

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA
Corso di Laurea in Astronomia

**EFFETTI RELATIVISTICI
IN
ASTROFISICA**

Tesi di Laurea

Presentata da:
Letizia Vincetti

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Sessione III
Anno Accademico 2020-2021

*Alle persone speciali al mio fianco,
Grazie per ogni cosa.*

Abstract

Il seguente elaborato si prefigge di trattare alcuni fenomeni relativistici presenti in Astrofisica. Gli strumenti necessari sono forniti in Appendice, con la trattazione dettagliata su come una carica accelerata emetta radiazione, mentre nel primo capitolo vengono presentati i rudimenti della teoria della Relatività Speciale, elaborata da A.Einstein nel 1905. Da qui segue la descrizione del fenomeno principe connesso, ovvero il *Relativistic Beaming*, spiegato mediante l'utilizzo della radiazione di Sincrotrone: processo che emette principalmente in banda radio e che coinvolge moltissimi oggetti astrofisici tra cui *Resti di Supernova*, *Radiogalassie*, fotoni della *Radiazione Cosmica di Fondo (CMB)*, emissione da *Active Galactic Nuclei (AGN)* e molti altri. In dettaglio sono riportati i *Moti Superluminali*, fenomeno per cui una sorgente di radiazione appare muoversi a velocità nettamente superiore alla velocità della luce. Un intero capitolo, poi, è stato dedicato alla trattazione del fenomeno dei *Jetted AGN*, una classe di galassie attive che presenta getti ultrarelativistici, talmente estesi che in alcuni casi occupano una regione di spazio ben oltre la galassia ospitante. I meccanismi legati alla loro origine non sono ancora ben chiari, ma sono state avanzate ipotesi concrete e plausibili. Infine, viene presentata la grande teoria della Relatività Generale, l'unione di sistemi di gravità e sistemi accelerati, sviluppata da Albert Einstein tra il 1907 e il 1916, con la pubblicazione ufficiale. In questo caso, il fenomeno del *Lensing Gravitazionale* rende concreta la deflessione dei raggi luminosi in presenza di oggetti massivi. Esistono tantissimi altri campi in cui è possibile osservare un perfetto connubio tra Relatività e Astrofisica (ad esempio nel caso delle particelle ultraenergetiche dei Raggi Cosmici, nel caso del profilo relativistico della riga del Ferro nel disco degli AGN oppure i diversi fenomeni che coinvolgono l'emissione di *Inverse Compton* come la catastrofe Compton) che qui, per i limiti imposti nella stesura dell'elaborato, si è deciso di non trattare.

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | La Relatività Speciale | 1 |
| 1.1 | Le origini della relatività | 1 |
| 1.2 | Le trasformazioni di Lorentz | 2 |
| 2 | Relativistic Beaming | 3 |
| 2.1 | Formula di Larmor: caso relativistico | 3 |
| 2.2 | La radiazione di sincrotrone | 4 |
| 2.3 | I Moti Superluminali | 8 |
| 2.3.1 | Redshift/Blueshift delle frequenze | 9 |
| 2.4 | Amplificazione della luminosità | 10 |
| 3 | Active Galactic Nuclei: i getti relativistici | 11 |
| 3.1 | <i>Jetted</i> AGN | 13 |
| 4 | La Relatività Generale | 15 |
| 4.1 | Gravitational Lensing | 16 |
| A | Ulteriori trasformazioni di coordinate | 18 |
| A.1 | Trasformazione della velocità, della quantità di moto e dell'energia | 18 |
| A.2 | Energia e Massa in relatività | 18 |
| B | Emissione di radiazione da una particella carica | 20 |
| | Bibliografia e Sitografia | 23 |

Capitolo 1

La Relatività Speciale

1.1 Le origini della relatività

Un principio di relatività, in fisica, definisce una o più grandezze invarianti, ossia quantità per cui un sistema di riferimento risulta equivalente ad un altro e dunque nessuno di questi occupa una posizione privilegiata. Nel 1905 Albert Einstein scriveva (*Fonte: A.Einstein, "On the Electrodynamics of Moving Bodies", 1905*):

« [...] per tutti i sistemi di coordinate per i quali valgono le equazioni della meccanica, valgono anche le equivalenti equazioni dell'elettrodinamica e dell'ottica [...] In quanto segue facciamo questa ipotesi (che chiameremo poi il principio di relatività) e introduciamo l'ulteriore postulato [...] che la luce si propaga nello spazio vuoto con una velocità c che è indipendente dalla natura del moto del corpo che la emette. »

Queste "ipotesi" possono essere riformulate nella forma dei seguenti due postulati:

1. Principio di costanza della velocità della luce

La velocità della luce nello spazio vuoto ha lo stesso valore c in tutti i sistemi di riferimento inerziali ¹.

2. Principio di relatività

Lo spazio è isotropo e uniforme e le leggi fondamentali della fisica sono uguali per qualsiasi osservatore in moto uniforme l'uno rispetto all'altro, ossia rispetto al principio di relatività di G.Galileo.

Lo scenario storico-scientifico, che si presentava alla fine del 1800, era dominato da un acceso dibattito: come era possibile la presenza nelle leggi di J.C. Maxwell di una costante (c), corrispondente alla velocità di propagazione delle onde nello spazio vuoto, quando, secondo il principio di relatività galileiana, la velocità di un corpo o di un fenomeno varia da un sistema di riferimento all'altro? Venne dunque ipotizzata l'esistenza di un riferimento privilegiato, chiamato "etere", in cui le leggi dell'elettromagnetismo sono valide e la luce si propaga a velocità costante c . Furono tentati diversi esperimenti per la prova dell'esistenza di questo mezzo, tra cui nel 1881 A.A. Michelson e successivamente nel 1887 E.W. Moreley, tramite l'interferometria, i quali risultarono un completo fallimento. La grande intuizione che ebbe A. Einstein e, che per decenni aveva inorridito gli scienziati,

¹Un sistema di riferimento è definito inerziale se in esso vale la legge di inerzia, ossia prima legge della dinamica e viceversa.

era proprio quella per cui, se la luce sembra propagarsi a velocità costante, allora è perchè effettivamente la velocità delle onde luminose è un valore costante.

1.2 Le trasformazioni di Lorentz

Ora quello che serve è ridefinire le trasformazioni di Galileo tra sistemi inerziali in modo tale da mantenere costante il valore della velocità della luce. Così, prima H.A. Lorentz, poi successivamente lo stesso A. Einstein nell'articolo del 1905 intitolato "*Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento*", definì come variano le coordinate da un sistema di riferimento ad un altro. Ad oggi conosciute come le *Trasformazioni di Lorentz*, esse legano le variabili spazio e tempo tra un sistema inerziale S e il sistema S' in moto con velocità costante v rispetto a S :

$$\begin{cases} x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (1.1)$$

dove con $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ si definisce il *fattore di Lorentz* γ , talvolta anche riscritto mediante la frazione $\beta = \frac{v}{c}$. Le conseguenze dirette di queste trasformazioni sono :

1. **Contrazione delle lunghezze.** Dato un corpo di lunghezza L_0 nel sistema di riferimento in cui questo è a riposo, in un qualsiasi altro sistema di riferimento inerziale, in moto rispetto a quello dato, la lunghezza del corpo apparirà contratta nella direzione del moto (mentre invariata perpendicolarmente ad essa), nel seguente modo:

$$L' = \frac{L_0}{\gamma} \quad (1.2)$$

2. **Dilatazione dei tempi.** Dato un evento con durata τ misurata nel sistema di riferimento S in cui lo strumento di misura è in quiete, detta "tempo proprio", nel sistema di riferimento S' , in moto uniforme rispetto a S , il tempo viene dilatato e definito dalla seguente formula:

$$\tau' = \gamma\tau \quad (1.3)$$

3. **Perdita di simultaneità.** Se due eventi sono simultanei in S , quindi $\Delta t = 0$, ma sono separati da un certo spazio Δx , in un sistema di riferimento S' i due eventi non sono più simultanei. Infatti, utilizzando la prima relazione definita in (1.1) si ottiene facilmente $\Delta x' = \gamma\Delta x$, da cui

$$\Delta t' = \frac{-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.4)$$

In Appendice A sono presentate le trasformazioni di coordinate per le quantità: velocità, impulso, energia, nonché l'importante relazione mass-shell.

Se una quantità rimane invariata nel passaggio di coordinate da un sistema di riferimento ad un altro, si dice *invariante* per trasformazione di Lorentz. Per esempio, la legge di conservazione dell'impulso oppure la carica elettrica sono *invarianti*.

Capitolo 2

Relativistic Beaming

Tra i primi effetti che qui vengono proposti, segue la trattazione del *Relativistic Beaming*, chiamato anche *Doppler Boosting*. Per un approfondimento chiaro sull'emissione di radiazione da parte di una particella carica si veda Appendice B.

2.1 Formula di Larmor: caso relativistico

Trattando qui il caso relativistico e partendo dalla *Formula di Larmor*

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3} \int (\sin\theta)^2 d\Omega = \frac{2 q^2 \dot{u}^2}{3 c^3} \quad (2.1)$$

dove \dot{u} rappresenta il modulo dell'accelerazione della particella e q è la carica elettrica, si utilizzano le formule relativistiche riportate nel Capitolo 1 per ottenere una corrispondente espressione della potenza emessa da un carica accelerata quando β tende all'unità. Definito $d\tau = \frac{dt}{\gamma}$ il tempo proprio, la *Formula di Larmor* assume quindi l'aspetto qui riportato:

$$P = \frac{2 q^2}{3 m^2 c^3} \left[\frac{dp_i}{d\tau} \frac{dp_i}{d\tau} \right] = \frac{2 q^2}{3 m^2 c^3} \left[\left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

dove con $\frac{dp_i}{d\tau}$ si definisce la derivata della componente i -esima del tetravettore $[\vec{p}, \frac{i}{c}W]$ con relazione mass-shell $W^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, mentre m è la massa a riposo della particella. Alla potenza irradiata contribuiscono sia l'accelerazione lineare che quella centripeta, analizzate separatamente:

> *Accelerazione lineare*

In questo caso, la carica verrà ulteriormente accelerata lungo la direzione definita in precedenza, quindi varia solamente il modulo del vettore *impulso* (i calcoli sono riportati di seguito).

$$\left| \frac{d\vec{p}}{d\tau} \right| \approx \frac{dp}{d\tau} \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 \simeq \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{\gamma^2} \left[\gamma^2 \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

Sostituendo in (2.2) si ottiene

$$P = (-) \frac{dW}{dt} = \frac{2 q^2}{3 m^2 c^3} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \quad (2.5)$$

che, come si nota, fornisce lo stesso risultato del caso non relativistico.

> *Accelerazione centripeta*

A differenza del caso precedente, qui viene modificato non solo il modulo del vettore ma anche la sua direzione.

$$\left| \frac{d\vec{p}}{d\tau} \right| \gg \beta \frac{dp}{d\tau} = \frac{1}{c} \left(\frac{dW}{d\tau} \right) \quad (2.6)$$

$$\left[\frac{dp_i}{d\tau} \frac{dp_i}{d\tau} \right] = \left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dW}{d\tau} \right)^2 \simeq \left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 \quad (2.7)$$

$$P = (-) \frac{dW}{dt} = \frac{2 q^2}{3 m^2 c^3} \left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 = \frac{2 q^2}{3 m^2 c^3} \gamma^2 \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \quad (2.8)$$

Come è stato messo in evidenza, la potenza irradiata da una particella relativistica, accelerata in direzione centripeta, è maggiore di quella irradiata nel caso di accelerazione puramente lineare, per la precisione di un fattore γ^2 (la (2.5) diventa così trascurabile rispetto alla (2.8)). Inoltre, a parità di quantità di moto trasportata dalla particella, P risulta inversamente proporzionale alla massa a riposo della particella alla seconda potenza.

2.2 La radiazione di sincrotrone

L'effetto, descritto in questo sotto-capitolo, viene definito in diversi modi: *Relativistic Beaming*, ma anche *Doppler Beaming* o *Doppler Boosting*. Se si considera l'emissione di radiazione da parte di una particella carica in moto a velocità relativistiche, l'effetto che si osserva è ben differente dal semplice caso classico. In modo particolare, viene qui riportato il caso della *Radiazione di Sincrotrone*. Quando una particella carica è soggetta all'azione di un campo magnetico allora emette radiazione¹. Se la particella viaggia a $\vec{v} \neq \vec{0}$, il suo moto viene descritto mediante la *Forza di Lorentz* e la radiazione sarà emessa alla frequenza data dalla *Frequenza di Larmor*:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.9)$$

$$\nu_L = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.10)$$

L'angolo tra il vettore velocità e il vettore campo magnetico è identificato dalla lettera θ e viene chiamato *pitch angle*. Scomponendo la velocità in una componente parallela al campo e una perpendicolare ad esso, si osserva che solamente la seconda produce una forza diversa da zero, costringendo la particella a modificare il suo moto circolare uniforme e portandola a percorrere un'elica a passo costante, riprodotta in immagine 2.1. Per quanto riguarda il caso classico, il fenomeno prende il nome di *Radiazione di Ciclotrone*. Nello specifico, si consideri il pattern di emissione di un elettrone a grande distanza sottoposto al campo magnetico: questo emette radiazione e il suo moto viene modificato come in precedenza. Se l'osservatore è posto sul piano della traiettoria, il moto osservato sarebbe semplicemente un moto circolare uniforme (con accelerazione centripeta), che risulta però indistinguibile da un semplice moto armonico, con la particella che oscilla

¹L'emissione da parte di particelle cariche massive viene qui trascurata. Si veda la dipendenza funzionale della potenza irradiata P dalla massa a riposo della particella (presente in (2.8)).

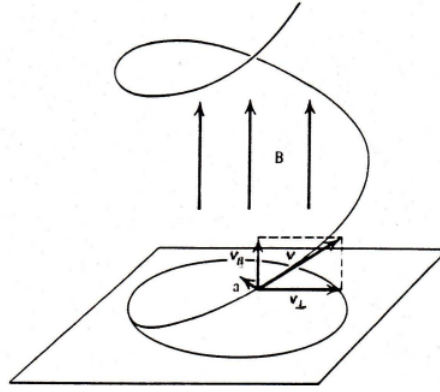


Figura 2.1: Moto di una carica elettrica negativa in campo magnetico

Fonte: Rybicki G.B. and Lightman A.P., “Radiative processes in Astrophysics”

da una posizione ad accelerazione massima ad una posizione con accelerazione sempre massima, ma nel verso opposto. Ridenfinendo le quantità *Forza di Lorentz*, *Formula di Larmor* e *frequenza di Larmor*

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{H} \quad (2.11)$$

$$(-) \frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^4}{m^2 c^3} \beta^2 H^2 (\sin\theta)^2 \quad (2.12)$$

$$\nu_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{q H}{2\pi m c} \quad (2.13)$$

si osserva come la radiazione si dispone spazialmente in funzione dell’angolo θ , che qui rappresenta l’angolo tra la direzione dell’accelerazione e la linea di vista dell’osservatore. Dunque, se la linea di vista risulta allineata con l’accelerazione (il che significa avere $\theta = 0^\circ$), l’emissione risulta nulla, mentre nel caso in cui $\theta = 90^\circ$ (la linea di vista è perciò perpendicolare all’accelerazione della carica) la radiazione emessa è massima. Questa distribuzione toroidale può essere osservata in figura 2.2a, mentre in figura 2.2b si osserva quanto descritto in precedenza.

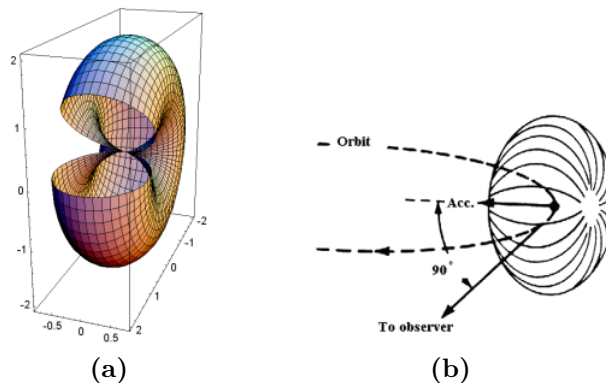


Figura 2.2: Distribuzione della radiazione emessa da una carica accelerata: emissione di ciclotrone

Fonte: (a) Wille Klaus, “Lecture Notes on Synchrotron Radiation”, JUAS, 2013

(b) Wikipedia

Il campo elettrico di radiazione è perfettamente sinusoidale e nel sistema di riferimento dell'osservatore la radiazione è emessa isotropicamente alla frequenza di Larmor, come si osserva nella decomposizione di E in armoniche. È presente una sola armonica esattamente alla ν_L (figura 2.3).

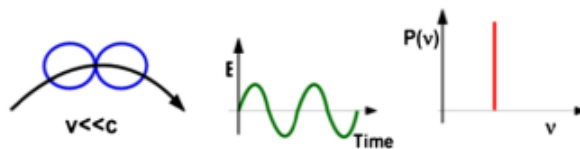


Figura 2.3: Pattern di emissione di ciclotrone, relativa rappresentazione del campo elettrico e sua decomposizione in armoniche

Fonte: Ghisellini G., “Radiative Processes in High Energy Astrophysics”

Aumentando la velocità della particella, si ottiene il fenomeno denominato *Ciclotrone Relativistico*. In questo caso, a causa dell'effetto Doppler, la radiazione viene emessa non ad un'unica frequenza, bensì a

$$\nu_k = k\nu_{rel}\left(1 - \frac{v_{\parallel} \cos \theta}{c}\right) \quad \text{con } k = 1, 2, 3... \quad (2.14)$$

La radiazione si distribuisce non isotropicamente, allontanandosi da una distribuzione associabile ad un dipolo.

L'effetto di *boosting* o *beaming* si può osservare nel fatto che il campo stesso non risulta più sinusoidale, bensì amplificato nella parte superiore del plot e deamplificato nella parte inferiore. In corrispondenza di questo andamento, l'emissione risulterà amplificata verso l'osservatore e deamplificata nella parte opposta. Questo effetto viene messo in evidenza anche nella distribuzione delle armoniche (definite dalla trasformata di Fourier del campo E): nel caso di fattori β dell'ordine di 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 (ossia $v < c$) si osserva la comparsa di una seconda armonica, di un fattore β^2 minore rispetto alla prima (figura 2.4).

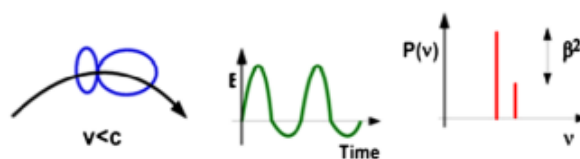


Figura 2.4: Pattern di emissione di ciclotrone relativistico, relativa rappresentazione del campo elettrico e sua decomposizione in armoniche

Fonte: Ghisellini G., “Radiative Processes in High Energy Astrophysics”

In ultima analisi, l'*emissione di Sincrotrone*² è presente quando la particella viaggia a velocità ultrarelativistiche sotto l'azione di un campo magnetico, per cui il *fattore γ di Lorentz* risulta nettamente superiore a 1. In questo caso il pattern di emissione risulta così asimmetrico. Il “raggio” della radiazione è ancora più pronunciato e, in corrispondenza, il picco del campo elettrico risulta ancora più accentuato e soggetto ad un maggiore effetto Doppler di amplificazione/deamplificazione lungo la direzione radiale verso l'osservatore (figura 2.5). Quando la particella si muove verso l'osservatore, la frequenza

²Questo processo è alla base dell'emissione radio della nostra Galassia, nonché di resti di supernova e di sorgenti radio extragalattiche.

di emissione aumenta (viene amplificata di un fattore γ) e di conseguenza deamplificata quando la particella si allontana. Questo effetto dipende dalla velocità relativa tra particella e osservatore.

Per meglio comprendere questo effetto direzionale della radiazione emessa, è bene considerare matematicamente come varia l'angolo della distribuzione, fenomeno consistente con l'*aberrazione relativistica*³. Questo significa che, quando una sorgente di radiazione si muove rispetto all'osservatore, l'emissione di radiazione viene concentrata lungo la direzione del moto della sorgente.

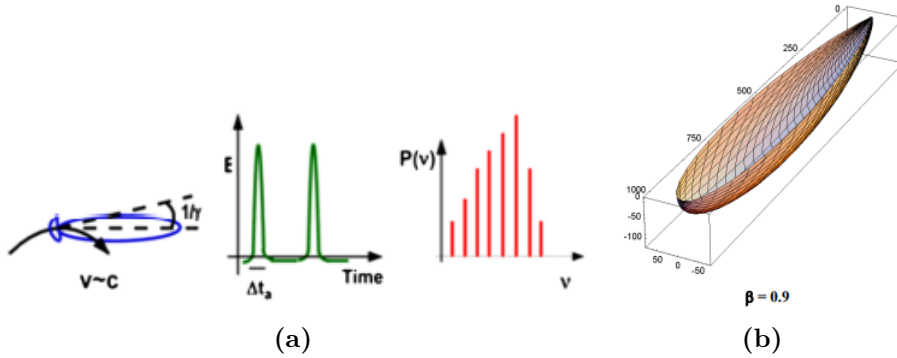


Figura 2.5: (a) Pattern di emissione di sincrotrone, relativa rappresentazione del campo elettrico e sua decomposizione in armoniche (b) Distribuzione angolare della radiazione di sincrotrone

Fonte: (a) Ghisellini G., "Radiative Processes in High Energy Astrophysics"

(b) Wille Klaus, "Lecture Notes on Synchrotron Radiation", JUAS, 2013

Nel caso della radiazione di sincrotrone, l'emissione risulta isotropa nel sistema di riferimento solidale con la particella, dove si può considerare ancora di dipolo. In un qualsiasi altro sistema di riferimento, ad esempio di un osservatore esterno, è opportuno definire come si trasforma l'angolo sotto cui viene emessa la radiazione nel seguente modo:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha') \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos(\alpha') + \beta} \quad (2.15)$$

dove con α' è indicato l'angolo che sottende la radiazione nel sistema di riferimento dell'elettrone emettitore, ad esempio, mentre α è l'angolo sotteso nel sistema di riferimento "esterno". Considerando $\alpha' = 90^\circ$ e velocità ultrarelativistiche, per cui $\beta \sim 1$, si ha

$$\tan(\alpha) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} \sim \gamma \quad (2.16)$$

e nel caso $\gamma \gg 1$ (per cui la tangente di un angolo viene approssimata con l'angolo stesso), si ha

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} \quad (2.17)$$

Metà della radiazione appare, dunque, emessa in un cono di semiapertura $\frac{1}{\gamma}$ in direzione della velocità della particella e praticamente nulla nel resto della distribuzione angolare. Solo quando questo "cono" illumina l'osservatore, questo percepisce la radiazione

³Questo fenomeno è presente anche nel caso di radiazione luminosa proveniente dalle stelle e venne per la prima volta studiato da James Bradley nel 1725.

luminosa (l'osservatore riceve dunque impulsi luminosi, ognuno di durata $\Delta\tau = \frac{1}{\gamma^2\omega_L}$). Ricordando la (2.12), la potenza emessa nel caso del sincrotrone è

$$(-)\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^4}{m^4 c^7} \epsilon^2 H^2 (\sin\theta)^2 = 2c\sigma_T \gamma^2 \frac{H^2}{8\pi} (\sin\theta)^2 \sim 1.62 \cdot 10^{-15} \gamma^2 H^2 (\sin\theta)^2 \text{ ergs}^{-1} \quad (2.18)$$

con $\epsilon = mc^2\gamma$ energia a riposo della particella e $\frac{H^2}{8\pi}$ densità di energia del campo magnetico. La frequenza della radiazione di sincrotrone è data dalla seguente formula:

$$\nu_S \approx 4.2 \cdot 10^{-9} \gamma^2 H \quad (2.19)$$

con H espresso in $[\mu G]$ e la frequenza in GHz .

2.3 I Moti Superluminali

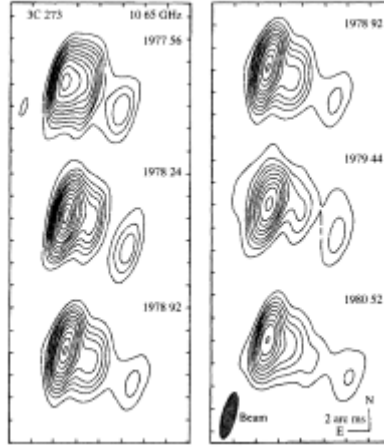


Figura 2.6: Sorgente radio 3C 273: moto di materiale radio-emittente espulso dalla regione centrale del quasar. I dati osservativi sono raccolti dal 1978 al 1980.

Fonte: Carroll B.W. and Ostlie D.A., "An introduction to modern Astrophysics"

Con le conoscenze acquisite nel capitolo 2, si può procedere con la trattazione del fenomeno denominato *Moto Superluminale*. Ancora prima della sua scoperta, nel 1966, Martin Rees ne predisse l'esistenza, studiando in particolare lo spettro di una sorgente radio: 3C273.

Si consideri una sorgente in moto con $v \sim c$, per cui $\beta \sim 1$ e $\gamma \gg 1$. La sorgente emette radiazione mentre si sta muovendo, quindi è come se la inseguisse a poca distanza. Al tempo $t = 0$, un fotone viene emesso e comincia a viaggiare verso l'osservatore, raggiungendolo dopo un tempo $t_1 = \frac{d}{c}$. Allo stesso tempo, la sorgente si trova a distanza vt_1 dall'origine e viene dunque osservata ad una distanza proiettata pari a $vt_1 \sin\theta$.

Se nello stesso istante di tempo la sorgente emette un secondo fotone, questo raggiungerà l'osservatore dopo un tempo

$$t_2 = t_1 + \frac{d - vt_1 \cos\theta}{c} \quad (2.20)$$

Nel sistema di riferimento dell'osservatore i due impulsi luminosi ricevuti sono intervallati da un tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_1 \left(1 - \frac{v}{c} \cos\theta\right) \quad (2.21)$$

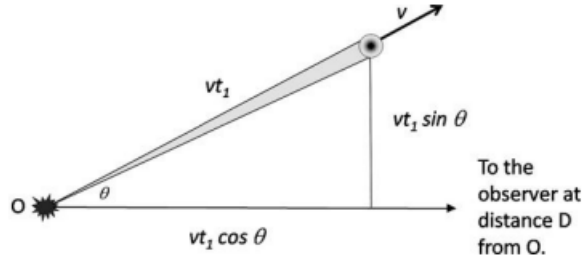


Figura 2.7: Illustrazione della configurazione sorgente-osservatore all'istante t_1
 Fonte: Longair M.S., "High Energy Astrophysics"

Quindi nel sistema di riferimento solidale con la sorgente, il tempo intercorso tra le due emissioni è pari a t_1 , mentre nel sistema di riferimento dell'osservatore risulta $\Delta t < t_1$. Perciò la velocità trasversale apparente è descritta dalla formula:

$$v_{app} = \frac{vt_1 \sin \theta}{\Delta t} = \frac{v \sin \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (2.22)$$

che può risultare anche molto maggiore di $v \sin \theta$ (velocità trasversale vera). Il massimo è ricavato differenziando la (2.22) rispetto a θ , ricavando come soluzione $\cos \theta = \frac{v}{c} = \beta$. In termini di frazione $\beta = \frac{v}{c}$ si ottiene come fattore β apparente massimo $\beta_{app}^{max} = \gamma \beta \approx \gamma$. Se il moto della sorgente è relativistico (e l'angolo θ è piccolo con la linea di vista), l'osservatore lo percepisce a velocità ben superiori a c (da qui il nome *superluminale*).

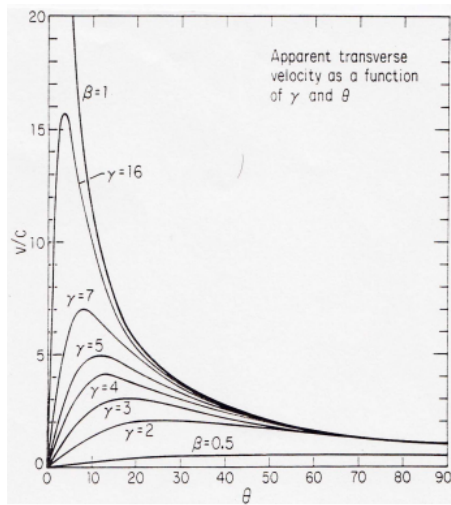


Figura 2.8: Velocità apparente in funzione di θ e γ
 Fonte: Fanti & Fanti, "Una finestra sull'Universo "Invisibile"- Lezioni di radioastronomia"

L'andamento di β è raffigurato in 2.8, dove esso cresce al diminuire dell'angolo θ fino al raggiungimento del massimo, per poi decrescere.

2.3.1 Redshift/Blueshift delle frequenze

Come descritto in precedenza per i moti superluminali, il tempo di arrivo del segnale intercettato da un osservatore, non solidale con la sorgente (in moto relativistico) che lo ha prodotto, è differente dal tempo di emissione del segnale stesso. La formula (2.21) può essere ritrattata introducendo le quantità nel sistema di riferimento solidale con la sorgente in moto, ricordando la relazione esposta nel capitolo 1 per la dilatazione dei

tempi, con $\Delta t_1 = \gamma \Delta t'_1$ (il simbolo ' indica che la quantità è misurata nel sistema solidale con la sorgente), ottenendo:

$$\Delta t = t_1 (1 - \beta \cos \theta) = \gamma t'_1 (1 - \beta \cos \theta) = \frac{t'_1}{\delta} \quad (2.23)$$

con δ fattore Doppler relativistico ⁴. Da qui si definisce come cambia la frequenza della radiazione, essendo essa l'inverso di un tempo:

$$\nu = \delta \nu' \quad (2.24)$$

2.4 Amplificazione della luminosità

La descrizione dell'effetto non è completa, manca infatti l'importante modifica che subisce la luminosità prodotta dall'oggetto osservato, sia nel caso del sincrotrone, che in altri. Partendo dall'intensità di radiazione ⁵, espressa nell'unità di misura del sistema *cgs* nel seguente modo:

$$I(\nu) = h\nu \frac{dN}{dt d\nu d\Omega dA} \quad (2.25)$$

e utilizzando il fattore Doppler relativistico $\delta = \frac{1}{\gamma(1-\beta \cos \theta)}$, con θ sempre l'angolo tra la linea di vista e la direzione di moto del corpo, si può integrare sull'intero spettro di frequenze in modo da ottenere l'*intensità bolometrica*, con $dN = dN'$ e $dA = dA'$:

$$I = \delta^4 I' \quad (2.26)$$

La quarta potenza del fattore δ si spiega facilmente con una potenza proveniente dalla trasformazione delle frequenze, una dal tempo e due per l'angolo solido. La stessa trasformazione spetta anche alla luminosità, per cui

$$L = \delta^4 L' \quad (2.27)$$

Quello che osserva un osservatore esterno, quando la sorgente di radiazione è in moto, è un aumento della radiazione emessa, che diventa importante ad angoli θ piccoli e per $\beta \sim 1$.

⁴Vedi paragrafo seguente per definizione.

⁵L'*intensità specifica* è la quantità di energia emessa per unità di superficie, unità di angolo solido, unità di frequenza e di tempo.

Capitolo 3

Active Galactic Nuclei: i getti relativistici

Con *Active Galactic Nuclei*, in breve AGN ¹, si definisce una classe di oggetti situati in una regione compatta al centro di molte galassie, definiti anche come sorgenti energetiche alimentate dal processo di accrescimento su un buco nero supermassiccio². Gli AGN presentano un'emissione che copre tutto lo spettro elettromagnetico, su più di venti ordini di grandezza in frequenza. Il nome nasce per distinguere questi dalle regolari galassie "inattive". La storia della loro scoperta è datata già nella prima metà del XX secolo, con le prime osservazioni di sorgenti radio, aventi nello spettro inusuali righe di emissione. Il pioniere in questo campo fu Carl Seyfert con l'articolo "*Nuclear Emission in Spiral Nebulae*", pubblicato nel 1943 su *Astrophysical Journal*: in esso sono presentati gli spettri dei nuclei di sei nebulose extragalattiche particolarmente interessanti per la presenza di forti e ampie righe in emissione. In suo onore, queste tipologie di galassie vengono oggi denominate *Seyfert I* e *Seyfert II*. L'interesse verso questi oggetti crebbe solamente dopo gli anni '50, grazie anche alla nuova strumentazione astronomica introdotta nel campo radio³, culminata con il terzo catalogo di radiosorgenti di Cambridge (3C). Vennero scoperte nuove sorgenti radio e identificate le controparti ottiche (alcune di queste con immagine quasi puntiforme e classificate dunque come *Quasi-Stellar Radio Sources*, abbreviato in QUASARs). Nel 1963 Marteen Schmidt scrisse l'articolo "*3C273: A Star-Like Object with Large Red-Shift*" pubblicato su *Nature*. Qui sono riportate le sue parole (Fonte: B.Bertotti et al., "*Modern cosmology in retrospect*"):

«...Stavo scrivendo un breve articolo sullo spettro ottico di 3C273...Ho notato che quattro delle sei righe nello spettro fotografico presentavano un pattern di diminuzione della forza e dello spazio dal rosso al blu. Per qualche ragione, ho deciso di costruire un diagramma coi livelli energetici basato su queste righe. Dovevo forse aver fatto un errore nel procedimento che sembrava contraddire il pattern regolare di spaziatura[...] Ho deciso di verificare la regolare spaziatura delle righe, utilizzando il rapporto della loro lunghezza d'onda rispetto alla più vicina serie di Balmer.[...] Quando anche il terzo rapporto era 1.16, era chiaro ormai che stavo guardando uno spettro di Balmer

¹Nome introdotto per la prima volta dall'astrofisico Ambaratsumian nel 1971 per descrivere i seguenti fenomeni: moti violenti di nubi gassose con rapida variazione di luminosità, eccesso di emissione nell'ultravioletto, possibile espulsione di getti e condensazione.

²In sigla SMBH, sono definiti supermassicci i buchi neri con massa superiore a 10^6 masse solari.

³La radioastronomia ha le sue origini negli anni '30.

redshiftato di 0.16. Ero immobilizzato da questo sviluppo: stelle di magnitudine 13 non si suppone possano presentare un così grande redshift![...] La spiegazione che presto io e Greenstein trovammo fu in termini alternativi di redshift cosmologico, grandi distanze ed enormi luminosità ed energie...»

Gli AGN sono oggetti variegati e dalle differenti proprietà, alcune particolarmente interessanti: luminosità molto elevate (fino a $L_{bol} = 10^{48} \text{ ergs}^{-1}$) e rapida variabilità che porta a definire piccole regioni emittenti in molte bande. La loro classificazione è complessa ed è stata strutturata con gli anni e con le nuove scoperte. Ai fini del seguente elaborato vengono considerati solamente due differenti gruppi: *Radio Loud* (RL) e *Radio Quiet* (RQ) AGN (all'interno dei quali è poi possibile trovare un'ulteriore sottoclassificazione, come *Seyfert*, *Blazar*, *Quasars*, etc.). La distinzione tra le due tipologie è data dall'importanza dell'emissione (in termini di flusso) in banda radio, rispetto all'emissione (sempre riportando il flusso) ottica, utilizzando il parametro

$$R_L = \frac{F(5\text{GHz})}{F(4400\text{\AA})} \quad (3.1)$$

Se $R_L < 10$, l'oggetto è classificato come *Radio Quiet*, mentre, se $R_L > 10$, l'oggetto è classificato come *Radio Loud* (quest'ultimi spesso presenti in galassie ellittiche). La maggiore differenza, però, risiede nella presenza o meno di forti getti relativistici ⁴(presenti solamente nei RL AGN) per cui a seguire verranno definiti *jetted* o *non-jetted* AGN. Un esempio di *jetted* AGN è riportato in figura 3.1.

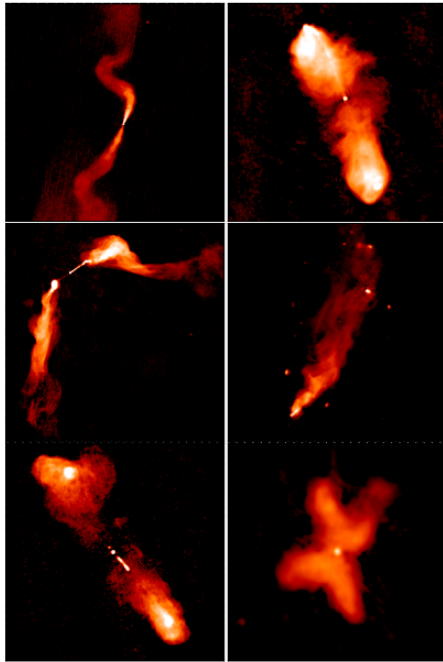


Figura 3.1: Immagini di diverse radiogalassie: pannello superiore FR I source 3C31 (a sinistra) e FR II source 3C98 (destra); al centro la sorgente 3C465 (sinistra) e la sorgente NGC6109 (destra); pannello inferiore la radiogalassia 3C219 (sinistra) e la radiogalassia 3C315 (destra)

Fonte: Hardcastle M.J. et al., "Radio galaxies and feedback from AGN jets"

⁴I getti relativistici degli AGN si estendono da qualche unità astronomica fino a qualche Megaparsec, ben oltre dunque la rispettiva Galassia ospitante.

3.1 *Jetted* AGN

In generale, i getti astrofisici si possono definire come un outflow collimato di plasma, osservato in molti casi come oggetti stellari giovani, binarie X e γ -ray bursts, oltre che ovviamente nel caso degli AGN. Tutti i getti sono magnetizzati, questo vuol dire che emettono radiazione in banda radio per effetto di sincrotrone. Nel caso trattato, la sorgente del getto è il buco nero supermassiccio al centro della galassia attiva e la maggior parte dell'energia è non radiativa, bensì elettromagnetica, poi cinetica fino a fattori di Lorentz $\gamma \sim 10$ e più. Come si osserva nelle immagini riportate di seguito, spesso l'energia viene dissipata sotto forma di radiazione e origina i così detti *lobi radio*, in alcuni casi associati alla presenza di alcuni punti compatti chiamati *hotspots*. Grazie a strumenti che utilizzano la tecnica interferometrica, nello specifico VLBI (very-long-baseline interferometry), come il Very Long Baseline Array (VLBA) e l'europeo VLBI Network (EVN), è stato possibile conoscere le condizioni fisiche della fuoriuscita di plasma su scale proiettate dell'ordine dei parsecs. Tutte le osservazioni sono comunque affette dalla sensibilità dello strumento utilizzato, maggiore quest'ultima e migliore sarà l'osservazione, dunque la conoscenza del fenomeno. Solitamente la morfologia dei *Jetted* AGN è definita dalla presenza di due strutture simmetriche che si diramano dalla sorgente centrale, ma a causa dell'effetto relativistico di beaming, il getto che si muove verso l'osservatore viene amplificato in potenza di un fattore Doppler $\delta^{n-\alpha}$, dove α rappresenta l'indice spettrale della distribuzione di energia e n è un parametro tale $2 < n < 3$.

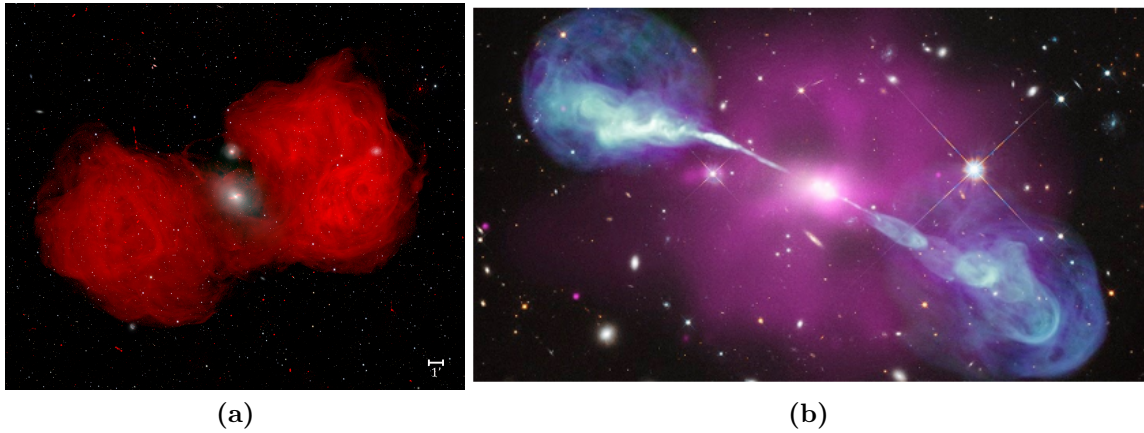


Figura 3.2: (a) Immagine composta di Fornax A, in radio vista da MeerKat a 1.44 GHz
(b) Immagine composta della radiogalassia Hercules A

Fonte: (a) Maccagni F.M. et al. , “The flickering nuclear activity of Fornax A”

(b) Boccardi B. et al., “Radio observations of active galactic nuclei with mm-VLBI”

Le osservazioni sono affette da alcuni bias, come appunto l'effetto di Doppler Boosting che privilegia le sorgenti più lontane oppure quelle con getti orientati a piccoli angoli, ma anche i moti superluminali, che giocano un ruolo importante nella rivelazione di tali sorgenti. Quindi nel campione di *Jetted* AGN, osservati dal VLBI, spiccano in particolare i *Blazars*, costituiti da getti compatti fortemente collimati.

La struttura del getto relativistico evolve nel mentre che esso si propaga nel mezzo. Si possono identificare cinque distinte regioni: il lancio, accelerazione e collimazione, flusso cinematico e dissipazione. A partire proprio dalla parte centrale della sorgente compatta,

a distanze inferiori a $10^2 R_S$ (nota ⁵), il getto viene prodotto e, nella regione di lancio, il plasma viene guidato dal forte campo magnetico. Quest'ultimo estrae parte dell'energia associata al disco di accrescimento e/o al buco nero rotante e viene "incanalato" in una struttura conica. Nella seconda e terza regione, in successione, il plasma viene accelerato a velocità relativistiche grazie alla pressione magnetica ($P_M \sim \frac{B^2}{8\pi}$) e focalizzato grazie al campo magnetico stesso e all'interazione col mezzo esterno. Perciò, siccome gran parte dell'energia magnetica viene convertita in energia cinetica delle particelle del getto, comincia la quarta fase, quella dominata dal flusso cinetico: si parla di normale dinamica del gas, con shocks idrodinamici e instabilità del plasma (si pensa siano proprio queste instabilità a dominare l'emissione e la forma del getto su grandi scale). Infine, il materiale perde la struttura collimata e dissipa energia sottoforma di radiazione, producendo, a distanze superiori $10^9 R_S$ i lobi, e, in presenza ancora di effetti relativistici, gli hotspots compatti.

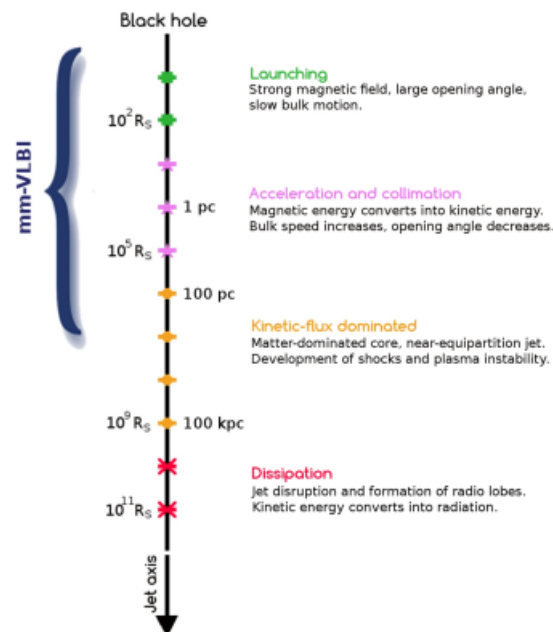


Figura 3.3: Rappresentazione schematica delle regioni principali di un getto relativistico. La distanza radiale dal Black Hole centrale è espressa in scala logaritmica, in unità di Raggio di Schwarzschild R_S

Fonte: Boccardi B. et al., "Radio observations of active galactic nuclei with mm-VLBI"

Nel modello maggiormente accettato, ossia il modello del lancio magnetico⁶, alla base della formazione di un *Jetted* AGN vi è la presenza di un campo magnetico molto forte, presente nel disco di accrescimento intorno ad un buco nero rotante. La potenza del getto è definita o dall'energia gravitazionale della materia che accresce oppure dal così detto *processo di Blandford-Znajek*: tutto il lavoro proviene direttamente dalla rotazione del BH (*Black Hole*). Fornendo qualche dato numerico, si parla di una potenza di $\sim 10^{45-47} \frac{erg}{s}$, che moltiplicata per il tempo di esistenza del getto ($t \sim 10^7 yrs$) fornisce un'energia pari a $E \sim 10^{59-61} erg$.

⁵ R_S sta per Raggio di Schwarzschild, pari a $\frac{2GM}{c^2}$, dove in questo caso M è la massa del buco nero centrale.

⁶ Questa è la soluzione largamente favorita e fattibile rispetto alle simulazioni numeriche.

Capitolo 4

La Relatività Generale

La gravità è un fenomeno fisico sperimentabile e osservabile. I. Newton per primo formalizzò questo aspetto della natura tramite la famosa “legge dell’inverso del quadrato” o più propriamente Legge di Gravitazione Universale, definendo la forza che genera il fenomeno di gravità

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r} \quad (4.1)$$

dove m_1 e m_2 sono le masse coinvolte nell’interazione, che avviene lungo la congiungente \vec{r} . Nel caso della teoria della gravità in meccanica classica, la forza agisce a distanza con effetto istantaneo. Nasce dunque spontanea la contraddizione con la teoria della relatività speciale, dove una qualsiasi informazione può viaggiare al massimo al valore della velocità della luce. Nel 1907, A. Einstein fu definitivo nella risoluzione di questo conflitto: elaborò la teoria relativistica di gravità, conosciuta col nome di *Relatività Generale*. Quello che lui stesso definì il “pensiero più felice della mia vita” fu (*Fonte: Carroll B.W. and Ostlie D.A., “An introduction to modern Astrophysics”*):

«Ero seduto su una sedia nell’ufficio brevetti a Bern quando d’improvviso un pensiero mi colse: “Se una persona è in caduta libera non sperimenta il suo stesso peso”. [...]

Per cui, un individuo che sta accelerando liberamente in caduta libera non percepisce la gravità, come se fosse in assenza di quest’ultima. Considerato per vero quanto detto, A. Einstein capì che poteva collegare la gravità e l’accelerazione e che una teoria sul moto relativo non-uniforme è anche una teoria di gravità.

Già da G. Galileo, con la legge sulla caduta dei gravi, era noto che tutti i corpi, indipendentemente dal loro peso e sottoposti ad uno stesso campo gravitazionale, subiscono la stessa accelerazione. Questa accelerazione gravitazionale è definita nella seconda legge della dinamica di I. Newton:

$$m a_g = G \frac{m M}{r^2} \quad (4.2)$$

dove m è la massa del corpo in moto soggetto all’accelerazione a_g e M è la massa che produce il campo gravitazionale. Al left-hand side dell’equazione è presente la cosiddetta *massa inerziale* m_i , ossia la misura della resistenza che il corpo oppone ad una variazione del suo stato di moto, quindi della sua inerzia. Al right-hand side, la massa m è associata alla forza di gravità ed è definita *massa gravitazionale* m_g . È dimostrato che c’è una proporzionalità tra le due masse, sperimentalmente con una precisione di 1 parte su 10^{12} , data dal rapporto $\frac{m_g}{m_i}$, costante per tutti i corpi e pari all’unità.

I sistemi di riferimento accelerati non sono sistemi inerziali, poichè in essi sono presenti

forze fittizie derivate dalla presenza dell'accelerazione. Tramite un semplice “esperimento mentale” (in cui un ascensore, privo di resistenza, cade liberamente nella rispettiva tromba), si può concludere che dal punto di vista di un individuo in caduta libera, un sistema di riferimento fissato nell'ascensore è un sistema di riferimento inerziale. A patto dunque di restringere le misurazioni ad una regione *sufficientemente piccola* di spazio e in intervallo di tempo, tali sistemi sono definiti *Sistemi di riferimento localmente inerziali*. A.Einstein capì infatti che non c'è modo di determinare l'accelerazione di un sistema di riferimento se quest'ultimo è in caduta libera. La teoria della *relatività generale* passa attraverso l'elaborazione di tre importanti principi (il *Principio di Equivalenza*, il *Principio di Covarianza* e il *Principio di Consistenza*), da cui discendono importanti conseguenze. Alcune di queste sono: in primis la luce, passando attraverso una regione in cui è concentrata massa, viene deflessa a causa della gravità (per cui i raggi luminosi sono shiftati verso il rosso) e il tempo presenta una dipendenza dal potenziale gravitazionale. In sintesi, come riportò John Wheeler:

«La materia dice allo spazio come curvarsi.
Lo spazio dice alla materia come muoversi.»

4.1 Gravitational Lensing

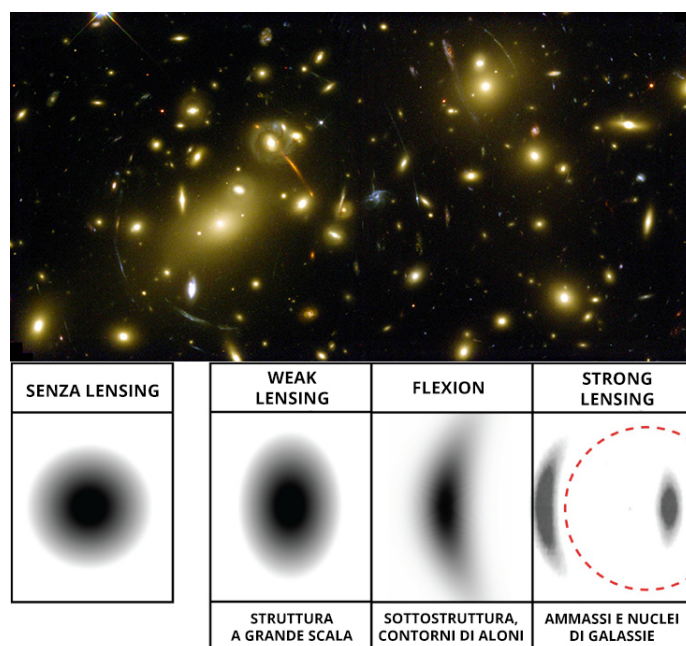


Figura 4.1: Gravitational Lensing prodotto dall'ammasso di galassie Abell 2218 e raffigurazione degli effetti di Lensing prodotti da una massa su una figura circolare.
Fonte: sito internet MediaInaf, lente gravitazionale

Tra i diversi fenomeni che coinvolgono la relatività generale, come la precessione del perielio di Mercurio o le onde gravitazionali, in questo elaborato viene trattato il *Lensing Gravitazionale*. Si tratta di un fenomeno fisico per cui la luce proveniente da oggetti distanti viene deflessa e amplificata (in alcuni casi l'immagine viene anche sdoppiata) in presenza di un oggetto massivo lungo la linea di vista dell'osservazione. Questo accade semplicemente anche con il Sole: lo stesso A.S. Eddington nel 1919 osservò, durante un'eclissi solare, la presenza di stelle vicine al bordo del Sole stesso, che normalmente

non si sarebbero viste. Infatti, la loro luce era stata deflessa dalla Stella e resa visibile alle osservazioni, perfettamente in accordo con le predizioni di A. Einstein. La luce infatti viaggia seguendo la traiettoria più corta in uno spazio-tempo curvo, ossia una *geodetica*, non rettilinea bensì curva.

Esistono due tipi di lenti: forti lenti gravitazionali e deboli lenti gravitazionali. Nel primo caso, se l'osservatore è situato ad una corretta distanza, è in grado di vedere un'immagine completa ma distorta dell'oggetto che subisce il lensing, con grandi archi ¹ e figure multiple. Nel secondo caso, invece, quello che si osserva sono sottili distorsioni di più sorgenti distanti. Il *weak lensing* viene utilizzato per misurare la distribuzione di materia oscura, il cui effetto massivo viene prodotto su galassie lontane. La stessa *radiazione cosmica di fondo* o CMB subisce l'effetto di lensing attraversando le strutture di dark matter.

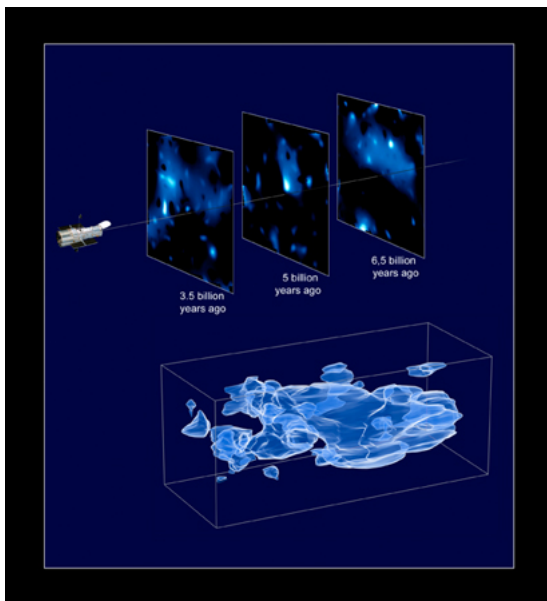


Figura 4.2: Illustrazione del weak gravitational lensing da HST COSMOS survey (satellite Euclid): distribuzione della materia oscura.

Fonte: sito internet Esa, missione Euclid

¹Noti come Anelli di Einstein.

Appendice A

Ulteriori trasformazioni di coordinate

A.1 Trasformazione della velocità, della quantità di moto e dell'energia

Dato un corpo in moto con velocità $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ nel sistema di riferimento S , è possibile ottenere la rispettiva trasformazione della velocità a partire dalle trasformazioni delle coordinate spazio-temporali e differenziando. Perciò nel sistema S' in moto con velocità v parallela all'asse x si ha

$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \\ u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} u_x)} \\ u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} u_x)} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Dati, come in precedenza, i sistemi di riferimento inerziali S e S' (in moto rispetto a S con velocità costante v) di seguito viene definito il cambiamento di coordinate per le tre componenti del vettore impulso e per l'energia, in sintesi per il tetravettore energia-impulso.

$$\begin{cases} p'_x = \gamma \left(p_x - v \frac{E}{c^2} \right) \\ p'_y = p_y \\ p'_z = p_z \\ E' = \gamma (E - v p_x) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

A.2 Energia e Massa in relatività

Nell'ambito relativistico, la massa di un corpo viene ridefinita in funzione del sistema di riferimento inerziale nel quale la si misura; perciò risulta pari a m_0 nel sistema di riferimento in cui il corpo risulta a riposo, mentre in tutti gli altri sistemi inerziali rispetto a questo la massa m è la seguente:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (\text{A.3})$$

dove u rappresenta la velocità di moto del corpo. In relatività, dunque, non solo lo spazio e il tempo vengono ridimensionati, perdendo l'appellativo "assoluto", ma anche il concetto stesso di massa di un corpo, inteso come quantità di materia che esso contiene. m_0 viene anche definita *massa propria* o più comunemente appunto *massa a riposo*. Inoltre, se una particella viaggia a velocità pari a quella della luce, la sua massa a riposo è nulla. Partendo dalla seconda legge della dinamica, riscritta in termini relativistici, è possibile ottenere la famosa relazione mass-shell

$$E = m_0 c^2 + K = m c^2 \quad (\text{A.4})$$

La (A.4) viene riformulata ricordando che $K = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right]$ e $p = m u$

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (\text{A.5})$$

Appendice B

Emissione di radiazione da una particella carica

In questa sezione verrà trattata l'emissione di radiazione da parte di particelle cariche. Com'è noto, mediante l'utilizzo dei potenziali di Liénard-Wiechert, è possibile ottenere il campo elettrico e il campo magnetico prodotto da una data carica in moto, con definita densità di carica e di corrente:

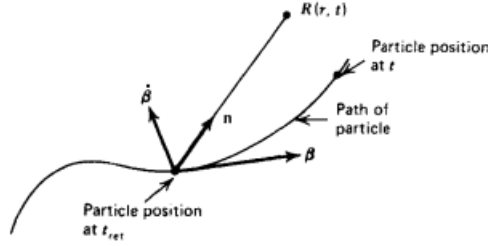


Figura B.1: Disposizione spaziale e vettoriale per il calcolo dei potenziali ritardati
Fonte: Rybicki G.B. and Lightman A.P., "Radiative processes in Astrophysics"

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = q \left(\frac{(\vec{n} - \vec{\beta})(1 - \beta^2)}{k^3 R^2} \right) + \frac{q}{c} \left(\frac{\vec{n}}{k^3 R} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}] \right) \quad (\text{B.1})$$

dove:

\vec{u} = velocità della particella, da cui

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{u}}{c}$$

$k = 1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta}$, con $\vec{n} = \frac{\vec{R}}{R}$ versore in figura;

(lo schema dei vettori è presente in figura B.1.)

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{B.2})$$

Nella formulazione del campo elettrico riportata in (B.1), si nota la presenza di due termini con due differenti andamenti in funzione della distanza \vec{r} :

1. $\frac{1}{R^2}$ definisce il **campo di velocità** (o **campo coulombiano**), dove per piccoli valori di β il campo scala come $q \frac{\vec{n}}{R^2}$, diretto radialmente (come quello coulombiano prodotto da una carica stazionaria);

2. $\frac{1}{R}$ definisce il **campo di accelerazione**, ossia un campo elettrico perpendicolare al versore \vec{n} , denominato anche E_{rad} , visibilmente $|E_{rad}| \neq 0$ solamente quando $\dot{\beta} \neq 0$.

La formulazione per la radiazione prodotta da cariche accelerate è stata per la prima volta introdotta da J.J. Thomson nel 1906. Quando una carica accelerata emette un campo elettrico, siccome l'informazione di una qualsiasi variazione del moto della carica stessa si propaga a velocità c , le linee di campo presenteranno un andamento trasversale nella regione di transizione tra la parte di spazio "informata" della variazione del moto e quella ancora da "informare". Questo campo trasverso è proporzionale a $\frac{1}{R}$ ed è dunque più intenso di quello radiale, come si apprezza anche dalla concentrazione delle linee di campo in figura B.2. In merito alla precedente trattazione, è possibile denominare le due zone rispettivamente "near zone" (irrilevante dal punto di vista astrofisico) e "far zone" o "wave zone".

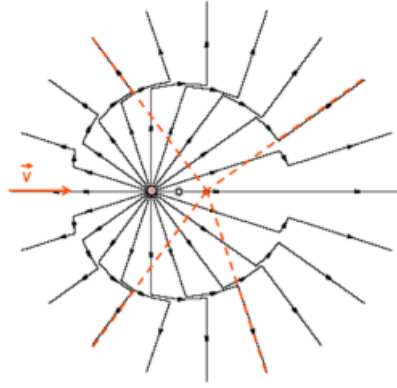


Figura B.2: Rappresentazione delle linee di campo prodotte da una carica accelerata
Fonte: Ghisellini G., "Radiative Processes in High Energy Astrophysics"

Partendo dalla formula (B.1), è possibile ottenere quantitativamente l'energia emessa per unità di tempo dalla carica accelerata, sia che essa si muova di moto non relativistico, sia nel caso di velocità prossime a quella della luce. Nel caso di particella non relativistica, quindi nel limite $\beta \ll 1$, si ha

$$E_{rad}^{\vec{r}}(\vec{r}, t) = \frac{q}{c} \left(\frac{\vec{n}}{k^3 R} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}] \right) = \frac{q}{R c^2} [\vec{n} \times (\vec{n} \times \dot{\vec{u}})] \quad (B.3)$$

dove, in modulo, il campo risulta massimo quando il versore \vec{n} (dal punto di vista astrofisico rappresenta la linea di vista) risulta perpendicolare all'accelerazione $\dot{\vec{u}}$, infatti

$$|E_{rad}^{\vec{r}}(\vec{r}, t)| = \frac{q \dot{u}}{R c^2} \sin\theta \quad (B.4)$$

Per ottenere il flusso uscente di energia lungo la direzione \vec{n} , ossia l'energia emessa per unità di tempo e di angolo solido, si riporta di seguito il vettore di Poynting

$$\langle S \rangle = \frac{dW}{dt d\Omega} = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3 R^2} (\sin\theta)^2 \quad (B.5)$$

da cui integrando sull'intero angolo solido Ω si deriva

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3} \int (\sin\theta)^2 d\Omega = \frac{2 q^2 \dot{u}^2}{3 c^3} \quad (B.6)$$

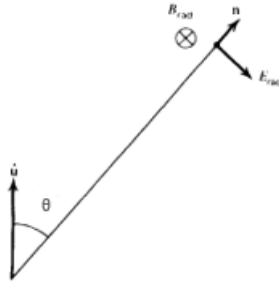


Figura B.3: Rappresentazione vettoriale delle quantità interessate

Fonte: Rybicki G.B. and Lightman A.P., “Radiative processes in Astrophysics”

L’espressione (B.6) è chiamata *Formula di Larmor* e definisce la potenza trasportata dal campo di una carica q soggetta ad un’accelerazione \vec{a} , rappresentabile anche nei seguenti termini:

$$P = \frac{2 q^2 \dot{p}^2}{3 m^2 c^3} = \frac{2 \ddot{d}^2}{3 c^3} \quad (\text{B.7})$$

dove viene esplicitata l’approssimazione di dipolo. Infatti, la carica accelerata può essere rappresentata come un dipolo oscillante (immaginando un elettrone che oscilla in direzione verticale rispetto alla posizione di equilibrio, accelerato verticalmente). Dunque, la radiazione viene emessa in proporzione al $(\sin\theta)^2$, come riportato in figura B.4. Il campo elettrico è diretto come l’accelerazione della carica, ma il vettore di Poynting è perpendicolare a quest’ultimo, da cui appunto la rappresentazione tale da avere radiazione nulla se la linea di vista dell’osservazione è diretta come l’accelerazione, mentre radiazione massima se la linea di vista è perpendicolare all’accelerazione.

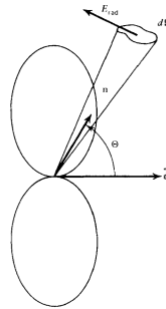


Figura B.4: Dipolo oscillante

Fonte: Rybicki G.B. and Lightman A.P., “Radiative processes in Astrophysics”

Bibliografia e Sitografia

- [1] P. Padovani et al. «Active Galactic Nuclei: what's in a name?» In: *Astronomy & Astrophysics Review* (2017).
- [2] Roger Blandford, David Meier e Anthony Readhead. «Relativistic Jets in Active Galactic Nuclei». In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* (2018).
- [3] B. Boccardi et al. «Radio observations of active galactic nuclei with mm-VLBI». In: *Astronomy & Astrophysics Review* (2017).
- [4] Bradley W. Carroll e Dale A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Boston: Pearson Addison Wesley, 2007.
- [5] Daniele Dallacasa. *Appunti del corso Processi di Radiazione e MHD*. Università di Bologna, 2020.
- [6] Esa. *Weak gravitational lensing*. 2019. URL: <https://sci.esa.int/web/euclid/-/46680-weak-gravitational-lensing>.
- [7] Carla & Roberto Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile"- Lezioni di radioastronomia*. Bologna, 2012.
- [8] Gabriele Ghisellini. *Radiative Processes in High Energy Astrophysics*. Heidelberg: Springer, 2013.
- [9] Gabriele Ghisellini. «Special Relativity at action in the Universe». In: *invited paper at the XIII national meeting on General Relativity (SIGRAV)* (1999).
- [10] M.J. Hardcastle e J.H. Croston. «Radio galaxies and feedback from AGN jets». In: *New Astronomy Reviews, special volume '100 Years of Astrophysical Jets'* (2020).
- [11] Hubblesite. *Looking Through a Giant Magnifying Glass: What Is Gravitational Lensing?* 2019. URL: <https://hubblesite.org/contents/articles/gravitational-lensing/>.
- [12] Robert J. A. Lambourne. *Relativity, Gravitation and Cosmology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [13] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [14] F. M. Maccagni et al. «The flickering nuclear activity of Fornax A». In: *Astronomy & Astrophysics* (2019).
- [15] MediaInaf. *Lenti gravitazionali, e la luce si piega alla gravità*. 2017. URL: <https://www.media.inaf.it/2017/07/18/lente-gravitazionale/>.
- [16] Francesca Pozzi. *Appunti del corso Fisica II: modulo di relatività*. Università di Bologna, 2020.

- [17] Robert Resnick. *Introduzione alla relatività ristretta*. Milano: Casa Editrice Ambrosiana, 2020.
- [18] George B. Rybicki e Alan P. Lightman. *Radiative processes in Astrophysics*. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004.
- [19] Tilman Sauer. «Albert Einstein's 1916 Review Article on General Relativity». In: *Einstein Papers Project* (2004).
- [20] Carl K. Seyfert. «Nuclear Emission in Spiral Nebulae». In: *Astrophysical Journal* (1943).
- [21] Gregory A. Shields. «A Brief History of AGN». In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* (1999).
- [22] Cristian Vignali. *Appunti del corso Active Galactic Nuclei and Supermassive Black Holes*. Università di Bologna, 2021.
- [23] Wikipedia. *Radiazione di Sincrotrone*. 2021. URL: https://it.wikipedia.org/wiki/Radiazione_di_sincrotrone.