

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea Magistrale in Fisica del Sistema Terra

**RICOSTRUZIONE DEI PARAMETRI  
ERUTTIVI E CARATTERIZZAZIONE  
DELLA GRANULOMETRIA TOTALE  
TRAMITE SIMULAZIONI NUMERICHE  
DELL'ERUZIONE DELL'ETNA DEL 3-5  
DICEMBRE 2015**

Relatore:  
Prof. Michele Dragoni  
Correlatore:  
Prof. Antonio Costa

Presentata da:  
Emanuele Caruso

Sessione 3  
Anno Accademico 2020/2021

# Sommario

Il seguente lavoro di tesi si pone l'obiettivo di caratterizzare la granulometria totale e di ricostruire i parametri eruttivi, tramite l'utilizzo dei modelli numerici FPLUME e Fall3D, delle eruzioni dell'Etna avvenute nelle giornate dal 3 al 5 dicembre 2015.

Gli eventi parossistici, che hanno avuto luogo principalmente dal cratere Voragine, hanno generato imponenti colonne eruttive, ed i tefra rilasciati in atmosfera sono stati trasportati dal vento fino in Calabria, permettendo così la collezione di dati nelle zone distali. Per prima cosa è stata ricostruita la TGSD attraverso la tassellazione di Voronoi e, una volta parametrizzata con distribuzioni di tipo bi-Weibull e bi-Gauss, è stata data in input ai modelli di cui sopra, insieme ad altri parametri presenti nella letteratura scientifica. Modificando opportunamente i parametri di input e confrontando le simulazioni ottenute e i dati di carico a terra a nostra disposizione, attraverso metodi statistici appropriati, si sono osservati risultati migliori con la parametrizzazione della TGSD tramite distribuzione bi-Weibull.

È stata dunque stimata una massa complessiva eruttata tra i  $\approx 7 \cdot 10^9$ kg ed i  $10^{10}$ kg per un'altezza massima della colonna di circa 14km sul livello del mare. Dalle simulazioni risulta inoltre la presenza, all'interno del dominio computazionale, di concentrazioni di tefra in atmosfera superiori ai  $2\text{mg}/\text{m}^3$  fino a 6 ore dopo la conclusione degli eventi parossistici.

# Indice

<b>Indice</b>	<b>ii</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Le eruzioni</b>	<b>4</b>
1.1 Stili eruttivi . . . . .	4
1.2 I tefra . . . . .	6
1.3 L'Etna . . . . .	9
<b>2 Uno sguardo alla modellizzazione: FPLUME e Fall3D</b>	<b>11</b>
2.1 Modellizzazione dei parametri sorgente . . . . .	11
2.1.1 Modelli empirico-analitici . . . . .	12
2.1.2 Modelli numerici . . . . .	16
2.2 FPLUME . . . . .	18
2.2.1 Modello fisico ed equazioni che lo governano . . . . .	19
2.3 FALL3D . . . . .	27
2.3.1 Modello fisico e le equazioni che lo governano . . . . .	28
2.3.2 Implementazione numerica . . . . .	32
<b>3 Simulazione dell'eruzione del 3-5 Dicembre</b>	<b>39</b>
3.1 L'eruzione del 3-5 dicembre 2015 . . . . .	40
3.2 Raccolta dati . . . . .	42
3.3 Metodologia . . . . .	46
3.4 Risultati . . . . .	50

---

<b>Conclusioni</b>	<b>56</b>
<b>Appendici</b>	<b>58</b>
<b>Appendice A</b>	<b>59</b>
<b>Appendice B</b>	<b>61</b>
<b>Appendice C</b>	<b>62</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>65</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>71</b>

# Introduzione

Si definisce vulcano una frattura della superficie esterna di un pianeta, attraverso la quale avviene la fuoriuscita di magma fuso, composto da roccia fusa e materiale solido e gassoso. Esistono vari tipi di strutture vulcaniche, la cui morfologia è determinata dal gas contenuto, dalla viscosità e dal tasso di effusione dei magmi durante le eruzioni da cui hanno origine.

In base alla composizione dei magmi e alle pressioni a cui questi sono sottoposti, possono avvenire violente eruzioni in grado di immettere in atmosfera grandi quantità di materiale piroclastico. Questi avvenimenti hanno un forte impatto sulla vita dell'uomo, avendo anche la capacità di modificare il clima a livello globale. Ne è esempio la ben nota eruzione del vulcano Tambora del 1815, la quale abbassò le temperature mondiali causando, l'anno successivo, l' "anno senza estate".

Nel corso degli ultimi anni diverse eruzioni esplosive, come quella dell'Eyjafjalla-jökull del 2010, hanno mostrato la necessità di una migliore valutazione dei parametri eruttivi (altezza della colonna eruttiva, flusso della massa eruttata, durata dell'eruzione e distribuzione granulometrica dei materiali eruttati - TGSD) al fine di ridurre le incertezze associate alla dispersione delle ceneri in atmosfera. Anche se esistono fenomeni più distruttivi come i flussi piroclastici, i lahars o la ricaduta al suolo di proiettili balistici, le ceneri vulcaniche rappresentano di gran lunga il prodotto eruttivo con la distribuzione areale più estesa sulla superficie terrestre. Raramente queste costituiscono un pericolo diretto per la vita dell'uomo, ma minacciano significativamente la salute pubblica a causa dei possibili avvelenamenti, le strutture a causa dell'eccessivo carico a cui sono sottoposte, e l'aviazione a causa della loro capacità di danneggiare turbine e motori dei veicoli aerei.

Si è iniziato dunque ad integrare dati di diversi tipi di osservazione (a terra, radar, satellite, etc) al fine di avere input sempre più realistici così da valutare ed intraprendere forti misure per la mitigazione dei rischi. Ad esempio, per l'aviazione, sono stati creati in tutto il mondo nove centri di controllo delle nubi vulcaniche (VAACs - Volcanic Ash Advisory Centres), i quali, tramite l'utilizzo di modelli operativi di dispersione delle ceneri vulcaniche, diramano allerte in caso ci sia presenza di polveri in atmosfera.

Tra i parametri sorgente più importanti richiesti dai modelli utilizzati, un ruolo particolare viene ricoperto dalla TGSD, la quale influenza fortemente i risultati per la dispersione dei tefra e dunque la loro affidabilità. Essa controlla la distribuzione di massa all'interno del pennacchio eruttivo e i processi di sedimentazione, fornendo inoltre informazioni essenziali sui processi di frammentazione del magma. Tipicamente viene ricavata tramite tassellazione di Voronoi in seguito alla raccolta di dati sul campo, la quale, purtroppo, è fortemente influenzata da molteplici fattori, tra cui le condizioni atmosferiche, l'accessibilità dei siti e la combinazione di diversi stili e fasi eruttive che complicano la deposizione.

Nel seguente lavoro di tesi cercherò di caratterizzare la granulometria totale e di ricostruire i parametri eruttivi, il carico a terra e la dispersione delle ceneri in atmosfera delle eruzioni dell'Etna del 3, 4 e 5 dicembre 2015, di tipo stromboliano violento. I risultati ottenuti potranno servire, in lavori futuri, come base di partenza per studi con metodi di inversione più sofisticati.

Nel primo capitolo esporrò sinteticamente, come prima cosa, le varie tipologie di stili eruttivi. In seguito parlerò dei tefra (insieme dei materiali piroclastici prodotti durante un'eruzione) e delle due principali distribuzioni utilizzate per schematizzare la loro distribuzione granulometrica. Infine, presenterò brevemente il vulcano Etna e la tipologia delle sue eruzioni.

Nel secondo capitolo introdurrò ed analizzerò diversi modelli, utilizzati nello studio dei parametri sorgente, di tipo empirico, empirico-analitico e numerico (unidimensionali e tridimensionali). Approfondirò dunque i modelli numerici FPLUME e Fall3D: il primo è un modello unidimensionale stazionario, che permette di ricavare il flusso di massa

eruttata nota l'altezza della colonna o viceversa; il secondo, invece, è un modello tridimensionale per il trasporto passivo in atmosfera e per la deposizione di particelle, basato sull'equazione di avvezione-diffusione-sedimentazione.

Nel terzo capitolo infine discuterò le varie fasi del lavoro compiuto. Dopo aver esposto gli eventi parossistici di dicembre 2015, presenterò sia il lavoro effettuato per la raccolta dei vari parametri di input necessari ai modelli numerici utilizzati, che la caratterizzazione della TGSD e la strategia di inversione per ottenere il miglior fit possibile con i dati a nostra disposizione. Infine, esporrò i risultati delle migliori simulazioni ottenute, confrontandoli con altri studi presenti nella letteratura scientifica.

# Capitolo 1

## Le eruzioni

Le eruzioni vulcaniche sono tra gli eventi naturali più spettacolari e pericolosi esistenti al mondo. Essi hanno un grande impatto sulla vita dell'uomo, avendo la capacità di modificare sia la morfologia delle aree circostanti, con conseguenze sulle falde acquifere e sulla vegetazione, che l'atmosfera, grazie all'emissione di grandi quantità di polveri e gas vulcanici. In tal modo sono in grado di influenzare, anche se in maniera temporanea, il clima a livello globale. Le eruzioni vulcaniche dunque rappresentano un rischio per gli insediamenti urbani (più di 500 milioni di persone abitano in prossimità di vulcani attivi) e le attività economiche.

È quindi di grande importanza, per le autorità locali e nazionali, valutare e gestire il rischio associato ai vulcani nelle aree circostanti. In particolare, il rischio direttamente associato ai pennacchi vulcanici ed alla dispersione di ceneri in atmosfera risulta essere relativamente basso per gli insediamenti “sottovento” (fatta eccezione per le popolazioni nelle vicinanze), ma di grande importanza per il trasporto aereo. Ne è un esempio la recente eruzione dell'Eyjafjallajokull del 2010, la quale ha interrotto il traffico aereo in quasi tutta Europa.

### 1.1 Stili eruttivi

Le eruzioni variano ampiamente sia in magnitudo che in durata, coprendo un ampio spettro di stili e processi eruttivi. Esse si possono dividere in due grandi tipologie di eruzioni: effusive ed esplosive. Le prime sono caratterizzate dall'emissione di corpi la-



vici fluidi o semi-solidi ampiamente degassati, mentre le seconde emettono una mistura di frammenti di magma e gas. Si noti che alcune attività eruttive possono presentare caratteristiche di entrambe le tipologie.

I nomi utilizzati per classificare i diversi stili eruttivi hanno origine da specifici vulcani o regioni vulcaniche, che si distinguono per particolari caratteristiche eruttive. Le eruzioni vengono così denominate:

- **Stromboliane**, tipiche di vulcani aventi afflussi di magma di tipo basaltico o basaltico-andesitico a bassa viscosità, sono caratterizzate da espulsione di scorie ad altitudini di decine o centinaia di metri;
- **Vulcaniane**, comuni in stratovulcani o duomi lavici, sono eruzioni di breve durata ma molto violente;
- **Surtseiane**, emettono colonne di polveri, fango, acqua e vapore. Si verificano in mari o laghi poco profondi, producendo spesso una nube ad anello che si muove orizzontalmente sulla superficie dell'acqua;
- **Peléeeane**, dove magma acido e viscoso non molto caldo solidifica nel condotto, per poi essere spinto fuori dalla pressione dei gas sottostanti dando vita a violente eruzioni e successivi flussi piroclastici;
- **Pliniane**, sono tra le eruzioni più potenti, le quali originano pennacchi convettivi alti anche decine di chilometri e, in seguito all'eventuale collasso di questi, danno vita a flussi piroclastici. Lo studio delle caratteristiche granulometriche del materiale eruttato ha portato alla suddivisione delle attività Pliniane in sub-Pliniane, Pliniane, freatopliniane e ultra-Pliniane;
- **Hawaiiane**, di tipo effusivo, sono tipicamente di lunga durata, creando così laghi di lava nel cratere sommitale e generando edifici vulcanici *a scudo*.

## 1.2 I tefra

Durante le eruzioni esplosive, all'interno del condotto vulcanico, avvengono i cosiddetti processi di frammentazione, i quali trasformano il magma da prevalentemente liquido con gas disperso in bolle in un composto prevalentemente gassoso con frammenti di magma. Questo è dovuto principalmente alla diminuzione della pressione durante la risalita dei magmi nel condotto vulcanico, per cui una quantità di gas dell' 1% in massa può arrivare a rappresentare circa il 90% del volume (Papale et al., 1998).

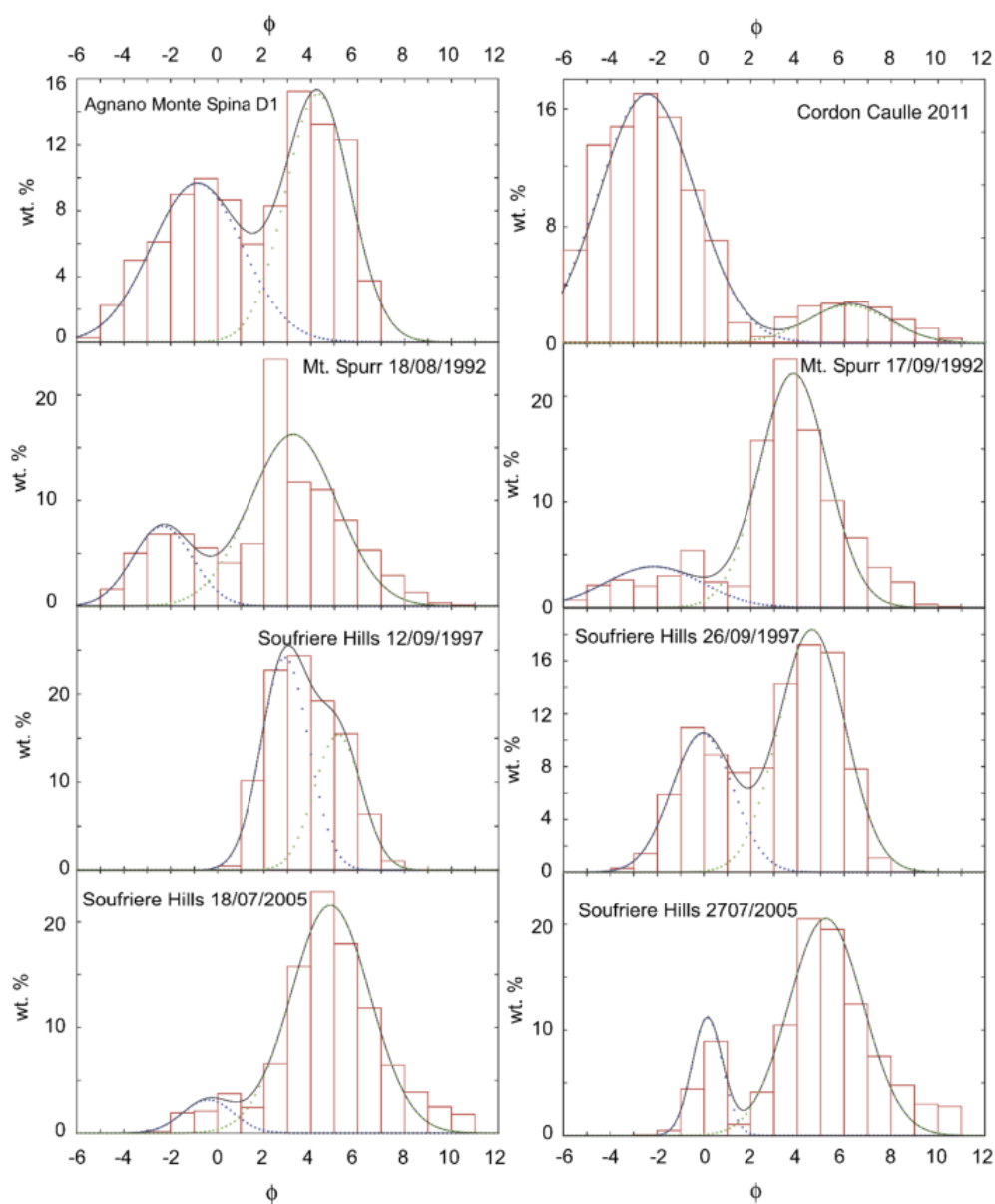
I tefra prodotti durante i processi di frammentazione si possono dividere in bombe o massi ( $d > 64\text{mm}$ ), lapilli ( $2\text{mm} < d < 64\text{mm}$ ), cenere ( $64\mu\text{m} < d < 2\text{mm}$ ) e polveri ( $d < 64\mu\text{m}$ ). La velocità di sedimentazione, il tempo di residenza in atmosfera e la distanza alla quale si depositano dipendono ovviamente dalla loro dimensione e densità. Ad esempio le bombe vulcaniche seguono delle traiettorie balistiche, mentre i lapilli e le ceneri vengono spinti verso l'alto nella colonna eruttiva fino a quando la miscela non raggiunge il livello di galleggiamento neutro, punto in cui inizia a espandersi, facendo disperdere le particelle sottovento. In questo modo, i tefra possono raggiungere distanze considerevoli dell'ordine delle migliaia di chilometri.

La distribuzione della dimensione dei tefra all'interno della colonna (*Total Grain-Size Distribution*, TGSD), oltre ad essere di grande importanza nella valutazione del rischio associato alla loro dispersione, porta con sé informazioni fondamentali sui meccanismi di frammentazione che avvengono all'interno del condotto vulcanico.

La TGSD è tipicamente ricostruita dalle distribuzioni granulometriche locali (*Grain-Size Distribution*, GSD), comunemente espresse come percentuale in massa (wt%) delle varie classi. Per ragioni storiche, lo spettro delle dimensioni delle particelle viene espresso tramite una scala adimensionale  $\Phi$

$$d(\Phi) = d_* 2^{-\Phi} \quad (1.1)$$

dove  $d$  è il diametro della particella e  $d_* = 10^{-3}\text{m}$  è una lunghezza di riferimento.



**Figura 1.1:** TGS di diverse eruzioni. Si può osservare come i dati raccolti sul campo siano ben rappresentati dalla somma di due distribuzioni, in questo caso, gaussiane (Costa et al., 2016 - Figura A.1 modificata)

Diversi studi hanno notato come la presenza di due sotto-popolazioni all'interno della TGS sia una caratteristica comune per la maggior parte delle eruzioni (figura 1.1). Per questo motivo, si ricostruisce la TGS come somma di due distribuzioni dello stesso

tipo: le più utilizzate sono la distribuzione bi-Gaussiana e la distribuzione bi-Weibull.

La distribuzione bi-Gaussiana si ottiene dalla somma di due distribuzioni Gaussiane in  $\Phi$ , per cui sarà della forma:

$$f_{bi-Gauss}(\Phi) = q \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\Phi - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} \right] + (1 - q) \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\Phi - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2} \right] \quad (1.2)$$

dove  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  rappresentano, rispettivamente, la media e la deviazione standard delle due gaussiane, mentre  $q$  è il parametro che rappresenta il peso della prima popolazione.

La distribuzione bi-Weibull, somma di due distribuzioni Weibull, invece (Brown e Wohletz, 1995):

$$f_{bi-Weibull}(d) = p \frac{n_1}{\lambda_1} \left( \frac{d}{\lambda_1} \right)^{n_1} \exp \left[ -\left( \frac{d}{\lambda_1} \right)^{n_1} \right] + (1 - p) \frac{n_2}{\lambda_2} \left( \frac{d}{\lambda_2} \right)^{n_2} \exp \left[ -\left( \frac{d}{\lambda_2} \right)^{n_2} \right] \quad (1.3)$$

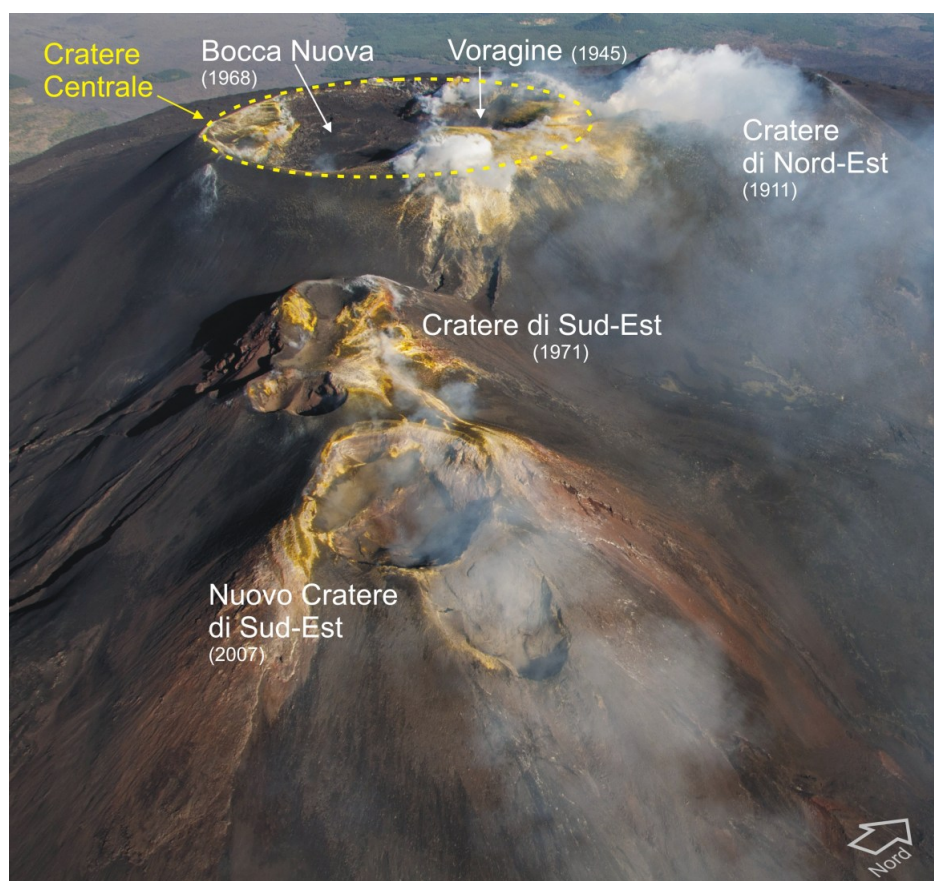
dove  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  ed  $n_1$ ,  $n_2$  rappresentano, rispettivamente, i parametri di scala e di forma delle due distribuzioni, mentre  $p$  è il parametro che rappresenta il peso della prima popolazione.

Studi comparativi hanno mostrato come entrambe le distribuzioni possano essere rappresentative della TGSD, pur avendo la distribuzione bi-Weibull un minor RMSE. La distribuzione bi-Gaussiana risulta comunque più pratica a causa della sua semplicità di utilizzo (Costa et al., 2016).

Ogni sotto-popolazione può essere associata a diversi processi avvenuti durante l'eruzione, come la frammentazione primaria del magma nel condotto, la polverizzazione delle particelle nel condotto e nella zona di jet, o, anche, alle fluttuazioni repentine dell'intensità dell'eruzione e i veloci cambiamenti delle proprietà del magma. Però, se le variazioni dei parametri atmosferici e dell'eruzione avvengono più velocemente dei processi di sedimentazione, la TGSD non può essere ritenuta rappresentativa delle singole fasi prese individualmente. Queste osservazioni suggeriscono dunque che non esiste una corrispondenza univoca tra la forma della TGSD e le dinamiche eruttive.

## 1.3 L'Etna

L'Etna, detto anche Mongibello, è un vulcano situato nella città metropolitana di Catania. Con i suoi 3326 metri di altezza è il vulcano più alto d'Europa, oltre ad essere il più attivo e più studiato (Bonaccorso et al., 2004). Il monte ha un perimetro basale di circa 135km ed una superficie di 1265km<sup>2</sup>, la cui altezza varia però nel tempo a causa delle sue continue eruzioni, determinandone l'abbassamento o l'innalzamento. Sulla punta del Monte Etna si trova l'area craterica sommitale, in cui sono presenti gli attuali crateri Bocca Nuova, Voragine, Cratere di Nord-Est, Cratere di Sud-Est e Nuovo Cratere di Sud-Est, tutti originatisi negli ultimi 120 anni. Il più giovane di questi è il Nuovo Cratere di Sud-Est, generato in seguito alla fase eruttiva del 2007-2009.



**Figura 1.2:** Vista dell'area craterica sommitale dell'Etna, fonte INGV (<https://ingvvulcani.com/2018/07/19/i-crateri-sommitali-delletna/>)

L'Etna è un vulcano a scudo evoluto in uno stratovulcano, a condotto aperto, caratterizzato da continue eruzioni di diverso stile e carattere, sia di tipo effusivo che di tipo esplosivo. In generale le eruzioni più persistenti e durature, di tipo Stromboliano, avvengono dai crateri sommitali, spesso accompagnati da flussi di lava. Può accadere però che questo tipo di attività si interrompa bruscamente a favore di brevi periodi di attività fortemente esplosiva, cioè a parossismi caratterizzati da alte colonne eruttive (Behncke et al., 2005).

Inoltre, ad intervalli irregolari di anni o decine di anni, avvengono pericolose eruzioni dai fianchi che superano, in termini di volume di massa eruttata, quelle dei crateri sommitali (Behncke e Neri, 2003). Queste eruzioni hanno origine sia dalle fessure originatesi attorno al condotto centrale che da un sistema eccentrico, ovvero da un condotto alternativo a quello centrale (Andronico et al., 2005). Il ricorrente alternarsi di eruzioni dai fianchi o dai crateri sommitali è stato interpretato come ciclo eruttivo caratteristico dell'Etna.

La camera magmatica che alimenta il condotto centrale e quelli eccentrici, da recenti studi di indagine petrochimica, geofisica e geodetica (Scudero et al., 2019), si ipotizza essere situata ad una profondità di 3-6km sotto il livello del mare, e che abbia un volume tra i 69 ed i 216 km<sup>3</sup> dunque, approssimando la camera magmatica ad un ellissoide oblato spesso 1 km, un raggio tra i 4.7 e 8.1 km, con magmi che raggiungono temperature di 1370K (Kahl et al., 2015).

## Capitolo 2

# Uno sguardo alla modellizzazione: FPLUME e Fall3D

Come visto in precedenza, i tefra, in seguito ad un'eruzione, possono essere trasportati in atmosfera e spostarsi anche per migliaia di chilometri. È di primaria importanza capire quali siano i parametri che ne regolano la dispersione a causa delle importanti conseguenze ad essi associati, quali: difficoltà respiratorie per uomini e animali, danni ad edifici, ad infrastrutture, ai trasporti aerei e all'agricoltura.

Nel corso dei decenni sono stati sviluppati diversi modelli di differente complessità e, in base alle applicazioni, sono state introdotte diverse semplificazioni. Questo perché modelli molto sofisticati non sono adatti a calcoli probabilistici relativi alla valutazione del rischio a lungo termine, in quanto computazionalmente costosi ma, d'altro canto, modelli troppo semplicistici sacrificano l'accuratezza fisica a favore della velocità di calcolo.

### 2.1 Modellizzazione dei parametri sorgente

A seconda che si voglia studiare il volume di materiale eruttato, l'altezza della colonna eruttiva, il tasso eruttivo di massa e/o la durata dell'eruzione, i modelli utilizzano approcci empirici, analitici o numerici.

### 2.1.1 Modelli empirico-analitici

L'indagine sul campo dei depositi dei tefra è una componente molto importante per la ricostruzione dell'eruzione vulcanica e dei rischi ad essa annessi. In particolare, per stimare i volumi e le masse delle ceneri prodotte da un'eruzione è necessario costruire la mappa delle isopache (linee congiungenti tutti i punti di ugual spessore dei depositi) e delle isomasse (Pyle, 1989; Fierstein and Nathenson, 1992; Bonadonna and Houghton, 2005) mentre, per la stima dell'altezza della colonna eruttiva e della velocità del vento al momento dell'eruzione, risulta necessaria la mappa delle isoplete (linee lungo la quale sono presenti depositi con clasti di ugual volume)(Carey e Sparks, 1986).

#### Volume della massa eruttata

Per la determinazione del volume della massa eruttata vi sono tre approcci: il primo si basa sull'assunzione che lo spessore dei depositi dei tefra diminuisca in modo esponenziale con la distanza dal ventre, il secondo assume che questa decada secondo legge di potenza mentre l'ultimo assume che essa segua una distribuzione di tipo Weibull tra lo spessore delle isopache e la radice quadrata dell'area di queste, ponendosi come via di mezzo tra i primi due metodi.

Il primo di questi approcci fu proposto per la prima volta da Pyle (1989), secondo cui sia lo spessore dei depositi che la dimensione dei grani decadano esponenzialmente con la distanza dalla bocca eruttiva secondo la legge

$$T = T_0 \exp(-k\sqrt{A}) \quad (2.1)$$

dove  $T_0$  è il massimo spessore dei depositi,  $k$  il tasso di decrescita e  $A$  l'area racchiusa da un'isopaca. Assumendo quindi che le isopache siano tutte di forma ellittica, si dimostra che il volume dei depositi è dato da

$$V = 13.08 T_0 b_l^2; \quad (2.2)$$



con  $b_l = \ln(2)/(k\sqrt{\pi})$ . A partire da questo risultato, sono stati sviluppati ulteriori metodi che tengano conto di rapide variazioni nell'assottigliamento dello spessore dei depositi o stime nei casi in cui sia possibile determinare solamente un'isopaca.

Il secondo approccio invece fu suggerito da Bonadonna e Houghton, secondo i quali è possibile stimare il volume totale dell'eruzione integrando il best-fit a legge di potenza dei dati sul campo. Tale best fit è esprimibile come

$$T = T_0 \left( \frac{\sqrt{A_0}}{\sqrt{A}} \right)^m = C_{pl} \left( \sqrt{A} \right)^{-m} \quad (2.3)$$

dove  $C_{pl}$  e  $m$  sono, rispettivamente, il coefficiente e l'esponente della legge di potenza. Dimostrano quindi che il volume eruttato è dato da:

$$V = \frac{2C_{pl}}{2-m} \left( \sqrt{A_{dist}}^{2-m} - \sqrt{A_0}^{2-m} \right) \quad (2.4)$$

dove  $A_{dist}$  idealmente rappresenta l'area racchiusa dall'isolinea di spessore 0 ed  $A_0$  l'area dell'isolinea corrispondente al massimo spessore dei depositi.

Entrambi i metodi presentano però delle criticità. Per quanto riguarda l'approccio esponenziale, alcune analisi di sensitività sul calcolo del volume hanno mostrato che l'integrazione su meno di tre isopache tende a sottostimare il volume dei depositi in assenza di dati distali (Bonadonna e Houghton, 2005), mentre l'approccio secondo legge di potenza presenta dei limiti legati alla scelta arbitraria dei limiti di integrazione ( $A_{dist}$  ed  $A_0$ ) (Bonadonna e Costa, 2013).

L'ultimo approccio invece, proposto da Bonadonna e Costa nel 2012, assume che lo spessore delle isopache diminuisca secondo la relazione:

$$T = \theta (x/\lambda)^{n-2} \exp[-(x/\lambda)^n] \quad (2.5)$$

dove  $\lambda$  rappresenta la lunghezza caratteristica per il decadimento dello spessore dei depositi (espresso in chilometri),  $x$  la radice quadrata dell'area dell'isopaca,  $\theta$  una scala per lo spessore (espresso in centimetri, tipicamente  $\theta = e \cdot T(\lambda)$ ), ed  $n$  è un parametro adimensionale. Dunque il volume totale è:

$$V = \frac{2\theta\lambda^2}{n} \quad (2.6)$$

Tale metodo risulta più affidabile quando si hanno pochi dati disponibili sia nelle zone prossimali che nelle zone distali.

### Altezza della colonna e velocità del vento

Nella determinazione dell'altezza della colonna e della velocità del vento, è stato importante notare come, nonostante la colonna eruttiva sia caratterizzata da velocità verticali fortemente variabili, il profilo orizzontale, mediato sul tempo, della velocità verticale delle ceneri può essere rappresentato da una distribuzione gaussiana simmetrica rispetto all'asse della colonna. Partendo da questo risultato ed osservando la velocità di sedimentazione delle particelle vulcaniche, Carey e Sparks nel 1986 hanno presentato un modello per ricavare l'altezza della colonna e la velocità del vento, utilizzando la massima distanza, nella direzione del vento e trasversalmente ad essa, delle isoplete. Questo modello, però, è applicabile solo a particolari colonne di tipo pliniano: la velocità verticale del pennacchio deve diminuire in maniera monotona e quella del vento deve essere unidirezionale a tutte le altezze e massima nella tropopausa.

### Tasso eruttivo di massa MER

Infine, per ricavare il tasso eruttivo di massa  $\dot{M}$  ( $\text{kg s}^{-1}$ ), può essere applicata la formula semi-empirica di Wilson e Walker (1987):

$$H = C\dot{M}^{1/4} \quad (2.7)$$

dove  $H$  è l'altezza della colonna e  $C = 236 \text{ m kg}^{-1/4} \text{ s}^{1/4}$  un fattore empirico.

Questo modello presenta, però, dei limiti, in quanto è valido solamente per pennacchi circolari (di altezza inferiore ai 35 km) e per temperature della colonna di c.ca  $800^\circ\text{C}$ , dunque per eruzioni di magmi andesitici. Inoltre, basandosi sulla *buoyant plume theory* (BPT), è difficilmente adattabile alle colonne eruttive che si ergono per diversi strati dell'atmosfera, dove i flussi di galleggiamento variano con l'altezza ed i venti hanno effetti significativi sui processi di incameramento (plume entrainment) (Bursik, 2001).

Per ovviare tali problemi, sono stati proposti ulteriori modelli empirici che tengano conto, anche se in maniera semplicistica, dei diversi processi atmosferici. Tra i tanti, possiamo trovare:

- Carazzo et al., 2014

$$\begin{aligned}
 \ln(\dot{M}) &= \ln(b_1 H^{n_1}) + cWH & H \leq H_1 \\
 \ln(\dot{M}) &= \ln(b_2 H^{n_2}) + cWH & H_1 < H \leq H_2 \\
 \ln(\dot{M}) &= \ln(b_3 H^{n_3}) + cWH & H_2 < H \leq H_3 \\
 \ln(\dot{M}) &= \ln(b_4 H^{n_4}) + cWH & H > H_3
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

con  $b_i$ ,  $n_i$ ,  $H_i$  per  $i$  che va da 1 a 4, e  $c$  parametri che variano a seconda che ci si trovi a latitudini polari, medie o tropicali,  $W$  velocità caratteristica;

- Degruyter e Bonadonna, 2012

$$\dot{M} = \pi \frac{\theta_{a0}}{g'} \left( \frac{2^{5/2} \alpha_s^2 \bar{N}^3}{z_l^4} H^4 + \frac{\alpha_v \bar{N}^2 \bar{v}}{6} H^3 \right) \tag{2.9}$$

con  $\bar{N}$  frequenza media di galleggiamento,  $\bar{v}$  velocità media del vento,  $z_l$  altezza massima adimensionalizzata,  $\alpha_{s,v}$  coefficienti di incameramento,  $\theta_{a0}$  temperatura atmosferica e  $g'$  gravità ridotta;

- Woodhouse et al., 2013

$$\dot{M} = 0.35 \alpha_s^2 f(\dot{\gamma}, N)^4 \frac{\theta_{a0}}{g'} N^3 H^4 \tag{2.10}$$

con  $f(\dot{\gamma}, N)$  funzione adimensionale dipendente dallo shear rate del vento e dalla frequenza di galleggiamento.

I coefficienti variano a seconda che si tratti di colonne eruttive deboli o sostenute.

### 2.1.2 Modelli numerici

I modelli numerici per la dispersione dei tefra si basano sull'equazione di conservazione della massa, seguendo approcci *Euleriani* o *Langrangiani*. L'approccio Euleriano descrive l'evoluzione del sistema in punti fissi dello spazio, quello Lagrangiano, invece, ne descrive l'evoluzione seguendo le traiettorie delle particelle che lo descrivono. Molto spesso tali approcci vengono utilizzati simultaneamente (modelli Eulero-Lagrangiani) descrivendo la dinamica di una singola particella all'interno di un campo di moto Euleriano. L'equazione che governa il moto, detta equazione di **Avvezione-Diffusione-Sedimentazione** (ADS), è (Costa et al, 2006):

$$\frac{\partial \bar{c}_j}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_x \bar{c}_j}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_y \bar{c}_j}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_z \bar{c}_j}{\partial z} - \frac{\partial \bar{u}_{sj} \bar{c}_j}{\partial z} = \frac{\partial \overline{u'_x c'_j}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'_y c'_j}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'_z c'_j}}{\partial z} + S \quad (2.11)$$

dove:  $c_j(x, y, z, t) = \bar{c}_j + c'_j$  è la concentrazione di particelle di classe  $j$  ( $c'_j$  rappresenta le fluttuazioni turbolente e  $\bar{c}_j$  il valore medio),  $(u_x, u_y, u_z) = (\bar{u}_x + u'_x, \bar{u}_y + u'_y, \bar{u}_z + u'_z)$  la velocità del fluido,  $u_{sj}(x, y, z)$  la velocità terminale della particella appartenente alla classe  $j$  ed  $S(x, y, z, t)$  il termine sorgente, ovvero il flusso di massa di particelle di classe  $j$  immesse per unità di tempo e volume. Il primo termine della parte sinistra dell'equazione rappresenta dunque la variazione temporale della concentrazione media (termine transiente), il secondo, terzo e quarto indicano il trasporto del vento (termini avvettivi) ed il quinto rappresenta la sedimentazione. A destra dell'equazione si hanno invece tre termini che rappresentano il trasporto turbolento in atmosfera.

Un approccio semplificativo tipicamente utilizzato è considerare il flusso turbolento come proporzionale al gradiente della concentrazione media, ad esempio per la direzione  $x$ :

$$\overline{u'_x c'_j} \approx -K_x \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x} \quad (2.12)$$

dove il fattore  $K_x$  è la componente  $x$  del tensore di diffusione turbolenta. Con le dovute approssimazioni, l'equazione dell'ADS può essere semplificata e risolta numericamente tramite modelli unidimensionali, bidimensionali e tridimensionali.

I modelli unidimensionali considerano trascurabili i termini diffusivi, condizioni statiche della colonna eruttiva e che il trasporto avvenga in una sola direzione  $s$  (Bursik et al, 1992; Sparks et al, 1992; Bonadonna et al, 1998). In questo modo la 2.11 diventa

$$\frac{\partial U c_j}{\partial s} - \frac{\partial u_{sj} c_j}{\partial z} = 0 \quad (2.13)$$

con  $U$  velocità nella direzione  $s$ . Supportato da dati sperimentali (Sparks et al, 1991), il modello unidimensionale ha fornito delle basi teoriche per i metodi empirici nel calcolo del volume dell'eruzione. Ulteriori sviluppi di questo modello hanno mostrato che gli effetti avvertiti del vento sul trasporto delle particelle e nella regione ad ombrello della colonna siano ciò che influisce maggiormente sulla sedimentazione delle stesse, mentre nelle colonne ricche di polveri siano i processi di aggregazione (Bursik et al, 1992; Bonadonna e Philips, 2003).

I modelli bidimensionali si basano sulla soluzione analitica dell'equazione di ADS, assumendo che la diffusione sia costante in atmosfera, considerata isotropa, e ritenendo trascurabili la velocità del vento e la diffusione lungo la verticale. In questo caso la 2.11 diventa:

$$\frac{\partial \bar{c}_j}{\partial t} + \bar{u}_x \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x} + \bar{u}_y \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_j \bar{c}_j}{\partial z} = K_x \frac{\partial^2 \bar{c}_j}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 \bar{c}_j}{\partial y^2} + S \quad (2.14)$$

Una soluzione per la 2.14 è data da una distribuzione Gaussiana (Suzuki, 1983; Pfeiffer et al, 2005).

I modelli tridimensionali, invece, vengono utilizzati quando si necessita di una completa descrizione della dispersione delle ceneri vulcaniche in atmosfera. A seconda delle applicazioni per cui questi modelli vengono impiegati, possono essere adottate diverse semplificazioni, per esempio i modelli utilizzati dal VAACs (*Volcanic Ash Advisory Centers*) trascurano generalmente il calcolo dei depositi a terra per concentrarsi sul trasporto delle ceneri vulcaniche in atmosfera al fine di valutare la sicurezza aerea. Solo pochi modelli 3-D si occupano non solo del trasporto delle particelle ma anche della loro sedimentazione, tra i quali troviamo Fall3D (Costa et al, 2006; Folch et al, 2009) o VOLCALPUFF (Barsotti e Neri, 2008); in particolare Fall3D risolve l'equazione di ADS per

ogni classe di particelle in un sistema di coordinate che segue l'andamento del terreno:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial t} + \bar{u}_x \frac{\bar{c}_j}{\partial x} + \bar{u}_y \frac{\bar{c}_j}{\partial y} + (\bar{u}_z - \bar{v}_j) \frac{\bar{c}_j}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial z} \right) + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial z} - \bar{c}_j \nabla \cdot \vec{u} + S \end{aligned} \quad (2.15)$$

la cui soluzione numerica verrà analizzata più avanti.

L'affidabilità e le incertezze dei risultati di questi modelli dipendono fortemente dall'affidabilità e dalle incertezze dei parametri di input.

Ad esempio, nella dispersione dei tefra, coprono un ruolo fondamentale le condizioni meteorologiche (Macedonio et al, 2016). La risoluzione richiesta di questi dati dipende maggiormente dalle scale di lunghezza tipiche dello specifico problema da risolvere. Dati meteorologici globali sono disponibili ad una risoluzione di 2.5° dal 1948 ([www.cdc.noaa.gov/cdc/data.ncep.reanalysis.html](http://www.cdc.noaa.gov/cdc/data.ncep.reanalysis.html); <http://data.ecwmf.int/data/d/era40-daily/>) ma, poiché la risoluzione risulta troppo grossolana per molte applicazioni, si ricorre all'utilizzo di dati derivanti da modelli meteorologici su mesoscala (come il modello *Weather Research and Forecasting* WRF) o al nuovo database di dati di rianalisi ERA5 dell'European Center Medium Weather Forecast (ECMWF), aventi risoluzione orizzontale di un quarto di grado. Altri parametri che influenzano sensibilmente queste simulazioni sono la massa totale eruttata, la velocità terminale delle particelle, l'altezza della colonna eruttiva ed il coefficiente di diffusione orizzontale (Macedonio et al, 2016).

## 2.2 FPLUME

In questo paragrafo presenteremo FPLUME-1.0, un modello numerico scritto in FORTRAN90, sviluppato per la simulazione di pennacchi vulcanici. È un modello unidimensionale stazionario, sviluppato da Folch, Costa e Macedonio (Folch, Costa, e Macedonio, 2016), il quale prende in esame: la flessione dei pennacchi, i fenomeni di incameramento, gli effetti delle transizioni di fase dell'acqua sul bilancio energetico, la caduta delle particelle e i fenomeni di re-incameramento dovuti a vortici turbolenti.

Tale modello numerico consente, grazie anche alla modellazione di fenomeni di aggregazione umida di particelle, una stima della distribuzione totale della granulometria (TGSD).

### 2.2.1 Modello fisico ed equazioni che lo governano

Il modello proposto da FPLUME consiste nel trattare il pennacchio vulcanico come una miscela multifase ed omogenea di acqua (assunta come unica specie volatile per semplicità), aria e particelle.

Le dimensioni dei tefra prodotti dall'eruzione, a causa di processi di frammentazione del magma e dell'erosione del condotto vulcanico, spaziano per diversi ordini di grandezza, oltre ad avere forme e densità differenti. Il modello discretizza lo spettro della dimensione delle particelle, raggruppandole in  $n$  classi per diversi  $\Phi$  (eq. 1.2) e, ad ogni classe, viene associata una velocità caratteristica di sedimentazione. Ciò viene fatto poiché la dimensione delle particelle gioca un ruolo primario nella determinazione di tale velocità.

Le equazioni che governano il modello si basano su una generalizzazione della *Buoyant Plume Theory*, proposta da Morton et al. nel 1956, nella quale si assume che:

- il tasso di incameramento ai bordi del pennacchio sia proporzionale ad una velocità caratteristica, valutata all'altezza considerata;
- i profili della velocità media verticale e della forza media di galleggiamento, nelle diverse sezioni orizzontali del pennacchio, siano simili a tutte le altezze;
- le più grandi variazioni di densità nel campo del moto siano piccole rispetto ad una densità di riferimento, presa come densità del fluido dell'ambiente all'altezza della sorgente.

Tali assunzioni però non sono valide oltre il *Neutral Buoyancy Layer* (NBL), dunque con FPLUME viene proposto anche un modello semiempirico per descrivere il moto oltre

tale regione.

Le equazioni che governano il modello, stazionarie e mediate su sezioni orizzontali per un moto assi-simmetrico del pennacchio con condizioni di vento turbolento, sono:

- Eq. di conservazione della massa:

$$\frac{d\hat{M}}{ds} = 2\pi r \rho_a u_e + \sum_{i=1}^n \frac{d\hat{M}_i}{ds} \quad (2.16a)$$

- Eq. di conservazione del momento angolare assiale:

$$\frac{d\hat{P}}{ds} = \pi r^2 (\rho_a - \hat{\rho}) g \sin \theta + u_a \cos \theta (2\pi r \rho_a u_e) + \hat{u} \sum_{i=1}^n \frac{d\hat{M}_i}{ds} \quad (2.16b)$$

- Eq. di conservazione del momento radiale:

$$\hat{P} \frac{d\theta}{ds} = \pi r^2 (\rho_a - \hat{\rho}) g \cos \theta - u_a \sin \theta (2\pi r \rho_a u_e) \quad (2.16c)$$

- Eq. di conservazione dell'energia:

$$\frac{d\hat{E}}{ds} = 2\pi r \rho_a u_e \left( (1 - w_a) c_a T_a + w_a h_{wa} (T_a) + gz + \frac{1}{2} u_e^2 \right) + c_p \hat{T} \sum_{i=1}^n \frac{d\hat{M}_i}{ds} \quad (2.16d)$$

- Eq. di conservazione della massa dell'aria asciutta:

$$\frac{d\hat{M}_a}{ds} = 2\pi r \rho_a u_e (1 - w_a) \quad (2.16e)$$

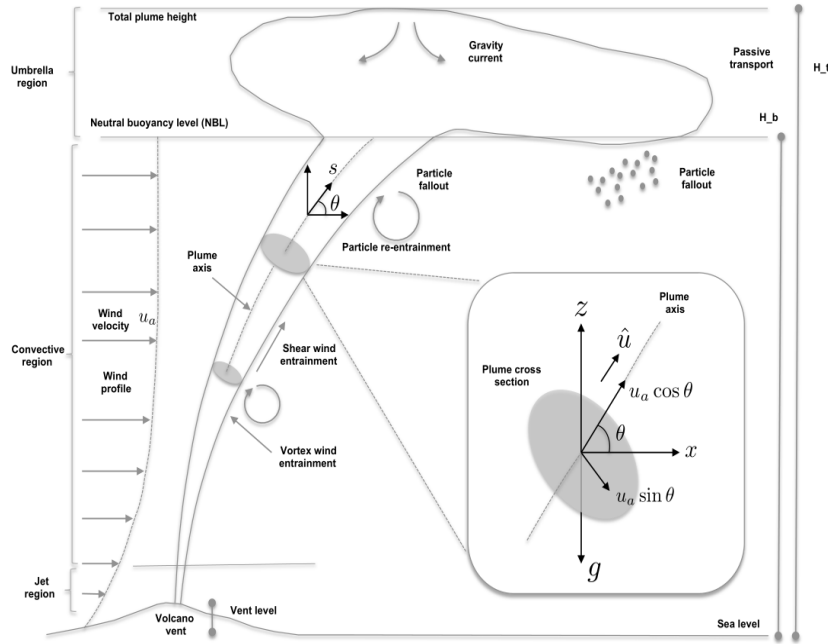
- Eq. di conservazione della massa dell'acqua:

$$\frac{d\hat{M}_w}{ds} = 2\pi r \rho_a u_e w_a \quad (2.16f)$$

- Eq. di conservazione della massa delle particelle solide:

$$\frac{d\hat{M}_i}{ds} = -\frac{\chi u_{si}}{r \hat{u}} \left( 1 + \frac{f u_e}{u_{si} dr/ds} \right)^{-1} \hat{M}_i + A_i^+ + A_i^- \quad (2.16g)$$





**Figura 2.1:** Schema di un pennacchio vulcanico assi-simmetrico. Il dettaglio presenta una sezione del pennacchio perpendicolare all'asse, inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale (Folch, Costa, Macedonio 2016 - Figura 1).

- Eq. della traiettoria del pennacchio:

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = \cos \theta \cos \Phi_a \\ \frac{dy}{ds} = \cos \theta \sin \Phi_a \\ \frac{dz}{ds} = \sin \theta \end{cases} \quad (2.16h)$$

Nella Tabella 8 in appendice A vengono presentate in dettaglio tutte le variabili. Le quantità con il cappello ( $\hat{\phantom{x}}$ ) denotano quantità estensive, ovvero quantità integrate su una sezione trasversale del pennacchio tramite un profilo top-hat, in cui una generica quantità  $\phi$  ha un valore costante  $\phi(s)$  nella data sezione e nullo al di fuori di essa.

Tutte queste equazioni costituiscono complessivamente un set di  $9 + n$  equazioni differenziali ordinarie del primo ordine in  $s$  in  $9 + n$  incognite:  $\hat{M}$ ,  $\hat{P}$ ,  $\theta$ ,  $\hat{E}$ ,  $\hat{M}_a$ ,  $\hat{M}_w$ ,  $\hat{M}_i$  (per ogni classe di particelle),  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Per l'integrazione della 2.16d e per stimare il tasso di aggregazione nell'equazione 2.16g, è necessario stimare la temperatura  $\hat{T}$  e le frazioni di massa del ghiaccio  $x_s$ , dell'acqua allo stato liquido  $x_l$  e del vapore  $x_v$  tramite il flusso di entalpia insieme alla relazione che lega questa all'energia:

$$\hat{H} = \hat{M} \left[ x_a c_a \hat{T} + x_p c_p \hat{T} + x_v h_v (\hat{T}) + x_l h_l (\hat{T}) + x_s h_s (\hat{T}) \right] \quad (2.17)$$

$$\hat{E} = \hat{H} + \hat{M} \left( gz + \frac{1}{2} u^2 \right) \quad (2.18)$$

dove  $h_v$ ,  $h_l$  ed  $h_s$  sono le entalpie per unità di massa del vapore acqueo, dell'acqua liquida e del ghiaccio,  $x_a$  ed  $x_p$  indicano la frazione di massa dell'aria e delle particelle mentre  $c_a$  e  $c_p$  sono i calori specifici a pressione costante dell'aria e delle particelle.

Il modello utilizza un modello di pseudo-gas, considerando il composto di aria e vapore acqueo come fosse un gas ideale, dunque la pressione  $P$  è data da:

$$P = P_v + P_a; \quad P_v = n_v P; \quad P_a = n_a P \quad (2.19)$$

con  $P_v$  e  $P_a$  pressioni parziali del vapore acqueo e dell'aria nel pennacchio e  $n_v$  ed  $n_a$  le rispettive frazioni molari. Il modello, seguendo gli studi di Woods (1993), considera che, se la miscela di acqua e aria viene saturata dal vapore acqueo, si verifichi la condensazione o la deposizione ed il pennacchio rimane saturato.

Per il parametro di re-incameramento  $f$ , il modello adotta il fit empirico proposto da Ernst et al. (1996):

$$f = 0.43 \left( 1 + \left[ \frac{0.78 u_s P_o^{1/4}}{F_o^{1/2}} \right]^6 \right)^{-1} \quad (2.20)$$

dove  $P_o$  ed  $F_o$  sono il momento ed il flusso termico alla sorgente ( $s = 0$ ). La velocità terminale di sedimentazione delle particelle  $u_s$  appartenenti alla classe  $i$  è data da (Costa et al., 2006; Folch et al, 2009)

$$u_{si} = \sqrt{\frac{4g (\rho_{pi} - \hat{\rho}) d_i}{3C_d \hat{\rho}}} \quad (2.21)$$

dove  $d_i$  è il diametro delle particelle di classe  $i$ ,  $\rho_{pi}$  la densità media pesata delle particelle della classe  $i$  e  $C_d$  il coefficiente di attrito, il quale dipende dal numero di Reynolds e dalla sfericità della particella.

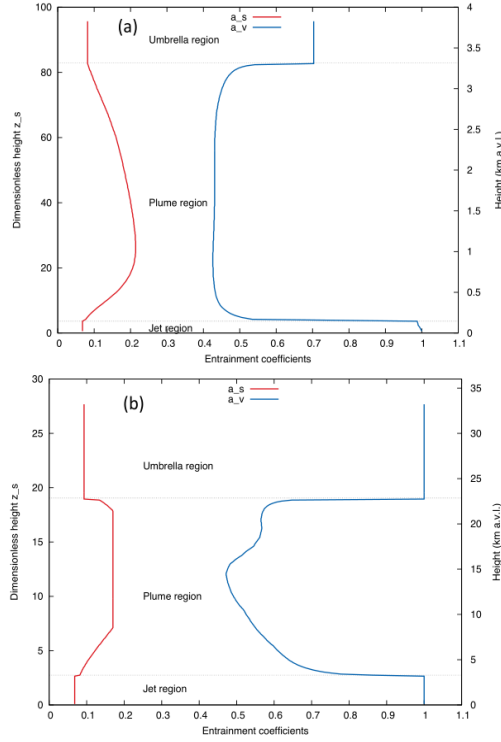
Un ruolo chiave nella dinamica del jet e del pennacchio in fase di convezione è quello dell'incameramento turbolento dell'aria. Il tasso di incameramento alla base determina se il jet vulcanico collasserà a causa dell'esaurimento del suo momento prima che la miscela entri in una fase positiva di galleggiamento, oppure entrerà in un regime convettivo permettendo al pennacchio di raggiungere altezze elevate. Da esperimenti di laboratorio, si è visto come la velocità di incameramento dell'aria sia proporzionale alla differenza tra la componente normale e quella parallela della velocità del vento rispetto l'asse del pennacchio

$$u_e = \alpha_s |\hat{u} - u_a \cos \theta| + \alpha_v |u_a \sin \theta| \quad (2.22)$$

dove  $\alpha_s$  ed  $\alpha_v$  rappresentano i coefficienti adimensionali che controllano l'incameramento lungo la direzione del flusso e rispetto la sua normale. La scelta di tali coefficienti è di primaria importanza, poiché il tasso eruttivo stimato dal modello varia proporzionalmente ad  $\alpha_s^2$  nel caso di forti pennacchi, e proporzionalmente a  $\alpha_v^2$  per pennacchi deboli (Costa et al, 2016).

Essendo la 2.22 basata su studi empirici e non avendo una base teorica, diversi modelli 1-D permettono di scegliere se considerare tali coefficienti costanti lungo tutto il pennacchio, costanti a tratti oppure costanti a tratti moltiplicandoli per un fattore correttivo. FPLUME permette anche di considerare una parametrizzazione di  $\alpha_s$  ed  $\alpha_v$  basata sul numero di Richardson locale e dall'orientazione del pennacchio.

La regione di ombrello (*umbrella region*) è la regione sommitale del pennacchio, definita come la regione che va dal NBL fino al punto più alto raggiunto dalla colonna. Essa può essere dominata da processi di fontanamento da parte della miscela eruttiva che, raggiunta la punta della colonna, dissipa il momento in eccesso in seguito al superamento del NBL generando una corrente di gravità (e.g Woods e Kienle, 1994; Costa et al, 2013).



**Figura 2.2:** Coefficienti di incameramento  $\alpha_s$  in rosso ed  $\alpha_v$  in blu rispetto alla quota adimensionalizzata di un pennacchio debole (a) e forte (b) (Folch, Costa e Macedonio, 2016)

Se si continuassero ad utilizzare le assunzioni della BPT, queste porterebbero come risultato un raggio del pennacchio tendente all'infinito alla sommità della colonna; dunque, per questa regione, FPLUME adotta una semplificazione semi-empirica. Nella umbrella region, non viene considerato l'incameramento dell'aria e viene assunto che la mistura sia omogenea, ovvero che il contenuto di aria, vapore acqueo, acqua allo stato liquido, ghiaccio e la massa totale delle particelle non varino con la quota  $z$ . La pressione  $P(z)$  è considerata essere uguale alla pressione  $P_a(z)$  ambientale valutata alla stessa quota, dove la temperatura decresce con  $z$  a causa del raffreddamento adiabatico:

$$P(z) = P_a(z) \quad \frac{dT}{dP} = \frac{1}{\hat{c}\hat{p}} \quad (2.23)$$

L'altezza totale  $H_t$  del pennacchio rispetto alla sorgente è approssimato tramite (Morton et al, 1956):

$$H_t = c_H (H_b + 8r_o) \quad (2.24)$$

con  $c_H$  parametro adimensionale, tipicamente  $c_H = 1.32$ ,  $H_b$  altezza del NBL ed  $r_o$  il raggio alla sorgente. Tra le altezze  $H_b$  ed  $H_t$ , le coordinate  $x$  ed  $y$  della posizione del centro del pennacchio ed il raggio  $r$  sono parametrizzate come funzione della quota  $z$ . Il modello assume che la posizione del centro del pennacchio vari linearmente con la stessa pendenza che aveva al NBL, inoltre che il raggio effettivo del pennacchio decresca come una funzione gaussiana:

$$x = x_b + (z - H_b) \left. \frac{dx}{dz} \right|_{z=z_b} \quad (2.25)$$

$$y = y_b + (z - H_b) \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=z_b} \quad (2.26)$$

$$r = r_b e^{-(z-H_b)^2/2\sigma_H^2} \quad (2.27)$$

dove  $x_b$ ,  $y_b$  ed  $r_b$  sono, rispettivamente, le coordinate di  $x$  ed  $y$  al centro del pennacchio e il raggio di questo al NBL, ed  $\sigma_H = H_t - H_b$ . Assumendo dunque che l'energia cinetica della mistura sia convertita in energia potenziale, la velocità verticale è approssimativamente decrescente con la radice quadrata della distanza dal NBL:

$$u_z = u_{zb} \sqrt{\frac{H_t - z}{H_t - H_b}} \quad (2.28)$$

con  $u_{zb}$  velocità verticale del pennacchio al NBL.

Per quanto riguarda l'aggregazione tra particelle, essa può avvenire all'interno della colonna o nelle nubi di polvere durante la dispersione atmosferica (Durant et al., 2009), influenzando così la deposizione dei tefra. FPLUME tiene conto di tali processi inserendo un termine sorgente ( $A_i^+$ ) ed un termine di pozzo ( $A_i^-$ ) per gli aggregati nelle relative equazioni di bilancio della massa (eq. 2.16g) e modificando la velocità di sedimentazione di tali aggregati. Poiché i processi di aggregazione non sono ancora completamente compresi, vengono considerati solamente i processi di aggregazione umida, trascurando i processi di aggregazione asciutta ed i processi di disaggregazione dovuti alla collisione tra particelle.

Il modello proposto considera che le particelle si aggregano in un'unica classe di diametro  $d_A$  (Costa, 2010; Folch, 2010), dunque l'aggregazione coinvolge solamente le

particelle con diametro inferiore a  $d_A$ , tipicamente nel range dei  $100\text{-}300\mu\text{m}$ . Dunque

$$A_i^+ = \sum_{j=k+1}^n A_j^- \delta_{ik} \quad (2.29)$$

dove  $k$  è l'indice della classe degli aggregati e la somma su  $j$  spazia per tutte le classi di particelle aventi diametro inferiore a  $d_A$ . La massa delle particelle di classe  $i$  ( $d_i < d_A$ ) che si aggregano nell'unità di tempo e di lunghezza in una data sezione del pennacchio è:

$$A_i^- = \dot{n}_i \left( \rho_{pi} \frac{\pi}{6} d_i^3 \right) \pi r^2 \quad (2.30)$$

dove  $\dot{n}_i$  è il numero di particelle di classe  $i$  che si aggrega nell'unità di tempo e di volume, stimato come

$$\dot{n}_i \approx \frac{\dot{n}_{tot} N_i}{\sum N_j}. \quad (2.31)$$

$N_i$  rappresenta il numero di particelle di diametro  $d_i$  che si aggregano ed  $\dot{n}_{tot}$  è il tasso di decadimento delle particelle per unità di tempo e volume.  $N_i$  è stimato tramite una relazione frattale semi-empirica (Frenklach, 2002; Xiong e Friedlander, 2001):

$$N_i = k_f \left( \frac{d_A}{d_i} \right)^{D_f} \quad (2.32)$$

dove  $k_f$  è un pre-fattore frattale e  $D_f$  è il fattore frattale esponenziale. I valori di  $k_f$  e di  $D_f$  vengono valutati in modo tale che tengano conto sia dei moti gravitazionali che dei moti Browniani, importanti per le particelle con diametro inferiore ai  $10\mu\text{m}$ .

Il tasso di decadimento delle particelle per unità di tempo e volume è dato da una soluzione approssimata dell'equazione di Smoluchowsky (Costa et al., 2010):

$$\dot{n}_{tot} = \hat{f} \alpha_m \left( A_B n_{tot}^2 + A_{TI} \phi^{4/D_f} n_{tot}^{2-4/D_f} + A_S \phi^{3/D_f} n_{tot}^{2-3/D_f} + A_{DS} \phi^{4/D_f} n_{tot}^{2-4/D_f} \right) \quad (2.33)$$

con  $\alpha_m$  efficienza media, pesata sulle classi, di adesione tra particelle,  $\phi$  frazione solida del volume delle particelle,  $n_{tot}$  numero totale di particelle per unità di volume che possono potenzialmente aggregarsi,  $\hat{f}$  fattore di correzione. I fattori  $A_B$ ,  $A_{TI}$ ,  $A_S$  ed  $A_{DS}$  tengono conto, relativamente, del moto Browniano delle particelle, delle collisioni dovute alla turbolenza, degli stress tangenziali laminari e turbolenti ed infine della sedimentazione differenziata.

Tale modello di aggregazione richiede la presenza di acqua allo stato liquido e solido, e l'aggregazione avviene per quelle regioni del pennacchio in cui il vapore acqueo trovi condizioni favorevoli per la condensazione. Tali condizioni sono sfavorite in pennacchi sostenuti (alti valori di  $\hat{M}$ ), per cui l'aggregazione in questi casi avviene solamente nella zona sommitale della colonna, grazie alla presenza di ghiaccio (Folch et al., 2015).

Dunque, data una chiusura per la velocità di incameramento turbolento dell'aria ( $u_e$ ) ed un modello di aggregazione, è possibile integrare le equazioni da 2.16a fino alla 2.16h, partendo dalla sorgente (la bocca eruttiva), lungo l'asse del pennacchio fino al NBL.

Gli input richiesti dal modello sono l'ora e la data dell'eruzione, la durata, le coordinate della sorgente e la sua quota, la velocità di emissione alla sorgente, la temperatura del magma, la frazione di massa d'acqua presente, la distribuzione delle classi dei tefra ed infine l'altezza totale della colonna  $H_t$  o, in alternativa, il tasso di emissione della massa  $\hat{M}_o$ , poiché il codice ha due metodi di risoluzione. Se viene dato in input il valore di  $\hat{M}_o$ , il codice risolve direttamente per  $H_t$ , altrimenti, se viene data l'altezza totale della colonna, il codice risolve iterativamente per  $\hat{M}$ . Se viene attivato il modello di aggregazione, verranno richiesti ulteriori parametri di input quali la grandezza e la densità degli aggregati, il fattore di velocità di assestamento degli aggregati ed il parametro  $D_{fo}$ , ovvero il parametro che controlla il tasso di aggregazione di particelle di classe  $i$ . I restanti parametri hanno valori assegnati di default, ma possono essere modificati.

I file di output generati dal modello sono dei file di testo, con i risultati ottenuti per ogni fase eruttiva comprendenti i valori ottenuti per le diverse variabili (come  $\hat{u}$ ,  $\hat{T}$ ,  $\hat{\rho}$ ) a diverse altezze, ed un file contenente il tasso di eruzione per ogni classe di particelle che cadono dalla colonna eruttiva a diverse altezze.

## 2.3 FALL3D

Fall3D è un modello Euleriano tridimensionale di tipo opensource per il trasporto passivo in atmosfera e per la deposizione di particelle, basato sull'equazione di avvezione-

diffusione-sedimentazione. La prima versione di Fall3D risale al 2003 (Costa e Macedonio, 2004), scritta inizialmente in Fortran 77 fino ad arrivare alla versione odierna (v8.0) completamente riscritta in Fortran 2003 (Folch et al, 2020). Gli utilizzi di tale modello sono molteplici, quali la valutazione del rischio della caduta dei tefra (e.g. Scaini et al., 2012), l'impatto delle nubi di cenere vulcanica sull'aviazione civile (e.g. Sulpizio et al., 2012) o la validazione di alcuni modelli (e.g. Scollo et al., 2010).

### 2.3.1 Modello fisico e le equazioni che lo governano

Nella meccanica continua, la forma generale per descrivere il trasporto passivo di una sostanza all'interno di un fluido (aria) in un dominio  $\Omega$  è:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} + \nabla \cdot \mathbf{G} + \nabla \cdot \mathbf{H} = S - I \quad \text{in } \Omega \quad (2.34)$$

dove, indicando in **grassetto** le grandezze vettoriali,  $\mathbf{F} = c\mathbf{u}$  è il flusso avveztivo,  $\mathbf{G} = c\mathbf{u}_s$  il flusso di sedimentazione,  $\mathbf{H} = -\mathbf{K}\nabla c$  è il flusso di diffusione,  $S$  ed  $I$  indicano rispettivamente la creazione, dunque la sorgente, e la distruzione di particelle. Le condizioni al contorno che vengono imposte sono differenti per le diverse regioni del dominio computazionale:

$$\begin{cases} c = \bar{c} & \text{in } \Gamma_D \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} = 0 & \text{in } \Gamma_N \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{G}) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} & \text{in } \Gamma_R \end{cases} \quad (2.35)$$

dove  $\bar{c}$  è la concentrazione data per il flusso entrante (tipicamente  $\bar{c} = 0$ ),  $\mathbf{n}$  è il vettore normale verso l'esterno e  $\mathbf{D} = c\mathbf{u}_d$  è il flusso di deposizione al suolo, con  $\mathbf{u}_d$  velocità di deposizione. Inoltre  $\Gamma_D$ ,  $\Gamma_N$  e  $\Gamma_R$  sono, rispettivamente, il dominio di Dirichlet per il flusso entrante, di Neumann per il flusso uscente e di Robin per il flusso di deposizione; il dominio totale computazionale  $\Gamma$  è  $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_R$ , con  $\Gamma_D \cap \Gamma_N \cap \Gamma_R = 0$ .

L'equazione 2.34, già vista nel paragrafo 2.1.2, può essere risolta da Fall3D-8.0 anche per sostanze diverse dai tefra, quali gli aerosols ed i radionuclidi.

Il flusso atmosferico è caratterizzato da alti valori del rapporto tra la componente orizzontale e verticale della velocità del vento e dalla diffusione del momento anisotropo,



dove il coefficiente di diffusione orizzontale è tipicamente più grande di quello verticale. Per questo motivo, i modelli di diffusione che tengono conto dei vortici di piccola scala (inferiori alla grandezza delle griglie del dominio computazionale) sono anch'essi anisotropi, con due diversi coefficienti di diffusione lungo l'orizzontale e la verticale:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_h & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_v \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

In Fall3D-8.0 il coefficiente di diffusione orizzontale può essere assunto costante oppure parametrizzato come:

$$\frac{1}{K_h} = \frac{1}{k_{ht}} + \frac{1}{k_{hn}} \quad (2.37)$$

dove  $k_{ht} = k_{ht}(\Delta_g; u; v)$  e  $k_{hn} = k_{hn}(\Delta_g)$  con  $\Delta_g$  misura caratteristica delle celle del reticolo computazionale,  $u$  e  $v$  componenti orizzontali della velocità del vento. Il coefficiente di diffusione verticale  $K_v$  può essere anch'esso assunto costante, oppure parametrizzato in diversi modi a seconda che si consideri lo strato superficiale, lo strato limite planetario o l'atmosfera libera, in accordo alla teoria di similitudine (Freedman e Jacobson, 2003).

Il modello associa ad ogni classe di particelle una velocità di sedimentazione  $\mathbf{u}_s = (0, 0, -w_s)$  uguale alla sua velocità terminale, come visto nella 2.21. Per le particelle irregolari, il coefficiente di attrito  $C_d$  deve essere ottenuto da misure sperimentali. Fall3D-8.0, a questo proposito, include diverse parametrizzazioni derivanti da risultati di laboratorio quali il modello GANSER, il modello PFEIFFER ed il modello DIOGUARDI. In ognuno di questi casi, comunque, la velocità terminale di sedimentazione è funzione del suo diametro  $d$ , della sua densità  $\rho_p$  e della sua sfericità  $\Psi$ .

In base alla specie considerata, il termine  $S$  ed il termine  $I$  dell'equazione 2.34 possono essere scomposti come

$$\begin{aligned} S &= S^e + S^a + S^r + S^c \\ I &= I^w + I^a + I^r + I^c \end{aligned} \quad (2.38)$$

dove gli apici indicano i termini relativi all'emissione di particelle da parte della sorgente ( $S^e$ ), termini di pozzo per la deposizione umida ( $I^w$ ), termini sorgente e di pozzo per

l'aggregazione ( $S^a$  e  $I^a$ ), decadimenti radioattivi ( $S^r$  e  $I^r$ ) e reazioni chimiche ( $S^c$  e  $I^c$ ). Il termine relativo all'emissione di particelle per la classe  $i$  ( $S_i^e$ ) fornisce la massa per unità di tempo e volume rilasciata in ogni punto (o cella) del dominio computazionale. In Fall3D-8.0 è possibile generare e gestire diversi tipi di sorgenti, definite come una struttura dati composta da  $n_p$  punti discreti, ognuno dei quali "segnato" con una posizione variabile nel tempo e un tasso di emissione  $M_{ip}$  (in  $\text{kg s}^{-1}$ ), quindi:

$$S_i^e = \sum_{p=1}^{n_p} M_{ip}/V \quad (2.39)$$

ed il modulo totale della massa sorgente  $M_o$  risulta essere somma di tutti i punti per tutte le classi

$$M_o = \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{n_p} M_{ip} = \sum_{i=1}^n M_i \quad (2.40)$$

In Fall3D-8.0 sono disponibili 5 diverse opzioni per il termine di emissione:

- 1. opzione POINT: tutta la massa è emessa da un singolo punto ( $n_p = 1$ ), situato all'altezza  $z_t$  rispetto al terreno:

$$M_{i1} = \begin{cases} f_i M_o & z = z_t \\ 0 & z \neq z_t \end{cases} \quad (2.41)$$

dove  $f_i$  indica la frazione di massa della classe  $i$ -esima

- 2. opzione HAT: tutti i punti sorgente  $n_p$  sono disposti uniformemente lungo una linea verticale che parte dalla quota  $z_b$  ed arriva alla quota  $z_t$  (rispetto al terreno):

$$M_{ip} = \begin{cases} \frac{f_i M_o}{n_p} & z_b \leq z \leq z_t \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (2.42)$$

- 3. opzione SUZUKI: i punti sorgente  $n_p$  sono disposti lungo un profilo a fungo disposto verticalmente, dipendente da due parametri adimensionali  $A_s$  e  $\lambda_s$ :

$$M_{ip} = \frac{f_i M_o}{n_p} \left[ \left( 1 - \frac{z}{z_t} \right) e^{A_s \left( \frac{z}{z_t} - 1 \right)} \right]^{\lambda_s} \quad 0 \leq z \leq z_t \quad (2.43)$$

- 4. opzione PLUME: valida solamente per i pennacchi vulcanici, utilizza il modello FPLUME-1.0 presentato nel paragrafo precedente, incorporato in Fall3D.
- 5. opzione RESUSPENSION: considera la rimobilitazione e la risospensione delle particelle sul terreno da parte del vento. Sono disponibili tre diversi modelli di emissione di questo tipo, tutti dipendenti dalla velocità di attrito  $u_*$ .

In Fall3D-8.0 è possibile scegliere tra deposizione umida e secca per tutte le particelle al di sotto di una specifica grandezza. Per la deposizione secca sono implementate due diverse parametrizzazioni, le quali descrivono il flusso verticale di deposizione tramite una diffusione browniana ed impatti inerziali. La prima parametrizzazione è stata proposta da Venkatram e Pleim (1999):

$$|\mathbf{u}_d| = w_s + \frac{w_s}{1 - e^{-(r_a+r_b)w_s}} \approx w_s + \frac{1}{r_a + r_b} \quad (2.44)$$

dove  $r_a$  descrive gli effetti della resistenza dell'aria ed  $r_b$  la resistenza viscosa, dipendente dal numero di Stokes e dal numero di Schmidt. La seconda parametrizzazione invece è stata proposta da Feng (2008):

$$|\mathbf{u}_d| = w_s + \frac{1}{r_a + 1 / (u_* c_1 e^{0.5[(Re^* - c_2)/c_3]^2} + a u_*^b)} \quad (2.45)$$

dove  $c_1 = 0.0226$ ,  $c_2 = 40300$  e  $c_3 = 15330$  sono costanti adimensionali,  $Re^*$  è il numero di Reynolds valutato per la velocità d'attrito  $u_*$  ed  $a$  e  $b$  sono coefficienti che dipendono dalla dimensione e dalle caratteristiche superficiali della particella.

Per i meccanismi di deposizione umida, viene assunto che essi avvengano solamente entro lo strato limite planetario (*Atmospheric Boundary Layer*, ABL), ed il rispettivo termine  $I^w$  è dato da

$$I^w = \Lambda c \quad (2.46)$$

dove  $\Lambda$  varia a seconda che ci si trovi in condizioni di *in-cloud* o *below-cloud*.

Nella regione ad ombrello, eruzioni di grande intensità possono dare luogo a processi di trasporto gravitativo, i quali dominano sui trasporti passivi causando una dispersione

radiale della nube vulcanica. In Fall3D-8.0 è implementato un modello di corrente gravitazionale, dove al vento di fondo viene aggiunto un campo radiale di velocità. Questo campo è centrato al di sopra della bocca eruttiva nella regione ad ombrello e si estende per un raggio  $R$  dato da:

$$R = \left( \frac{3\lambda_g N q}{2\pi} \right)^{1/3} t^{2/3} \quad (2.47)$$

dove  $t$  è il tempo trascorso dall'inizio della fase eruttiva,  $\lambda_g$  è una costante empirica  $\approx 2$  ottenuta tramite simulazioni numeriche (Soyazuki e Koyaguchi, 2009),  $N$  è la frequenza di Brunt-Väisälä e  $q$  è il tasso di volume entrante nella regione ad ombrello, stimato come (Costa et al, 2013):

$$q = \frac{ck_e^{1/2} M_o^{3/4}}{N^{5/4}} \quad (2.48)$$

con  $k_e$  coefficiente di incameramento dell'aria e  $c$  una costante che varia a seconda che ci si trovi in regioni tropicali o a latitudini medie o polari. Allora il campo di velocità radiale sarà:

$$u_r(r) = \frac{3}{4} u_r(R) \frac{R}{r} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \text{per } 0 \leq r \leq R \quad (2.49)$$

dove

$$u_r(R) = \left( \frac{2\lambda_g N q}{3\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{R}} \quad (2.50)$$

Per i processi di aggregazione di particelle sono implementati alcune opzioni di aggregazione a priori o di aggregazione umida, che possono essere attivate per determinate classi di polveri. L'opzione di aggregazione a priori consiste nel definire, empiricamente o arbitrariamente, una frazione di determinate classi di particelle che verrà trasferita ad una o più classi diverse: tale trasferimento avverrà alla sorgente, cioè prima che avvenga il trasporto. L'opzione di aggregazione umida, invece, può essere eseguita con FPLUME-1.0.

### 2.3.2 Implementazione numerica

Riprendendo l'equazione 2.34 per l'avvezione-diffusione-sedimentazione, è utile riscriverla per un sistema di coordinate ortogonali generiche  $(X_1, X_2, X_3)$ , considerando la

velocità di sedimentazione parallela alla coordinata verticale:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(CU)}{\partial X_1} + \frac{\partial(CV)}{\partial X_2} + \frac{\partial(CW)}{\partial X_3} - \frac{\partial(CW_s)}{\partial X_3} - \frac{\partial}{\partial X_1} \left( K_1 \frac{\partial C}{\partial X_1} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial X_2} \left( K_2 \frac{\partial C}{\partial X_2} \right) - \frac{\partial}{\partial X_3} \left( K_3 \frac{\partial C}{\partial X_3} \right) = S^* - I^* \end{aligned} \quad (2.51)$$

dove  $C$  è la concentrazione scalata,  $(U, V, W)$  sono le componenti scalate della velocità,  $(K_1, K_2, K_3)$  sono i coefficienti di diffusione scalati e  $S^*$ ,  $I^*$  sono i termini di sorgente e di pozzo scalati. L'utilizzo di coordinate generalizzate semplifica la struttura e l'implementazione del codice, poiché le equazioni che descrivono il modello possono essere risolte per diversi sistemi di coordinate orizzontali e verticali (cartesiane, sferiche, di Mercatore, coordinate  $\sigma$  etc.) utilizzando lo stesso algoritmo di risoluzione. In generale, dati due sistemi di coordinate ortogonali  $(x_1, x_2, x_3)$  e  $(X_1, X_2, X_3)$ , i fattori di trasformazione tra le mappe sono dati dai termini  $m_{ij}$  della matrice Jacobiana della trasformazione:

$$m_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (2.52)$$

Per scalare le quantità scalari, si utilizza semplicemente il determinante della matrice Jacobiana della trasformazione. Ad esempio la concentrazione scalata è  $C = m_1 m_2 m_3 c$ , mentre le componenti orizzontali della velocità sono:

$$\begin{cases} U = \frac{dX_1}{dt} = u \frac{\partial X_1}{\partial x} + v \frac{\partial X_1}{\partial y} + w \frac{\partial X_1}{\partial z} = u/m_1 \\ V = \frac{dX_2}{dt} = u \frac{\partial X_2}{\partial x} + v \frac{\partial X_2}{\partial y} + w \frac{\partial X_2}{\partial z} = v/m_2 \end{cases} \quad (2.53)$$

Per la componente verticale bisogna considerare la dipendenza anche da  $(x, y)$  a causa dell'elevazione del terreno  $h(x, y)$ :

$$W = \frac{dX_3}{dt} = u \frac{\partial X_3}{\partial x} + v \frac{\partial X_3}{\partial y} + w \frac{\partial X_3}{\partial z} = u \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial X_3}{\partial h} + v \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial X_3}{\partial h} + w/m_3 \quad (2.54)$$

In Fall3D viene risolta per ogni classe  $i$  l'equazione generalizzata 2.51 usando il metodo a step frazionato, il quale divide l'equazione lungo ogni direzione spaziale:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial t} &= S^* - I^* \\
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(CU)}{\partial X_1} - \frac{\partial}{\partial X_1} \left( K_1 \frac{\partial C}{\partial X_1} \right) &= 0 \\
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(CV)}{\partial X_2} - \frac{\partial}{\partial X_2} \left( K_2 \frac{\partial C}{\partial X_2} \right) &= 0 \\
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial[C(W - W_s)]}{\partial X_3} - \frac{\partial}{\partial X_3} \left( K_3 \frac{\partial C}{\partial X_3} \right) &= 0
\end{aligned} \tag{2.55}$$

dove l'ordine di risoluzione di ognuna delle equazioni unidimensionali viene permutato ad ogni time step, al fine di evitare qualsivoglia direzione privilegiata e migliorarne così l'accuratezza (Jacobson, 2005).

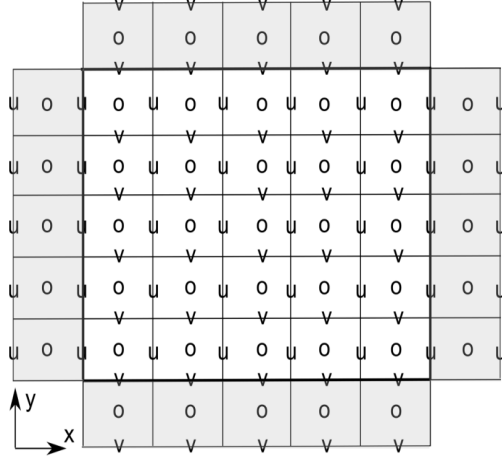
Il dominio computazionale, in Fall3D-8.0, è discretizzato utilizzando una variazione della staggered Arakawa D grid, dove le staggered grid sono uno specifico metodo di risoluzione alle differenze finite, nel quale le diverse variabili, scalari o vettoriali, sono collocate in posizioni diverse della cella. In particolare, nella staggered Arakawa D grid, le componenti della velocità del vento sono valutate alle rispettive facce delle celle ed il resto delle quantità scalari al centro delle celle, come è possibile vedere nella Fig. 2.3 per il caso 2-D.

Per risolvere le equazioni adimensionali in 2.55, Fall3D-8.0 utilizza lo schema di Kurganov-Tadmor (KT), il quale può essere utilizzato in combinazione con un metodo Runge-Kutta esplicito del quart'ordine o con il metodo di Eulero del prim'ordine.

Prendiamo come esempio la forma generale unidimensionale dell'ADS per la variabile scalare  $c(x, t)$ :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(c) = \frac{\partial}{\partial x} G \left( c, \frac{\partial c}{\partial x} \right) \tag{2.56}$$

dove, nel nostro caso particolare,  $F = cu$  è il flusso avveffivo e  $G = k\partial c/\partial x$  è quello diffusivo. Considerando anche un dominio computazionale 1-D discretizzato come in Fig. 2.3, la forma semi-discreta dello schema KT può essere scritto al centro di ogni cella  $i$



**Figura 2.3:** Arakawa D grid per un dominio computazionale 2-D, limitato dalle linee più scure. Le quantità scalari, indicate dalla lettera  $o$ , sono conservate e valutate al centro delle celle, mentre le componenti della velocità sono posizionate sulle relative facce. La griglia 3-D è formata da una successione di strati bidimensionali, con la componente  $w$  della velocità nella parte superiore ed inferiore della cella.

come funzione dei flussi ai bordi  $i \pm 1/2$  (Kurganov e Tadmor, 2000):

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta \bar{x}_i} [F_{i+1/2}^* - F_{i-1/2}^*] + \frac{1}{\Delta \bar{x}_i} [G_{i+1/2}^* - G_{i-1/2}^*] \quad (2.57)$$

dove  $\Delta \bar{x}_i$  è lo spessore dell' $i$ -esima cella e:

$$\begin{aligned} F_{i+1/2}^* &= \frac{1}{2} [F(c_{i+1/2}^r) - F(c_{i+1/2}^l)] - \frac{1}{2} a_{i+1/2} (c_{i+1/2}^r - c_{i+1/2}^l) \\ F_{i-1/2}^* &= \frac{1}{2} [F(c_{i-1/2}^r) - F(c_{i-1/2}^l)] - \frac{1}{2} a_{i-1/2} (c_{i-1/2}^r - c_{i-1/2}^l) \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} G_{i+1/2}^* &= \frac{1}{2} \left[ G\left(c_i, \frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x_i}\right) + G\left(c_{i+1}, \frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x_i}\right) \right] \\ &= G\left(\frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x_{i-1}}\right) \\ G_{i-1/2}^* &= \frac{1}{2} \left[ G\left(c_i, \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}\right) + G\left(c_{i-1}, \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}\right) \right] \\ &= G\left(\frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}\right) \end{aligned} \quad (2.59)$$

dove, nell'equazione 2.58,  $a_{i+1/2}$  è il massimo, in valore assoluto, tra gli autovalori della matrice Jacobiana di  $F$ , e  $c^r$  e  $c^l$  indicano rispettivamente i valori a destra e a sinistra

della cella, calcolati come:

$$\begin{aligned}
c_{i+1/2}^r &= c_{i+1} - 0.5\phi(r_{i+1})(c_{i+1} - c_i) \\
c_{i-1/2}^r &= c_i - 0.5\phi(r_i)(c_{i+1} - c_i) \\
c_{i+1/2}^l &= c_i - 0.5\phi(r_i)(c_i - c_{i-1}) \\
c_{i-1/2}^l &= c_{i-1} - 0.5\phi(r_{i-1})(c_i - c_{i-1})
\end{aligned} \tag{2.60}$$

con

$$r_i = \frac{c_i - c_{i-1}}{c_{i+1} - c_i} \tag{2.61}$$

e  $\phi(r)$  è una funzione di limitazione del flusso.

I passi temporali da  $t^n$  a  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$  nell'eq. 2.57 possono essere effettuati con la formula esplicita, di prim'ordine, del metodo di Eulero (EU1):

$$c^{n+1} = c^n + \Delta t f(t^n, c^n) \tag{2.62}$$

o, in alternativa, usando un metodo Runge-Kutta del quart'ordine (RK4)

$$c^{n+1} = c^n + \frac{\Delta t}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{2.63}$$

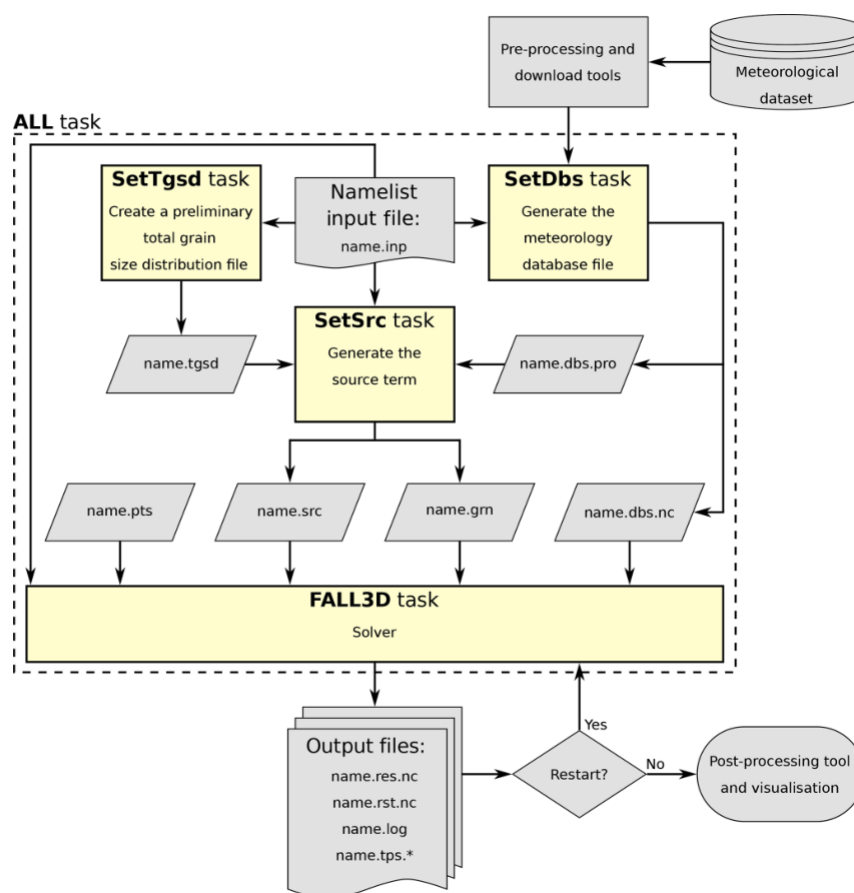
con

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t^n, c^n) \\
k_2 &= f\left(t^n + \frac{\Delta t}{2}, c^n + \frac{\Delta t}{2}k_1\right) \\
k_3 &= f\left(t^n + \frac{\Delta t}{2}, c^n + \frac{\Delta t}{2}k_2\right) \\
k_4 &= f\left(t^n + \Delta t, c^n + \Delta t k_3\right)
\end{aligned} \tag{2.64}$$

dove la funzione  $f(t, c)$  è data dalla parte destra dell'eq. 2.57.

In Fall3D-8.0 i pre-processi ausiliari sono stati parallelizzati ed inclusi nel codice, così che esista un solo eseguibile per tutte le fasi di pre-elaborazione e per il workflow. I programmi ausiliari sono formalmente indipendenti, e possono essere eseguiti individualmente come *task* del modello o, in alternativa, concatenate in una singola esecuzione.





**Figura 2.4:** Schema esemplificativo dell'ordine di esecuzione del modello (Folch et al, 2020 - Figura 6).

Nel primo caso, verranno generati dei file di output che serviranno in seguito come input per l'esecuzione del modello. Al contrario, nel secondo caso, non sono richiesti file intermedi di scrittura e lettura e questo permette di salvare spazio su disco e diminuire il tempo di computazione. In ogni caso, tutte le task condividono un unico file di input, generando un proprio file di "log" per tenere traccia dell'esecuzione e riportare eventuali avvertimenti o errori. Le task disponibili in Fall3D sono:

- Task *SetTgsd*: viene generata una distribuzione Gaussiana e bi-Gaussiana per la dimensione delle particelle espressa in funzione di  $\Phi$  o, in alternativa, una distribuzione Weibull e bi-Weibull, assumendo una variazione lineare della densità e della forma entro due valori limite. Per utilizzare altre distribuzioni, deve essere

fornito dall'utente un file contenente la distribuzione totale della dimensione delle particelle (name.tgsd).

- Task *SetDbs*: vengono interpolati i dati meteorologici dalla griglia originale dei modelli meteorologici alla griglia del dominio computazionale del modello.
- Task *SetSrc*: vengono generati diversi termini di sorgenti di emissione, e se necessario viene considerata l'aggregazione tra particelle a priori. La sorgente può essere definita per diversi intervalli temporali, durante i quali il tasso eruttivo rimane costante. Il numero, la posizione ed i valori dei punti sorgente possono variare da un intervallo di tempo all'altro, ma non possono sovrapporsi.
- Task *Fall3D*: esegue il modello Fall3D stesso.
- Task *All*: esegue tutte le task precedenti consecutivamente come un'unica esecuzione in parallelo.

## Capitolo 3

# Simulazione dell'eruzione del 3-5 Dicembre

Come visto nei capitoli precedenti, i pennacchi vulcanici generati da forti eruzioni esplosive possono elevarsi per decine di chilometri, immettendo in atmosfera grandi quantità di tefra. I processi di sedimentazione e i tempi di residenza in atmosfera sono determinati dalla distribuzione della dimensione delle particelle (TGSD) e dalle condizioni atmosferiche. Il trasporto inoltre è influenzato dai processi di aggregazione, i quali possono aumentare il rischio associato alla caduta dei tefra sulle infrastrutture e sulle popolazioni che abitano in prossimità del vulcano. I modelli di dispersione che non considerano i processi di aggregazione, possono arrivare a soluzioni che sottostimano il carico a terra delle particelle nelle zone prossimali alla bocca eruttiva e lo sovrastimano nelle zone distali.

In alcuni modelli è richiesta la TGSD come parametro di input, la quale gioca un ruolo di primaria importanza nella determinazione dei parametri della sorgente (*Eruption Source Parameters*, ESPs), poiché influenza il modo in cui i tefra vengono dispersi. Tipicamente, per ricavare la TGSD vengono utilizzati ed analizzati i dati raccolti sul campo tramite tassellazione di Voronoi (Bonadonna e Houghton, 2005). Purtroppo però, visto che le particelle possono rimanere in atmosfera per ore o persino per settimane ostacolando dunque una rapida deposizione, è implicito che la TGSD venga sottostimata e dunque, da sola, non può essere presa come rappresentativa di tutto il carico a terra ma deve essere integrata con misure effettuate con altri sensori (radar o satelliti) capaci di

ricavare le informazioni mancanti.

Attraverso l'utilizzo di Fall3D è possibile ricostruire, tramite metodi di inversione, il carico a terra e la dispersione su lungo raggio delle ceneri vulcaniche.

Per fornire i parametri sorgente richiesti da Fall3D, è stato utilizzato il modello FPLUME in esso incorporato, il quale ricava sia il flusso di massa eruttata per ogni classe di particelle che la loro distribuzione all'interno della colonna.

### 3.1 L'eruzione del 3-5 dicembre 2015

Tra il 3 ed il 5 dicembre 2015, dopo alcuni mesi di relativa quiescenza del vulcano, sono state osservate dai crateri sommitali dell'Etna (Voragine, Boccanuova, Nuovo Cratere Sud-Est e Cratere Nord-Est) quattro eruzioni con conseguente formazione di pennacchi vulcanici. Gli episodi eruttivi, di tipo stromboliano, hanno generato alte fontane di lava, colate laviche e consistenti emissioni di ceneri, le quali hanno modificato anche morfologicamente l'area attorno ai crateri Voragine e Boccanuova, maggiormente interessati dalle eruzioni (Vulpiani et al, 2016; Corsaro et al, 2017).

#### Cronologia degli eventi

La notte del 3 dicembre 2015, alle ore 2:20, ha avuto luogo il primo parossisma dal cratere Voragine, dopo un rapido aumento dell'attività stromboliana. Le fontane di lava hanno dato origine a violenti esplosioni con conseguente fuoriuscita di clasti incandescenti, i quali si sono elevati a quote di oltre di 3000 metri dalla bocca eruttiva. Nella zona di transizione tra la colonna eruttiva e la regione ombrello, sono stati osservati anche fenomeni di temporali eruttivi. Alle 2:40, la colonna ha raggiunto la sua massima altezza, tra gli 12 ed i 15 chilometri sul livello del mare.

Intorno alle 2:35 è entrato in attività anche il cratere Boccanuova, fino a quando alle 3:10 vi è stato un blocco delle attività di fontanamento di lava che ha portato ad una rapida diminuzione dell'attività vulcanica ed al suo termine alle 3:45.



**Figura 3.1:** Attività parossistica al cratere Voragine del 3 dicembre 2015, ripresa da Ovest. Fonte INGV (<https://ingvvulcani.com/2018/07/19/i-crateri-sommitali-delletna/>)

Il 4 dicembre il cratere Voragine ha nuovamente iniziato la sua attività stromboliana, con conseguente fuoriuscita di ceneri, intorno le 8:30. Il secondo evento parossistico ha avuto inizio alle 9:05 portando alla creazione di una colonna eruttiva di circa 13 chilometri s.l.m, terminando alle 10:10; diverse esplosioni ed emissioni di ceneri hanno continuato ad avvenire fino alle 10:30.

Nel mentre, il Nuovo Cratere Sud-Est ha iniziato a emettere polveri dalle 9:26 e così per tutta la giornata, fino a poco prima della mezzanotte.

Alle 19:50 Voragine ha ripreso la sua attività, sempre di tipo stromboliano, aumentando velocemente la sua potenza portando al terzo parossisma delle 20:35, durato fino alle 21:15. Le grandi bombe vulcaniche emesse da Voragine hanno coperto ampie distan-

ze, fino a 2 chilometri, e la colonna eruttiva ha raggiunto il suo massimo alle 20:40, fra i 10 ed i 13 chilometri s.l.m.

L'ultimo grande evento parossistico ha avuto inizio alle 14:55 del 5 dicembre, mentre alle 14:25 era già iniziata l'attività stromboliana sempre del cratere Voragine. Alle 14:45 sono iniziati fenomeni di fontanamento di lava, per poi avvenire in maniera discontinua alle 15:35, diminuendo costantemente la loro intensità. L'evento parossistico è durato fino alle 17:20, ed il punto di massima altezza raggiunto dalla colonna è stato nuovamente tra i 10 ed i 13 chilometri sul livello del mare.

Una modesta attività vulcanica è stata osservata nei giorni successivi, assieme a colate laviche e piccoli flussi piroclastici.

## 3.2 Raccolta dati

### Dati da campo

In seguito agli eventi parossistici, dopo alcune ore da ciascun evento sono stati raccolti i tefra depositatisi al suolo in 22 posti sparsi tra Sicilia e Calabria (tabella 3.1 e figura 3.2), e dunque misurato il relativo carico a terra.

I campioni da 1 a 16, collezionati da Nicola Mari (University of Glasgow) sono stati analizzati da Matthieu Poret (PhD, Università di Bologna) tramite il metodo di setacciamento e l'utilizzo di un analizzatore ottico (CAMSIZER), così da ricavarne la granulometria (*Grain-Size Distribution*, GSD) ad intervalli di  $1 \Phi$ ; il campione 17 è stato analizzato da Pompilio et al, 2017 sempre tramite tecnica di setacciamento ed i restanti campioni sono stati analizzati da Vulpiani et al, 2016, tramite CAMSIZER.

Per il campione 17 è stato fornito solamente lo spessore dei sedimenti e relativa moda della distribuzione dei grani per ogni strato. Dunque per ricavare il carico a terra si è assunta una densità dei tefra di  $500 \text{ kg m}^{-3}$  e, calcolando la media pesata per ogni strato della moda degli strati, è stata ricavata la moda totale del campione, così da ricavarne la GSD. I campioni dal 18 al 22, invece, erano presenti sotto forma di istogramma

Campione	Data	Località	Latitudine	Longitudine	Carico a terra (kg m <sup>-2</sup> )
1	3/12/2015	Rosarno	38.482700	15.970283	$2.00 \cdot 10^{-4}$
2	4/12/2015	Feroleto della Chiesa	38.482700	16.072663	$1.05 \cdot 10^{-2}$
3	4/12/2015	Galatro	38.461317	16.102867	$5.23 \cdot 10^{-3}$
4	4/12/2015	Melicuccio	38.416183	16.067333	$1.12 \cdot 10^{-2}$
5	4/12/2015	Polistena	38.409700	16.082583	$4.73 \cdot 10^{-3}$
6	4/12/2015	Maropati	38.436683	16.100600	$5.31 \cdot 10^{-3}$
7	4/12/2015	Plaesano	38.473283	16.077533	$3.32 \cdot 10^{-3}$
8	4/12/2015	Ricadi	38.629950	15.856617	$8.17 \cdot 10^{-4}$
9	4/12/2015	Acquaro	38.563118	16.189150	$5.03 \cdot 10^{-5}$
10	4/12/2015	Laureana	38.490833	16.077067	$1.28 \cdot 10^{-3}$
11	4/12/2015	San Ferdinando	38.500969	15.918309	$2.55 \cdot 10^{-4}$
12	4/12/2015	Nicotera	38.544867	15.931683	$6.27 \cdot 10^{-4}$
13	4/12/2015	Lungomare	38.112420	15.646951	$6.93 \cdot 10^{-3}$
14	4/12/2015	S. Andrea	38.617047	16.559070	$1.62 \cdot 10^{-3}$
15	4/12/2015	Badolato	38.569000	16.523000	$8.10 \cdot 10^{-4}$
16	5/12/2015	Cardinale	38.649458	16.384555	$1.50 \cdot 10^{-4}$
17	3/12/2015	Linguaglossa 1	37.798446	15.036302	$1.63 \cdot 10^1$
18	3/12/2015	Linguaglossa 2	37.793618	15.037806	$1.40 \cdot 10^0$
19	4/12/2015	Giarre	37.727900	15.188500	$3.00 \cdot 10^{-1}$
20	3/12/2015	Rovittello	37.856100	15.093600	$2.90 \cdot 10^0$
21	3/12/2015	Francavilla	37.901469	15.135919	$1.40 \cdot 10^0$
22	4/12/2015	Milo	37.716667	15.116667	$1.00 \cdot 10^0$

**Tabella 3.1:** Località e date in cui sono stati collezionati i campioni e relativo carico a terra

nell'articolo di Vulpiani et al, dunque tramite l'utilizzo del software PlotDigitizer sono stati ricavati i valori della GSD in maniera leggermente approssimativa. La GSD dei vari campioni spazia da  $7\Phi$  fino a  $-6\Phi$ , dunque da  $64mm$  fino a  $7.8\mu m$ .

### Dati meteorologici

Poiché Fall3D richiede come file di input il campo di velocità del vento ed altre variabili meteorologiche, come la temperatura dell'aria per tutto il dominio computazionale, sono stati utilizzati i dati ERA5 dell'*European Center Medium Weather Forecast* (ECMWF), ovvero dati di reanalisi aventi una risoluzione orizzontale di  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  e 37 livelli verticali di pressione, forniti ora per ora. Tali dati sono disponibili dal sito





**Figura 3.2:** Mappa dei luoghi in cui sono avvenuti i campionamenti. Fonte mappa Google Earth.

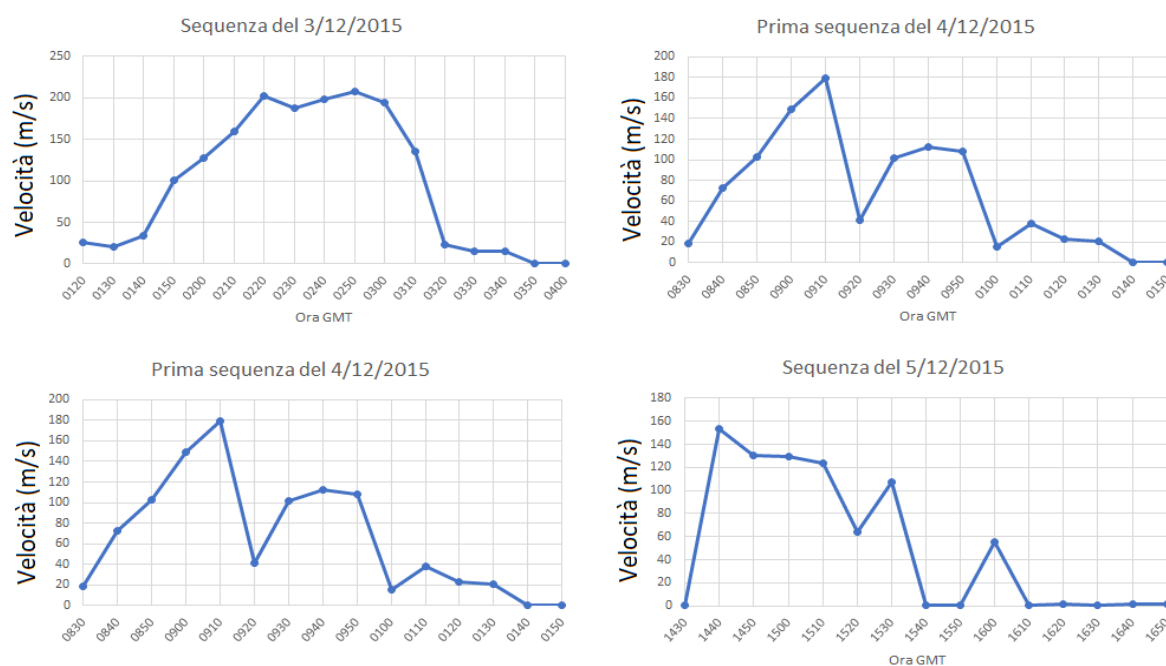
<https://cds.climate.copernicus.eu/>. In seguito, tali dati verranno interpolati dal modello, per step temporali di 60 minuti, per ottenere una diversa risoluzione spaziale.

### Velocità di emissione ed altezza della colonna

La velocità verticale di emissione dei tefra e l'altezza della colonna è stata misurata da Vulpiani et al. (2016) tramite osservazioni di remote sensing. I dati, raccolti ogni 10 minuti, sono riportati nelle figure 3.3 e 3.4.

Questi sono stati calcolati usando immagini termiche raccolte tramite termocamera situata sul Monte Vetore, a circa 6.8km a sud delle bocche attive, ad una quota di circa





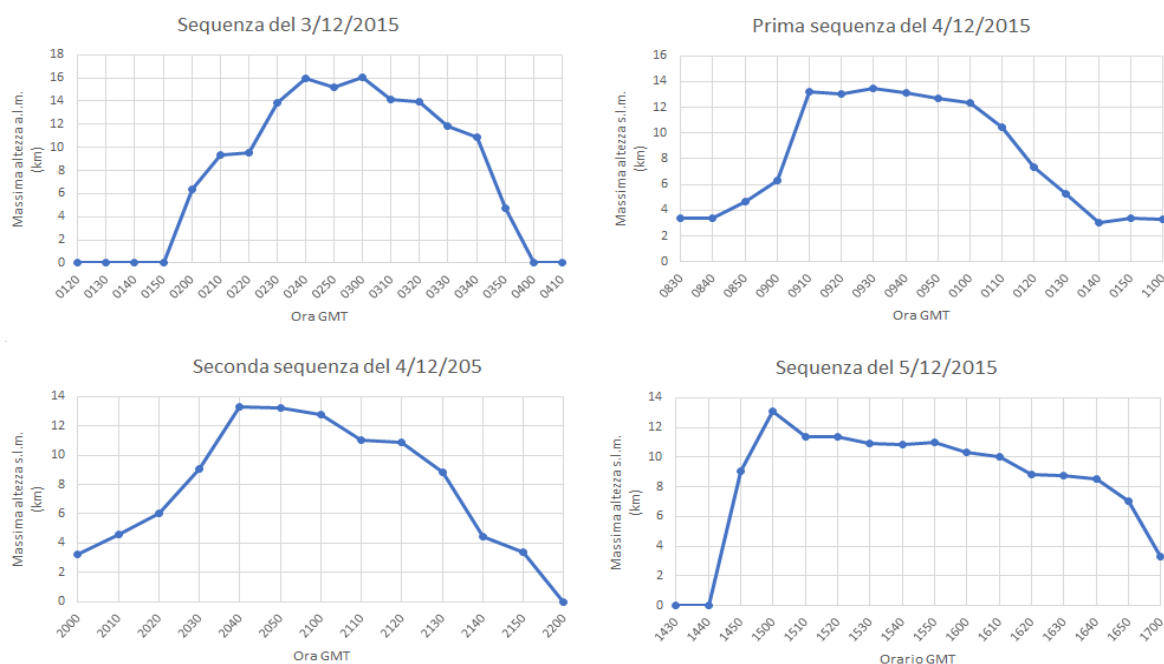
**Figura 3.3:** Velocità verticale di emissione stimata alla sorgente per le diverse sequenze eruttive (Vulpiani et al, 2016).

1800m sul livello del mare. Tale termocamera acquisisce un'immagine ogni 2 secondi ad una risoluzione termica massima di  $0.1^{\circ}$  C per le lunghezze d'onda tra i  $7.5$  e i  $13\mu\text{m}$ . Tramite le immagini termiche, convertendo i pixel termici in metri e tenendo traccia della propagazione verticale delle anomalie termiche dei vari frame acquisiti (*Thermal Decomposition Image Method*, Delle Donne e Ripepe, 2012), è stato possibile ricavare velocità ed altezza della colonna.

In ogni modo, la stima della velocità verticale massima è limitata dal campo visivo della termocamera (FOV).

Altri parametri di input richiesti da FPLUME sono:

- Temperatura di emissione del magma, impostata a 1370 K (Pompilio et al, 2016)
- Percentuale in massa dell'acqua, impostata a 2.5% (Spilliaert, 2006)



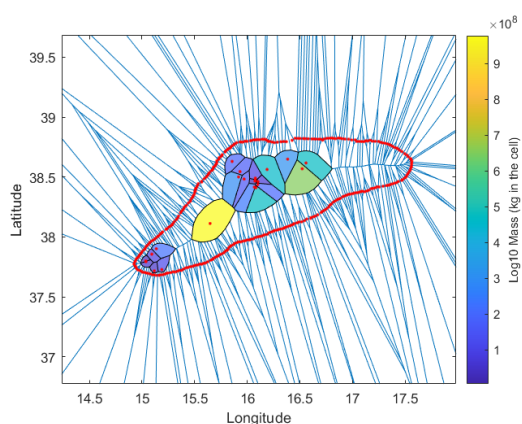
**Figura 3.4:** Massima altezza raggiunta dalla punta del pennacchio eruttivo per le diverse sequenze eruttive (Vulpiani et al, 2016).

- I coefficienti di incameramento  $\alpha_s$  ed  $\alpha_v$ , i quali sono stati esplorati, come mostrato più avanti, in determinati range. Il software permette l'inserimento di due valori per il coefficiente  $\alpha_s$ , uno per la zona di jet ed un altro per il pennacchio. In questo lavoro è stato deciso di assumere tale coefficiente costante lungo tutta la colonna eruttiva.

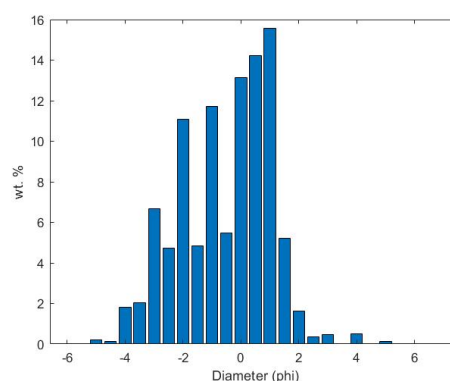
### 3.3 Metodologia

#### Stima della TGSD

Poiché i campioni non sono in numero sufficiente affinché la TGSD dei dati da campo possa essere rappresentativa dell'intero spettro della TGSD all'interno della colonna, essa è stata stimata dalle GSD individuali di ogni punto tramite il metodo della tassellazione di Voronoi (Bonadonna e Houghton, 2005). Dato un insieme di punti  $p$  in uno spazio



**Figura 3.5:** Esempio di tassellazione di Voronoi per uno specifico profilo di zero contour.



**Figura 3.6:** Esempio di distribuzione di probabilità per uno specifico profilo di zero contour.

piano  $S$ , questo metodo consiste nel dividere lo spazio  $S$  in regioni. Per ogni punto  $p$ , viene definita una regione  $V(p)$  tale che ogni suo punto (interno o sul perimetro) sia più vicina a  $p$  che ad ogni altro punto di  $S$ . Per fare ciò è stato utilizzato lo script in MatLAB “TOTGS” (Biass e Bonadonna, 2014), il quale utilizza sia le coordinate in cui sono stati raccolti i campioni sia un profilo di “zero contour”, ovvero una linea che delimiti lo spazio in cui effettuare tale tassellazione. Ovviamente questa linea dovrebbe coincidere con la linea di isomassa oltre la quale la massa depositata è trascurabile ma, non avendo abbastanza dati a disposizione, sono stati ipotizzati 10 diversi profili di zero contour, basati sulle condizioni meteorologiche dei giorni in cui sono avvenute le eruzioni. Per ogni isolina fornita, lo script ha fornito come output una mappa con i poligoni di Voronoi e la distribuzione di probabilità della granulometria (figure 3.5 e 3.6).

Per ognuna di queste distribuzioni di probabilità, tramite GnuPlot è stato fatto un fit con una distribuzione di tipo bi-Weibull e con una distribuzione di tipo bi-Gauss, ottenendo i relativi parametri. Una volta ottenuti tutti i set di parametri (tabella 3.2), è stata valutata la media di ognuno di questi con relativo errore (tabella 3.3). Ciò è servito per avere due diversi tipi di TGSD come input di FPLUME, una di tipo bi-Weibull ed una di tipo bi-Gauss.

bi-Weibull					bi-Gauss				
p	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$n_1$	$n_2$	q	$\mu_1$	$\mu_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
0.731	2.095	0.585	0.804	2.588	0.809	-1.598	0.146	1.530	0.307
0.613	2.034	0.546	0.776	2.437	0.743	-1.278	0.176	1.697	0.288
0.638	2.116	0.541	0.786	2.354	0.788	-1.359	0.195	1.716	0.297
0.638	2.116	0.541	0.786	2.354	0.788	-1.359	0.195	1.716	0.297
0.553	2.014	0.534	0.796	2.389	0.732	-1.133	0.209	1.741	0.303
0.675	2.024	0.564	0.803	2.502	0.808	-1.416	0.193	1.617	0.310
0.710	2.036	0.554	0.791	2.435	0.816	-1.453	0.179	1.607	0.264
0.700	2.047	0.560	0.788	2.405	0.816	-1.453	0.169	1.607	0.299
0.731	2.095	0.585	0.804	2.588	0.809	-1.598	0.146	1.530	0.307
0.696	2.052	0.555	0.802	2.474	0.816	-1.453	0.194	1.607	0.271

**Tabella 3.2:** Parametri delle bi-Weibull e delle bi-Gauss ottenuti per i diversi profili di zero contour.

bi-Weibull		bi-Gauss	
p	0.668±0.057	q	0.792±0.031
$\lambda_1$	2.063± 0.039	$\mu_1$	-1.410±0.140
$\lambda_2$	0.557± 0.018	$\mu_2$	0.180±0.021
$n_1$	0.794± 0.010	$\sigma_1$	1.637±0.077
$n_2$	2.452± 0.086	$\sigma_2$	0.294±0.016

**Tabella 3.3:** Media dei parametri delle bi-Weibull e delle bi-Gauss.

## Strategia di inversione

I parametri delle simulazioni vengono ottimizzati tramite inversione al fine di valutare al meglio i parametri sorgente, portando così alla ricostruzione numerica del carico di tefra e della massa di ceneri disperse in atmosfera. Dunque TGSD, altezza della colonna, velocità verticale di emissione e coefficienti di inglobamento vengono esplorati in determinati range, tenendo comunque sempre in considerazione la non unicità della soluzione. Per selezionare la miglior combinazione di parametri, questi sono stati scelti tramite la soluzione del problema inverso, ovvero cercando il best fit tra carichi a terra ottenuti tramite le simulazioni e i carichi campionati.

Prima di tutto, la durata di ogni eruzione viene discretizzata in intervalli temporali di mezz'ora e, per ogni intervallo, vengono prese come altezza della colonna e velocità verticale di emissione le medie dei corrispondenti valori. Tuttavia ogni velocità va calibrata

secondo le logiche di FPLUME, in quanto deve essere in grado di sostenere l'altezza della colonna ad essa associata. In seguito, la bontà dei dati simulati è stata valutata tramite i seguenti fattori statistici:

- errore relativo quadratico medio

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{Obs_i - Sim_i}{Obs_i} \right)^2} \quad (3.1)$$

dove l'indice  $i$  indica l' $i$ -esimo campione di un set di  $N$  campioni;

- coefficienti di Aida (Aida, 1978)  $K$  e  $k$ , rispettivamente la media geometrica della distribuzione e la deviazione geometrica standard della distribuzione:

$$K = \exp \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{Obs_i}{Sim_i} \right) \right] \quad (3.2)$$

$$k = \exp \left[ \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{Obs_i}{Sim_i} \right)^2 - \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{Obs_i}{Sim_i} \right) \right)^2} \right] \quad (3.3)$$

$K$  restituisce la differenza tra il carico a terra ottimale e quello simulato. Le simulazioni vengono considerate affidabili quando è compreso tra 0.95 e 1.05, ovvero la massa simulata si discosta del  $\pm 5\%$  da quella ottimale, e la migliore simulazione si ottiene dunque per valori di  $K$  che si avvicinino maggiormente ad 1 con il  $k$  più piccolo;

- bias

$$Bias = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Sim_i - Obs_i) \quad (3.4)$$

- correlazione;

- test T di Student.

Sono state infine lanciate le simulazioni variando i parametri attorno ai casi con il coefficiente  $K$  più vicini ad 1, in modo tale da ottimizzare il fit. Si è iniziato analizzando i parametri di incameramento  $\alpha_s$  ed  $\alpha_v$ , utilizzando le possibili combinazioni per  $\alpha_s = \{0.09; 0.1; 0.15\}$  ed  $\alpha_v = \{0.3; 0.5; 1.0\}$ , tipici delle colonne eruttive forti (figura 2.2). In seguito è stata modificata l'altezza della colonna eruttiva per un  $\pm 20\%$  dei dati ottenuti dalle misure di Vulpiani et al. (errore tipico delle misurazioni di remote sensing), per ogni combinazione dei coefficienti di incameramento. Sempre attorno ai casi col miglior coefficiente  $K$ , sono stati modificati i parametri della bi-Weibull entro le rispettive deviazioni standard o ricercando specifiche percentuali di popolazione granulometrica. In alcuni casi, è stata attivata l'opzione per la simulazione dei processi di aggregazione umida per diverse densità finali degli aggregati (400, 600 ed 800 kg/m<sup>3</sup>).

Le simulazioni coprono un range temporale di 78 ore, dalle 00:00 del 3/12/2015 fino alle 6:00 del 6/12/2015. Il dominio spaziale computazionale scelto copre un'area di  $270 \times 330$  km<sup>2</sup>, ed un'altezza di 15 km. Il numero di celle con cui è stato discretizzato tale dominio è di  $100 \times 100 \times 30$ .

Le simulazioni hanno richiesto all'incirca 3 ore ognuna, e sono state eseguite su una macchina virtuale con sistema operativo Ubuntu 20.04 LTS, 5194 MB di RAM e 4 processori, installato su un notebook HP modello 15-dw0135nl.

## 3.4 Risultati

### Stima dei parametri sorgente tramite problema inverso

Sono state lanciate le prime simulazioni con le altezze ricavate da Vulpiani et al. per ogni combinazione dei coefficienti di inglobamento, sia per una TGSD con distribuzione bi-Weibull che con una distribuzione bi-Gauss, ottenendo dei risultati poco soddisfacenti in quanto i coefficienti di Aida evidenziavano una sottostima della massa simulata. Il miglior valore ottenuto per il coefficiente  $K$  è stato di 2.139 per la TGSD di tipo bi-Weibull con  $\alpha_s = 0.15$  ed  $\alpha_v = 1$ , con un  $RMSE$  di 125. È stata dunque variata l'altezza della colonna, per tutte le fasi eruttive, del  $\pm 20\%$  e del  $\pm 10\%$ , ottenendo complessivamente

te, per le diverse combinazioni dei coefficienti di incameramento, migliori fit per una diminuzione dell'altezza del 10%.

In seguito, osservando che i coefficienti di Aida più vantaggiosi erano associati ad una TGSD di tipo bi-Weibull, sono state esplorate diverse combinazioni dei parametri, variati entro i loro errori, della TGSD di tipo bi-Weibull stessa. Non notando effettivi miglioramenti, sono stati ulteriormente modificati tali parametri in modo tale da aumentare o diminuire la densità di probabilità di specifiche popolazioni granulometriche. Ciò è giustificato dal fatto che i dati su cui tale distribuzione è stata costruita siano difettivi delle particelle fini ( $\Phi \geq 4$ ) le quali, a causa del loro tempo di residenza in atmosfera, non si depositano in tempi brevi rendendo impossibile il loro campionamento negli istanti successivi all'eruzione.

Confrontando tutti i carichi a terra ottenuti nelle diverse località, è stato notato un errore sistematico da parte del software nella stima del carico a terra per le località 8, 12, 14 e 16, in quanto risultavano essere di 2 o anche 3 ordini di grandezza inferiore rispetto al dato misurato. È stata presa allora la decisione di rimuovere tali luoghi nel calcolo della stima della bontà delle simulazioni.

Ripetuti i passaggi precedenti, sempre sulle simulazioni con coefficienti di Aida ottimali, è stato attivato il modello di aggregazione COSTA per diverse densità dell'aggregato finale, con diametro massimo  $\Phi = 2$  ( $250\mu m$ ).

In ultima analisi, è stata utilizzata la TGSD ottenuta dai dati da campo senza effettuare la parametrizzazione con le distribuzioni analitiche (detta *Field TGSD*) per diverse combinazioni di altezza della colonna e coefficienti di incameramento. Ciò è possibile fornendo direttamente al software lo specifico file di input, evitando l'utilizzo della task *SetTgsd*.

In tabella 3.4 vengono riportate le tre simulazioni con il  $K$  migliore (più vicino ad 1) e con il  $k$  ed l' $RMSE$  più piccolo, tutte ottenute eliminando i dati problematici esposti in precedenza e per TGSD di tipo bi-Weibull. Per completezza di informazione viene anche messa a confronto il miglior risultato ottenuto per la Field TGSD. Tutte le altre migliori simulazioni sono esposte in appendice B.

	Miglior $K$	min $k$	min $RMSE$	Field TGSD
$p$	0.69	0.61	0.69	–
$\lambda_1$	2.30	2.70	2.30	–
$\lambda_2$	0.59	0.63	0.59	–
$n_1$	0.83	0.87	0.83	–
$n_2$	2.45	2.35	2.45	–
Variazione altezza*	–10%	–10%	–10%	–
$\alpha_s$	0.15	0.10	0.10	0.15
$\alpha_v$	0.30	0.50	0.50	1.00
Densità aggregati ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	—	—	400	–
<b>Statistiche</b>				
$RMSE$	4.41	3.73	3.63	$1.04 \cdot 10^1$
$K$	1.01	0.95	0.97	0.93
$k$	4.33	3.96	4.09	$1.39 \cdot 10^1$
$Bias$	-2.06	-0.74	-0.66	-0.18
Correlazione	-0.44	0.36	0.37	0.72
t test	0.85	0.50	0.54	0.78

\*Rispetto le altezze stimate da Vulpiani et al.

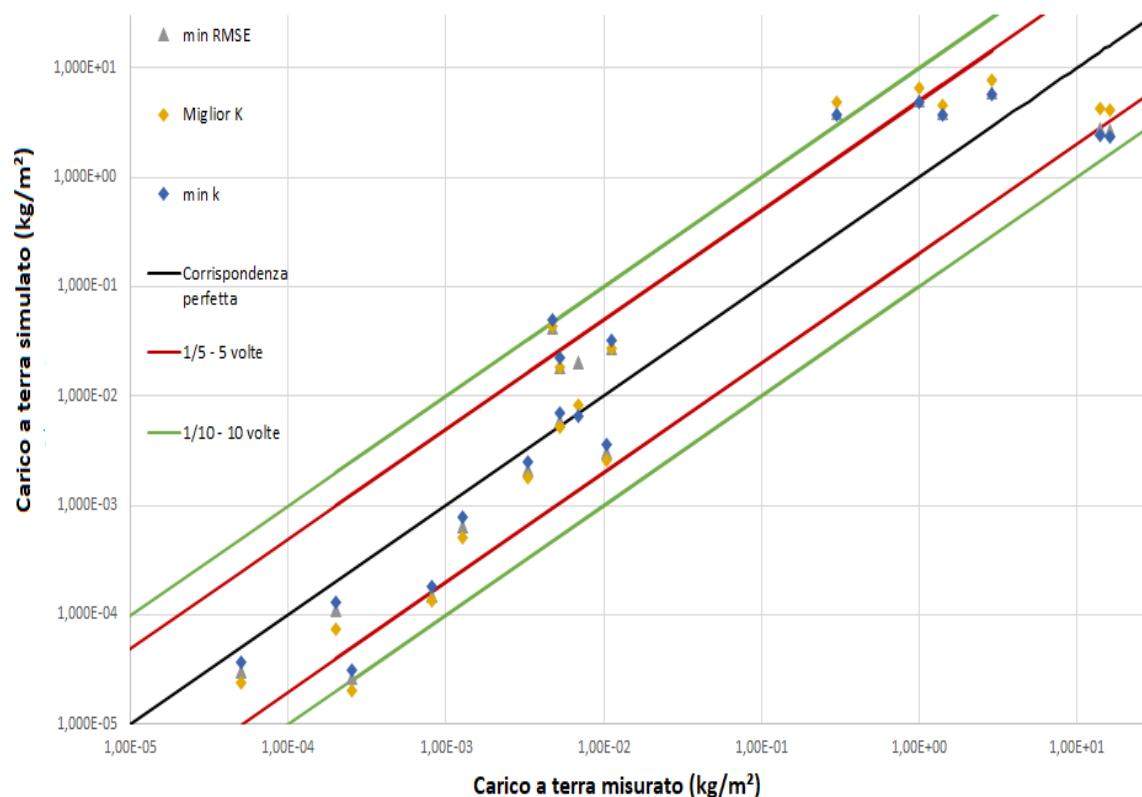
**Tabella 3.4:** Parametri della bi-Weibull e di input per la simulazione con il coefficiente  $K$  più vicino ad 1, con il coefficiente  $k$  minore e con il  $RMSE$  minore, più parametri di input della miglior simulazione ottenuta con l'utilizzo della Field TGSD per confronto.

I valori statistici indicano un'incertezza sulla stima della massa totale eruttata di un fattore 3-4, simile ad altri classici metodi (Bonadonna et al, 2015; Bonadonna e Costa, 2012). L'utilizzo della Field TGSD invece, come previsto, non permette una simulazione affidabile.

## Validazione del carico a terra rispetto le osservazioni sul campo

In figura 3.7 è possibile vedere la sensibilità delle simulazioni. La maggior parte dei carichi simulati giace entro un fattore 10 dei carichi misurati. In particolare, vediamo che per quasi tutte le 3 le migliori simulazioni, 12 punti rientrano entro 1/5 e 5 volte il carico misurato, 5 punti entro 1/10 e 10 volte ed 1 punto, corrispondente alla località 19, risulta totalmente sovrastimata. Si nota come per le località più distali (quelle con il carico minore) il carico tenda ad essere leggermente sottostimato e, man mano che

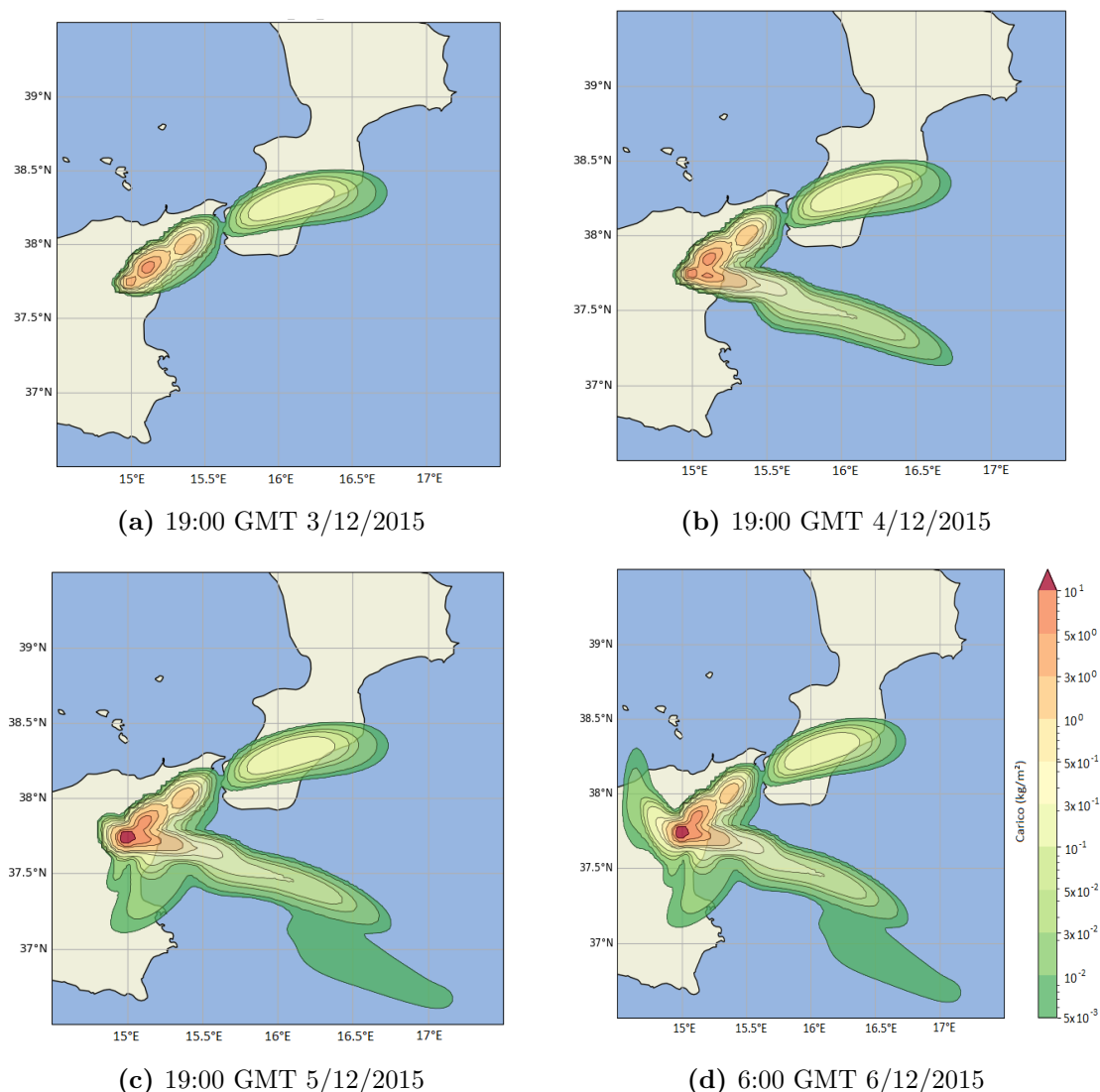




**Figura 3.7:** Carico a terra misurato confrontato con il carico simulato, escludendo le località 8, 12, 14, 16, per i migliori fit ottenuti con diversi parametri di input.

il carico a terra aumenta (ovvero nelle zone prossimali), sia leggermente sovrastimato, fatta eccezione per le località 17 e 18.

Le prime tre immagini della figura 3.8 mostrano il carico a terra, per la simulazione a cui corrisponde il più piccolo valore ottenuto di  $k$ , ottenuto alle ore 19:00 GMT per le giornate dal 3 al 5 dicembre 2015 mentre l'ultima mostra il carico totale alla fine della simulazione, ovvero alle ore 6:00 GMT del 6/12/2015. In appendice C è possibile vedere, passate due ore dalla conclusione di ogni fase eruttiva, la concentrazione delle particelle ai *flight level* 50 e 300, ovvero ad altezze di circa 1500 e 9000 metri di quota, zone di interesse del traffico aereo. La presenza di particelle in atmosfera, all'interno del dominio computazionale, è perdurata fino a sei ore dopo la conclusione degli eventi parossistici



**Figura 3.8:** (a) (b) (c) Mappe del carico a terra ottenute per la simulazione con il minor  $k$  alle ore 19:00 GMT delle giornate 3-4-5 dicembre 2015. (d) Carico a terra per le ore 6:00 GMT del 6 dicembre 2015, orario finale della simulazione.

con concentrazioni superiori ai  $2\text{mg}/\text{m}^3$ .

Tali risultati sono in accordo con le osservazioni dello studio Pompilio et al (2017), nel quale viene descritta una dispersione dei depositi verso nord-est per il primo episodio parossistico, est per il secondo e terzo, ovest per il quarto. Si nota anche una certa dispersione verso sud a seguito del quarto episodio.

In tabella 3.5 si può vedere il confronto tra il massimo tasso eruttivo di massa (*Mass Discharge Rate*, MDR) per ogni fase parossistica ottenuta da FPLUME per le tre migliori simulazioni esposte in precedenza e per la MDR stimata da Vulpiani et al., 2016, mentre in tabella 3.6 si può vedere lo stesso confronto per la massa totale eruttata.

	miglior $K$	min $k$	min $RMSE$	Vulpiani et al.
3/12/2015	$1.04 \cdot 10^6 \text{kg s}^{-1}$	$7.33 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$7.33 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$6.80 \cdot 10^6 \text{kg s}^{-1}$
4/12/2015 prima	$6.40 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$5.00 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$5.05 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$2.00 \cdot 10^6 \text{kg s}^{-1}$
4/12/2015 seconda	$4.59 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$3.17 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$3.21 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$9.30 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$
5/12/2015	$3.24 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$2.02 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$2.05 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$	$9.31 \cdot 10^5 \text{kg s}^{-1}$

**Tabella 3.5:** Confronto tra il massimo tasso eruttivo di massa per ogni fase simulata da FPLUME e da Vulpiani et al. (2016).

	miglior $K$	min $k$	min $RMSE$	Vulpiani et al.
3/12/2015	$3.99 \cdot 10^9 \text{kg}$	$2.85 \cdot 10^9 \text{kg}$	$2.86 \cdot 10^9 \text{kg}$	$9.09 \cdot 10^9 \text{kg}$
4/12/2015 prima	$2.28 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.81 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.82 \cdot 10^9 \text{kg}$	$2.35 \cdot 10^9 \text{kg}$
4/12/2015 seconda	$1.61 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.13 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.14 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.23 \cdot 10^9 \text{kg}$
5/12/2015	$1.81 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.17 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.19 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.23 \cdot 10^9 \text{kg}$
Totale	$9.70 \cdot 10^9 \text{kg}$	$6.96 \cdot 10^9 \text{kg}$	$7.01 \cdot 10^9 \text{kg}$	$1.39 \cdot 10^{10} \text{kg}$

**Tabella 3.6:** Confronto tra la massa totale eruttata per ogni fase simulata da FPLUME e da Vulpiani et al. (2016).

Vengono inoltre confrontate in tabella 3.7 le altezze massime delle colonne, per ogni fase eruttiva, ottenute tramite inversione con quelle stimate da Vulpiani et al. e Corsaro et al. 2017.

	FPLUME	Vulpiani et al.	Corsaro et al.
3/12/2015	13.8 km	15.0 km	11.8 km
4/12/2015 prima	12.1 km	13.4 km	14.1 km
4/12/2015 seconda	11.0 km	13.3 km	10.5 km
5/12/2015	10.4 km	13.0 km	10.4 km

**Tabella 3.7:** Confronto delle altezze massime s.l.m. delle colonne eruttive, per ogni fase, stimate da FPLUME (tramite inversione), Vulpiani et al. (2016) e Corsaro et al. (2017). Come visto in tabella 3.4, l'altezza delle colonne per miglior  $K$ , min  $k$  e min  $RMSE$  sono uguali, quindi vengono qui presentate in un'unica colonna (FPLUME).

# Conclusioni

Questo lavoro di tesi riporta i risultati delle ricostruzioni numeriche delle caratteristiche principali dell'eruzione dell'Etna del 3-5 dicembre 2015. Per ricavare la TGSD ed altri parametri sorgente sono stati utilizzati dati raccolti sul campo e dati ricavati da studi precedenti. In ogni caso, l'interdipendenza di questi parametri implica la non unicità della soluzione, per diverse loro combinazioni, nella ricostruzione della dispersione e deposizione dei tefra (Connor e Connor, 2005; Scollo et al., 2008; Bonasia et al., 2010). Molte delle simulazioni effettuate riescono a valutare abbastanza bene il carico a terra, confermando i range ottimali in cui ricadono i coefficienti di incameramento (figura 2.2). Si è agito, nella maggior parte dei casi, in maniera empirica sulla TGSD. Ciò è stato dovuto maggiormente alla limitatezza dei dati a nostra disposizione, i quali mancavano di polveri sottili.

Riguardo lo studio comparativo dei carichi a terra, i risultati rimangono entro un fattore 10 dei carichi misurati, fatta eccezione per le località di Cardinale, Nicotera, Ricadi, San Andrea e Giarre. Le caratteristiche orografiche delle zone prossimali alla bocca eruttiva hanno una forte influenza sulla componente verticale della velocità del vento, condizionando le velocità di sedimentazione delle particelle. La morfologia dei rilievi montuosi ha quindi la capacità di accorciare o prolungare i tempi utili alla sedimentazione e dunque le distanze coperte dai tefra.

Le discrepanze ottenute possono essere attribuite quindi, tra le altre cose, sia alla bassa risoluzione dei dati meteorologici che alla bassa risoluzione spaziale del dominio computazionale imposta dalla limitatezza della macchina su cui tali simulazioni sono state effettuate, non riuscendo così a tenere conto degli effetti orografici e portando ad

una sottostima o ad una sovrastima del carico a terra nelle zone prossimali e distali (Poulidis et al., 2021).

Per una griglia di tali dimensioni, ogni simulazione ha richiesto, su notebook personale, circa 3 ore per essere completata, riducendo le possibili combinazioni dei parametri di input che sarebbero potuti altresì essere esplorati.

Pur non essendo significativi i fenomeni di aggregazione per le eruzioni esplosive basaltiche (Rose e Durant, 2009), sono stati ottenuti dei fit ottimali in alcune simulazioni in cui era attivo il modello di aggregazione proposto da Costa et al. (2010).

Per fornire una stima più realistica della distribuzione dei tefra, in lavori futuri i dati a nostra disposizione potranno essere integrati con dati provenienti da strumenti di remote sensing come radar meteorologici, radar Doppler, strumentazione LIDAR o dati AERONET e giungere così ad una completa ricostruzione dei fenomeni di dispersione e deposizione. Inoltre i risultati qui ottenuti rappresentano la base per la selezione degli intervalli dei parametri da esplorare con metodi di inversione più sofisticati (Prata et al., 2020), in corso di implementazione di Fall3D-v8.0.

L'importanza di questi studi si basa sulle possibilità di poter sviluppare e migliorare le valutazioni del rischio vulcanico e gli impatti che questo ha sulla società. I tefra rappresentano un rischio per le popolazioni situate nei pressi dei vulcani, in quanto, in seguito alla loro deposizione, le strutture sono sottoposte ad importanti carichi (Andronico et al, 2010), mentre le ceneri disperse in atmosfera possono avere forti impatti sia sulla salute della popolazione locale che sul traffico aereo (Andronico e Del Carlo, 2016; Casadevall, 1994).

Dunque, migliorando la valutazione della TGSD è possibile migliorare la comprensione dei processi di frammentazione del magma, portando così ad una più realistica descrizione della deposizione dei tefra e della dispersione di ceneri in atmosfera.

# Appendici

# Appendice A

**Tabella 8:** Lista dei simboli utilizzati nella descrizione delle leggi fisiche che governano FPLUME

Simbolo	Definizione	Unità di misura
$A_i^+(A_i^-)$	Termine sorgente (di pozzo) per l'aggregazione	$\text{kg s}^{-1}\text{m}^{-1}$
$c_a$	Calore specifico a pressione costante dell'aria	$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
$c_p$	Calore specifico dei piroclasti	$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\hat{E}$	Flusso di Energia	$\text{kg m}^2\text{s}^{-3}$
$f$	Parametro di re-incameramento delle particelle	—
$g$	Accelerazione di gravità	$\text{m s}^{-2}$
$h_{wa}$	Entalpia per unità di massa dell'acqua in atmosfera	$\text{J kg}^{-1}$
$\hat{M}$	Flusso totale della massa	$\text{kg s}^{-1}$
$\hat{M}_a$	Flusso di massa dell'aria secca	$\text{kg s}^{-1}$
$\hat{M}_i$	Flusso di massa delle particelle di classe $i$	$\text{kg s}^{-1}$
$\hat{M}_w$	Flusso di massa dei volatili	$\text{kg s}^{-1}$
$\hat{P}$	Flusso del momento assiale	$\text{kg m s}^{-2}$
$r$	Raggio della sezione trasversale del pennacchio	m
$s$	Distanza lungo l'asse del pennacchio	m
$\hat{T}$	Temperatura della miscela	K
$T_a$	Temperatura dell'aria dell'ambiente	K
$\hat{u}$	Velocità della miscela lungo l'asse del pennacchio	$\text{m s}^{-1}$
$u_a$	Velocità orizzontale del vento	$\text{m s}^{-1}$
$u_e$	Velocità di incameramento dell'aria (dovuto a vortici turbolenti)	$\text{m s}^{-1}$
$u_{si}$	Velocità terminale di sedimentazione per le particelle di classe $i$	$\text{m s}^{-1}$
$w_a$	Frazione di massa dell'acqua nell'aria ambientale incamerata	—
$x$	Coordinata orizzontale	m

---

Simbolo	Definizione	Unità di misura
$y$	Coordinata orizzontale	m
$z$	Coordinata verticale	m
$\hat{\rho}$	Densità della mistura	kg m <sup>-3</sup>
$\rho_a$	Densità dell'aria dell'ambiente	kg m <sup>-3</sup>
$\Phi_a$	Direzione orizzontale del vento	rad
$\theta$	Inclinazione del pennacchio rispetto l'orizzontale	rad
$\chi$	Costante che da la probabilità di caduta	—

---



# Appendice B

		bi-Weibull1			bi-Weibull2	bi-Weibull3
Variazione altezza*	0%	-20%	-10%	-10%	-10%	-10%
$\alpha_s$	0.09	0.095	0.15	0.15	0.15	0.1
$\alpha_v$	1.00	1.00	0.3	0.3	0.3	0.5
Densità aggregati (kg/m <sup>3</sup> )	—	—	400	600	800	800
<i>RMSE</i>	7.84	4.59	4.47	4.51	4.39	3.71
<i>K</i>	0.97	1.03	1.02	1.04	1.01	0.96
<i>k</i>	5.31	4.74	4.69	4.81	4.32	3.96
<i>Bias</i>	1.06	-0.18	-0.04	-0.04	-0.2	-0.74
Correlazione	0.38	0.47	0.48	0.48	0.45	0.33
t test	0.41	0.86	0.97	0.97	0.85	0.50

\*Rispetto le altezze stimate da Vulpiani et al.

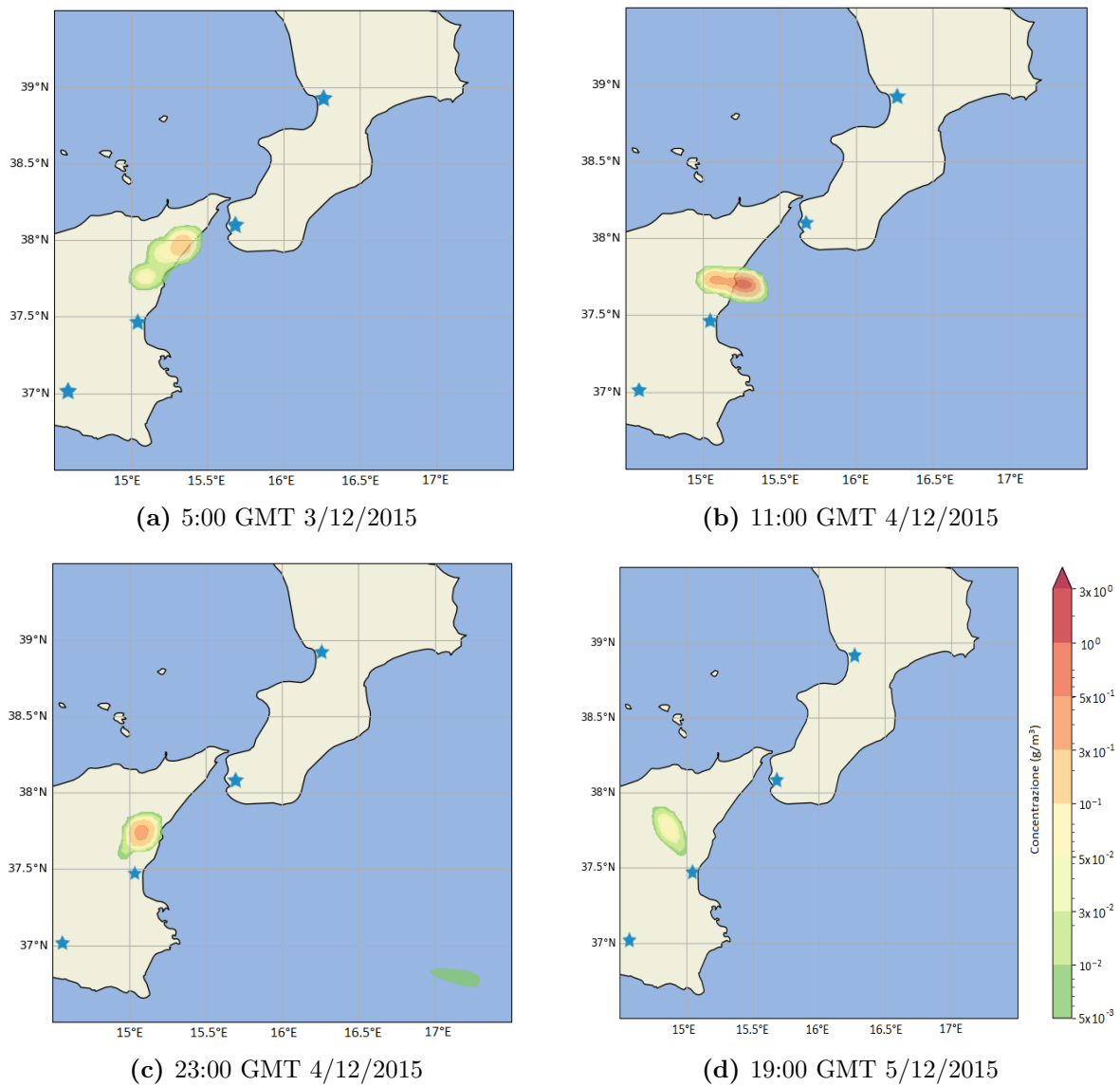
**Tabella 9**

Dove bi-Weibull1, bi-Weibull2 e bi-Weibull3 indicano 3 diverse TGSD di tipo bi-Weibull con i seguenti parametri:

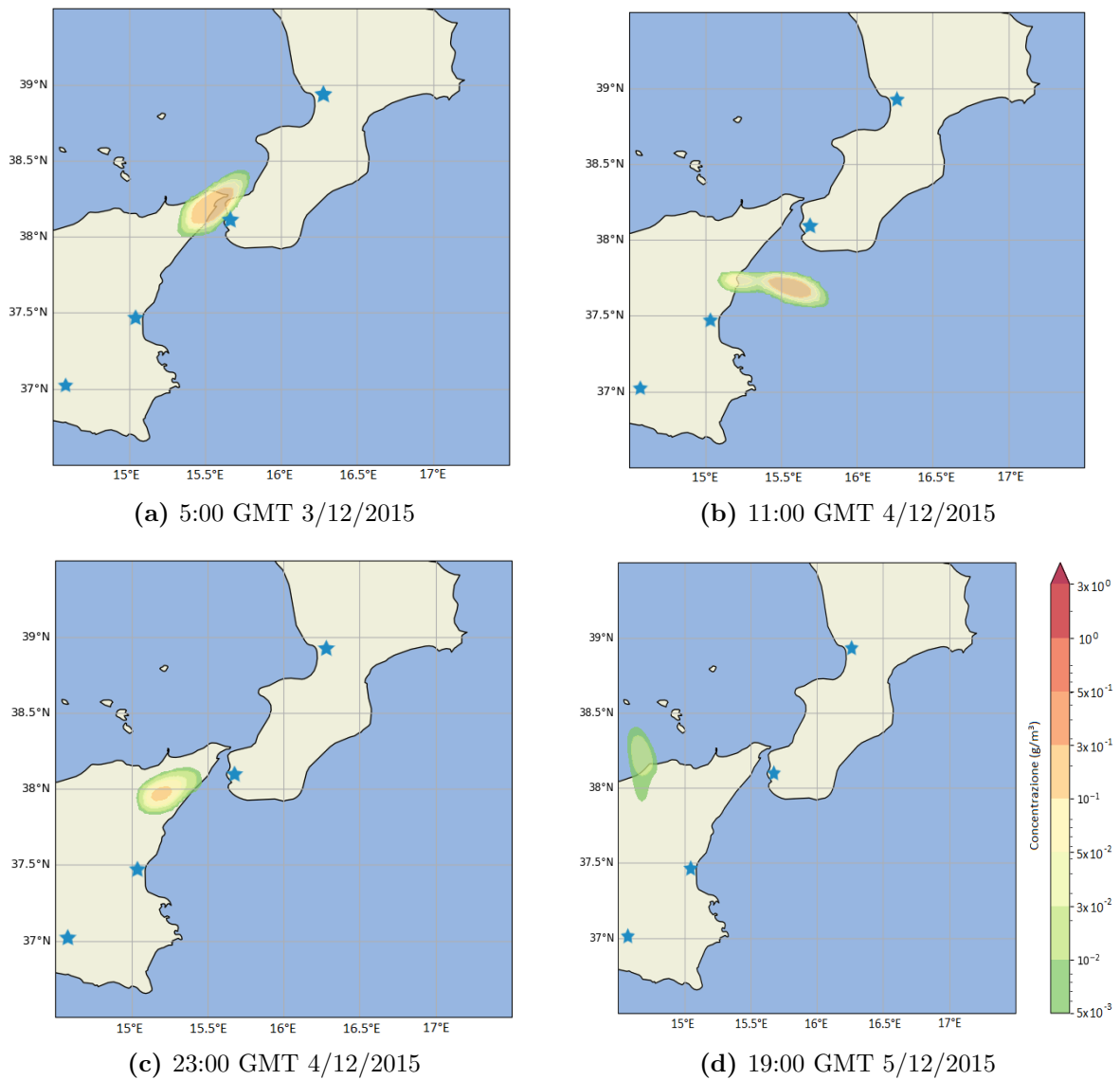
	bi-Weibull1	bi-Weibull2	bi-Weibull3
p	0.67	0.69	0.61
$\lambda_1$	2.10	2.30	2.70
$\lambda_2$	0.56	0.59	0.635
$n_1$	0.79	0.83	0.87
$n_2$	2.45	2.45	2.35

**Tabella 10**

# Appendice C



**Figura 9:** Concentrazione di polveri sottili al flight level 50 ( $\approx 1500\text{m}$ ) due ore dopo la conclusione di ogni evento parossistico. I segni a forma di stella indicano gli aeroporti di Comiso, Catania, Reggio Calabria e Lamezia Terme.



**Figura 10:** Concentrazione di polveri sottili al flight level 300 ( $\approx 9000\text{m}$ ) due ore dopo la conclusione di ogni eventi parossistico. I segni a forma di stella indicano gli aeroporti di Comiso, Catania, Reggio Calabria e Lamezia Terme.

# Bibliografia

- [1] Isamu AIDA. «Reliability of a tsunami source model derived from fault parameters». In: *Journal of Physics of the Earth* 26.1 (1978), pp. 57–73.
- [2] D Andronico e P Del Carlo. «PM 10 measurements in urban settlements after lava fountain episodes at Mt. Etna, Italy: pilot test to assess volcanic ash hazard to human health». In: *Natural Hazards and Earth System Sciences* 16.1 (2016), pp. 29–40.
- [3] Daniele Andronico, Simona Scollo e Antonio Cristaldi. «Unexpected hazards from tephra fallouts at Mt Etna: The 23 November 2013 lava fountain». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 304 (2015), pp. 118–125.
- [4] Daniele Andronico et al. «A multi-disciplinary study of the 2002–03 Etna eruption: insights into a complex plumbing system». In: *Bulletin of Volcanology* 67.4 (2005), pp. 314–330.
- [5] S Barsotti, A Neri e JS Scire. «The VOL-CALPUFF model for atmospheric ash dispersal: 1. Approach and physical formulation». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 113.B3 (2008).
- [6] B Behncke, S Falsaperla e E Pecora. «Complex magma dynamics at Mount Etna revealed by seismic, thermal, and volcanological data». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 114.B3 (2009).
- [7] Boris Behncke e Marco Neri. «Cycles and trends in the recent eruptive behaviour of Mount Etna (Italy)». In: *Canadian Journal of Earth Sciences* 40.10 (2003), pp. 1405–1411.
- [8] S Biass e C Bonadonna. «TOTGS: total grainsize distribution of tephra fallout». In: URL <https://vhub.org/resources/3297> (2014).
- [9] Alessandro Bonaccorso et al. «Mt. Etna: volcano laboratory». In: *Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series* 143 (2004).
- [10] Costanza Bonadonna, Sébastien Biass e Antonio Costa. «Physical characterization of explosive volcanic eruptions based on tephra deposits: propagation of uncertainties and sensitivity analysis». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 296 (2015), pp. 80–100.

- [11] Costanza Bonadonna e Antonio Costa. «Estimating the volume of tephra deposits: a new simple strategy». In: *Geology* 40.5 (2012), pp. 415–418.
- [12] Costanza Bonadonna e Antonio Costa. «Modeling of tephra sedimentation from volcanic plumes». In: *Modeling volcanic processes: The physics and mathematics of volcanism* (2013), pp. 173–202.
- [13] Costanza Bonadonna, GGJ Ernst e RSJ Sparks. «Thickness variations and volume estimates of tephra fall deposits: the importance of particle Reynolds number». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 81.3-4 (1998), pp. 173–187.
- [14] Costanza Bonadonna e BF Houghton. «Total grain-size distribution and volume of tephra-fall deposits». In: *Bulletin of Volcanology* 67.5 (2005), pp. 441–456.
- [15] Costanza Bonadonna e Jeremy C Phillips. «Sedimentation from strong volcanic plumes». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 108.B7 (2003).
- [16] R Bonasia et al. «Numerical inversion and analysis of tephra fallout deposits from the 472 AD sub-Plinian eruption at Vesuvius (Italy) through a new best-fit procedure». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 189.3-4 (2010), pp. 238–246.
- [17] Wilbur K Brown e Kenneth H Wohletz. «Derivation of the Weibull distribution based on physical principles and its connection to the Rosin–Rammler and lognormal distributions». In: *Journal of Applied Physics* 78.4 (1995), pp. 2758–2763.
- [18] M Bursik. «Effect of wind on the rise height of volcanic plumes». In: *Geophysical Research Letters* 28.18 (2001), pp. 3621–3624.
- [19] MI Bursik et al. «Sedimentation of tephra by volcanic plumes: I. Theory and its comparison with a study of the Fogo A plinian deposit, Sao Miguel (Azores)». In: *Bulletin of Volcanology* 54.4 (1992), pp. 329–344.
- [20] Guillaume Carazzo et al. «Laboratory experiments of forced plumes in a density-stratified crossflow and implications for volcanic plumes». In: *Geophysical Research Letters* 41.24 (2014), pp. 8759–8766.
- [21] Steven Carey e RSJ Sparks. «Quantitative models of the fallout and dispersal of tephra from volcanic eruption columns». In: *Bulletin of volcanology* 48.2 (1986), pp. 109–125.
- [22] Thomas J Casadevall. *Volcanic ash and aviation safety: proceedings of the first international symposium on volcanic ash and aviation safety*. 2047. US Government Printing Office, 1994.
- [23] Laura J Connor e Charles B Connor. «Inversion is the key to dispersion: understanding eruption dynamics by inverting tephra fallout». In: *Statistics in volcanology* (2005), pp. 231–242.

- [24] Rosa Anna Corsaro et al. «Monitoring the December 2015 summit eruptions of Mt. Etna (Italy): Implications on eruptive dynamics». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 341 (2017), pp. 53–69.
- [25] A. Costa e G. Macedonio. «A new 3D model for volcanic ash dispersion and deposition». In: *Geophysical Research Abstract*. EGU General Assembly. Nice, France, 25-30 April, 2004.
- [26] Antonio Costa, Arnau Folch e Giovanni Macedonio. «A model for wet aggregation of ash particles in volcanic plumes and clouds: 1. Theoretical formulation». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 115.B9 (2010).
- [27] Antonio Costa, Arnau Folch e Giovanni Macedonio. «Density-driven transport in the umbrella region of volcanic clouds: Implications for tephra dispersion models». In: *Geophysical Research Letters* 40.18 (2013), pp. 4823–4827.
- [28] Antonio Costa, Giovanni Macedonio e A Folch. «A three-dimensional Eulerian model for transport and deposition of volcanic ashes». In: *Earth and Planetary Science Letters* 241.3-4 (2006), pp. 634–647.
- [29] Antonio Costa, Laura Pioli e Costanza Bonadonna. «Assessing tephra total grain-size distribution: Insights from field data analysis». In: *Earth and Planetary Science Letters* 443 (2016), pp. 90–107.
- [30] Antonio Costa et al. «Results of the eruptive column model inter-comparison study». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 326 (2016), pp. 2–25.
- [31] Wim Degruyter e Costanza Bonadonna. «Improving on mass flow rate estimates of volcanic eruptions». In: *Geophysical Research Letters* 39.16 (2012).
- [32] Dario Delle Donne e Maurizio Ripepe. «High-frame rate thermal imagery of Strombolian explosions: Implications for explosive and infrasonic source dynamics». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 117.B9 (2012).
- [33] Adam J Durant et al. «Hydrometeor-enhanced tephra sedimentation: Constraints from the 18 May 1980 eruption of Mount St. Helens». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 114.B3 (2009).
- [34] Judy Fierstein e Manuel Nathenson. «Another look at the calculation of fallout tephra volumes». In: *Bulletin of volcanology* 54.2 (1992), pp. 156–167.
- [35] A Folch et al. «A model for wet aggregation of ash particles in volcanic plumes and clouds: 2. Model application». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 115.B9 (2010).
- [36] Arnau Folch, Antonio Costa e Giovanni Macedonio. «FALL3D: A computational model for transport and deposition of volcanic ash». In: *Computers & Geosciences* 35.6 (2009), pp. 1334–1342.

- [37] Arnau Folch, Antonio Costa e Giovannin Macedonio. «FPLUME-1.0: An integral volcanic plume model accounting for ash aggregation». In: *Geoscientific Model Development* 9.1 (2016), pp. 431–450.
- [38] Arnau Folch et al. «FALL3D-8.0: a computational model for atmospheric transport and deposition of particles, aerosols and radionuclides—Part 1: Model physics and numerics». In: *Geoscientific Model Development* 13.3 (2020), pp. 1431–1458.
- [39] Frank R Freedman e Mark Z Jacobson. «Modification Of The Standard Equation For The Stable Abl Through Enforced Consistency With Monin–Obukhov Similarity Theory». In: *Boundary-layer meteorology* 106.3 (2003), pp. 383–410.
- [40] Michael Frenklach. «Method of moments with interpolative closure». In: *Chemical Engineering Science* 57.12 (2002), pp. 2229–2239.
- [41] Mark Z Jacobson e Mark Z Jacobson. *Fundamentals of atmospheric modeling*. Cambridge university press, 2005.
- [42] Maren Kahl et al. «Constraints on the nature and evolution of the magma plumbing system of Mt. Etna Volcano (1991–2008) from a combined thermodynamic and kinetic modelling of the compositional record of minerals». In: *Journal of Petrology* 56.10 (2015), pp. 2025–2068.
- [43] Alexander Kurganov e Eitan Tadmor. «New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection–diffusion equations». In: *Journal of Computational Physics* 160.1 (2000), pp. 241–282.
- [44] Giovanni Macedonio et al. «Effects of eruption source parameter variation and meteorological dataset on tephra fallout hazard assessment: example from Vesuvius (Italy)». In: *Journal of Applied Volcanology* 5.1 (2016), pp. 1–19.
- [45] Kazutaka Mannen. «Total grain size distribution of a mafic subplinian tephra, TB-2, from the 1986 Izu-Oshima eruption, Japan: An estimation based on a theoretical model of tephra dispersal». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 155.1-2 (2006), pp. 1–17.
- [46] Paolo Papale, Augusto Neri e Giovanni Macedonio. «The role of magma composition and water content in explosive eruptions: 1. Conduit ascent dynamics». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 87.1-4 (1998), pp. 75–93.
- [47] T Pfeiffer, A Costa e G Macedonio. «A model for the numerical simulation of tephra fall deposits». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 140.4 (2005), pp. 273–294.
- [48] Massimo Pompilio et al. «Magma dynamics within a basaltic conduit revealed by textural and compositional features of erupted ash: the December 2015 Mt. Etna paroxysms». In: *Scientific reports* 7.1 (2017), pp. 1–14.



- [49] A Poulidis et al. «Atmospheric vertical velocity. A crucial component in understanding proximal deposition of volcanic ash». In: *Earth and Planetary Science Letters* 556 (2021).
- [50] Andrew T Prata et al. «FALL3D-8.0: a computational model for atmospheric transport and deposition of particles, aerosols and radionuclides—Part 2: model validation». In: *Geoscientific Model Development* 14.1 (2021), pp. 409–436.
- [51] David M Pyle. «The thickness, volume and grainsize of tephra fall deposits». In: *Bulletin of Volcanology* 51.1 (1989), pp. 1–15.
- [52] William I Rose e Adam J Durant. «Fine ash content of explosive eruptions». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 186.1-2 (2009), pp. 32–39.
- [53] C Scaini, A Folch e M Navarro. «Tephra hazard assessment at Concepción Volcano, Nicaragua». In: *Journal of volcanology and geothermal research* 219 (2012), pp. 41–51.
- [54] S Scollo, A Folch e A Costa. «A parametric and comparative study of different tephra fallout models». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 176.2 (2008), pp. 199–211.
- [55] Salvatore Scudero, Giorgio De Guidi e Agust Gudmundsson. «Size distributions of fractures, dykes, and eruptions on Etna, Italy: Implications for magma-chamber volume and eruption potential». In: *Scientific reports* 9.1 (2019), pp. 1–9.
- [56] RSJ Sparks, SN Carey e H Sigurdsson. «Sedimentation from gravity currents generated by turbulent plumes». In: *Sedimentology* 38.5 (1991), pp. 839–856.
- [57] RSJ Sparks et al. «Sedimentation of tephra by volcanic plumes. Part 2: controls on thickness and grain-size variations of tephra fall deposits». In: *Bulletin of Volcanology* 54.8 (1992), pp. 685–695.
- [58] N Spilliaert et al. «Melt inclusion record of the conditions of ascent, degassing, and extrusion of volatile-rich alkali basalt during the powerful 2002 flank eruption of Mount Etna (Italy)». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 111.B4 (2006).
- [59] Roberto Sulpizio et al. «Hazard assessment of far-range volcanic ash dispersal from a violent Strombolian eruption at Somma-Vesuvius volcano, Naples, Italy: implications on civil aviation». In: *Bulletin of Volcanology* 74.9 (2012), pp. 2205–2218.
- [60] Takeo Suzuki et al. «A theoretical model for dispersion of tephra». In: *Arc volcanism: physics and tectonics* 95 (1983), p. 113.
- [61] YJ Suzuki e T Koyaguchi. «A three-dimensional numerical simulation of spreading umbrella clouds». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 114.B3 (2009).

- 
- [62] Akula Venkatram e Jonathan Pleim. «The electrical analogy does not apply to modeling dry deposition of particles». In: *Atmospheric Environment* 33.18 (1999), pp. 3075–3076.
- [63] Gianfranco Vulpiani, Maurizio Ripepe e Sebastien Valade. «Mass discharge rate retrieval combining weather radar and thermal camera observations». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 121.8 (2016), pp. 5679–5695.
- [64] L Wilson e GPL Walker. «Explosive volcanic eruptions-VI. Ejecta dispersal in plinian eruptions: the control of eruption conditions and atmospheric properties». In: *Geophysical Journal International* 89.2 (1987), pp. 657–679.
- [65] MJ Woodhouse et al. «Interaction between volcanic plumes and wind during the 2010 Eyjafjallajökull eruption, Iceland». In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 118.1 (2013), pp. 92–109.
- [66] Andrew W Woods e Juergen Kienle. «The dynamics and thermodynamics of volcanic clouds: theory and observations from the April 15 and April 21, 1990 eruptions of Redoubt Volcano, Alaska». In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 62.1-4 (1994), pp. 273–299.
- [67] C Xiong e SK Friedlander. «Morphological properties of atmospheric aerosol aggregates». In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 98.21 (2001), pp. 11851–11856.

# Ringraziamenti

Per prima cosa ringrazio il professor Dragoni, con cui ho avuto il piacere di confrontarmi molteplici volte, per la sua presenza attenta e costante durante il mio intero percorso universitario.

Vorrei inoltre ringraziare il professor Costa per avermi guidato sapientemente in questo lavoro di tesi e per avermi mostrato una grande disponibilità nel risolvere i miei dubbi con competenza e passione.

Ringrazio, infine, Matthieu Poret (Université Clermont Auvergne), il cui contributo è stato fondamentale nella raccolta e analisi dei dati, Leonardo Mingari (Barcelona Supercomputing Center), che mi ha aiutato a comprendere meglio i software utilizzati e Silvia Massaro (INGV - Bologna) che mi ha aiutato nella visualizzazione grafica dei risultati ottenuti.