ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

IL RUOLO DELL'EDUCAZIONE SCIENTIFICA IN CONTESTI"DIFFICILI"

Tesi di Laurea in Elementi di algebra e geometria da un punto di vista superiore

Relatore:
Chiar.mo Prof.
VERARDI LIBERO

Presentata da:
DRAGONI
DONATELLA

Correlatore:
Chiar.ma Prof.
PECORI BARBARA

Prima Sessione
A.A 2010-2011

Questa è la DEDICA*:*

Introduzione

Nel novembre 2010 sono venuta a conoscenza del progetto "Laboratori didattici in Tanzania" facente parte di un progetto più ampio "Tanzania 2010/2012", gestito dall' associazione A.K.A.P. (Associazione Karibuni assistenza alle popolazioni) con sede a Rimini. Dal gennaio 2011 ho instaurato una collaborazione con alcuni volontari dell'associazione e docenti di matematica e fisica dell'Università di Bologna, ai fini della progettazione dei percorsi didattici di matematica e fisica da realizzare presso la scuola secondaria superiore a Dawdi (Tanzania) nel luglio 2011.
Da aprile 2011 ho iniziato a frequentare un corso di Alta Formazione "Professione docente e carcere: insegnare, apprendere, educare" organizzato dalla facoltà di Scienze dell'educazione dell' Università di Bologna, che terminerà l'anno venturo. Questo corso è rivolto a insegnanti ed educatori del settore e prevede un tirocinio di 60 ore nelle scuole secondarie del carcere (minorile o adulti) da realizzarsi nel prossimo autunno.
La progettazione dei laboratori in Tanzania e del tirocinio presso il carcere, indipendentemente dall' argomento intorno al quale si costruiscono le attività da proporre, poneva una domanda di fondo: "Che senso ha in questi particolari contesti insegnare argomenti di matematica e fisica? Qual è il ruolo dell'educazione scientifica in contesti "difficili"? ".
Il progetto di tesi è nato intorno a questa domanda a cui ho cercato di dare un prima risposta.
Nel primo capitolo, si focalizza l'attenzione sulla costruzione (e la ricostruzione) dell'identità di un ragazzo adolescente, puntando soprattutto sui doveri

che la scuola ha in proposito e su quali siano i principi su cui deve far leva. Si considera non solo l'adolescente in un contesto "normale" ma anche il ragazzo in un contesto svantaggiato (o addirittura di devianza), con i suoi problemi, con il suo passato e con una prospettiva diversa di futuro. In proposito la scuola può e deve assumere un ruolo fondamentale nella costruzione dell'identità dell'alunno, deve porsi l'obiettivo di formarlo in vista di un futuro, non solo per quanto riguarda le abilità tecniche che potranno poi essere potenziate nell'attività lavorativa futura, ma anche per le competenze appartenenti alla sfera morale. Tutte le discipline devono pertanto essere finalizzate sia all'acquisizione di concetti specifici, sia alla formazione della persona.

Tenendo sempre presenti i valori morali sui quali si intende far leva per la formazione dell'identità dell'individuo, nel secondo capitolo, si mostra in che modo la matematica e la fisica possono contribuire all'educazione (e alla rieducazione) dei ragazzi e quali sono i punti sui quali possono far forza.

Si propongono successivamente due esempi di progetti di educazione scientifica che sottolineano come gli obiettivi generali delle due discipline considerate si possono raggiungere attraverso attività su argomenti specifici, quali il teorema di Pitagora o la propagazione della luce e il processo di visione.

Nell'ultimo capitolo, infine, si presentano i due progetti nella loro versione operativa, corredati di schede di attività e indicazioni sui materiali necessari alla realizzazione, così come saranno proposti nella scuola secondaria superiore in Tanzania.

Indice

Elenco delle figure

Capitolo 1

Quale ruolo per l'educazione scientifica in contesti difficili

In questa tesi si cerca il senso da dare all'educazione scientifica in contesti "difficili". I contesti a cui si fà riferimento sono il carcere minorile e la Tanzania.
Questi rientrano nella categoria "contesti difficili" anche se le motivazioni sono profondamente diverse tra loro.
Si è scelto di fare riferimento soltanto al carcere minorile, in modo tale che sia possibile restringere l'analisi ai soli adolescenti.
Le cause che possono portare alla devianza del soggetto minore possono ricondursi a fattori provenienti dalla famiglia o dal quartiere in cui vivono. Non è possibile comunque stilare una classifica ne attribuire con certezza il legame causa-effetto tra le possibili condizioni sfavorevoli e l'effettiva devianza del soggetto minore.
Ad esempio la morte improvvisa della figura paterna può portare il figlio verso una condizione di sbandamento, come pure un ragazzo "deviato" può trovare la forza e la volontà di uscire dalla condizione di devianza in cui vive dopo della perdita di un genitore.
Se quindi non è possibile stabilire con certezza quali siano le cause che portano un ragazzo "di brava famiglia" a commettere reati o a infrangere le regole

morali, si può comunque pensare di realizzare un intervento educativo che gli permetta di rivivere una seconda nascita.
Nel processo educativo di un ragazzo "deviato" si deve tenere conto del suo passato e dell'identità in precedenza formata: è necessario indagare, in modo discreto, su quali siano i punti cardine della sua educazione, chi sono le figure che reputa importanti e quali principi sono assolutamente fondanti. Questi sono i punti da cui deve partire un educatore per fornire al ragazzo un'alternativa possibile di vita.
I ragazzi tanzaniani non sono ovviamente da considerarsi deviati ma certamente più svantaggiati da un punto di vista educativo. Nella storia della Tanzania, ha inciso molto il colonialismo inglese, la cui influenza è ancora evidente nel modo di impostare l'istruzione. Il modello scolastico anglosassone è ben riconoscibile tra i programmi scolastici, ma trapiantare un sistema funzionante da una parte all'altra del mondo non è detto che risulti altrettanto efficace. I programmi ministeriali devono avere degli obiettivi ben più alti di quelli che gli argomenti frammentati delle singole discipline possono proporre, perciò è bene che siano incentrati sul tipo di persona che si vuole formare.
La costruzione dell'identità degli adolescenti risulta pertanto l'obiettivo comune e centrale intorno al quale devono muoversi tutti i contesti, soprattutto quelli "difficili".

1.1 La costruzione dell'identità dell'adolescente

"Noi dovremmo essere completamente nati quando moriremo, benchè il tragico destino della maggior parte degli uomini sia quello di morire prima di essere mai nati". Le parole di Fromm sottolineano efficacemente le difficoltà del processo di costruzione dell'identità dell'individuo a cui si farà riferimento da ora in poi.
Tra le teorie pedagogiche che pongono al centro dei propri studi la costruzione

dell'identità se ne individuano due, la teoria "nativista" e quella "empirista", che possono essere considerate le due visioni estreme al riguardo. La prima sostiene che l'individuo, alla nascita, possiede già una propria personalità, che nel corso dell'evolversi della vita può soltanto svilupparsi, senza mai risentire dell'influenza dell'ambiente in cui si nasce e si vive, l'altra sposa una visione completamente antitetica: sostiene infatti che l'identità dell'individuo sia frutto solo delle interazioni con il mondo esterno, e che siano quindi le sole esperienze che determinano le caratteristiche della persona.
La posizione teorica che si sostiene in questo lavoro di tesi è quella che pone in corrispondenza biunivoca l'individuo che costruisce la propria identità e il mondo che lo circonda, secondo la prospettiva di un dare e un ricevere: le interazioni che si instaurano sono alla base di una solida personalità, indipendentemente dal fatto che si fondi su principi giusti o sbagliati.
Tutti gli individui sono alle prese con un processo di continua crescita personale, frutto di esperienze, di relazioni, di incontri e scontri ma anche di apprendimento di regole di comportamento. L'uomo è sempre alla ricerca di se stesso e del senso del suo operato.
In questo viaggio "alla ricerca di" ci sono due tappe in cui la crescita di un individuo è certamente più evidente di altre: il primo anno di vita e il periodo dell' adolescenza.
Il neonato, nel passaggio dalla vita intrauterina a quella extrauterina si trova a dover fronteggiare situazioni sconosciute, dal come far fronte alla propria sopravvivenza a come comunicare con il mondo: ha bisogno, dei genitori e di un ambiente che possa essere il veicolo tramite il quale interagire con il mondo e che lo aiuti ad interpretare gli stimoli che riceve.
L'adolescente, invece, si trova a vivere un periodo di forte cambiamento fisico e psicologico. In questo periodo della sua vita si ha come una rottura dell'equilibrio che dalla nascita fino a quel momento, si è costruito anche grazie all'appoggio dei genitori e della famiglia. Il corpo che fino allora aveva avuto una particolare fisionomia e specifici lineamenti, comincia a cambiare, così le relazioni che aveva instaurato fino ad allora con le persone che gli stan-

no attorno. Spesso viene trattato "da adulto", quasi a volerne stimolare la crescita personale. Il problema sta nel fatto che il ragazzo non riesce ad immaginare quale sarà la sua identità, la sua visione di se al termine di questa metamorfosi: comincia a non riconoscersi in quello che era e non trova alcun contatto con quello che sarà. L'adulto diventa per l'adolescente, una persona di riferimento, una guida da seguire, una persona con cui scontrarsi perchè pone delle prescizioni che limitano il suo modo di agire.
Questo disagio è certamente accentuato nella società odierna rispetto a quella passata: non si parla più di una società omogenea, fondata su principi universali solidi, che trasmettevano l'idea che il figlio sarebbe stato come il genitore con le stesse idee politiche, la stessa ragione sociale e lo stesso percorso di vita. Nel Rapporto 1997 del Ministero della solidarietà sociale sull'infanzia e l'adolescenza, la società di oggi è rappresentata come una realtà certamente più difficile da decifrare, fortemente pluralista e caratterizzata dalla diffusione di tanti diversi modelli di riferimento. Sono anche sottolinaeti gli aspetti positivi come il fatto che la società si mostra più attenta a una migliore conoscenza della vita e dei suoi problemi, fornisce validi stimoli e occasioni per partecipare alla vita sociale e dà maggior valore e concretezza ai diritti della persona e del cittadino. Sia gli aspetti positivi che quelli negativi influenzano la formazione dell'identità dell'adolescente.
Il percorso educativo dell'adolescente incide fortemente nella formazione del futuro adulto, per questo motivo non è possibile apportarvi dei "tagli" come ad esempio fanno alcuni genitori quando instraurano un rapporto non autorevole con i figli, è quindi necessario ancor di più porre basi solide su cui l'adolescente può far perno per la sua crescita.
Se l'obiettivo finale è quello di formare individui con una propria personalità, in grado di relazionarsi con la società, che sappiano esprimere le proprie personali opinioni e sappiano anche argomentarle, e infine che sappiano reggere il confronto con persone che sostengono idee diverse dalle sue, allora l'educazione deve assumere specifiche funzioni.
Non solo la famiglia, la scuola ed eventualmente altre istituzioni educative

devono farsi carico dell'educazione del ragazzo: il mondo degli adulti, indipendentemente dal ruolo che svolge nei confronti del minore, deve sentirsi coinvolto. È necessario educare la volontà e a saper gestire i conflitti, ma bisogna anche puntare sull'educazione alla capacità di ascolto, al pensiero critico, alla libertà e alla legalità.

Nel Rapporto si parla di educazione alla volontà, ovvero la capacità dell'individuo di costruire una propria identità in cui davvero si riconosce e non assunta perché suggerita da modelli che hanno maggiore incidenza sull'adolescente. È necessario quindi che si insegni al giovane ad essere padrone di se, delle proprie azioni, a credere nei propri sogni e nelle sue ambizioni (purché moralmente corretti).

Le capacità di ascolto che il Rapporto suggerisce di sviluppare, riguardano sia l'ascolto di colui che parla e la relativa comunicazione, ma anche la comunicazione interiore: ascoltare se stessi vuol dire capire quali sono i propri bisogni ma anche la cause di un eventuale disagio che prova, relazionarsi quindi con se stessi.

Incentrare l'educazione anche sul pensiero critico, come suggerito nel Rapporto, vuol dire sviluppare *"le capacità di riflettere e di vagliare le varie proposte prima di accettarle, di saper controllare il proprio pensiero sottoponendolo a verifica senza lasciarsi sedurre da epidermiche sollecitazioni, di saper mutare parere senza sentirsi sconfitti, quando nel dialogo con gli altri ci si accorge che essi hanno ragione, di saper riconoscere umilmente che non tutto è sempre inquadrabile nelle categorie mentali che si sono costruite"*.

L'educazione alla libertà e alla legalità deve invece porsi l'obiettivo di trasmettere cosa significhi libertà di azione e che, pur sembrando un paradosso, la libertà ha in se il vincolo di essere soggetta a regole affinchè non si leda la libertà degli altri nel momento in cui si espande la propria, è importante anche marcare il fatto che per poter parlare di libertà propria è necessario parlare di libertà degli altri, che il non rispetto delle regole ha in serbo delle conseguenze con cui si deve fare i conti.

Infine si è parlato di educazione a saper gestire il conflitto: nel Rapporto,

si dice che *"il conflitto non è eludibile e nella vita è indispensabile aiutare i soggetti in formazione a saperlo gestire e utilizzarlo in senso positivo"*. Successivamente si suggerisce di trasformare il conflitto in qualcosa di positivo nella crescita di tutti coloro che sono coinvolti nel conflitto stesso, è importante in proposito insegnare che chi perde in un conflitto non deve essere deriso o denigrato.
Se si fa leva su questi punti è molto probabile che si gettino le fondamenta per la formazione di un adulto "non infantile", dove per infantile si intende un adulto che non sa gestirsi da solo, che non riconosce quali siano gli effettivi valori morali su cui far leva, che è ancora in cerca dell'adulto di riferimento e che certamente è più influenzabile da un contesto deviato.

1.2 Il contributo delle materie scientifiche nella costruzione dell'identità

La scuola certamente è un'organizzazione che deve interessarsi della costruzione dell'identità della persona e non può limitare questo grande compito alle sole ore di educazione civica (che talvolta nemmeno svolgono al minimo la funzione che le si attribuisce). L'adulto e il cittadino di domani, uomo o donna che sia, non possono nascere dalle nozioni trasmesse durante una lezione, è una formazione continua quella che si deve sviluppare.Gli adolescenti devono pertanto essere più formati non solo dal punto di vista dell'istruzione, ma anche come futuri cittadini e adulti capaci di agire.
In proposito, l'articolo di Salviati [26] esprime questa esigenza-urgenza della socità contemporanea e dall'intervista di quattro disciplinaristi (di matematica, fisica, lingua italiana e storia) cerca di sottolinaare come le discipline di base possono contribuire in proposito.
D'Amore, matematico risponde che: *"la matematica è spesso ritenuta la disciplina delle verità assolute ed eterne, ma è invece uno dei campi più educativi di problematicità. Un ragazzo che risolve una situazione matematica ha, naturalmente, l'idea che la sua sia LA risposta al problema, che il suo*

sia IL metodo da seguire. Ma da molti anni si lavora in gruppo, si discute. La discussione rappresente un momento molto forte di coesione, di scambio, di ascolto(...). Il modello (matematico) è facilmente esportabile alla società "esterna". Essere attivi in un gruppo che co-costruisce un sapere è primo modo per interiorizzare la consapevolezza di cittadinanza attiva: oggi in aula, domani in forma estesa".

D'Amore suggerisce che tutto ciò può essere tradotto certamente partendo dalla realizzazione di situazioni a-didattiche.

Pera,scienziato alla domanda di Salviati, risponde partendo dal ruolo che lo studente assume nei confronti dell'attività di laboratorio, in proposito dice: *"Il ruolo dello studente (nella realizzazione dell'esperimento del laboratorio) è passivo: egli non può assumere sue iniziative, nè introdurre scelte alternative che potrebbero nuocere alla finalità dimostrative. In tal modo egli non può sviluppare alcuna abilità critica: al massimo può rinforzare le proprie abilità in termini sostanzialmente esercitativi. Quando invece allo studente si chiede di partire dal protocollo lineare di un esperimento per destrutturarne le fasi successive e aprirle alle possibili alternative alla ricerca dei rispettivi "perché", gli si offre l'opportunità di ricercare in proprio percorsi metodologici. In questi casi egli è protagonista di scelte che assume in modo cosciente. La classe diventa lo strumento ideale per l'esperienza i cui risultati verranno sottoposti a valutazione collettiva: ne scaturirà il protocollo ottimale, funzionale agli scopi della sperimentazione"* .

Pera sostiene quindi che una buona attività di laboratorio può essere una strategia valida alla formazione della persona, purchè sia basata sulla socializzazione ma anche su una riflessione interiore in cui si mette in relazione il fenomeno sperimentato con le personali idee possedute al riguardo.

Sia nell'una che nell'altra risposta sono ben evidenti i ruoli che deve svolgere l'educazione nella formazione dell'individuo, citati nel paragrafo precedente. L'insegnamento della matematica e della fisica, come quello delle altre materie, deve quindi essere pensato anche per fornire un contributo alla formazione dell'identità dell'adolescente. Le materie scientifiche, in proposito, si prestano bene ad attuare questo compito.

Capitolo 2

Due progetti per cominciare

2.1 Stesura del progetto, scelte di metodo e obiettivi comuni

Si propongono in questo capitolo due progetti: uno di matematica, l'altro di fisica, pensati per essere riadattati successivamente in contesti difficili. Il primo è strutturato sul teorema di Pitagora, il secondo si chiama "Luce, visione" ed è pensato come un percorso disciplinare di fisica.
I due progetti si distinguono per il tema e di conseguenza per gli obiettivi generali e specifici che si prefiggono di raggiungere, ma hanno in comune la metodologia di lavoro, il senso della scoperta che dovrebbe guidare gli alunni alla costruzione di un apprendimento significativo e le caratteristiche in termini di tempo e di costi.
Entrambi i progetti sono pensati per essere sviluppati in un tempo abbastanza breve: complessivamente ciascuno si può realizzare in circa 8 ore (anche se ovviamente la durata dipende molto dal contesto in cui si pensa di realizzarli). I laboratori "attivi" non prevedono alcun utilizzo di software o tecnologia particolare, seguono infatti il criterio di essere realizzati con materiale povero e di facile reperibilità in Italia, come scatole di cartone, cartoncino Bristol, spago, puntine da disegno e forbici.

2.1.1 Scelte di metodo

Si è scelto di strutturare le attività sulla base del lavoro di gruppo, distaccandoci dalla modalità della lezione frontale, non solo per mostrare una tecnica di conduzione della classe alternativa a quella più tradizionale, ma soprattutto per creare le condizioni favorevoli per il raggiungimento di un obiettivo educativo fondamentale quale è quello di sviluppare il senso di cooperazione tra i membri di una comunità (in questo caso la classe).
Tra le varie metodologie suggerite dalla pedagogia, il Cooperative Learning sembra essere quella più efficace, che meglio si adatta a contesti difficili.
La tecnica del cooperative learning è molto più specifica del generico lavoro di gruppo: è stata infatti pensata per realizzare ambienti di apprendimento basati sul senso di aiuto, cooperazione e collaborazione; inoltre alcune ricerche in questo campo evidenziano come una corretta applicazione argini il problema, che spesso si frequenta di un impegno squilibrato tra i membri del gruppo.
I criteri progettuali per creare un contesto di apprendimento cooperativo sono:
- interdipendenza positiva,
- responsabilità individuale e di gruppo,
- interdipendenza promozionale faccia a faccia,
- insegnamento e uso delle competenze sociali ,
- valutazione del gruppo e di gruppo.

È importante ideare delle attività in cui sia forte la dipendenza tra i membri del gruppo per il raggiungimento di un obiettivo comune (interdipendenza positiva): si possono in proposito creare specifiche condizioni di interdipendenza positiva in gruppo, come ad esempio far sì che ogni membro raggiunga il suo obiettivo solo se tutti il gruppo lo raggiunge (interdipendenza di obiettivi), oppure ogni componente svolge la parte di lavoro in cui è competente e l'unione delle parti permette il raggiungimento dell'obiettivo stesso (interdipendenza di competenze) e ancora, la valutazione del gruppo, associata al conseguimento di un certo obiettivo, ricade su quella individuale (interdipen-

denza di valutazione). È quindi fondamentale che ognuno si senta motivato al raggiungimento del compito e che metta al servizio della comunità (in questo caso il gruppo di appartenenza) tutte le proprie abilità, competenze e conoscenze. Perché ciò avvenga deve sentirsi in primis, membro del gruppo a tutti gli effetti: in proposito è consigliato che i membri del gruppo scelgano un nome in cui si rispecchiano tutti gli appartenenti.
Non è sufficiente che ogni membro del gruppo sia motivato, deve anche sentirsi responsabile del raggiungimento dell'obiettivo finale, del ruolo che il gruppo gli ha assegnato (se ne è stato assegnato uno) e di collaborare a favore del compagno in difficoltà senza ovviamente sostituirsi a lui. Tutto questo confluisce nella responsabilità individuale, mentre la responsabilità del gruppo riguarda il raggiungimento degli obiettivi.
Un clima cooperativo nasce da una buona relazione tra i membri del gruppo, basata su atteggiamenti di stima reciproca e rispetto (interazione faccia a faccia) e dall'apprendimento delle competenze sociali necessarie per la formazione, l'avvio e il funzionamento del gruppo, per promuovere l' apprendimento e che siano da stimolo per una riflessione sull' efficacia delle strategie.

Per permettere la costruzione di un ambiente di apprendimento cooperativo, i gruppi non devono essere eccessivamente numerosi: un numero alto di partecipanti infatti genera maggiore dispersione e demotivazione tra i componenti (in psicologia sociale si parla di effetto Ringelman), oltre che, una proporzionale dilatazione dei tempi di lavoro. Alcuni studiosi, in proposito, sostengono che il numero ideale di un gruppo corrisponda a quattro.
È necessario tenere conto dello spirito democratico su cui si basa il cooperative learning, anche nella scelta dei gruppi: non si può pertanto imporre dei vincoli sulla loro formazione (criterio casuale, scelta dell'insegnante, autoselezione degli alunni), ad ogni modo è sempre importante che i gruppi siano eterogenei. Quest' ultima caratteristica, infatti, incide sia sull'apprendimento di tutti, che sulla promozione delle abilità sociali.

2.2 Obiettivi generali di un progetto di matematica

Un progetto di matematica deve porsi degli obiettivi molto più alti, generali e indipendenti, rispetto a quelli specifici dell'argomento che si desidera affrontare.
Si ritiene opportuno focalizzare l'attenzione sui seguenti punti:

- il senso e l'importanza della definizione
- il senso e l'importanza della dimostrazione
- il significato di un connettivo logico quale l'implicazione
- attività di problem solving
- il passaggio tra differenti registri linguistici matematici (algebrici e geometrici) e rappresentazioni dello stesso oggetto matematico

Segue un' analisi dettagliata di ogni punto.

2.2.1 Definizioni

L'enunciato di un teorema, dal punto di vista linguistico può essere confuso con la definizione di un oggetto matematico; è consuetudine pertanto utilizzare un registro linguistico opportuno e specifico per non creare, almeno verbalmente, troppa confusione.
La definizione è una proposizione grammaticale in cui una sola parola (o espressione) non è conosciuta, ovvero quella che si vuole definire, mentre le altre sono note. Per meglio chiarire il concetto, si riprende da Mazzanti [17], che in proposito dice: *"una definizione è una "abbreviazione", nel senso che riassume in poche parole un concetto che richiederebbe, per la sua comprensione, una descrizione molto più estesa".*
È necessario tenere in considerazione alcuni aspetti della definizione matematica, specie se al progetto didattico si vuole dare una valenza costruttiva,

nel senso che questo deve avere lo scopo di rendere lo studente consapevole del suo apprendimento. Non si può in proposito trascurare il fatto che ci sono dei termini che possono avere significati diversi a seconda del contesto in cui si opera e dalla scelta fatta dai libri di testo, oppure che la definizione data, affinché sia fatta propria dallo studente, debba essere opportunamente accompagnata da una spiegazione, a causa della sua complessità.

2.2.2 Congetture e Dimostrazioni

Si è inserita la dimostrazione, tra i punti fondamentali di un progetto di matematica poiché questa è alla base del metodo ipotetico deduttivo secondo il quale opera il matematico, pur avendo la consapevolezza che l'apprendimento della dimostrazione ha in sé tante difficoltà e ostacoli di natura epistemologica.
È importante lavorare sul valore che gli studenti attribuiscono alla dimostrazione: recenti ricerche in didattica della matematica hanno messo in evidenza che l'idea prevalentemente associata alla dimostrazione è quella di essere uno strumento che attesta all'insegnante la propria comprensione.
Si è persa l'idea che dimostrare sia un bisogno per se stessi e per interagire con altri membri della comunità scientifica, cosa che invece viene messa in risalto nell'analisi del suo percorso storico.
La dimostrazione è una spiegazione chiara e completa di una proprietà, posseduta da un oggetto matematico, o di una affermazione.
Nella letteratura scientifica le si attribuiscono le seguenti funzioni:
- una sociale, per capire la veridicità della proprietà o del teorema,
- una educativa, per dare una spiegazione a se stessi e ad altri,
- una identitaria, ovvero "dimostro allora ho matematica" , in cui ci si pone nell'ottica che tutto ciò che è dimostrabile appartiene alla matematica e, viceversa, tutto ciò che è matematica deve essere dimostrato.

L'alunno deve essere reso consapevole delle prime due funzioni della dimostrazione: si sceglie di non prendere in considerazione la terza in quanto può indurre, più facilmente, a cadere nel contratto didattico. Secondo la

visione assolutista associata a questa funzione, non è importante infatti la qualità della dimostrazione, ma la quantità che se ne fa: più si dimostra, maggiormente si consolideranno le abilità legate alla sfera del ragionamento ipotetico-deduttivo. In proposto la ricerca in didattica della matematica mette in evidenza come lo studente, se non ha alle spalle una valida motivazione che giustifichi l'atto del dimostrare, impari a ripetere la dimostrazione solo perché deve ricevere una valutazione. Un altro motivo, che giustifica la non trasmissione di questo ruolo, segue dalla visione assolutista: la matematica potrebbe apparire una scienza esatta e lontana per essere compresa dell' essere umano, di conseguenza anche la dimostrazione potrebbe apparire come una entità esterna.
Tra gli obiettivi di un progetto di matematica non solo si inserisce quello di educare alla dimostrazione, ma anche quello di educare ad argomentare.
È importante innanzitutto distinguere tra argomentazione e dimostrazione, e mettere in chiaro con gli alunni che le due fasi si pongono degli obiettivi differenti all' interno del procedimento ipotetico - deduttivo: la prima ha come fine lo stabilire la verità, la seconda aggiunge a questo obiettivo quello di stabilire la sua deducibilità dai principi della matematica, perchè soltanto in questo modo si acquista credibilità nella comunità scientifica.
Gli studenti talvolta non percepiscono la distinzione tra argomentare e dimostrare, l' evidenza di una proprietà li conduce a generalizzare subito, perdendo così il senso della dimostrazione.
In matematica, non di rado succede che alcune proprietà o affermazioni appaiono talmente evidenti che sembra addirittura superfluo dimostrarle. Nonostante ciò vanno ugualmente dimostrate: il fatto che siano decisamente intuitive non è da considerarsi una prova inconfutabile della loro veridicità davanti alla comunità scientifica.
In proposito facciamo notare come ci siano due categorie di affermazioni: quelle "intuitive" e quelle "logiche". Le prime si caratterizzano per il fatto che sono auto-evidenti e quindi facilmente accettabili come vere. Le altre non si possono accettare a priori e quindi devono essere dimostrate. Fischbein

[8], confrontando le caratteristiche intrinseche dell'affermazione (intuitiva, non intuitiva) con il ruolo che le è attribuito nella comunità scientifica, distingue le seguenti situazioni:
- affermazioni intuitive, che sono accettate senza dimostrazione,
- affermazioni intuitive, che necessitano di una dimostrazione,
- affermazioni non intuitive, che per poter essere accettate necessitano di una dimostrazione,
- affermazioni non intuitive e associate a una dimostrazione che presenta difficoltà oggettive nella comprensione.

Tra queste categorie ve ne sono alcune che possono generare difficoltà di apprendimento tra gli studenti. Prima di analizzare quali siano queste difficoltà e come un'attività didattica dovrebbe essere strutturata in presenza di queste, si focalizza l'attenzione su quali siano le caratteristiche della conoscenza intuitiva che interferiscono nel ragionamento matematico.
Le idee intuitive si caratterizzano per la capacità di estrapolazione, che permette di generalizzare immediatamente le proprietà viste in pochi esempi; per la certezza intrinseca e la autoevidenza, che "sopiscono" il bisogno di dimostrare un'affermazione; per un effetto coercitivo, il quale è responsabile del rifiuto di ciò che si presenta come un'alternativa a quanto suggerito dalla conoscenza intuitiva e infine per il processo di globalizzazione che viene messo in atto per fare congetture e che si distingue da quello logico che invece appare sequenziale.
Ritornando alle quattro situazioni, sopra citate, quelle che fungono da ostacolo sono soprattutto quelle intuitive che richiedono una dimostrazione. In questo caso, infatti, *"lo studente non accetta che un'affermazione intuitivamente evidente debba essere formalmente provata"*, Fischbein prosegue affermando che *"la ragione di questa situazione è che lo studente non ha afferrato in pieno il significato della matematica come corpo di conoscenze deduttivo, formale, rigoroso"*.
Un'attività matematica deve quindi conferire anche alle proprietà e alle affermazioni intuitive *" uno stato formale, rigoroso, in accordo con la struttura*

assiomatica, deduttiva della matematica"; in proposito l'insegnante dovrebbe porsi da tramite in questa "restrutturazione" delle idee, ma per farlo deve riconoscere prima di tutto quali siano le tendenze intuitive e spiegarne le origini che talvolta trovano riscontro nei modelli mentali che lo studente si costruisce con l'aumentare delle conoscenze acquisite.

Lavorare con dimostrazioni formalmente sistemate e mostrate dall'insegnante non è l'unico approccio possibile che si può pensare di realizzare, soprattutto se la classe si considera come una piccola comunità scientifica, in cui le idee matematiche acquistano validità solo se accettate dalla stessa.
L'attività cooperativa potrebbe in tal caso essere di ausilio per incrementare il valore della dimostrazione. Marino [16] in proposito dice che *"l'interazione con gli altri è il veicolo principale attraverso cui le idee ricevono un esame accurato, sono affinate, migliorate, e si raggiunge anche un senso di possesso"*. Inoltre, attraverso un confronto tra compagni, possono emergere misconcezioni inerenti al tema che si sta trattando e, se superate, possono portare alla costruzione di conoscenza.

2.2.3 Attività di problem solving

Prima di analizzare quali sono le caratteristiche tipiche di un problema e qual è il modo migliore per affrontarlo, è importante riflettere sul ruolo che questo deve assumere all'interno di un progetto di matematica.
Certamente, l'idea di matematica che una persona si costruisce nel tempo e alla quale è stata educata, incide sia nella modalità di insegnamento della disciplina, che nel ruolo attribuito ai problemi.
La matematica è formata da un assetto teorico ben strutturato e definito, ma ciò non implica che si debba necessariamente insegnare solo il "prodotto finito"; se infatti si impostano sempre le lezioni secondo la concezione descrittiva, il problema matematico si riduce a essere solo un esercizio applicativo delle regole che si vogliono far acquisire. Alcune ricerche condotte da Zan [29], mettono in luce le conseguenze al riguardo: i bambini della scuola pri-

maria pensano al problema matematico come a un compito da svolgere sulla scia del contratto didattico, o per dare una soddisfazione ai genitori.
Il problema si svuota quindi di significato, tanto che in didattica matematica si sente l' esigenza di fare una distinzione, all' interno dell' attività di problem solving, tra esercizio e problema.
Il primo termine si riferisce alla applicazione di regole e procedure già apprese durante il percorso scolastico. In questo caso entra in gioco il "transfer analogico", un processo cognitivo che permette di trasferire la struttura risolutiva di un problema "di base" , al quesito che si sta prendendo in considerazione.
Il transfer analogico è suddiviso in tre steps : il primo, quello di recupero, che prevede una fase precedente, in cui si attiva il modello risolutivo standard di una specifica classe di problemi, e una successiva, in cui si seleziona il problema base con il quale lavorare per analogia; il secondo prevede la verifica del modello, per mezzo di un confronto tra gli oggetti e le relazioni specifiche dei due problemi; il terzo è quello dell'applicazione del modello, in cui si sostituiscono gli elementi corrispondenti.
Si noti che questo tipo di apprendimento per esercizi, facilita certamente il consolidamento dei modelli risolutivi, ma ciò è interpretabile come un pregio e un difetto: non vengono infatti potenziate qualità del pensiero matematico come la creatività o la produttività.
È importante quindi, non focalizzare solo l'insegnamento sul processo di transfer analogico. In questo caso si punta alla costruzione di un apprendimento significativo e non meccanico, come invece si verifica per gli esercizi.
La conoscenza del nuovo concetto non rimane priva di collegamenti, quasi a se stante, ma è costruita in modo tale si possa incorporare alla struttura conoscitiva già modellizzata. Questo effettivamente potrebbe verificarsi anche dopo lo svolgimento di una serie mirata di esercizi, anche se in questo modo è più facile che le conoscenze acquisite siano facilmente dimenticate.
A seconda del valore che si attribuisce all' oggetto matematico che si vuole costruire, è importante impostare attività che prevedono la risoluzione di problemi o esercizi. Ad ogni modo va sottolineato come l'attività di pro-

blem solving faciliti lo sviluppo del pensiero matematico. Un altro compito, altrettanto importante, è quello di valorizzare il senso dell' educazione matematica, portandola sullo stesso piano delle altre, nella formazione culturale del cittadino.
Secondo le Indicazioni Ministeriali, la matematica deve dare gli strumenti per descrivere il mondo da un punto di vista scientifico, risolvere problemi concreti e contribuire a sviluppare le capacità di comunicare, discutere e sostenere la propria tesi: in questa prospettiva, gioca un ruolo molto importante l'attività di problem solving, la quale deve porsi da tramite tra la disciplina e il suo utilizzo nella realtà. I problemi pertanto devono essere pensati sia per consolidare la immagini mentali che lo studente si costruisce in riferimento a uno specifico oggetto matematico, sia come applicazione della matematica alla realtà e ad altre discipline.
Se si analizzano i problemi dei libri di testo di matematica, si nota che spesso sono tutti molto ripetitivi sia nel comando e sia nello schema risolutivo del problema e i dati dei problemi sono esattamente quelli necessari per risoluzione. Questo, come visto in precedenza, facilita un apprendimento meccanico e poco creativo, per questo motivo le ricerche in didattica hanno suggerito l' introduzione di problemi con dati in eccesso o mancanti, con lo scopo di modificare la visione noiosa e inutile che talvolta i ragazzi associano all'attività di risoluzione dei problemi.
Molte ricerche in didattica della matematica e in psicologia dell' apprendimento, supportano la scelta della metodologia di lavoro in gruppo, che sopra è stata discussa. Il rapporto che gli studenti hanno con la matematica, e in particolare con l' attività di risoluzione di problemi, migliora se si costruisce un contesto di apprendimento collaborativo. Il lavoro in piccoli gruppi favorisce la partecipazione di tutti i componenti, in quanto vi è un reciproco scambio di idee inerenti al modo di procedere ed inoltre, dalla discussione, si possono formare più facilmente le linee guida del processo risolutivo: aiuta a definire gli elementi chiave del problema e a creare collegamenti con i modelli "base" di risoluzione associati alle varie classi di problemi incontrati.

Bisogna comunque prestare attenzione al fatto che non è detto che se è stata trovata una risoluzione di gruppo, questa sia stata interiorizzata dal singolo: non è sufficiente strutturare nel progetto delle attività di problem solving che si focalizzano soltanto sul lavoro di gruppo.

2.3 Progetto "Teorema di Pitagora"

La proposta dell' attività che segue è un esempio di indagine matematica, dove gli obiettivi generali inerenti alla disciplina si amalgamano con quelli specifici dell' argomento trattato, in questo caso il teorema di Pitagora.
Il progetto si ispira in parte all' evoluzione storica del teorema, dove la parte applicativa precede quella formale e teorica, inoltre è stato pensato per essere realizzato in un tempo complessivo di circa 8 ore, suddiviso in 5 incontri, ciascuno di un' ora e mezzo.
Si riportano di seguito le tre fasi che costituiscono il progetto.

Nella prima, si sviluppa un percorso che si origina dalla seguente situazione problematica: "che cos'è un angolo retto? Come si costruisce? " e si conclude con la definizione matematica dello stesso. L'attività proposta alla classe deve essere pensata in modo tale che permetta agli studenti di riflettere, individualmente e in gruppo, sull'angolo come oggetto matematico e possa inoltre essere usata dall' insegnante come strumento per indagare quali siano le effettive idee che gli alunni hanno al riguardo.
In questa parte gioca un ruolo molto importante il concetto di definizione. Si fa notare che non si vuole passare l'idea che esiste "La definizione di angolo", ma che lo stesso oggetto matematico è esprimibile in più modi, purché concettualmente corretti: si procede secondo la tecnica del brainstorming, in cui ogni studente mette in comunione la propria visione di angolo e si impossessa di quella dei compagni. In questo modo nessuno dovrebbe rimanere escluso dal gioco dell' apprendimento nel quale sta per venire coinvolto, anzi, possiede "tanti occhiali" con cui osservare la stessa cosa.

Dalla prima domanda ci si aspetta una definizione, quasi all'unisono, strettamente legata a quella trasmessa dal docente, ad esempio: angolo retto come la quarta parte dell'angolo giro, o la metà di un angolo piatto, o ancora l'angolo retto è l'angolo che si forma quando, intersecando due rette, queste formano angoli tutti uguali tra loro.

Tenendo conto della struttura del progetto e delle successive fasi, non è necessario che si prediliga una definizione rispetto a un'altra. Quello che preme è che tutti gli studenti possano partire con un'idea di angolo concettualmente corretta. Qualora emerga che qualcuno non ha costruito bene tale idea è possibile procedere a un'attività di recupero prima di andare oltre: ci si trova davanti a una misconcezione che potrebbe trasformarsi in ostacolo se non si agisce su questa.
Per quanto riguarda la seconda domanda: "Come si costruisce un angolo retto?" potrebbero venire fuori tante risposte dai gruppi, che rimandano a situazioni reali come ad esempio, nella sperimentazione del progetto, i ragazzi ci hanno detto che si può ottenere dall'intersezione di due pareti; oppure sfruttando lo spigolo di un tavolo; o piantando un bastoncino nel terreno da cui segue che l'angolo retto è quello tra in bastone e il terreno. Potrebbero essere sfruttate nella costruzione anche righe e squadre con cui tracciare un quadrato o un triangolo rettangolo e indicare poi l'angolo retto, oppure tracciare l'altezza di un triangolo isoscele.
Si noti che quest'ultima classe di risposte è caratterizzata dal determinarsi di un "loop", nel senso che per costruire le figure geometriche o l'altezza di un triangolo si sfrutta quella di retta perpendicolare (e quindi di angolo), per poi indicare l'angolo retto come l' elemento che si voleva costruire (ma dal quale si è partiti).
In proposito si fa notare come le risposte che emergono non siano attendibili all'interno della comunità scientifica, non sono rigorose perché considerano degli oggetti del mondo reale che non garantiscono che l'angolo costruito sia effettivamente retto: ci sono rappresentazioni nella vita reale che possono

soltanto essere viste come approssimazioni dell'oggetto matematico. La garanzia della costruzione viene proprio dalla matematica stessa ed è questo il primo passo verso una definizione e una costruzione corretta! Il secondo passo è quello che, pur sfruttando oggetti matematici questi non si basino sull'oggetto che si vuole definire.
Di seguito si dimostrano alcune proposizioni che possono essere interpretate come dei possibili metodi di costruzione dell' angolo retto.

Proposizione 2.3.1 (I,11 Euclide)**.**
Su una retta data, da un punto dato su essa, innalzare una linea retta perpendicolare.

Dimostrazione. Siano C e D punti sulla retta r. Sia E un punto simmetrico a D rispetto a C. Si costruisce un triangolo equilatero, la cui lunghezza del lato è pari a DE. Si chiama il terzo vertice F. La retta che congiunge C con F è la retta perpendicolare alla retta r: infatti $CD = CE$ (per costruzione), CF è comune ai triangoli: CFD e CFE e $DF = EF$ (per costruzione, poichè CFE è un triangolo rettangolo). Per il terzo criterio di uguaglianza dei triangoli, anche gli angoli DCF e FCE sono uguali e quindi metà di un angolo piatto: DCF e FCE sono di 90^o. □

Un'altra possibile costruzione potrebbe essere questa:

Proposizione 2.3.2.
Un triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo.

Questo è un corollario della seguente proposizione:

Proposizione 2.3.3.
Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro.

dove per "angolo alla circonferenza" si intende un angolo con il vertice su una circonferenza e i lati entrambi secanti o uno secante e l'altro tangente alla circonfenza; se l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza insistono sullo stesso arco si dicono corrispondenti.

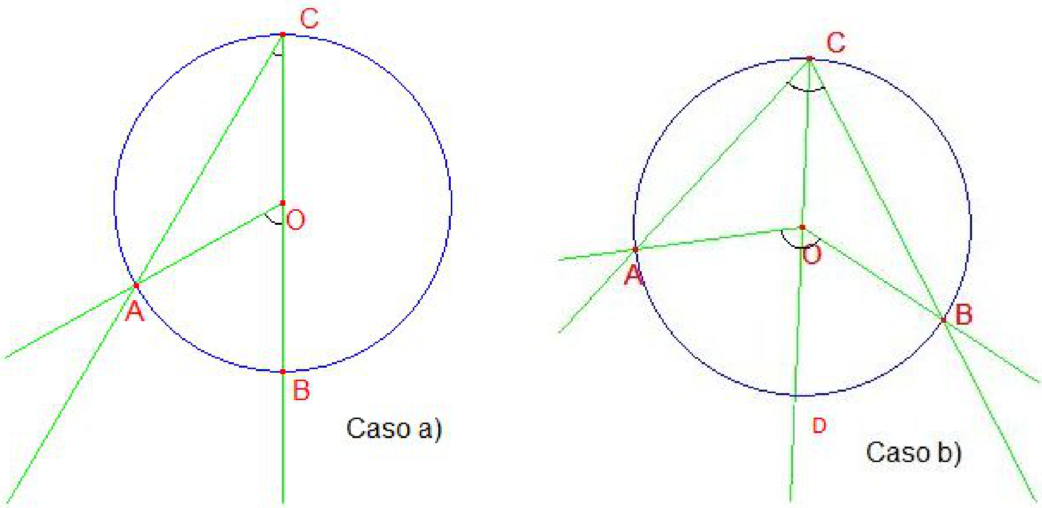


Figura 2.1: Dimostrazione di Airy del teorema di Pitagora

Dimostrazione. Sia $A\hat{C}B$ l'angolo alla circonferenza e sia $A\hat{O}B$ il corrispondente angolo al centro. Per dimostrare la proposizione si analizzano quattro casi:

a) uno dei due lati dell'angolo passa per il centro O della circonferenza,

b) nessuno dei due lati passa per il centro O della circonferenza

c) un lato passa per il centro della circonferenza, l'altro è tangente.

d) uno dei lati è tangente e l'altro secante alla circonferenza.

Dim a) L'angolo al centro $A\hat{O}B$ è esterno al triangolo AOC e quindi:

$$A\hat{O}C + O\hat{A}C + A\hat{C}O = 180^{O} \Rightarrow 180^{O} - A\hat{C}O = A\hat{O}C + O\hat{A}C$$

allora $A\hat{O}B = A\hat{O}C + O\hat{A}C$. Dato che $AO = OC$, in quanto raggi della circonferenza, ne segue che triangolo AOC è isoscele e quindi $A\hat{O}C = O\hat{A}C$. Segue che $A\hat{O}B = A\hat{O}C + O\hat{A}C = 2A\hat{O}C$.

Dim b) si distinguono due casi: il primo,l'angolo al centro $A\hat{O}B$ è interno al triangolo AOC, il secondo in cui è esterno.

Da qui segue che, nel primo caso valgono le seguenti uguaglianze:

$$A\hat{C}B = A\hat{C}D + D\hat{C}B \quad ,A\hat{O}B = A\hat{O}D + D\hat{O}B$$

nel secondo caso si ha: $A\hat{C}B = A\hat{C}D - B\hat{C}D \qquad , \qquad A\hat{O}B = A\hat{O}D - B\hat{O}D.$
Dal caso a) segue che: $A\hat{O}D = 2A\hat{C}D$ e $B\hat{O}D = 2B\hat{C}D$,
quindi $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$.
Dim c) In questo caso l'angolo al centro è piatto mentre l' angolo alla circonferenza è di 90^o, per costruzione in quanto tangente. Da qui segue il teorema.
Dim d) La dimostrazione è analoga al caso b), considerando gli angoli formati dai lati dell'angolo con il diametro che passa per il vertice A.
Per il caso a), b), c), d) la proposizione è dimostrata. (c.d.d.) □

Quindi, dal momento che gli angoli al centro sono il doppio dei corrispondenti alla circonferenza, se inscrivo un triangolo in una circonferenza che ha un lato passante per il centro (coincide con il diametro) allora l' angolo al centro è 180^o quindi quello alla circonferenza è 90^o: il triangolo iscritto in una semicirconferenza è rettangolo.
Infine si collega questa costruzione al progetto dicendo che l' angolo retto si può costruire sfruttando l' inverso del teorema di Pitagora, il quale ci dice che "preso un triangolo qualsiasi, chiamando a, b e c le lunghezze dei tre lati in ordine crescente, se vale la seguente relazione tra i lati del quadrato $a^2 + b^2 = c^2$ allora l' angolo formato tra i segmenti di lato a e b è retto".

Nella seconda fase, si forniscono strumenti come righe, squadre, quadrati di lato i lati dei triangoli e una corda (per ogni triangolo) con un numero di nodi pari a quelli della misura del perimetro. In questo ultimo caso si prende ispirazione dagli Egizi i quali per tracciare il perimetro dei campi utilizzavano una corda con ad esempio 12 punti, e la disponevano in modo da ottenere un triangolo di lati 3,4,5: in questo modo erano certi di aver ottenuto un angolo retto.
L'attività parte dal fatto che pur avendo a disposizione tante definizioni di angolo retto, nessuna fornisce indicazioni su come costruirlo. A questo punto

il metodo di indagine matematica suggerisce di affrontare il problema da un altro punto di vista: si parte quindi dall' oggetto matematico in cui certamente vi è un angolo retto, come ad esempio un triangolo rettangolo, e si cerca una qualche relazione che valga per tutti gli oggetti simili. Nella fase di confronto di alcuni triangoli rettangoli con differenti lunghezze dei lati, gli studenti procedono inconsapevolmente come il matematico, il quale cerca di individuare le caratteristiche invarianti tra gli oggetti matematici simili: ad esempio si esclude il colore e la disposizione nel piano dello specifico triangolo e si focalizza l'attenzione sul fatto che la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente all'area del quadrato costruito sull' ipotenusa.

Per poter generalizzare a tutti i triangoli rettangoli, quanto visto valere in quelli confrontati, si ricorre alla dimostrazione della congettura.
Prima di presentare alcune dimostrazioni e analizzarle da un punto di vista didattico, si apre una parentesi su come il teorema di Pitagora e il suo inverso siano presentati nei libri di testo. Spagnolo e Scimone [27] mostrano come le dimostrazioni non vengano più proposte, addirittura talvolta non si enuncia neppure l'inverso, pur sfruttandolo nella risoluzione di molti esercizi presenti nei libri di testo in cui si chiede di verificare se un triangolo, di cui siano note le lunghezze dei lati, sia o meno rettangolo. Una tale presentazione del teorema è frutto di un'erronea trasposizione didattica attuata dal docente e dai libri di testo, ovvero un insieme di scelte e modalità messe in atto per divulgare il Sapere matematico in un ambiente didattico, adattandolo anche al livello di comprensione che gli studenti possono raggiungere a seconda dell'età e del contesto in cui si lavora.
Determinate scelte didattiche possono essere la causa di una "destoricizzazione dell'argomento" che può portare a due problemi:
- si induce l'allievo a ritenere che *"ciò che egli studia con tanta fatica sia avulso da ogni contesto sociale e infine reale, intendendo con tale termine la realtà della vita quotidiana"*;
- *"la "sclerotizzazione" delle notizie matematiche, che appaiono caratterizzate*

solo dalla loro pertinenza e utilità nel contesto di un dato settore matematico che gli allievi devo apprendere".
Inoltre anche la scelta del docente può incidere negativamente sull'apprendimento dello studente: sebbene sia spesso necessario apportare "tagli" al programma da svolgere, bisogna sempre *"offrire agli allievi un'informazione corretta e completa e non cercare mai di banalizzare il Sapere".*
Da quanto apprena detto, segue che il teorema di Pitagora e soprattutto il suo inverso debbano essere dimostrati, spetta all' insegnante scegliere quale dimostrazione proporre in base alle capacità degli studenti. Di seguito si mostrano alcune possibilità, associate ad una spiegazione che mette in evidenza quali possano essere i pregi e i vantaggi di una specifica scelta rispetto ad altre.

Proposizione 2.3.4 (Teorema di Pitagora)**.**
Se il triangolo è rettangolo, allora il quadrato costruito sull' ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Euclide, negli Elementi(I,47), la presenta nel seguente modo:

Dimostrazione.

□

Obiettivamente questa dimostrazione presenta diverse difficoltà:

Garfield imposta la dimostrazione prevelentemtente su un registro di tipo algebrico:

Dimostrazione.
Sia ABC un triangolo rettangolo. Sulle retta AB, partendo da B si trasporta il segmento BD di lunghezza pari a AC. Si traccia la perpendicolare alla retta AB per D e da questo punto si trasporta il segmento DE di lunghezza pari a AB. Si congiunge C con E.
I segmenti AC e DE sono paralleli tra loro (in quanto perpendicolari alla

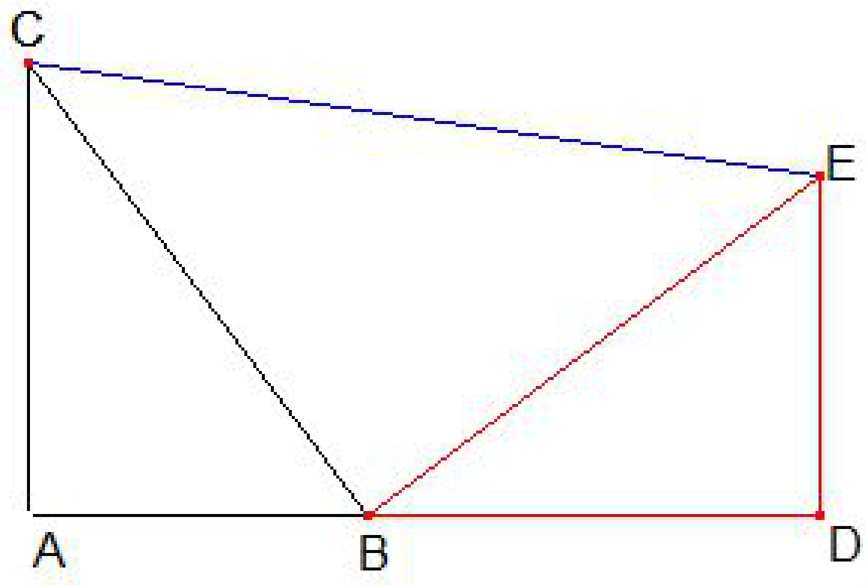


Figura 2.2: Dimostrazione di Garfield del teorema di Pitagora

retta AB per costruzione), quindi il quadrilatero $ADEC$ è un trapezio rettangolo con base minore DE, base maggiore AC ed altezza AD .
I triangoli ABC e BDE sono rettangoli per costruzione, come lo è il triangolo BCE in quanto l' angolo piatto $A\hat{B}D$ si ottiene sommando gli angoli $A\hat{B}C$,$C\hat{B}E$ ed $E\hat{B}D$, quindi:

$$A\hat{B}C = A\hat{B}C + C\hat{B}E + E\hat{B}D$$

ma $A\hat{B}C + C\hat{B}E = 90^0$ allora anche $C\hat{B}E = 90^o$.
L' area del trapezio si può calcolare sia applicando la formula oppure sommando le aree dei tre triangoli rettangoli in cui è scomposto:

$$\frac{(DE + AC) \cdot AD}{2} = \frac{AC \cdot AB}{2} + \frac{BD \cdot DE}{2} + \frac{CB \cdot BE}{2}$$

Facendo le opportune sostituzioni ($DE = AB$ e $AC = BD$) e sviluppando il quadrato del binomio si ottiene : $AB^2 + AC^2 = BC^2$. (c.d.d) $\square$

Questa dimostrazione richiede il passaggio da un registro geometrico a uno algebrico. Per una buona comprensione della dimostrazione sono necessarie le conoscenze di: area del trapezio, area di un triangolo rettangolo, la definizione di angolo piatto come un angolo di 180 gradi e la proprietà del triangolo rettangolo tale per cui la somma degli angoli interni è di 180 gradi. Le due grosse difficoltà che possono fungere da ostacolo sono individuabili nello sviluppo del quadrato del binomio, nel caso in cui lo studente non ne sia a conoscenza e nella presenza del trapezio non posto secondo il modo consueto dei libri di testo, ovvero che poggia sulla la base maggiore. Quest'ultima, come sottolineato da Fischbein e D'Amore, è da considersi una misconcezione che può trasformarsi in ostacolo: si consiglia quindi di non costruire la figura affinché venga "ad hoc" per non creare problemi, ma di sfruttarla come strumento per far emergere eventuali difficoltà al riguardo. La figura, per com'è costruita, si presta bene anche per il recupero del concetto corretto.

Airy elabora una dimostrazione di tipo prevalentemente geometrico, la quale si presta bene per essere realizzata in maniera concreta, utilizzando quindi un cartoncino e delle forbici.

Dimostrazione.
Si consideri un triangolo rettangolo(verde) che ha il cateto minore e il cateto maggiore di lunghezza rispettivamente a e b e l'ipotenusa di lunghezza c. Sull'ipotenusa si costruisce il quadrato come in figura (**??**) e sul lato contiguo del quadrato si costruisce lo stesso triangolo di partenza(rosa). Mediante una rotazione di 270^o in senso antiorario e centro in B del triangolo verde e una rotazione di 270^o in senso orario del triangolo rosa, si ottiene la seconda immagine della figura (**??**). Abbiamo ottenuto che le due figure sono equivalenti in quanto la seconda è ottenuta mediante trasformazioni geometriche della prima, pertanto il quadrato costruito sull' ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti. Formalmente si può anche scrivere che $a^2 + b^2 = c^2$. □

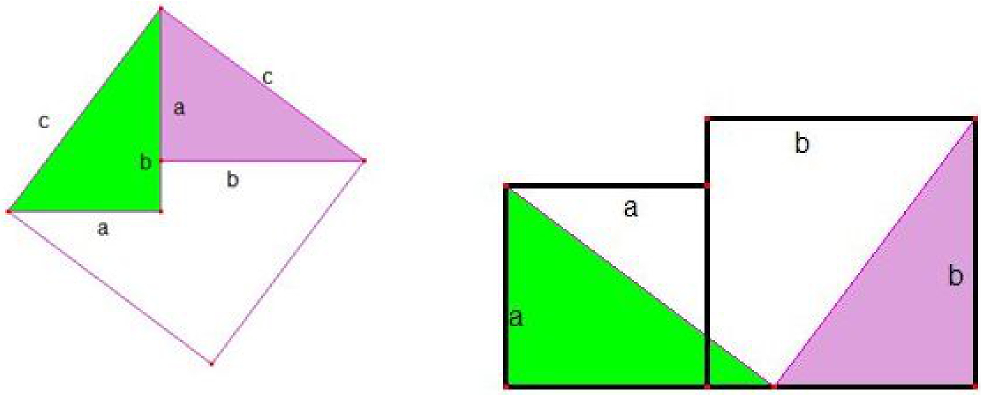


Figura 2.3: Dimostrazione di Airy del teorema di Pitagora

Questa dimostrazione non prevede grosse difficoltà dal punto di vista matematico. Lo studente deve conoscere l' area del quadrato, avere una idea matematicamente corretta della rotazione (a mio parere non è nessario che conosca le trasformazioni geometriche in forma analitica) e aver acquisito il concetto di equivalenza. Il vantaggio e lo svantaggio di questa dimostrazione stanno nel fatto che è certamente molto intuitiva. Il fattore positivo è dovuto alla sua immediata comprensione a cui si aggiunge la semplice ripetibilità della stessa. L'aspetto negativo nasce dal fatto che la dimostrazione potrebbe apparire poco formale qualora non si parli di rotazione: è necessario rimarcare su queste ultime proprio per attribuire alla dimostrazione la giusta credibilità davanti alla comunità scientifica. Il problema di realizzare attività di geometria con la carta sta proprio nel fatto che possono apparire comunque approssimate e quindi non formali.
Si conclude con una dimostrazione del teorema, molto simile per caratteristiche matematiche e difficoltà didattiche a quella precedentemente vista, con l'aggiunta che questa si riallaccia anche alla funzione aneddotica della storia della matematica.

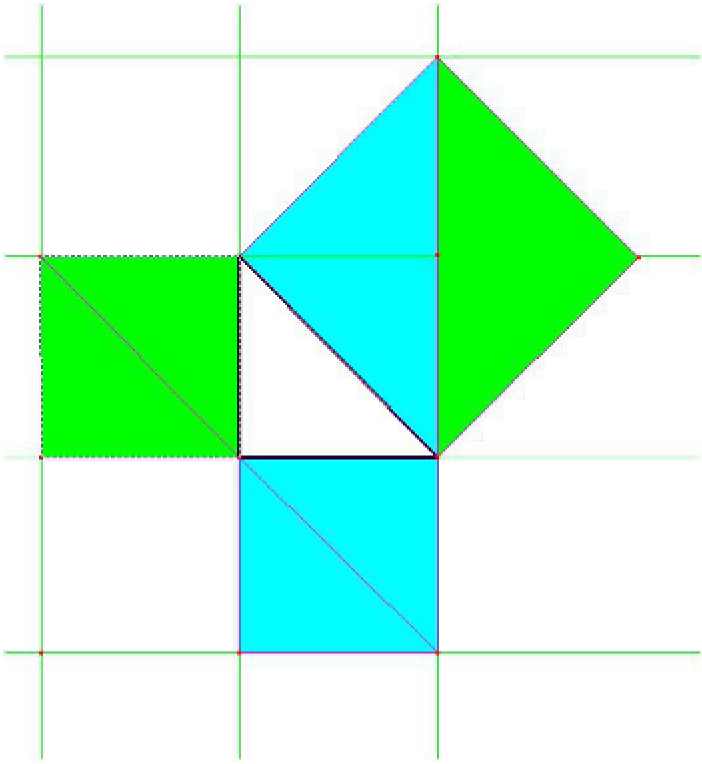


Figura 2.4: Dimostrazione di Pitagora in versione aneddotica

Si narra, infatti, che una pavimentazione a mattonelle quadrate avesse catturato l'attenzione di Pitagora, il quale si rese conto che tracciando la diagonale di una mattonella la divideva in due triangoli rettangoli equivalenti:nacque da qui l'idea che l'area del quadrato costruito sulla ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

Sono stati presentati soltanto alcuni modi di dimostrare il teorema di Pitagora: il più formale e meno intuitivo e viceversa, il più intuitivo e meno formale, passando attraverso diversi registri: algebrico e geometrico.

Nel progetto, per collegare l'enunciato e la dimostrazione del teorema di Pitagora con il suo inverso si propone una attività sulle implicazioni, finalizzata a trasmettere il senso matematico del "se...allora": si chiede agli studenti di identificare tra le due frasi proposte qual è la tesi e qual è l'ipotesi e di collegarle poi mediante una freccia di carta nel senso che va dall'ipotesi alla

tesi. In proposito nel cartellone compare anche un triangolo rettangolo con accanto uno spazio vuoto, il quale permette di verificare l'immediata comprensione del ruolo della freccia e delle implicazioni. Lo studente deve ideare una frase matematicamente corretta che riguardi il triangolo rettangolo, tra queste l'insegnante può suggerire anche "se ho un triangolo rettangolo allora il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti". Ma vale anche il contrario? (ovvero, se cambio verso alla freccia, la frase è ancora vera?).
Prima di procedere con le dimostrazioni dell'inverso del teorema di Pitagora, che provano la veridicità o meno della dimostrazione, è necessario fare una riflessione sul linguaggio matematico che si usa. Mazzanti [17] in proposito dice: *"per enunciare l'inverso del teorema di Pitagora non si può parlare di "cateti" e di "ipotenusa"nella sua ipotesi"*, poichè tale terminologia è riferita al triangolo rettango e non si può utilizzare per qualsiasi triangolo.
L'enunciato diventa quindi:

Proposizione 2.3.5 (Inverso del teorema di Pitagora)**.**
Se in un triangolo il quadrato costruito su uno dei lati è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due, allora il triangolo è rettangolo e ha per ipotenusa il primo dei lati considerati.

Si riporta di seguito una possibile dimostrazione, proposta da Mazzanti [17], che si basa su un ragionamento per assurdo.

Dimostrazione.
Sia ABC un triangolo ottusangolo in $\hat{A}$ per cui vale la relazione pitagorica tra le lunghezza dei lati: $a^2 = b^2 + c^2$, dove a, b e c sono le lunghezze dei rispettivi lati BC, AC e AB.
Si tracci l' altezza CH relativa al lato AB, ne segue che i triangoli CHA e CHB sono rettangoli (per la costruzione appena fatta). Si applica il teorema di Pitagora al primo triangolo $CH^2 = b^2-x^2$ e al secondo $CH^2 = a^2-(c+x)^2$. Uguagliando le due espressioni e sviluppando il quadrato del binomio, si ottiene che: $a^2-(c)^2-cx = b^2$, da qui applicando l'ipotesi fatta ($a^2 = b^2+c^2$),

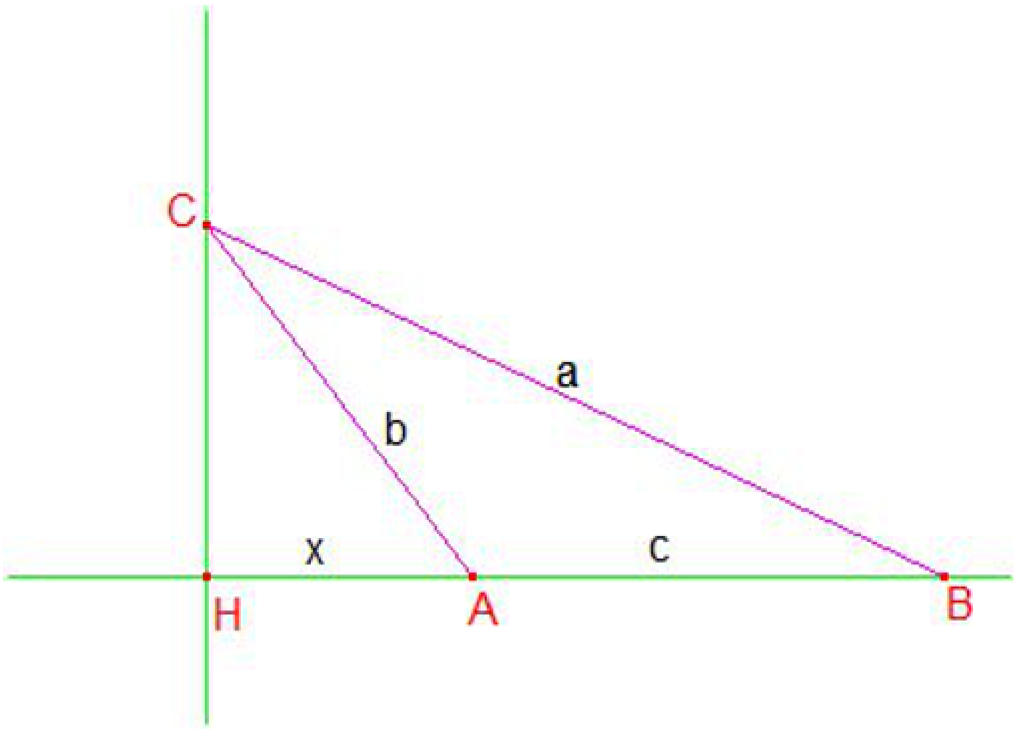


Figura 2.5: Dimostrazione dell'inverso del teorema di Pitagora

si ottiene che $cx = 0$, ovvero $c = 0$ oppure $x = 0$.
Ma ciò è assurdo poichè: se valesse $c = 0$ non si avrebbe il triangolo ABC, se valesse $x = 0$, significherebbe che l'altezza cade nel punto A, quindi che il triangolo è rettangolo, e questo si oppone all'ipotesi fatta in partenza, ovvero che il triangolo è ottusangolo. Da qui ne segue che il triangolo non può essere ottusangolo.
Ripetendo la dimostrazione nel caso in cui il triangolo sia acutangolo segue che se vale la relazione pitagorica, il triangolo è rettangolo. (c.d.d.) $\square$

Dal punto di vista didattico, una dimostrazione di questo tipo richiede la conoscenza del teorema di Pitagora, dello sviluppo del binomio e la legge di cancellazione. Il nodo concettuale che potrebbe essere causa di non apprendimento, sta nel passaggio tra i due registri: geometrico e algebrico. La

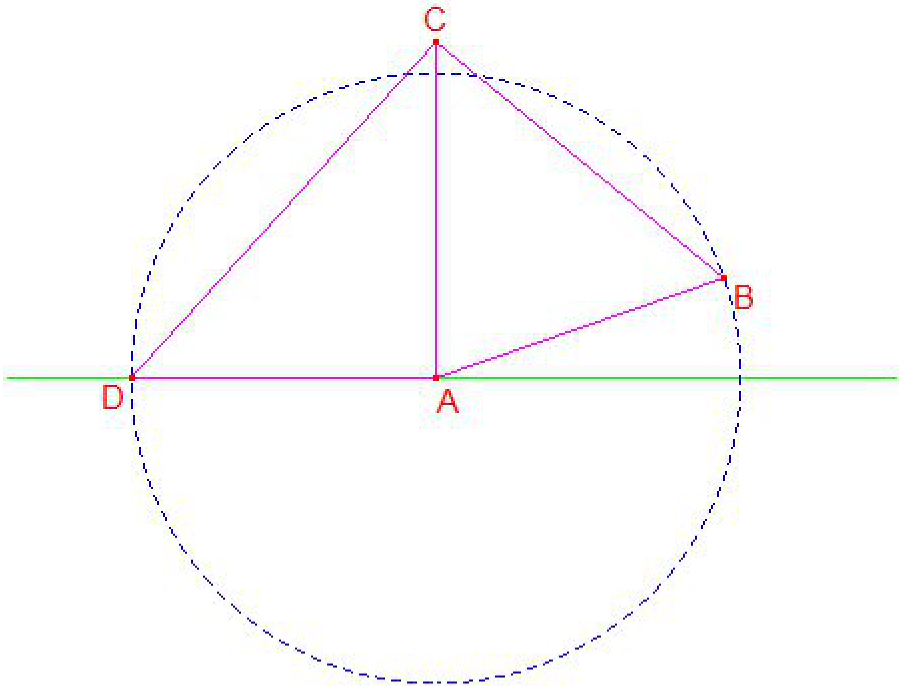


Figura 2.6: Dimostrazione dell'inverso del teorema di Pitagora

frattura potrebbe emergere alla fine della dimostrazione: nel momento in cui si passa dal registo algebrico a quello geometrico. In questo caso, lo studente non è detto che individui le condizioni che determinano l'assurdo.
D'Amore [7], parla di "delega formale" tra le clausule del contratto didattico, riferendosi a quei problemi la cui soluzione matematica non viene reinterpretata in base al contesto del problema. In questo caso le condizioni $c = 0$ oppure $x = 0$ sono corrette secondo il procedimento algebrico, ma entrano in contrasto con le ipotesi fatte se si reintrepretano nel contesto geometrico da cui si è partiti.
Un' altro modo di dimostrare l'inverso di Pitagora è suggerito da Spagnolo e Scimone [27], i quali affiancano alla dimostrazione alcune considerazioni didattiche aa cui farò riferimento in seguito.

Dimostrazione.
Sia ABC un triangolo qualsiasi, in cui vale la seguente relazione tra le lunghezze dei lati: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Dal punto A si traccia la perpendicolare al lato AC, su di essa si trasporta un segmente AD di lunghezza pari a AB. Si ottiene quindi il triangolo rettangolo ADC, quindi vale la relazione pitagorica :$AD^2 + AC^2 = DC^2$.
Inoltre se $AB = AD$ anche $AB^2 = AD^2$, si aggiunge AC^2 ad entrambi i membri dell'uguaglianza, si ottiene quindi: $AB^2 + AC^2 = AD^2 + AC^2$, da cui applicando l'ipotesi e la relazione che vale per il triangolo ACD, si ottiene che $DC^2 = BC^2$, quindi $BC = DC$. I due triangoli, avendo due lati uguali e uno in comune, sono equivalenti, ne segue che anche l'angolo $C\hat{A}D = C\hat{A}B$ quindi $C\hat{A}B = 90^o$. $\square$

In proposito gli autori dell'articolo fanno notare che" *l'analisi della dimostrazione evidenzia che vi sono almeno due conversioni, cioè trasformazioni semiotiche su registri diversi. Dunque, in questo potrebbe consistere, forse, una difficoltà di comprensione della dimostrazione da parte degli allievi, che, nel corso del tempo, ha suggerito agli insegnanti, e agli autori dei libri di testo o di apportare qualche cambiamento sia pur minimo alla dimostrazione originale di Euclide o addirittura sopprimerla"*, ad ogni modo la parte relativa agli esercizi rimane incolume da alcun cambiamento, ma non essendo supportata da una motivazione teorica dietro, perde anch'essa di significato. Prima di procedere alla descrizione della successiva fase del progetto è nessario ricapitolare quanto visto: si è partiti dalla definizione di angolo retto, e si vuole trovare un modo per costruirlo: tra i tanti possibili modi vi è quello suggerito dall' inverso del teorema di Pitagora, pertanto se voglio un costruire un angolo retto parto da un triangolo le cui lunghezza dei lati soddisfano la relazione di Pitagora, allora se vale ciò il triangolo è rettangolo quindi l'angolo è retto. Tale chiarimento è necessario renderlo esplicito anche in classe, per dare un senso all'attività svolta.

La terza e ultima fase del progetto è strutturata per consolidare le conoscenze acquisite.

2.4 Obiettivi generali di un progetto di fisica

Prima di identificare gli obiettivi generali di un progetto di fisica, è necessario fare alcune riflessioni sul ruolo assunto dalla scienza: non di rado dietro questa idea si nascondono dei luoghi comuni che è bene sfatare.
È molto radicata l'idea che la scienza si muova nella direzione della così detta "verità" e in particolare, che la fisica abbia il ruolo di rappresentare la realtà così com'è e di interpretare il linguaggio della natura. Il messaggio che sembra passare, è quello dell'esistenza di una verità assoluta, già strutturata in forma assiomatica e regolata da leggi e principi ben strutturati: lo scienziato pertanto si differenzia dalla "persona comune", in quanto appare come un essere abile a scovare la chiave di lettura della natura. Ne consegue che, la realtà si può leggere in un modo univoco e oggettivo.
Il problema si può affrontare presentando la fisica in maniera diversa da quella tradizionale: è necessario valorizzarne la sua evoluzione e superare il modo scolastico di presentarla come un apparato stabile e privo di una sua storia: sono quindi importanti le teorie tanto quanto le idee, gli esperimenti e i dibattiti che nei secoli si sono sviluppati intorno a specifici temi.
In seguito si farà sempre riferimento a questa visione di fisica "non statica".
Nel precisare gli obiettivi generali del progetto s ritiene opportuno focalizzare l'attenzione sui seguenti punti:

- i risultati della ricerca in didattica della fisica,
- il confronto tra conoscenza scientifica e conoscenza di senso comune,
- il ruolo del laboratorio nell'insegnamento/apprendimento della fisica.

Nel primo punto si mostra come la didattica in generale, e in particolare la didattica della fisica, abbia spostato la sua attenzione dal docente all'alunno: questo passaggio mette in risalto come le cause di un apprendimento non proficuo, siano inizialmente ricondotte all'intelligenza dello studente e a un suo impegno scostante nello studio, siano state successivamente ricondotte anche ad ostacoli di tipo epistemologico motivazionale.

Nel secondo punto si fa notare come lo studente (e non solo!) abbia a che fare con due tipi di conoscenza, una sviluppata nella vita quotidiana e l'altra scientificamente accreditata, e come talvolta il loro contrasto possa ostacolarne l' apprendimento.
Infine nell'ultimo punto si fa panoramica dei possibili ruoli che può assumere il laboratorio nella costruzione di una conoscenza duratura.

2.4.1 I risultati della ricerca in didattica della fisica

La didattica disciplinare, in particolar modo quella specifica delle materie scientifiche, ha subìto un'evoluzione dagli anni sessanta in poi; in precedenza, era forte l'idea che un "buon insegnamento" fosse sufficiente per ottenere un "buon apprendimento" e quindi un buon rendimento dello studente. La didattica si è occupata fino ad allora di "didattica A", ovvero di come un insegnante deve trasmettere il sapere, quali sono le modalità migliori e i concetti fondamentali da trasmettere. Si è pertanto investito su grandi progetti educativi che *"spostavano l'accento da una conoscenza di tipo dichiarativo e classificatorio, spesso episodica, ad una conoscenza di tipo procedurale volta a cogliere i nodi fondamentali delle discipline e ad approfondire i nessi logici"* (Grimellini Tommasini, Segrè: [28]). L'attenzione si sposta dalla trasmissione di specifiche nozioni a quella di un metodo scientifico; ma nonostante ciò, i risultati ottenuti non sembrano soddisfare le attese. Nasce quindi da questo fallimento la necessità di prendere in considerazione non solo la disciplina, ma anche il discente, ovvero colui che entra in relazione con la conoscenza disciplinare e in qualche modo, se ne appropria: si parla in proposito di "didattica B".
Si focalizza dunque l'attenzione sullo studente, superando quei luoghi comuni che giustificano il fallimento dell'apprendimento come conseguenza di uno scarso impegno e di una non brillante capacità intellettiva. Si rivaluta dunque la figura del discente, non più visto come un contenitore vuoto da riempire, ma come una persona che ha alle spalle un vissuto associato a delle idee personali maturate come esperienza, le quali giocano un ruolo fonda-

mentale nell'apprendimento e devono quindi essere prese in considerazione nella progettazione di un intervento didattico.

2.4.2 Il confronto tra conoscenza di senso comune e conoscenza scientifica

A partire dagli anni '80 si è affermata in campo educativo una visione costruttivista dell'apprendimento, secondo la quale la conoscenza individuale si sviluppa spontaneamente grazie al processo cognitivo in cui l'individuo raccoglie, mediante le proprie esperienze, informazioni che vengono dal mondo naturale, che in seguito organizza in modelli di rappresentazione della realtà anche mediante lo scambio intersoggettivo con gli altri.
La costruzione di conoscenza avviene attraverso due processi cognitivi: l'assimilazione e l'accomodamento, secondo Piaget.
Il processo di assimilazione si verifica nel momento in cui si applica una struttura cognitiva posseduta a oggetti o fenomeni differenti, che però non mettano in discussione la conoscenza già strutturata; il processo di accomodamento invece è necessario per adattare la struttura cognitiva nel caso in cui si abbia un conflitto cognitivo, tra la struttura cognitiva già posseduta e il nuovo oggetto di conoscenza.
Le rappresentazioni mentali di ciascun indivuduo costituiscono quella che, Grimellini Tommasini e Segrè [12], chiamano conoscenza di senso comune, ovvero *" un insieme di atteggiamenti conoscitivi e di asserzioni fattuali riguardanti le aree di "esperienza quotidiana"intesa nel senso più generale del termine (è esperienza quotidiana sia il fatto che il fuoco brucia, sia il fatto che gli astronauti "viaggiano nello spazio")".* Forse può apparire inusuale il fatto che si associ il termine conoscenza a un qualcosa che non ha riconoscibilità nella comunità scientifica, ma il termine è comunque appropriato per sottolineare come queste idee vengano invece condivise con la comunità in cui il soggetto vive e siano coerenti con la sua visione interna del mondo, come sottolineano gli stessi Grimellini Tommasini e Segrè [12] quando dicono che l'insieme degli atteggiamenti sopracitati *" risulta essere socialmente*

condiviso, indipendentemente da ogni istruzione disciplinare scolastica".
È importante evidenziare alcune differenze tra la conoscenza di senso comune e la conoscenza scientifica che come vedremo in seguito costituiscono i punti di rottura per un apprendimento concettualmente corretto ma anche i punti su cui un insegnante deve far leva per produrre tale apprendimento.
Da ora in poi, si fa riferimento pienamente alla posizione espressa da Vicentini, Mayer [28].
Il soggetto che costruisce conoscenza è in un caso il singolo individuo e nell'altro lo scienziato. Il primo è mosso dal bisogno di interagire con la natura e con la realtà che lo circonda, cercando una risposta soddisfacente ai suoi interrogativi; il secondo non solo è mosso da questa esigenza ma anche dalla necessità di rapportarsi con la comunità scientifica. L'individuo costruisce conoscenza anche senza accorgersene e in maniera spontanea, mentre lo scienziato si muove con cognizione di causa, mette pertanto in atto un processo consapevole, con precise regole e modi di fare condivisi con la comunità scientifica con cui si rapporta, utilizza inoltre un linguaggio appropriato ed un formalismo matematico a supporto delle sue giustificazioni. Entrambi procedono in analogia se si guarda al solo procedimento messo in atto per modificare gli schemi di conoscenza precedentemente costruiti: dal momento che una nuova interazione con la realtà entra in conflitto con il modello mentale posseduto, si attuano dei processi tali da modificarlo al fine di risolvere il disaccordo. I due modelli differiscono invece nella relazione che i soggetti hanno con la comunità: come ben evidenziano Vicentini e Mayer [28], lo scienziato interagisce non solo con la comunità sociale ma anche con quella scientifica secondo una prospettiva di dare e ricevere, mentre il singolo si limita a utilizzare le informazioni che gli arrivano dalla società.
La costruzione di conoscenza di senso comune e quella scientifica hanno dunque sede in due diverse comunità, una sociale e l' altra scientifica. È importante che sia la scuola che l'insegnante creino un ponte che le colleghi nei due sensi: dalla comunità sociale a quella scientifica e viceversa.
Prima di vedere quali sono gli strumenti di cui un insegnante può avvalersi

perché sia possibile un dialogo tra le due comunità, è necessario analizzare il problema del linguaggio. Per esprimersi (nella quotidianità) solitamente non si ricorre a termini specifici e tecnici, anzi talvolta si usano espressioni non corrette dal punto di vista fisico, ciò non toglie che vi sia ugualmente una comunicazione efficace.
Infine anche il metodo di indagine che il singolo mette in atto è differente, a parità di fenomeno analizzato, da quello caratteristico dello scienziato, come si è visto sopra. Secondo Vicentini e Mayer [28], *" il processo di costruzione di conoscenza di senso comune sembra seguire le regole di tipo indiziario. Una molteplicità di schemi, di concetti, di strategie parziali e complesse al tempo stesso, permettono di descrivere il reale a discapito di spiegazioni generali"*. Il metodo indiziario si concentra quindi sui particolari, in quanto questi permettono di controllare specifici eventi. Per quanto riguarda lo scienziato, invece, dopo una prima fase di descrizione di fenomeni si passa alla ricerca di una interpretazione che abbia il più possibile carattere di generalità.
L' interazione tra conoscenza comune e conoscenza scientifica è forse il passaggio più delicato del processo di apprendimento: diverse interpretazioni dello stesso fenomeno, tra loro contrastanti possono portate alla formazione di di misconcetti e di ostacoli mentali. In mancanza di un insegnamento adeguato, le conoscenze acquisite a scuola, che rimandano a quelle condivise nella comunità scientifica, non vengono assimilate dallo studente in quanto non trovano alcun riscontro con quelle che lo stesso si è costruito, tramite una personale interpretazione. È necessario quindi che l' insegnante conosca quali sono le difficoltà concettuali che potrebbero nascere trattando un determinato tema; anzi, è consigliabile che strutturi il progetto partendo da queste conoscenze.
In proposito l'insengnante può riferirsi alla storia della fisica, che spesso consente di ricostruire quali sono le fratture tra conoscenza di senso comune e la conoscenza scientifica, proprio attraverso l'analisi delle tappe dell'evoluzione dei concetti: la conoscenza dello sviluppo storico di un concetto può essere utile per evidenziare i punti della teoria che possono rappresentare ostacoli

all'apprendimento degli alunni.
La storia della scienza diventa quindi il punto di partenza, intorno al quale costruire il "famoso" ponte tra conoscenza comune e conoscenza scientifica.

2.4.3 Il ruolo del laboratorio

Il laboratorio, come sostiene Casadio [5], assume molteplici significati a seconda dell'approccio scelto dal docente: nel caso l'insegnante, come dice l'autrice, abbia un' "anima efficientista", l'attività laboratoriale viene introdotta solo perché prevista dai programmi ministeriali, pertanto *" la scelta degli esperimenti da condurre è legata al livello scolare e al gusto dell' insegnante, ma ha in ogni caso come obiettivo l'esperimento fine a se stesso "*.
L'insegnante così detto "scientista" invece crede che lo studente, dal momento in cui entra in laboratorio, sia in grado di apprendere la fisica e il metodo scientifico: è sufficiente che abbia una buona scheda di lavoro da seguire e faccia poi una relazione sull'esperimento svolto, secondo lo schema ben consolidato nella pratica dell'insegnamento scientifico, ovvero *"scopo dell'esperimento, materiali utilizzati, procedimento seguito, dati raccolti e conclusioni"*.
Purtroppo non è detto che una buona relazione implichi necessariamente una effettiva comprensione dell' argomento.
L'insegnante dall' "anima creativa" costruisce invece l'attività sul gioco e produce *" negli studenti un livello di entusiasmo e fascinazione nei confronti della fisica"*. Questa visione è forse quella che rischia maggiormente di non produrre conoscenza scientifica, in primo luogo perchè *" dipende fortemente dalla capacità personale (del docente) di coinvolgere e di interagire"* e poi perchè non mira a consolidare e ad approfondire i concetti fisici che possono emergere da questo tipo di attività.
I diversi elementi che caratterizzano i diversi approcci (il ruolo motivante dell'anima creativa, l'esperimento come veicolo di trasmissione di concetti di fisica e l'esperimento come indagine su un fenomeno "sterilizzato", spogliato di quei particolari presenti nel fenomeno reale) sono comunque "ingredienti" indispensabili, se ben amalgamati tra di loro, per la realizzazione di un

laboratorio efficace: questo equilibrio è quello che dovrebbe caratterizzare l'insegnante dall' "anima costruttiva" che è quella che meglio si inserisce in una prospettiva costruttivista dell'apprendimento.
Il laboratorio in questo approccio, non può essere completamente definito dal docente, con la pretesa che tutti gli studenti procedano in una direzione univoca. È necessario invece un'attività che lasci liberi gli studenti di confrontarsi tra loro e non li vincoli a fare solamente quelle osservazioni suggerite dalla scheda di lavoro, ma che li sappia orientare a cogliere via via gli aspetti che caratterizzano i fenomeni da un punto di vista fisico.
Il laboratorio si inserisce in questa prospettiva come il mezzo che lega la realtà alla conoscenza scientifica e l'attività che si propone procede per tappe: si parte dal fenomeno reale, quello con il quale entra in contatto lo studente, tramite un'analisi qualitativa del fenomeno si inducono alcuni elementi importanti della visione scientifica che vengono approfonditi anche grazie ad esperimenti " sterilizzati" e mirati per arrivare poi alla costruzione del modello fisico e di un corrispondente linguaggio scientificamente adeguato. Il compito dell'insegnante è certamente complesso, in tal caso infatti deve tenere sotto controllo molti fattori che potrebbero influire negativamente sull'apprendimento: non può pertanto auspicare che la conoscenza scientifica si costruisca spontaneamente.
L'attività laboratoriale acquista senso se è costruita per guidare lo studente verso un solido apprendimento.

2.5 Progetto "Luce , visione"

Il tema della luce e della visione si presta ad essere un esempio di indagine fisica condotta mediante un approccio fenomenologico: infatti si può partire dal fenomeno della visione per arrivare,tramite la realizzazione di esperimenti mirati, alla costruzione del modello a raggi per descrivere il modello della luce.
Prima di procedere alla descrizione del progetto alla luce degli obiettivi di ca-

rattere generale che sono stati analizzati nel paragrafo precedente, si è scelto di ripercorrere il percorso storico del concetto di visione e dell'idea di luce. Quest'analisi è da vedersi come uno strumento ad uso del docente per meglio comprendere gli ostacoli epistemologici e i nodi concettuali che gli studenti possono incontrare durante la realizzazione del progetto.
La fisica era nasce come una disciplina antropomorfa, la quale poneva al centro l'uomo come essere che prova sensazioni e si poneva l'obiettivo di spiegare come costui veniva a conoscenza del mondo esterno. I diversi campi della fisica nascono come risposta alle molteplici esigenze di conoscenza: ad esempio la termodinamica per spiegare le sensazioni di caldo e di freddo, la meccanica per giustificare le sensazioni di "sforzo" e l'ottica per spiegare la scienza della visione.
Questa concezione della fisica subirà una rivoluzione nel XVII secolo, dal momento in cui *"la Terra che doveva rappresentare il centro del mondo (almeno di un mondo), e avere al suo servizio i cieli coi pianeti che le ruotavano intorno, divenne una piccola particella di un corteo di pianeti intorno al sole, a sua volta ridotto a modesto componente di una delle tante nebulose dell'universo"*(Ronchi [25]).
L'uomo pertanto perde la sua centralità nelle indagini dei fenomeni e l'attenzione si sposta sull'universo: la fisica pertanto si interessa di spiegare il comportamento di quest'ultimo e di individuare le leggi che lo regolano.
Anche l'ottica è influenzata da questa filosofia: l'idea di luce si evolve nel corso dei secoli, passando da Lux, intesa come la condizione essenziale che permette la visione, a Lumen, ovvero la luce che proviene dalla sorgente, si propaga in linea retta e in tutte le direzioni fin quando non incontra uno ostacolo.
Il meccanismo della visione proposto da Leucippo di Mileto ad esempio è certamente influenzato da una concezione filosofica secondo la quale gli organi di senso devono sempre essere in contatto con l'oggetto (si pensi per esempio all'organo del gusto o di tatto che rimandano al cervello specifiche sensazioni quando si instaura un contatto con l'oggetto). Secondo tale idea, nel

processo di visione è necessaria un'interazione diretta tra l'occhio e l'oggetto, anche se questo si trova molto lontano rispetto all'osservatore. La teoria di Mileto si basa sull'idea che anche l'essere non vivente possiede un'anima detta éidola (scorza, ombra) che possiede le stesse proprietà di colore e di forma dell'oggetto che rappresenta. I protagonisti del processo di visione sono dunque l'oggetto e l'occhio: l'oggetto manda la propria scorza all'occhio, la quale passando attraverso la pupilla e impressionando il "sensorio", ovvero la superficie sensibile, trasmette le proprietà dell'oggetto osservato. I nervi fungono da tramite per portare queste informazioni al cervello, il quale le elebora e crea quindi l'immagine dell'oggetto.
Poichè la scorza possiede le stesse dimensioni dell'oggetto deve mettere in gioco le capacità di contorsione di cui è dotata per poter passare attraverso la pupilla che ha un diametro di circa 2mm.
Un modello di questo tipo non riesce dare alcuna spiegazione del fatto che al buio non si vede o come mai l' immagine riflessa nello specchio è simmetrica.
Un modo alternativo di interpretare il processo della visione viene suggerito da Euclide. In questo caso i processo di visione è semplificato rispetto alla teoria proposta da Mileto, pur restando per molti versi non adatta a descrivere tutti i fenomeni che coinvolgono la vista. Anche in questo caso entrano in gioco l'occhio e l'oggetto: dall'occhio escono dei "bastoncini" rettilinei, detti raggi visuali che hanno il compito di esplorare il mondo. Sono questi raggi che mandano dei segnali alla psiche dai quali è possibile ricostruire l'immagine dell'oggetto.
Anche questo modello lascia alcune domande senza risposta: perchè i raggi visuali non permettono di vedere al buio? come fanno questi a raggiungere corpi lontani? Tuttavia a questa interpretazione del processo di visione, va il merito di essere stata la prima ad aver permesso un assetto teorico all'ottica geometrica, basato sull'idea di propagazione rettilinea, formalizzata in una struttura assiomatica.

Alhazen si avvale dell'esempio della persistenza delle immagini retinee per far cadere la teoria dei "raggi visuali". Egli in proposito dice che*"se uno guarda il sole, e quindi chiude gli occhi, continua a vedere il disco solare per parecchi minuti. Non solo; ma guardando il sole, l'osservatore sente dolore. Tutto ciò è contrario decisamente al meccanismo dei raggi visuali perché se l'emissione di tali raggi dovesse riuscire dolorosa, non verrebbe effettuata; d'altra parte appena chiusi gli occhi la visione dovrebbe cessare"*(Ronchi [25]). Alhazen abbandona così la teoria dei raggi visuali per riprendere quella delle scorze alla quale dà una struttura certamente più formale. Egli ritiene che le scorze non si riducano mentre si avvicinano all'occhio ma che l'oggetto si scompone in tanti piccoli pezzi puntiformi, da ciascuno dei quali si diffondono le èidole ad essi associati. In questo modo le scorze entrano nella pupilla senza dover subire via via variazioni. Poiché le scorze di ogni punto si propagano in tutte le direzioni, è certamente probabile che nell'occhio entrino più èidole della stessa immagine puntiforme, in proposito Alhazen spiega che solo quella che è perpendicolare alla cornea stimola il sensorio e quindi impressiona la retina, le altre perdono le loro proprietà. Da questa teoria segue che l'immagine che si forma sulla retina è ribaltata rispetto all'oggetto stesso, anche se ciò è stato interpretato da Alhazen come frutto di un errore. Ronchi [25] fa notare come il contributo di Alhazen sia stato decisivo *"non soltanto per ciò che riguarda il meccanismo della formazione delle figure entro l'occhio con un processo elementare, ma anche per ciò che riguarda l'esistenza di un agente esterno capace di agire sull'occhio"*. Per la prima volta nella storia dell'ottica figura il concetto di luce (con il significato che la scienza le attribuisce) e si fa riferimento ai raggi di Lumen per indicare le traiettorie di piccolissimi corpi materiali: la teoria di Alhazen getta le basi per la teoria corpuscolare dell'ottica.

Nel Medioevo, a causa di un'errata traduzione della opera di Alhazen, si sviluppa una teoria che attinge sia sia a quella elaborata da costui che alla teoria dei raggi visuali. Solo nel 1575, grazie all'abate Francesco Maurolico da Messina si riprende il processo di formalizzazione della visione che terminerà con Keplero.

L'abate Maurolico, ispirandosi all'idea di Alhazen, arriva alla conclusione che da ciascun punto di un corpo partono infiniti raggi in tutte le direzioni, che coincidono con le traiettorie delle piccole scorze che si "distaccano" dall'oggetto. Si parla quindi di raggi del lumen che escono dall'oggetto.
Keplero nel "Paralipomena ad Vitellionem" del 1604 si propone di spiegare il meccanismo della visione e di gettare le basi dell'ottica settecentesca. Egli ragiona nel seguente modo: *"I corpi esterni sono costituiti da complessi di punti, ciascuno dei quali emette raggi in tutte le direzioni; raggi rettilinei e infinitamente estesi, finché non incontrano un ostacolo. Considerato un punto isolato, esso è come una stella che emette raggi in tutte le direzioni; se di fronte ad essa si trova un occhio, dentro di questo penetreranno tutti i raggi che costituiscono un cono, col vertice nella stella e con la pupilla per base. Essi si rifrangono, sia attraverso la cornea, sia attraverso le altre parti interne dell'occhio, e vanno a formare un nuovo cono che ha per base la pupilla e per vertice un punto della retina"*.(Ronchi [25])
Si è messo in evidenza questo ragionamento perché si rifletteta sul modello iconico che spesso viene proposto nei libri di testo per rappresentare il modello a raggi di propagazione della luce. In genere è rappresentato da una lampadina dalla quale parte un raggio per ogni punto, quando invece il modello di rappresentazione corretto è quello che da ogni punto della lampadina partono infiniti raggi.

Sulla base di quanto emerso nella parte degli obiettivi generali, un progetto di fisica su "Luce e visione" potrebbe essere articolato nelle seguenti fasi.
La prima è pensata per far emergere quale sia la conoscenza di senso comune posseduta dagli studenti. In tal caso si ricorre a un approccio fenomenologico, in cui lo studente si rapporta con il fenomeno per come avviene nella vita reale. L'attività proposta è l'osservazione di situazioni reali diverse ma tutte riferite alla visione degli oggetti.
Le situazioni, fissate attraverso un'immagine, si distinguono per la sorgente

primaria di luce utilizzata, per l'ambiente in cui avvengono (se in una stanza, quindi al chiuso, oppure fuori, come ad esempio in giardino). Variano le condizioni di visibilità in base alle sorgenti presenti e il numero di attori coinvolti: in proposito è interessante notare come i punti di vista da cui guardare l'oggetto siano almeno due: quello della persona ritratta nella foto e quella del fotografo . Gli oggetti raffigurati nelle foto non devono vincolare colui che li guarda ad assumere privilegiate posizioni (come ad esempio succede nel momento in cui si consulta un libro). La funzione di questi oggetti è semplicemente quella di catturare l'attenzione dell'osservatore.
Nonostante queste diversità le immagini hanno ovviamente in comune le caratteristiche fondamentali del processo di visione, in cui entrano in gioco tre elementi basilari: la sorgente di luce primaria, l'oggetto da vedere e l'occhio dell'osservatore che vede l'oggetto (ed eventualmente anche la sorgente). Lo studente è invitato ad analizzare le situazioni con un approccio fenomenologico mirato a spostate la sua attenzione dai particolari che le distinguoni verso ciò che accomuna le situazioni presentate.
Ricordando che l'attività proposta ha anche lo scopo di far emergere le conoscenze spontanee che gli studenti hanno in merito al tema della luce e visione, si può ipotizzare che le risposte saranno essenzialmente in accordo con i risultati di alcune ricerche in didattica della fisica relative al tema di luce e visione.

La Rosa e Mayer (in Grimellini Tommasini e Segrè [12]) sostengono che *"per il senso comune la luce è il fenomeno pervasivo di tutta la nostra esistenza: siamo immersi nella luce, o, in sua assenza nel buio. La luce, o il buio riempiono tutto lo spazio e con lo spazio si confondono. La luce è condizione di vita [...] (ma) anche una proprietà che alcuni oggetti hanno: il fuoco, il sole, la lampadina fanno luce"*.
La prima frattura tra conoscenza di senso comune e conoscenza scientifica consiste nel modo di intendere la luce. Le rappresentazioni spontanee sono coerenti con la fenomenologia elementare, pertanto modellizzano la luce per "come la si vede". La luce è *"come un alone luminoso che circonda la sor-*

gente e che si "crea" istantaneamente nel momento in cui la accendiamo", pertanto si esaurisce quando non è più possibile distinguere gli oggetti e "il suo tempo di durata" dipende dall'intensità della sorgente luminosa, che genera l'alone.
La visione degli studenti in proposito, evidenzia analogie con il percorso storico analizzato in precedenza: è, infatti, riconducibile all'idea di luce come Lux, posseduta degli Antichi. Un obiettivo specifico del progetto sarà dunque il superamento di questo ostacolo epistemologico. Prima di vedere quali sono le attività che determinano la "restaurazione" delle idee (e quindi l'evoluzione da Lux a Lumen) è necessario focalizzare l'attenzione sui diversi strumenti didattici utilizzabili per far emergere le idee di senso comune.
Le domande dei protocolli delle ricerche presi in considerazione, sono tutte accumunate dalla presenza di una sorgente di luce (primaria o secondaria) in diverse condizioni (giorno e notte)e sono presentate sotto forma di domande a risposta multipla e/o a risposta breve.
Riporto di seguito due esempi, che meglio si prestano per essere riadattati all'attività proposta in questo paragrafo:
- (dalla ricerca condotta da Stead e Osborne)
è giorno e stai guardando una candela che brucia. La candela fa luce? Cosa succede alla luce? Quanto va lontano, più o meno, la luce della candela?
- (dalla ricerca condotta da Mayer)
È giorno e c'è una lampadina accesa. Cosa succede con la luce emessa dalla lampadina?
a) Rimane intorno alla lampadina.
b) Arriva circa a mezza strada tra te e la lampadina.
c) Arriva fino a te ma non oltre.
d) Si propaga finché uno ostacolo non la ferma.
e) (altra risposta se le precedenti non ti sembrano giuste)...........
Spiegazione della tua risposta.
In questo progetto, si è scelto di proporre l'indagine sulla conoscenza di senso comune in maniera non esplicita, ricorrendo allo strumento didattico dei

TEP (D'Amore [7]): lo studente si trova davanti ad una una situazione in cui subentra un fattore motivante, come ad esempio la presenza di un bambino più piccolo che vuole proprio da lui la spiegazione di alcuni fenomeni della vita reale, che lo spinge, quindi a esplicitare le sue idee in proposito.
In questo caso la domanda da proporre nell'attività potrebbe essere così strutturata:
Un tuo coetaneo alla domanda: "Cos'è per te la luce?", ha risposto in questo modo: "La luce è l' alone che si forma intorno alla lampadina, alla candela o alla torcia quando queste sono accese. La luce si consuma quando non si vede più bene, e finisce là, dove c'è il buio: dipende quindi dall'intensità luminosa della sorgente. Se vado fuori in giardino e c'è una bella giornata di sole l' alone intorno alla candela non si vede quasi più perché è ostacolata dai raggi del sole..."
Cosa ne pensi della risposta che ha dato? Raccontagli come si comporta la luce secondo te.
Un altro ostacolo epistemologico è costituito dalla rappresentazione spontanea del ruolo che la luce assume nel processo di visione. Da un punto di vista fisico, la luce è emessa da una sorgente luminosa e si propaga in tutte le direzioni: una parte raggiunge l'occhio e questo permette di vedere la sorgente, una parte raggiunge l'oggetto, che a sua volta emette luce che si propaga nello spazio circostante, raggiungendo in parte l'occhio e consentendo di vedere l'oggetto. Il modello con il quale si può rappresentare il processo di visione è quello di sorgente-oggetto-occhio.
Parlare di propagazione della luce ha in sè l'idea di movimento. Ma le risposte evidenziano un ruolo della luce nel processo di visione puramente statico, coerente con l'idea che se la luce riempie tutto lo spazio, non ha bisogno di propagarsi. La luce è la condizione essenziale nel processo di visione in quanto se non ho "gli oggetti immersi nell'alone prodotto dalla sorgente luminosa accesa" non posso vederli. Il ruolo fondamentale è assunto dall'occhio il quale, tramite i raggi visuali che si propagano in linea retta dall'occhio all'oggetto o alla sorgente, vede l'oggetto illuminato. Il modello prevalente-

mente utilizzato dallo studente risulta quello di occhio-oggetto, anche se non è il solo.
La Rosa e Mayer [12] citano quattro schemi nei quali si possono riassumere le idee degli studenti:
- *schema 1: non c'è connessione tra i tre elementi luce, occhio, oggetto; è necessaria soltanto la luce ambiente,*
- *schema 2: La luce della sorgente è necessaria per illuminare l'oggetto; non c'è connessione tra occhio e oggetto,*
- *schema 3: La luce della sorgente è necessaria per illuminare l'oggetto; i raggi visuali connetto l'occhio all' oggetto,*
- *schema 4: Sorgente-Oggetto-Occhio, schema corretto anche se ottenuto raramente (nell'analisi dei protocolli).*
Il processo di visione secondo il modello occhio-oggetto porta anche a concludere che la luce sia si per sè visibile, mentre quelli che si possono vedere sono gli oggetti illuminati (che fungono da sorgenti di luce secondaria) e le sorgenti di luce primaria.
Una possibile domanda di indagine su quale sia il modello che rappresenta il processo di visione, potebbe essere: *"Ti sono presentate tre situazioni suggerite dal mondo reale: in ognuna vi è una sorgente luminosa, un oggetto "da vedere" e una o più persone che guardano l'oggetto, da punti di vista diversi. Per ogni immagine, specifica qual è la sorgente,l'oggetto e chi è l'osservatore, poi descrivi le tappe del processo di visione che consentono all' osservatore di vedere e qual è il compito svolto dai tre elementi".*

Nella seconda fase si passa dal fenomeno all'esperimento: si propongono delle attività da realizzare in un ambiente "sterilizzato", mirato a rispondere a domande specifiche. Esso è costituito da due scatole, il cui interno è colorato di bianco o di nero: l'interno è osservabile mediante tre fori mentre in un quarto foro è inserita una sorgente di luce primaria. Chiameremo le scatole con i termini "bianca","nera" o "scatole di luce" a seconda del caso.
Lavorando con le scatole di luce, si possono consolidare le relazioni che sus-

sistono tra i tre elementi della terna (sorgente, oggetto, occhio), come pure creare le condizioni favorevoli per cui emergano evidenze sperimentali che si contrappongono al modello interpretativo suggerito dalla conoscenza di senso comune: sfruttando le eventuali contraddizioni si possono gettare le basi per la formazione di un nuovo modello interpretativo.
Lo studente osserva l' interno della scatola bianca e nera, nelle seguenti situazioni:
- sorgente spenta, nessun oggetto all'interno,
- sorgente accesa, nessun oggetto all'interno,
- sorgente spenta, oggetto presente,
- sorgente accesa, oggetto presente.

In questo modo si osserva che se la sorgente di luce è spenta, non si vede nulla in nessuna delle scatole, se invece è accesa, si può vedere la sorgente di luce e le pareti della scatola bianca ma non le pareti della scatola nera. Quest'ultima osservazione va in contraddizione con l'idea che la luce sia sempre visibile e quando non si vede vuol dire che non c'è luce. Se si inserisce all' interno l'oggetto, lo si può vedere pur non vedendo la sorgente di luce, mentre posso non vederlo se la sua posizione non rientri nel mio campo visivo.
Successivamente, sempre lavorando con le scatole di luce, si propone una attività mirata allo studio delle ombre degli oggetti al variare della dimensione della sorgente luminosa e della distanza tra oggetto e sorgente, analizzando anche le eventuali situazioni di penombra. Anche in questo caso è importante tenere presente quali sono le idee di senso comune che gli studenti esprimono al riguardo: l'ombra ha forma e dimensioni costanti, è associata alla forma dell'oggetto ed è sempre ad esso attaccata. Inserendo degli oggetti nella scatola di luce si può far notare come al variare della posizione dell' oggeto rispetto alla sorgente, la sua ombra cambi forma e i contorni diventino più o meno nitidi. Questa immagine deve mettere in evidenza che l'ombra non è parte integrante dell'oggetto ma rappresenta una zona di spazio o superficie meno illuminata dello spazio circostante.
In questa attività si può far lavorare anche con oggetti di forme e colori

diversi. Tali oggetti se raggiunti dalla luce emessa dalla sorgente luminosa assorbono in parte la luce e in parte la diffondono. Se la luce incidente è bianca la diffusione di luce colorata rafforzare l'interpretazione corrtetta del meccanismo della visione.

Si termina questa fase con una esperienza sul sistema sorgente-oggetto-ombra che risulta essere un collegamento con la successiva, incentrata sulla costruzione del modello a raggi della luce da parte degli studenti.

In questa terza e ultima fase lo studente, mediante esperimenti specifici e confronti tra gruppi, acquisisce e consolida l' idea che la luce si propaga in linea retta e in tutte le direzioni. Successivamente si interpretano, sulla base di questa modellizzazione, le situazioni reali analizzate nella prima fase e le situazioni particolari in cui i raggi della luce subiscono specifiche deviazioni.

2.6 Stumenti di valutazione

Capitolo 3

Dove e come sperimentare: vincoli strutturali e culturali

3.1 In Tanzania

3.2 Il progetto "Il teorema di Pitagora"

3.2.1 Prima fase: La definizione di angolo retto

Prima attività: "Che cos'è un angolo retto?"

Prerequisiti:
- concetto di angolo
- concetto di triangolo

Obiettivi:
- conoscere la/le definizioni di angolo retto
- conoscere la definizione di triangolo rettangolo
- conoscere la definizione di quadrato
- saper verificare che un angolo dato è retto facendo riferimento alle definizioni
- differenziare il punto di vista pratico da un punto di vista astratto
- riuscire a lavorare in gruppi

Materiale: scheda di attività

Descrizione dell'attività:
Si comincia l'attività chiedendo per iscritto agli studenti di ragionare individualmente sulle seguenti domande: "Che cos'è un angolo retto? Come posso costruirlo?".
In una fase successiva tre studenti si confrontano tra loro e elaborano una risposte che le comprenda tutte: si viene a costituire quello che da ora in avanti sarà denotato come "sottogruppo", successivamente si chiede che i sottogruppi si confrontino a coppie e che scrivano "la risposta del gruppo".Si è formato quello che in seguito verrà denominato con "gruppo" all' interno del quale è scelto un referente/leader che ha il compito di esporre a fine giornata il risultato del lavoro.
Una volta raccolte tutte le risposte su un cartellone, attraverso una discus-

sione aperta, si consolida il concetto di angolo retto partendo dalle idee possedute degli studenti e si riflettere con con loro sul fatto che ogni esempio reale è solo una rappresentazione dell'oggetto matematico.
Si conclude con la definizione di triangolo rettangolo e quadrato.

Tempo di durata: un'ora e mezza.

3.2.2 Seconda fase: Dimostrazione del teorema di Pitagora

Seconda attività: ”Fare congetture sulle relazioni dei lati un triangolo rettangolo”
Prerequisiti:
- saper esaminare figure piane semplici,
- concetto di potenza con esponente 2,
- concetto di area.

Obiettivi:
- formulare congetture sulle relazioni fra i lati di un triangolo,
- intuire l'equivalenza fra i due quadrati costruiti sui cateti e il quadrato costruito sull'ipotenusa in casi particolari di triangoli rettangoli,
- capacità di gestire più registri (algebrico e geometrico) nell'approccio ad un problema.

Materiale:
- due diverse sagome in cartoncino di triangoli rettangoli,
- corde di lunghezza pari al perimetro dei triangoli e puntine da disegno,
- goniometro,
- righe e squadre,
- sagome in cartoncino di quadrati di lato i lati dei triangoli.

Svolgimento:

Si divide la classe in gruppi e ad ognuno si fornisce il materiale. Dopo aver affermato che i triangoli possiedono tutti un angolo retto, si chiede loro di individuare tutte le caratteristiche comuni ai triangoli. Utilizzando gli strumenti forniti, gli studenti affrontano l'indagine matematica, ovviamente sempre sotto la supervisione del docente che controlla quale approccio mettono in atto gli studenti. Successivamente verranno raccolte le risposte del gruppo e attraverso una discussione partecipata si ripercorre la strada compiuta per arrivare alla relazione del teorema nei casi particolari dei due triangoli rettangoli su cui era possibile ragionare.

Durata dell'attivitò:un'ora e mezza.

Terza attività: "Dimostrazione del teorema di Pitagora"

Prerequisiti:
- saper utilizzare più registri nell'approccio a problemi,
- aver intuito una relazione comune fra i lati dei triangoli con i quali si è lavorato nel secondo incontro.

Obiettivi:
- conoscere il teorema di Pitagora,
- capire le peculiarità del teorema, che si applica ai soli triangoli rettangoli,
- capire una delle dimostrazioni del teorema di Pitagora,
- riflettere sulla differenza fra ipotesi e tesi di un teorema.

Svolgimento

L'attività inizia analogamente a quella vista prima: si fornisce una terza sagoma di triangolo rettangolo, si percorre con gli alunni il percorso intrapreso per stabilire qual è la relazione fra cateti e ipotenusa.

Successivamente, si fa riflettere la classe che per generalizzare quanto visto a tutti i triangoli rettangoli, è necessario procedere con la dimostrare il teorema di Pitagora. In proposito si propongono due dimostrazioni del teorema, analizzate nella parte degli obiettivi generali del progetto sul teorema di Pitagora: la dimostrazione di Garfild e quella di Airy. Quest'ultima è stata pensata per essere realizzata mediante l'ausilio di carta e forbici.

In seguito si domanda alla classe se questa relazione vale per ogni triangolo: si fornisce una scheda contente attività volte a stabilire se la relazione vale anche in altri triangoli che non siano rettangoli. Al termine dell' attività, si riunisce la classe e si raccolgono i risultati.

Dopo aver appurato che la relazione fra cateti e ipotenusa vale solo per i triangoli rettangoli, si fa cenno alla differenza logica fra ipotesi e tesi del teorema.

Durata dell'attivività: un'ora e mezza.

Quarta attività: "L'inverso del teorema di Pitagora"

Prerequisiti:
- il teorema di Pitagora,
- distinzione fra ipotesi e tesi di un teorema,

Obiettivi:
- comprendere la proposizione: "un triangolo è rettangolo se e solo se la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa",
- comprendere la dimostrazione dell'inverso del teorema di Pitagora,
- comprendere che la risposta alla domanda "come costruire un angolo retto?" è idealmente contenuta nel teorema di Pitagora.

Svolgimento

L'attività comincia con la classe riunita, si avvia con i ragazzi una discussione in cui si ragiona sul concetto di implicazione logica, fornendo degli esempi lessicali in cui vale solo un verso di implicazione (es. "se piove allora prendo l'ombrello", ma in generale non è vero che "se prendo l'ombrello allora sta piovendo" , tra gli esempi inseriamo anche un triangolo rettangolo affiancato da uno spazio vuoto che compileremo con la partecipazione della classe). Si chiede in proposito se vale anche la relazione inverse del teorema di Pitagora e se ne dà la dimostrazione. La lezione si conclude enunciando il teorema: "un triangolo è rettangolo se e solo se la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati di lunghezza minore è equivalente all'area del quadrato costruito sul lato di lunghezza maggiore"; è importante ricordare la domanda posta nella prima attività e ricostruire il percorso del progetto per poi concludere che un modo per costruire un angolo retto è quello di prendere un triangolo per i cui lati valga la relazione pitagorica.

3.2.3 Terza fase: Problemi risolvibili con il Teorema di Pitagora ed il suo inverso,

Seconda attività: ”Attività di Problem solving”

Prerequisiti:
- Il teorema di Pitagora,
- l'inverso del teorema di Pitagora,
- riconoscere figure geometriche solide e piane e le proprietà che le caratterizzano.

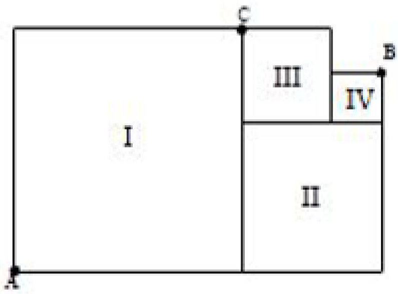
Obiettivi: - Analizzare e riflettere su situazioni riguardante l'applicazione del teorema di Pitagora,
- Saper analizzare una situazione geometrica,
- Consolidare l'applicazione del teorema di Pitagora,
- Individuare le difficoltà degli allievi.

Svolgimento:
Si divide la classe a gruppi. Si propone loro una scheda di attività che prevede problemi il cui tema riguarda:
- l'applicazione del teorema di Pitagora a figure piane
- l'applicazione dell'inverso del teorema di Pitagora
- ”Se ... Allora” , attività mirata a consolidare l' idea di implicazione
- la dimostrazione del teorema di Pitagora

Il secondo problema è molto importante ai fini della conclusione del progetto. Esso è infatti pensato in modo che i ragazzi debbano costruire una figura piana contenente un angolo retto (ad esempio, un campo da calcio).

SCHEDA FINALE

1. La figura seguente è composta di quattro quadrati, denominati I, II, III, IV. Il perimetro del quadrato I è 64 m, quello del II è 40 m. Sono indicati tre vertici A, B, C. Ti si chiede di calcolare il perimetro del triangolo ABC (approssimando tutte le lunghezze a meno di 1 cm).



2.Pensate che nella vostra scuola ci sia un giardino grandissimo, talmente grande da poter contenere… un campo da calcio e uno da pallavolo ! Il preside della scuola vi dà l'autorizzazione per costruire entrambi i campi, a patto che siate voi a tracciare le linee che indicano il perimetro dei due campi.
Sapendo che un campo da calcio è lungo 100 mt e largo 45 mt, spiega come fare a disegnare il perimetro
Sapendo che un campo da pallavolo è lungo 24 mt e largo 15 mt, spiega come fare a disegnare il perimetro

3.Collega con una freccia nel giusto verso (è possibile che vadano bene tutti e due i versi, in quel caso disegna due frecce), poi traduci ogni collegamento utilizzando la formula SE…ALLORA…

1) Animale	Elefante
2) Triangolo in cui la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati più corti è uguale all'area del quadrato costruito sul lato più lungo	Triangolo Rettangolo
3) Vivo in Tanzania	Vivo a Daudi
4) Due triangoli congruenti	Due triangoli con una coppia di lati congruenti

Quali tra le situazioni presentate rappresenta il teorema di Pitagora?

Figura 3.1: Scheda finale-Progetto teorema di Pitagora

3.3 Il progetto "Luce e Visione"

3.3.1 Prima fase: Sorgente-Oggetto-Occhio

Prima attività: "Riflessione sulla visione degli oggetti"

Obiettivi specifici/generali:
- far emergere le conoscenze di senso comune possedute dagli studenti,
- sviluppare abilità per schematizzare situazioni reali (riconoscere gli elementi fondamentali nel processo di visione),
- creare una situazione di apprendimento cooperativo.

Materiale: scheda di attività.

Descrizione dell'attività:
Si fornisce la scheda di attività in cui si propongono tre situazioni diverse che lo studente è chiamato ad analizzare per iscritto. In seguito gli studenti confrontano le loro risposte a gruppi di tre (che da ora in poi saranno chiamati "sottogruppi"), il prodotto del confronto non deve essere necessariamente un'unica risposta del sottogruppo: può includere un elaborato collettivo se le visioni coincidono o un collage di più risposte se queste si distinguono. Una volta terminato il confronto, il sottogruppo si confronta con un altro: si ottengono quello che saranno indicati come "gruppi", composti di sei persone che rimarranno fissi per tutta la realizzazione del progetto. Anche all'interno del gruppo dopo un confronto tra le risposte dei sottogruppi, si elabora una risposta collettiva nella quale ogni membro del gruppo si deve rispecchiare. (vogliamo far capire loro che non vi è LA risposta corretta!). Al termine si raccolgono le idee dei gruppi su un cartellone, che si completerà via via con l' evolversi del progetto.

Durata dell'attività: circa 40minuti.

SCHEDA DI ATTIVITà: "Riflessioni sulla visione degli oggetti"

Un tuo coetaneo alla domanda: "Cos'è per te la luce?", ha risposto in questo modo: "La luce è l' alone che si forma intorno alla lampadina, alla candela o alla torcia quando queste sono accese. La luce si consuma quando non si vede più bene, e finisce là, dove c'è il buio: dipende quindi dall'intensità luminosa della sorgente. Se vado fuori in giardino e c'è una bella giornata di sole l' alone intorno alla candela non si vede quasi più perché è ostacolata dai raggi del sole..."

Cosa ne pensi della risposta che ha dato? Raccontagli come si comporta la luce secondo te.

____

____

____

"Ti sono presentate tre situazioni suggerite dal mondo reale: in ognuna vi è una sorgente luminosa, un oggetto "da vedere" e una o più persone che guardano l'oggetto, da punti di vista diversi. Per ogni immagine, specifica qual è la sorgente,l'oggetto e chi è l'osservatore, poi descrivi le tappe del processo di visione che consentono all' osservatore di vedere e qual è il compito svolto dai tre elementi".

____

____

____

Dopo aver formalizzato i termini specifici con cui indicare i tre elementi del sistema, si procede con una attività che ha lo scopo di sottolineare come la luce non sia visibile e che quello che si può vedere sono le sorgenti primarie di luce e gli oggetti illuminati.

Seconda attività: "La luce si vede?"

Obiettivi specifici/generali:
- mettere alla prova le conoscenze di senso comune possedute dagli studenti,
- sviluppare l'idea del sistema "sorgente-oggetto-occhio",
- sviluppare abilità per schematizzare situazioni reali (riconoscere gli elementi fondamentali nel processo di visione),
- creare un ambiente di apprendimento cooperativo.

Materiale:
- sorgente luminosa, - due scatole di uguale dimensione, con tre fori chiusi da tappi di sughero e un quarto foro in cui è inserita la sorgente luminosa,
- cartoncino bianco e scotch per costruire due cilindri,
- scheda di attività.

Descrizione dell'attività:
Si forniscono a ogni gruppo due scatole, il cui interno è colorato rispettivamente di nero e di bianco. L'attività, associata alla scheda di lavoro, porta gli studenti a fare specifiche osservazioni. In questo caso ogni sottogruppo, lavora prima con una scatola e poi con un'altra: la risposta del gruppo nasce dal confronto di osservazioni e conclusioni a cui i due sottogruppi sono giunti. Nella scheda si chiede anche di fare osservazioni sull'ombra di un cilindro di carta di colore bianco quando questo è inserito nelle due scatole(vedi scheda nella pagina a fianco).

Durata dell'attività: circa 30 minuti.

SCHEDA DI ATTIVITà: "La luce si vede?"

Di che colore è l'interno della scatola? ____________________

Osserva l'interno delle scatole dai fori A, C, D a sorgente SPENTA (le osservazioni vanno fatte sempre una alla volta: ad esempio se osservi dal foro A tieni chiusi i fori C e D, e a scatola chiusa). Cosa vedi dai fori?

____

____

____________________.

Osserva l'interno delle scatole dai fori A, C, D a sorgente ACCESA. Cosa vedi dai fori?

____

____

____________________.

Costruisci un cilindro con il cartoncino bianco.

Inserisci il cilindro in modo che sia visibile solo guardando dal foro A.

Indica con una X nella figura, la posizione dove hai deciso di posizionare il cilindro (la sorgente luminosa si trova in B).

Osservare l'interno della fori A, C, D a sorgente SPENTA. Cosa vedi dai fori? (fai considerazioni anche su come l'oggetto viene illuminato e sull'intensità di illuminazione delle pareti con/senza oggetto).

____

____

____________________.

Osservare l'interno della fori A, C, D a sorgente ACCESA. Cosa vedi dai fori? (fai considerazioni anche su come l'oggetto viene illuminato e se cambia intensità di illuminazione delle pareti con/senza oggetto).

____

____

____________________.

Sfruttando le due scatole del primo incontro, si propone un'attività che ha l' obiettivo di studiare situazioni di illuminazione diretta e diffusa.

Terza attività: Cosa fa la luce
Obiettivi specifici / generali:
- saper riconoscere zone di ombra e zone di luce,
- saper esplorare la distribuzione di luce,
- saper esplorare le caratteristiche di situazioni di ombra e penombra,
- sviluppare il modello sorgente- oggetto- ombra,
- promuovere apprendimento cooperativo.

Materiale:
- sorgente luminosa,
- due scatole di uguale dimensione, con tre fori chiusi da tappi di sughero e un quarto foro in cui è inserita la sorgente luminosa,
- cartoncini di diversi colori e scotch per costruire i cilindri
- cartoncino bianco e nero per costruire i pannelli. - scheda di attività.

Descrizione dell'attività:
Si forniscono agli studenti le due scatole, dei fogli di cartoncino colorati, due pannelli (anche questi realizzati con del cartoncino) di colore nero e bianco. I sottogruppi, seguendo la scheda di attività, fanno mirate osservazioni sia chiusa, sia a scatola aperta (questo dipende dalla condizione di luminosità della stanza) sulle ombre e degli oggetti (se sono nitide o meno), come cambia l'ombra al cambiare della dimensione della sorgente luminosa e al variare della distanza tra sorgente e oggetto.
Al termine delle osservazioni e dell'analisi dei due sottogruppi, ogni gruppi deve produrre l'elaborato del gruppo. Si conclude riassumendo quanto emerso dai singoli gruppi e si traggono le conclusioni di questa prima fase. Il cartellone iniziato nel primo incontro viene integrato. Durata dell'attività:

circa 1 ora e 30 minuti.

SCHEDA DI ATTIVITà: "La luce si vede?(2)"
Di che colore è l'interno della scatola? ____________________
Inserisci il pannello dello stesso colore dell'interno scatola. Accendi la sorgente luminosa e lavora con la scatola aperta.
Ci sono zone di luce e/o zone di ombra sulle pareti della scatola e sul pannello? Se si, dove sono?

____

____

____.

Costruisci un cilindro con del cartoncino bianco, di altezza maggiore dello schermo.
Posiziona il cilindro dietro il pannello e accendi la sorgente luminosa. Osserva come variano gli spazi i ombra, di luce rispetto alla situazione precedente.
È cambiato qualcosa? Annota le tue osservazioni e se hai bisogno associale a disegni. Indica in figura la posizione delle schermo e del cilindro.

____

____

____.

Adesso sposta il cilindro bianco in diverse posizioni rispetto la precedente e ripeti le osservazioni: confronta gli spazi di ombra e di luce con quelli della situazione precedente e quando nella scatola c' era solo il pannello.

____

____

____.

3.3.2 Seconda fase: La luce si propaga in linea retta

Quarta attività: la luce si propaga in linea retta

Obiettivi specifici / generali:

- formulare congetture sul sistema sorgente oggetto ombra,
- formulare congetture sulla propagazione dei raggi in linea retta,
- creare collegamenti interdisciplinari con la matematica,
- creare situazioni specifiche per studiare il sistema.

Materiale:

- sagoma di un quadrato disegnato su cartoncino e di altri oggetti,
- fogli bianchi penne e matite.

Descrizione dell'attività:

Utilizzando le scatole degli incontri precedenti, si proietta l'ombra di una figura piana, come ad esempio un quadrato disegnato su cartone. Con l'aiuto di una scheda di lavoro gli studenti devono studiare il sistema sorgente oggetto ombra: si chiede pertanto di trovare quale relazione sussiste tra i tre elementi del sistema. Si fornisce loro degli strumenti come corda e puntine da disegno che possono essere validi aiuti per capire che la luce si propaga in linea retta. Al termine si formalizza quanto hanno visto nell' esperimento.

Durata dell'attività: circa 1 ora e 30 minuti.

scheda di attività

3.3.3 Terza fase: La luce si propaga in tutte le direzioni

textbfQuinta attività: la luce si propaga in tutte le direzioni
Obiettivi specifici / generali:
- Fare congetture sulla propagazione della luce in tutte le direzioni
- Acquisire conoscenze del modello a raggi
- Promuovere apprendimento cooperativo

Materiale:
- scolapasta, - candela.

Descrizione dell'attività:
La classe è riunita da subito in gruppi, gli stessi che si sono formati nel primo incontro, si discute insieme sui risultati ottenuti fino a quel momento. Si forniscono ai gruppi un oggetto analogo allo scolapasta, un foglio e una sorgente luminosa. Ponendo di sotto lo scolapasta, il foglio di carta con sopra la sorgente luminosa accesa, si vede che la luce non si propaga in una direzione privilegiata ma si muove in tutte le direzioni. Si procede così a formalizzare il modello a raggi con il completamento del cartellone iniziato nel primo incontro. L' ultima attività prevede che i gruppi analizzino nuovamente le situazioni che gli sono state proposte nel primo incontro alla luce di quanto appreso durante tutto il percorso. Durata dell'attività: circa 1 ora e 30 minuti.

scheda di attività

Conclusioni

Questo elaborato di tesi non ha assolutamente la pretesa di fornire ”la giusta ricetta” da riproporre in qualsiasi contesto, specie in quelli ”difficili”. Lo scopo della tesi era quello di fornire un quadro di riferimento per la stesura di progetti che verranno successivamente realizzati in contesti specifici,dei quali ho fornito un esempio con la proposta di un lavoro in Tanzania.
Certamente affermare che il senso dell'educazione scientifica in contesti difficili è strettamente connesso alla nella costruzione dell'identità dell'individuo, è una idea molto forte che condiziona tutta la progettazione dell'attività disciplinare che si decise di svolgere. A questo scopo sono state fatte delle scelte mirate tra le tante possibili suggerite dalla letteratura didattica e pedagogica e con questa si è cercato sempre di essere coerenti.
I progetti verranno realizzati alla luce delle considerazioni fatte, con la consapevolezza che le ipotesi costruite sulla base di considerazioni teoriche non sempre trovano risvolto nella realtà. Mi auguro che qualcuno possa proseguire questo lavoro e documentare la sperimentazione in classe delle proposte qui formulate.
Certamente la realizzazione di questa tesi mi ha ”imposto” di prendere decisioni e di essere poi coerente con le scelte fatte, di mettermi in gioco e di superare i conflitti cognitivi che ho incontrato (in particolare sul tema di fisica), di mettere in campo molte delle conoscenze teoriche acquisite in questi anni, ma anche di cominciare a prendere confidenza con una realtà scolastica fatta di imprevisti e colpi di scena e per questo molto affascinante...
Insomma la tesi alla quale ho lavorato mi ha permesso di crescere come

persona e (spero) come futuro docente.

Appendice A

La sperimentazione del progetto sul Teorema di Pitagora

La sperimentazione del "laboratorio di matematica in Tanzania" svolta presso classe seconda (scuola secondaria di primo grado) dell'Istituto comprensivo di Cusercoli (Forlì) ha permesso di rivedere il progetto precedentemente stilato e fare alcune considerazioni in base ai risultati ottenuti. Per comodità nostra, dividiamo tale analisi in due categorie: modifiche al progetto di base, modifiche in vista dell'attuazione in Tanzania. È bene far presente che la classe aveva già affrontato il teorema di Pitagora e le terne pitagoriche.

Modifiche al progetto di base:
- Nella prima stesura del progetto abbiamo individuato come metodologia di lavoro, quella del lavoro in gruppi, la quale non è stata mai analizzata nello specifico. La sperimentazione ci ha portato a riflettere sia sul criterio di scelta dei componenti di ogni gruppo, sia sulle modalità con cui abbiamo svolto tali attività di gruppo. Per quanto riguarda il primo punto, abbiamo preso come criterio quello dello "stare vicino a..." e del "scegli con chi stare in gruppo": i gruppi in questo caso sono risultati essere non omogenei dal

punto di vista delle abilità matematiche dei membri, tanto che in uno di questi era evidente l'assenza di un leader "matematicamente" positivo.

- Nel progetto vi è una fase mirata a far ragionare gli studenti sul concetto di implicazione logica. Questa fase, inizialmente, era stata strutturata secondo una forma esclusivamente verbale e prevedeva la formulazione di alcuni esempi da parte dei gruppi, tenendo eventualmente in considerazione quelli da noi forniti. Successivamente, si è pensato di eliminare la parte in cui i gruppi sono coinvolti nel formulare degli esempi, dal momento che era in dubbio il raggiungimento dello scopo per cui l'attività era stata creata, ovvero verificare se la classe aveva acquisito l'idea di implicazione. Il dubbio era quello che gli esempi prodotti coincidessero con quelli da noi forniti con qualche variante minima (ad esempio, dando come esempio la frase: "se ho un gatto allora ho un animale domestico", in cui si faceva notare che se ho un animale domestico non è detto che ho necessariamente un gatto, l'esempio che i gruppi potevano proporre era: "se ho un cane allora ho un animale domestico"). Poteva quindi venir meno la fase di rielaborazione del concetto trasmesso. L'attività è stata così modificata, si scrivono le seguenti frasi su un cartellone:
1) "Piove" / "prendo l'ombrello"
2) Figura di un quadrato / "quadrilatero con quattro lati uguali fra loro"
3) Figura di un triangolo rettangolo / "triangolo rettangolo"
Dopo aver spiegato agli studenti il significato dell'implicazione, tramite una freccia si collegano le due frasi di ciascun punto. Il problema è sorto dall'incertezza del punto 3) il quale poteva non essere chiaro: "ho un triangolo rettangolo allora ho un triangolo rettangolo" (???). Nella realizzazione del cartellone, il punto 3) è stato lasciato incompleto: era raffigurato solo il triangolo rettangolo ma non vi era stato scritto nulla di fianco. Abbiamo sfruttato questa incompletezza per rendere più partecipe la classe, rispetto a una qualsiasi elaborazione di esempi, infatti sono stati coinvolti i gruppi affinché completassero la parte mancante: durante la fase delle sperimenta-

zione abbiamo chiesto alla classe di suggerirci dei possibili completamenti tenendo sempre conto del lavoro sulle implicazioni fatto in precedenza. Il punto 3) era stato ideato per fungere da collegamento tra una direzione del teorema di Pitagora e l'altra: un triangolo è rettangolo ALLORA l'area del quadrato costruito sulla ipotenusa è pari alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti, ma vale anche il viceversa. In questa ottica "il vuoto del cartellone" doveva essere riempito con una frase che si riallacciasse con quello che avevamo visto nelle giornate precedenti e quindi, anche se gli studenti hanno elaborato dei completamenti corretti dal punto di vista delle implicazioni e del concetto matematico, non sono stati scritti. La nostra considerazione finale in proposito all'attività appena descritta è quella che non si può scrivere SOLO quello che abbiamo in testa, ma tutto ciò che la classe elabora, se corretto da un punto di vista matematico.
- Un'altra grande idea, da un punto di vista matematico, che ci siamo proposti di passare attraverso il progetto di Pitagora, è quello della dimostrazione: sento il bisogno di dimostrare per poter generalizzare quello che ho visto valere per pochi casi. In questa fase abbiamo notato un netto calo dell'attenzione durante la sperimentazione, le cui cause sono riconducibili secondo noi a:
1) Un livello matematico troppo alto rispetto alla fascia di età a cui ci rivolgevamo: per una buona comprensione della dimostrazione algebrica si richiedevano abilità di calcolo letterale e gli sviluppi dei prodotti notevoli che al momento la classe non possedeva. L'ostacolo, quando lo abbiamo incontrato, è stato fronteggiato chiedendo alla classe di "fare un atto di fede".
2) Uno sviluppo della dimostrazione in parte orale: i passaggi detti a voce e non scritti alla lavagna non erano memorizzati e non venivano presi in considerazione. Ci proponiamo di essere più puntuali e attenti nell'affrontare questa fase.

- Le schede di attività sono state modificate o addirittura eliminate durante l'analisi dei risultati della sperimentazione. Nello specifico: a) La "Scheda UNO" (pensata per far riflettere gli studenti se la relazione trovata per i

triangoli rettangoli valga anche per qualsiasi triangolo) diversamente da come era stato pensato, verrà fornita ai gruppi solo dopo la fase della prima generalizzazione. La modifica non riguarda solo la scansione temporale, ovvero quando proporla al gruppo, ma interessa anche la sua struttura.
La prima domanda "Ti sembra di poter dire che qualcuno dei triangoli considerati sia rettangolo? Se si, Quali?" potrebbe essere un ostacolo. Ricordiamo che i gruppi ricevono la scheda dopo aver lavorato solo nella seguente direzione del teorema: se il triangolo è rettangolo allora vale la relazione "$a^2 + b^2 = c^2$" (per comodità la rappresento simbolicamente anziché a parole), da qui segue che, se anche spostassimo la domanda al di sotto della tabella (seconda domanda), quella che entra in gioco è sempre la direzione inversa del teorema di Pitagora (su cui ancora non hanno lavorato), inoltre anche la formulazione della domanda (ci riferiamo a "ti sembra") non spinge a usare strumenti matematici ma l'intuito e l'apparenza. In vista delle considerazioni appena riportate abbiamo deciso di eliminare la prima domanda e di aggiungere il seguente dato nella terza domanda: "i triangoli 2 e 6 sono rettangoli". affinché possano trarre le loro considerazioni.
b) Il progetto prevedeva una scheda sulle dimostrazioni da svolgere in gruppo che per questioni di tempo non è stata data durante la sperimentazione. Nella fase di revisione del progetto ci siamo posti il problema se valesse la pena farla o se poteva addirittura essere eliminata: si è deciso di non proporla ma di inserire la stessa dimostrazione geometrica proposta a lezione nella scheda finale. Quello che ci interessa non è tanto la loro abilità nell'eseguire dimostrazioni ma verificare se è stato trasmesso o meno il senso della dimostrazione.
c) Riflettendo sulla scheda finale, ci siamo resi conto che abbiamo scelto problemi che prevedono il calcolo della lunghezza dell'ipotenusa, conoscendo le lunghezze dei due cateti, la cui relazione non è mai stata tratta de noi durante il nostro progetto. La sperimentazione non ha messo in rilevo tale pecca, perché l'insegnante ha lavorato su queste relazioni prima della realizzazione del nostro progetto. Tenendo conto di queste considerazioni abbiamo senti-

to il bisogno di esplicitare nella dimostrazione algebrica che, lavorando con misure, queste sono sicuramente positive e pertanto anche la somma di tali grandezze sarà positiva, ed ecco perché si possono mettere sotto radice i due membri dell'uguaglianza della relazione $a^2 + b^2 = c^2$.
Tenendo conto delle considerazioni fatte nei punti b) e c), abbiamo deciso di sostituire alcuni problemi, invertire l'ordine con cui appaiono nella scheda, eliminare la scelta tra due problemi e rivedere le frasi dell'esercizio sulle implicazioni.

Modifiche al progetto in vista della realizzazione in Tanzania/Carcere:
- (Tanzania) Per quanto riguarda il lavoro di gruppo, abbiamo ritenuto giusto creare un legame tra la partecipazione alla lezione esclusivamente individuale e quella in qualità di membro del gruppo. Si è deciso pertanto di impostare la prima attività nel seguente modo: si pongono due domande (cos'è un angolo retto? Come lo costruisco?) a tutti gli alunni della classe, la cui risposta deve essere data necessariamente per iscritto, così da poter rispettare i differenti tempi di riorganizzazione delle idee senza che vi sia alcuna influenza né da parte nostra, né da parte dei compagni.
Successivamente, questa prima attività prevede uno scambio di idee in gruppi di tre membri e infine di sei: il gruppo di sei persone nasce dalla fusione di due gruppi di tre che avevano lavorato in precedenza. In questa ottica si ha una graduale collaborazione tra i membri e l'effettiva formazione del gruppo.

- (Tanzania/Carcere) Per quanto riguarda il come catturare l'attenzione nella fase delle dimostrazioni abbiamo pensato di ideare una storia che parta dal primo giorno con la descrizione delle modalità di lavoro e si sviluppi nei giorni successivi, riemergendo soprattutto nei momenti importanti, delicati e in cui si chiede maggiore partecipazione e impegno alla classe. L'idea della storia viene dal valore che in Tanzania (e in generale in Africa) si attribuisce al racconto, che spesso è visto come veicolo di trasmissione di un messaggio forte. In carcere l'idea di una storia deve essere valutata: i ragazzi in carcere si sentono spesso più grandi della loro età e forse la storia non è uno strumento adatto a incidere sul loro coinvolgimento.

- (Tanzania) La scheda finale era stata pensata come una gara tra i gruppi, tanto che nella sperimentazione è stata presentata sulla base del gioco televisivo "Chi vuol essere milionario?": i gruppi avevano due "aiuti da casa" (in caso di dubbio o problema potevano riferirsi al loro professore) e due "aiuti dal pubblico" (si potevano rivolgere a noi). Non avevamo deciso alcuna modalità per decretare il vincitore, eravamo tutti concordi che non ci sarebbe stato alcun vincitore, ma era la classe ad essere la vincitrice. L'idea di inserire l'attività in un gioco che loro ben conoscevano è stata vissuta come un incentivo a far meglio degli altri gruppi, ma è stato anche un elemento frenante per chiedere aiuto e per interagire noi con loro, tanto che a un certo punto ci siamo più interessati delle loro difficoltà e anche delle loro intuizioni piuttosto che seguire le regole del gioco (anche complice il fatto che l'insegnante si è allontanato dalla classe). In Tanzania sorge il problema di come presentare la scheda finale, sia perché non conoscono il gioco al quale ci siamo ispirati, sia perché vogliamo tenere conto dell'obiezione che ci è stata rivolta durante la presentazione del nostro progetto ai membri del CIRE, ovvero che un'attività competitiva potrebbe non essere un elemento che motiva e incentiva gli studenti tanzaniani.

- (Tanzania) Nella parte delle implicazioni della scheda finale, le frasi diventano le seguenti: a) ho un elefante/ ho un animale (al posto della 3°), b) vivo a Dawdi/ vivo in Tanzania (al posto della 1°).

Bibliografia

[1] Barbin E. " La dimostrazione in matematica: significati e epistemologici e questioni didattiche." L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 1994, giugno, 212-245.

[2] Bertazzoni B., Marchini M. "Apprendimento, insegnamento e problem-solving: come migliorare l' atteggiamento della classe nei riguardi della Matematica", Unità locale di Ricerca in Didattica della Matematica, Università di Parma di Matematica .

[3] Cacciamani S. (2008) " Imparare cooperando. Dal cooperative learning alle comunità di ricerca", Roma, Carocci.

[4] Casadio C. "La "realtà" dei fatti e la "forma" della fisica: serve un ponte?", La Fisica nella Scuola,3 supplemento, Q6, 1996.

[5] Casadio C. "Wile E. Coyote e le molte anime degli insegnanti. Il ruolo dell'esprerimento nell'insegnamento di fisica.".

[6] D'Amore B. (1993)"Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving.", Milano, FrancoAngeli.

[7] D'Amore B. (1999)"Elementi di didattica della matematica.", Bologna, Pitagora.

[8] Fischbein E. (1998) "Conoscenza intuitiva e conoscenza logica nell'attività matematica.", Bologna, Pitagora.

[9] Gabellini G., Masi F.(2005) " I problemi." Torino, Carocci Faber.

[10] Gagliardi M., Mancini A. M., Nolli P., Salomone A. ”Luce, colore, visione.”

[11] Galili I., Hazan A. ”Learners’ knowledge in optics: interpretation, structure and analysis”, Int. J.Sci. Educ. Vol.22, 2000.

[12] Grimellini Tommasini N., Segrè G. (1991)”Conoscenza scientifiche: Le rappresentazioni mentali degli studenti.”, Firenze, La Nuova Italia.

[13] Hawkins ”Riflessioni di un filosofo sull’insegnamento della scienza.”.

[14] Lamberti S. (2010) ” Apprendimento cooperativo ed educazione interculturale.”, Trento, Erickson.

[15] Lucangeli D., Passolunghi M.C. (1995) ” Psicologia dall’apprendimento matematico.”, Torino, UTET.

[16] Marino T. ” Argomentare, congetturare e dimostrare.”

[17] Mazzanti G. ” Alcune riflessioni sugli aspetti didattici dei concetti di definizione e di dimostrazione.”.

[18] Morini C., Bencivenni I. ” Sull’avviamento alla dimostrazione”, L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 2003, gennaio.

[19] Marchini C. ” Argomentazione e dimostrazione”, L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 1987.

[20] Morgetta C. ” Il passaggio dall’ argomentazione matematica alla dimostrazione in situazione di problem solving: elementi di rottura e di continuità cognitiva.” , L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 1998, ottobre, 429-460.

[21] Olivieri G., Torosantucci G., Vicentini M. (1987)”Ombre colorate”, Ricerche in didattica della fisica. Atti del VI convegno G.N.D.F, 521-543.

[22] Pellerey M. "Ruolo dei problemi nell' apprendimento in matematica.", L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate,1989.

[23] Piochi B. "Insegnare ed apprendere la Matematica nella Scuola di tutti e di ciascuno: lavorare coi problemi".

[24] Ministero per la Solidarietà Sociale, "Rapporto 1997 sull'infanzia e l'adolescenza".

[25] Ronchi V. (1955) "L'ottica. Scienza della visione." Bologna, Zanichelli.

[26] Salviati I. C. "Saperi per i cittadini di domani" , "La vita scolastica", 2008, 4-9.

[27] Spagnolo F., Scimone A. "Il caso emblematico dell'inverso del teorema di Pitagora nella storia della trasposizione didattica attraverso i manuali".

[28] Vicentini M., Mayer M. (1996)"Didattica della fisica", Firenze, La Nuova Italia.

[29] Zan R. (1998) "Problemi e convinzioni", Pitagora.

A.0.4 Sitografia

Ringraziamenti

Qui possiamo ringraziare il mondo intero!!!!!!!!!!
Ovviamente solo se uno vuole, non è obbligatorio.