

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Parametri cosmologici e loro determinazione

Tesi di laurea

Presentata da:
Rossella Dalessandro

Relatore:
Chiar.ma Prof. Marcella Brusa

Sessione II
Anno accademico 2021-2022

Indice

1	Cosmologia	1
1.1	Metrica di Robertson-Walker	1
1.2	Equazioni di Friedmann	2
1.3	Condizione di adiabaticità	2
1.4	Modelli di universo	2
2	Parametri cosmologici	5
2.1	Parametro di Hubble	5
2.2	Parametro di decelerazione	7
2.3	Parametro di densità	7
2.4	Modello Λ CDM (Lambda Cold Dark Matter)	8
3	Determinazione dei parametri cosmologici	10
3.1	Cefeidi	10
3.2	Supernovae Ia	11
3.3	Radiazione cosmica di fondo (CMB)	12
3.4	Lente gravitazionale	14
3.5	Conclusioni	15
	Bibliografia	16

Sommario

La seguente tesi ha l'obiettivo di inquadrare le grandezze che descrivono l'Universo, i *parametri cosmologici*, e successivamente presentare alcuni dei metodi per derivarli.

Il primo capitolo tratterà le equazioni di Friedmann, introdotte grazie alla metrica di Robertson-Walker, il parametro di espansione $a(t)$, fondamentale per la determinazione dei parametri cosmologici, e infine le geometrie possibili dell'Universo.

Il secondo è incentrato sui parametri cosmologici veri e propri, su come vengono ricavati matematicamente e sul modello cosmologico che attualmente riproduce molto bene le osservazioni, il modello Λ CDM.

Infine, il terzo tratterà di come possono essere ricavati alcuni parametri, dando più spazio alla costante di Hubble, in quanto è al centro di una grande discussione per via della tensione tra le misure ottenute nell'universo locale e quelle che vengono da dati ad alto redshift.

Capitolo 1

Cosmologia

La Cosmologia è la branca della fisica che si occupa di descrivere l'origine e l'evoluzione dell'Universo nella sua interezza. Esiste un *principio* sul quale essa si fonda, il **principio cosmologico**: "su larga scala, l'Universo è omogeneo e isotropo". Questo vuol dire che la materia è distribuita in maniera uniforme nell'universo e non esistono direzioni privilegiate con le quali osservarla. Dal principio cosmologico, inoltre, discende il fatto che l'Universo non possa essere statico: deve espandersi o contrarsi.

Esistono prove osservative di questo principio, come ad esempio la distribuzione su grande scala delle galassie e l'isotropia della *Cosmic Microwave Background Radiation* (CMB).

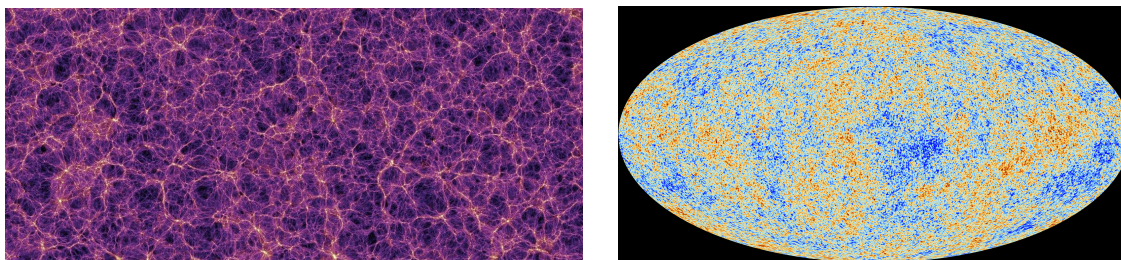


Figura 1.1: A sinistra la distribuzione dell'Universo a grande scala che si presenta omogeneo, all'interno del quale materia oscura e materia barionica coesistono (simulazione effettuata dal Millennium Simulation Project); a destra invece la radiazione isotropa della CMB.

1.1 Metrica di Robertson-Walker

La relatività generale di Einstein afferma che spazio e tempo si combinano dando uno spazio a 4 dimensioni (x, y, z, t) chiamato *spazio-tempo*. Per questo bisogna stabilire una metrica con la quale misurare le distanze tra due diversi eventi.

Si consideri l'Universo come un fluido continuo e si assegnino ad ogni elemento di fluido le coordinate spaziali (x, y, z) , dette *coordinate comoventi*. Queste etichettano ogni punto dello spazio-tempo insieme ad una coordinata temporale, la quale è determinata da un orologio che si muove insieme all'elemento di fluido.

Si può dimostrare che la metrica più generale che descrive un Universo a 4 dimensioni e in cui valga il principio cosmologico è la **metrica di Robertson-Walker**:

$$ds^2 = (c dt)^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

In questa relazione, per le *coordinate comoventi*, sono state utilizzate le coordinate polari: θ , ϕ ed r (adimensionale). $a(t)$ è una funzione chiamata *parametro di espansione* che deve essere determinata e

che ha le dimensioni di una lunghezza. Infine, si ha il **parametro di curvatura** K , che può assumere i seguenti valori:

- $K = -1 \Rightarrow$ geometria **iperbolica** e quindi un Universo **aperto**;
- $K = 0 \Rightarrow$ geometria **Cartesiana** e quindi un Universo **piatto**;
- $K = +1 \Rightarrow$ geometria **sferica** e quindi un Universo **chiuso**.

Come si vedrà in seguito, ognuna di queste opzioni costituisce un modello di origine ed evoluzione dell'Universo.

Un modello cosmologico, per essere descritto, ha bisogno di tre equazioni: le prime due sono le **equazioni di Friedmann**, la terza invece è detta **condizione di adiabaticità**.

1.2 Equazioni di Friedmann

Per ricavare le prime due equazioni, è necessario introdurre l'equazione di Einstein che descrive il moto di una particella di prova nello spazio-tempo:

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ij}$$

Questa equazione introduce una relazione tra la parte spaziale della geometria dello spazio-tempo (espressa dal tensore metrico g_{ij}) e il suo contenuto energetico (espresso dal tensore energia-impulso T_{ij}).

Assumendo la metrica di Robertson-Walker, e quindi il principio cosmologico, dall'equazione di Einstein si giunge alle equazioni cercate:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}G\left(\rho + 3\frac{p}{c^2}\right)a$$

$$\dot{a}^2 + Kc^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho a^2$$

Dove ρ e p sono, rispettivamente, la densità (intesa come la somma di tutte le componenti dell'Universo) e la pressione.

La prima può essere riscritta nel seguente modo:

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}p - \frac{Kc^2}{a^2}$$

1.3 Condizione di adiabaticità

Si impone questa condizione in quanto l'Universo non perde energia:

$$dU = -pdV$$

Scrivendo questa equazione in funzione di p e ρ , si ottiene:

$$\dot{\rho} + 3\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right)\frac{\dot{a}}{a} = 0$$

1.4 Modelli di universo

Essendo che l'Universo può essere considerato come un fluido, è importante specificare un'equazione di stato:

$$p = w\rho c^2$$

w è una costante che può assumere i valori che sono all'interno dell'*intervallo di Zel'dovich*: $0 \leq w \leq 1$.

- $w = 0 \Rightarrow p = 0$: in questo caso si ha un Universo composto da *materia* e, riscrivendo la condizione di adiabaticità, si ottiene che la densità ρ scala con a^3 . La costante di proporzionalità è ρ_0 , quindi $\rho = \frac{\rho_0}{a^3}$.

Così la seconda equazione di Friedmann diventa:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho_0}{3} \frac{1}{a} - Kc^2$$

La soluzione quindi si suddivide in 3 casi:

- $K = 0 \Rightarrow$ **Universo di Einstein-De Sitter**: in questo caso la curvatura è nulla (Universo piatto) e l'espansione dello spazio ha un andamento *parabolico*, infatti:

$$a(t) \propto \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/2}$$

dove $\tau_0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho_0}}$ è il tempo caratteristico.

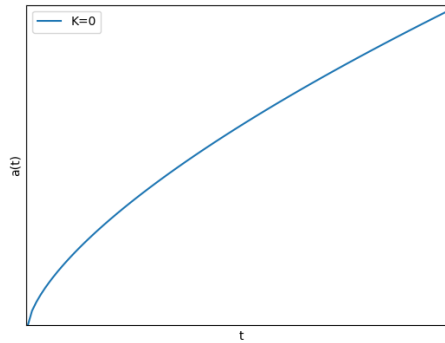


Figura 1.2: Andamento del parametro di espansione per un Universo piatto. Nell'origine si ha il Big Bang.

- $K < 0 \Rightarrow$ **Universo aperto**: in questo caso l'Universo è soggetto ad un'espansione iperbolica molto veloce. Come si può vedere nella figura sottostante, la soluzione per tempi t molto piccoli è assimilabile a quella del caso precedente: $a(t) \propto t^{3/2}$; per tempi t molto grandi invece: $a(t) \propto t$.

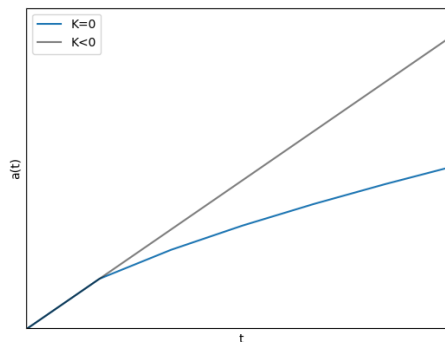


Figura 1.3: Andamento del parametro d'espansione per un Universo aperto comparato con quello precedente. Nell'origine si ha il Big Bang.

- $K > 0 \Rightarrow$ **Universo chiuso**: in questo caso si ha un Universo oscillante che raggiunge una dimensione massima per poi calare e poi riprendere lo stesso percorso.

Come si vede nel grafico di seguito, il parametro d'espansione, dopo un tempo t , ritorna nella posizione $(t, 0)$: questo punto viene chiamato *Big Crunch* e potrebbe rappresentare un nuovo Big Bang.

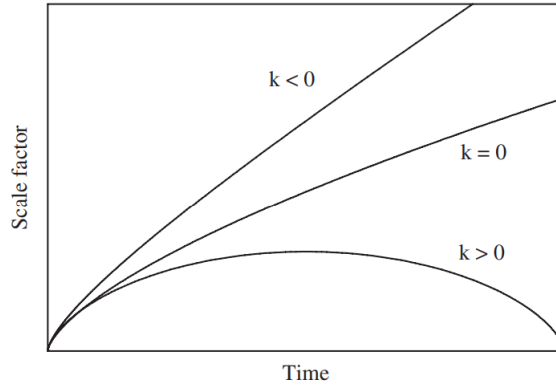


Figura 1.4: Andamento del parametro d'espansione nei tre diversi casi. Nell'origine si ha il Big Bang.

- $w = \frac{1}{3} \Rightarrow p = \frac{\rho c^2}{3}$: in questo caso si ha un Universo composto da *radiazione*. Considerando un Universo piatto, la condizione di adiabaticità e sostituendo la nuova espressione per la pressione, si ottiene che $\rho \propto \frac{1}{a^4}$.

Per quanto riguarda invece il parametro di espansione, dalle equazioni di Friedmann si ottiene:

$$a(t) = \left(\frac{t}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Ciò che si nota è che l'Universo si espande più lentamente se è la radiazione a dominare rispetto alla materia. Questo vuol dire che non è la pressione (che nella materia è nulla) a distruggere l'Universo, anzi, ne rallenta l'accelerazione!

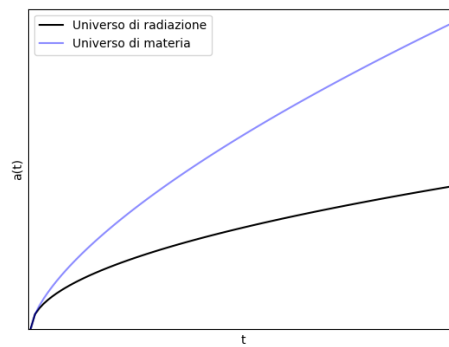


Figura 1.5: Comparazione tra un Universo costituito da materia ed uno costituito da radiazione.

Capitolo 2

Parametri cosmologici

Nel capitolo precedente è stato introdotto il *parametro di espansione* $a(t)$ che, da solo, non basta a descrivere un modello cosmologico.

Prima, di introdurre altri parametri, è utile definire un fenomeno che viene molto sfruttato nel campo dell'astronomia, l'*effetto Doppler*: un'onda elettromagnetica, a seconda che questa si stia allontanando o avvicinando ad un osservatore fermo, verrà percepita con una lunghezza d'onda diversa da quella reale.

La formula di questo effetto è:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$$

Dove λ è la lunghezza d'onda osservata, λ_0 è la lunghezza d'onda che verrebbe misurata se la sorgente fosse a riposo, v_r è la velocità radiale della sorgente e c è la ben nota velocità della luce.

Quando la sorgente si allontana dall'osservatore, si verifica che la lunghezza d'onda diventa più grande, cioè si sposta verso il rosso (**redshift**); se invece la sorgente si avvicina, la lunghezza d'onda diventa più piccola e quindi si ha uno spostamento verso il blu (blueshift).

In entrambi i casi, l'entità dello spostamento dipende dalla velocità v_r .

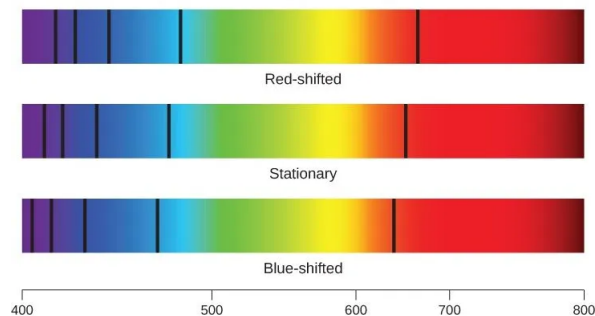


Figura 2.1: Confronto tra lo spettro di una sorgente ferma (al centro) ed uno spettro di una sorgente che si allontana (in alto) ed una che si avvicina (in basso).

2.1 Parametro di Hubble

L'astronomo Edwin Hubble quando si rese conto che la Via Lattea non era l'unica galassia presente nell'Universo, iniziò a studiare gli spettri delle altre galassie. Trovò che tutte le righe degli spettri esaminati presentavano uno spostamento verso il rosso che era tanto più grande quanto più lontane erano le galassie! Da questo, discende quella che viene chiamata **legge di Hubble-Lemaitre** (Hubble la enunciò nel 1929 ma Lemaitre l'aveva ipotizzata due anni prima in lingua francese).

$$v_{rec} = H_0 \cdot d$$

Dove v_{rec} è la velocità di *recessione* della galassia, d è la distanza a cui essa si trova rispetto all'osservatore e H_0 è la **costante di Hubble**. Questa legge implica che esiste una relazione lineare tra distanza e velocità.

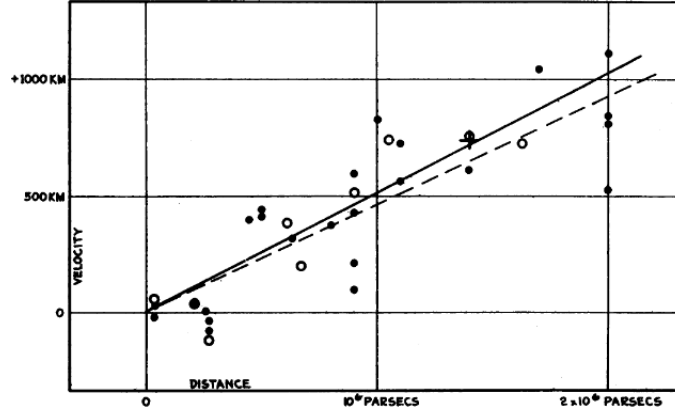


Figura 2.2: Questo è il grafico originale presente all'interno dell'articolo di Hubble. I punti neri e la linea continua si riferiscono al considerare le nebulose individualmente; i punti bianchi e la linea tratteggiata invece considerando le nebulose in gruppi.

La scoperta di Hubble può essere spiegata considerando la distanza in coordinate polari (con $dt = 0$ e $d\theta = d\phi = 0$) di un punto $P = (r, 0, 0)$ dall'origine di un sistema di riferimento centrato nel punto $P_0 = (0, 0, 0)$. Questa è detta *distanza propria* e si ottiene grazie alla metrica di *Robertson-Walker*:

$$d_p = \int_0^r \frac{a(t) dr'}{\sqrt{1 - Kr'^2}}$$

Si nota che $a(t)$ non dipende da r , ma solo da t , quindi:

$$d_p = a(t)F(r)$$

dove $F(r)$ descrive la parte spaziale della metrica di Robertson-Walker.

Questa relazione può essere derivata, trovando così la velocità radiale del punto P rispetto a P_0 :

$$v_r = \frac{d}{dt}d_p = \dot{a}(t)F(r) + a(t)\dot{F}(r)$$

Essendo che $F(r)$ non dipende dal tempo, $\dot{F}(r) = 0$; $F(r) = \frac{d_p}{a(t)}$. Quindi:

$$v_r = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}d_p = H(t) \cdot d_p$$

Questa equazione è la **legge di Hubble** vista prima e $H(t)$ è il **parametro di Hubble**, così definito:

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$$

Come si può notare, $H(t)$ è un parametro e non una costante, a causa della dipendenza dal tempo. A t fissato, H assume lo stesso valore H_0 in tutto l'Universo che quindi si espande uniformemente alla stessa velocità. La sua unità di misura è: $km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$.

Con questo nuovo parametro, è possibile riscrivere l'equazione di Friedmann in funzione dell'evoluzione di $H(t)$:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}$$

Normalmente il parametro di Hubble diminuisce nel tempo, infatti l'espansione dovrebbe rallentare a causa dell'attrazione gravitazionale della materia nell'Universo.

2.2 Parametro di decelerazione

Come visto nella sezione precedente, il tasso con il quale l'Universo si espande cambia nel tempo. Il modo di quantificare questo cambiamento è attraverso il **parametro di decelerazione** che viene indicato con q_0 .

Si considera l'espansione in serie di Taylor del fattore di scala $a(t)$ intorno al punto t_0 , cioè il punto in cui abbiamo maggiori informazioni, oggi.

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)[t - t_0] + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)[t - t_0]^2 + \dots$$

Dividendo ora entrambi i membri per $a(t_0)$

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + H_0[t - t_0] - \frac{q_0}{2}H_0^2[t - t_0]^2 + \dots$$

comparare il parametro di Hubble H_0 ed il **parametro di decelerazione** q_0 , definito come segue:

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}(t_0)}{\dot{a}^2(t_0)} = -\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)H_0^2}$$

Questo nuovo parametro è espresso in modo tale da essere adimensionale. E' definito negativo in quanto nelle equazioni di Friedmann gli universi risultano tutti decelerati nel loro moto di espansione e, più q_0 sarà grande, più la decelerazione sarà rapida.

2.3 Parametro di densità

Grazie al parametro di Hubble è stato possibile riscrivere l'equazione di Friedmann in questo modo:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}$$

Supponendo di avere un Universo piatto ($K = 0$), fissato il parametro di Hubble, esiste un valore specifico per la densità ρ . Questo valore viene chiamato **densità critica** e si indica con ρ_c :

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Si può notare che, dipendendo dal parametro di Hubble, la densità critica varia nel tempo. Per avere un'idea dell'ordine di grandezza, si sostituisca il valore della *costante gravitazionale* G e il valore della *costante di Hubble* H_0 (di solito viene parametrizzata: $H_0 = 100h \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$):

$$\rho_c(t_0) = 1.88h^2 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Questo risultato sembrerebbe essere molto piccolo se lo si confronta con la densità dell'acqua che è $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. In realtà se si scrive la densità critica con altre unità di misura, cioè il megaparsec e l'unità di massa solare, si ottiene:

$$\rho_c(t_0) = 2.78h^{-1} \cdot 10^{11} M_\odot / (h^{-1} \text{ Mpc})^3$$

Il risultato ottenuto, ovviamente, non è un numero piccolo, infatti una galassia tipicamente ha una massa che va dalle 10^{11} alle 10^{12} masse solari. Questo vuol dire che l'Universo non è lontano dal raggiungimento della densità critica.

E' utile definire una quantità adimensionale, il **parametro di densità**, indicato con Ω , definito come:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho}{\rho_c}$$

Anche questo parametro dipende dal tempo, per cui come con il parametro di Hubble, al tempo t_0 si ha Ω_0 .

Riscrivendo ora l'equazione di Friedmann, si ottiene:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \Omega - \frac{K}{a^2} = H^2 \Omega - \frac{K}{a^2}$$

$$\Omega - 1 = \frac{K}{a^2 H^2}$$

Quindi per conoscere la curvatura dell'Universo, bisogna conoscere il parametro di densità:

- $\Omega_0 < 1 \Rightarrow$ Universo iperbolico ($K = -1$)
- $\Omega_0 = 1 \Rightarrow$ Universo piatto ($K = 0$)
- $\Omega_0 > 1 \Rightarrow$ Universo sferico ($K = +1$)

Le conseguenze di ogni tipo di Universo sono elencate nella sezione 1.4.

2.4 Modello Λ CDM (Lambda Cold Dark Matter)

Il modello Λ CDM è il modello che ad oggi riproduce meglio ciò che viene osservato nell'Universo, come ad esempio la radiazione cosmica di fondo (CMB), la struttura a grande scala dell'Universo e le *supernovae* che indicano un'espansione accelerata.

Questo modello prevede che la composizione dell'Universo sia così ripartita:

- 5% di materia barionica;
- 25% di materia oscura (DM);
- 70% di energia oscura.

Più in dettaglio:

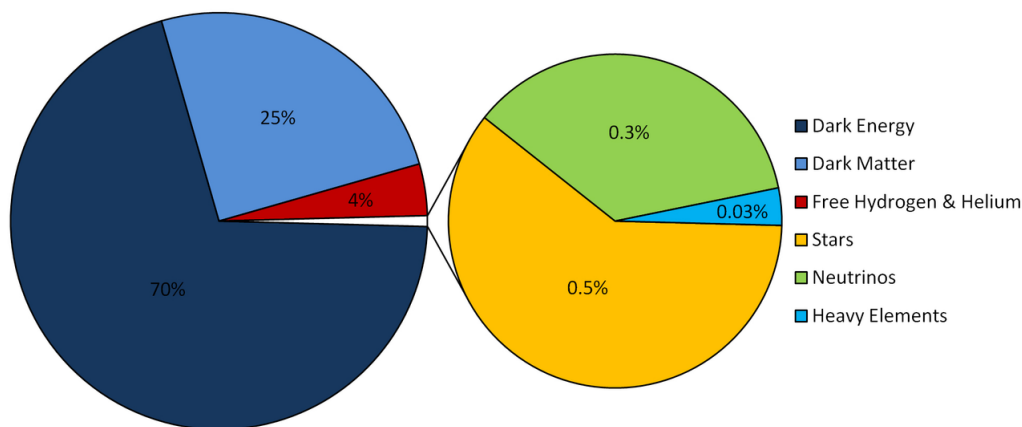


Figura 2.3: Composizione dell'Universo - di Andrew Z. Colvin

La materia oscura fredda (Cold Dark Matter) ha le seguenti caratteristiche:

- **non barionica**, cioè materia diversa da protoni e neutroni;
- **fredda**, infatti la sua velocità è molto inferiore alla velocità della luce all'epoca dell'uguaglianza radiazione-materia;
- **senza dissipazione**, cioè non può raffreddarsi irradiando fotoni;
- **senza collisioni**, infatti le particelle di materia oscura interagiscono tra loro e con altre particelle solo attraverso la gravità e probabilmente la forza debole.

Il modello standard Λ CDM ha 6 parametri fondamentali (da cui poi possono esserne derivati altri) per specificare completamente il modello cosmologico:

- Densità barionica Ω_b ;
- Densità di materia (barioni e materia oscura insieme) Ω_m ;
- Costante di Hubble H_0 ;
- Indice spettrale n_S ;
- Ampiezza delle fluttuazioni scalari A_S ;
- Profondità ottica alla reionizzazione τ .

Ω_b	$0.0480^{+0.0072}_{-0.0067}$
Ω_m	$0.301^{+0.045}_{-0.042}$
H_0	$69.5^{+3.9}_{-3.1}$
n_S	$0.977^{+0.039}_{-0.025}$
A_S	$0.81^{+0.15}_{-0.09}$
τ	$0.124^{+0.083}_{-0.057}$

Tabella 2.1: Gli errori non sono gaussiani e sono stati ricavati usando una analisi di Monte Carlo dal gruppo della Sloan Digital Sky Survey (SDSS), che fa uso anche dei dati della sonda WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe).

Essendo che il modello Λ CDM assume un Universo piatto, cioè $\Omega_{tot} = 1$, si ha:

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$$

dove Ω_Λ è la densità di energia oscura che quindi non è un parametro libero.

Capitolo 3

Determinazione dei parametri cosmologici

L'obiettivo della cosmologia osservativa è quello di utilizzare le informazioni astronomiche per determinare i *parametri cosmologici*.

La trasformazione, però, da ciò che viene osservato alla misura dei parametri cosmologici veri e propri richiede molte assunzioni sulla natura dei dati. In aggiunta, bisogna pensare anche che quando si effettua una misura, si incorre sempre in quelli che sono chiamati *errori sistematici*. Questi possono essere dovuti a:

- assunzioni sul modello cosmologico, per esempio il numero di parametri cosmologici;
- limiti strumentali e osservativi, per esempio il *seeing*;
- incertezze sull'astrofisica degli oggetti, per esempio il fitting delle curve di luce delle *supernovae*.

In questo capitolo, verranno mostrati alcuni metodi per la determinazione di alcuni parametri, con particolare attenzione alla costante di Hubble H_0 , uno dei punti interrogativi più grandi della cosmologia.

3.1 Cefeidi

Le Cefeidi sono tra le stelle variabili più importanti. La forma della loro curva di luce è regolare e mostra un'impennata veloce ed una diminuzione più lenta all'interno del periodo.

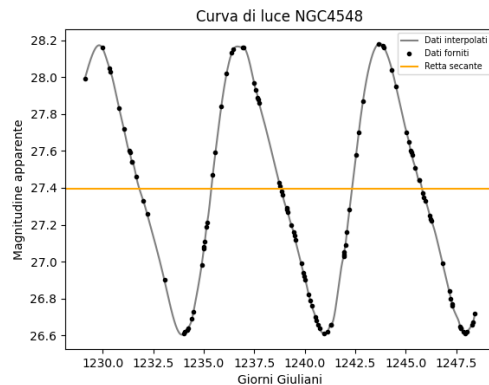


Figura 3.1: Curva di luce della Cefeide presente nella galassia NGC 4548 ricavata tramite l'utilizzo del metodo della *spline*. La retta secante rappresenta la magnitudine media.

Tra il periodo P di una Cefeide e la sua magnitudine assoluta M_v esiste una relazione che fu scoperta da Henrietta Leavitt.

$$M_v = c_1 \cdot \log(P) + c_2$$

Per questo motivo le Cefeidi sono considerate delle *candele standard*, cioè oggetti astrofisici di cui si conosce la luminosità, dalla quale poi è possibile ricavare la distanza. Infatti:

$$\mu = m_v - M_v = 5 \log \frac{d}{10 \text{ pc}}$$

L'unica incognita è quindi la distanza che può essere calcolata: $d = 10^{0.2\mu+1}$.

A questo punto, come visto nella sezione 2.1, se si conosce la velocità di recessione v_{rec} , è possibile arrivare alla determinazione della costante di Hubble H_0 :

$$H_0 = \frac{v_{rec}}{d}$$

Per trovare però un valore di H_0 il più attendibile possibile, questo procedimento non va applicato ad una sola Cefeide di una sola galassia ma ad un numero maggiore di Cefeidi che si trovano in altre galassie. Infine si effettua una media pesata di tutte le costanti di Hubble ottenute.

Questo metodo è stato usato dal premio Nobel Adam Riess, analizzando le curve di luce di 70 Cefeidi della Grande Nube di Magellano, trovando $H_0 = (74.03 \pm 1.42) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, vale a dire un errore inferiore al 2%!

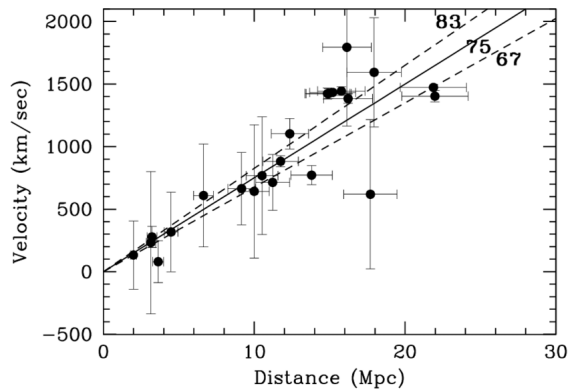


Figura 3.2: Velocità in funzione della distanza delle galassie che possiedono delle Cefeidi. [W.L. Freedman et al., The Astrophysical Journal, 2001].

La costante di Hubble fissa la scala delle distanze e dei tempi in cosmologia. L'età del nostro Universo è data da:

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz}{(1+z)E(z)^{\frac{1}{2}}}$$

dove $E(z) = \Omega_m(1+z)^3 + (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)(1+z)^2 + \Omega_\Lambda$

I parametri di densità Ω_m e Ω_Λ , come visto in precedenza, definiscono il contributo al budget energetico dell'Universo, dovuto alla componente di materia e di *energia oscura*. Il satellite Planck ha misurato con un errore dell'ordine dell'1% l'età t_0 dell'Universo: $t_0 = 13.82 \cdot 10^9$ anni. Questo valore, insieme alla costante di Hubble H_0 , può essere usato per trovare le coppie di valori dei parametri di densità. Numericamente, si fanno variare i due parametri fino a che l'integrale non è verificato.

Questo procedimento è utile per stimare i possibili parametri di densità in ogni tipo di Universo: piatto ($\Omega_{tot} = 1$), sferico ($\Omega_{tot} > 1$) e iperbolico ($\Omega_{tot} < 1$).

3.2 Supernovae Ia

Altri oggetti astrofisici che permettono di misurare la costante di Hubble, sono le *supernovae*, in particolare le Ia. Sono anche chiamate *termonucleari* e si originano dall'esplosione di una nana bianca

al C-O (carbonio-ossigeno). Tramite reazioni termonucleari, il carbonio viene convertito in ferro e per questo, le supernovae di tipo Ia sono le maggiori iniettrici di ferro nell'Universo.

Questo tipo di supernovae si può originare o da un sistema binario di nane bianche oppure da una nana bianca che accresce la sua massa da una stella vicina. In questo sistema, una stella inizia a cedere materia alla nana bianca tramite una configurazione con i cosiddetti *lobi di Roche*. A questo punto, la nana bianca risulta avere una massa maggiore della massa limite di Chandrasekhar: non può più essere in equilibrio idrostatico e così al collasso si accende la combustione del carbonio, provocando l'esplosione.

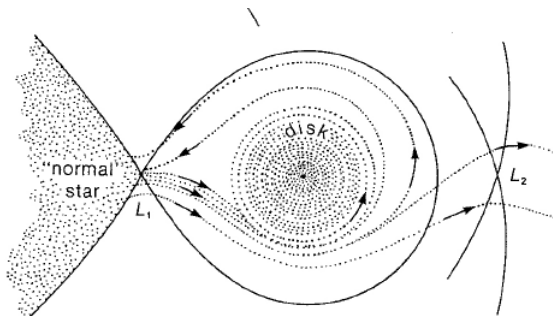


Figura 3.3: Schema di accrescimento di una stella.

Come le Cefeidi, le supernovae sono delle candele standard, quindi possono essere usate per calcolare le distanze. Infatti la loro curva di luce è molto ben definita: presenta un picco repentino che poi diminuisce molto lentamente.

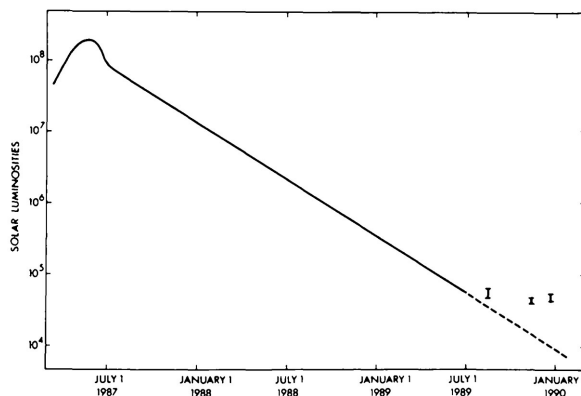


Figura 3.4: Curva di luce della supernova 1987A. [ESO].

Le supernovae sono degli ottimi indicatori per la distanza, tuttavia ci sono alcuni effetti che potrebbero diminuire l'accuratezza delle misure come per esempio l'estinzione interstellare. Infatti questo fenomeno comporta l'assorbimento e la dispersione della radiazione elettromagnetica a causa della materia (gas e polveri) che si trova tra la supernova e l'osservatore.

Uno studio del 1998, il *Supernova Cosmology Project*, utilizzando i dati del redshift delle supernovae di tipo Ia ha presentato la prova che l'espansione dell'universo non sta affatto rallentando e in realtà sta accelerando ($q_0 < 0$), citando la costante cosmologica precedentemente respinta da Einstein, Λ , che potenzialmente doveva includere fino al 70% della massa-densità di energia totale dell'Universo.

3.3 Radiazione cosmica di fondo (CMB)

La radiazione cosmica di fondo è una radiazione elettromagnetica residua di una fase iniziale dell'Universo. La CMB è una radiazione molto debole e molto importante, in quanto rappresenta la radiazione

elettromagnetica più vecchia dell'Universo. E' visibile soltanto nella regione delle *microonde* e non è associata ad alcuna stella o galassia o qualsiasi altro oggetto. La distribuzione della radiazione è nella figura 1.1.

I fotoni della CMB provengono dall'epoca della ricombinazione, quando, in seguito alla diminuzione della temperatura, gli elementi ionizzati hanno iniziato a ricombinarsi, cioè a catturare elettroni, formando un atomo neutro.

Nonostante lo spettro della CMB sia quasi un corpo nero perfetto, esistono delle fluttuazioni nel campo di temperatura chiamate *anisotropie*.

Le cause di queste fluttuazioni possono essere:

- Gravità: un fotone per uscire da una buca di potenziale deve spendere energia. Questo porta ad un aumento della sua lunghezza d'onda (redshift); se invece un fotone parte dalla cresta del potenziale, acquista energia e la sua lunghezza d'onda diminuisce (blueshift);
- Densità: essendo in un regime adiabatico, una maggiore densità in una regione porta ad un riscaldamento delle particelle; le regioni meno dense invece ad un raffreddamento delle particelle;
- Velocità: essendo il campo di velocità primordiale delle particelle casuale, si generano fluttuazioni positive se le particelle si avvicinano all'osservatore (blueshift) e negative se si allontanano (redshift).

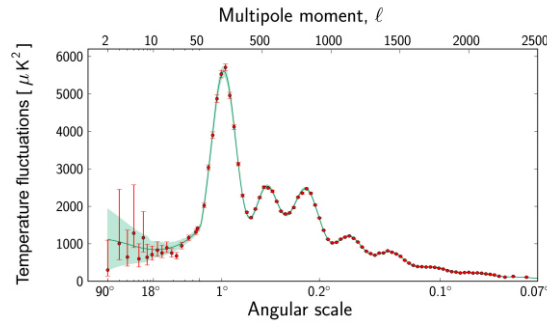


Figura 3.5: Spettro di potenza angolare della CMB

Per ricavare i parametri cosmologici, le anisotropie della CMB sono ciò che serve. Facendo variare i parametri cosmologici (sia quelli di densità che la costante di Hubble), si devono trovare quelli che meglio riproducono lo spettro della figura 3.5.

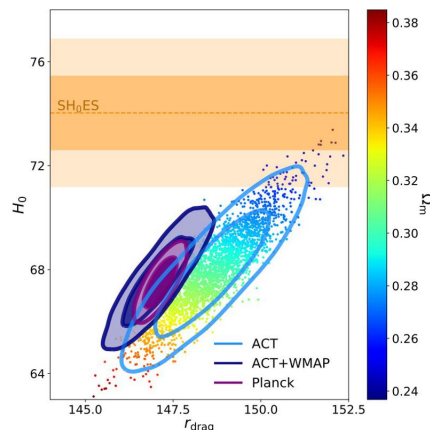


Figura 3.6: Questo grafico mostra quali valori della costante di Hubble H_0 approssimano meglio la CMB.

Con questa tecnica, il valore di H_0 che si addice meglio è $67 - 68 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

3.4 Lente gravitazionale

Questa coppia di tecniche (CMB e candele standard) ha prodotto due risultati diversi per il valore della costante di Hubble. I dati del fondo cosmico a microonde suggeriscono che la costante di Hubble sia $67.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$. Invece, i dati di supernovae e Cefeidi nell'Universo vicino suggeriscono una costante di Hubble di $74 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

Esiste un altro modo per misurare la costante di Hubble che dipende dalla gravità così come è definita nella *relatività generale*, cioè una distorsione dello spazio-tempo dovuta alla massa. Maggiore è la massa di un oggetto, più lo spazio-tempo curva attorno a questo e più forte è l'attrazione gravitazionale che esercita.

Per questo, la gravità può piegare la luce come farebbe una lente, quindi gli oggetti visti attraverso potenti campi gravitazionali, come quelli prodotti da enormi galassie, vengono ingranditi. Questo fenomeno è chiamato **lente gravitazionale** ed è spesso usato per vedere oggetti troppo lontani perfino per i telescopi.

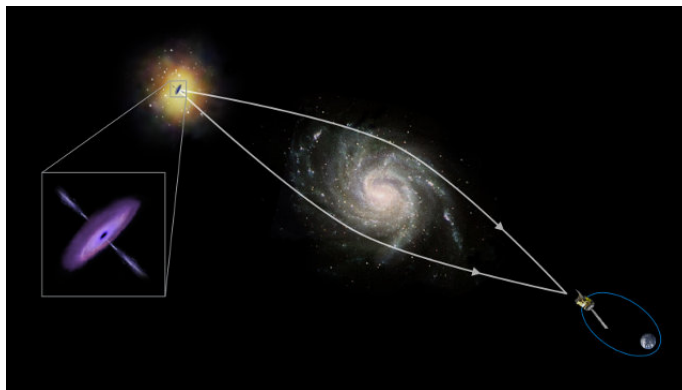


Figura 3.7: Schema dell'osservazione del buco nero supermassiccio PKS 1830-211 tramite lente gravitazionale [Immagine ESA/ATG medialab]

Un primo elemento per stimare la distanza di una lente gravitazionale dalla Terra è il fatto che spesso produce immagini multiple dell'oggetto che si vuole osservare, ottenendo la cosiddetta *croce di Einstein*. Essendo che la luce che crea queste immagini segue percorsi di diverse lunghezze attorno alla lente, ogni variazione nella luminosità dell'oggetto da osservare sarà visibile in alcune immagini prima delle altre. Più è grande la massa della lente, più la curvatura della luce sarà accentuata e, per questo, la differenza di tempo tra le osservazioni delle immagini sarà maggiore. Da queste considerazioni, si può stimare la forza del campo gravitazionale della lente e quindi la sua massa.

Un secondo elemento è l'analisi delle posizioni e delle velocità delle stelle all'interno della lente. Combinando queste informazioni con la massa e la forza del campo gravitazionale della lente, si può stimare il diametro effettivo della galassia che fa da lente.

Confrontando il diametro effettivo della galassia con il diametro apparente visto dalla Terra, si può stimare quanto dovrebbe essere lontana una galassia di una data dimensione per apparire della dimensione con la quale viene osservata. Una volta nota la distanza, si può ricavare la costante di Hubble H_0 .

Applicando questo metodo si è ricavato $H_0 = 82.4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

3.5 Conclusioni

Il fatto che ci sia discordanza, per quanto riguarda la misura di H_0 , tra il metodo della CMB (Universo ad alto redshift) ed il metodo delle candele standard (Universo vicino) è tuttora argomento di indagine. Ci si chiede anche se questa tensione sia dovuta ad errori sistematici dei metodi o magari è l'indizio che ci sia una nuova fisica da conoscere ed applicare.

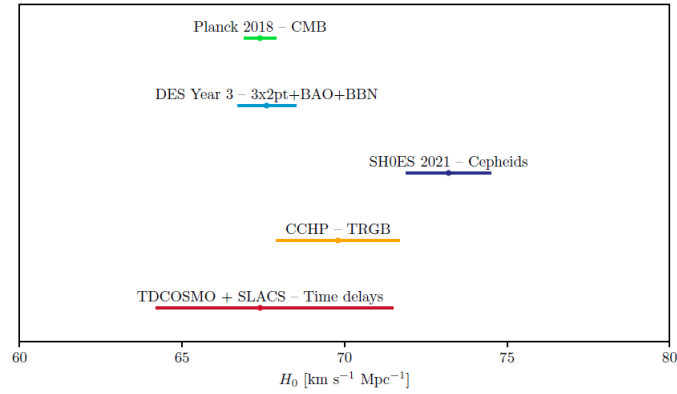


Figura 3.8: Misure di H_0 recenti ottenute da vari progetti.

Bibliografia

Andrew Liddle. *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, 2015.

Barbara Ryden. *Introduction to Cosmology*. Cambridge University Press, 2017.

Hannu Karttunen et al. *Fundamental Astronomy*. Springer, 2017.

Luca Ciotti. *Appunti di Astrofisica Extragalattica*. 2021.

Francesco Rosario Ferraro. *Appunti di Astrofisica Stellare*. 2020.

Tommaso Ronconi. *Appunti di Cosmologia*. 2014.

Lauro Moscardini. *Dispense di Calcolo per l'Astronomia*. 2020.

Charles Q. Choi. Einstein's gravitational lenses could clear up roiling debate on expanding cosmos. *space.com*, 2019.

Ethan Siegel. Ask ethan: How does the cmb reveal the hubble constant? *Forbes*, 2021.

Ofer Lahav and Andrew R Liddle. The cosmological parameters, 2022. URL <https://arxiv.org/abs/2201.08666>.

Stefania De Luca. Modello λ cdm (lambda cold dark matter) – teoria cdm, 2022. URL <https://www.astrofisicanews.it/2022/04/01/modello-λcdm-lambda-cold-dark-matter-teoria-cdm/>.