

ALMA MATER STUDIORUM-UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Sede di Forlì

Corso di Laurea in

INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Classe L-9

ELABORATO FINALE DI LAUREA

In Satelliti e missioni Spaziali

**Determinazione dell'assetto di un corpo rigido
mediante il filtro complementare:
analisi, implementazione e verifica sperimentale**

CANDIDATO:
Davide Campelli

RELATORE:
Chiar.mo Prof. Alfredo Locarini

CORRELATORE:
Ing. Anton Bahu

Anno Accademico 2019-2020

Ringrazio tutte le persone che mi sono state vicine
in questo periodo tanto impegnativo quanto
stimolante. In particolar modo la mia famiglia, la
mia ragazza e i miei amici. Ringrazio poi
specificatamente l'ingegnere Anton Bahu per il
tempo che mi ha dedicato aiutandomi in questo
progetto e il Professor Alfredo Locarini per avermi
proposto questo motivante argomento.

Abstract

Nel seguente elaborato di tesi vengono descritti l'algoritmo, l'implementazione e la verifica sperimentale di un filtro complementare basato sugli angoli di Eulero per la determinazione di assetto di un corpo rigido. Viene descritta la struttura dell'hardware utilizzato e trattata la teoria alla base di tale sensoristica e di tale metodologia di determinazione di assetto, assieme ai processi di implementazione, messa a punto (tuning) e verifica sperimentale, svolta in ambiente di laboratorio.

La prima parte dello sviluppo consiste nei procedimenti di calibrazione e di configurazione dei tre sensori triassiali presenti nella strumentazione utilizzata, ovvero accelerometro, magnetometro e giroscopio. Vengono riportati i risultati sperimentali che dimostrano la necessità di tali passaggi per ottenere risultati adeguati. La seconda fase di lavoro è invece incentrata sullo sviluppo del filtro complementare, sulla sua implementazione e verifica sperimentale, necessaria per quantificarne le prestazioni.

Come risultato del lavoro svolto, viene fornito un algoritmo per la determinazione d'assetto e un procedimento per la sua messa a punto con prestazioni garantite. Ciò permette una sua futura implementazione a bordo del banco prova Alma Test-Bed, al fine di verificare sistemi di controllo d'assetto per nanosatelliti 3U, svolta nel laboratorio dell'Università di Bologna.

Indice

Abstract	I
Elenco delle figure	VII
Elenco delle tabelle	IX
Lista Simboli e Abbreviazioni	XI
1 Introduzione	1
1.1 Algoritmi di determinazione d'assetto	2
1.2 Determinazione d'assetto per sensori MEMS	2
1.3 Obbiettivi	4
2 Sensori	5
2.1 IMU e tecnologia MEMS	5
2.2 Accelerometro	6
2.3 Giroscopio	8
2.4 Magnetometro	9
3 Modello matematico per la determinazione di assetto	13
3.1 Sistemi di riferimento	13
3.1.1 Sistema LVLH	14
3.1.2 Sistema Assi Corpo	15
3.2 Rappresentazioni di assetto	16
3.2.1 Matrice di assetto	17

3.2.2	Angoli di Eulero	19
3.3	Stima di assetto	24
3.3.1	Tramite accelerometro e magnetometro	25
3.3.2	Tramite giroscopio	30
3.3.3	Filtro complementare	31
4	Calibrazione	35
4.1	Errori di misura	35
4.1.1	Comuni a tutti i sensori	36
4.1.2	Specifici del magnetometro	37
4.2	Processo di calibrazione	37
4.2.1	Giroscopio	37
4.2.2	Magnetometro	38
4.2.3	Accelerometro	38
4.3	Verifica calibrazione	39
5	Configurazione	43
5.1	Configurazione dei sensori	43
5.1.1	Teoria dei segnali	44
5.1.2	Pre-filtraggio dei dati	45
5.2	Verifica configurazione e pre-filtraggio	46
5.2.1	Accelerometro	47
5.2.2	Giroscopio	50
5.2.3	Magnetometro	52
5.3	Configurazione filtro complementare	55
6	Risultati sperimentali	59
6.1	Verifica in laboratorio	59
6.1.1	Verifica generale	60
6.1.2	Verifica lettura orizzontale	61
6.1.3	Verifica ripetibilità	62
6.1.4	Verifica precisione	63
6.1.5	Verifica andamento dinamico	64
7	Conclusioni e sviluppi futuri	67

INDICE

A	Algoritmo di calibrazione	69
B	Algoritmo del filtro complementare	77
	Bibliografia	83

Elenco delle figure

2.1	Schema di funzionamento dell'accelerometro [14]	7
2.2	Schema di funzionamento dell'accelerometro MEMS [15]	8
2.3	Schema di funzionamento del giroscopio MEMS [15]	9
2.4	Schema di funzionamento del magnetometro MEMS [15]	10
2.5	Variazione del dipolo geomagnetico nel periodo 1900-2015 [16]	11
3.1	Sistema di riferimento fisso	14
3.2	Sistema di riferimento solidale al corpo	15
3.3	Problema fondamentale della determinazione di assetto	17
3.4	Angoli di Cardano: heading, pitch e roll	20
3.5	Rotazione elementare attorno a \hat{c}_3	21
3.6	Rotazioni successive della sequenza 321	22
3.7	Rappresentazione grafica del Gimble Lock [17]	24
3.8	Errore nell'approssimazione del roll $ \Delta\phi $ per $\epsilon = 0.01$ [9]	27
3.9	Misura del campo geomagnetico con sensore orizzontale	28
3.10	Schema di funzionamento del filtro complementare	32
4.1	Verifica calibrazione giroscopio	39
4.2	Verifica calibrazione magnetometro e accelerometro	41
5.1	Digitalizzazione di un segnale analogico	44
5.2	Configurazioni accelerometro a confronto	49
5.3	Configurazioni giroscopio a confronto	51
5.4	Verifica configurazione magnetometro, filtraggio dei dati	53

ELENCO DELLE FIGURE

5.5	Configurazioni magnetometro a confronto	54
5.6	Scelta parametro k per l'heading del filtro complementare . .	56
6.1	Strumenti per la verifica sperimentale in laboratorio	59
6.2	Verifica filtro complementare, rotazioni attorno agli assi corpo	61
6.3	Verifica filtro complementare, sensore orizzontale	62
6.4	Verifica filtro complementare, ripetibilità	63
6.5	Verifica filtro complementare, precisione	64
6.6	Verifica filtro complementare, andamento dinamico	65
6.7	Verifica inclinometro, errore di misura	66

Elenco delle tabelle

4.1	Verifica calibrazione magnetometro e accelerometro	40
5.1	Valori predefiniti dei parametri configurabili dell'IMU	47
5.2	Configurazione IMU con le migliori performance	47
5.3	Verifica configurazione accelerometro, range	48
5.4	Verifica configurazione accelerometro, BW	48
5.5	Configurazioni accelerometro a confronto	50
5.6	Verifica configurazione giroscopio, range	50
5.7	Verifica configurazione giroscopio, BW	51
5.8	Verifica configurazione magnetometro, deviazioni standard	52
5.9	Configurazioni magnetometro a confronto	55

ELENCO DELLE TABELLE

Lista Simboli e Abbreviazioni

α	Generico angolo
α_{am}	Generico angolo di Eulero calcolato mediante accelerometro e/o magnetometro
δ	Inclinazione magnetica
$\dot{\alpha}_g$	Derivata di un generico angolo di Eulero calcolata mediante il giroscopio
ϵ	Coefficiente numerico per l'approssimazione del roll
$\hat{c}''_1, \hat{c}''_2, \hat{c}''_3$	Versori del secondo sistema di riferimento ausiliario
$\hat{c}'_1, \hat{c}'_2, \hat{c}'_3$	Versori del primo sistema di riferimento ausiliario
$\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3$	Versori del sistema di riferimento fisso
\hat{e}	Autovettore di M
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Versori del sistema di riferimento solidale al corpo
\mathbb{R}, R_{321}	Matrice di assetto ottenuta dagli angoli di Eulero
\mathbb{Z}	Insieme dei numeri reali
\mathcal{F}_b	Sistema di riferimento solidale al corpo
\mathcal{F}_i	Sistema di riferimento fisso
ϕ	Roll

LISTA SIMBOLI E ABBREVIAZIONI

ψ	Heading
τ	Costante di tempo del filtro complementare
θ	Pitch
\times	Prodotto vettoriale
$\vec{\omega}$	Vettore velocità angolare di rotazione
\vec{a}	Vettore accelerazione lineare
\vec{B}	Vettore campo magnetico
\vec{b}	Vettore di offset delle misure
\vec{B}_f	Vettore campo magnetico ruotato tramite $R_3(\psi)$
\vec{F}_c	Vettore forza di Coriolis
\vec{g}	Vettore accelerazione di gravità
\vec{V}	Vettore velocità di traslazione
\vec{v}	Vettore generico
\vec{v}_b	Vettore riferito al sistema di riferimento solidale al corpo
\vec{v}_i	Vettore riferito al sistema di riferimento fisso
\vec{v}_m	Vettore misurato tramite sensori
\vec{v}_{cal}	Vettore calibrato
C	Capacità elettrica
$c(\alpha)$	Coseno dell'angolo α
dt	Differenza di tempo fra due successive iterate dell'algoritmo di determinazione d'assetto
f_c	Frequenza di campionamento
$I_{3 \times 3}$	Matrice identità

LISTA SIMBOLI E ABBREVIAZIONI

k	Parametro del filtro complementare
M	Matrice di assetto
m	Massa
Mat	Matrice generica
Mat^{-1}	Matrice inversa
Mat^T	Matrice trasposta
$N(SF, Dis)$	Matrice di errore dovuta a fattore di scala e disallineamento
$R_j(\alpha)$	Matrice di rotazione elementare di α attorno al j -esimo asse, con $j = 1, 2, 3$
$s(\alpha)$	Seno dell'angolo α
t	Tempo
v_1, v_2, v_3	Componenti di \vec{v}_i
v_x, v_y, v_z	Componenti di \vec{v}_b
BW	Bandwidth
FIR	Finite Impulse Response
GPS	Global Positioning System
HA	High Accuracy
I ² C	Inter Integrated Circuit
IDE	Integrated Development Environment
IMU	Inertial Measurement Unit
LVLH	Local Vertical Local Horizontal
MEMS	Micro Electro-Mechanical Systems
SD	Standard Deviation
SMA	Simple Moving Average

LISTA SIMBOLI E ABBREVIAZIONI

Capitolo 1

Introduzione

Questo elaborato di laurea nasce dalla necessità di sviluppare un algoritmo di determinazione di assetto affidabile da implementare su banco prova, utilizzato per testare nonosatelliti simulando l'ambiente in bassa orbita terrestre. Per raggiungere questo obiettivo, verrà richiamata la teoria alla base della stima di assetto, ed in particolar modo verrà approfondito il *filtro complementare*. Successivamente verranno descritte la sua implementazione e verifica sperimentale. In particolare, nel capitolo 2 viene discussa la sensoristica usata per questa analisi e il funzionamento degli strumenti che la compongono. Nel capitolo 3 viene affrontata la base teorica della determinazione di assetto, assieme alla dimostrazione delle formule usate dal filtro di navigazione, le quali sono poi state implementate in linguaggio algoritmico, come discusso nel capitolo 5. Nello stesso capitolo è stato poi discusso il processo di configurazione e taratura di sensori e filtro complementare. Il processo fondamentale della calibrazione dei sensori, assieme alla verifica dell'effettivo miglioramento della qualità delle misure, viene analizzato nel capitolo 4. Inoltre, i risultati sperimentali delle performance del filtro sono presentati nel capitolo 6, in cui vengono valutati sia l'accuratezza (statica e dinamica) che la ripetibilità della determinazione. Infine, nel capitolo 7 verranno espresse le conclusioni di questo elaborato assieme ai possibili sviluppi futuri.

1.1 Algoritmi di determinazione d'assetto

Lo scopo della determinazione di assetto consiste nel calcolare l'orientamento di un corpo rispetto ad un dato sistema di riferimento. Il corpo può consistere in un satellite o un velivolo, mentre il calcolo viene svolto dalle misure fornite da una serie di sensori. Queste informazioni possono essere poi processate a bordo, come nel nostro caso mediante un microprocessore, oppure inviate tramite un canale di comunicazione e analizzate in seguito esternamente al mezzo. Spesso necessaria nei sistemi aeronautici, la determinazione di assetto risulta essere fondamentale anche nella navigazione satellitare. La conoscenza dell'orientazione di un satellite è infatti necessaria sotto moltissimi aspetti, come ad esempio l'allineamento desiderato dei pannelli solari o delle antenne di telecomunicazione. Tipicamente in questo ambiente si differenzia la ricerca dell'assetto di un corpo in *asse singolo* o *tre assi*. La prima, di minore impiego, va alla ricerca di un singolo parametro, come ad esempio un angolo di rotazione per un satellite in spin, mentre la seconda, più complessa ma anche più completa, va alla ricerca dei parametri necessari per calcolare senza ambiguità l'assetto totale del mezzo in questione. Discuteremo poi nel paragrafo 3.2 l'esistenza di diverse tipologie di parametri utilizzabili per determinare l'orientamento e quali sono stati scelti in questa sede. Sia il processo di calibrazione che il filtro di determinazione di assetto sviluppati non richiedono la conoscenza di riferimenti esterni. Vengono utilizzati solamente i dati grezzi ottenuti dai tre sensori, assieme ad algoritmi e software. Questo risulta essere positivo in quanto permette un utilizzo semplice anche sul campo, oltre che in ambiente di laboratorio, dove non risulta scontata la conoscenza di direzioni fisiche come il nord magnetico o particolari inclinazioni assolute da usare come riferimento.

1.2 Determinazione d'assetto per sensori MEMS

La sensoristica utilizzata per la stima dell'assetto ha subito nelle ultime decadi cambiamenti enormi dal punto di vista tecnologico. I sensori utilizzati possono essere prodotti con diverse metodologie, suddivisibili in tre grandi categorie costruttive: meccanica, ottica e MEMS (Micro Electro-Mechanical

1.2 Determinazione d'assetto per sensori MEMS

Systems). La tecnologia MEMS ha permesso di utilizzare questi sensori anche su piccoli satelliti, specialmente grazie al vasto impiego di questa tecnologia in ambienti aeronautici e terrestri, che l'ha resa particolarmente affidabile e conosciuta. Si tratta di dispositivi i cui componenti si aggirano attorno all'ordine di grandezza del micrometro. Per questo motivo si parla di microprocessori e microsensori. I due pregi fondamentali di questa tecnologia sono il basso costo e la dimensione contenuta. Queste due qualità hanno garantito a questa tecnologia un grande sviluppo in ambienti ingegneristici molto diversificati. Si possono ritrovare infatti usati nei puntatori 3D dei telecomandi, controller per gaming, telefoni, smartwatch oltre che ovviamente per satelliti, droni, aerei e navi. Ciò ha inoltre contribuito ulteriormente a rendere i sensori MEMS affidabili e a ridurre il costo.

Nel caso la strumentazione dedicata alla determinazione di assetto sia fissata in maniera rigida al velivolo, questa viene spesso definita *piattaforma strapdown*, ovvero formata da più sensori (fra cui i più importanti risultano accelerometro, giroscopio e magnetometro). Questi ultimi forniscono informazioni su tre assi ortogonali, che in seguito definiremo come *assi corpo*. Basati su diverse tecnologie, come abbiamo detto, consentono di misurare, oltre che l'orientazione, oggetto di questo documento, anche la posizione, la velocità e l'accelerazione della piattaforma stessa, non richiedendo inoltre riferimenti esterni. Tuttavia, per evitare accumulo di errori dovuti al processo di integrazione, dopo un periodo continuo di utilizzo è richiesto generalmente un aggiornamento dei dati ottenuti rispetto ad un riferimento esterno. Una configurazione tipica può includere un accelerometro, un giroscopio e un magnetometro per ciascun dei tre assi principali, ma le moderne tecniche di costruzione di tali strumenti permettono la lettura simultanea su più assi di ingresso, riducendo in questo modo il volume della sensoristica.

Occorre però precisare che la tecnologia MEMS per la determinazione di assetto di un satellite in orbita nello spazio non risulta essere fra le più efficienti, essendo stata superata da differenti dispositivi, come i sun/star sensors o i Earth IR horizon sensors. Questi ultimi però, a differenza della tecnologia MEMS, sono caratterizzati da costi elevati e non si prestano ad essere implementati nel banco prova Alma Test-Bed. Per questo motivo, la tecnologia MEMS risulta un'ottima scelta per l'obiettivo di questo lavoro.

1.3 Obiettivi

Lo scopo principale di questo lavoro è stato quello di implementare il filtro complementare per la determinazione d'assetto su una piattaforma real-time e caratterizzare le performance attraverso prove sperimentali. La piattaforma utilizzata dispone di un'IMU (Inertial Measurement Unit), composta da un accelerometro, un giroscopio ed un magnetometro, e permette la lettura delle misure dai tre differenti sensori. L'algoritmo permette l'uso combinato delle misure, al fine di migliorare la qualità dei risultati ottenuti. Il microcontrollore utilizzato è l'*Arduino Due*. I dati ricevuti attraverso la comunicazione I²C (Inter Integrated Circuit) vengono analizzati in tempo reale e l'algoritmo presente a bordo, implementato nella sua memoria, permette il calcolo dell'orientamento della piattaforma.

L'IMU utilizzata è invece il *9 Axes Motion Shield* di Arduino, che è basato sul sensore *BNO055* della Bosch Sensortec GmbH. Integra un accelerometro triassiale a 14-bit, un giroscopio triassiale a 16-bit e un magnetometro triassiale assieme ad un microcontrollore 32-bit cortex M0+ che utilizza il software *BSX3.0 FusionLib* che, grazie a librerie proprietarie, permette una stima di assetto. Questa funzione non è stata utilizzata in questa sede. Il sensore permette la misura tridimensionale dell'accelerazione, della velocità angolare e del campo magnetico locale tramite tre assi di ingresso ortogonali. La necessità di ottenere un metodo di determinazione di assetto valido in ambiente terrestre deriva dal desiderio di un suo utilizzo nel Banco prova *Alma Test-Bed* dell'Università di Bologna. *Alma Test-Bed* è un simulatore atto a svolgere prove dinamiche di controllo e determinazione di assetto. È composta da un cuscinetto ad aria che permette libertà rotazionale e una gabbia di Helmholtz, che rende possibile la generazione di un campo magnetico uniforme, unidirezionale e omogeneo.

Per l'analisi numerica dei dati e la verifica dei risultati sperimentali è stato utilizzato *Matlab*, mentre per l'implementazione sperimentale del microcontrollore è stato utilizzato il linguaggio *C++* del software *Arduino IDE* (Integrated Development Environment)

Capitolo 2

Sensori

Nel seguente capitolo verrà trattata la strumentazione utilizzata per la determinazione di assetto, fornendo un approfondimento particolare al funzionamento dei sensori che si basano sulla tecnologia MEMS.

2.1 IMU e tecnologia MEMS

Ci si riferisce a IMU per indicare una piattaforma dotata di sensori inerziali che possono essere utilizzati per la determinazione di assetto e/o di navigazione di un mezzo, come un satellite o un aeromobile. Tali sistemi avionici permettono l'osservazione e il tracciamento della dinamica di un velivolo, permettendone la navigazione, anche in maniera autonoma. Può essere basata su diverse tipologie di sensori, e in base alla loro complessità possono permettere l'ottenimento di una determinazione di assetto da uno a tre assi, della posizione e della velocità lineare del mezzo. Al fine di questa trattazione è stata utilizzata una IMU a 9 assi (così chiamata perché composta da tre sensori sensibili ognuno a tre assi ortogonali) per l'ottenimento di una determinazione di assetto a tre assi.

Accelerometri e giroscopi vengono spesso catalogati come *sensori inerziali* perché le grandezze misurate (accelerazione e velocità angolare rispettivamente) vengono ricavate usufruendo del concetto di *sistema di riferimento inerziale*, ovvero in cui un corpo accelera solamente se la risultante delle forze applicate ad esso è diversa da zero. Oltre a tali sensori, un dispositivo di

determinazione di assetto è spesso realizzato con almeno un terzo sensore, che può essere ad esempio un magnetometro, come nel nostro caso, oppure un dispositivo GPS (Global Positioning System). In particolare, la strumentazione valutata e testata si basa sulla tecnologia MEMS. Questi dispositivi sono stati riconosciuti come una delle tecnologie più promettenti del XXI secolo, capaci di rivoluzionare sia il mondo industriale, sia quello dei prodotti di largo consumo. I microsistemi elettromeccanici non sono altro che un insieme di dispositivi di varia natura (meccanici, elettrici ed elettronici) integrati in forma altamente miniaturizzata su uno stesso substrato di materiale semiconduttore, ad esempio silicio, che coniugano le proprietà elettriche degli integrati a semiconduttore con proprietà opto-meccaniche [6]. La tecnologia MEMS permette la costruzione di dispositivi con numerosi impieghi pratici per via del loro basso costo e delle loro dimensioni ridotte. Tuttavia, un aspetto negativo dell'utilizzo di tale hardware è una precisione inferiore rispetto a sensori basati su altre tecnologie.

2.2 Accelerometro

L'accelerometro, come detto in precedenza, è un sensore che permette di misurare l'intensità delle accelerazioni subite da una massa interna allo stesso, rispetto ad un sistema di riferimento inerziale. Il principio di funzionamento di un accelerometro è riconducibile a quello di una massa posta in sospensione tra una serie di molle dotate di proprie costanti elastiche, come è visualizzabile nello schema in figura 2.1.

La cosiddetta *massa di prova*, incernierata ad una struttura esterna detta *case*, oltre che alle forze elastiche delle molle, può essere soggetta alla forza di massa gravitazionale e alle forze apparenti inerziali, dovute alla non inerzialità del sistema di riferimento del sensore che, come spiegheremo nel prossimo capitolo, è definito come *assi corpo*. Se il sensore è soggetto ad una accelerazione, la massa, osservata rispetto a questo sistema di riferimento, a causa della sua inerzia (tendenza a non modificare il proprio moto) è come se subisse quest'ultimo tipo di forza fittizia, venendo quindi spostata rispetto al punto di equilibrio precedente. Dopo una serie di possibili oscillazioni la massa si stabilizza in una nuova posizione, ed è proprio questo dislocamento

2.2 Accelerometro

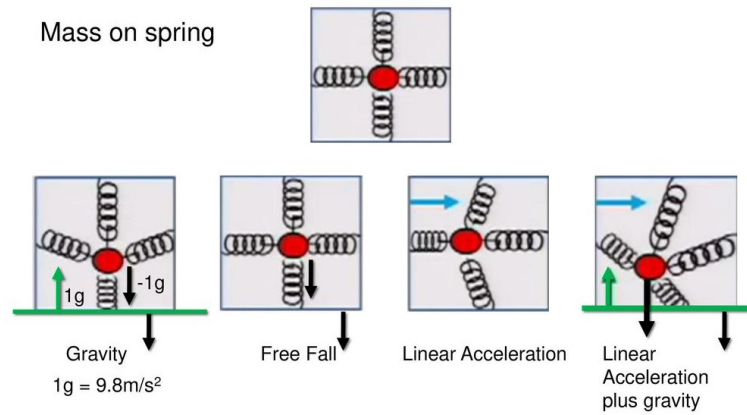


Figura 2.1: Schema di funzionamento dell'accelerometro [14]

che è possibile ricondurre all'intensità della accelerazione subita, conoscendo le caratteristiche del sensore. L'accelerometro basato su tecnologia MEMS non si discosta di molto da questo principio di funzionamento, ma sfrutta il cambio capacitivo fra le armature interne del sensore per misurare lo spostamento della massa di prova e dunque l'accelerazione subita dal sensore. La capacità elettrica fra due armature conduttrici, ovvero la tendenza all'accumulo di cariche elettriche, è infatti dipendente dalla distanza tra le stesse, in quanto separate da un materiale dielettrico, come l'aria. Uno schema di funzionamento è rappresentato in figura 2.2, dove sono facilmente osservabili i cambiamenti di capacità elettrica C_1 e C_2 , fra due armature fisse e un'armatura mobile della massa in movimento, a causa di una accelerazione del sensore o della forza peso. Questi piccoli cambiamenti capacitivi vengono tradotti, dalla circuiteria interna al sensore, in un cambiamento di tensione elettrica. Negli accelerometri digitali poi, come quello preso in esame in questa sede, tale informazione analogica viene digitalizzata e inviata tramite comunicazione I²C al microcontrollore.

È dunque importante sottolineare che l'accelerometro non misura propriamente le sole accelerazioni \vec{a} a cui è soggetto il sensore, ma poiché misura anche uno spostamento dovuto alla forza peso, risulta essere più corretto affermare che esso misura:

$$\vec{a}_m = \vec{a} - \vec{g} \quad (2.1)$$

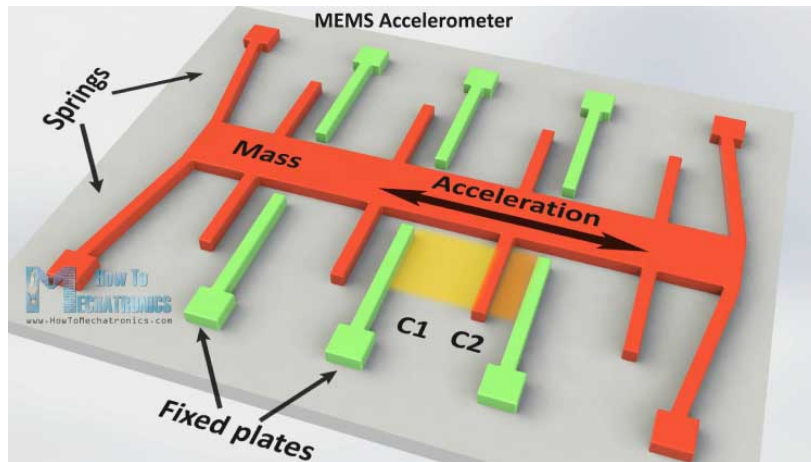


Figura 2.2: Schema di funzionamento dell'accelerometro MEMS [15]

L'accelerazione di gravità \vec{g} sulla superficie terrestre varia di 0.7% tra picco minimo e massimo, come conseguenza dell'altitudine, della rotazione e della non-sfericità terrestre, possedendo localmente un valore stabile e non soggetto ad alcun tipo di distorsione, a differenza di quanto accade al campo magnetico. D'altronde, anche se la conoscenza del vettore \vec{a} potrebbe essere sfruttata per ricavare, tramite processo di integrazione, la misura della velocità e della posizione nello spazio del sensore, per la determinazione d'assetto mediante il solo accelerometro risulta in realtà solamente una possibile fonte di errore, come approfondiremo nel capitolo 3.3.1, in quanto l'algoritmo sfrutta la sola conoscenza della direzione del vettore accelerazione di gravità per conoscere l'orientazione della piattaforma.

2.3 Giroscopio

Il giroscopio è un sensore che permette la misura del valore della velocità angolare inerziale attorno ad uno o più assi, detti per questo assi di ingresso. Il principio fondamentale su cui si basa il giroscopio MEMS per ottenere le misure è l'effetto della forza apparente di Coriolis \vec{F}_c su masse che si muovono. Questa forza viene definita come:

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{V} \quad (2.2)$$

2.4 Magnetometro

In cui si sfrutta il prodotto vettoriale tra i vettori velocità angolare di rotazione $\vec{\omega}$ e velocità di traslazione \vec{V} , ed m indica la massa del corpo in moto. La forza di Coriolis è una forza inerziale, a cui risulta soggetto un corpo quando si osserva il suo moto da un sistema di riferimento che sia in moto rotatorio rispetto a un sistema di riferimento inerziale. Il principio di funzionamento del sensore basato su tecnologia MEMS può essere descritto tramite lo schema presente in figura 2.3. Una massa viene fatta oscillare costantemente in una direzione rettilinea. Se è presente una velocità angolare esterna allora la forza di Coriolis agirà su tale massa, ortogonalmente al piano contenente la velocità di traslazione e il vettore di rotazione, andando a dislocarla rispetto alla direzione del moto. Questo spostamento della massa si tradurrà in un cambio di capacità elettrica fra le armature del sensore, analogamente a quanto visto nell'accelerometro, che può essere misurato e relazionato ad una certa velocità angolare.

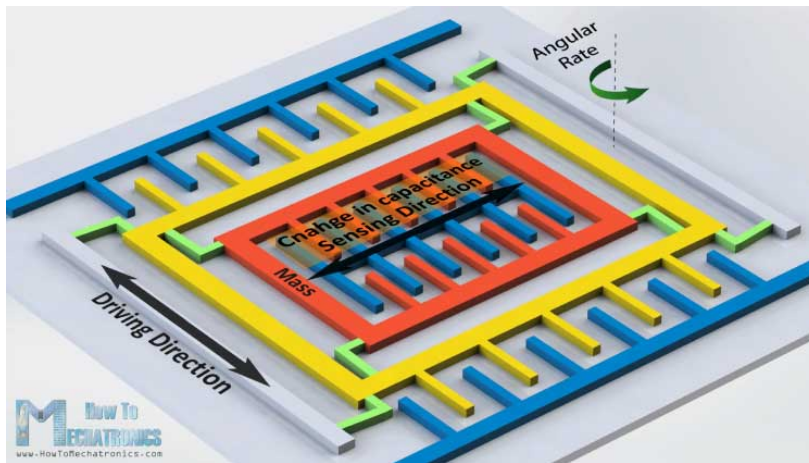


Figura 2.3: Schema di funzionamento del giroscopio MEMS [15]

2.4 Magnetometro

Il magnetometro è uno strumento che permette di misurare l'intensità del campo magnetico locale attorno ad uno o più assi. Viene quindi sfruttato, al fine della determinazione di assetto, per la sua capacità di misurare un campo magnetico specifico, ovvero quello terrestre. Tale campo è riconducibile

con buona approssimazione a quello generato da un dipolo magnetico, la cui posizione dei poli, come noto, non coincide con la posizione dei poli geografici terrestri e inoltre si modifica significativamente nel tempo, come mostrato in figura 2.5. Nello spazio quindi questo tipo di sensore legge il vettore campo magnetico, che risulta essere parallelo alle linee di campo magnetico di forma toroidale, mentre a terra questo sensore è relativamente affetto da disturbi magnetici presenti nella sua prossimità. Il campo magnetico terrestre non risulta essere tangente al piano orizzontale locale, ma ruotato rispetto ad esso di un angolo detto *inclinazione magnetica* δ , rappresentato in figura 3.9. Questo angolo, preso di segno positivo se il vettore punta verso il basso, risulta essere nullo all'equatore terrestre, mentre il suo modulo aumenta avvicinandosi ai poli, arrivando a un massimo di 90° nei poli magnetici. Nell'emisfero boreale questo angolo è positivo, mentre appare negativo nell'emisfero australe. In Italia ad esempio possiede un valore di circa $+57^\circ$. D'altro canto, a differenza di quanto accade per il valore del campo gravitazionale terrestre, che risulta relativamente costante, il campo geomagnetico ha una intensità variabile nella superficie terrestre, da un minimo di $-22\mu T$ nel Sud America a un massimo di $67\mu T$ nell'Australia meridionale [11]. In laboratorio tramite la gabbia magnetica è possibile generare un campo magnetico che con buona approssimazione risulta essere uniforme e indipendente dalla orientazione del satellite in esame.

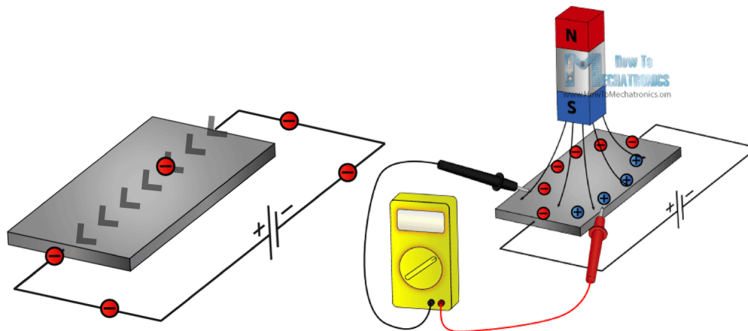


Figura 2.4: Schema di funzionamento del magnetometro MEMS [15]

Esistono magnetometri di diverse tipologie, ma i più comuni sfruttano l'*effetto Hall*. Il funzionamento di un magnetometro ad effetto Hall è illustrato in figura 2.4. Si utilizza una lastra metallica conduttiva che, essendo collegata

2.4 Magnetometro

ad un generatore di tensione, viene percorsa da elettroni in maniera rettilinea. Se però il sensore è sottoposto ad un campo magnetico, il percorso seguito dagli elettroni subirà una deviazione, andando a caricare la lastra. Attraverso la misura della differenza di potenziale fra le due estremità della lastra è così possibile la misurazione dell'intensità del campo magnetico locale.

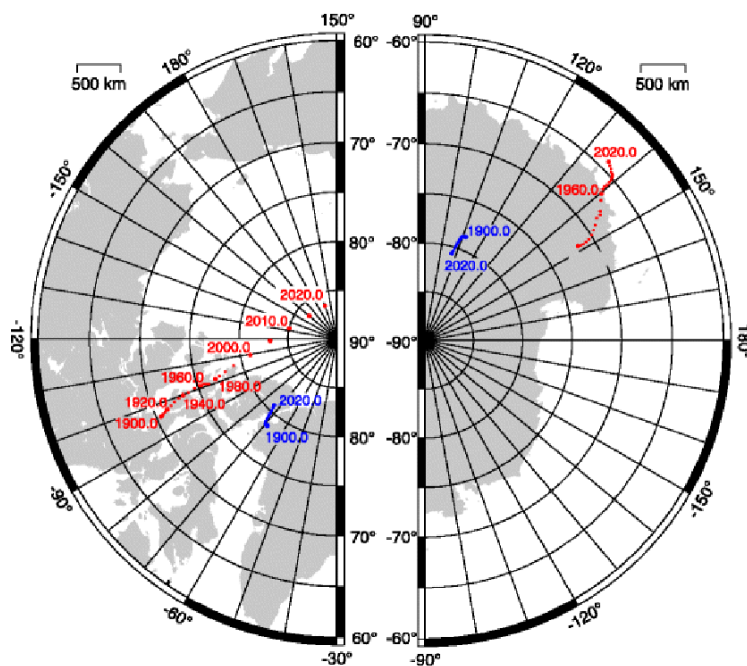


Figura 2.5: Variazione del dipolo geomagnetico nel periodo 1900-2015 [16]

Capitolo 3

Modello matematico per la determinazione di assetto

In questo capitolo verranno descritti e dimostrati alcuni concetti fisici e matematici necessari per ottenere la stima di assetto mediante il filtro complementare. Nella sezione 3.1 verranno descritti i sistemi riferimento utilizzati, nella sezione 3.2 il metodo di rappresentazione della rotazione esistente fra questi e infine nella sezione 3.3 la metodologia utilizzata per ottenere i parametri che esprimono questa rotazione, tramite l'utilizzo di sensori MEMS.

3.1 Sistemi di riferimento

Per descrivere l'orientazione di un generico corpo, è essenziale definire i *sistemi di riferimento*. È infatti importante tenere presente che qualsiasi genere di moto è *relativo*. L'assetto di un corpo infatti non è un concetto che ha senso autonomamente, ma è subordinato alla definizione di riferimento utilizzato per valutare lo stesso. In particolare, per lo scopo di questa trattazione, occorre definire due terne di riferimento, che consideriamo sempre come ortonormali, destrorse e cartesiane:

Riferimento fisso \mathcal{F}_i : è in genere un sistema di riferimento inerziale o che può essere approssimato a tale. Questa terna cartesiana non varia nel tempo ed è svincolata dal moto del corpo.

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

Riferimento corpo \mathcal{F}_b : è un sistema di riferimento solidale al corpo, che viene trascinato dal moto di quest'ultimo nello spazio. La posizione di ciascun punto del corpo di conseguenza risulta invariata nel tempo rispetto a questo sistema di riferimento, e dunque indipendente dal moto.

Esistono ovviamente infinite possibili scelte per queste due terne, ma di seguito verranno considerate le sole utilizzate in questa trattazione. Entrambi i sistemi rispettano la regola della mano destra.

3.1.1 Sistema LVLH

Come sistema di riferimento fisso è stato scelto il *LVHV* (Local Vertical Local Horizontal), il quale non è inerziale. Occorre però specificare che per piccoli intervalli di tempo tale sistema può essere approssimato a inerziale ai fini di questa esposizione.

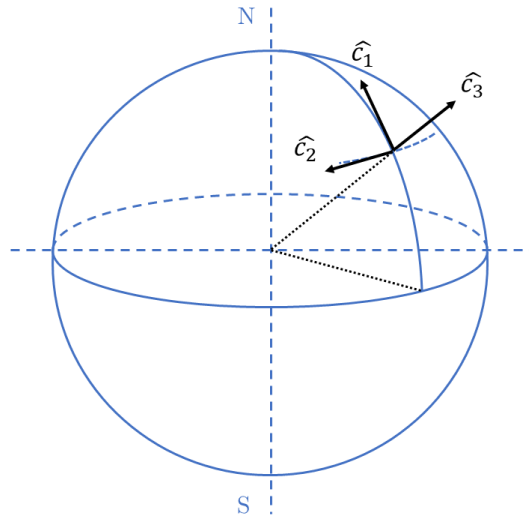


Figura 3.1: Sistema di riferimento fisso

Questo tipo di terna di riferimento dipende dalla posizione geografica nella quale viene definita l'origine del sistema, che viene solitamente definita nel luogo in cui viene svolto il test. Queste coordinate si riferiscono al piano orizzontale locale, cioè tangente alla superficie terrestre. Come si può vedere in figura 3.1, gli assi della terna vengono definiti nel seguente modo:

3.1 Sistemi di riferimento

- *Asse \hat{c}_1* è orientato verso il parallelo locale, in direzione nord e giacente sul piano orizzontale locale.
- *Asse \hat{c}_2* è orientato verso il meridiano locale, in direzione ovest e giacente sul piano orizzontale locale.
- *Asse \hat{c}_3* è orientato verso la verticale locale, cioè la retta ortogonale al piano orizzontale locale e passante per l'origine degli assi e il centro della Terra (approssimata a sfera perfetta), in direzione Zenit.

3.1.2 Sistema Assi Corpo

Come sistema di riferimento solidale al corpo (detto anche *mobile*) è stato scelto il sistema *assi corpo*, noto anche come *body*. Tale terna destrorsa è caratterizzata da un origine sul corpo studiato e assi solidali al corpo rigido. Precisamente, in questa analisi è stato mantenuto quello fornito dalla Bosch nel sensore di orientazione, osservabile in figura 3.2.



Figura 3.2: Sistema di riferimento solidale al corpo

Queste piattaforme strapdown infatti vengono prodotte con una rappresentazione grafica indicativa degli assi di ingresso dei tre sensori contenuti al loro interno. Tuttavia, è sempre possibile modificare questo sistema di riferimento, attraverso una rotazione delle misure ottenute. Questo procedimento, spiegato nei paragrafi a seguire, è inoltre risultato fondamentale per la veri-

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

fica sperimentale, discussa nel capitolo 6. Inoltre, è spesso una fase di lavoro necessaria in quanto difficilmente la collocazione dell'IMU risulta essere allineata con gli assi scelti per il mezzo finale di cui si vuole tenere monitorata l'orientazione. In particolare, nel settore aeronautico, il sistema di riferimento solidale viene in generale standardizzato come avente un primo asse lungo la direzione longitudinale del velivolo, un secondo lungo la direzione verticale e giacente lungo il piano di simmetria e un terzo ricavato con la regola della mano destra. Tale rappresentazione è osservabile in figura 3.4.

3.2 Rappresentazioni di assetto

Aver definito i due sistemi di riferimento precedenti risulta necessario alla nostra analisi in quanto la determinazione di assetto di un generico corpo può essere ricondotta alla determinazione dell'orientamento di un sistema di riferimento, in questo caso quello solidale al corpo, rispetto all'altro, ovvero quello fisso. Inoltre, la rappresentazione di assetto a tre assi viene generalmente considerata come la trasformazione di coordinate che permette l'ottenimento di quelle del sistema di riferimento corpo a partire dalle inerziali, mediante una trasformazione definibile *rotazione*. Questa particolare trasformazione lineare appartiene al gruppo ortogonale, e per questo se applicata ad una base ortonormale ne fornisce una nuova, conservando i moduli tra i vettori e gli angoli fra essi compresi. Inoltre, tutte le trasformazioni ortogonali sono invertibili, e le loro trasposte, equivalenti alle loro inverse, risultano anch'esse appartenenti al gruppo ortonormale [2].

Per chiarezza di esposizione, si intende dunque per rotazione dal sistema di riferimento fisso a quello corpo la trasformazione che, dato in ingresso un vettore, le cui componenti sono note nel riferimento inerziale, ne restituisce le componenti dello stesso vettore nel sistema di riferimento solidale, senza dunque alterare la norma di tale vettore.

Esistono diverse metodologie per specificare l'orientamento reciproco fra due terne, e di seguito verranno discusse due fra le più importanti, ovvero la *matrice di assetto* e *gli angoli di Eulero*.

3.2 Rappresentazioni di assetto

3.2.1 Matrice di assetto

In figura 3.3 è osservabile il problema fondamentale della rappresentazione di assetto, ovvero definire l'orientamento di una terna, che noi consideriamo solidale al corpo, identificata dalla triade di versori unitari $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ in riferimento ad una seconda triade, che noi consideriamo fissa, identificata da ulteriori versori unitari $(\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3)$

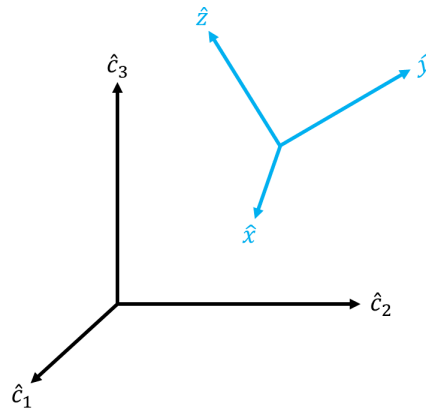


Figura 3.3: Problema fondamentale della determinazione di assetto

Definiamo le componenti di ciascun versore della terna "mobile" rispetto a quella "fissa" come $\hat{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$, $\hat{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, $\hat{z} = (z_1, z_2, z_3)^T$. È chiaro che organizzare le nove componenti appena definite sotto forma di una matrice 3×3 risolve appieno il problema appena descritto. In questo modo si definisce la *matrice di assetto* M , detta anche *matrice dei coseni direttori* in quanto ogni elemento M_{ij} della matrice rappresenta il coseno dell'angolo tra l' i -esimo versore della terna corpo e il j -esimo versore della terna fissa.

$$M \equiv \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Non tutti gli elementi di tale matrice risultano però indipendenti, in quanto la definizione di terna ortonormale implica diversi vincoli, che diminuiscono il numero di tali elementi ad essere solamente tre. Precisamente, tali versori sono soggetti ai vincoli espressi nell'equazione (3.2). Questo fatto è impor-

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

tante, perché si può dimostrare che il numero minimo di parametri necessari per rappresentare l'orientazione di un sistema di riferimento è esattamente tre. In sintesi, dunque, per la descrizione completa del moto di un corpo rigido sono necessari sei parametri. Tre descrivono la posizione di un punto del corpo rigido, che può essere ad esempio l'origine del sistema di riferimento solidale, rispetto al sistema di riferimento fisso, e gli ultimi tre, di cui siamo interessati per questa trattazione, sono necessari per la descrizione dell'orientamento di suddetto corpo. Per questo motivo si dice che un corpo rigido possiede sei *gradi di libertà*.

$$\begin{aligned}\hat{x} \cdot \hat{x} &= \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1 \\ \hat{x} \cdot \hat{y} &= \hat{x} \cdot \hat{z} = \hat{z} \cdot \hat{y} = 0\end{aligned}\tag{3.2}$$

Oltretutto, questi vincoli possono essere riassunti con la constatazione che il prodotto matriciale fra M e la sua trasposta è equivalente alla matrice identità. Questo permette di dimostrare che la matrice dei coseni direttori è una *trasformazione ortogonale*.

$$MM^T = I_{3 \times 3} \iff M^{-1} = M^T.\tag{3.3}$$

In particolare, poiché il determinante di tale matrice è unitario, la trasformazione ortogonale è più precisamente una rotazione [2].

$$\det(M) = \hat{x} \cdot (\hat{y} \times \hat{z}) = 1\tag{3.4}$$

È importante osservare che, come affermato anche in precedenza, la matrice di assetto è un metodo di rappresentazione di una trasformazione di coordinate, in quanto è semplice verificare che il prodotto matriciale tra M ed un generico vettore $\vec{v}|_i = (v_1, v_2, v_3)$, di coordinate espresse nel riferimento fisso, produce lo stesso vettore, espresso in riferimento corpo $\vec{v}|_b = (v_x, v_y, v_z)$:

$$M\vec{v}|_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \cdot \vec{v}|_i \\ \hat{y} \cdot \vec{v}|_i \\ \hat{z} \cdot \vec{v}|_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \vec{v}|_b\tag{3.5}$$

3.2 Rappresentazioni di assetto

Dunque la matrice di assetto esprime una rotazione, in quanto non altera il modulo del vettore, ma ne modifica le componenti, come si può osservare in figura 3.5. Poiché la matrice inversa e la trasposta sono coincidenti, esse potranno essere usate per mappare un vettore espresso mediante coordinate solidali al corpo, nel riferimento fisso. Un'ultima importante proprietà di questa matrice è che possiede sempre almeno un *autovettore* con *autovalore* unitario. Dunque esiste un versore (e infiniti vettori) \hat{e} tale che esso, se moltiplicato per la matrice dei coseni direttori, rimane immutato.

$$M\hat{e} = \hat{e} \quad (3.6)$$

Poiché questo versore possiede le medesime componenti nei due sistemi di riferimento, esso rappresenta la direzione attorno a cui avviene la rotazione descritta dalla matrice stessa. L'esistenza di questo versore ha portato anche alle formulazioni di un ulteriori metodi di rappresentazione di assetto, come l'Asse/Angolo di Eulero e i quaternioni. Entrambe queste rappresentazioni utilizzano le componenti del versore \hat{e} assieme all'informazione dell'angolo di rotazione. Sfruttano perciò il *Teorema di Eulero*, il quale afferma che una generica rotazione di un corpo rigido può essere rappresentata come la rotazione attorno ad un versore \hat{e} di uno specifico angolo.

3.2.2 Angoli di Eulero

Gli angoli di Eulero che utilizzeremo in questa discussione vengono, in ambienti ingegneristici che necessitano la conoscenza dell'assetto di un velivolo/satellite/nave, menzionati spesso come *angoli di Cardano*, riferendosi a Gerolamo Cardano, il matematico italiano del Rinascimento. Sono molto noti in questo contesto perché identificano gli angoli di *heading* ψ (imbardata), *pitch* θ (beccheggio) e *roll* ϕ (rollio).

Se la matrice di assetto rappresenta una metodologia semplice, è anche vero che possiede sei parametri dipendenti che non sono funzionali ad una rappresentazione concisa dell'orientazione. Per questo nella pratica si è spesso preferito l'utilizzo di altre tipologie di rappresentazioni, che sfruttassero un minor numero di parametri. Queste tipologie inoltre possono sempre essere usate per ricavare la matrice di assetto, al fine di utilizzare i suoi calcoli

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

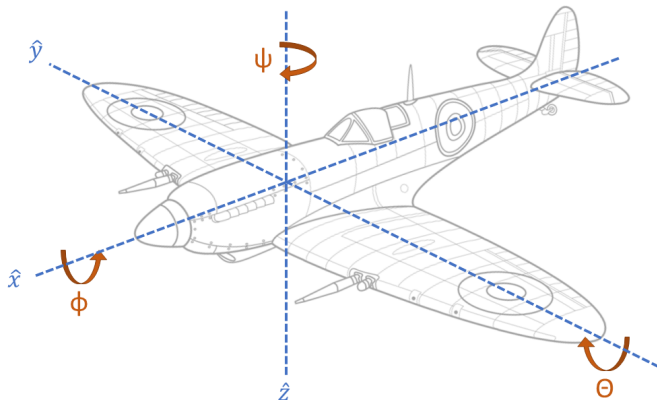


Figura 3.4: Angoli di Cardano: heading, pitch e roll

matriciali per le rotazioni di vettori fra i due sistemi di riferimento, come suggerito in precedenza. Gli angoli di Eulero risultano essere una metodologia di rappresentazione di assetto molto apprezzata per la istintività del loro utilizzo, soprattutto per piccole rotazioni. Permettono la descrizione tridimensionale della orientazione di un sistema di riferimento rispetto ad un altro, utilizzando unicamente tre parametri che, come abbiamo precedentemente visto, risulta essere il minor numero possibile per una rappresentazione senza ambiguità. Questi descrivono tre rotazioni successive attorno agli assi dei sistemi di riferimento. Ciò fa sì che la loro definizione non risulta univoca, ma soggetta a convenzioni, in quanto dipendente dall'ordine e dagli assi scelti per le singole rotazioni. L'idea alla base di questa metodologia di rappresentazione consiste nell'utilizzo di due angoli per conoscere l'orientamento nello spazio di un versore della terna solidale, per poi utilizzarne un terzo per conoscere la posizione degli altri due assi applicando una rotazione attorno al versore così individuato.

Per comprendere meglio il significato di questi parametri utilizziamo il concetto di *rotazione elementare*, ovvero una rotazione che si verifica attorno ad un asse della terna fissa, di un generico angolo α . Se ciò avviene allora le due terne, una volta avvenuta la rotazione, avranno un asse in comune, e gli altri quattro assi saranno complanari. Possono essere facilmente ottenute in questo modo le tre possibili matrici di rotazione R_j , le quali si differen-

3.2 Rappresentazioni di assetto

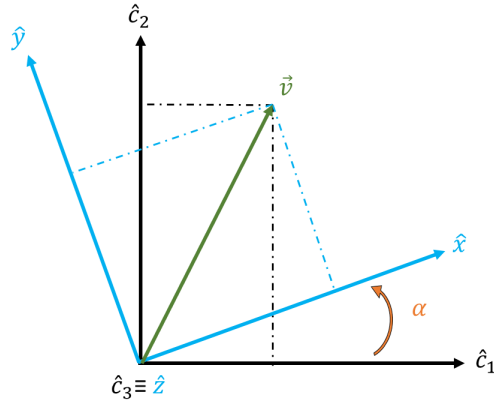


Figura 3.5: Rotazione elementare attorno a \hat{c}_3

ziano per quale tra gli assi del sistema di riferimento fisso funge da asse di rotazione, coincidendo quindi con l'autovettore \hat{e} della particolare rotazione. Si osserva così che non vi sono accoppiamenti fra gli assi, data la reciproca ortogonalità, e che la traccia delle matrici risulta essere la medesima.

$$\begin{aligned}
 R_1(\alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \\
 R_2(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \\
 R_3(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \quad ; \quad \text{tr}[R_j(\alpha)] = 1 + 2\cos(\alpha) \quad (3.7)$$

Queste rotazioni elementari sono fondamentali per comprendere il funzionamento degli angoli di Eulero, assieme con la definizione di due ulteriori triadi di riferimento ortonormali, che ci serviranno come riferimenti intermedi. Definiamo in questo modo i sistemi di riferimento ausiliari $(\hat{c}'_1, \hat{c}'_2, \hat{c}'_3)$ e $(\hat{c}''_1, \hat{c}''_2, \hat{c}''_3)$. Una generica rotazione può essere ottenibile mediante tre successive rotazioni attorno agli assi di questi sistemi di riferimento. Poiché due rotazioni consecutive attorno allo stesso asse possono essere intese come

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

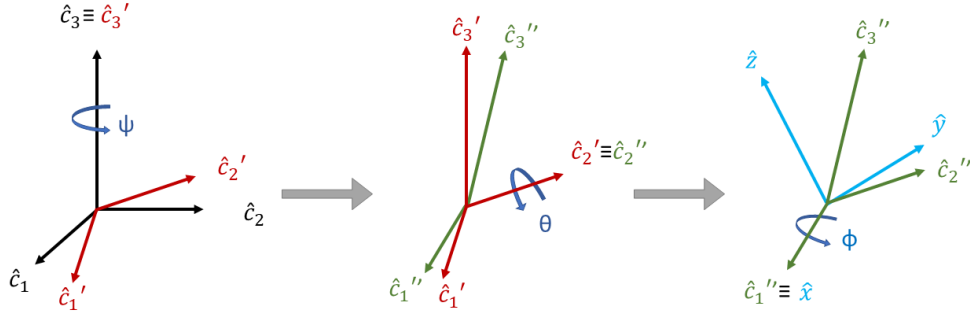


Figura 3.6: Rotazioni successive della sequenza 321

un'unica rotazione data dalla somma di queste, ne consegue che le possibili rotazioni ammissibili sono 12, divisibili in *simmetriche*, se il primo e il terzo asse sono i medesimi, e *antisimmetriche*, se le tre rotazioni avvengono attorno ad assi differenti. Tra le sequenze di rotazioni più utilizzate in ambito ingegneristico vi è sicuramente la cosiddetta 321 che, come mostrato in figura 3.6, consiste in una rotazione attorno all'asse \hat{c}_3 di un angolo ψ , detto heading/yaw, seguita da una rotazione attorno all'asse \hat{c}_2' di θ , detto pitch, e si conclude con una rotazione attorno all'asse \hat{c}_1'' di un angolo ϕ , detto roll. In questo modo, tramite una sequenza antisimmetrica, si passa dal riferimento fisso a quello corpo. Il valore positivo di questi angoli è definito usando la regola della man destra. Proprio questi tre angoli sono i parametri di Eulero, con cui possono essere esplicitate le matrici di rotazione elementare di questa sequenza, ovvero $R_3(\psi)$, $R_2(\theta)$, $R_1(\phi)$. Poiché la rotazione successiva può essere ricavata mediante il prodotto matriciale fra le matrici di assetto (con la prima rotazione a destra e l'ultima a sinistra), è diretto l'ottenimento della matrice di assetto complessiva \mathbb{R} , che mappa gli assi solidali negli assi fissi.

$$\mathbb{R} = R_{321}(\psi, \theta, \phi) = R_1(\phi)R_2(\theta)R_3(\psi) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ c(\psi)s(\phi)s(\theta) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta) & c(\theta)s(\phi) \\ s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta) & c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.2 Rappresentazioni di assetto

Analogamente, i tre angoli di Eulero della sequenza 321 possono essere ricavati dagli elementi della matrice di assetto utilizzando le seguenti formule:

$$\begin{cases} \theta &= -\sin^{-1}(\mathbb{R}_{1,3}) \\ \psi &= \tan^{-1}\left(\frac{\mathbb{R}_{1,2}}{\mathbb{R}_{1,1}}\right) \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{\mathbb{R}_{2,3}}{\mathbb{R}_{3,3}}\right) \end{cases} \quad (3.9)$$

Si può così notare che l'angolo di pitch ha una duplice ambiguità, in quanto il coseno di tale angolo può essere sia positivo che negativo. Solitamente per risolvere tale ambiguità si sceglie di utilizzare il vincolo $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. In questo modo gli altri due angoli possono essere trovati di conseguenza. Occorre poi notare che esiste una singolarità, detta *Gimble Lock*, per i valori di pitch $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$, con $n \in \mathbb{Z}$. Si può infatti calcolare che:

$$\cos(\theta) = 0 \implies \mathbb{R}_{1,1} = \mathbb{R}_{1,2} = \mathbb{R}_{2,3} = \mathbb{R}_{3,3} = 0 \quad (3.10)$$

Pertanto le espressioni di ϕ e ψ in (3.9) risultano essere indefinite. Questa singolarità quindi non rende possibile la conoscenza esatta degli altri due angoli, ma solamente la loro somma (se multiplo dispari) o la loro differenza (se multiplo pari). Questo è particolarmente visibile con una rotazione attorno a \hat{c}'_2 di -90° , in quanto la rotazione precedente e quella successiva agiscono entrambe sullo stesso asse. Per questo motivo, solamente la somma dei due angoli sarà identificabile, essendo i singoli indistinguibili, come viene mostrato in figura 3.7.

In conclusione, gli angoli di Eulero, rispetto a metodologie più complesse come i quaternioni, permettono una implementazione più semplice e una intuitività nella rappresentazione di assetto che ne favorisce l'utilizzo. Proprio per questo, anche nei codici già presenti nella letteratura della determinazione di assetto che sono stati valutati come riferimento, i quali sfruttano i quaternioni per la loro affidabilità, risulta sempre necessario ricondursi agli angoli di Eulero per avere una parametrizzazione leggibile dall'utilizzatore. Tuttavia, tali parametri soffrono di un fenomeno denominato Gimble Lock, il quale può lederne l'utilizzo. Questo inconveniente è insito nella metodologia

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

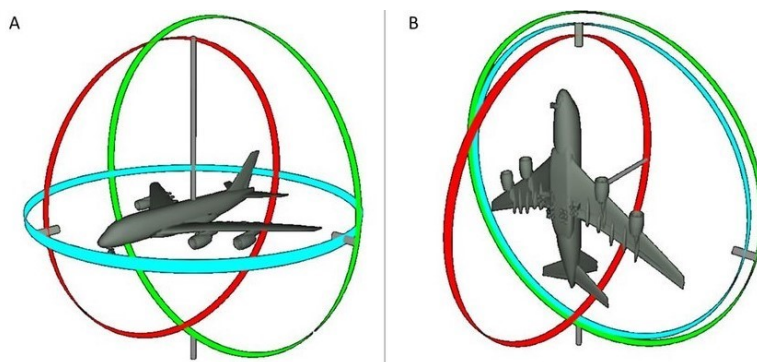


Figura 3.7: Rappresentazione grafica del Gimble Lock [17]

stessa, in quanto qualunque siano i tre parametri usati per ricavare la matrice dei coseni direttori, è dimostrabile che ci saranno sempre delle orientazioni reciproche fra le due terne che non permettono la corrispondenza localmente biunivoca. Il valore di questa orientazione che genera singolarità dipende però dall'ordine delle rotazioni scelte per la definizione degli angoli di Eulero. Per questo, spesso si affronta tale problema andando a ridefinire i parametri con l'avvicinamento all'orientamento che è fonte di errore. Un esempio può essere quello di passare da una sequenza 321 a una 313 (anch'essa molto usata), che invece è caratterizzata da una insorgenza all'instabilità per $\theta = n\pi$, con $n \in \mathbb{Z}$.

3.3 Stima di assetto

In questa sezione vengono presentati alcuni metodi per la determinazione di assetto a tre assi, che equivale alla completa determinazione della matrice di assetto \mathbb{R} , tramite la sensoristica MEMS implementata nell'IMU utilizzata in questa analisi. Come affermato precedentemente, per convenzione, gli angoli di Eulero ricavati vengono valutati in base a dei vincoli, necessari per la risoluzione univoca e quindi senza la presenza di soluzioni multiple.

$$\begin{cases} -180^\circ \leq \psi \leq 180^\circ \\ -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ -180^\circ \leq \phi \leq 180^\circ \end{cases} \quad (3.11)$$

3.3 Stima di assetto

3.3.1 Tramite accelerometro e magnetometro

Alla base dell'utilizzo di accelerometro e magnetometro per l'ottenimento dell'orientamento della piattaforma strapdown, sta il fatto che le misure ottenute dai sensori presenti nell'IMU sono tutte riferite al sistema di riferimento solidale al corpo. Infatti questi sensori, essendo montati sulla piattaforma, modificano le loro misure a seconda dell'orientamento nello spazio dell'IMU. Per questo, la correlazione delle misure con le stesse grandezze fisiche, ma riferite al riferimento fisso, permette l'ottenimento dei parametri rappresentativi dell'assetto.

Si è già discusso il fatto che l'accelerometro sia soggetto sia ad accelerazioni lineari che al campo gravitazionale locale. Supponiamo che il valore delle accelerazioni lineari agenti sul sensore siano trascurabili rispetto alla misura dell'accelerazione gravitazionale. In questo modo, l'accelerometro può essere sfruttato per ricavare il valore di due degli angoli di Eulero, in particolare del pitch e del roll. L'ultimo parametro, l'heading, viene invece ottenuto mediante l'utilizzo del magnetometro. Infatti, l'accelerometro risulta insensibile alle rotazioni attorno a quest'ultimo angolo, ed è dunque necessario l'utilizzo di un secondo sensore per ottenere l'orientazione complessiva. Avendo ipotizzato trascurabili le accelerazioni lineari \vec{a} , si può esprimere la misura in assi corpo dell'accelerometro $\vec{a}_m|_b$ in funzione della matrice di assetto e dell'accelerazione gravitazionale $\vec{g}|_i$, riferita agli assi fissi [11].

$$\vec{a}_m|_b = \begin{pmatrix} a_{m,x} \\ a_{m,y} \\ a_{m,z} \end{pmatrix} = \mathbb{R}(\vec{a}|_i - \vec{g}|_i) \simeq \mathbb{R}(-\vec{g}|_i) \quad (3.12)$$

Dunque, normalizzando e esplicitando la matrice di ottiene:

$$\frac{\vec{a}_m|_b}{\|\vec{a}_m|_b\|} = \mathbb{R} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Da questi risultati viene rimarcata l'insensibilità dell'accelerometro alla rotazione di heading. Non vi è infatti una dipendenza tra le misure dell'accelerometro e l'angolo ψ , in quanto questa rotazione avviene parallelamente al

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

vettore del campo gravitazionale, che quindi rimane immutato. Esplicitando il primo termine:

$$\frac{1}{\sqrt{a_{m,x}^2 + a_{m,y}^2 + a_{m,z}^2}} \begin{pmatrix} a_{m,x} \\ a_{m,y} \\ a_{m,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Da cui si possono ricavare le espressioni per ricavare i due angoli:

$$\begin{cases} \tan(\phi) = \frac{a_{m,y}}{a_{m,z}} \\ \tan(\theta) = \frac{-a_{m,x}\cos(\phi)}{a_{m,z}} = \frac{-a_{m,x}}{\sqrt{a_{m,y}^2 + a_{m,z}^2}} \end{cases} \quad (3.15)$$

Grazie ai vincoli espressi nell'equazione (3.11) non si hanno soluzioni multiple. Infatti, se non si vincola il range angolare di uno dei due angoli si verifica una incertezza. Questo è chiaro se si osserva l'eguaglianza:

$$\begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\pi - \theta) \\ \cos(\pi - \theta)\sin(\phi + \pi) \\ \cos(\pi - \theta)\cos(\phi + \pi) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Inoltre, è anche visibile il problema della singolarità della determinazione del roll. L'equazione (3.15) dimostra che qualsiasi sia la rotazione dell'IMU, il valore di pitch risulta essere sempre definito, in quanto le tre componenti misurate dall'accelerometro non possono essere tutte nulle nello stesso istante, mentre questo non è garantito per il secondo angolo. Se infatti l'asse corpo \hat{x} viene direzionato parallelamente a all'asse \hat{c}_3 , ovvero direzionato lungo la verticale locale, allora $a_{m,y} = a_{m,z} = 0$. Inoltre questa instabilità si verifica anche nelle vicinanze di questa situazione in quanto, con l'avvicinamento a tali orientamenti, il risultato dell'arcotangente risulta instabile e condizionato dall'errore di misura dell'accelerometro, producendo risultati non attendibili. Non vi è una soluzione perfetta e univoca al problema della singolarità dell'angolo roll. Uno stratagemma, che viene spesso utilizzato per la determinazione degli angoli di Eulero definiti mediante la sequenza 321, consiste nell'utilizzo dell'equazione numericamente stabile per il calcolo del pitch, e della modifica della seconda equazione al fine di prevenirne la singolarità.

3.3 Stima di assetto

$$\tan(\phi) = \frac{a_{m,y}}{\text{sign}(a_{m,z})\sqrt{a_{m,z}^2 + \epsilon a_{m,x}^2}} \quad (3.17)$$

Dove la funzione $\text{sign}()$ viene introdotta per fornire il segno ± 1 della componente in \hat{z} , che verrebbe altrimenti perso. In questo modo si introduce nel denominatore una dipendenza, funzione del parametro ϵ , della componente $a_{m,x}$, in modo da prevenire un simultaneo annullamento di entrambi i membri della frazione. Ovviamente questa approssimazione genera una certa percentuale di errore nella determinazione, evitando però l'instabilità numerica.

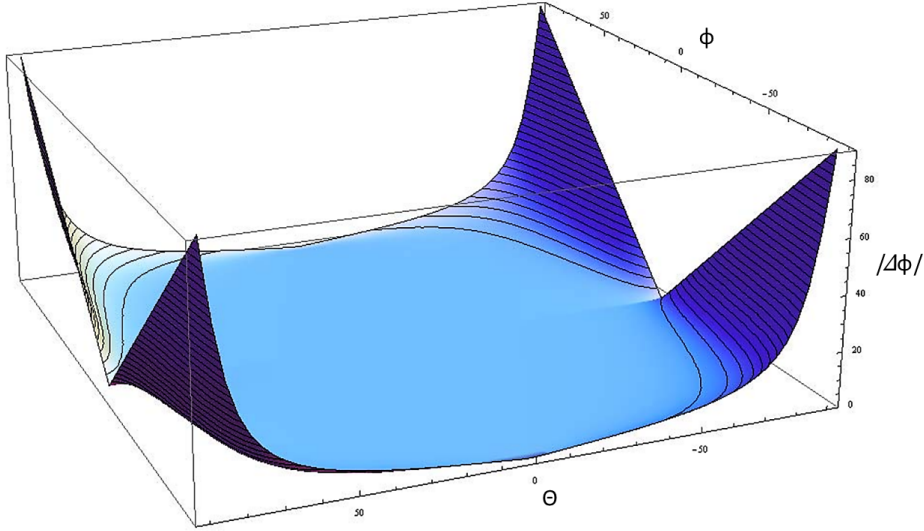


Figura 3.8: Errore nell'approssimazione del roll $|\Delta\phi|$ per $\epsilon = 0.01$ [9]

In figura 3.8 si può osservare che, con l'avvicinamento alla zona di instabilità, l'errore (ricavato come il valore assoluto della differenza delle due formulazioni del roll delle equazioni (3.15) e (3.17)) aumenta, in quanto la equazione (3.17) fa sì che l'angolo roll ottenuto venga forzatamente fatto tendere a zero per ragioni di stabilità, in quanto quest'angolo diviene superfluo poiché non correttamente misurabile.

Per l'ottenimento del terzo angolo di Eulero abbiamo già affermato essere necessario l'utilizzo di un secondo sensore, ovvero del magnetometro, che misura il vettore campo magnetico terrestre \vec{B} .

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

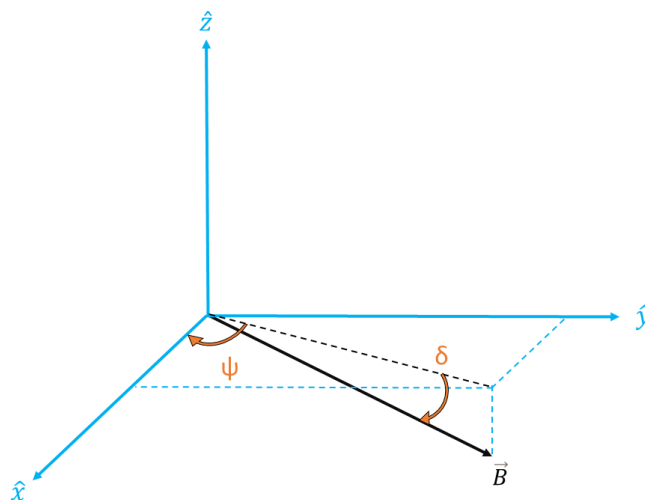


Figura 3.9: Misura del campo geomagnetico con sensore orizzontale

È immediato comprendere che, a sensore perfettamente orizzontale, sarebbe semplice la formulazione dell'angolo heading a partire dalle misure del magnetometro, come mostrato in figura 3.9. Infatti, seppur il vettore geomagnetico appare inclinato dell'angolo δ , come spiegato nel paragrafo 2.4, in questo caso si potrebbe ricavare l'angolo di imbardata dalla seguente relazione:

$$\tan(\psi) = \frac{-B_{m,y}}{B_{m,x}} \quad (3.18)$$

Infatti si osserva che la componente orizzontale misurata del campo magnetico terrestre punta sempre verso nord, mentre la componente verticale è dipendente dal luogo della misura. Poiché però in generale l'orientazione dell'IMU non è orizzontale, occorre utilizzare le letture fornite dall'accelerometro per poter ricavare la misura dell'angolo ψ . È importante sottolineare che al fine di determinare quest'angolo non è necessaria né la conoscenza del modulo dell'intensità del campo magnetico locale, in quanto sono utilizzate solamente le informazioni fornite dalla direzione e dal verso di questo vettore, né l'informazione dell'angolo di inclinazione magnetica, che si semplifica nei calcoli. Seguendo il procedimento fatto per le misure dell'accelerometro, anche quelle del magnetometro possono essere relazionate con il campo magnetico, riferito agli assi fissi.

3.3 Stima di assetto

$$\vec{B}_m|_b = \begin{pmatrix} B_{m,x} \\ B_{m,y} \\ B_{m,z} \end{pmatrix} = \mathbb{R}\vec{B}|_i = R_1(\phi)R_2(\theta)R_3(\psi)\|\vec{B}\| \begin{pmatrix} \cos(\delta) \\ 0 \\ \sin(\delta) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Per ottenere l'heading dunque si utilizzano gli angoli di Eulero ricavati dall'accelerometro per fare una rotazione inversa, detta de-rotazione:

$$R_3(\psi)\vec{B}|_i = R_2(-\theta)R_1(-\phi)\vec{B}_m|_b \quad (3.20)$$

Andando ad esplicitare il primo termine:

$$\begin{aligned} R_3(\psi)\vec{B}|_i &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \|\vec{B}\| \begin{pmatrix} \cos(\delta) \\ 0 \\ \sin(\delta) \end{pmatrix} \\ &= \|\vec{B}\| \begin{pmatrix} \cos(\psi)\cos(\delta) \\ -\sin(\psi)\cos(\delta) \\ \sin(\delta) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

E il secondo termine:

$$\begin{aligned} R_2(-\theta)R_1(-\phi)\vec{B}_m|_b &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_{m,x} \\ B_{m,y} \\ B_{m,z} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} B_{m,x}c(\theta) + B_{m,y}s(\theta)s(\phi) + B_{m,z}s(\theta)c(\phi) \\ B_{m,y}c(\phi) - B_{m,z}s(\phi) \\ -B_{m,x}s(\theta) + B_{m,y}c(\theta)s(\phi) + B_{m,z}c(\theta)c(\phi) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} B_{f,x} \\ B_{f,y} \\ B_{f,z} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Dove \vec{B}_f rappresenta il vettore del campo magnetico misurato in assi solidali dopo la de-rotazione che riporta il sistema di riferimento nel piano orizzontale in cui $\theta = \phi = 0^\circ$. Si ottiene perciò in questo modo, avendo esplicitato tutti i termini dell'equazione (3.20), l'espressione dell'angolo di heading dalle prime due componenti del sistema:

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\vec{B}\| \cos(\psi) \cos(\delta) = B_{f,x} \\ -\|\vec{B}\| \sin(\psi) \cos(\delta) = B_{f,y} \\ \|\vec{B}\| \sin(\delta) = B_{f,z} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

$$\Rightarrow \tan(\psi) = \frac{-B_{f,y}}{B_{f,x}} = \frac{B_{m,z}s(\phi) - B_{m,y}c(\phi)}{B_{m,x}c(\theta) + B_{m,y}s(\theta)s(\phi) + B_{m,z}s(\theta)c(\phi)} \quad (3.24)$$

In conclusione, attraverso la funzione arcotangente e le equazioni (3.15) per il pitch, (3.17) per il roll e (3.24) per l'heading, si possono determinare i tre parametri di assetto mediante l'uso simultaneo di accelerometro e magnetometro.

3.3.2 Tramite giroscopio

Il giroscopio è un sensore che, permettendo la misura delle velocità angolari $\vec{\omega}|_b$ riferite al sistema solidale, può essere utilizzato in autonomia per conoscere la variazione relativa dell'orientazione nel tempo. A differenza di quanto accade per accelerometro e magnetometro, non viene utilizzato un riferimento fisico esterno, ma si sfrutta il processo di integrazione delle misure. Questo procedimento è molto simile a quello sfruttato per ricavare la velocità e la posizione nello spazio dell'IMU a partire dalla conoscenza dell'accelerazione lineare data dall'accelerometro. Tale operazione però provoca l'accumulo di errore che genera risultati inaccurati dopo un certo intervallo di tempo, dipendente dalla qualità del sensore stesso e dalla sua calibrazione. Inoltre, per lo stesso motivo, un utilizzo autonomo del giroscopio non permette la determinazione dell'assetto rispetto al sistema di riferimento fisso LVLH, ma solamente rispetto all'orientazione iniziale della piattaforma.

Nel processo d'integrazione non si vanno però ad utilizzare direttamente le misure del giroscopio, in quanto tali velocità angolari, essendo espresse nel sistema di riferimento corpo, si differenziano dalle derivate degli angoli di Eulero $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$, che sono invece definite rispettivamente nel sistema di riferimento fisso e nei sistemi di riferimento ausiliari $(\mathcal{C}'_1, \mathcal{C}'_2, \mathcal{C}'_3)$ e $(\mathcal{C}''_1, \mathcal{C}''_2, \mathcal{C}''_3)$. Per ottenere le derivate utili per l'operazione di integrazione occorre quindi riferire le misure del giroscopio negli specifici sistemi di riferimento utilizzati per definire gli angoli di Eulero, osservabili in figura 3.6. In modo analogo

3.3 Stima di assetto

possiamo calcolare le velocità angolari riferite agli assi corpo partendo dalle derivate degli angoli di Eulero:

$$\begin{aligned}
 \vec{\omega}|_b &= R_1(\phi) \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_1(\phi)R_2(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R_1(\phi)R_2(\theta)R_3(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_1(\phi) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R_1(\phi)R_2(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta}c(\phi) \\ -\dot{\theta}s(\phi) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -s(\theta)\dot{\psi} \\ c(\theta)s(\phi)\dot{\psi} \\ c(\theta)c(\phi)\dot{\psi} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Da cui si ottiene, mediante pochi passaggi algebrici, il sistema di equazioni differenziali ordinarie non lineari dette *equazioni cinematiche di propagazione degli angoli di Eulero*.

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \omega_{m,x} + \omega_{m,y}\sin(\phi)\tan(\theta) + \omega_{m,z}\cos(\phi)\tan(\theta) \\ \dot{\theta} = \omega_{m,y}\cos(\phi) - \omega_{m,z}\sin(\phi) \\ \dot{\psi} = \omega_{m,y}\frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} + \omega_{m,z}\frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{cases} \tag{3.26}$$

Da questo sistema si può notare la presenza del problema del Gimble Lock, in quanto la divisione per il $\cos(\theta)$ provoca una singolarità per un pitch che si avvicina a $\pm 90^\circ$. Inoltre si osserva che per piccoli valori di pitch e roll le misure del giroscopio sono approssimabili alle derivate degli angoli di Eulero.

3.3.3 Filtro complementare

Nel paragrafo 3.3.1 abbiamo assunto come ipotesi iniziale che il valore delle accelerazioni lineari \vec{a} sia trascurabile rispetto al valore di quella gravitazionale. Se questo non dovesse accadere, le prestazioni della determinazione di assetto ottenuta sfruttando il solo accelerometro andrebbero a degradarsi. L'accelerometro è molto soggetto al fenomeno delle vibrazioni, le quali introducono accelerazioni lineari che intaccano il suo utilizzo. Inoltre, le misure di accelerometro e magnetometro risultano essere rispettivamente rumorose

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

e soggette a disturbi magnetici esterni. D'altro canto il giroscopio fornisce una buona lettura dinamica meno affetta dal rumore di misura, ma ha lo svantaggio di non possedere un riferimento esterno. Questo fa sì che il suo utilizzo autonomo non permetta l'ottenimento di una orientazione riferita ad un particolare sistema di riferimento fisso, ma solo la conoscenza di come si modifica l'orientamento del sistema di riferimento corpo nel tempo. D'altronde, seppur ottimo nella determinazione di assetto di breve periodo, il giroscopio subisce la condizione di *drift* di lungo periodo, ovvero un accumulo di errore che, se non corretto, provoca risultati poco accurati che divergono nel tempo dalla soluzione reale. Per questo motivo viene utilizzata la tecnica del *Sensor Fusion*, ovvero l'utilizzo parallelo di tutti e tre i sensori, al fine di sfruttare i punti di forza di ognuno di essi, e mitigarne il più possibile i punti deboli. Si vuole perciò combinare le informazioni ottenute da tutti e tre i sensori per produrre una determinazione di assetto accurata e affidabile nel breve e nel lungo periodo, oltre che resistente alle vibrazioni.

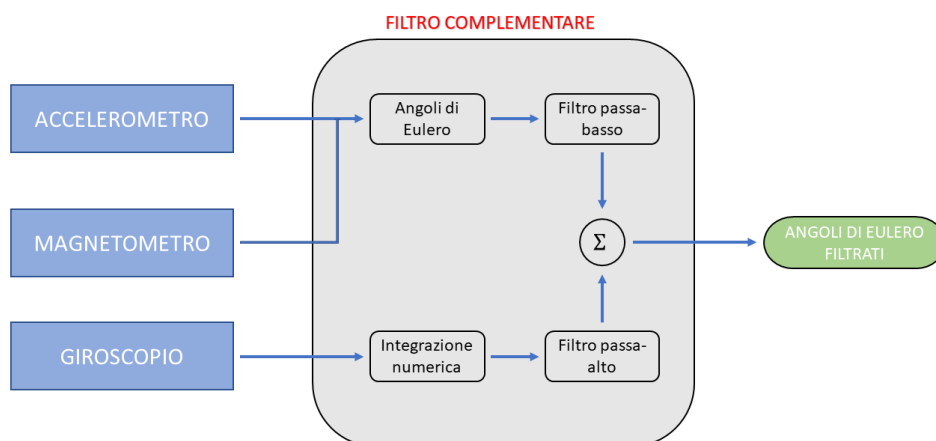


Figura 3.10: Schema di funzionamento del filtro complementare

Esistono in letteratura diverse tecniche di Sensor Fusion, ma in questa sede si è cercato di sviluppare e valutare la funzionalità del cosiddetto "filtro complementare" [7]. Il più grande punto di forza di questo filtro risiede sicuramente nel suo ridotto costo computazionale e della sua semplicità. Per questo, risulta essere un filtro molto adatto per microcontrollori economici,

3.3 Stima di assetto

dotati di prestazioni e memorie ridotte.

Il principio operativo di questo filtro risiede nel combinare le informazioni provenienti da due fonti differenti, che risultano affidabili per la lettura di rotazioni in modo complementare, in quanto una valida per la misura di breve periodo, mentre l'altra per le letture di lungo periodo. Come mostrato in figura 3.10, possiamo in generale dividere il funzionamento di questo filtro in due fasi, ovvero lo step di "predizione" e di "correlazione". Nella prima fase si vanno ad integrare le derivate degli angoli di Eulero, mentre nella seconda fase si comparano i due angoli ottenuti dalle diverse fonti, dopo averli filtrati. Dato il generico angolo di Eulero filtrato α , il suo valore è calcolato secondo la seguente formulazione lineare:

$$\alpha = k \left(\int \dot{\alpha}_g dt \right) + (1 - k) \alpha_{am} \quad (3.27)$$

Indicando con α_{am} il suo valore ottenuto dall'accelerometro e magnetometro, e $\dot{\alpha}_g$ il valore della sua derivata ottenuta dal giroscopio. Questa espressione equivale alla somma dei dati dell'accelerometro/magnetometro filtrati attraverso un *filtro passa-basso*, e dei dati provenienti dal giroscopio filtrati *passa-alto*. Un parametro fondamentale dei filtri è la *frequenza di taglio*, la quale rappresenta il limite tra la banda passante e la banda attenuata. Nello specifico, viene definita come la frequenza per cui il modulo del segnale viene ridotto di -3 decibel rispetto al valore della banda passante. Filtrare passa-basso i dati ottenuti dai sensori permette di ridurre l'influenza del rumore sulle misure, andando ad attenuare le frequenze elevate del segnale in ingresso. Il filtro passa-alto d'altronde permette di non essere affetti da cambiamenti di lungo periodo indesiderati, come ad esempio dai drift delle misure, eliminando le frequenze basse del segnale in ingresso al filtro.

Dunque, per ogni angolo vi è un solo parametro del filtro complementare k da ricavare sperimentalmente e impostare. Questo parametro corrisponde in generale a quanta fiducia viene riposta nella lettura del giroscopio rispetto agli altri due sensori. Dipende dalla scelta della frequenza di taglio del filtro e dalla differenza di tempo dt fra due successive iterate dell'algoritmo di determinazione d'assetto.

3. Modello matematico per la determinazione di assetto

$$k = \frac{\tau}{\tau + dt} \quad (3.28)$$

La costante di tempo τ è l'inverso della frequenza di taglio del filtro, e rappresenta il periodo di tempo che un segnale deve durare per passare o essere attenuato dal filtro. In particolare, per il filtro complementare, un segnale di durata maggiore del valore scelto per τ passerà inalterato se proveniente dalla coppia di sensori e verrà invece attenuato se proveniente dal giroscopio, mentre l'opposto accadrà per segnale di durata inferiore. In questo modo si ottiene una buona affidabilità sia di breve che di lungo periodo. Come in molti progetti ingegneristici la scelta di questo valore risulta in un compromesso, nel nostro caso fra l'influenza del drift del giroscopio e la rumorosità della seconda fonte di informazioni. La complementarità di questo filtro si può notare dal fatto che le due fonti del filtro sono moltiplicate per coefficienti che sommati danno il valore unitario.

In questo design, il giroscopio fornisce informazioni resistenti alle vibrazioni e accurate nel breve periodo, mentre l'accelerometro e il magnetometro assieme forniscono misure stabili e affidabili nel lungo periodo, e quindi possono essere usate per correggere le prime misure e per fornire un riferimento esterno.

Capitolo 4

Calibrazione

Un passaggio preliminare fondamentale al fine di ottenere risultati accurati e affidabili risiede nel processo di calibrazione dei sensori. Questo permette di compensare parzialmente gli errori di misura ai quali sono soggetti i sensori. Questi, prodotti e messi in commercio, nella quasi totalità dei casi possiedono già una calibrazione di fabbrica, la quale può però fornire risultati non sufficientemente precisi per l'utilizzo pratico. Ciò può essere dovuto ad errori dovuti all'invecchiamento e all'utilizzo del prodotto, ma spesso anche la variazione di temperatura può essere un fattore determinante. Cambi di temperatura esterna o interna al sensore possono portare alla necessità di dover ricalibrare gli stessi. Ogni sensore presente nell'IMU necessita una calibrazione a sé stante, che viene fatta senza la necessità di informazioni esterne sul campo locale gravitazionale né su quello magnetico, ma sfruttando solamente i dati grezzi ottenuti dai sensori stessi e software terzi per il post-processing dei dati.

4.1 Errori di misura

I sensori basati sulla tecnologia MEMS sono in generale affetti da diverse tipologie di errori, che possono essere divisi in due grandi categorie:

1. *Errori di misura deterministici*: variano lentamente nel tempo, ma possono anche modificarsi in funzione della temperatura o a causa del-

l'usura. Fanno parte di questa tipologia gli offsets, i fattori di scala e i disallineamenti. Questi errori vengono corretti in fase di calibrazione.

2. *Errori di misura stocastici*: dovuti a processi randomici, l'effetto dei quali sulle misure può essere approssimato come rumore bianco. Questa tipologia di errore viene ridotta di influenza tramite il processo di configurazione, descritto nel capitolo 5.

4.1.1 Comuni a tutti i sensori

Andando a semplificare il problema, si può complessivamente definire \vec{v}_m come la misura, affetta da errori, di una grandezza vettoriale \vec{v} . Questa grandezza può essere ottenuta come funzione di un offset \vec{b} e di una matrice N , dovuta a fattori di scala e disallineamenti.

$$\vec{v}_m|_b(t) = \mathbb{R}N(SF, Dis)\vec{v}|_i(t) + \vec{b}(t) \quad (4.1)$$

Perciò, i generici errori di misura di cui sono affetti i sensori basati su tecnologia MEMS sono:

- *Offset*: rappresenta il valor medio dell'uscita del sensore quando l'accelerometro (o il giroscopio) è in realtà fermo (con velocità angolare nulla). È legato principalmente a difetti costruttivi.
- *Errori di disallineamento*: sono dovuti alla non perfetta ortogonalità degli assi di misura del sensore.
- *Fattori di scala*: è un errore proporzionale lineare che può essere corretto con un termine moltiplicativo. Questo tipo di disturbo è maggiormente influente nel caso di brusche accelerazioni o rotazioni. Si tratta perciò di una matrice diagonale.
- *Rumore bianco*: può essere pensato come una successione molto rapida di valori aleatori (random) senza alcuna correlazione tra loro, a media nulla. Il rumore termo-meccanico gaussiano bianco varia molto più velocemente rispetto al periodo di campionamento del sensore (agisce a frequenze più elevate).

4.2 Processo di calibrazione

4.1.2 Specifici del magnetometro

A differenza degli accelerometri e giroscopi basati sulla tecnologia MEMS, che usano elementi meccanici non affetti da componenti elettromagnetici presenti nel circuito stampato, i magnetometri sono sensibili a modifiche del campo magnetico locale dovuto ai componenti del circuito [12]. Le distorsioni del campo magnetico terrestre, misurato dal sensore, sono generalmente classificate come "iron effect" e sono divisibili in due categorie:

- *Hard-iron effect*: è prodotta da materiali che posseggono un proprio campo magnetico costante, che si va a sommare al campo magnetico terrestre.
- *Soft-iron effect*: è prodotta da materiali che non generano un proprio campo magnetico, ma influenzano, o modificano, un campo magnetico esterno.

Se ipotizzassimo di leggere le misure del magnetometro non affette da alcun tipo di errore allora, mediante una rotazione nello spazio del sensore, si dovrebbe ottenere una sfera centrata nell'origine di raggio pari alla intensità del campo magnetico locale. D'altro canto, la presenza di effetti di distorsione magnetica risulta in un ellissoide (a causa del Soft-effect) non più centrato nell'origine (a causa dell'Hard-effect).

4.2 Processo di calibrazione

Il processo di calibrazione consiste nella ricerca dei parametri di calibrazione, solitamente raggruppati in forma matriciale, tramite l'ottenimento di dati grezzi e la conoscenza di come gli errori appena descritti modificano la natura delle misure. Si basa inoltre su un algoritmo implementato in codice Arduino, osservabile in appendice A, oltre che all'utilizzo del software di terze parti *Magneto v1, 2*.

4.2.1 Giroscopio

Poiché il fattore di scala di un giroscopio ha un entità moderata ed è difficile da misurare, la calibrazione consiste nella sola ricerca del vettore di offset.

Quest'ultimo può essere trovato facendo la media di un numero arbitrario di campioni, avendo allo stesso tempo il sensore completamente fermo. In questa maniera si riesce ad eliminare il rumore di misura, che si può assumere essere bianco con buona approssimazione. La differenza tra la media calcolata e lo zero, che sappiamo essere la "vera" velocità angolare durante l'esperimento, è esattamente il vettore richiesto per correggere le misure. Pertanto, il processo di calibrazione del giroscopio consiste nel posizionare il sensore su una superficie stabile, far partire il programma e ottenere i tre parametri di calibrazione. Per ottenere poi le successive misure accurate si dovrà sottrarre ad ogni misura il vettore di offset.

$$\vec{\omega}_{cal|b} = \vec{\omega}_m|b - \vec{b} \quad (4.2)$$

4.2.2 Magnetometro

È possibile calibrare il magnetometro senza una conoscenza a priori della direzione del nord magnetico. Il processo di calibrazione del magnetometro consiste nel ricavare nove parametri, i quali vengono raggruppati in un vettore e una matrice simmetrica, e che permettono di riportare le misure ad una forma sferica e centrata nell'origine.

$$\vec{B}_{cal|b} = N^{-1} \vec{B}_m|b - \vec{b} \quad (4.3)$$

Esistono differenti software che permettono di ottenere i parametri di calibrazione partendo dalle misure grezze lette dal sensore, come MotionCal e Magneto v1,2. Pertanto, il processo di calibrazione consiste nel ruotare la piattaforma per ottenere un buon numero di dati ben distanziati nello spazio e fornire i dati così ottenuti al software di calcolo.

4.2.3 Accelerometro

Per calibrare l'accelerometro utilizziamo la misura dell'accelerazione di gravità, raccogliendo le misure per diversi orientamenti come è stato fatto per il magnetometro, ma fatte a sensore fermo, in modo da annullare la accelerazione lineare sulla piattaforma. Viene poi utilizzato il software Magneto

4.3 Verifica calibrazione

v1.2, che elabora i dati grezzi e fornisce i parametri correttivi. Gli errori deterministici infatti deformano la forma sferica delle misure e la traslano nello spazio. Analogamente a quanto visto nell'equazione (4.3), anche per l'accelerometro la correzione dei dati ottenuti successivamente alla fase di calibrazione viene fatta come segue:

$$\vec{a}_{cal|b} = N^{-1}\vec{a}_m|b - \vec{b} \quad (4.4)$$

4.3 Verifica calibrazione

A seguire sono riportati i valori che dimostrano la qualità del processo di calibrazione implementato, confermando un effettivo miglioramento dei dati ottenuti dai tre sensori.

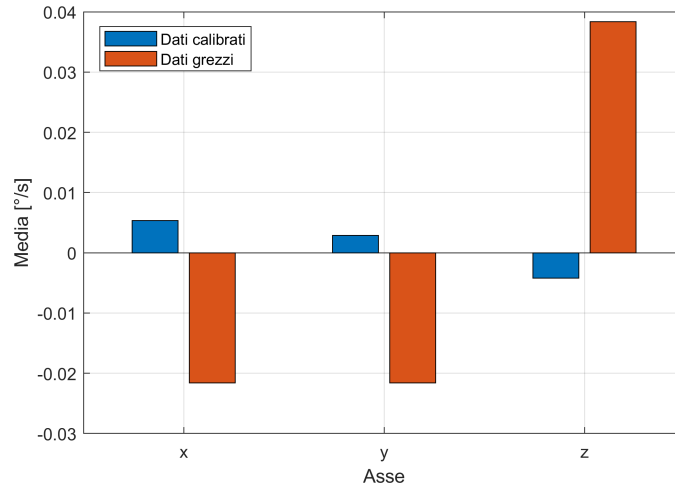


Figura 4.1: Verifica calibrazione giroscopio

Per il giroscopio in figura 4.1 può osservare che, dopo il processo di calibrazione, i dati ottenuti successivamente, corretti dall'offset, risultano avere una media più vicina al valore nullo. In particolare la percentuale di cui si è ridotto l'offset è (75.14%, 86.71%, 88.99%). Il residuo è dovuto al fatto che il rumore non è perfettamente bianco. Inoltre, i giroscopi sono soggetti al fenomeno denominato *bias drift*. Questo consiste in una variazione del valore dei parametri di calibrazione in dipendenza del tempo e della temperatura.

4. Calibrazione

Per questo motivo una singola calibrazione nel caso dei giroscopi può non essere sufficiente per un utilizzo a lungo termine, ma è invece richiesta una ricalibrazione ad intervalli.

Per quanto riguarda il magnetometro e l'accelerometro, in figura 4.2 si osserva graficamente il processo di calibrazione, che riporta la nube di punti misurati ad essere centrata nell'origine degli assi. Inoltre, attraverso la diminuzione della SD (Standard Deviation) ottenuta rispetto alla superficie sferica fittata ai minimi quadrati si conferma la qualità della calibrazione. I valori numerici di questi miglioramenti sono forniti nella tabella 4.1, la quale sottolinea che guadagni ottenuti dalla fase di calibrazione sono duplici: il centro delle misure si avvicina considerevolmente all'origine e la deviazione standard si riduce.

Magnetometro	Dati grezzi	Dati calibrati
Centro (x) [μT]	24.4342	-0.031256
Centro (y) [μT]	21.2542	0.554266
Centro (z) [μT]	34.0833	0.269163
SD [μT]	3.562626	1.590927
Accelerometro	Dati grezzi	Dati calibrati
Centro (x) [m/s^2]	-0.149423	0.009258
Centro (y) [m/s^2]	-0.447617	-0.033995
Centro (z) [m/s^2]	0.185003	-0.006746
SD [m/s^2]	0.258155	0.030530

Tabella 4.1: Verifica calibrazione magnetometro e accelerometro

4.3 Verifica calibrazione

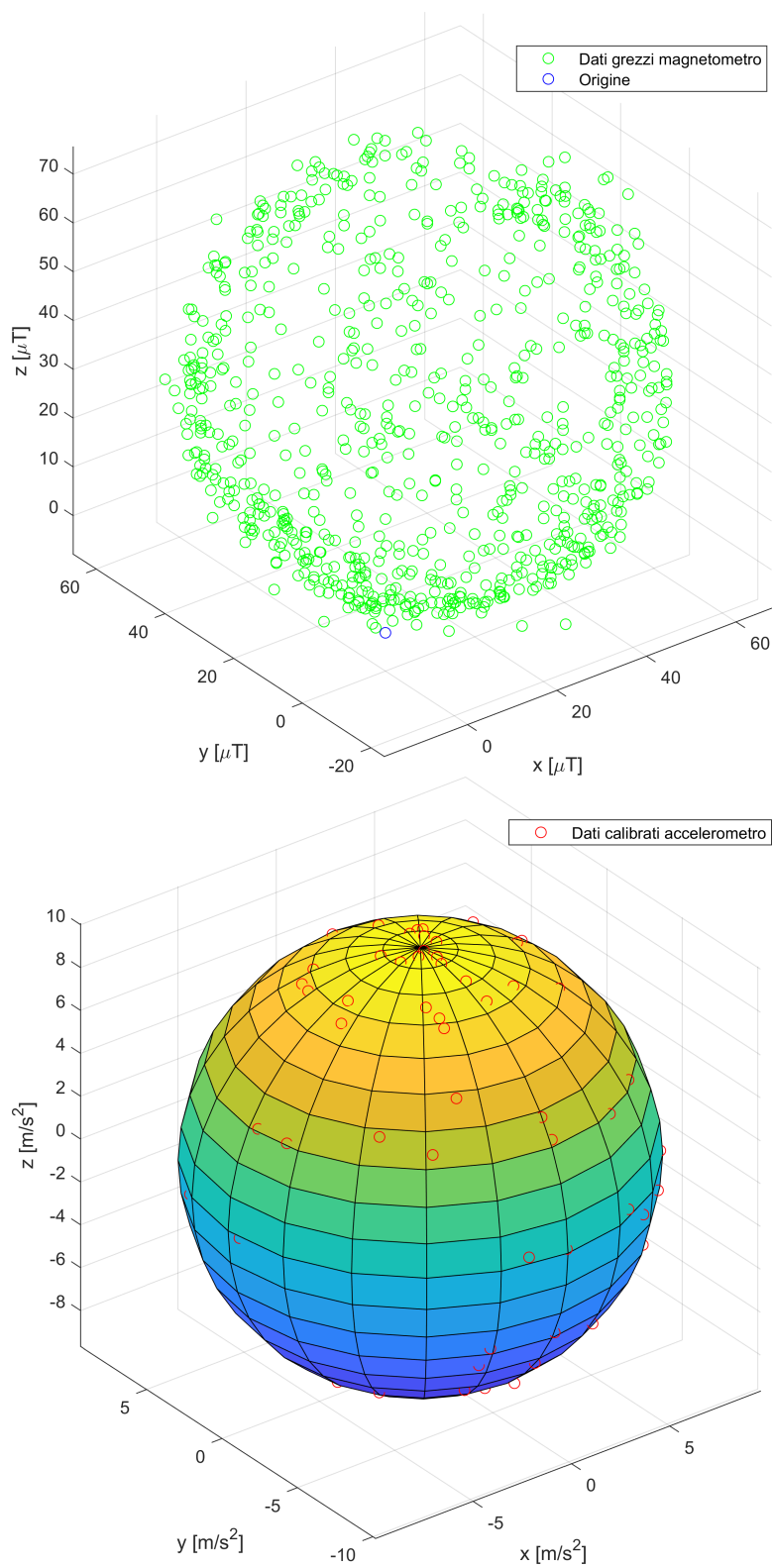


Figura 4.2: Verifica calibrazione magnetometro e accelerometro

Capitolo 5

Configurazione

In questo capitolo verranno discusse le fasi di configurazione dei sensori e del filtro complementare. Verrà quindi trattata l'implementazione del filtro complementare in ambiente Arduino, assieme alla configurazione dell'IMU Arduino 9-Axis. Il codice del filtro è riportato nell'appendice B.

5.1 Configurazione dei sensori

Assieme alla calibrazione, un'altra fase necessaria al fine di ottenere una migliore stima di assetto è quella della configurazione dei tre sensori dell'IMU. Difatti, le aziende produttrici di questi sensori permettono di interagire tramite software con il microcontrollore presente nella schedina, al fine di modificarne i parametri caratteristici. A differenza della fase di calibrazione, la quale necessita di aggiornamenti relativamente frequenti, ed è dipendente dal luogo dei test, la fase di configurazione non richiede particolari modifiche nel tempo. Una volta trovata la migliore combinazione dei parametri di configurazione, sviluppo che deve essere svolto con prove sperimentali, questi rimarranno inalterati nelle prove successive. Di seguito vengono descritti quali sono tali parametri e vengono mostrati i risultati sperimentali ottenuti, che hanno permesso di scegliere il migliore assortimento di parametri e pre-filtraggi per ognuno dei tre sensori.

5.1.1 Teoria dei segnali

Il fondamento della teoria dei segnali è sicuramente il *teorema del campionamento di Nyquist-Shannon*, il cui enunciato afferma che "data una funzione la cui trasformata di Fourier sia nulla al di fuori di un certo intervallo di frequenze (ovvero un segnale a banda limitata), nella sua conversione analogico-digitale la minima frequenza di campionamento necessaria per evitare aliasing e perdita di informazione nella ricostruzione del segnale analogico originario (ovvero nella riconversione digitale-analogica) deve essere maggiore del doppio della sua frequenza massima" [6]. Difatti, questo teorema introduce le definizioni di diversi parametri caratteristici, quali la frequenza di campionamento e la larghezza di banda. Di seguito vengono trattati i parametri caratteristici che, tramite l'algoritmo implementato, possono essere modificati dall'utente:

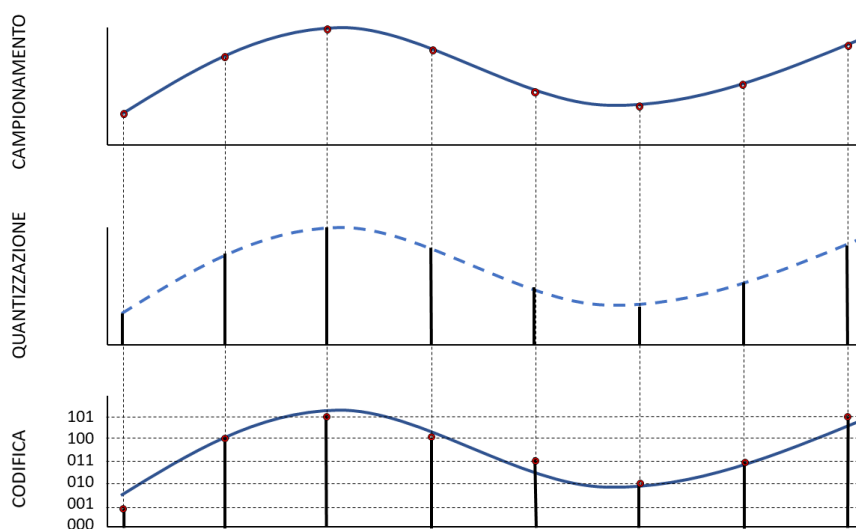


Figura 5.1: Digitalizzazione di un segnale analogico

- *Larghezza di banda*: rappresenta l'intervallo di frequenze di un segnale che può essere letto dal sensore senza perdita di informazioni. Per il teorema appena descritto è correlata alla nozione di frequenza di campionamento f_c , ovvero il numero di misure ottenute dal sensore nell'unità di tempo.

5.1 Configurazione dei sensori

- *Range*: rappresenta il valore massimo e minimo dell'entità misurata che il sensore riesce a stimare correttamente. Risulta indissolubilmente legata al concetto di accuratezza e sensibilità. Di fatti, essendo il sensore dotato di un convertitore analogico-digitale caratterizzato da un finito numero di bits, ciò implica che le possibili combinazioni binarie sono limitate (ad esempio il giroscopio in esame avendo 16-bit ha $2^{16} = 65536$ possibili combinazioni). Ciò dipende dal modo in cui una misura analogica viene digitalizzata, osservabile in figura 5.1. Per questo motivo, la scelta di tale parametro risulta nel compromesso tra una migliore accuratezza e sensibilità o un alto range, il quale permette di non subire il fenomeno della saturazione, permettendo di misurare ad esempio velocità angolari elevate senza essere limitati da questo vincolo.

5.1.2 Pre-filtraggio dei dati

Nel paragrafo 3.3.3 è stata discussa l'importanza della scelta della frequenza di taglio di un filtro passa-alto o passa-basso, al fine di ridurre l'influenza degli errori di misura stocastici (rumore) e dei cambiamenti di lungo periodo indesiderati (drift). Comunque, non è necessaria un'ulteriore implementazione di un pre-filtro passa-alto su alcun sensore, in quanto tale risultato viene già realizzato dal filtro complementare sull'unico sensore che ne richiede l'impiego, ovvero il giroscopio.

I *filtri digitali* permettono un miglioramento di segnali digitalizzati mediante processi di calcolo matematico e si differenziano dai *filtri analogici*, i quali sono composti da circuiti elettronici e agiscono direttamente sui segnali analogici. I sensori presenti nell'IMU vengono preventivamente filtrati passa-basso mediante l'uso di software implementati nel microcontrollore, che può essere regolato dall'utente andando a modificare la larghezza di banda richiesta. Di fatti, come molti sensori messi in commercio, nell'impostare la banda si va a modificare la frequenza di taglio del filtro digitale che viene usato per leggere le sole frequenze richieste. Per questo motivo, anche la scelta della larghezza di banda, come è accaduto per il range, è frutto di un compromesso. Occorre valutare se si necessita di una frequenza di campionamento del

sensore elevata, ottenendo un buon comportamento dinamico, oppure di una misura meno affetta dal rumore.

Esiste ovviamente anche la possibilità di utilizzare ulteriori tipologie di filtri digitali implementabili in codice algoritmico, come i filtri FIR (Finite Impulse Response). Questi filtri digitali sono caratterizzati da una risposta di durata limitata ad un generico ingresso finito, in quanto la risposta tende a zero dopo un certo intervallo di tempo. Il loro comportamento può essere assimilato a filtri passa-alto o passa-basso a seconda della scelta degli opportuni coefficienti. Questa tipologia di filtri causale e tempo-discreta permette di utilizzare le letture passate del sensore per andare a filtrare la misura corrente. Il metodo di ottenimento dei coefficienti del filtro ne conferisce spesso il nome. In questa sede sono stati presi in considerazione diverse tipologie di questi filtri, fra cui in particolare il *Simple Moving Average* SMA, il quale è un semplice filtro FIR a coefficienti unitari, fornendo quindi sempre la media di un certo numero di ultime letture.

5.2 Verifica configurazione e pre-filtraggio

La piattaforma 9 Axes Motion Shield di Arduino viene ovviamente fornita con una configurazione predefinita, mostrata nella tabella 5.1, che però può essere modificata per ottenere migliori prestazioni nell'utilizzo pratico, andando a settare diversamente i parametri della configurazione. Si nota perciò che la configurazione dei tre sensori non risulta essere la medesima, in quanto dissimile tra magnetometro e i restanti sensori. Se nell'accelerometro e nel giroscopio non risulta possibile selezionare la frequenza di campionamento del sensore, ma solo la larghezza di banda del pre-filtro passa-basso BW (Bandwidth) e il range, d'altro canto il magnetometro permette l'uso di più modalità di utilizzo (Low Power, Regular, Enhanced Regular, High Accuracy), fra cui quella di maggiore interesse per la nostra applicazione è la cosiddetta "High Accuracy".

Difatti, alla fine delle verifiche sperimentali è stato riscontrato che la migliore configurazione possibile per i tre sensori, per l'utilizzo richiesto in questa analisi, è quella espressa nella tabella 5.2, con inoltre un ulteriore pre-filtraggio

5.2 Verifica configurazione e pre-filtraggio

Sensore	Range	BW	f_c	Modalità
Accelerometro	$\pm 4g$	$62.5Hz$	-	-
Giroscopio	$\pm 2000^\circ/s$	$32Hz$	-	-
Magnetometro	-	-	$10Hz$	Regular

Tabella 5.1: Valori predefiniti dei parametri configurabili dell'IMU

dei dati del magnetometro tramite un filtro SMA, al fine di ridurre il rumore di misura.

Sensore	Range	BW	f_c	Modalità
Accelerometro	$\pm 2g$	$15.63Hz$	-	-
Giroscopio	$\pm 2000^\circ/s$	$32Hz$	-	-
Magnetometro	-	-	$30Hz$	High Accuracy

Tabella 5.2: Configurazione IMU con le migliori performance

5.2.1 Accelerometro

L'effetto dei parametri di configurazione sulle misure dell'accelerometro è stato studiato sia osservando la variazione delle misure lette dal sensore, che tenendo come riferimento i due angoli di Eulero ottenuti tramite questo sensore, ovvero pitch e roll, dalle rispettive equazioni (3.15) e (3.17). Ottenendo questi risultati a sensore immobile collocato su un piano orizzontale, in modo da poter assumere i valori dei due angoli nulli, si è riuscito a ricavare risultati che manifestano l'entità degli errori in maniera più intuitiva. Come appena discusso, questo procedimento per l'accelerometro si basa sulla scelta di due parametri caratteristici, ovvero il valore del range e della larghezza di banda. In tabella 5.3 viene mostrato come il cambiamento del parametro del range influisca sull'errore di misura. Per questa analisi è stato sempre mantenuto inalterato il valore della larghezza di banda, lasciato a valore predefinito, e si è analizzata la lettura statica dei due angoli di Eulero, in modo da osservare direttamente l'impatto del rumore sulle misure. Questo parametro non è espresso in m/s^2 , tipica unità di misura delle accelerazioni nel sistema internazionale di unità di misura, ma in g . Tale costante rappresenta il modulo

Range [g]	SD pitch [$^\circ$]	SD roll [$^\circ$]
± 2	0.065238	0.069346
± 4	0.061805	0.076713
± 8	0.072688	0.075098
± 16	0.093564	0.091939

Tabella 5.3: Verifica configurazione accelerometro, range

dell'accelerazione gravitazionale locale. Si può notare che il miglioramento della accuratezza delle misure non risulta particolarmente influenzato da questo cambiamento. Ciononostante, è anche necessario considerare che l'accelerometro viene utilizzato in questa sede come misuratore di accelerazione di gravità, vettore di ovvia lunghezza $1g$, perciò non si rischia di perdere informazioni per colpa della saturazione andando a settare un range basso, in quanto accelerazioni lineari inducono solamente un errore nella determinazione di assetto. Per questo motivo è stato scelto come valore ottimale il più restrittivo, che risulta valido e con basso livello di errore.

BW [Hz]	SD pitch [$^\circ$]	SD roll [$^\circ$]
7.81	0.028050	0.033564
15.63	0.033381	0.043974
31.25	0.039838	0.056673
62.5	0.065645	0.068607
125	0.080156	0.108186
500	0.166154	0.199679
1000	0.180665	0.201224

Tabella 5.4: Verifica configurazione accelerometro, BW

In tabella 5.4 sono invece studiati i miglioramenti ottenibili andando a modificare la larghezza di banda del segnale ottenibile dall'accelerometro, avendo sempre mantenuto il valore del range fisso e pari al predefinito $\pm 4g$. Modificare questo parametro non influisce solamente sulla frequenza di taglio del pre-filtro passa-basso del microcontrollore, ma anche sulla frequenza di campionamento. Risulta infatti chiaro che con una riduzione di questo parame-

5.2 Verifica configurazione e pre-filtraggio

tro venga diminuita sia l'influenza del rumore sulle misure, che la frequenza di aggiornamento dei due angoli, il che si traduce quindi in una riduzione della dinamicità della determinazione di assetto. Per l'utilizzo del filtro complementare non è però richiesta una frequenza di campionamento dell'accelerometro particolarmente elevata, in quanto questo sensore, assieme al magnetometro, viene utilizzato per le correzioni di lungo periodo più che per la determinazione più rapida di breve periodo. D'altro canto, ridurre eccessivamente la larghezza di banda del segnale può far sì che vengano attenuati i cambi effettivamente veloci di orientazione poiché, avendo frequenza elevata, vengono letti come rumore. Questo potrebbe generare ritardi nella determinazione di assetto, in quanto l'uso dell'accelerometro farebbe tendere gli angoli a valori non corretti. Per questo motivo si è scelto come parametro il valore $15.63Hz$, il quale rappresenta un buon compromesso fra la riduzione dell'errore random e una frequenza di campionamento accettabile, oltre che simile a quella scelta per il magnetometro. Infatti, poiché accelerometro e magnetometro lavorano congiuntamente, ha senso settarli con frequenze di campionamento paragonabili.

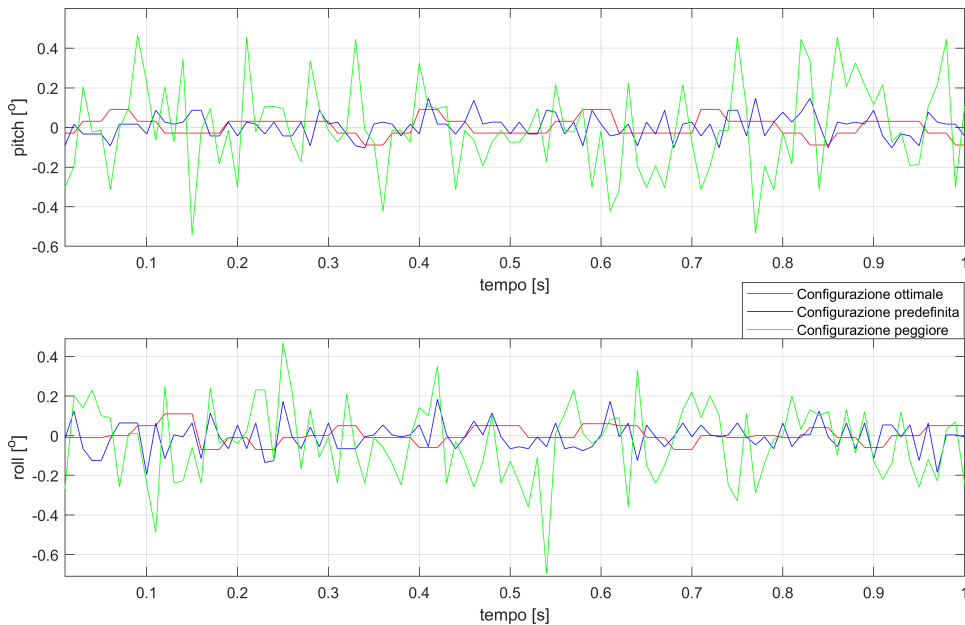


Figura 5.2: Configurazioni accelerometro a confronto

In figura 5.2 e in tabella 5.5 viene mostrato quanto il processo di configura-

zione influisca sull'ottenimento degli angoli di Eulero tramite il solo accelerometro. Viene infatti riportata la configurazione ottimale, quella predefinita e la peggiore a confronto.

Configurazione	Range[g]	BW [Hz]	SD pitch [°]	SD roll [°]
Ottimale	±2	15.63	0.0384	0.0414
Predefinita	±4	62.5	0.0641	0.0752
Peggiora	±16	1000	0.2153	0.2064

Tabella 5.5: Configurazioni accelerometro a confronto

5.2.2 Giroscopio

Analogamente a quanto fatto per l'accelerometro, al fine di analizzare la configurazione ottimale del giroscopio si è andato a valutare il cambiamento dei singoli parametri, ovvero range e larghezza di banda, dal loro valore predefinito. Si è osservata la variazione della deviazione standard in orientamenti statici e l'andamento delle misure in andamenti dinamici del sistema. Al fine di ottenere i seguenti risultati numerici si è studiato l'andamento delle misure delle velocità angolari riferite agli assi corpo a sensore completamente immobile, al fine di individuare l'entità degli errori randomici. Questo studio ha portato a risultati inattesi per entrambi i parametri.

Range [°]	SD Asse x [°/s]	SD Asse y [°/s]	SD Asse z [°/s]
±125	0.114662	0.124619	0.059785
±250	0.112870	0.126190	0.058010
±500	0.112920	0.125911	0.057678
±1000	0.113778	0.128393	0.058296
±2000	0.111312	0.123104	0.063552

Tabella 5.6: Verifica configurazione giroscopio, range

In tabella 5.6 si dimostra che, per quanto concerne la modifica del range del giroscopio, essa non produce modifiche tangibili alla accuratezza o alla risoluzione della misura, ma va solamente a limitare il range ammissibile delle misure. Occorre inoltre specificare che, muovendo il sensore manualmente,

5.2 Verifica configurazione e pre-filtraggio

un limite di modulo inferiore ai 500 gradi al secondo risulta troppo stringente per via del fenomeno della saturazione. Per questo motivo, si è preferito mantenere inalterato questo parametro.

BW [Hz]	SD Asse x [$^{\circ}/s$]	SD Asse y [$^{\circ}/s$]	SD Asse z [$^{\circ}/s$]
12	0.0670	0.0745	0.0371
23	0.0982	0.1036	0.0486
32	0.1161	0.1291	0.0647
47	0.1383	0.1505	0.0806
64	0.1809	0.1976	0.1271
116	0.2696	0.2929	0.2350
230	0.6168	0.6305	0.6548

Tabella 5.7: Verifica configurazione giroscopio, BW

In tabella 5.7 e in figura 5.3 viene mostrata invece l'influenza del secondo parametro di configurazione. Questo parametro, a differenza di quanto accadeva all'accelerometro, non influenza la frequenza di campionamento del sensore, che rimane inalterata, ma agisce solamente sulla frequenza di taglio del pre-filtro passa-basso. In questo modo si osserva che diminuendo questo

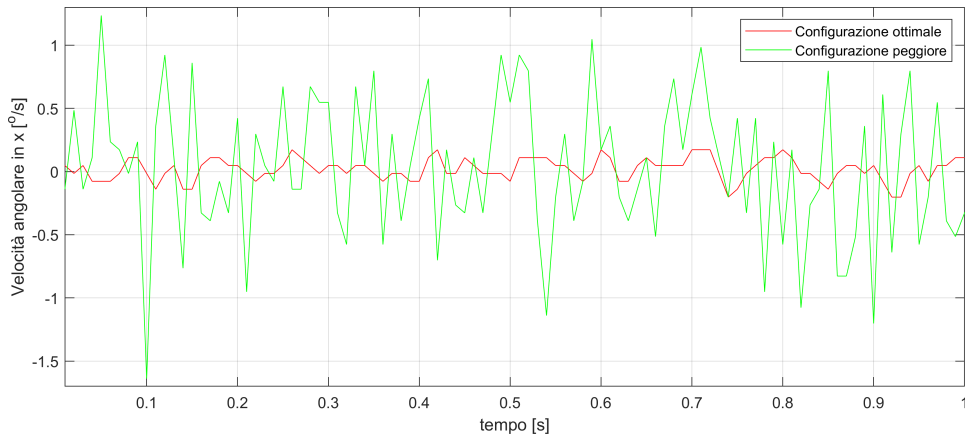


Figura 5.3: Configurazioni giroscopio a confronto

valore si riesce a ridurre l'influenza del rumore sulle misurazioni, senza andare a ridurre la rapidità e la prontezza del sensore, avendo comunque una frequenza di aggiornamento elevata. Si è ritenuto che la larghezza di banda

ottimale al fine di questa analisi ammontasse alla predefinita $32Hz$, la quale ha un basso livello di rumore di misura, ma rimane abbastanza elevata da permettere la lettura di segnali con frequenze elevate, rappresentativi ad esempio di rotazioni con brusche variazioni.

5.2.3 Magnetometro

Per consentire lo studio della configurazione del magnetometro sono stati analizzati i dati forniti nei tre assi di misura del sensore, assieme allo studio dell'angolo di heading con il sensore posto su una superficie orizzontale e l'uso della semplice equazione (3.18). In questo modo si è potuto valutare l'impatto diretto del rumore nella misura del campo magnetico sulla determinazione d'assetto, potendo in questo modo osservare in maniera più diretta i miglioramenti ottenuti. Come riassunto nella tabella 5.1 il magnetometro possiede un range predefinito non modificabile, il cui valore è $\pm 1300\mu T$ (assi x e y) e $\pm 2500\mu T$ (asse z). Questo sensore è inoltre caratterizzato da un valore fisso di risoluzione, ovvero $\sim 0.3\mu T$.

f_c	Modalità	SD [°]
30Hz	Regular	2.0148
30Hz	High Accuracy	1.2565
20Hz	High Accuracy	1.1693
10Hz	High Accuracy	1.1003
2Hz	High Accuracy	0.9074
30Hz	HA+ SMA	0.5601
30Hz	HA+ FIR	0.5403
30Hz	HA+ media	0.5104

Tabella 5.8: Verifica configurazione magnetometro, deviazioni standard

Il magnetometro possiede invece la possibilità di cambiare la sua modalità operativa, andando a ottenere misure più precise con la modalità "High Accuracy", come viene riportato nelle prime due righe della tabella 5.8. In particolare, è stato riportato il risultato della misura dell'heading con il sensore fermo, posto nella stessa orientazione, con la stessa calibrazione e con la stessa frequenza di campionamento, impostata a 30 Hz.

5.2 Verifica configurazione e pre-filtraggio

È stato dunque poi verificato sperimentalmente come andasse ad influire il valore delle frequenza di campionamento sull'accuratezza del sensore. Ovviamente, diminuire eccessivamente questo valore riduce la dinamicità della misurazione. Ciò sarebbe sicuramente più problematico se si fossero utilizzati i soli magnetometro e accelerometro per la misura dell'heading, come descritto nel paragrafo 3.3.1, ma poiché il filtro complementare sfrutta anche la presenza del giroscopio, questa problematica risulta attenuata. Comunque, risulta sempre vero che una frequenza di campionamento maggiore aiuta la determinazione di assetto ad essere più rapida e reattiva, perciò questo aspetto rimane considerevole. Nella tabella 5.8 viene dimostrato che, come previsto, al diminuire della frequenza di campionamento, diminuendo la larghezza di banda della misura del magnetometro, va a diminuire l'incidenza del rumore.

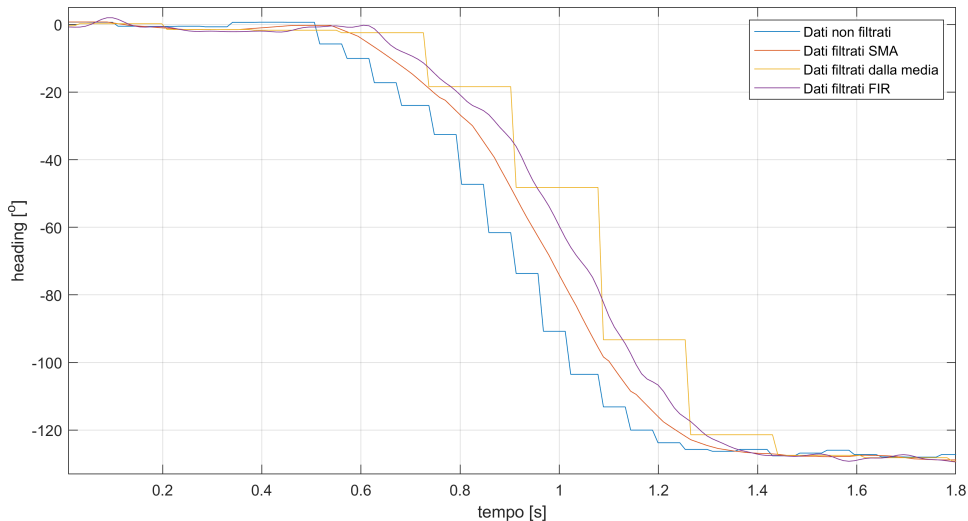


Figura 5.4: Verifica configurazione magnetometro, filtraggio dei dati

Data la comunque elevata presenza di errore stocastico nel valore dell'heading, si è però voluta analizzare la possibilità di un ulteriore pre-filtro passa-basso digitale implementabile in ambiente Arduino. Per questo motivo si è andata a studiare l'influenza dei filtri SMA e FIR, applicati alle misure del magnetometro. Questi riducono il rumore di misura, inserendo però un ritardo nella determinazione, utilizzando le misure lette in precedenza dal sensore per filtrare la lettura corrente. Le performance di questi filtri sono

5. Configurazione

state riportate nella figura 5.4, che mostra in particolare anche lo sfasamento temporale dell'heading, e nella tabella 5.8. Nella figura, che mostra cosa accade all'heading avendo ruotato il sensore sul piano orizzontale, è stata anche verificata come riferimento una terza possibilità di filtraggio. Ogni 15 iterate del loop che ottiene le misure dai sensori, è stata fatta la media delle misure lette dal magnetometro ed è stata usata solo questa per il calcolo dell'heading, andando così però a ridurre la frequenza di aggiornamento della misura. Questo meccanismo, seppur riducendo il valore della deviazione standard, ritarda eccessivamente la determinazione di assetto, ed è perciò stato scartato. È stato invece scelto il filtro SMA in quanto, oltre ad essere semplice, risulta meno affetto dal ritardo e permette una riduzione del rumore comparabile a quella degli altri due filtri.

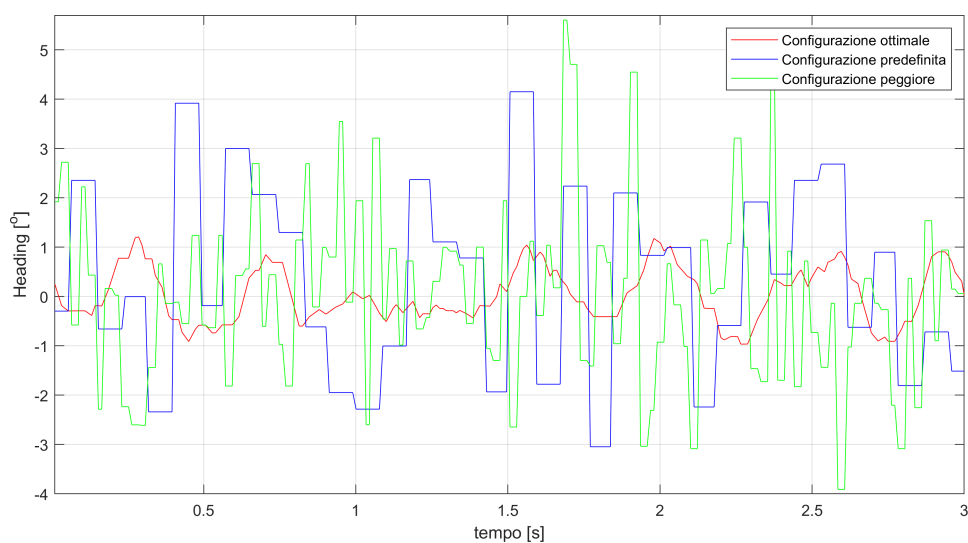


Figura 5.5: Configurazioni magnetometro a confronto

Analizzando complessivamente queste considerazioni si è perciò ritenuta come scelta più ottimale quella riportata in tabella 5.9. Con quest'ultima, assieme alla figura 5.5, viene mostrato quanto il processo di configurazione influisca sull'ottenimento dell'angolo di heading tramite il solo magnetometro. Vengono infatti ancora una volta riportate a confronto la configurazione ottimale, la predefinita e la peggiore possibile.

5.3 Configurazione filtro complementare

Configurazione	Modalità	f_c [Hz]	SD heading [°]
Ottimale	HA +SMA	30	0.5601
Predefinita	Regular	10	1.7291
Peggior	Regular	30	2.0148

Tabella 5.9: Configurazioni magnetometro a confronto

5.3 Configurazione filtro complementare

L'implementazione del filtro complementare in codice C++ può essere visualizzata nella appendice B. Sfrutta due librerie fornite da Arduino, la prima chiamata "*NAxisMotion.h*", che permette di interagire con il sensore, mentre la seconda, "*Wire.h*", permette di utilizzare la comunicazione seriale e I²C con la scheda Arduino Due. Queste due tipologie di comunicazione vengono sfruttate per diversi scambi di informazioni. La prima viene utilizzata per collegare il computer all'Arduino, in modo da poter visualizzare i dati e poterli poi analizzare tramite software, mentre la seconda permette la comunicazione tra l'Arduino Due e i sensori. La prima libreria è stata però modificata, al fine di rendere possibile la modifica dei parametri di configurazione. È stata poi realizzata tutta la formulazione del filtro complementare discussa nel capitolo 3. Un aspetto importante da notare è che vengono sfruttate le funzioni arcotangente e atan₂ per ricavare i tre angoli di Eulero con la coppia di sensori, al fine di permettere i vincoli espressi nell'equazione (3.11). La prima funzione infatti restituisce un angolo appartenente al primo o quarto quadrante, mentre la funzione atan₂ restituisce un angolo appartenente all'intervallo $\pm 180^\circ$. Questo permette l'ottenimento di una soluzione univoca dell'orientamento, senza quindi la presenza di possibili ambiguità.

Un passaggio fondamentale dello sviluppo del filtro complementare è stato la scelta dei parametri k per ciascun angolo di Eulero. Questa procedura prende il nome di configurazione del filtro complementare. Ciò è stato possibile andando a ricreare il filtro complementare in Matlab, il che ha consentito l'osservazione dell'influenza di questi parametri sulla determinazione di assetto. Tramite rotazioni dell'IMU si sono testati molteplici assetti e rotazioni più o meno rapide. Quello che si è riscontrato è che la scelta di tale parametro

risulta un compromesso tra l'influenza delle vibrazioni (con k limitati) e una più lenta tendenza a ritornare al valore più veritiero dei tre angoli (con k elevati), forniti dalla coppia di sensori, dopo rotazioni marcatamente dinamiche e prolungate, che fanno sì che il filtro continui a dare fiducia alla lettura del giroscopio. In questo modo si è verificato che il valore di k più adatto ai tre angoli di Eulero non risulta il medesimo. Per quanto riguarda gli angoli pitch e roll, un valore elevato migliora l'andamento del filtro complementare praticamente nella stessa maniera, contrariamente a quanto accade all'angolo di heading. L'analisi dei primi due angoli è risultata priva di particolari

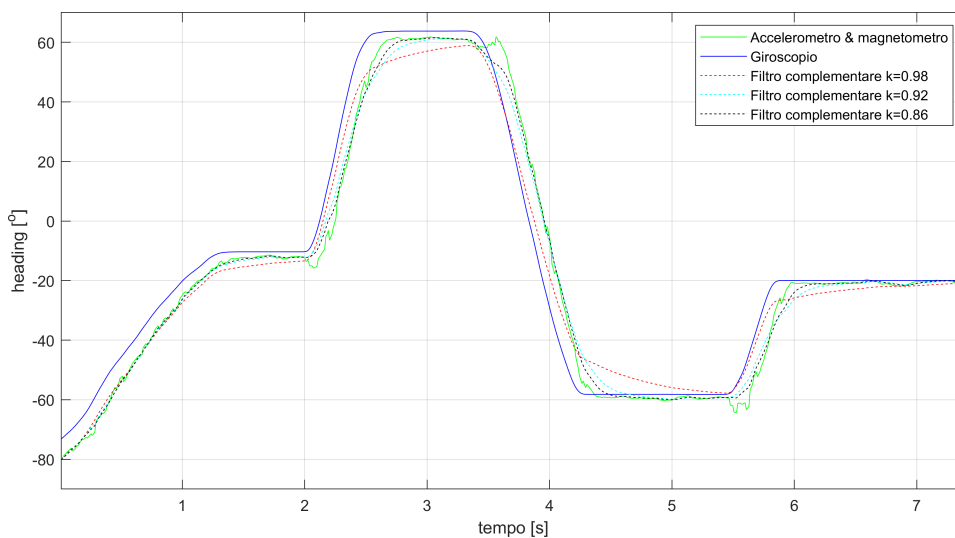


Figura 5.6: Scelta parametro k per l'heading del filtro complementare

problematiche, in quanto si è osservata una ottima dinamica del filtro utilizzando valori di k tendenti ad uno. Per questo motivo si è scelto il valore 0.98. D'altro canto lo studio del'heading ha generato più problematiche e necessita di un compromesso più sostanziale. In figura 5.6 viene rappresentato il procedimento usato per scegliere i valori dei parametri. In particolare viene mostrata una sezione di prova di rotazione in cui sono stati riportati gli andamenti del filtro utilizzando alcuni valori indicativi di k . Per avere un confronto, sono state riportate anche altre due curve. La misura dell'angolo di heading calcolata mediante il solo uso del giroscopio è essenziale per conoscere il corretto andamento dinamico della rotazione. Presenta già un bias accumulato di lettura (discostandosi di alcuni gradi a sensore statico, ovvero

5.3 Configurazione filtro complementare

nei plateau), e per questo viene mostrata la misura ottenuta dei restanti due sensori, la quale anche se più rumorosa offre un riferimento essendo vincolata a grandezze fisiche esterne immutabili in queste analisi. Si nota così che per avere una buona lettura di questo angolo, ovvero con la forma del primo riferimento e i valori statici del secondo, occorre utilizzare un valore di k più limitato, ovvero di 0.86. Questo ha il pregio di diminuire marcatamente il ritardo del filtro ai valori di riferimento statici, ma fa però sì che il filtro sia più soggetto al fenomeno delle vibrazioni, mostrato successivamente in figura 6.2.

Infine, per aumentare la frequenza delle iterate dell'algoritmo, si è deciso di far sì che le misure calcolate non venissero inviate a seriale simultaneamente, processo che può impiegare alcuni millisecondi, ma di salvare i dati nella memoria interna del processore e inviarli sempre ad esperimento finito. In questo modo si ottiene una elevata frequenza di campionamento, che si attesta attorno ai $95 - 100Hz$.

Capitolo 6

Risultati sperimentali

Per quantificare le prestazioni ottenute dal filtro complementare implementato, a valle delle fasi di calibrazione e configurazione, sono state svolte nel laboratorio dell'università di Bologna di microsattelliti e microsistemi spaziali a Forlì una serie di prove sperimentali. Due principali aspetti valutati sono stati la *precisione* dell'IMU nella lettura *statica* e *dinamica* dell'orientazione. Si è inoltre analizzata la *ripetibilità* dei risultati ottenuti dai sensori.

6.1 Verifica in laboratorio

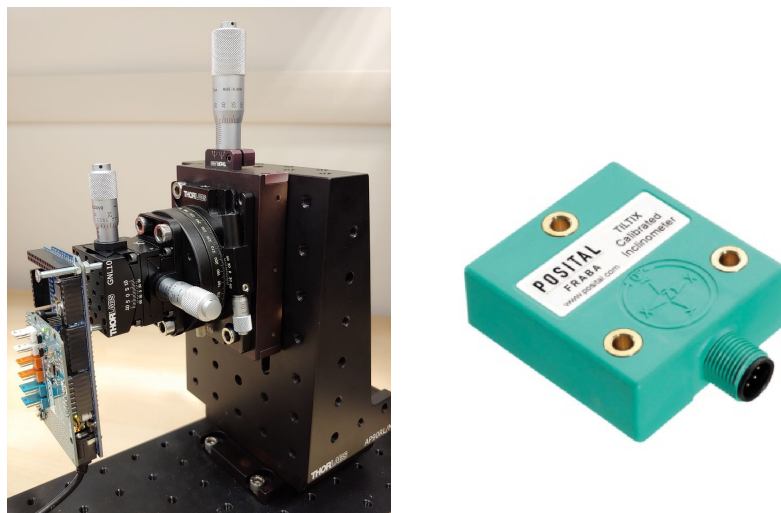


Figura 6.1: Strumenti per la verifica sperimentale in laboratorio

Per valutare tali aspetti significativi sono stati utilizzati due strumenti di laboratorio, visualizzabili in figura 6.1. Viene qui riportata a destra un'immagine raffigurante l'*inclinometro Tiltix* della *Posital*, sfruttato per l'analisi dinamica. Questo sensore permette misure precise di due angoli di Eulero, in particolare di pitch e roll, ed è dunque servito come riferimento per valutare la bontà dei risultati dell'IMU per questi due parametri di determinazione di assetto. D'altra parte, a sinistra della figura si può osservare la piattaforma IMU utilizzata montata su un *banco prova*. La strumentazione utilizzata permette di avere sei gradi di libertà grazie ad una piattaforma montata con componenti *Thorlabs*. In questo modo, vengono consentite rotazioni attorno a tre assi ortogonali altamente precise. Attraverso la rotazione manuale di tre manopole argentate e l'osservazione di tre scale graduate è possibile ruotare il piano dello strumento (a cui viene fissata la piattaforma) con una accuratezza del sessantesimo di grado, permettendo esperimenti di natura statica per analizzare la precisione delle misure. La verifica della ripetibilità, assieme a quella della precisione, essendo prove statiche, permette di valutare la correttezza delle misure ottenute da accelerometro e magnetometro, assieme alle rispettive calibrazioni. D'altronde, la prova dinamica va invece a ricercare la correttezza del filtro nella sua interezza, in quanto in questa prova vengono sfruttate tutti e tre i sensori per ottenere i risultati, combinati mediante il filtro.

6.1.1 Verifica generale

Per osservare le prestazioni del filtro complementare si è innanzitutto osservato l'andamento dei tre angoli di Eulero così ricavati, in relazione con gli stessi angoli ottenuti sfruttando solamente il giroscopio da un lato, e solamente accelerometro/magnetometro dall'altro.

In figura 6.2 viene mostrato il funzionamento del filtro complementare avendo svolto manualmente tre rotazioni successive attorno a ciascuno dei tre assi solidali. Dal grafico del pitch e del roll si mostra come il filtro risulta meno affetto dalle vibrazioni che affliggono l'accelerometro e dal drift delle misure del giroscopio. Con il diagramma dell'heading invece si dimostra quanto questo angolo sia ricavato con una minore precisione. Avendo scelto

6.1 Verifica in laboratorio

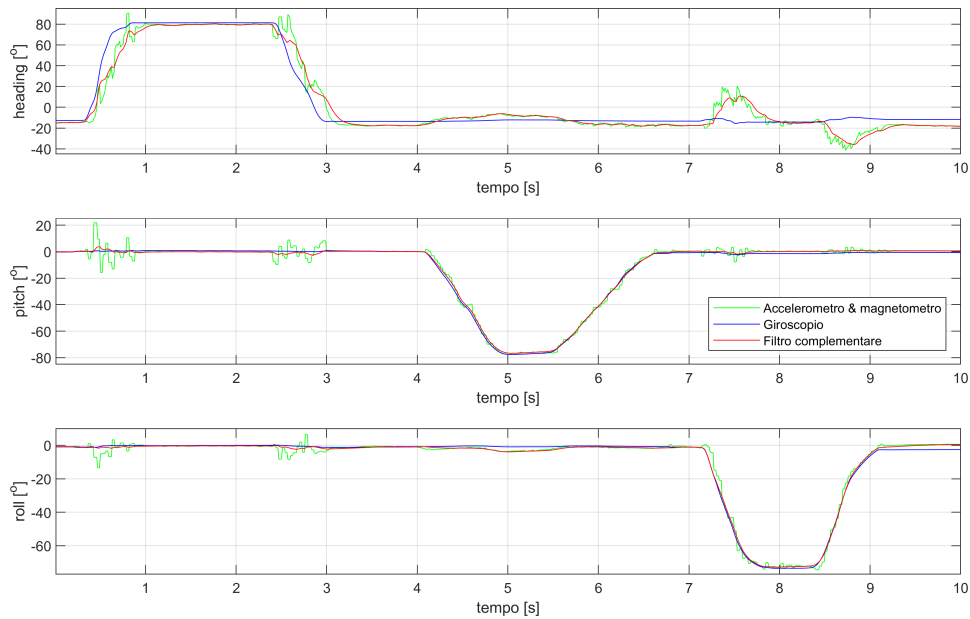


Figura 6.2: Verifica filtro complementare, rotazioni attorno agli assi corpo

un parametro k relativamente basso, la misura risulta pronta ai cambi di orientazione, ma maggiormente influenzata dal rumore.

6.1.2 Verifica lettura orizzontale

Successivamente si è analizzata la veridicità delle misure ottenute, andando a valutare la precisione con cui il filtro legge l'orientamento orizzontale. È stato svolto un esperimento che consiste nella lettura degli angoli di Eulero a sensore perfettamente fisso in un piano orizzontale livellato manualmente tramite una livella a due bolle. Svolgendo ripetutamente il test, in modo da ottenere una buona panoramica delle prestazioni, si è trovato un valore degli angoli di pitch e roll sempre inferiori a $\pm 0.5^\circ$.

In figura 6.3 sono riportati i risultati di uno dei suddetti esperimenti. Questi grafici risultano importanti in quanto mostrano, oltre che il livello di precisione, la effettiva capacità del filtro complementare di combinare un filtraggio passa-basso e uno passa-alto. Gli angoli ottenuti dal filtro infatti diminuiscono il rumore di misura dell'accelerometro e non risultano affetti dal drift che invece affligge le misure del giroscopio, qui particolarmente visibili.

6. Risultati sperimentali

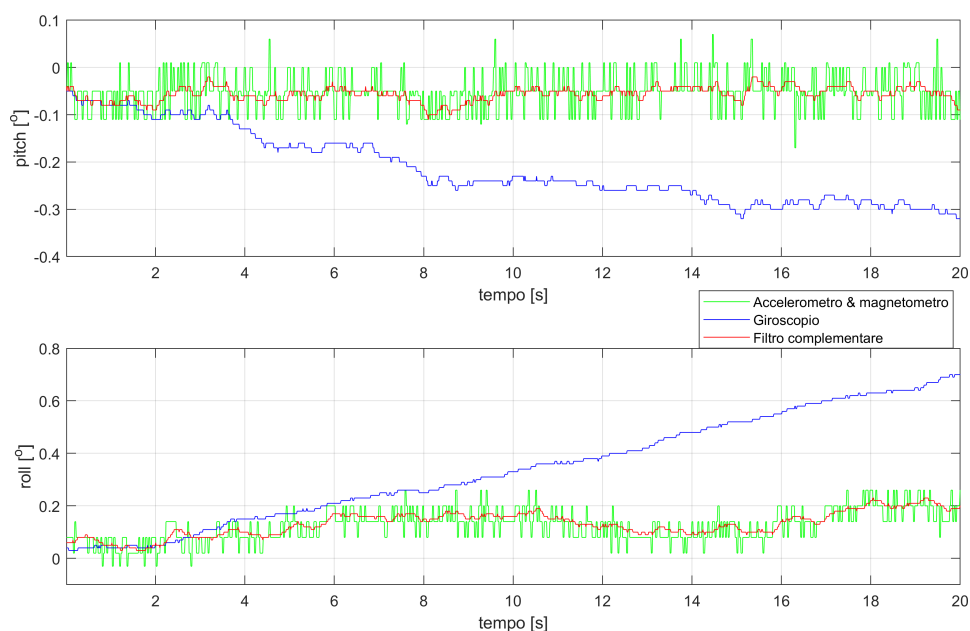


Figura 6.3: Verifica filtro complementare, sensore orizzontale

6.1.3 Verifica ripetibilità

Verificare la ripetibilità del filtro complementare consiste nel ricercare l'accuratezza con cui la strumentazione valuta la medesima orientazione spaziale nel tempo, dopo aver subito generiche rotazioni. Sfruttando il banco di prova meccanico è stato possibile ottenere i risultati sperimentali, osservabili nei due grafici riportati in figura 6.4. Queste mostrano due set di risultati, svolti in periodi differenti e con diverse calibrazioni, per avere una visione più generale delle prestazioni. Partendo da una posizione arbitrariamente scelta come punto di partenza, tramite le tre scale graduate dello strumento di laboratorio, sono state fatte differenti rotazioni attorno a singoli o molteplici assi, per poi riportare lo strumento nella posizione iniziale. Valutando solamente le misure dei tre angoli quando l'IMU si trova nell'orientamento prefissato, è possibile misurare di quanto questa misura si discosta da quella iniziale. Questo errore è visualizzabile in figura come la distanza dall'origine del cerchio di raggio 0.2° oppure dal valore nullo nel grafico a destra. In questo modo si osserva l'ordine dell'errore della ripetibilità delle misure, che si attesta minore per il roll ed il pitch, risultando sempre all'interno del cerchio di riferimento. Per il terzo ed ultimo angolo la precisione risulta invece mino-

6.1 Verifica in laboratorio

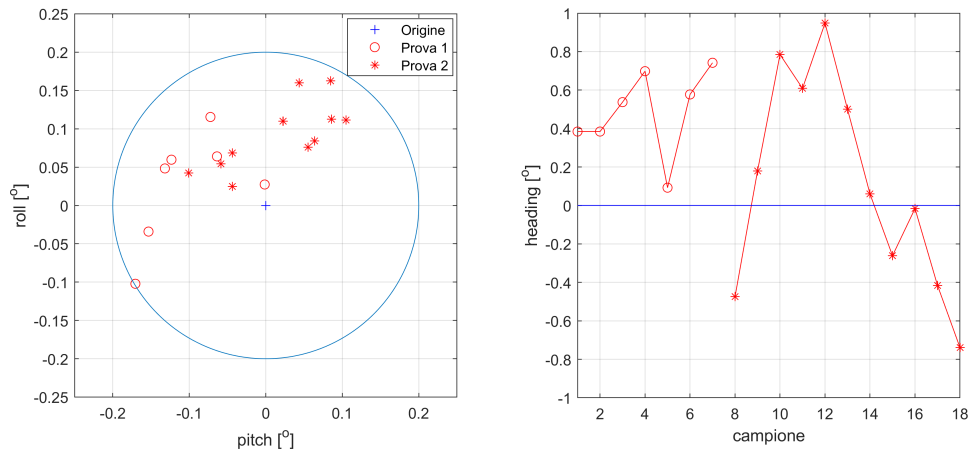


Figura 6.4: Verifica filtro complementare, ripetibilità

re, arrivando ad avere un'impresione massima di nell'ordine di un grado. Si può notare che a seconda della prova i risultati possono essere tutti a pitch o roll positivo, e questo comportamento dipende dal processo di calibrazione. Questo mostra che l'errore dipende dalla bontà della calibrazione, ma per i limiti dei sensori non può essere ulteriormente diminuito.

6.1.4 Verifica precisione

Per la verifica della precisione di lettura dell'IMU è stata utilizzata la possibilità di avere rotazioni altamente accurate attorno ad un singolo asse, tramite il banco prova. Allineando l'asse di rotazione del banco prova con un'asse solidale dell'IMU, è possibile misurare quanto correttamente la piattaforma legge cambiamenti angolari di un certo angolo di Eulero. In figura 6.5 vengono riportati i risultati ottenuti per le rotazioni avvenute attorno a ciascuno dei tre assi solidali, andando a valutare i range angolari nelle rispettive completezze. Viene mostrata la variazione dell'errore con cui l'IMU legge determinate orientazioni, partendo da un orientamento orizzontale, considerato come riferimento per la prova.

Un aspetto però da precisare risulta nel possibile errore meccanico introdotto nell'esperimento. Se l'asse di rotazione dello strumento di laboratorio e quello del riferimento solidale non sono coincidenti, si va ad introdurre un errore nella prova. Di fatti potrebbe avvenire ad esempio che non venga fatta una rotazione precisamente di solo pitch, ma leggermente sporcata da rotazioni

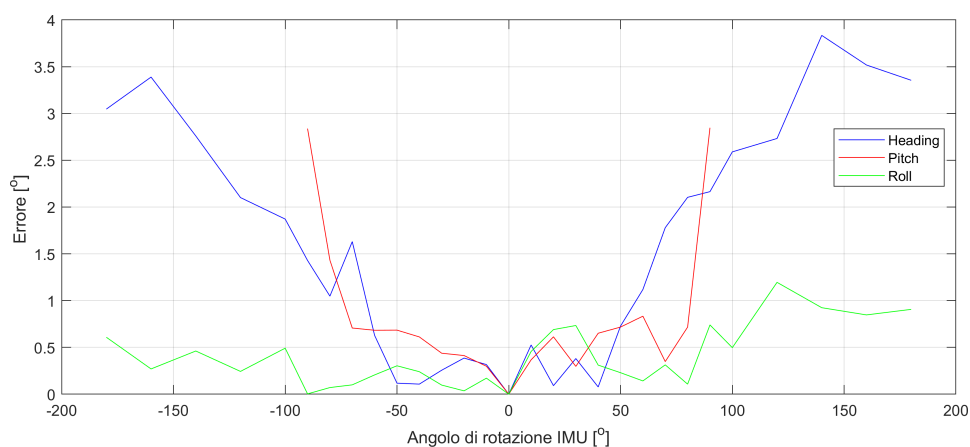


Figura 6.5: Verifica filtro complementare, precisione

attorno agli altri due assi. In fase di verifica si è cercato di mitigarne gli effetti andando ad analizzare anche i due angoli che idealmente non dovrebbero essere soggetti a cambiamenti dalla rotazione. Andando a ruotare le ulteriori manopole presenti nel banco di prova si è cercato di allineare il sistema di riferimento solidale con il piano e l'asse di rotazione dello strumento. Si è inoltre andato a porre il banco di prova in una orientazione orizzontale tramite il secondo strumento, vale a dire l'inclinometro. Essendo stata però una operazione manuale il risultato può contenere una porzione residua di errore dovuta a questa incertezza.

6.1.5 Verifica andamento dinamico

L'ultima prova sperimentale svolta in questa sede è stata il monitoraggio dell'andamento dinamico di due angoli di Eulero, in particolare del pitch e del roll, tramite l'utilizzo dell'inclinometro Tiltix della Posital. Questo strumento permette la determinazione di questi due angoli, e può quindi fornire un riferimento alle letture ottenute dall'IMU mediante filtro complementare. Per fare ciò in primo luogo sono stati connessi i due strumenti, in modo tale da essere vincolati a mantenere lo stesso orientamento reciproco. Dopo aver svolto la fase di calibrazione dell'IMU sono stati poi relazionati i quattro angoli letti in maniera statica dalle due fonti. Questo è servito poiché al fine di valutare l'andamento dinamico delle letture degli angoli occorre che gli assi di riferimento dei due dispositivi siano allineati. Essendo fissa l'orientazione

6.1 Verifica in laboratorio

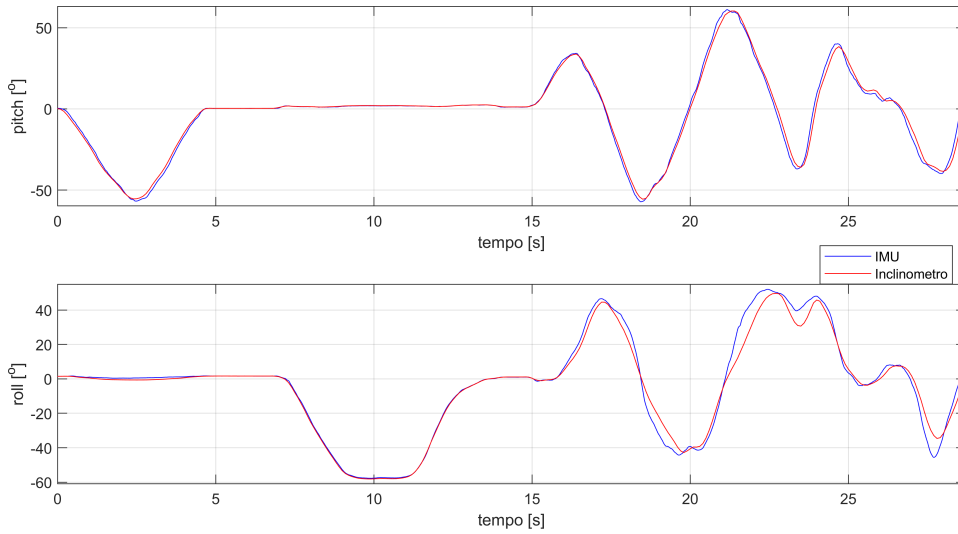


Figura 6.6: Verifica filtro complementare, andamento dinamico

reciproca, una matrice di rotazione permette di trasformare le coordinate solidali al corpo delle grandezze misurate ($\vec{\omega}_{cal|b}$, $\vec{a}_{cal|b}$, $\vec{B}_{cal|b}$), lette dai tre sensori della piattaforma, in coordinate relative al sistema di riferimento dell'inclinometro. Osservando le differenze della lettura statica sono stati ricavati due angoli di questa rotazione (i quali permettono di allineare il piano $\hat{x}\hat{y}$ dei due apparecchi), mentre il terzo (necessario per allineare gli assi in questo piano) è stato ricavato a tentativi, osservando l'andamento delle misure con rotazioni lente e controllate. In questo modo è stato possibile far coincidere gli assi dei due sistemi di riferimento, permettendo l'analisi dinamica degli angoli di pitch e roll.

In figura 6.6 viene mostrato uno di questi esperimenti, in cui sono state svolte da prima delle rotazioni lente e a seguire alcune più rapide. Si è in generale notata una ottima verosimiglianza nelle letture con rotazioni lente, andando a discordare di massimo 2° nelle letture e mantenendo andamenti pressoché identici. Tuttavia, nelle letture di rotazioni più dinamiche, sebbene il valore dei due angoli di pitch mantenessero gli stessi andamenti, il roll è risultato maggiormente dissimile, arrivando a discordare di un massimo di 10° .

Occorre però notare che anche l'inclinometro, seppur offrendo un buon riferimento, avendo l'errore massimo statico di 0.1° , non risulta privo di errori, ma anzi proprio per quest'ultimo angolo spesso nel graficare rotazioni veloci

6. Risultati sperimentali

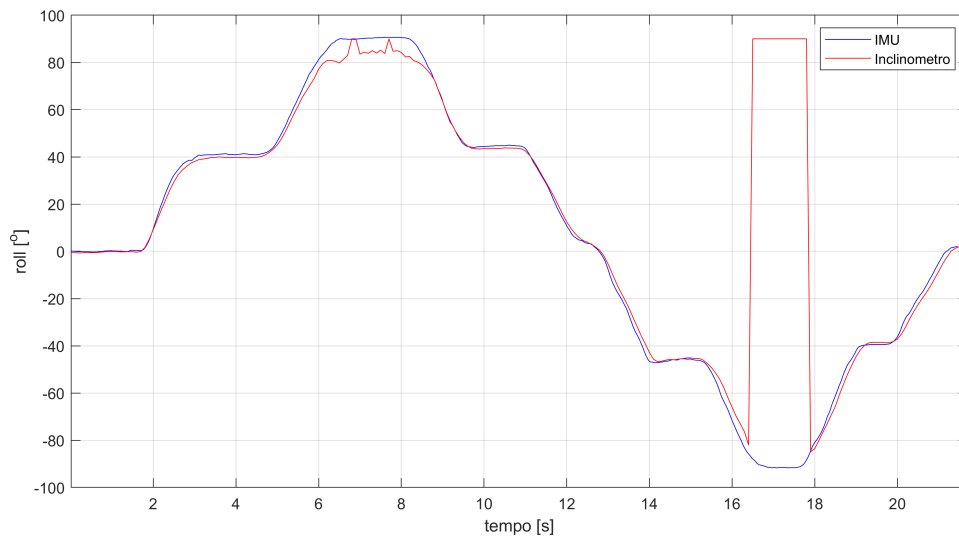


Figura 6.7: Verifica inclinometro, errore di misura

si sono verificate evidenti imprecisioni nella lettura. Infatti, ad esempio, per orientazioni con un valore di roll in modulo maggiore di 80° si possono notare letture anomale di tale angolo, per cui l'inclinometro perde in questo caso di affidabilità, come mostrato in figura 6.7.

Conclusioni e sviluppi futuri

In questo elaborato di laurea si è analizzato un algoritmo di determinazione d'assetto, basato sulle misure fornite da una IMU realizzata mediante tecnologia MEMS. Per determinare l'assetto è stato utilizzato il filtro complementare, basato sugli angoli di Eulero come parametri rappresentativi dell'assetto. Sono stati descritti i processi di configurazione e calibrazione dei tre sensori presenti nella strumentazione analizzata, assieme al meccanismo di funzionamento del filtro complementare. Per ciascuna di queste sono stati presentati risultati sperimentali, che ne dimostrano il funzionamento e le performance al cambiare dei parametri. Sono stati poi ricavati sperimentalmente, attraverso un banco prova e strumentazione dedicata, i dati che mostrano i livelli di precisione, accuratezza e affidabilità nel tempo della metodologia implementata.

Conseguentemente, si è riscontrato che le prestazioni risultano in linea ai risultati aspettati e mostrati all'interno delle specifiche del sensore 9 Axes Motion Shield. Il filtro complementare risulta dunque una metodologia affidabile per implementazioni che necessitano di limitati costi computazionali e alte frequenze di campionamento, anche se esistono metodologie di determinazione di assetto più complesse, ma dotate di migliori prestazioni.

Possibili sviluppi futuri a questa analisi possono essere l'implementazione a bordo del banco prova Alma Test-Bed del procedimento di determinazione di assetto ivi sviluppato e l'impiego dei quaternioni come alternativa all'uso degli angoli di Eulero, parametri che presentano diversi vantaggi compu-

7. Conclusioni e sviluppi futuri

tazionali anche se di difficile intuitività della descrizione dell'orientazione. Può inoltre essere strutturata una sezione dell'algoritmo atta alla modifica della definizione di Angolo di Eulero, andando a modificare la sequenza di rotazioni elementari, passando ad esempio ad una 313, al fine di risolvere la problematica del Gimble Lock, la quale, anche se attenuata dall'approssimazione della formula con cui viene ricavato il roll, influisce ancora sulle prestazioni del filtro qui sviluppato.

Appendice A

Algoritmo di calibrazione

```
1 #include "NAxisMotion.h"
  #include <Wire.h>
  NAxisMotion mySensor; //oggetto per interazioni con il sensore
  //definizione delle variabili e le costanti per i tre sensori
5 #define GYRO_SAMPLES 200
  #define A_limiteS 11
  #define A_limiteI 9
  bool flag_g;
9 #define MAG_SAMPLES 2000
  bool flag_m;
  #define filterSamples 15
  #define ACCEL_SAMPLES 20
13 bool flag_a;

void setup() {
  Serial.begin(115200); //inizializzazione delle comunicazioni
17 while (!Serial) {
    delay(1);
  }
  I2C.begin();
21 Wire.setClock(400000); //Aumento della frequenza di comunicazione in I2C
  Serial.println("");
  Serial.println("");
  Serial.println("-----");
25 Serial.println("SKETCH DI CALIBRAZIONE COMPLESSIVA");
  Serial.println("scheda: 9 Axis Motion Shield");
  Serial.println("");

29 /******CONFIGURAZIONE*****/
  mySensor.setOperationMode(OPERATION_MODE_CONFIG);
  uint8_t a_r = mySensor.readAccelRange();
  uint8_t a_bw = mySensor.readAccelBandwidth();
33 uint8_t g_r = mySensor.readGyroRange();
  uint8_t g_bw = mySensor.readGyroBandwidth();
  uint8_t m_r = mySensor.readMagRate();
  uint8_t m_om = mySensor.readMagOperation_mode();
37 uint8_t m_pw = mySensor.readMagPowerMode();
  Serial.println("PARAMETRI PRIMA DELLA CONFIGURAZIONE");
  Serial.print("ACCELEROMETRO Range: ");
  Serial.println(a_r);
41 Serial.print("          Bandwidth: ");
  Serial.println(a_bw);
  Serial.print("GIROSCOPIO Range: ");
  Serial.println(g_r);
45 Serial.print("          Bandwidth: ");
  Serial.println(g_bw);
```

A. Algoritmo di calibrazione

```
Serial.print("MAGNETOMETRO   Rate: ");
Serial.println(m_r);
49 Serial.print("                Operatio_mode: ");
Serial.println(m_om);
Serial.print("                Power_mode: ");
Serial.println(m_pw);
53 Serial.println("");
mySensor.writeAccelConfig(ACCEL_RANGE_2G, ACCEL_BW_15_63HZ , ACCEL_NORMAL);
mySensor.writeGyroConfig(GYRO_RANGE_2000DPS, GYRO_BW_32HZ);
mySensor.writeMagConfig(MAG_DATA_OUTRATE_30HZ,MAG_OPERATION_MODE_HIGH_ACCURACY,
57 MAG_POWER_MODE_NORMAL);
a_r = mySensor.readAccelRange();
a_bw = mySensor.readAccelBandwidth();
g_r = mySensor.readGyroRange();
61 g_bw = mySensor.readGyroBandwidth();
m_r = mySensor.readMagRate();
m_om = mySensor.readMagOperation_mode();
m_pw = mySensor.readMagPowerMode();
65 Serial.println("PARAMETRI DOPO LA CONFIGURAZIONE");
Serial.print("ACCELEROMETRO   Range: ");
Serial.println(a_r);
Serial.print("                Bandwidth: ");
69 Serial.println(a_bw);
Serial.print("GIROSCOPIO       Range: ");
Serial.println(g_r);
Serial.print("                Bandwidth: ");
73 Serial.println(g_bw);
Serial.print("MAGNETOMETRO   Rate: ");
Serial.println(m_r);
Serial.print("                Operatio_mode: ");
77 Serial.println(m_om);
Serial.print("                Power_mode: ");
Serial.println(m_pw);
Serial.println("");
81
//Inizializzazione dei sensori
mySensor.initSensor();
mySensor.setOperationMode(OPERATION_MODE_AMG);
85 mySensor.setUpdateMode(AUTO);
while (Serial.available()) {
    char g = Serial.read();
}
89 //0) scelta della calibrazione:
int flag_com = scelta_comando();
//1) calibrazione del giroscopio
if ((flag_com == 0) || (flag_com == 1)) {
93     do {
        calibrazione_Gyro();
        flag_g = ripetere_cal();
    } while (flag_g == 1);
97     Serial.println("Calibrazione del giroscopio completata!");
    Serial.println("");
}
//2) calibrazione del magnetometro
101 if ((flag_com == 0) || (flag_com == 2)) {
    do {
        calibrazione_Mag();
        flag_m = ripetere_cal();
105    } while (flag_m == 1);
    Serial.println("Calibrazione del magnetometro completata!");
    Serial.println("");
}
109 //3) calibrazione dell'accelerometro
if ((flag_com == 0) || (flag_com == 3)) {
    do {
113        calibrazione_Accel();
        flag_a = ripetere_cal();
    } while (flag_a == 1);
    Serial.println("Calibrazione dell'accelerometro completata!");
    Serial.println("");
}
```

```

117     Serial.println("CALIBRAZIONE COMPLETATA!");
    }
}

121 void loop() {}

/*****FUNZIONI*****/
int scelta_comando(void) {
125   int out;
   bool flag = 0;
   String parola = "";
   Serial.println("Se desideri farne la calibrazione digita:");
129   Serial.println("tutti i sensori: tutto");
   Serial.println("giroscopio: gyro");
   Serial.println("magnetometro: magn");
   Serial.println("accelerometro: acc");
133   while (!Serial.available()) {
       delay(1);
   }
   while (flag == 0) {
137     if (Serial.available()) {
         char lettera = Serial.read();
         if ((lettera == '\n') || (lettera == '\r')) {
             if ((parola == "tutto") || (parola == "TUTTO")) {
141                 out = 0;
                 flag = 1;
                 return out;
             }
145             else if ((parola == "gyro") || (parola == "GYRO")) {
                 out = 1;
                 flag = 1;
                 return out;
149             }
             else if ((parola == "magn") || (parola == "MAGN")) {
                 out = 2;
                 flag = 1;
153                 return out;
             }
             else if ((parola == "acc") || (parola == "ACC")) {
157                 out = 3;
                 flag = 1;
                 return out;
             }
         }
161     else {
         parola += lettera;
     }
}
165 }
}

/*****
169 bool ripetere_cal(void) {
   bool out;
   bool flag = 0;
   String parola = "";
173   Serial.println("Se desideri rifare la calibrazione digita: SI");
   Serial.println("Se non desideri rifare la calibrazione digita: NO");
   Serial.println("Poi premi invio!");
   while (!Serial.available()) {
177     delay(1);
   }
   while (flag == 0) {
       if (Serial.available()) {
181         char lettera = Serial.read();
         if ((lettera == '\n') || (lettera == '\r')) {
             if ((parola == "SI") || (parola == "si")) {
185                 out = 1;
                 flag = 1;
                 return out;

```

A. Algoritmo di calibrazione

```
    }
    else if ((parola == "NO") || (parola == "no")) {
189     out = 0;
        flag = 1;
        return out;
    }
193 }
    else {
        parola += lettera;
    }
197 }
}
}

201 //*****
void calibrazione_Gyro(void) {
    float gx[GYRO_SAMPLES];    float gx_mid = 0;
    float gy[GYRO_SAMPLES];    float gy_mid = 0;
205 float gz[GYRO_SAMPLES];    float gz_mid = 0;
    float ax, ay, az, A;
    Serial.println("premi invio quando sei pronto a calibrare il giroscopio...");
    while (!Serial.available()) {}
209 Serial.println("*****Calibrazione Giroscopio*****");
    Serial.println("Posiziona il gyro in piano, su superficie stabile!");
    Serial.print("Raccolgo campioni in 3...");
    delay(1000);
213 Serial.print("2... ");
    delay(1000);
    Serial.print("1... ");
    delay(1000);
217 Serial.println("ORA!");
    //inizio calibrazione del gyro
    for (uint16_t sample = 0; sample < GYRO_SAMPLES; sample++) {
        gx[sample] = mySensor.readGyroX();
221 gy[sample] = mySensor.readGyroY();
        gz[sample] = mySensor.readGyroZ();
        //controllo staticita del sensore:
        ax = mySensor.readAccelX();
225 ay = mySensor.readAccelY();
        az = mySensor.readAccelZ();
        A = sqrt(sq(ax) + sq(ay) + sq(az));
        if ((A > A_limiteI) && (A < A_limiteS)) {}
229 else {
            sample = -1;
            Serial.println("ATTENZIONE:posiziona il sensore su un piano stabile!");
            delay(2000);
233 }
        }
        float sortedX[GYRO_SAMPLES];
        float sortedY[GYRO_SAMPLES];
237 float sortedZ[GYRO_SAMPLES];
        float temp;
        for (int j = 0; j < GYRO_SAMPLES; j++) {
            sortedX[j] = gx[j];
241 sortedY[j] = gy[j];
            sortedZ[j] = gz[j];
        }
        //asse x:
245 bool done = 0;
        while (done != 1) {
            done = 1;
            for (int j = 0; j < (GYRO_SAMPLES - 1); j++) {
249 if (sortedX[j] > sortedX[j + 1]) {
                temp = sortedX[j + 1];
                sortedX[j + 1] = sortedX[j];
                sortedX[j] = temp;
253 done = 0;
            }
        }
    }
}
```

```

257 //asse y:
done = 0;
while (done != 1) {
    done = 1;
261     for (int j = 0; j < (GYRO_SAMPLES - 1); j++) {
        if (sortedY[j] > sortedY[j + 1]) {
            temp = sortedY[j + 1];
            sortedY [j + 1] = sortedY[j] ;
265             sortedY [j] = temp;
            done = 0;
        }
    }
269 }
//asse z:
done = 0;
while (done != 1) {
273     done = 1;
        for (int j = 0; j < (GYRO_SAMPLES - 1); j++) {
            if (sortedZ[j] > sortedZ[j + 1]) {
                temp = sortedZ[j + 1];
277                 sortedZ [j + 1] = sortedZ[j] ;
                sortedZ [j] = temp;
                done = 0;
            }
        }
281 }
int bottom = max(((GYRO_SAMPLES * 3) / 100), 1);
int top = min((((GYRO_SAMPLES * 97) / 100) + 1 ), (GYRO_SAMPLES - 1));
285 int k = 0;
float totalX = 0;
float totalY = 0;
float totalZ = 0;
289 for (int j = bottom; j < top; j++) {
    totalX += sortedX[j];
    totalY += sortedY[j];
    totalZ += sortedZ[j];
293     k++;
}
gx_mid = totalX / k;
gy_mid = totalY / k;
297 gz_mid = totalZ / k;
Serial.print(F("Zero rate offset: "));
Serial.print(gx_mid, 4); Serial.print(" ");
Serial.print(gy_mid, 4); Serial.print(" ");
301 Serial.println(gz_mid, 4);
Serial.println("");
}

305 //*****
void calibrazione_Mag(void) {
    float mx = 0; float my = 0; float mz = 0;
    Serial.println("premi invio quando sei pronto a calibrare il magnetometro...");
309 while (!Serial.available ()) {
    Serial.println("*****Calibrazione Magnetometro*****");
    Serial.println("Devi ruotare il sensore!");
    delay(2000);
313 Serial.print("Raccolgo campioni in 3...");
    delay(1000);
    Serial.print("2...");
    delay(1000);
317 Serial.print("1...");
    delay(1000);
    Serial.println("ORA!");
    //inizio calibrazione del magnetometro
321 for (uint16_t sample = 0; sample < MAG_SAMPLES; sample++) {
        // Read ottiene i dati in microtesla
        mx = mySensor.readMagX();
        my = mySensor.readMagY();
325        mz = mySensor.readMagZ();
        Serial.print(mx); Serial.print(" ");

```

A. Algoritmo di calibrazione

```
    Serial.print(my);    Serial.print(" ");
    Serial.print(mz);    Serial.println();
329    delay(10);
}
Serial.println("");
Serial.println("Adesso segui questo procedimento:");
333 Serial.println("1) copia questi dati su un file .txt");
Serial.println("2) apri Magneto v1.2 e poni come intensita: 47.4688");
Serial.println("3) inserisci il file .txt e avvia il calcolo dei parametri");
}
337 //*****
void calibrazione_Accel(void) {
    float ax, ay, az;
341 Serial.println("premi invio quando sei pronto a calibrare l' accelerometro...");
    while (!Serial.available()) {}
    Serial.println("*****Calibrazione Accelerometro*****");
    Serial.print("Dovrai orientare il sensore in diverse");
345 Serial.println(" posizioni e tenerlo fermo durante la misura");
    Serial.println("Premi invio quando sei pronto...");
    Serial.println(" ");
349 while (Serial.available()) {
        Serial.read();
    }
    for (int k = 0; k < ACCEL_SAMPLES; k++) {
        while (!Serial.available()) {}
353 ax = readSmooth('x');
        ay = readSmooth('y');
        az = readSmooth('z');
        Serial.print(ax);
357 Serial.print(" ");
        Serial.print(ay);
        Serial.print(" ");
        Serial.println(az);
361 while (Serial.available()) {
            Serial.read();
        }
    }
365 Serial.println("");
    Serial.println("Adesso segui questo procedimento:");
    Serial.println("1) copia questi dati su un file .txt");
    Serial.println("2) apri Magneto v1.2 e poni come intensita: 9.80665");
369 Serial.println("3) inserisci il file .txt e avvia il calcolo dei parametri");
}

//*****
373 float readSmooth(char xyz) {
    float vec[filterSamples];
    float sorted[filterSamples];
    float temp;
377 for (int k = 0; k < filterSamples; k++) {
        if (xyz == 'x') {
            vec[k] = mySensor.readAccelX();
        }
381 else if (xyz == 'y') {
            vec[k] = mySensor.readAccelY();
        }
        else if (xyz == 'z') {
385 vec[k] = mySensor.readAccelZ();
        }
        else {
            Serial.println("ATTENZIONE: metti una lettera valida!");
389 while (1) {}
        }
    }
    for (int j = 0; j < filterSamples; j++) {
393 sorted[j] = vec[j];
    }
    bool done = 0;
    while (done != 1) {
```

```
397     done = 1;
      for (int j = 0; j < (filterSamples - 1); j++) {
          if (sorted[j] > sorted[j + 1]) {
              temp = sorted[j + 1];
401             sorted[j + 1] = sorted[j];
              sorted[j] = temp;
              done = 0;
          }
405     }
    }
    int bottom = max(((filterSamples * 15) / 100), 1);
    int top = min((((filterSamples * 85) / 100) + 1), (filterSamples - 1));
409    int k = 0;
    float total = 0;
    for (int j = bottom; j < top; j++) {
        total += sorted[j];
413        k++;
    }
    return total / k;
}
```


Algoritmo del filtro complementare

```

#include "NAxisMotion.h"
#include <Wire.h>
NAxisMotion mySensor;
4 float timestamp, old_timestamp, loop_time;
const float f_campionamento= 100;//misurata in HZ
const float dt_m=(1000 / f_campionamento);//periodo di campionamento in ms
//filtro mean per magnetometro
8 const int filterSamples=15;
int i_xyz;
float sensSmoothArray_mx[filterSamples];
float sensSmoothArray_my[filterSamples];
12 float sensSmoothArray_mz[filterSamples];

/*****INSERIRE I PARAMETRI DI CALIBRAZIONE QUI*****/
//Giroscopio: vettore di offset
16 const float gyro_offsets[3] = {0.0030, 0.0575, 0.0231};
#define gyro_range 1000
// Magnetometro: vettore di offset
const float mag_offsets[3] = {25.057210,20.932665,32.594348};
20 // Magnetometro: matrice di compensazione dell'errore
const float mag_matrix[3][3] = { {1.125443,-0.001714,0.002783},
                                {-0.001714,1.126926,-0.001424},
                                {0.002783,-0.001424,1.180941} };

24 const float mag_norm= 47.4688;
// Accelerometro: vettore di offset
const float acc_offsets[3] = {-0.125090,-0.321071,0.191045};
// Magnetometro: matrice di compensazione dell'errore
28 const float acc_matrix[3][3] = { {1.012338,0.003677,0.011645},
                                {0.003677,1.005927,0.003391},
                                {0.011645,0.003391,0.997030} };

/*****/
32 float gyro[3] = {0,0,0};
float gyro_cal[3] = {0,0,0};
float mag[3] = {0,0,0};
float mag_cal[3] = {0,0,0};
36 float acc[3] = {0,0,0};
float acc_cal[3] = {0,0,0};
float roll_am, roll_am_rad, d_roll, roll_com_rad, roll_com, roll_g_rad, roll_g;
float pitch_am, pitch_am_rad, d_pitch, pitch_com_rad, pitch_com, pitch_g_rad, pitch_g;
40 float heading_am, heading_am_rad, d_heading, heading_com_rad, heading_com;
float heading_g_rad, heading_g;
bool first_run =1;
int k=0, s=0;
44 const int numero_campioni=57000;
float heading_com_stampa[numero_campioni], pitch_com_stampa[numero_campioni],
roll_com_stampa[numero_campioni], loop_time_stampa[numero_campioni];

```

B. Algoritmo del filtro complementare

```
48 void setup() {
  /*****INIZIALIZAZIONE*****/
  Serial.begin(115200);
  while (!Serial) {
52   delay(1);
  }
  I2C.begin();
  mySensor.initSensor();
56 while(Serial.available()){
  char g=Serial.read();
  }
  Serial.println("");
60 Serial.println("");
  Serial.println("-----");
  Serial.println(" SKETCH DI DETERMINAZIONE DI ASSETTO ");
  Serial.println(" utilizzo un filtro complementare di primo ordine ");
64 Serial.println(" scheda: 9 Axis Motion Shield");
  Serial.println("");
  Wire.setClock(400000); // 400KHz

68 /*****CONFIGURAZIONE*****/
  mySensor.setOperationMode(OPERATION_MODE_CONFIG);
  uint8_t a_r = mySensor.readAccelRange();
  uint8_t a_bw = mySensor.readAccelBandwidth();
72 uint8_t g_r = mySensor.readGyroRange();
  uint8_t g_bw = mySensor.readGyroBandwidth();
  uint8_t m_r = mySensor.readMagRate();
  uint8_t m_om = mySensor.readMagOperation_mode();
76 uint8_t m_pw = mySensor.readMagPowerMode();
  Serial.println("PARAMETRI PRIMA DELLA CONFIGURAZIONE");
  Serial.print("ACCELEROMETRO Range: ");
  Serial.println(a_r);
80 Serial.print("          Bandwidth: ");
  Serial.println(a_bw);
  Serial.print("GIROSCOPIO Range: ");
  Serial.println(g_r);
84 Serial.print("          Bandwidth: ");
  Serial.println(g_bw);
  Serial.print("MAGNETOMETRO Rate: ");
  Serial.println(m_r);
88 Serial.print("          Operatio_mode: ");
  Serial.println(m_om);
  Serial.print("          Power_mode: ");
  Serial.println(m_pw);
92 Serial.println("");
  mySensor.writeAccelConfig(ACCEL_RANGE_2G,ACCEL_BW_15_63HZ ,ACCEL_NORMAL);
  mySensor.writeGyroConfig(GYRO_RANGE_2000DPS,GYRO_BW_32HZ);
  mySensor.writeMagConfig(MAG_DATA_OUTRATE_30HZ,MAG_OPERATION_MODE_HIGH_ACCURACY,
96 MAG_POWER_MODE_NORMAL);
  a_r = mySensor.readAccelRange();
  a_bw = mySensor.readAccelBandwidth();
  g_r = mySensor.readGyroRange();
100 g_bw = mySensor.readGyroBandwidth();
  m_r = mySensor.readMagRate();
  m_om = mySensor.readMagOperation_mode();
  m_pw = mySensor.readMagPowerMode();
104 Serial.println("PARAMETRI DOPO LA CONFIGURAZIONE");
  Serial.print("ACCELEROMETRO Range: ");
  Serial.println(a_r);
  Serial.print("          Bandwidth: ");
108 Serial.println(a_bw);
  Serial.print("GIROSCOPIO Range: ");
  Serial.println(g_r);
  Serial.print("          Bandwidth: ");
112 Serial.println(g_bw);
  Serial.print("MAGNETOMETRO Rate: ");
  Serial.println(m_r);
  Serial.print("          Operatio_mode: ");
116 Serial.println(m_om);
```

```

Serial.print("                Power_mode: ");
Serial.println(m_pw);
Serial.println("");
120 mySensor.setOperationMode(OPERATION_MODE_AMG);
mySensor.setUpdateMode(MANUAL);
timestamp = millis();
}
124
void loop() {
while ((!Serial.available())&&k<numero_campioni){
if ((millis() - timestamp) >= dt_m) {
128 old_timestamp=timestamp;
timestamp = millis();
loop_time = timestamp-old_timestamp;
k++;
132
/*****OTTENIMENTO DATI GREZZI*****/
mySensor.updateAccel();
mySensor.updateGyro();
136 mySensor.updateMag();
gyro[0]=mySensor.readGyroX()*gyro_range/2000;
gyro[1]=mySensor.readGyroY()*gyro_range/2000;
gyro[2]=mySensor.readGyroZ()*gyro_range/2000;
140 mag[0]=mySensor.readMagX();
mag[1]=mySensor.readMagY();
mag[2]=mySensor.readMagZ();
acc[0]=mySensor.readAccelX();
144 acc[1]=mySensor.readAccelY();
acc[2]=mySensor.readAccelZ();

/*****CORREZIONE TRAMITE CALIBRAZIONE*****/
148 gyro_cal[0]=(gyro[0]-gyro_offsets[0])*M_PI/180;
gyro_cal[1]=(gyro[1]-gyro_offsets[1])*M_PI/180;
gyro_cal[2]=(gyro[2]-gyro_offsets[2])*M_PI/180;
float mx=mag[0]-mag_offsets[0];
152 float my=mag[1]-mag_offsets[1];
float mz=mag[2]-mag_offsets[2];
mag_cal[0]=mx*mag_matrix[0][0]+my*mag_matrix[0][1]+mz*mag_matrix[0][2];
mag_cal[1]=mx*mag_matrix[1][0]+my*mag_matrix[1][1]+mz*mag_matrix[1][2];
156 mag_cal[2]=mx*mag_matrix[2][0]+my*mag_matrix[2][1]+mz*mag_matrix[2][2];
float ax=acc[0]-acc_offsets[0];
float ay=acc[1]-acc_offsets[1];
float az=acc[2]-acc_offsets[2];
160 acc_cal[0]=ax*acc_matrix[0][0]+ay*acc_matrix[0][1]+az*acc_matrix[0][2];
acc_cal[1]=ax*acc_matrix[1][0]+ay*acc_matrix[1][1]+az*acc_matrix[1][2];
acc_cal[2]=ax*acc_matrix[2][0]+ay*acc_matrix[2][1]+az*acc_matrix[2][2];
float acc_cal_mod=sqrt(sq(acc_cal[0])+sq(acc_cal[1])+sq(acc_cal[2]));
164 bool vibrazioni=((acc_cal_mod<9)||acc_cal_mod>10.8);

/*****FILTRAGGIO DATI MAGNETOMETRO*****/
i_xyz = (i_xyz + 1) % filterSamples;
168 float mx_cal_MEAN=digitalSmooth(mag_cal[0], sensSmoothArray_mx, i_xyz);
float my_cal_MEAN=digitalSmooth(mag_cal[1], sensSmoothArray_my, i_xyz);
float mz_cal_MEAN=digitalSmooth(mag_cal[2], sensSmoothArray_mz, i_xyz);
if (k<filterSamples){
172 mx_cal_MEAN=mag_cal[0];
my_cal_MEAN=mag_cal[1];
mz_cal_MEAN=mag_cal[2];
}
176

/*****ORIENTAZIONE DA ACCELEROMETRO e MAGNETOMETRO*****/
pitch_am_rad=atan(-acc_cal[0]/(sqrt(sq(acc_cal[1])+sq(acc_cal[2]))));
pitch_am = pitch_am_rad*180/M_PI;
180 roll_am_rad=atan2(acc_cal[1], sign(acc_cal[2])*
sqrt(sq(acc_cal[2])+0.01*sq(acc_cal[0])));
roll_am = roll_am_rad*180/M_PI;

184 float num = mz_cal_MEAN*sin(roll_am_rad)-my_cal_MEAN*cos(roll_am_rad);
float den = mx_cal_MEAN*cos(pitch_am_rad)+my_cal_MEAN*sin(pitch_am_rad)*
sin(roll_am_rad)+mz_cal_MEAN*sin(pitch_am_rad)*cos(roll_am_rad);

```

B. Algoritmo del filtro complementare

```
heading_am_rad =atan2(num,den);
188 heading_am = heading_am_rad*180/M_PI;

/*****ORIENTAZIONE DA GIROSCOPIO*****/
float dt= loop_time/1000;
192 if (first_run==1){
    roll_g_rad = roll_am_rad;
    roll_g = roll_g_rad*180/M_PI;
    pitch_g_rad = pitch_am_rad;
196 pitch_g = pitch_g_rad*180/M_PI;
    heading_g_rad = heading_am_rad;
    heading_g =heading_g_rad*180/M_PI;
    first_run=0;
200 }
    else {
        d_roll = gyro_cal[0]+gyro_cal[1]*sin(roll_com_rad)*tan(pitch_com_rad)
                +gyro_cal[2]*cos(roll_com_rad)*tan(pitch_com_rad);
204 d_pitch = gyro_cal[1]*cos(roll_com_rad)-gyro_cal[2]*sin(roll_com_rad);
        d_heading = gyro_cal[1]*sin(roll_com_rad)/cos(pitch_com_rad)+gyro_cal[2]
                *cos(roll_com_rad)/cos(pitch_com_rad);
        roll_g_rad = roll_com_rad + d_roll*dt;
208 roll_g = roll_g_rad*180/M_PI;
        pitch_g_rad = pitch_com_rad + d_pitch*dt;
        pitch_g = pitch_g_rad*180/M_PI;
        heading_g_rad = heading_com_rad+ d_heading*dt;
212 heading_g =heading_g_rad*180/M_PI;
    }

/*****FILTRO COMPLEMENTARE*****/
216 const float tau=0.264; //inverso della frequenza di taglio= 3.79
float a=tau/(tau+dt); //costante per il filtro =0.98
float a_h=0.0676/(0.0676+dt); //costante per il filtro =0.86

220 if ( (roll_com >175)|| (roll_com <-175)|| ( (roll_com >150)&&(roll_am <0)&&
    (!vibrazioni) ) || ( (roll_com <-150)&&(roll_am >0)&&(!vibrazioni) ) ){
    roll_com_rad= roll_am_rad;
    roll_com= roll_am;
224 }
    else if( vibrazioni ){
        roll_com_rad= roll_g_rad;
        roll_com= roll_g;
228 }
    else {
        roll_com_rad= a*roll_g_rad + (1-a)*roll_am_rad;
        roll_com= roll_com_rad*180/M_PI;
232 }

    if( vibrazioni ){
        pitch_com_rad= pitch_g_rad;
236 pitch_com= pitch_g;
    }
    else {
        pitch_com_rad= a*pitch_g_rad + (1-a)*pitch_am_rad;
240 pitch_com= pitch_com_rad*180/M_PI;
    }

    if ( (heading_com >175)|| (heading_com <-175)|| ( (heading_com >150)&&(heading_am <0)
    &&(!vibrazioni) ) || ( (heading_com <-150)&&(heading_am >0)&&(!vibrazioni) ) ){
244 heading_com_rad= heading_am_rad;
        heading_com= heading_am;
    }
    else if( vibrazioni ){
        heading_com_rad= heading_g_rad;
        heading_com= heading_g;
248 }
    else {
        heading_com_rad= a_h*heading_g_rad + (1-a_h)*heading_am_rad;
        heading_com=heading_com_rad *180/M_PI;
252 }
256 }
```

```

    /*****SALVATAGGIO DEI DATI*****/
    heading_com_stampa[k-1]=heading_com;
    pitch_com_stampa[k-1]=pitch_com;
260    roll_com_stampa[k-1]=roll_com;
    loop_time_stampa[k-1]=loop_time ;
    }
}
264 /*****STAMPE*****/
    if (s<k){
        Serial.print(heading_com_stampa[s]); Serial.print(" ");
        Serial.print(pitch_com_stampa[s]); Serial.print(" ");
268        Serial.print(roll_com_stampa[s]); Serial.print(" ");
        Serial.println(loop_time_stampa[s]);
        s++;
    }
272 else{
        Serial.println(""); Serial.println(""); Serial.println("");
        Serial.println("ESPERIMENTO CONCLUSO!");
        while (1){}
276 }
}

280 //*****FUNZIONI*****/
int sign(float val) {
    if (val < 0) return -1;
    else if (val >0) return 1;
284 }
//*****
float digitalSmooth(float rawIn, float* sensSmoothArray,int i_xyz){
    int k, top, bottom;
288    float temp, total;
    static float sorted[filterSamples];
    bool done;
    sensSmoothArray[i_xyz] = rawIn;
292    for (int j=0; j<filterSamples; j++){
        sorted[j] = sensSmoothArray[j];
    }
    done = 0;
296    while(done != 1){
        done = 1;
        for (int j = 0; j < (filterSamples - 1); j++){
            if (sorted[j] > sorted[j + 1]){
300                temp = sorted[j + 1];
                sorted [j+1] = sorted[j] ;
                sorted [j] = temp;
                done = 0;
304            }
        }
        bottom = max(((filterSamples * 15) / 100), 1);
308        top = min((((filterSamples * 85)+1) / 100 ), (filterSamples - 1));
        k = 0;
        total = 0;
        for (int j = bottom; j< top; j++){
312            total += sorted[j];
            k++;
        }
        return total / k;
316 }

```

B. Algoritmo del filtro complementare

Bibliografia

- [1] A. Bertin, M. Poli, A. Vitale "Fondamenti di Meccanica" Progetto Leonardo, Esculapio, Bologna
- [2] P. Biscari, T. Ruggeri, G. Saccomandi, M. Vianello "Meccanica Razionale" edito da Springer
- [3] J. R. Wertz "Spacecraft Attitude Determination and Control" Astrophysics and Space Science Library, 1978, Springer
- [4] P. M. Zanzi, (2015, 04 01). "Dispense di Elaborazione Dati per la Navigazione – Accelerometri e Gyros".
- [5] A. Locarini, (2018-2019). "Dispense di Satelliti e missioni spaziali – ADCS Attitude Determination and Control System"
- [6] Wikipedia, l'enciclopedia libera
- [7] S. Colton (2007,06) "The Balance Filter A Simple Solution for Integrating Accelerometer and Gyroscope Measurements for a Balancing Platform"
- [8] Robottini, Little robots with Arduino (2011,09) "Kalman filter vs Complementary filter"
- [9] M. Pedley (2013, 03). "Tilt Sensing Using a Three-Axis Accelerometer". Retrieved from NXP Freescale Semiconductor.

BIBLIOGRAFIA

- [10] M. Pedley (2015, 10). "High-Precision Calibration of a Three-Axis Accelerometer". Retrieved from NXP Freescale Semiconductor
- [11] T. Ozyagcilar (2015, 11). "Implementing a Tilt-Compensated eCompass using Accelerometer and Magnetometer Sensors". Retrieved from NXP Freescale Semiconductor
- [12] T. Ozyagcilar (2015, 11). "Layout Recommendations for PCBs Using a magnetometer Sensor". Retrieved from NXP Freescale Semiconductor.
- [13] T. Ozyagcilar (2015, 11). "Calibrating an eCompass in the Presence of Hard- and Soft-Iron Interference". Retrieved from NXP Freescale Semiconductor.
- [14] <https://electronics.stackexchange.com/questions/358377/transient-drop-in-accelerometer-gravity-reading-when-in-motion>
- [15] <https://howtomechatronics.com/how-it-works/electrical-engineering/mems-accelerometer-gyroscope-magnetometer-arduino/>
- [16] Thébault, E. &. (2015). International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67 – 79
- [17] https://www.researchgate.net/figure/Gimbal-lock-problem-for-Euler-angles-A-no-gimbal-lock-B-yaw-and-roll-angles-are_fig14_332394380
- [18] <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com%2Fpin%2F826903181567738299%2F&psig=AOvVaw3SOy9AR-eEEoMZqQKhW2K4D&ust=1614954403908000&source=images&cd=-vfe&ved=0CA0QjhxqFwoTCJCN99L0lu8CFQAAAAAdAAAAABAD>