

ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA  
Sede di Forlì

Corso di Laurea in  
INGEGNERIA AEROSPAZIALE  
Classe 10

ELABORATO FINALE DI LAUREA

In SATELLITI E MISSIONI SPAZIALI

**CALIBRAZIONE DI UN MAGNETOMETRO MEMS  
PER LA DETERMINAZIONE D'ASSETTO  
ATTRAVERSO IL DATA FITTING**

CANDIDATO

Roberto Olivieri

RELATORE

Prof. Alfredo Locarini

CORRELATORE

Dott. Anton Bahu

Anno Accademico 2019/2020



## Abstract

Il presente lavoro di tesi descrive il processo di calibrazione di un magnetometro MEMS triassiale. I parametri del modello degli errori vengono stimati attraverso il *data fitting* e in seguito vengono validati sperimentalmente.

I magnetometri sono sensori ampiamente utilizzati nelle unità IMU (*Inertial Measurement Unit*), ma necessitano di un'adeguata calibrazione per poter fornire dati accurati. L'aver scelto di utilizzare un dispositivo MEMS (*Micro ElectroMechanical System*) rafforza ulteriormente questa necessità, poiché tali elementi sono soggetti a disturbi e rumore indotti da campi elettromagnetici generati a bordo della struttura. L'unica assunzione fatta sul campo magnetico agente sul sensore è che esso sia localmente uniforme e ciò permette di svincolare l'algoritmo dalle coordinate nelle quali viene effettuato il test.

Il lavoro svolto consiste nell'implementazione di un codice in linguaggio C++ che, a partire dai dati grezzi misurati, ne effettui l'ottimizzazione attraverso un metodo ai minimi quadrati. L'algoritmo implementato determina i parametri del sensore ottimizzando il *fitting* dei dati rispetto a un ellissoide. A seguire, stima i parametri che verranno impiegati per la correzione delle misurazioni.

In parallelo, i parametri del modello degli errori vengono stimati attraverso una procedura eseguita in ambiente MATLAB, in modo da comparare i risultati e valutare così l'efficacia dell'algoritmo implementato.



## INDICE

1. Introduzione .....	1
1.1. Nanosatelliti CubeSat .....	2
1.2. Ambiente spaziale .....	3
1.3. Sottosistemi di un satellite .....	8
1.4. Arduino e tecnologia MEMS .....	14
1.5. Calibrazione dei magnetometri MEMS .....	15
2. Sensori per la determinazione d'assetto .....	16
2.1. Sensori inerziali .....	16
2.2. Sensori di riferimento .....	17
3. Tipologie di magnetometro e calibrazione .....	19
3.1. Caratteristiche del magnetometro .....	19
3.2. Calibrazione del magnetometro .....	22
3.2.1. Modellazione degli errori del magnetometro .....	23
3.2.2. Algoritmo di calibrazione .....	25
3.2.3. <i>Least squares ellipsoid fitting</i> .....	29
4. Implementazione del codice e risultati sperimentali .....	32
4.1. Implementazione del codice .....	32
4.2. Prove e risultati della calibrazione sperimentale .....	36
5. Conclusioni .....	40
Bibliografia .....	41
Ringraziamenti .....	43



## 1. Introduzione

Dagli anni Novanta del secolo scorso, grazie alla miniaturizzazione dei componenti elettronici, è stato possibile realizzare satelliti di dimensioni ridotte, con una conseguente riduzione dei tempi e costi di produzione. Ciò ha consentito l'accesso allo spazio a università, enti e società private con capitali limitati.

I satelliti possono essere classificati in base alla loro massa (Tabella 1.1); quelli di piccole dimensioni hanno di solito una massa inferiore ai 200 kg e vengono impiegati per obiettivi di nicchia. Possono essere sviluppati velocemente, con un costo ridotto e permettono ai costruttori di utilizzare tecnologie più moderne ed economiche. Tali tecnologie possono essere selezionate sia tra quelle che sono già in possesso di *flight heritage*, sia tra quelle che invece non sono ancora certificate per volare nello spazio. Un altro vantaggio delle dimensioni ridotte è che esse consentono architetture molto più semplici; ne consegue che i satelliti miniaturizzati raggiungono gli standard di affidabilità attraverso la semplicità, invece di optare per la ridondanza dei sistemi. Il peso ridotto inoltre riduce i costi di lancio, che in genere possono ammontare fino alla metà del costo totale di sviluppo e messa in orbita.

Tabella 1.1. Classificazione dei satelliti in base alla loro massa.

Classe	Sottoclasse	Massa satellite
Satellite grande		>1000 kg
Satellite medio		500-1000 kg
Satellite piccolo	Minisatellite	100-500 kg
	Microsatellite	10-100 kg
	Nanosatellite	1-10 kg
	Picosatellite	0.1-1 kg
	Femtosatellite	<100 g

Nei seguenti paragrafi andremo a descrivere brevemente la piattaforma satellitare che ha determinato la selezione dell'algoritmo utilizzato in questo progetto, i sottosistemi principali che compongono tale struttura, le principali caratteristiche dell'ambiente spaziale e il ruolo dei magnetometri MEMS all'interno del satellite.

## 1.1. Nanosatelliti CubeSat

Lo standard CubeSat è un format di nanosatelliti modulari, sviluppato in collaborazione tra la California Polytechnic State University e la Stanford University nel 1999 per facilitare l'accesso all'ambiente spaziale degli studenti universitari. Da allora lo standard è stato adottato da centinaia di università, organizzazioni governative e società private in tutto il globo a fini di ricerca o per scopi commerciali.

Ogni modulo, chiamato CubeSat 1U, è di dimensione  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  e con una massa non superiore agli 1.33 kg; possono essere assemblate più unità per formare satelliti di dimensioni maggiori e contenere un maggior carico pagante (*payload*) fino a dimensioni, per esempio, di 6U, 12U o oltre [3].

Vengono utilizzati principalmente in orbita bassa terrestre LEO (*Low Earth Orbit*) per missioni di ricerca scientifica o missioni dimostrative di nuove tecnologie.

Le dimensioni ridotte e standardizzate promuovono un sistema altamente integrato nel quale è possibile realizzare componenti COTS (*Commercial Off The Shelf*), ossia disponibili per l'acquisto sul mercato, da impiegare nei sottosistemi del satellite; ciò permette un ulteriore decremento dei costi poiché non obbliga il costruttore a realizzare componenti *ad-hoc*. Inoltre, la standardizzazione dei dispositivi impiegati per la loro immissione in orbita, come per esempio il P-POD (*Poly-PicoSatellite Orbital Deployers*), ne semplifica la sistemazione sul lanciatore, minimizzando i rischi durante il lancio.



## 1.2. Ambiente spaziale

L'ambiente spaziale inizia, per convenzione, dopo aver superato la linea di Karman, posta per definizione a 100 km di quota dal livello del mare, come mostrato in Figura 1.1.



Figura 1.1. Linea di Karman.

(Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:1000px-Atmosphere\\_layers-en.PNG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:1000px-Atmosphere_layers-en.PNG))

Le caratteristiche dell'ambiente spaziale influenzano la performance e la vita operativa dei satelliti. Esistono fattori ambientali che possono causare malfunzionamenti o la perdita di componenti o interi sottosistemi; ciò aumenta il rischio e la complessità delle missioni. Verranno descritti di seguito gli aspetti principali che caratterizzano l'ambiente spaziale:

Radiazione solare. La sua emissione da parte del Sole ha un andamento ciclico con periodo di circa 11 anni (Figura 1.2). L'attività solare viene determinata dal numero di macchie solari che compaiono sulla superficie del Sole e la loro densità viene misurata attraverso una quantità denominata numero di Wolf. L'emissione di radiazione solare influisce sul dimensionamento dei sottosistemi termici e di potenza, poiché incrementa il calore che necessita di essere dissipato e perché rappresenta un fattore significativo durante il dimensionamento dei pannelli solari.

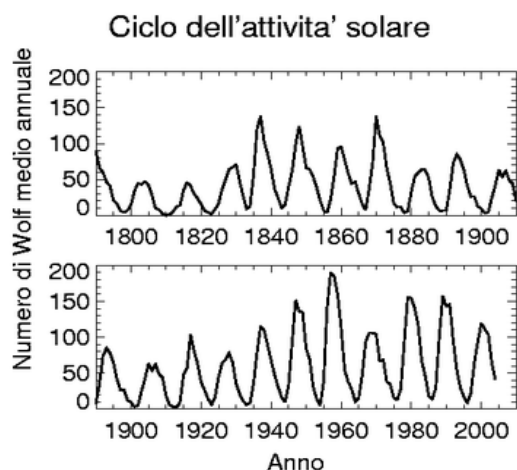


Figura 1.2. Andamento dell'attività solare.  
 (Fonte: [https://it.wikipedia.org/wiki/File:Ssnum\\_ita.png](https://it.wikipedia.org/wiki/File:Ssnum_ita.png))

Plasma. La corona solare espelle il vento solare, ossia un flusso di elettroni e protoni ad alta energia che viene schermato dal campo magnetico terrestre. Alcune particelle rimangono intrappolate nel campo geomagnetico generando le Fasce di Van Allen; esse sono delle regioni toroidali di plasma che possono raggiungere energie anche superiori ai 100 MeV, quindi è preferibile posizionare l'orbita del satellite in modo da evitarle. Le particelle cariche possono causare scariche elettriche tra parti del satellite e comportano un incremento di radiazione ionizzante che danneggia i componenti in maniera irreversibile.

Atmosfera residua. La presenza di gas, anche se molto rarefatti, è sufficiente a causare resistenza aerodinamica, riscaldamento da attrito e corrosione chimica causata da agenti fortemente reattivi (per esempio, ossigeno atomico). I satelliti vengono immessi normalmente in orbite al di sopra dei 120 km poiché, per quote inferiori, la resistenza atmosferica causa un decadimento orbitale veloce, accorciandone la vita operativa.

Microgravità. La distanza dalla Terra fa sì che la forza di gravità agente sia debole. I processi chimici e fisici, soprattutto dei fluidi, ne risultano modificati e l'assenza di fenomeni convettivi influenza il design termico. Inoltre, la pressione bassa genera *outgassing*, cioè la sublimazione di parti di materiali con conseguente modifica delle loro proprietà meccaniche.

Detriti spaziali. Popolazioni di oggetti orbitanti di origine naturale e artificiale costituiscono un pericolo costante per i satelliti. Gli oggetti di origine naturale sono costituiti in larga parte da micrometeoriti e da un numero ridotto di dimensioni ragguardevoli. Quelli artificiali (Figura 1.3) hanno una distribuzione di dimensioni più variegata e sono concentrati nelle orbite più utilizzate, il che aumenta la probabilità di impatto e li rende più pericolosi.

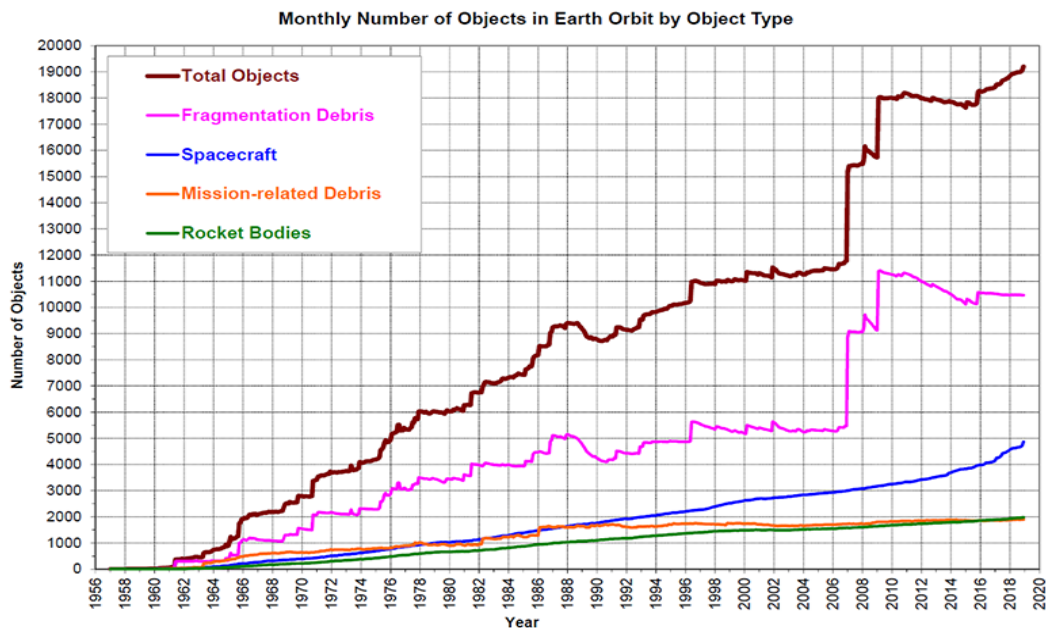


Figura 1.3. Numero di detriti spaziali in orbita LEO con diametro >10 cm. Novembre 2020.

(Fonte: <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/modeling/legend.html>)

Campo magnetico terrestre. Il campo geomagnetico è assimilabile al campo generato da un dipolo magnetico con poli non coincidenti con quelli geografici, non statici e con asse inclinato di  $\approx 11.30^\circ$  rispetto all'asse di rotazione terrestre. Il piano perpendicolare al dipolo terrestre e passante per il centro della Terra viene chiamato «equatore magnetico». L'intensità del campo magnetico al livello del mare oscilla tra i 25 e i 65  $\mu\text{T}$ , con il polo nord geomagnetico posto in Antartide e il polo sud localizzato in Canada. La posizione dei poli non è stazionaria ma varia nel tempo ed essi arrivano a invertirsi di posto a intervalli di tempo irregolari; tali inversioni possono avvenire con una media di diverse centinaia di migliaia di anni. La magnitudo del campo diminuisce con l'aumentare della quota e incrementa fino a raddoppiare passando dall'equatore magnetico ai poli.

Le seguenti nozioni sono descritte esaurientemente da Wertz J.R. in [12]. All'equatore geomagnetico i vettori del campo sono tangenti alla superficie terrestre, mentre sono perpendicolari a essa in prossimità dei poli. Esistono diverse teorie che descrivono il modello del campo geomagnetico: una tra esse è l'effetto dinamo, che ne attribuisce lo sviluppo alla massa di fluido elettricamente carica presente nel nucleo esterno e posta in moto convettivo e in rotazione attorno al nucleo interno solido. Purtroppo, tali modelli hanno finora avuto un successo limitato nel calcolo dei valori del campo. Una tecnica alternativa consiste nella determinazione dei dati attraverso metodi empirici, alla quale si fa seguire un processo di ottimizzazione (*fitting*) ai minimi quadrati. I dati vengono raccolti in stazioni scientifiche denominate «osservatori magnetici»; purtroppo essi non sono distribuiti in modo uniforme attorno al globo e quindi alcune zone della Terra risultano avere una densità di misurazioni minore. Si è in grado di ovviare a questo problema ricorrendo a campionamenti effettuati attraverso l'uso di satelliti.

Il campo geomagnetico viene distorto a causa di perturbazioni generate da una varietà di sorgenti, tra le quali la principale è il Sole. Il vento solare è un flusso di particelle cariche ad alta energia; poiché il plasma è altamente conduttivo, il campo terrestre non sarà in grado di penetrarlo e quindi verrà compresso finché non si raggiungerà un punto di equilibrio tra le densità di energia di entrambi. Ciò avviene a una distanza di circa dieci raggi terrestri. A questo punto il flusso di plasma si suddivide e, mentre alcune particelle rimangono intrappolate all'interno della magnetosfera andando a generare le fasce di Van Allen, altre circumnavigano il globo trascinando con sé le linee di campo (Figura 1.4).

Quando il vento solare incide il campo magnetico si genera una linea di shock (*shock front*); a valle di essa giace una zona di turbolenza magnetica denominata *magnetosheath* caratterizzata da rapide variazioni in direzione e intensità dei vettori del campo. All'interno della magnetosfera il magnetismo è indotto principalmente da cause geologiche, mentre al di fuori da essa è determinato soprattutto dal vento solare e dalla sua interazione con la Terra. Il confine tra la magnetosfera e la *magnetosheath* è denominato «magnetopausa», mentre la zona posta a valle della Terra nella quale per la prima volta le linee di campo non si chiudono è chiamata *cusp region*. La parte di campo trascinata dal plasma e composta da linee aperte viene nominata *magneotail* e il piano che separa le linee entranti nel pianeta da quelle uscenti è chiamata *neutral sheet*.

Sebbene l'emissione di vento solare risulti pressoché costante, essa viene spesso intensificata dall'azione dei brillamenti solari (*solar flare*). Queste violente eruzioni di plasma comprimono ulteriormente il campo magnetico generando un incremento d'intensità che viene

definito tempesta magnetica. La frequenza di tali fenomeni è correlata con l'attività delle macchie solari.

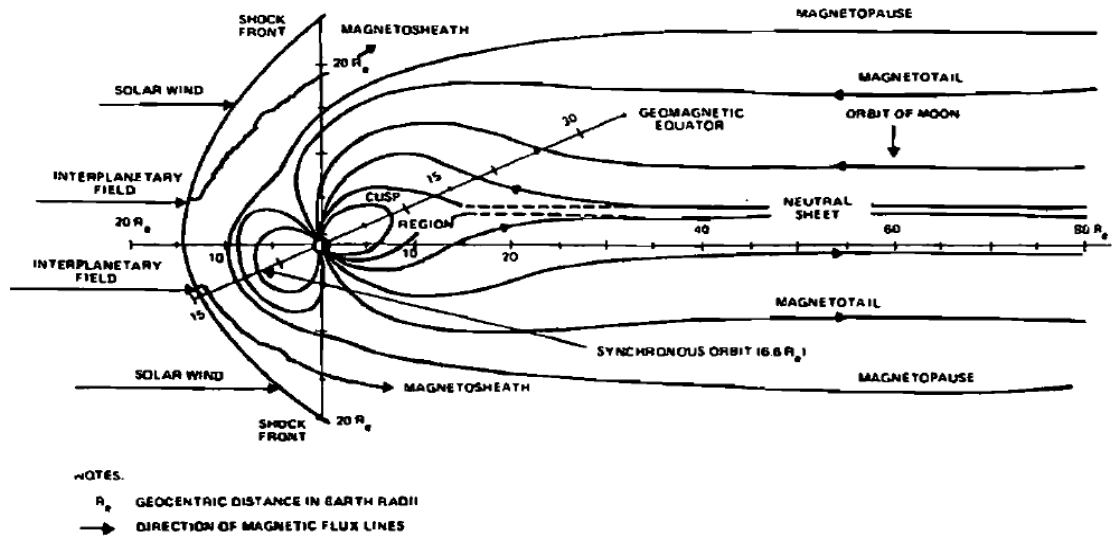


Figura 1.4. Magnetosfera terrestre.

(Fonte: Wertz J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, 1990)

### 1.3. Sottosistemi di un satellite

Ogni satellite può essere suddiviso in due parti distinte: il *bus* e il *payload*. Il *bus* rappresenta la struttura principale del veicolo e alloggia tutti i sottosistemi necessari per esplicare la missione e consentire il suo corretto funzionamento. Il *payload* è l'insieme degli strumenti che eseguono la missione vera e propria in funzione dei quali vengono stabiliti gli obiettivi di missione, l'orbita e il dimensionamento del *bus*. In questo paragrafo andremo a descrivere i principali sottosistemi che compongono il *bus* e che sono ampiamente descritti da Wertz J.R. in [13].

#### Sistema di determinazione e controllo d'assetto

Il sottosistema di determinazione e controllo d'assetto (*ADCS – Attitude Determination and Control System*) ha il ruolo di determinare l'orientamento del veicolo in funzione del tempo (determinazione d'assetto) e di orientare il satellite nella direzione desiderata durante la missione, contrastando i momenti di disturbo che agiscono su di esso (controllo d'assetto).

Un corpo nello spazio viene sottoposto a piccole ma persistenti coppie di disturbo che provengono da una varietà di sorgenti. Questi momenti possono essere ciclici, quando variano in modo sinusoidale, o secolari, quando si accumulano nel tempo e possiedono media non nulla lungo l'orbita (Figura 1.5). Se non opportunamente contrastate, la presenza di queste coppie varierà l'orientamento del satellite.

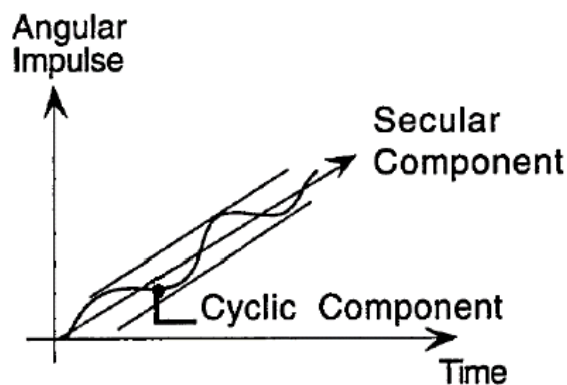


Figura 1.5. Componente secolare e ciclica dell'impulso angolare.

(Fonte: Locarini A., *Dispense di Satelliti e Missioni Spaziali*.)

Il sistema ADCS può agire in modo passivo, attraverso l'aumento dell'inerzia del veicolo e quindi rendendo tollerabili i disturbi, o in modo attivo, misurando il movimento del corpo e applicando a esso delle manovre correttive. L'ADCS si avvale di propri sensori e attuatori, ma spesso svolge le sue funzioni in cooperazione con altri sottosistemi, come quello di propulsione o di telecomunicazione. Tali sistemi possiedono requisiti di puntamento più stringenti e ciò può portare i progettisti a selezionare attuatori più performanti, rispetto al caso in cui ci fossero da contrastare solamente le coppie di disturbo. Si sceglie spesso di utilizzare più tipi di sensori contemporaneamente, in modo che ognuno possa sopperire alle carenze degli altri. Nel capitolo 2 ci occuperemo della descrizione dei sensori più utilizzati dall'ADCS; essi possono essere suddivisi in due categorie:

Sensori di riferimento. Misurano l'assetto a intervalli di tempo discreti rispetto a un sistema di riferimento (SdR) esterno, definito da un corpo nello spazio (come il Sole, la Terra, le stelle fisse) o dal campo magnetico terrestre. Sono affidabili, ma possono avere problemi di visibilità durante alcune fasi dell'orbita.

Sensori inerziali. Misurano l'assetto a intervalli di tempo ristretti rispetto a un sistema di riferimento solidale con il corpo (Figura 1.6). Sono accurati nel breve periodo, ma possono presentare un *drift* dovuto a un accumulo degli errori di misurazione; quindi necessitano di una calibrazione periodica operata mediante l'utilizzo di un sensore di riferimento.

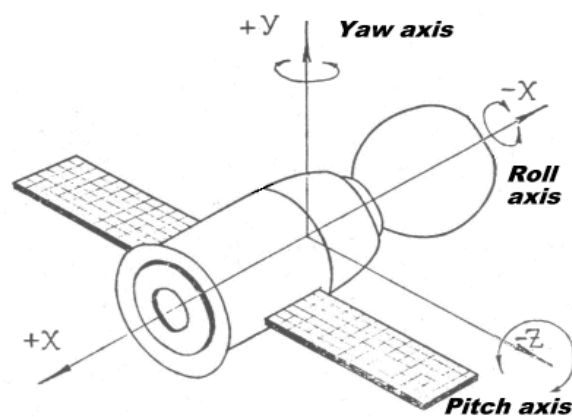


Figura 1.6. Esempio di SdR solidale

(Roll = rollio, Pitch = beccheggio, Yaw = imbardata).

(Fonte: <http://www.svengrahn.pp.se/histind/Soyuz1Land/SoyAtti.htm>)

## Sistema di potenza

Il sottosistema di potenza fornisce l'alimentazione elettrica a tutti i sistemi di bordo garantendone la continuità di servizio, controlla e distribuisce la potenza elettrica soddisfacendo i requisiti di assorbimento medi e di picco, gestisce le conversioni di tensione alternata e continua e protegge il *payload* e il resto del sistema da guasti di natura elettrica.

La potenza richiesta si ottiene da un *power budget* di dettaglio, ossia una stima dell'assorbimento di potenza elettrica da parte del *payload* e degli altri sottosistemi durante le diverse fasi di missione. Tali stime vengono calcolate sia all'inizio della vita operativa del satellite BOE (*beginning of life*), sia al suo termine EOL (*end of life*), poiché bisogna tenere conto del degrado della performance dei pannelli solari durante il loro ciclo vitale. Il dimensionamento del sistema di potenza si esegue in base ai dati EOL.

Per missioni di breve durata si possono usare degli accumulatori come fonte primaria di energia elettrica. Per missioni di durata maggiore le batterie non sono più sufficienti, quindi bisogna ricorrere a sorgenti che possono essere di diversa natura:

Pannelli solari. Le celle fotovoltaiche sono in grado di assorbire la parte non riflessa della radiazione solare incidente e trasformarla in energia elettrica. Vengono spesso impiegate per missioni in orbita terrestre, mentre se ne fa un uso minore durante le missioni interplanetarie, poiché la maggior distanza dal sole causa una diminuzione dell'intensità della radiazione solare incidente. Il tipo di orbita utilizzata determina il tempo passato dal satellite in eclissi e durante tale periodo i sistemi dovranno essere alimentati da batterie. In funzione di tale tempo si stima la potenza elettrica che deve essere generata dai pannelli solari durante la fase diurna, che deve essere sufficiente ad alimentare tutti i sottosistemi e a effettuare contemporaneamente la ricarica delle batterie.

Generatori nucleari. Le sorgenti nucleari funzionano generalmente per effetto termionico alimentato da decadimento radioattivo o attraverso veri e propri generatori a fissione. Sono necessari per missioni in zone esterne del Sistema Solare o quando è necessaria una maggiore densità di energia.



Generatori termoelettrici a radioisotopi (RTG). Gli RTG (Radioisotope Thermoelectric Generator) sono generatori nucleari che sfruttano il decadimento radioattivo di materiale fissile per generare il calore necessario alla produzione di potenza elettrica. Vengono generalmente installati su strutture esterne per minimizzare gli effetti delle radiazioni e diminuire la trasmissione di calore verso il *bus*.

Celle a combustibile. Le celle a combustibile sono dispositivi elettrochimici in cui avviene una reazione chimica di ossidazione controllata dalla quale si genera energia elettrica. Le celle tipicamente utilizzate in ambito spaziale usano idrogeno e ossigeno come combustibile e restituiscono acqua alla fine del processo. La cella a combustibile è una soluzione utilizzata spesso in veicoli con equipaggio perché restituisce acqua potabile, ma purtroppo richiede un continuo apporto di idrogeno e di ossigeno, che necessitano di essere stoccati in appositi serbatoi.

## **Sistema di Telecomunicazione**

Il sottosistema di telecomunicazione assicura la comunicazione tra il satellite e il segmento di terra, occupandosi del *downlink* dei dati del *payload*, della Telemetria, del Tracking e dell'*uplink* dei Comandi. La Telemetria è quell'insieme di dati che consentono di monitorare lo stato di operatività e di salute del *bus* e del *payload*. Il Tracking è la funzione di valutazione della posizione e della velocità del satellite, mentre i Comandi, ricevuti da terra o da altri *spacecraft*, consentono di modificarne lo stato. I dati del *payload* sono spesso trasmessi su un canale dedicato, poiché consistono in una maggiore quantità di informazioni rispetto a TT&C (Telemetria, Tracking e Comandi).

Un dato importante nel dimensionamento del sistema di telecomunicazione è il *data rate*, misurato in bit/s, che può essere determinato valutando la mole di dati prodotta dal *payload* nella frazione di orbita in cui questo acquisisce informazioni, dividendola per la durata del contatto tra satellite e stazioni di terra. Un altro parametro importante è il *data processing on board*, cioè la quantità di dati che è possibile elaborare a bordo, poiché consente di ridurre la quantità di trasmissioni necessarie.

Il segnale deve subire il processo di modulazione prima di essere trasmesso; si tratta di una tecnica che consiste nel variare opportunamente alcune caratteristiche del segnale portante, in modo che esso rechi l'informazione contenuta nel segnale di partenza. La portante è il segnale trasmesso sul canale e la sua frequenza verrà selezionata in modo da ridurre il fattore di attenuazione causato dall'atmosfera e dalla pioggia.

## **Sistema di controllo termico**

Il sottosistema di controllo termico possiede due funzioni principali: assicurare che i componenti elettronici e meccanici funzionino all'interno del range di temperatura entro cui mantengono l'efficienza e l'affidabilità necessarie e minimizzare le deformazioni indotte dalle dilatazioni termiche.

Il range di temperatura accettabile possiede un limite inferiore al di sotto del quale non dovrà scendere e un limite superiore che non dovrà essere superato. Il controllo termico deve inoltre impedire un eccessivo gradiente termico tra le diverse parti della struttura; una differenza di temperatura troppo marcata tra una zona calda e una fredda può portare a deformazioni strutturali che possono disturbare la capacità di puntamento di alcuni strumenti o distorcere il posizionamento relativo tra i componenti.

La temperatura del satellite dipende dal bilancio energetico tra il calore ricevuto dalle sorgenti interne ed esterne (quali la luce solare, l'albedo e la radiazione infrarossa emessa dai corpi celesti) e il calore irradiato nello spazio.

## Propulsione

I sistemi di propulsione spaziale rispondono tipicamente a diversi obiettivi: eseguono il lancio del vettore che porterà il *payload* in orbita LEO, operano il trasferimento orbitale da tale orbita a quella di missione (che può essere un'orbita a quota maggiore o una interplanetaria), forniscono la spinta necessaria per il controllo d'assetto e il mantenimento orbitale, ed effettuano il *de-orbiting* per il rientro del veicolo a fine vita operativa.

I requisiti di sistema e le prestazioni dell'impianto propulsivo di bordo dipendono fortemente dalle prestazioni del lanciatore, poiché esse determinano la quota dell'orbita LEO di transizione.

La propulsione a gas freddo costituisce la tipologia di razzo più semplice, poiché è composta da una sorgente di gas pressurizzata che viene accelerata in un ugello. Viene utilizzata in tutti quegli ambiti nella quale si preferisce la semplicità rispetto alle alte prestazioni. I sistemi di propulsione elettrica utilizzano potenza elettrica per accelerare il propellente nell'ugello e generare la spinta necessaria. Tale sistema si rivela molto interessante poiché, non essendoci limiti teorici alla quantità di energia elettrica che può essere ceduta al propellente, si è in grado di ridurre notevolmente il consumo e sviluppare impulsi specifici molto elevati (anche di diverse migliaia di secondi rispetto ai  $\approx 300$  s sviluppati dai propulsori chimici). L'energia elettrica necessaria può essere ottenuta attraverso pannelli solari o da sorgenti di tipo nucleare.

## 1.4. Arduino e tecnologia MEMS

Arduino è una piattaforma hardware e software *open-source* che permette di programmare e controllare, attraverso un semplice linguaggio C/C++, una moltitudine di sensori integrati e attuatori differenti. Grazie al basso costo delle schede elettroniche e al fatto che il software è gratuito e facilmente utilizzabile, è stato scelto di utilizzare questa piattaforma per eseguire le prove in laboratorio.

La tecnologia MEMS (*Micro Electro-Mechanical Systems*) consente la miniaturizzazione di dispositivi elettro-meccanici, combinando l'elettronica a semiconduttore convenzionale con componenti meccanici di dimensione tra gli 0.02 e 1 mm. I vantaggi dei dispositivi MEMS sono molteplici e di notevole interesse per l'ambito spaziale:

- il costo ridotto può permettere una produzione di massa e un utilizzo nelle costellazioni di satelliti, le quali possono offrire, per esempio, informazioni meteorologiche incredibilmente dettagliate;
- il peso e le dimensioni limitate consentono un risparmio sui costi di lancio (che si aggirano allo stato attuale attorno ai US \$10 000/kg per le orbite LEO) poiché ci permettono di optare per razzi vettori più piccoli ed economici;
- le dimensioni contenute determinano una maggiore resistenza alle vibrazioni, poiché componenti più piccoli sono soggetti a forze di intensità minore;
- possiedono una maggiore resistenza alle radiazioni rispetto all'elettronica a semiconduttore e ciò potrebbe consentire l'accesso a orbite che transitano nelle fasce di Van Allen; ad oggi tali traiettorie non vengono sfruttate commercialmente, poiché richiederebbero l'utilizzo di una schermatura ulteriore per proteggere i sottosistemi dalle alte dosi di radiazioni [4];
- possiedono requisiti di potenza elettrica trascurabili che consentono di optare per un sistema di potenza più piccolo o per *payload* più esigenti in termini di consumo elettrico.

## 1.5. Calibrazione dei magnetometri MEMS

Il magnetometro è un sensore che esegue misurazioni del campo magnetico ed è parte integrante delle unità IMU (*Inertial Measurement Unit*). Il dispositivo necessita di essere calibrato poiché la raccolta dei dati viene disturbata da campi magnetici indotti dalla struttura o dagli strumenti di bordo.

Il progetto consiste nell'effettuare la calibrazione di un magnetometro MEMS, controllato attraverso elettronica Arduino. La raccolta dati avverrà ruotando il sensore attorno a tutti gli assi; ciò consentirà di ottenere una distribuzione di misurazioni che, dopo il processo di ottimizzazione, potrà essere approssimata con un ellissoide traslato rispetto al centro del sistema di riferimento. Questo significa che i valori letti dal sensore risultano disturbati poiché, nella condizione ideale, le misurazioni attorno ai tre assi del campo geomagnetico locale dovrebbero distribuirsi lungo la superficie di una sfera centrata nell'origine. Di conseguenza, si rende necessario effettuare la calibrazione del sensore prima di poterlo utilizzare in ambito operativo e ottenere misurazioni accurate.

Effettuare la calibrazione consiste nell'implementare un codice che trasli l'ellissoide nel centro del sistema di riferimento e lo trasformi in una sfera. In questo modo si potranno ottenere letture dal dispositivo meno disturbate e più prossime ai valori reali.

## 2. Sensori per la determinazione d'assetto

In questo capitolo esamineremo alcuni dei principali sensori utilizzati per la determinazione d'assetto di un satellite.

### 2.1. Sensori inerziali

I sensori inerziali utilizzati a bordo dei satelliti sono accelerometri e giroscopi. Consentono di misurare accelerazioni lineari e velocità angolari rispetto a un riferimento interno. Poiché la posizione del satellite viene determinata in base a letture consecutive dei sensori, si ha che l'errore di misurazione si accumula nel tempo, portando la posizione misurata ad allontanarsi da quella reale. Si può ovviare a questo problema utilizzando un sensore di riferimento per calibrare periodicamente quello inerziale. I sensori inerziali possono essere basati su diverse tecnologie, da quelli meccanici o ottici fino ai MEMS [6].

Accelerometro. È un dispositivo che misura le accelerazioni lineari. La versione meccanica consiste in una massa vincolata a spostarsi lungo una direzione precisa, collegata a un sistema molla-smorzatore e a un sensore di posizione. In condizione di quiete, ossia quando l'accelerazione totale alla quale è sottoposta la massa è nulla, il cursore del sensore di posizione segnerà un valore di riposo. La massa si sposterà quando verrà sottoposta ad accelerazioni positive/negative. Conoscendo la massa, lo spostamento alla quale è sottoposta, la costante elastica della molla e il coefficiente di smorzamento dello smorzatore, si è in grado di determinare l'accelerazione che ha generato il movimento.

Giroscopio. È un sensore utilizzato per misurare le velocità angolari inerziali. La versione meccanica è costituita da un rotore sospeso all'interno di una sospensione cardanica (*gimbal*), che tende a mantenere fisso nel SdR inerziale il suo asse di rotazione (*spin axis*). Il rotore possiede un momento di inerzia e una velocità angolare propri. Il momento d'inerzia del rotore è determinato dalla distribuzione della propria massa rispetto all'asse di *spin* e aumenterà in seguito a un incremento di tale massa o del suo diametro. Il momento angolare del rotore è dato dal prodotto del suo momento d'inerzia per la velocità angolare; esso indica la tendenza dell'asse di rotazione a rimanere parallelo a sé stesso e a opporsi a ogni tentativo di cambiare il

suo orientamento. A un maggior momento angolare corrisponderà un'incrementata capacità del rotore di reagire alle coppie esterne. Quindi il giroscopio permette di calcolare la velocità angolare inerziale attraverso la variazione dell'orientamento del telaio rispetto all'asse di *spin*.

Esistono versioni MEMS di accelerometri e giroscopi che li rendono utilizzabili anche su satelliti di piccole dimensioni. L'accelerometro MEMS sfrutta l'effetto piezoelettrico, mentre il giroscopio MEMS la forza di Coriolis  $F_c$ :

$$\vec{F}_c = -2m \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (2.1)$$

nella quale  $m$  indica la massa del corpo,  $v$  la sua velocità e  $\omega$  la velocità angolare.

La miniaturizzazione di tali sensori ha permesso lo sviluppo di unità IMU (dispositivi contenenti diversi sensori inerziali) di dimensioni anch'esse limitate. Spesso contengono anche un magnetometro MEMS che viene impiegato come sensore di riferimento. Le IMU sono in grado di determinare l'assetto del satellite grazie alla fusione delle misurazioni ottenute dai vari sensori: l'accelerometro fornisce le accelerazioni alle quali è sottoposto il centro di massa, il giroscopio indica con quale velocità il corpo sta ruotando attorno al suo baricentro e il magnetometro provvede alla posizione del satellite nel sistema di riferimento inerziale.

## 2.2. Sensori di riferimento

I sensori di riferimento calcolano la posizione del satellite rispetto a un'entità fissa nello spazio. Durante la fase di eclissi, nella quale non si è in grado di vedere tale riferimento, si rende necessario l'utilizzo di un sensore inerziale; quindi, durante la progettazione dell'ADCS, si selezionano sempre sensori appartenenti a entrambe le tipologie.

Sensori di Sole. Misurano l'angolo di direzione della luce solare incidente. Sono semplici ed economici, ma spesso devono essere installati in diverso numero e nelle zone periferiche del satellite per non limitare il loro campo di vista. La versione analogica è basata su celle solari al silicio e si basa sul fatto che la corrente generata dalla cella è proporzionale al coseno dell'angolo di incidenza (angolo tra il raggio di luce e la perpendicolare alla superficie). L'accuratezza del sensore decresce all'aumentare di tale angolo. Per migliorare prestazioni,

precisione e range operativo del dispositivo, vengono usate due celle solari posizionate in maniera perpendicolare tra loro. La versione digitale è incentrata sull'utilizzo di fotodiodi; la presenza di una maschera con un foro posta sopra l'elemento sensitivo, fa in modo che i raggi solari illuminino solamente alcuni fotodiodi. È possibile risalire alla direzione del sole studiando la posizione dei diodi in conduzione.

Sensori di stelle. Si trattano di fotocamere che captano un'immagine del cielo, identificano le stelle come punti luminosi e comparano il loro *pattern* con un catalogo interno. Risultano essere i sensori d'assetto più accurati e vengono spesso utilizzati durante missioni interplanetarie.

Sensori di orizzonte terrestre. Sono sensori all'infrarosso che rilevano il confine tra la Terra e lo spazio profondo in base alle diverse radiazioni emesse (temperature differenti). Forniscono un utile orientamento diretto verso la Terra. A differenza dei corpi celesti di riferimento dei sensori di stelle e di Sole, che risultano sorgenti puntiformi, per satelliti in orbita LEO, la Terra può occupare fino al 40 % del campo visivo e si rivela essere il secondo corpo celeste più luminoso del cielo; quindi non è sufficiente localizzare il pianeta ma è necessario trovarne l'orizzonte.

Tecnologia GNSS (*Global Navigation Satellite System*). È possibile utilizzare un set di antenne GPS in modo differenziale per determinare l'assetto. Ponendo le antenne a una certa distanza tra loro, è possibile risalire all'orientamento tramite il calcolo della differenza delle distanze di ognuna da un satellite della costellazione GPS. Risulta essere una tecnologia affidabile e precisa, ma la qualità dipende dalla distanza tra le antenne, quindi non potrà essere utilizzata su satelliti di piccole dimensioni. Inoltre può essere impiegata solo da satelliti in orbita terrestre con vista su quelli della costellazione GPS.



### **3. Tipologie di magnetometro e calibrazione**

Nel seguente capitolo descriveremo le diverse tipologie di magnetometro, pregi e difetti di questo tipo di sensore e il perché sia necessario effettuarne la calibrazione. Verrà inoltre descritto e implementato l'algoritmo per compiere tale regolazione. Non sono state effettuate semplificazioni di sorta riguardo la natura degli errori, ma piuttosto ne è stato utilizzato un modello completo. Per stimare i parametri del modello degli errori, viene impiegata un'ottimizzazione ai minimi quadrati. Nel nostro caso si ottimizzerà il set di dati per far sì che essa si avvicini il più possibile a un ellissoide. Rendiamo noto che, in condizioni ideali, i dati misurati da un magnetometro dovrebbero generare una sfera. A seguire l'ottimizzazione, verranno derivati i parametri necessari per la calibrazione del sensore.

#### **3.1. Caratteristiche del magnetometro**

Tre magnetometri montati in maniera ortogonale tra loro su un sistema ADCS consentono di misurare sia la direzione, sia il modulo del campo magnetico che agisce sul satellite.

Questo sensore viene spesso impiegato per diversi motivi: è affidabile, leggero, consuma poca potenza elettrica e non ha parti mobili, il che limita la probabilità di guasti e ne allunga la vita operativa. Il suo utilizzo per la stima d'assetto però ha uno svantaggio: poiché il campo magnetico terrestre non è completamente conosciuto e descritto e i modelli matematici adoperati a bordo del satellite sono soggetti a errori relativamente consistenti, la direzione misurata può differire di molto da quella reale. Per di più, poiché l'intensità del campo decresce con la distanza dalla Terra secondo  $1/r^3$  (con  $r$  = distanza tra il centro della terra e il baricentro del satellite), si avrà che la misura risulterà sempre più disturbata dai campi magnetici residui presenti a bordo; ciò limita genericamente l'utilizzo dei magnetometri a satelliti in orbita bassa, al di sotto dei 1000 km. I magnetometri si possono basare su diversi principi, alcuni dei quali verranno descritti in seguito.

I magnetometri a induzione sfruttano la legge di Faraday sull'induzione magnetica; essa descrive il fatto che si genera una forza elettromotrice indotta  $\mathbf{E}$  pari all'opposto della variazione temporale del flusso magnetico  $\Phi_b$  attraverso la superficie delimitata da una spira:

$$V = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (3.1)$$

I magnetometri a induzione più utilizzati sono i *search coil* e i *fluxgate*:

Magnetometri *search coil*. Consistono in un solenoide di  $N$  spire che avvolge un nucleo ferromagnetico con permeabilità magnetica  $\mu$  e sezione trasversale  $A$ . La forza elettromotrice indotta nella spira, quando essa viene posta in un campo magnetico variabile, genera una differenza di tensione  $V$  ai suoi capi:

$$\Phi_B = \mu N A B_{\parallel} \quad (3.2)$$

$$V = -\mu N A \frac{dB_{\parallel}}{dt} \quad (3.3)$$

nella quale  $B_{\parallel}$  indica la componente del campo magnetico parallela all'asse del solenoide. Il voltaggio generato è funzione del tempo e, se il solenoide viene posto in rotazione con una frequenza fissata  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  attorno a un asse perpendicolare a un campo magnetico costante  $B_0$ , la (3.3) potrà essere riscritta nel seguente modo:

$$V(t) = -\mu N A B_0 \cos \omega t. \quad (3.4)$$

Magnetometri di questo genere vengono impiegati principalmente su satelliti stabilizzati per *spin* per fornire informazioni dettagliate sulla fase di rotazione. Poiché il *search coil* è sensibile solo alle variazioni del campo magnetico lungo l'asse del solenoide, ogni moto di precessione o nutazione del satellite complicherà enormemente l'interpretazione dei dati.

Magnetometri fluxgate. Consistono in due nuclei di materiale ferromagnetico avvolti in due spire (Figura 3.1). La spira primaria viene avvolta in modo da generare sui due nuclei esattamente la stessa induzione magnetica ma con segno opposto. Il circuito primario viene poi alimentato con una tensione periodica triangolare, con un'intensità tale da saturare i due elementi metallici e indurre una tensione sulla spira secondaria. Quando i due nuclei verranno sottoposti a un campo magnetico esterno, la spira magnetizzata in allineamento con essa saturerà più velocemente. La tensione indotta sulla spira secondaria sarà proporzionale alla derivata del flusso magnetico totale che influenza il sensore.

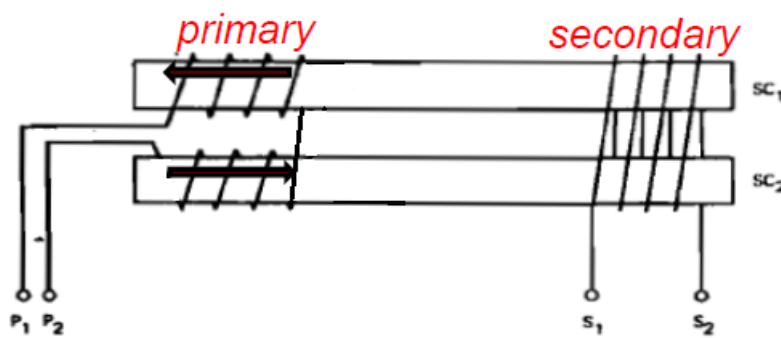


Figura 3.1. Magnetometro fluxgate.

(Fonte: Locarini A., Dispense di Satelliti e Missioni Spaziali.)

I magnetometri a effetto quantico sfruttano fenomeni come la risonanza magnetica nucleare o altre proprietà atomiche fondamentali per calcolare direzione e intensità del campo magnetico. Purtroppo, risultano eccessivamente pesanti e con requisiti di potenza elettrica troppo elevati per poter essere utilizzati su satelliti di piccole dimensioni.

## 3.2. Calibrazione del magnetometro

Le misurazioni del campo magnetico effettuate con sensori economici vengono disturbate da diversi tipi di errori tra i quali i difetti di fabbricazione e le deviazioni magnetiche indotte dalla struttura portante. Pertanto, si rende necessaria una calibrazione accurata dei sensori per poter ottenere un'elevata precisione delle misurazioni.

Abbiamo effettuato una calibrazione completa di un singolo magnetometro triassiale di tipo MEMS installato in un circuito integrato. Si è scelto di modellare e stimare tutte le sorgenti d'errore, senza semplificazioni di sorta riguardo le deviazioni magnetiche indotte dalla struttura. Si possono trovare in letteratura diversi metodi per effettuare la calibrazione di un magnetometro. Utilizzare un campo magnetico esterno controllato per mezzo di una gabbia di Helmholtz si rivela dispendioso e non pratico per molte tipologie di applicazioni. Altri metodi propongono di utilizzare il campo magnetico terrestre come riferimento, a volte in combinazione con informazioni riguardanti l'assetto. Lo *swing* è un metodo tradizionale dipendente dall'assetto, che consiste nel posizionare il sensore ad angoli di *heading* predeterminati nel piano orizzontale. Gli svantaggi più evidenti sono il fatto che questo metodo non può essere applicato alla calibrazione di un sensore in tridimensione e che richiede la rotazione del dispositivo in direzioni predeterminate [10] [11].

Un approccio più semplice consiste nell'utilizzare solamente informazioni riguardanti l'intensità o l'inclinazione del campo geomagnetico. Si può sfruttare il fatto che, ruotando il sensore in assenza di disturbi esterni e interferenze generate da materiali ferromagnetici, il luogo dei punti descritto dalle misurazioni sarà una sfera. Nel caso in cui sia presente un campo magnetico di disturbo, il luogo delle misurazioni descriverà invece un ellissoide traslato. Lo svantaggio principale di questo metodo consiste nella necessità di ruotare il sensore in tutte le direzioni; ciò rende il processo di calibrazione lento, poiché è necessario ottenere un numero di dati sufficiente a coprire l'ellissoide. Per di più, questo metodo richiede la rotazione del dispositivo in determinate direzioni, cosa non sempre possibile. Una volta ottenuti dati sufficienti, sarà poi possibile ottimizzarli attraverso metodi matematici o geometrici.

In conclusione, abbiamo scelto quest'ultimo metodo poiché ci permette di evitare l'utilizzo di un dispositivo costoso come la gabbia di Helmholtz e perché, lavorando con nanosatelliti CubeSat, non siamo vincolati dagli ingombri e dalla massa del satellite, per cui siamo in grado di ruotare agevolmente il dispositivo in tutte le direzioni.

### 3.2.1. Modellazione degli errori del magnetometro

Gli errori alla quale viene sottoposto il sensore possono essere suddivisi in due categorie: la prima consiste negli errori strumentali (fattore di scala, *offset* e non-ortogonalità degli assi), mentre la seconda è specifica dei magnetometri e consiste nella deviazione magnetica indotta dalla struttura nella quale sono alloggiati.

Gli errori strumentali sono causati dalle limitazioni tecniche incontrate durante la fabbricazione del dispositivo, sono comuni a diverse tipologie di sensori e possono essere considerati univoci e costanti per ogni magnetometro triassiale:

Fattore di scala. Consiste in costanti di proporzionalità che mettono in relazione l'input con l'output. Di solito il magnetometro viene calibrato dal costruttore in modo da avere approssimativamente lo stesso guadagno lungo tutti e tre gli assi. Ogni differenza rimanente tra i guadagni può essere modellata attraverso la matrice diagonale dei fattori di scala  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Non-ortogonalità (disallineamento). Questo errore dipende dall'assenza di un'ortogonalità perfetta tra gli assi del sensore e dalla rotazione degli assi del magnetometro rispetto al SdR solidale al satellite. Sia  $\mathbf{N}$  una matrice nella quale ogni colonna rappresenta la direzione di un asse del sensore nel SdR corpo; sarà possibile allora utilizzare l'inversa di  $\mathbf{N}$  per correggere gli effetti della non-ortogonalità:

$$\mathbf{M} = \mathbf{N}^{-1} = [\boldsymbol{\varepsilon}_x \ \boldsymbol{\varepsilon}_y \ \boldsymbol{\varepsilon}_z]^{-1} \quad (3.6)$$

nella quale  $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_y$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}_z$  sono vettori colonna di dimensione 3, che descrivono rispettivamente la direzione degli assi x, y e z del sensore nel SdR solidale;

Offset. L'*offset* del sensore introduce un *bias*  $\mathbf{b}_{so}$  nell'output che può essere modellato come uno scalare per ogni asse:

$$\mathbf{b}_{so} = [b_{so_x} \ b_{so_y} \ b_{so_z}]^T. \quad (3.7)$$

Gli errori dovuti alla deviazione magnetica derivano dalla presenza di materiali ferromagnetici nella struttura che ospita il sensore e sono causati da campi magnetici permanenti e indotti. I primi vengono denominati *hard iron* mentre i secondi *soft iron*:

Hard iron. Derivano da campi magnetici permanenti o da isteresi, cioè i campi magnetici residui rimanenti nei materiali ferrosi dopo una loro esposizione a campi esterni, ed equivalgono a un *offset*:

$$\mathbf{b}_{hi} = [b_{hi_x} \ b_{hi_y} \ b_{hi_z}]^T. \quad (3.8)$$

Soft iron. L'interazione tra materiali ferromagnetici e un campo magnetico esterno genera magnetismo; ciò varia il modulo e la direzione dei valori misurati dal sensore. Tale effetto può essere modellato con la seguente matrice simmetrica  $3 \times 3$ :

$$\mathbf{A}_{si} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

È stato scelto di non eseguire semplificazioni riguardo la natura di tale matrice; in letteratura spesso vengono eliminate le componenti non appartenenti alla diagonale principale, per ridurre la complessità del modello e facilitare la calibrazione.

Combinando gli errori strumentali con quelli dovuti alla deviazione magnetica, è possibile ottenere il modello completo dell'errore per la triade di magnetometri:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{SM}(\mathbf{A}_{si} \mathbf{h} + \mathbf{b}_{hi}) + \mathbf{b}_{so} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.10)$$

nella quale  $\mathbf{h}$  è il valore reale del campo magnetico nel SdR solidale,  $\hat{\mathbf{h}}$  rappresenta i valori letti dai sensori sempre nel SdR corpo e  $\boldsymbol{\varepsilon}$  indica il rumore Gaussiano.

Sviluppando la (3.10) e introducendo due nuove variabili  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{b}$ , il modello di errore del magnetometro può essere riscritto nel seguente modo:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{A}\mathbf{h} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.11)$$

in cui abbiamo definito:

$$\mathbf{A} = \mathbf{SMA}_{si} \quad ; \quad \mathbf{b} = \mathbf{SMb}_{hi} + \mathbf{b}_{so}. \quad (3.12)$$

$\mathbf{A}$  è una matrice  $3 \times 3$  che combina i fattori di scala, il disallineamento e gli effetti *soft iron*, mentre  $\mathbf{b}$  è un vettore  $3 \times 1$  che è combinazione degli *offset*.

### 3.2.2. Algoritmo di calibrazione

L'algoritmo di calibrazione utilizzato è stato proposto da Renaudin V. *et al.* in [8]. In un ambiente senza perturbazioni, la norma del campo magnetico misurata dal sensore dovrebbe eguagliare l'intensità del campo geomagnetico locale ( $H_m$ ): ne deriva che il luogo dei punti descritto dalle letture del sensore, dopo averlo ruotato nello spazio, dovrebbe raffigurare una sfera con raggio pari a  $H_m$ . Tale valore può essere ottenuto da un modello geomagnetico presente in letteratura e può essere utilizzato per imporre un vincolo sulla norma delle misurazioni. L'equazione seguente impone tale vincolo all'intensità del campo magnetico dei campionamenti effettuati da un magnetometro ideale in assenza di perturbazioni esterne:

$$H_m^2 - \|\mathbf{h}\|^2 = H_m^2 - \mathbf{h}^T \mathbf{h} = 0. \quad (3.13)$$

Se sono note la matrice quadrata di trasformazione  $\mathbf{A}$  e l'*offset* combinato  $\mathbf{b}$ , allora la (3.11) può essere riscritta nel seguente modo:

$$\mathbf{h} = \mathbf{A}^{-1}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b} - \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (3.14)$$

Sostituendo la (3.14) nella (3.13) e trascurando il termine indicante il rumore  $\boldsymbol{\varepsilon}$  si ottiene:

$$(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b})^T (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{A}^{-1} (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b}) - H_m^2 = 0. \quad (3.15)$$

Definendo il seguente parametro:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^{-1})^T \mathbf{A}^{-1}, \quad (3.16)$$

è possibile riscrivere la (3.15) come:

$$(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b})^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b}) = H_m^2. \quad (3.17)$$

Sviluppando la (3.17) si ottiene la seguente equazione quadratica:

$$\hat{\mathbf{h}}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{h}} + \mathbf{u}^T \hat{\mathbf{h}} + k = 0, \quad (3.18)$$

nella quale abbiamo definito:

$$\mathbf{u} = -2\mathbf{Q}^T \mathbf{b} \quad , \quad k = \mathbf{b}^T \mathbf{Q} \mathbf{b} - H_m^2. \quad (3.19)$$

La (3.18) descrive una superficie del secondo ordine, come per esempio un iperboloide, un cono o un ellissoide. Siccome  $\mathbf{Q}$  è una matrice definita positiva, caratteristica ereditata dalla sua definizione, allora (3.18) rappresenterà un ellissoide se la seguente condizione risulterà verificata:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{u} > 4k. \quad (3.20)$$

Imponendo il vincolo alla norma del campo magnetico misurato si ottiene:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{u} - 4k = H_m^2. \quad (3.21)$$



Il secondo membro della (3.21) è strettamente positivo, perciò la condizione (3.20) risulta verificata: ciò implica che la (3.18) rappresenta l'equazione generale di un ellissoide. Effettuare la calibrazione di un magnetometro triassiale corrisponde perciò allo stimare i parametri incogniti della (3.18), sapendo che essa descrive tale conica. Di conseguenza, ottenendo misurazioni del campo magnetico lungo diversi orientamenti in un ambiente privo di perturbazioni, sarà possibile utilizzare il vincolo sulla norma (3.13) per calibrare i magnetometri e mitigare gli effetti degli errori.

L'algoritmo utilizzato si suddivide in due passaggi: prima vengono stimati i parametri dell'equazione dell'ellissoide, poi vengono ricavati gli elementi  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{b}$  della (3.11) necessari per effettuare la calibrazione.

La prima parte consiste nel derivare i parametri  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{Q}$  che soddisfano la (3.18); ciò è stato fatto risolvendo un problema di ottimizzazione di *ellipsoid fitting* attraverso un metodo ai minimi quadrati applicato alle misurazioni. Tale procedimento verrà esposto nel paragrafo 3.2.3 e restituisce una stima dei parametri  $(\mathbf{Q}, \mathbf{u}, k)$  che sono soluzione della (3.18).

Il passo successivo consiste nell'ottenere gli elementi  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{b}$  definiti nella (3.11) necessari per eseguire la calibrazione del sensore.

Una volta ottenuti i valori  $(\mathbf{Q}, \mathbf{u}, k)$  dal processo di ottimizzazione, è possibile ricavare l'*offset* combinato  $\mathbf{b}$  a partire dalla (3.19):

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{u}. \quad (3.22)$$

Il vettore  $\mathbf{b}$  corrisponde a una traslazione del sistema di coordinate dell'ellissoide dal SdR solidale.

È possibile ricavare la matrice  $\mathbf{A}$  a partire dalla (3.16) conoscendo una stima di  $\mathbf{Q}$ ; poiché tale matrice è definita positiva, può essere decomposta mediante il teorema spettrale:

$$\mathbf{Q} = \alpha \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^T, \quad (3.23)$$

dove  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\mathbf{V}$  è la matrice contenente gli autovettori di  $\mathbf{Q} \mathbf{Q}^T$  e  $\mathbf{D}$  è una matrice diagonale che contiene gli autovalori  $\lambda_i$ , con  $i \in \{1, 2, 3\}$ . Le colonne di  $\mathbf{V}$  indicano le direzioni dei vettori che formano una base di  $\mathbf{Q}$ .

Definendo:

$$\sqrt{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_3} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}\sqrt{\alpha}\mathbf{D}\mathbf{V}^T,$$

possiamo allora scrivere:

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} = \mathbf{V}\sqrt{\alpha}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \mathbf{V}\sqrt{\alpha}\mathbf{D}\mathbf{V}^T = \alpha\mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{V}^T. \quad (3.25)$$

La matrice  $\mathbf{B}$  corrisponde alla radice quadrata di  $\mathbf{Q}$  e rappresenta la soluzione per  $\mathbf{A}^{-1}$ .

Per trovare  $\alpha$  bisogna applicare il vincolo (3.21) alla norma del campo magnetico misurato. Dopo aver introdotto la (3.23) nella (3.18) otteniamo:

$$\hat{\mathbf{h}}^T \mathbf{V}\alpha\mathbf{D}\mathbf{V}^T \hat{\mathbf{h}} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{V}\alpha\mathbf{D}\mathbf{V}^T \hat{\mathbf{h}} + \mathbf{b}^T \mathbf{V}\alpha\mathbf{D}\mathbf{V}^T \mathbf{b} - H_m^2 = 0. \quad (3.26)$$

L'introduzione di  $\alpha$  modifica la definizione del parametro  $k$  e la (3.21) diventa:

$$k = \mathbf{b}^T \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \mathbf{b} - \frac{H_m^2}{\alpha}. \quad (3.27)$$

È possibile calcolare  $\alpha$  sviluppando la (3.27) attraverso l'uso delle (3.22) e (3.23):

$$\alpha = \frac{4H_m^2}{4k - (\mathbf{V}^T \mathbf{u})^T \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{V}^T \mathbf{u})}. \quad (3.28)$$

Infine, la (3.14) può essere applicata alle misurazioni del campo magnetico  $\hat{\mathbf{h}}$  per ottenere i valori reali  $\mathbf{h}$  e completare in questo modo la calibrazione del dispositivo:

$$\mathbf{h} = \mathbf{V}\sqrt{\alpha}\mathbf{D}\mathbf{V}^T (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{b} - \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (3.29)$$

### 3.2.3. Least squares ellipsoid fitting

Con *least squares ellipsoid fitting* si intende una tecnica di risoluzione di un problema di ottimizzazione con il metodo dei minimi quadrati che, attraverso un ellissoide, cerchi di avvicinarsi il più possibile a una distribuzione di dati (nel nostro caso i valori letti dal sensore).

Gli ellissoidi sono le uniche quadriche centrate e delimitate che possano fornire informazioni riguardo alla posizione del centro e l'orientamento di un corpo. Tali superfici sono definite come il luogo dei punti le cui coordinate soddisfano l'equazione di secondo grado in tre variabili nel caso più generale:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gxz + 2hxy + 2px + 2qy + 2rz + d = 0. \quad (3.30)$$

Come spiega Li Q. *et al.* in [5], definendo:

$$\begin{aligned} I &= a + b + c \\ J &= ab + bc + ac - f^2 - g^2 - h^2 \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

si avrà che tali parametri saranno invarianti rispetto alle rotazioni e alle traslazioni e la (3.30) rappresenterà un ellissoide se  $J > 0$ ,  $I \times \mathbf{K} > 0$  e  $kJ - I^2 > 0$  con  $k = 4$ .

Consideriamo l'insieme di punti  $p_i$  alla quale dovremo adattare l'ellissoide:

$$\{p_i(x_i, y_i, z_i)\}_{i=1}^n$$

e definiamo per ciascuno di essi il seguente vettore:

$$\mathbf{X}_i = (x_i^2, y_i^2, z_i^2, 2y_i z_i, 2x_i z_i, 2x_i y_i, 2x_i, 2y_i, 2z_i, 1)^T.$$

Per una data equazione (3.30), sia

$$\mathbf{v} = (a, b, c, f, g, h, p, q, r, d)^T.$$

Il problema di ottimizzazione ai minimi quadrati basato sulla distanza euclidea con vincolo  $kJ - I^2 > 0$  può essere espresso con la formulazione successiva:

$$\min \|D\mathbf{v}\|^2 \quad \text{oggetto a } kJ - I^2 = 1 \quad (3.32)$$

nella quale  $\mathbf{D}$  è la matrice  $10 \times n$  definita come  $\mathbf{D} = \{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n\}$ .

Se definiamo  $\mathbf{C}_1$  la seguente matrice  $6 \times 6$ :

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -1 & (\frac{k}{2} - 1) & (\frac{k}{2} - 1) & 0 & 0 & 0 \\ (\frac{k}{2} - 1) & -1 & (\frac{k}{2} - 1) & 0 & 0 & 0 \\ (\frac{k}{2} - 1) & (\frac{k}{2} - 1) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

e  $\mathbf{C}$  la matrice  $10 \times 10$ :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 6} & \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

i cui elementi sono nulli quando il numero di riga o colonna è maggiore di sei, allora

$kJ - I^2 = 1$  può essere riscritta come  $\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v} = 1$  e il problema di minimizzazione del vincolo (3.32) può essere risolto utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange:

$$\mathbf{D}\mathbf{D}^T \mathbf{v} = \lambda \mathbf{C} \mathbf{v} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v} = 1. \quad (3.36)$$

Rendiamo noto che la matrice  $\mathbf{C}$  possiede gli autovalori:

$$\left\{ (k - 3), -\frac{k}{2}, -\frac{k}{2}, -k, -k, -k, 0, 0, 0, 0 \right\}.$$

La (3.35) dispone di un'unica soluzione quando  $k > 3$  ed essa consiste nell'autovettore associato al suo unico autovalore positivo.

Se scriviamo:

$$DD^T = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{12}^T & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

nella quale le matrici  $\mathbf{S}_{11}$ ,  $\mathbf{S}_{12}$  e  $\mathbf{S}_{22}$  sono rispettivamente di dimensione  $6 \times 6$ ,  $6 \times 4$  e  $4 \times 4$  e i vettori colonna  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  sono di dimensione 6 e 4 ciascuno, allora il sistema (3.35) potrà essere riscritto nel seguente modo:

$$(\mathbf{S}_{11} - \lambda \mathbf{C}_1) \mathbf{v}_1 + \mathbf{S}_{12} \mathbf{v}_2 = 0 \quad (3.38)$$

$$\mathbf{S}_{12}^T \mathbf{v}_1 + \mathbf{S}_{22} \mathbf{v}_2 = 0. \quad (3.39)$$

Quando il set di dati non è complanare,  $\mathbf{S}_{22}$  risulterà non singolare e dalla (3.39) si potrà ottenere:

$$\mathbf{v}_2 = -\mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T \mathbf{v}_1. \quad (3.40)$$

Sostituendo la (3.40) nella (3.38) otterremo il seguente sistema:

$$(\mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T) \mathbf{v}_1 = \lambda \mathbf{C}_1 \mathbf{v}_1 \quad (3.41)$$

che, poiché  $\mathbf{C}_1$  è non singolare, potrà essere riformulata ulteriormente:

$$\mathbf{C}_1^{-1} (\mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T) \mathbf{v}_1 = \lambda \mathbf{v}_1. \quad (3.42)$$

Nella maggior parte dei casi la matrice  $(\mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T)$  risulterà positiva e il sistema (3.42) avrà un unico autovalore positivo.

Sia  $\mathbf{u}_1$  l'autovettore associato a tale unico autovalore positivo, definiamo

$$\mathbf{u}_2 = -\mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T \mathbf{u}_1,$$

allora la soluzione della (3.32) sarà data da

$$\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1^T, \mathbf{u}_2^T)^T.$$

## 4. Implementazione del codice e risultati sperimentali

Gli esperimenti sono stati eseguiti utilizzando una IMU Arduino 9 Axes Motion Shield, basata su un sensore Bosch BNO055 [2]. Il dispositivo contiene un accelerometro triassiale a 14 bit, un giroscopio triassiale a 16 bit e un magnetometro triassiale. I dati misurati vengono elaborati su una scheda Arduino Due, basata su un microcontrollore Atmel AT91 SAM 3X8E a 32 bit, in possesso di 512 kB di memoria flash e di 96 kB di SRAM.

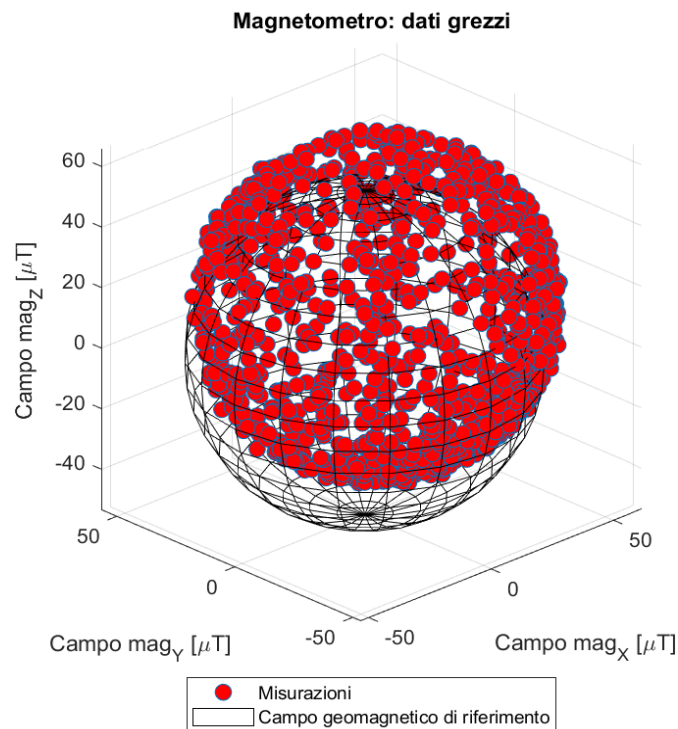
Il codice C++ è stato implementato utilizzando il programma Arduino Software IDE (*Integrated Development Environment*) v.1.8.1.3, una piattaforma che permette di comunicare e caricare script nell'hardware Arduino [1]. I dati raccolti sono stati utilizzati per effettuare la calibrazione del sensore anche attraverso il software MathWorks MATLAB; questo metodo alternativo di calibrazione utilizza una procedura disponibile in MATLAB, quindi non ci obbliga a implementare nuovamente l'algoritmo. I risultati ottenuti sono stati impiegati per eseguire un confronto tra i due metodi e valutare la validità del codice implementato.

### 4.1. Implementazione del codice

Il codice implementato in linguaggio C++ (illustrato in [9] e completato con sottofunzioni esposte in [7]) può essere suddiviso in due sezioni: la prima determina i parametri che descrivono l'ellissoide che ottimizza la distribuzione di misurazioni, mentre la seconda definisce le matrici di correzione necessarie per calibrare il sensore.

Il campionamento delle misurazioni è stato eseguito a 7.7 Hz, mentre il sensore veniva ruotato manualmente in tridimensione. Si è potuto notare che la frequenza di campionamento limitata non va a inficiare la densità delle misurazioni.

Nel caso ideale, i dati ottenuti ruotando il sensore nelle varie direzioni dovrebbero adagiarsi sulla superficie di una sfera di raggio pari all'intensità del campo geomagnetico locale. Gli esperimenti mostrano invece come, per colpa degli errori esposti nel paragrafo 3.2.1, tali dati generino un ellissoide traslato rispetto al centro del SdR (Figura 4.1).



*Figura 4.1. Misurazioni non calibrate del campo magnetico tracciate rispetto a una sfera di raggio pari alla norma del campo geomagnetico locale.*

In seguito, viene eseguita la procedura di ottimizzazione tramite *least squares ellipsoid fitting* (descritta nel paragrafo 3.2.3); essa ci permette di derivare i parametri che minimizzano il quadrato della distanza tra la superficie dell'ellissoide e le misurazioni. Una volta definita l'equazione della conica, si possono determinare gli elementi necessari per la calibrazione del sensore: il vettore degli offset  $\mathbf{b}$  trasla il centro dell'ellissoide nell'origine del sistema di riferimento, mentre la matrice  $\mathbf{A}^{-1}$  trasforma l'ellissoide in una sfera (Figura 4.2).

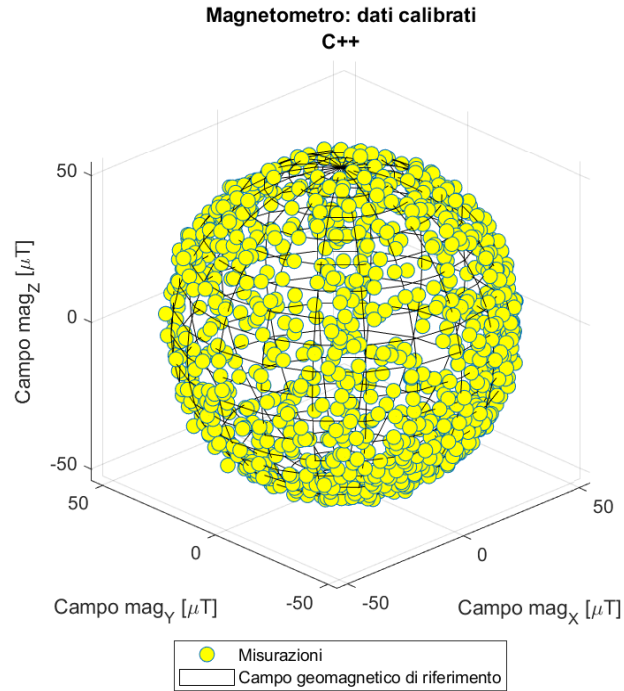


Figura 4.2. Misurazioni calibrate del campo magnetico tracciate rispetto a una sfera di raggio pari alla norma del campo geomagnetico locale.

Il valore medio del campo geomagnetico locale  $H_m$  presente nella (3.13) può essere definito facendo riferimento a modelli che ipotizzino che esso non venga distorto durante le prove. Non avendo a disposizione un ambiente isolato da disturbi magnetici, è stato scelto invece di determinare il campo magnetico locale eseguendo una media aritmetica delle norme delle  $N$  misurazioni eseguite durante il test:

$$H_m = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}{N}. \quad (4.1)$$

Avendo optato per l'utilizzo della media delle misurazioni, siamo in grado di tenere conto delle distorsioni locali del campo geomagnetico indotte da strumenti e materiali ferromagnetici presenti nel luogo nella quale vengono effettuati i test.



L'accuratezza della procedura di calibrazione proposta è stata quantificata calcolando lo scarto quadratico medio  $\sigma$  delle misurazioni rispetto alla superficie della sfera e la loro deviazione standard relativa  $\sigma_r$ :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (4.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (r_i - H_m)^2}{N}} \quad (4.3)$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{|H_m|} \quad (4.4)$$

dove con  $r$  si indica la norma di ogni misurazione.

I risultati ottenuti dal codice proposto sono stati confrontati con quelli ricavati dal software MATLAB (Figura 4.3). Tale procedura restituisce direttamente tre elementi: il vettore degli *offset*  $\mathbf{b}$ , la matrice  $\mathbf{A}^{-1}$  che combina i fattori di scala, la non-ortogonalità e gli effetti *soft iron*, e uno scalare che indica il raggio della sfera che ottimizza la distribuzione dei dati calibrati.

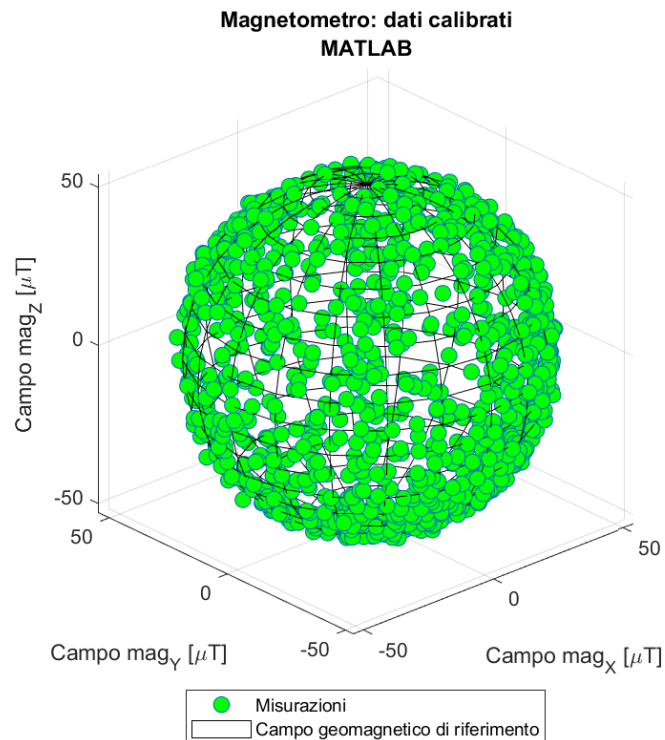


Figura 4.3. Misurazioni calibrate del campo magnetico tracciate rispetto a una sfera di raggio pari alla norma del campo geomagnetico locale.

## 4.2. Prove e risultati della calibrazione sperimentale

I test sono stati effettuati tutti nello stesso luogo e in assenza di magneti permanenti nelle vicinanze, in modo da assicurare un campo magnetico il più omogeneo possibile.

Sono stati eseguiti un totale di sette esperimenti: i test da 1 a 5 con 1100 campionamenti ciascuno e i numeri 6 e 7 con 800 misurazioni. Tutte le raccolte dati sono state effettuate cercando di uniformare il più possibile la loro distribuzione attorno alla superficie dell'ellissoide. È stato riscontrato che, incrementando il numero di campionamenti oltre i 1200 per singolo test, lo script non restituisce più risultati: questo è causato dalla memoria limitata del microprocessore installato sulla scheda Arduino Due, che si rivela insufficiente per calcolare il prodotto  $\mathbf{DD}^T$  espresso nella (3.35).

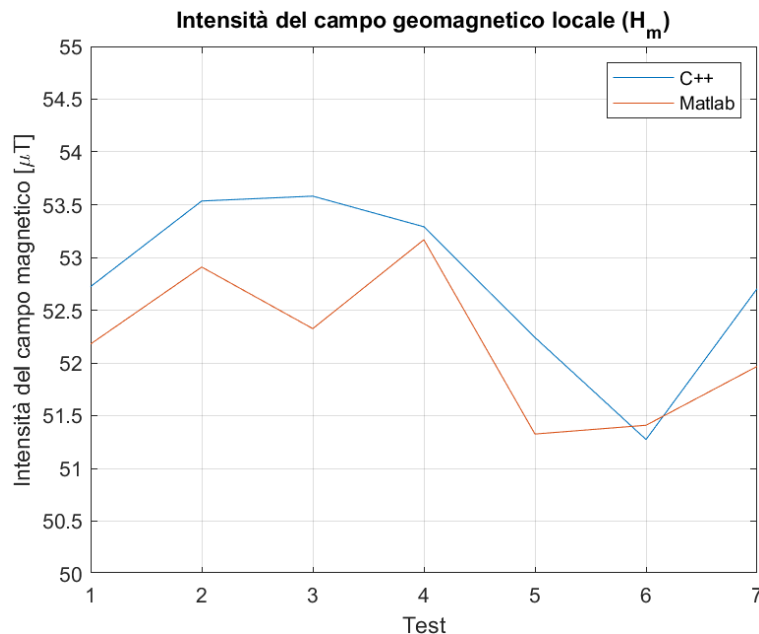


Figura 4.4. Comparazione dell'intensità del campo geomagnetico locale calcolata con i due metodi.

In Figura 4.4 vengono messi a confronto le intensità del campo geomagnetico locale ( $H_m$ ) calcolate durante i test con entrambi i metodi. L'algoritmo in C++ restituisce valori di  $H_m$  che appartengono all'intervallo  $H_m \in [51.27, 53.58] \mu\text{T}$ , con una media di  $52.76 \mu\text{T}$ , mentre MATLAB rende  $H_m \in [51.32, 53.16] \mu\text{T}$ , con una media di  $52.18 \mu\text{T}$ . Si nota come, all'interno di ogni test, i due metodi diano risultati che differiscono tra loro per meno di  $1 \mu\text{T}$ . L'unico esperimento che ha ottenuto un differenziale maggiore è stato il test numero 3, nel quale si è raggiunto una discrepanza di  $1.25 \mu\text{T}$  tra i due metodi.

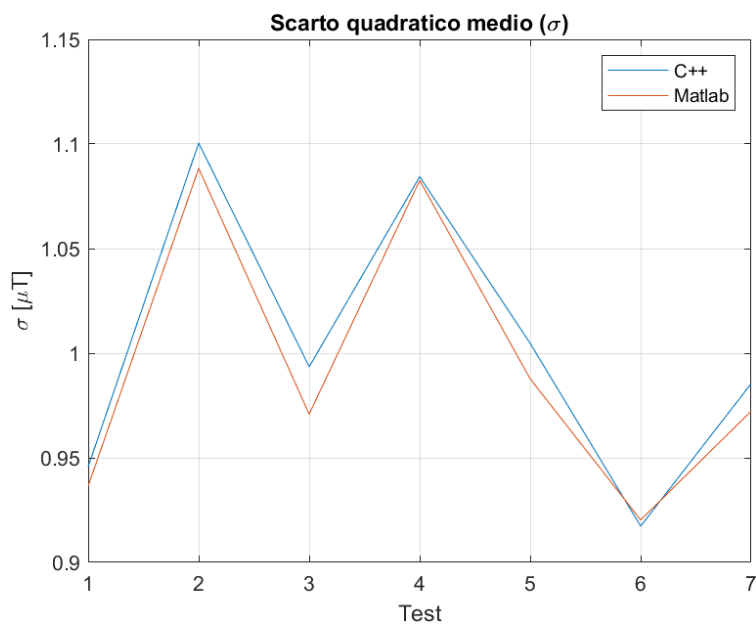


Figura 4.5. Confronto tra gli scarti quadratici medi calcolati con entrambi i metodi.

In Figura 4.5 viene mostrato il confronto tra gli scarti quadratici medi ( $\sigma$ ), per i vari test, calcolati con entrambi i metodi. Il codice C++ determina delle  $\sigma$  appartenenti all'intervallo  $\sigma = [0.917, 1.100] \mu T$ , con una media di  $1.004 \mu T$ , mentre MATLAB fornisce  $\sigma = [0.920, 1.088] \mu T$ , con una media di  $0.994 \mu T$ . Pure in questo caso, il differenziale massimo tra i due metodi si è avuto nel test numero 3 con una differenza di  $0.022 \mu T$ , mentre si è mantenuta inferiore ai  $0.017 \mu T$  durante gli altri esperimenti.

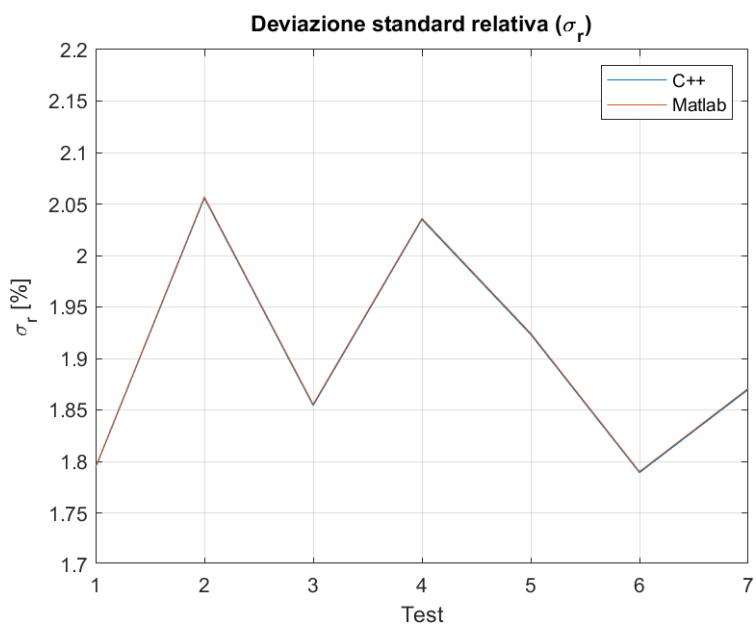


Figura 4.6. Confronto tra le deviazioni standard relative calcolate con entrambi i metodi.

In Figura 4.6 viene mostrato il confronto tra le deviazioni standard relative ( $\sigma_r$ ) calcolate con entrambi i metodi. I valori di  $\sigma_r$  restituiti dal codice C++ appartengono all'intervallo  $\sigma_r = [1.789, 2.055] \%$ , mentre MATLAB determina  $\sigma_r = [1.790, 2.057] \%$ . Si nota come i due metodi restituiscano delle  $\sigma_r$  molto simili tra loro durante ogni esperimento.

Nelle Tabelle 4.1 e 4.2 vengono presentati i parametri di calibrazione, calcolati con i due metodi, rispettivamente durante i test numero 2 e 4. Si sarebbero potuti presentare risultati simili anche per gli altri esperimenti, ma si è scelto, per brevità di esposizione, di mostrare solo i risultati inerenti questi test specifici. Essi sono stati selezionati poiché sono gli unici che abbiano presentato una deviazione standard relativa  $\sigma_r$  maggiore del 2 %, quindi risultano essere gli esperimenti con misurazioni più disturbate.

Tabella 4.1. Parametri di calibrazione per il test 2.

Parametro	C++			MATLAB		
$\sigma_r$ : deviazione standard relativa [%]	2.055			2.057		
<b>b</b> : vettore degli offset [ $\mu$ T]	6.809 1.951 12.372			6.788 1.962 12.342		
$\mathbf{A}^{-1}$ : fattore di scala, <i>soft iron</i> e non-ortogonalità [n.p.] <sup>1</sup>	0.9978	-0.0024	-0.0002	0.9851	-0.0024	-0.0003
	-0.0024	1.0163	0.0011	-0.0024	1.0039	0.0014
	-0.0002	0.0011	1.0243	-0.0003	0.0014	1.0111

Tabella 4.2. Parametri di calibrazione per il test 4.

Parametro	C++			MATLAB		
$\sigma_r$ : deviazione standard relativa [%]	2.034			2.036		
<b>b</b> : vettore degli offset [ $\mu$ T]	6.813 2.012 12.478			6.788 2.033 12.452		
$\mathbf{A}^{-1}$ : fattore di scala, <i>soft iron</i> e non-ortogonalità [n.p.] <sup>1</sup>	0.9915	-0.0020	0.0015	0.9882	-0.0019	0.0014
	-0.0020	1.0019	-0.0006	-0.0019	0.9989	-0.0005
	0.0015	-0.0006	1.0164	0.0014	-0.0005	1.0131

<sup>1</sup> [n.p.]: numero puro.

Notiamo come, pur variando il metodo scelto o il set di dati analizzato, il vettore degli *offset*  $\mathbf{b}$  non presenti variazioni eccessive; ciò è stato possibile poiché tutti i test sono stati ripetuti cercando di mantenere le stesse condizioni al contorno e perché l'algoritmo implementato calcola i parametri di calibrazione esclusivamente a partire dalle misurazioni compiute dal sensore.

Al contrario, i termini non appartenenti alla diagonale principale della matrice  $\mathbf{A}^{-1}$  variano maggiormente tra un test e l'altro, pur rimanendo simili tra loro all'interno dello stesso esperimento. Poiché tali elementi sono numeri puri, risulta difficile valutare l'effetto delle loro variazioni. Tuttavia, a parte gli effetti *soft iron*, tutte le altre tipologie di errore sono fissate per una specifica triade di magnetometri come descritto nel paragrafo 3.2.1. Perciò ogni variazione dei termini non appartenenti alla diagonale principale della matrice  $\mathbf{A}^{-1}$  può essere ricondotta probabilmente alla modellazione degli errori *soft iron*. Ciò richiama l'importanza di eseguire modellazioni e stime accurate non solo dei fattori di scala, ma anche degli effetti *soft iron* e della non-ortogonalità degli assi del sensore [8].

Per valutare la ripetibilità dell'algoritmo implementato, abbiamo esaminato la variazione dei parametri di calibrazione tra i vari test [10]. La deviazione standard relativa dei *bias*  $\mathbf{b}$  (che sono i dati di più semplice interpretazione) per i tre assi è stata calcolata in [1.9, 6.9, 0.3] % per il codice C++ e [2.0, 7.0, 0.3] % per MATLAB. Poiché il processo di lettura dei dati è stato eseguito ruotando il sensore manualmente in tutte le direzioni, tali valori indicano che l'aleatorietà di questo metodo di misurazione non influisce in maniera eccessiva sui risultati ottenuti.

## 5. Conclusioni

È stato implementato un algoritmo per la calibrazione di un magnetometro triassiale MEMS. La procedura utilizzata non necessita di una semplificazione nella modellazione degli errori del sensore e stima direttamente i seguenti parametri di calibrazione:

- un *bias* combinato che include gli effetti *hard iron* e l'*offset* del sensore;
- una matrice che combina i fattori di scala, la non-ortogonalità e gli effetti *soft iron*.

Poiché la calibrazione è stata effettuata su un campo magnetico che è stato assunto costante durante le prove sperimentali, è stato possibile applicare un vincolo alle misurazioni che ci ha condotto a una forma quadratica con parametri incogniti. È stato dimostrato che tale equazione descrive un ellissoide. L'algoritmo di calibrazione usa un metodo adattivo ai minimi quadrati (*adaptive least squares*) per risolvere il problema di ottimizzazione attraverso tale conica (*ellipsoid fitting*). Una volta ottenuti i parametri incogniti dell'equazione quadratica, il codice termina con la derivazione dei parametri finali necessari per la calibrazione del sensore.

I test sperimentali svolti hanno dimostrato l'efficacia dell'algoritmo, fornendo una deviazione standard relativa massima del 2 % e ciò consente di riconoscerne la validità.

Il procedimento proposto garantisce l'indipendenza del metodo dalla posizione geografica nella quale si opera. Ciò è possibile poiché i parametri di correzione sono stati derivati esclusivamente a partire dalle misurazioni del magnetometro e sono basati sull'intensità del campo geomagnetico locale.

La ripetibilità del metodo è stata analizzata attraverso lo studio della variazione del *bias* stimato in seguito ai diversi test eseguiti. I risultati mostrano che variazioni operate durante la procedura di misurazione, quando ci si trova in un campo magnetico omogeneo, influiscono in maniera limitata sui parametri di calibrazione.

## Bibliografia

- [1] Arduino, <https://www.arduino.cc/en/software>.
- [2] Bosch Sensortec, <https://www.bosch-sensortec.com/products/smart-sensors/bno055.html>.
- [3] ESA, [https://www.esa.int/Enabling\\_Support/Space\\_Engineering\\_Technology/Technology\\_CubeSats](https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Engineering_Technology/Technology_CubeSats).
- [4] IEEE Spectrum, <https://spectrum.ieee.org/aerospace/satellites/mems-in-space>.
- [5] Li, Q.; Griffiths, J.G.  
"Least Squares Ellipsoid Specific Fitting", *Geometric Modeling and Processing, 2004. Proceedings*, Beijing, China, 2004, pp. 335-340, doi:10.1109/GMAP.2004.1290055.
- [6] Locarini, A.  
*Dispense di Satelliti e Missioni Spaziali*.
- [7] Mathematics Source Library C & ASM, <http://www.mymathlib.com/matrices/>.
- [8] Renaudin, V.; Afzal, M.H.; Lachapelle, G.;  
"Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain", *Journal of Sensors*, vol. 2010, Article ID 967245, 10 pages, 2010. <https://doi.org/10.1155/2010/967245>.
- [9] Sailboat Instruments, <https://sites.google.com/site/sailboatinstruments1/c-language-implementation>.
- [10] Salehi, S.; Mostofi, N.; Bleser, G.  
"A practical in-field magnetometer calibration method for IMUs", 2012.
- [11] Wahdan, A. *et al.*  
"A Technique for Fast Magnetometer Calibration with Little Space Coverage", *Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013)*, Nashville, TN, September 2013, pp. 1098-1104.
- [12] Wertz, J.R. (a cura di)  
*Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer, 1990.

- [13] Wertz, J.R.; Larson, W.J.  
*Space Mission Analysis and Design*, Kluwer, 2005.



## **Ringraziamenti**

Vorrei ringraziare il professor Alfredo Locarini e il dottor Anton Bahu per avermi seguito pazientemente durante tutte le fasi del lavoro di ricerca ed elaborazione della tesi.

Devo un ringraziamento particolare ai miei genitori e ai miei fratelli, che mi hanno supportato durante questo cammino e senza i quali non sarebbe stato possibile raggiungere questo traguardo.

Infine, vorrei ringraziare tutti gli amici e le persone che mi hanno incoraggiato e accompagnato durante il percorso universitario.