

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Emissione di Compton inverso e applicazioni astrofisiche

Presentata da:
Luca Enrico Belardi

Relatore:
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

Anno Accademico 2020/2021

INDICE

I	Introduzione	2
II	Compton inverso	3
i	Singola interazione	3
ii	Perdite di energia	4
iii	Spettro dei fotoni diffusi	5
III	Applicazioni astrofisiche dell'effetto Compton inverso	6
i	Comptonizzazione	6
i.1	Equazione di Kompaneets	9
ii	Effetto Sunyaev-Zeldovich	9
iii	Synchrotron self-Compton	11
iii.1	Stima approssimativa del campo magnetico H	12
IV	Bibliografia	13

I. INTRODUZIONE

La seguente tesi si occupa di illustrare il fenomeno generale di emissione per Compton inverso (CI) e alcune delle sue utili applicazioni in Astrofisica. Il Compton inverso è un fenomeno ideale di scattering in cui elettroni molto energetici, urtando con fotoni a frequenze più basse, cedono energia a quest'ultimi permettendogli di raggiungere frequenze elevate. Utilizzo il termine *ideale* per sottolineare il fatto che il CI è una estremizzazione di un processo che si verifica in natura, ovvero la *Comptonizzazione*. Questa, infatti, risulta essere un'unione del processo protagonista di questa tesi, e dello scattering Compton, il quale identifica uno scambio di energia tra fotoni molto energetici con elettroni a basse energie, di conseguenza in completa antitesi al Compton inverso. Un interessante caso di Comptonizzazione è l'effetto Sunyaev-Zeldovich, che si verifica in presenza di ammassi di galassie. In Astrofisica, altri fenomeni osservabili sono costituiti dall'unione del CI e dell'emissione di Sincrotrone. Tale processo viene identificato con il termine *Synchrotron – self Compton*, che si verifica durante l'interazione di fotoni generati da elettroni in presenza di campi magnetici (*Sincrotrone*) e gli elettroni stessi. Lo studio del Compton inverso non può quindi trascendere questi vincoli con altri effetti radiativi, se non creando un modello ideale che ci permetta di capire come questa emissione possa agire in solitaria.

II. COMPTON INVERSO

i. Singola interazione

Con il termine Compton inverso si identifica quel fenomeno, estremizzato, di interazione tra un elettrone relativistico in movimento, con energia cinetica $\epsilon_c = m_e c^2 (\gamma - 1)$ sufficientemente alta, e un fotone, con energia $h_p \nu$ inferiore; si ha quindi un trasferimento di energia dell'elettrone al fotone a seguito di un urto, contrariamente a quanto si verifica per l'effetto Compton. Per l'analisi del fenomeno di una singola interazione, risulta conveniente utilizzare il sistema di riferimento S' dell'elettrone (*Figura 1*), permettendo quindi di approssimare il fenomeno ad una diffusione Thomson; infatti, in S' , si assume che $h_p \nu' \ll m_e c^2$. In questo modo si possono trascurare le approssimazioni relativistiche per usare la sezione d'urto Thomson σ_t che identifica l'area geometrica dell'elettrone che può intercettare la radiazione. Generalmente si utilizza la sezione d'urto di Klein-Nishina, la quale, come in questo caso, per basse energie, si approssima a σ_t . La frequenza ν del fotone incidente nel sistema di riferimento dell'osservatore e la frequenza ν' sono vincolate tra loro dalla seguente relazione:

$$\nu'_i = \nu_i \gamma (1 - \beta \cos \theta) \quad (1)$$

La (1) identifica l'effetto Doppler relativistico.

In S' il fotone viene reirradiato alla stessa frequenza di incidenza, quindi $\nu'_i = \nu'_f$ (scattering Thomson). Nel passaggio al sistema di riferimento dell'osservatore S la frequenza viene a sua volta modificata dall'effetto Doppler:

$$\nu_f = \nu'_f \gamma (1 - \beta \cos \theta) \quad (2)$$

In condizioni ottimali, quindi per $\theta = \pi$ e $\theta'' = 0$, e trascurando le perdite di energia del fotone, approssimazione attuabile in regimi astrofisici, la frequenza del fotone finale misurabile dell'osservatore sarà:

$$\nu_f \sim \gamma^2 \nu_i \quad (3)$$

Il processo, in queste condizioni, porta quindi ad un qualitativo aumento della frequenza (di un fattore γ^2). Ne si deduce che il fenomeno radiativo di Compton inverso è un mezzo efficiente per la produzione di fotoni ad alte energie (X e γ).

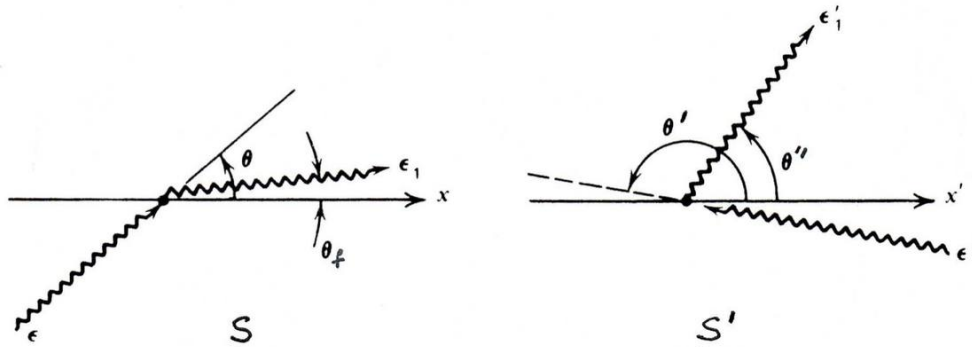


Figura 1: Geometria dell'effetto Compton inverso nel sistema di riferimento del laboratorio(S) e dell'elettrone(S').

ϵ e ϵ' fotone incidente nei due sistemi di riferimento.

ϵ_1 e ϵ'_1 fotone diffuso nei due sistemi di riferimento.

Il fotone urta l'elettrone formando un angolo θ con l'asse x in S e θ' in S' . θ_f e θ'' sono gli angoli di diffusione nei due sistemi.

(Rybicki&Lightman, p.198).

ii. Perdite di energia

Al fine di analizzare le perdite di energia dovute all'effetto CI, consideriamo un sistema formato da un volume dello spazio occupato da fotoni. La densità di energia di radiazione, in S , sarà pari a:

$$u_f = n_f \epsilon_f \quad (4)$$

di cui n_f rappresenta la densità nel sistema dell'osservatore S dei fotoni e ϵ_f l'energia media di questi. Possiamo così definire il flusso di radiazione attraverso una superficie unitaria $u_f c$. Passando nel sistema di riferimento S' , la densità di energia del campo di radiazione risulta aumentato di un fattore $\gamma(1 - \beta \cos\theta)$, dovuto all'effetto Doppler che aumenta l'energia dei singoli fotoni, e di un altro identico fattore dovuto alla contrazione relativistica delle grandezze, la quale aumenta il numero di fotoni per unità di misura. Mediando su tutti gli angoli si ottiene:

$$u'_f = u_f \gamma^2 \left(1 + \frac{1}{3} \beta^2\right) \quad (5)$$

La luminosità del Compton inverso risulta essere un invariante relativistico, e sfruttando l'ipotesi per cui in S' il fenomeno è approssimabile ad un evento di diffusione Thompson, otteniamo:

$$L_{C.I.} = \sigma_T c \gamma^2 u_f \left(1 + \frac{1}{3} \beta^2\right) \quad (6)$$

Per ottenere l'energia persa dagli elettroni bisogna sottrarre la potenza che i fotoni avevano prima dell'interazione alla potenza irradiata, ottenendo di conseguenza:

$$- \left(\frac{dE}{dt}\right)_{C.I.} = \frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \beta^2 u_f \quad (7)$$

iii. Spettro dei fotoni diffusi

Osservando lo spettro dei fotoni diffusi (*Figura 2*), con campo magnetico di radiazione incidente isotropo e monocromatico (a frequenza ν_0), si evince che per basse energie $I(\nu)$ è approssimativamente proporzionale a ν mentre si raggiunge un picco ad alte energie oltre le quali si presenta un cut-off, quindi una caduta molto rapida verso lo zero di $I(\nu)$, che rappresenta il massimo dell'energia acquisibile dai fotoni. Tale picco si raggiunge solo nel caso di un urto frontale tra elettrone e fotone, il cui guadagno di energia corrisponde a $4\sigma^2 h\nu_0$. Dagli osservabili dei raggi cosmici, siamo a conoscenza del fatto che esistono elettroni con fattori di Lorentz $\gamma \sim 10 - 1000$. Questi elettroni diffondono fotoni di bassa energia ad energie molto più alte. Considerando elettroni con $\gamma \sim 1000$, la frequenza dei fotoni diffusi aumenta di un fattore 10^6 .

- Fotoni radio, tipici dell'emissione da aloni galattici, con $\nu \sim 109\text{Hz}$ diventano fotoni *UV* con $\nu \sim 1015\text{Hz}$.
- Fotoni nell'IR lontano con $\nu \sim 1012\text{Hz}$, emessi dai nuclei galattici ricchi di stelle, diventano fotoni *X* con $\nu \sim 1018\text{Hz}$.
- Fotoni ottici con $\nu \sim 1014\text{Hz}$ diventano raggi γ con $\nu \sim 1020\text{Hz}$. (D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, appunti, 2019-2020).

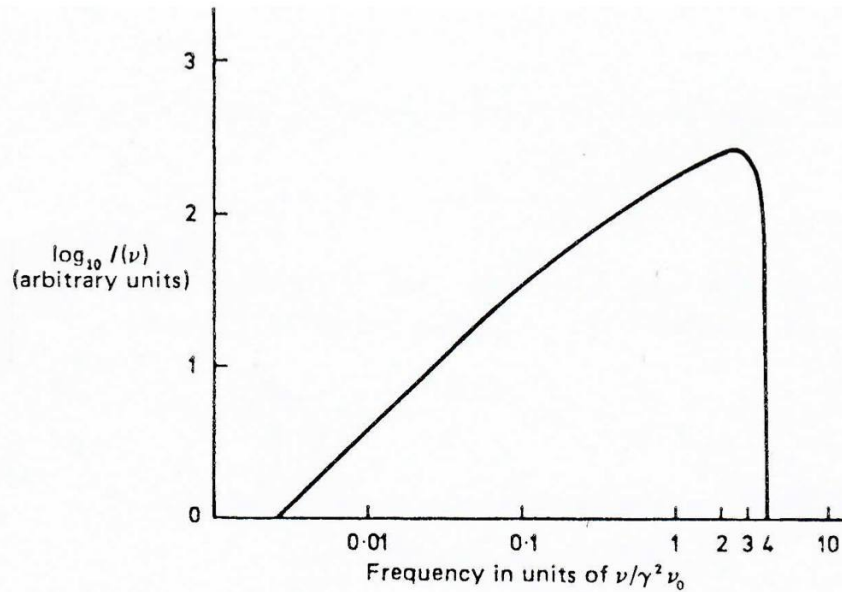


Figura 2: *Spettro di emissione di Compton inverso*
 (Longair, *HightEnergyAstrophysics*, p.242)

III. APPLICAZIONI ASTROFISICHE DELL'EFFETTO COMPTON INVERSO

i. Comptonizzazione

Essendo il Compton inverso, come il Compton, effetti estremizzati, si analizzerà ora un processo più generale per l'interazione tra elettroni e fotoni partendo da questi due estremi, ovvero la Comptonizzazione. In ambito astrofisico, questo processo risulta essere importante in diverse situazioni. Esso domina sia negli ammassi di galassie con l'interazione tra fotoni della CMB a 3K con elettroni di gas caldi a $T \geq 10^7 K$, sia a seguito di eventi di accrescimento di oggetti compatti e della relativa emissione di radiazione. La comptonizzazione descrive l'interazione e la diffusione tra elettroni all'equilibrio termico a temperatura T e fotoni. In *Figura(3)* un esempio di come la Comptonizzazione modifica di radiazione di un mezzo

termico non relativistico. Partendo dal seguente vincolo, $h_p \nu \ll m_e c^2$, si

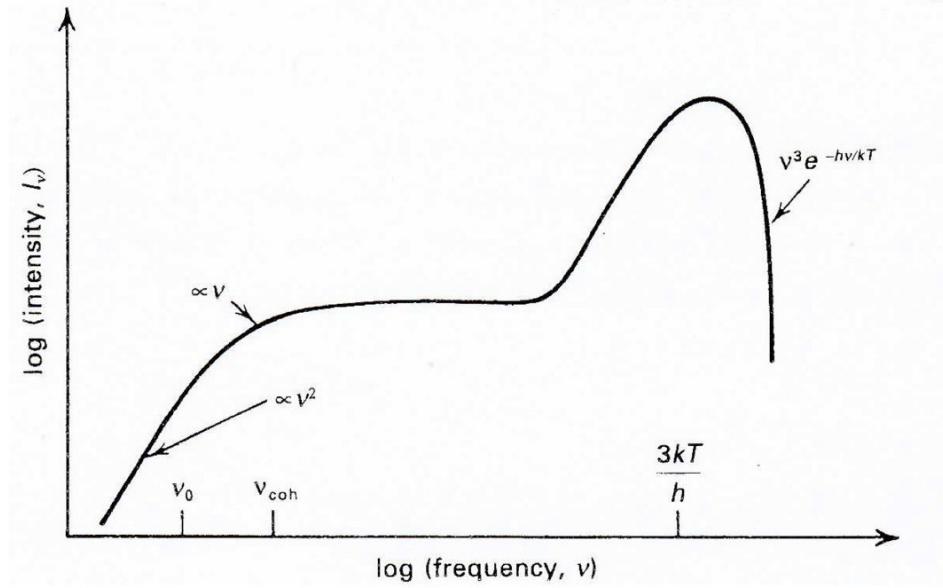


Figura 3: Alle basse frequenze domina il processo di Bremsstrahlung, mentre le alte frequenze vengono modificate dalla Comptonizzazione. (Rybicki – Lightman, *Radiative processes in Astrophysics*, p.220)

definiscono l'energia dei fotoni persa (P) a seguito di diffusione Compton, ovvero l'energia che un fotone cede ad un elettrone a seguito di un urto, e l'energia acquisita (A) di fotoni a seguito di Compton inverso

$$\left\langle \frac{\Delta \epsilon_f}{\epsilon_f} \right\rangle_P \approx -\frac{h_p \nu}{m_e c^2} \quad (8)$$

$$\left\langle \frac{\Delta \epsilon_f}{\epsilon_f} \right\rangle_A \approx \frac{4K_B T}{m_e c^2} \quad (9)$$

Si ottiene così l'energia in media scambiata per collisioni tra fotoni e elettroni:

$$\left\langle \frac{\Delta \epsilon_f}{\epsilon_f} \right\rangle \approx \frac{4K_B T}{m_e c^2} - \frac{h_p \nu}{m_e c^2} \quad (10)$$

In questa relazione rimane il concetto di "estremi" affidato all'effetto Compton e al Compton inverso in quanto, per $4K_B T \ll h_p \nu$ domina il primo e il gas si riscalda, mentre per $4K_B T \gg h_p \nu$ domina il secondo e il gas si raffredda. Imponendo la condizione per cui si verifica il secondo caso si avrà un incremento medio dell'energia per collisione che segue la (9). Per arrivare a descrivere un caso più generale, bisogna definire il numero di urti come

$$N = \left(\frac{d}{l} \right)^2 \quad (11)$$

con d rappresentante la dimensione della regione dello spazio in cui sono prodotti i fotoni, l il libero cammino medio $l = \frac{1}{n_e \sigma_T}$ e n_e densità degli elettroni. In un intervallo di tempo dt , e ponendo dN uguale al numero di collisioni per unità di tempo per dt si può scrivere quindi

$$\frac{\Delta \epsilon_f}{\epsilon_f} = \frac{4K_B T}{m_e c^2} dN \quad (12)$$

Definendo l'energia iniziale del fotone come ϵ_{f_0} e il parametro di Comptonizzazione

$$y = \frac{K_B T}{m_e c^2} N \quad (13)$$

L'energia del fotone, nel tempo, evolve seguendo un andamento esponenziale, per cui

$$\epsilon_f = \epsilon_{f_0} e^{4y} \quad (14)$$

Per ottenere una sostanziale modifica dello spettro si deve avere $y > \frac{1}{4}$. Non appena si raggiunge l'equilibrio termico, per $y = \frac{1}{4} \ln \frac{K_B T}{m_e c^2} N$, l'energia dei fotoni cessa l'aumento dovuto al processo. Soddisfatta la suddetta condizione, lo spettro dei fotoni che ha subito la modifica deve seguire la *distribuzione di equilibrio di Bose – Einstein*

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T} + \mu} - 1} d \quad (15)$$

con μ che identifica il potenziale chimico:

- per $\mu = 0$ la distribuzione segue una Planckiana simile a quella di un corpo nero
- per $\mu \gg 1$ la distribuzione segue la legge di Wienn modificata di un fattore esponenziale $e^{-\mu}$

i.1 Equazione di Kompaneets

Per calcolare analiticamente la modifica dello spettro dell'energia dei fotoni a seguito della Comptonizzazione, è necessaria la risoluzione dell'equazione di Kompaneets

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(n + n^2 + \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right] \quad (16)$$

- $x = \frac{h\nu}{k_B T_e}$
- $n = \frac{u(\nu)c^3}{8\nu^3}$ rappresenta il numero di fotoni per unità di volume nello spazio delle fasi
- n^2 rappresenta invece l'emissione indotta

ii. Effetto Sunyaev-Zeldovich

L'effetto Sunyaev-Zeldovich (S-Z), che prende il nome dai due scienziati che ne scoprirono l'esistenza, descrive la distorsione dello spettro della radiazione cosmica di fondo. I protagonisti di questa emissione di radiazione per Compton inverso sono i fotoni della CMB, ovvero fotoni a bassa energia (principalmente microonde), ed elettroni ad alte temperature che risiedono in regioni estese di gas ionizzato; si parla principalmente di ammassi di galassie. I fotoni della CMB collidono con questi elettroni, acquisendo energia e provocando una distorsione dello spettro standard della radiazione cosmica di fondo che si concretizza con una diminuzione dei fotoni nelle basse frequenze, ed un aumento di questi nelle alte frequenze. Per descrivere lo spettro modificato è necessario risolvere l'equazione di Kompaneets (16) tralasciando i termini di raffreddamento dei fotoni. S-Z ipotizzarono come soluzione $n = (e^x - 1)^{-1}$. Osservando il centro di un ammasso di galassie, lo spettro di corpo nero della CMB viene spostato verso frequenze più alte, come si può notare in *Figura(4)*. Per via del fatto che lo studio di S-Z si focalizza su piccole frequenze e quindi per $x \ll 1$, analizzando una curva di corpo nero che segue un andamento proporzionale a ν^2 del regime di R-J, si è in grado di ottenere un decremento relativo pari a

$$\frac{\Delta I(\nu)}{I(\nu)} = 2y \quad (17)$$

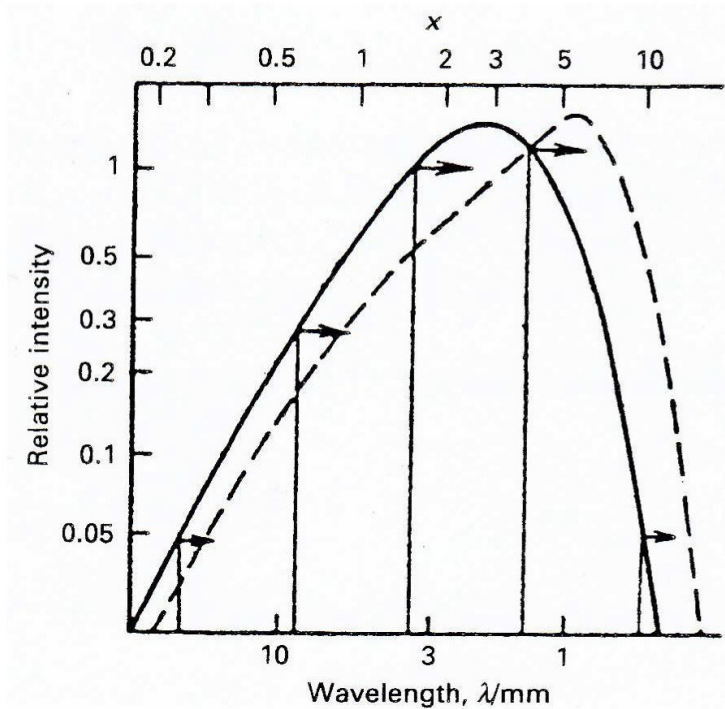


Figura 4: Spettro di emissione della CMB, in nero, con lo spettro della CMB modificato dall'effetto S-Z, tratteggiato. (Longair, *High Energy Astrophysics*, p.258)

con y che identifica il fattore di comptonizzazione. Di conseguenza si verifica una diminuzione della temperatura nelle regione di R-J dello spettro. Questa equivale a

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}} = -2y \quad (18)$$

L'effetto S-Z viene utilizzato come mezzo per ottenere informazioni sugli ammassi di galassie osservati. Tale effetto, per le basse frequenze, risulta essere proporzionale al parametro di comptonizzazione, il quale può essere riscritto come un integrale lungo la linea di vista, e quindi riconducibile, in un modello isoterma, alla densità superficiale di massa del gas lungo la

linea di vista Σ_g . Si ottiene quindi

$$\Sigma_g = \mu_e \left(\frac{m_e c^2}{kT_e} \right) \frac{y}{\sigma_T} \quad (19)$$

iii. Synchrotron self-Compton

Capita, in sorgenti estremamente compatte, che gli elettroni, in presenza di campi magnetici, generino fotoni per Sincrotrone che a loro volta effettuano deviazioni per Compton inverso con gli stessi elettroni che li hanno generati. Tale fenomeno viene chiamato *Synchrotronself – Compton*. Ciò permette ai fotoni generati per Sincrotrone a basse energie, di raggiungere lunghezze d'onda nelle bande X e γ . Le perdite di energia per Sincrotrone seguono un andamento molto simile a quello delle perdite di energia per CI (7)

$$- \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{Sincrotrone}} = \frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \beta^2 u_H \quad (20)$$

Le due equazioni risultano identiche, a meno della variabile della densità u che nella (7) identifica la densità dei fotoni, mentre nella (20) identifica quella del campo magnetico H . Considerando quindi il SSC, le perdite di energia seguiranno un andamento pari alla somma delle due equazioni sopracitate

$$- \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{SSC}} = \frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \beta^2 [H^2 + 8\pi u_f] \quad (21)$$

con $u_H = \frac{H^2}{8\pi}$. Risulta utile trovare una variabile adimensionale η che permetta di capire quale dei due fenomeni di radiazione sia dominante. Imponendo $h\nu \ll m_e c^2$ si pone a rapporto l'energia persa per Sincrotrone e quella persa per CI

$$\eta = \frac{\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{CI}}}{\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{S}}} = \frac{u_p}{u_H} \quad (22)$$

Nel caso in cui $\eta > 1$ il processo dominante sarà quello di IC, per cui gran parte dei fotoni a frequenze radio emessi per Sincrotrone subiranno il

processo di Compton inverso, venendo deviati verso frequenze superiori. Superata l'unità si viene a generare la Catastrofe Compton, ovvero quel fenomeno per cui la radiosorgente diviene una generatrice di fotoni a frequenze elevatissime (X e γ), di conseguenza gli elettroni perderanno la propria energia molto rapidamente. Per sorgenti molto compatte, in presenza di autoassorbimento, è possibile riscrivere η in funzione della temperatura di brillantezza; ciò permette di trovare una temperatura di soglia che ci permette di capire quale dei due processi domina. Tale temperatura risulta essere $T_b = 10^{12}K$. Se la temperatura di brillantezza di una sorgente fosse superiore a $10^{12}K$, il processo dominante sarebbe quello di CI ($\eta > 1$) facendo perdere energia molto rapidamente agli elettroni (ecco spiegato perchè catastrofe). Tale temperatura di brillantezza risulta essere quindi un limite naturale per le radiosorgenti compatte. Tale limite viene alle volte superato, come per gli AGN con $T_b \sim 10^{13} - 10^{14}K$, per via dell'effetto doppler che amplifica la radiazione lungo la linea di vista dell'osservatore creando una sovrastima della temperatura di brillantezza della sorgente.

iii.1 Stima approssimativa del campo magnetico H

Per grandi radiogalassie, per cui è possibile approssimare u_p a u_{CMB} (densità dei fotoni della radiazione cosmica di fondo), si può sfruttare la relazione tra l'energia persa per Sincrotrone e per CI per ottenere una stima dell'intensità del campo magnetico H .

$$\frac{\left(\frac{dE}{dt}\right)_S}{\left(\frac{dE}{dt}\right)_{CI}} = \frac{u_H}{u_{CMB}} = \frac{L_{radio_S}}{L_{X_{CI}}} \quad (23)$$

Ricordando che $u_H = \frac{H^2}{8\pi}$ e che L_{radio_S} e $L_{X_{CI}}$ (Luminosità) sono osservabili e misurabili, è possibile trovare una stima di H .

IV. BIBLIOGRAFIA

- M.S Longair, *Hight Energy Astrophysics*, Cambridge University Press, terza edizione, 2011.
- C. e R. Fanti, *Una finestra sull'Universo "Invisibile"*, 2012.
- Rybicki-Lightman, *Radiative processes in Astrophysics*, WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, seconda edizione, 2004.
- T. Padmanabhan, *Theoretical Astrophysics Volume I: Astrophysical Processes*, Cambridge University Press, prima edizione, 2000
- D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, appunti, 2019-2020