

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

Scuola di Scienze  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Fisica

**Studio di frammentazione secondaria  
nell'ambito del tracciamento di frammenti  
nucleari nell'esperimento FOOT**

**Relatore:**  
**Prof. Mauro Villa**

**Presentata da:**  
**Francesco Zenesini**

**Correlatore:**  
**Dott. Matteo Franchini**

Anno Accademico 2020/2021

## Sommario

L'esperimento FOOT è un esperimento per la misura di precisione di sezioni d'urto di frammentazione nucleare sia del proiettile che del bersaglio, eseguito con fasci di protoni e ioni C e O ad energie comprese tra 200 e 400 MeV/ $n$  su bersagli di polietilene. In letteratura, non sono attualmente presenti tali misure con precisione sufficiente da poter essere utilizzati nei modelli dei piani di trattamento di adroterapia, una terapia oncologica che sfrutta fasci di adroni. Ciò permette di fornire la maggior parte della dose in una zona circoscritta, detta picco di Bragg degli adroni. Questa caratteristica permette di trattare tumori minimizzando il danno sui tessuti sani circostanti. All'interno dell'esperimento FOOT l'algoritmo di tracciamento svolge un ruolo di rilievo poiché permette di ricostruire il momento ad alta risoluzione, minore di 4%. Al momento però l'algoritmo non tiene conto delle frammentazioni secondarie che possono avvenire all'interno della zona di tracciamento, che possono generare topologie di complessa ricostruzione in fase di tracciamento della particella o causare una erronea associazione di carica. Per questo risulta di grande importanza uno studio sugli eventi di frammentazione secondaria, poiché permette un successivo sviluppo degli algoritmi di selezione al fine di poter riconoscere e discriminare le due diverse tipologie di evento, per poterle trattare con strategie dedicate al fine di migliorare le prestazioni dell'algoritmo. Ho quindi studiato dapprima le risoluzioni, le efficienze e le purezze di fit studiando l'impatto su esse delle frammentazione secondaria o un prodotto di questa basandomi sui dati simulati Monte Carlo. Infine, per poter trovare un osservabile che possa fornire un modo per riconoscere questi eventi, ho studiato alcune distribuzioni cinematiche che permettano di escludere un'alta percentuale di eventi riframmentati (tra 35% e 80%) pur perdendo poche tracce non riframmentate (tra 4% e 40%).

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>1 Interazione della radiazione con la materia</b>	<b>5</b>
1.1 Sezione d'urto . . . . .	5
1.2 Interazione Fotoni-Materia . . . . .	7
1.2.1 Effetto Fotoelettrico . . . . .	8
1.2.2 Effetto Compton . . . . .	10
1.2.3 Produzione di coppie $e^\pm$ . . . . .	12
1.3 Interazione Particelle Cariche . . . . .	13
1.3.1 Interazione Elettroni con la materia . . . . .	13
1.3.2 Bremsstrahlung . . . . .	14
1.3.3 Particelle Cariche pesanti . . . . .	14
1.3.4 Equazione di Bethe-Bloch . . . . .	15
1.3.5 Formula di Rutherford e Scattering Multiplo Coulombiano . . . . .	18
1.3.6 Bremsstrahlung e Radiazione di Cherenkov per Particelle Cariche Pesanti . . . . .	19
1.3.7 Potere Frenante . . . . .	20
1.3.8 Interazione Nucleare e Frammentazione Nucleare . . . . .	22
1.4 Applicazioni . . . . .	24
1.4.1 Radiobiologia e Parametri Biologici . . . . .	24
1.4.2 Radioterapia . . . . .	26
1.4.3 Adroterapia . . . . .	26
<b>2 Esperimento FOOT</b>	<b>28</b>
2.1 Cinematica Diretta e Inversa . . . . .	28
2.2 Materiale del bersaglio e fasci previsti . . . . .	29
2.3 Design dell'apparato di FOOT . . . . .	30
2.3.1 Heavy Ions Setup . . . . .	30
2.4 Performance Attese . . . . .	36
2.4.1 Identificazione dei frammenti . . . . .	36

<b>3</b>	<b>Software di Ricostruzione e Tracciamento</b>	<b>39</b>
3.1	Simulazione . . . . .	39
3.2	Struttura codice SHOE . . . . .	41
3.3	Tracciamento . . . . .	42
	3.3.1 Metodo di minimo $\chi^2$ . . . . .	43
	3.3.2 Kalman Filter . . . . .	43
3.4	GENFIT . . . . .	45
3.5	Strategia di Ricostruzione Tracce . . . . .	46
<b>4</b>	<b>Risultati</b>	<b>47</b>
4.1	Condizioni di Discriminazione . . . . .	47
4.2	Studi Preliminari e di Efficienza . . . . .	48
4.3	Studi Cinematici . . . . .	53
	<b>Conclusion</b>	<b>60</b>



# Introduzione

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn Of Target), è un esperimento di fisica nucleare volto ad eseguire misure di precisione di sezione d'urto di frammentazione nucleare per migliorare i trattamenti adroterapici. In questi anni, sempre più pazienti oncologici necessitano di questa tipologia di terapia, grazie alle sue peculiari caratteristiche che la rendono preferibile, in certi casi, alla radioterapia convenzionale. Solo nel 2020, dei 19.3 milioni di nuovi pazienti oncologici[1], circa la metà necessita di radioterapia[2]. Tra questi vi sono però alcuni pazienti che presentano delle criticità nell'applicazione di radioterapia convenzionale. Nel caso il tumore sia vicino ad un organo particolarmente sensibile alla radiazione o interessi organi particolarmente resistenti al trattamento, risulta conveniente l'utilizzo di trattamenti radioterapici. Infatti, sfruttando il particolare comportamento dei protoni e gli ioni pesanti (adroni) nell'interazione coi tessuti, è possibile danneggiare il tumore in modo più efficace e preciso, limitando i danni ai tessuti circostanti. La dose fornita, ovvero l'energia per unità di massa depositata dalla particella, è concentrata nel tratto terminale del percorso dello ione all'interno del corpo del paziente, in una regione detta picco di Bragg. Grazie a ciò è possibile fornire un trattamento più preciso e meno invasivo per il paziente.

Attualmente, nella letteratura scientifica, non vi è disponibilità di dati sperimentali riguardo la sezione d'urto della frammentazione di specie nucleari e alle energie di interesse per l'adroterapia. Questo impedisce di poter considerare, nei piani di trattamento, il contributo alla dose depositata della frammentazione nucleare. Per questo l'esperimento FOOT si prefigge di ottenere queste misure con sufficiente precisione. Per fare ciò si vuole misurare la sezione d'urto di frammentazione nucleare di proiettile e bersaglio con fasci di H, C e O a energie comprese tra 200 – 400 MeV per nucleone su bersagli di H e C con incertezza del 5%. Per ottenere tale precisione sul risultato finale è necessario raggiungere una risoluzione in momento di almeno 5% per consentire una corretta identificazione dei frammenti e una misura sufficientemente precisa della sezione d'urto.

Risulta quindi di fondamentale importanza l'algoritmo di tracciamento che permette di ricostruire il momento dei frammenti rivelati dall'esperimento. All'interno della zona di tracciamento è possibile che vi siano anche frammentazioni secondarie. Questi eventi danno luogo a tracce di difficile ricostruzione in fase di tracciamento o ad una errata associazione di carica per gli ioni che subiscono tali effetti. In particolare ho studiato gli

eventi in cui vi fossero frammentazioni secondarie per studiarne gli effetti sull'efficienza di tracciamento e trovare un osservabile che permetta di riconoscere tali eventi. Questo permetterà un futuro sviluppo degli algoritmi di selezione che tuttavia esula dagli scopi della tesi. Ho dapprima studiato le risoluzioni ottenute, le efficienze di fit, le sue purezze e quanto incidessero gli eventi di frammentazione secondaria su di queste. Successivamente ho studiato alcune distribuzioni cinematiche basandomi sui dati Monte Carlo e grazie a queste ho potuto analizzare più nel dettaglio il comportamento degli ioni generati da una frammentazione secondaria. Gli osservabili che ho identificato sono la posizione in x-y e l'impulso dei frammenti generati da una frammentazione secondaria e ho fornito stime quantitative preliminari che permettono di valutare l'efficacia di queste scelte.

Nel corso del primo capitolo della tesi ho quindi discusso le principali tipologie di interazioni che le radiazioni hanno con la materia, soffermandomi in modo particolare sulle particelle cariche pesanti, per la loro rilevanza all'interno dell'esperimento FOOT. Successivamente ho presentato le principali applicazioni di questi studi in ambito bio-medico. Nel secondo capitolo ho invece descritto la struttura dell'esperimento FOOT e le caratteristiche del suo set-up. Nel terzo capitolo ho presentato il software utilizzato in fase di simulazione, di ricostruzione e di tracciamento e i principali metodi applicati. Infine nell'ultimo capitolo ho descritto il mio lavoro di tesi, presentando l'impatto della frammentazione secondaria all'interno della zona di tracciamento e alcuni studi per un possibile futuro algoritmo per riconoscere e discriminare tali eventi.

# Capitolo 1

## Interazione della radiazione con la materia

Nel corso degli ultimi decenni la Fisica moderna ha posto una grande attenzione alla fisica delle particelle e come queste interagiscano con la materia che attraversano. Queste interazioni avvengono attraverso le 4 forze fondamentali (elettromagnetica, nucleare forte, nucleare debole e gravitazione, trascurabile a queste scale) e veicolate da particelle dette "mediatori". Questi mediatori, insieme alle particelle elementari, vengono riassunte, in maniera sufficientemente efficace per questa trattazione, dal Modello Standard. Si intende quindi approfondire come avvengono queste interazioni, in particolare quella elettromagnetica e quella nucleare, e quali grandezze caratterizzano questi eventi, per meglio introdurre la fisica alla base dell'adroterapia e dell'esperimento FOOT.

### 1.1 Sezione d'urto

Una delle grandezze più importanti nello studio della fisica delle particelle è sicuramente la sezione d'urto  $\sigma$ , poiché permette di collegare il mondo microscopico al mondo macroscopico. Infatti pur coinvolgendo molte grandezze tipiche della dimensione microscopica genera effetti visibili anche nel mondo macroscopico. Si definisce quindi sezione d'urto la probabilità con cui una particella interagisce attraverso un certo processo fisico.

Per studiare dal punto di vista analitico questa grandezza conviene prendere in esame una situazione fisica. Prendiamo, per esempio, un esperimento di collisione di particelle, dove un fascio di particelle viene generato in un punto dello spazio, generalmente all'infinito spaziale, e viene fatto collidere con un bersaglio per studiare le interazioni tra le particelle del fascio e il bersaglio. Infatti studiando le caratteristiche, quale il momento e la direzione, delle particelle prodotte a valle del bersaglio riusciamo a ottenere informazioni sul bersaglio e su cosa è avvenuto durante l'interazione. Vi sono in particolare 4 diverse tipologie di interazione:

- $X + Y \rightarrow X + Y$  Diffusione Elastica
- $X + Y \rightarrow X + Y^*$  Diffusione Anelastica (Eccitazione)
- $X + Y \rightarrow X + Y + Z$  Diffusione Anelastica (Produzione)
- $X + Y \rightarrow Z$  Assorbimento

Nel primo caso infatti abbiamo una diffusione elastica in cui si conserva l'energia cinetica totale delle particelle coinvolte  $X$  e  $Y$  che rimangono le stesse durante il processo. Nel secondo caso invece, pur essendo le particelle risultanti uguali a quelle incidenti, una parte dell'energia cinetica delle particelle viene assorbita da alcune delle particelle coinvolte che passano ad uno stato eccitato. Oltre a poter eccitare delle particelle, l'energia cinetica può essere usata per la produzione di nuove particelle come nel terzo caso considerato. Infine le due particelle che collidono possono combinarsi in una nuova particella dando luogo ad un evento di assorbimento.

Si consideri un fascio di particelle che incide su una particella bersaglio, nota come centro di diffusione, in un esperimento di collisione. Se il fascio è composto da particelle uniformemente distribuite nello spazio e nel tempo è possibile definire il flusso  $\Phi_{in}$  come il numero di particelle incidenti per unità di area e di tempo. Si definisce quindi la sezione d'urto differenziale come:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, d\Omega) = \frac{1}{\Phi_{in}} \frac{dN_{out}(E)}{d\Omega} \quad (1.1)$$

dove  $d\Omega$  è il differenziale dell'angolo solido,  $E$  l'energia delle particelle incidenti e  $dN_{out}$  è il numero di particelle, a seguito dell'interazione con il centro di diffusione, diffuse in  $d\Omega$  per unità di tempo. Si noti come, variando l'energia delle particelle incidenti, il numero di particelle diffuse in  $d\Omega$  potrebbe variare, introducendo quindi una dipendenza della sezione d'urto dall'energia. Inoltre poiché  $\Phi$  ha le dimensioni dell'inverso di un'area allora  $d\sigma$  avrà le dimensioni di un'area. L'unità di misura della sezione d'urto è infatti il barn che vale  $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ .

È possibile integrare l'Eq.(1.1) su tutto l'angolo solido per ottenere la sezione d'urto totale del processo fisico  $\sigma$ :

$$\sigma(E) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (1.2)$$

Poiché però l'Eq.(1.1) si riferisce ad un unico centro di diffusione è utile analizzare come si comporta la sezione d'urto quando si considera un bersaglio reale all'interno del quale vi sono moltissimi centri di diffusione. Definiamo infatti  $n_b$  come la densità di centri di diffusione, che dipenderà dalle caratteristiche del materiale, all'interno del bersaglio che ora ha uno spessore finito  $x$ . Quindi la probabilità di una particella di subire un'unica interazione attraversando uno spessore  $dx$  sarà data da:

$$dP(E, x) = n_b \sigma(E) dx \quad (1.3)$$

Un'altra quantità che risulterà utile nella trattazione per fornire alcune stime quantitative è il libero cammino medio, ovvero la distanza media percorsa da una particella del fascio incidente nel bersaglio senza avere interazioni. Se quindi  $P_0(x)$  è la probabilità di non subire alcuna interazione attraversando uno spessore  $x$  del bersaglio e  $dP$  è la probabilità di avere un'unica interazione, è possibile definire la probabilità di non avere nessuna interazione in  $x + dx$  come:

$$P_0(x + dx) = P_0(x)(1 - n_b\sigma dx) \quad (1.4)$$

Risolvendo l'equazione differenziale ottenuta si può ricavare  $P_0(x)$

$$P_0(x) = e^{-n_b\sigma x} \quad (1.5)$$

da cui, tramite una media su tutta la lunghezza del bersaglio è possibile ottenere il libero cammino medio:

$$l = \frac{\int x P_0(x) dx}{\int P_0(x) dx} = \frac{1}{n_b\sigma} \quad (1.6)$$

## 1.2 Interazione Fotoni-Materia

I fotoni, quando interagiscono con la materia, danno luogo a diversi effetti che verranno esaminati durante questo capitolo. Gli effetti sono:

- Effetto Fotoelettrico
- Effetto Compton
- Produzione di coppie elettrone-positrone
- Effetto Rayleigh (secondari)
- Reazioni fotonucleari (secondari)

L'effetto fotoelettrico consiste nella diffusione di un elettrone a seguito di un'interazione fotone-elettrone con gli elettroni delle shell elettroniche più interne e verrà discusso più in dettaglio nel paragrafo successivo. La diffusione tra fotone ed elettrone delle più esterne, e quindi approssimabili a elettroni liberi, può dar luogo a una diffusione coerente, cioè che non modifica la lunghezza d'onda dei fotoni (Effetto Rayleigh ed Effetto Thomson, di incidenza secondaria in questa trattazione per cui non verranno approfonditi ulteriormente), o incoerente, che invece modifica la lunghezza d'onda (Effetto Compton, discusso più nel dettaglio successivamente). In presenza di un forte campo elettrico, generato ad esempio dagli elettroni o dai nuclei degli atomi, i fotoni possono dare luogo ad interazioni di produzione. In particolare possono generare una coppia elettrone-positrone. Anche questo effetto verrà discusso più approfonditamente in un

paragrafo successivo. L'ultima tipologia di interazione sono le reazioni fotonucleari cioè quando un fotone molto energetico interagisce direttamente con il nucleo attraverso reazioni nucleari dando luogo a produzioni di protoni e neutroni. Anche questo effetto è trascurabile alle energie considerate per via del bilancio energetico della reazione e non sarà approfondito ulteriormente.

Ognuno di questi effetti contribuisce in maniera differente e indipendente alla sezione d'urto totale dei fotoni. Inoltre, poiché le sezioni d'urto dipendono dall'energia dei fotoni incidenti, ad energie diverse ci sarà un diverso effetto dominante, come è possibile vedere in Fig.1.1.

Infatti i diversi contributi alla sezione d'urto si sommano linearmente:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{fe} + \sigma_{Compton} + \sigma_{prod} \quad (1.7)$$

In seguito a queste interazioni, un certo numero di fotoni incidenti sulla materia vengono rimossi dal fascio, sia perché hanno subito una deviazione della direzione di propagazione, sia perché vengono assorbiti. In ogni caso l'energia dei singoli fotoni incidenti, non avendo interagito, rimane invariata mentre il numero di questi subisce delle variazioni: ciò comporta un'attenuazione dell'intensità del fascio incidente secondo una relazione esponenziale:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (1.8)$$

dove  $I_0$  è l'intensità iniziale del fascio,  $x$  è lo spessore di materiale attraversato e  $\mu$  è il coefficiente di assorbimento del materiale definito come:

$$\mu = \sigma_{tot} \frac{N_A \rho}{A} \quad (1.9)$$

con  $A$  massa atomica,  $N_A$  il numero di Avogadro e  $\rho$  la densità del materiale.

### 1.2.1 Effetto Fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico, scoperto nella seconda metà del XIX secolo e spiegato correttamente da A. Einstein nel 1905, è stato uno dei fenomeni che ha posto le basi per la corretta formulazione della meccanica quantistica.

Questo effetto comporta l'assorbimento di un fotone da parte di un elettrone atomico che viene poi emesso dall'atomo. Il processo di assorbimento, a causa del suo legame con i fotoni, è chiamato fotoassorbimento mentre l'elettrone emesso è chiamato fotoelettrone. Poiché deve rispettare la conservazione dell'energia e della quantità di moto, il fenomeno non può avvenire con elettroni liberi ma solo con elettroni legati al nucleo che assorbe parte della quantità di moto del fotone. L'energia del fotone assorbito quindi viene in parte utilizzata per rompere il legame tra elettrone e nucleo e in parte viene trasmessa come energia cinetica al fotoelettrone secondo la seguente relazione:

$$E = h\nu - w_e \quad (1.10)$$

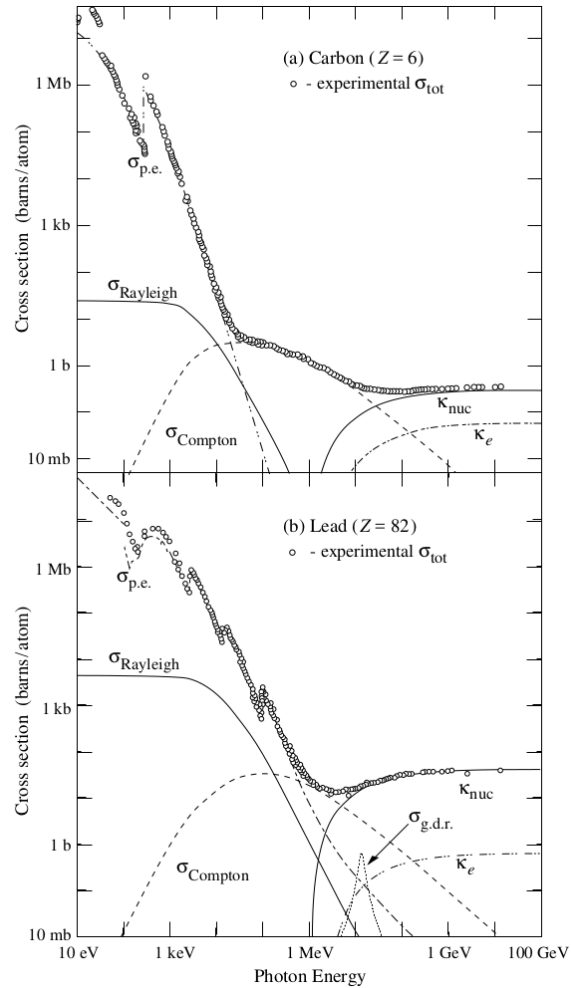


Figura 1.1: Andamento della sezione d'urto in funzione dell'energia dei fotoni per due diversi materiali, carbonio e piombo. Si possono notare i punti sperimentali e le curve teoriche, somma dei vari contributi dove  $\sigma_{p.e.}$  è la sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico,  $\sigma_{Rayleigh}$  e  $\sigma_{Compton}$  sono le sezioni d'urto dell'effetto Rayleigh e dell'effetto Compton e  $\kappa_{nuc}$  e  $\kappa_e$  sono le sezioni d'urto della produzione di coppie  $e^\pm$  dovute ad un campo elettrico del nucleo e degli elettroni.

dove  $w_e$ , nota come funzione lavoro o lavoro di estrazione, rappresenta l'energia di legame,  $E$  è l'energia del fotoelettrone emesso,  $\nu$  è la frequenza del fotone incidente e  $h$  è la costante di Planck. Si può notare da questa relazione come il fenomeno non avvenga per ogni frequenza ma solo per frequenze maggiori di  $w_e/h$ . È inoltre importante sottolineare che l'energia dei fotoelettroni dipenda unicamente dalla frequenza  $\nu$  e non dall'intensità del fascio mentre il numero di fotoelettroni emessi dipenda dall'intensità del fascio incidente e non dalla frequenza dei singoli fotoni.

Il fotoelettrone emesso, poiché appartiene alle shell elettroniche più interne (solitamente della shell K), verrà sostituito da un elettrone delle shell elettroniche più esterne (solitamente shell L o M). Questa transizione può comportare l'emissione di un altro fotone, di minor frequenza rispetto al fotone incidente, nota come radiazione caratteristica, o, a seguito dell'assorbimento della differenza di energia da parte di un altro elettrone, dell'emissione di quest'ultimo. Questo secondo elettrone emesso prende il nome di elettrone di Auger.

È però complicato calcolare la sezione d'urto del processo in maniera rigorosa a causa della complessità della funzione d'onda degli elettroni atomici. È però possibile ottenere un'espressione approssimata considerando energie non relativistiche ( $h\nu \ll m_e c^2$ ) ma superiori all'energia di legame della shell K. In particolare se quest'ultima condizione è verificata saranno proprio gli elettroni della shell K ad interagire quasi esclusivamente, minimizzando l'energia dei fotoelettroni emessi. Considerate quindi queste approssimazione la sezione d'urto è data da:

$$\sigma_{fe} = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \frac{8\pi r_e}{3} \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} \quad (1.11)$$

dove  $\alpha$  è la costante di struttura fine  $\alpha = 1/137$ ,  $Z$  è il numero atomico,  $r_e$  e  $m_e$  sono rispettivamente il raggio classico dell'elettrone e la sua massa,  $c$  è la velocità della luce,  $h$  è la costante di Planck e  $\nu$  la frequenza del fotone incidente.

Dall'Eq(1.11) è possibile notare come la dipendenza della sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico vada come  $\sigma_{fe} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}}$ , anche se la dipendenza da  $Z$  varia a seconda dell'energia dei fotoni tra  $Z^4$  e  $Z^5$ . Questo comunque implica che l'effetto fotoelettrico è molto rilevante a basse energie in materiali con un numero atomico elevato.

## 1.2.2 Effetto Compton

L'effetto Compton, osservato nel 1923 da A. H. Compton, è uno dei processi più studiati e compresi tra le interazioni dei fotoni. Questa interazione può essere schematizzata come un urto elastico tra un elettrone libero e il fotone incidente. Nel caso reale però gli elettroni sono legati agli atomi e per poter approssimarli come liberi bisogna considerare gli elettroni delle shell più esterne e utilizzare fotoni con un'energia maggiore dell'energia di legame degli elettroni.



A seguito dell'interazione quindi si otterranno fotoni con diversa lunghezza d'onda rispetto ai fotoni incidenti poiché hanno ceduto parte della propria energia all'elettrone diffuso. È stata proprio questa differenza di lunghezza d'onda a permettere a Compton di schematizzare l'interazione come un urto elastico classico. In Fig.1.2 è possibile vedere una schematizzazione del processo.

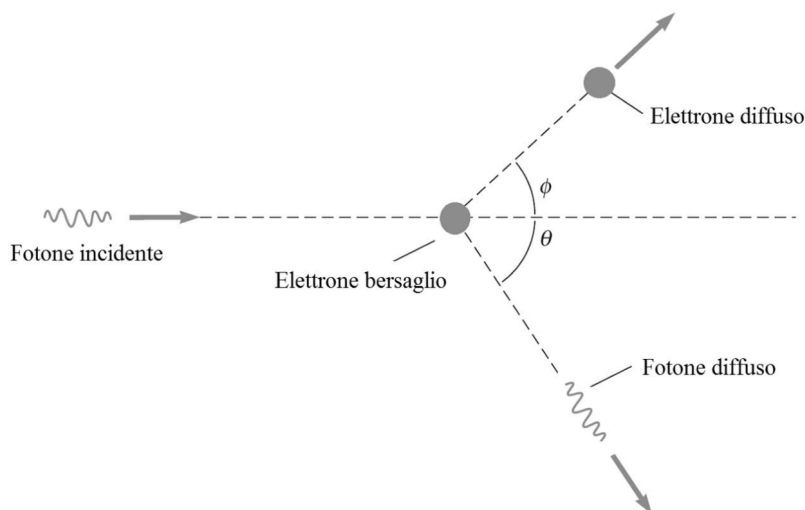


Figura 1.2: Schema dell'urto elastico dovuto all'effetto Compton.

Applicando quindi le leggi di conservazione relativistiche della quantità di moto e dell'energia si ottengono le seguenti relazioni, dipendenti dagli angoli mostrati in Fig.1.2:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \quad (1.12)$$

$$T = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos \theta)}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \quad (1.13)$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{2}{(1 + \gamma)^2 \tan^2 \phi + 1} \quad (1.14)$$

$$\tan \phi = \frac{1}{(1 + \gamma) \tan \theta/2} \quad (1.15)$$

dove  $h\nu$  e  $h\nu'$  sono rispettivamente l'energia del fotone incidente e di quello diffuso,  $T$  è l'energia cinetica che acquista l'elettrone e  $\gamma$  è il rapporto tra l'energia del fotone incidente e l'energia a riposo dell'elettrone  $\gamma = h\nu/m_e c^2$ . Infine gli angoli  $\theta$  e  $\phi$  sono gli angoli con cui vengono diffusi rispettivamente il fotone e l'elettrone rispetto alla direzione del fotone incidente. Si può notare come, avendo fornito dell'energia all'elettrone, la frequenza  $\nu'$  del fotone diffuso è diversa dalla frequenza  $\nu$  del fotone incidente e quindi anche le loro lunghezze d'onda sono diverse.

La sezione d'urto dell'effetto Compton è stata una delle prime ad essere calcolate con l'elettrodinamica quantistica ed è nota come la formula di Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma_{Compton}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos\theta)]^2} \left( 1 + \cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)} \right) \quad (1.16)$$

dove  $r_e$  è il raggio classico dell'elettrone. Integrando l'Eq(1.16) tramite l'Eq(1.2) si può ricavare la sezione d'urto totale:

$$\sigma_{Compton} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \gamma}{\gamma^2} \left[ \frac{2(1 + \gamma)}{1 + 2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1 + 2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1 + 2\gamma) - \frac{1 + 3\gamma}{(1 + 2\gamma)^2} \right\} \quad (1.17)$$

Dall'Eq(1.17) si può notare come la sezione d'urto dipende come  $\sigma_{Compton} \propto \frac{1}{\gamma} = \frac{cost}{E_\gamma}$ . Inoltre poiché questa è la sezione d'urto del singolo elettrone la sezione d'urto di un fotone incidente su un atomo sarà proporzionale anche al numero atomico ovvero  $\sigma_{Compton} \propto \frac{Z}{E_\gamma}$

### 1.2.3 Produzione di coppie $e^\pm$

L'ultima tipologia di interazione considerata è la produzione di una coppia elettrone-positrone. Questo processo è sempre più rilevante ad energie crescenti, come si può osservare in Fig.1.1, ma è possibile solo oltre un'energia di soglia del fotone pari a 1.022 MeV, ovvero due volte l'energia a riposo di un elettrone. Un'altra condizione affinché questo processo avvenga è la presenza di un campo elettrico intenso, solitamente generato da un nucleo o, con minor efficacia, da un elettrone atomico. In entrambi i casi il campo è necessario per garantire la conservazione della quantità di moto e dell'energia.

Questo fenomeno, dal punto di vista teorico è strettamente legato al bremsstrahlung. Come si vedrà anche nella sezione 1.3, gli elettroni intorno al nucleo ne schermano il campo elettrico. È possibile quantificare questo effetto tramite il parametro  $\xi$  dato da:

$$\xi = \frac{100m_e c^2 h\nu}{E_+ E_- Z^{1/3}} \quad (1.18)$$

con  $E_+$  e  $E_-$  rispettivamente l'energia del positrone e dell'elettrone generato. In particolare per  $\xi \simeq 0$  vi sarà una schermatura totale mentre per  $\xi \gg 1$  non vi sarà schermatura. Si può quindi, tramite un'approssimazione di Born calcolare, in regime di alte energie e senza schermatura, la sezione d'urto differenziale come:

$$d\sigma_{prod} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \frac{dE_+}{h\nu} \left\{ \left( E_+^2 + E_-^2 + \frac{2E_+ E_-}{3} \right) [\ln(183Z^{1/3})] - f(Z) - \frac{E_+ E_-}{9} \right\} \quad (1.19)$$

con  $f(Z)$  correzione di Coulomb, che può essere integrata analiticamente con la condizione  $m_e c^2 \ll h\nu \ll 137m_e c^2 Z^{1/3}$  e fornire la sezione d'urto totale del fenomeno pari a:

$$\sigma_{prod} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[ \frac{7}{9} \left( \ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} - f(Z) \right) - \frac{109}{54} \right] \quad (1.20)$$

valida per alte energie e bassi  $Z$ .

È comunque possibile calcolare le sezioni d'urto degli altri casi tramite approssimazioni diverse e integrazioni numeriche. Analizzando l'Eq.(1.20) si nota come la sezione d'urto dipenda dal numero atomico  $Z$  e dall'energia dei fotoni  $h\nu$  come  $\sigma_{prod} \propto Z^2 \ln(h\nu) = Z^2 \ln(E_\gamma)$  ma nel limite di altissime energie questa proporzionalità raggiunge un valore costante ovvero  $\sigma_{prod} \propto Z^2$ .

La produzione di coppie elettrone e positrone da parte di fotoni molto energetici può dar luogo a fenomeni detti cascate elettrone-fotone. Il positrone infatti, annichilandosi con un altro elettrone della materia circostante genera una coppia di fotoni che se sufficientemente energetici possono dar luogo ad un'altra produzione di elettrone positrone. L'elettrone generato invece, se vicino a campi elettrici nucleari, tramite il fenomeno della bremsstrahlung (discusso nella sezione 1.3) può generare altri fotoni che a loro volta possono ricominciare il ciclo. Così facendo si vengono a creare elettroni e fotoni fino al raggiungimento dell'energia critica della bremsstrahlung poiché successivamente gli elettroni preferiscono perdere energia tramite collisioni atomiche piuttosto che tramite bremsstrahlung.

## 1.3 Interazione Particelle Cariche

Per quanto riguarda l'interazione con la materia le particelle cariche possono essere divise in due famiglie: elettroni e particelle cariche pesanti, ovvero tutte le particelle cariche che non sono elettroni ( $\mu$ ,  $\pi^\pm$ ,  $\alpha$ , ...). Si chiamano pesanti poiché hanno una massa maggiore degli elettroni.

Quando una particella carica attraversa la materia può avvenire uno dei seguenti processi fisici:

- Urti con gli elettroni atomici e i nuclei
- Bremsstrahlung
- Emissione di radiazione di Cherenkov

Le particelle cariche pesanti tuttavia possono interagire con la materia che attraversano in ulteriori modi a causa della forza nucleare. A seconda della sua massa, dell'energia e delle interazioni a cui è soggetta, la particella incidente presenterà diversi comportamenti.

### 1.3.1 Interazione Elettroni con la materia

Gli elettroni presentano un comportamento differente alle altre particelle cariche. Infatti solo nella dinamica degli elettroni il bremsstrahlung presenta un ruolo dominante. Oltre al bremsstrahlung gli elettroni, come tutte le particelle cariche, risentono della perdita

di energia in seguito a collisioni con i nuclei e gli elettroni atomici del bersaglio. La perdita di energia totale per unità di percorso  $(dE/dx)_{tot}$  è quindi data da:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{tot} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{bremm} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll} \quad (1.21)$$

con  $(dE/dx)_{bremm}$  energia persa per unità di percorso a causa di emissione di radiazione di bremsstrahlung e  $(dE/dx)_{coll}$  energia persa per unità di percorso a seguito di collisioni.

È possibile definire per ogni materiale l'energia critica  $E_c$  ovvero l'energia per cui i due contributi sono uguali. Per energie superiori all'energia critica la perdita di energia per emissione bremsstrahlung risulta dominante mentre per energie inferiori risulta dominante la perdita di energia per collisioni.

### 1.3.2 Bremsstrahlung

Il bremsstrahlung, in italiano radiazione di frenamento, è una tipologia di emissione di radiazione elettromagnetica, che avviene quando una particella carica è deviata, e quindi accelerata, da un campo elettrico generato da un'altra particella carica ad esempio un elettrone o un nucleo del bersaglio. In particolare ciò avviene quando una particella carica attraversa un atomo senza urtarne gli elettroni. Poiché questo l'emissione della radiazione di bremsstrahlung dipende dall'intensità del campo elettrico che agisce sull'elettrone è necessario quantificare la schermatura dovuto agli elettroni atomici. È possibile definire il parametro  $\xi$  dato da

$$\xi = \frac{100m_e c^2 h\nu}{E_0 E Z^{1/3}} \quad (1.22)$$

con  $m_e$  massa dell'elettrone,  $c$  velocità della luce,  $h$  costante di Planck,  $\nu$  frequenza del fotone emesso,  $E$  ed  $E_0$  le energie dell'elettrone rispettivamente prima e dopo l'emissione. Tramite l'approssimazione di schermatura totale ( $\xi \simeq 0$ ) o nulla ( $\xi \gg 1$ ), in analogia alla produzione di coppie  $e^\pm$ , è possibile calcolare i contributi alla sezione d'urto e all'energia persa per unità di percorso. Tuttavia, non essendo lo scopo dell'esperimento FOOT, non verrà approfondita ulteriormente.

### 1.3.3 Particelle Cariche pesanti

Le particelle cariche pesanti, e in particolare gli ioni, presentano una fenomenologia diversa rispetto agli elettroni. Infatti oltre alle interazioni a cui sono soggetti gli elettroni, possono interagire con i nuclei tramite interazione nucleare forte. È utile per questa trattazione suddividere i possibili urti dovuti all'interazione elettromagnetica che possono avvenire tra le particelle cariche pesanti e le particelle del mezzo in urti anelastici con gli elettroni atomici, descritti dall'equazione di Bethe-Bloch e in urti elastici con i nuclei del bersaglio, descritti invece dalla Formula di Rutherford.

### 1.3.4 Equazione di Bethe-Bloch

Analizziamo quindi il comportamento delle particelle cariche pesanti quando interagiscono con gli elettroni atomici. Quando una di queste particelle colpisce un elettrone, a causa del grande divario di massa, non subirà una sostanziale deviazione nella direzione di volo. Al contempo però perderà una parte di energia  $W$  e la trasmetterà all'elettrone colpito, eccitando o ionizzando l'atomo, per poi continuare nella sua direzione. In particolare un urto viene definito "soft" se da luogo a un'eccitazione dell'atomo e "hard" se invece da luogo alla ionizzazione. Se inoltre l'elettrone emesso da una ionizzazione è sufficientemente energetico, può dar luogo a ionizzazioni successive.

Per materiali con elevata densità, tramite l'Eq.(1.6), si può notare come ad una elevata densità e sezione d'urto corrisponda un basso cammino medio, e di conseguenza ad un elevato numero di urti all'interno del materiale. La variazione di energia trasmessa agli elettroni atomici  $W$ , a causa del gran numero di urti, avrà piccole fluttuazioni statistiche ed è quindi possibile introdurre il concetto di energia persa media per unità di cammino  $dE/dx$ . Una prima formula, valida nel caso classico, ottenuta ipotizzando che la particella carica pesante non modifichi la sua direzione a seguito dell'urto, l'elettrone sia inizialmente a riposo e che non si muova molto durante l'interazione, è stata calcolata da Bohr ed è:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma^2 m_e v^3}{z e^2 \bar{v}} \quad (1.23)$$

dove  $e$  è la carica elementare,  $z$  è la carica della particella incidente in unità di carica elementare  $e$ ,  $m_e$  è la massa dell'elettrone,  $v$  è la velocità della particella incidente,  $N_e$  è la densità di elettroni nel bersaglio e  $\bar{v}$  è la frequenza orbitale media degli elettroni.

Tenendo conto di effetti quantistici, Bethe e Bloch hanno ricalcolato l'energia persa media tramite l'Equazione di Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 \beta^2 c^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (1.24)$$

a cui vengono aggiunte due correzioni, la correzione  $\delta$  dell'effetto densità e la correzione  $C$  di shell, dando luogo all'espressione più completa:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 \beta^2 c^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta(\beta\gamma) - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (1.25)$$

I significati dei termini nelle Eq.(1.24) e Eq.(1.25) sono riportati in Tab.1.1 Analizziamo ora i termini dell'Eq.(1.25) e le correzioni  $\delta$  e  $C$ .

L'energia massima persa a seguito di una singola collisione è pari a:

$$W_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e/M + (m_e/M)^2} \quad (1.26)$$

Simbolo	Significato
$N_a$	Numero di Avogadro
$r_e$	Raggio classico dell'elettrone
$m_e$	Massa dell'elettrone
$c$	Velocità della luce
$Z$	Numero atomico del materiale del bersaglio
$z$	Carica della particella incidente in unità di carica elementare
$\beta$	Rapporto tra velocità della particella e velocità della luce
$\gamma$	Fattore di Lorentz della particella
$W_{max}$	Massima energia trasferibile in una collisione
$I$	Potenziale di ionizzazione o potenziale di eccitazione media
$\delta$	Correzione dovuta all'effetto densità
$C$	Correzione di shell

Tabella 1.1: Notazione utilizzata per i termini dell'equazione di Bethe-Bloch

dove  $M$  è la massa della particella carica incidente mentre gli altri termini sono presenti in Tab.1.1. Nonostante quindi l'Eq.(1.25) dipenda, in regime relativistico, dalla massa  $M$  della particella incidente tramite  $W_{max}$ , per gli scopi pratici in un dato materiale  $dE/dx$  si può considerare, senza particolare perdita di precisione, come dipendete unicamente da  $\beta$ . Se infatti  $2\gamma m_e \ll M$  si può approssimare  $W_{max}$  come  $W_{max} \simeq 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$ , nota come approssimazione a basse energie. I

L'andamento dell'Eq.(1.25), per diversi materiali e diverse tipologie di particelle incidenti, è mostrato in Fig.1.3 in funzione di  $\beta\gamma = p/Mc$  dove  $p$  è la quantità di moto della particella incidente. In questi grafici non si tiene conto delle correzioni di shell, che saranno mostrati in figure successive a causa della loro rilevanza in particolare per basse energie.

Dall'Eq.(1.25) è possibile notare inoltre come  $dE/dx$  dipenda da una serie di costanti fisiche ben note ( $c, N_a, m_e, etc.$ ), dalle caratteristiche delle particelle del fascio ( $z, \beta, \gamma, W_{max}$ ) e da caratteristiche del materiale del bersaglio ( $\rho, Z, A, I$ ).

Il potenziale di ionizzazione  $I$  è il parametro principale dell'equazione di Bethe-Bloch ed è legato al termine  $\bar{\nu}$  dell'Eq.(1.23) tramite una media pesata logaritmica ed è una grandezza molto difficile da calcolare.

Il termine di densità ( $\delta$ ) è una correzione dovuta al campo elettrico nei mezzi ed è rilevante soprattutto ad alte energie, infatti dipende linearmente dal prodotto  $\beta\gamma$ . Il campo elettrico generato dalle particelle incidenti tende a polarizzare gli atomi lungo il percorso della particella. A causa di questa polarizzazione gli elettroni lontani dal percorso di questa particella sentiranno un campo elettrico schermato e quindi gli urti con questi elettroni contribuiranno meno all'energia totale persa. Oltre a dipendere dall'energia e quindi dalla velocità della particella, questo effetto dipende anche dalla

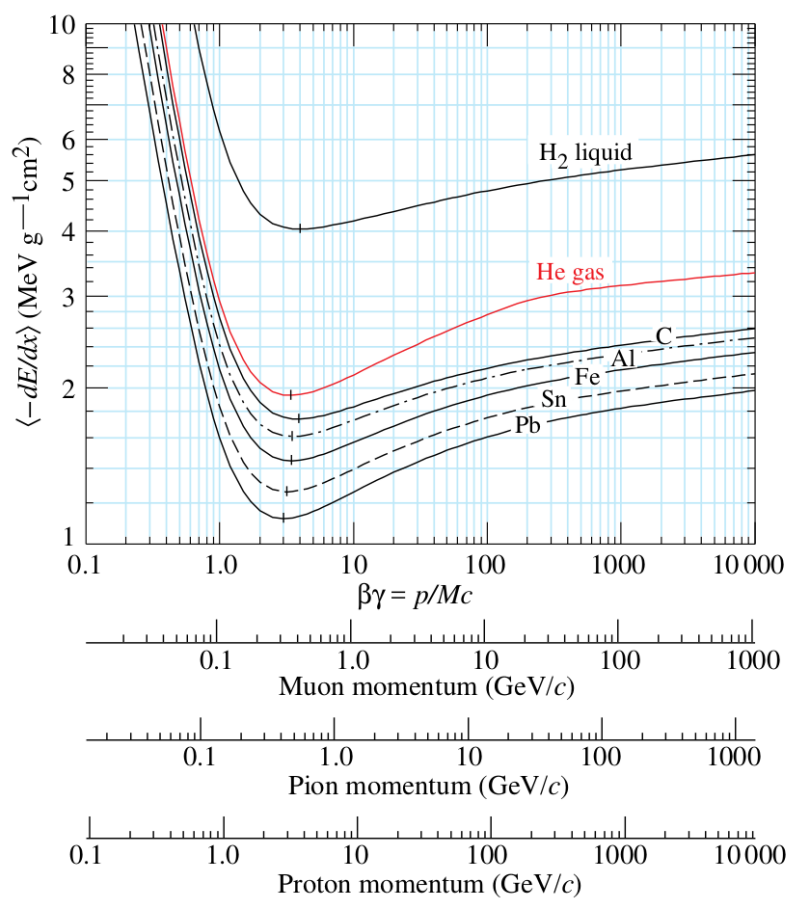


Figura 1.3: Andamento dell'energia persa media per unità di lunghezza in funzione del rapporto  $\beta\gamma = p/Mc$  in idrogeno liquido, elio gassoso, carboni, alluminio, ferro, stagno e piombo. Sono riportate le scale per muoni, pioni e protoni.

densità del mezzo. In mezzi più densi, dato il maggior numero di elettroni che possono essere schermati, l'effetto sarà più rilevante. Ad altissime energie infatti  $\delta \propto \ln(\beta\gamma)$ . È possibile calcolare i valori di questa correzione anche non in regime di altissime energie con una parametrizzazione di Stenheimer.

La correzione di shell  $C$  al contrario è più rilevante a basse energie. Quando la velocità delle particelle incidenti diventa confrontabile con le velocità orbitali degli elettroni atomici, l'ipotesi di urti con elettroni fermi non è più valida ed è quindi necessario introdurre una correzione. Questo effetto compensa la dipendenza da  $1/\beta^2$  dell'equazione di Bethe-Bloch a basse energie. È possibile calcolare delle formule empiriche per esprimere questa correzione in funzione del prodotto  $\beta\gamma$  e del potenziale di ionizzazione  $I$ .

### 1.3.5 Formula di Rutherford e Scattering Multiplo Coulombiano

Oltre a poter urtare in maniera anelastica con gli elettroni atomici, come esposto nel precedente paragrafo, le particelle cariche pesanti possono urtare in maniera elastica i nuclei degli atomi del bersaglio. Questo effetto, noto come scattering multiplo coulombiano o diffusione multipla coulombiana, è una diffusione elastica di natura elettromagnetica. Le particelle incidenti cariche interagiscono con i nuclei, anch'essi carichi, dando luogo a urti che, a differenza di quelli che avvengono con gli elettroni, conservano l'energia. Infatti le masse dei nuclei e delle particelle incidenti sono confrontabili e a causa di ciò il fenomeno è caratterizzato da perdite di energia trascurabili e da ampie variazioni della direzione di volo delle particelle. È possibile calcolare in maniera analitica la sezione d'urto differenziale del fenomeno che è data dalla formula di Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{4E_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1.27)$$

dove  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto,  $z$  è la carica elettrica della particella incidente in unità di carica elementare  $e$ ,  $Z$  è il numero atomico del materiale del bersaglio,  $e$  è la carica elementare,  $E_0$  è il campo elettrico generato dal nucleo atomico e  $\theta$  è l'angolo di deviazione dalla direzione di volo.

È possibile anche fornire una stima di questa sezione d'urto  $\sigma \sim \pi R_N^2 \simeq 1$  b dove  $R_N$  è il raggio del nucleo. Ripetendo quindi un ragionamento analogo a quello esposto nella sezione precedente, il libero cammino medio, calcolabile tramite l'Eq.(1.6), risulterà ridotto anche a causa dell'interazione nucleare appena descritta.

Poiché l'Eq.(1.27) dipende da  $1/\sin^4(\theta/2)$  la maggior parte degli urti provocherà una leggera deviazione dalla direzione di volo originale. Tuttavia, grazie al teorema del limite centrale e all'elevato numero di urti che una singola particella subisce, è possibile fornire una approssimazione gaussiana della distribuzione angolare delle deviazioni con



deviazione standard data da:

$$\theta_{rms} = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[ 1 + 0.038 \ln\left(\frac{xz^2}{X_0\beta^2}\right) \right] \quad (1.28)$$

dove  $\beta$  è il rapporto tra velocità della particella e velocità della luce,  $c$  è la velocità della luce,  $p$  è la quantità di moto,  $z$  è la carica della particella in unità di carica elementare  $e$ ,  $x/X_0$  è lo spessore di diffusione del materiale in unità di lunghezza di radiazione  $X_0$  che verrà approfondita nei paragrafi successivi. Questa approssimazione è efficace per bassi numeri atomici  $Z$  del materiale attraversato.

Si noti come questo effetto sia rilevante in fase di tracciamento della particella per stimare la deviazione della particella mentre attraversa i vari piani di rivelazione ed eventualmente il mezzo presente tra tali piani.

### 1.3.6 Bremsstrahlung e Radiazione di Cherenkov per Particelle Cariche Pesanti

Tra le possibili interazioni vi sono anche le cosiddette interazioni radiative: la bremsstrahlung e l'effetto Cherenkov.

Come per gli elettroni, le particelle cariche pesanti possono emettere radiazione tramite bremsstrahlung, tuttavia per queste l'effetto è trascurabile poiché la perdita di energia per unità di percorso dipende inversamente dalla massa  $-dE/dx \propto E/m^2$ , con  $E$  energia della particella incidente e  $m$  la sua massa. Per risultare rilevante servirebbero energie dell'ordine del TeV, molto superiori delle energie impiegate nell'esperimento FOOT.

L'effetto Cherenkov invece è un effetto di produzione di un'onda d'urto elettromagnetica che avviene quando la velocità della particella è maggiore della velocità della luce e ciò è possibile poiché la velocità della luce nei mezzi è minore rispetto alla velocità della luce nel vuoto. È possibile quantificare ciò grazie all'indice di rifrazione  $n$  di un mezzo:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.29)$$

con  $c$  velocità della luce nel vuoto e  $v$  velocità della luce nel mezzo.

La condizione per cui ciò avvenga è quindi:

$$\beta c = v_{part} > v_{luce} = \frac{c}{n} \implies \beta > \frac{1}{n} \quad (1.30)$$

dove  $\beta$  è il rapporto tra velocità della particella e velocità della luce nel vuoto,  $v_{part}$  è la velocità della particella,  $v_{luce}$  è la velocità della luce nel mezzo e  $c$  è la velocità della luce nel vuoto. Se questa condizione è rispettata una radiazione elettromagnetica polarizzata linearmente con uno spettro continuo verrà emessa in seguito alla diseccitazione della

molecola del mezzo attraversato che vengono polarizzate dal passaggio della particella carica.

L'energia persa dalla particella per emettere questa radiazione è data da:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^2}{c^2} \int \omega d\omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \quad (1.31)$$

dove  $\omega$  la pulsazione della radiazione emessa. Questo contributo è già considerato all'interno dell'Eq.(1.25) e risulta rilevante solo per alte energie dove è comunque inferiore rispetto al contributo degli urti anelastici con gli elettroni.

Inoltre, per ioni emessi a circa 200 MeV per nucleone come quelli di interesse radio-terapico, il rapporto  $\beta$  vale  $\beta \sim 0.57$  e di conseguenza il mezzo attraversato deve avere un indice di rifrazione  $n_{min} > 1.75$  per poter emettere radiazione Cherenkov. Il corpo umano è composto principalmente da acqua che ha un indice di rifrazione  $n_{acqua} = 1.33$  minore del valore  $n_{min}$ . Perciò il contributo dell'effetto Cherenkov all'interno del bersaglio è trascurabile per gli scopi dell'esperimento ma risulta utile in fase di tracciamento. Tuttavia non verrà approfondito ulteriormente.

### 1.3.7 Potere Frenante

Studiando l'equazione di Bethe-Bloch è possibile ricavare alcune grandezze di particolare importanza per questa trattazione. Prima fra tutte si può definire il potere frenante di massa definito come:

$$S(E) = \frac{dE}{dx} \quad (1.32)$$

che è numericamente uguale alla quantità di energia mediamente persa per unità di lunghezza ed è espresso solitamente in  $\text{MeVg}^{-1}\text{cm}^2$ . È possibile definire anche il potere frenante lineare come:

$$S_l(E) = \frac{dE}{dx} \rho \quad (1.33)$$

dove  $\rho$  è la densità del materiale del bersaglio ed è espresso in  $\text{MeV/cm}$ . Solitamente con potere frenante ci si riferisce al potere frenante di massa poiché permette di confrontare andamenti di diversi materiali.

Una seconda quantità molto importante, in particolare per l'adroterapia, è il *range* definito come la profondità a cui metà delle particelle incidenti si fermano. Si può quindi calcolare tramite il potere frenante come:

$$R = \int_0^{E_0} \frac{1}{S(E)} dE = \int_0^{E_0} \frac{1}{dE/dx} dE \quad (1.34)$$

dove  $E_0$  è l'energia cinetica iniziale della particella e  $S(E)$  è il potere frenante. Da qui, calcolando l'integrale in maniera numerica, si ottiene che  $R(E_0) \propto E_0^{1.75}$ . In generale

quindi il range dipende unicamente dall'energia iniziale delle particelle. È opportuno precisare che, essendo soggetti allo scattering multiplo coulombiano, la distanza effettiva percorsa sarà maggiore del range, che è definito come una distanza lineare. Al contrario il percorso effettivo sarà soggetto a molte deviazioni. È comunque possibile considerare il range come una buona approssimazione della distanza percorsa a causa delle piccole deviazioni di questa. Si noti infine come, essendo il potere frenante una grandezza media e il range dipenda dal potere frenante, vi potranno essere delle fluttuazione nella distanza percorsa.

Se si esprime il potere frenante in funzione della distanza percorsa si possono ottenere distribuzioni come quelle in Fig.1.4, dove nel caso di particelle cariche pesanti si può notare la presenza di un picco, quando la particella si avvicina al range massimo, noto come picco di Bragg. Questa caratteristica permette di sfruttare al meglio l'energia depositata dalle particelle in adroterapia come sarà spiegato nella sezione 1.5.3. Infatti la maggior parte dell'energia del protone (o dello ione) è rilasciata in una regione limitata di spazio. Questo comportamento è opposto a quello dei fotoni i quali perdono energia in maniera più omogenea. È importante sottolineare come la larghezza del picco  $\sigma_R$  dipenda dalla massa della particella impiegata  $\sigma_R/R \propto 1/\sqrt{M}$  con  $R$  range e  $M$  massa della particella mentre la sua posizione dipende dall'energia iniziale della particella.

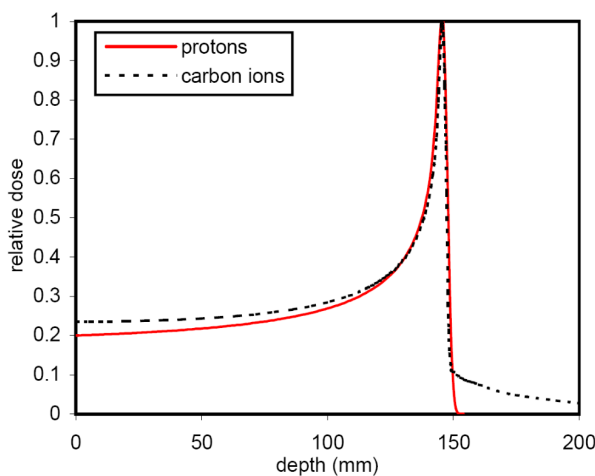


Figura 1.4: Andamenti delle curve di Bragg per protoni e ioni carbonio utilizzati in adroterapia. È possibile osservare come sia presente un picco detto picco di Bragg alla fine del range di protoni e ioni carbonio. Inoltre è possibile osservare una coda dopo il picco di Bragg per gli ioni carbonio dovuto alla frammentazione nucleare.

### 1.3.8 Interazione Nucleare e Frammentazione Nucleare

In Fig.1.4 è possibile notare come, per gli ioni carbonio, è presente una "coda" nella distribuzione di eventi dopo il picco di Bragg che invece non è presente per i protoni. Questo è dovuto a fenomeni di frammentazione nucleare. Infatti, oltre alle interazioni di natura elettromagnetica come quelle esposte fin qui, è possibile che la particella carica pesante incidente interagisca tramite la forza nucleare forte con i nuclei degli atomi del bersaglio. Questa interazione può dar luogo a diffusioni elastiche, caratterizzata dalla conservazione dell'energia cinetica delle particelle, o a diffusioni inelastiche, che invece modificano la struttura delle particelle coinvolte. Seppur mediate dalla stessa forza, le due diffusioni presentano comportamenti diversi.

La diffusione elastica è rilevante a basse energie ed è molto simile allo scattering coulombiano: infatti entrambi i fenomeni conservano l'energia cinetica delle particelle e danno luogo a piccole variazioni nella traiettoria di volo.

La diffusione anelastica è invece molto più rilevante. A seguito di queste possono essere create nuove particelle o possono essere modificate quelle già esistenti. A causa di ciò, le particelle risultanti potrebbero avere carica differente rispetto alla particella incidente e, poiché l'Eq.(1.34) dipende dal potere frenante dell'Eq.(1.25) che a sua volta dipende dalla carica, anche un range diverso rispetto a queste, dando luogo alla coda dopo il picco di Bragg. Questo fenomeno è molto importante in adroterapia poiché si vuole avere una zona molto limitata in cui si deposita energia come verrà approfondito nella sezione 1.5.3.

Vi sono diverse tipologie di interazione che avvengono a energie intermedie come quelle utilizzate in adroterapia e nell'esperimento FOOT:

- Spallazione
- Fissione indotta
- Frammentazione
- Multiframmentazione
- Vaporizzazione

rappresentate schematicamente in Fig.1.5.

La spallazione avviene quando degli adroni leggeri (protoni o neutroni) colpiscono un bersaglio pesante con un rapporto  $\frac{m_{nucleo\ bersaglio}}{m_{proiettile}} \gg 1$ , dando luogo a produzione di frammenti leggeri, principalmente protoni e neutroni. La fissione indotta avviene quando un adrone leggero colpisce un atomo pesante come l'uranio, dividendolo in due parti. Entrambi gli effetti non sono rilevanti poiché i bersagli analizzati dall'esperimento FOOT e dall'adroterapia sono elementi leggeri non fissili. La multiframmentazione avviene quando una particella incidente pesante colpisce un bersaglio pesante frammentandolo.

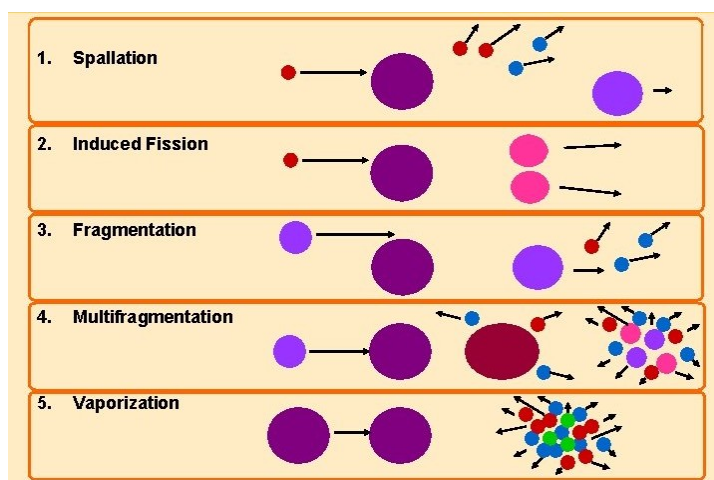


Figura 1.5: Principali interazioni nucleari. Dall'alto spallazione, fissione indotta, frammentazione, multiframmentazione e vaporizzazione

Il frammento a sua volta evapora dando luogo ad una moltitudine di particelle prodotte. La vaporizzazione avviene con particelle incidenti e bersagli con massa atomica simile, dando luogo, tramite un urto, ad una vaporizzazione del bersaglio producendo molte particelle secondarie. Entrambe questi fenomeni avvengono in regimi di alte energie e con urti molto centrali. La frammentazione invece avviene quando una particella incidente colpisce in maniera periferica il bersaglio riducendolo di dimensioni e producendo un numero inferiore di particelle secondarie. Le energie impiegate in adroterapia favoriscono quest'ultima tipologia di interazione poiché è la più probabile.

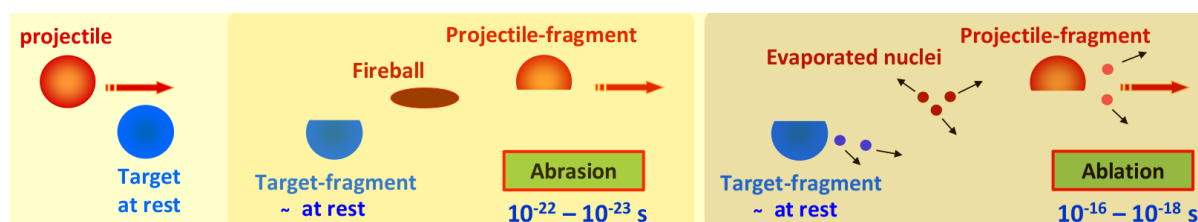


Figura 1.6: Modello Abrasione-Ablazione nelle tre fasi: prima dell'urto, abrasione e ablazione

Molti modelli che descrivono il processo, lo schematizzano in due passaggi noti come abrasione e ablazione come mostrato in Fig.1.6. Nel primo passaggio, detto abrasione, la particella incidente si sovrappone con la particella del bersaglio in una zona di reazione nota come "fireball" che viene strappata sia dal bersaglio che dalla particella incidente. Le particelle coinvolte e la "fireball", ormai distaccata sia dalla particella incidente che dal bersaglio, si ritrovano in uno stato altamente eccitato. Esse si diseccitano nel secondo

passaggio, detto ablazione, producendo frammenti più leggeri e fotoni. La "fireball" in particolare va incontro ad un processo di evaporazione.

Si possono inoltre formulare leggi semiempiriche per calcolare la sezione d'urto del processo tramite la formula di Bradt-Peters:

$$\sigma_{anel} = \pi r_0^2 c_1 (A_i^{1/3} + A_b^{1/3} - b_0)^2 \quad (1.35)$$

dove  $r_0 \simeq 1.2$  fm è il raggio di un nucleone,  $A_i$  è il numero di massa della particella incidente,  $A_b$  è il numero di massa del bersaglio e  $b_0$  e  $c_1$  sono dei parametri empirici. Questa formula semiempirica è valida per protoni con energia  $E \geq 15$  MeV o nuclei con energia  $E \geq 100$  MeV per nucleone. È possibile formulare approssimazioni più precise valide anche per energie inferiori ma non verranno approfondite in questa trattazione poiché non sono utili al fine dell'esperimento FOOT.

In interazioni protone-ione, è possibile fare delle considerazioni qualitative, basate sulla differenza di massa, sul comportamento dei frammenti in seguito all'interazione. Infatti se uno ione colpisce un nucleo di idrogeno, dopo la frammentazione vi sarà nella maggior parte dei casi un frammento più pesante, derivante dal fascio con energia simile all'energia dello ione incidente e alcuni frammenti leggeri. Al contrario se un protone colpisce un nucleo più pesante a riposo, il frammento con massa maggiore sarà quello del nucleo che resterà approssimativamente a riposo. Di quest'ultimo particolare processo vi è però una mancanza di dati di alta precisione per poter valutarne l'impatto sull'uomo in un trattamento con adroterapia. L'esperimento FOOT si propone quindi di colmare questa mancanza.

## 1.4 Applicazioni

È possibile sfruttare queste conoscenze sull'interazione tra radiazione e materia per applicazioni pratiche di grande rilevanza, tra cui primeggiano le applicazioni in ambito medico, in particolare per la cura o prevenzione dei tumori. È infatti possibile trattare tumori tramite radioterapia, irraggiando la zona del tumore con radiazioni elettromagnetiche o elettroni, o tramite adroterapia, in cui vengono inviate particelle pesanti come protoni o ioni leggeri come ioni carbonio o ioni ossigeno. Inoltre studiando come interagiscono le diverse radiazioni con la materia è possibile sviluppare sistemi per schermare queste radiazioni ad esempio durante i viaggi spaziali per prevenire l'insorgenza di tumori nelle persone esposte a lungo.

### 1.4.1 Radiobiologia e Parametri Biologici

Per poter studiare al meglio gli effetti delle radiazioni sul nostro corpo è necessario definire alcune grandezze. È infatti necessario quantificare sia il numero di particelle

incidenti che l'energia che forniscono al mezzo che attraversano, che nel nostro caso è il nostro corpo.

Per poter quantificare il danno al tessuto biologico dovuto all'energia rilasciata dalla radiazione nel mezzo attraversato si definisce la dose assorbita, cioè l'energia rilasciata per unità di massa nel mezzo:

$$D = \frac{dE}{dm} = \varphi \frac{(dE/dx)}{\rho} \quad (1.36)$$

dove  $\varphi$  è il flusso di particelle incidenti,  $dE/dx$  è l'energia media persa (assorbita dal mezzo) per unità di percorso e  $\rho$  è la densità del tessuto. L'unità di misura della dose assorbita è il Gray definito come  $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J}/1 \text{ kg}$ . Da questa è possibile definire anche la dose equivalente che permette di tenere conto della diversa natura delle radiazioni ed è definita come:

$$D_{eq} = \sum_R w_R D \quad (1.37)$$

dove  $w_R$  è il peso relativo alla radiazione o fattore di qualità, cioè il rapporto tra il danno biologico prodotto da un 1 Gy della radiazione considerata e il danno biologico prodotto da 1 Gy di fotoni. La somma è effettuata su tutte le tipologie di radiazioni. L'unità della dose equivalente è il Sievert  $1 \text{ Sv} = 1 \text{ Gy}$  numericamente uguale al Gray ma con diverso significato fisico. Il danno prodotto da 1 Gy dipende dal tipo di radiazione mentre il danno prodotto da 1 Sv è lo stesso per tutte le radiazioni.

È inoltre possibile definire un'ulteriore grandezza, la dose effettiva, che tiene conto anche della tipologia del tessuto attraversato ed è definito come:

$$D_{eff} = \sum_T w_T D_{eq} \quad (1.38)$$

dove  $w_T$  è il peso associato al tessuto in base alla sua sensibilità al danno da radiazione e la somma è effettuata su tutti i tessuti attraversati. Questa grandezza è utile poiché non tutti i tessuti vengono danneggiati allo stesso modo: esistono tessuti più resistenti ai danni provocati dalle radiazioni, di solito tessuti le cui cellule non si moltiplicano molto, e tessuti più sensibili, dalla maggiore velocità con cui si riproducono le cellule.

Per completezza di noti che nell'Eq.(1.36) si fa riferimento all'energia media persa per unità di percorso. Questa grandezza considerata non è esattamente il potere frenante descritto dall'Eq.(1.25) poiché questa descrive la perdita di energia della particella mentre attraversa il materiale, ma è la quantità di energia trasferita al materiale attraversato dalla particelle. Per questo va considerata solo l'energia trasmessa vicino alla particella. Si escludono dunque gli elettroni secondari emessi con energia maggiore di un valore  $\Delta$ , noti come raggi  $\delta$ . Si definisce quindi il trasferimento di energia lineare, o L.E.T (linear energy transfer), come:

$$L.E.T = \frac{dE}{dx} - T_\Delta \quad (1.39)$$

dove  $T_\Delta$  è l'energia cinetica degli elettroni con energia maggiore di  $\Delta$ . Se  $\Delta \rightarrow +\infty$  allora  $L.E.T \simeq dE/dx$  Radiazioni con L.E.T. diversi quindi avranno effetti diversi a parità di dose assorbita. Questa caratteristica è considerata all'interno dell'Eq.(1.37) nei fattori  $w_R$ .

## 1.4.2 Radioterapia

La radioterapia è una delle terapie più utilizzate per combattere i tumori assieme alla chemioterapia. Questa pratica consiste nel irradiare con radiazioni ionizzanti, solitamente raggi X e  $\gamma$ , per generare un danno localizzato nella zona del tumore per distruggere le cellule tumorali o inibirne la riproduzione. I danni che vengono generati possono essere di due tipi: diretti o indiretti. Nei danni diretti, le radiazioni, mentre attraversano il DNA, ionizzano alcuni suoi legami, rimuovendo così una o più basi azotate. Nel caso ne rimuovano solo una danneggiando un solo segmento (Single Strand Break) al DNA è possibile recuperare facilmente le informazioni dal segmento complementare. Se invece vengono rimosse una o più coppie di basi azotate complementari entrambi i segmenti risultano danneggiati (Double Strand Break) causando così un danno più difficile da riparare cellula.

Tuttavia, a causa delle ridotte dimensioni di elettroni e raggi X e  $\gamma$ , la maggior parte di questi danni sono Single Strand Break e risultano riparabili. La maggior parte dei danni causato da queste radiazioni sono infatti di tipo indiretto: colpendo una molecola di acqua all'interno delle cellule è possibile ionizzare una molecola d'acqua. L'elettrone libero può essere a sua volta ricatturato da un'altra molecola d'acqua. I due ioni ottenuti ( $H_2O^+$  e  $H_2O^-$ ) possono quindi andare incontro a radiolisi producendo così dei radicali liberi  $H^\bullet$  e  $OH^-$  oppure  $H^+$  e  $OH^\bullet$ . Queste specie chimiche sono estremamente reattive poiché posseggono un elettrone spaiato nella shell più esterna. Reagendo con ulteriori molecole di acqua o di DNA oppure fra di loro possono ricombinarsi in  $H_2O$  o in  $H_2O_2$ . Quest'ultima molecola è estremamente tossica per la cella. Il danno che le particelle subiscono dipende quindi dalla dose assorbita.

## 1.4.3 Adroterapia

L'adroterapia è un'evoluzione della radioterapia poiché, invece di utilizzare raggi X e  $\gamma$ , utilizza particelle cariche pesanti (adroni), di solito protoni o ioni carbonio. Questa differenza ha diversi vantaggi operativi. A causa delle differenti interazioni con la materia delle particelle coinvolte, come si può osservare in Fig.1.4, la dose assorbita dal corpo umano è concentrata nella parte terminale del percorso compiuto dalla particella, cioè nel picco di Bragg. Così facendo è possibile causare un danno molto localizzato al tumore, senza danneggiare i tessuti sani circostanti. Un secondo vantaggio rappresenta il danno che una particella carica pesante causa alle cellule. I danni diretti rispetto a quelli della radioterapia sono molto maggiori perché gli adroni nel picco di Bragg hanno



una frequenza di ionizzazione maggiore (minor libero cammino medio) e perciò riesce a danneggiare più facilmente entrambi i segmenti di DNA permettendone una più difficile riparazione. Un ultimo vantaggio è che a causa della sua curva di Bragg il danno ai tessuti dietro al al tumore è molto ridotto.

È possibile quantificare quanto il danno cellulare causato da adroni sia maggiore rispetto alla radioterapia tramite l'indice R.B.E. (Relative Biological Effectiveness) definito come:

$$R.B.E = \left( \frac{D_X}{D_H} \right) \quad (1.40)$$

dove  $D_X$  è la dose fornita dai raggi X e  $D_H$  quella fornita dalla radiazione in questione per ottenere lo stesso danno biologico. Se il rapporto è maggiore di 1 la radiazione studiata è più efficace di quella usata in radioterapia. Questo indice dipende da diversi parametri quali, ad esempio, il tipo di radiazione, la sua energia e il L.E.T. Per i protoni l'indice R.B.E vale circa  $R.B.E. \sim 1.1$  mentre per gli ioni carbonio vale  $R.B.E. \sim 3 - 4$ . Queste stime non considerano gli effetti della frammentazione nucleare. Nonostante il valore di R.B.E. vale circa 1 per i protoni, l'adroterapia con protoni ha comunque i vantaggi sulla precisione e sul minor danno ai tessuti circostanti.

# Capitolo 2

## Esperimento FOOT

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn Of Target) ha lo scopo di misurare le sezioni d'urto di frammentazione delle particelle del bersaglio con precisione tale da permettere piani di trattamento medico più efficaci e sicuri per l'adroterapia. I dati ottenuti permettono inoltre di comprendere più accuratamente gli effetti biologici delle frammentazioni nucleari sui tessuti organici così da poter stimare i diversi parametri biologici delle terapie e sviluppando così diversi modelli analitici per stimare l'indice RBE. Questi risultati sono applicabili anche in altri ambiti come la radioprotezione nello spazio.

Attualmente infatti non vi sono dati sperimentali sufficienti relativi alle sezioni d'urto di frammentazione sia del bersaglio che del proiettile.

Con una forte partecipazione dell'INFN, l'esperimento FOOT conta sia istituti italiani come il CNAO che internazionali.

### 2.1 Cinematica Diretta e Inversa

Per misurare le sezioni d'urto di frammentazione dei proiettili, in particolare degli ioni C e O, su bersagli di carbonio o di idrogeno è sufficiente un approccio di cinematica diretta. In collisioni carbonio-carbonio, ossigeno-carbonio, carbonio-idrogeno e ossigeno-idrogeno, i prodotti della frammentazione possiedono un impulso confrontabile con quello dei proiettili del fascio e quindi sufficiente ad emergere dal bersaglio ed ad essere rivelati, essendo frammenti del proiettile.

Invece per misurare le sezioni d'urto di frammentazione dei bersagli di idrogeno (consideriamo H, C e O in quanto sono i principali costituenti dei tessuti biologici) da fasci di protoni (o ioni C) è necessario applicare un approccio di cinematica inversa. Infatti i frammenti risultanti da un tale urto non possiedono un impulso sufficiente a emergere dal bersaglio. Per ovviare a questo problema si utilizza quindi la cinematica inversa: ad esempio si irradia con un fascio di ioni carbonio un bersaglio di idrogeno, in analogia al caso di cinematica diretta, si misurano le grandezze cinematiche dei frammenti prodotti

Frammento	E(MeV)	LET (keV/ $\mu\text{m}$ )	Range ( $\mu\text{m}$ )
$^{15}\text{O}$	1.0	983	2.3
$^{15}\text{N}$	1.0	925	2.5
$^{14}\text{N}$	2.0	1137	3.6
$^{13}\text{C}$	3.0	951	5.4
$^{12}\text{C}$	3.8	912	6.2
$^{11}\text{C}$	4.6	878	7.0
$^{10}\text{B}$	5.4	643	9.9
$^8\text{Be}$	6.4	400	15.7
$^6\text{Li}$	6.8	215	26.7
$^4\text{He}$	6.0	77	48.5
$^3\text{He}$	4.7	89	38.8
$^2\text{H}$	2.5	14	68.9

Tabella 2.1: Energia, LET e Range stimati tramite una formula empirica dei frammenti prodotti con un fascio di idrogeno a 180 MeV in acqua. È possibile notare come i frammenti più pesanti, a causa del range di pochi  $\mu\text{m}$  non riescono ad emergere dal bersaglio ed essere rivelati.

e si esegue successivamente una trasformazione di Lorentz per ricondursi ad un sistema di riferimento in cui i protoni incidano sugli ioni carbonio. Così facendo sarà possibile misurare la frammentazione del bersaglio. In Tab.2.1 sono infatti raccolte le energie medie con cui vengono prodotti le particelle, in seguito ad una frammentazione di un bersaglio di acqua irradiato con un fascio di protoni, il loro range medio e il loro L.E.T., stimati tramite una formula semiempirica.

È tuttavia necessaria una maggiore precisione nei dati poiché tramite la trasformazione di Lorentz viene introdotto un ulteriore grado di incertezza dovuta alla misura della cinematica della particella incidente, necessario nella trasformazione di Lorentz.

## 2.2 Materiale del bersaglio e fasci previsti

Per bersagli di carbonio è stato scelto un bersaglio di grafite (C) poiché è un materiale facilmente producibile e maneggiabile. Data la difficile gestione di un bersaglio di idrogeno, è stato scelto un materiale diverso, il polietilene ( $\text{C}_2\text{H}_4$ ). È infatti possibile ricavare la sezione d'urto dell'idrogeno conoscendo quella del polietilene e del carbonio puro, ottenuta dal bersaglio di grafite tramite la formula

$$\frac{d\sigma}{dE_{kin}}(\text{H}) = \frac{1}{4} \left( \frac{d\sigma}{dE_{kin}}(\text{C}_2\text{H}_4) - 2 \frac{d\sigma}{dE_{kin}}(\text{C}) \right) \quad (2.1)$$

Sono stati scelti quindi bersagli con spessore pari a 2 mm per entrambi i materiali.

Per effettuare le diverse misure sono necessari fasci di idrogeno, di carbonio e di ossigeno. I fasci di idrogeno hanno energia compresa tra circa 60 MeV e 200 MeV mentre sia quelli di carbonio che quelli di ossigeno hanno energia compresa tra circa 250 MeV per nucleone e 400 MeV per nucleone.

## 2.3 Design dell'apparato di FOOT

L'esperimento FOOT è stato progettato in modo da essere facilmente trasportabile e compatto per due ragioni principali. I diversi fasci necessari sono prodotti in diverse strutture e l'apparato deve quindi essere facilmente trasportabile da una struttura all'altra. Inoltre le sale sperimentali per i trattamenti di adroterapia sono di dimensioni limitate per cui l'intero apparato non può essere eccessivamente ingombrante. Inoltre, poiché per lo studio sono richieste misure simultanee di impulso, energia cinetica e velocità è necessario mantenere contenute le dimensioni dei singoli rivelatori.

### 2.3.1 Heavy Ions Setup

Il setup è stato pensato per misurare le sezioni d'urto di frammentazione degli ioni pesanti i cui dati attualmente non sono presenti in letteratura per le energie tipiche dell'adroterapia concentrandosi su frammenti con  $Z > 2$ . L'intero apparato è di dimensioni contenute (circa 1.5 m – 3 m) affinché sia facilmente trasportabile per poter sfruttare diversi fasci presenti nelle diverse strutture. Grazie a delle simulazioni eseguite con i software FLUKA e GEANT è stato possibile progettare l'attuale setup mostrato schematicamente in Fig.2.1.

Il sistema di riferimento dell'intero esperimento è stato scelto in modo da avere l'asse delle  $z$  in direzione del fascio, perpendicolare ai diversi piani di rivelazione, con il verso positivo rivolto verso i rivelatori, l'asse delle  $y$  verticale con il verso positivo rivolto verso [l'alto?] e l'asse delle  $x$  orizzontale con il verso positivo rivolto in modo tale da ottenere un sistema di riferimento destrorso. L'origine del sistema di riferimento è in corrispondenza del centro del bersaglio.

L'apparato può essere diviso in tre diverse sezioni: Regione Upstream, Spettroscopio magnetico e regione del calorimetro.

- **Regione Upstream:** è la regione a monte del target, per la misura delle caratteristiche del fascio prima dell'interazione. Sono inoltre presenti due rivelatori, lo Start Counter(SC) e il Beam Monitor(BM).
  - Start Counter (SC): consiste in uno scintillatore plastico a forma di disco di spessore pari a 250  $\mu\text{m}$  usato per misurare il flusso del fascio e fornire il segnale di trigger per l'intero esperimento. È anche usato come tempo di inizio per calcolare il tempo di volo (TOF) dei frammenti. È stato scelto di minimizzare

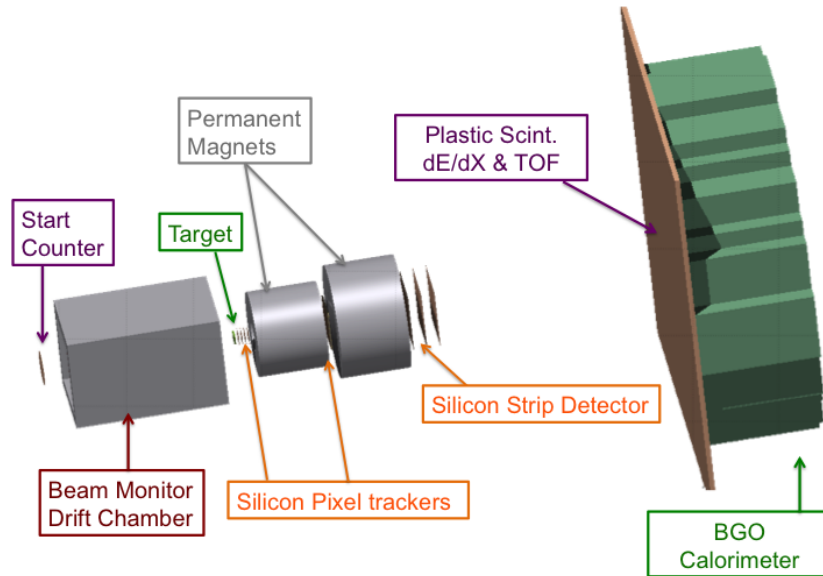


Figura 2.1: Schema dell'apparato dell'esperimento FOOT.

lo spessore per ridurre le probabilità di interazione prima del bersaglio. In Fig.2.2 è presente una foto dello Start Counter.

- Beam Monitor (BM): consiste in una camera a deriva costituita da 12 piani di fili con tre celle di drift per piano, riempito di una miscela di gas Ar/CO<sub>2</sub>. I fili sono disposti in maniera sfalsata lungo la direzione x e y per permette una miglior ricostruzione del profilo del fascio e ridurre al minimo le interazioni con i fili. Lo scopo del Beam Monitor è misurare la direzione e il profilo del fascio prima dell'interazione con il bersaglio, misura necessaria per la trasformazione di Lorentz in cinematica inversa. In Fig.2.3 è presente il disegno tecnico per la realizzazione del Beam Monitor.
- **Spettrometro Magnetico:** per permettere il tracciamento dei frammenti prodotti e per misurarne l'impulso si fa uso dello spettrometro magnetico. È formato da due rivelatori a pixel al silicio posizionati rispettivamente subito dopo il vertice (Vertex Detector VTX) e in mezzo ai due magneti permanenti (Inner Tracker ITR), due magneti permanenti e un rivelatore a micro-strip al silicio posizionato dopo i due magneti (Micro-strip Detector MSD).
  - Vertex Tracker (VTX): formato da quattro sensori M28 di silicio di spessore pari a 50  $\mu\text{m}$  (20.22 mm  $\times$  22.71 mm), divisi in 928  $\times$  960 pixel ciascuno con una superficie di 20  $\mu\text{m}$   $\times$  20  $\mu\text{m}$ . I quattro sensori sono disposti uno dopo l'altro lungo la direzione del fascio (ad esso ortogonali). Sono raggruppati in due

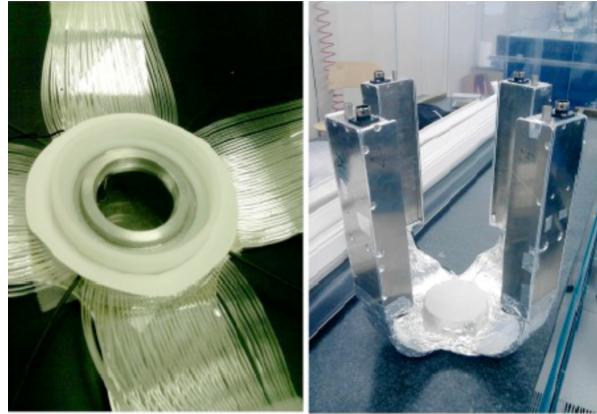


Figura 2.2: Foto dello Start Counter

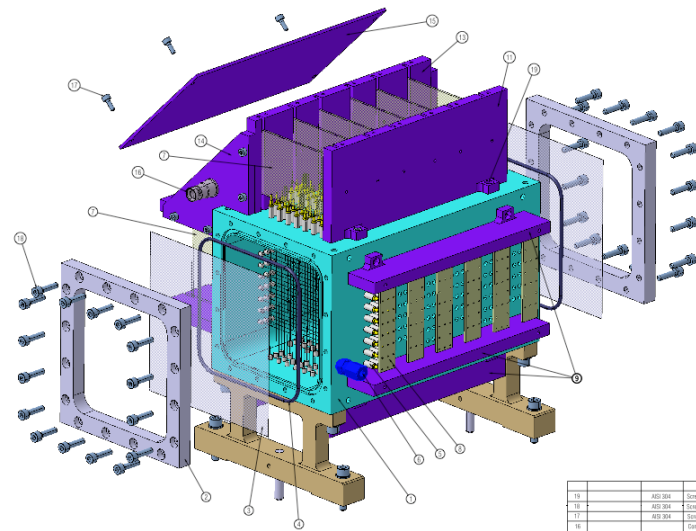


Figura 2.3: Disegno tecnico della camera di drift del Beam Monitor

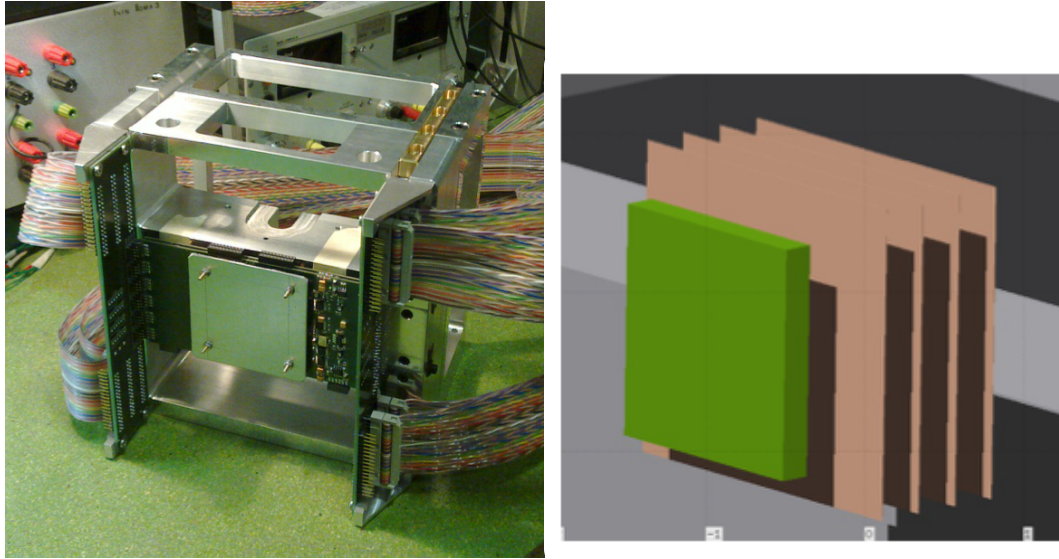


Figura 2.4: Foto del bersaglio e del Vertex Tracker e schema della geometria del bersaglio e del Vertex Tracker

sottogruppi distanziati di 10 mm mentre all'interno del singolo sottogruppo i due sottostrati sono ad una distanza di 2 mm. Il rivelatore è posizionato ad una distanza di circa 0.5 cm. In Fig.2.4 è presente una foto del bersaglio e del vertex tracker insieme ad uno schema della geometria di questi.

- Magneti permanenti: sono due magneti permanenti realizzati con una geometria cilindrica Halbach. Grazie a questa geometria è possibile ottenere un campo magnetico trasversale massimo di 0.8 T al centro del magnete per consentire in particolare permette la misura dell'impulso dei frammenti. In Fig.2.5 è presente uno schema della geometria dei magneti.
- Inner Tracker(ITR): formato da due piani di sensori M28 al silicio, identici a quelli usati per il Vertex Tracker ma con una diversa configurazione geometrica, che spaziano una superficie di circa  $8\text{ cm} \times 8\text{ cm}$  all'interno dello spazio tra i due magneti a circa 20 cm dal target. Ognuno dei 16 sensori impiegati copre una superficie di circa  $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$  La geometria con cui sono posizionati è mostrata in Fig.2.6. I sensori sono raggruppati in 4 gruppi da 4 posizionati su due piani sfalsati ma leggermente sovrapposti. Il rivelatore permette di ottenere informazioni sulla posizione e sulla direzione delle tracce. Per mantenere ad una distanza fissata i due piani è stato posizionato un supporto di una speciale resina spugnosa di carburo di silicio a bassa densità con uno spessore di 2 mm.
- Micro-strip Detector (MSD): costituito da 3 piani di rivelazione lungo la di-

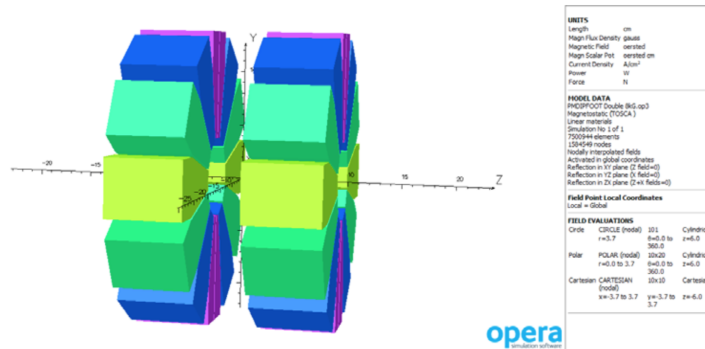


Figura 2.5: Schema dei magneti permanenti impiegati nell'esperimento FOOT

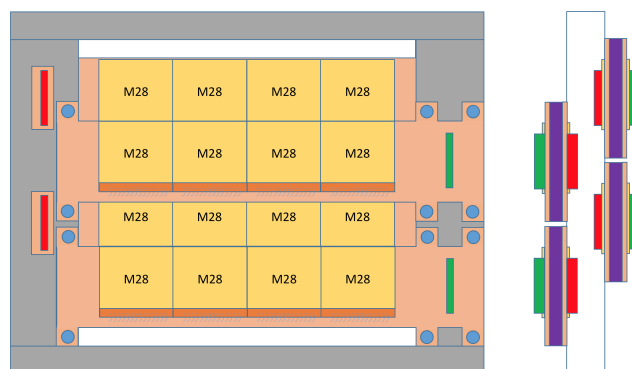


Figura 2.6: Geometria dei 16 sensori M28 che compongono l'Inner Tracker



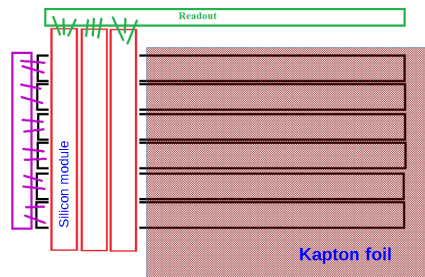


Figura 2.7: Schema di un piano di rivelazione del Micro-strip Detector costituito dai due strati di silicio.

reazione del fascio ognuno dei quali formato da 2 strati di rivelatori al silicio a micro-strip rispettivamente lungo la direzione  $y$  e  $x$ , ognuno dei quali di spessore pari a  $70\ \mu\text{m}$  uniti da uno strato adesivo per uno spessore totale di  $150\ \mu\text{m}$ . Entrambi gli strati sono formati da 720 strip, ognuna larga  $50\ \mu\text{m}$ . I tre piani sono distanziati di  $2\ \text{cm}$  e coprono una superficie di  $9\ \text{cm} \times 9\ \text{cm}$  in modo da ottenere una accettazione di  $10^\circ$ . È posizionato subito dopo il secondo magnete ad una distanza di circa  $35\ \text{cm}$  dal target e permette di misurare la posizione e il  $dE/dx$ . In Fig.2.7 è presente uno schema della geometria di un singolo piano.

- **Regione del Calorimetro:** è l'ultima parte dell'apparato, costituito da due rivelatori: il TOF-Wall (TW), un rivelatore che permette di misurare la perdita di energia all'interno dello scintillatore e l'istante finale per la misura del tempo di volo, e un calorimetro a cristalli BGO che misura l'energia cinetica dei frammenti.
  - TOF-Wall (TW): è un rivelatore formato da due strati di scintillatore plastico ognuno formato da 20 barre lunghe  $440\ \text{cm}$  e larghe  $20\ \text{mm} \times 20\ \text{mm}$  affiancate. Il rivelatore è posizionato ad una distanza di circa  $100\ \text{cm}$  dal target. Nel piano più vicino al bersaglio le barre scintillanti sono dirette lungo la direzione  $x$ , mentre sono dirette lungo  $y$  nel secondo strato. In questo modo, combinando i dati dei due strati si ottiene una maggiore precisione spaziale per le misure di  $dE/dx$  e di tempo di volo. In Fig.2.8 è presentata una singola barra dello scintillatore. Il segnale luminoso è rivelato da 2 sensori al silicio (SiPM) posti ad entrambi gli estremi della barra. Dalla differenza temporale di arrivo del segnale sui 2 SiPM si può ricavare in quale punto della barra è avvenuta la scintillazione.
  - Calorimetro (CAL): è l'ultimo rivelatore dell'apparato e permette di misurare l'energia cinetica dei frammenti. È previsto avere circa 350 cristalli di BGO (Germanato di Bismuto  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ ) a tronco di piramide con base minore pari

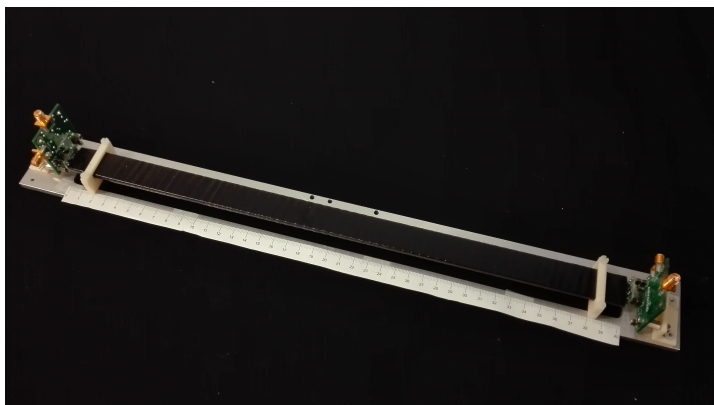


Figura 2.8: Foto di una singola barra di uno dei due strati di scintillatori del TOF-Wall

Grandezza misurata e rivelatore	Risoluzione
$p$ (Global Tracking)	$\frac{\sigma(p)}{p} = 5\%$
$\Delta E$ (TW)	$\frac{\sigma(\Delta E)}{\Delta E} \sim 2\%$
$TOF$ (SC e TW)	$\frac{\sigma(TOF)}{TOF} < 100$ ps
$E_{kin}$ (CAL)	$\frac{\sigma(E_{kin})}{E_{kin}} \sim 2\%$

Tabella 2.2: Risoluzioni necessarie per le grandezze misurate dall'esperimento FOOT.

a  $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  e base maggiore di  $2.4 \text{ cm} \times 2.4 \text{ cm}$  e di altezza pari a  $24 \text{ cm}$ , disposti in modo da formare una calotta sferica con raggio pari a  $20 \text{ cm}$ .

## 2.4 Performance Attese

La precisione necessaria per le applicazioni adroterapiche sulle misure di sezione d'urto di frammentazione che l'esperimento FOOT si prefigge di ottenere è pari al 5%. Inoltre è necessaria una misura della sezione d'urto differenziale in funzione sia della carica sia della massa atomica (identificazione isotopica), per cui sono necessarie precisioni rispettivamente del 2 – 3% e 5%. Per ottenere queste prestazioni è necessario avere le risoluzioni sperimentali riportate in Tab.2.2.

### 2.4.1 Identificazione dei frammenti

Per identificare univocamente i frammenti generati in seguito all'interazione del fascio con il bersaglio è necessario ricostruire i numeri atomici ( $Z$ ) e di massa ( $A$ ).

**Identificazione del numero atomico  $Z$ :** Per identificare il numero atomico, e quindi la carica del frammento, si utilizza l'equazione di Bethe-Bloch grazie ai dati forniti dal TOF-Wall, cioè  $\Delta E$  e  $TOF$ . Infatti, conoscendo le grandezze relative al mezzo attraversato, in questo caso lo scintillatore plastico del TOF-Wall, le uniche incognite presenti nell'Eq(1.25) sono la carica del fascio  $z$ , che rappresenta la carica del frammento  $Z$ , e la sua velocità  $\beta$ . Invertendo l'equazione in funzione di  $z$ , è quindi possibile ottenere una relazione in funzione di  $\beta$  e  $dE/dx$ . Entrambe queste grandezze sono misurate dal TOF-Wall. In particolare è possibile ottenere  $\beta$  tramite la relazione  $\beta = L/TOF$  con  $L$  distanza percorsa dal frammento e  $dE/dx$  media dell'energia persa  $\Delta E$  percorrendo lo scintillatore. Infine, tramite un fit gaussiano è possibile ottenere un'ottima ricostruzione della carica dei frammenti con incertezze crescenti al crescere della carica e comprese tra il 6% per l'idrogeno e il 2% per l'ossigeno.

**Identificazione del numero di massa  $A$ :** Grazie alla ridondanza delle misure dei rivelatori è possibile determinare la massa in diversi modi:

- tramite la determinazione simultanea di  $\beta$  e  $p$ , rispettivamente dalla misura del  $TOF$  e dal sistema di tracciamento:

$$A_1 = \frac{p}{m_A c \beta \gamma} = \frac{p t_{TOF}}{m_A L \gamma} \quad (2.2)$$

con  $m_A$  unità di massa atomica,  $c$  velocità della luce,  $\gamma$  fattore di Lorentz e  $t_{TOF}$  tempo di volo.

- tramite la determinazione simultanea di  $\beta$  e  $E_{kin}$  rispettivamente dalla misura del  $TOF$  e dal calorimetro:

$$A_2 = \frac{E_{kin}}{m_A c^2 (\gamma - 1)} \quad (2.3)$$

- tramite la determinazione simultanea di  $p$  e  $E_{kin}$  rispettivamente dal sistema di tracciamento e dal calorimetro:

$$A_3 = \frac{p^2 c^2 - E_{kin}^2}{2 m_A c^2 E_{kin}} \quad (2.4)$$

I tre diversi modi sono correlati a causa della presenza simultanea di una stessa variabile per ogni coppia di modi. Poiché il calorimetro non rivela i neutroni l'energia misurata da esso è sottostimata e a causa di ciò il numero di massa ricostruito tramite il secondo metodo è sottostimata mentre quello ricostruito tramite il terzo metodo risulta dunque sovrastimata.

In Fig.2.9 è possibile osservare le distribuzioni di massa ottenute con i tre diversi metodi e il fit gaussiano per la misura del numero di massa, il tutto nel caso di  $^{12}\text{C}$ . Le

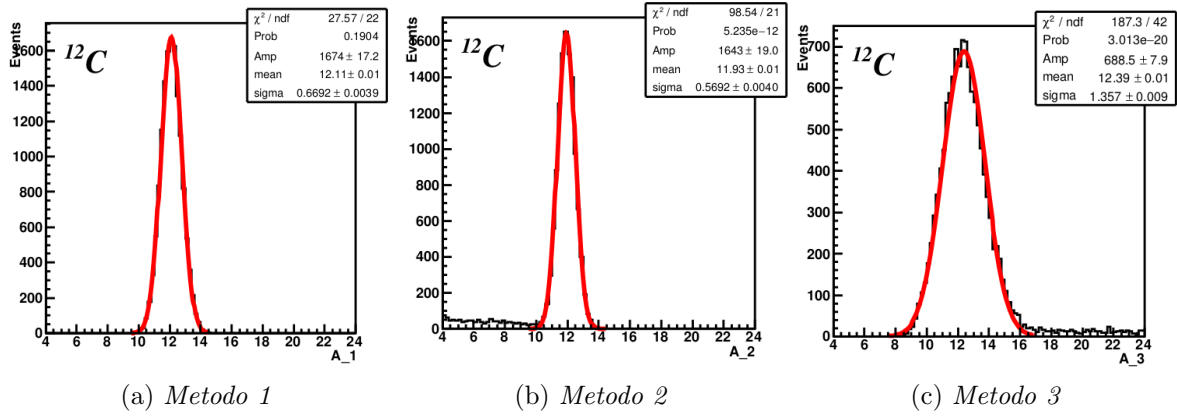


Figura 2.9: Distribuzioni e fit gaussiani delle ricostruzioni del numero di massa con i tre diversi metodi.

distribuzioni degli altri elementi risultano analoghe. Nelle distribuzioni è possibile notare come il picco (media del fit gaussiano) corrisponda al valore atteso entro le incertezze. Le distribuzioni del primo e del secondo metodo presentano una risoluzione di circa 5% mentre il terzo metodo ha una risoluzione di circa 10%. Inoltre è possibile notare come il secondo metodo sottostimi la massa mentre il terzo la sovrastimi a causa di alcune code nelle distribuzioni.

Per combinare i tre diversi metodi di ricostruzione è possibile effettuare un fit tramite minimizzazione del  $\chi^2$  o tramite il metodo della lagrangiana aumentata (ALM). Entrambi i metodi forniscono risultati simili ottenendo risoluzioni pari al 5% per gli ioni più leggeri e 4% per quelli più pesanti (applicando un taglio al  $\chi^2 < 5$ ).

# Capitolo 3

## Software di Ricostruzione e Tracciamento

Il software di ricostruzione e tracciamento si occupa di ricostruire le tracce e misurare l'impulso partendo dai dati dei singoli rivelatori. Sfrutta un algoritmo basato sul *Kalman Filter*, metodo molto usato all'interno degli esperimenti di fisica delle particelle. Infatti l'algoritmo permette di sfruttare le informazioni dei diversi rivelatori per ottenere le migliori prestazioni per la ricostruzione delle tracce e misura del loro impulso. La ricostruzione delle tracce avviene all'interno del pacchetto SHOE (Software for Hadrotherapy Optimization Experiment), dedicato alla ricostruzione completa degli eventi di FOOT. SHOE è stato utilizzato in fase di progettazione, usando dati simulati, per valutare l'efficienza e le prestazioni. SHOE è stato sviluppato all'interno del framework ROOT sfruttando in particolare la libreria GENFIT, dedicata all'applicazione del Kalman Filter. I dati simulati sono stati generati sfruttando il simulatore Monte Carlo FLUKA.

### 3.1 Simulazione

Per poter ottimizzare la progettazione del setup dell'esperimento FOOT e valutare le efficienze dell'algoritmo di ricostruzione e tracciamento sono state svolte diverse simulazioni sfruttando il framework FLUKA [9]. Questo framework è ampiamente utilizzato sia in ambito fisico che in ambito medico. È infatti un codice di simulazione Monte Carlo ampiamente testato e confrontato con i dati sperimentali, e per questo considerato molto stabile. Fornendo una descrizione esaustiva della geometria del setup, delle caratteristiche dei materiali e i parametri del fascio impiegato, è possibile ottenere dati simulati affidabili. In particolare è necessario fornire informazioni relative a:

- dimensioni e distanze delle diverse regioni in cui l'esperimento è suddiviso, ad esempio riguardo al bersaglio e ai rivelatori

- proprietà dei materiali che compongono i diversi elementi
- posizione del fascio, tipologia di particelle che lo compongono e distribuzione spaziale, energetica e di impulso
- descrizione delle caratteristiche del campo magnetico impiegato
- opzioni fisiche impiegate per la simulazione

I dati necessari vengono quindi riuniti in appositi file in un formato leggibile da FLUKA e poi trasmesso a questo. Tramite queste informazioni il codice FLUKA produce le quantità di interesse dell'esperimento, simulando le interazioni grazie alle informazioni sulle sezioni d'urto sperimentali disponibili o modelli teorici. I dati così prodotti sono raggruppati in un file ASCII evento per evento e poi convertiti in un file ROOT che contiene i diversi *Tree Branches* in cui sono raggruppati i dati simulati. I diversi Branches sono suddivisi in informazioni *true* che rappresenta la vera simulazione Monte Carlo e in informazioni *data-like* che simulano la risposta dei diversi rivelatori. In particolare i dati *true* contengono informazioni su:

- numero di particelle generate nell'evento. La variabile che contiene questa informazione è  $TRn$ . Grazie a questa variabile è possibile svolgere dei cicli su tutte le particelle generate.
- posizione iniziale e finale, ovvero posizione di generazione e di decadimento della particella. Ognuna delle 3 coordinate è raccolta all'interno di un array di dimensione  $TRn$ . Per la posizione iniziale sono presenti  $TRix$ ,  $TRiy$ ,  $TRiz$  mentre per la posizione finale  $TRfx$ ,  $TRfy$ ,  $TRfz$ .
- impulso iniziale e finale. Sono rappresentati, come la posizione iniziale e finale, dagli array  $TRipx$ ,  $TRipy$ ,  $TRipz$  e  $TRfpx$ ,  $TRfpy$ ,  $TRfpz$ .
- massa, carica e numero barionico della particella generata. Ciascuna informazione è raggrupata all'interno di un array di dimensione  $TRn$ . Gli array che contengono queste informazioni sono rispettivamente  $TRmass$ ,  $TRcha$  e  $TRbar$ .
- tempo di volo e lunghezza della traccia

oltre ad informazioni sulla generazione quali ad esempio la regione in cui è generata o l'istante in cui viene generata. In fase di studio preliminare e di calcolo delle efficienze di frammentazione secondaria, le informazioni sulla posizione iniziale e finale, sulla massa, carica, sul numero barionico e sull'impulso finale sono state sfruttate per identificare quali particelle fossero andate incontro a frammentazione secondaria.

Per tutta la simulazione e ricostruzione sono state scelte le unità di misura riportate in Tab.3.1.

Grandezza	Unità di misura
Tempo	s
Lunghezza	cm
Energia	GeV
Impulso	GeV/ $c$
Massa	GeV/ $c^2$
Campo Magnetico	T

Tabella 3.1: Unità di misura impiegate nel software di simulazione e in quello di ricostruzione e tracciamento.

le grandezze data-like contengono invece meno informazioni, per simulare il comportamento dei segnali nei diversi rivelatori. In particolare contengono informazioni per ogni rivelatore su:

- riferimento alla particella che ha generato il segnale (*hit*) per ricavare le informazioni true. All'interno dell'array **SENSid** (con SENS sostituito dalla sigla del rivelatore) è infatti presente l'indice della particella associata all'hit che permette di ottenere le informazioni necessarie dai array true.
- sensore che è stato attivato (ad esempio i diversi strati del VTX o quale sensore dell'ITR)
- posizione dell'hit nel rivelatore. Anche queste come le posizioni true sono raggruppati in array per ogni coordinata spaziale.
- impulso al momento dell'hit e subito dopo. Sono raggruppati in array come gli impulsi true.

Il file ROOT così organizzato viene poi fornito in input a SHOE.

## 3.2 Struttura codice SHOE

Per tutta la ricostruzione delle tracce si è utilizzato il software SHOE, sia per i dati simulati che per quelli reali. SHOE è scritto in C++ ed è sviluppato all'interno del framework ROOT. Il codice è organizzato in un'architettura a classi per ottenere una struttura gerarchica. Il codice è diviso in diversi livelli per ottimizzare il tempo di esecuzione. Al livello più basso, il *Level0*, il software si occupa di interpretare i dati (MC o reali) dei singoli rivelatori, nel file ROOT descritto precedentemente, i parametri di input e, dopo aver applicato i risultati delle calibrazioni dei rivelatori, di riorganizzare i dati di output in *Hit*, *Cluster* e *Track*. Gli hit rappresentano una interazione di un

frammento con un rivelatore, i cluster rappresentano il segnale del rivelatore a cui possono corrispondere più hit nello stesso punto ed infine le track sono una raccolta di cluster associati ad uno stesso frammento sui diversi piani di rivelazione su cui viene svolto un fit per una migliore associazione.

All'interno del Level0 si fa uso delle librerie generali, ovvero `TAGbase`, e `TAGfoot`, al cui interno si trovano classi globali per FOOT che forniscono la struttura base per le classi successive e diverse classi utili per le altre che ereditano tali metodi. Per ogni evento il codice che viene eseguito è contenuto nelle classi che ereditano da `TAGaction`, che necessitano in input una n-tupla ROOT o un oggetto `TAGdata`. La classe `TAGdata`, insieme alla classe `TAGroot`, si occupa della gestione dell'input e dell'output. Infatti successivamente viene fornito in output un oggetto `TAGdata` che può essere fornito in input per `TAGaction` successive. Viene così formata una n-tupla di transizione che viene trasmessa al livello successivo, l'*HighLevel*.

L'*HighLevel* si occupa invece della ricostruzione globale dell'evento, dell'identificazione dei frammenti e della misura delle diverse grandezze fisiche per arrivare alla misura della sezione d'urto. All'interno dell'*HighLevel* sono raggruppati classi più astratte, utili al fit che viene eseguito durante il `TAGaction`, quali ad esempio il `TAGFuploader` che si occupa di caricare i dati, sia Monte Carlo che reali, e il `TAGFselector` che invece si occupa di selezionare e raggruppare tra loro i diversi Cluster ed Hit prima di effettuare il fit di traccia, ottenendo un oggetto `Track`.

Entrambi i livelli fanno uso delle librerie dei diversi rivelatori e di GENFIT, all'interno della quale è presente anche l'algoritmo per il Kalman Filter.

In Fig.3.1 è possibile osservare una schematizzazione della struttura del codice di SHOE.

### 3.3 Tracciamento

Per poter ricostruire i parametri cinematici, come la direzione di volo e il momento della traccia, si esegue il tracciamento, un fit lungo la traccia, che deve ottenere una precisione sul momento di almeno 5% affinché si abbia una sufficiente precisione nella misura delle sezioni d'urto e del numero di massa  $A$ . In particolare si sono impiegati due metodi. Si è applicato un algoritmo di minimizzazione del  $\chi^2$  per le tracce che non subiscono una particolare deflessione dal campo magnetico. Questo avviene solo nella regione del Vertex. Mentre se si applica un campo magnetico la traccia, a causa della deflessione dovuta alla forza di Lorentz, assumerà una traiettoria elicoidale e per un migliore fit si applica l'algoritmo Kalman Filter. Va notato che anche sulle tracce del vertice ottenute preliminarmente con il metodo del minimo  $\chi^2$  verrà applicato il Kalman Filter per la traccia globale. Il Track Fitting può essere di due diverse tipologie:



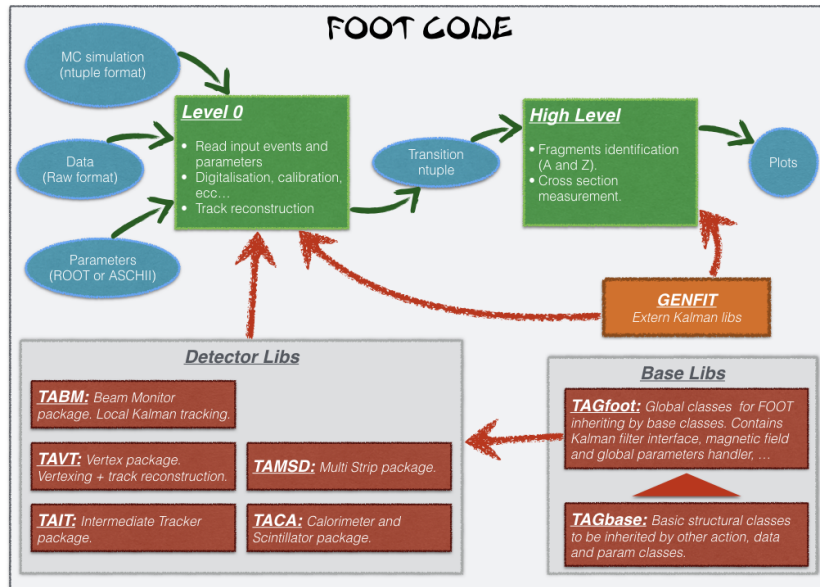


Figura 3.1: Schema della struttura del codice di SHOE.

- Globale, come nel caso del metodo di minimo  $\chi^2$  se il fit viene eseguito solo una volta su tutte le misure quando queste sono già tutte disponibili e i parametri di fit sono stimati una sola volta
- Progressivo, come nel caso del Kalman Filter, in cui il fit viene eseguito di volta in volta ogni volta che una misura è disponibile e queste viene confrontata con la estrapolazione dal fit svolto fino a quel momento. I parametri quindi vengono aggiornati passo-passo.

I due metodi, in particolare il Kalman Filter, verranno approfonditi nei paragrafi successivi.

### 3.3.1 Metodo di minimo $\chi^2$

Per eseguire il fit nella regione del Vertex, dove le tracce non subiscono deflessioni dal campo magnetico si utilizza il metodo di minimo  $\chi^2$  che consiste in una minimizzazione del  $\chi^2$  calcolato dai parametri della retta stimati confrontati quelli ricavati dai dati.

### 3.3.2 Kalman Filter

Le tracce che assumono una traiettoria elicoidale possono essere parametrizzate da 5 variabili:

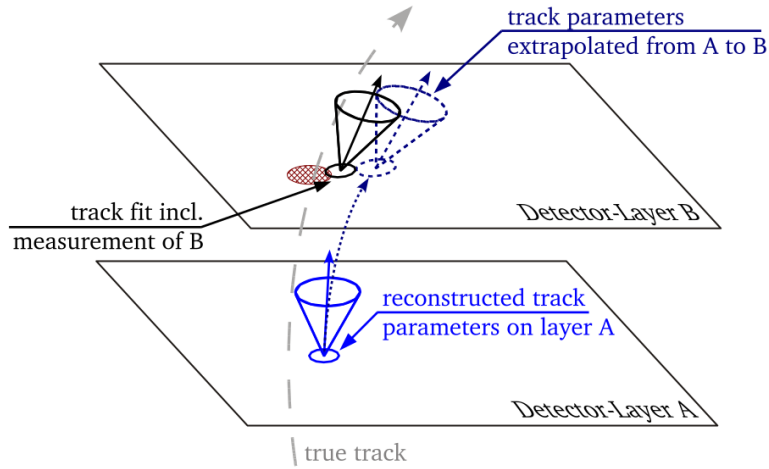


Figura 3.2: Rappresentazione schematica del principio di funzionamento del Kalman Filter. Dal piano di rivelazione A i parametri della traccia vengono estrapolati al piano B dove, usando la misura effettiva, vengono aggiornati.

- distanza tra l'elica e il punto di pivot nel piano x-y
- angolo azimutale del punto di pivot rispetto al centro dell'elica
- rapporto  $\frac{Q}{P}$  con  $Q$  carica della particella dell'elica e  $P$  impulso
- distanza tra l'elica e il punto di pivot lungo la direzione z
- angolo di *dip*, ovvero l'angolo tra l'elica e il piano x-y

Inoltre il rapporto  $\frac{Q}{P}$  è legato al raggio dell'elica  $\rho$  con la relazione  $\rho = \frac{P}{cBQ}$  con  $c$  velocità della luce e  $B$  campo magnetico. I parametri sono raccolti in un vettore chiamato vettore di stato  $a$ . L'esperimento FOOT misura 5 parametri alternativi che sono in relazione con i 5 parametri elencati qui. In particolare misura il rapporto  $\frac{Q}{P}$ , 2 tangenti alla direzione della traccia e 2 posizioni sul piano del rivelatore.

Si definisce inoltre "sito" di misura ogni piano di rivelazione che fornisce un vettore di misure.

In Fig.3.2 si può osservare una rappresentazione schematica del processo del Kalman Filter.

L'algoritmo è suddiviso in 3 passaggi: *Prediction*, *Filtering* e *Smoothing*. Nel primo passaggio, Prediction, tramite le osservazioni dei siti fino al sito  $k$ , si estrapola il vettore di stato al sito  $k' > k$ . Nel secondo passaggio, Filtering, si aggiorna l'estrapolazione del vettore di stato al sito  $k$ , basandosi sulle informazioni dei siti fino al  $k - 1$ . Nell'ultimo

passaggio, Smoothing, si migliora l'estrapolazione del vettore di stato al sito  $k' < k$  usando le informazioni sui siti fino al sito  $k$ .

**Prediction** Per estrapolare il vettore di stato al sito  $k' > k$  è necessario conoscere l'equazione di propagazione, nota come propagatore di stati, che corrisponde all'equazione del moto del sistema in assenza di rumore, che nel caso reale può essere dato, ad esempio, dallo scattering multiplo coulombiano. È possibile ottenere una formula iterativa che, tramite il propagatore di stati e il vettore di stati ottenuto nei passi precedenti, fornisca un vettore di stati ipotetico:

$$a_{k'} = f_k(a_k) \quad (3.1)$$

con  $a_{k'}$  vettore di stati estrapolato al sito  $k'$ ,  $f_k$  propagatore di stati stimato al sito  $k$  e  $a_k$  vettore di stati stimato al sito  $k$ .

**Filtering** In ogni sito si effettua una misurazione che fornisce un vettore di misure, legato al vettore di stati tramite una relazione funzionale che associa ad ogni vettore di stato il vettore di misure ideale e a cui va sommato il rumore reale ovvero:

$$m_k = h_k(a_k) + \epsilon_k \quad (3.2)$$

con  $m_k$  il vettore di misure nel sito  $k$ ,  $h_k$  la relazione che associa il vettore di stati  $a_k$  a il vettore di misure ideale e  $\epsilon_k$  il rumore associato al sito  $k$ . Quando si ottiene il vettore di stati ipotizzato per ogni sito  $k$ , tramite una formula iterativa e la relazione tra vettore di stati e di misure, lo si confronta con le misure vere tramite una minimizzazione del  $\chi^2$  che tiene conto di tutte le misure effettuate nei siti fino al sito  $k - 1$ . Si ottiene così un nuovo vettore di stati per ogni sito che tiene conto delle informazioni di tutte le misure precedenti risultando così il più preciso possibile.

**Smoothing** Per migliorare ancora la precisione del vettore di stati di ogni sito bisogna considerare anche le informazioni dei siti successivi. Si valuta quindi nuovamente il vettore di stati considerando le informazioni dei siti successivi percorrendoli in direzione opposta rispetto al passaggio di Filtering tramite una formula ricorsiva. Il vettore di stati così ottenuto risulta il più preciso possibile.

## 3.4 GENFIT

GENFIT è una libreria open-source scritta in C++ sfruttando il framework ROOT e progettata per effettuare fit simultanei da diversi rivelatori. Al suo interno contiene diverse implementazione di algoritmi di Kalman Filter e tutti i *tool* necessari per rappresentare i diversi rivelatori e per considerare correttamente il campo magnetico, rendendola adatta a sfruttare tutte le potenzialità del setup di FOOT. GENFIT è stata sviluppata

all'interno dell'esperimento PANDA e ora distribuita come open-source[10]. È stata impiegata in diversi esperimenti (ad esempio BELLE II, FOPI). Inoltre GENFIT permette di impiegare diversi metodi per la rappresentazione delle tracce, per la loro propagazione e la loro parametrizzazione.

### 3.5 Strategia di Ricostruzione Tracce

L'algoritmo di selezione, che raggruppa gli hit in un oggetto chiamato *Track* prima dell'esecuzione del Kalman Filter, è implementato all'interno della classe `TAGFselector`. Questo si struttura in quattro passaggi successivi. Come primo passaggio viene effettuato un fit lineare sugli hit del Vertex Tracker tramite il metodo di minimo  $\chi^2$ . Successivamente si effettua una estrapolazione lineare fino al piano dell'Inner Tracker e si seleziona l'hit più vicino all'estrapolazione nel piano di non curvatura della particella carica. Si effettua quindi un nuovo fit tramite l'algoritmo Kalman Filter e dai suoi risultati si effettua una nuova estrapolazione non lineare fino ai piani del Micro Strip Detector, sui quali viene selezionato nuovamente l'hit più vicino all'estrapolazione. Il fit viene aggiornato con le informazioni ottenute dal Micro Strip Detector e si effettua una ultima estrapolazione fino al TOF-Wall su cui è selezionato l'hit più vicino al quale è associata la carica misurata dallo scintillatore che viene poi assunta per l'intera traccia. Successivamente l'algoritmo di selezione controlla che il numero di hit selezionati e raggruppati ora all'interno della *Track* siano almeno 13 (numero di piani di rivelatori attraversati, 4 per il VXT, 2 per l'ITR, 6 per il MSD e 1 per il TW) prima di procedere al fit Kalman globale.

# Capitolo 4

## Risultati

Di seguito verranno presentati i risultati di alcuni studi che ho svolto allo scopo di migliorare l'algoritmo di tracciamento attualmente implementato in SHOE. Infatti, al momento l'algoritmo di selezione, descritto nel paragrafo 3.5, non tiene conto della possibilità che uno ione frammenti nella regione di tracciamento. Quando accade ciò, viene prodotta una traccia sdoppiata che può portare ad errori nella ricostruzione quali una erronea associazione della carica sul TOF-Wall o una incorretta misura della curvatura e quindi del momento  $p$ . Si noti tuttavia che se la frammentazione avviene oltre il TOF-Wall non vi sarà un effetto significativo poiché sarà comunque possibile associare la carica giusta agli hit dei rivelatori immersi nel campo magnetico.

Inizialmente ho studiato la risoluzione in momento dell'algoritmo attualmente implementato in SHOE e le sue efficienze e purezze, includendo una discriminazione sulla frammentazione secondaria usando l'informazione sulla traccia generata dal simulatore Monte Carlo. Successivamente, ho studiato alcune distribuzioni cinematiche di particolare interesse per trovare un osservabile che aiuti a discriminare tra tracce che subiscono o meno una frammentazione secondaria. Questo studio sarà di fondamentale importanza per un successivo sviluppo di algoritmi di selezione che riconoscano le due differenti tipologie. Questo comunque esula dagli scopi di questa tesi.

### 4.1 Condizioni di Discriminazione

Da questo punto in avanti utilizzerò il termine **riframmentazione** per definire la frammentazione secondaria e di conseguenza gli ioni che subiranno tale frammentazione verranno definiti **ioni riframmentati**, quelli che non subiranno una frammentazione secondaria verranno definiti **ioni non riframmentati**, mentre i frammenti generati da queste riframmentazioni saranno definiti **frammenti secondari**. Per distinguere gli ioni riframmentati e i loro prodotti si controllano le seguenti condizioni dai dati MC:

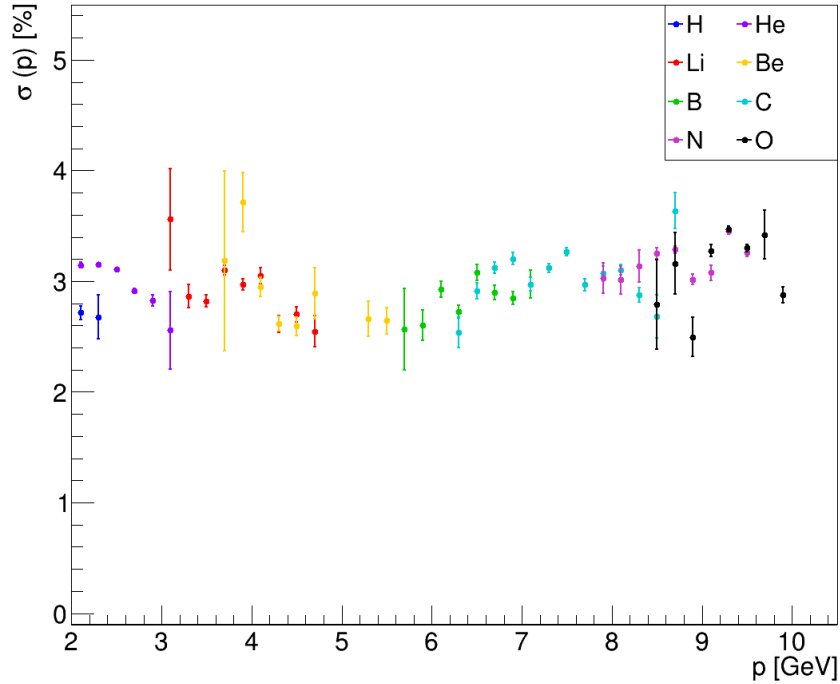


Figura 4.1: Risoluzioni in momento dei diversi ioni ricostruiti con SHOE.

- Coordinata  $z$  di decadimento: se precedente alla posizione del primo piano del TOF-Wall, ovvero  $z_{dec} < 99.7$  cm, permette di identificare gli ioni riframmentati)
- Coordinata  $z$  di generazione: se successiva alla posizione del target, ovvero  $z_{gen} > 0.25$  cm, permette di identificare i prodotti di una riframmentazione

Ho poi escluso tutte le particelle che non siano ioni interessanti per questo studio, ovvero che possiedano carica  $Z < 1$  o  $Z > 8$ , che abbiano massa inferiore alla massa del protone e numero barionico  $B < 1$ .

## 4.2 Studi Preliminari e di Efficienza

Ho iniziato studiando la distribuzione di risoluzione  $dP/P$  in funzione del momento  $P$  dello ione con cui viene ricostruito attualmente che è riportata in Fig.4.1.

Le risoluzioni sono ricavate dalla  $\sigma$  di un fit gaussiano sulle distribuzioni di

$$\frac{dP}{P} = \frac{P_{reco} - P_{MC}}{P_{MC}} \quad (4.1)$$

con  $P_{reco}$  impulso ricostruito dello ione e  $P_{MC}$  impulso generato nella simulazione MC. Le distribuzioni sono distribuite su intervalli di 0.4 GeV corrispondenti ad un punto

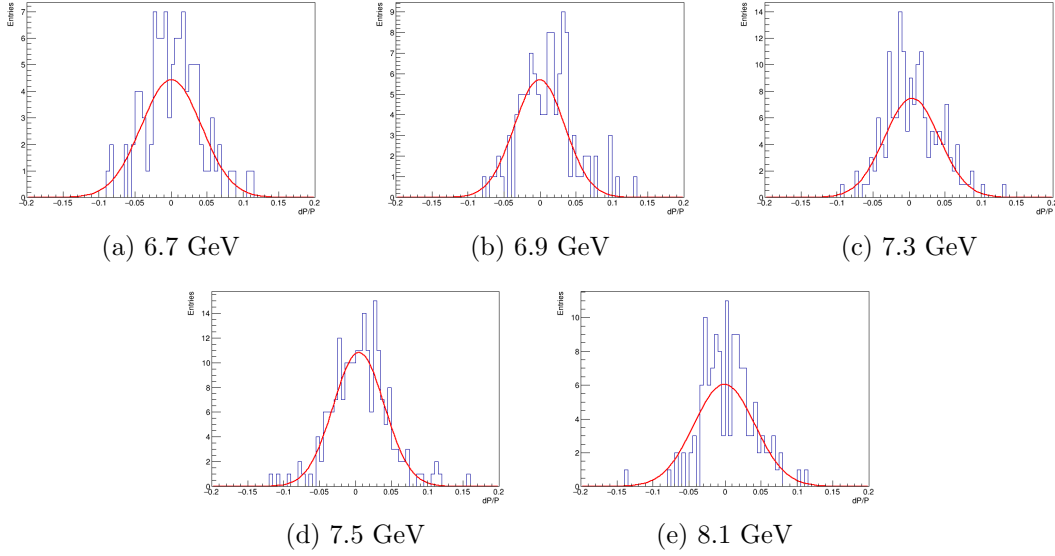


Figura 4.2: Distribuzioni degli impulsi (rispetto al centro dell'intervallo) per gli intervalli di impulso considerati per il carbonio di Fig.4.1

nella distribuzione di Fig.4.1 a cui è stato applicato un taglio al  $\chi^2$  ( $\chi^2/d.o.f. < 5$ ). A livello esemplificativo, le distribuzioni all'interno degli intervalli e i corrispondenti fit sono riportati in Fig.4.2 per il carbonio. Dalla distribuzione di Fig.4.1 si può osservare come le risoluzioni siano già inferiori al 5%, come richiesto dall'esperimento FOOT.

Per poter studiare al meglio le tracce generate da particelle non riframmentate, si vuole identificare ed escludere dalla selezione che precede il fit, le tracce generate da ioni riframmentati e successivamente stimare le efficienze di selezione di ioni non riframmentati rispetto a tutti gli ioni selezionati per la ricostruzione. Per questo studio ho iniziato stimando l'efficienza di fit e la purezza. Successivamente ho quindi stimato l'efficienza di riframmentazione partendo dalle simulazioni MC.

**Efficienza e purezza di fit.** L'efficienza di fit  $\varepsilon_c$  è calcolata tramite

$$\varepsilon_c = \frac{n_c}{n_s} \quad (4.2)$$

con  $n_c$  numero di ioni il cui fit è andato in convergenza e  $n_s$  numero di ioni selezionati. La distribuzione risultante è riportata in Fig.4.3a. Si può subito osservare come attualmente l'algoritmo di selezione e fit mostri già ottimi risultati con alcune efficienze prossime a  $\varepsilon_c \sim 1$ . Tuttavia, in particolare per gli elementi leggeri, si può notare come l'algoritmo perda leggermente efficienza, anche a causa degli effetti di riframmentazione. Un secondo parametro per controllare la correttezza dell'algoritmo di selezione è la purezza  $p$  data

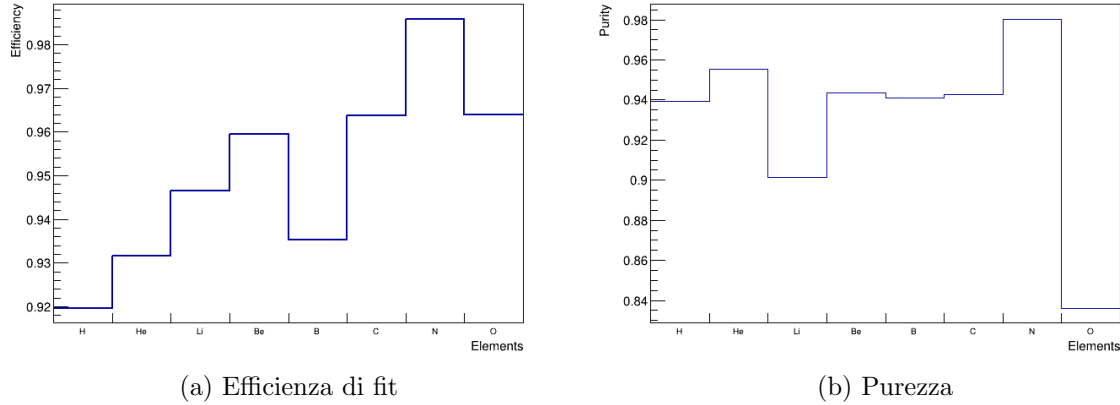


Figura 4.3: Distribuzioni di efficienza di fit e di purezza, suddivisi per elemento

da

$$p = \frac{n_{sc}}{n_g} \quad (4.3)$$

dove  $n_{sc}$  è il numero di tracce associate correttamente all'elemento atomico e  $n_g$  è il numero di tracce generate per quell'elemento. In Fig.4.3b è riportata la distribuzione delle purezze suddivise per elemento. Un calo della purezza è dovuto anche alla presenza di ioni riframmentati che, in seguito alla riframmentazione presentano una carica diversa e, al momento della rivelazione di questa da parte del TW, vi è una erronea associazione di carica per i diversi punti della traccia.

Per stimare quindi quanto gli effetti di riframmentazione incidano su questi parametri ho stimato l'efficienza di riframmentazione e di non riframmentazione dell'algoritmo di selezione, introducendo le condizioni di discriminare precedentemente esposte.

**Efficienza di selezione di ioni riframmentati e frammenti secondari rispetto a tutti gli ioni selezionati.** Questa efficienza  $\varepsilon_{sf}$  è calcolata tramite:

$$\varepsilon_{sf} = \frac{n_{sf}}{n_s} \quad (4.4)$$

con  $n_{sf}$  numero di ioni che subiscono una riframmentazione o che sono prodotti da questa e selezionati e  $n_s$  numero di tracce selezionate. La distribuzione risultante è riportata in Fig.4.4. In questa distribuzione è possibile notare come la maggior parte delle tracce che hanno subito una riframmentazione o che siano prodotte da questa siano ioni leggeri. Questo è dovuto al fatto che, a causa della maggiore sezione d'urto di produzione per gli elementi leggeri, è più facile produrre ioni H e He in seguito a una riframmentazione. Tramite una media pesata è quindi stimata l'efficienza globale di questo effetto riportata nella distribuzione.



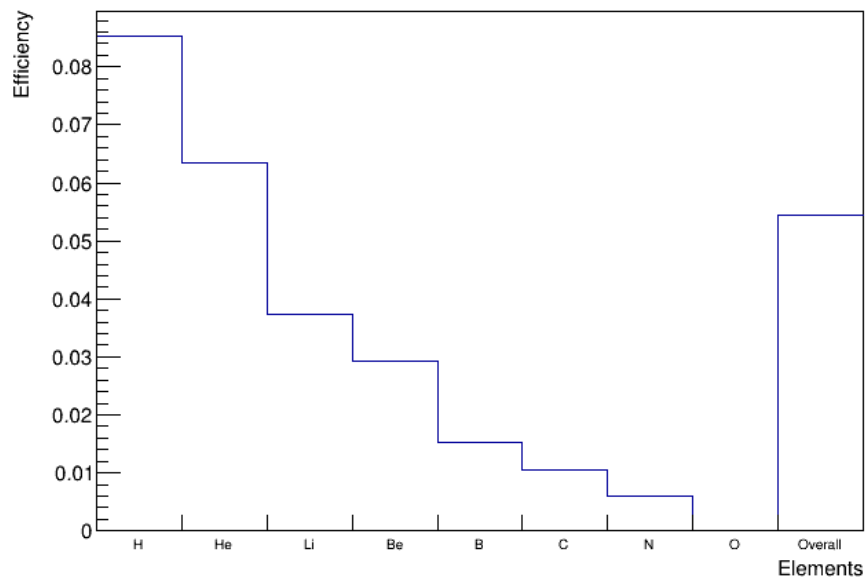


Figura 4.4: Efficienze di selezione per ioni che riframmentati e sono frammenti secondari rispetto a tutte le tracce selezionate. Nella colonna *Overall* è riportata una media pesata che rappresenta l'efficienza globale di questo fenomeno.

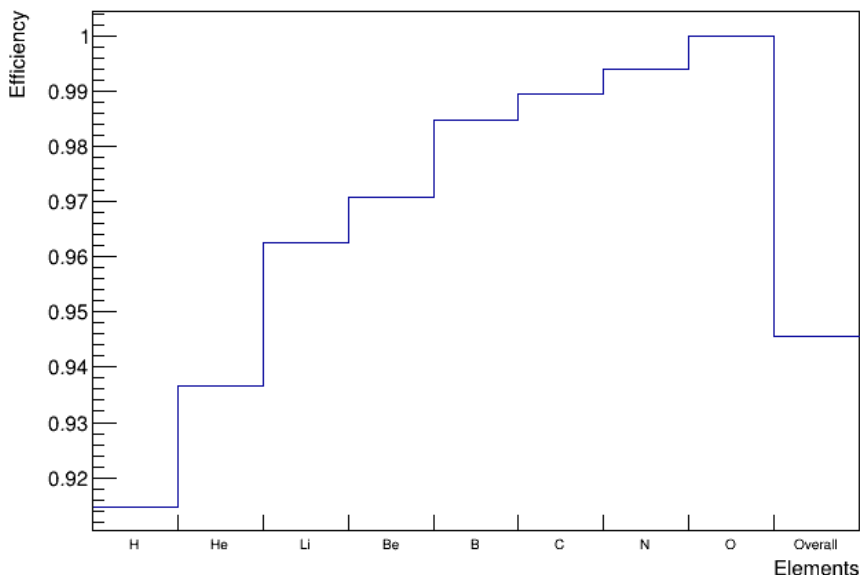


Figura 4.5: Distribuzioni delle efficienze di selezione di ioni non riframmentati suddivisi per elemento. L'ultima colonna (*Overall*) è una media pesata delle efficienze e rappresenta l'efficienza globale

**Efficienza di selezione di ioni non riframmentati rispetto a tutti gli ioni selezionati.** Infine, ho stimato l'efficienza di non riframmentazione. Per fare ciò ho considerato gli ioni selezionati che non hanno subito una riframmentazione. L'efficienza  $\varepsilon_{sn}$  è quindi data da:

$$\varepsilon_{sn} = \frac{n_{sn}}{n_s} \quad (4.5)$$

con  $n_{sn}$  numero di tracce selezionate generate da uno ione non riframmentato e  $n_s$  numero di tracce selezionate. In Fig.4.5 sono riportate le efficienze suddivise per elemento e l'efficienza globale. Da questa distribuzione si può notare come le tracce selezionate per gli ioni leggeri, in particolare H e He, siano quelle con la minor efficienza di selezione e corrispondono alle efficienze maggiori di Fig.4.4. Le efficienze poi crescono al crescere del numero atomico. Questo aumento è causato da una minore sezione d'urto di produzione come frammenti secondari a cui corrispondono delle minori efficienze di Fig.4.4. È infatti possibile notare nell'efficienza globale come, pur avendo contributi di efficienza  $\sim 1$  dagli ioni pesanti, vi sia un maggior contributo degli ioni leggeri che causano così la diminuzione dell'efficienza riportata in distribuzione.

### 4.3 Studi Cinematici

Per trovare degli osservabili che permettano di escludere le tracce generate da ioni riframmentati da quelle generate da ioni non riframmentati ho studiato alcune distribuzioni cinematiche di particolare interesse.

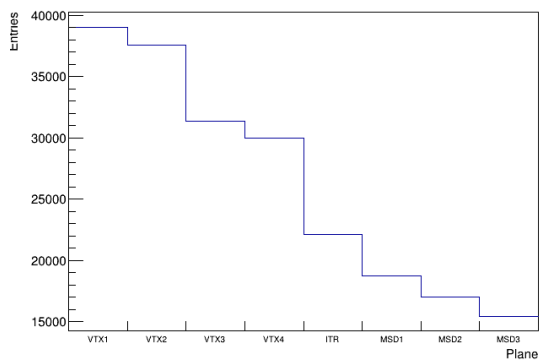
Come prima distribuzione ho analizzato le distribuzioni di hit per piano di rivelazione riportate in Fig.4.6 raggruppate in 4 differenti tipologie. In queste distribuzioni è possibile notare come ci sia una generale perdita di accettazione nel procedere con i piani di rivelazione nel caso di frammenti leggeri, in particolare in seguito al passaggio nel campo magnetico, in quanto i piani più lontani sono caratterizzati da minor accettazione angolare per costruzione. Al contrario per i frammenti pesanti, a causa della loro traiettoria più rettilinea all'interno del campo magnetico, vi è una minor perdita di accettazione. Inoltre, vi è un maggior contributo di occorrenze di ioni leggeri nelle distribuzioni di ioni non riframmentati: questo accade a causa del passaggio contemporaneo di due o più ioni nello stesso pixel del VTX detector che causano un unico segnale e successivamente si separano sufficientemente per fornire due segnali diversi nei rivelatori.

La complessiva diminuzione del contributo di ioni riframmentati o frammenti secondari, nelle relative distribuzioni, è dovuta a due cause: in primo luogo, come verrà mostrato successivamente, i frammenti secondari vengono generati con direzioni omogenee intorno alla direzione dello ione, già in media più lontano dal centro del rivelatore, sfuggendo così più facilmente ai diversi rivelatori; in secondo luogo parte dei frammenti decade lungo il suo percorso, non venendo così più rivelati.

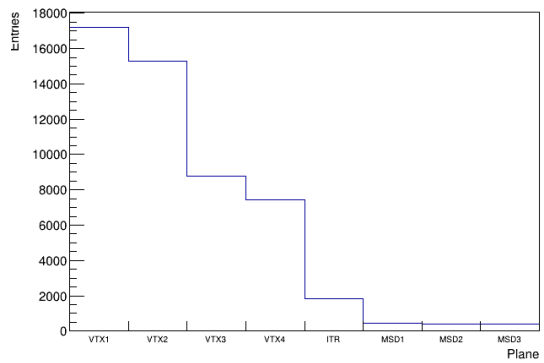
Per avere informazioni più complete su tutta l'area di tracciamento ho quindi studiato le distribuzioni della coordinata  $z$  di generazione dei prodotti di riframmentazione.

Queste distribuzioni sono riportate in Fig.4.7 dove, in verde, sono riportate le posizioni dei diversi rivelatori. Si può osservare come, per gli ioni H e He, la produzione avviene sia in corrispondenza di alcuni rivelatori (VTX e MSD) che nello spazio tra questi. Ciò è riconducibile a una frammentazione con le molecole presenti nell'aria. Al contrario, per gli ioni pesanti ( $Z > 2$ ), ciò avviene più raramente mostrando come la maggior parte delle generazioni di quest'ultimi avvenga in corrispondenza dei piani di rivelazioni. In Fig.4.8, dove sono raccolti i contributi di tutti gli ioni, si può osservare come la maggior parte delle frammentazioni secondarie avvenga all'interno dei rivelatori, in particolare in corrispondenza del TOF-Wall. Quest'ultimo caso però non influenza la ricostruzione della traccia ma solo la misura della sua carica.

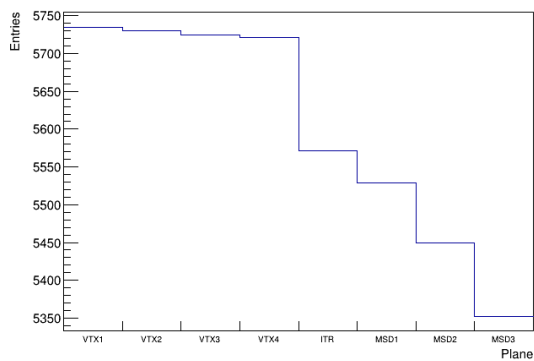
In Fig.4.9 sono riportate le distribuzioni in  $x$  e in  $y$ , ovvero sul piano trasversale alla direzione del fascio, degli hit sui diversi piani del Vertex Tracker suddivisi in ioni che non riframmentati e ioni riframmentati o frammenti secondari. Si può osservare come gli ioni non riframmentati sono più concentrati intorno al centro del rivelatore mentre quelli riframmentati sono distribuiti equamente su tutto il piano di rivelazione. Questo indica che i prodotti di frammentazione secondaria sono generati con direzioni più divergenti, che possono causare una perdita di accettazione a causa della loro traiettoria. Queste



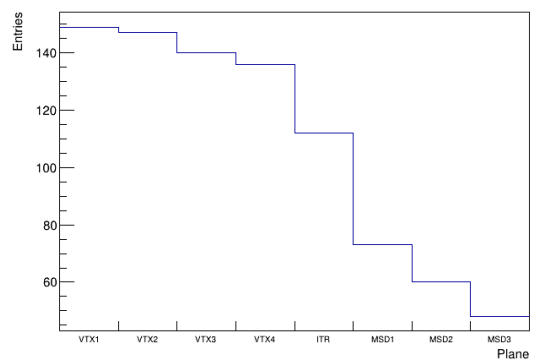
(a) Senza riframmentazioni



(b) Con riframmentazioni



(c) Senza riframmentazioni e  $Z > 2$



(d) Con riframmentazioni e  $Z > 2$

Figura 4.6: Distribuzioni di occorrenze in funzione del piano di rivelazione di ioni non riframmentati (con qualsiasi carica o con  $Z > 2$ ) e ioni che vanno incontro a riframmentazione e frammenti secondari (con qualsiasi carica o con  $Z > 2$ )

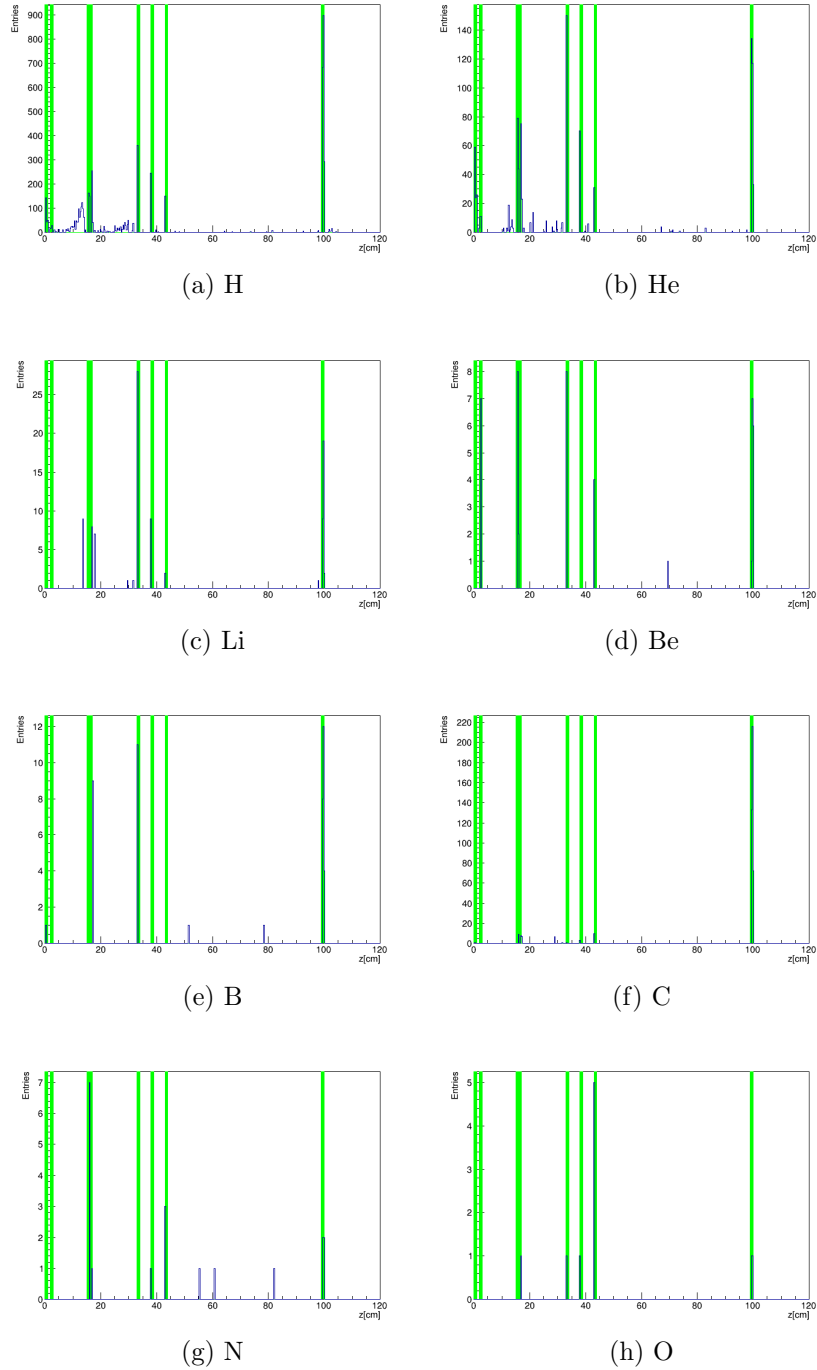


Figura 4.7: Coordinata Z di generazione dei frammenti, suddiviso per elementi. In verde i sensori in ordine da sinistra a destra: VTX ( $\sim 0.5$  cm), ITR ( $\sim 18$  cm), 3 piani di rivelazione di MSD ( $\sim 35$  cm) e TW ( $\sim 100$  cm)

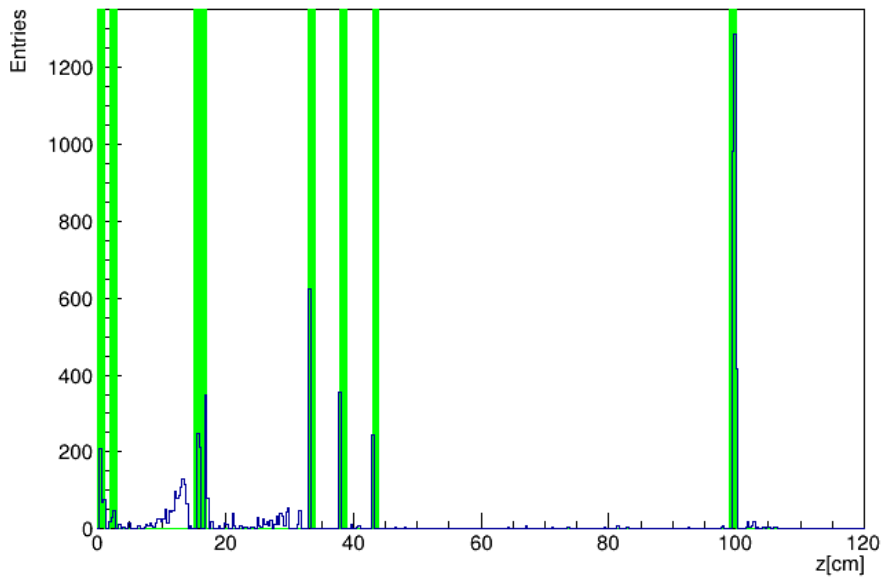


Figura 4.8: Coordinata Z di generazione di tutti i frammenti. In verde i sensori in ordine da sinistra a destra: VTX ( $\sim 0.5$  cm), ITR ( $\sim 18$  cm), 3 piani di rivelazione di MSD ( $\sim 35$  cm) e TW ( $\sim 100$  cm)

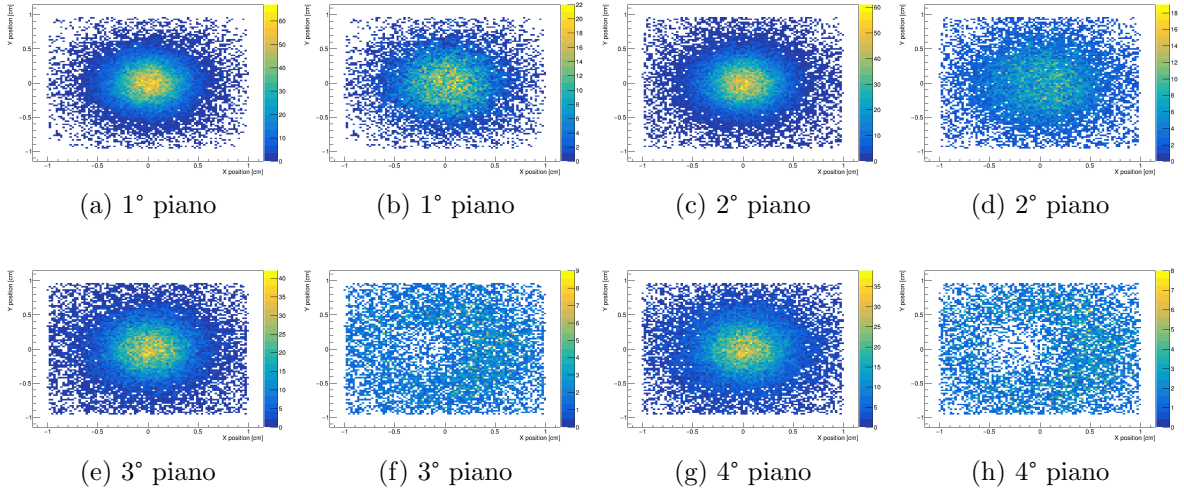


Figura 4.9: Distribuzioni in x e in y degli hit sui 4 piani di rivelazione del VTX divisi in ioni non riframmentati e ioni riframmentati o frammenti secondari.

differenze si possono notare anche in Fig.4.10 anche se, a causa della loro collocazione, questo effetto è meno marcato. In queste distribuzioni è inoltre possibile notare la curvatura delle traiettorie sul piano y-z. In prima approssimazione è possibile escludere gli hit ad una distanza  $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0.5$  cm escludendo circa il 35% – 40% di hit dovuti a frammenti secondari e circa il 3% – 4% di hit di frammenti primari.

Infine in Fig.4.11a si può osservare come la maggior parte dei frammenti secondari vengano prodotti con un impulso  $P < 1.5$  GeV mentre i frammenti primari vengono prodotti in maniera più omogenea. Osservando le distribuzioni di Fig.4.12 si può notare come la maggior parte dei frammenti primari prodotti con impulso minore di 1.5 GeV siano ioni H e He. Come prima approssimazione è quindi possibile escludere i prodotti di frammentazione secondaria considerando solo i frammenti con impulso  $P \geq 1.5$  GeV. In Fig.4.11b si può osservare la distribuzione risultante ed è possibile notare come la maggior parte dei frammenti secondari siano stati esclusi. Tramite questo taglio è possibile escludere  $\sim 85\%$  frammenti secondari e solo  $\sim 40\%$  ioni non riframmentati: in particolare di questi  $\sim 95\%$  sono H e  $\sim 4\%$  sono He che non sono il focus primario del setup di FOOT considerato in questo studio. Un setup con rivelatori ad emulsione è dedicato alla misura delle sezioni d'urto di questi ioni

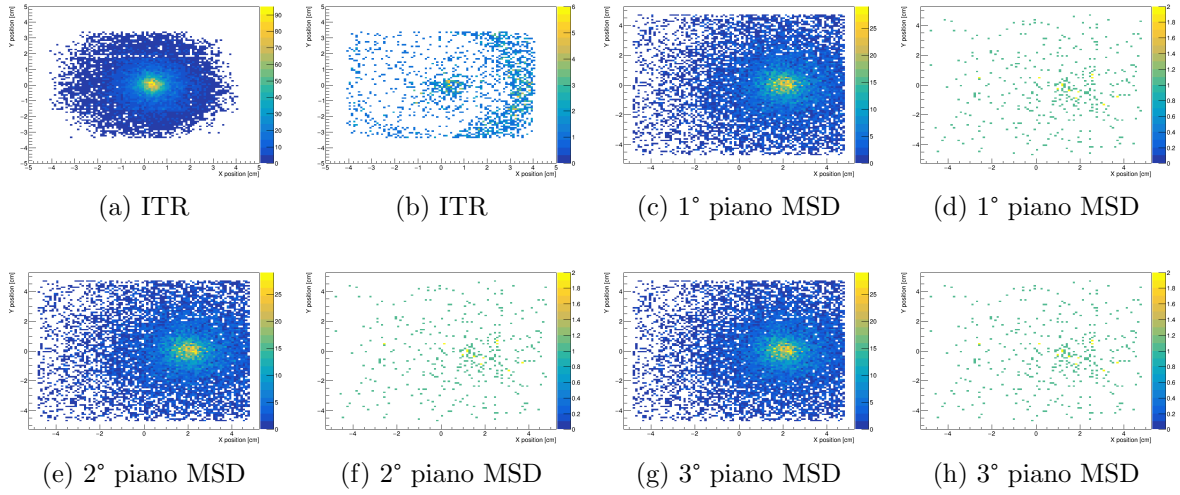


Figura 4.10: Distribuzioni in x e in y degli hit sull'ITR e sui 3 piani di rivelazione del MSD divisi in ioni non riframmentati e ioni riframmentati o frammenti secondari.

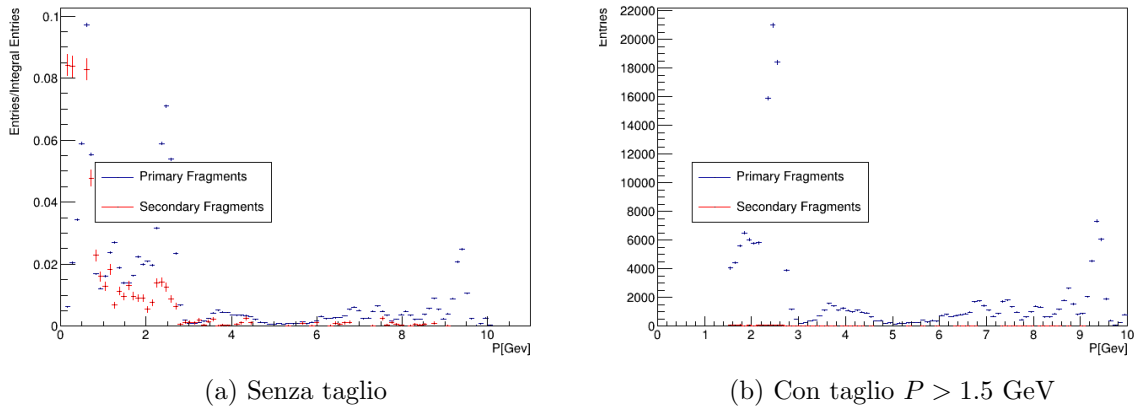


Figura 4.11: Distribuzioni in momento per ioni primari e secondari complessive e con il taglio  $P > 1.5$  GeV



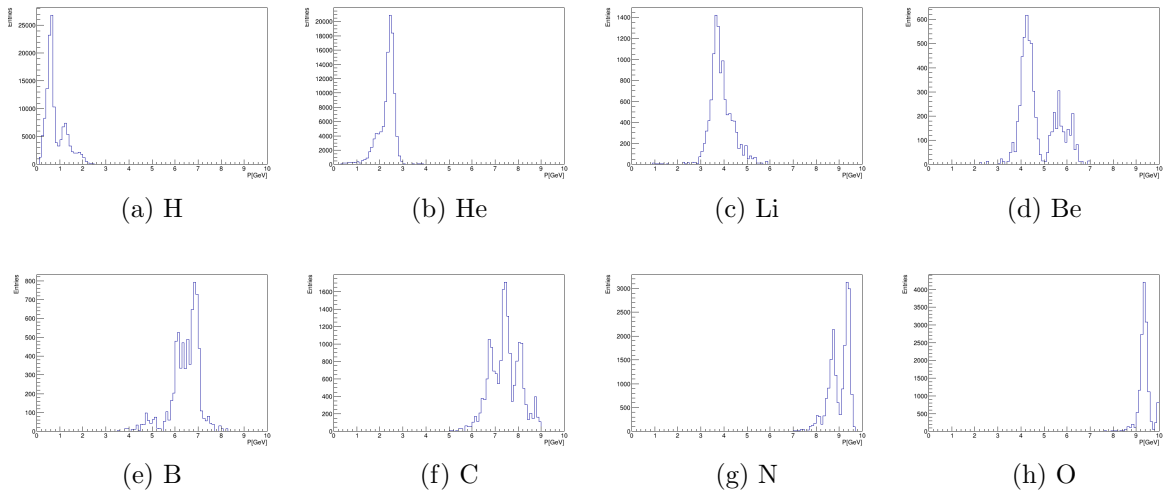


Figura 4.12: Distribuzioni in momento per ioni primari suddivisi per elemento

# Conclusione

L'obiettivo di questa tesi è studiare l'impatto delle frammentazioni secondarie nell'ambito del tracciamento dell'esperimento FOOT. FOOT (FragmentatiOn Of Target) è un esperimento per la misura di precisione di sezioni d'urto di frammentazione nucleare volto a migliorare le tecniche di adroterapia. Infatti, questo tipo di misure non sono attualmente disponibili in letteratura con la precisione necessaria ai piani di trattamento clinico nell'intervallo energetico di interesse per i trattamenti adroterapici. L'adroterapia è una terapia oncologica che sfrutta le peculiarità del comportamento di protoni e ioni pesanti, ovvero adroni, per fornire la dose in maniera più precisa, causando minor danni collaterali ai tessuti circostanti rispetto alle tecniche radioterapiche. Infatti, la curva di Bragg che caratterizza il rilascio di energia nella materia, degli adroni presenta un picco, detto picco di Bragg, alla fine del percorso della particella in cui è concentrata l'energia rilasciata. Grazie a questa caratteristica è possibile infatti curare tumori vicino ad organi sensibili come l'occhio o il cuore.

Per ottenere queste misure con sufficiente precisione è necessario poter ricostruire l'impulso dei frammenti, generati in seguito alla collisione del fascio con il bersaglio, con una precisione di almeno  $dP/P < 5\%$ . L'impulso è ricostruito dall'algoritmo di tracciamento che per questo è fondamentale all'interno dell'esperimento FOOT. Tuttavia, è possibile che i frammenti subiscano una seconda frammentazione all'interno della zona di tracciamento, andando così a creare topologie di complessa ricostruzione o causando una errata associazione di carica. Per questo risulta essere molto importante poter identificare e valutare questi effetti all'interno dell'algoritmo di tracciamento.

Nel corso di questa tesi ho quindi studiato questi eventi per poter innanzitutto capire l'impatto sulla strategia di tracciamento attuale e per trovare alcuni osservabili che permettano di distinguere gli eventi riframmentati. Questo risulta fondamentale per poter supportare un successivo sviluppo nell'algoritmo di selezione per riconoscere e discriminare le due diverse tipologie di evento, per trattarli con strategie dedicate, migliorando le prestazioni del tracciamento. Per fare ciò ho dapprima studiato le efficienze attualmente ottenute e, per poterle migliorare, ho studiato come variassero le efficienze di rivelazione in presenza di frammentazione secondarie, includendo delle condizioni che permettessero di distinguerle, basandomi sulle quantità simulate dal Monte Carlo. Da queste, ho potuto notare come gli effetti di riframmentazione fossero rilevanti soprattutto per gli ioni

più leggeri (H e He).

Successivamente ho eseguito uno studio su alcune distribuzioni cinematiche. Ho quindi inizialmente analizzato quali zone dell'apparato sperimentale causassero il maggior numero di frammentazioni secondarie analizzando delle distribuzioni sui dati simulati da cui è emerso che le frammentazioni secondarie avvengono principalmente all'interno dei rivelatori, per gli ioni pesanti, mentre è più frequente che vi siano frammentazioni secondarie anche con l'aria per gli ioni leggeri. Successivamente, analizzando le distribuzioni in posizione x-y e in momento  $P$ , ho potuto ottenere alcune informazioni sulle caratteristiche di questi eventi. Infatti, i frammenti generati da una frammentazione secondaria presentano una direzione meno focalizzata intorno alla direzione del fascio. Applicando quindi un taglio sugli eventi che sui primi piani del Vertex Tracker sono ad una distanza  $r > 0.5$  cm è possibile escludere circa il 35%–45% di eventi di frammentazione secondaria andando a perdere solo il 3%–4% di eventi che invece non hanno subito questo effetto. Inoltre, i frammenti generati da questi eventi presentano un momento  $p$  molto inferiore rispetto a quelli che non hanno subito una frammentazione secondaria e, introducendo un taglio sul momento a  $P < 1.5$  GeV è possibile eliminare circa 85% dei frammenti generati da una frammentazione secondaria perdendo solo circa 40% degli eventi principali. Tra gli eventi principali, la maggior parte di tracce perse sono costituite da ioni idrogeno H ( $\sim 95\%$ ) e da ioni elio He ( $\sim 4\%$ ). Questo non risulta essere critico poiché esclude principalmente ioni leggeri, che non sono il focus principale del setup di FOOT considerato nel mio studio. Infatti, un setup con rivelatori ad emulsione è dedicato alla misura di sezioni d'urto di ioni H e He.

# Bibliografia

- [1] H. Sung, J. Ferlay, R. L. Siegel, M. Laversanne, I. Soerjomataram, A. Jemal, F. Bray, *Global Cancer Statistics 2020: GLOBOCAN Estimates of Incidence and Mortality Worldwide for 36 Cancers in 185 Countries*. CA Cancer J Clin, 71, 3 (2021). DOI:10.3322/caac.21660
- [2] J. M. Borrás, Y. Lievens, C. Grau, *The need for radiotherapy in Europe in 2020: Not only data but also a cancer plan*. Acta Oncol, 54, 9 (2015). DOI:10.3109/0284186X.2015.1062139
- [3] W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiment, A How-to Approach*. Berlino: Springer, 1987.
- [4] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Passage of Particle Through Matter*. Phys Rev D **98**, 030001 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001
- [5] M. Durante e H. Paganetti, *Nuclear physics in particle therapy: a review*. Rep Prog Phys, 79, 096702 (2016). DOI: 10.1088/0034-4885/79/9/096702
- [6] A. Alexander *et al.*, *FOOT CDR Conceptual Design*, 2017. DOI 10.13140/RG.2.2.28904.78080
- [7] G. Battistoni, M. Toppi, V. Patera and the FOOT collaboration, *Measuring the Impact of Nuclear Interaction in Particle Therapy and in Radio Protection in Space: the FOOT Experiment*. Front Phys, 8, 568242 (2021). DOI: 10.3389/fphy.2020.568242
- [8] K. Fujii e ACFA Sim-J Group, *Extended Kalman Filter*, Reference Manual, 2013.
- [9] FLUKA: <http://www.fluka.org/fluka.php>
- [10] GENFIT: <http://www.genfit.sourceforge.net>
- [11] Repository SHOE: <https://baltig.infn.it/asarti/shoe>