

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

# Scala delle distanze in astrofisica

Tesi di Laurea

**Presentata da:**  
Alessio Taranto

**Relatore:**  
Chiar.mo Prof.  
Daniele Dallacasa

## **Abstract**

L'insieme di tutti i metodi utilizzati per stimare le distanze in astrofisica è detta *Scala delle Distanze*, questo nome deriva dal fatto che ogni metodo necessita di essere calibrato su quello precedente fino ad arrivare ai cosiddetti metodi primari che risultano essere indipendenti e la cui precisione è dettata solo dall'accuratezza degli strumenti utilizzati nei processi di misura. L'intera scala delle distanze si basa sui concetti di *Righello e Candela Standard*, cioè nota la dimensione effettiva di un oggetto o la sua luminosità è possibile confrontarla con quella apparente percepita dalla Terra e ottenere un'indicazione sulla distanza dell'oggetto d'interesse.

# Indice

Introduzione . . . . .	1
Cenni Storici e Unità di Misura . . . . .	2
<b>1 Indicatori Primari</b>	<b>4</b>
1.1 Astrometria Radar . . . . .	4
1.2 Parallasse . . . . .	4
<b>2 Indicatori Secondari</b>	<b>6</b>
2.1 Stelle variabili . . . . .	6
2.1.1 Cefeidi . . . . .	7
2.1.2 RR Lyrae . . . . .	8
2.2 Main Sequence Fitting . . . . .	9
2.3 Parallasse Spettroscopica . . . . .	10
<b>3 Indicatori Terziari</b>	<b>11</b>
3.1 Supernovae . . . . .	11
3.1.1 Supernovae di Tipo Ia . . . . .	11
3.1.2 Espansione fotosferica . . . . .	12
3.2 Legge di Tully-Fisher . . . . .	12
3.3 Piano Fondamentale . . . . .	13
3.4 Legge di Hubble . . . . .	15
<b>4 Estinzione</b>	<b>16</b>

# Introduzione

In astronomia tutte le grandezze fisiche associate ai corpi celesti non possono essere ricavate tramite misurazioni dirette, bisogna sempre basarsi su delle nozioni teoriche ed applicarle a ciò che siamo in grado di osservare per ricavare delle misure indirette delle grandezze che ci interessano.

Per quanto riguarda la misura delle distanze in astrofisica negli anni si è costruito un sistema contenente svariati metodi di misura che permette di stimare le distanze su tutti gli ordini di grandezza dell'Universo, dalla distanza Terra-Luna alla distanza delle più remote galassie formatesi solo alcune centinaia di milioni di anni dopo il Big Bang (cosa che, come vedremo, implica che si trovino ad una enorme distanza dalla Terra).

Questa moltitudine di metodi di misura viene suddivisa in base alla co-dipendenza gli uni dagli altri, esistono cioè dei metodi detti indipendenti che vengono utilizzati per calibrare le misurazioni su più grande scala. La divisione può essere così riassunta:

- **Metodi primari.** Vengono chiamati così dato che sono per definizione indipendenti dagli altri, si utilizzano per le misurazioni a corto raggio all'interno del sistema solare e con le nuove strumentazioni possono arrivare a distanze di oltre 10Kpc;
- **Metodi secondari.** Il loro nome deriva dal fatto che questi vengono calibrati utilizzando i metodi primari, cioè di alcuni oggetti viene misurata la distanza in due modi diversi per avere una indicazione della discrepanza e poter così correggere (calibrare) i metodi secondari sulla base dei primari. Questi possono essere utilizzati ampiamente all'interno della nostra galassia e anche al di fuori per identificare la distanza di alcuni particolari oggetti appartenenti ad altre galassie in modo da avere una indicazione sulla distanza di essa;
- **Metodi Terziari.** Con la stessa logica espressa nel punto precedente questi metodi sono calibrati sui secondari (che a loro volta lo sono sui primari) e permettono di misurare distanze cosmologiche.

Oltre alla suddivisione appena vista, basata sui principi di funzionamento e sulla calibrazione, i metodi di misura possono essere suddivisi anche in base a ciò che si osserva e che si vuole legare alla distanza tramite qualche relazione teorica. Per ottenere una stima della distanza si può misurare una grandezza fisica apparente, tramite osservazioni astronomiche, e confrontarla con una definita assoluta che è nota grazie a qualche relazione teorica. Le grandezze in questione sono *luminosità e raggio* che ci permettono di definire:

- **Candele Standard.** Vengono chiamati così gli oggetti astronomici dei quali possiamo dare una indicazione a priori della **luminosità** e confrontarla con la luminosità apparente percepita dalla Terra.
- **Righelli Standard.** Vengono chiamati così gli oggetti astronomici dei quali possiamo dare una indicazione a priori della **dimensione** e confrontarla con quella percepita sulla Terra.

## Cenni Storici e Unità di Misura

L'importanza di conoscere le distanze dei vari corpi celesti era nota già nell'antichità, ogni volta che si è riusciti a misurare tali distanze la percezione dell'Universo che circonda la Terra è cambiata radicalmente, dalla prima misura (seppur ampiamente sottostimata) della distanza del sole, che portò alla fine della percezione geocentrica in favore di quella eliocentrica, fino alla Legge di Hubble che dimostrò come la volta celeste che osserviamo non è tutta contenuta all'interno della nostra galassia.

Il primo astronomo in grado di stimare la distanza di un corpo celeste fu Aristarco, il quale però riuscì solo a stimare il rapporto tra le distanze di Sole e Luna, la prima misura diretta fu fatta successivamente da Ipparco, il quale determinò la distanza Terra-Luna tramite un processo trigonometrico chiamato parallasse.<sup>1</sup> La tecnica di misura dell'astronomo greco è tanto semplice quanto efficace, egli osservò una eclissi totale di Sole dalla città di Ellesponto che si trovava nel cono d'ombra dell'eclissi e contemporaneamente chiese a un suo collaboratore di osservare l'eclissi da Alessandria d'Egitto, che si trovava fuori dal cono d'ombra. Confrontando le due osservazioni egli notò che vista da Alessandria la luna copriva solo i  $4/5$  del disco solare mentre da Ellesponto il sole era completamente oscurato, tale differenza permette di misurare l'angolo  $\alpha$  sulla volta celeste, tale angolo proiettato sulla superficie terrestre produce la distanza tra i due punti di osservazione che era ben nota ad Ipparco. Utilizzando questi due semplici dati e delle relazioni di trigonometria <sup>2</sup> è stato possibile per la prima volta ottenere una indicazione sulla distanza della Luna, i calcoli riportati da Ipparco dimostrano che la luna si trova a circa  $390.000km$ , mentre la misura attuale della distanza media è di  $384.000km$ .

Oltre alla sua importanza storica questa misura è stata fondamentale per la stima della distanza tra Terra e Sole che ci porta alla definizione della prima unità di misura prettamente astronomica.

Analogamente a quanto fatto per stimare la distanza lunare Ipparco utilizzò una tecnica basata sulla trigonometria. Sapendo per certo che quando la Luna si trova nel primo o nel terzo quarto del suo ciclo questa insieme a Sole e Terra forma un triangolo rettangolo è possibile associare l'ipotenusa alla distanza Terra-Sole, tale triangolo può essere risolto misurando l'angolo tra il Sole e la Luna in modo che sia applicabile il primo teorema dei triangoli rettangoli <sup>3</sup> per risalire alla misura dell'ipotenusa. In questo caso il risultato di Ipparco si rivelò meno preciso rispetto a quello riguardante la Luna a causa della scarsa precisione degli strumenti a sua disposizione e del fatto che l'angolo misurato si avvicina molto a  $90^\circ$ , punto in cui la tangente diverge e piccoli errori nella stima dell'angolo possono quindi portare a enormi differenze nella distanza ottenuta che infatti risultò essere circa  $7.680.000km$ , valore utilizzato anche da Tolomeo e Copernico nei secoli a venire.

Per ottenere una misura più accurata della distanza Terra-Sole bisognerà attendere quella di Giovanni Cassini che utilizzò lo stesso metodo della parallasse di Ipparco osservando Marte quando questo si trovava in opposizione al Sole, così che fosse visibile per l'intera notte. Una volta nota la distanza tra i due pianeti e conoscendo il periodo

---

<sup>1</sup>Vedi capitolo 1.2

<sup>2</sup>Branca matematica fondata da Ipparco stesso.

<sup>3</sup>In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto o per il coseno dell'angolo (acuto) adiacente al cateto.

di rotazione marziano l'astronomo italiano applicò la terza legge di Keplero ottenendo così la distanza tra la Terra e il Sole con un errore di solo il 7% rispetto al valore utilizzato oggi.

Stime successive hanno migliorato l'accuratezza di tali misure utilizzando dati osservativi ottenuti durante i transiti di Verere sul disco solare e più recentemente tali valori sono stati corretti utilizzando la tecnologia radar <sup>4</sup>

La determinazione sempre più precisa della distanza tra la Terra e il Sole oltre che un importante valore scientifico è utile perché è la prima unità di misura astronomica mai definita, utile per rappresentare le distanze all'interno del sistema solare, è detta **Unità Astronomica [UA]** e nel sistema cgs questa è

$$1AU = 1.495978707 \cdot 10^{13}cm$$

L'utilità dell'unità astronomica è limitata all'utilizzo all'interno del sistema solare, se si volessero rappresentare distanze interstellari, anche nei casi più prossimi al Sole, si finirebbe per perdere la compattezza di notazione. A tal proposito esiste un'altra unità di misura in astrofisica che è molto più adatta a tale scopo: il **Parsec [pc]**, che nel sistema cgs corrisponde a

$$1pc = 3.085677581 \cdot 10^{18}cm$$

ed è definito come "la distanza dalla terra di una stella che ha una **parallasse** annua a un **secondo d'arco**" da cui deriva anche il nome.

Una terza unità di misura viene definita in base alla velocità della luce, il cosiddetto **Anno-Luce [ly]** che corrisponde alla distanza percorsa in un anno da un fascio di luce che si muove nel vuoto, il suo valore è definito dalla semplice relazione  $d = v \cdot t$  in cui inserendo come velocità quella della luce e nel tempo la durata di un anno in secondi si ottiene

$$1ly = 9.461 \cdot 10^{17}cm$$

tale unità di misura viene solitamente utilizzata in attività di divulgazione, mentre nelle attività scientifiche e di ricerca si predilige il parsec.

---

<sup>4</sup>Vedi capitolo 1.1 nel corso del XX secolo.

# 1 Indicatori Primari

Questi sono dei metodi indipendenti che quindi non necessitano di calibrazione ma anzi vengono usati come calibratori, presentano solo errori dovuti agli strumenti stessi di misura e alle loro tolleranze, questi errori finiscono per propagarsi sulla scala delle distanze quindi è molto importante riuscire ad ottenere misure precise tramite questi indicatori.

## 1.1 Astrometria Radar

Il principio fisico su cui si fonda questo primo metodo consiste nell'invio di un segnale elettromagnetico contro un ostacolo e nello studio della sua riflessione. Conoscendo con precisione la velocità di propagazione del segnale e misurando il tempo  $\tau$  trascorso tra l'invio del segnale e la ricezione di quello riflesso si può stimare la distanza percorsa

$$D = \frac{\tau}{2c} \quad (1.1)$$

Questo metodo è estremamente semplice e non necessita di nessuna conoscenza a priori sul corpo in esame, il grande limite è che può essere usato solo sulle brevi distanze a causa del fatto che la potenza del segnale riflesso decresce molto rapidamente con la distanza e dipende anche da vari fattori quali la sezione d'urto radar dell'oggetto e l'eventuale assorbimento atmosferico secondo la relazione

$$P_r = \frac{P_t G_t A_r \sigma F^4}{(4\pi)^2 D^4} \rightarrow P_r \propto 1/D^4 \quad (1.2)$$

$G_t$  e  $A_r$  sono due parametri propri dell'antenna ricevente, rispettivamente il gain e la superficie, questi possono essere modificati per aumentare la potenza del raggio riflesso ma in ogni caso ciò che domina nella relazione è la dipendenza inversa della distanza che non permette di utilizzare questo metodo oltre distanze  $D \sim 3 \cdot 10^{-5}$ , quindi **l'astrometria radar funziona solo all'interno del sistema solare**. Una importante applicazione di tale metodo è la stima del valore della Unità Astronomica e della distanza Terra-Luna, quantità e necessarie come riferimento per metodi successivi.

## 1.2 Parallasse

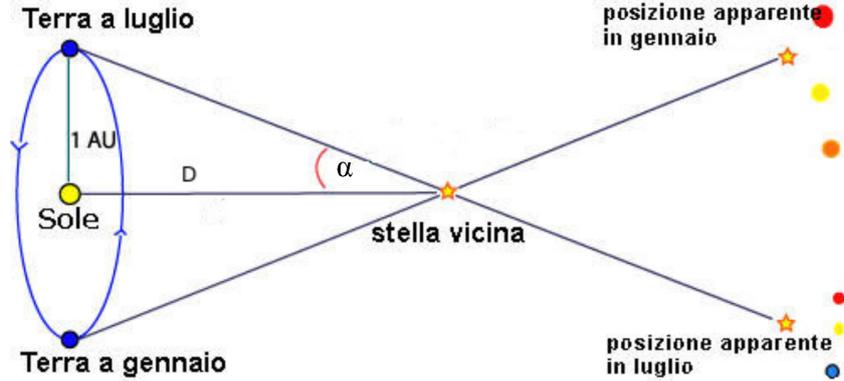
Tale metodo è basato sulla geometria del sistema ed è dovuto al fatto che osservando lo stesso oggetto da due punti di vista diversi questo sembra muoversi rispetto ad uno sfondo molto più lontano preso come riferimento. Nel caso astronomico tale fenomeno si osserva su base annua, la diversa posizione della Terra a distanza di 6 mesi lungo la sua orbita è sufficiente per rendere misurabile l'angolo  $\alpha$  di spostamento apparente sulla volta celeste, questo angolo è legato alla distanza Terra-stella e Terra-Sole secondo

$$\sin(\alpha) = \frac{1AU}{D} \quad (1.3)$$

nel nostro caso abbiamo che  $D \gg 1AU$  quindi tale relazione si può approssimare come

$$\alpha \approx \frac{1AU}{D} \longrightarrow D = \frac{1}{\alpha} \quad (1.4)$$

e permette di legare la distanza con l'angolo di parallasse. Misurando angoli sempre più piccoli si può arrivare a stimare distanze sempre maggiori.



**Figura 1.1:** Rappresentazione schematica del fenomeno della parallasse

Il satellite Gaia lanciato nel 2013 ha a bordo strumenti in grado di misurare angoli di parallasse con una precisione di  $0.00001$  secondi d'arco, il che significa che può misurare distanze fino a circa 10Kpc, 100 volte il valore massimo raggiungibile del predecessore satellite Hipparcos.[18] Ovviamente la precisione con il quale siamo in grado di determinare l'angolo di parallasse influisce sulla precisione della distanza stimata. Data la semplice relazione (1.4) che lega distanza e angolo si può propagare l'errore della misura  $\alpha$  sulla stima  $D$  ottenendo:

$$\frac{\delta D}{D} = \frac{\delta \alpha}{\alpha^2} \quad (1.5)$$

Oltre alla parallasse trigonometrica, o annua, appena descritta ne esiste un altro tipo, la cosiddetta **Parallasse Secolare**. Il procedimento di misura e le relazioni sono le stesse del caso già trattato, in questo caso però non è il moto orbitale terrestre ad essere importante, lo è invece quello solare all'interno della nostra galassia. Il sole possiede un moto proprio nel sistema di riferimento galattico che può essere scomposto nelle tre componenti *radiale*, *angolare*, *verticale* rappresentanti le tre coordinate cilindriche, le quali valgono rispettivamente[15]:

$$\begin{cases} v_r = -12.9 \pm 3.0 \text{Km/s}^{-1} \\ v_\phi = 245.6 \pm 1.4 \text{Km/s}^{-1} \\ v_z = -7.78 \pm 0.09 \text{Km/s}^{-1} \end{cases}$$

Le stelle nei dintorni del sistema solare hanno una componente in comune a tale moto e una invece propria, la differenza di questi moti propri nel *Local Standard of Rest (LSR)* fa sì che nel tempo cambi la posizione del sole rispetto alle altre stelle e di conseguenza anche la nostra linea di vista. Proprio questo ci permette di stimare l'angolo di parallasse in modo analogo a quello illustrato schematicamente in figura 1.1, addirittura in questo caso la base del triangolo è superiore alle 2AU quindi si possono misurare distanze ancora maggiori.

Si può quindi concludere che generalmente **il metodo parallattico si usa per oggetti all'interno della nostra galassia.**

## 2 Indicatori Secondari

Gli indicatori secondari sono detti tali dato che necessitano di essere calibrati sui primari per fare sì che restituiscano stime corrette e prive di errori sistematici. Ovviamente gli errori presenti negli indicatori primari finiscono per propagarsi col processo di calibrazione, per questo è necessario ottenere misure molto accurate usando parallasse e astrometria radar.

A differenza di quanto visto prima sarà necessario fare delle assunzioni a priori sul sistema o sull'oggetto osservato per poterne stimare la distanza, come ad esempio la sua luminosità o le sue dimensioni. Tali assunzioni sono rigorosamente basate sulla fisica a noi nota e ampiamente confermate ma in ogni caso modelli fisici generici come quelli che verranno utilizzati in seguito non sono in grado di descrivere le peculiarità di ogni singolo sistema in merito a grandezze fisiche quali luminosità e dimensioni ma possono fornire un ordine di grandezza con cui confrontarci, questo non significa che tali metodi siano inesatti ma che devono essere presi come stime e non con la stessa rigore matematico con cui per esempio trattiamo le misure fatte tramite i radar.

### 2.1 Stelle variabili

Le stelle variabili, come può facilmente intendersi dal nome, sono una particolare categoria di stelle la cui luminosità apparente e assoluta varia nel tempo con dei ritmi regolari; grazie a questa peculiarità appartengono alla categoria delle **candele standard**, ciò significa che è possibile conoscere a priori la loro luminosità tramite dati raccolti osservativamente. Una volta noto tale parametro  $L_*$  si può confrontare con il flusso  $F_{obs}$  che misuriamo dalla Terra per ottenere una stima della distanza  $D$ . Le tre grandezze sono legate dalla relazione

$$L_* = 4\pi D^2 F_{obs} \quad (2.1)$$

in cui  $D$  resta l'unica ignota e può banalmente essere calcolata risolvendo l'equazione (2.1) escludendo il risultato in cui la distanza risulterebbe negativa. Possiamo quindi dire che per un oggetto di cui sono noti flusso e luminosità è possibile stimare la distanza tramite la relazione

$$D = \sqrt{\frac{L_*}{4\pi F_{obs}}} \quad (2.2)$$

Vediamo ora in quali casi è possibile fare delle assunzioni a proposito di  $L_*$  quando si osservano delle stelle variabili.

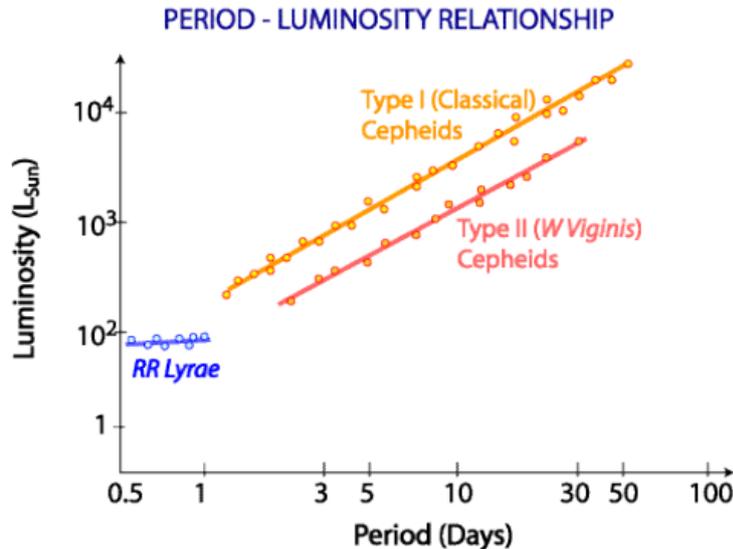
### 2.1.1 Cefeidi

Tali stelle si trovano in una fase particolare di evoluzione che fa sì che gli strati più esterni si espandano e contraggano, questa pulsazione è causata dal cosiddetto *k-mechanism* alimentato dalla differenza di opacità che si viene a creare tra strati contenenti  $He^{2+}$  e  $H^+$ . Tali pulsazioni si traducono in una variazione di luminosità percepita e generano una curva di luce periodica <sup>1</sup>. Le cefeidi si dividono in Tipo 1 e Tipo 2 in base alla popolazione stellare alla quale appartengono.<sup>2</sup>

Esiste una relazione empirica che lega linearmente il periodo di variazione e la luminosità assoluta detta **relazione Periodo-Luminosità** o anche detto legge di Leavitt. Avendo la possibilità di misurare il periodo tramite l'analisi dei dati osservativi lo si può legare alla magnitudine tramite la relazione

$$M_v = c_1 + \log(P)c_2 \quad (2.3)$$

in cui le due costanti valgono circa  $-1.3$  e  $-2.78$  rispettivamente nel caso di cefeidi di Tipo 1,  $0.05$  e  $-1.64$  nel caso di Tipo 2. [10].

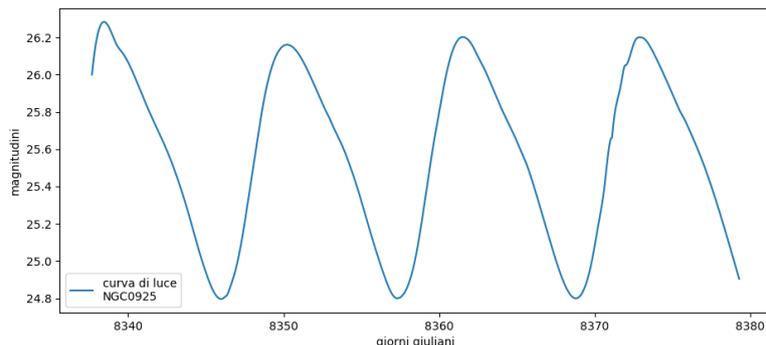


**Figura 2.1:** Mostra l'andamento della relazione Periodo-Luminosità delle cefeidi e delle RR Lyrae[13]

Per poter misurare il periodo di pulsazione è necessario costruire la **curva di luce** di ogni stella che si intende studiare, per farlo è necessario compiere molteplici osservazioni dello stesso oggetto durante il tempo in modo da riuscire a ricostruire come varia la magnitudine apparente col passare del tempo e capire quando la stella ha compiuto un ciclo completo, in figura è riportato un esempio di curva di luce da me ricostruita durante il corso di Calcolo Astronomico partendo da un set di dati osservativi.

<sup>1</sup>Grafico in cui si riporta sull'asse verticale la luminosità misurata e in quello orizzontale il tempo.

<sup>2</sup>Le cefeidi di Tipo 1 sono anche dette *cefeidi pesanti*, mentre quelle di Tipo 2 *cefeidi leggere*.



**Figura 2.2:** Esempio di come appare una curva di luce di una stella cefeide [16]

Una volta in possesso dei dati riguardanti il periodo si può applicare la relazione (2.3) e confrontare  $M_v$  con la magnitudine apparente misurata durante le osservazioni. Per come le magnitudini sono definite in base alla distanza se si considera la differenza tra apparente  $m_v$  e assoluta  $M_v$  ci si può definire il cosiddetto **modulo di distanza**

$$\mu = m_v - M_v = 5 \log \left( \frac{D}{10pc} \right) \quad (2.4)$$

il quale lega la differenza di magnitudine alla differenza di distanza <sup>3</sup> e rende banale riuscire a risalire alla distanza intrinseca dell'oggetto che stiamo osservando

$$D = 10^{0.2\mu+1} \quad (2.5)$$

Questo metodo è usato sia come calibratore per metodi successivi sia per misurare le distanze di alcune galassie, spesso si usa il procedimento appena descritto per stimare la costante di Hubble  $H_0$ .

## 2.1.2 RR Lyrae

Le variabili RR Lyrae hanno un comportamento simile a quello delle cefeidi, i loro periodi però sono molto più brevi nell'ordine di alcune ore o al massimo giorni. Nella loro relazione Periodo-Luminosità entra fortemente in gioco anche la metallicità  $Z$  (inoltre questa è calcolata nel vicino infrarosso<sup>4</sup> e non nel visibile come per le cefeidi). La generica relazione PL è

$$M = c_1 + c_2 \log(P) + c_3 \log(Z) \quad (2.6)$$

dove il valore delle tre costanti varia a seconda della banda fotometrica in cui ci si pone, nel caso della banda  $I \rightarrow c_1 = 0.839, c_2 = -1.295, c_3 = 0.211$  mentre nella banda  $Z \rightarrow c_1 = 0.908, c_2 = 1.035, c_3 = 0.220$ . A causa della loro minore luminosità queste stelle possono essere usate per stimare distanze entro un raggio  $\approx 1\text{Mpc}$ , inoltre la loro relazione PL è meno robusta rispetto a quella delle cefeidi e questo porta ad avere maggiori incertezze sui valori ottenuti.

<sup>3</sup>La magnitudine assoluta è sempre stimata alla distanza fissa di 10pc.

<sup>4</sup>Bande infrarosse I e Z.

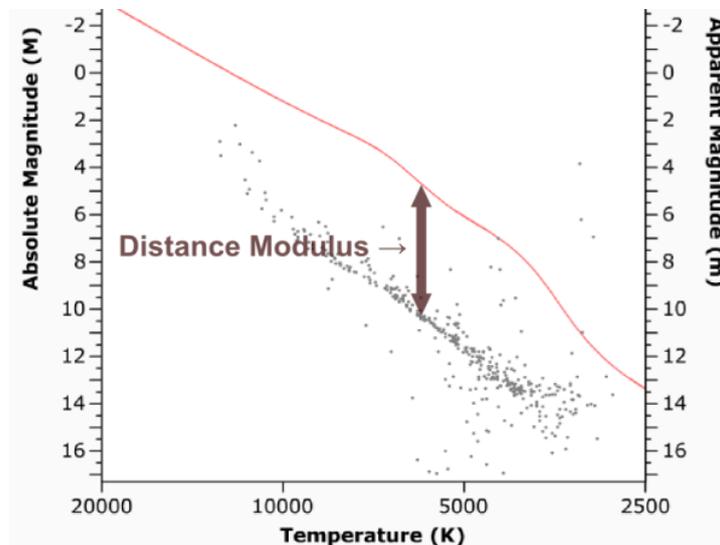
## 2.2 Main Sequence Fitting

Questo metodo consiste nel confrontare la posizione sul diagramma HR di un cluster vicino, la cui distanza può essere misurata con la parallasse, con la posizione sul diagramma HR di un cluster di cui si vuole stimare la distanza.

Tale confronto si fa sulla base della **Main Sequence**<sup>5</sup> di ognuno dei due cluster. Per ottenere una stima della distanza si procede a posizionare le stelle di un cluster di distanza nota su un diagramma HR che abbia la magnitudine assoluta sull'asse verticale, una volta fatto ciò sullo stesso diagramma vengono riportati i punti rappresentanti le stelle del cluster di cui si è interessati a stimare la distanza, utilizzando però la magnitudine apparente misurabile dalle osservazioni come riferimento verticale.

A questo punto si ottiene un grafico con due sequenze principali (figura 2.3), una è rappresentata in magnitudini assolute mentre l'altra in magnitudini apparenti, la differenza verticale tra queste due è per definizione il modulo di distanza (2.4) che permette di trovare la distanza usando la relazione (2.5).

Questo indicatore viene solitamente calibrato utilizzando l'ammasso delle Iadi ma quando le distanze da stimare crescono eccessivamente subentrano altri fattori che concorrono ad abbassare la precisione della stima. Ad esempio cluster molto lontani e molto vecchi hanno una Main sequence molto ridotta dato che le stelle più massive si trovano già in uno stadio evolutivo successivo, un campione ristretto per stimare il modulo di distanza può portare ad avere stime imprecise. Bisogna anche considerare il fatto che non tutti i cluster hanno la stessa storia evolutiva e singole peculiarità possono influenzare la sequenza principale e modificare la stima della distanza.



**Figura 2.3:** Grafico da cui si può stimare il modulo di distanza [7]

---

<sup>5</sup>Questa è il luogo di punti sul diagramma HR dove si trovano le stelle in cui è in corso la combustione dell'ideogeno nel nucleo.

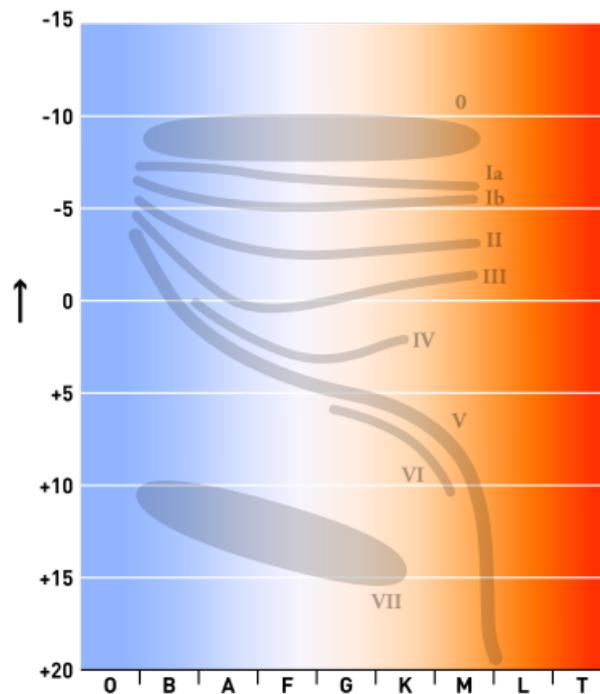
## 2.3 Parallasse Spettroscopica

A discapito del nome tale indicatore non ha nulla a che vedere con la parallasse trigonometrica già trattata precedentemente, il suo funzionamento è in realtà molto simile a quello della Main Sequence fitting.

Analizzando lo spettro di una singola stella è possibile osservare le sue linee di assorbimento e da un attento studio di queste si può risalire alla temperatura superficiale che le ha provocate. La temperatura superficiale permette di definire la posizione orizzontale sul diagramma HR ma ad una singola temperatura possono corrispondere diversi punti sull'asse della luminosità, per rimuovere tale degenerazione occorre risalire alla **classe di luminosità** della stella oltre che al **tipo spettrale** collegato esclusivamente alla temperatura. Per fare ciò occorre studiare l'allargamento delle righe spettrali, stelle di sequenza principale (classe di luminosità V) avranno righe più larghe a causa della maggiore densità superficiale mentre stelle super giganti (classe di luminosità I) saranno meno dense in superficie e mostreranno righe di assorbimento più sottili.

Una volta definita la posizione sul diagramma HR tramite i due indicatori sopracitati è banale ricavare la luminosità, quindi la magnitudine assoluta. Confrontando questo valore con la magnitudine osservata si ricorre ancora una volta alla relazione (2.5) che dalla differenza di magnitudini ci permette di calcolare la distanza.

Va notato che in questo modo le stelle possono essere collocate nel diagramma HR solo in un numero finito di posizioni anzi che in uno spettro continuo come invece si presentano, questo può portare ad errori sulla stima della magnitudine di una singola stella che arrivano anche a 0.7-1.4mag. Proprio per questo motivo tale metodo non è indicato per stimare distanze di singole stelle, si rivela invece utile se usato su un campione statisticamente significativo.



**Figura 2.4:** Sono mostrati i diversi tipi spettrali e le classi di luminosità che possono avere le stelle in relazione alla loro posizione sul diagramma H-R[7]

## 3 Indicatori Terziari

Tali indicatori sono quelli in grado di raggiungere le distanze maggiori e come spiegato precedentemente si basano sulla calibrazione fatta con i metodi primari e secondari quindi gli eventuali errori si propagano. Tramite questi si possono stimare distanze extragalattiche e cosmologiche molto importanti per diversi campi dell'astrofisica che permettono ad esempio di stimare la costante di Hubble  $H_0$ <sup>1</sup>

### 3.1 Supernovae

Le Supernovae sono delle violente esplosioni che rappresentano lo stadio finale dell'evoluzione di una stella e si differenziano in *Tipo Ia, Ib, Ic, Tipo II* a seconda delle righe spettrali che producono, una divisione più importante però è data dal processo che porta al loro raggiungimento che può essere **Termonucleare** per stelle con  $M < 8M_\odot$  mentre per  $M > 8M_\odot$  si hanno Supernovae **Core collapse**.

#### 3.1.1 Supernovae di Tipo Ia

Questo particolare tipo di Supernovae è l'unico dei quattro sopracitati ad essere di tipo termonucleare, esso avviene in sistemi binari composti da una nana bianca<sup>2</sup> che accresce massa dagli strati esterni della stella compagna oppure in seguito al merging di due nane bianche.

La struttura delle nane bianche è sorretta dalla pressione di degenerazione degli elettroni, quindi i valori interni di pressione e temperatura sono indipendenti tra loro. La nana bianca continua ad accrescere massa fino a quando supera il limite di Chandrasekar di  $1.44M_\odot$  oltre il quale è impossibile per la pressione di degenerazione mantenere il sistema in equilibrio idrostatico. Una volta superato questo valore la struttura collassa e a causa dell'altissima densità nel nucleo iniziano reazioni termonucleari di combustione del carbonio e dell'ossigeno.

Queste reazioni sono estremamente energetiche e in pochissimo tempo l'energia sprigionata distrugge completamente la stella in una enorme esplosione, nel caso di sistemi binari di nane bianche è il merging a far sì di superare il limite di massa che dà il via alle reazioni termonucleari.

Quindi ogni qual volta si osserva una Supernovae di Tipo Ia si può stimare la massa dell'oggetto che l'ha generata e la sua composizione chimica, dato che sono parametri comuni a tutti i sistemi essendo loro stessi l'innesco dell'esplosione. Questi due dati (composizione chimica e massa) rappresentano il collegamento tra questo fenomeno e la scala delle distanze, il picco di luminosità assoluta di una supernova di tipo Ia è noto e vale

$$M_{max} = a + b\Delta m_{15}(B) \quad (3.1)$$

---

<sup>1</sup>E' un parametro cosmologico in grado di stimare il tasso di espansione dell'universo, vedasi capitolo 3.4.

<sup>2</sup>Fase finale dell'evoluzione delle stelle di piccola massa.

i cui parametri  $a$  e  $b$  cambiano a seconda della banda ottica in cui si osserva [14]

Banda	$a$	$b$
B	-21.726	2.698
V	-20.883	1.949
I	-19.591	1.076

mentre  $\Delta m_{15}$  rappresenta la variazione di magnitudine osservata nei primi 15 giorni successivi al picco. Osservando una supernova ed avendo noto questo valore diventa facile utilizzare la relazione del modulo di distanza (2.5) confrontando luminosità assoluta e apparente.

### 3.1.2 Espansione fotosferica

In generale una supernova consiste in una gigantesca esplosione che genera un'onda di shock la quale si propaga dal nucleo alla superficie della stella, tale shock proietta il materiale che costituiva la stella nello spazio interstellare circostante. Si viene così a creare una bolla di gas e polvere in espansione che è detta "resto di supernova diffuso" e in poche migliaia di anni si disperderà nell'ambiente arricchendolo di metalli, in alcuni casi è presente anche un "resto di supernova compatto" composto da un buco nero o da una stella di neutroni.

Il resto diffuso può essere usato come righello standard, conoscendone il raggio effettivo e misurandone la dimensione angolare osservata dalla terra questi possono essere legati dalla semplice relazione trigonometrica

$$D = \frac{R_e(t)}{\theta(t)} \quad (3.2)$$

La dimensione angolare  $\theta(t)$  è una quantità misurabile osservativamente mentre il raggio in espansione segue la legge della cinematica  $R_e(t) = v_e(t - t_0) + R_0$  dove  $v_e$  può essere dedotta tramite lo shift di alcune linee spettrali dovuto all'effetto Doppler. Noti questi valori diventa banale ricavare la distanza  $D$  dell'oggetto.

Tale principio logico può anche essere applicato ad un oggetto con raggio fisso che abbia un moto di avvicinamento o allontanamento dall'osservatore, anche in questo caso la dimensione angolare cambierà e sarà possibile stimarne la distanza.

## 3.2 Legge di Tully-Fisher

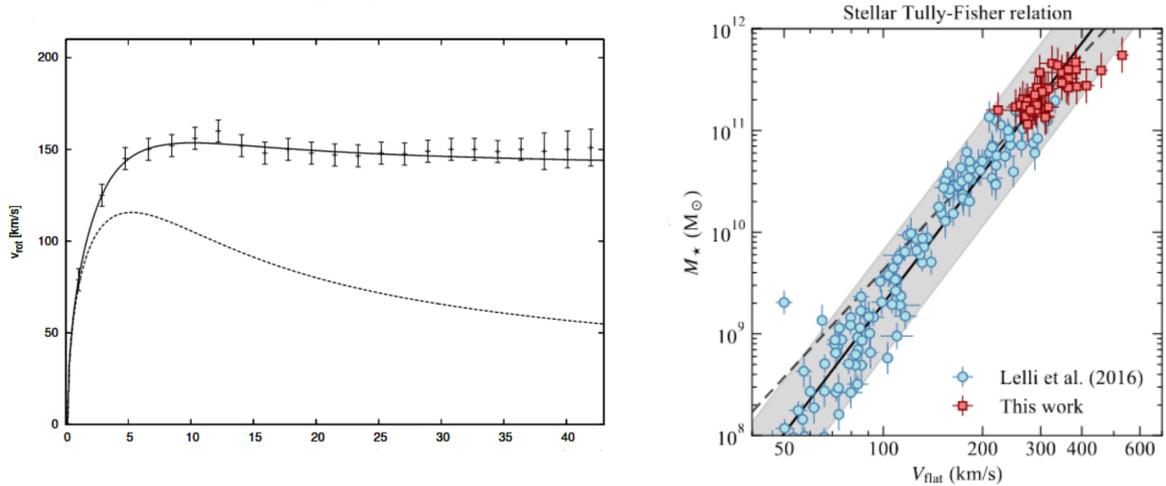
La legge di Tully-Fisher lega empiricamente la luminosità di una **galassia a spirale** con la velocità di rotazione del suo disco, misurata attraverso l'allargamento delle linee spettrali relative all'idrogeno neutro  $HI$ , in una relazione esponenziale

$$L \propto v^\alpha \quad (3.3)$$

dove l'esponente viene stimato empiricamente ed ha in valore  $\alpha \sim 4 - 5$  nel caso si considerino solo le stelle, mentre se si usa una relazione per la massa barionica si ottiene un esponente  $\alpha \sim 4 \pm 0.1$  [8].

Una volta stimata la luminosità di una galassia si può applicare lo stesso ragionamento di ogni altra candela standard ed utilizzare la relazione (2.2) per poterne stimare

la distanza. Con questo metodo si possono coprire distanze enormi ma viene a meno la precisione. La relazione usata è puramente di tipo empirico e a causa di ciò non è precisa in modo assoluto come lo sarebbe una relazione derivata da assunti teorici, andando a vedere come si dispongono i dati osservativi rispetto ai valori attesi notiamo una certa dispersione, tale fenomeno è impossibile da annullare in quanto dovuto alle proprietà delle singole galassie a spirale come la cinematica interna ad esempio.



**Figura 3.1: Sinistra:** misura delle velocità a diverse distanze dal centro utilizzate per costruire la curva di rotazione di una galassia a spirale. *linea tratteggiata* rappresenta l'andamento dovuto alla sola materia barionica; *linea continua* andamento che comprende materia barionica e materia oscura. **Destra:** grafico che rappresenta la relazione di Tully-Fisher espressa con la massa al posto della luminosità dopo aver assunto un rapporto M/L costante [9]

### 3.3 Piano Fondamentale

Le proprietà generali delle galassie ellittiche sono collegate tra loro tramite il cosiddetto piano fondamentale, il quale rappresenta una relazione empirica che lega tra loro i parametri  $\sigma_v$ , dispersione di velocità, raggio effettivo  $R_e$  e brillantezza superficiale media  $I_e$  calcolata entro il raggio effettivo.

Le galassie ellittiche possono essere rappresentate come dei punti nello spazio dei parametri  $(\sigma_v, R_e, I_e)$  e se rappresentati in forma logaritmica questi punti generano una figura tridimensionale molto sottile descrivibile matematicamente come un piano di equazione

$$\log(R_e) = a \cdot \log(\sigma_v) + b \cdot \log(I_e) + c \quad (3.4)$$

Tale oggetto rappresenta un legame tra grandezze fondamentali delle galassie ellittiche con una elevata precisione, data dallo spessore del piano  $\leq 5\%$ , proprio per questo motivo può essere usato come indicatore di distanza.

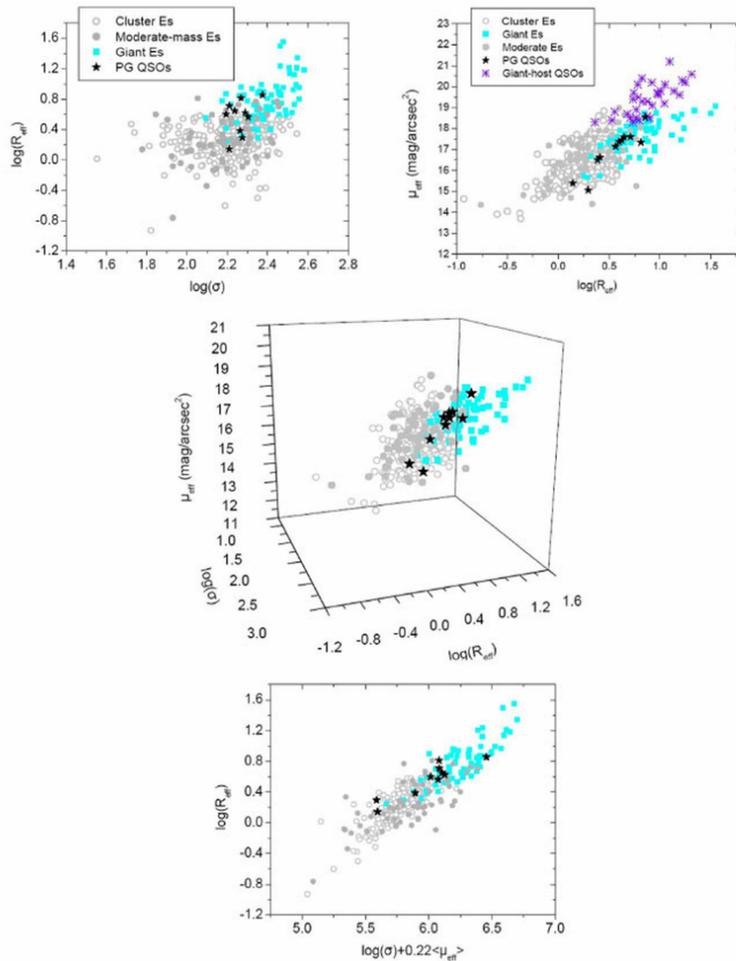
Andando a proiettare il piano fondamentale sui piani dello spazio dei parametri si ottengono le cosiddette leggi di scala di

- Faber-Jackson (piano  $I_e - \sigma_v$ )

- Kormendy (piano  $I_e - R_e$ )
- $D_n - \sigma_v$  (piano  $R_e - \sigma_v$ )

Sono anch'esse leggi empiriche ma a differenza del piano fondamentale hanno delle dispersioni molto elevate e usate singolarmente possono provocare gravi incertezze sulle stime delle distanze.

L'equazione del piano fondamentale è biparametrica, ossia noti due parametri è sempre possibile stimare il terzo tramite le relazioni che li legano, questa proprietà risulta molto utile nella stima delle distanze poichè rende possibile ricavare un'indicazione per il raggio effettivo misurando la dispersione  $\sigma_v$  e la luminosità e usare il principio dei righelli standard per arrivare alla distanza tramite la relazione (3.2), in alternativa avendo noti i parametri relativi al raggio e alla dispersione di velocità si può avere un'indicazione sulla luminosità e usare il principio delle candele standard tramite la stessa relazione vista nel caso delle stelle variabili (2.2). tramite questo metodo si può arrivare a misurare distanze fino a  $10^9 pc$ .



**Figura 3.2:** Rappresentazione del piano fondamentale e delle sue proiezioni che formano le 3 leggi di scala [2]

### 3.4 Legge di Hubble

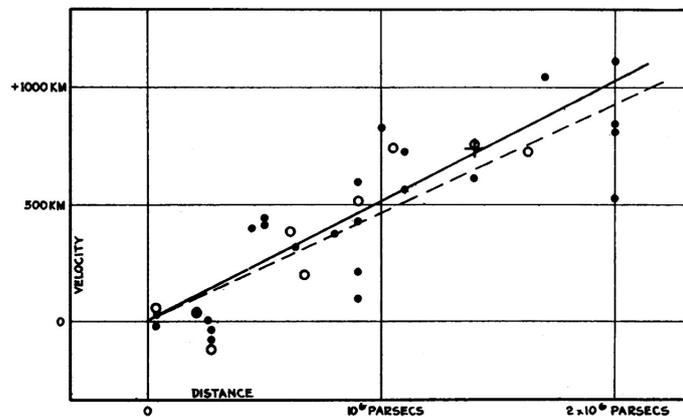
L'astronomo Edwin Hubble per primo notò negli anni '20 una importante correlazione tra la distanza delle galassie e lo spostamento verso il rosso (*redshift*) delle loro righe spettrali, tenendo a mente l'effetto Doppler si può arrivare a dire che la distanza di una galassia è legata alla velocità con cui essa si muove rispetto ad un osservatore, in particolare il moto è sempre di allontanamento. Hubble dimostrò empiricamente che tale velocità di recessione e la distanza sono legate dalla relazione lineare 3.5, quindi tanto più grande è una e tanto più grande sarà l'altra.

$$v_{rec} = H_0 \cdot D \tag{3.5}$$

Un fenomeno di questo tipo può essere spiegato solo dal fatto che l'intero universo sia in espansione, altrimenti non sarebbe possibile vedere che tutte le galassie si stanno allontanando dalla nostra <sup>3</sup>. Quindi la costante di Hubble  $H_0$ , misurata in  $Km/s/Mpc$  rappresenta il tasso di espansione con cui sta "crescendo" l'Universo.

Se si è in possesso dei valori di distanza di un campione piuttosto significativo di galassie, misurati con alcuni metodi descritti nelle pagine precedenti, e delle loro velocità di recessione ottenute tramite analisi spettroscopiche si può arrivare a stimare la costante di Hubble e utilizzarla quindi per trovare la distanza di oggetti impossibili da raggiungere con altri indicatori di distanza. La forza di tale relazione è proprio questa, ci permette di calcolare le distanze fino ai confini del nostro Universo.

La misura della costante  $H_0$  risulta però piuttosto complessa e ad oggi esistono due valori misurati con tecniche diverse entrambi altamente attendibili che però non sono compatibili tra loro a causa del loro margine di confidenza, questo fenomeno è anche noto in letteratura come *Hubble Tension*.



**Figura 3.3:** Grafico ricavato dallo stesso Hubble che mostra la relazione tra velocità di recessione e la distanza [11]

---

<sup>3</sup>Questo può portare erroneamente a pensare che la nostra galassia sia al centro dell'universo ma è dimostrabile che questo è solo un effetto geometrico e che da qualsiasi punto di vista si avrebbe la stessa impressione.

# 4 Estinzione

Tutti i metodi sopra descritti si basano su misure di quantità osservabili e quindi dipendono sia dall'oggetto osservato sia dall'ambiente in cui esso si trova. Per poter stimare le distanze, in particolare usando il concetto delle candele standard e le relazioni (2.2) e (2.5), sarà quindi necessario considerare come la polvere presente nel mezzo interstellare (ISM) interagisce con le emissioni dei corpi celesti che vogliamo osservare. Tale fenomeno di interazione è appunto detto estinzione, in quanto ha come effetto una parziale riduzione (estinzione) del flusso che si misura sulla Terra.

Tale polvere è composta da grani con dimensione tipica  $\leq 1\mu m$  che presentano un nucleo composto principalmente da silicati, un mantello di composti ghiacciati ( $H_2O, CO_2, \dots$ ) e una crosta fatta di composti organici. In generale un oggetto fisico interagisce solo con onde la cui lunghezza è paragonabile alla propria dimensione, questo si traduce per la polvere nel fatto che lunghezze d'onda dagli infrarossi in poi quasi non risentono dell'estinzione. In particolare il fenomeno dell'estinzione è dovuto alla somma di altri due fenomeni:

- **Scattering:** Questo avviene soprattutto per fotoni con bassa lunghezza d'onda, essi vengono riflessi in direzioni casuali dalla polvere interposta tra osservatore e sorgente e quindi nel complesso si riduce il numero di fotoni lungo la linea di vista.
- **Reddering:** Questo avviene per fotoni più vicini all'infrarosso, questi vengono assorbiti e la loro energia viene trasformata in energia termica, riemessa ad una minore frequenza<sup>1</sup> dato che parte dell'energia del fotone di partenza viene usata per scaldare il grano di polvere. Tale fenomeno fa sì che la sorgente appaia ad un osservatore più rossa di quanto invece non sia.

Alla luce di ciò sarà necessario correggere le relazioni utilizzate precedentemente tenendo conto di questo fenomeno, nel caso del flusso osservato otteniamo una relazione (4.1) che lo lega con il flusso reale per mezzo dello spessore ottico<sup>2</sup>  $\tau(\nu) = N_d \cdot C$ . Nel caso invece del modulo di distanza la relazione viene modificata sottraendo la costante correttiva  $A_\nu = 1.086 \cdot \tau_\nu$  alla relazione (2.4) ottenendo così (4.2).

$$F(\nu)_{obs} = F(\nu) \cdot e^{-\tau(\nu)} \quad (4.1)$$

$$D = 10^{(0.2\mu+1-A_\nu/5)} \quad (4.2)$$

---

<sup>1</sup>Il fotone risulterà quindi più rosso e da qui il nome Reddering.

<sup>2</sup> $N_d$  rappresenta la densità di colonna della polvere e  $C$  è una costante di estinzione stimabile in laboratorio.

# Bibliografia

- [1] Adam G. Riess et al. “Cepheid Calibrations of Modern Type Ia Supernovae: Implications for the Hubble Constant”. In: *The Astrophysical Journal* (2009).
- [2] Dasyra et al. “Host Dynamics and Origin of Palomar-Green QSOs”. In: *The Astrophysical Journal* (2008).
- [3] G. Busarello et al. “The relation between the virial theorem and the fundamental plane of elliptical galaxies”. In: *Astronomy and Astrophysics* (1996).
- [4] V. Ripepi et al. “On the Period–Luminosity–Metallicity relation of Classical Cepheids”. In: *Astronomy and Astrophysics* (2020).
- [5] Vesna Borka Jovanovic et al. “Fundamental plane of elliptical galaxies in f (R) gravity: the role of luminosity”. In: *MDPI* (2018).
- [6] Louise Breuval. “Calibrating the Cepheid distance scale with Gaia”. In: (2021).
- [7] Andrea Cimatti. *La scala delle distanze, Dispensa*.
- [8] Enrico M. Di Teodoro et al. “Rotation curves and scaling relations of extremely massive spiral galaxies”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2021).
- [9] R. Foot. “Tully-Fisher relation, galactic rotation curves and dissipative mirror dark matter”. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* (2014).
- [10] Sarah Gossan e Christian Ott. “Methods of Measuring Astronomical Distances”. In: (2012).
- [11] Edwin Hubble. “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae”. In: *Proceedings of the National Academy of Science* (1929).
- [12] Hannu Karttunen. *Fundamental Astronomy*. 1987.
- [13] Luciano Maiani. *Scala delle distanze cosmiche, Dispensa*.
- [14] M. M. Phillips. “The Absolute Magnitudes of Type IA Supernovae”. In: *The Astrophysical Journal* (1993).
- [15] Eloisa Poggio Ronald Drimmel. “On Solar Velocity”. In: *Research Notes of the American Astronomical Society* (2018).
- [16] Alessio Taranto. *Curva di luce prodotta durante il corso 'Calcolo per l'Astronomia*.
- [17] R. B. Tully e J. R. Fisher. “Reprint of 1977A&A....54..661T. A new method of determining distance to galaxies.” In: (1977).
- [18] ESA website. *A history of astrometry*. URL: <https://sci.esa.int/web/gaia/-/53198-astrometry-in-space>.