

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Effetto Doppler e applicazioni astrofisiche

Tesi di laurea

Presentata da:
Alice Comani

Relatore:
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

Anno accademico 2020-2021

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Effetto Doppler	3
1.1.1	Caso non relativistico	3
1.1.2	Caso relativistico	5
2	Applicazioni astrofisiche	7
2.1	Redshift	7
2.1.1	Redshift Cosmologico	8
2.2	Allargamento Doppler	10
2.2.1	Nube di gas	10
2.3	Esopianeti	12
2.4	Sistemi Binari	13

Capitolo 1

Introduzione

L'effetto Doppler è un fenomeno fisico che consiste nella variazione apparente della frequenza di un'onda misurata da un osservatore in moto relativo rispetto alla sorgente dell'onda stessa.

Un esempio comune di effetto Doppler può essere il cambio di tonalità che si può udire nel suono della sirena al passaggio di un'ambulanza: il suono percepito dall'osservatore sarà più acuto quando l'ambulanza sarà in avvicinamento e più grave quando sarà in allontanamento. Questo effetto può essere applicato, allo stesso modo, anche alla luce, il che origina casi più inerenti all'astronomia come, per esempio, lo spostamento delle righe in assorbimento verso il rosso (o verso il blu), osservato negli spettri di stelle in moto relativo con la Terra.

La scoperta di questo fenomeno si deve al fisico austriaco Christian Doppler che, nel 1842, pubblicò un trattato in cui si discuteva su come, osservando delle stelle binarie, il loro moto relativo potesse essere abbastanza grande da causare delle variazioni alle frequenze e, di conseguenza, ai colori.

Non avendo i mezzi necessari per esaminare l'effetto sulla luce, lo scienziato Christoph Buys Ballot, nel 1845, lo studiò sulle onde sonore confrontando il suono proveniente dagli strumenti di una banda ferma rispetto a quelli di una banda posta su un treno in movimento, confermando le predizioni di Doppler nel caso acustico.

Nel 1868, grazie agli studi spettroscopici di William Huggins, l'effetto Doppler venne riconosciuto come effetto fisico esistente anche per la radiazione elettromagnetica.

Le applicazioni di questo fenomeno fisico sono molteplici: dai radar militari agli studi meteorologici, fino ai casi, per noi più interessanti, di studio dei sistemi binari, delle curve di rotazione di galassie a spirale o di rilevazione di esopianeti nell'universo.

1.1 Effetto Doppler

Esaminiamo ora l'effetto Doppler in tutti i suoi casi, partendo dal caso non relativistico relativo alle onde sonore, fino ad arrivare al caso relativistico della radiazione elettromagnetica.

Si analizza un sistema in cui un osservatore O recepisca un segnale da una sorgente S, trattando i vari casi del loro moto relativo.

1.1.1 Caso non relativistico

Il caso non relativistico può essere suddiviso in quattro configurazioni.

1. *Sorgente ed Osservatore a riposo*

La sorgente emette onde con frequenza ν_S che si propagano a velocità v_S .

Sapendo che la velocità di propagazione è uguale al prodotto della frequenza per la lunghezza d'onda λ_S , ovvero

$$\nu_S \lambda_S = v_S \quad (1.1)$$

si può calcolare la frequenza ν_O delle onde, percepita dall'osservatore:

$$\nu_O = \frac{vt/\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda} = \nu_S \quad (1.2)$$

La frequenza percepita dall'osservatore risulta uguale a quella emessa.

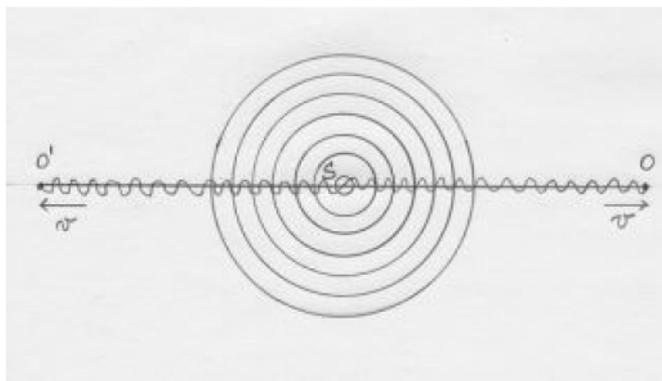


Figura 1.1: Emissione onde concentriche da sorgente ferma, con osservatore fermo

2. *Sorgente a riposo, Osservatore in moto*

Si supponga che l'osservatore sia in moto in direzione della sorgente con velocità v_O . Esso percepirà sia le frequenze ν_S del caso di quiete, sia le frequenze ν_O/λ delle onde che incontrerà durante il suo spostamento.

Da questo, si ottiene che la frequenza ν_O percepita dall'osservatore è

$$\nu_O = \nu_S + \frac{v_O}{\lambda} = \nu_S \left(1 \pm \frac{v_O}{v} \right) \quad (1.3)$$

dove si nota che il segno all'interno della parentesi dipende dal verso di spostamento dell'osservatore.

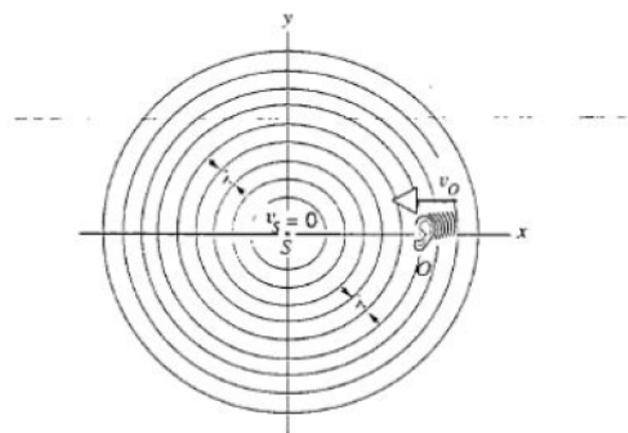


Figura 1.2: Emissione onde concentriche da sorgente ferma, con osservatore in movimento

3. *Sorgente in moto ed Osservatore a riposo*

Se ad essere in movimento è la sorgente, i fronti d'onda emessi sono dei cerchi il cui centro si sposta nella direzione di movimento della sorgente

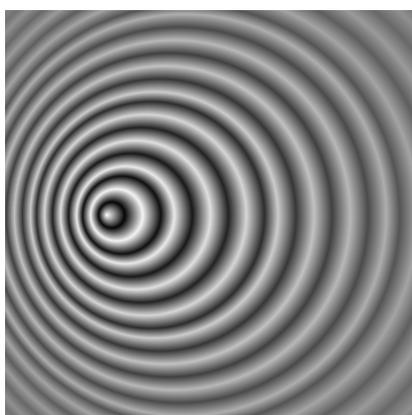


Figura 1.3: Emissione onde concentriche da sorgente in moto

Di conseguenza, l'osservatore percepirà un segnale ad una frequenza maggiore. Se la sorgente si muove a velocità v_S , i segnali emessi a frequenza ν_S nello spazio $(v - v_S)\Delta t$ sono percepiti nello spazio $v\Delta t$. Questa quantità modificherà la frequenza ν_O percepita dall'osservatore di

$$\nu_O = \nu_S \frac{v}{v \pm v_S} \quad (1.4)$$

Tale relazione si può approssimare per velocità di propagazione dell'onda molto maggiori rispetto alla velocità della sorgente ($v \gg v_S$) mettendo in risalto come, per velocità di propagazione molto grandi, non sia possibile distinguere quale delle due parti sia in moto rispetto all'altra. Rimane sempre possibile determinare il moto relativo tra sorgente ed osservatore.

4. *Sorgente ed Osservatore in moto*

Se le due parti si muovono reciprocamente l'una rispetto all'altra, l'effetto finale sarà dato dalla somma dei due casi descritti in precedenza. Tenendo conto, quindi, della velocità v_S della sorgente, della velocità v_O dell'osservatore e della velocità di propagazione v delle onde, la frequenza osservata è

$$\nu_O = \nu_S \left(\frac{v \pm v_O}{v} \right) \left(\frac{v}{v \pm v_S} \right) = \nu_S \frac{v \pm v_O}{v \pm v_S} \quad (1.5)$$

Ciò conferma che un avvicinamento fra le parti comporta sempre un aumento di frequenza ed un allontanamento ne causa una diminuzione.

L'effetto Doppler agisce esclusivamente lungo la direzione della linea di vista dell'osservatore. Di conseguenza, nel caso in cui il moto relativo fra osservatore e sorgente fosse perpendicolare alla loro congiungente, non verrebbe percepita alcuna variazione nelle frequenze. È possibile modificare la trattazione dell'effetto, sostituendo alle velocità le loro componenti nella direzione della linea di vista: $v_S \cos\theta$, $v_O \cos\theta$. In tale modo si definisce l'effetto Doppler longitudinale, che permette di scrivere

$$\nu_O = \frac{\nu_S}{1 \pm \beta_S \cos\theta} \quad (1.6)$$

con $\beta_S = v_S/v$ nel caso non relativistico e $\beta_S = v_S/c$ nel caso relativistico.

1.1.2 Caso relativistico

L'effetto Doppler è presente anche nel caso di onde elettromagnetiche. Questo implica una trattazione leggermente diversa, poiché, al contrario del caso acustico, in cui anche le onde si muovono a velocità $v \ll c$, ora sia la sorgente (che si muove a velocità $v \approx c$), sia le onde (che si muovono a velocità fissa c), richiedono di tener conto dell'effetto relativistico di dilatazione del tempo.

Le elevate velocità impediscono anche di poter studiare il fenomeno distinguendo quale

delle due parti sia in moto rispetto all'altra, poiché il sistema dipende unicamente dal moto relativo sorgente-osservatore.

Definito γ , noto come il fattore di Lorentz, come

$$\gamma = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_S^2)}} \quad (1.7)$$

dove τ_S rappresenta il periodo di vibrazione della sorgente e τ_O il periodo di vibrazione misurato dall'osservatore, è possibile ricavare

$$\tau_O = \gamma \tau_S \quad (1.8)$$

Siccome $\nu = 1/\tau$, risulta

$$\nu_O = \frac{1}{\tau_O} = \frac{\nu_S}{\gamma} \quad (1.9)$$

Si può, quindi, ottenere la frequenza osservata ν_O per il caso relativistico, applicando la correzione data dal fattore di Lorentz. Ne consegue che

$$\nu_O = \nu_S \frac{\sqrt{(1 - \beta_S^2)}}{1 - \beta_S \cos \theta} = \nu_S \frac{\sqrt{(1 - \beta_R^2)}}{1 \pm \beta_R} \quad (1.10)$$

La (1.10) rappresenta la legge relativistica dell'effetto Doppler, dove si è considerato il fattore $\cos \theta = \pm 1$ a seconda del verso del moto, con β_R velocità relativa fra le parti. Per β_R piccoli, è possibile calcolare un'approssimazione:

$$\frac{\sqrt{(1 - \beta_R^2)}}{1 - \beta_R} = \sqrt{\frac{(1 - \beta_R)(1 + \beta_R)}{(1 - \beta_R)^2}} = \sqrt{\frac{1 + \beta_R}{1 - \beta_R}} \approx \sqrt{1 + 2\beta_R} \approx 1 + \beta_R \quad (1.11)$$

dalla quale si può scrivere la frequenza osservata come

$$\nu_O \approx \nu_S (1 \mp \beta_R) \quad (1.12)$$

Capitolo 2

Applicazioni astrofisiche

L'effetto Doppler è di fondamentale importanza per gli studi astrofisici. Attraverso il redshift, esso è in grado di fornire informazioni riguardo le distanze degli oggetti nell'universo, così come l'allargamento delle righe spettrali o l'individuazione di esopianeti. Si approfondiscono alcune di queste importanti applicazioni di seguito.

2.1 Redshift

Il redshift non è altro che lo spostamento verso il rosso della lunghezza d'onda di una sorgente che si trova in moto, in allontanamento, rispetto all'osservatore. È un diretto esempio dell'effetto Doppler e trova fondamentali applicazioni nello studio del moto e delle distanze degli oggetti celesti.

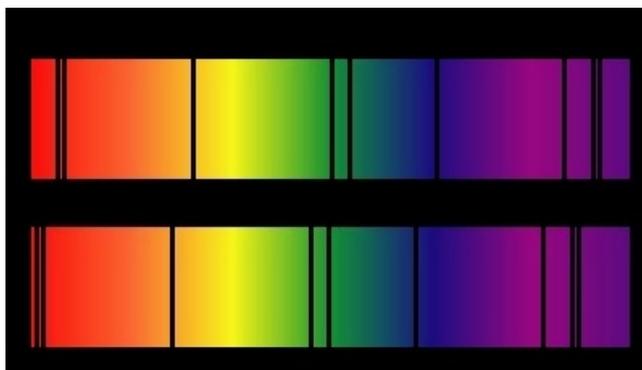


Figura 2.1: Esempio di spettro in quiete (sopra) e con redshift (sotto)

È possibile calcolare lo spostamento osservando la variazione della posizione delle righe in emissione o assorbimento in uno spettro. Questo spostamento viene indicato con z e calcolato nel seguente modo:

$$z = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} \quad (2.1)$$

dove λ_{oss} è la lunghezza d'onda a cui si osserva la riga della sorgente in moto, mentre λ_{lab} è la lunghezza d'onda della stessa riga in laboratorio.

La condizione che determina se si tratta di redshift o blueshift risiede nel segno di z :

- $z < 0$: sorgente in avvicinamento - blueshift;
- $z > 0$: sorgente in allontanamento - redshift.

Per il calcolo del redshift, è necessario distinguere due casi: il caso non relativistico ed il caso relativistico.

Infatti, in caso di velocità non relativistiche è possibile definire il redshift z semplicemente come:

$$z = \frac{v_r}{c} \quad (2.2)$$

con v_r velocità di allontanamento della sorgente. In caso di velocità relativistiche, invece, è necessario usufruire della relatività ristretta di Einstein, imponendo che la luce sia costante in tutti i sistemi di riferimento. Il fattore di Lorentz γ , come richiesto dalla teoria di Einstein, è definito come

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.3)$$

e, se inserito nella (2.2), si ha

$$1 + z = \frac{\sqrt{1 + \frac{v_r}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v_r}{c}}} \quad (2.4)$$

2.1.1 Redshift Cosmologico

Negli anni '20 del secolo scorso, Edwin Hubble scoprì che alcune galassie lontane avevano righe spettrali spostate verso il rosso e, tale redshift, aumentava in modo proporzionale alla loro distanza. Se il redshift era causato dall'effetto Doppler, ciò significava che le galassie si stavano allontanando le une dalle altre (con velocità proporzionale alla distanza) e, di conseguenza, che l'universo si stava espandendo. Considerando la (2.1), si può scrivere la legge di Hubble in termini di redshift come

$$z = \frac{Hr}{c} \quad (2.5)$$

con H costante di Hubble, r distanza della galassia e c velocità della luce. Se si considera la (2.2), quindi per velocità molto minori della velocità della luce, si ha

$$z = \frac{v_r}{c} = \frac{Hr}{c} \longrightarrow v_r = Hr \quad (2.6)$$

La (2.6) è l'espressione comunemente usata per la legge di Hubble.

Inoltre, se si considerano le lunghezze d'onda, queste ultime presentano un'importante proporzionalità con altre quantità.

Considerando il Principio Cosmologico secondo cui l'universo è omogeneo e isotropo,

si può provare che molte quantità fisiche (fra cui la lunghezza d'onda) dipendono dal tempo attraverso il fattore di scala cosmico $R(t)$.

In particolare, è evidente che tutte le distanze sono proporzionali ad R (adimensionale).

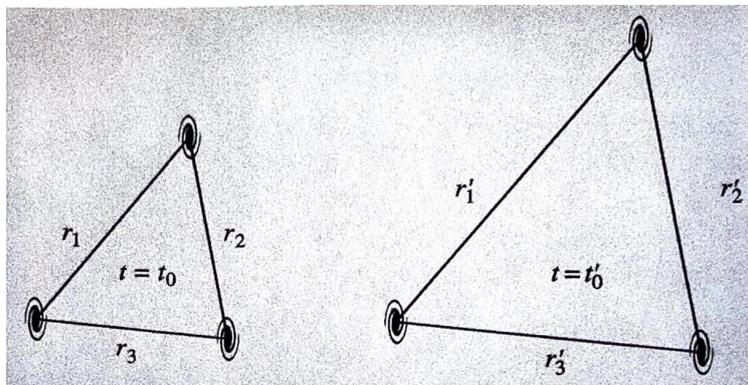


Figura 2.2: L'espansione dell'universo (dal tempo t_0 al tempo t'_0) comporta la crescita della distanza fra le galassie con il fattore di scala

Se al tempo t la distanza da una galassia è $r(t)$, allora al tempo t_0 (presente), considerando i fattori di scala, tale distanza sarà data da

$$r(t_0) = \frac{R(t_0)}{R(t)} r(t) \quad (2.7)$$

In ugual modo, esiste una proporzionalità simile fra lunghezze d'onda e fattore cosmologico. Si consideri lunghezza d'onda λ al momento dell'emissione e il fattore di scala corrispondente R . Al momento dell'osservazione, quando il fattore di scala sarà R_0 , si avrà che

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{R_0}{R} \quad (2.8)$$

Ricordando la (2.1), si può riscrivere tale espressione in termini di redshift z :

$$1 + z = \frac{R_0}{R} \quad (2.9)$$

Esiste, quindi, un legame anche fra il redshift osservato e il fattore di scala cosmologico. Questa relazione fra i due ricalca come e quanto cambia il fattore di scala da quando la radiazione è stata emessa. Per piccoli valori di z , la (2.9) diventa la legge di Hubble espressa nella (2.5).

Grazie alla legge di Hubble e alle relazioni che si possono determinare attraverso l'effetto Doppler, è, quindi, possibile conoscere la distanza di un oggetto, conoscendo la misura del redshift z .

2.2 Allargamento Doppler

Il fenomeno dell'allargamento Doppler si presenta sulle righe spettrali. Esse non sono infinitamente sottili e, infatti, mostrano un allargamento causato da diversi fattori.

2.2.1 Nube di gas

Per spiegare questo fenomeno si esamina una nube di gas ferma rispetto all'osservatore. La nube è costituita da atomi in agitazione termica, ciascuno con una propria velocità radiale v_r . A seconda della direzione di tali velocità rispetto all'osservatore, si noterà il redshift delle frequenze del sistema (se le particelle si allontanano) o, nel caso in cui le particelle si avvicinano, il blueshift.

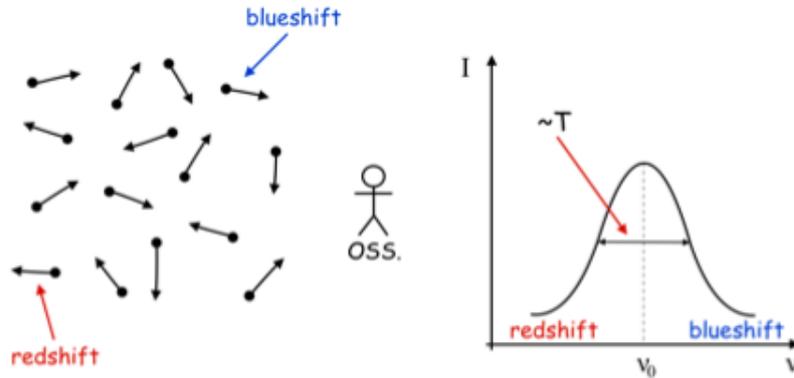


Figura 2.3: Allargamento doppler

Di conseguenza, per l'effetto Doppler, si può scrivere la variazione di frequenza $\Delta\nu$ come

$$\Delta\nu = \nu_{oss} - \nu_{em} = \nu_{em} \frac{v_r}{c} \quad (2.10)$$

da cui

$$v_r = c \frac{\nu_{oss} - \nu_{em}}{\nu_{em}} \quad (2.11)$$

Nel caso considerato, inoltre, la larghezza di una riga spettrale dipende la temperatura T della nube. Se quest'ultima si trova all'equilibrio termico, le velocità delle sue particelle, di massa m , saranno distribuite secondo la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, ovvero

$$N(v_r)dv_r \simeq N_0 v_r^2 e^{-\frac{mv_r^2}{2kT}} dv_r \quad (2.12)$$

e, in particolare, si avrà che

$$\frac{1}{2}mv_r^2 = kT \longrightarrow v_r = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.13)$$

Sostituendo la nuova espressione di v_r nella (2.5), si trova che la variazione di frequenza è proporzionale alla radice quadrata della temperatura. Infatti:

$$\Delta\nu_d = \frac{\nu_{em}}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.14)$$

Il termine $\Delta\nu_d$ compare nella *line profile function* (LPF):

$$\Phi(\nu) = (\Delta\nu_d\sqrt{\pi}) \exp\left(-\frac{(\nu_{oss} - \nu_{em})^2}{(\Delta\nu_d)^2}\right) \quad (2.15)$$

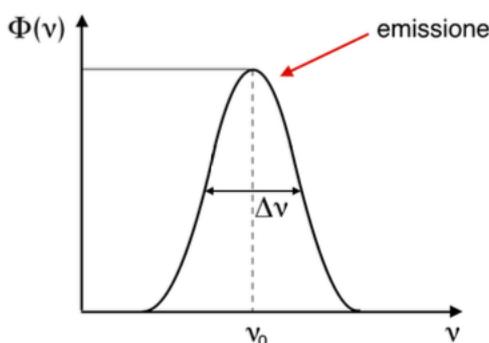


Figura 2.4: Grafico della LPF per l'emissione

La LPF è una funzione che descrive il profilo della riga spettrale e segue una distribuzione Gaussiana piccata alla frequenza ν_{em} . Il picco in ν_{em} è chiamato centroide e si sposta a seconda della velocità della nube. Se la nube è ferma il centroide rimane fisso e la riga avrà forma simmetrica. Al contrario, se la nube si allontana dall'osservatore, il centroide si sposta verso frequenze più basse (redshift): ne consegue che la riga avrà forma asimmetrica e non sarà più una gaussiana. Ugualmente, se la nube si avvicina all'osservatore, il centroide si sposta verso frequenze più alte (blueshift) e la riga avrà, anche adesso, forma asimmetrica.

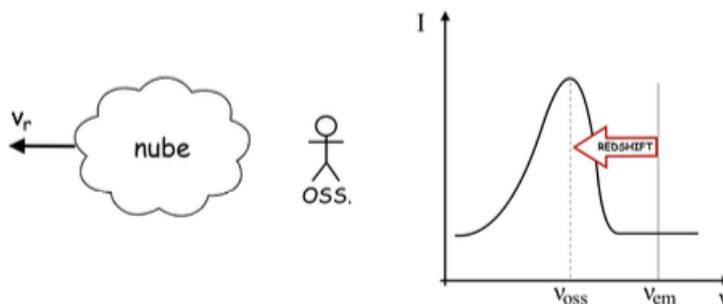


Figura 2.5: Effetto doppler dovuto al moto relativo di una nube

Come si può notare dalla (2.11) e (2.12), la temperatura T della sorgente modifica il profilo di una riga: più alta è la temperatura e maggiore è l'allargamento. Ciò significa che l'allargamento delle righe di gas caldi sarà maggiore di quello di gas freddi (hanno minore agitazione termica).

2.3 Esopianeti

Fra le applicazioni astrofisiche dell'effetto Doppler rientra il metodo Doppler (o delle velocità radiali), metodo indiretto utilizzato per individuare i pianeti extrasolari.

Un pianeta orbitante attorno ad una stella, perturba quest'ultima a causa dell'interazione gravitazionale, che induce sulla stella un moto orbitale. Questo moto è rilevato studiando, mediante l'effetto Doppler, lo spostamento delle righe spettrali della stella e misurandone, quindi, la velocità radiale lungo la nostra linea di vista.

Le velocità radiali di queste stelle mostrano variazioni periodiche, che indicano la presenza di "masse invisibili", ovvero i pianeti.

Si considerino una stella di massa M_S , raggio orbitale a_S velocità osservata v_S e periodo di rivoluzione P , ed un pianeta di massa M_P e raggio orbitale a_P .

Essendo v velocità reale della stella e θ angolo compreso fra la linea di vista e la normale al piano dell'orbita del sistema, è possibile scrivere v_S come $v_S = v \sin \theta$.

Si ottiene l'equazione della funzione di massa dell'esopianeta, definita come

$$M_P^3 \sin^3 \theta = \frac{M_S^2 v_S^3 P}{2\pi G} \quad (2.16)$$

Conoscendo la massa della stella osservata e misurato il suo periodo di rivoluzione, è possibile trovare la sua velocità v_S tramite l'effetto Doppler. Si ha che

$$v_S = c \frac{\nu_{oss} - \nu_{em}}{\nu_{em}} \quad (2.17)$$

dove ν_{oss} e ν_{em} sono le frequenze relative all'analisi dello spettro stellare.

Questo metodo presenta delle limitazioni.

Esso può, di fatti, individuare pianeti della grandezza di Giove. Pianeti più piccoli risulterebbero troppo piccoli per causare variazioni significative nella velocità radiale della stella e nello spostamento delle righe spettrali.

Nonostante tale metodo di ricerca sia limitato, rimane estremamente efficiente. Come si denota in *Figura 2.6*, risulta essere, al 2019, al secondo posto in numero di pianeti scoperti (dopo il metodo dei transiti).

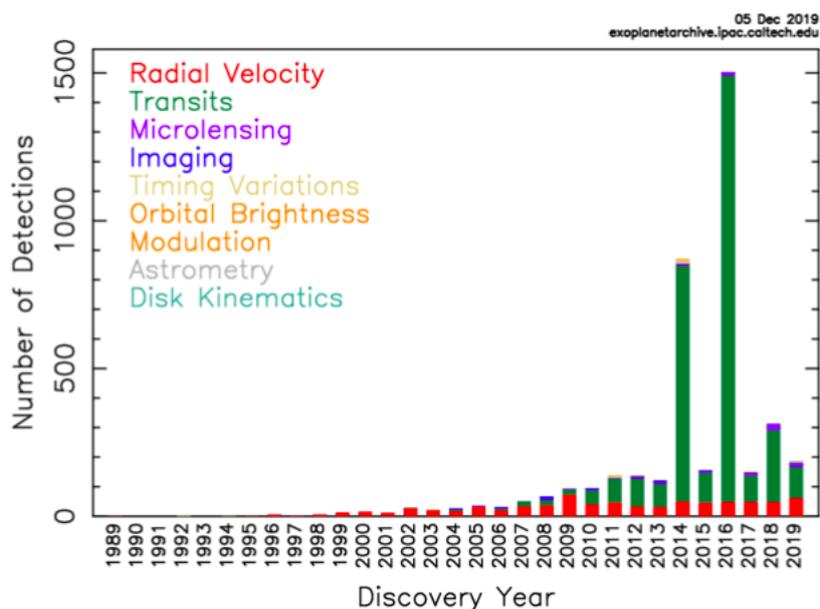


Figura 2.6: Scoperta di esopianeti per anno tramite il metodo Doppler (colonne in rosso nell'istogramma)

2.4 Sistemi Binari

Un sistema binario è un sistema stellare che si compone di due stelle orbitanti attorno al proprio centro di massa e che sono, di conseguenza, legate da una forza gravitazionale.

Le stelle che compongono questi sistemi vengono definite stelle binarie. Esse sono, generalmente, classificate in base al metodo di ricerca con cui vengono scoperte.

L'importanza in astrofisica dell'effetto Doppler si ritrova, ancora una volta, in uno di questi metodi di ricerca, che permette approfondire lo studio delle binarie spettroscopiche.

Le binarie spettroscopiche, come si può intuire dal nome, vengono scoperte e classificate in base al proprio spettro: di fatti, se osservate con un telescopio, esse si mostrano come una stella unica, mentre, se ne si analizza lo spettro, si notano in esso delle variazioni periodiche. Tali variazioni, se studiate adeguatamente, come nel metodo Doppler per la ricerca degli esopianeti, permettono di trarre importanti considerazioni circa le caratteristiche delle due stelle.

Si considera un sistema di binarie come in *Figura 2.7*. In questo caso analizzato, però, si considereranno, per semplicità, orbite circolari e, di conseguenza, le variabili a_1 , a_2 rappresenteranno i raggi delle orbite delle due stelle.

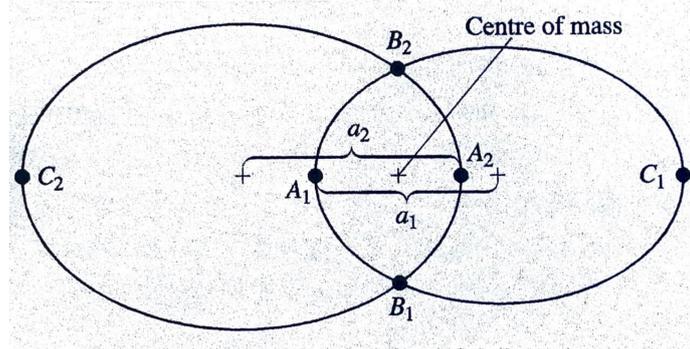


Figura 2.7: Sistema di stelle binarie

Se le stelle hanno massa m_1 ed m_2 , allora si può definire, in modo analogo alla (2.16), una funzione di massa del tipo

$$\frac{m_2^3 \sin^3 \theta}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v_1^3 P}{2\pi G} \quad (2.18)$$

dove v_1 rappresenta la velocità orbitale osservata.

Ciò è direttamente connesso con l'analisi delle righe spettrali delle due stelle:

1. *Una delle due stelle binarie è troppo debole*

Se una stella è troppo debole, non è possibile osservarne le righe spettrali e, di conseguenza, come mostra la (2.17), non sarà possibile ottenere la velocità stessa della stella tramite effetto Doppler.

L'altra stella, di cui si osservano e analizzano le righe spettrali, avrà determinate, invece, sia velocità osservata che periodo P . Da ciò si comprende che non sarà possibile distinguere il valore delle masse delle due stelle e, quindi, determinare la massa delle singole stelle.

2. *Entrambe le stelle hanno righe spettrali osservabili*

A differenza del caso precedente, se è possibile osservare ed analizzare le righe spettrali di entrambe le stelle, si determinano, sempre tramite la (2.17), velocità osservata e periodo di entrambe le stelle. Sapendo che vale la relazione seguente

$$m_1 = \frac{m_2 v_2}{v_1} \quad (2.19)$$

si riscrive la funzione di massa, sostituendo questa nuova espressione di m_1 alla (2.18):

$$m_2 \sin^3 \theta = \frac{v_1^3 P (1 + \frac{v_2}{v_1})^2}{2\pi G} \quad (2.20)$$

Date queste ultime due equazioni, si nota che, per questo caso, è possibile conoscere la massa delle singole stelle.

Bibliografia

- [1] D. Halliday, R. Resnick and K. S. Kran, *Fisica 1*, C.E.A. Quinta edizione
- [2] D. Halliday, R. Resnick and K. S. Kran, *Fisica 2*, C.E.A. Quinta edizione
- [3] H. Karttunen, P. Kroger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner, *Fundamental Astronomy*, Springer
- [4] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, Dispense, 2018-2019
- [5] R. Orosei, *Astrobiologia*, Dispense, 2019-2020
- [6] L. Ciotti, *Astrofisica Extragalattica*, Dispense, 2020-2021
- [7] A. Cimatti, *Astronomia*, Dispense, 2017-2018
- [8] F. Pozzi, *Fisica 2*, Dispense, 2018-2019