

Scuola di Scienze

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Augusto Righi”

Corso di Laurea Magistrale in Astrofisica e Cosmologia

**NUOVI INDICATORI EMPIRICI
DELL’EVOLUZIONE DINAMICA
DEI SISTEMI STELLARI**

Tesi di Laurea Magistrale

Presentata da:

Filippo Tonti

Relatore:

Prof.ssa Barbara Lanzoni

Correlatore:

**Chiar.mo Prof.
Francesco Rosario Ferraro**

Sessione II

Anno Accademico 2020/2021

Abstract

Gli ammassi globulari (GCs) sono sistemi collisionali, dove le interazioni tra stelle modificano progressivamente la struttura interna, portando ad una contrazione della parte centrale fino alla fase di “core collapse”, seguita dalle cosiddette oscillazioni gravotermiche. La rapidità di evoluzione dinamica dipende in maniera complessa (e ancora mal compresa) da molti fattori. Per questo, ammassi globulari con la stessa età cronologica, possono trovarsi in stadi diversi della propria evoluzione dinamica (cioè, possono avere “età dinamiche” differenti) e, senza questo tipo di informazione, la descrizione fisica di questi sistemi stellari è ovviamente incompleta e parziale.

Riuscire a determinare l’età dinamica degli ammassi globulari dalle loro caratteristiche osservabili, però, è ancora estremamente difficile. Fino ad oggi sono stati utilizzati essenzialmente tre metodi. Uno consiste nel calcolare il tempo di rilassamento a partire da espressioni teoriche proposte da Spitzer (1987), che richiedono la stima osservativa (necessariamente approssimata e semplificata) di diverse quantità fisiche. Un’altra possibilità consiste nell’identificare la presenza di una cuspidè nella parte più interna del profilo di densità del sistema: questa caratteristica è generalmente interpretata come conseguenza dell’avvenuto core collapse. Un terzo modo, è quello di sfruttare il parametro $A+$ che misura il grado di segregazione centrale delle Blue Stragglers (BSS), stelle che, essendo più massicce della media, risentono del processo di frizione dinamica. Ciascuno di questi metodi, però, presenta diverse difficoltà e limitazioni, che rendono necessaria la ricerca di approcci alternativi.

Il lavoro presentato in questa tesi consiste nella prima determinazione da dati osservati di due nuovi indicatori di evoluzione dinamica recentemente definiti a partire da simulazioni numeriche, che sembrano risolvere molti limiti dei metodi

precedenti. Il campione in esame è costituito da cinque ammassi globulari galattici che, sulla base degli altri approcci, si trovano in stadi evolutivi dinamici molto diversi tra loro. I nuovi parametri sono puramente empirici e la loro misura richiede la determinazione del raggio di metà massa (r_{hm}) del sistema e della distribuzione radiale cumulativa normalizzata (nCRD) delle sue stelle. Per ogni ammasso del campione, quindi, è stato innanzitutto costruito il profilo di densità proiettata. Questo ha richiesto la delicata combinazione di cataloghi fotometrici differenti, tenendo conto anche del loro livello di completezza e del contributo del campo galattico. Per ciascun profilo di densità è stato poi determinato il modello di King di best-fit, da cui sono stati ricavati i principali parametri strutturali (incluso r_{hm}) e sono state ottenute stime aggiornate del tempo di rilassamento, sia centrale, che al raggio di metà massa. Seguendo la procedura utilizzata nelle simulazioni, è stato selezionato il campione di stelle per la costruzione della nCRD e, da questa, sono stati misurati i valori dei nuovi indicatori dinamici denominati A_5 e P_5 . Il primo corrisponde all'area sottesa dalla nCRD fino ad una distanza dal centro pari a $0.05 r_{hm}$, mentre P_5 è il valore stesso della nCRD a questo raggio. Il confronto tra i valori così ottenuti, e quelli del tempo di rilassamento centrale e di $A+$, precedentemente determinati per ciascun ammasso, conferma che sia A_5 , che P_5 sono degli efficienti indicatori di evoluzione dinamica, crescendo sistematicamente con l'età dinamica del sistema. Il confronto con il lavoro teorico, inoltre, mostra che vi è anche un'ottima corrispondenza numerica tra i valori osservati e simulati, che, di per sè, non era affatto scontata a priori. I risultati ottenuti, quindi, sono di grande rilevanza e dimostrano come i nuovi parametri possano essere effettivamente utilizzati per la misura empirica del livello di evoluzione dinamica dei sistemi stellari.

Indice

Abstract	I
Struttura della tesi	1
1 Gli ammassi globulari	4
1.1 Cenni di evoluzione stellare	6
1.1.1 La metallicità negli ammassi globulari	11
1.2 Profili di densità e modelli di King	13
1.3 La dinamica negli ammassi globulari	16
1.4 Processi dinamici negli ammassi globulari	17
1.4.1 Segregazione di massa	18
1.4.2 Equipartizione dell'energia	18
1.4.3 Il core collapse e le oscillazioni gravotermiche	19
2 Misura dell'età dinamica dei sistemi stellari	22
2.1 Determinazione del tempo di rilassamento	23
2.2 La cuspidale nel profilo di densità come indicatore di PCC	24
2.3 La distribuzione radiale delle BSS come indicatore di evoluzione dinamica	27
2.3.1 Il problema del binning e il parametro $A+$	33
2.4 La recente definizione di tre nuovi indicatori di evoluzione dinamica	37
2.4.1 I parametri $A_5, P_5, S_{2.5}$	40

3	Profili di densità e parametri strutturali del campione analizzato	45
3.1	Costruzione dei profili di densità	45
3.1.1	Descrizione generale della procedura	45
3.1.2	Combinazione di cataloghi diversi	47
3.1.3	Il problema dell'incompletezza	48
3.1.4	Sottrazione della densità di campo	54
3.2	Fit con i modelli di King	56
3.2.1	Il caso degli ammassi PCC	57
3.3	Profili di densità e parametri strutturali del campione studiato . .	59
3.3.1	Gli ammassi del campione	59
3.3.2	Cataloghi fotometrici e tagli in magnitudine utilizzati . . .	60
3.3.3	Profili di densità e parametri strutturali	62
3.4	Calcolo del tempo di rilassamento	66
4	Gli indicatori dinamici A_5 e P_5 negli ammassi del campione	68
4.1	Distribuzione radiale cumulativa normalizzata (nCRD)	68
4.1.1	Valutazione critica dei tagli in magnitudine adottati	71
4.2	Determinazione degli indicatori dinamici	74
4.3	Stima dell'errore sugli indicatori dinamici	77
5	Risultati e discussione	78
5.1	Confronto con il tempo di rilassamento	78
5.2	Confronto con il parametro A_+ delle Blue Stragglers	82
5.3	Confronto con le simulazioni	84
5.4	Conclusioni e sviluppi futuri	86
	Bibliografia	91

Struttura della tesi

Il lavoro presentato in questo elaborato consiste nella prima determinazione da dati osservati dei nuovi parametri per la diagnostica dell'evoluzione dinamica dei sistemi stellari, recentemente proposti sulla base delle simulazioni di [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#).

Il lavoro svolto verrà presentato in cinque capitoli, ulteriormente suddivisi in sezioni e paragrafi, introdotti brevemente qui sotto.

Capitolo 1: Gli ammassi globulari

Dopo una breve descrizione degli ammassi globulari (GCs), riportandone le loro caratteristiche principali, il primo capitolo inizia con l'illustrazione delle principali fasi dell'evoluzione stellare, introducendo la definizione fondamentale di isocrona. Successivamente verranno introdotti i profili di densità dei GCs e i modelli di King, utili per descrivere la distribuzione radiale delle stelle in un GC. Si fornirà poi una breve panoramica sulla dinamica di questi sistemi stellari, puntando l'attenzione principalmente sul tempo di rilassamento a due corpi e il concetto di collisionalità. In seguito, verranno presentati alcuni processi dinamici negli ammassi globulari (in particolar modo la segregazione di massa e l'equipartizione dell'energia) e verrà spiegato il fenomeno di collasso del *core* (o catastrofe gravotermica) e le successive oscillazioni gravotermiche.

Capitolo 2: Misura dell'età dinamica dei sistemi stellari

In questo capitolo verrà discusso e ampliato il concetto di "età dinamica" di un GC, con attenzione particolare alle diverse possibilità che si hanno per poter studiare l'evoluzione dinamica di un GC attraverso le proprie caratteristiche osservabili. Si partirà da una trattazione prettamente teorica, con la determinazione del tempo di rilassa-

mento (come proposto da [Spitzer et al., 1987 \[2\]](#)), per poi passare all'unico metodo che storicamente permetteva di capire se un GC si trovasse in una fase di pre- o post-core collapse (PCC): la cuspidale nel profilo di densità. In seguito, verrà illustrato il metodo che utilizza la distribuzione radiale delle Blue Stragglers (BSS) come indicatore dell'evoluzione dinamica, con particolare riferimento al parametro $A+$, estremamente efficiente per la datazione dinamica. Da ultimo, verranno presentate le simulazioni di [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#), che hanno portato alla definizione di nuovi parametri empirici (osservativi) per studiare lo stadio dinamico di un GC, considerando la distribuzione di tutta la popolazione di stelle e non solamente di una classe particolare di esse.

Capitolo 3: Profili di densità e parametri strutturali del campione analizzato

La determinazione dei nuovi parametri introdotti per indagare l'evoluzione dinamica dei sistemi stellari, ha alla base lo studio dei profili di densità: in questo capitolo verrà illustrata la procedura generale utilizzata per la costruzione di questi, partendo dalla combinazione di diversi cataloghi, utili per avere un campionamento quanto più omogeneo e completo del campo di vista coperto dall'intero sistema.

Inoltre, verrà discusso il problema dell'incompletezza che caratterizza le osservazioni di ammassi reali, presentandone le cause e come è stato trattato in questo lavoro. Dopo aver ottenuto il profilo di densità, ad esso viene applicata la sottrazione della densità di campo e, successivamente, il fit con i modelli di King; verranno qui discussi il metodo con cui viene trovato il *best-fit*, gli errori associati ad esso e il caso particolare degli ammassi PCC.

Successivamente, verrà presentato il campione di cinque ammassi globulari oggetto di questo studio e i risultati ottenuti dall'applicazione della procedura generale appena discussa. Verranno quindi presentati gli strumenti, i cataloghi fotometrici e i tagli in magnitudine utilizzati per ciascun GC, mostrando anche i profili di densità e i parametri strutturali ottenuti in questo lavoro.

Da ultimo, viene riportato anche il calcolo del tempo di rilassamento, sia centrale che al raggio di metà massa, per ciascun ammasso.

Capitolo 4: Gli indicatori dinamici A_5 e P_5 negli ammassi del campione

In questo capitolo verrà presentato il metodo con cui è stata costruita la distribuzione radiale cumulativa normalizzata (nCRD) dei cinque ammassi globulari in esame, che serve per determinare i parametri di diagnostica dell'evoluzione dinamica. Seguirà una valutazione critica dei tagli in magnitudine adottati, dettata dal confronto del CMD ottenuto per ciascun ammasso con un'isocrona di 12 Gyr e di opportuna metallicità. Il confronto ha mostrato che i valori di massa stellare corrispondenti ai tagli in magnitudine adottati nei diversi sistemi sono tutti confrontabili tra loro. A sua volta, questo implica che la popolazione stellare selezionata traccia, in ciascun sistema, gli stessi effetti dinamici.

Infine, verrà mostrato come sono stati determinati i nuovi indicatori dinamici A_5 e P_5 , unitamente alla stima sul loro errore.

Capitolo 5: Risultati e discussione

Questo capitolo mostra e discute il confronto tra i valori di A_5 e P_5 determinati per i cinque ammassi in esame, con il loro tempo di rilassamento centrale, i loro valori del parametro $A+$ delle Blue Stragglers e i risultati delle simulazioni numeriche. Tale confronto conferma che A_5 e P_5 sono eccellenti indicatori di evoluzione dinamica e fornisce la prima conferma osservativa (anche quantitativa) del fatto che le simulazioni, per quanto ancora molto approssimate, corrispondono bene ai dati osservati. Il capitolo presenta anche diversi possibili sviluppi futuri di questo lavoro.

1 Gli ammassi globulari

Introduzione

Gli ammassi globulari (o *Globular Clusters*, GCs) sono dei sistemi stellari di forma sferoidale, composti da un numero piuttosto elevato ($10^5 - 10^6$) di stelle legate gravitazionalmente. I GCs presenti nella nostra galassia prendono il nome di *Galactic Globular Clusters* (o GGCs) e ad oggi ne sono stati identificati più di 150 (Harris, 2010 [3]), tutti vecchi e coevi (con età di $\sim 10 - 12$ Gyr) distribuiti principalmente nell'alone e nel bulge.

I GCs sono importanti in astrofisica in quanto forniscono diversi banchi di prova per i modelli di evoluzione stellare, che sono alla base dello studio delle proprietà delle popolazioni stellari anche non risolte. I GCs, infatti, sono strettamente legati al concetto di popolazione stellare semplice (o *Simple Stellar Population*, SSP), un'approssimazione teorica definita come un insieme di stelle provenienti dalla stessa nube molecolare e nate tutte nello stesso burst di formazione, quindi con stessa età e composizione chimica (Bruzual, 2010 [4]). Nonostante negli ultimi anni sia stata evidenziata la presenza di popolazioni multiple anche nei GCs (Bastian et al., 2018 [5] e Carretta et al., 2009 [6]), essi sono comunque considerati la miglior approssimazione astrofisica di una SSP, in quanto mostrano omogeneità nelle abbondanze degli elementi pesanti del picco del ferro, a testimonianza del fatto che, a differenza delle galassie, hanno sperimentato un singolo episodio di formazione stellare su tempi scala dell'ordine del miliardo di anni o più.

La tipica densità centrale che caratterizza i GCs (fino a 10^6 stelle/ pc^3) li rende dei potenti laboratori per studiare e comprendere la dinamica stellare. In generale, i GCs sono dei *sistemi collisionali*, per cui le interazioni tra le singole stelle hanno avuto suffi-

ciente tempo per modificare in maniera significativa le loro orbite e, di conseguenza, la struttura stessa dell'ammasso (Meylan et al., 1997 [9]). Poiché questi cambiamenti avvengono su tempi scala diversi, che dipendono in maniera complessa da molti fenomeni, i GCs, seppure abbiano tutti all'incirca la stessa “età anagrafica”, sono caratterizzati da “età dinamiche” differenti: con questo termine si indica lo stadio di evoluzione dinamica che il sistema ha raggiunto dal momento della sua formazione ad oggi.

1.1 Cenni di evoluzione stellare

Durante la propria vita, una stella subisce delle variazioni delle caratteristiche macroscopiche; per questo motivo, fissata la massa e la composizione chimica di una stella in un diagramma di *Hertzsprung-Russel* (o *diagramma H-R*), essa disegna una *traccia evolutiva* al variare del tempo, come mostrato in figura 1.1. Questa traccia viene tipicamente costruita calcolando una sequenza di modelli con un passo temporale Δt e, come si può notare, l'evoluzione temporale di una stella nel diagramma H-R dipende, in prima approssimazione, solo dalla sua massa.

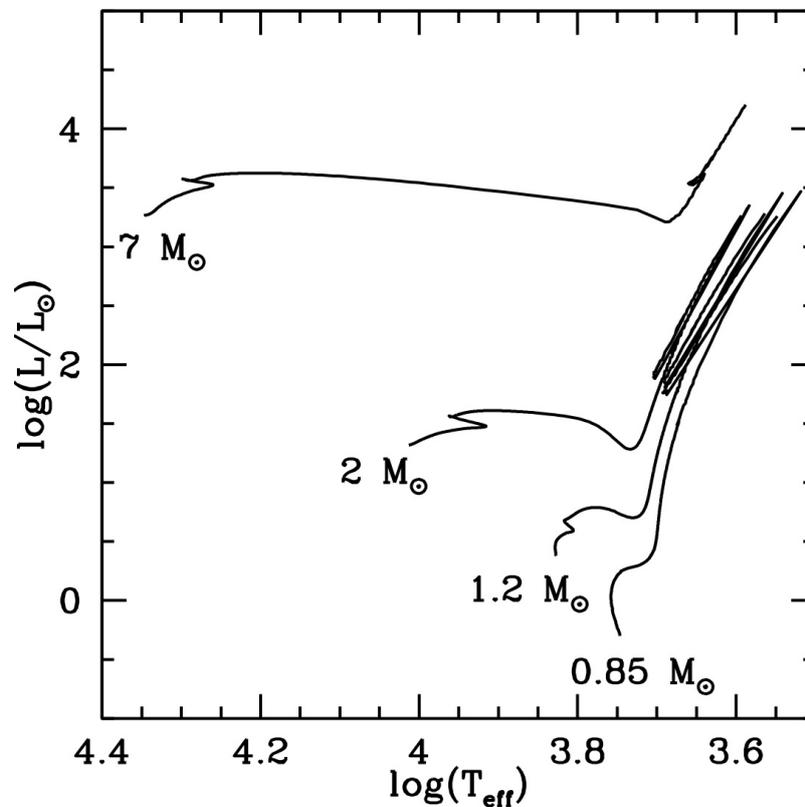


Figura 1.1: Diagramma HR (luminosità espressa in luminosità solari in funzione della temperatura superficiale) in cui sono disegnate quattro tracce evolutive per stelle con massa differente

Tuttavia, i tempi scala evolutivi di ciascuna stella sono estremamente diversi. Infatti, la fase di bruciamento dell'idrogeno nel nucleo (la *Main Sequence*, MS), che è quella che ha la maggior durata e viene innescata nel punto di partenza delle tracce evolutive, ha una stretta dipendenza dalla massa della stella. Per esempio, una stella di $7 - 8 M_{\odot}$ ha un tempo di vita medio dell'ordine di $5 \cdot 10^7$ yr, mentre una stella come il Sole (per definizione con massa di $1 M_{\odot}$, che equivale a $\approx 2 \cdot 10^{33}$ g) rimarrà nella fase di MS molto più a lungo, per circa $8 \cdot 10^9$ yr.

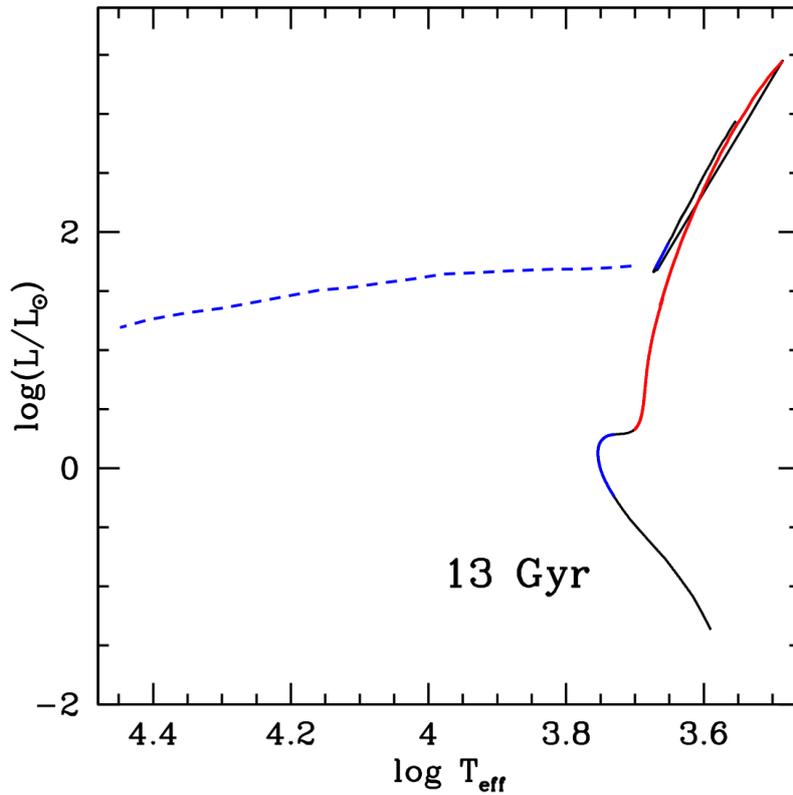


Figura 1.2: Isocrona per un sistema stellare con età di 13 Gyr (età tipica dei GCs). In blu si evidenzia la zona di *turn-off* (TO), in rosso il *ramo delle giganti rosse* (o *Red Giant Branch*, RGB) e tratteggiato in blu invece c'è il *braccio orizzontale* (o *Horizontal Branch*, HB)

Con questa premessa, si introduce la fondamentale definizione di *isocrona* di età t , definita come una curva nel diagramma H-R che collega i punti di età t lungo le diverse

tracce evolutive, corrispondenti a stelle con massa diversa. In sostanza, l'isocrona è una "istantanea" di un sistema stellare nel diagramma HR ad un tempo fissato: ne è mostrato un esempio in figura 1.2.

Dal punto di vista osservativo occorre passare dal diagramma H-R (luminosità in funzione della temperatura superficiale) ad un *diagramma colore-magnitudine* (CMD). Nel CMD mostrato in figura 1.3, ogni punto rappresenta una stella con una precisa magnitudine in banda V e con un determinato colore B-V (differenza tra le magnitudini osservate nelle due bande).

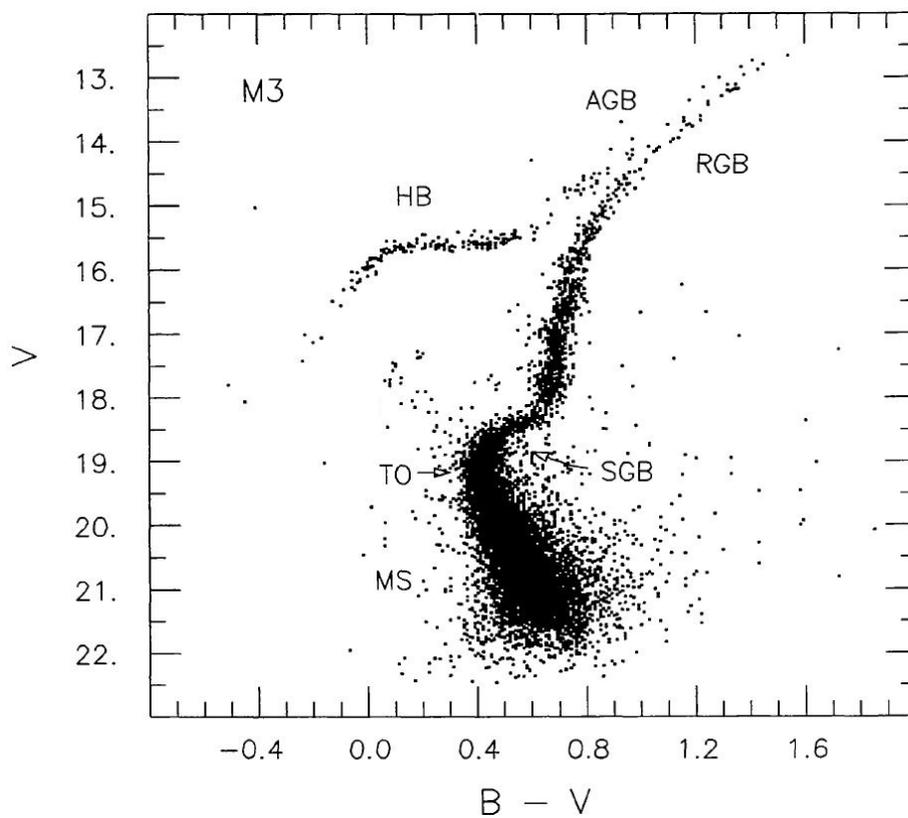


Figura 1.3: CMD (V, B-V) di M3 in cui sono segnate le principali fasi evolutive dell'evoluzione stellare (Renzini et al., 1988 [8])

Sono inoltre indicate le principali fasi evolutive caratteristiche per un GGC, brevemente descritte nel seguito (Salaris & Cassini, 2005 [7]).

- La sequenza principale (o *Main Sequence*, MS) è la fase evolutiva più lunga nella vita di una stella, durante la quale le stelle bruciano idrogeno nel nucleo. Il momento in cui una stella si sposta dalla MS e migra verso destra nel CMD corrisponde ad un punto chiamato di *turn-off* (TO): esso, dunque, sarà il punto più luminoso e caldo della MS ed è anche utilizzato per la datazione degli ammassi. Infatti, la massa che si trova in un dato momento al TO è legata direttamente all'età dell'ammasso stesso, secondo l'equazione (1.1), dove t è l'età espressa in Gyr.

$$\log M_{TO}(t) = 7.764 - 1.338 \cdot \log(t) + 0.0558 \cdot \log^2(t) \quad (1.1)$$

- Il ramo delle sub-giganti (o *Sub-Giant Branch*, SGB) è caratterizzato da una luminosità circa costante; durante questa fase avviene la contrazione del nucleo e la combustione di idrogeno in elio in una *shell* spessa.
- Il ramo delle giganti rosse (o *Red Giant Branch*, RGB) si presenta nel CMD con un percorso molto ripido che porta la stella a luminosità molto elevate e temperature più fredde. Durante questa fase, il raggio della stella aumenta notevolmente e la convezione superficiale riesce a raggiungere gli strati più profondi della struttura (nel fenomeno chiamato *dredge-up*), omogeneizzando la composizione chimica fino al punto di massima penetrazione della convezione. La fase di RGB può terminare in diversi modi, dipendentemente dalla massa di partenza della stella:

1. se $M_* \leq 0.5 M_\odot$ allora la stella non riesce a innescare il bruciamento di elio nel nucleo ed evolve direttamente come nana bianca di elio (He-WD);
2. se $0.5 M_\odot < M_* < 2.2 M_\odot$ allora il nucleo si trova in condizioni parzialmente degeneri e quindi si contrae lentamente: in questo caso si innescherà il bruciamento di elio (reazione 3α) in ambiente degeneri e questo porta ad un innesco esplosivo (chiamato *He-flash*) tale che l'energia rilasciata sia sufficiente a rimuovere la degenerazione. L'He-flash avviene nel punto di massima luminosità dell'RGB (*RGB-tip*) e avviene per tutte le stelle quando $M_{core} \approx 0.5 M_\odot$, cosa che rende possibile utilizzare il tip del RGB come candela standard per la stima delle distanze;

3. se $M \geq 2.2 M_{\odot}$ allora la stella sviluppa un nucleo non degenere che si troverà in un regime di gas perfetto: in queste condizioni l'innesco del bruciamento di elio avviene in modo non esplosivo e la stella continua la sua evoluzione.
- Le stelle attualmente attive dal punto di vista termonucleare nei GCs galattici hanno tutte massa $\lesssim 0.8 M_{\odot}$. Lungo la fase di RGB, quindi, sperimentano il flash dell'elio e negli stadi successivi evolvono come descritto nel seguito. Il ramo orizzontale (o *Horizontal Branch*, HB) è caratterizzato dalla combustione di elio nel nucleo attraverso il processo 3α e dal bruciamento di idrogeno in una shell adiacente. La morfologia dell'HB dipende fondamentalmente dal parametro $q = M_{core}/M_{tot,*}$: dato che le stelle che hanno subito l'He-flash hanno tutte $M_{core} \approx 0.5 M_{\odot}$, la posizione sull'HB per ciascuna stella sarà determinata dalla massa dell'involuppo (*envelope*) che sono riuscite a mantenere. In particolare, maggiore è la quantità di envelope che hanno perso, maggiore sarà la loro temperatura superficiale, e le stelle andranno, dunque, ad occupare la parte più blu dell'HB.
 - Il braccio asintotico (o *Asymptotic Giant Branch*, AGB) è caratterizzato da stelle che possiedono un nucleo inerte di carbonio e ossigeno, mentre sta avvenendo la combustione di idrogeno ed elio in doppia shell alternata. Nel CMD le stelle percorrono una traccia parallela al RGB, attraversando una nuova fase di espansione e di aumento di luminosità. Infine, la stella si avvicina verso le fasi finali della propria vita, che saranno determinate ancora una volta dalla sua massa iniziale.

Le stelle attualmente attive nei GGCs terminano la propria evoluzione come nane bianche di carbonio e ossigeno. La struttura è sostenuta dalla degenerazione elettronica e si raffredda progressivamente nel tempo, a raggio costante, descrivendo nel diagramma HR (o nel CMD) le cosiddette “tracce di raffreddamento”.

Dall'osservazione di un CMD, come quello mostrato in figura 1.3, si possono ottenere delle importanti informazioni sul sistema. Per esempio, osservando la morfologia e il punto di TO, è possibile stimare l'età dell'ammasso. Infatti, l'età della popolazione stellare gioca un ruolo importante sulla morfologia dell'isocrona, in particolare, all'aumentare dell'età (a fissata metallicità), i principali cambiamenti si possono riassumere in quanto segue:

- il MS-TO si sposta verso luminosità più basse e temperature inferiori;
- il SGB risulta sempre meno esteso in temperatura;
- il RGB diventa sempre più popolato e sviluppato, estendendosi sempre di più in luminosità per età $t > 1$ Gyr;
- l'HB mantiene una luminosità costante per $t > 1$ Gyr.

1.1.1 La metallicità negli ammassi globulari

I GCs sono le migliori approssimazioni di una popolazione stellare semplice (SSP) che si possono trovare in natura. Il motivo sta nel fatto che tutte le stelle appartenenti ad un GC hanno una metallicità molto simile tra di loro, essendo nate da un unico *burst* di formazione stellare. Tuttavia, negli ultimi decenni, è stato osservato che alcuni GCs, a fronte di un'omogeneità negli elementi pesanti, mostrano anche una disomogeneità di elementi leggeri (come *He*, *Na*, *C*, *N*, *O*, [Yong et al., 2015 e 2009 \[10\] \[11\]](#)), che denuncia la presenza di *popolazioni multiple*, ovvero la coesistenza di diverse generazioni di stelle, formatesi in diversi momenti della vita dell'ammasso. Le osservazioni, però, indicano differenze di età tra le diverse generazioni stellari di appena 80-100 Myr, lasciando ancora valida, almeno in prima approssimazione, la descrizione dei GCs come SSP.

In astrofisica, la metallicità indica l'abbondanza degli elementi più pesanti dell'elio presenti in un sistema. In particolare, X , indica l'abbondanza di idrogeno (H) in termini di massa, Y quella in elio (He) e Z quella dei metalli.

Dunque, Z è un modo per esprimere la metallicità dal punto di vista teorico, ed è definita dall'equazione (1.2)

$$\log Z = [M/H] - 1.7 \quad (1.2)$$

dove il termine $[M/H]$ esprime l'abbondanza dei metalli (M), rispetto all'idrogeno (H), in funzione della medesima quantità riferita al Sole, come mostrato nell'equazione (1.3).

$$\left[\frac{M}{H} \right] = \log \left(\frac{M}{H} \right)_* - \log \left(\frac{M}{H} \right)_\odot \quad (1.3)$$

Talvolta, per semplicità, si adotta come indicatore di metallicità l'abbondanza di ferro (Fe), effettuando però un'approssimazione non sempre vera. Nei casi in cui il contenuto in elementi α sia significativamente più elevato del valore solare, infatti, il rapporto $[Fe/H]$ sottostima la metallicità globale $[M/H]$ ed è legato ad essa da una relazione (Salaris & Cassisi, 2006 [7]) come:

$$[M/H] = [Fe/H] + \log(0.638 f_\alpha + 0.362) \quad (1.4)$$

dove f_α è la frazione di elementi α rispetto al contenuto di ferro, definito come ($f_\alpha = 10^{[\alpha/Fe]}$). In generale, possiamo esprimere la metallicità del Sole come:

$$[M/H] = 0 \Rightarrow \log Z = -1.7 \Rightarrow Z = 0.02 \quad (1.5)$$

Questo significa che il Sole ha una quantità di metalli pari a circa il 2% del totale, in termini di massa. Tipicamente, le popolazioni stellari nell'alone galattico sono povere di metalli (*metal poor*), con $-0.5 \lesssim [M/H] \lesssim -2.5$, anche se sono state individuate stelle particolarmente *metal poor*, con $[M/H] \sim -4$, ovvero circa 1/10000 della metallicità solare. La maggior parte dei GCs della Via Lattea ha $[M/H] < -1$ e i più ricchi di metalli arrivano a $[M/H] \sim -0.5$ (Carretta et al., 2009 [12]).

La metallicità gioca un ruolo importante per quanto riguarda le isocrone e le tracce evolutive: aumentare la metallicità corrisponde ad un aumento di opacità del sistema, che rende le strutture più deboli e più fredde. Questo fa sì che sia le isocrone che le tracce evolutive diventino più rosse e più deboli all'aumentare della metallicità del sistema. Inoltre, diminuire la luminosità implica anche diminuire la dispersione di energia, perciò le stelle rallentano la propria evoluzione. Dunque, a parità di età, una popolazione più ricca di metalli avrà una massa al turn-off più elevata.

Anche la percentuale di He può influire sull'isocrona: infatti, un aumento di Y fa diminuire l'opacità e aumentare il peso molecolare, quindi le stelle diventano più brillanti e più calde, portando le isocrone e le tracce evolutive verso colori più blu e luminosità maggiori. Allora, aumentando la dispersione di energia, si velocizza il processo di evoluzione e, a parità di età, la M_{TO} diminuisce. In figura 1.4 è rappresentata un'illustrazione che mostra l'influenza di Z e di Y sulla morfologia delle isocrone.

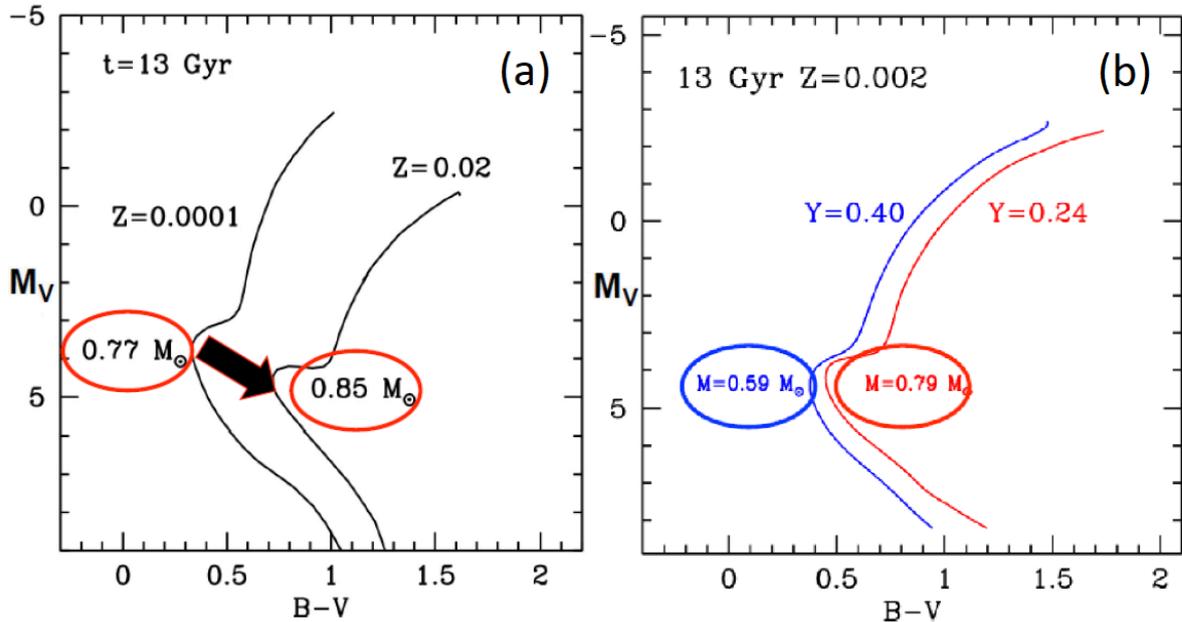


Figura 1.4: Nel pannello (a): due isocrone con metallicità diversa, a fissata età.
 Nel pannello (b): due isocrone con quantità di He diversa, a fissata età e metallicità

1.2 Profili di densità e modelli di King

Il profilo di densità proiettata sul piano del cielo indica il numero di stelle per unità di area a diverse distanze dal centro di un ammasso. Per i GCs “tipici” è caratterizzato da un andamento costante nella regione centrale (*core*) con una densità via via decrescente nelle regioni esterne. Come si vedrà successivamente, determinare il profilo di densità di un GC non è affatto semplice, ma è indispensabile per ricavare i parametri strutturali dell’ammasso stesso e, in alcuni casi, può anche essere utilizzato come indicatore dello stadio evolutivo in cui si trova l’ammasso (si veda la sezione 2.2).

Al fine di trovare una descrizione fisica dei profili di densità dei GCs, si parte dal modello stellare a *sfera isoterma*. È noto, infatti, che i GCs galattici sono sistemi collisionali nelle loro regioni centrali (si veda la sezione 1.3) e il rilassamento è guidato dagli incontri stellari; siccome gli scambi di energia cinetica tra le stelle avvengono in

modo casuale, questo porta al rilassamento della distribuzione di velocità che tende a diventare quella di Maxwell (rappresentata in figura 1.5). Eventuali disomogeneità iniziali, come anisotropie o rotazioni, vengono cancellate e la simmetria diventa sferica.



Figura 1.5: Distribuzione di velocità Maxwelliana

Tuttavia, la massa di questo modello non ha limiti, in quanto, nelle ali della distribuzione Maxwelliana ci sono delle stelle con una velocità teoricamente infinita, quindi sicuramente maggiore della velocità di fuga del sistema, che ovviamente non possono essere presenti veramente nell'ammasso. Per questo motivo, gli ammassi reali non possono essere rigorosamente descritti da una distribuzione Maxwelliana delle velocità, ma piuttosto presentano una distribuzione tendente alla Maxwelliana nelle regioni centrali, che però deve tendere a zero per velocità vicine alla velocità di fuga. Inoltre, gli ammassi si trovano all'interno della galassia e il campo galattico ha un effetto di troncamento che limita la dimensione dell'ammasso stesso.

Questi concetti sono alla base dei *modelli di King (1966 [13])*, una famiglia di modelli mono parametrica che riproducono molto bene i profili di densità (e di brillantezza superficiale) della maggior parte dei GGCs. Sono modelli mono parametrici in quanto la forma del profilo di densità è determinata univocamente da un singolo parametro: W_0 o c . Il termine W_0 è un parametro adimensionale proporzionale al potenziale centrale,

mentre c è il parametro di concentrazione descritto nel seguito.

In figura 1.6 si può apprezzare l'andamento della densità in funzione della distanza dal centro per diversi valori del parametro c (indicati accanto ad ogni curva).

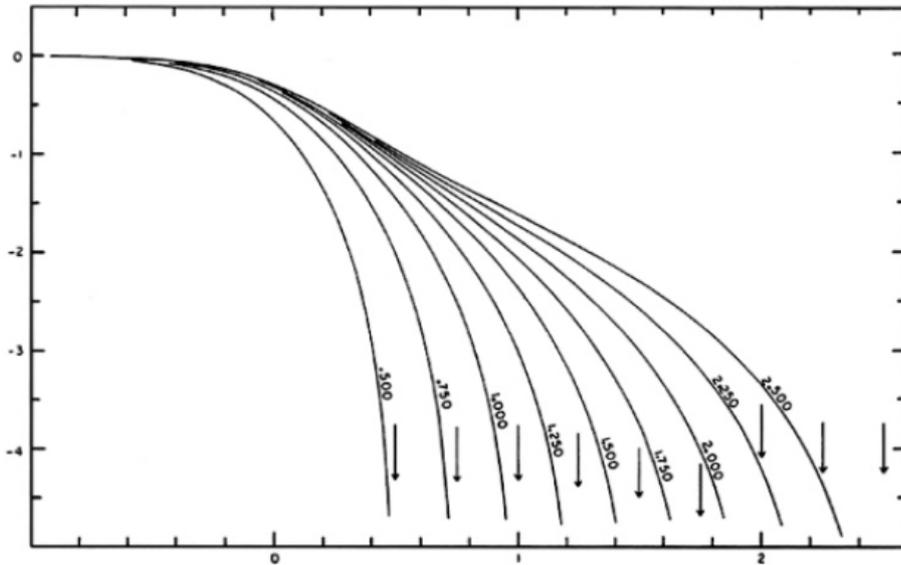


Figura 1.6: Modelli di King al variare del parametro di concentrazione c (valore numerico in corrispondenza delle diverse curve). In ascissa si ha il logaritmo della distanza dal centro in unità di r_c , mentre in ordinata si ha il logaritmo della brillantezza superficiale, normalizzata al valore centrale. Le frecce segnano la posizione di r_t per ciascun modello (King, 1966 [13])

Tutti i modelli di King hanno dunque un core piatto, seguito da una diminuzione della densità all'aumentare della distanza dal centro: l'entità della decrescita (e, di conseguenza, la forma stessa del profilo) dipende unicamente dal valore del parametro c , definito nell'equazione (1.6); in particolare, man mano che c aumenta, il profilo di densità ha una decrescita più lenta.

$$c = \log\left(\frac{r_t}{r_0}\right) \tag{1.6}$$

Nell'equazione (1.6) r_t è il raggio di troncamento (definito in modo tale che le stelle con distanza $r > r_t$ non facciano parte dell'ammasso, in quanto non sono più legate

gravitazionalmente ad esso) e r_0 è il raggio di King (raggio di scala del modello), che corrisponde all'incirca al raggio di core, r_c , definito come il raggio al quale la densità proiettata diventa uguale a metà del suo valore centrale.

1.3 La dinamica negli ammassi globulari

Come anticipato, gli ammassi globulari sono dei sistemi astrofisici caratterizzati da alta densità, fondamentali per studiare i processi dinamici. Siccome la forza di gravità dipende dalla distanza r come $F_{grav} \sim 1/r^2$, in sistemi stellari autogravitanti (come i GCs) sono importanti anche le interazioni gravitazionali a distanza. Infatti, l'effetto cumulativo può modificare in maniera significativa l'orbita di ciascuna stella e, di conseguenza, la struttura di tutto il sistema stellare (che è determinata appunto dall'insieme delle orbite delle stelle che lo compongono).

Ovviamente, più gli effetti di mutua interazione gravitazionale hanno tempo di agire, più le orbite iniziali vengono modificate, fino a quando si dice che *la struttura perde memoria delle condizioni iniziali*. Questo processo avviene in un tempo scala chiamato *tempo di rilassamento a due corpi* (Binney & Tremaine, 1987 [16]), definito dall'equazione:

$$t_{2b} \sim \frac{0.1N}{\ln N} t_{cross} \quad (1.7)$$

dove N rappresenta il numero di stelle e $t_{cross} = R/v$ è *tempo di attraversamento*, ovvero il tempo caratteristico in cui una stella con velocità v caratteristica del sistema impiega per attraversare il sistema stesso, di dimensione radiale R . Confrontando il tempo di rilassamento a due corpi (t_{2b}) con l'età del sistema (t_{age}), si possono distinguere due categorie di sistemi astrofisici:

- se $t_{2b} \gg t_{age}$ allora si parla di *sistemi non collisionali*; in questo caso si possono trascurare le interazioni tra le singole stelle, quindi i moti sono dovuti all'influenza del potenziale medio del sistema;
- se $t_{2b} \ll t_{age}$, invece, si parla di *sistemi collisionali*; in questo caso gli incontri tra due stelle singole sono rilevanti e portano ad una perturbazione graduale delle orbite che modifica la struttura del sistema.

Le galassie hanno dei valori tipici di $N \approx 10^{11}$ e $t_{cross} \approx 10^8$ yr che le portano ad un tempo di rilassamento $t_{2b} \sim 10^7$ Gyr $\gg t_{age}$. La situazione si ribalta, invece, per gli ammassi globulari: infatti, essi hanno dei valori tipici di $N \approx 10^5$ e $t_{cross} \approx 10^5$ yr che li portano ad un tempo di rilassamento $t_{2b} \sim 0.1$ Gyr $\ll t_{age}$ (con t_{age} che come già detto è attorno ai 10-12 Gyr). A differenza delle galassie, quindi, i GCs sono considerati sistemi collisionali, per i quali vale il concetto di *evoluzione dinamica*: la struttura del sistema viene progressivamente modificata nel tempo dalle interazioni dinamiche tra le stelle che lo compongono.

Il concetto di collisionalità è però legato sia al tempo scala che si considera (se lo si considera molto breve qualunque sistema sarà non collisionale e viceversa), sia alla densità locale, dipendente dalla distanza dal centro. Infatti, al centro la densità è più alta e il tempo di rilassamento sarà più corto. Ne segue che praticamente tutti i GCs galattici hanno un tempo di rilassamento centrale inferiore alla propria età (la maggior parte ha $t_{2b} < 0.5$ Gyr), mentre il tempo di rilassamento a metà massa per alcuni GCs può essere maggiore o confrontabile a t_{age} ; per questo motivo, i GCs galattici sono collisionali nelle regioni centrali, ma non si può dire lo stesso sulle regioni più periferiche.

1.4 Processi dinamici negli ammassi globulari

A causa delle alte densità presenti in un ammasso globulare, si possono verificare vari processi di interazione gravitazionale tra le stelle che lo compongono, come per esempio l'incontro a tre corpi, che prevede una stella singola che interagisce gravitazionalmente con un sistema binario, cedendo o sottraendo una frazione della propria energia al sistema binario stesso e, quindi, cambiandone le caratteristiche. Come spiegato nella sezione precedente, i GCs sono sistemi collisionali, e questo implica che la struttura ha avuto sufficiente tempo per modificarsi, ma in che modo? Per spiegarlo si introducono i processi dinamici della *segregazione di massa* e dell'*equipartizione dell'energia*.

1.4.1 Segregazione di massa

Un fenomeno fondamentale alla base dell'evoluzione dinamica è la *frizione dinamica* (o attrito dinamico), secondo cui una particella massiccia (di massa M_{star}) che viaggia in un mare di particelle meno massive (di massa m), soffre una decelerazione che la fa scivolare verso il fondo della buca di potenziale, cioè verso il centro del sistema, in un tempo chiamato *tempo di frizione dinamica* che dipende principalmente da:

$$t_{DF} \propto \frac{\sigma^3(r)}{\rho(r) M_{star}} \quad (1.8)$$

dove $\sigma(r)$ è la dispersione di velocità del sistema e $\rho(r)$ è il suo profilo di densità. La dipendenza radiale è fondamentale data proprio dalla densità, visto che essa varia di diversi ordini di grandezza nell'ammasso: per questo, il tempo di frizione dinamica è più breve dove la densità è alta, cioè al centro, mentre l'attrito dinamico sarà meno efficiente nelle regioni più periferiche dell'ammasso. Un'altra dipendenza fondamentale è legata alla massa della stella (M_{star}); gli ammassi, infatti, sono costituiti da stelle di massa differente e, poiché la frizione dinamica dipende inversamente dalla massa, si ha un effetto di *segregazione di massa*, per cui le stelle più massicce tendono a scivolare verso il centro del sistema, mentre quelle più leggere tendono a spostarsi nelle zone più periferiche (Khalisi et al., 2007 [18]).

1.4.2 Equipartizione dell'energia

Inoltre, per un sistema collisionale di particelle di gas ideale, esiste un teorema della meccanica statistica proposto da *Boltzmann*, chiamato *teorema dell'equipartizione dell'energia*, che afferma che all'equilibrio termico (quando la distribuzione di velocità è Maxwelliana) tutte le particelle hanno la stessa energia cinetica. Per un sistema stellare, l'energia cinetica è legata alla temperatura secondo la legge riportata nell'equazione:

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}kT \quad (1.9)$$

Poiché le stelle hanno masse diverse, ne consegue che le stelle più massicce devono avere velocità più bassa, quindi tendono a spostarsi verso il centro del sistema, mentre le particelle più leggere sono più veloci e si muovono verso l'esterno. Anche questo processo, quindi, porta il sistema ad una segregazione di massa (Parker et al., 2016 [17]).

1.4.3 Il core collapse e le oscillazioni gravotermiche

La segregazione di massa e l'equipartizione dell'energia hanno come conseguenza che la parte interna del sistema (il *core*) tende a perdere energia cinetica a favore della parte più periferica (l'*envelope*). A causa del teorema del viriale, quindi, si ha una contrazione del core in un processo a catena che viene chiamato *catastrofe gravotermica* (o *core collapse*).

Infatti, assumendo l'ammasso come un sistema all'equilibrio, vale il teorema del viriale:

$$T = \frac{|W|}{2} \quad (1.10)$$

dove T e $|W|$ sono rispettivamente l'energia cinetica e il modulo dell'energia potenziale. Quindi, in un piano che ha in ordinata T e in ascissa $|W|$, il teorema del viriale sarà una retta con pendenza $1/2$ e intercetta pari a zero, come mostrato in viola in figura 1.7. Inoltre, dall'energia totale, data da $E = T + W$, si può ricavare che $T = |W| + E$: questa equazione descriverà quindi un fascio di rette con pendenza pari a 1 e intercetta pari ad E .

Si suppone di osservare il core di un GC che si trova all'equilibrio (il sistema si dirà dunque virializzato) con dei valori di energia potenziale ed energia cinetica iniziali, per cui si troverà in una situazione in cui $T_A = |W_A| + E_A$; il caso considerato è rappresentato in blu nel in figura 1.7: questa prima configurazione si troverà sulla retta di energia costante E_A , ma allo stesso tempo sulla retta del viriale per via delle ipotesi iniziali.

Per le interazioni gravitazionali e per l'equipartizione dell'energia, il core tende a perdere energia cinetica, quindi la configurazione si sposterà nella configurazione B, mostrata nella figura 1.7 in verde. Quindi, ci si è spostati ad una energia cinetica inferiore, mo-

dificando di conseguenza anche l'energia totale della configurazione; a questo punto però è del tutto evidente che ci si trova fuori dall'equilibrio (non si è più sulla retta del teorema del viriale), quindi, per ristabilire l'equilibrio, il sistema si deve muovere lungo le rette ad energia costante, risalendo lungo la retta E_B , fino a raggiungere nuovamente l'intersezione con la retta del viriale (rappresentata dal punto C in rosso). Questa nuova configurazione C sarà caratterizzata da un valore di energia cinetica $T_C > T_A$ e da un valore di energia potenziale $|W_C| > |W_A|$; quindi, sia l'energia cinetica sia l'energia potenziale finale del core sono più alte rispetto alla configurazione iniziale. Dunque, si è sottratta energia al core e l'effetto finale è che il core diventa più caldo rispetto all'inizio; inoltre, anche l'energia potenziale (in valore assoluto) è aumentata, questo implica che il sistema (quindi il core del GC) sarà più legato.

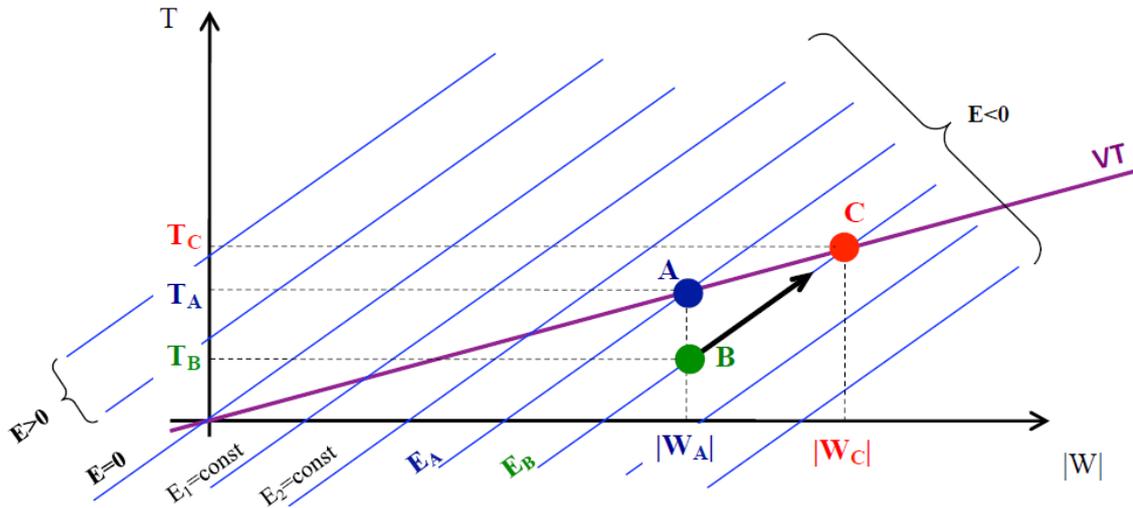


Figura 1.7: Catastrofe gravotermica nel piano $[T - |W|]$

Questo implica che, perdendo energia cinetica, per ristabilire l'equilibrio il core diventa più caldo e si contrae rispetto ai suoi valori iniziali, diventando così più denso. Si noti però che aumentando la densità si avranno ancora più interazioni stellari ed esse saranno sempre più energetiche: questo porterà a scambi di energia (dal core alle regioni più esterne) sempre più frequenti rispetto alla configurazione precedente. Il core in questo modo perderà sempre più energia cinetica, quindi si contrarrà sempre di più, diventerà ancora più caldo e denso, così aumenteranno ancora di più le interazioni e così via, in

un vero e proprio effetto a cascata: si giunge così al *core collapse*.

Tutti gli ammassi che hanno già subito la catastrofe gravotermica sono considerati dinamicamente molto evoluti e vengono anche chiamati ammassi *Post-Core Collapse* (PCC).

Successivamente al core collapse, le simulazioni numeriche a N corpi suggeriscono che si possono osservare le cosiddette *oscillazioni gravotermiche*, ovvero alcune espansioni del core seguite da delle contrazioni (un esempio è mostrato in figura 1.8); queste oscillazioni di “assestamento” sembrerebbe che diminuiscano sempre più di intensità al passare del tempo.

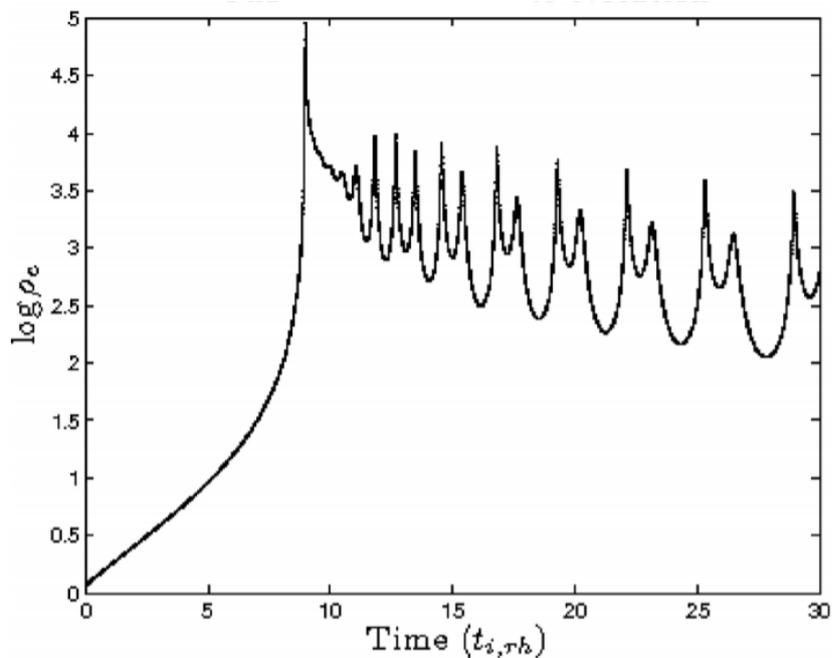


Figura 1.8: Oscillazioni gravotermiche ottenute da simulazioni N-body. In figura si ha il logaritmo della densità centrale in funzione del tempo (Breen & Heggie, 2012 [19])

2 Misura dell'età dinamica dei sistemi stellari

Introduzione

In generale, nei GCs avvengono frequenti interazioni gravitazionali tra le stelle, che modificano il budget energetico del sistema e portano ad un'evoluzione dinamica progressiva, cioè la distribuzione spaziale delle stelle e la cinematica interna di un ammasso variano nel tempo (Peterson & King, 1975 [15]).

La rapidità con cui avviene l'evoluzione dinamica di ciascun GC dipende da moltissimi fattori, come la densità e la massa totale dell'ammasso stesso, ma anche le interazioni con la galassia ospite.

Per questo motivo, i GGCs, che sono sistemi cronologicamente coevi di stelle nate circa 10-12 Gyr fa, possono essere molto diversi dal punto di vista della loro evoluzione dinamica; da qui nasce l'importanza di introdurre il termine *età dinamica*, col quale si indica proprio lo stadio di evoluzione dinamica che il sistema ha raggiunto dal momento della sua formazione ad oggi. Si noti che conoscere semplicemente “quanto sia vecchio” un ammasso globulare dal punto di vista dell'età della sua popolazione stellare rappresenta solo una conoscenza parziale dello stesso e, dunque, risulta fondamentale conoscere e stimare anche l'età dinamica di questi sistemi. Determinare l'età dinamica di un ammasso dalle sue caratteristiche osservabili, però, risulta molto complesso, nonostante negli ultimi decenni si siano sviluppati diversi metodi che verranno presentati in questo capitolo.

2.1 Determinazione del tempo di rilassamento

Un primo modo per avere un'idea dello stadio dinamico in cui si trova un ammasso globulare è quello di adottare un approccio totalmente teorico e determinare il tempo di rilassamento come proposto da Spitzer (Spitzer et al., 1987 [2]).

L'evoluzione interna di un ammasso stellare in equilibrio dinamico è governata dalla sua tendenza a raggiungere una distribuzione Maxwelliana attraverso piccoli cambiamenti di velocità durante incontri a due corpi tra le stelle. Il tempo di rilassamento è il tempo medio dopo il quale la direzione del moto di una stella è stata deviata di un angolo di 90° rispetto alla sua orbita originale (Khalisi et al., 2007 [18]). In particolare, l'equazione (2.1) mostra il tempo di rilassamento centrale (Djorgovski, 1993 [20]):

$$t_{rc} = 1.491 \cdot 10^7 \text{ yr} \cdot \frac{k}{\ln(0.4N_*)} \bar{m}_*^{-1} \rho_{M,0}^{1/2} r_c^3 \quad (2.1)$$

dove $k \simeq 0.5592$ è una costante numerica, N_* è il numero di stelle dell'ammasso, che si può stimare come il rapporto tra la massa totale (M_{cl}) e la massa media delle stelle ($\bar{m}_* \sim 0.3 M_\odot$ per i GGCs). Il termine $\rho_{M,0}$ rappresenta, invece, la densità di massa centrale (in M_\odot/pc^3), mentre r_c è il raggio di core (in pc), definito come il raggio al quale la densità proiettata diventa uguale a metà del suo valore centrale.

L'equazione (2.2) mostra, invece, il tempo di rilassamento al raggio di metà massa (r_{hm}):

$$t_{rh} = 2.055 \cdot 10^6 \text{ yr} \cdot \frac{k}{\ln(0.4N_*)} \bar{m}_*^{-1} M_{cl}^{1/2} r_h^{3/2} \quad (2.2)$$

dove r_h è il raggio di metà luce (o *half-light radius*, in pc), implicitamente posto uguale a r_{hm} .

Usare queste relazioni per stimare il tempo di rilassamento di un GC dalle sue caratteristiche osservabili richiede una serie di passaggi, che saranno discussi nella sezione 3.4. Usando i valori elencati nel catalogo di Harris (1996, aggiornato al 2010 [3]), si ottengono le distribuzioni mostrate dalle figure 2.1(a) e 2.1(b), da cui risulta chiaro come la stragrande maggioranza dei GGCs abbia tempi di rilassamento centrali inferiori a 0.5 Gyr e $t_{r_{hm}} < 3$ Gyr. Questi valori, però, non permettono di capire se il sistema ha già subito o meno il collasso del core.

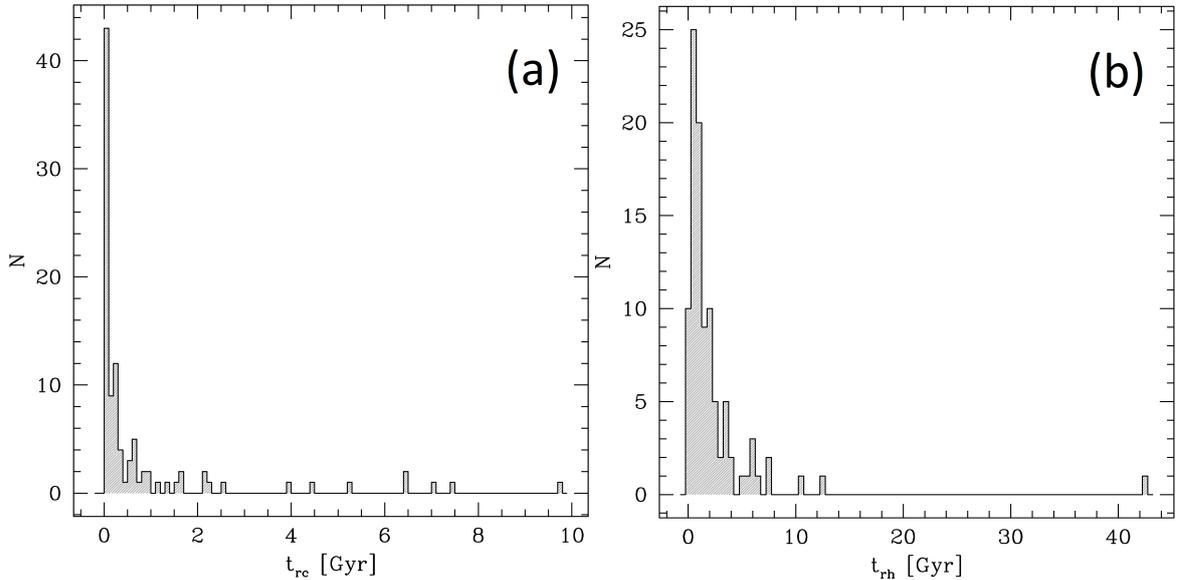


Figura 2.1: Tempi di rilassamento centrali (pannello (a)) e al raggio di metà massa (pannello (b)) per i GCGs

2.2 La cuspidè nel profilo di densità come indicatore di PCC

Come spiegato nella sezione 1.2, il profilo di densità proiettata di un GC è generalmente caratterizzato da un profilo piatto nella regione centrale, con una densità via via decrescente nelle regioni esterne. Questo andamento tipico dei GCs è ben riprodotto dai modelli di King, come mostrato in un esempio in figura 2.2(a).

Tuttavia in certi casi ci si può trovare davanti ad un profilo di densità compatibile con un modello di King nelle regioni esterne, ma che nella parte più centrale devia dal profilo di King mostrando una *cuspidè*, ovverosia un eccesso di stelle al centro (in termini di densità proiettata sul piano del cielo) rispetto ad un classico profilo piatto, come mostrato nell'esempio di figura 2.2(b).

Questa cuspidè centrale segue grossomodo una legge di potenza:

$$\Sigma(r) \sim r^\nu \quad \text{con } \nu \sim -0.8 \quad (2.3)$$

e caratterizza gli ammassi che stanno sperimentando il CC o si trovano in uno stadio evolutivo successivo al core collapse (CC), e per questo motivo vengono chiamati ammassi post-core collapse (o PCC).

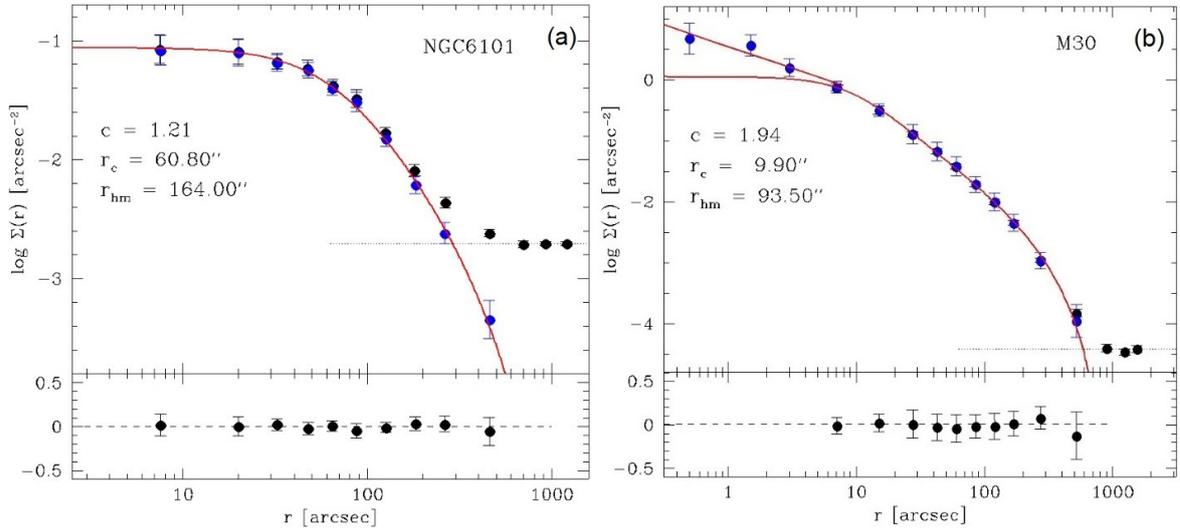


Figura 2.2: Profili di densità ricavati per NGC6101 (a) e M30 (b). In figura (a) il fit di King (in rosso) riesce a riprodurre molto bene tutti i punti osservati, mentre per M30 (PCC GC), il fit di King non riesce a riprodurre la cuspidè centrale, fittata invece con una legge di potenza

In letteratura, prima dei metodi che verranno presentati nelle sezioni successive, questo era l'unico modo per studiare l'evoluzione dinamica di un ammasso (Chernoff et al., 1989 [22]). Gli aspetti negativi di questo metodo tuttavia sono molteplici. Innanzitutto questo metodo permette, nel migliore dei casi, di distinguere solo tra i GCs che hanno già subito il CC e quelli che non hanno ancora attraversato questa fase; la presenza o meno della cuspidè, dunque, non permette di comprendere quanto un sistema sia lontano dal CC per esempio, e, quindi, quanto sia la sua "età dinamica".

In secondo luogo, la cuspidè ce l'aspettiamo in zone molto centrali dell'ammasso. Per riuscire a determinare in modo accurato la cuspidè, è dunque necessario studiare la parte più interna (e quindi più densa) di un ammasso: questo richiede un grande sforzo strumentale, che si quantifica in un'alta risoluzione angolare, non facilmente raggiungibile, specie con telescopi da Terra.

In terzo luogo, è necessario determinare accuratamente il centro per rilevare la cuspidale di densità, altrimenti il rischio è che la cuspidale venga “diluita” o cancellata. I profili di densità, infatti, vengono costruiti contando il numero di stelle all’interno di anelli concentrici partendo dal centro dell’ammasso: se si sbaglia a determinare il centro, la cuspidale verrà cancellata, in quanto il valore di densità stellare centrale verrebbe diluito con valori più bassi di densità a causa dell’errore commesso nel posizionare il centro dell’anello stesso.

Infine, nonostante sia un concetto ancora molto dibattuto, si pensa che una cuspidale centrale nel profilo di densità degli ammassi globulari possa suggerire anche la presenza di un buco nero di massa intermedia (o *Intermediate-Mass Black Hole*, IMBH) (Susin, 1997 [24] e Baumgardt et al., 2005 [23]), con una legge di potenza meno ripida:

$$\Sigma(r) \sim r^\nu \quad \text{con } \nu \sim -0.3 \quad (2.4)$$

In questo caso la cuspidale sarebbe dovuta alla sfera di influenza del buco nero, ovvero a regione radiale all’interno della quale il potenziale gravitazionale è dominato dal buco nero, mentre al di fuori di questa regione il potenziale dominante è quello dell’ammasso. Nonostante la legge di potenza sia meno ripida, alcune simulazioni numeriche (Vesperini & Trenti, 2010 [25]) suggeriscono che un ammasso PCC passi una lunga fase evolutiva in cui ha la possibilità di sviluppare una cuspidale con un valore di ν simile a quello predetto dall’ipotetica presenza di un IMBH.

2.3 La distribuzione radiale delle BSS come indicatore di evoluzione dinamica

Le *Blue Stragglers* (o “vagabonde blu”, BSS) sono una popolazione “esotica” di stelle presente nei GCs; vengono chiamate in questo modo perché non appartengono alle sequenze evolutive canoniche previste dall’evoluzione stellare. Scoperte per la prima volta da Sandage nel 1953 [26], esse sono facilmente individuabili in un diagramma colore-magnitudine (CMD), in quanto sono stelle più luminose e più calde del turn-off della sequenza principale (MS-TO): esse si collocano infatti sul prolungamento ideale della Main Sequence, come mostrato in figura 2.3.

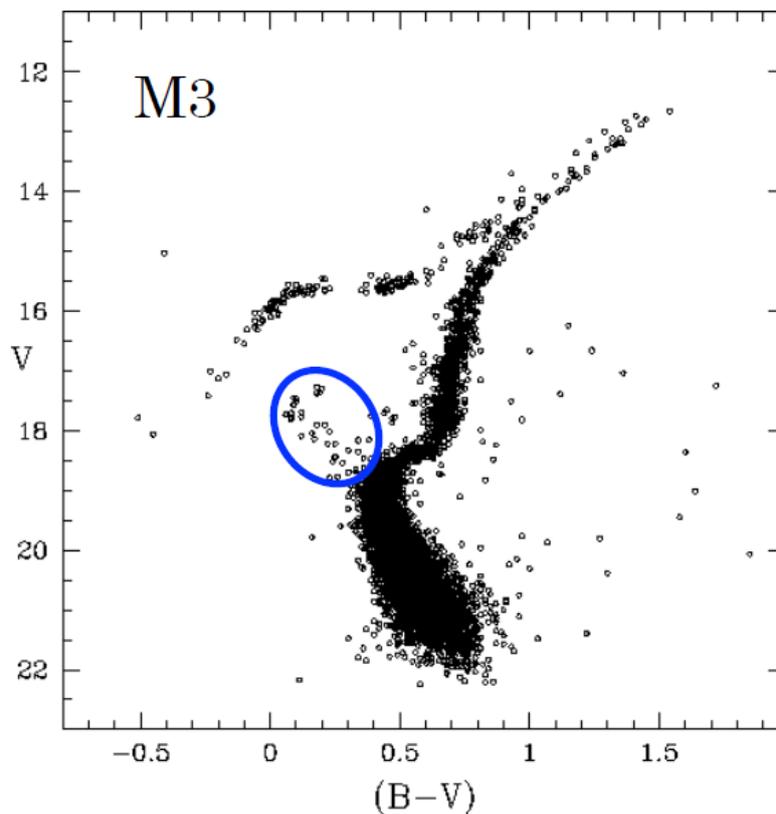


Figura 2.3: CMD di M3 (primo GC in cui sono state scoperte le BSS) in cui il cerchio blu evidenzia la presenza di stelle più brillanti e più blu del MS-TO (Buonanno et al., 1994 [27])

La loro posizione nel CMD potrebbe suggerire che esse siano stelle più giovani, ma quest'ipotesi non è consistente con l'evidenza che le stelle dei GCs sono tutte coeve, formatesi in un unico episodio di formazione stellare. Dunque, in realtà, le BSS sono delle stelle più massicce rispetto a quelle che si trovano nel turn-off, con massa tipica di $M_{BSS} \approx 1.2 - 1.6 M_{\odot}$, contro alla massa tipica del TO ($M_{TO} \approx 0.8 M_{\odot}$).

Dal momento che si esclude la possibilità che i GCs abbiano avuto fenomeni di formazione stellare recente (per via delle loro buche di potenziale poco profonde), la formazione di queste stelle implica degli scenari particolari non previsti dall'evoluzione di una stella singola (Davies et al., 2004 [37]). I canali di formazione attualmente più accreditati sono il canale del trasferimento di massa (Geller et al., 2009 [40]) e il canale collisionale (Hills et al., 1976 [38]). Le *mass transfer BSS* (MT-BSS) prevedono un sistema binario composto da una stella di MS e da un'altra stella (per esempio una gigante) che si gonfia e trasferisce materia sulla compagna. La stella di MS, quindi, accresce massa dalla compagna, acquisendo una certa quantità di idrogeno come carburante: per questo motivo potrà rimanere in MS più a lungo ed essere osservata come BSS nel CMD. Le *collisional BSS* (COLL-BSS), invece, si formano direttamente dalla collisione fisica tra due stelle. L'efficienza dei due canali di formazione dipende da diversi fattori, tra questi: la frazione di binarie, la fase evolutiva in cui si trovano le stelle e l'evoluzione delle binarie (dipendente anche dalla dinamica interna dell'ammasso). Da questo si deduce che la dinamica interna ha un ruolo fondamentale nella formazione delle BSS in entrambi gli scenari (Knigge et al., 2009 [39]).

Lo stretto rapporto tra le BSS e la dinamica stellare, però, è principalmente legato al concetto di frizione dinamica, già introdotto nella sezione 1.4.1, che fa sì che le stelle con massa maggiore tendano a scivolare verso la regione più centrale dell'ammasso (Ferraro et al., 2012 [41]). Come già detto, le BSS hanno una massa dell'ordine di $1.2 - 1.6 M_{\odot}$, nettamente più grande della massa media delle stelle in un ammasso ($0.3 - 0.4 M_{\odot}$). Questo implica che sia le BSS, che addirittura i loro progenitori (più precisamente, quelli delle MT-BSS), soffrono degli effetti della frizione dinamica e, di conseguenza, tendono a scivolare verso il centro dell'ammasso: questo comporta che lo studio delle BSS fornisce informazioni sugli effetti di frizione dinamica e quindi sullo

stadio dinamico in cui si trova un GC (Ferraro et al., 2015 [42]).

In particolare, un potente indicatore di età dinamica è la distribuzione radiale delle BSS all'interno del sistema ospite, tracciata, per esempio, dalla frequenza specifica (numero di BSS normalizzato al numero di stelle di una popolazione di riferimento, come quella di stelle di HB o di RGB) alle diverse distanze radiali dal centro. Quindi, dal punto di vista metodologico, come prima cosa si richiede di campionare tutto il sistema, avendo la necessità di studiare le BSS sia nelle regioni più centrali, sia in quelle periferiche. Per farlo, sarà necessario avere alta risoluzione al centro (con telescopi come *Hubble Space Telescope* o HST), mentre per le regioni esterne si dovranno usare strumenti a grande campo come GAIA o ESO-WFI.

Successivamente, si studierà il CMD (possibilmente sia in ottico sia in UV¹), per poi passare alla selezione delle BSS dallo stesso diagramma. In questo passaggio entra in gioco una certa arbitrarietà nella selezione: infatti, la scelta delle box di selezione è un compromesso tra l'avere più statistica possibile e l'avere campioni il più puliti possibile, cioè dove tutte le BSS candidate, sono effettivamente delle BSS (e non, per esempio, delle stelle di *Horizontal Branch*). Una volta che le BSS e le stelle di riferimento sono selezionate nel CMD, si divide il campo di vista in anelli concentrici (con la grandezza degli anelli arbitraria) e si va a contare il numero di stelle delle due popolazioni all'interno di ciascun intervallo radiale. In alternativa alla frequenza specifica, si può anche calcolare il *rapporto doppio normalizzato* delle BSS (R_{BSS}):

$$R_{BSS}(r) = \frac{N_{BSS}(r)/N_{BSS,TOT}}{L_{samp}(r)/L_{TOT}} \quad (2.5)$$

dove N_{BSS} è il numero di BSS per ciascun anello, $N_{BSS,TOT}$ è il numero di BSS totale nell'ammasso, L_{samp} è la luminosità campionata per ogni anello e L_{TOT} è la luminosità totale del sistema. Studiando questo parametro in diversi GCs, sono stati ottenuti (Ferraro et al., 2012 [41]) i risultati mostrati in figura 2.4, la cui interpretazione è illustrata nella figura 2.5.

¹Visto che si ha a che fare con stelle calde, tipicamente $T > 8000K$, il picco di emissione di corpo nero sarà spostato verso lunghezze d'onda corte, tipicamente proprio nell'UV: $\lambda_{max} = 0.29/T_{eff} < 3600\text{\AA} \Rightarrow UV$

Come si può osservare in nel pannello (a) di figura 2.5, si può ottenere un valore di $R_{BSS} = 1$ costante, che implica che le BSS sono distribuite come la luce, ovvero come le popolazioni normali dell'ammasso. Questo indica che la frizione dinamica non ha ancora avuto tempo di essere efficiente in nessuna zona del sistema (nemmeno nelle regioni centrali). Nel pannello (b), invece, si ha una distribuzione radiale con un piccolo eccesso al centro e una carenza di BSS ad una distanza relativamente piccola dal centro. Questo indica che la frizione dinamica è riuscita a segregare le BSS più interne, ma non ha avuto ancora alcun effetto su quelle più lontane. In altri termini, l'ammasso ospite è più evoluto, dal punto di vista dinamico, rispetto a quello precedente, in cui $R_{BSS} = 1$ dappertutto. Analogamente, il pannello (c) corrisponde al caso di un ammasso ancora più evoluto in cui quindi la frizione dinamica è riuscita a far “scivolare” verso il centro le BSS che si trovavano a distanze ancora maggiori. Nel pannello (d), invece, si ha il caso in cui il GC è dinamicamente molto evoluto, con le BSS anche più esterne che sono già scivolte nelle regioni più centrali.

Questo ha permesso di definire un *dynamical clock* (o un “orologio dinamico”) (Ferraro et al., 2012 [41]), cioè un metodo in grado di stimare quanto un ammasso stellare sia evoluto o quanto, al contrario, i processi dinamici non hanno ancora influenzato il sistema. La “lancetta di questo orologio” è la posizione del minimo della distribuzione radiale di BSS: più il minimo è osservato a grandi distanze dal centro, più il sistema è dinamicamente vecchio.

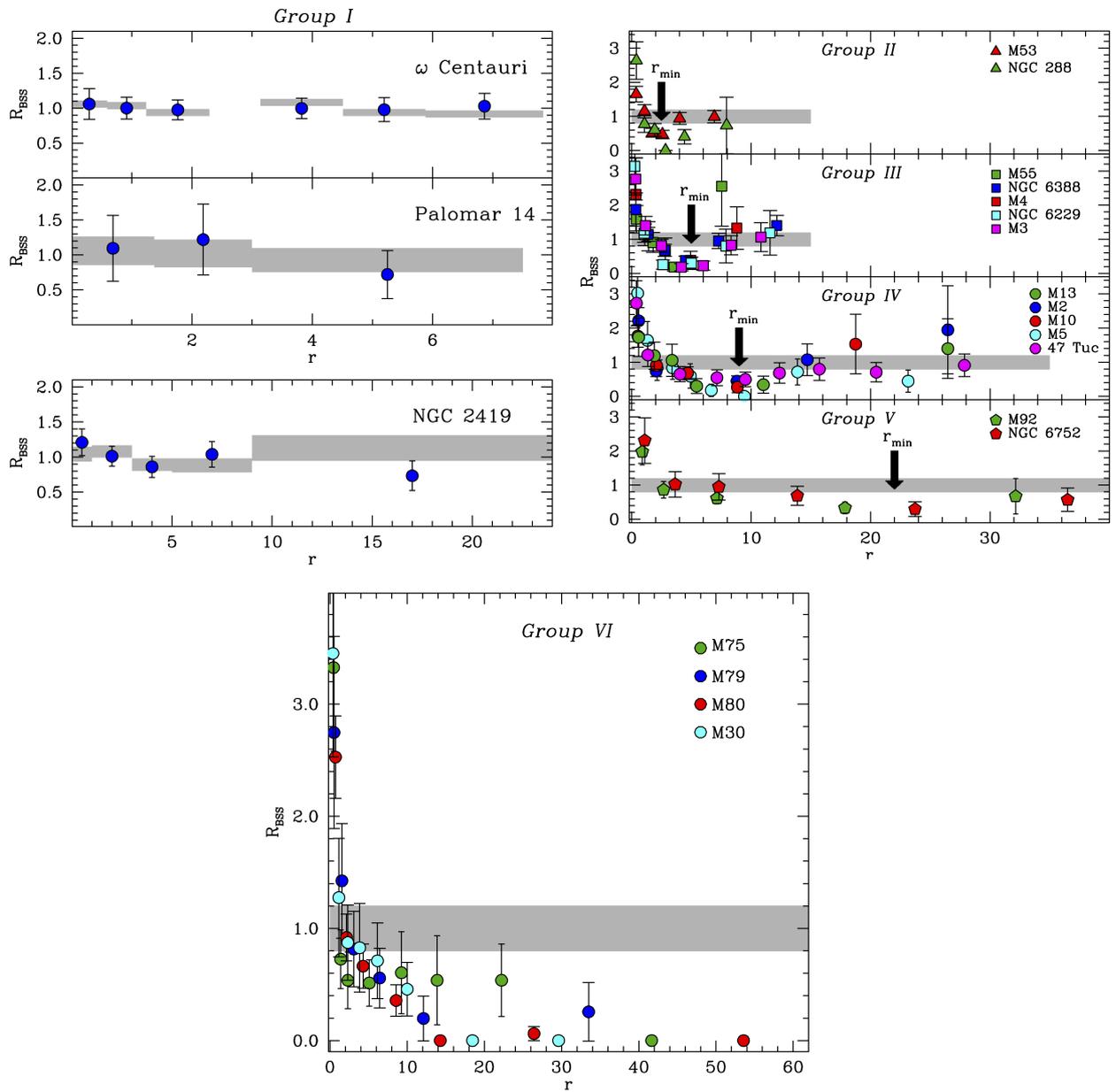


Figura 2.4: Risultati osservativi ottenuti da Ferraro et al., 2012 [41]

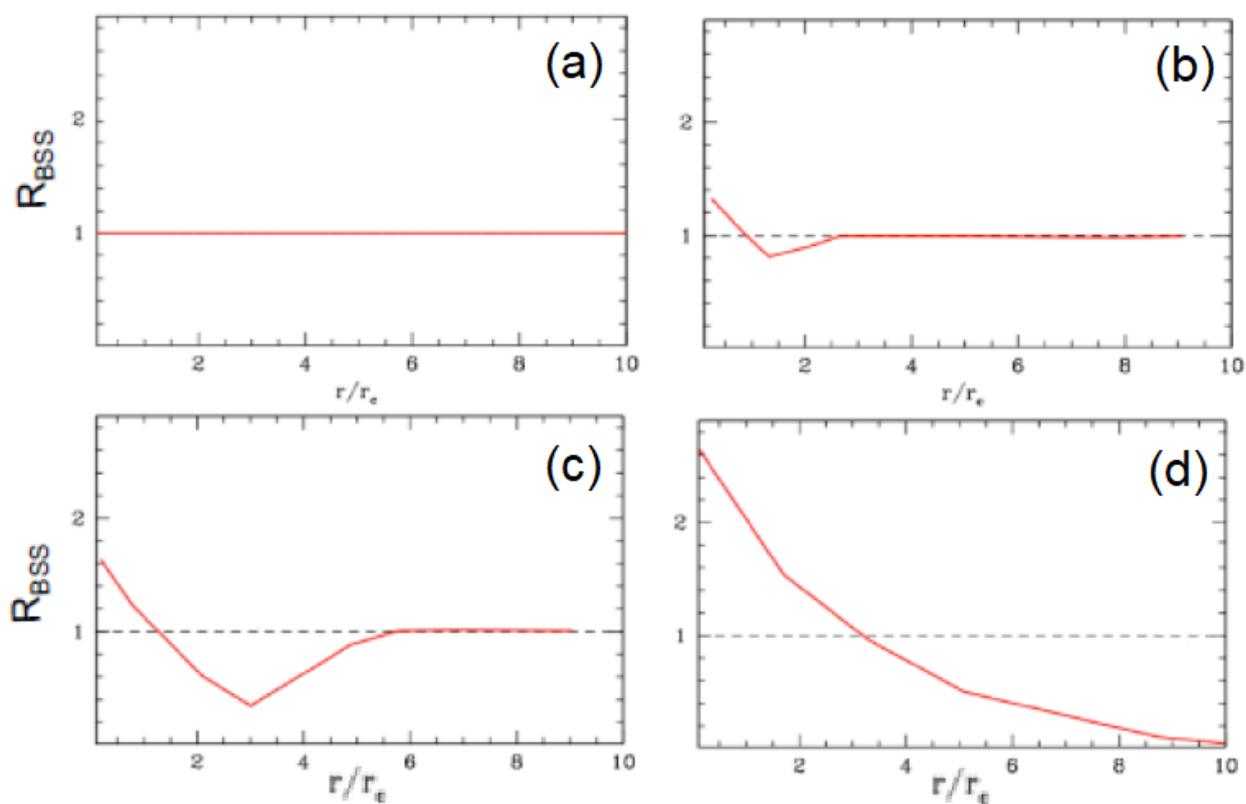


Figura 2.5: Quattro grafici in cui è schematizzato l'andamento del il rapporto doppio normalizzato delle BSS (R_{BSS}) in funzione della distanza dal centro normalizzata al raggio di core

2.3.1 Il problema del binning e il parametro $A+$

Un problema che si presenta nella determinazione della distribuzione radiale delle BSS è la modalità con cui si effettua il *binning*, ovvero il modo in cui si sceglie la larghezza degli intervalli, che rimane del tutto arbitrario. La scelta è dettata dal fatto che se si scelgono intervalli troppo stretti, diminuirà la statistica e si otterranno solo fluttuazioni stocastiche, mentre se si fanno degli intervalli troppo larghi si rischia di perdere le caratteristiche della distribuzione e non osservare più il minimo (quindi la lancetta dell'orologio).

Un metodo efficace, che non risente del problema del binning, è basato sulla distribuzione radiale cumulativa (CRD) delle BSS, attraverso la definizione del parametro $A+$ (Lanzoni et al., 2016 [47]):

$$A+(x) = \int_{x_{min}}^x \phi_{BSS}(x') - \phi_{REF}(x') dx' \quad (2.6)$$

Il parametro $A+$ è definito come l'integrale della differenza tra la distribuzione radiale cumulativa delle BSS e quella di una popolazione di riferimento più leggera (p.e. le giganti dell'RGB). Nell'equazione (2.6), x è la distanza radiale normalizzata al raggio di metà massa ed espressa in logaritmo: $x = \log(r/r_{hm})$. La normalizzazione permette il confronto tra sistemi stellari di dimensioni fisiche differenti. L'espressione logaritmica serve ad enfatizzare la sensibilità del parametro nelle zone più interne del sistema, dove i processi dinamici sono più efficienti. La scelta di r_{hm} come distanza fisica di normalizzazione è motivata dal fatto che il valore di r_{hm} varia poco con l'evoluzione dinamica del sistema (al contrario, per esempio, di r_c che cala rapidamente con il tempo evolutivo). Questa scelta, inoltre, offre il grande vantaggio di campionare regioni di cielo che, per la maggior parte dei GCs, sono interamente campionate dagli strumenti a bordo di HST. Di conseguenza, al contrario di quanto avviene per R_{BSS} o la frequenza specifica, per determinare $A+$ non è necessario campionare l'intera estensione radiale del sistema, ovvero non è richiesta la combinazione di cataloghi fotometrici ottenuti con strumenti diversi, magari anche in bande differenti.

Se le BSS sono distribuite come la luce, ovvero come qualunque popolazione “normale” dell’ammasso, le due distribuzioni cumulative sono indistinguibili e, quindi, l’area compresa tra esse, ovvero il valore di $A+$, sarà pari a zero. Questo è quanto ci si aspetta in un sistema dinamicamente non evoluto. Se, invece, le BSS sono molto più concentrate al centro rispetto alla popolazione leggera di riferimento (come si osserva negli ammassi più evoluti), questa differenza sarà marcata e il valore dell’integrale, cioè l’area compresa tra le due curve e quindi il parametro $A+$ saranno grandi.

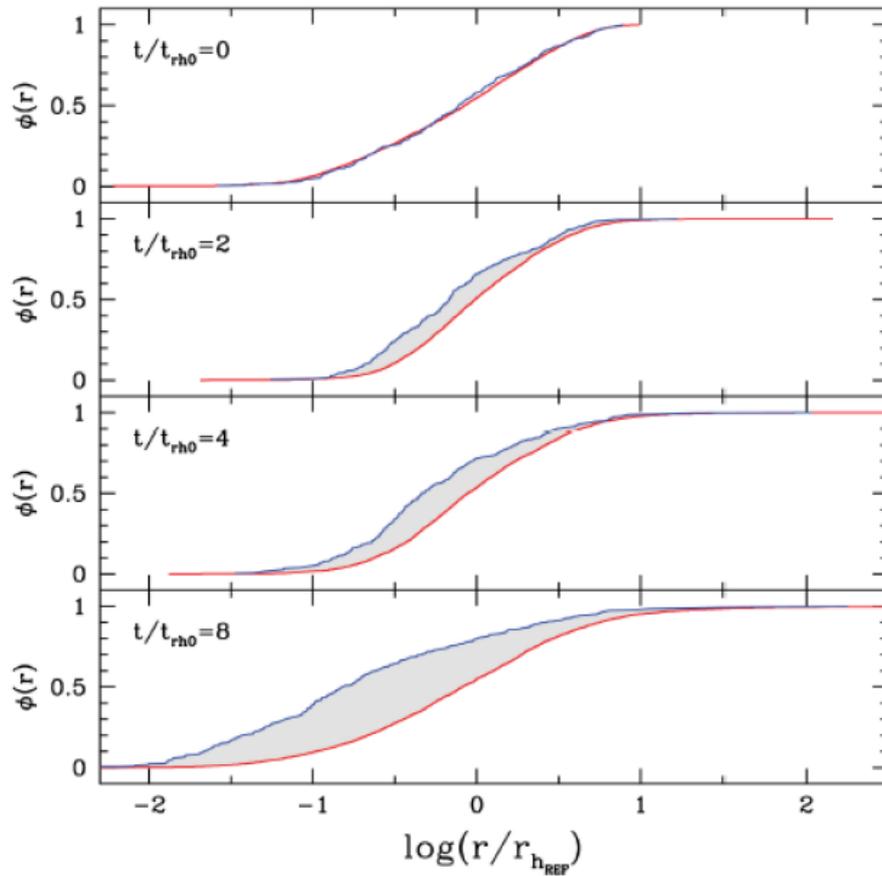


Figura 2.6: Variazione della distribuzione radiale cumulativa delle BSS (curva blu) e di quella della popolazione di riferimento (curva rossa) in funzione del tempo (dal pannello in alto, a quello in basso) nelle simulazioni a N-corpi di [Alessandrini et al. \(2016\) \[48\]](#)

Questo parametro è stato definito sulla base di simulazioni N-body (Alessandrini et al., 2016 [48]), in cui, al tempo iniziale, le BSS sono distribuite esattamente come le altre popolazioni. Come mostrato in figura 2.6, man mano che il tempo evolutivo avanza, le BSS (curva blu) tendono a segregare al centro più rapidamente della popolazione di riferimento (curva rossa) e, di conseguenza, l'area tra le due cumulative (ovvero il valore di $A+$) diventa sempre più grande.

La figura 2.7 mostra alcuni esempi di distribuzioni radiali cumulative di BSS e della popolazione di riferimento, osservate in quattro GCs, con il corrispondente valore di $A+$ indicato in ciascun pannello. Lo studio di questo parametro in circa 1/3 dell'intera popolazione di GGCs ha permesso di identificare una correlazione lineare tra il valore di $A+$ e il numero di rilassamenti ($N_{relax} = t_{GC}/t_{rc}$) subiti dall'ammasso (Ferraro et al., 2018 [43]).

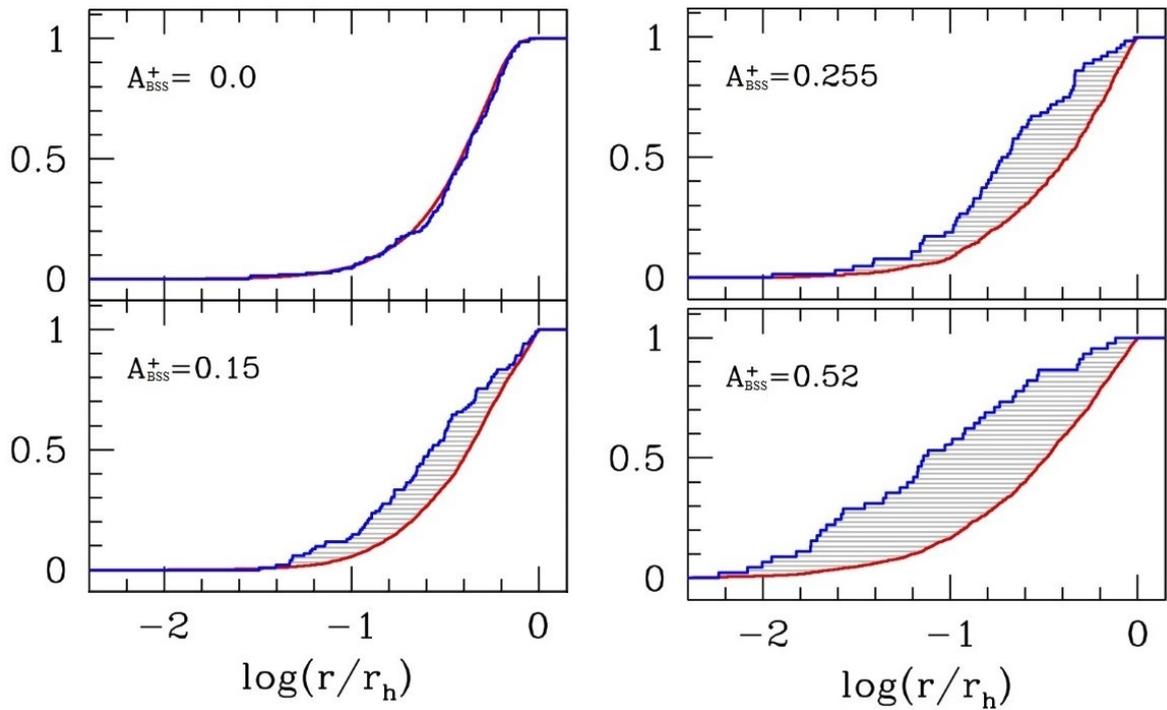


Figura 2.7: Distribuzione radiale cumulativa delle BSS (in blu) e delle stelle di una popolazione di riferimento (in rosso) per GCs con diversi valori di $A+$ (Ferraro et al., 2018 [43])

La relazione è apprezzabile in figura 2.8 e in particolar modo la retta di best-fit trovata dai dati osservati è descritta dall'equazione (2.7).

$$\log N_{relax} = 5.1(\pm 0.5) \cdot A + +0.79(\pm 0.12) \quad (2.7)$$

Il parametro N_{relax} quantifica il numero di tempi di rilassamenti centrali che sono avvenuti dal momento della formazione dell'ammasso: per questo motivo, la relazione trovata dimostra che il livello di segregazione delle BSS misurato da $A+$ (che è un parametro puramente osservativo) può essere usato per stimare lo stadio di evoluzione dinamica dell'ammasso in studio.

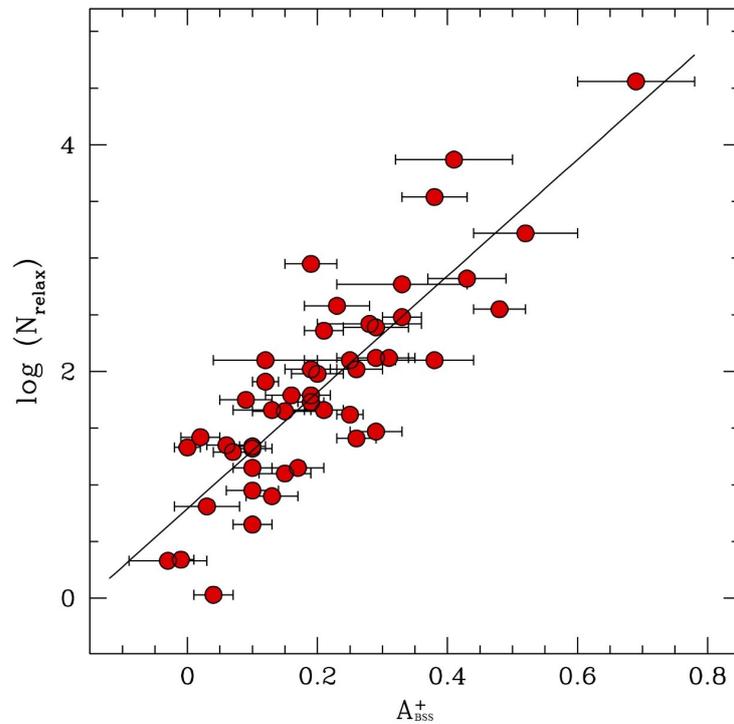


Figura 2.8: Relazione tra il valore di $A+$ e $\log N_{relax}$ per 48 GCs (Ferraro et al., 2018 [43])

2.4 La recente definizione di tre nuovi indicatori di evoluzione dinamica

Attualmente (Bhat et al., 2021 [1]) si sta studiando un nuovo metodo in grado di stimare l'età dinamica di un sistema, cercando di utilizzare la struttura dell'ammasso stesso, ovvero l'intera popolazione stellare del sistema, invece che solamente una classe particolare di stelle, come le BSS. Questo è un approccio completamente nuovo allo studio della dinamica stellare, che offre il grande vantaggio di una maggiore statistica. Infatti, le BSS che si possono trovare in un GC sono dell'ordine di alcune decine, mentre il nuovo approccio si basa su centinaia o migliaia di stelle all'interno dell'ammasso.

Per definire nuovi indicatori di età dinamica basati sull'intera popolazione stellare, è stato analizzato un GC "sintetico", ottenuto tramite una simulazione Montecarlo. Le condizioni iniziali consistono in 50000 stelle con una massa compresa tra $0.1 M_{\odot}$ e $100 M_{\odot}$, con distribuzione iniziale di massa (o *Initial Mass Function*, IMF) di Kroupa (Kroupa, 2021 [49]). La distribuzione iniziale, sia spaziale che di velocità, delle particelle simulate segue un modello di King con un potenziale centrale $W_0 = 6$, un raggio di metà massa $r_{hm} = 2 pc$ e una distanza dal centro Galattico di $R_G = 4 kpc$. Dalle simulazioni sono stati esclusi i sistemi binari primordiali, nonostante se ne formi qualcuno durante l'evoluzione dell'ammasso.

La durata della simulazione è di circa 16 Gyr e l'evoluzione dinamica dell'ammasso è ben tracciata dalla variazione temporale del raggio Lagrangiano dell'1% ($r_{1\%}$), che rappresenta il raggio che include l'1% del numero totale delle stelle, mostrata in figura 2.9. In particolare, in figura 2.9, si può notare come, a causa dei processi di evoluzione stellare iniziali e di una fase di rilassamento violento, $r_{1\%}$ aumenta leggermente all'inizio. Successivamente, dopo circa 2 Gyr dalla formazione del GC, il rilassamento a due corpi fa sì che $r_{1\%}$ diminuisca sempre più rapidamente, fino a quando non raggiunge il suo valore minimo nel momento in cui avviene il core collapse ad un tempo $t_{CC} = 12.8 Gyr$.

Successivamente, si verificano una serie di espansioni e contrazioni del core: le oscillazioni gravotermiche. Durante tutta questa evoluzione, non è solo la regione centrale

a subire dei cambiamenti, ma tutta la struttura dell'ammasso cambia con il tempo. Al fine di investigare questi cambiamenti, le simulazioni condotte estraggono diverse istantanee (*snapshots*) in diverse fasi evolutive del sistema, come mostrato nelle righe verticali tratteggiate di figura 2.9².

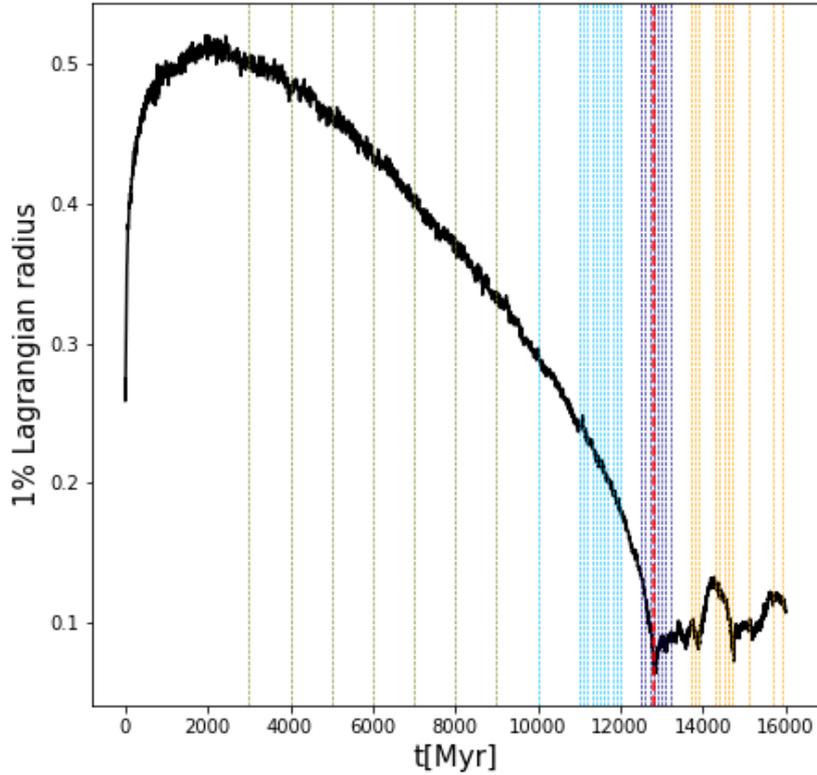


Figura 2.9: In nero è rappresentata l'evoluzione di $r_{1\%}$, ovvero il raggio che include l'1% di tutte le stelle del sistema. La linea rossa tratteggiata rappresenta il momento in cui avviene il CC ($t_{CC} = 12.8 \text{ Gyr}$). Le linee verticali più sottili corrispondono alle diverse istantanee (*snapshots*) analizzate nelle simulazioni (i diversi colori rappresentano diversi momenti evolutivi). Fonte: [Bhat et al., 2021 \[1\]](#)

In figura 2.10 si può osservare il profilo di densità proiettata dell'ammasso simulato ad un tempo precedente e ad un tempo successivo a t_{CC} (pannello (a) e (b), rispettiva-

²I diversi colori rappresentano diversi momenti evolutivi: il verde oliva rappresenta i momenti antecedenti al CC, l'azzurro il pre-CC, il blu scuro il CC e il giallo i momenti successivi al CC.

mente).

Come atteso, il profilo di densità proiettata dell'ammasso simulato è ben descritto da un modello di King (a core piatto) prima di t_{CC} , poi sviluppa una cuspidale centrale, che, pur non scomparendo più, mostra variazioni di pendenza durante le oscillazioni gravotermiche. In accordo con precedenti risultati, si è potuto anche osservare come il raggio di core (r_c) diminuisse all'aumentare del tempo fino a raggiungere un valore minimo al tempo t_{CC} , mentre il parametro c (di King) seguisse un andamento opposto.

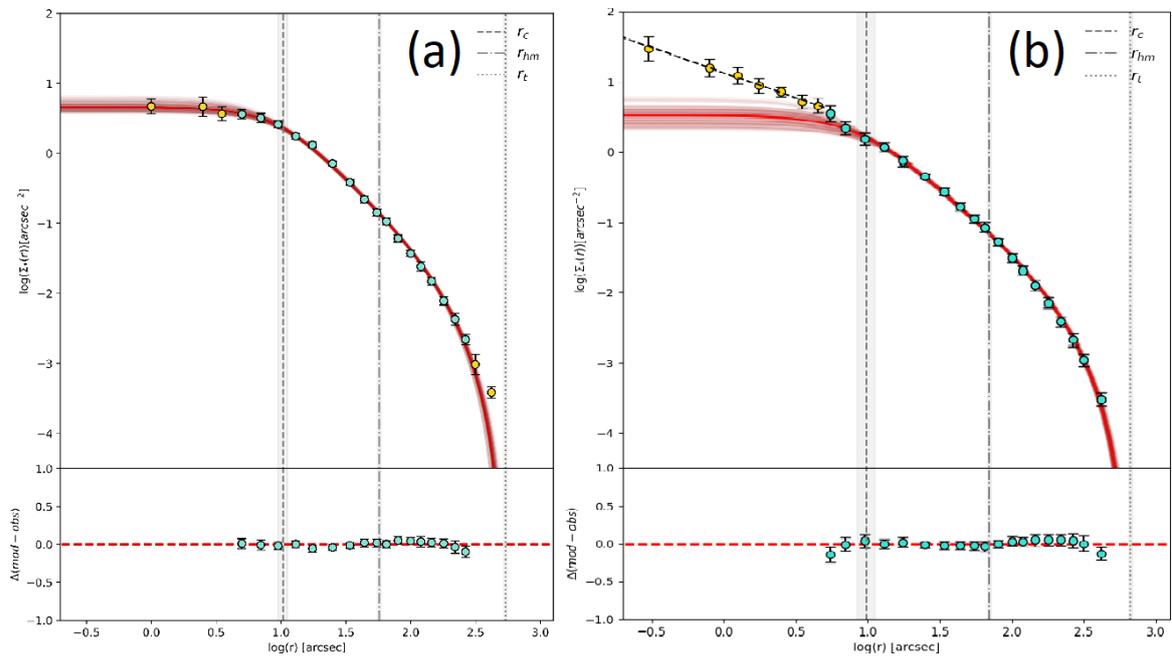


Figura 2.10: Profilo di densità per due istantanee della simulazione, per $t < t_{CC}$ (pannello (a)) e per $t > t_{CC}$ (pannello (b)). Nel pannello (b), la parte centrale del profilo (punti gialli) è stata fittata con una retta che segue una legge di potenza, mentre la parte più esterna (punti ciano) è stata fittata con un modello di King. Nel pannello inferiore vengono rappresentati i residui del fit di King. Fonte: [Bhat et al., 2021 \[1\]](#)

In linea di principio e in accordo con quanto fatto finora in letteratura, la presenza della cuspidale centrale nei profili di densità e la variazione dei parametri strutturali (come r_c e c) nel tempo, potrebbero essere usati come diagnostica dell'evoluzione dinamica del

sistema. Tuttavia, come già accennato precedentemente, questo approccio si scontra con diverse difficoltà osservative e operative. In primo luogo, nei casi reali spesso non è facile determinare la presenza della cuspidale, in quanto questo dipende fortemente dal campione di stelle utilizzato; qualora si avesse un campione con bassa statistica, si rischierebbe di dover utilizzare degli intervalli più larghi, cancellando così la presenza della cuspidale o di alterandone le caratteristiche. Inoltre, l'estensione della cuspidale in termini radiali è una scelta arbitraria: nel caso della figura 2.10(b) la cuspidale termina a 5", ma questa scelta non è univoca e se si variasse la distanza per cui si inizia a considerare una deviazione significativa dai modelli di King, la pendenza (*slope*) della cuspidale potrebbe variare di molto. Questo ha portato alla ricerca e alla definizione di nuovi indicatori di evoluzione dinamica che siano il più possibile esenti da limitazioni di questo tipo.

2.4.1 I parametri $A_5, P_5, S_{2.5}$

Le simulazioni mostrano che un metodo molto potente di inferire lo stadio evolutivo dinamico dei GCs è utilizzare la distribuzione radiale cumulativa normalizzata (o *normalized Cumulative Radial Distribution*, nCRD) delle stelle. Costruire la nCRD è piuttosto semplice: per farlo, è sufficiente spostarsi radialmente dal centro verso le regioni periferiche dell'ammasso e aggiungere un'unità al conteggio ogni volta che si incontra una stella, analogamente a quello che si è visto con il parametro $A+$, con la differenza che in questo caso si vanno a considerare tutti i tipi di stella e non solo quelle di una specifica popolazione.

Il numero di stelle ad ogni distanza radiale è poi normalizzato a quello totale del campione. A valle di molteplici studi, si è scelto di considerare tutte le stelle più brillanti di mezza magnitudine sotto al MS-TO ($V < V_{TO} + 0.5$) e presenti dentro una distanza pari a metà raggio di metà massa. Il taglio in magnitudine è stato adottato per permettere la determinazione delle nCRDs negli studi osservativi, dove l'incompletezza fotometrica difficilmente permette di adottare soglie più deboli. Il limite in distanza è quello che massimizza le differenze morfologiche delle nCRDs, fornendo al contempo un numero di stelle sufficientemente elevato.

In figura 2.11 vengono mostrate le diverse nCRDs ottenute dalla simulazione, con lo stesso codice di colore adottato in figura 2.9: da verde ad azzurro, blu e giallo, all'aumentare dell'età dinamica del sistema.

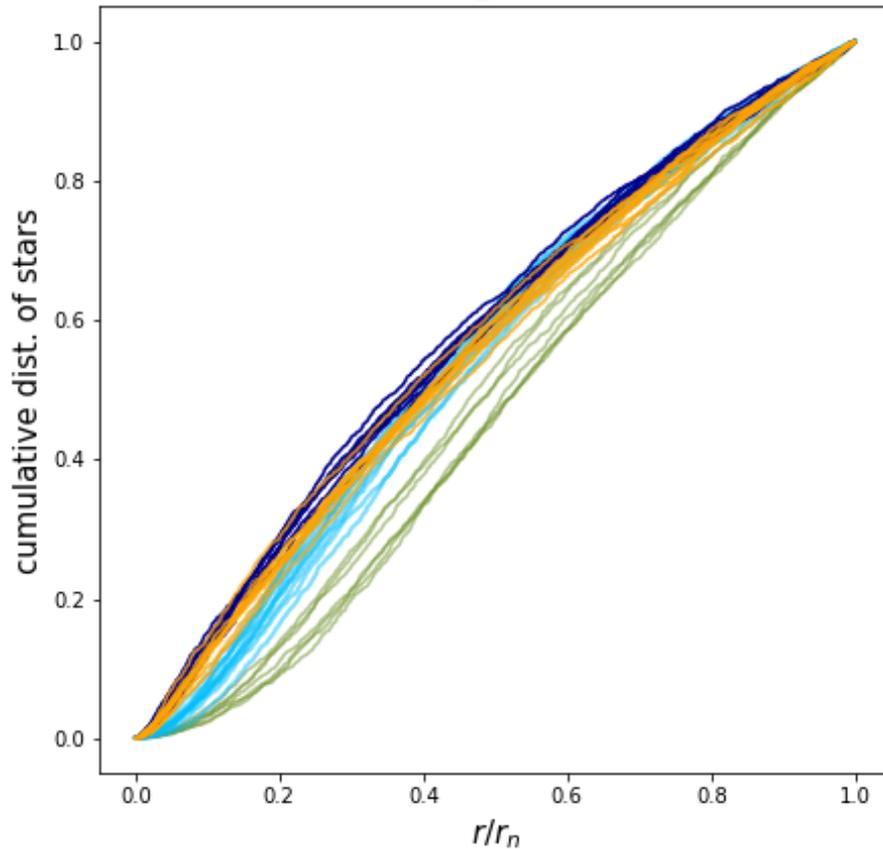


Figura 2.11: Le nCRDs dei diversi snapshots della simulazione. I diversi colori rappresentano diverse fasi di evoluzione dinamica, come in figura 2.7. Fonte: [Bhat et al., 2021 \[1\]](#)

Come si può apprezzare anche ad occhio, la forma della nCRD varia nel tempo non in maniera casuale, ma in modo “ordinato”, seguendo l’evoluzione dinamica del sistema: le curve di diverso colore tendono a raggrupparsi tra loro, secondo una morfologia simile che le distingue dalle curve di colore diverso. Le maggiori differenze tra le nCRDs si possono notare nella parte iniziale, a raggi piccoli; questo riflette il fatto che l’effetto dell’evoluzione dinamica è sentito maggiormente dalle stelle che si trovano al centro dei

GCs. Sulla base di questa evidenza, sono stati definiti tre nuovi parametri capaci di quantificare le differenze morfologiche delle nCRDs:

- A_5 , l'area sottesa dalla nCRD tra il centro e il 5% del raggio di metà massa ($r_n = 0.05 \cdot r_{hm}$);
- P_5 , cioè il valore della nCRD a $r_n = 0.05 \cdot r_{hm}$;
- $S_{2.5}$, ovvero la pendenza della retta tangente alla nCRD ad una distanza pari al 2.5% del raggio di metà massa³.

L'illustrazione grafica dei tre parametri è mostrata in figura 2.12.

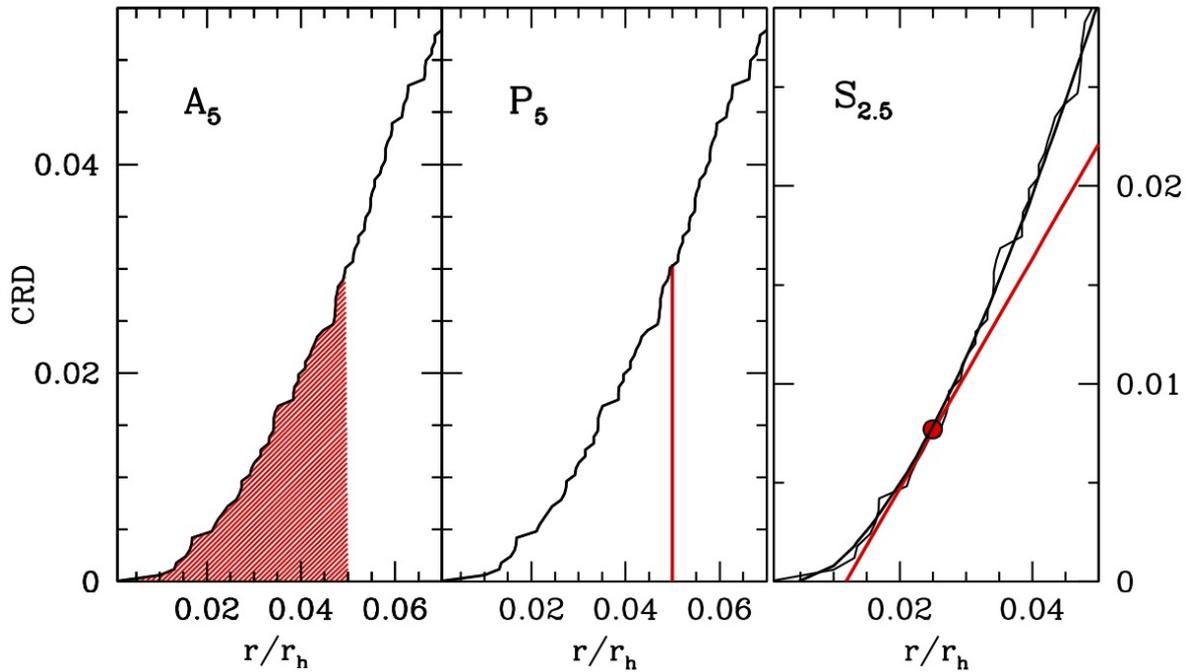


Figura 2.12: Illustrazione grafica della definizione dei tre nuovi parametri di evoluzione dinamica: A_5 , P_5 e $S_{2.5}$. Fonte: [Bhat et al., 2021 \[1\]](#)

³Prima di determinare la retta tangente, un fit polinomiale viene applicato alla nCRD per rendere più regolare (*smooth*) la curva.

Determinando i tre parametri per ciascuno degli snapshot estratti dalla simulazione, è stato possibile studiarne l'evoluzione temporale, mostrata in figura 2.13. Come si può vedere dalla figura, i tre parametri mostrano una sensibilità simile all'evoluzione dinamica dell'ammasso, con un trend crescente con il tempo e con una distinzione molto chiara tra gli snapshot iniziali e quelli finali. Il valore dei primi punti, infatti, si aggira attorno ad un valore basso e costante per tutti i parametri, per poi aumentare sempre più velocemente all'avvicinarsi della fase di CC e, infine, oscillare nelle fasi di PCC, senza più scendere ai valori iniziali.

I tre nuovi parametri e la loro dipendenza dall'evoluzione dinamica del sistema sono stati studiati solo dal punto di vista teorico, a partire dalla simulazione Montecarlo precedentemente descritta. L'obiettivo di questo lavoro di tesi è determinarli, per la prima volta, da dati osservativi di GGCs, con lo scopo di verificarne l'efficacia come diagnostici di età dinamica, anche in relazione ai metodi utilizzati finora per lo stesso scopo.

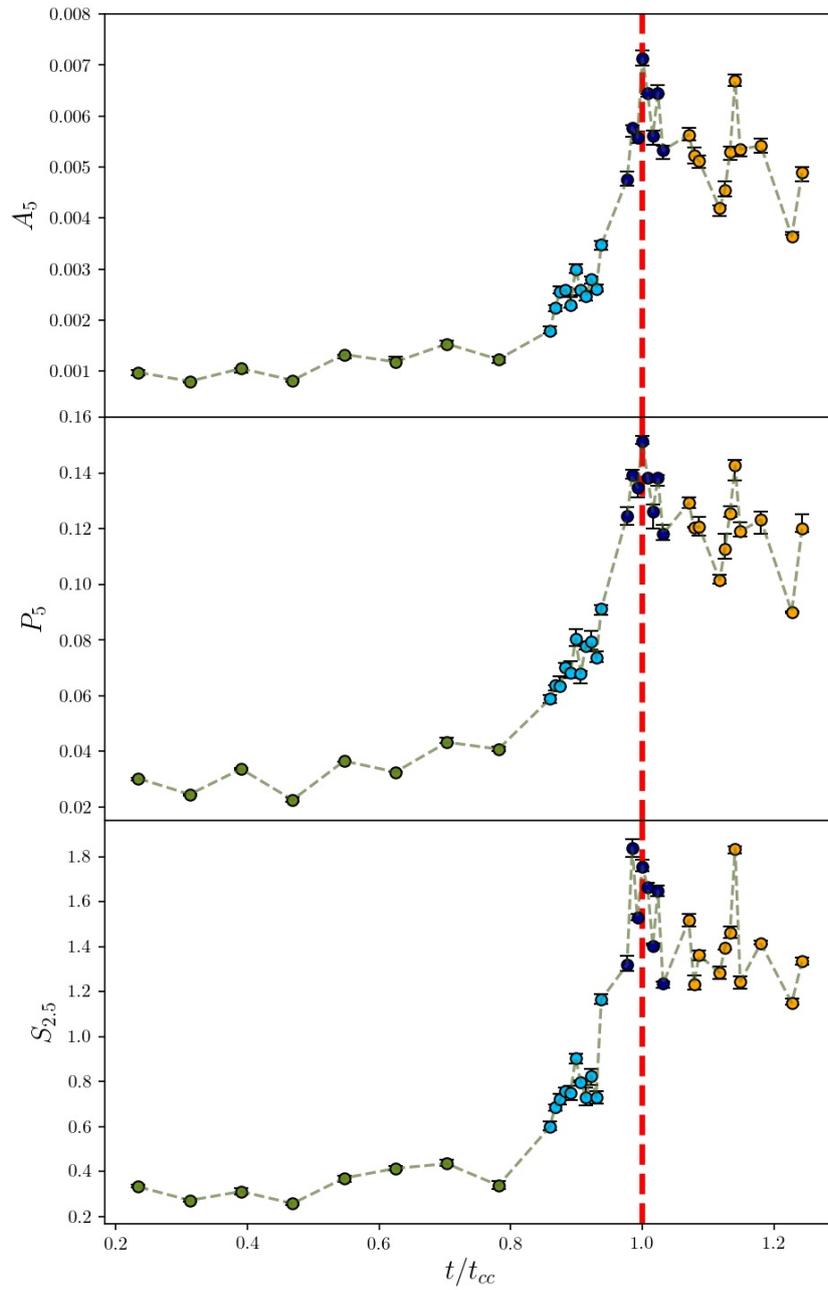


Figura 2.13: L'evoluzione temporale dei tre parametri, in funzione del tempo normalizzato al t_{CC} . I diversi colori rappresentano diversi momenti evolutivi, analogamente alle figure precedenti. Fonte: Bhat et al., 2021 [1]

3 Profili di densità e parametri strutturali del campione analizzato

3.1 Costruzione dei profili di densità

3.1.1 Descrizione generale della procedura

Il profilo di densità proiettata di un sistema stellare corrisponde al numero di stelle per unità di area contate a distanze radiali crescenti a partire dal centro. Per ottenerlo, a partire da un dato catalogo fotometrico, sono necessari i seguenti passaggi. Innanzitutto, le coordinate assolute (RA e Dec) vengono proiettate sul piano del cielo riferite al centro del sistema (di coordinate RA_c e Dec_c), utilizzando le seguenti trasformazioni:

$$x = (RA_* - RA_c) \cdot \cos\left(Dec_* \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 3600 \quad (3.1)$$

$$y = (Dec_* - Dec_c) \cdot 3600 \quad (3.2)$$

In questo modo, la distanza dal centro d di ciascuna stella, misurata in secondi d'arco, sarà data da:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.3)$$

Questo permette di costruire una mappa del GC sul piano del cielo, di cui un esempio è mostrato in figura 3.1. A questo punto, è necessario suddividere l'ammasso in *anelli concentrici*, partendo dal centro, fino a spostarsi alle regioni più periferiche. Per meglio valutare l'incertezza sulla densità, è consuetudine (Miocchi et al., 2013 [28], Lanzoni et al., 2019 [29]) suddividere ciascun anello in quattro settori (indicati dai quattro diversi

colori in figura 3.1).

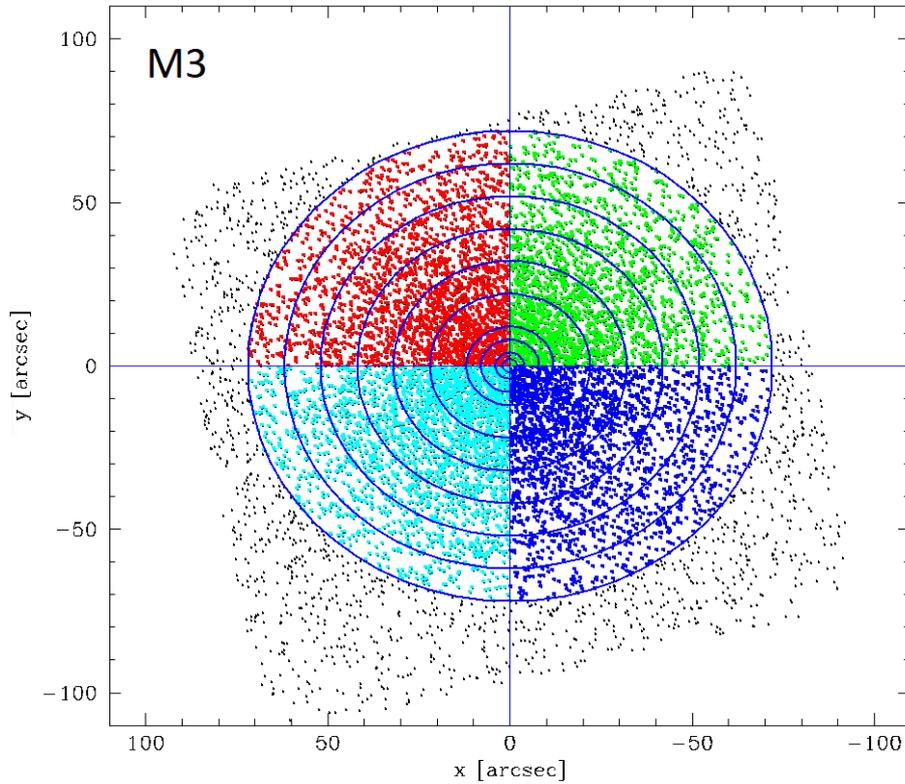


Figura 3.1: Mappa di HST di M3 in coordinate proiettate sul piano del cielo e riferite al centro dell'ammasso, in cui vengono mostrati i diversi anelli in blu; i settori possono essere distinti dai quattro colori diversi con cui sono colorate le stelle

Dunque, operativamente, si va a contare il numero di stelle presenti in ciascun settore e lo si divide per l'area del settore stesso; facendo la media aritmetica dei quattro valori ottenuti, si ottiene in questo modo la densità proiettata in ciascun anello, mentre la dispersione tra i quattro valori viene adottata come errore sulla densità stessa.

La scelta sulla dimensione degli anelli rimane piuttosto arbitraria ed è essenzialmente basata su un compromesso tra una buona statistica e un buon campionamento radiale del profilo:

1. se l'anello risulta troppo piccolo, vi è il rischio di avere pochissime stelle all'interno dei singoli settori (o addirittura di non averne affatto) e questo genera delle incertezze molto grandi sulla stima della densità;
2. se l'anello è troppo grande, al contrario, vi è il rischio che nel profilo di densità si abbiano dei punti troppo distanti l'uno dall'altro, che non permettono di seguire con sufficiente accuratezza la forma del profilo stesso.

3.1.2 Combinazione di cataloghi diversi

Al fine di determinare il profilo di densità proiettato di un GC, è necessario avere un campionamento quanto più omogeneo e completo del campo di vista coperto dall'intero sistema e risolvere le stelle ad ogni distanza radiale dal centro. In sistemi stellari caratterizzati sia da elevate densità centrali, che da grandi estensioni sul piano del cielo, com'è il caso dei GC galattici, questo richiede l'opportuna combinazione di osservazioni acquisite con diversi strumenti.

Per poter risolvere le singole stelle nelle regioni centrali di alta densità, evitando i *blends* (ovvero una sovrapposizione di due stelle lungo la linea di vista che, non riuscendole a risolvere, vengono viste come se fossero un solo oggetto), sono necessarie osservazioni fotometriche ad alta risoluzione angolare. Per questo, ci si affida ad osservazioni dallo spazio con HST, o ad osservazioni da Terra acquisite con strumenti dotati di sistemi ad ottiche adattive.

In particolare, su HST sono montati una serie di strumenti, come l'*Advanced Camera for Surveys* (ACS) e la *Wide Field Camera 3* (WFC3), che sono in grado di raggiungere una risoluzione angolare di $0.027''/\text{pixel}$ (Ryon et al, 2019 [30]). L'aspetto negativo di questa strumentazione è che ha campo di vista piuttosto limitato: questo non permette di campionare l'intero ammasso e, per questo motivo, tipicamente, i dati HST vengono utilizzati per campionare i primi $\sim 100'' \times 100''$ dal centro del sistema, contro ai $500'' - 1500''$ dell'estensione radiale totale tipica dei GCs. Al fine di campionare anche la parte più esterna dell'ammasso ($d \gtrsim 400'' - 500''$), si possono utilizzare strumenti da Terra come ESO-WFI (che ha un campo di vista di circa $34' \times 33'$). Benché queste siano osservazioni *seeing limited* (quindi con una risoluzione angolare massima di $0.6'' - 0.7''$),

sono comunque appropriate per risolvere le stelle nelle regioni più esterne (e meno dense) del sistema. In alternativa, un catalogo che è stato ampiamente utilizzato in questa analisi è quello del satellite GAIA. La missione GAIA, nella sua più recente *data release* (EDR3 del 3 Dicembre 2020), ha ottenuto la più precisa mappa tridimensionale della Via Lattea, determinando la posizione di circa 1.8 miliardi di stelle.

3.1.3 Il problema dell'incompletezza

Quando si costruisce il profilo di densità di un ammasso stellare, non vengono prese in considerazione tutte le stelle presenti nel catalogo, ma è necessario definire un *taglio in magnitudine* opportuno, oltre il quale le stelle non vengono considerate nel conteggio. Il motivo per cui si deve effettuare questo passaggio è legato al concetto di *incompletezza*: le stelle con una magnitudine maggiore (quindi le più deboli) tendono ad essere “nascoste” nelle ali della PSF delle sorgenti più luminose. Risulta ovvio che, più ci si spinge a magnitudini elevate (quindi a oggetti più deboli), più questo effetto sarà forte e il problema è tanto più grave quanto più è piccola la distanza dal centro, ovvero dove la densità stellare è più elevata. In altri termini, l'incompletezza dipende sia dalla luminosità, che dalla posizione radiale delle sorgenti rispetto al centro del sistema: l'incompletezza aumenta con la magnitudine e al diminuire della distanza dal centro. Questo effetto è ben visibile figura 3.2, dove in nero è mostrato il CMD ottenuto con HST nella regione più centrale di M3 ($0'' - 72''$ dal centro). Come si vede, il CMD descritto dai punti in nero è molto ben definito e si distinguono bene le diverse fasi evolutive, dalla MS, fino alla sequenza delle nane bianche (sulla sinistra), con anche l'evidente presenza di un numero cospicuo di BSS. In particolare, la MS si estende, ben popolata, fino a magnitudini $F275W \sim 24.0$. Invece, i punti in rosso rappresentano le stelle appartenenti solamente alla regione più centrale e più densa dell'ammasso, tra $0''$ e $10''$ dal centro. È del tutto evidente che queste sono limitate a luminosità ben più elevate: l'effetto di incompletezza (perdita sistematica di stelle deboli) è ben visibile già a $F275W \sim 20.5 - 21.0$, dove la densità di sorgenti evidenziate in rosso comincia a calare con il diminuire della luminosità, al contrario di quanto atteso sulla base della Funzione Iniziale di Massa (o *Initial Mass Function*, IMF), che prevede un numero

crescente di stelle di piccola massa (cioè di bassa luminosità in MS).

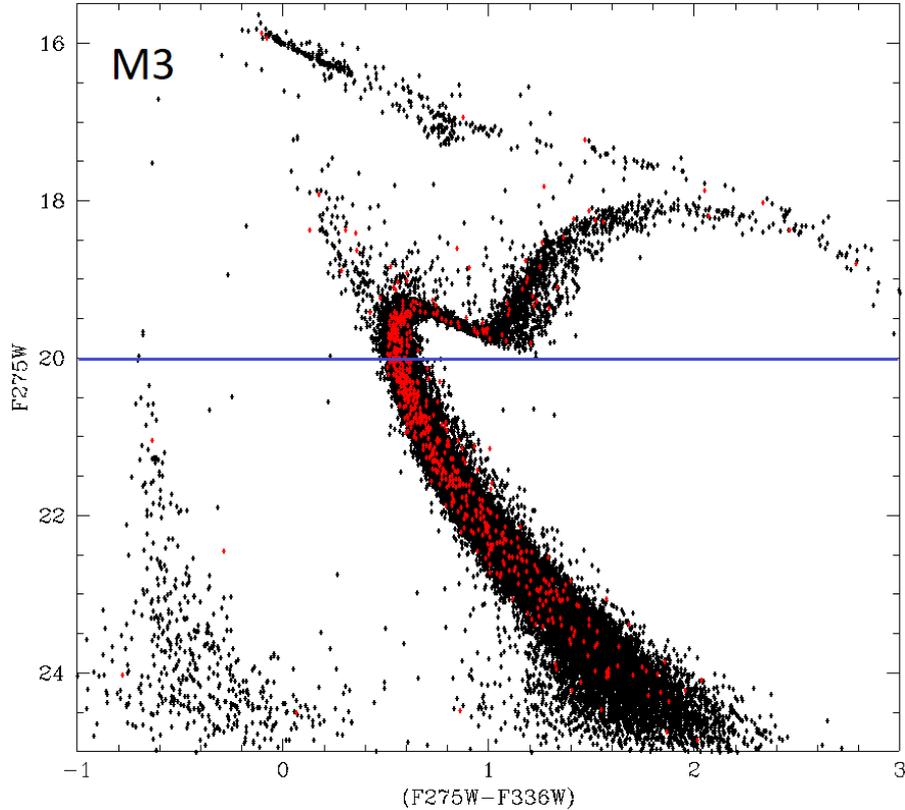


Figura 3.2: CMD di M3 ottenuto con HST. In nero: le stelle tra 0" e 72" dal centro. In rosso: le stelle tra 0" e 10" dal centro. La linea orizzontale blu rappresenta il taglio in magnitudine che è stato effettuato: tutte le stelle con magnitudine inferiore (quindi che si trovano sopra) alla riga sono state considerate per la costruzione del profilo di densità

Un esempio ancora più evidente si ottiene confrontando il catalogo GAIA di M3 ottenuto per $r < 100''$, con quello corrispondente a distanze radiali $300'' < r < 1200''$: mentre quest'ultimo (punti neri in figura 3.3) raggiunge magnitudini $rp \sim 21.0$, il sotto-campione centrale (punti rossi) è fortemente incompleto già a $rp \sim 17.0$.

L'ovvia conseguenza di questo fatto è che, se si utilizza un campione incompleto di stelle, i conteggi (quindi la densità) saranno sistematicamente sotto-stimati, specialmente nelle regioni più interne, dove l'incompletezza è maggiore. È quindi necessario scegliere

un taglio in magnitudine che, selezionando solo le stelle più brillanti (con incompletezza nulla o trascurabile), non introduca questo effetto spurio nel profilo di densità¹.

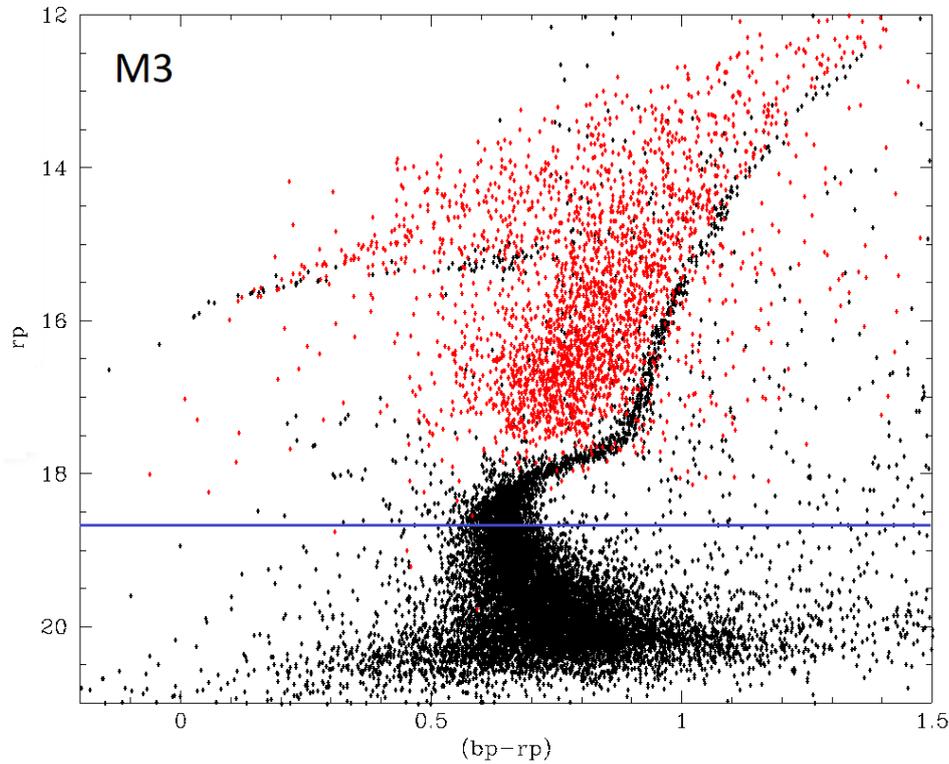


Figura 3.3: CMD di M3 ottenuto con GAIA: i punti in nero rappresentano le stelle tra 300" e 1200" dal centro, mentre i punti in rosso tra 0" e 100"; la retta blu rappresenta il taglio in magnitudine considerato: $rp = 18.7$

Per stimare il taglio in magnitudine da adottare, si possono costruire i profili di densità utilizzando diverse soglie e poi andarli a confrontare. A fini illustrativi, in figura 3.4 vengono mostrati i profili di densità di M3 per uno dei cataloghi utilizzati (il “catalogo di Stetson”), ottenuti adottando diversi tagli in magnitudine. Al fine di confrontare i diversi profili, è stato applicato un opportuno *shift* verticale, per far sì che essi si sovrapponevano nelle regioni più esterne; questo è dovuto al fatto che, ovviamente, nel momento in cui si sceglie un taglio meno conservativo, verranno contate più stelle

¹Esistono anche delle tecniche per stimare l’incompletezza fotometrica di un catalogo e correggere i conteggi, ma non verranno discussi in questa tesi perché non se n’è fatto uso nel lavoro presentato.

e, dunque, per confrontare i diversi profili, è necessario riportarli manualmente allo stesso valore di $\log \Sigma_*(r)$. Chiaramente, il valore di confronto deve essere scelto nelle

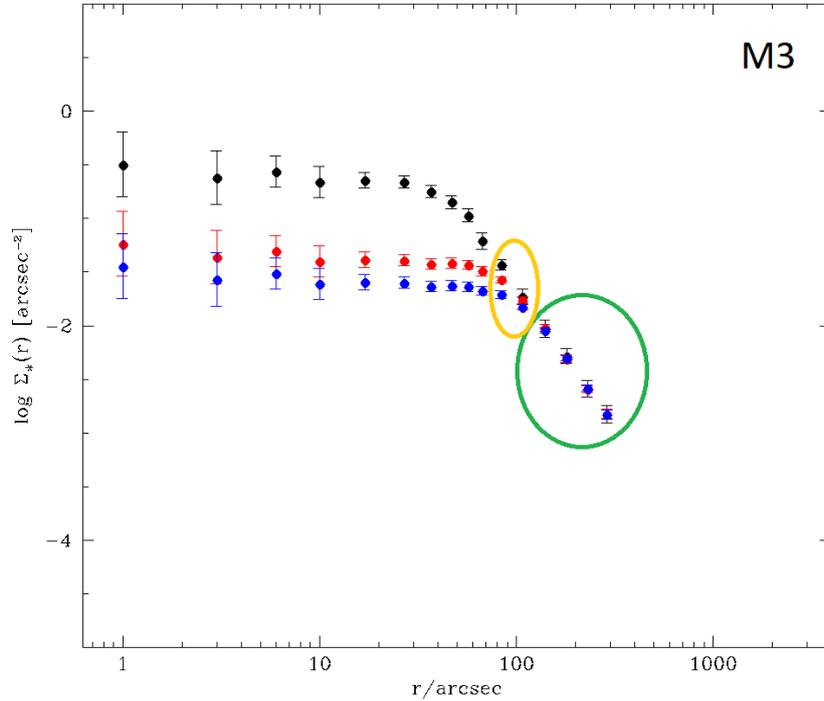


Figura 3.4: Profili di densità di M3 per il catalogo Stetson, ottenuti tra $0''$ e $320''$. In nero è rappresentato il profilo ottenuto con un taglio a $V = 18.2$ e $shift = 0$ nell'asse delle ordinate; in rosso lo stesso profilo con un taglio a $V = 19.5$ e $shift = -0.74$; in blu il profilo con un taglio a $V = 20.0$ e $shift = -0.95$. I punti cerchiati in verde sono quelli nei quali non si manifesta l'incompletezza, mentre quelli cerchiati in giallo sono i punti nel range tra $72''$ e $120''$, in cui è stato utilizzato il taglio più conservativo

regioni più esterne, dove è noto che la completezza è maggiore. Una volta fatto questo si effettua un confronto qualitativo tra i due (o più profili):

1. i punti cerchiati in giallo mostrano come, in quella regione radiale (e di conseguenza anche più al centro), adottare un taglio più conservativo (profilo nero) sia la scelta opportuna: infatti, i punti rossi e blu, in questo caso, si trovano sotto ai punti neri, e quelli blu (ottenuti con un taglio a magnitudini più deboli) sono più in basso di quelli rossi, denunciando il problema dell'incompletezza;

2. i punti cerchiati in verde, invece, coincidono tra loro e questo significa che, a queste distanze dal centro, i livelli di completezza corrispondenti ai tre tagli in magnitudine sono confrontabili, ovvero che anche quello meno conservativo fornisce un campione essenzialmente completo.

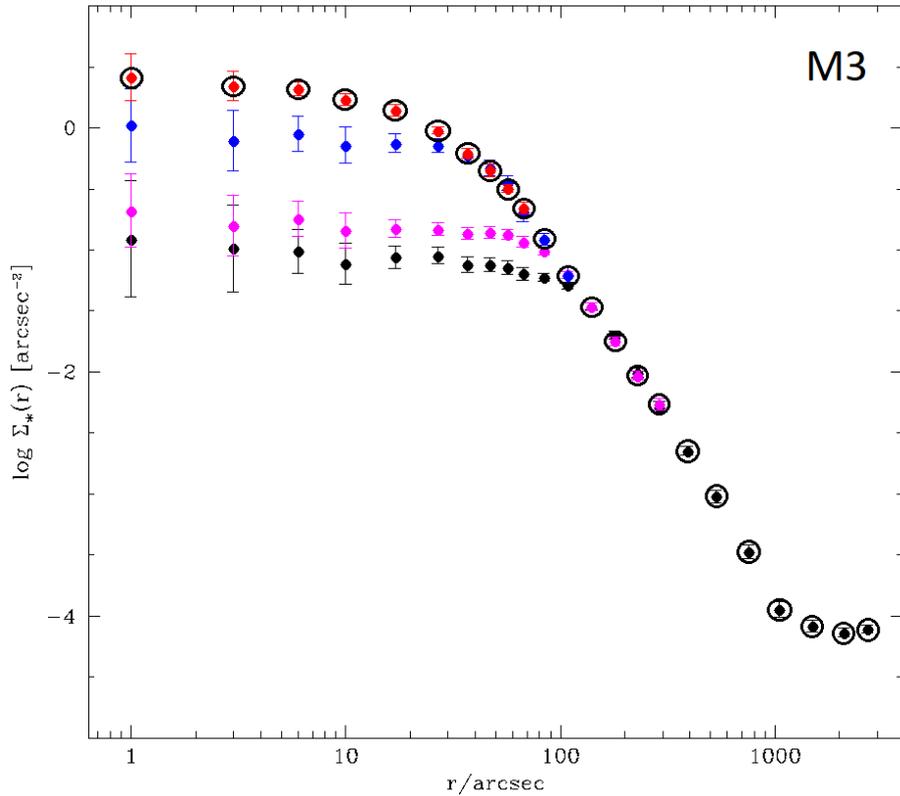


Figura 3.5: Profili di densità di M3: in rosso è mostrato il profilo ottenuto tra 0'' e 72'' con HST; in blu è mostrato il profilo di STETSON con taglio a $V = 18.2$, utilizzato tra 72'' e 120''; in rosa il profilo di STETSON con taglio a $V = 19.5$, utilizzato tra 120'' e 320''; infine, in nero il profilo ottenuto tra 320'' e 3000'' con GAIA. I cerchi vuoti evidenziano i punti usati per il profilo di densità finale di M3

L'incompletezza (quindi la magnitudine di soglia da adottare per evitarne gli effetti) dipende anche dalla banda di osservazione e dallo strumento. D'altra parte, come discusso nella sezione 3.1.2, per costruire il profilo di densità di un GC è necessario

combinare cataloghi differenti, per risolvere le singole stelle nel centro e, al contempo, coprire l'intera estensione radiale del sistema. Con altissima probabilità, i diversi cataloghi avranno livelli di completezza differenti e questo implica che sarà necessario adottare tagli in magnitudine distinti per i vari sotto-campioni e, successivamente, combinare opportunamente i profili di densità ottenuti da ciascuno di essi. La procedura è simile a quella descritta sopra: si applicano shift verticali arbitrari fino a far coincidere i diversi profili di densità nei punti più esterni (completi) di ciascuno di essi. Un esempio di questa procedura è mostrato in figura 3.5, dove i profili di diverso colore, ottenuti da cataloghi e/o tagli in magnitudine differenti, sono stati plottati in un unico grafico, dopo un opportuno shift verticale, tale per cui i punti blu più esterni coincidono con quelli rossi più esterni, quelli rosa più periferici si sovrappongono ai blu più esterni e lo stesso tra i neri e i rosa.

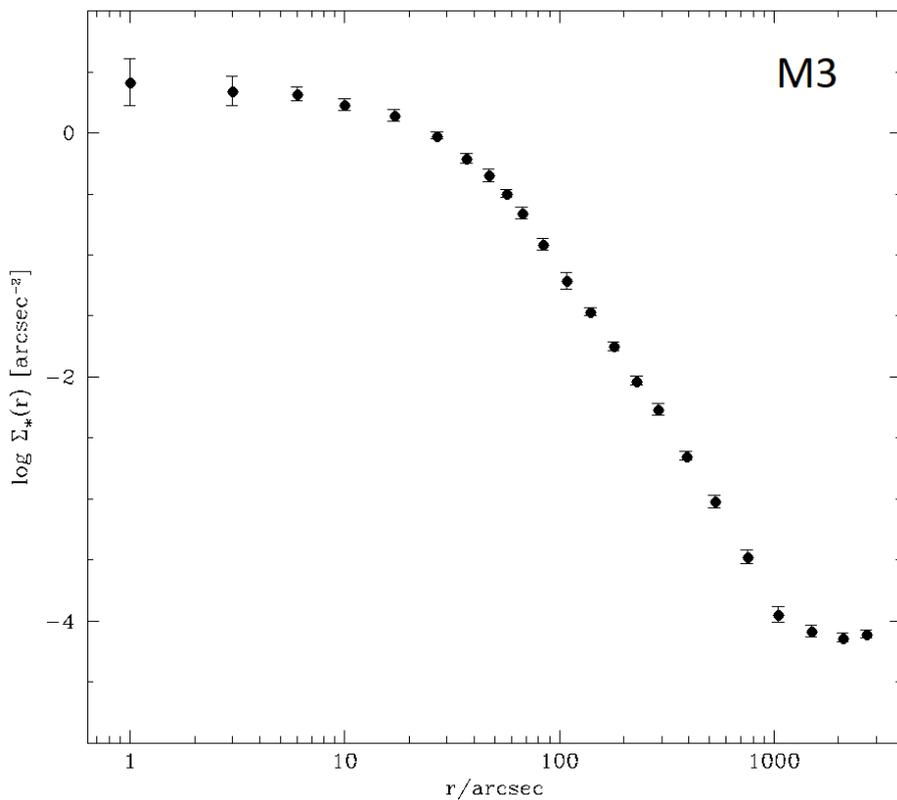


Figura 3.6: Profilo di densità osservato di M3

A questo punto, vengono selezionati, per ciascun catalogo, solo i punti che sono utili per la ricostruzione del profilo di densità, cioè quelli non affetti da incompletezza ad ogni distanza radiale r (segnati con un cerchio vuoto in figura 3.5). Il profilo risultante è mostrato in figura 3.6: qui si riesce già ad osservare il *plateau* di densità centrale, tipico degli ammassi globulari, seguito da una progressiva decrescita della densità, che si arresta attorno ad un valore costante, dato dalla densità del *campo galattico*.

3.1.4 Sottrazione della densità di campo

Dal punto di vista teorico, è chiaro come la densità dell'ammasso dovrebbe calare nelle regioni più esterne e tendere a zero raggiunto il valore del raggio di troncamento. Tuttavia, nei profili di densità osservati, si può notare come la densità cali fino ad un certo raggio, diventando però costante da un certo punto in poi. Questo è l'effetto del campo galattico: infatti, tra tutte le stelle osservate, ci sono anche quelle che appartengono alla galassia ma che comunque intercettano la linea di vista. Il motivo per cui la densità mostra un *plateau* costante, deriva dal fatto che la distribuzione di stelle del campo galattico è praticamente omogenea all'interno del campo di vista coperto dal GC, quindi la loro densità è la stessa a qualunque distanza dal centro del sistema. Il fatto che il campo contribuisca in termini assoluti in maniera uguale in tutte le regioni dell'ammasso, implica che, in termini relativi, esso sia del tutto trascurabile al centro, mentre possa diventare dominante nelle regioni più esterne del GC.

Di conseguenza, per ottenere il vero profilo di densità dell'ammasso, è necessario determinare il contributo del campo galattico, per poi sottrarlo dal profilo osservato. Per compiere questa operazione, per prima cosa è necessario campionare l'ammasso a distanze maggiori del suo raggio di troncamento, in modo da poter ottenere almeno due o tre punti nel profilo di densità che corrispondano alla sola densità del campo galattico, senza più alcun contributo dell'ammasso stesso. Per quanto discusso sopra, questo si tradurrà in due o tre punti con valore di densità del tutto confrontabile (i più esterni in figura 3.6).

A questo punto, si fa la media aritmetica di questi valori e la si sottrae (ovviamente in scala lineare, non logaritmica) ai valori misurati a tutte le distanze radiali dal centro.

La figura 3.7 mostra un esempio di questa procedura, dove il profilo in rosso (quello “vero” dell’ammasso) è stato ottenuto sottraendo da quello osservato (cerchi vuoti) il valore della densità del campo galattico indicato dalla linea verde.

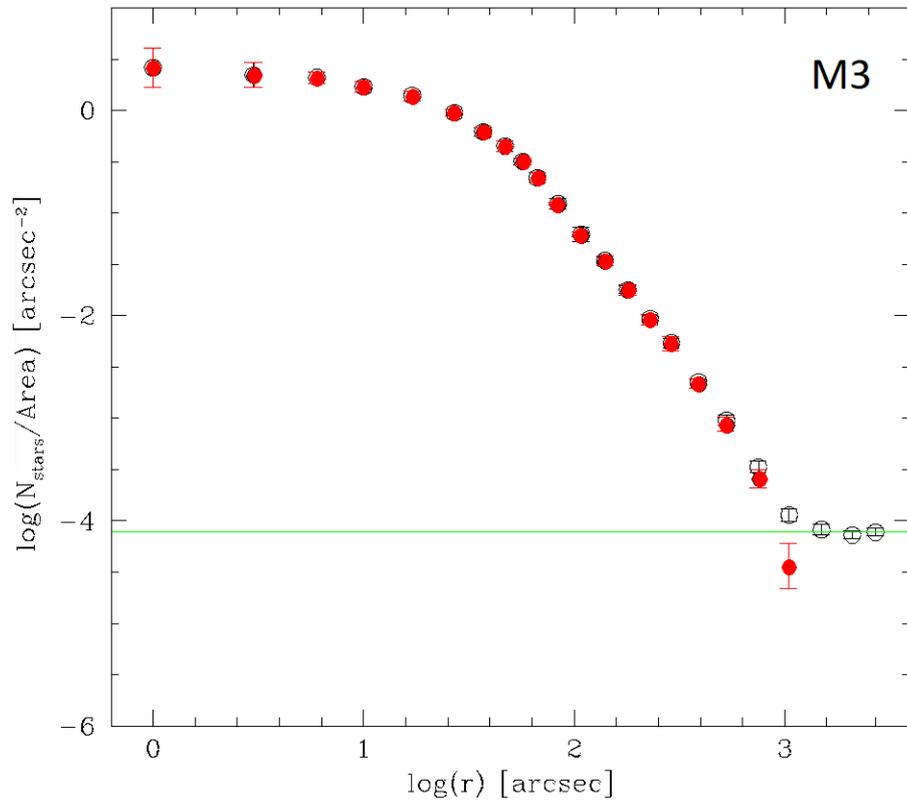


Figura 3.7: Profilo di densità finale di M3; i cerchi vuoti rappresentano il profilo osservato, mentre i cerchi pieni rappresentano il profilo dopo la sottrazione del campo galattico. La linea orizzontale in verde, indica il valore del background che è stato sottratto

3.2 Fit con i modelli di King

L'ultimo passaggio, necessario per ottenere una stima dei parametri strutturali del sistema, consiste nel riprodurre i profili di densità osservati tramite opportuni modelli. Nonostante il profilo di King (1966 [13]) sia tutt'ora ampiamente utilizzato per modellare i profili di densità degli ammassi globulari, va detto che non è l'unica soluzione possibile: in letteratura spesso si trovano anche i *modelli di Wilson* (1975 [31]), utili principalmente per i GC che mostrano un eccesso di stelle nelle regioni esterne².

Si ricorda che i modelli di King sono dei modelli mono parametrici in quanto la forma del profilo di densità è determinata univocamente da un singolo parametro: W_0 o c . Per arbitrarietà di scelta, in questo elaborato si farà riferimento sempre al parametro di concentrazione c , ricordando che esso è definito dall'equazione (1.6) e che, approssimativamente, assume dei valori crescenti all'aumentare dell'età dinamica³, fino a diventare arbitrariamente $c = 2.50$ nel caso si stia descrivendo un sistema PCC.

Per determinare il modello di King che meglio rappresenti ciascun profilo di densità, si sono prima di tutto adottati dei valori di *first-guess* (pedice “ fg ”) per quanto riguarda il valore della densità centrale (cd_{fg} , dato dal valore sull'asse delle ordinate, in termini di $\log \Sigma_*(r)$) e il raggio di core ($r_{c,fg}$, trovato in letteratura). A questo punto, vengono comparati i profili di densità (a cui già è stato sottratto il background) con i modelli di King, lasciando come parametri liberi il valore di concentrazione ($0.84 \leq c \leq 2.74$), il raggio di core ($r_{c,fg} - 10 \leq r_c \leq r_{c,fg} + 10$, in secondi d'arco) e il valore della densità centrale ($cd_{fg} - 0.15 \leq cd \leq cd_{fg} + 0.15$, in logaritmo del numero di stelle per arcosecondo quadrato).

Per ogni valore esplorato di c , è quindi stata determinata la combinazione di raggio di core e densità centrale che fornisca il più piccolo valore del χ^2 ridotto tra modello e osservazioni (χ_{min}^2). La soluzione di best-fit è infine selezionata come quella corri-

²Questa caratteristica potrebbe essere dovuta ad effetti mareali da parte della Via Lattea, la quale esercita una forza che tende trascinare via le stelle dal centro, aumentando la densità nelle regioni più periferiche.

³Questo è dovuto al fatto che il parametro di concentrazione indica, qualitativamente, quanto un ammasso sia concentrato nelle regioni più interne rispetto alla sua estensione totale; questa caratteristica, a causa della segregazione di massa e dell'equipartizione dell'energia, aumenta con l'età dinamica.

spondente al più basso valore di χ_{min}^2 tra tutti quelli ottenuti per i diversi valori di c esplorati: χ_{best}^2 .

Il modello di best-fit fornisce i parametri strutturali fondamentali del sistema, quali:

- c , il parametro di concentrazione, definito nell'equazione (1.6);
- r_c , il raggio di *core*, definito come il raggio al quale la densità proiettata diventa uguale a metà del suo valore centrale;
- r_{hm} , il raggio di metà massa (o *half-mass*), definito come il raggio della sfera contenente metà della massa totale dell'ammasso;
- r_{eff} , il raggio del cerchio che, in proiezione, include metà della luce integrata totale;
- r_t , il raggio di troncamento (talvolta indicato anche come raggio limite o raggio mareale), che indica il raggio di *cutoff* per cui la densità Σ_* va a zero.

Ad ognuno di questi valori, sono associate delle incertezze, stimate dalle variazioni massime di ciascun parametro all'interno del sotto-campione di modelli con $\chi_{min}^2 \leq \chi_{best}^2 + 1$.

3.2.1 Il caso degli ammassi PCC

Per i sistemi che si trovano in uno stadio dinamico molto avanzato e hanno già subito la catastrofe gravotermica (PCC GCs), com'è noto, il modello di King, che per definizione ha un andamento della densità centrale costante, non riproduce bene il profilo di densità nella parte centrale, che, invece, mostra una cuspid.

In questi casi, quindi, si possono fare due scelte. La prima è quella di cercare il modello di King che meglio riproduca il profilo di densità esterno e fittare i punti più centrali con una retta. In questo caso, si ottiene una corretta riproduzione del profilo di densità del sistema (pannello di sinistra in figura 3.8) e si può valutare la pendenza della cuspid, per poi eventualmente confrontarla con i valori predetti dai modelli. In

questo tipo di approccio, però, la scelta dei punti centrali da attribuire alla cuspidè è arbitraria e assunzioni diverse possono portare a risultati differenti, sia in termini di pendenza della cuspidè, che in termini di modello di King di best-fit. Inoltre, i valori dei parametri strutturali (raggio di core, di metà massa, concentrazione, etc.) che si ottengono dal modello di King, non sono rappresentativi della struttura del sistema, in quanto, per costruzione, il modello riproduce correttamente solo la porzione esterna del profilo di densità. Il metodo alternativo è quello di cercare il modello di King che meglio riproduca tutto il profilo osservato, senza esclusione dei punti più centrali.

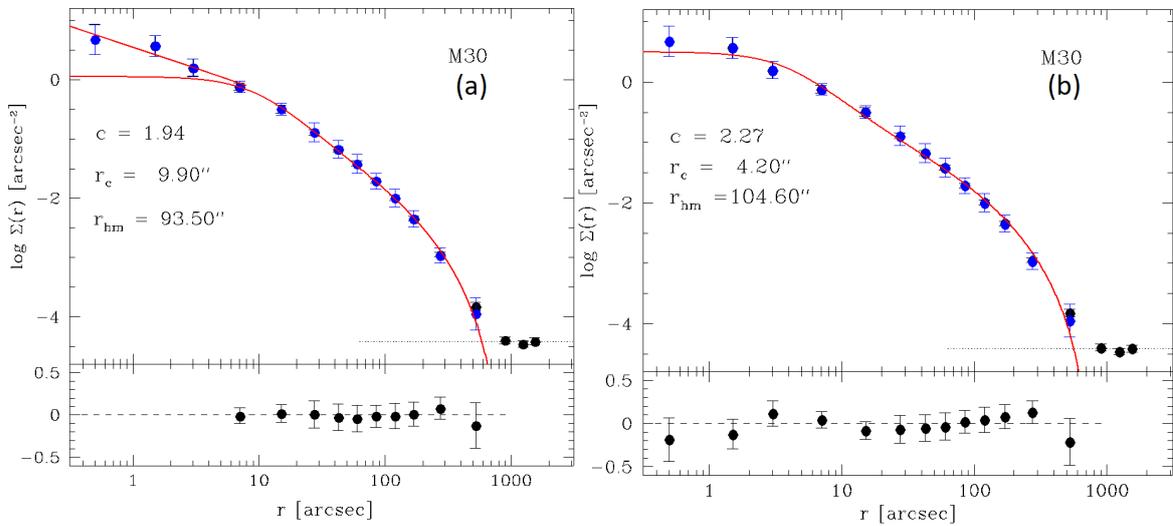


Figura 3.8: Profilo di densità di M30; nel pannello (a) è stato applicato il fit di King a tutto l'ammasso, esclusi i primi 4", in cui invece è stato applicato un fit lineare (retta rossa) con il metodo dei minimi quadrati. Invece, nel pannello (b) il fit è stato applicato a tutto l'ammasso

Questo, ovviamente, porta ad ottenere un fit che non riproduce particolarmente bene il profilo di densità (pannello di destra in figura 3.8). Tuttavia, questo approccio offre il vantaggio di eliminare qualsiasi arbitrarietà e di fornire valori dei parametri strutturali che, pur non essendo del tutto precisi, sono comunque più realistici e rappresentativi del sistema in esame.

3.3 Profili di densità e parametri strutturali del campione studiato

3.3.1 Gli ammassi del campione

Questo lavoro di tesi è stato condotto su un campione di cinque ammassi globulari della Via Lattea che, sulla base degli indicatori disponibili finora, si trovano in stadi evolutivi dinamici molto diversi tra di loro: in ordine crescente di età dinamica, il campione è costituito da NGC 6101, M13, M3, NGC 6624 e M30. Alcune delle loro principali caratteristiche sono elencate in tabella 3.1.

Ammasso	r_c ["]	r_{eff} ["]	r_t ["]	$(m - M)_V$	E(B-V)	[Fe/H]	t_{rc} [Gyr]	t_{rh} [Gyr]
NGC 6101	58.2	63.0	367.2	16.10	0.05	-1.98	1.62	1.66
M13 (NGC 6205)	37.2	101.4	1260.5	14.33	0.02	-1.53	0.32	1.99
M3 (NGC 5272)	22.2	138.6	1723.3	15.07	0.01	-1.50	0.20	6.17
NGC 6624	3.6	49.2	1138.4	15.36	0.28	-0.44	0.004	0.51
M30 (NGC 7099)	3.6	61.8	1138.4	14.64	0.03	-2.27	0.002	0.76

Tabella 3.1: Alcune caratteristiche fondamentali degli ammassi del campione (Catalogo di Harris)

I valori in tabella sono stati presi dal Catalogo di Harris (2010 [3]) per i GC Galattici⁴. Il valore di r_t è stato ricavato da quello del parametro di concentrazione c sfruttando la sua definizione: $c = \log(r_t/r_c)$. Trattandosi di valori ricavati dal profilo di brillanza superficiale, per ciascun ammasso si è innanzitutto determinato il profilo di densità numerica di stelle risolte, seguendo la procedura descritta precedentemente. È stato poi cercato il modello di King di best-fit, da cui sono state ricavate stime aggiornate dei parametri strutturali e dei tempi di rilassamento.

⁴Fonte: <https://physics.mcmaster.ca/harris/mwgc.dat>.

3.3.2 Cataloghi fotometrici e tagli in magnitudine utilizzati

I valori di r_t elencati in tabella sono tutti molto superiori al campo di vista coperto dalle camere di HST ($\sim 100''$). Come descritto nella sezione 3.1.2, questo evidenzia immediatamente la necessità di combinare, per ciascun sistema, cataloghi differenti a seconda dell'intervallo radiale, adottando appropriati tagli in magnitudine per evitare gli effetti spuri introdotti dall'incompletezza fotometrica (sezione 3.1.3).

Le scelte effettuate per i cinque ammassi del campione studiato sono elencate sotto, dove i nomi dei cataloghi corrispondono a set di dati acquisiti con diversi strumenti nell'ambito di diversi progetti. In particolare:

- HST/ACS (Sarajedini) indica osservazioni acquisite con la ACS/WFC a bordo di HST nel programma GO-10775 (PI: Sarajedini), descritto in [Anderson et al. \(2008\) \[32\]](#) e [Sarajedini et al. \(2007\) \[33\]](#);
- HST/WFC3 (UV-survey) corrisponde al data set descritto in [Piotto et al. \(2015\) \[34\]](#), acquisito nel programma GO-13297 (PI: Piotto) con la WFC3/UVIS di HST;
- HST/HRC sono dati acquisiti con la ACS/HRC di HST nel programma GO-10401 (PI: Chandar);
- STETSON indica cataloghi fotometrici ottenuti con una combinazione di diversi strumenti in vari telescopi da Terra⁵;
- GAIA si riferisce ai dati della EDR3 di Gaia;
- MEGACAM indica osservazioni acquisite con la camera a grande campo Mega-Cam, del telescopio CFHT alle Hawaii.

⁵Fonte: <https://www.canfar.net/storage/list/STETSON>.

Nel dettaglio, per ciascun ammasso sono stati usati i seguenti cataloghi e tagli in magnitudine:

NGC 6101:

- HST/ACS (Sarajedini) da 0" a 100"; $V_{cut} = 20.0$;
- STETSON da 100" a 1350"; $V_{cut} = 20.0$.

M13 (NGC 6205):

- HST/WFC3 (UV-survey) da 0" a 76"; $F275W_{cut} = 19.2$;
- STETSON ("bright") da 76" a 120"; $V_{cut} = 17.0$;
- STETSON ("faint") da 120" a 320"; $V_{cut} = 18.5$;
- GAIA da 320" a 2600"; $rp_{cut} = 18.5$.

M3 (NGC 5272):

- HST/WFC3 (UV-survey) da 0" a 72"; $F275W_{cut} = 20.0$;
- STETSON ("bright") da 72" a 120"; $V_{cut} = 18.2$;
- STETSON ("faint") da 120" a 320"; $V_{cut} = 19.5$;
- GAIA da 320" a 3000"; $rp_{cut} = 18.7$.

NGC 6624:

- HST/HRC da 0" a 12"; $V_{cut} = 20.2$;
- HST/ACS (Sarajedini) da 12" a 105"; $V_{cut} = 20.0$;
- GAIA da 105" a 3000"; $rp_{cut} = 17.5$.

M30 (NGC 7099):

- HST da 0" a 160";
- STETSON da 1600" a 800";
- MEGACAM da 800" a 1700".

I tagli in magnitudine in questo caso non sono stati individuati per singolo strumento, ma solamente in base alla distanza dal centro:

da 0" a 4"; $V_{cut} = 18.5$, da 4" a 20"; $V_{cut} = 19.0$ e da 20" a 1700"; $V_{cut} = 20.0$.

3.3.3 Profili di densità e parametri strutturali

I profili di densità proiettata ottenuti per ciascun ammasso, seguendo la procedura descritta precedentemente, sono mostrati nelle figure 3.9→3.13. I punti neri mostrano il profilo osservato in cui è ben evidente anche l'effetto del campo galattico, che genera il caratteristico *plateau* a grandi distanze dal centro. I profili degli ammassi, ottenuti dopo la sottrazione del campo, sono mostrati in blu. La linea rossa corrisponde al modello di King di best-fit e il pannello inferiore mostra i residui tra modello e profilo osservato. I valori di best-fit dei parametri di King e le loro incertezze sono forniti nella tabella 3.2.

Nel caso di NGC 6624 e M30, che mostrano un'evidente cuspidale centrale, indice di un avanzato stato di evoluzione dinamica, vengono mostrati i profili ottenuti con entrambi gli approcci descritti nella sezione 3.2.1: escludendo dal fit di King i punti più interni o mantenendoli tutti. Nel caso di NGC 6624 e M30, i parametri riportati in tabella 3.2 sono stati ottenuti dal fit globale, senza l'esclusione della cuspidale centrale, coerentemente con quanto discusso precedentemente.

La tabella fornisce anche i valori del tempo di rilassamento centrale e al raggio di metà massa, determinati come descritto nella sezione seguente.

GC	W_0	c	r_c ["]	r_{hm} ["]	r_{eff} ["]	r_t ["]	t_{rc} [Gyr]	t_{rh} [Gyr]
6101	$5.80^{+0.45}_{-0.45}$	$1.21^{+0.11}_{-0.10}$	$60.8^{+5.0}_{-3.8}$	$164.0^{+11.2}_{-4.7}$	$123.4^{+8.0}_{-3.3}$	$1066.4^{+207.7}_{-137.6}$	1.91	7.85
M13	$6.70^{+0.10}_{-0.05}$	$1.44^{+0.03}_{-0.01}$	$37.5^{+1.1}_{-1.4}$	$135.3^{+1.3}_{-0.1}$	$101.0^{+1.0}_{-0.1}$	$1096.1^{+27.6}_{-2.3}$	0.46	3.86
M3	$7.75^{+0.05}_{-0.05}$	$1.21^{+0.02}_{-0.02}$	$20.5^{+0.7}_{-0.7}$	$164.0^{+0.2}_{-0.3}$	$93.3^{+0.2}_{-0.3}$	$1210.6^{+0.1}_{-1.4}$	0.25	5.86
6624	$6.30^{+0.15}_{-0.15}$	$1.33^{+0.04}_{-0.04}$	$14.2^{+0.3}_{-0.3}$	$44.4^{+1.3}_{-1.2}$	$33.3^{+0.9}_{-0.8}$	$326.6^{+22.3}_{-20.2}$	0.12	0.50
M30	$9.65^{+0.50}_{-0.25}$	$2.27^{+0.11}_{-0.06}$	$4.2^{+0.3}_{-1.0}$	$104.6^{+4.7}_{-10.3}$	$76.0^{+3.6}_{-7.5}$	$799.2^{+1.1}_{-47.1}$	0.01	2.00

Tabella 3.2: Parametri strutturali, con relativi errori e tempi di rilassamento ottenuti per tutti gli ammassi del campione

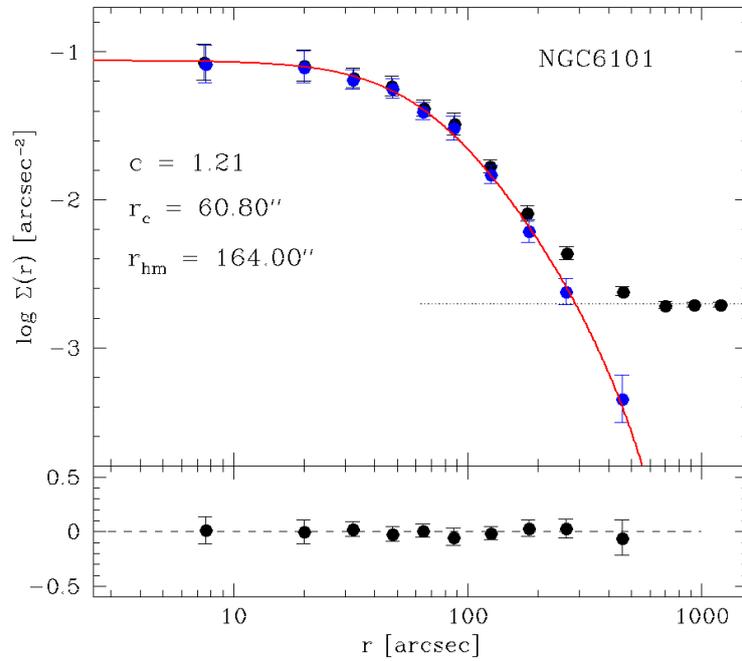


Figura 3.9: Profilo di densità proiettata per NGC 6101. In nero è rappresentato il profilo osservato, mentre in blu quello a cui è stato sottratto il valore medio di background, indicato dalla linea tratteggiata nera. La linea rossa mostra il best-fit di King e nel quadrante in basso sono mostrati i residui

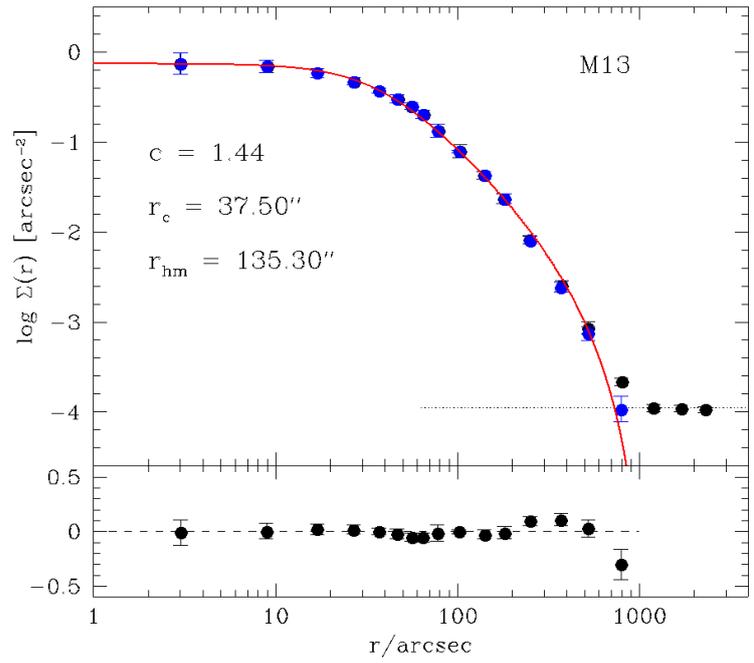


Figura 3.10: Come in figura 3.9, ma per M13

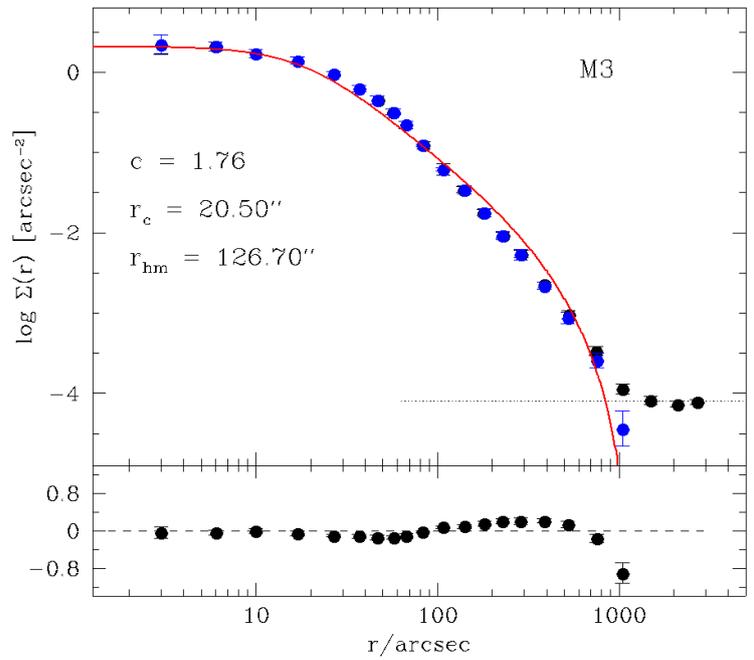


Figura 3.11: Come in figura 3.9, ma per M3

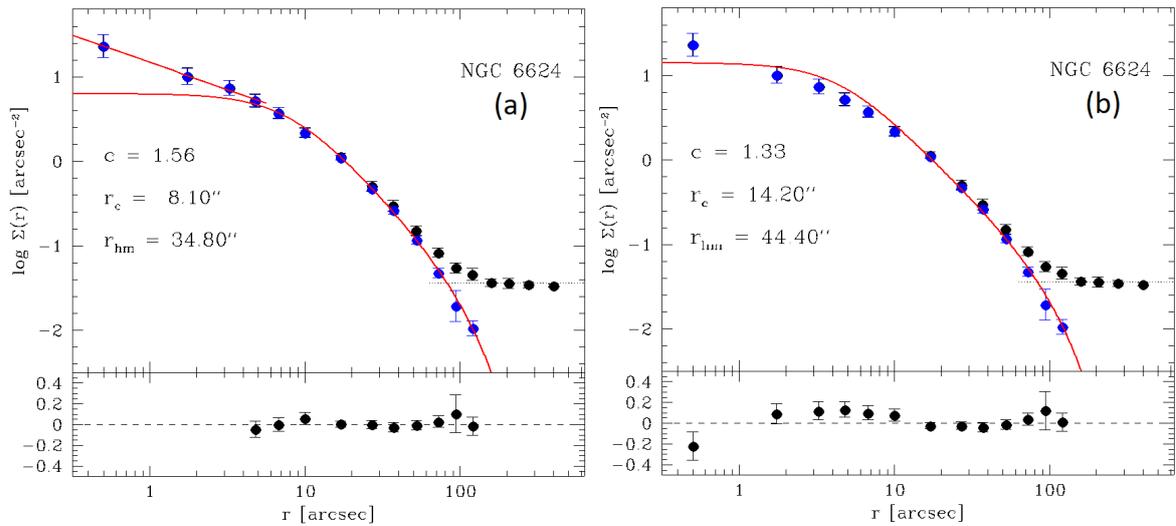


Figura 3.12: Nel pannello (a) è stato applicato il fit di King a tutto l'ammasso, esclusi i primi 4", in cui invece è stato applicato un fit lineare (retta rossa). Il best-fit lineare della cuspidè è stato ottenuto con il metodo dei minimi quadrati, ottenendo una retta con una *slope* di -0.62 ± 0.04 . Invece, nel pannello (b) il fit è stato applicato a tutto l'ammasso

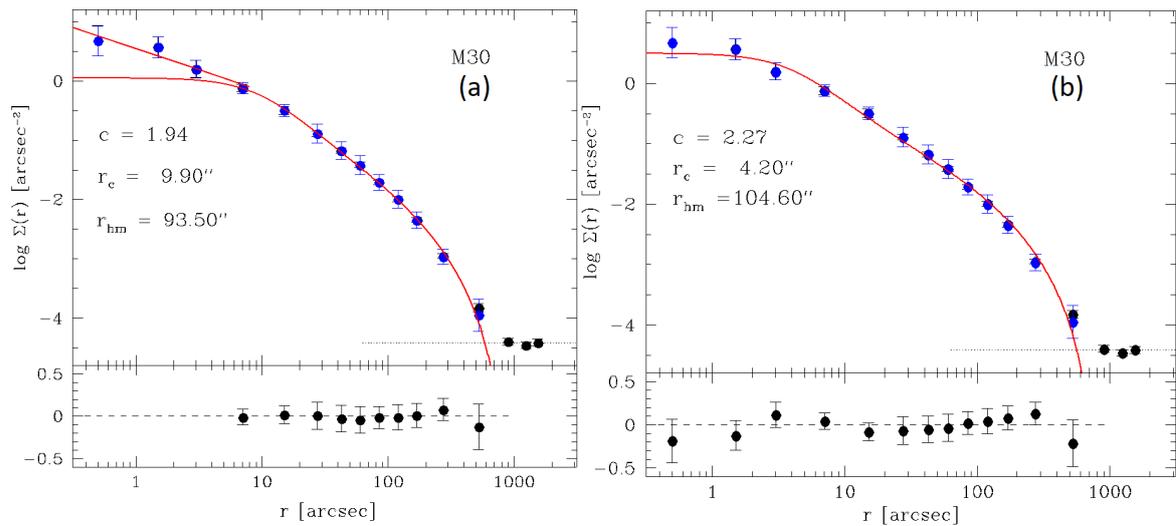


Figura 3.13: Come in figura 3.12, ma per M30. Il best-fit della cuspidè è una retta con *slope* di -0.72 ± 0.15

3.4 Calcolo del tempo di rilassamento

Come anticipato nella sezione 2.1, il tempo di rilassamento può essere utilizzato per stimare lo stadio dinamico in cui si trova un ammasso; infatti, un tempo di rilassamento alto implica un sistema che impiegherà più tempo per rilassarsi e modificare in maniera significativa la propria struttura, e viceversa. Avendo ottenuto stime aggiornate dei parametri strutturali di ciascun ammasso del campione, si è quindi determinato il tempo di rilassamento centrale e quello al raggio di metà massa utilizzando, rispettivamente, le equazioni (2.1) e (2.2) descritte nel secondo capitolo di questo elaborato e adottando i seguenti valori per alcuni parametri necessari:

- il rapporto massa-luminosità in banda V: $\left(\frac{M}{L}\right)_V = 2$;
- la magnitudine in banda V del Sole: $M_{V,\odot} = 4.79$;
- la massa media delle stelle in un GC: $\bar{m}_* = 0.3$.

Inoltre, per ciascun ammasso, si sono considerati i valori di modulo di distanza $((m - M)_V)$, magnitudine assoluta in banda V (M_V) , reddening $(E(B - V))$ e brillantezza superficiale centrale in unità di magnitudine per arcosecondo quadrato (μ_0) , trovati in letteratura⁶.

Partendo da questi dati iniziali e seguendo le prescrizioni descritte in Djorgovski (1993) [20], prima di tutto si è calcolata la luminosità superficiale centrale in banda V:

$$\mu_V(0) = \mu_0 - 3.12 E(B - V) \quad (3.4)$$

Questo permette di determinare la brillantezza superficiale centrale in unità di L_\odot/pc^2 (Σ_0) e p , una funzione che dipende dalla concentrazione c dell'ammasso:

$$\Sigma_0 = 10^{0.4[26.362 - \mu_V(0)]} \quad e \quad p = 10^{-0.603 \cdot 10^{-c} + 0.302} \quad (3.5)$$

⁶Tutti i valori sono stati trovati nel *catalogo di William E. Harris, McMaster University*, aggiornato a Dicembre 2010 [3]. In taluni casi si è potuto usare direttamente il modulo di distanza già de-arrossato, usando $(M - m)_0^{CG97}$, da Ferraro et al. (1999) [35].

Le equazioni (3.5) sono poi state utilizzate per determinare ν_0 , definita come la densità di luminosità centrale:

$$\nu_0 = \frac{\Sigma_0}{p r_c} [L_\odot/pc^3] \quad (3.6)$$

Ora, adottando un mass-to-light ratio opportuno, si può passare da ν_0 a $\rho_{M,0}$, la densità centrale di massa:

$$\rho_{M,0} = \nu_0 \cdot \left(\frac{M}{L}\right)_V [M_\odot/pc^3] \quad (3.7)$$

Per poter calcolare i tempi di rilassamento, però, manca ancora un ingrediente, la massa totale dell'ammasso. Per calcolarla, si passa prima di tutto dalla luminosità in banda V, facilmente determinabile dalla magnitudine assoluta dell'ammasso:

$$L_V = 10^{[-0.4(M_V - M_{V,\odot})]} \quad (3.8)$$

A questo punto, per trovare la massa totale è sufficiente adottare un mass-to-light ratio e si può anche ricavare il numero di stelle presenti nell'ammasso, adottando una massa media delle stelle nei GCs, secondo le seguenti espressioni:

$$M_{cluster} = L_V \cdot \left(\frac{M}{L}\right)_V [M_\odot] \quad \Rightarrow \quad N_* = \frac{M_{cluster}}{\bar{m}_*} \quad (3.9)$$

I passaggi appena descritti, unitamente ai nuovi parametri strutturali ricavati dal fit di King dei profili di densità, sono stati utilizzati per calcolare il tempo di rilassamento centrale e il tempo di rilassamento a metà massa per ognuno dei sistemi stellari presi in esame, secondo le equazioni già introdotte nel capitolo 2, che qui vengono riportate per comodità:

$$t_{rc} = 1.491 \cdot 10^7 \text{ yr} \cdot \frac{k}{\ln(0.4N_*)} \bar{m}_*^{-1} \rho_{M,0}^{1/2} r_c^3 \quad (3.10)$$

$$t_{rh} = 2.055 \cdot 10^6 \text{ yr} \cdot \frac{k}{\ln(0.4N_*)} \bar{m}_*^{-1} M_{cl}^{1/2} r_h^{3/2} \quad (3.11)$$

4 Gli indicatori dinamici A_5 e P_5 negli ammassi del campione

4.1 Distribuzione radiale cumulativa normalizzata (nCRD)

Come descritto nella sezione 2.4.1, al fine di determinare i nuovi diagnostici di evoluzione dinamica A_5 e P_5 , è necessario innanzitutto costruire la distribuzione radiale cumulativa normalizzata (o *normalized Cumulative Radial Distribution*, nCRD) delle stelle dell'ammasso.

In questo lavoro, dunque, si è costruita una nCRD per ciascun ammasso, semplicemente spostandosi radialmente dal centro verso l'esterno e aggiungendo un conteggio ogni volta che si fosse incontrata una stella; la curva poi è stata normalizzata al numero totale di stelle del campione considerato.

Le simulazioni presentate in [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#) mostrano come si ottengano risultati più sensibili all'evoluzione dinamica dell'ammasso, considerando il numero di stelle entro metà del raggio di metà massa ($r_n = 1/2 r_{hm}$). Anche in questo lavoro di tesi, quindi, si è utilizzato lo stesso criterio e questo spiega tutti gli sforzi effettuati nello scorso capitolo per cercare di ottenere il miglior fit possibile per i profili di densità di tutti gli ammassi. Infatti, una variazione significativa di questo raggio comporterebbe una variazione nella costruzione della nCRD, dunque nella successiva stima dei parametri e, infine, nel trovare o meno una correlazione tra essi e l'età dinamica.

Per evitare che problemi legati all'incompletezza dei campioni possano indurre effetti spuri sulla nCRD, inoltre, è necessario adottare opportuni tagli in magnitudine per il

campione di stelle da utilizzare. Per la maggior parte dei GCs del campione, il catalogo centrale utilizzato (HST) riesce a coprire tutta la distanza radiale di $1/2 r_{hm}$, per questo motivo, in quei casi verrà utilizzato solo quel catalogo e il taglio in magnitudine già adottato nella costruzione del profilo di densità (sezione 3.3.2). Nel caso dei due ammassi PCC però le cose sono leggermente più complicate:

- per NGC 6624 il catalogo HRC copre solo $12''$, non sufficiente a coprire $1/2 r_{hm} \simeq 19''$; in questo caso, dunque, si sono uniti opportunamente i cataloghi di HRC e Sarajedini ed è stato utilizzato il taglio in magnitudine più conservativo tra i due ($V_{cut} = 20.0$);
- per determinare il profilo di densità di M30 sono stati utilizzati diversi tagli in magnitudine all'interno di $1/2 r_{hm}$. Al fine di determinare la nCRD di questo ammasso, quindi, è stato utilizzato il taglio più conservativo di tutti ($V_{cut} = 18.5$).

Le nCRD così ottenute per i cinque ammassi in esame sono mostrate in figura 4.1. Come si può osservare anche solo qualitativamente, la nCRD tende a salire più rapidamente per gli ammassi più evoluti dinamicamente: questo comporterà un valore più elevato dei parametri sotto indagine, in quanto, evidentemente, aumenterà sia l'area sottesa nel 5% del raggio di metà massa, sia il numero di stelle presenti dell'interno dello stesso raggio. Questo è dovuto al fatto che gli ammassi di maggiore età dinamica, sono riusciti a far scivolare più stelle nelle regioni centrali e, dunque, hanno una struttura con una densità maggiore nelle regioni più vicine al centro (si pensi alla cuspidale nel profilo di densità, per esempio).

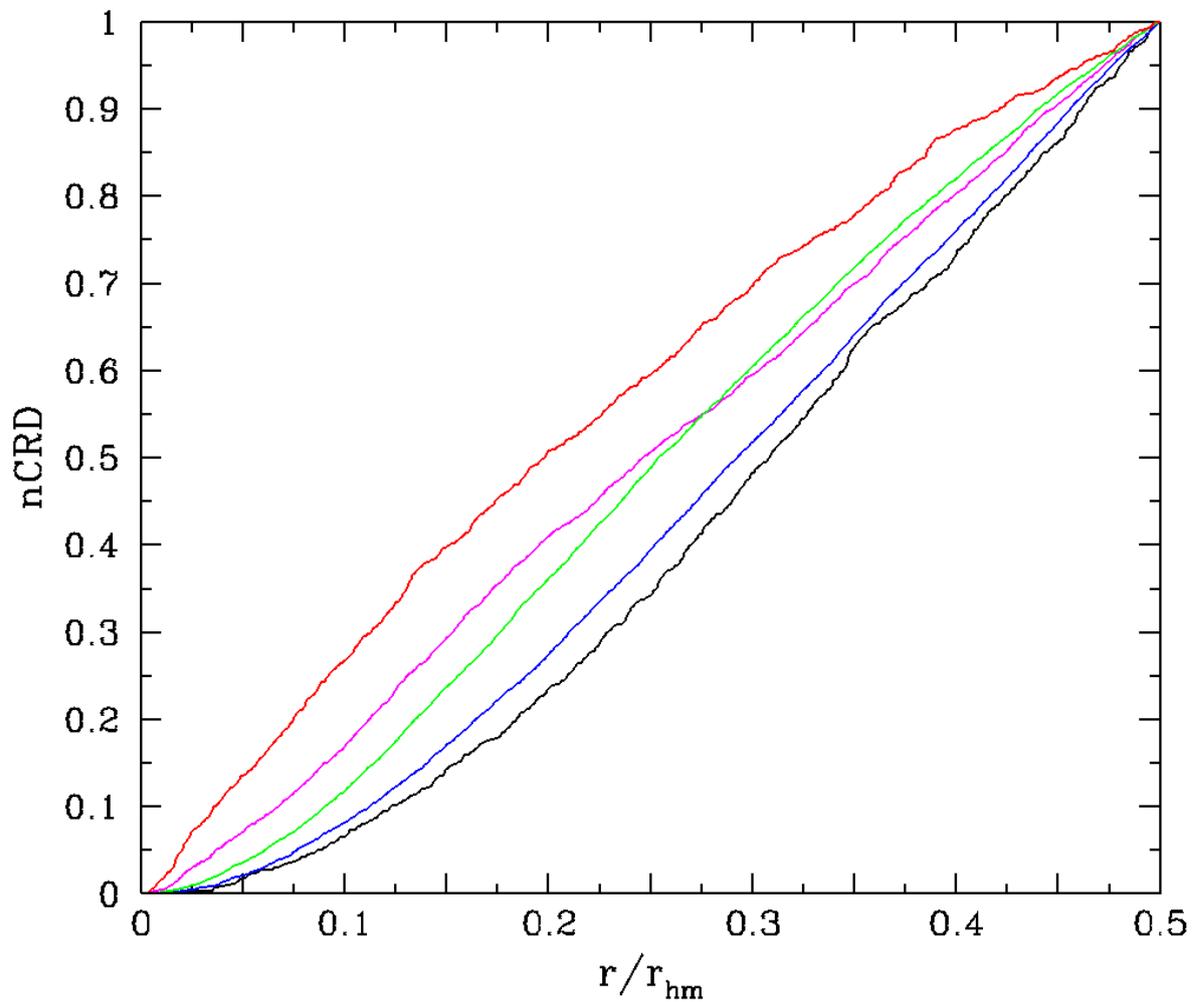


Figura 4.1: nCRDs costruite fino a $1/2 r_{hm}$, per ciascun GC del campione: NGC 6101 è rappresentato con la curva in nero, M13 in blu, M3 in verde, NGC 6624 in fucsia e M30 in rosso. È evidente come la nCRD cresca più velocemente per gli ammassi dinamicamente più evoluti, in particolar modo a raggi più piccoli, proprio dove sono stati definiti gli indicatori di evoluzione dinamica, al fine di massimizzare la sensibilità degli stessi

4.1.1 Valutazione critica dei tagli in magnitudine adottati

I tagli in magnitudine adottati per la costruzione della nCRD sono stati selezionati sulla base di considerazioni riguardo alla completezza fotometrica dei campioni. Per l'opportuna ricerca di indicatori dello stato dinamico in ammassi differenti, però, è necessario assicurarsi anche che questi valori di luminosità corrispondano a masse stellari confrontabili, poiché è noto che i processi dinamici agiscono in maniera distinta su stelle di massa significativamente differente. Per valutare la massa stellare corrispondente ai tagli in magnitudine adottati, quindi, si è confrontato il CMD ottenuto per ciascun ammasso con un'isocrona di 12 Gyr e di metallicità opportuna (tabella 3.1). In particolare, si sono utilizzate tre isocrone differenti:

- una *metal poor*, di metallicità $Z = 0.0001$ ($[M/H] = -2.267$) per *NGC 6101* e *M30*;
- una seconda di metallicità $Z = 0.0006$ ($[M/H] = -1.488$) per *M3* e *M13*;
- un'ultima *metal rich*, con metallicità pari a $Z = 0.0040$ ($[M/H] = -0.659$) per *NGC 6624*.

Il primo step, dunque, consiste nel sovrapporre un'isocrona al CMD di ciascun ammasso: per farlo, è necessario ricordare che le isocrone sono ottenute da modelli,¹ mentre le magnitudini osservate sono affette da modulo di distanza e reddening (Casagrande et al., 2014 [50]). Dal punto di vista pratico, se si conosce il parametro di estinzione in banda V (A_V), si può trovare tabulato il valore di A_λ/A_V , riuscendo così a determinare la correzione per l'estinzione nella banda λ di interesse, e ricavando quindi m_λ attraverso l'equazione (4.1).

$$m_\lambda = m_{\lambda,0} + A_\lambda \quad (4.1)$$

Tuttavia, solitamente non si conosce A_V , ma si può trovare facilmente in letteratura² l'eccesso di colore (o *reddening*) $E(B - V)$, definito nell'equazione (4.2):

$$E(B - V) = (A_B - A_V) \Rightarrow E(B - V) = (B - V)_{obs} - (B - V)_0 \quad (4.2)$$

¹I modelli sono stati ottenuti da Pietrinferni et al. (2006) [51].

²I valori di modulo di distanza ed eccesso di colore sono stati trovati nel *catalogo di William E. Harris, McMaster University*, aggiornato a Dicembre 2010 [3].

e legato al parametro d'estinzione A_V dalla seguente espressione:

$$A_V = R_V E(B - V) \quad (4.3)$$

Questo porta a poter scrivere m_λ in funzione dell'eccesso di colore e del fattore R_λ , che è un semplice prodotto di due valori che si possono trovare tabulati ($R_\lambda = R_V \cdot (A_\lambda/A_V)$). In questo modo si ottiene:

$$m_\lambda = m_{\lambda,0} + R_\lambda \cdot E(B - V) \quad (4.4)$$

L'equazione (4.4), dunque, mostra come passare da una magnitudine apparente intrinseca ad una osservata, tenendo conto del reddening.

Poiché, però, i modelli forniscono la magnitudine assoluta ($M_\lambda = m_{\lambda,0} + 5 - 5 \log(d_{pc})$), per poter sovrapporre un'isocrona ad un CMD osservato, è necessario tener conto anche della distanza del sistema, secondo la seguente espressione:

$$m_\lambda = M_\lambda + 5 - 5 \log(d_{pc}) + R_\lambda E(B - V) \quad (4.5)$$

Al CMD di ciascun ammasso, quindi, è stata sovrapposta l'isocrona di opportuna metallicità, come mostrato nella figura 4.2. Questo ha permesso di quantificare la massa stellare corrispondente ai tagli in magnitudine adottati e verificare se vi siano significative differenze tra i vari ammassi. I risultati sono elencati in tabella 4.1, dove la seconda colonna riporta la magnitudine di taglio e la terza la massa stellare corrispondente.

Il confronto mostra come tutti i tagli in magnitudine corrispondano in prima approssimazione allo stesso taglio in termini di massa, ovvero, per ogni ammasso si è effettuato un taglio a circa $M \sim 0.8 M_\odot$. Identificando il punto più blu lungo la sequenza principale dell'isocrona, inoltre, è stata determinata la magnitudine del punto del turn-off e la massa stellare corrispondente. I valori sono mostrati nelle ultime due colonne della tabella e indicano che i tagli in magnitudine (massa) adottati in questo studio sono del tutto confrontabili con la magnitudine (massa) del punto di turn-off della sequenza principale di ciascun ammasso. Questo è del tutto consistente con le assunzioni adottate da [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#) per la definizione dei nuovi diagnostici dinamici.

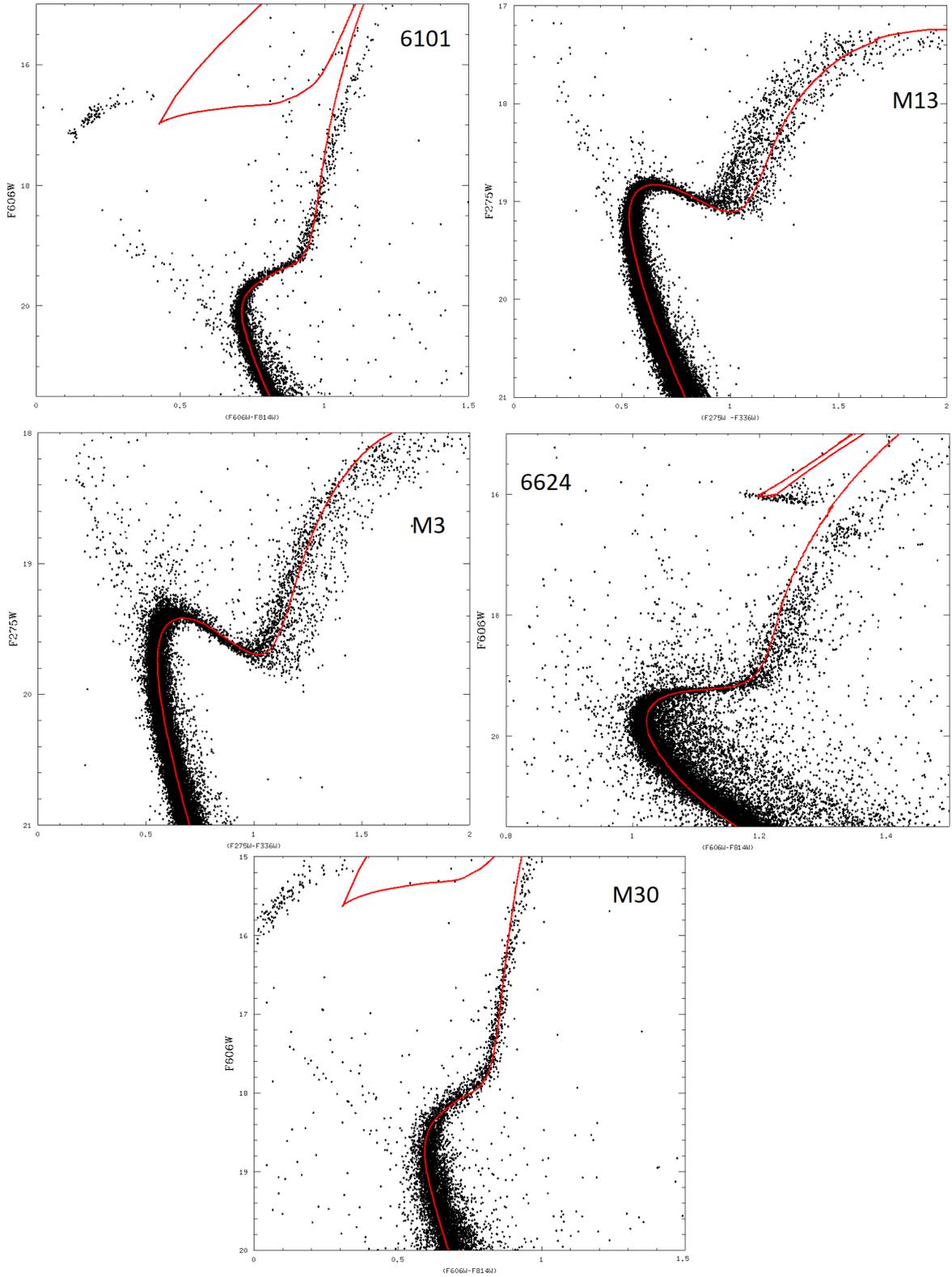


Figura 4.2: In nero: CMD delle regioni centrali degli ammassi in esame. In rosso: le isocrone ottenute dai modelli di Pietrinferni et al. (2006) [51]

Ammasso	MAG_{cut}	$MASS_{cut} (M_{\odot})$	MAG_{TO}	$MASS_{TO} (M_{\odot})$
NGC 6101	$V = 20.0$	0.79	$V \simeq 20.2$	0.78
M13 (NGC 6205)	$F275W = 19.2$	0.79	$F275W \simeq 19.2$	0.79
M3 (NGC 5272)	$F275W = 20.0$	0.78	$F275W \simeq 19.7$	0.79
NGC 6624	$V = 20.0$	0.81	$V \simeq 19.7$	0.83
M30 (NGC 7099)	$V = 18.5$	0.79	$V \simeq 18.7$	0.79

Tabella 4.1: Taglio in magnitudine adottato e massa stellare corrispondente (colonne 2 e 3); magnitudine e massa al turn-off (colonne 4 e 5) per i GCs in esame. Il valore di M_{TO} di NGC 6624 è più elevato degli altri, a causa della maggiore metallicità di questo sistema, in accordo con quanto discusso nella sezione 1.1.1

4.2 Determinazione degli indicatori dinamici

Una volta costruite le nCRD di ciascun ammasso, sono stati determinati i due nuovi indicatori A_5 e P_5 seguendo la loro stessa definizione (sezione 2.4.1), che qui viene riportata per comodità:

- A_5 è l'area sottesa dalla nCRD tra il centro e il 5% del raggio di metà massa ($r < 0.05 r_{hm}$);
- P_5 è il valore della nCRD a questo raggio (che corrisponde al numero di stelle contate fino a $0.05 r_{hm}$, diviso per il numero totale di stelle usate per costruire la nCRD, cioè dentro a $0.5 r_{hm}$).

Le figure 4.3 e 4.4 mostrano graficamente i due indicatori nei cinque ammassi in esame, riportando in ciascun pannello anche il valore numerico corrispondente. Come preannunciato e atteso, i valori più elevati di A_5 e P_5 sono misurati in NGC 6624 e M30, il cui profilo di densità mostra la caratteristica cuspidale centrale dei sistemi dinamicamente molto evoluti.

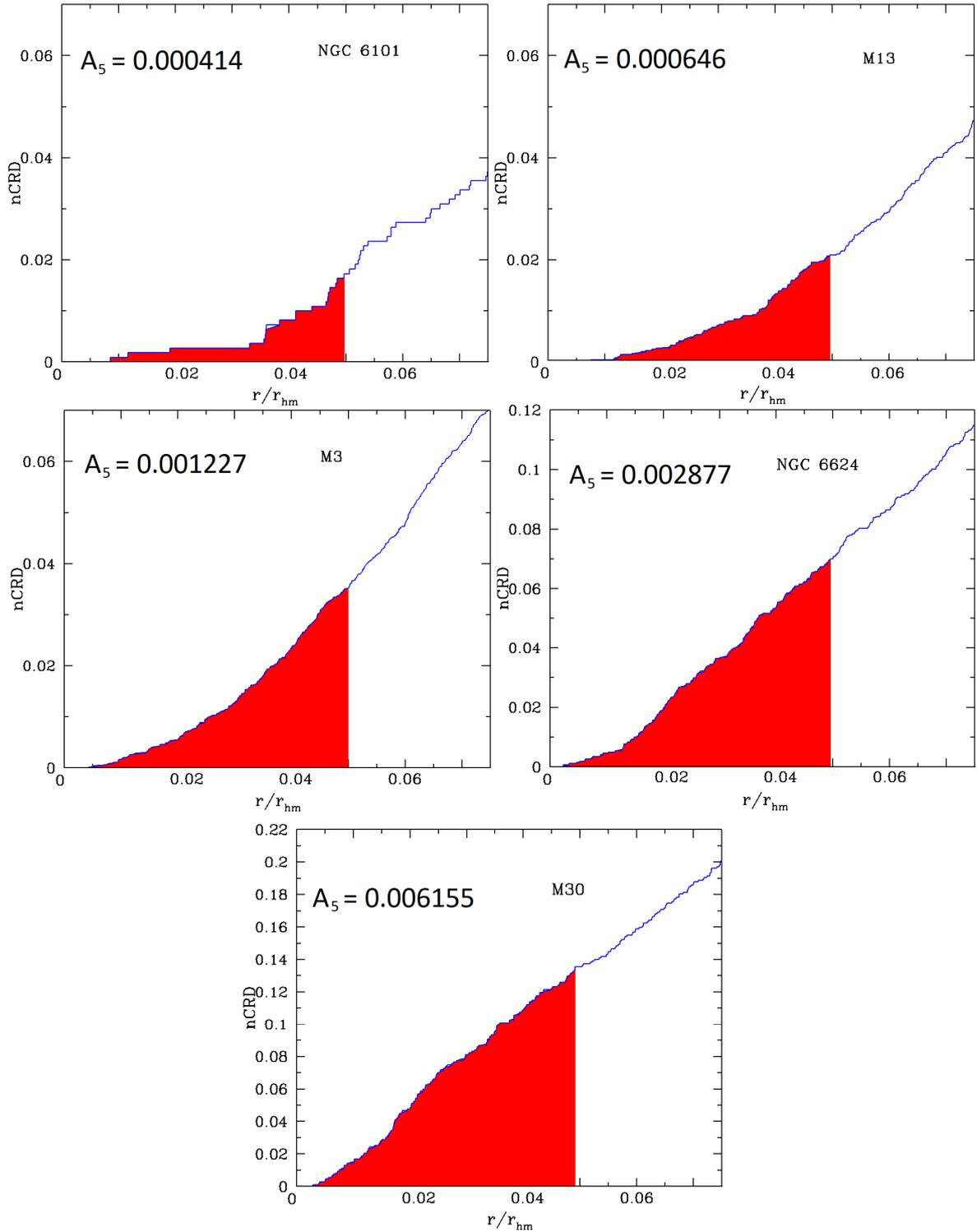


Figura 4.3: Zoom sulla parte più centrale delle nCRD mostrate in figura 4.1; in rosso è rappresentata l'area sottesa dalla nCRD entro il 5% del raggio di metà massa, cioè A_5 , il cui valore numerico è riportato nelle figure

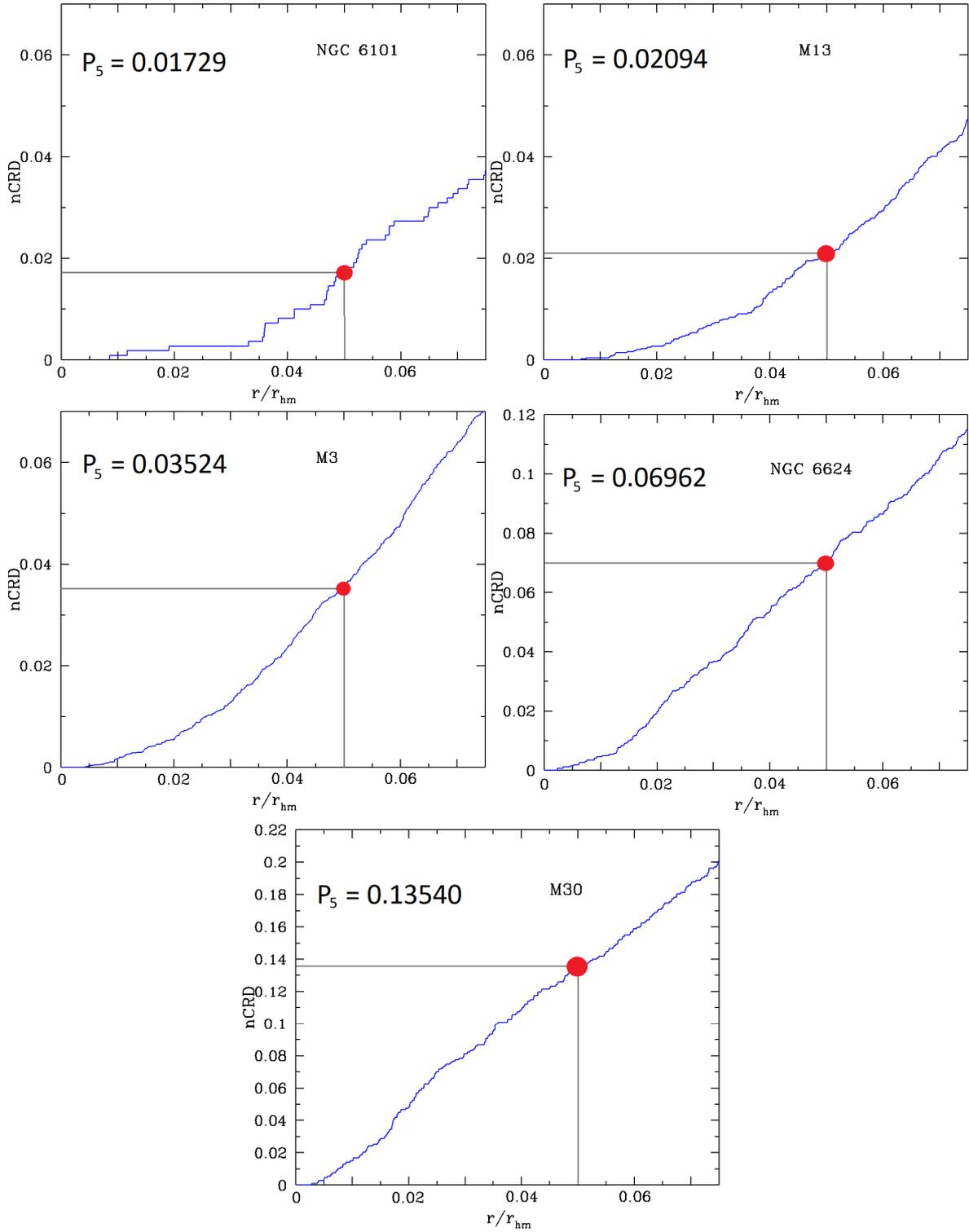


Figura 4.4: Zoom sulla parte piú centrale delle nCRD mostrate in figura 4.1; in rosso è rappresentato il punto in cui la nCRD raggiunge il 5% del raggio di metà massa, corrispondente a P_5 , il cui valore numerico è riportato nelle figure

4.3 Stima dell'errore sugli indicatori dinamici

Per verificare se le differenze tra i valori ottenuti nei diversi ammassi siano significative, è necessario stimare l'errore sui parametri. Vista la procedura utilizzata, [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#) hanno valutato che la maggiore fonte d'errore nella stima della nCRD (e quindi dei due indicatori dinamici) è generata dall'incertezza sul valore del raggio di metà massa, r_{hm} . Dunque, anche in questo studio si è adottata la stessa assunzione e la stessa procedura utilizzata nel lavoro teorico.

Il fit di King applicato ai profili di densità proiettata ha fornito, unitamente al valore di r_{hm} , anche il suo errore superiore ($err_{r_{hm}}^{up}$) e quello inferiore ($err_{r_{hm}}^{dw}$).

Quindi, si è ri-determinata la nCRD di ciascun ammasso costruendola fino a $(r_{hm} + err_{r_{hm}}^{up})$ e, successivamente, fino a $(r_{hm} - err_{r_{hm}}^{dw})$. In questo modo, si sono ottenuti i valori massimi e minimi di A_5 e P_5 (rispettivamente A_5^{max} , A_5^{min} e P_5^{max} , P_5^{min}), utilizzati per la stima degli errori superiori (*upper*) e inferiori (*lower*) dei due parametri, calcolati come segue e riportati, unitamente ai valori di A_5 e P_5 , in tabella 4.2.

$$A_{upper-error} = A_5^{max} - A_5 \quad (4.6)$$

$$P_{upper-error} = P_5^{max} - P_5 \quad (4.7)$$

$$A_{lower-error} = A_5 - A_5^{min} \quad (4.8)$$

$$P_{lower-error} = P_5 - P_5^{min} \quad (4.9)$$

Ammasso	A_5	P_5
NGC 6101	$0.00041^{+0.00004}_{-0.00002}$	$0.01729^{+0.00354}_{-0.00033}$
M13 (NGC 6205)	$0.00065^{+0.00001}_{-0.00001}$	$0.02094^{+0.00001}_{-0.00034}$
M3 (NGC 5272)	$0.00123^{+0.00007}_{-0.00001}$	$0.03524^{+0.00001}_{-0.00008}$
NGC 6624	$0.00288^{+0.00014}_{-0.00001}$	$0.06962^{+0.00290}_{-0.00001}$
M30 (NGC 7099)	$0.00616^{+0.00035}_{-0.00013}$	$0.13540^{+0.00001}_{-0.00490}$

Tabella 4.2: Valori dei parametri empirici di evoluzione dinamica con i relativi errori

5 Risultati e discussione

Come discusso nel capitolo precedente, i cinque ammassi in esame mostrano valori diversi dei due nuovi indicatori A_5 e P_5 . D'altra parte, anche i tempi di rilassamento determinati nel capitolo 3 mostrano valori significativamente diversi per i sistemi in esame. Quindi, per verificare che i valori misurati di A_5 e P_5 siano effettivamente legati a stadi dinamici distinti, si confrontano ora i risultati ottenuti sia con i valori di altri parametri utilizzati in letteratura per lo stesso scopo, sia con i risultati delle simulazioni usate per definire gli indicatori (Bhat et al., 2021 [1]).

5.1 Confronto con il tempo di rilassamento

Per investigare la connessione tra i nuovi parametri e lo stadio dinamico di ciascun ammasso, si è studiata la relazione tra A_5 e P_5 e il logaritmo del numero di rilassamenti centrali subiti dall'ammasso dal momento della sua formazione ad oggi (N_{relax}), definito come il rapporto tra l'età del GC stesso (t_{GC}) e il tempo di rilassamento centrale (t_{rc}). Siccome tutti i GGCs hanno circa la stessa età ($t_{GC} \sim 12$ Gyr), questo confronto permette di illustrare la connessione diretta che c'è tra questi parametri e l'evoluzione dinamica subita da ciascun ammasso. I valori di t_{rc} adottati sono quelli stimati in sezione 3.4 ed elencati in tabella 3.2.

Come si può vedere dalle figure 5.1 e 5.2, entrambi i nuovi parametri mostrano una stretta relazione lineare con $\log(N_{relax})$, confermando che A_5 e P_5 possano essere utilizzati come indicatori dell'evoluzione dinamica degli ammassi. In particolare, le relazioni

di best-fit osservate nelle figure 5.1 e 5.2, sono descritte dalle seguenti relazioni:

$$\log N_{relax} = 63.3(\pm 7.5) \cdot A_5 + 1.09(\pm 0.02) \quad (5.1)$$

$$\log N_{relax} = 3.0(\pm 0.4) \cdot P_5 + 1.07(\pm 0.03) \quad (5.2)$$

In entrambi i casi, lo scarto quadratico medio (o *root mean square*, RMS) è molto basso (RMS = 0.028 e 0.029, per la prima e la seconda relazione, rispettivamente), a testimonianza di una piccola dispersione dei punti rispetto alla retta. L'elevata significatività di queste relazioni è confermata anche dai valori dell'*indice di correlazione di Pearson*: $r = 0.98$ in entrambi i casi. Questo parametro esprime un'eventuale relazione di linearità tra due variabili ed è compreso tra -1 e $+1$ (i valori corrispondenti a una perfetta correlazione lineare).

Da queste relazioni, si evince che NGC 6101 è l'ammasso dinamicamente più giovane, seguito, nell'ordine, da M13, M3, NGC 6624 e M30, che risulta il sistema con età dinamica più elevata.

In figura 5.3 e 5.4, invece, è mostrata la relazione tra A_5 e P_5 e il logaritmo del rapporto tra l'età del GC e il tempo di rilassamento a metà massa (t_{GC}/t_{rh}). In questo caso, si può notare come la relazione sia molto meno definita, descritta da una retta di pendenza inferiore alle precedenti e mostri una dispersione maggiore dei punti. Questo conferma che i due parametri sono stati definiti in modo tale da massimizzare la loro sensibilità a ciò che avviene nelle regioni più centrali dei GCs.

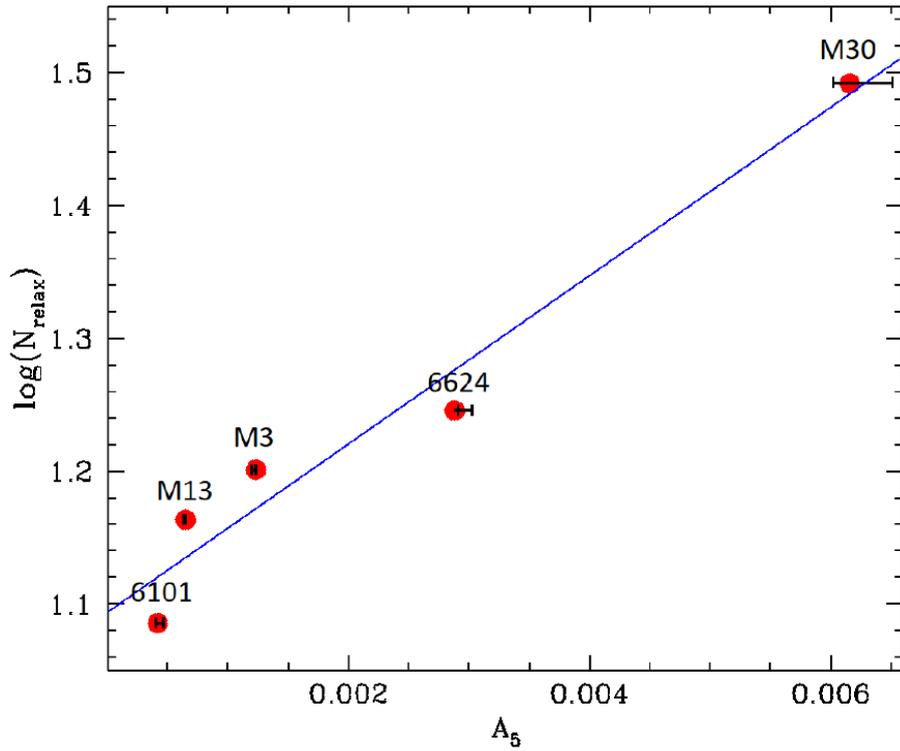


Figura 5.1: Relazione tra A_5 e $\log(N_{relax})$, con $N_{relax} = t_{GC}/t_{rc}$. In rosso sono rappresentati i valori di A_5 per ciascun GC; in blu è rappresentata la retta del best-fit lineare applicato ai risultati (relazione (5.1)). In nero sono rappresentate le barre d'errore

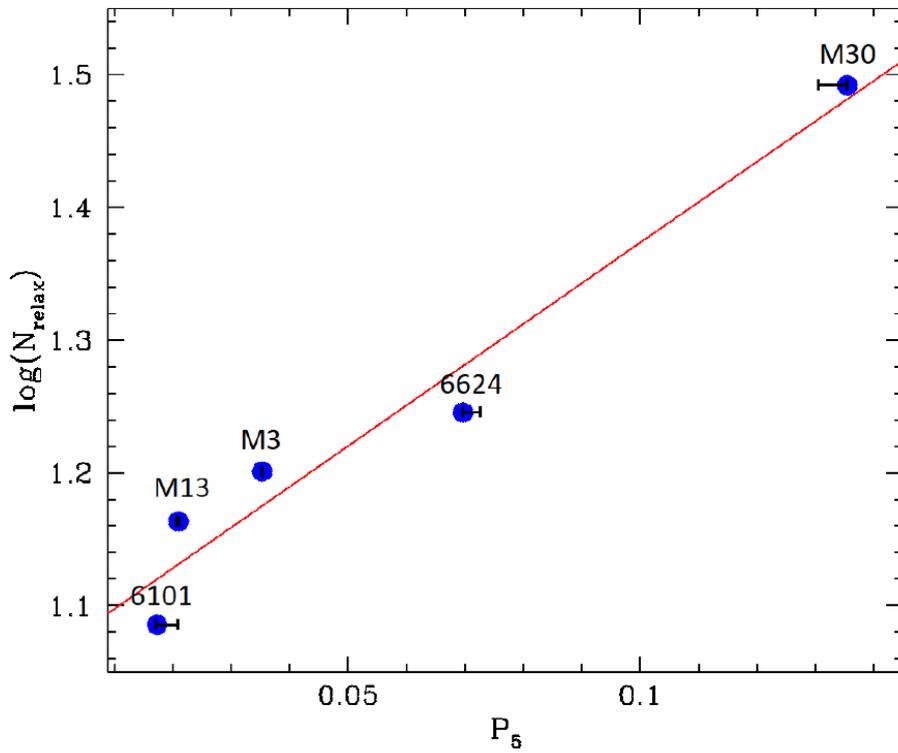


Figura 5.2: Relazione tra P_5 e $\log(N_{relax})$. In blu sono rappresentati i valori di P_5 per ciascun GC; in rosso è rappresentata la retta del best-fit lineare applicato ai risultati (relazione (5.2)). In nero sono rappresentate le barre d'errore

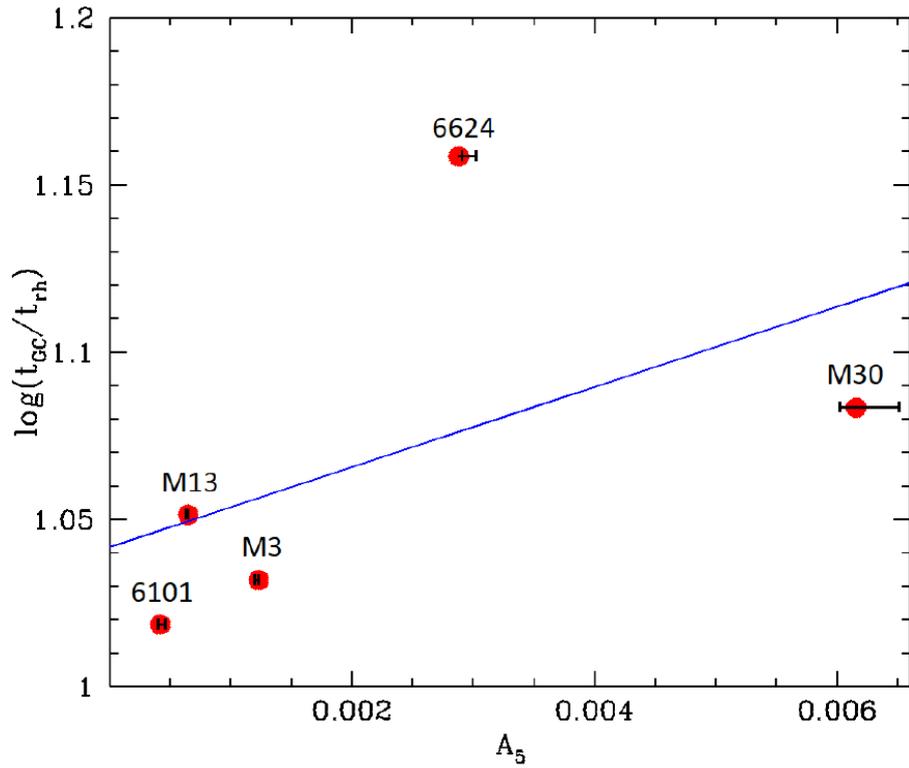


Figura 5.3: Relazione tra A_5 e $\log(t_{GC}/t_{rh})$. Il significato dei simboli e dei colori è come in figura 5.1

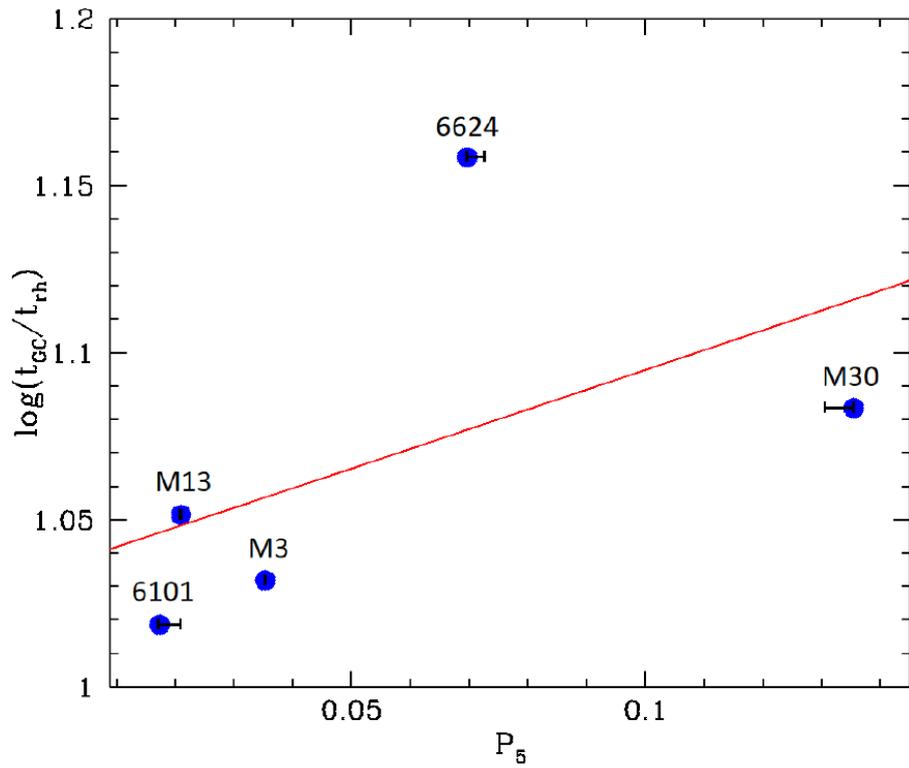


Figura 5.4: Relazione tra P_5 e $\log(t_{GC}/t_{rh})$. Il significato dei simboli e dei colori è come in figura 5.2

5.2 Confronto con il parametro $A+$ delle Blue Stragglers

L'ordinamento per età dinamica dei cinque ammassi in esame, suggerito dal confronto con N_{relax} , è confermato anche dal confronto con il parametro $A+$, che misura il grado di segregazione centrale delle BSS (sezione 2.3.1). I valori di $A+$ dei GCs del campione sono stati determinati da Ferraro et al. (2018) [43] e sono elencati in tabella 5.1, unitamente a quelli di A_5 e P_5 stimati in questo lavoro.

Ammasso	$A+$	A_5	P_5
NGC 6101	0.03 ± 0.05	$0.00041^{+0.00004}_{-0.00002}$	$0.01729^{+0.00354}_{-0.00033}$
M13 (NGC 6205)	0.17 ± 0.04	$0.00065^{+0.00001}_{-0.00001}$	$0.02094^{+0.00001}_{-0.00034}$
M3 (NGC 5272)	0.26 ± 0.03	$0.00123^{+0.00007}_{-0.00001}$	$0.03524^{+0.00001}_{-0.00008}$
NGC 6624	0.38 ± 0.05	$0.00288^{+0.00014}_{-0.00001}$	$0.06962^{+0.00290}_{-0.00001}$
M30 (NGC 7099)	0.52 ± 0.08	$0.00616^{+0.00035}_{-0.00013}$	$0.13540^{+0.00001}_{-0.00490}$

Tabella 5.1: Valori dei parametri empirici di evoluzione dinamica con i relativi errori

Osservando le figure 5.5 e 5.6, è del tutto evidente come sia A_5 , che P_5 mostrino una stretta correlazione con il parametro $A+$, confermando ancora una volta la potenzialità di questi indicatori come diagnostici dello stadio dinamico dei sistemi stellari.

Il grande vantaggio di utilizzare questi parametri, al posto della stima del tempo di rilassamento, è che sono determinabili direttamente dalle osservazioni e non necessitano delle molteplici assunzioni e semplificazioni introdotte, invece, nella determinazione di t_{rc} (sezioni 2.1 e 3.4).

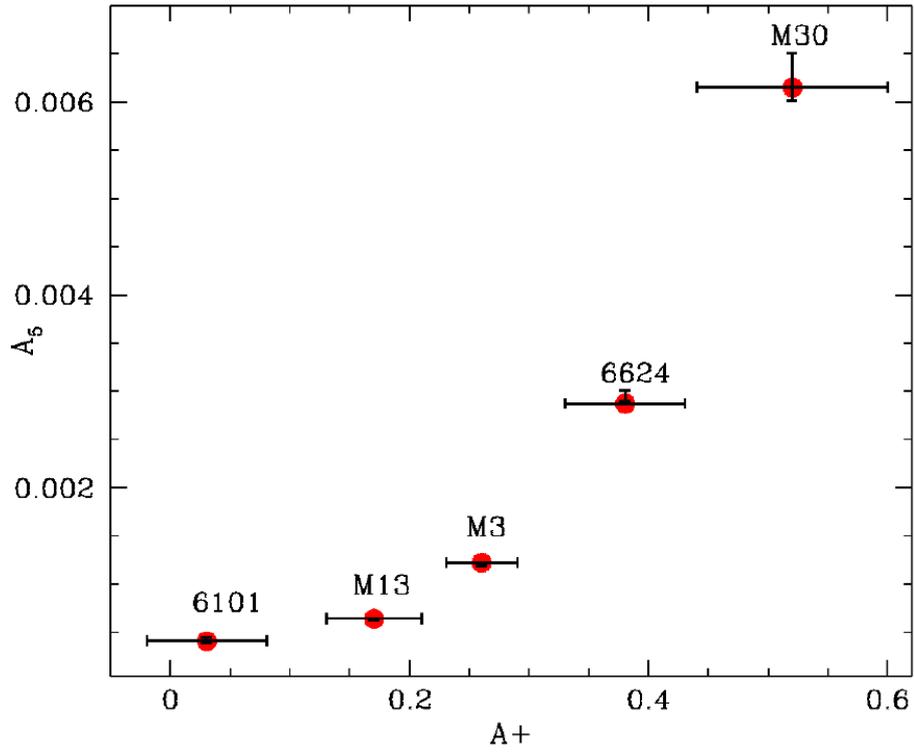


Figura 5.5: Relazione tra A_5 e $A+$. In rosso sono rappresentati i valori di A_5 per ciascun GC. In nero sono rappresentate le barre d'errore

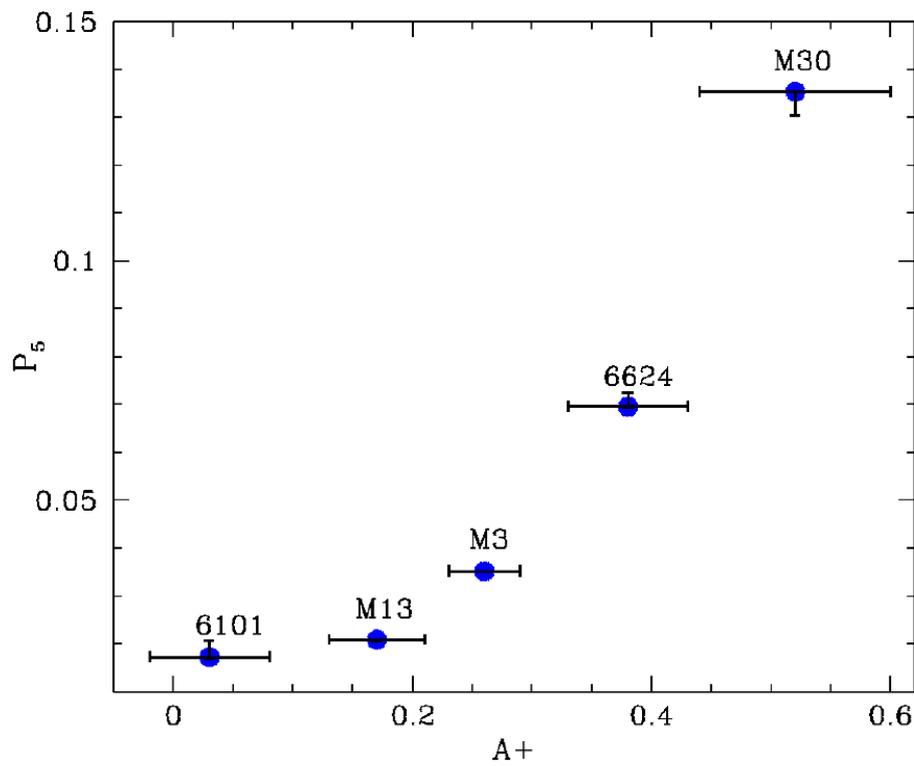


Figura 5.6: Relazione tra P_5 e $A+$. In blu sono rappresentati i valori di P_5 per ciascun GC. In nero sono rappresentate le barre d'errore

5.3 Confronto con le simulazioni

Il confronto con le simulazioni di [Bhat et al. \(2021\) \[1\]](#) non può che essere qualitativo, per due ragioni fondamentali. La prima è che l'ammasso simulato non è stato costruito esplicitamente per descrivere i cinque GCs presi qui in esame, quindi, non necessariamente ci si può aspettare una buona corrispondenza. La seconda è che, mentre gli ammassi osservati sono tutti cronologicamente coevi e vecchi (~ 12 Gyr), quello simulato è seguito durante la sua evoluzione cronologica oltre che dinamica. In altri termini, quando l'ammasso simulato è dinamicamente poco evoluto, è anche cronologicamente giovane, ovvero ha un contenuto stellare del tutto incompatibile con quello degli ammassi osservati (in particolare, include stelle di massa molto più elevata). Nonostante questo, è comunque interessante confrontare i valori di A_5 e P_5 ottenuti in questo lavoro con quelli delle simulazioni, per verificare se, almeno qualitativamente, vi sia o meno una corrispondenza numerica.

A questo scopo, la figura 5.7 mostra i risultati delle simulazioni (punti colorati), con sovrapposti cinque riquadri neri rettangolari, corrispondenti ai valori di A_5 e P_5 misurati in questo lavoro. Il confronto mostra un'ottima corrispondenza tra i valori numerici e permette non solo di confermare l'ordinamento per età dinamica rivelato dalle precedenti comparazioni, ma addirittura di avere un'idea (per quanto molto approssimativa e preliminare) di quanto ciascun ammasso sia lontano dal CC e, in particolare, di concludere che M30 ha già sperimentato questa fase critica della propria evoluzione dinamica.

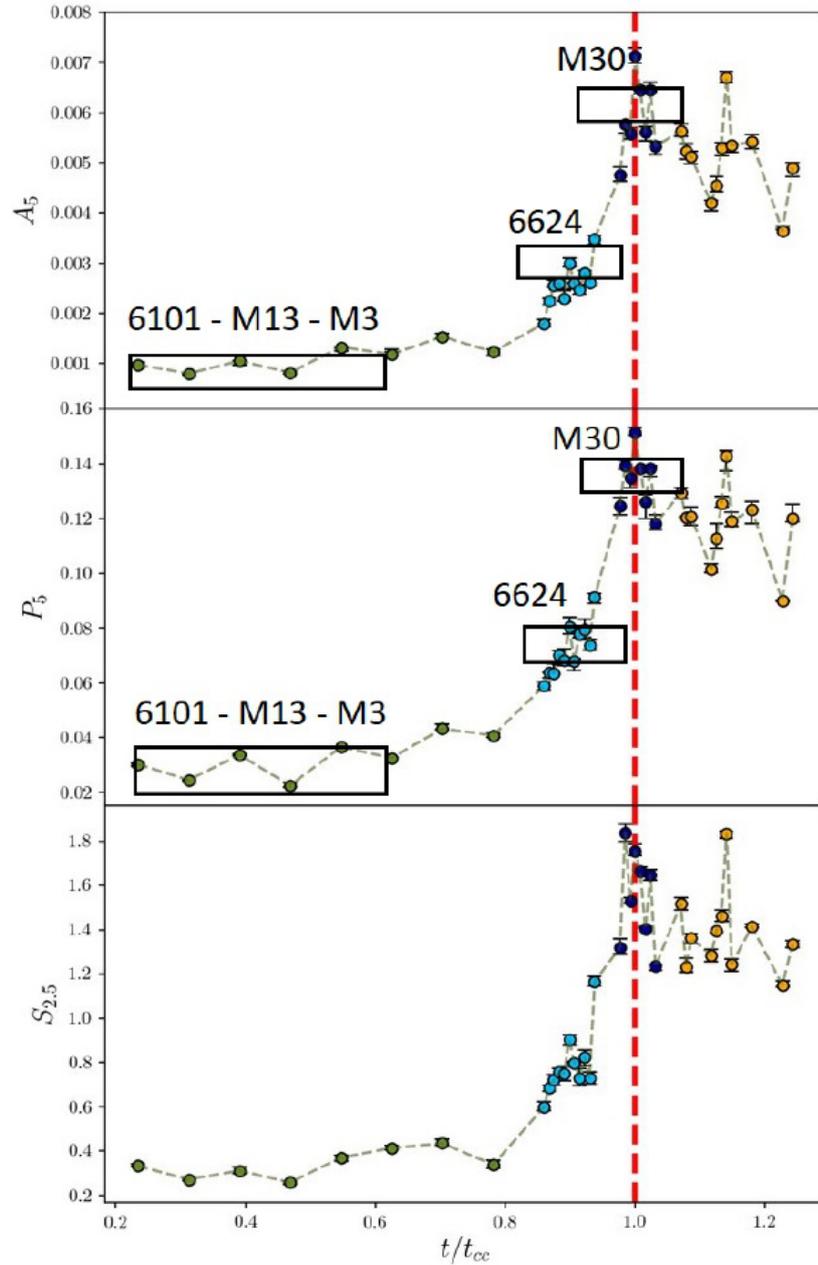


Figura 5.7: I punti colorati rappresentano i risultati delle simulazioni di Bhat et al. (2021) (i diversi colori fanno riferimento alle diversi stadi evolutivi in cui si trova l'ammasso). La linea rossa tratteggiata indica il momento in cui avviene il CC (seguito dalle oscillazioni gravotermiche, in giallo). I riquadri neri rappresentano qualitativamente i valori di A_5 e P_5 trovati in questo elaborato

5.4 Conclusioni e sviluppi futuri

Il lavoro presentato in questo elaborato consiste nella prima determinazione da dati osservati dei nuovi parametri per la diagnostica dell'evoluzione dinamica dei sistemi stellari recentemente proposti sulla base di un lavoro puramente teorico (Bhat et al., 2021 [1]).

La misura di A_5 e P_5 ha innanzitutto richiesto la determinazione del profilo di densità proiettata di ciascun sistema, in termini di numero di stelle risolte per unità di area, in una serie di anelli concentrici a distanze radiali crescenti. A sua volta, questo ha richiesto la delicata combinazione di cataloghi diversi (ad alta risoluzione angolare per le regioni centrali e a grande campo per la misura del contributo del campo galattico) e la scelta di opportuni tagli in magnitudine per far fronte al problema dell'incompletezza fotometrica. Noto il profilo di densità, per ciascun sistema si è poi stimato il raggio di metà massa (r_{hm}) attraverso il confronto con la famiglia dei modelli di King e la valutazione dei residui tra modello e profilo osservato, tramite il test del χ^2 .

I valori di r_{hm} così ottenuti hanno permesso di costruire la distribuzione radiale cumulativa normalizzata (nCRD) di tutte le stelle incluse dentro $0.5 r_{hm}$ dal centro, seguendo la stessa definizione adottata nel lavoro teorico. Anche in questo caso, sia per evitare problemi di incompletezza, che per allinearsi con la procedura definita nelle simulazioni e per considerare campioni di stelle di massa confrontabile nei diversi ammassi, per la selezione del campione con cui costruire le nCRD sono state selezionate solo le stelle con magnitudine più brillante del turn-off della sequenza principale. Da queste curve, sono stati infine misurati i valori dei due nuovi indicatori dinamici (A_5 e P_5) seguendo la definizione riportata in sezione 2.4.1.

I risultati ottenuti mostrano differenze significative nei valori di A_5 e P_5 negli ammassi in esame. Per verificare che queste differenze siano dovute a stadi dinamici distinti, si sono confrontati i valori ottenuti di A_5 e P_5 con il tempo di rilassamento e il grado di segregazione delle BSS (quantificato dal parametro $A+$) di ciascun ammasso, trovando in tutti i casi una chiara e stretta correlazione. Il confronto con i risultati delle simulazioni, inoltre, mostra un ottimo accordo anche in termini di valore numerico assoluto, sia di A_5 che di P_5 .

Il confronto dei parametri A_5 e P_5 con i tempi di rilassamento, il parametro $A+$ e le simulazioni, fornisce quindi una chiara risposta sulla possibilità di utilizzare questi nuovi indicatori come strumento di indagine per l'evoluzione dinamica dei GCs: infatti, tutti i risultati trovati suggeriscono come i parametri possano essere utilizzati per comprendere lo stadio dinamico in cui si trova il sistema stellare, suggerendo anche, almeno qualitativamente, quanto sono lontani dalla fase di core collapse.

Rispetto alla stima del tempo di rilassamento, la misura di questi parametri offre l'enorme vantaggio di non dipendere dalle molte semplificazioni e assunzioni necessarie per ricavare t_{rc} attraverso l'equazione (2.1), ma di essere interamente basata su dati osservativi. Rispetto al parametro $A+$ (anch'esso interamente empirico), il principale vantaggio consiste nello sfruttare la struttura dell'ammasso stesso, ovvero l'intera popolazione del sistema, invece che solamente una classe particolare di stelle come le BSS.

Questo lavoro, dunque, pone solide basi per lo studio diretto dell'evoluzione dinamica dei sistemi stellari. Si tratta, tuttavia, solo di una prima indagine, che lascia spazio a miglioramenti e sviluppi futuri.

Oltre a misurare anche il parametro $S_{2.5}$, ovvero la pendenza della retta tangente alla nCRD a $r = 0.025 r_{hm}$, sarà importante migliorare la stima dell'incertezza su questi indicatori dinamici. Nel presente lavoro di tesi, si è tenuto conto solo dell'errore sul valore di r_{hm} , in accordo con l'analisi delle simulazioni, dove questa è effettivamente la principale fonte di incertezza. Tuttavia, nel caso di dati osservativi, in un campione di ammassi differenti, entrano senz'altro in gioco altre fonti d'errore, come l'incompletezza fotometrica (che qui è stata valutata solo in modo approssimativo) e la statistica dei campioni utilizzati. Entrambe queste potenziali sorgenti d'errore saranno opportunamente analizzate in un lavoro futuro.

Un'ovvia direzione di sviluppo di questo studio è la determinazione dei nuovi indicatori dinamici in un campione molto più esteso di ammassi, innanzitutto della Via Lattea. Il campione più promettente su cui lavorare attualmente è quello discusso in [Ferraro et al. \(2018\) \[43\]](#), che include circa 1/3 di tutta la popolazione di GCs galattici e per il quale è già stato determinato il parametro $A+$ delle BSS, che potrà essere

utilizzato come termine confronto. Sarà poi interessante estendere lo studio anche a sistemi stellari risolti al di fuori della Via Lattea (per esempio, gli ammassi della Piccola e Grande Nube di Magellano), nei quali la selezione di campioni di BSS opportunamente decontaminati dalle stelle di campo può essere piuttosto problematica e incerta, rendendo i nuovi indicatori gli unici strumenti utili per valutare lo stadio dinamico di questi sistemi.

Un possibile ambito di miglioramento, volto a rendere la procedura totalmente indipendente dai modelli, riguarda la sostituzione del raggio di metà massa (r_{hm}), con il raggio effettivo (r_{eff}) nella costruzione della nCRD e nella definizione degli indicatori dinamici. Per ottenere il valore del raggio di metà massa, infatti, è necessario costruire il profilo di densità (tenendo conto anche dei problemi di incompletezza fotometrica e necessità di binning discussi nel capitolo 3) e determinare il modello di King che meglio riproduca le osservazioni, anche nel caso di ammassi molto evoluti, che, a causa della cuspidi di densità centrale, non sono ben riproducibili da questa famiglia di modelli. Il raggio effettivo, invece, si può ottenere direttamente dalle osservazioni e non risente dei problemi di incompletezza. Lo svantaggio, però, sta nel fatto che sono necessarie immagini a grande campo, che coprano tutta l'estensione radiale del sistema e devono essere tenuti in debito conto anche eventuali effetti di reddening differenziale.

Parallelamente agli studi osservativi, è poi necessario rendere le simulazioni sempre più accurate e realistiche, in modo tale da permettere un confronto sempre più preciso con i dati. In particolare, è fondamentale simulare un campione di ammassi con tempo di CC differente: il corretto confronto con i GCs osservati, infatti, deve riguardare sistemi che abbiano tutti la stessa età cronologica avanzata (~ 12 Gyr), ovvero lo stesso contenuto in termini di masse stellari, ma si trovino in stadi di evoluzione dinamica diversi.

Sarà poi importante valutare l'effetto di un'eventuale popolazione di binarie primordiali (Goodman et al, 1989 [54]). Infatti, è noto che all'aumentare della percentuale di sistemi binari, il sistema subisce un processo di CC "meno profondo" (Douglas et

al., 1992 [55], Fregeau et al., 2003 [56]), ovvero il core dell'ammasso si contrae meno se la percentuale di binarie è più elevata. È ragionevole aspettarsi, quindi, che i valori numerici dei nuovi indicatori crescano meno, passando da sistemi dinamicamente giovani a sistemi PCC, in presenza di binarie. Un ammasso come NGC 6624, dunque, potrebbe non aver ancora subito il CC (come sembrerebbe indicare il confronto con le simulazioni, mostrato in figura 5.7), ma, se la percentuale di sistemi binari al suo interno fosse sufficientemente elevata, potrebbe anche essere già in una fase di post-CC (come sembrerebbe suggerire la cuspidale nel suo profilo di densità; figura 3.14). Ovviamente, per poter distinguere tra queste due possibilità, è necessario, innanzitutto, analizzare simulazioni che includano anche sistemi binari primordiali. Nel caso in cui il lavoro teorico mostri una variazione dei nuovi indicatori con la percentuale di binarie, anche l'analisi delle osservazioni dovrà essere migliorata per includere una stima della frazione di questi sistemi negli ammassi osservati.

Nonostante vi sia ancora molto da fare, questo lavoro presenta un approccio completamente nuovo nello studio della dinamica stellare e i risultati ottenuti sono di grande rilevanza in quanto forniscono la prima dimostrazione empirica della possibilità di stimare l'età dinamica degli ammassi globulari direttamente dalle osservazioni e senza la limitazione di dover selezionare una sotto-classe peculiare di stelle, come le BSS.

Bibliografia

- [1] Bhat B., Lanzoni B., Ferraro F.R., Vesperini E. (2021). “Searching for new observational signatures of the dynamical evolution of star clusters”, Draft Version, October 2021, sent to The Astrophysical Journal.
- [2] Spitzer L. (1987). “Dynamical Evolution of Globular Clusters” (Princeton: Princeton University Press).
- [3] Harris W.E. (2010). “A New Catalog of Globular Clusters in the Milky Way”, arXiv-prints, arXiv:1012.3224.
- [4] Bruzual A. G. (2010). “Star clusters as simple stellar populations”, *Phil. Trans. R. Soc. A*.368783–799, <http://doi.org/10.1098/rsta.2009.0258>.
- [5] Bastian N., Lardo C. (2018). ”Multiple Stellar Populations in Globular Clusters”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 56, p.83-136.
- [6] Carretta E., Bragaglia A., R. Lucatello S. (2009). “Na-O anticorrelation and HB. VIII. Proton-capture elements and metallicities in 17 globular clusters from UVES spectra”, *Astronomy and Astrophysics*, Volume 505, Issue 1, 2009, pp.139-155.
- [7] Salaris M. & Cassisi S. (2005). “Evolution of Stars and Stellar Populations”.
- [8] Renzini A. e F. Fusi Pecci (1988). “Tests of Evolutionary Sequences Using Color-Magnitude Diagrams of Globular Clusters”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 26:199-244, <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.26.090188.001215>.

- [9] Meylan G., Heggie D. C. (1997). “Internal dynamics of globular clusters”, *A&A Rev.*, 8, 1.
- [10] Yong D., Grundahl F., Norris John E. (2015). “CNO abundances in the globular clusters NGC 1851 and NGC 6752”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 446, Issue 4, February 2015, Pages 3319–3329, <https://doi.org/10.1093/mnras/stu2334>.
- [11] Yong D., Grundahl F., D’Antona F., Karakas A. I., Lattanzio J. C., Norris John E. (2009). “A Large C+N+O Abundance Spread in Giant Stars of the Globular Cluster NGC 1851”, *The Astrophysical Journal*, Volume 695, Number 1.
- [12] Carretta E., Bragaglia A., Gratton R., D’Orazi V. and Lucatello S. (2009). “Intrinsic iron spread and a new metallicity scale for globular clusters”, *A&A* Volume 508, Number 2, December III 2009.
- [13] King, I. R. (1966). “The structure of star clusters. III. Some simple dynamical models”, *AJ*, 71,64.
- [14] King, I. R. (1967), Vol. 9 of the AMS Lectures in Applied Mathematics, “Relativity Theory and Astrophysics 2. Galactic Structure”, ed. J. Ehlers, American Mathematical Society, Providence, RI p.116.
- [15] Peterson, King, “Structure of star clusters. VI. Observed radii and structural parameters in globular clusters”, *The Astronomical Journal*, Volume 80, Number 6, June 1975.
- [16] Binney J., Tremaine S. (1987). “Galactic dynamics”, Princeton University Press.
- [17] Richard J. Parker, Simon P. Goodwin, Nicholas J. Wright, Michael R. Meyer, Sascha P. Quanz (2016). “Mass segregation in star clusters is not energy equipartition”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, Volume 459, Issue 1, 11 June 2016, Pages L119–L123, <https://doi.org/10.1093/mnrasl/slw061>.

- [18] Khalisi E., Amaro-Seoane P., Spurzem R. (2007). “A comprehensive NBODY study of mass segregation in star clusters: energy equipartition and escape”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 374, Issue 2, January 2007, Pages 703–720.
- [19] Breen P.G. and Heggie D. C. (2012). “Gravothermal oscillations in two-component models of star clusters”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 420, 309–319.
- [20] Djorgovski S. 1993, “Structure and Dynamics of Globular Clusters”, *ASP Conference Series*, Vol. 50, 1993, S.G. Djorgovski and G. Meylan (eds.), *Physical Parameters Of Galactic Globular Clusters*.
- [21] Spitzer L., Lyman Jr., Hart M. H. (1971). “Random Gravitational Encounters and the Evolution of Spherical Systems. II. Models”, *Astrophysical Journal*, vol. 166, p.483.
- [22] Chernoff, David F. and Djorgovski, S. (1989). “An analysis of the distribution of globular clusters with postcollapse cores in the Galaxy”, *Astrophysical Journal*, 339. pp. 904-918. ISSN 0004-637X.
- [23] Baumgardt H., Junichiro M., Hut P. (2005). “Which Globular Clusters Contain Intermediate-Mass Black Holes?”, *The Astrophysical Journal*, Volume 620, Number 1.
- [24] Susin C. (1997). “Mass Segregation and Equipartition of Energy in Two Globular Clusters with Central Density Cusps”, [arXiv:astro-ph/9707251](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9707251).
- [25] Vesperini E., Trenti M. (2010). “Widespread Presence of Shallow Cusps in the Surface Brightness Profile of Globular Clusters”, *The Astrophysical Journal Letters*, Volume 720, Number 2.
- [26] Sandage A. R. (1953). “The color-magnitude diagram for the globular cluster M 3”, *The Astronomical Journal*, 1953 - adsabs.harvard.edu.

- [27] Buonanno R., Corsi C. E., Buzzoni A., Cacciari C., Ferraro F. R., Fusi Pecci F., 1994, “The stellar population of the globular cluster M 3. I. Photographic photometry of 10 000 stars”, *A&A*, 290, 69.
- [28] P. Miocchi, B. Lanzoni, F. R. Ferraro, E. Dalessandro, E. Vesperini, M. Pasquato, G. Beccari, C. Pallanca, and N. Sanna (2013). “Star count density profiles and structural parameters of 26 Galactic Globular Clusters”, *The Astrophysical Journal*.
- [29] Lanzoni et al. (2019). “Star-density Profiles of Six Old Star Clusters in the Large Magellanic Cloud”, *The Astrophysical Journal*, Volume 887, Issue 2, article id. 176, 11 pp. (2019).
- [30] Ryon, J. E. et al. (2019). “ACS Instrument Handbook, Version 19.0”. Baltimore: STScI.
- [31] Wilson C. (1975). “Dynamical Models of Elliptical Galaxies”, *Symposium - International Astronomical Union*, 69, 207-208, doi:10.1017/S0074180900015540.
- [32] Anderson et al. (2008), “The ACS Survey of Globular Clusters. V. Generating a comprehensive star catalog for each cluster”, *The Astronomical Journal*, Volume 135, Number 6.
- [33] Sarajedini A. et al. (2007). “The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. I. Overview and Clusters without Previous Hubble Space Telescope Photometry”, *AJ* 133 (4): 1658–1672, doi:10.1086/511979.
- [34] Piotto et al. (2015). “The Hubbe Space Telescope UV Legacy Survey of Galactic Globular Clusters. I. Overview of the project and detection of multiple stellar populations”, *The Astronomical Journal*, Volume 149, Number 3.
- [35] Ferraro et al. (1999). “The Giant, Horizontal, and Asymptotic Branches of Galactic Globular Clusters. I. The Catalog, Photometric Observables, and Features”, *The Astronomical Journal*, Volume 118, Number 4.

- [36] Goldsbury R. et al. (2010). “The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. X. New Determinations of Centers for 65 Clusters”; *ApJ*.
- [37] M. B. Davies, G. Piotto, F. De Angeli (2004) “Blue straggler production in globular clusters”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 349, Issue 1, March 2004, Pages 129–134, <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07474.x>.
- [38] Hills J. G., Day C. A. (1976). “Stellar Collisions in Globular Clusters”, *Astrophysical. Letters*, 17, 87.
- [39] Knigge, C., Leigh, N. & Sills, A. (2009) “A binary origin for ‘blue stragglers’ in globular clusters”. *Nature* 457, 288–290 (2009). <https://doi.org/10.1038/nature07635>.
- [40] Geller, A., Mathieu, R. (2011) “A mass transfer origin for blue stragglers in NGC 188 as revealed by half-solar-mass companions”. *Nature* 478, 356–359 (2011). <https://doi.org/10.1038/nature10512>.
- [41] Ferraro F. R. et al., 2012, “Dynamical age differences among coeval star clusters as revealed by blue stragglers”, *Nature*, Volume 492, Issue 7429, pp. 393-395.
- [42] Ferraro F. R. et al. (2015); “Blue Straggler Stars in Globular Clusters: A Powerful Tool to Probe the Internal Dynamical Evolution of Stellar Systems”; *Ecology of Blue Straggler Stars*, Boffin H. M. J., Carraro G., Beccari G., pag. 99.
- [43] Ferraro F. R. et al. (2018); “The Hubble Space Telescope UV Legacy Survey of Galactic Globular Clusters. XV. The Dynamical Clock: Reading Cluster Dynamical Evolution from the Segregation Level of Blue Straggler Stars”; *ApJ*, 860, 36, 13.
- [44] Ferraro F. R., Lanzoni B., Dalessandro E. (2020). “The “dynamical clock”: dating the internal dynamical evolution of stars clusters with Blue Stragglers Stars”, *ISSN 2037-4630*, Volume 31, Number 1.

- [45] Ferraro F. R. et al. (1993); “Blue Stragglers in the Galactic globular clusters M3: Evidence for two populations”; *AJ* 106 2324–2334.
- [46] Ferraro F. R. et al. (1997); “HST Observations of Blue Straggler Stars in the Core of the Globular Cluster M3”; *A&A*, 324, 915.
- [47] Lanzoni B., Ferraro F. R., Alessandrini E., Dalessandro E., Vesperini E., Raso S., 2016, “Refining the Dynamical Clock for Star Clusters”, *The Astrophysical Journal Letters*, Volume 833, Issue 2, article id. L29, 6 pp.
- [48] Alessandrini E.; Lanzoni B.; Ferraro F. R.; Miocchi P.; Vesperini E., 2016, “Investigating the Mass Segregation Process in Globular Clusters with Blue Straggler Stars: The Impact of Dark Remnants”, *The Astrophysical Journal*, Volume 833, Issue 2, article id. 252, 11 pp.
- [49] Kroupa P., 2001, “On the variation of the initial mass function”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 322, Issue 2, pp. 231-246.
- [50] Casagrande, L., e D. A. Vandenberg (2014). “Synthetic stellar photometry - I. General considerations and new transformations for broad-band systems”. *MNRAS* 444 (1): 392–419.
- [51] A. Pietrinferni, S. Cassisi, M. Salaris, and F. Castelli (2006), “A Large Stellar Evolution Database for Population Synthesis Studies. II. Stellar Models and Isochrones for an α -enhanced Metal Distribution”, *The Astrophysical Journal*, Volume 642, Number 2.
- [52] Benesty J., Chen J., Huang Y., Cohen I. (2009). “Pearson Correlation Coefficient”. In: *Noise Reduction in Speech Processing*. Springer Topics in Signal Processing, vol 2. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00296-0_5.
- [53] M. Gill, M. Trenti, M. C. Miller, R. van der Marel, D. Hamilton, and M. Stiavelli (2008). “Intermediate-Mass Black Hole Induced Quenching of Mass Segregation in Star Clusters”, *The Astrophysical Journal*, Volume 686, Number 1.

- [54] Goodman, J., Hut, P. (1989). “Primordial binaries and globular cluster evolution”, *Nature* 339, 40–42 (1989). <https://doi.org/10.1038/339040a0>.
- [55] Douglas C. Heggie, Sverre J. Aarseth (1992). “Dynamical effects of primordial binaries in star clusters – I. Equal masses”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 257, Issue 3, August 1992, Pages 513–536, <https://doi.org/10.1093/mnras/257.3.513>.
- [56] J. M. Fregeau, M. A. Gürkan, K. J. Joshi, and F. A. Rasio (2003). “Monte Carlo Simulations of Globular Cluster Evolution. III. Primordial Binary Interactions”, *The Astrophysical Journal*, Volume 593, Number 2.