

ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA  
Sede di Forlì

Corso di Laurea in  
INGEGNERIA AEROSPAZIALE  
Classe L-09

ELABORATO FINALE DI LAUREA  
in Fondamenti di Meccanica Orbitale

**Implementazione di un algoritmo per lo studio di Ionosfere attraverso  
radio occultazioni two-way**

CANDIDATO

Lorenzo Obersnel

RELATORE

Prof. Paolo Tortora

CORRELATORE

Dott. Edoardo Gramigna

ANNO ACCADEMICO 2020/2021

## Sommario

1	Introduzione .....	3
2	Titano.....	4
2.1	Caratteristiche orbitali e dimensione .....	5
2.2	Struttura e superficie.....	5
2.3	Atmosfera .....	6
3	La missione Cassini-Huygens .....	6
3.1	Obiettivi della missione .....	7
3.2	La sonda e la strumentazione scientifica.....	8
3.3	Il sistema di radio scienza .....	9
4	Le radio occultazioni.....	10
4.1	Geometria di un'occultazione two-way .....	11
4.2	Relazione dei residui di frequenza.....	14
4.3	Relazioni dei parametri di impatto.....	15
4.4	Relazione degli angoli di rifrazione.....	16
4.5	Trasformazione abeliana e profilo di densità elettronica .....	17
5	Algoritmo per radio occultazioni two-way, single-frequency .....	18
5.1	Valutazione dei tempi e delle posizioni.....	19
5.2	Soluzione dell'occultazione .....	19
5.3	Validazione dell'algoritmo two-way, single-frequency .....	21
6	Occultazione di Titano. Confronto con dual-frequency .....	23
7	Conclusione .....	27
	Bibliografia.....	28

## 1 Introduzione

Gli esperimenti di radio occultazione sono una tecnica di telerilevamento che consente di ottenere i profili verticali delle proprietà atmosferiche e ionosferiche dei corpi celesti. Il primo esperimento di radio occultazione è stato effettuato nel 1965 dalla sonda Mariner IV, per la prima caratterizzazione diretta dell'atmosfera di Marte (Kliore et al., 1965). Negli anni '60 e '70 sono stati sviluppati i modelli matematici e le tecniche necessarie per analisi più precise, prima da (Phinney & Anderson, 1968), in cui l'analisi delle radio occultazioni è messa in relazione con le tecniche per l'analisi delle onde sismiche, poi da (Eshleman, 1973). Negli articoli di Kliore et al. e di Eshleman e in (Fjeldbo & Kliore, 1971) sono presentati metodi one-way, mentre Jenkins è tra i primi a descrivere un metodo two-way, in (Jenkins, 1994).

Gli esperimenti di radio occultazione permettono di ottenere risoluzioni e risultati migliori rispetto alla maggior parte dei metodi alternativi per lo studio dei profili atmosferici di corpi celesti. Inoltre, questa tecnica non soffre di problematiche legate alla calibrazione degli strumenti. Le radio occultazioni sono pertanto uno strumento chiave per lo studio delle atmosfere dei corpi celesti e delle loro ionosfere. Tuttavia, le competenze necessarie all'analisi di questo tipo di esperimenti non sono, come sottolineato in (Withers, Moore, & Beerer, 2014), affatto diffuse, anzi, citando, “[...]radio occultation investigations are often viewed by the planetary science community as an esoteric speciality.”<sup>1</sup> Nell'articolo, proprio per aumentare la diffusione di queste conoscenze, è descritto con grande precisione il procedimento per l'analisi dei dati delle radio occultazioni one-way, single-frequency, di corpi a simmetria sferica. Nella continuazione di tale articolo, pubblicata come (Withers & Moore, 2020) è descritto come utilizzare radio occultazioni two-way per ottenere i profili di densità elettronica delle ionosfere di corpi con simmetria sferica.

Nel tirocinio che ha preceduto la stesura di questo elaborato finale è stato sviluppato l'algoritmo per l'analisi dei profili ionosferici per mezzo di radio occultazioni two-way, single-frequency, seguendo le indicazioni di (Withers & Moore, 2020). L'algoritmo è stato validato con dati simulati.

Per la stesura di questo elaborato, come prima cosa l'algoritmo è stato validato nuovamente, con dati reali relativi a una radio occultazione di Marte della sonda Maven, pubblicati in (Withers, et al., 2020). Infine, sono stati analizzati i profili relativi all'occultazione T102 del 18

---

<sup>1</sup> [...] le ricerche di radio occultazione sono spesso viste dalla comunità delle scienze planetarie come una specialità esoterica.” (Withers, Moore, & Beerer, 2014)

giugno 2014 di Titano da parte della sonda Cassini, nelle bande X e S. I risultati sono stati confrontati con i profili ricavati da due diverse analisi dual-frequency della stessa occultazione.

La sonda Cassini ha effettuato numerosi fly-by di Saturno, dei suoi anelli e dei suoi satelliti, in particolare di Enceladus e Titano. Fino a dicembre 2011 gli esperimenti sono stati eseguiti utilizzando il one-way link. Successivamente, in seguito al malfunzionamento dell'Ultra Stable Oscillator di bordo, è stato sfruttato il two-way link. Il Sistema di Radio Scienza a bordo dell'orbiter aveva a disposizione tre diverse bande di frequenza, pertanto è stato possibile effettuare esperimenti multi-frequency, più precisi e facili da analizzare. Le descrizioni delle metodologie di analisi delle occultazioni multi-frequency di Titano e di Saturno per la ionosfera, insieme ai risultati ottenuti, sono disponibili in (Withers & Dalba, 2020) e (Schinder, 2020).

Questo elaborato è suddiviso come segue. Nella prima parte sono rapidamente descritte le peculiarità di Titano, che è l'obiettivo della radio occultazione analizzata all'interno di questo lavoro di tesi. Successivamente, sono riportati gli obiettivi e le caratteristiche della missione Cassini-Huygens. Nella parte centrale sono trattate le radio occultazioni ed è esposta la metodologia di analisi di un'occultazione two-way, single-frequency, per la caratterizzazione della ionosfera di un corpo celeste con simmetria sferica. La trattazione teorica è seguita dalla descrizione dell'algoritmo sviluppato e dalla sua validazione con i risultati di Maven presentati da (Withers et al. 2020). Nella sezione successiva sono riportati i risultati dell'analisi dell'occultazione T102 di Titano e il confronto con l'analisi multi-frequency. L'elaborato si chiude con la discussione dei risultati e conclusioni.

## 2 Titano

Scoperto nel 1655 dall'astronomo olandese Christiaan Huygens, Titano è il satellite più grande tra quelli di Saturno, nonché il secondo in tutto il sistema solare. La maggior parte delle conoscenze relative al Satellite derivano dalla missione Cassini-Huygens, che ha fornito numerose informazioni sulla superficie oltre la spessa atmosfera, composta principalmente da azoto. Sulla sua superficie sono presenti fiumi di etano e metano liquidi, sotto la superficie è probabilmente presente un oceano di acqua liquida. Le sue peculiarità e la sua struttura chimica rendono Titano un corpo celeste di particolare interesse: l'oceano di acqua liquida potrebbe ospitare delle forme di vita simili a quelle che conosciamo, nei fiumi e laghi in superficie, invece, potrebbe essere presente un tipo di vita in forma diversa da quella nota.

Gli esperimenti di radio occultazione offrono un utile strumento per la misura dei profili verticali delle proprietà della sua atmosfera neutra e della ionosfera, che sono di estremo interesse, date le sue caratteristiche uniche nel sistema solare, e relativamente vicine a quelle dell'atmosfera terrestre. Effettuando più occultazioni in momenti diversi, come fatto da Cassini, è possibile ricercare e monitorare le variazioni cicliche delle caratteristiche dei profili.

Distanza orbitale media	Velocità orbitale media	Eccentricità dell'orbita	Raggio equatoriale
$1,221865 \cdot 10^6 \text{ km}$	$20051,2 \text{ km/h}$	0,0288	2574,7 km

Volume	Massa	Accelerazione gravitazionale alla superficie	Principali costituenti atmosferici
$7,1496320086 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$	$1,34552523083241 \cdot 10^{23} \text{ kg}$	$1,354 \text{ m/s}^2$	$N_2, CH_4$

Tabella 1: Caratteristiche di Titano.

## 2.1 Caratteristiche orbitali e dimensione

Titano orbita attorno a Saturno con un raggio orbitale medio di 1221865 km ed eccentricità pari a 0,0288, a una velocità media di 20051,2 km/s. La sua orbita è sincrona, pertanto mostra sempre la stessa faccia a Saturno, così come la Luna con la Terra. Ha un periodo orbitale e un giorno di durata simile a 16 giorni terrestri. Titano orbita sul piano equatoriale di Saturno e quindi presenta una variazione stagionale piuttosto lenta, che dipende dall'orbita di Saturno attorno al Sole. Per completare un'orbita completa attorno al sole Saturno e Titano impiegano circa 29 anni terrestri.

Titano ha una massa di circa  $1345 \cdot 10^{20} \text{ kg}$  e un raggio equatoriale di 2574,7 km. Ciò lo rende circa due volte e mezzo più piccolo della Terra, o 1,8 volte più grande della Luna. In questo lavoro è stato assunto il raggio pari a 2575 km, coerentemente con quanto tipicamente utilizzato in letteratura scientifica, come riportato in (Schinder, 2020).

## 2.2 Struttura e superficie

Dalla missione Cassini-Huygens, Titano sembra avere un nucleo roccioso, circondato da uno strato di ghiaccio. Attorno allo strato di ghiaccio c'è un grande mare salato, a sua volta coperto da un secondo strato ghiacciato. Su questo ultimo strato sono depositati vari tipi di molecole

organiche di origine atmosferica. In superficie, alla temperatura di circa 94 K, sono presenti laghi e fiumi di etano e metano. Per la presenza di attività liquida in superficie Titano assomiglia notevolmente alla Terra, essendo l'unico oltre a essa ad avere questa peculiarità, tra tutti i corpi celesti del Sistema Solare. Il metano è presente anche nell'atmosfera, e occasionalmente forma nubi e piove sulla superficie. Così come etano e metano si comportano in modo simile all'acqua sulla Terra, il ghiaccio su Titano ha un ruolo simile a quello che ha la roccia sul nostro pianeta: viene eroso dai fiumi e forma la "sabbia", insieme a composti idrocarburici. Probabilmente, così come sulla Terra è presente un'attività vulcanica, con roccia fusa che chiamiamo "lava", su Titano può essere presente della lava che altro non è che acqua liquida. Sul satellite è anche presente una certa attività tettonica.

### 2.3 Atmosfera

Titano, unico tra tutti i satelliti del Sistema Solare, presenta una densa atmosfera, che si estende per circa 600 chilometri sopra alla superficie. L'atmosfera è composta primariamente da azoto e in minor parte da metano e altri composti. Negli strati più alti dell'atmosfera la radiazione del Sole e particelle ad alta energia riescono a spezzare i legami nelle molecole di azoto e metano, e queste poi, ricombinandosi, danno luogo a molteplici tipi di composti organici. Alcuni di questi composti sono responsabili della coltre gialla che ricopre il satellite e che lo rende inosservabile nelle lunghezze d'onda del visibile.

## 3 La missione Cassini-Huygens

La missione Cassini-Huygens è una missione congiunta di NASA, ESA, e ASI, con lo scopo di esplorare Saturno, i suoi anelli e i suoi satelliti. Cassini è stata lanciata nel 1997. Dopo due gravity assist attorno a Venere, uno attorno alla Terra e uno attorno a Giove, la sonda è entrata nell'orbita di Saturno nel 2004, cominciando la sua missione nominale, che è poi stata estesa per due volte, fino al 2017. La missione nominale è terminata nel 2008, la seconda, chiamata "Equinox Mission" si è svolta dal 2008 al 2010 e l'ultima, la "Solstice Mission", è durata sette anni, dopo la quale la sonda Cassini è stata distrutta dalle forze aerodinamiche nell'atmosfera di Saturno nel famoso "Cassini Gran Finale". La distruzione ha garantito che la sonda non potesse impattare con un satellite di Saturno e inquinare l'ambiente, in particolare con il combustibile radioattivo dei tre RTG che la alimentavano. La sonda Huygens si è separata dalla Cassini nel 2005, atterrando dopo 21 giorni su Titano. La discesa, controllata con un paracadute, è durata quasi due ore e mezza, e una volta raggiunta la superficie la sonda ha continuato a

trasmettere verso Cassini per 72 minuti misure e informazioni relative alla composizione dell'atmosfera e alla superficie del satellite.

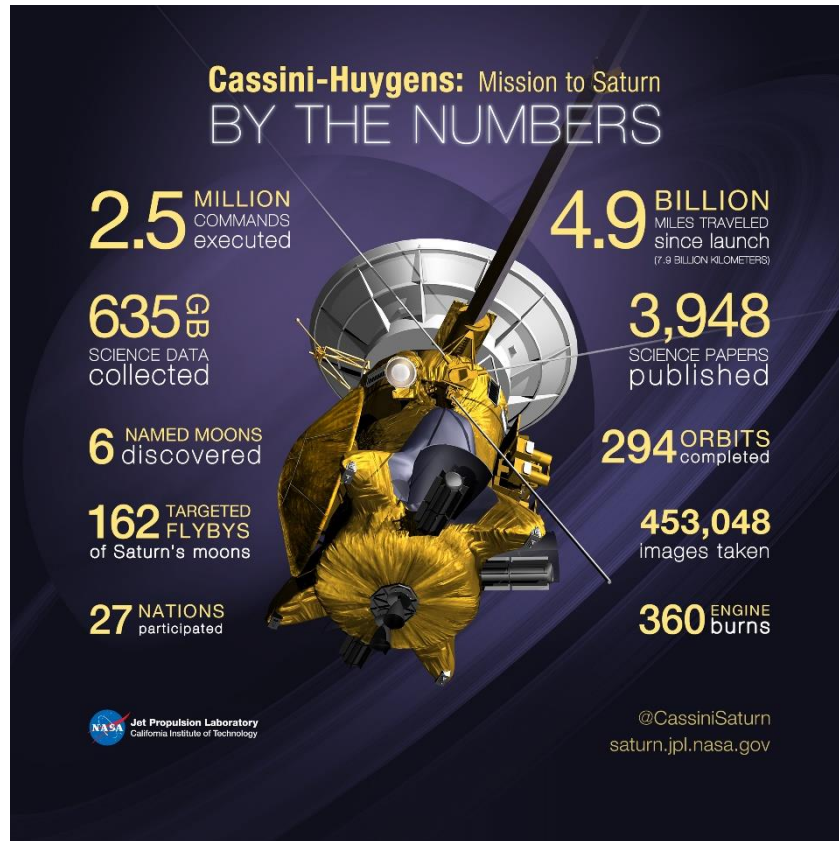


Figura 1: Cassini-Huygens By the Numbers. NASA/Jet Propulsion Laboratory-Caltech, 29 agosto 2017.

### 3.1 Obiettivi della missione

Nella prima missione, la sonda Huygens aveva come obiettivi principali:

- la descrizione della ionosfera e la sua interazione con la magnetosfera di Saturno;
- la determinazione dei componenti dell'atmosfera e delle loro proporzioni e la descrizione dell'evoluzione dell'atmosfera;
- la ricerca di tracce di molecole organiche complesse, l'investigazione delle fonti energetiche alla base dei processi chimici in atmosfera e dell'interazione dell'atmosfera con la radiazione solare;
- la determinazione della composizione e dello stato fisico della superficie di Titano e della sua struttura interna e la misurazione dei venti e delle temperature.

Nel corso delle tre missioni, la sonda Cassini ha raggiunto un gran numero di obiettivi, i cui principali si possono riassumere in:

- lo studio della struttura dell'atmosfera di Saturno e delle sue variazioni nello spazio e nel tempo e della presenza di nubi, la determinazione della velocità di rotazione del pianeta e della sua struttura interna, la ricerca delle relazioni della ionosfera con il campo magnetico;
- lo studio della composizione, della distribuzione, della configurazione degli anelli e la loro interazione con la magnetosfera di Saturno, la ricerca di satelliti inglobati tra gli anelli e le loro interazioni con gli anelli stessi, la stima dell'età degli anelli e l'investigazione delle loro variazioni temporali;
- lo studio delle variazioni stagionali nell'atmosfera di Titano e del suo ciclo del metano, insieme alla sonda Huygens, l'analisi della sua superficie e della struttura interna, la ricerca di fenomeni di crio-vulcanesimo, il monitoraggio delle nubi e dell'aerosol nell'atmosfera, lo studio dei laghi;
- la determinazione della composizione dei satelliti ghiacciati di Saturno, lo studio del satellite Enceladus, del suo oceano e dei fenomeni di crio-vulcanesimo;
- lo studio della magnetosfera di Saturno e delle sue variazioni stagionali, la sua interazione con gli anelli e i satelliti e l'atmosfera di Saturno stesso.

### 3.2 La sonda e la strumentazione scientifica

Cassini è uno dei più grandi satelliti di esplorazione planetaria mai costruiti, con una massa al lancio, compresa la sonda Huygens, di 5712 kg, un'altezza di 6,7 m e larghezza di 4 m. Per effettuare le manovre orbitali e per il controllo d'assetto l'orbiter ha a disposizione due propulsori principali, di cui uno di backup, a ossido d'azoto e idrazina, e sedici propulsori monopropellente a idrazina, a bassa spinta. L'assetto e la posizione della sonda sono determinate utilizzando sensori di sole, sensori stellari e giroscopi a stato solido. Per il controllo d'assetto, oltre ai propulsori, sono presenti ruote di reazione su tutti e tre gli assi.

Per la comunicazione con la Terra e con la sonda Huygens su Cassini sono montate un'antenna ad alto guadagno, con un riflettore di 4 m di diametro, e due antenne a basso guadagno che garantiscono una copertura omnidirezionale.

L'energia elettrica necessaria al funzionamento della strumentazione scientifica, dei moduli di comunicazione e di tutto il sistema è fornita da tre generatori termoelettrici a isotopi (RTG), con 10,9 kg di diossido di plutonio. Al lancio la potenza generata è di 300 W.



Cassini e Huygens caricavano a bordo una gran quantità di strumentazioni scientifiche, alcune delle quali utilizzabili anche per esperimenti diversi. Cassini portava con sé parecchi spettrometri, un analizzatore di polvere cosmica, sensori fotografici, magnetometri, radar, il modulo di radio scienza.

### 3.3 Il sistema di radio scienza

Il sistema di radio scienza (RSS) a bordo di Cassini aveva una massa di 14,38 kg e utilizzava una potenza di picco di 80,7 W. Per quanto riguarda la trasmissione del radio segnale, utilizzava l'antenna ad alto guadagno del sistema di telecomunicazione.

Gli esperimenti di radio scienza utilizzano il sistema radio della sonda e una serie di stazioni riceventi sulla Terra per misurare rifrazione, doppler shift e altre variazioni ai segnali. Queste variazioni in frequenza durante un esperimento di occultazione sono causate dalla gravità del pianeta stesso e al passaggio del segnale attraverso le atmosfere dei corpi celesti. Il RSS della sonda Cassini lavorava nelle tre bande di frequenza S, X e Ka (rispettivamente 2.4, 8.4 e 32 GHz). Gli esperimenti di radio occultazione si basano sulla stabilità del segnale inviato o ri-trasmesso dalla sonda. Il RSS includeva un Ultra Stable Oscillator (USO) proprio a questo scopo, il quale ha avuto un guasto nel dicembre del 2011. Dopo tale data, come riferimento stabile è stato utilizzato un segnale generato a Terra e trasmesso verso la sonda Cassini, la quale dopo aver moltiplicato il segnale per un fattore costante lo ritrasmetteva a Terra. Si passava così da collegamenti one-way a collegamenti two-way.

Per ricevere i segnali degli esperimenti di radio scienza la missione ha fatto affidamento inizialmente solo sulle antenne del Deep Space Network (DSN) del NASA Jet Propulsion Laboratory a Canberra, Goldstone e Madrid. Dopo il 2016 a queste si sono aggiunte le Deep Space Antenna (DSA) dell'ESTRACK, a Cebreros, New Norcia e Malargüe.

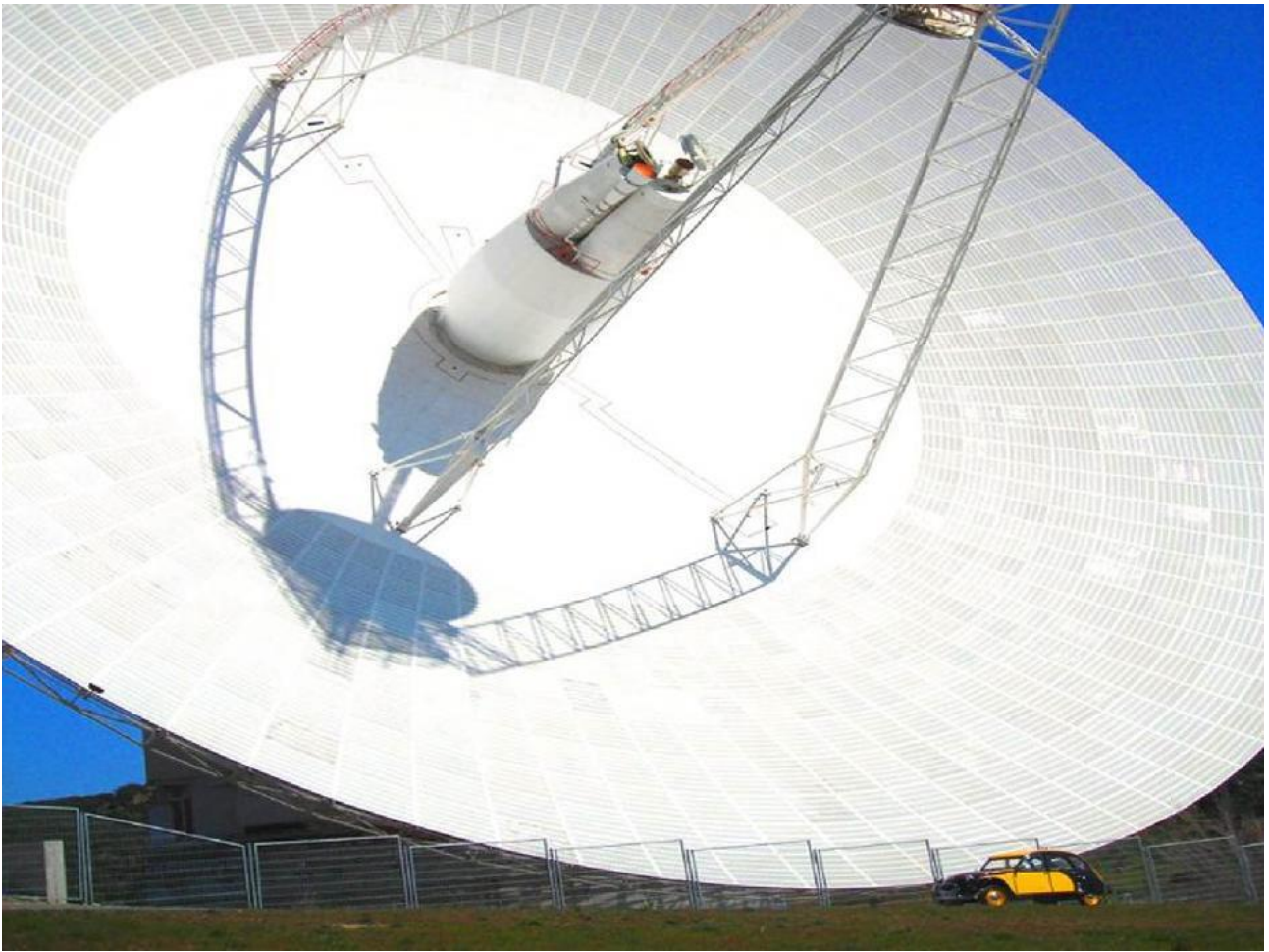


Figura 2: Antenna di 70 m presso il Madrid Deep Space Communications Complex (MDSCC). Foto di Thuy Mai, 7 agosto 2017.

#### 4 Le radio occultazioni

Gli esperimenti di radio occultazione sono tecniche di telerilevamento, in cui quindi non è presente un sensore che entra in contatto fisico con il corpo da osservare, ma sono sfruttate le proprietà dei campi elettromagnetici per studiare le proprietà fisiche dell'obiettivo. Negli esperimenti di radio occultazione si utilizza un collegamento radio tra un trasmettitore a bordo di una sonda e un ricevente in una stazione di Terra e si misura la variazione delle proprietà del segnale causata dal suo passaggio nell'atmosfera di un pianeta o un satellite. A causa della variazione dell'indice di rifrazione all'interno dell'atmosfera neutra e della ionosfera, il segnale viene rifratto causando un avanzamento di fase della frequenza portante. Questo viene osservato dal ricevitore come una variazione in frequenza rispetto al segnale originale. La piccola differenza tra il segnale ricevuto e quello che si sarebbe ricevuto in assenza di occultazione è detta "residuo":

$$\Delta f = f_{osservata} - f_{teorica} \quad (1)$$

Analizzando la serie dei residui è possibile ottenere rilevanti proprietà dell'atmosfera che si vuole analizzare, come i profili in funzione della quota di densità elettronica della ionosfera o di densità e temperatura per l'atmosfera neutra.

Gli esperimenti di radio occultazione possono essere one-way, in cui è utilizzato un USO a bordo della sonda per generare il segnale di riferimento stabile, o two-way, in cui il riferimento è un segnale inviato da Terra, che sarà quindi a sua volta modificato in frequenza dal passaggio nell'atmosfera sia nel tratto di uplink che in quello di downlink. In entrambi i casi, l'ipotesi di simmetria sferica del corpo semplifica notevolmente l'analisi dei residui. Infatti, per simmetria dell'atmosfera, il segnale radio è deviato sempre sullo stesso piano e pertanto il problema tridimensionale viene ridotto a un problema in due dimensioni.

L'atmosfera neutra è un cosiddetto mezzo non dispersivo, il quale è dunque indipendente dalla frequenza del segnale che la attraversa. D'altra parte, la ionosfera è invece un mezzo dispersivo, dunque presenta effetti diversi a seconda della frequenza utilizzata dai segnali che la attraversano. In questo contesto, è molto utile e interessante sfruttare questa caratteristica della ionosfera per poterla studiare accuratamente effettuando esperimenti, one-way o two-way, contemporaneamente a due frequenze, chiamati "multi-frequency". In un esperimento multi-frequency è possibile isolare i contributi di atmosfera neutra e ionosfera, rendendo l'analisi più agevole e precisa. Inoltre, per studiare la ionosfera di un corpo con un'occultazione multi-frequency non è necessario calcolare i residui in frequenza. Questo è vantaggioso, in quanto la loro valutazione non è banale.

#### 4.1 Geometria di un'occultazione two-way

Perché il segnale radio passi nell'atmosfera del corpo da analizzare, questi esperimenti sono eseguiti durante una "occultazione". Un'occultazione è il passaggio della sonda dietro al corpo, relativamente alla stazione di Terra, per poi eclissarsi e riapparire nuovamente. La geometria dell'esperimento può essere di "ingress", in cui la sonda, vista dalla stazione di Terra, si avvicina sempre di più al corpo celeste da analizzare, detto "target", per poi eclissarsi, o di "egress", in cui viceversa la sonda riappare visibile e si allontana dal corpo. Esistono anche occultazioni chiamate "grazing", in cui la sonda non si eclissa mai totalmente dietro al corpo, ma vi si avvicina e poi riallontana, passandovi accanto e rimanendo sempre visibile dalla stazione di Terra.

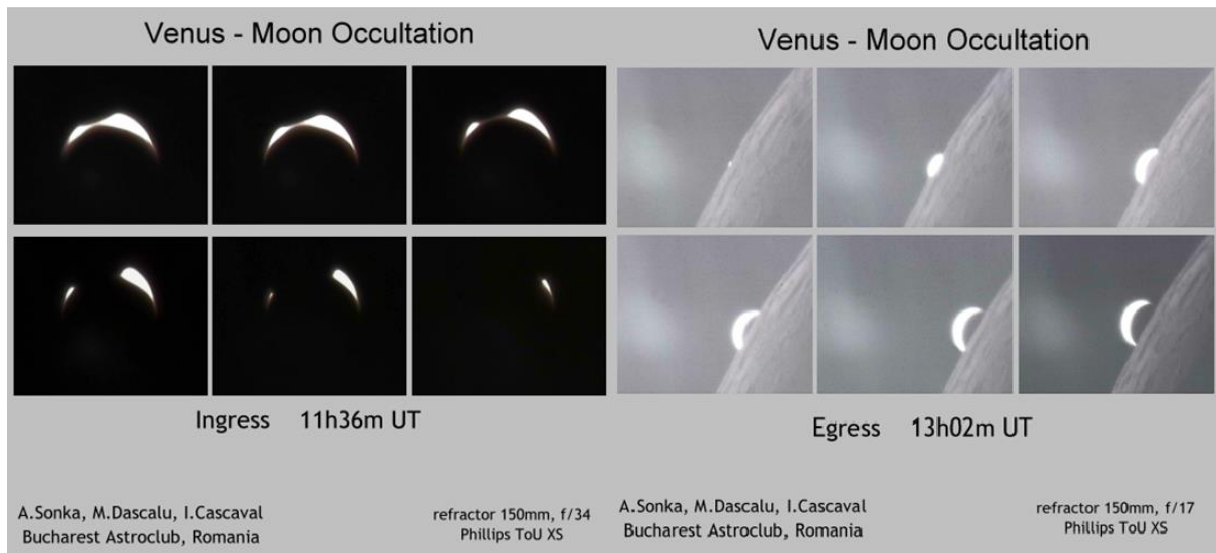


Figura 3: Occultazione di Venere da parte della Luna. Ingress (sinistra) e egress (destra). A. Sonka, M. Dascalu, I. Cascaval. Astroclubul București, România.

Perché sia possibile calcolare e analizzare i residui di frequenza è necessario conoscere con grande precisione la geometria dell'esperimento, quindi le posizioni relative tra i corpi e le loro velocità. A causa del moto relativo di spacecraft, stazione di Terra e target, la geometria varia con il tempo. Nel caso di occultazione "ingress" la minima distanza del segnale dal centro del target diminuisce con lo scorrere del tempo, viceversa per un'occultazione "egress" la minima distanza tra segnale e centro del target aumenta al passare del tempo. Per ogni istante in cui viene ricevuto il segnale alla stazione di Terra si parla di un'"osservazione".

In un esperimento two-way, il segnale attraversa l'atmosfera del target due volte: il tratto dalla stazione di Terra allo spacecraft è detto "uplink", mentre il tratto dallo spacecraft alla stazione di Terra "downlink". Ricevuto dallo spacecraft, il segnale di uplink prima di essere ritrasmesso viene amplificato e modificato in frequenza per un rapporto noto e costante, chiamato Turn Around Ratio (TAR). Inoltre, non è necessario che le trasmissioni in uplink e in downlink siano nella stessa banda. Solitamente viene inviato un segnale di uplink allo spacecraft in banda X, e vengono utilizzati diversi TAR per inviare a terra diverse bande, anche contemporaneamente. Infine, è possibile che la stazione di Terra trasmittente e ricevente non siano la stessa: in tal caso l'occultazione è chiamata three-way.

In assenza di target, i segnali di uplink e downlink si propagherebbero dall'antenna trasmittente alla ricevitrice in linea retta. Nel caso reale, detto anche "occultato", l'atmosfera del target devia il segnale. Prima di incontrare l'atmosfera del target e dopo averla superata il

segnale si propaga in linea retta, con due angoli diversi rispetto al segnale nel caso non occultato.

Seguendo la notazione di (Withers & Moore, 2020), in uplink la direzione di trasmissione del segnale all'antenna trasmittente e all'antenna ricevente sono chiamate rispettivamente  $\mathbf{n}_A$  e  $\mathbf{n}_B$  e in downlink  $\mathbf{n}_C$  e  $\mathbf{n}_D$ , distinguendo i due casi "diretto" e "occultato". I vettori  $\mathbf{n}_{A,occ}$ ,  $\mathbf{n}_{B,occ}$ ,  $\mathbf{n}_{C,occ}$ ,  $\mathbf{n}_{D,occ}$  sono le incognite del problema. A causa della simmetria sferica del target, questi giacciono sul piano definito da spacecraft, stazione di Terra e target, pertanto possono essere descritti dal loro angolo rispetto alle direzioni nel caso non occultato  $\mathbf{n}_{Dir}$ .

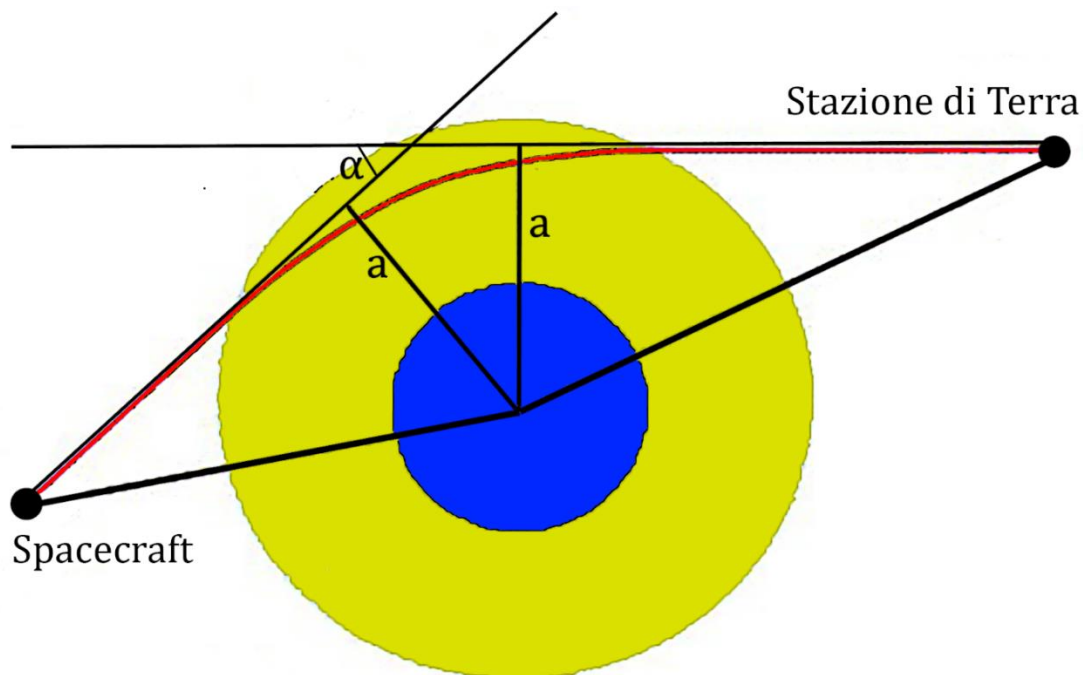


Figura 4: Geometria di una radio occultazione.  $a$  è il parametro di impatto,  $\alpha$  l'angolo di rifrazione.

È importante notare come, essendo la velocità di trasmissione del segnale finita, sia necessario calcolare le posizioni di ricevente, trasmittente e target in momenti diversi. Trasmittente nei momenti di trasmissione del segnale  $t_A$  e  $t_C$ , ricevente nei momenti di ricezione  $t_B$  e  $t_D$ . Come posizione del target è preso il punto di pseudo occultazione, ossia la posizione del target a un tempo  $t_{OAB}$  per l'uplink e  $t_{OCD}$  per il downlink, tale per cui è minima la distanza tra il target stesso e la linea che unisce ricevente e ricevitore, presi ciascuno ai rispettivi tempi.

I vettori  $\mathbf{n}$  definiscono univocamente i "parametri di impatto"  $a$  e gli "angoli di rifrazione"  $\alpha$  per un'osservazione. Il parametro di impatto di un ramo è la distanza dal target della retta, o "asintoto", di direzione  $\mathbf{n}_{occ}$ . Per l'ipotesi di simmetria sferica, il parametro di impatto è uguale

per i due rami di uplink ed è uguale per i due rami di downlink:  $a_A = a_B = a_{AB}$ ,  $a_C = a_D = a_{CD}$ . L'angolo di rifrazione, in uplink e downlink, è l'angolo compreso tra i due asintoti.

Le quattro equazioni risolventi sono:

- relazione dei residui di frequenza;
- relazione dei parametri di impatto in uplink;
- relazione dei parametri di impatto in downlink;
- relazione degli angoli di rifazione.

#### 4.2 Relazione dei residui di frequenza

Siano  $f_A$  e  $f_B$  le frequenze del segnale rispettivamente di trasmissione dalla stazione di Terra e di ricezione allo spacecraft,  $f_C$  e  $f_D$  le frequenze di trasmissione del segnale dallo spacecraft e di ricezione alla stazione di Terra. Siano inoltre distinte le frequenze dei due casi "diretto" e "occultato", tranne che per la frequenza trasmessa  $f_A$ , naturalmente la stessa nei due casi.

Come riportato in (Häusler, et al., 2007), i rapporti tra le due frequenze ricevute e trasmesse, garantiscono sia nel caso diretto che occultato:

$$\frac{f_B(t_B)}{f_A(t_A)} = \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{n}_B(t_B) \rangle}{c} - \frac{U_B(t_B)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{v}_B(t_B) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{n}_A(t_A) \rangle}{c} - \frac{U_A(t_A)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{v}_A(t_A) \rangle}{2c^2}} \quad (2)$$

$$\frac{f_D(t_D)}{f_C(t_C)} = \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{n}_D(t_D) \rangle}{c} - \frac{U_D(t_D)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{v}_D(t_D) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_C(t_C), \mathbf{n}_C(t_C) \rangle}{c} - \frac{U_C(t_C)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_C(t_C), \mathbf{v}_C(t_C) \rangle}{2c^2}}.$$

Per definizione del Turn Around Ratio (TAR),  $f_C = TAR f_D$ . Definendo, inoltre, i residui di frequenza:

$$\Delta f(t_D) = f_{D,occ}(t_D) - f_{D,dir}(t_D), \quad (3)$$

si ottiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta f(t_D)}{f_{D,occ}(t_D)} = & 1 - \left( \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{n}_{D,Dir}(t_D) \rangle}{c} - \frac{U_D(t_D)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{v}_D(t_D) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{n}_{D,Occ}(t_D) \rangle}{c} - \frac{U_D(t_D)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_D(t_D), \mathbf{v}_D(t_D) \rangle}{2c^2}} \right) \\
& \cdot \left( \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{n}_{B,Dir}(t_B) \rangle}{c} - \frac{U_B(t_B)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{v}_B(t_B) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{n}_{A,Dir}(t_A) \rangle}{c} - \frac{U_A(t_A)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{v}_A(t_A) \rangle}{2c^2}} \right) \\
& \cdot \left( \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{n}_{B,Dir}(t_B) \rangle}{c} - \frac{U_B(t_B)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{v}_B(t_B) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{n}_{B,Occ}(t_B) \rangle}{c} - \frac{U_B(t_B)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_B(t_B), \mathbf{v}_B(t_B) \rangle}{2c^2}} \right) \\
& \cdot \left( \frac{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{n}_{A,Occ}(t_A) \rangle}{c} - \frac{U_A(t_A)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{v}_A(t_A) \rangle}{2c^2}}{1 - \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{n}_{A,Dir}(t_A) \rangle}{c} - \frac{U_A(t_A)}{c^2} + \frac{\langle \mathbf{v}_A(t_A), \mathbf{v}_A(t_A) \rangle}{2c^2}} \right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Si può ottenere una versione “non relativistica” approssimata della relazione (4), trascurando i termini del tipo  $U/c^2$  e  $(v/c)^2$ . La semplificazione non relativistica rende la risoluzione del problema molto più agevole, fornendo risultati assolutamente accettabili.

È importante notare che, per poi poter utilizzare l'ipotesi di simmetria sferica del target nelle relazioni successive, è necessario scrivere la relazione dei residui di frequenza in un sistema di riferimento inerziale, in cui il target abbia velocità nulla.

### 4.3 Relazioni dei parametri di impatto

La simmetria sferica del target garantisce l'uguaglianza dei parametri di impatto dei due asintoti, tanto per il collegamento in uplink che per quello in downlink. Ricavando i parametri di impatto dalla geometria:

$$\begin{aligned}
a_A(t_{OAB}) &= L_{AP}(t_{OAB}) \sin \theta_A(t_{OAB}) \\
a_B(t_{OAB}) &= L_{BP}(t_{OAB}) \sin \theta_B(t_{OAB}).
\end{aligned} \tag{5}$$

Essendo questi uguali, allora:

$$a_{AB}(t_{OAB}) = L_{BP}(t_{OAB}) \sin \theta_B(t_{OAB}) = L_{AP}(t_{OAB}) \sin \theta_A(t_{OAB}). \tag{6}$$

Allo stesso modo, per il segnale in downlink si ottiene:

$$\begin{aligned} a_C(t_{OCD}) &= L_{CP}(t_{OCD})\sin\theta_C(t_{OCD}) \\ a_D(t_{OCD}) &= L_{DP}(t_{OCD})\sin\theta_D(t_{OCD}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$a_{CD}(t_{OCD}) = L_{DP}(t_{OCD})\sin\theta_D(t_{OCD}) = L_{CP}(t_{OCD})\sin\theta_C(t_{OCD}).$$

Dove sono indicate con  $L$  le distanze tra i corpi e con  $\theta$  gli angoli compresi tra la retta passante per ricevente o trasmittente e target, e gli asintoti di direzione  $\mathbf{n}_{Occ}$ .

Sono così ricavate due nuove relazioni nelle quattro incognite.

#### 4.4 Relazione degli angoli di rifrazione

L'ultima relazione necessaria coinvolge gli angoli di rifrazione in uplink,  $\alpha_{AB}$  e in downlink  $\alpha_{CD}$ :

$$\begin{aligned} \cos\alpha_{AB}(a_{AB}(t_{OAB})) &= \langle \mathbf{n}_{A,Occ}, \mathbf{n}_{B,Occ} \rangle \\ \cos\alpha_{CD}(a_{CD}(t_{OCD})) &= \langle \mathbf{n}_{C,Occ}, \mathbf{n}_{D,Occ} \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Non esiste una quarta relazione esatta che possa chiudere il problema. Infatti, la rifrazione causata dalla ionosfera è dipendente dalla frequenza del segnale stesso, mentre invece la rifrazione causata dall'atmosfera neutra ne è indipendente. Dal momento che il segnale cambia in frequenza, principalmente a causa del TAR, in uplink e downlink, a causa della ionosfera il percorso del segnale sarà diverso nei due casi. Non essendo ancora noti i profili atmosferici, la variazione del percorso non è prevedibile. Inoltre, il percorso sarà ulteriormente diverso in quanto tra i due momenti di pseudo occultazione  $t_{OAB}$  e  $t_{OCD}$  passa un certo tempo, nel quale la geometria dei corpi varia.

In (Jenkins, 1994) sono ampiamente discusse le metodologie di soluzione di un problema di radio occultazione two-way, proponendo varie approssimazioni e procedimenti iterativi. In particolare, l'articolo si concentra sullo studio dell'atmosfera neutra di Venere con gli esperimenti di radio occultazione effettuati dalla sonda Magellano nel 1991.

In (Withers & Moore, 2020) l'obiettivo principale è lo studio della ionosfera dei corpi, pertanto viene proposto di trascurare completamente l'atmosfera neutra. Infatti, tipicamente il



contributo della ionosfera è rilevante a quote più alte rispetto a quelle in cui l'atmosfera neutra risulta dominante sulla rifrazione del segnale. Trascurando inoltre la variazione di geometria data dalla velocità finita della luce, poiché la rifrazione varia con il quadrato della frequenza del segnale, si può ottenere l'ultima relazione, approssimata:

$$\alpha_{AB}(a_{AB}(t_{OAB})) = TAR^2 \alpha_{CD}(a_{CD}(t_{OCD})). \quad (9)$$

#### 4.5 Trasformazione abeliana e profilo di densità elettronica

Per ottenere le grandezze cercate, è necessario ricavare il profilo dell'indice di rifrazione  $\mu$  dell'atmosfera in funzione dell'altitudine, a partire dai parametri di impatto e dagli angoli di rifrazione. Nelle appendici di (Fjeldbo & Kliore, 1971) sono ricavate sia l'inversione per ray-tracing, utilizzabile anche in caso di asimmetria dell'atmosfera del target, sia l'inversione nel caso, più semplice, di simmetria sferica del problema. La formulazione di quest'ultimo problema, che è quello di interesse in questa trattazione, è un caso particolare di un problema matematico risolto da Abel nel 1826. Qui è utilizzata la convenzione sui segni di (Ahmad & Tyler, 1998) e (Withers & Moore, 2020), per cui la deviazione del segnale è positiva quando rivolta verso il target. Pertanto, l'angolo di rifrazione relativo alla ionosfera sarà negativo. Questa convenzione è opposta a quella dell'appendice di (Fjeldbo & Kliore, 1971), in cui è ricavata la soluzione al problema abeliano, per cui:

$$\alpha(a) = -2a \int_{r=r_0}^{r=\infty} \frac{d\mu}{\mu dr} \frac{1}{\sqrt{(\mu r)^2 - a^2}} dr, \quad (10)$$

che invertita diventa:

$$\pi \ln \mu(r_0) = - \int_{a=a_0}^{a=\infty} \ln \left\{ \frac{a}{a_0} + \sqrt{\left[ \left( \frac{a}{a_0} \right)^2 - 1 \right]} \right\} \frac{da}{a}. \quad (11)$$

$r_0$  indica la minima distanza tra il segnale occultato e il centro del target per una particolare osservazione e soddisfa, per la cosiddetta regola di Bouguer:

$$r_0 = \frac{a_0}{\mu(r_0)}. \quad (12)$$

Applicando la trasformazione a ogni osservazione si ottiene il profilo dell'indice di rifrazione in funzione di  $r$ .

La densità elettronica  $N_e$  della ionosfera è legata all'indice di rifrazione dalla relazione:

$$\mu - 1 = \nu = - \frac{N_e e^2}{8\pi m_e \varepsilon_0 f^2} \cong - \frac{40,3 \frac{1}{m^3 s^2} N_e}{f^2}, \quad (13)$$

in cui  $\nu$  è chiamato rifrattività,  $-e$  è la carica elettronica,  $m_e$  è la massa elettronica,  $\varepsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto e  $f$ , misurata in Hertz, è la frequenza del segnale.  $N_e$  è misurata in  $m^{-3}$ .

È interessante notare come la frequenza del segnale vari nel passaggio attraverso l'atmosfera, e pertanto come questa non sia esattamente costante, né nota. Si può tuttavia utilizzare, nel caso in cui si scelgano gli angoli di rifrazione di downlink, la frequenza ricevuta alla stazione di Terra.

I parametri di impatto, per quanto detto nella sezione 4.4, saranno leggermente diversi per l'uplink e il downlink. Dal momento, però, che i residui a disposizione rappresentano il doppler shift totale del segnale, non è possibile separare i due contributi in uplink e downlink. Sarà pertanto conveniente scegliere come parametro di impatto per la trasformazione abeliana la media dei parametri di impatto in uplink e downlink.

## 5 Algoritmo per radio occultazioni two-way, single-frequency

L'algoritmo ricava il profilo di densità elettronica della ionosfera relativo all'occultazione di un corpo celeste, a partire dai residui di frequenza two-way. Il codice è stato sviluppato in ambiente MATLAB, seguendo le linee guida di (Withers & Moore, 2020). L'algoritmo è stato validato inizialmente utilizzando un'occultazione simulata, la stessa utilizzata da (Withers & Moore, 2020). Successivamente è stato validato con dati reali, relativi a un'occultazione da parte della sonda Mars Atmosphere Volatile Evolution (MAVEN) di Marte del 20 settembre 2016. I risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli pubblicati in (Withers, et al., 2020), si veda la sezione 5.3.

Per la valutazione dei residui è necessario conoscere con grande precisione le traiettorie e le velocità degli oggetti coinvolti nell'occultazione. Le effemeridi ricostruite dei corpi celesti e delle sonde sono valutate dal Deep Space Network e rese disponibili dal Navigation and

Ancillary Information Facility (NAIF), per mezzo di uno strumento chiamato SPICE. SPICE è un sistema informatico costruito per assistere scienziati e scienziate nell'interpretare i dati provenienti da strumentazioni spaziali, e ingegneri e ingegnere a pianificare e condurre missioni spaziali. SPICE raccoglie le informazioni necessarie da file chiamati "kernel", che possono contenere le effemeridi di satelliti o corpi celesti, informazioni su strumenti o grandezze fisiche, riferimenti di spazio o tempo. Il software SPICE, integrato all'interno dell'ambiente MATLAB, elabora le informazioni dei kernel e le restituisce in formato consono all'utilizzo; nel caso della valutazione delle posizioni, per ogni istante è associata la posizione del corpo in quel dato istante. Nella versione per MATLAB del tool, chiamata MICE, è possibile elaborare i vettori contenenti le informazioni in parallelo, quindi senza l'utilizzo di cicli.

### 5.1 Valutazione dei tempi e delle posizioni

Per ogni osservazione, a partire dall'istante di ricezione del segnale alla stazione di Terra  $t_D$ , si ricavano gli istanti di trasmissione  $t_C$  e ricezione  $t_B$  alla sonda, considerati contemporanei, e poi l'istante di trasmissione dalla stazione di Terra  $t_A$ , considerando la propagazione del segnale di velocità pari alla velocità della luce nel vuoto e lungo una linea retta. Gli istanti  $t_{OAB}$  e  $t_{OCD}$  di valutazione dei punti di pseudo occultazione sono ricavati con un procedimento iterativo. Assumendo che il target sia più vicino alla sonda che alla stazione di Terra gli istanti sono posti in prima approssimazione uguali a  $t_B = t_C$ . Viene poi costruita la retta passante per lo spacecraft e la stazione di Terra e trovato il punto di pseudo occultazione per cui la distanza del target dalla retta è minima. Calcolato il tempo  $\Delta t$  necessario al segnale per propagarsi dallo spacecraft al punto di pseudo occultazione o viceversa, viene sottratto o sommato a  $t_B = t_C$ , aggiornando così la valutazione degli istanti  $t_{OAB} = t_B - \Delta t_{OAB}$ ,  $t_{OCD} = t_C + \Delta t_{OCD}$ . Il procedimento è iterato fino a ottenere la precisione desiderata.

Sono allora valutate le posizioni e le velocità dei corpi ai rispettivi tempi. Le grandezze sono dapprima riferite a un sistema inerziale centrato nel baricentro del sistema solare e a esso solidale, poi riportate a un sistema, considerato inerziale, centrato e solidale con il centro del target, in modo da poter utilizzare l'ipotesi di simmetria sferica, che ci consente di imporre le due relazioni dei parametri di impatto.

### 5.2 Soluzione dell'occultazione

Sfruttando la bidimensionalità del problema dovuta all'ipotesi di simmetria sferica le quattro equazioni risolventi aventi come incognite i quattro vettori unitari  $\mathbf{n}_{A,OCC}$ ,  $\mathbf{n}_{B,OCC}$ ,  $\mathbf{n}_{C,OCC}$ ,  $\mathbf{n}_{D,OCC}$ , sono riscritte in funzione di quattro incognite angolari  $\varepsilon_A$ ,  $\varepsilon_B$ ,  $\varepsilon_C$ ,  $\varepsilon_D$ , definite come gli angoli tra

i vettori unitari diretti e occultati. Ci sono quattro versioni diverse del sistema, a seconda dell'approssimazione scelta: la versione relativistica non lineare, la non relativistica non lineare, la linearizzazione del sistema non relativistico e la versione semplificata della linearizzazione del sistema non relativistico. Nel corso di questo lavoro è stata ovunque utilizzata l'approssimazione lineare del sistema non relativistico, la cui soluzione si ottiene dalle espressioni:

$$\frac{\Delta f(t_D)}{f_{D,occ}(t_D)} = \varepsilon_C \left( \left( V'_C(t_C) + V'_D(t_D) \frac{L_{CP}(t_{OCD})\cos\varphi_C}{L_{DP}(t_{OCD})\cos\varphi_D} \right) + TAR^2 \frac{\left( 1 + \frac{L_{CP}(t_{OCD})\cos\varphi_C}{L_{DP}(t_{OCD})\cos\varphi_D} \right)}{\left( 1 + \frac{L_{BP}(t_{OAB})\cos\varphi_B}{L_{AP}(t_{OAB})\cos\varphi_A} \right)} \left( V'_A(t_A) \frac{L_{BP}(t_{OAB})\cos\varphi_B}{L_{AP}(t_{OAB})\cos\varphi_A} + V'_B(t_B) \right) \right) \quad (14)$$

$$\varepsilon_B \left( 1 + \frac{L_{BP}(t_{OAB})\cos\varphi_B}{L_{AP}(t_{OAB})\cos\varphi_A} \right) = TAR^2 \varepsilon_C \left( 1 + \frac{L_{CP}(t_{OCD})\cos\varphi_C}{L_{DP}(t_{OCD})\cos\varphi_D} \right)$$

$$\varepsilon_B \left( 1 + \frac{L_{BP}(t_{OAB})\cos\varphi_B}{L_{AP}(t_{OAB})\cos\varphi_A} \right) = TAR^2 (\varepsilon_C + \varepsilon_D)$$

$$\varepsilon_A + \varepsilon_B = TAR^2 (\varepsilon_C + \varepsilon_D).$$

dove gli angoli  $\varphi$  sono tali che  $\varphi = \theta - \varepsilon$  e  $V' = \frac{\langle \mathbf{v}, \mathbf{n}_X \rangle}{c}$  ( $\mathbf{n}_X$  è la direzione perpendicolare ai  $\mathbf{n}_{Dir}$ , sul piano definito da spacecraft, target e stazione di Terra,  $\mathbf{v}$  è la velocità relativa al target e  $c$  è la velocità della luce nel vuoto).

Ottenuti gli angoli di rifrazione in downlink  $\alpha_{CD}$  e i parametri di impatto medi  $a_{mean} = \frac{a_{AB} + a_{CD}}{2}$ , si effettua l'integrazione abeliana, dalle basse quote alle alte. Pertanto, nel caso in cui l'occultazione sia di tipo ingress, parametri di impatto e angoli di rifrazione sono ordinati all'inverso dell'ordine di ricezione delle osservazioni. Alla rifrazione ottenuta si associa una quota con la regola di Bouguer e infine si calcola il profilo di densità elettronica con le formule esposte nella sezione 4.5.

### 5.3 Validazione dell'algoritmo two-way, single-frequency

L'algoritmo è stato inizialmente validato tramite un'occultazione simulata, come descritto nell'articolo (Withers & Moore, 2020), che però non fornisce le tecniche per la generazione sintetica dei residui. Per ottenere i residui simulati è stata utilizzata la relazione:

$$\Delta f = \frac{f}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{40,3}{f^2} \int N_e dl \right), \quad (15)$$

dove  $\int N_e$  è la densità elettronica integrata sulla linea di vista. In questa versione approssimata si suppone che il raggio possa essere considerato come linea retta.

La geometria utilizzata dalla simulazione è simile a un'occultazione di Marte. Per modellare l'atmosfera è stato utilizzato un profilo di Chapman come definito in (Wright, 1960), ponendo a zero la densità elettronica sopra i 300 km di quota, ossia:

$$N_e(h) = \begin{cases} N_{max} e^{\frac{1-z(h)-e^{-z(h)}}{2}}, & 0 < h \leq 300km \\ 0, & h > 300km \end{cases} \quad (16)$$
$$z = \frac{h - h_{max}}{H},$$

dove  $N_{max} = 2 * 10^{11} m^{-3}$  è la densità elettronica di picco,  $h_{max} = 120 km$  la quota del picco e  $H = 10 km$  l'altezza di scala.

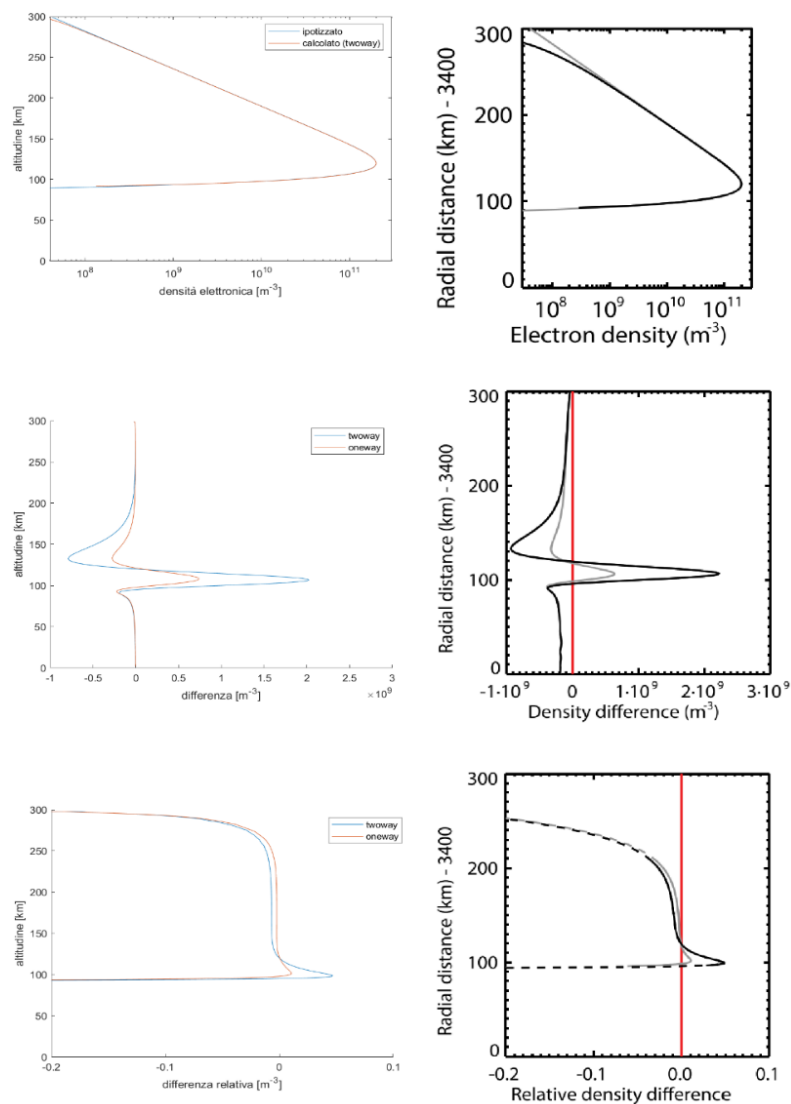


Figura 5: Confronto tra i risultati della validazione dell'algorithmo sviluppato (sinistra) con i grafici forniti da (Withers & Moore, 2020) (destra). I grafici in alto rappresentano il profilo di densità elettronica, ipotizzato (blu e grigio) e ricavato (rosso e nero). I grafici al centro mostrano la differenza tra i profili ipotizzato e ricavato (blu e nero). In rosso e grigio è mostrata la stessa differenza, ma per un'occultazione equivalente a un'osservazione one-way. I grafici in basso mostrano la differenza tra i profili ipotizzato e ricavato (blu e nero). In rosso e grigio è mostrata la stessa differenza, ma per uno scenario equivalente a un'osservazione one-way.

L'algorithmo è stato ulteriormente validato con dati reali, analizzando l'occultazione di ingresso del 20 settembre 2016 di Marte della sonda MAVEN e confrontando i risultati con quelli pubblicati in (Withers, et al., 2020).<sup>2</sup> Il profilo ottenuto è del tutto congruente a quello presentato nell'articolo, con gli stessi valori di picco alle stesse quote. Pertanto, queste due analisi con dati reali e simulati confermano il corretto funzionamento dell'algorithmo sviluppato.

<sup>2</sup> Le serie temporali di frequenza ricevuta e residuo sono disponibili su [https://pds-ppi.igpp.ucla.edu/data/maven-rose-calibrated/data/sky/2016/09/mvn\\_rse\\_l2\\_sky\\_20160920T181701\\_v01\\_r01.tab](https://pds-ppi.igpp.ucla.edu/data/maven-rose-calibrated/data/sky/2016/09/mvn_rse_l2_sky_20160920T181701_v01_r01.tab).

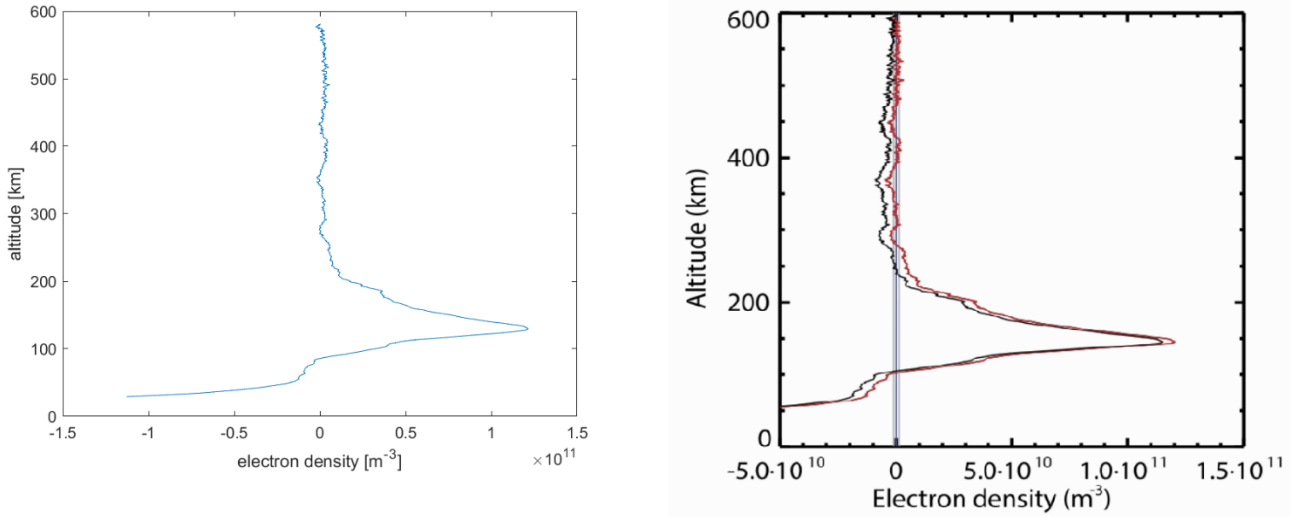


Figura 6: Confronto tra i risultati dell'analisi con l'algoritmo sviluppato (sinistra) e i risultati forniti in (Withers, et al., 2020) (destra) dell'occultazione ingress del 20 settembre 2016 di Marte da parte della sonda MAVEN.

## 6 Occultazione di Titano. Confronto con dual-frequency

Dopo aver validato l'algoritmo si è passati allo studio dell'occultazione two-way Cassini-Titano T102, effettuata il 18 giugno 2014. Questa analisi è di particolare interesse perché permette di caratterizzare le performance del metodo single-frequency rispetto all'analisi multi-frequency, la quale rappresenta il miglior metodo per lo studio di ionosfere (qualora siano disponibili almeno due bande in downlink e ricevute contemporaneamente alla stessa stazione di Terra). Il segnale in downlink dell'occultazione è stato ricevuto nelle bande X e S dall'antenna di 70 m di diametro DSS-43, a Canberra, la stessa antenna trasmettente il segnale in uplink. Inoltre, l'antenna DSS-34, sempre a Canberra, di 34 m, ha ricevuto i segnali nelle bande X e Ka.

Per questa analisi sono stati studiati i segnali nelle bande X e S. Sono stati sviluppati profili di densità elettronica indipendenti nelle due bande e un terzo profilo, ottenuto combinando i profili di rifrattività nelle due bande in modo da cancellare il contributo non dispersivo dato dall'atmosfera neutra. Come spiegato in (Schinder, 2020), che definisce  $N = \nu * 10^6$ , la densità elettronica si può ricavare a partire da:

$$\begin{cases} N_S = N_0 - 4,03 * 10^{13} \frac{N_e}{f_S^2}; \\ N_X = N_0 - 4,03 * 10^{13} \frac{N_e}{f_X^2} \end{cases} \quad (17)$$

per cui, sottraendo membro a membro:

$$N_S - N_X = 4,03 * 10^{13} N_e (f_X^{-2} - f_S^{-2}). \quad (18)$$

Dal momento che le frequenze in banda X e S trasmesse da Cassini sono in rapporto  $\frac{f_X}{f_S} = \frac{11}{3}$ , si ricava la densità elettronica:

$$N_e = \frac{f_S^2 (N_S - N_X)}{4,03 * 10^{13} \left(1 - \left(\frac{3}{11}\right)^2\right)}. \quad (19)$$

È importante notare che, pur utilizzando in questo caso entrambe le frequenze, non si tratta di un metodo multi-frequency, ma dell'utilizzo, su ogni frequenza, dell'algoritmo single-frequency e della loro successiva combinazione. L'utilizzo di entrambe le frequenze permette di isolare il contributo della ionosfera e di ottenere un profilo migliore.

Gli esperimenti di radio occultazione sono comunemente soggetti a errori sistematici, che possono per esempio essere causati da errori nella ricostruzione dell'orbita. L'offset dei profili ricavati si può individuare in quanto a quote molto alte è noto che la densità elettronica deve essere nulla. Si può quindi trovare una funzione polinomiale, preferibilmente di basso grado (0 o 1), che interpoli i residui in frequenza esclusivamente alle alte quote, per poi sottrarla all'intera serie temporale dei residui. Analizzando la serie di residui corretti si ottiene un profilo che non presenta l'offset sistematico. La scelta dell'insieme di campioni con cui ricavare la polinomiale correttiva non è facilmente automatizzabile, pertanto viene svolta manualmente.



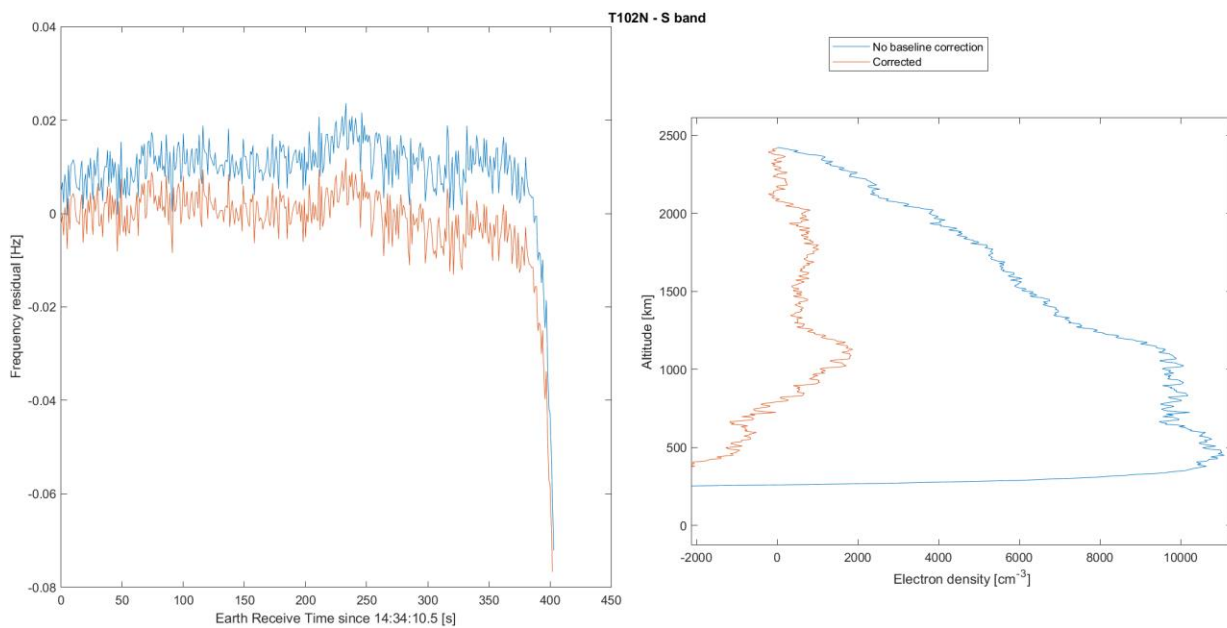


Figura 7: Confronto tra i residui prima e dopo la correzione (sinistra) e densità elettronica ricavata con e senza la correzione (destra); occultazione T102 ingress, banda S. Analisi two-way, single-frequency.

Per l'occultazione in ingresso sono stati utilizzati i residui dalle ore 14:34:10.5 alle 14:41:10.5 UTC, del 18 giugno, con count time delle serie temporali dei residui a 1 s. Sui residui è stato effettuato un fit di primo grado sui primi 58 campioni per la banda X e sui primi 56 per la banda S.

Il profilo analizzato con metodo single-frequency è stato confrontato con lo stesso profilo ottenuto con l'analisi multi-frequency effettuata dal Radio Science and Planetary Exploration Laboratory dell'Alma Mater Studiorum - Università di Bologna e con il profilo, sempre multi-frequency, presentato in (Dalba & Withers, 2019). L'analisi multi-frequency è quella più precisa e quindi di riferimento. Il profilo single-frequency ottenuto risulta essere compatibile, come previsto, a quelli analizzati con metodi multi-frequency, discostandosi leggermente solo prima e dopo il picco intorno ai 1000 km. L'analisi single-frequency è meno precisa di quella multi-frequency, pertanto il profilo ottenuto può essere considerato soddisfacente e coerente con le analisi precedenti, sia a livello qualitativo che quantitativo, come si può vedere in Figura 7, e rientra all'interno del range di incertezze del profilo multi-frequency.

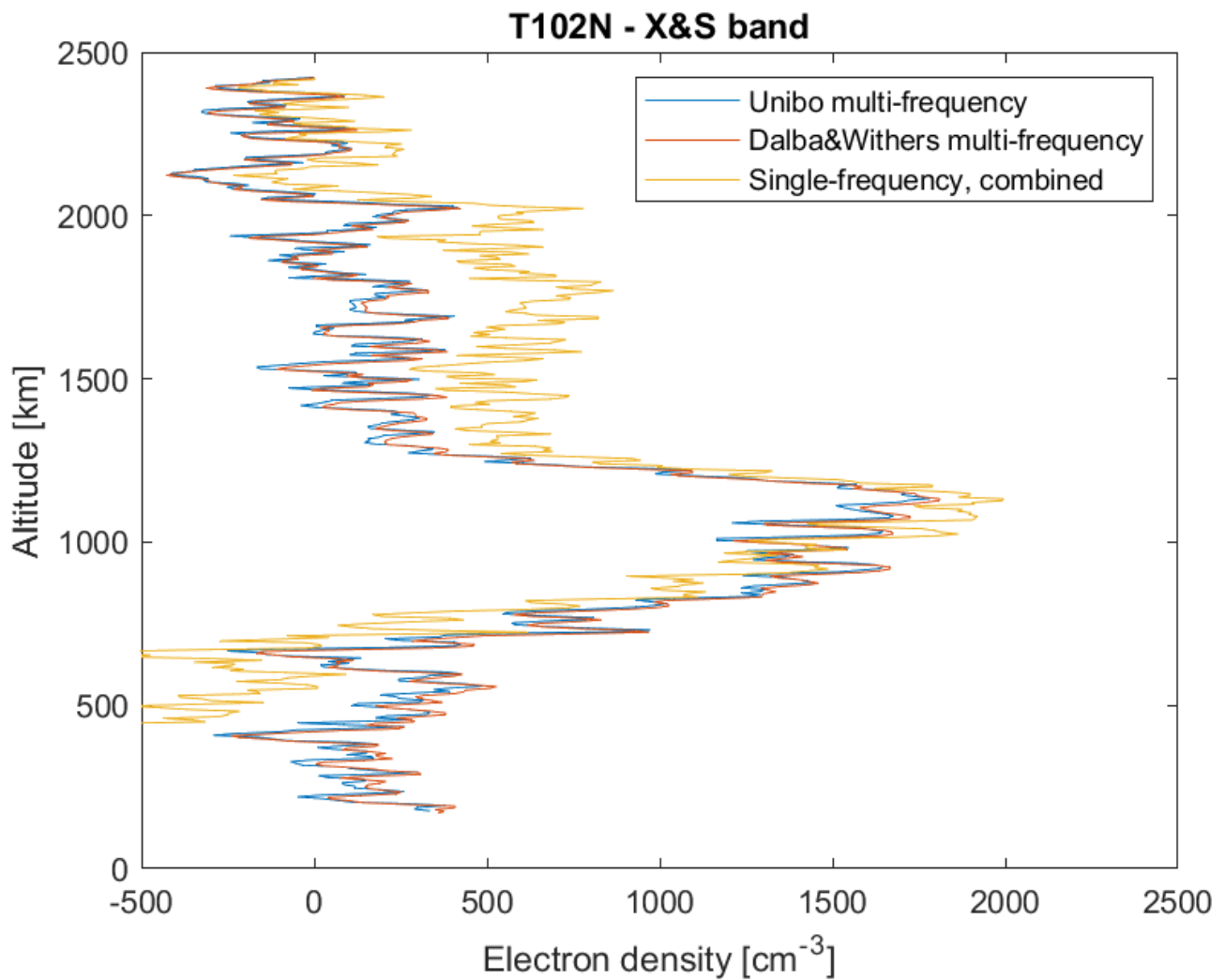


Figura 8: Densità elettronica di Titano ricavata per l'occultazione T102 in ingress. In giallo il profilo ricavato in questo lavoro, in rosso e blu i profili archiviati, ricavati con analisi multi-frequency, rispettivamente da (Dalba & Withers, 2019) e dall'Università di Bologna .

Per l'occultazione in egress sono stati utilizzati i residui dalle ore 14:59:10.5 alle 15:06:40.5, del 18 giugno UTC, con count time delle serie temporali dei residui a 1 s. Il fit è stato effettuato sugli ultimi 78 campioni per la banda X e sugli ultimi 88 per la banda S. Come si può vedere in figura 8, il profilo ricavato è estremamente simile ai profili ottenuti con analisi multi-frequency, discostandosi solo a quote molto basse, e rimanendo sempre all'interno del range di incertezze del profilo multi-frequency.

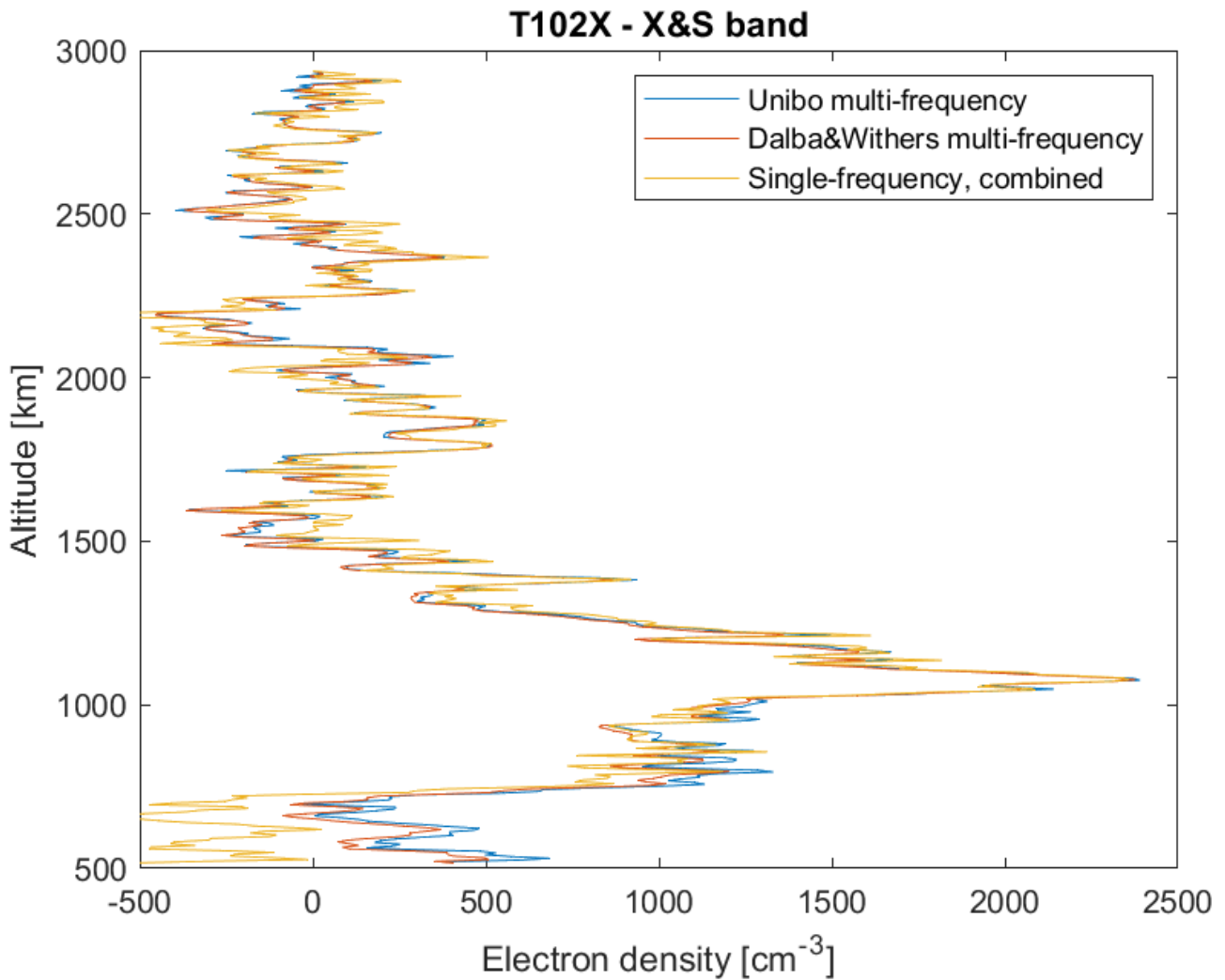


Figura 9: Densità elettronica di Titano ricavata per l'occultazione T102 in egress. In giallo il profilo ricavato in questo lavoro, in rosso e blu i profili archiviati, ricavati con analisi multi-frequency, rispettivamente da (Dalba & Withers, 2019) e dall'Università di Bologna.

## 7 Conclusione

In questo elaborato è stata descritta una tecnica per la caratterizzazione delle ionosfere planetarie con esperimenti di radio occultazione, ossia l'analisi dei residui di frequenza di radio occultazioni two-way, single frequency, per corpi a simmetria sferica. Oltre alla spiegazione del metodo di analisi è stato esposto un algoritmo che lo implementa, in ambiente MATLAB. L'algoritmo è stato in primis validato con i risultati presenti in letteratura e successivamente utilizzato su un'occultazione effettuata dalla sonda Cassini su Titano. Sono stati confrontati i risultati dei profili di densità elettronica, ottenuti dall'algoritmo single-frequency two-way, con quelli ricavati dalla stessa occultazione con analisi di riferimento dual-frequency. Per il contesto, sono state descritte le principali caratteristiche del satellite Titano e della missione Cassini-Huygens.

La tecnica two-way, single-frequency è meno precisa e più complessa sia delle analisi multi-frequency che delle occultazioni one-way. Tuttavia, è importante sviluppare le conoscenze necessarie a effettuarla, sia per confrontare i risultati di analisi di tipo diverso, sia per poter ottenere conoscenza scientifica dagli esperimenti anche nel caso di guasti, come avvenuto all'Ultra Stable Oscillator della sonda Cassini, e nel caso in cui sia disponibile una sola frequenza per l'esperimento. L'algoritmo sviluppato presenta performance molto soddisfacenti e riproduce, con ottimi risultati, i profili ottenuti da analisi multi-frequency rientrando sempre all'interno del range di incertezze di questi ultimi.

## Bibliografia

- Ahmad, B., & Tyler, G. L. (1998). The two-dimensional resolution kernel associated with retrieval of ionospheric and atmospheric refractivity profiles by Abelian inversion of radio occultation phase data. *Radio science*, 129-142.
- Dalba, P. A., & Withers, P. (2019). Cassini radio occultation observations of Titan's ionosphere: The complete set of electron density profiles. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 643–660.
- Eshleman, V. R. (1973). The radio occultation method for the study of planetary atmospheres. *Planetary and Space Science*, 1521–1531.
- Fjeldbo, G., & Kliore, A. J. (1971). The Neutral Atmosphere of Venus as Studied with the Mariner V Radio Occultation Experiments. *The Astronomical Journal*.
- Gramigna, E. (2020). Radio Occultation experiments of Venus and Mars: similarities and differences. [Laurea magistrale], Università di Bologna, Corso di Studio in Aerospace engineering / ingegneria aerospaziale [LM-DM270].
- Häusler, B., Pätzold, M., Tyler, G. L., Barriot, J., Bird, M. K., Dehant, V., . . . Selle, J. (2007). Venus Atmospheric, Ionospheric, Surface and Interplanetary Radio-Wave Propagation Studies with the VeRA Radio-Science Experiment. *ESA Special Publication*, 1-30.
- Jenkins, J. (1994). Radio Occultation Studies of the Venus Atmosphere with the Magellan Spacecraft 2. Results from the October 1991 Experiments. *Icarus*, 79–94.
- Jet Propulsion Laboratory, C. I. (s.d.). *JPL Solar System Dynamics*. Tratto da <https://ssd.jpl.nasa.gov/>
- Kliore, A., Cain, D. L., Eshleman, V. R., Fjeldbo, G., & Drake, F. D. (1965). Occultation Experiment: Results of the First Direct Measurement of Mars's Atmosphere and Ionosphere. *Science*, 1243–1248.

- Phinney, R. A., & Anderson, D. L. (1968). On the radio occultation method for studying planetary atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 1819–1827.
- Schinder, P. J. (2020). Users Guide for the Cassini Radio Science ionospheric electron density profiles data set for both Saturn and Titan. Tratto da [https://atmos.nmsu.edu/data\\_and\\_services/atmospheres\\_data/Cassini/logs/CasRSS\\_ionospheres\\_profiles\\_users\\_guide.pdf](https://atmos.nmsu.edu/data_and_services/atmospheres_data/Cassini/logs/CasRSS_ionospheres_profiles_users_guide.pdf)
- Schinder, P. J., Flasar, F. M., Marouf, E. A., French, R. G., Anabtawi, A., Barbinis, E., . . . Achterberg, R. K. (2020). The structure of Titan's atmosphere from Cassini radio occultations: One- and two-way occultations. *Icarus*.
- Withers, P., & Dalba, P. (2020). Cassini Orbiter Radio Science Subsystem Occultation and Electron Density at Titan: User Guide. Tratto da [https://pds-atmospheres.nmsu.edu/data\\_and\\_services/atmospheres\\_data/Cassini/logs/corss\\_occul\\_el\\_dens/document/userguide\\_v01\\_r00.pdf](https://pds-atmospheres.nmsu.edu/data_and_services/atmospheres_data/Cassini/logs/corss_occul_el_dens/document/userguide_v01_r00.pdf)
- Withers, P., & Moore, L. (2020). How to Process Radio Occultation Data: 2. From Time Series of Two-Way, Single-Frequency Frequency Residuals to Vertical Profiles of Ionospheric Properties. *Radio Science*.
- Withers, P., Felici, M., Mendillo, M., Moore, L., Narvaez, C., Vogt, M. F., . . . Jakosky, B. M. (2020). The MAVEN Radio Occultation Science Experiment (ROSE). *Space Science Reviews*.
- Withers, P., Moore, L., & Beerer, I. (2014). How to process radio occultation data: 1. From time series of frequency. *Planetary and Space Science*, 77-88.
- Wright, J. W. (1960). A model of the F Region Above hmaxF2. *Journal of Geophysical Research*.