

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

in

Experimental Methods In Aerodynamics

***Misure sperimentali di nuove leggi di scala
sull'attrito di parete generato da flussi
turbolenti ad elevato numero di Reynolds***

CANDIDATO

Nicola Savelli

RELATORE:

Prof. Gabriele Bellani

CORRELATORI

Prof. Alessandro Talamelli

Prof.ssa Elisabetta De Angelis

Anno Accademico 2019/20

Sessione III

Sommario

INTRODUZIONE	1
<i>Obiettivi del presente elaborato</i>	4
Capitolo 1 - RICHIAMI TEORICI	6
1.1 - <i>Caratterizzazione di una variabile casuale</i>	6
1.2 - <i>Introduzione alle equazioni RANS e applicazione al caso in oggetto</i>	12
1.2.1 - <i>RANS applicate al Pipe</i>	14
1.3 - <i>Wall-bounded flows</i>	17
1.4 - <i>Scale dei moti turbolenti</i>	21
1.5 - <i>Come nasce il laboratorio CICLoPE</i>	23
1.6 - <i>Il laboratorio</i>	26
Capitolo 2 – ANEMOMETRO A FILO CALDO	29
2.1 - <i>Principio fisico</i>	30
2.2 - <i>Catena di misura</i>	32
2.2.1 - <i>La sonda</i>	33
2.2.2 - <i>Ponte di Wheatstone</i>	34
2.3 - <i>Set-Up</i>	35
2.4 - <i>Calibrazione ex-situ</i>	36
2.4 - <i>Limitazioni</i>	40
Capitolo 3 – SET-UP ESPERIMENTO	41
3.1 - <i>Caduta di pressione lungo il Pipe</i>	41
3.2 - <i>Apparato per l'acquisizione del profilo di velocità media</i>	45
3.2.1 - <i>Controllo da remoto dei motori</i>	47
3.2.2 - <i>Traversing system</i>	47
3.2.3 - <i>Calibrazione in-situ</i>	48
Capitolo 4 - PRESENTAZIONE E DISCUSSIONE DEI DATI SPERIMENTALI	52
4.1 - <i>Profilo medio di velocità e bulk velocity</i>	52
4.1.1 - <i>Calcolo della bulk velocity</i>	53
4.1.2 - <i>Bulk velocity e friction factor</i>	58
4.1.3 - <i>Logarithmic Law of the Wall (Log-Law)</i>	61
CONCLUSIONI	66

Bibliografia.....	72
-------------------	----

Indice figure

Figura 1 - Sovrapposizione di tre osservazioni di $U(t)$ ottenute tramite la ripetizione del medesimo esperimento sullo sviluppo di un flusso turbolento. Immagine da Pope (2001)	10
Figura 2 - Condizione di stazionarietà statistica osservabile su media e varianza relative all'andamento di $U(t)$ mostrato in figura 1. Immagine da Pope (2001)	10
Figura 3 - Profilo del total shear stress ottenuto tramite DNS per due diversi valori di Re : linea continua $Re=5600$, linea tratteggiata $Re=13750$. Immagine da Turbulent Flows, Pope (2001)	16
Figura 4 - Linea continua: DNS Kim et al. (1987) per $Re=13750$. Linea tratteggiata: "log law". Linea-punto: $u^+ = y^+$	19
Figura 5 - Descrizione del processo "energy cascade", da Fiorini 2017.	22
Figura 6 - Regioni di lavoro identificate da numero di Reynolds e lunghezze di scala viscoso per diverse strutture di ricerca, tra le quali il Long Pipe del progetto CICLoPE. Immagine da Mascotelli 2020.	25
Figura 7 - Long Pipe e circuito di ritorno, CICLoPE Laboratory - Unibo	26
Figura 8 - Fan assiale. Immagine da: Bellani G. & Talamelli A. (2016)	27
Figura 9 - Schematizzazione della struttura e dei singoli elementi che la compongono. Immagine da Fiorini 2017.	28
Figura 10 - Catena di misura CTA Dantec	32
Figura 11 - Orientamento della sonda e del filo rispetto al flusso	32
Figura 12 - Dantec StreamLine 90N10 con connettore BNC per il collegamento alla sonda	32
Figura 13 - Schematizzazione della sonda in cui si può distinguere l'elemento sensibile (il filo caldo), i supporti o "prongs" a cui è saldato e il corpo	33
Figura 14 - Dettaglio della sonda con elemento sensibile in Tungsteno, lunghezza 1,1 mm e diametro 5 μm	33
Figura 15 - Schematizzazione del Ponte di Wheatstone con retroazione	34
Figura 16 - Calibratore per anemometri a filo caldo. Immagine da Franceschelli 2018.	36
Figura 17 - Sistema di movimentazione della sonda lungo gli assi X e Y.	37
Figura 18 - Tubo di Pitot	37
Figura 19 - Trasduttore di pressione differenziale MKS Baratron 120AD	38
Figura 20 - Scheda di acquisizione con ingressi analogici relativi ad anemometro e trasduttore di pressione. Vi sono inoltre collegati i pin relativi ai motori passo-passo per la movimentazione delle slitte	38
Figura 21 - Tubo di Pitot e sonda dell'anemometro poste allo sbocco del calibratore	39
Figura 22 - Prese di pressione statica su uno dei 22 moduli che formano il Pipe	41
Figura 23 - DTC Initium per l'acquisizione delle pressioni statiche lungo il Pipe.	42
Figura 24 - Andamento della pressione statica lungo il Pipe all'aumentare della velocità. Come si nota, sono state considerate solo le prese di pressione negli ultimi 60 metri del Pipe.	43
Figura 25 - Vista del Long Pipe dall'uscita del convergente. Sopra il primo modulo sono visibili le quattro prese di pressione che arrivano all'Initium per la stima della caduta di pressione statica.	44
Figura 26 - Control room alla fine del Pipe.	45
Figura 27 - Vista della test section. A) Tubo di Pitot; B) Prese di pressione statica non utilizzate per la stima della caduta di pressione lungo il Pipe; C) Posizione del traversing con vista dello stepper motor e dell'encoder.	46

Figura 28 - Vista sulla test section aperta. All'interno è possibile notare il traversing e il cavo dell'anemometro. _____	46
Figura 29 - A) Box Inverter al piano inferiore, di fronte ai motori della galleria; B) Postazione di controllo da remoto con software RemoteDrive. _____	47
Figura 30 - Traversing installato all'interno della test section. Si possono intravedere la slitta con la sonda alloggiata sul supporto e il cavo di collegamento dell'anemometro.. _____	48
Figura 31 - Sistema di movimentazione del traversing, composto da stepper motor ed encoder rotativo calettato sull'albero di trasmissione. _____	48
Figura 32 - Tubo di Pitot installato a monte della test section (Figura 26A). _____	50
Figura 33 - Curva di calibrazione (in-situ) dell'anemometro per un range di velocità pari a $[0 \div 25 \text{ m/s}]$	51
Figura 34 - Posizione delle prese di pressione statica a monte e a valle del convergente. _____	54
Figura 35 - Profilo di velocità media a 200 rpm lungo il raggio del Pipe. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot. _____	55
Figura 36 - Profilo di velocità media a 300 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot. _____	55
Figura 37 - Profilo di velocità media a 400 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot. _____	56
Figura 38 - Profilo di velocità media a 500 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot. _____	56
Figura 39 - Bulk velocity calcolata con caduta di pressione al convergente (linea tratteggiata blu) e bulk velocity calcolata tramite integrazione del profilo di velocità media (linea tratteggiata rossa). _____	57
Figura 40 - Rapporto tra la velocità alla centerline misurata con il tubo di Pitot e la bulk velocity. Quest'ultima calcolata tramite caduta di pressione sul convergente. _____	57
Figura 41 - Diagramma di Moody. _____	59
Figura 42 - Friction factor ottenuto tramite misura della bulk velocity (Eq. 4.8), calcolata attraverso caduta di pressione al convergente. I valori ottenuti sono stati posti a confronto con i trend di Blasius (Eq. 4.7) (linea tratteggiata gialla) e Prandtl-von Kármán (Eq. 4.6) (linea tratteggiata rossa). _____	61
Figura 43 - Stima dello skin friction coefficient tramite bulk velocity (Eq. 4.9), calcolata attraverso caduta di pressione al convergente. _____	61
Figura 44 - Velocità media normalizzata dei punti all'interno della overlap-region, per quattro differenti valori del numero di Reynolds. La linea tratteggiata in blu rappresenta l'andamento logaritmico dei dati sperimentali, confrontato con l'andamento presentato in Fiorini 2017 (linea tratteggiata rossa). _____	62
Figura 45 - Velocità media normalizzata dei punti all'interno della overlap-region su scala semi-logaritmica, per quattro differenti valori del numero di Reynolds. La linea tratteggiata blu rappresenta la retta di regressione che ha fornito i coefficienti per descrivere la Log-Law. I risultati sono stati confrontati con Fiorini 2017. _____	63
Figura 46 - Estesione della overlap-region all'aumentare del numero di Reynolds. _____	64
Figura 47 - Linea tratteggiata rossa: retta di regressione ottenuta con i punti sperimentali. Linea tratteggiata gialla: andamento ottenuto utilizzando la costante di k derivata dalla Log-Law. Linea tratteggiata viola e verde: andamenti sperimentali presentati rispettivamente in Fiorini 2017 ($k_{cl} = 0,437 - D = 8,062$) e Mascotelli 2020 ($k_{cl} = 0,429 - D = 7,25$). _____	65
Figura 48 - Differenza tra la velocità alla centerline misurata con il tubo di Pitot e velocità stimata dalla curva di calibrazione dell'anemometro (sempre alla centerline). _____	66

<i>Figura 49 - Linea tratteggiata rossa: errore assoluto tra due bulk velocity. Linea tratteggiata blu: errore percentuale rispetto alla media. Entrambe le grandezze sono state presentate in funzione dell'andamento crescente del numero di Reynolds.</i>	67
<i>Figura 50 - I cerchi celesti rappresentano il valore di k ottenuto dalla regressione lineare per una singola a prova. Man a mano che altre prove venivano aggiunte, il k globale (k medio) veniva calcolato mediando tra i singoli valori k_i (linea gialla). La linea tratteggiata rossa rappresenta il valore di k trovato in Fiorini 2017, dove il range di numeri di Reynolds era molto più ampio (valore massimo di circa 39000).</i>	69
<i>Figura 51 - I cerchi celesti rappresentano il valore di B ottenuto dalla regressione lineare per una singola a prova. Man a mano che altre prove venivano aggiunte, il B globale (B medio) veniva calcolato mediando tra i singoli valori B_i (linea gialla). La linea tratteggiata rossa rappresenta il valore di B trovato in Fiorini 2017, dove il range di numeri di Reynolds era molto più ampio (valore massimo di circa 39000).</i>	69
<i>Figura 52 - Rette di regressione per ogni valore di Reynolds. La linea tratteggiata in blu rappresenta la log-law derivante dalla media dei coefficienti delle singole rette.</i>	70

Indice delle tabelle

<i>Tabella 1 - Caduta di pressione lungo il Pipe per velocità crescenti.</i>	43
<i>Tabella 2 - Parametri di set-up dell'anemometro</i>	49
<i>Tabella 3 - Parametri di flusso per quattro diversi valori del numero di Reynolds.</i>	52
<i>Tabella 4 - Confronto tra i coefficienti della Log-Law ottenuti nel presente studio e quelli presentati in Fiorini 2017.</i>	63

INTRODUZIONE

Nell'accezione più comune, la parola turbolenza è legata ad un immaginario fatto di caos e imprevedibilità. I fenomeni turbolenti sono però di fatto i protagonisti di una vasta gamma di processi fisici che possiamo osservare tutti i giorni nel nostro quotidiano e non. Basti pensare alle più svariate applicazioni in ambito ingegneristico come ad esempio il miscelamento tra aria e combustibile all'interno dei motori, la dispersione degli inquinanti in aria, la resistenza all'avanzamento sperimentata sia dai veicoli terrestri che dagli aeromobili, la produzione di energia tramite turbomacchine o turbine eoliche.

Sebbene da tempo sia noto il sistema di equazioni che ben descrive il moto turbolento dei fluidi, ad oggi non vi è modo di risolverlo se non per casi estremamente semplificati che raramente possono essere presi come modello di riferimento.

L'esperimento classico di Osborne Reynolds del 1883 può essere considerato il primo tentativo di comprensione delle condizioni che regolano la transizione da moto laminare a moto turbolento. Lo strumento utilizzato per discriminare i due regimi di moto (tre considerando la zona di transizione) è il parametro adimensionale chiamato "*Numero di Reynolds*":

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

dove ρ rappresenta la densità del fluido, U la velocità, L la lunghezza caratteristica della geometria del sistema e μ la viscosità dinamica.

Il numero di Reynolds fisicamente rappresenta il rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosive che agiscono sulla particella di fluido. Le prime tendono a mantenere e incrementare le fluttuazioni del regime turbolento, mentre le seconde agiscono come un damper, smorzando tali effetti e dissipando l'energia cinetica in calore.

Prendendo in esame il caso dei flussi cosiddetti "wall-bounded", cioè a contatto con pareti solide (interamente o solo in parte), e in particolare i flussi all'interno di un "pipe", è possibile osservare una differenza di scala tra le strutture vorticosi esterne e quelle interne a contatto con la parete. Le strutture esterne, definite a larga scala, sono soggette soprattutto ad effetti inerziali e la loro dimensione dipende dalla geometria esterna. Le strutture interne, vicine a parete, vengono identificate invece come piccola scala (*Kolmogorov scales*) e sono dominante dagli effetti dovuti alla viscosità. All'aumentare del numero di Reynolds è possibile apprezzare sempre di più il fenomeno della separazione di scala, con le strutture interne che tendono a diminuire progressivamente la propria dimensione.

Secondo la teoria classica, l'interazione tra le strutture appartenenti alle varie scale permette in qualche modo di mantenere in vita e alimentare il fenomeno della turbolenza. Il processo conosciuto come "*energy cascade*", introdotto da Richardson (1922), spiega come l'energia

INTRODUZIONE

cinetica fornita alle scale più grandi dalla componente media del flusso, venga poi trasferita gradualmente a strutture sempre più piccole. Tale processo continua finché i vortici più piccoli non raggiungono la loro dimensione minima e gli sforzi viscosi non diventano predominanti. A questo punto si ha la dissipazione di tale energia cinetica sottoforma di calore. La comprensione delle interazioni che avvengono tra le varie scale di turbolenza risulta essere particolarmente complessa, ma è per questo motivo che un modello predittivo accurato è indispensabile per la descrizione del fenomeno, soprattutto nella regione prossima a parete dove a governare sono gli effetti dovuti alla viscosità. Sappiamo infatti quanto l'attrito a parete, sperimentato ad esempio da un aereo in volo, incida sui consumi e sulle emissioni di inquinanti in atmosfera. Una conoscenza approfondita della fisica alla base della turbolenza permetterebbe lo sviluppo di nuovi materiali e di sistemi di controllo per la riduzione dell'attrito.

Purtroppo misurare e apprezzare i fenomeni che avvengono su scale così piccole risulta estremamente complicato. All'aumentare del numero di Reynolds, come già detto, le strutture a parete raggiungono dimensioni estremamente ridotte, motivo per il quale è necessaria una struttura dimensionalmente molto grande per poter effettuare delle misure con un'adeguata risoluzione spaziale.

Partendo dalla definizione vediamo che ci possono essere diversi modi per ottenere dei valori elevati del numero di Reynolds:

- $U \uparrow$: aumentare la velocità, ma ciò comporta l'insorgere degli effetti legati alla comprimibilità;
- $\rho \uparrow$: incrementare la densità del fluido tramite aumento della pressione (soluzione adottata nel SuperPipe dell'Università di Princeton) ;
- $L \uparrow$: aumentare le dimensioni della struttura;
- $\mu \downarrow$: riduzione della viscosità tramite riduzione della temperatura a valori criogenici.

Insieme ad un elevato Re è necessario che le dimensioni delle scale inferiori siano però sufficientemente grandi per garantire un'adeguata risoluzione spaziale, considerando quelli che sono gli strumenti a disposizione per la misura (es. anemometro a filo caldo). La misura delle scale più piccole è data dalla *viscous length scale* ($l_* = \nu/u_\tau$, ν viscosità cinematica e u_τ friction velocity) la quale, considerando il flusso attraverso un condotto di sezione circolare costante (*pipe*) di raggio R , può essere espressa tramite la seguente relazione:

$$l_* = \frac{R}{Re_\tau}$$

dove $Re_\tau = u_\tau R/\nu$ è quasi proporzionale a Re .

Si vede come incrementare Re senza agire anche sulle dimensioni geometriche porta ad una riduzione delle piccole scale e di conseguenza ad una incertezza sulle misure. Il motivo che ha portato alla nascita del progetto CICLOPE è proprio l'annullamento di tali incertezze garantendo un'adeguata risoluzione spaziale e consentendo la misura delle strutture più

INTRODUZIONE

piccole con strumenti presenti in commercio (consolidati ed economici rispetto ad una progettazione e produzione di strumenti ad hoc).

In questo modo è possibile la caratterizzazione del flusso medio, estrapolando ad esempio la legge che regola l'andamento della velocità media, normalizzata rispetto la scala viscosa, all'interno della overlap-region:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B$$

Tale legge, nota con il nome di "log-law", è caratterizzata dalle due costanti k ("costante di von Kármán") e B , supposte universali e pertanto indipendenti dal tipo di flusso (non risentirebbero cioè del tipo di geometria esterna a contatto con il flusso) e dal numero di Reynolds. Per poter ricavare tale legge è assolutamente necessario disporre di valori del numero di Reynolds elevati per garantire una sufficiente estensione della overlap-region, e un'accurata stima della "friction velocity" u_τ . A proposito di quest'ultima grandezza, il vantaggio che deriva dall'impiego di un Pipe, rispetto ad altri tipi di flussi cosiddetti canonici come channel-flow o boundary-layer, risiede nella possibilità di legare il "wall shear stress" (τ_w) direttamente al gradiente di pressione negativo lungo il tragitto in direzione assiale. Una volta ottenuto un flusso turbolento completamente sviluppato tale gradiente di pressione si manterrà costante e direttamente proporzionale al wall shear stress. Questa grandezza risulta fondamentale sia dal punto di vista dell'analisi del flusso, garantendo l'accesso alle scale viscosi, sia dal punto di vista più applicativo e ingegneristico per la stima dello "skin friction coefficient" (C_f). Basti pensare alla stima dell'attrito lungo le condutture adibite al trasporto di sostanze fluide (es.: oli e gas) per lunghe distanze.

Verificare che il flusso turbolento sia effettivamente completamente sviluppato non è banale. In letteratura si stima che lo spazio necessario per questa transizione sia dell'ordine dei 50 diametri per la componente media di velocità. Una prova indiretta di ciò consiste nel misurare la caduta di pressione lungo il pipe assicurandosi che sia effettivamente costante. Questa procedura richiede però uno studio dell'errore introdotto in fase di misura. Nel nostro elaborato faremo riferimento agli studi presenti in letteratura, come *Zagarola e Smits (1998)* dove si stima che per un range del numero di Reynolds corrispondente a quello sperimentato presso il CICLOPE, siano necessari circa **100 D**.

Obiettivi del presente elaborato

Di seguito vengono delineate le linee guida e gli obiettivi del lavoro presentato. Sulla base delle premesse appena fatte, si vuole indagare con metodo sperimentale quelle che sono le caratteristiche e le particolarità di un flusso turbolento completamente sviluppato che scorre all'interno di un Pipe liscio (la rugosità "RMS" di parete è di due ordini di grandezza inferiore rispetto alle scale viscosi). In particolare:

- Misura e caratterizzazione del profilo di velocità media oltre la soglia dei $100 D$, tramite l'utilizzo di un anemometro a filo caldo di tipo CTA ("constant temperature anemometer"). Con il profilo ottenuto è possibile calcolare la bulk velocity mediante integrazione lungo il raggio, ipotizzando un profilo simmetrico rispetto l'asse del condotto. Tale ipotesi può essere indirettamente confermata confrontando la bulk velocity ottenuta con integrazione del profilo di velocità media, con la bulk velocity stimata dalla caduta di pressione sul convergente all'inizio del Pipe.
- Sotto l'ipotesi di flusso completamente sviluppato si intende stimare la friction velocity attraverso il gradiente di pressione (negativo) costante misurato lungo il condotto, con l'obiettivo di estrapolare i coefficienti che definiscono la Log-Law all'interno della overlap-region, avendo precedentemente caratterizzato il profilo di velocità media lungo tutto il raggio. Questi coefficienti verranno poi confrontati con i risultati proposti in Fiorini 2017. Secondo la letteratura classica, la costante k di von Kármán viene considerata universale e pertanto indipendente dal numero di Reynolds e dal tipo di flusso wall-bounded canonico con cui abbiamo a che fare. Lo scopo è quindi quello di verificare la bontà di questa affermazione dal punto di vista sperimentale per valori del numero di Reynolds sufficientemente elevati.
- La costante di von Kármán ha ripercussioni dirette anche sulla stima dello skin friction coefficient (C_f) e del friction factor (λ), come si può notare dalla "logarithmic friction law" di Prandtl:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{1}{k} \ln \left(Re_b \sqrt{\frac{\lambda}{32}} \right) + B - \frac{3}{2k}$$

Da quest'ultima deriva la relazione di Prandtl-von Kármán utilizzata nella pratica per estrapolare il friction factor in funzione del numero di Reynolds per tubi lisci. Dal punto di vista ingegneristico si ha generalmente interesse a conoscere la portata e di conseguenza la bulk velocity al fine di stimare l'incidenza dell'attrito.

Comprendere come la bulk velocity possa essere calcolata a partire dal profilo di velocità media è di fondamentale importanza, visto che proprio da questo concetto è stata derivata la formula ricorsiva di Prandtl-von Kármán.

La costante k viene inoltre adottata anche per la stima della velocità media alla centerline in funzione di Re_τ e di u_τ (derivante dalla caduta di pressione):

INTRODUZIONE

$$\frac{U_{CL}}{u_{\tau}} = \frac{1}{k_{cl}} \ln(Re_{\tau}) + D$$

con $k = k_{cl}$, anche se da numerose osservazioni sperimentali sembra esistere una condizione ricorrente per la quale $k_{cl} > k$. Un'indagine sull'impatto di tale anomalia si rende pertanto necessaria.

Capitolo 1 - RICHIAMI TEORICI

Di seguito verranno richiamati i concetti teorici e gli strumenti matematici atti ad un'analisi dei fenomeni che andremo ad osservare sperimentalmente.

1.1 - Caratterizzazione di una variabile casuale

In un flusso turbolento, il campo di velocità è considerato come una variabile casuale. Ciò significa sostanzialmente che ripetendo il solito esperimento, sotto le stesse condizioni al contorno e le stesse condizioni iniziali, il valore di $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ non è mai univoco.

Viene però spontaneo chiedersi come mai le equazioni di tipo deterministico che governano questi fenomeni producano soluzioni casuali. La risposta non è banale, ma può essere riassunta tramite i seguenti due punti:

1. in ogni flusso turbolento ci sono inevitabilmente delle perturbazioni nelle condizioni iniziali, nelle condizioni al contorno e nelle proprietà del materiale;
2. le variabili in gioco nei flussi turbolenti mostrano un'elevata sensibilità a queste perturbazioni.

Ne consegue che il set di condizioni sotto le quali crediamo di ripetere l'esperimento in realtà non è completo, ma manca una componente data dalle perturbazioni (es. le vibrazioni di un apparato o un difetto sulla superficie). Ovviamente le perturbazioni sono presenti anche nel caso di moto laminare, ma la differenza è la sensibilità che il flusso ha verso questi piccoli cambiamenti.

Una volta compresa l'impossibilità di determinare con certezza il valore che $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ assumerà ad un determinato istante t e in una determinata posizione \mathbf{x} , è necessario adottare una serie di strumenti che possano aiutarci a caratterizzare questa variabile casuale.

La variabile velocità istantanea può essere vista come la somma di una componente media più un termine dovuto alle fluttuazioni:

$$U_i(\mathbf{x}, t) = \langle U_i \rangle(\mathbf{x}, t) + u_i(\mathbf{x}, t) \quad (1.1)$$

dove $U_i(\mathbf{x}, t)$ è la componente i -esima della velocità istantanea $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$, $\langle U_i \rangle(\mathbf{x}, t)$ la componente media e $u_i(\mathbf{x}, t)$ le fluttuazioni.

Il valore medio $\langle U_i \rangle(\mathbf{x}, t)$ è ottenuto ripetendo lo stesso identico esperimento (stesse condizioni al contorno e stesse condizioni iniziali) N volte e misurando la velocità sempre nella stessa identica posizione e allo stesso istante dall'inizio dell'esperimento. Una volta ottenute le N misure si procede mediando tra esse:

$$\langle U_i \rangle(\mathbf{x}, t) = \frac{\sum_{j=1}^N U_{i,j}(\mathbf{x}, t)}{N} \quad (1.2)$$

A livello pratico però, non vengono eseguiti N esperimenti, ma gli N valori di $U_i(\mathbf{x}, t)$ sono ottenuti dal medesimo esperimento una volta raggiunta la stazionarietà statistica (“*statistically stationary*”). Per stazionarietà statistica si intende la condizione per la quale i parametri statistici di una variabile rimangono costanti nel tempo. In questo modo eseguire la media su N ripetizioni del test equivale ad eseguire la media su N misure ottenute all’interno di un certo intervallo temporale della medesima esperienza.

Perdiamo quindi la dipendenza dal tempo per quanto riguarda il valor medio:

$$\bar{U}_i(\mathbf{x}) = \langle U_i \rangle(\mathbf{x}) = \frac{1}{T} \int_0^T U_i(\mathbf{x}, t) dt \quad (1.3)$$

dove T rappresenta l’intervallo di tempo all’interno del quale è stata misurata la componente i -esima di velocità in posizione \mathbf{x} .

Ciò che ci aspettiamo dalla teoria non è quindi una soluzione esatta, ma una stima del valore con un certo grado di accuratezza. Motivo per il quale ci serviamo degli strumenti statistici per caratterizzare la nostra variabile, ad esempio stabilendo la probabilità che un certo evento possa accadere:

$$B \equiv \{U < V\} \quad (1.4)$$

$$p = P(B) = P\{U < V\} \quad (1.5)$$

B rappresenta l’evento secondo il quale il valore di U sarà inferiore ad un valore fissato V , mentre p la probabilità che questo evento accada. La probabilità assumerà un valore compreso tra 0 (evento impossibile) e 1 (evento certo):

$$0 \leq p \leq 1 \quad (1.6)$$

La probabilità di un qualsiasi evento può essere determinata a partire dalla funzione cumulativa (CDF, *cumulative distribution function*):

$$F(V) \equiv P\{U < V\} \quad (1.7)$$

Per esempio:

$$P(A) = P\{U < V_a\} = F(V_a) \quad P(B) = P\{U < V_b\} = F(V_b)$$

$$P(C) = P\{V_a \leq U \leq V_b\} = P\{U < V_b\} - P\{U < V_a\} = F(V_b) - F(V_a)$$

Le tre proprietà base della CDF sono:

1. $F(-\infty) = 0$;
2. $F(+\infty) = 1$;
3. $F(V_b) \geq F(V_a)$, per $V_b \geq V_a$.

Dalla terza proprietà possiamo concludere che la funzione cumulativa è non-decrescente.

La funzione densità di probabilità (PDF, *probability density function*), definita come la derivata della CDF:

$$f(V) \equiv \frac{dF(V)}{dV} \quad (1.8)$$

è una funzione non-negativa dato che $F(V)$ è non-decrescente: $f(V) \geq 0$

Vale la seguente relazione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(V)dV = 1 \quad (1.9)$$

cioè la probabilità che avvenga uno tra tutti i possibili risultati è del 100% (*normalisation condition*).

Esempio:

$$P\{V_a \leq U \leq V_b\} = F(V_b) - F(V_a) = \int_{V_a}^{V_b} f(V)dV$$

considerando un intervallo infinitesimo:

$$P\{V \leq U < V + dV\} = F(V + dV) - F(V) = f(V)dV \quad (1.10)$$

quindi possiamo concludere dicendo che la PDF rappresenta la probabilità per unità di distanza nell'intervallo considerato.

La funzione densità di probabilità (o anche la CDF) caratterizza completamente la variabile casuale U . Due o più variabili che hanno la stessa PDF si possono dire *identicamente distribuite*, oppure statisticamente identiche.

Per una descrizione statistica del flusso introduciamo i vari momenti di ordine n-esimo, partendo dal momento di ordine 1 che corrisponde alla *media*.

La media di una variabile aleatoria, come in questo caso U , utilizza la funzione densità di probabilità per pesare i possibili valori che può assumere:

$$\langle U \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} V f(V)dV \quad (1.11)$$

A questo punto possiamo definire le fluttuazioni di velocità:

$$u = U - \langle U \rangle \quad (1.12)$$

Il momento di ordine 2 è la *varianza*:

$$var(U) \equiv \langle u^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (V - \langle U \rangle)^2 f(V)dV = \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 f(V)dV \quad (1.13)$$

dalla cui radice quadrata otteniamo la *deviazione standard*:

$$\sigma_u = \sqrt{\langle u^2 \rangle} \quad (1.14)$$

I momenti di ordine superiore, in particolare 3 e 4, normalizzati rispetto le relative potenze della deviazione standard, rappresentano la *skewness* e la *flatness* (o *Kurtosis*) rispettivamente:

$$S_u = \frac{\langle u^3 \rangle}{\sigma_u^3} \quad (1.15)$$

$$F_u = \frac{\langle u^4 \rangle}{\sigma_u^4} \quad (1.16)$$

La skewness indica il livello di simmetria della PDF. Per un valore nullo della skewness otteniamo una distribuzione perfettamente simmetrica. La flatness fornisce invece una stima dell'appiattimento della PDF.

Consideriamo adesso però la stessa variabile U , ma in funzione del tempo: $U(t)$. Si parlerà allora di “*random process*”. Ad ogni istante di tempo, tale variabile sarà caratterizzata dalla sua funzione cumulativa:

$$F(V, t) \equiv P\{U(t) < V\} \quad (1.17)$$

o dalla relativa funzione densità di probabilità:

$$f(V, t) \equiv \frac{\partial F(V, t)}{\partial V} \quad (1.18)$$

Queste quantità però non forniscono alcuna informazione riguardante il legame tra due valori di $U(t)$ a due diversi istanti t_1 e t_2 . A questo punto, per caratterizzare completamente la variabile sarebbe necessario conoscere la CDF (o PDF) per ogni singolo istante, ma ciò risulta impossibile a livello pratico. Considerando invece processi statisticamente stazionari, come accennato in precedenza, possiamo identificare un pattern di valori che si ripetono spostando l'istante di tempo considerato di una certa quantità T (periodo):

$$f(V_1, t_1; V_2, t_2; \dots; V_N, t_N) = f(V_1, t_1 + T; V_2, t_2 + T; \dots; V_N, t_N + T) \quad (1.19)$$

Un flusso turbolento, dopo la fase di transizione, può raggiungere la condizione di stazionarietà statistica nella quale è possibile osservare la perdita di dipendenza dal tempo da parte delle grandezze statistiche, nonostante la variabile $U(t)$ continui a variare ad ogni istante.

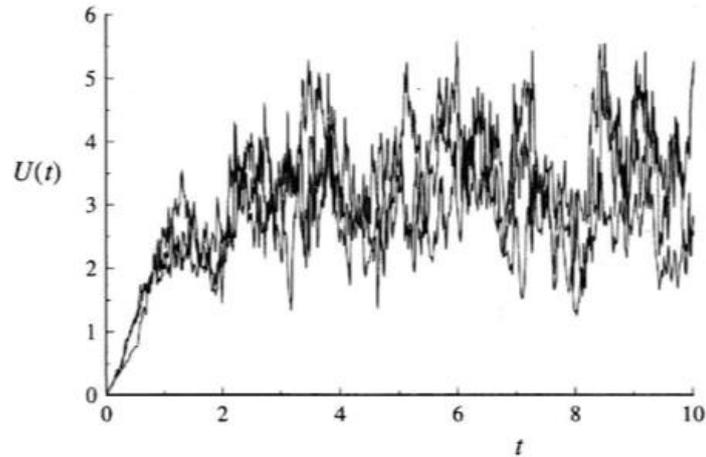


Figura 1 - Sovrapposizione di tre osservazioni di $U(t)$ ottenute tramite la ripetizione del medesimo esperimento sullo sviluppo di un flusso turbolento. Immagine da Pope (2001)

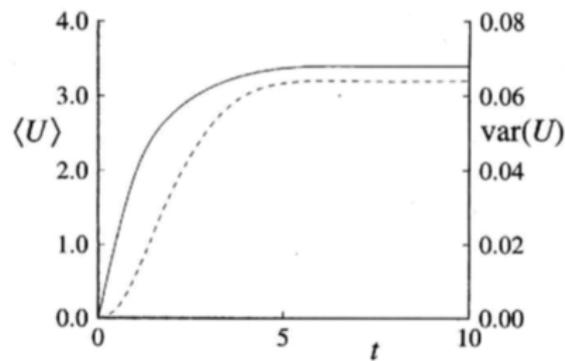


Figura 2 - Condizione di stazionarietà statistica osservabile su media e varianza relative all'andamento di $U(t)$ mostrato in figura 1. Immagine da Pope (2001)

Nel caso di un processo randomico possiamo definire la correlazione che lega il valore della variabile in un certo punto dello spazio \mathbf{x} a due diversi istanti t e $t + T$ tramite l'autocovarianza, dove T rappresenta il periodo o "lag time":

$$R(\mathbf{x}, T) = \langle u(\mathbf{x}, t)u(\mathbf{x}, t + T) \rangle \quad (1.20)$$

dove $u(\mathbf{x}, t) \equiv U(\mathbf{x}, t) - \langle U \rangle(\mathbf{x}, t)$ rappresenta le fluttuazioni di velocità.

La forma normalizzata dell'autocovarianza prende il nome di *funzione di autocorrelazione*:

$$\rho(\mathbf{x}, T) = \frac{R(\mathbf{x}, T)}{\langle u(\mathbf{x}, t)^2 \rangle} = \frac{\langle u(\mathbf{x}, t)u(\mathbf{x}, t + T) \rangle}{\langle u(\mathbf{x}, t)^2 \rangle} \quad (1.21)$$

Se siamo in condizioni di stazionarietà statistica, la dipendenza dal tempo viene persa e l'unico parametro da tenere in considerazione è il periodo T . Il parametro ρ esprime il grado di correlazione tra i due valori assunti dalla variabile:

$$|\rho(T)| \leq 1$$

In particolare, possiamo osservare che la correlazione tra un valore con se stesso fornisce una correlazione perfetta:

$$\rho(0) = 1$$

Per processi legati alla turbolenza ci aspettiamo un decremento del valore di correlazione (in modulo) all'aumentare del periodo di tempo considerato. Per esprimere tale concetto ricorriamo alla "integral time scale":

$$\Lambda_t \equiv \int_0^{+\infty} \rho(T) dT \quad (1.22)$$

Generalmente $\rho(T)$ decresce in modo sufficientemente veloce da far convergere l'integrale. Le considerazioni fatte fino ad adesso, riguardanti valori acquisiti ad istanti diversi in uno stesso punto \mathbf{x} dello spazio, possono essere estese anche al caso in cui si cerchi una correlazione tra due misure realizzate in punti diversi \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 allo stesso istante. Definiamo quindi la *covarianza*:

$$R_u(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \langle u(\mathbf{x}, t)u(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle \quad (1.23)$$

la *funzione di correlazione*:

$$\rho_u(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{R_u(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\langle u(\mathbf{x}, t)^2 \rangle} = \frac{\langle u(\mathbf{x}, t)u(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle}{\langle u(\mathbf{x}, t)^2 \rangle} \quad (1.24)$$

e l'*integral length scale*:

$$\Lambda_l \equiv \int_0^{+\infty} \rho(r) dr \quad (1.25)$$

Ovviamente non è possibile integrare su un dominio infinito, per questo motivo in genere ci fermiamo al primo valore o nullo o, in mancanza di esso, al primo valore negativo.

La funzione di correlazione può essere ottenuta in diversi modi, assumendo di conseguenza diversi significati:

- Si parla di "autocorrelazione spaziale" se vogliamo calcolare la correlazione della componente u_i con se stessa;
- Si parla di "cross-correlation" se consideriamo due diverse componenti di velocità;

La correlazione può essere poi *longitudinale* se \mathbf{r} è parallelo alla direzione della componente u_i , oppure *perpendicolare* se invece \mathbf{r} è perpendicolare a tale direzione.

1.2 – Introduzione alle equazioni RANS e applicazione al caso in oggetto

Dovendo descrivere il moto turbolento di un flusso, con variabili in gioco di tipo aleatorio, è possibile applicare la decomposizione di Reynolds alle equazioni di Navier-Stokes, andando a separare la componente media dalle fluttuazioni. In particolare, come abbiamo già osservato possiamo scrivere le singole componenti di $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ nel seguente modo:

$$U_i(\mathbf{x}, t) = \langle U_i \rangle(\mathbf{x}, t) + u_i(\mathbf{x}, t) \quad (1.26)$$

Ciò che otteniamo è un sistema di equazioni denominato RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

Consideriamo il caso di un fluido incomprimibile, con le “*body-forces*” trascurabili:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 & (1.27) \\ \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{U} & (1.28) \end{cases}$$

Possiamo riscrivere tale sistemi mediante la notazione di Einstein:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 & (1.29) \\ \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} & (1.30) \end{cases}$$

Considerando l’equazione di continuità (1.27):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} &= \frac{\partial (\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rightarrow \langle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \rangle &= \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \quad (1.31)$$

È facile notare come sottraendo il risultato trovato dall’equazione di partenza si ottenga la stessa identica formulazione però riferita alle fluttuazioni:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (1.32)$$

Il bilancio di quantità di moto (1.28):

$$\frac{\partial (\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial t} + (\langle U_j \rangle + u_j) \frac{\partial (\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\langle p \rangle + p')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_j^2} \quad (1.33)$$

Elaborando un termine alla volta:

1. $\left\langle \frac{\partial(\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} = \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t}$
 2. $\left\langle (\langle U_j \rangle + u_j) \frac{\partial(\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_j} \right\rangle = \langle \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} \rangle + \langle \langle U_j \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \rangle + \langle u_j \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} \rangle + \langle u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \rangle$
 $= \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \langle u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \rangle$
- $$\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \rightarrow \left\langle (\langle U_j \rangle + u_j) \frac{\partial(\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_j} \right\rangle = \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j u_i \rangle}{\partial x_j}$$
3. $-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\partial(\langle p \rangle + p')}{\partial x_i} \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i}$
 4. $\left\langle \frac{\partial^2(\langle U_i \rangle + u_i)}{\partial x_j^2} \right\rangle = \frac{\partial^2 \langle U_i \rangle}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} = \frac{\partial^2 \langle U_i \rangle}{\partial x_j^2}$

Il bilancio di quantità di moto può quindi essere scritto nella seguente forma:

$$\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \langle U_i \rangle}{\partial x_j^2} \quad (1.34)$$

Il termine $\langle u_j u_i \rangle$ prende il nome di “*Reynolds stresses*”, e gioca un ruolo cruciale nell’equazione relativa al campo di velocità media. Nel caso in cui tale termine fosse nullo, non vi sarebbero differenze di comportamento tra $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ e $\langle \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \rangle$.

Riscrivendo l’equazione nel seguente modo è possibile apprezzare meglio i tre differenti contributi dello sforzo totale:

$$\rho \left[\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} - \rho \langle u_j u_i \rangle - \langle p \rangle \delta_{ij} \right] \quad (1.35)$$

con $\mu \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j}$ sforzo viscoso, $-\langle p \rangle \delta_{ij}$ sforzo isotropo dovuto al campo di pressione media e $-\rho \langle u_j u_i \rangle$ sforzo dovuto alle fluttuazioni di velocità.

Abbiamo ottenuto un sistema di quattro equazioni che governano il moto del campo di velocità media. Il problema è che tale sistema contiene più di quattro incognite: $\langle p \rangle$, $\langle \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \rangle$, $\langle u_j u_i \rangle$. Tale condizione è nota come “*closure problem*”. Per poter risolvere tale sistema di equazioni è necessario determinare (o modellare) il termine relativo al Reynolds stresses.

1.2.1 - RANS applicate al Pipe

Applichiamo adesso le equazioni RANS al flusso che scorre all'interno di un Pipe.

Consideriamo sempre un fluido incomprimibile e le "body-forces" trascurabili:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \\ \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{U} \end{cases}$$

Il vettore $\mathbf{U} = (U; V; W)$ viene sempre scomposto in componente media ($\langle U \rangle; \langle V \rangle; \langle W \rangle$) più le fluttuazioni (u, v, w). Convieni però passare ad un sistema di coordinate cilindriche anziché cartesiane vista la geometria del caso:

$$x, y, z \rightarrow x, r, \theta$$

dove x è la coordinata in direzione assiale, r la coordinata radiale e θ la coordinata angolare.

Prima di riportare il nuovo sistema di equazioni conviene introdurre una prima semplificazione dovuta al fatto che il flusso che scorre all'interno della cavità cilindrica può considerarsi statisticamente assialsimmetrico:

$$\langle W \rangle = 0, \quad \langle uw \rangle = 0, \quad \langle vw \rangle = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} = 0$$

Otteniamo allora:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (1.36)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial r} + U \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rU)}{\partial r} \right] \end{cases} \quad (1.37)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{W^2}{r} + U \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{V}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial r} \right] \end{cases} \quad (1.38)$$

Inserendo la decomposizione di Reynolds e andando a mediare è possibile scrivere nuovamente il sistema in una nuova forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \langle V \rangle)}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial t} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial r} + \langle U \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \langle uv \rangle)}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 \langle U \rangle}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial r} \right) \right] \\ \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial t} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial r} - \frac{\langle w^2 \rangle}{r} + \langle U \rangle \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle uv \rangle}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \langle v^2 \rangle)}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 \langle V \rangle}{\partial x^2} - \frac{\langle V \rangle}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial r} \right) \right] \end{cases}$$

Introduciamo due ulteriori ipotesi semplificative:

1. Flusso completamente sviluppato:

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \langle v^2 \rangle}{\partial x} = 0$$

2. Flusso statisticamente stazionario:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

L'equazione di continuità si riduce alla forma:

$$\frac{\partial \langle V \rangle}{\partial r} = 0 \quad (1.39)$$

Inoltre, data la condizione di no-slip a parete $\langle V \rangle|_{r=R} = 0$ e di simmetria assiale $\langle V \rangle|_{r=0} = 0$, possiamo dedurre dall'equazione di continuità che la componente radiale di velocità $\langle V \rangle$ risulta nulla ovunque:

$$\langle V \rangle = 0 \quad (1.40)$$

Applicando questi risultati alla seconda equazione del bilancio di quantità di moto:

$$\frac{\langle w^2 \rangle}{r} - \frac{\langle v^2 \rangle}{r} - \frac{\partial \langle v^2 \rangle}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial r} \quad (1.41)$$

Integrando tra la generica coordinata r e il raggio del pipe R :

$$\frac{1}{\rho} (\langle p_w \rangle - \langle p \rangle) = \langle v^2 \rangle + \int_r^R \left(\frac{\langle w^2 \rangle}{r} - \frac{\langle v^2 \rangle}{r} \right) dr \quad (1.42)$$

dove l'indice "w" sta ad indicare la parete, cioè quando la coordinata radiale è pari al raggio: $r = R$.

Derivando infine rispetto alla coordinata assiale e tenendo presente l'ipotesi di flusso completamente sviluppato, l'intera equazione si riduce nel seguente modo:

$$\frac{\partial \langle p_w \rangle}{\partial x} = \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} \quad (1.43)$$

In pratica, il gradiente di pressione rispetto la coordinata assiale x si mantiene costante lungo il raggio.

Considerando invece la prima equazione del bilancio di quantità di moto e applicando le medesime semplificazioni appena viste otteniamo:

$$\frac{1}{r} \frac{d(r \langle uv \rangle)}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{d \langle p_w \rangle}{dx} + \frac{v}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d \langle U \rangle}{dr} \right) \quad (1.44)$$

È possibile sostituire nell'espressione (1.44) la definizione di "total shear stress":

$$\tau_{(r)} = \mu \frac{d \langle U \rangle}{dr} - \rho \langle uv \rangle \quad (1.45)$$

$$\frac{d \langle p_w \rangle}{dx} = \frac{1}{r} \frac{d(r \tau)}{dr} \quad (1.46)$$

Integrando tra $r = 0$ e $r = R$:

$$\int_0^R \frac{d \langle p_w \rangle}{dx} dr = \int_0^R \frac{1}{r} \frac{d(r \tau)}{dr} dr \quad (1.47)$$

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{d\langle p_w \rangle}{dx} \quad (1.48)$$

La relazione (1.48) appena trovata permette di legare direttamente il gradiente di pressione lungo la direzione assiale misurato a parete con lo sforzo di taglio a parete. Dal punto di vista sperimentale, ciò permette di risalire facilmente alla grandezza τ_w misurando la caduta di pressione attraverso le varie prese di pressione statica disposte lungo tutto il pipe.

Integrando tra 0 e il generico valore r troviamo la relazione più generale che descrive l'andamento lineare dello sforzo di taglio dalla parete verso la centerline:

$$\tau_{(y)} = \tau_w \left(1 - \frac{y}{R}\right) \quad (1.49)$$

con l'aggiunta della nuova variabile $y = R - r$ che descrive la distanza normale da parete. Dalla definizione data del total shear stress si nota come questo sia composto da una parte dovuta alla viscosità e da una parte dovuta alle fluttuazioni (Reynolds stresses). A parete l'intero contributo è dovuto al termine viscoso, che decade però spostandoci verso la centerline. Di seguito possiamo osservare l'andamento del profilo dello sforzo di taglio totale e delle sue due componenti: viscous stress e Reynolds stresses. I dati sono stati ottenuti tramite una DNS di un flusso all'interno di un canale per due diversi valori del numero di Reynolds: linea continua $Re = 5600$, linea tratteggiata $Re = 13750$.

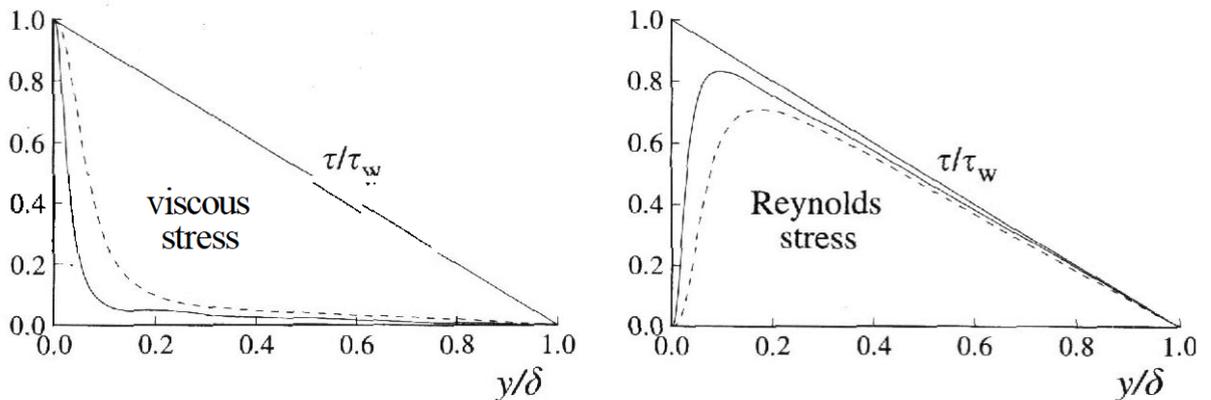


Figura 3 - Profilo del total shear stress ottenuto tramite DNS per due diversi valori di Re : linea continua $Re=5600$, linea tratteggiata $Re=13750$. Immagine da *Turbulent Flows*, Pope (2001)

È evidente come vicino a parete la viscosità e lo sforzo τ_w siano parametri fondamentali, con i quali è possibile andare a definire quelle che sono le grandezze in scala per questa regione: "viscous scales".

1.3 - Wall-bounded flows

Nel trattato seguente prederemo in considerazione i flussi delimitati da pareti, chiamati “wall-bounded flows”. In particolare, il nostro caso riguarda i flussi all’interno di un tubo liscio, la cui geometria permetterà di ottenere in modo facile e accurato il valore di attrito andando a stimare sperimentalmente la caduta di pressione lungo il percorso. La presenza di pareti solide, unita agli effetti di viscosità (condizione di no-slip a parete), va ad innescare quei meccanismi che determinano lo sviluppo di un flusso turbolento.

È possibile evidenziare due diverse regioni del flusso turbolento, partendo dall’asse del cilindro e procedendo verso la parete:

- *Regione interna*, vicina a parete, dove dominano gli effetti della viscosità. In questa zona il comportamento del flusso non risulta influenzato dalla geometria esterna. Ciò permette di trattare nello stesso modo flussi a parete con differenti geometrie esterne;
- *Regione esterna*, sufficientemente lontana da parete, dove gli effetti viscosi risultano trascurabili rispetto a quelli inerziali.

Nella regione interna, la velocità media \bar{U} è influenzata dall’attrito a parete τ_w , dalla distanza da parete y e della viscosità cinematica ν . Si può parlare allora di “viscous scale” definendo dei parametri normalizzati rispetto queste quantità:

Friction velocity:

$$u_\tau \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (1.50)$$

Viscous length scale:

$$l_* \equiv \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (1.51)$$

Friction Reynolds number:

$$Re_\tau \equiv \frac{u_\tau R}{\nu} = \frac{R}{l_*} = R^+ \quad (1.52)$$

dove R è il raggio del tubo, cioè la sua grandezza geometria caratteristica.

La distanza da parete può essere misurata tramite le “wall units”:

$$y^+ \equiv \frac{y}{l_*} = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (1.53)$$

Per quanto riguarda la regione esterna, la lunghezza di scala può essere rappresentata dalla lunghezza caratteristica della geometria:

$$Y \equiv \frac{y}{R} \quad (1.54)$$

Mentre per quanto riguarda la velocità, utilizziamo sempre u_τ .

Il profilo di velocità media \bar{U} lungo tutto il raggio può essere espresso come una funzione dipendente da parametri adimensionali caratteristici di entrambe le regioni:

$$\bar{U} = u_\tau f \left(Re_\tau, \frac{y}{R} \right) \quad (1.55)$$

È preferibile però prendere in considerazione il gradiente di velocità media lungo y , poiché risulta una quantità fisicamente più interessante dato il suo diretto legame con lo sforzo viscoso:

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \Phi \left(\frac{y}{l_*}, \frac{y}{R} \right) \quad (1.56)$$

dove, ancora una volta, si ha la dipendenza sia da un parametro caratteristico della regione interna che da uno della regione esterna.

Per separare quantitativamente le due regioni, in accordo con la teoria classica, consideriamo regione interna $y^+ < 50$ e regione esterna $y^+ > 50$.

Prandtl, nel 1925, postulò che sufficientemente vicina a parete ($y/R \ll 1$), la velocità media potesse essere espressa come funzione della sola scala viscosa. Ciò significa che al tendere di y/R a zero, Φ tenderà asintoticamente ad una funzione dipendente solo da y/l_* :

$$\Phi_i \left(\frac{y}{l_*} \right) = \lim_{y/R \rightarrow 0} \Phi \left(\frac{y}{l_*}, \frac{y}{R} \right) \quad (1.57)$$

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \Phi_i \left(\frac{y}{l_*} \right) \quad (1.58)$$

Definiamo la seguente grandezza:

$$u^+ \equiv \frac{\bar{U}}{u_\tau} \quad (1.59)$$

e otteniamo:

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{y^+} \Phi_i(y^+) \quad (1.60)$$

Integrando otteniamo la "**Law of the Wall**" di Prandtl:

$$u^+ = f(y^+) \quad (1.61)$$

Estremamente vicino a parete ($y^+ < 5$) si considera una relazione di tipo lineare:

$$u^+ = y^+ \quad (1.62)$$

Tale regione è chiamata "*viscous sublayer*".

Per $y^+ = 10$ gli scostamenti dalla relazione lineare diventano non trascurabili.

Per valori sufficientemente elevati di y^+ , corrispondenti alla parte esterna della regione interna, l'influenza della viscosità inizia a diventare trascurabile. Possiamo immaginare allora che la funzione Φ_i assuma valore costante. In particolare:

$$\Phi_i(y^+) = \frac{1}{k}, \quad \text{per } Y \ll 1 \text{ e } y^+ \gg 1 \quad (1.63)$$

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{y^+} \Phi_i(y^+) = \frac{1}{y^+ k} \quad (1.64)$$

Integrando otteniamo la "**Log Law**", legge logaritmica di parete postulata da Theodore von Kármán (1930):

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (1.65)$$

dove k è la costante di von Kármán.

Tra la "viscous sublayer" e l'inizio della "log-law region" vi è una zona di transizione chiamata "*buffer layer*", dove si passa da una predominanza degli effetti viscosi ad una predominanza degli effetti dovuti alla turbolenza.

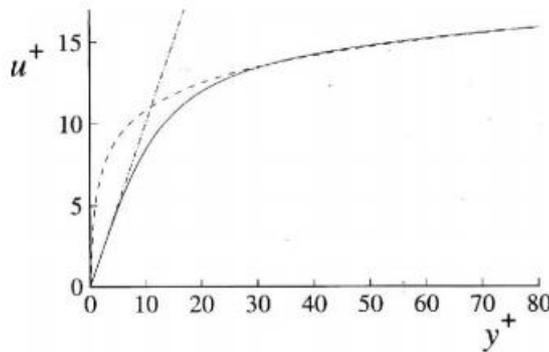


Figura 4 - Linea continua: DNS Kim et al. (1987) per $Re=13750$. Linea tratteggiata: "log law". Linea-punto: $u^+ = y^+$

Al di fuori della regione interna ($y^+ > 50$) cessa la dipendenza dal parametro viscoso, perciò al tendere di y/l_* a zero Φ tenderà asintoticamente ad una funzione dipendente solo da y/R :

$$\Phi_o\left(\frac{y}{R}\right) = \lim_{y/l_* \rightarrow 0} \Phi\left(\frac{y}{l_*}, \frac{y}{R}\right) \quad (1.66)$$

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \Phi_o\left(\frac{y}{R}\right) \quad (1.67)$$

Integrando tra y e R otteniamo la "**velocity-defect law**":

$$\frac{U_{CL} - \bar{U}}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{R}\right) \quad (1.68)$$

Questa relazione esprime la differenza tra la velocità alla centerline U_{CL} e la velocità media \bar{U} come funzione della sola variabile y/R .

A differenza della "law of the wall" qui non ci sono motivi per pensare che la funzione $g\left(\frac{y}{R}\right)$ abbia valenza universale, cambia cioè a seconda del tipo di flusso.

All'aumentare del numero di Reynolds (> 20000) viene a formarsi una zona di sovrapposizione tra la regione interna e quella esterna, chiamata "**overlap region**".

All'interno di tale zona devono convivere entrambe le relazioni (1.58) e (1.67):

$$\frac{y}{u_\tau} \frac{d\bar{U}}{dy} = \Phi_i\left(\frac{y}{l_*}\right) = \Phi_o\left(\frac{y}{R}\right) \quad (1.69)$$

e l'unico modo possibile è che Φ_i e Φ_o siano indipendenti dalle relative lunghezze di scala e perciò costanti. Integrando ritroviamo la "Log Law" già citata e la seconda relazione logaritmica dipendente da y/R :

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (1.70)$$

$$\frac{U_{CL} - \bar{U}}{u_\tau} = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{R}\right) + C \quad (1.71)$$

Il punto di inizio della regione in cui è possibile far valere la log-law è ancora dibattuto, ma in generale è preso all'interno del range $50 < y^+ < 200$. La "log-law region" si estende poi verso la centerline fino a circa $y = 0,15R$. Inoltre tale regione aumenta la sua estensione all'aumentare del numero di Reynolds.

Un ulteriore risultato interessante deriva dalla somma dei membri delle due equazioni (1.70) e (1.71):

$$\frac{U_{CL}}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln(Re_\tau) + D \quad (1.72)$$

poiché risolvendo per un dato valore di Re_τ è possibile ricavare lo "skin friction coefficient":

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_{CL}^2} = 2 \left(\frac{u_\tau}{U_{CL}}\right)^2 \quad (1.73)$$

1.4 – Scale dei moti turbolenti

Per comprendere meglio le modalità di interazione tra le grandi scale e le piccole, al crescere del numero di Reynolds, è necessario far riferimento al concetto di “energy cascade” proposto da Richardson nel 1922 e alle ipotesi formulate da Kolmogorov in seguito (1941). L’idea di Richardson è quella di descrivere come l’energia cinetica venga prima prodotta dal flusso medio, ceduta alle grandi scale e in seguito trasferita a scale man a mano sempre più piccole, fino a che gli effetti viscosi non diventano predominanti e dissipano tale energia in calore. Le grandi strutture vorticosi risultano instabili e rompendosi cedono energia a quelle più piccole finché il numero di Reynolds caratteristico $Re_{(l)} = \frac{u_{(l)} l}{\nu}$ non diventa sufficientemente piccolo da consentire invece lo sviluppo di strutture stabili e permettere la dissipazione.

Come sappiamo nei flussi turbolenti sono presenti strutture vorticosi di diversa scala, descritte dalle relative grandezze caratteristiche come lunghezza, velocità e tempo. Le strutture più grandi hanno come lunghezza caratteristica l_0 , comparabile con la lunghezza caratteristica del flusso (nel nostro caso il raggio del pipe) e come velocità caratteristica $u_0 \sim U$. Il relativo numero di Reynolds $Re_0 = \frac{u_0 l_0}{\nu}$ sarà elevato dato che gli effetti viscosi possono ritenersi nulli.

Il grado di dissipazione ϵ dipende dalla quantità di energia trasferita nell’unità di tempo. I vortici di grande scala hanno un’energia cinetica nell’ordine di u_0^2 , perciò $\epsilon \sim \frac{u_0^2}{\tau_0} = \frac{u_0^3}{l_0}$.

Kolmogorov in seguito postulò che velocità e tempo, entrambe dipendenti dalla lunghezza caratteristica, seguono lo stesso andamento di quest’ultima. In pratica al diminuire di l , e quindi per scale sempre più piccole, diminuiscono anche $u_{(l)}$ e $\tau_{(l)}$. La teoria di Kolmogorov si basa su tre ipotesi fondamentali:

- *“Isotropia locale: per valori del numero di Reynolds sufficientemente elevati, i moti turbolenti di piccola scala sono statisticamente isotropi.”*

Tutte le informazioni relative alla geometria esterna e al moto del flusso medio si perdono nel passaggio di energia dalle grandi scale a quelle minori.

È utile introdurre un valore $l_{EI} = 1/6 l_0$ di separazione tra i vortici anisotropi ($l > l_{EI}$) e le strutture più piccole isotrope ($l < l_{EI}$).

- *“Prima ipotesi di similarità: in ogni flusso turbolento ad elevati valori del numero di Reynolds, le statistiche dei moti delle piccole scale ($l < l_{EI}$) hanno un comportamento universale determinato da due soli parametri, ϵ e ν .”*

Sulla base di questa seconda ipotesi è possibile definire quelle che sono le grandezze caratteristiche delle piccole scale:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (1.74)$$

$$u_\eta = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (1.75)$$

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad (1.76)$$

È possibile quantificare il range di scale eseguendo il rapporto tra la grande e la piccola scala:

$$\frac{l_0}{\eta} = \frac{l_0\epsilon^{1/4}}{\nu^{3/4}} \sim \frac{l_0\left(\frac{u_0^3}{l_0}\right)^{1/4}}{\nu^{3/4}} = Re^{3/4} \quad (1.77)$$

All'aumentare del numero di Reynolds va ad aumentare il range di scale tra l_0 e η . In particolare, dato il limite superiore imposto dalla geometria esterna, l'aumento del rapporto sarà dovuto ad un riduzione delle piccole scale.

Il fenomeno dell'aumento del range di scale all'aumentare di Re è noto con il nome di "scale separation".

- "Seconda ipotesi di similarità: in tutti i flussi turbolenti, con numeri di Reynolds sufficientemente elevati, il moto delle scale nel range $\eta \ll l \ll l_0$ ha un comportamento universale e univocamente determinato da ϵ , indipendentemente da ν ."

Introducendo la grandezza $l_{DI} = 60 \eta$ è possibile suddividere la regione $l < l_{EI}$ in due ulteriori sottoregioni: regione inerziale (effetti viscosi trascurabili) $l_{DI} < l < l_{EI}$ e regione dissipativa $l < l_{DI}$ (dissipazione dell'energia cinetica per effetto della viscosità).

Di seguito un'immagine che illustra qualitativamente il processo appena descritto:

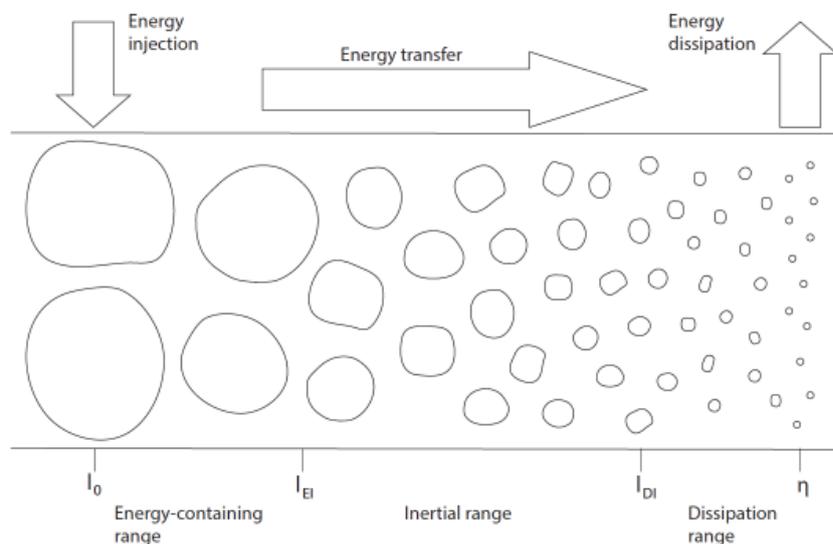


Figura 5 - Descrizione del processo "energy cascade", da Fiorini 2017.

1.5 – Come nasce il laboratorio CICLoPE

La spinta che ha portato alla progettazione e alla nascita del progetto CICLoPE è stata data dalla volontà di studiare e comprendere i fenomeni di turbolenza che si sviluppano ad elevati numeri di Reynolds, come spiegato in *Talamelli et al (2009)*. Nonostante i fluidi in moto turbolento siano una costante in innumerevoli applicazioni ingegneristiche e non solo, non vi sono ad oggi sufficienti dati a supporto di una teoria unificata che descriva in modo rigoroso il fenomeno. Dal punto di vista dell'indagine sperimentale, la più grande difficoltà consiste nel raggiungere una sufficiente risoluzione spaziale tale da permettere la misura dei fenomeni sulle diverse scale. È proprio dalla volontà di abbattere tale ostacolo che prende vita il progetto CICLoPE. La dimensione del suo Long Pipe permette infatti di poter osservare le strutture appartenenti alle scale minori del moto turbolento per numeri di Reynolds molto elevati, utilizzando strumenti di misura presenti in commercio.

È importante chiedersi però quanto debba essere elevato tale valore del numero di Reynolds. È necessario infatti garantire uno sviluppo sufficiente della zona di sovrapposizione tra regione interna e regione esterna (“*overlap region*”) per il flusso medio, e uno sviluppo sufficiente della “ $\kappa^{-5/3}$ *region*” per quanto riguarda lo spettro delle lunghezze d’onda. All’interno della *overlap region* sappiamo che il profilo di velocità del flusso medio è ben descritto dalla *log-law*:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (1.78)$$

Vi è una forte evidenza sperimentale sul fatto che tale regione inizi il suo sviluppo per $y^+ = 200$, proseguendo fino a $y < 0,15R$, dove R è il raggio del Pipe. Per ottenere una separazione di scala adeguata è necessario che lo sviluppo di tale regione a partire da $y^+ = 200$ si protragga fino a $y^+ = 2000$, di conseguenza è necessario avere un Reynolds maggiore di 13300:

$$\left\{ \begin{array}{l} y^+ = \frac{y}{l_*} = 2000 \\ y < 0,15R \rightarrow R > 2000l_*/0,15 \rightarrow Re_\tau > 2000/0,15 = 13300 \\ Re_\tau = \frac{R}{l_*} \end{array} \right.$$

Il valore trovato rappresenta il minimo valore di Re_τ sufficiente a soddisfare la richiesta. Per ottenere poi un range sufficientemente ampio, tale valore è stato moltiplicato per un fattore tre in fase di progetto, raggiungendo un valore massimo di Re_τ pari a 40000:

$$13300 < Re_\tau < 40000$$

Questo range permette di soddisfare anche la richiesta di una “ $\kappa^{-5/3}$ *region*” sufficientemente sviluppata, come spiegato in *Talamelli et al (2009)*.

Come già descritto nell'introduzione, per incrementare il valore del numero di Reynolds vi sono diverse opzioni. La scelta fatta per il CICLOPE è stata quella di aumentare la dimensione geometrica caratteristica così da preservare la risoluzione spaziale, come dimostra la relazione che definisce il parametro di scala l_* :

$$Re_\tau = \frac{R}{l_*}$$

Una volta stabilito il range operativo del numero di Reynolds, per decidere la dimensione minima necessaria da conferire al Pipe è stato considerato come limite inferiore la più piccola scala di turbolenza. In particolare tra il parametro η , che descrivere i moti dissipativi secondo la teoria di Kolmogorov, e il parametro l_* , caratteristico della scala viscosa, è stato scelto quest'ultimo poiché dallo studio di *Smits et al (2011b)* emerge come vicino a parete il rapporto η/l_* sia indipendente da Re e pari a $\cong 2$. Di conseguenza la scelta di l_* appare come un limite più stringente.

Dato che le misure si basano sulla tecnica dell'anemometro a filo caldo è stata considerata la lunghezza del filo L per determinare la grandezza spaziale di filtraggio $L^+ = L/l_*$. Al di sotto di questo valore infatti si ha un effetto di filtraggio (passa basso) da parte del sensore, che non percepisce più le fluttuazioni di velocità e media lungo la lunghezza del filo.

In accordo con la letteratura (*Hutchins et al 2009* e *Smits et al 2011b*), è necessario un valore $L^+ \leq 10$ per garantire che le fluttuazioni di velocità non vengano attenuate. Inoltre, la dimensione minima presente in commercio per il filo è di $0,6 \mu m$ per quanto riguarda il diametro e $120 \mu m$ per la lunghezza.

Imponendo le due condizioni:

$$\begin{cases} L^+ = \frac{L}{l_*} \leq 10 \\ L = 120 \mu m \end{cases} \rightarrow l_* \geq 12 \mu m$$

e per un dato Re_τ si ottiene il valore del raggio:

$$Re_\tau = \frac{R}{l_*} = 40000 \rightarrow R \geq 40000 \cdot 0,000012 m = 0,48 m$$

Una volta fissata la dimensione del raggio è necessario definire la lunghezza del Pipe al fine di ottenere un flusso completamente sviluppato e garantire uno strato limite esteso fino alla centerline. Secondo lo studio di *Zagarola e Smits (1998)* tale lunghezza corrisponde a $100D$, perciò per un raggio pari a $0,48 m$ è stato necessario realizzare un Pipe con una lunghezza di $\cong 100 m$.

Nell'immagine seguente (*Figura 6*) viene descritto il campo di lavoro del CICLOPE e di altri centri di ricerca. La linea tratteggiata verticale indica il valore minimo di Reynolds che permette di avere un'adeguata separazione di scala ($Re_\tau = 13300$), mentre la linea tratteggiata orizzontale fornisce il limite inferiore per quanto riguarda la lunghezza di scala

viscosa al fine di garantire una sufficiente risoluzione spaziale in riferimento ai sensori più piccoli presenti in commercio. Come si vede, il Long Pipe è pensato per lavorare nella regione in alto a destra, al di sopra cioè dei due limiti inferiori appena citati.

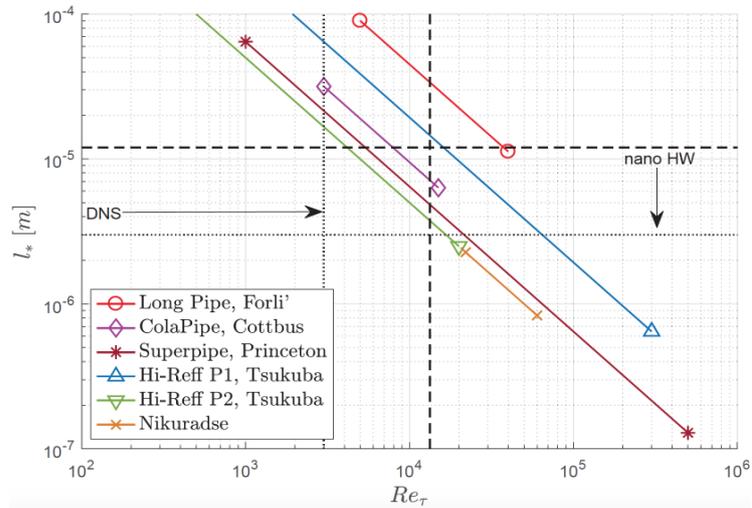


Figura 6 - Regioni di lavoro identificate da numero di Reynolds e lunghezze di scala viscosa per diverse strutture di ricerca, tra le quali il Long Pipe del progetto CICLOPE. Immagine da Mascotelli 2020.

1.6 – Il laboratorio

La struttura derivante dai vincoli di progettazione presentati nel precedente paragrafo è una galleria del vento a ciclo chiuso, ubicata presso le ex Gallerie Caproni di Predappio all'interno di uno dei due tunnel sotterranei, lunghi **130 m** ciascuno.

Tale galleria del vento si svolge su due piani: quello superiore ospita l'elemento principe del laboratorio e cioè il Long Pipe con circa **111,5 m** di lunghezza e **0,9 m ± 0,2mm** di diametro; quello inferiore invece vede la presenza del circuito di ritorno del flusso, con un sistema di controllo della temperatura e i due fan che producono la portata d'aria richiesta.

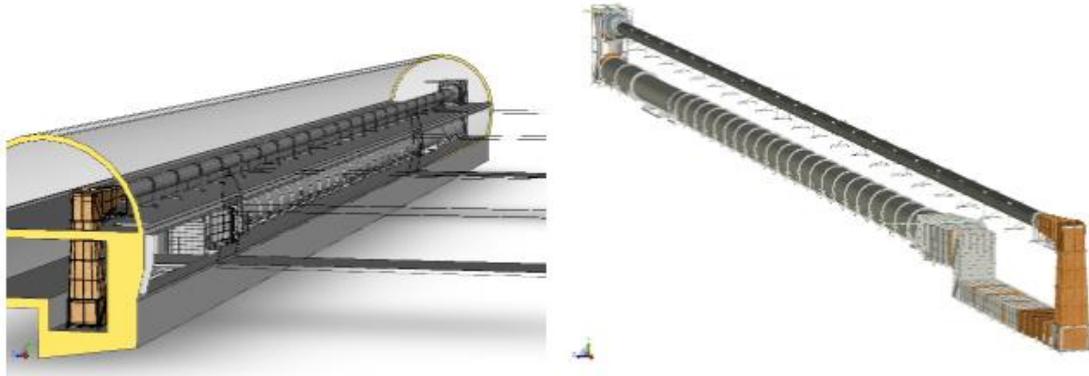


Figura 7 - Long Pipe e circuito di ritorno, CICLoPE Laboratory - Unibo

Il Long Pipe, costruito interamente in carbonio, è composto da ventidue moduli lunghi **5 m** ciascuno, più un modulo finale di **1,5 m** adibito a camera di prova principale dove vengono eseguite le misure. In realtà nulla vieta di eseguire misurazioni in punti diversi, dato che ogni modulo presenta sette prese di pressione statica, quattro delle quali disposte radialmente, e quattro accessi, sempre radiali, per l'introduzione di strumenti di misura.

Queste dimensioni permettono di ottenere un rapporto $L/D \cong 123$, sufficiente ad avere un flusso perfettamente sviluppato e pronto ad essere analizzato sul tratto finale del pipe.

L'utilizzo del carbonio ha permesso di ottenere una superficie con una rugosità pari a $k_{rms} < 0,1 \mu m$.

Superata la camera di prova alla fine del pipe, si ha un cambio di forma per quanto riguarda la sezione, passando da una sezione circolare ad una rettangolare prima di affrontare la prima curva del circuito di ritorno. Tutte le curve sono ad angolo retto e prevedono un sistema di palettamenti atti ad aiutare il flusso durante la fase di curvatura, per prevenire la formazione di vortici. Nell'attraversare le prime quattro curve a sezione rettangolare il flusso subisce un'espansione, prima di incontrare lo scambiatore di calore. Quest'ultimo permette di avere in uscita una temperatura costante di **15 °C (±0,1 °C)** alla massima velocità.

Successivamente la sezione torna ad essere circolare. I due fan, con un diametro di **1,8 m** e una lunghezza di **4,2 m**, hanno il compito di imprimere una certa spinta al flusso di modo da compensare tutte le varie perdite di pressione disseminate lungo il tragitto, la più elevata delle quali è da imputare proprio al pipe e agli effetti dell'attrito (78% del totale). In particolare, per una portata volumetrica di **38 m³/s**, corrispondente a **60 m/s** nella camera di prova, i fan generano una prevalenza di **6500 Pa**.

Entrambi sono formati da due eliche con pale estruse in alluminio, per un totale di quattro stadi assiali. I fan sono inoltre controrotanti l'uno rispetto all'altro per compensare l'effetto di swirl impresso al flusso.

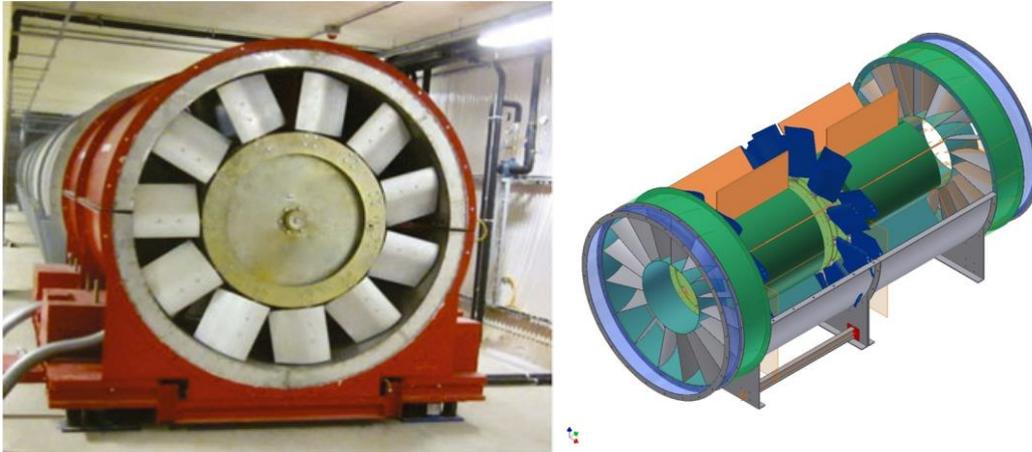


Figura 8 - Fan assiale. Immagine da: Bellani G. & Talamelli A. (2016)

I motori dei fan sono controllati mediante due inverter Sinus Penta prodotti da Enertronica Santerno, i quali possono essere gestiti anche da remoto direttamente dalla sala prova al piano superiore mediante apposito software RemoteDrive, sfruttando il protocollo TCP/IP. Prima di accedere nuovamente al Long Pipe, il flusso viene ripulito dalle strutture turbolente mediante un honeycomb e una serie di cinque setacci a densità sempre crescente. Infine vi è il convergente con un coefficiente di contrazione pari a 4.

Capitolo 1 - RICHIAMI TEORICI

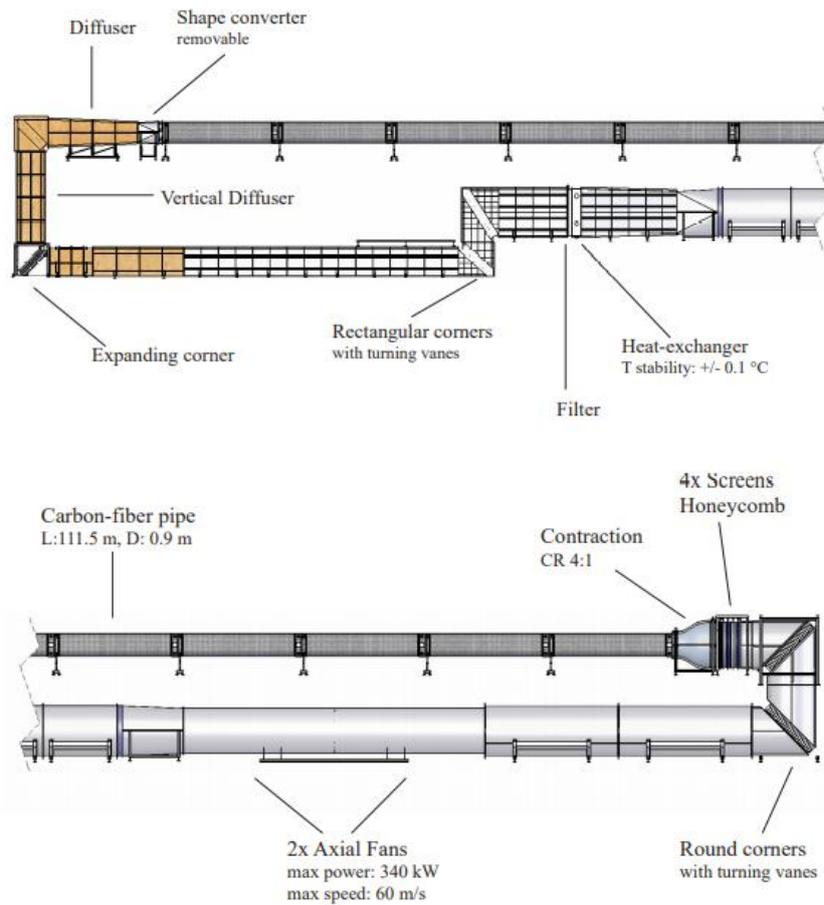


Figura 9 - Schematizzazione della struttura e dei singoli elementi che la compongono. Immagine da Fiorini 2017.

Capitolo 2 – ANEMOMETRO A FILO CALDO

L'indagine sperimentale presentata in questo elaborato si basa sull'impiego di un anemometro a filo caldo. Dando una prima descrizione riduttiva di tale tecnologia, un anemometro a filo caldo è un trasduttore termico che ha lo scopo di quantificare indirettamente la velocità del flusso in cui è immersa la propria sonda attraverso la stima del calore asportato dall'elemento sensibile di quest'ultima per effetto della convezione forzata. L'elemento sensibile consiste in un filo di metallo con un proprio coefficiente di resistività che ne descrive la variazione di resistenza elettrica al variare della temperatura. Tale variazione di resistenza provocherà uno squilibrio nel circuito elettronico basato sul "Wheatstone Bridge" e sulla base dell'entità di tale squilibrio sarà possibile determinare la velocità del flusso che ha investito la sonda in un particolare punto dello spazio e istante temporale.

La scelta di questo strumento per la misura della velocità è da attribuire all'ottima risoluzione spaziale e temporale e al relativo basso costo rispetto ad altre tecniche come LDA (Laser Doppler Anemometry) e PIV (Particle Image Velocimetry).

Esistono essenzialmente due diversi modelli operativi di anemometro a filo caldo:

1. CTA (constant temperature anemometer). Il filamento esposto al flusso è mantenuto ad una temperatura costante variando l'intensità di corrente che lo attraversa grazie ad un circuito di feedback. Quindi le fluttuazioni di temperatura dovute all'asportazioni di calore sono corrette tempestivamente mediante variazioni di corrente;
2. CCA (constant current anemometer). Mantenendo costante la corrente che scorre attraverso il filo, si misura quella che è la variazione di tensione ai suoi capi a causa della variazione di resistenza elettrica. Da quest'ultima è possibile risalire alla variazione di temperatura e quindi alla velocità del flusso.

La grande differenza tra i due metodi è dovuta all'inerzia termica che gioca un ruolo fondamentale nel caso dei CCA. In questi ultimi, prima di poter determinare la caduta di tensione dovuta all'asportazione di un certo quantitativo di energia termica dal filo è necessario attendere un certo periodo di assestamento della temperatura. Questo comportamento è appunto dovuto all'inerzia termica. Con i CTA tale fenomeno è sostanzialmente annullato poiché la temperatura viene mantenuta costante, e ciò consente di usufruire di una banda di frequenza più elevata. Nel caso dei CCA il comportamento passa basso dello strumento è da imputare solamente all'elettronica del sistema (costante di tempo finita) e alle sue dimensioni rispetto a quelle delle scale di turbolenza.

Nell'esperienza sperimentale descritta, è stato utilizzato un anemometro del tipo CTA. La sonda è del tipo "single Wire", cioè con un solo filamento, in grado di lavorare su un'unica dimensione e catturare gli effetti di un'unica componente di velocità.

2.1 – Principio fisico

Consideriamo il filamento di metallo, di forma cilindrica, immerso all'interno di un flusso con velocità U .

Applicando il bilancio energetico al corpo possiamo vedere che in condizioni generali la variazione di energia è pari alla differenza tra l'energia termica ricevuta W e l'energia termica persa Q :

$$m_w \frac{du_w}{dt} = W - Q \quad (2.1)$$

$$m_w c_w \frac{dT_w}{dt} = W - Q \quad (2.2)$$

dove m_w è la massa del filo, c_w il suo calore specifico e T_w la sua temperatura.

L'energia termica ricevuta W viene fornita per effetto Joule dalla corrente che scorre attraverso il filo:

$$W = RI^2 \quad (2.3)$$

mentre l'energia termica ceduta è da attribuire principalmente agli effetti della convezione forzata:

$$Q = Ah(T_w - T_f) \quad (2.4)$$

con A area della superficie esposta al flusso, h coefficiente di scambio termico convettivo e T_f temperatura del fluido.

Il legame tra il bilancio energetico appena riportato e la velocità del flusso è dato da h :

$$h = f(U) \quad (2.5)$$

In condizioni stazionarie la temperatura del filo può considerarsi costante, e il bilancio energetico (2.2) assume la seguente forma:

$$T_w \cong \text{cost} \rightarrow \frac{dT_w}{dt} = 0 \rightarrow RI^2 = Ah(T_w - T_f)$$

La resistenza del filo può essere espressa come funzione lineare della temperatura nell'intorno di una temperatura di riferimento T_0 :

$$R = R_0 \alpha_0 (T_w - T_0) + R_0 \quad (2.6)$$

con R_0 resistenza del filo per $T = T_0$, α_0 coefficiente termico dipendente dal materiale e T_w temperatura operativa.

Un parametro fondamentale durante il processo sperimentale (set-up, calibrazione e acquisizione) è l'*overheat ratio*, il quale determina la temperatura operativa del sensore:

$$a_T = \frac{T_w - T_0}{T_0}, a_R = \frac{R_w - R_0}{R_0} \quad (2.7)$$

Agendo sulla resistenza variabile nel ponte di Wheatstone si impone quella che sarà la temperatura di lavoro del sensore una volta posto su *Operate* l'anemometro:

$$T_w - T_0 = \frac{a_R}{\alpha_0} \quad (2.8)$$

Il costruttore raccomanda un valore di a_R pari a 0,8 se il fluido è aria, con una temperatura operativa T_w di circa 220 °C.

Per esprimere in modo adimensionale il coefficiente convettivo h si può utilizzare il *Numero di Nusselt*, riferito ad un corpo cilindrico:

$$Nu = \frac{hd}{k_f} \quad (2.9)$$

dove k_f rappresenta la conducibilità termica del fluido e d il diametro del filo.

Se consideriamo gli effetti della convezione naturale trascurabili e il fluido incomprimibile, possiamo esprimere Nu come funzione del numero di Reynolds del filo (Re_w) e dell'overheat ratio a_R :

$$Nu = f(Re_w, a_R) \quad (2.10)$$

Per esprimere Nu esplicitamente in funzione del numero di Reynolds possiamo utilizzare la seguente relazione di tipo empirico:

$$Nu = A_1 + B_1 Re_w^n \quad (2.11)$$

con A_1 , B_1 e n costanti caratteristiche.

Volendo considerare direttamente la velocità, l'equazione (2.10) può essere espressa nel seguente modo:

$$Nu = A_2 + B_2 U^n \quad (2.12)$$

Riprendendo il bilancio energetico, possiamo allora scrivere:

$$RI^2 = \pi dL \frac{Nu}{d} k_f (T_w - T_f) = (T_w - T_f)(A_2 + B_2 U^n)$$

$$RI^2 R = V^2 = (T_w - T_f)(A_2 + B_2 U^n) R$$

Utilizzando un anemometro del tipo CTA, i termini $(T_w - T_f)$ e R sono costanti e possono essere inglobati all'interno dei parametri A_2 e B_2 , ottenendo così una forma più compatta denominata "*King's Law*":

$$V^2 = A + BU^n \quad (2.13)$$

Attraverso la calibrazione è possibile determinare il valore dei parametri A , B e n in modo da intercettare i punti (U, V) . Nell'esperienza presentata, in alternativa alla king's Law, è stata utilizzata un'interpolazione polinomiale del quarto ordine per legare tensione e velocità:

$$U = A_0 + A_1 V + A_2 V^2 + A_3 V^3 + A_4 V^4 \quad (2.14)$$

2.2 – Catena di misura

Di seguito è rappresentata la catena di misura utilizzata per eseguire un'acquisizione tramite anemometro CTA:

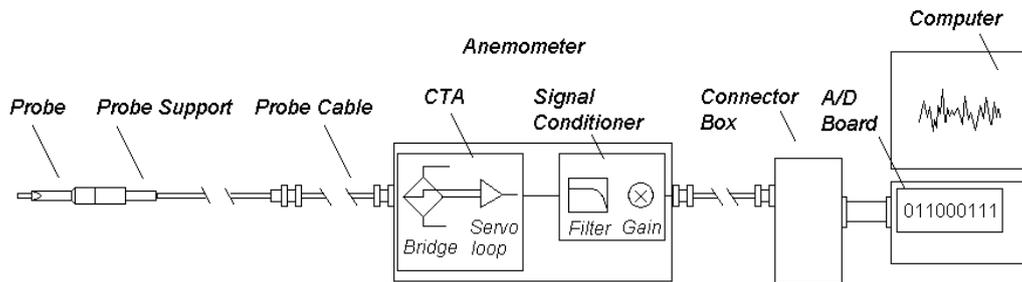


Figura 10 - Catena di misura CTA Dantec

Come vediamo gli elementi presenti sono la sonda, con relativo supporto e cavo, l'anemometro CTA, con ponte di Wheatstone e retroazione, un elaboratore di segnale (sempre all'interno dell'anemometro), un convertitore A/D e infine un computer. La sonda deve essere montata con il proprio asse parallelo alla direzione del flusso, mentre il filo deve risultare perpendicolare alla stessa come mostra l'immagine seguente:

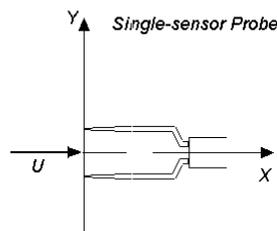


Figura 11 - Orientamento della sonda e del filo rispetto al flusso

La superficie esterna della sonda è perfettamente isolata e ciò consente di poterla montare su supporti metallici senza rischio.

Il collegamento tra la sonda e l'anemometro avviene tramite connettore BNC.



Figura 12 - Dantec StreamLine 90N10 con connettore BNC per il collegamento alla sonda

All'interno dell'anemometro il segnale, oltre ad essere acquisito viene processato mediante l'impiego di una serie di filtri (passo alto e passa basso), di un DC-offset e l'applicazione di un

GAIN. L'offset si rende necessario qualora un'eventuale amplificazione del segnale lo porti ad eccedere rispetto al range del convertitore A/D. Un eventuale gain maggiore dell'unità può essere necessario nel qual caso la risoluzione del convertitore A/D non sia sufficiente per l'applicazione a cui è destinato.

Esempio: consideriamo un A/D a 12 bit, in un range 0-10V. La risoluzione sarà pari a $2,4 \text{ mV}$, ma applicando un gain di 16 si otterrebbe la stessa risoluzione di un A/D a 16 bit, cioè $0,15 \text{ mV}$:

$$10/2^{12} = 0,0024 \text{ V}$$
$$(10/16)/2^{12} = 0,00015 \text{ V}$$

Il sistema di filtri permette invece di ripulire il segnale da eventuali rumori e prevenire fenomeni di aliasing.

All'uscita dall'anemometro il segnale viene quindi convertito da analogico a digitale per poi essere letto dal pc grazie al software MAX di National Instruments che permette l'interfaccia tra l'hardware e il programma di analisi e gestione dei dati LabVIEW.

2.2.1 – La sonda

La sonda è composta dal corpo centrale da alloggiare sul supporto, dai due rebbi e dall'elemento sensibile, il quale consiste in un filamento di Tungsteno (coefficiente termico $\alpha = 0,0036 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) con lunghezza di $1,1 \text{ mm}$ e diametro di $5 \text{ }\mu\text{m}$. È importante garantire un rapporto tra lunghezza e diametro del filo $L/d > 200$ in modo da poter trascurare gli effetti di conduzione del calore dal filo ai due supporti (rebbi) a cui è saldato, come suggerisce lo studio *Lingrani e Bradshaw 1987*.

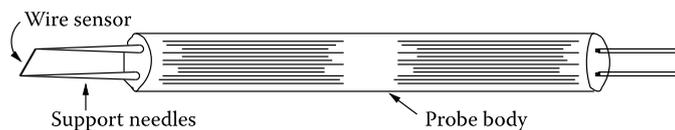


Figura 13 - Schematizzazione della sonda in cui si può distinguere l'elemento sensibile (il filo caldo), i supporti o "prongs" a cui è saldato e il corpo

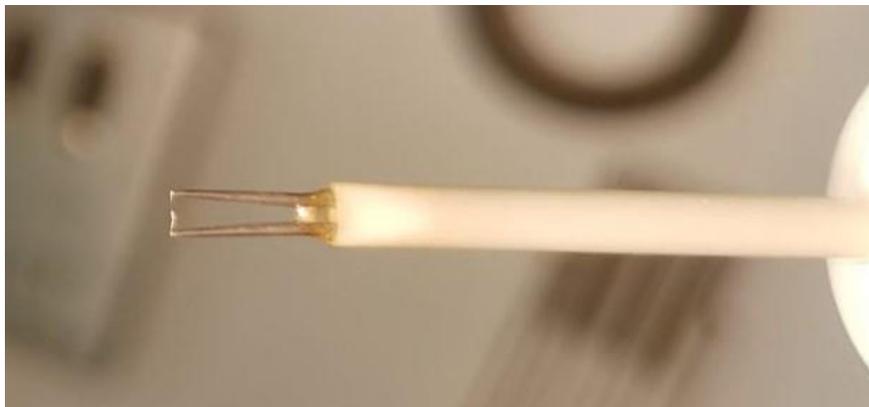


Figura 14 – Dettaglio della sonda con elemento sensibile in Tungsteno, lunghezza $1,1 \text{ mm}$ e diametro $5 \text{ }\mu\text{m}$

L'asportazione di calore dal filo durante il suo impiego è da imputare non solo alla convezione forzata (meccanismo sul quale si basa questa strategia), ma anche alla

conduzione con i rebbi a cui il filo viene saldato e ad un effetto di convezione naturale praticamente trascurabile rispetto alla convezione forzata. Gli effetti di conduzione possono anch'essi essere trascurati, come abbiamo già visto, adottando un rapporto tra lunghezza e diametro superiore a 200.

Il materiale utilizzato per realizzare l'elemento sensibile deve avere una serie di caratteristiche termomeccaniche, come ad esempio un elevato coefficiente di temperatura α in modo da risultare più sensibile alle variazioni di temperatura e una sufficiente resistenza meccanica agli sforzi.

2.2.2 – Ponte di Wheatstone

L'anemometro di tipo CTA ha lo scopo di quantificare la velocità del flusso in relazione alla corrente che deve fornire per mantenere la temperatura del filo costante. Per far ciò utilizza un ponte di Wheatstone con retroazione. Il sistema rileva eventuali squilibri misurando la tensione tra i capi A e B. Tale misura viene amplificata nel circuito di feedback e utilizzata per quantificare la corrente necessaria per riportare la temperatura dell'elemento sensibile al valore operativo. Il sistema è in equilibrio quando vale la seguente relazione tra le resistenze:

$$R_1 R_{dec} = R_2 R_w \quad (2.15)$$

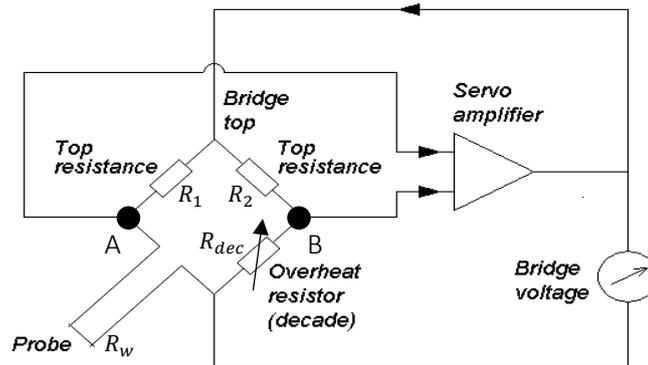


Figura 15 - Schematizzazione del Ponte di Wheatstone con retroazione

Per quantificare la resistenza totale della sonda è necessario tenere in considerazione anche la resistenza del supporto e dei cablaggi:

$$R_{tot 0} = R_0 + R_{support} + R_{cable} \quad (2.16)$$

dove $R_{tot 0}$ rappresenta la resistenza totale alla temperatura di riferimento.

Considerando il rapporto tra le resistenze dei rami opposti, chiamato "bridge ratio (BR)", possiamo determinare il valore della resistenza variabile R_{dec} per garantire la temperatura operativa pari a T_w :

$$R_{dec} = BR [(1 + a_R)R_0 + R_{support} + R_{cable}] \quad (2.17)$$

All'aumentare della velocità del fluido aumenta la quantità di calore asportato, diminuisce la temperatura del filo esposto al flusso e di conseguenza diminuisce la sua resistenza (in

genere il coefficiente termico della relazione 2.6 è positivo). A questo punto per riportare la temperatura al valore di lavoro prescelto è necessario aumentare l'intensità di corrente e compensare l'asportazione di calore per convezione tramite effetto Joule. Una volta tornati al valore operativo, la tensione ai capi A e B sarà di nuovo nulla.

2.3 - Set-Up

Prima di procedere con la calibrazione però, è necessario eseguire il *Set-Up* dell'anemometro definendo l'*overheat adjustment* e quindi la temperatura operativa T_w della sonda sulla base della temperatura di riferimento T_{ref} , dell'*overheat ratio* che vogliamo imporre (per l'aria è consigliato 0,8) e del coefficiente termico del materiale:

$$T_w - T_{ref} = \frac{\alpha_R}{\alpha_0} \quad (2.18)$$

La temperatura di riferimento viene misurata in fase di calibrazione tramite termoresistenza PT100. Essendo però una calibrazione *ex-situ* e non potendo garantire la stessa temperatura di riferimento (temperatura ambiente) anche in galleria si provvederà ad una correzione delle acquisizioni provenienti dall'anemometro in fase di esperimento monitorando la temperatura sempre con una PT100. La formula per la correzione è la seguente:

$$V_{corr,i} = V_i \left(1 - \frac{T_i - T_{ref}}{\alpha/\alpha} \right)^{-1/2} \quad (2.19)$$

dove V_i è la *i*-esima acquisizione in Volt, T_i è la temperatura ambiente durante la *i*-esima acquisizione e T_{ref} la temperatura di riferimento impostata durante la calibrazione. Dopo aver eseguito l'*overheat adjustment*, la procedura prevede lo "*Square wave test*" al fine verificare che il sistema di retroazione per la correzione della temperatura funzioni in modo stabile e tempestivo. Per questo test l'anemometro è provvisto di un generatore di onda quadra che simula l'esposizione alla massima velocità. Il tempo necessario che il sistema impiega per riportare il valore all'interno del 3% del valore massimo, con un undershoot del 15%, determina la costante di tempo e di conseguenza la larghezza di banda. Il limite di quest'ultima è la frequenza per la quale l'attenuazione dell'ampiezza delle fluttuazioni supera i **3 dB**. Nel caso di sonda a filo, la relazione che lega la costante di tempo alla frequenza limite (cut-off frequency) del sistema è la seguente:

$$f_c = \frac{1}{1,3\Delta t} \quad (2.20)$$

Infine è possibile impostare un condizionamento del segnale basato su filtro passa basso, filtro passa alto, gain e offset (presentati ad inizio paragrafo 2.2). La procedura di *Set-Up* viene eseguita con apposito VI su LabVIEW, connettendo via seriale l'anemometro al pc.

2.4 – Calibrazione ex-situ

Dato che la calibrazione dell’anemometro CTA in-situ (all’interno del pipe) presenta delle criticità, come ad esempio l’enorme dispendio energetico e il fatto che non sia possibile sviluppare un flusso uniforme e a bassa intensità di turbolenza, soprattutto a velocità elevate, si è reso necessario l’utilizzo di una struttura progettata ad hoc e presentata in *Franceschelli 2018*.

Il calibratore si presenta come una vera e propria galleria a ciclo aperto, in grado di generare un flusso uniforme e piatto (sezione di uscita rettangolare). Come descritto nel lavoro sopra citato, il calibratore sfrutta un ventilatore centrifugo (comandato tramite inverter Siemens v20) per generare la portata voluta in uscita, compensando tutte le perdite di tipo concentrato e distribuito. Il flusso viene raccolto in una pre-camera di calma in modo da disperdere l’energia cinetica accumulata, prima di attraversare l’imbocco e tutta la serie di moduli predisposti per l’abbattimento della turbolenza. Tali sistemi di abbattimento della turbolenza consistono in una serie di reti, un honeycomb, lamine perforate e un tratto contenente biglie di vetro. Infine troviamo il convergente con la sezione di uscita rettangolare di larghezza **450 mm** e altezza **20 mm**.

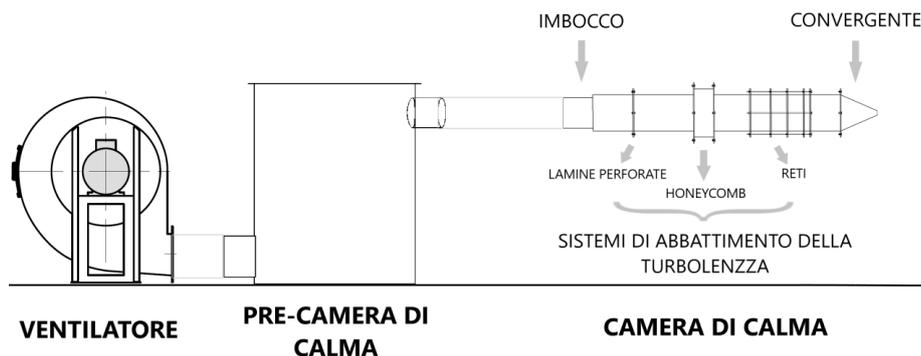


Figura 16 - Calibratore per anemometri a filo caldo. Immagine da Franceschelli 2018.

Il range di velocità che il sistema è in grado di produrre raggiunge i **70 m/s**, in modo da coprire il range di velocità sperimentato all’interno del Long Pipe (max **60 m/s** nella centerline).

La sonda dell’anemometro da calibrare viene posta all’uscita del convergente, montata su di un supporto mobile comandato a distanza. Tale supporto utilizza un sistema a due slitte con motori passo-passo per la movimentazione lungo gli assi *X* e *Y*, perpendicolari alla direzione del getto piano (Figura 17).



Figura 17 - Sistema di movimentazione della sonda lungo gli assi X e Y.

Tramite cavo BNC si realizza il collegamento tra l'uscita dell'anemometro Dantec StreamLine 90N10 e la scheda di acquisizione BNC-2120 di National Instruments. Quest'ultima è collegata al pc tramite cavo schermato multifunzione SHC68-68-EPM a 68 pin.

Insieme all'anemometro viene utilizzato un tubo di Pitot in modo da avere una misura della velocità da legare al valore in tensione, poiché i valori forniti dall'anemometro sono relativi e non assoluti. Il tubo di Pitot permette la stima indiretta della velocità del flusso tramite l'acquisizione dei valori di pressione totale e pressione statica. Si presenta come un tubo avente un foro sulla parte frontale rivolta verso il flusso (presa di pressione totale) e un foro sul dorso (presa di pressione statica):

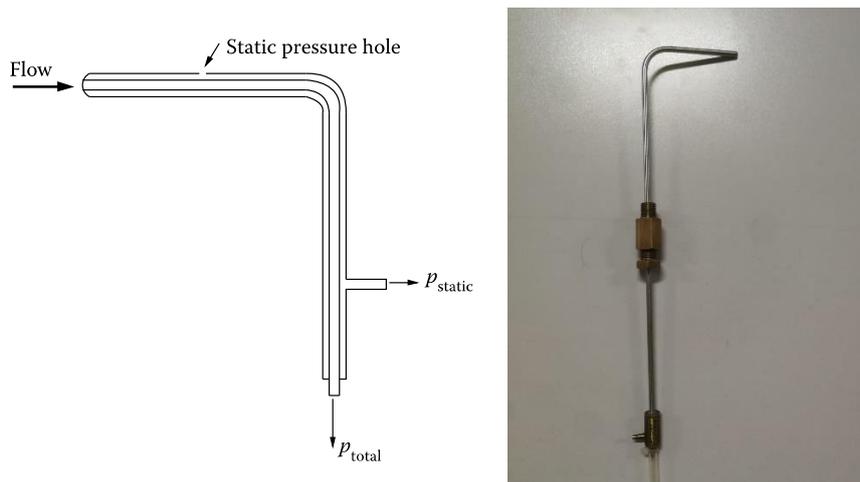


Figura 18 - Tubo di Pitot

Il tubo di Pitot è collegato al trasduttore di pressione differenziale Baratron MKS 120AD, con un range che arriva a 100 Torr ($\approx 13300 \text{ Pa}$) e un'uscita analogica $0 \div 10 \text{ V}$. L'uscita del Baratron rappresenta la pressione dinamica, cioè la differenza tra la pressione totale e quella statica.



Figura 19 - Trasduttore di pressione differenziale MKS Baratron 120AD

Per un fluido incomprimibile, possiamo legare pressione totale, statica e dinamica tramite la seguente forma dell'equazione di Bernoulli:

$$p_{tot} = p_s + \frac{1}{2}\rho U^2 \quad (2.21)$$

Per il calcolo della densità si utilizza la legge dei gas perfetti, avendo la misura della temperatura fornita dalla PT100:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (2.22)$$

Si ottiene quindi il valore della velocità:

$$U = \sqrt{\frac{2(p_{tot} - p_s)}{\rho}} \quad (2.23)$$

Come descritto per l'anemometro, anche il segnale analogico del trasduttore di pressione viene portato tramite BNC alla scheda di acquisizione, come mostrato nella figura seguente:

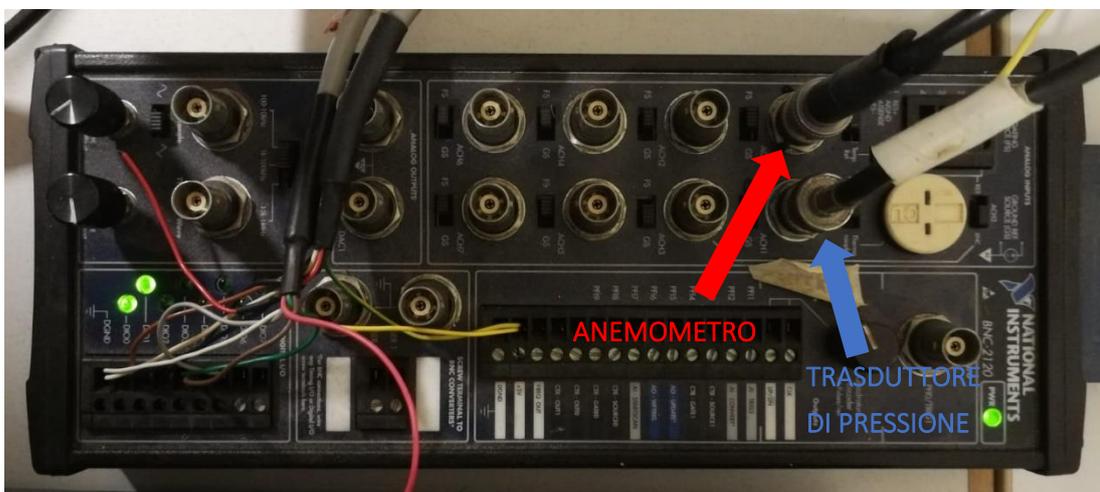


Figura 20 - Scheda di acquisizione con ingressi analogici relativi ad anemometro e trasduttore di pressione. Vi sono inoltre collegati i pin relativi ai motori passo-passo per la movimentazione delle slitte



Figura 21 - Tubo di Pitot e sonda dell'anemometro poste allo sbocco del calibratore

A questo punto è possibile procedere con la calibrazione. È necessario definire un range di velocità che racchiuda le velocità che lo strumento dovrà misurare in fase di esperimento. Tale range andrà suddiviso in un numero di punti utile a garantire una buona descrizione dell'andamento della tensione rispetto alla velocità. Prima di iniziare la mappatura della caratteristica statica dell'anemometro è necessario impostare l'offset al trasduttore di pressione per fissare lo zero quando la velocità del flusso è nulla (calibratore spento). Semplicemente viene effettuata una prima misura con il solo trasduttore di pressione e tale valore viene sottratto a tutti i successivi.

Partendo dal punto a velocità più bassa si procede quindi all'acquisizione sia del pitot che dell'anemometro. L'acquisizione per entrambi gli strumenti viene effettuata con un *rate* di **1000 sample/s** per un tempo totale di **30 s**.

Una volta raccolti tutti gli N punti viene effettuata un'interpolazione polinomiale del 4° grado:

$$U_i = A_0 + A_1V_i + A_2V_i^2 + A_3V_i^3 + A_4V_i^4, i = 1 \dots N \quad (2.24)$$

2.4 – Limitazioni

Sebbene, come detto all'inizio, l'anemometro a filo caldo risulti uno dei mezzi più efficaci, affidabili ed utilizzati per investigare la natura dei moti turbolenti, vi sono ovviamente alcune limitazioni intrinseche al suo impiego.

Un primo aspetto da tenere presente è che si tratta di una tecnica di misura invasiva, poiché la sonda viene immersa nel flusso e ciò provoca un disturbo nel campo di moto più o meno elevato a seconda della progettazione della sonda.

Vi è poi da considerare la risoluzione spaziale all'aumentare del numero di Reynolds, con le strutture turbolente appartenenti alle scale più piccole (vicino a parete) che rischiano di raggiungere dimensioni inferiori rispetto alla lunghezza dell'elemento sensibile. In questo caso i valori di velocità vengono mediati lungo la direzione assiale (s) del filo e ciò non consente più di apprezzarne le fluttuazioni, le quali vengono notevolmente attenuate:

$$u_m(t) = \frac{1}{L} \int_0^L u(s, t) ds \quad (2.25)$$

Purtroppo come già accennato nel paragrafo 1.5, la necessità di sonde sempre più piccole si scontra con il problema della conduzione di calore verso i supporti a cui è saldato il filo. Per poter trascurare l'effetto di conduzione è necessario un rapporto tra lunghezza e diametro del filo sufficientemente elevato ($L/d > 200$).

Oltre alla risoluzione spaziale, vi è anche quella temporale limitata dalla costante di tempo finita dovuta all'elettronica dello strumento e apprezzabile durante lo square wave test.

Capitolo 3 – SET-UP ESPERIMENTO

Di seguito viene presentato l'approccio, le tecniche e gli strumenti con i quali sono state effettuate le misure oggetto di studio.

Come prima cosa però si è resa necessaria l'implementazione di una routine di misura solida e ripetibile che permetta l'acquisizione di tutte le grandezze necessarie all'indagine. L'intera procedura di set-up, calibrazione, misura e salvataggio dati deve essere automatizzata quanto più possibile per limitare l'introduzione di errori da parte dell'operatore.

3.1 – Caduta di pressione lungo il Pipe

Come abbiamo visto, l'equazione 1.38 ci permette di correlare il gradiente di pressione lungo la direzione assiale del Pipe al *wall shear stress*:

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{d\langle p_w \rangle}{dx}$$

Conoscere il parametro τ_w ci permetterà poi di effettuare il passaggio alla scala viscosa per poter risalire alla log-law, la quale descrive l'andamento della velocità media all'interno della overlap-region. È importante quindi che la misura della caduta di pressione sia la più accurata possibile al fine di ottenere una normalizzazione delle grandezze efficace.

Ognuno dei 22 elementi che compongono il pipe (più la test section) è dotato di prese di pressione statica, aventi diametro di **1 mm**. In particolare, ogni modulo di lunghezza **5 m** presenta quattro prese in direzione assiale, equispaziate l'una dall'altra di un metro.



Figura 22 - Prese di pressione statica su uno dei 22 moduli che formano il Pipe

Per l’acquisizione dei valori di pressione statica si utilizza lo scanner digitale DTC Initium (Figura 21) a 32 canali, con frequenza di campionamento a 5 Hz e valore di fondo scala pari a 2500 Pa. La precisione garantita dal costruttore è $\pm 1,25 Pa$.

Tramite apposito VI LabView, dalla control room è possibile monitorare costantemente l’andamento della pressione nei singoli canali. Alla fine dell’acquisizione l’intera serie temporale viene salvata in modo automatico. Il DTC Initium e LabView comunicano tramite protocollo IP.

Disponendo di soli 32 canali, non è possibile acquisire ogni presa di pressione presente lungo il Pipe. Inoltre un canale viene riservato per la misura della pressione statica a monte del convergente così da poter calcolare la “bulk velocity” come vedremo in seguito.

Inizialmente sono state acquisite più prese possibili lungo l’intero tragitto. Le prime quattro porte presenti sul primo modulo dopo il convergente, per poi non misurare i moduli dal numero 2 al numero 9. Dal modulo 10 (circa 70 metri a monte della test section) sono state invece acquisite le pressioni statiche in modo via via sempre più ravvicinato fino ad arrivare alla test section. In figura 20 è rappresentato l’arrivo di tutte le prese allo strumento (DTC Initium).

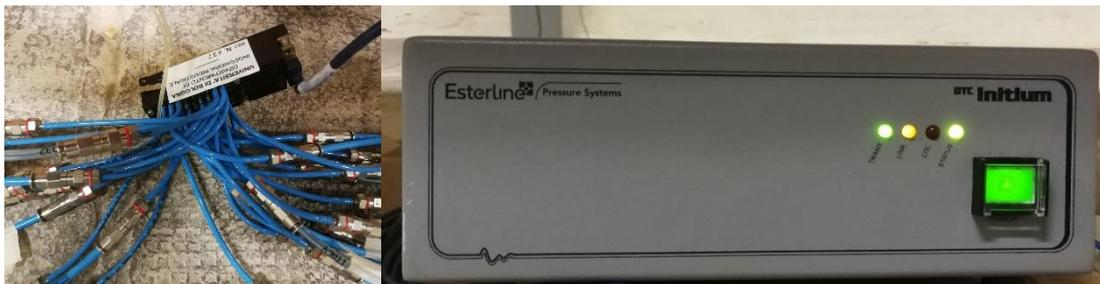


Figura 23 - DTC Initium per l’acquisizione delle pressioni statiche lungo il Pipe.

La misura delle pressioni statiche avviene in real-time durante tutto l’esperimento, con una frequenza di campionamento pari a 5 Hz. Al momento di interrompere la misura viene generato un file .csv contenente tutti i campioni per i diversi canali e il riferimento temporale (giorno/mese/anno e ora). Sono stati raccolti dati per diversi valori del numero di Reynolds, aumentando di volta in volta la velocità di rotazione dei motori.

Per ogni regime di moto è stata eseguita una regressione lineare dei valori di pressione lungo tutto il Pipe, utilizzando la funzione “Polyfit” di Matlab che restituisce i coefficienti del polinomio (grado 1 nel nostro caso) che meglio approssima il trend sulla base del metodo dei minimi quadrati:

$$r_i = p(x_i) - p_{fit}(x_i) \quad (3.1)$$

$$S = \min \left(\sum_i r_i^2 \right) \quad (3.2)$$

Per ottenere una regressione solida e poco sensibile ad eventuali errori presenti nelle singole prese di pressione è consigliabile acquisire più punti possibile lungo il tragitto. Va considerato però il fatto che una caduta di pressione lineare è ottenibile solo per un flusso completamente sviluppato e nei punti molto a monte della test section tale condizione potrebbe non essere rispettata. Per questo motivo, dall'idea iniziale di prendere più punti possibili, si è passati ad un'analisi dell'errore, scartando alcune prese dal calcolo finale dell'andamento della caduta di pressione.

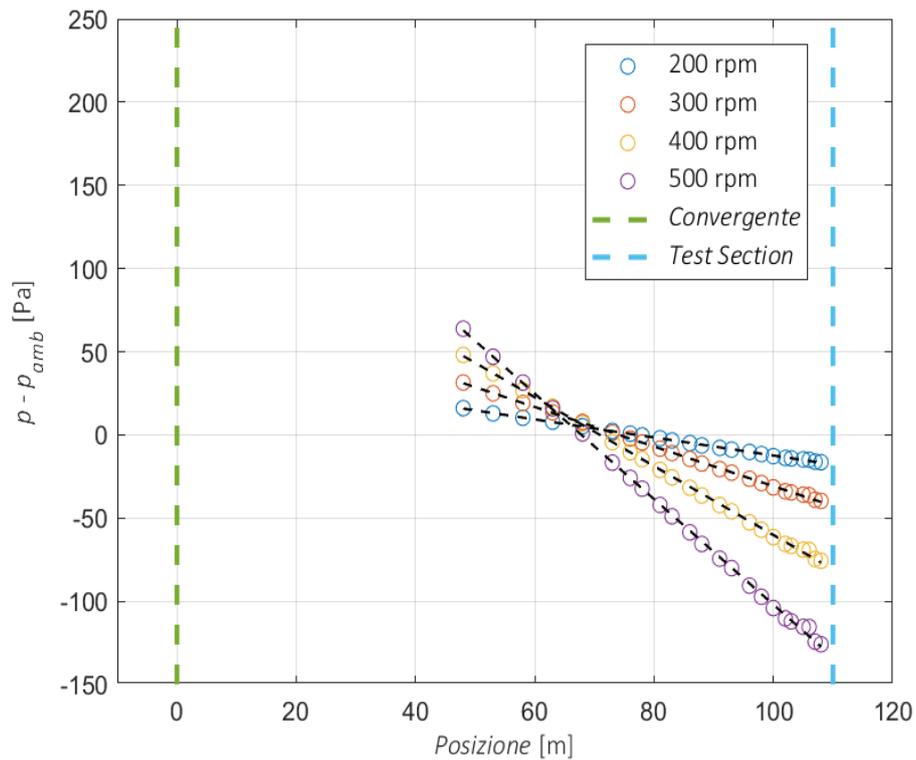


Figura 24 - Andamento della pressione statica lungo il Pipe all'aumentare della velocità. Come si nota, sono state considerate solo le prese di pressione negli ultimi 60 metri del Pipe.

Di seguito vengono riportati i valori della caduta di tensione all'aumentare della velocità di rotazione dei motori:

ω [rpm]	dp/dx [Pa/m]
200	0,54
300	1,19
400	2,07
500	3,17

Tabella 1 - Caduta di pressione lungo il Pipe per velocità crescenti.



Figura 25 - Vista del Long Pipe dall'uscita del convergente. Sopra il primo modulo sono visibili le quattro prese di pressione che arrivano all'Initium per la stima della caduta di pressione statica.

3.2 – Apparato per l'acquisizione del profilo di velocità media

Per l'acquisizione del profilo di velocità media è stata collocata la sonda all'interno della test section, posizionata alla fine del Pipe ($L/D \cong 123$). Un sistema di movimentazione della sonda, chiamato "traversing", permette di far muovere la sonda lungo tutto il diametro del tubo tramite un sistema di trasmissione composto da stepper motor, vite senza fine, slitta ed encoder rotativo. Per le misure presentate in questo capitolo è stato deciso di effettuare una calibrazione in-situ dell'anemometro per evitare eventuali correzioni dei dati. Di fatti, con la calibrazione ex-situ presentata nel capitolo precedente, si rendeva necessario l'impiego di un cavo di cablaggio diverso tra la fase di calibrazione e quella di misura. Inoltre, le diverse condizioni ambiente avrebbero comportato una correzione dei dati di misura. È sempre consigliato quando possibile, dal punto di vista della qualità dei dati raccolti, calibrare nello stesso punto dove andrà poi effettuata la misura.



Figura 26 - Control room alla fine del Pipe.

Circa $1,5\text{ m}$ a monte della sonda viene posizionato all'interno del Pipe un tubo di Pitot, il quale consentirà di misurare la velocità alla centerline e verificare eventuali drift nella misura dell'anemometro. Le porte di pressione totale e di pressione statica sono state collegate ad un MKS Baratron 120AD con range di pressione pari a $[0 \div 10\text{ Torr}]$, circa $[0 \div 1333\text{ Pa}]$. Il tubo di Pitot è stato impiegato anche per la fase di calibrazione in-situ dell'anemometro. Nella figura seguente (Figura 27) è possibile apprezzare le distanze nella disposizione degli strumenti all'interno del Pipe.

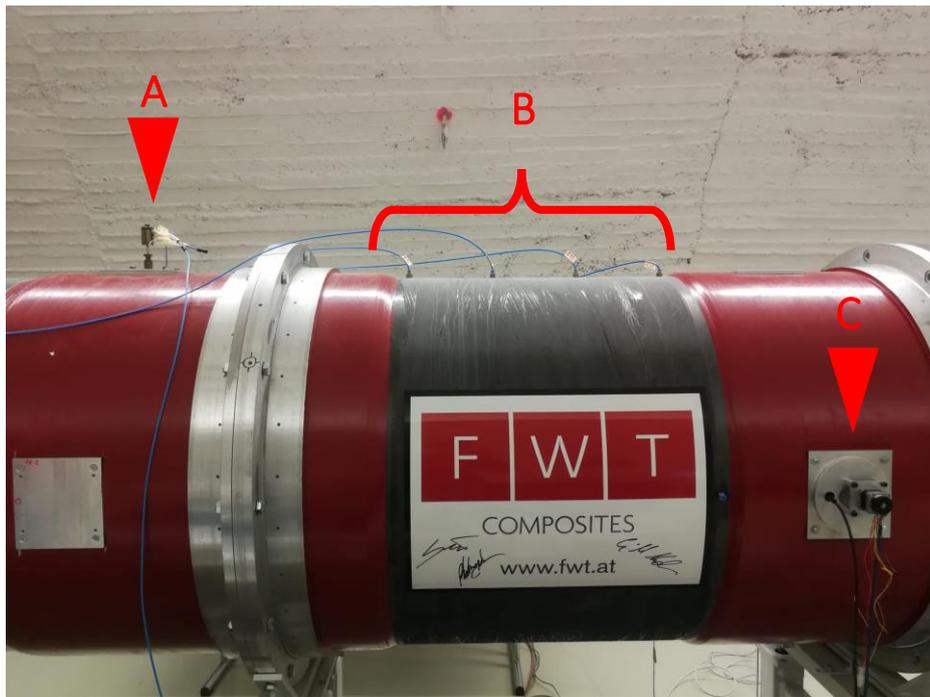


Figura 27 - Vista della test section. A) Tubo di Pitot; B) Prese di pressione statica non utilizzate per la stima della caduta di pressione lungo il Pipe; C) Posizione del traversing con vista dello stepper motor e dell'encoder.

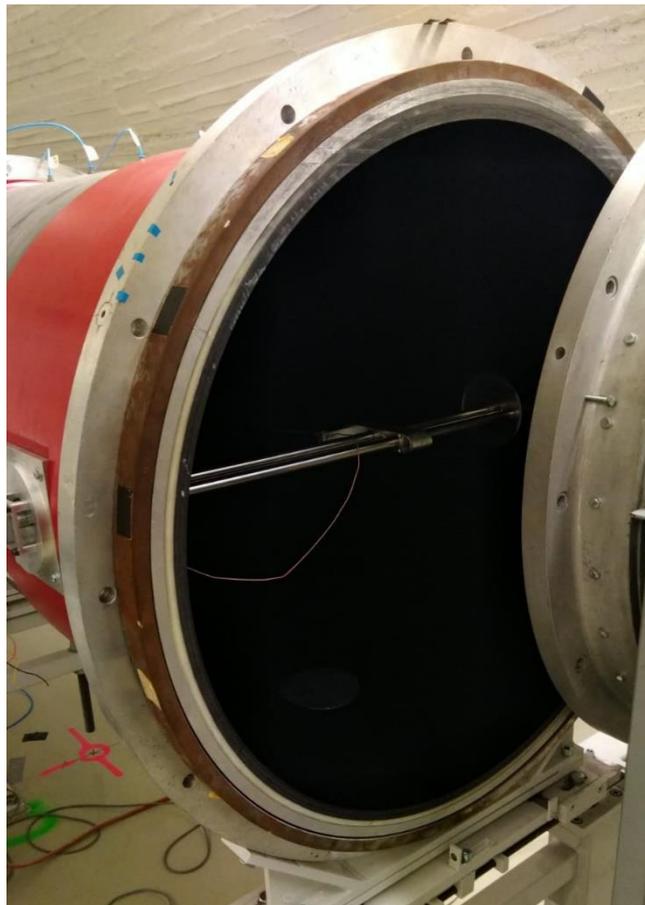


Figura 28 - Vista sulla test section aperta. All'interno è possibile notare il traversing e il cavo dell'anemometro.

3.2.1 – Controllo da remoto dei motori

Nella control room è stata implementata un postazione per il controllo da remoto dei due inverter con i quali è possibile impostare una determinata velocità di rotazione dei motori. I due motori e i relativi inverter si trovano al piano inferiore rispetto alla control room, motivo per il quale un controllo a distanza ha reso molto più flessibile l'attività sperimentale, soprattutto se vi è necessità di acquisire dati a velocità variabili. L'alternativa al controllo da remoto è la modifica dal modulo display presente su ogni inverter, ma ciò comporta il doversi allontanare dalla control room.

I due inverter sono stati dotati di apposita scheda, fornita dall'azienda produttrice, per sfruttare il protocollo TCP/IP. Utilizzando la porta Ethernet è stato possibile collegare i due inverter alla rete LAN del laboratorio. Una volta conferito un IP di tipo statico ad entrambi, è stato possibile agganciarli utilizzando lo specifico software RemoteDrive, sempre fornito dall'azienda produttrice.

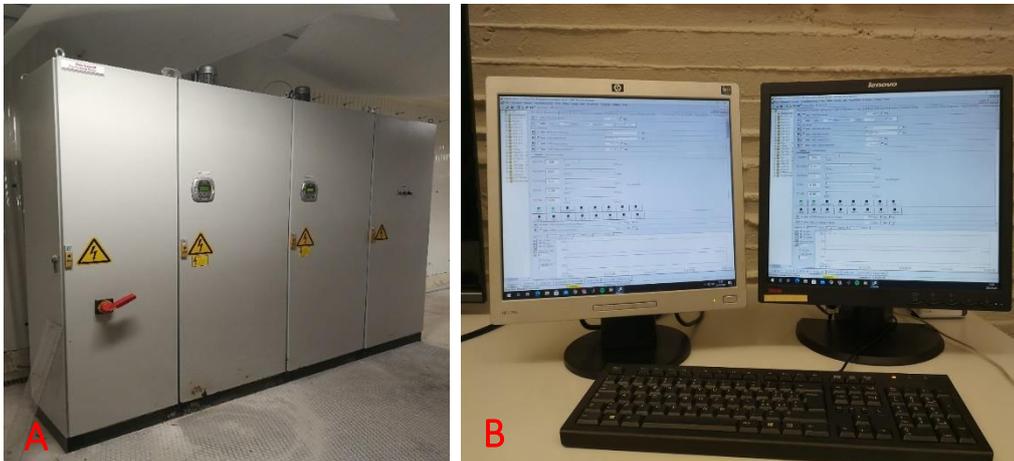


Figura 29 - A) Box Inverter al piano inferiore, di fronte ai motori della galleria; B) Postazione di controllo da remoto con software RemoteDrive.

3.2.2 – Traversing system

Il traversing è l'elemento che permette di muovere in automatico la sonda all'interno della test section lungo tutto il diametro. Prevede l'utilizzo di uno stepper motor e di un sistema di trasmissione a vite senza fine. La slitta con il supporto per la sonda viene così fatta traslare di una quantità corrispondente al numero di step imposti al motore. Tutto il sistema di controllo è configurato sempre tramite VI di LabView, il quale riceve in ingresso una griglia su file .txt dove sono elencate le distanze in millimetri che la slitta dovrà percorrere tra un'acquisizione e l'altra. Il sistema si occupa quindi di convertire tale distanza in un certo numero di impulsi da inviare allo stepper motor (400 impulsi per ogni millimetro). Per verificare l'effettiva distanza percorsa dalla slitta e la sua posizione reale, è stato montato un encoder rotativo sull'albero del motore elettrico. In questo modo vengono contati i giri effettivi che il motore fa. Lo stepper si interfaccia con il computer tramite modulo NI-9501

montato sul cRIO 9068 di National Instruments. Il segnale digitale proveniente dall'encoder viene invece letto tramite modulo NI-9401.

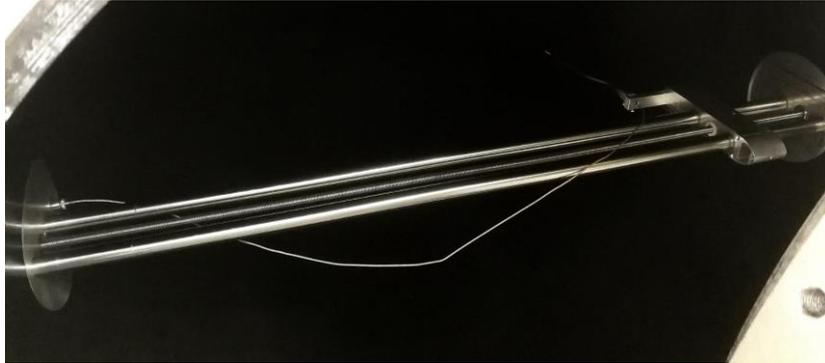


Figura 30 - Traversing installato all'interno della test section. Si possono intravedere la slitta con la sonda alloggiata sul supporto e il cavo di collegamento dell'anemometro..

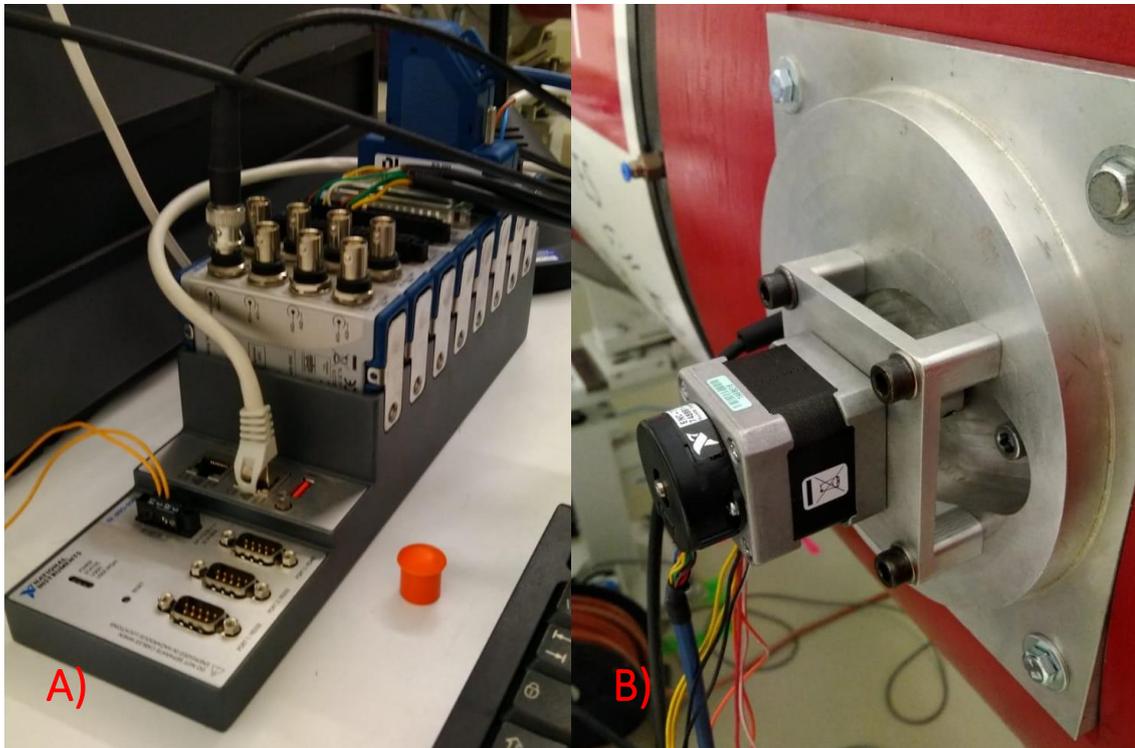


Figura 31 – A) Chassis cRio 9068 con i diversi moduli alloggiati; B) Sistema di movimentazione del traversing, composto da stepper motor ed encoder rotativo calettato sull'albero di trasmissione.

3.2.3 – Calibrazione in-situ

Come anticipato, per le acquisizioni presentate in questo elaborato è stato deciso di effettuare una calibrazione dell'anemometro in-situ. L'elemento sensibile dello strumento è realizzato in Tungsteno, con lunghezza di $1,1 \text{ mm}$ e diametro di $5 \mu\text{m}$ (Figura 13), per un rapporto L/D pari a 220. Ciò permette di trascurare gli effetti di conduzione del calore verso i supporti, in accordo con *Lingrani e Bradshaw 1987*. L'anemometro utilizzato è un Dantec 90C10, di tipo CTA. Per il set-up dello strumento sono stati impostati i seguenti valori:

α_R	α [°C ⁻¹]	G	O	R_{leads} [Ω]	R_{sup} [Ω]	R_{cable} [Ω]	R_{cold} [Ω]	f [kHz]	T_w [°C]
0,8	0,0036	1	0	0,6	0,18	0,22	1,78	60	242,2

Tabella 2 - Parametri di set-up dell'anemometro

Con l'overheat ratio α_R e il coefficiente termico α (pari a 0,0036 °C⁻¹ per il Tungsteno) si va ad imporre quella che sarà la temperatura operativa del sensore, in base alla temperatura di riferimento T_{ref} :

$$T_w - T_{ref} = \frac{\alpha_R}{\alpha_0}$$

La temperatura di riferimento viene calcolata mediando la serie temporale proveniente dalla PT100 posizionata all'interno del test section. La frequenza di acquisizione è impostata a 1 Hz. Il tempo di acquisizione è di 30 secondi.

Una volta posizionato sia l'anemometro che il tubo di Pitot lungo la centerline, è iniziata la calibrazione per un range di velocità pari a [0 ÷ 25 m/s], il quale contiene l'intero range di velocità sperimentato durante l'esperimento. All'interno di questo range sono stati acquisiti 6 punti a velocità crescenti con passo di 5 m/s. Una volta ottenuti tutti i punti, tramite interpolazione polinomiale del quarto grado:

$$U_i = A_0 + A_1V_i + A_2V_i^2 + A_3V_i^3 + A_4V_i^4, i = 1 \dots N$$

La velocità viene misurata utilizzando il tubo di Pitot posizionato sulla centerline, il quale permette di stimare la differenza tra la pressione totale e la pressione statica (interna alla test section). Tramite questa differenza di pressione è possibile calcolare la velocità:

$$U = \sqrt{\frac{2(p_{tot} - p_s)}{\rho}}$$

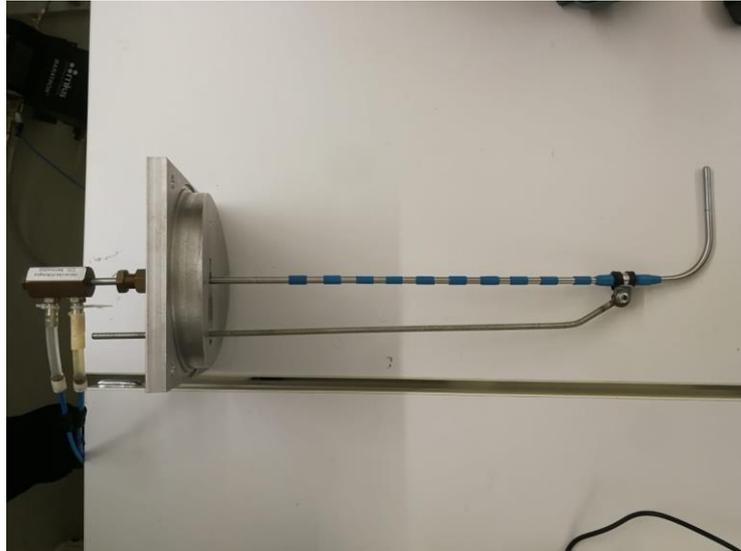


Figura 32 - Tubo di Pitot installato a monte della test section (Figura 26A).

La densità viene calcolata tramite legge dei gas perfetti:

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

utilizzando la pressione assoluta esterna alla test section misurata con un MKS Baratron 120AA da 1000 Torr , circa $[0 \div 133322 \text{ Pa}]$. La temperatura si riferisce invece alla media temporale della temperatura rilevata dalla PT100 durante il processo. La frequenza di campionamento del MKS è stata impostata a 10 Hz .

Per ogni punto si effettua in automatico la correzione di temperatura. Soprattutto a fine calibrazione, con le velocità più elevate, si assiste ad un incremento non trascurabile della temperatura interna alla test section. Tale correzione utilizza la legge (2.19):

$$V_{corr,i} = V_i \left(1 - \frac{T_i - T_{ref}}{a/\alpha} \right)^{-1/2}$$

Uno dei problemi della calibrazione in-situ è l'impossibilità di calibrare acquisendo punti anche a basse velocità. Motivo per il quale il primo punto è stato preso a velocità nulla (motori spenti) e il secondo direttamente a 5 m/s , i quali corrispondono a circa 100 rpm di velocità di rotazione dei motori. Scendendo sotto i 100 rpm l'inverter non riesce a stabilizzare la velocità del motore al valore di riferimento. Ne consegue un'oscillazione importante della corrente assorbita dai motori.

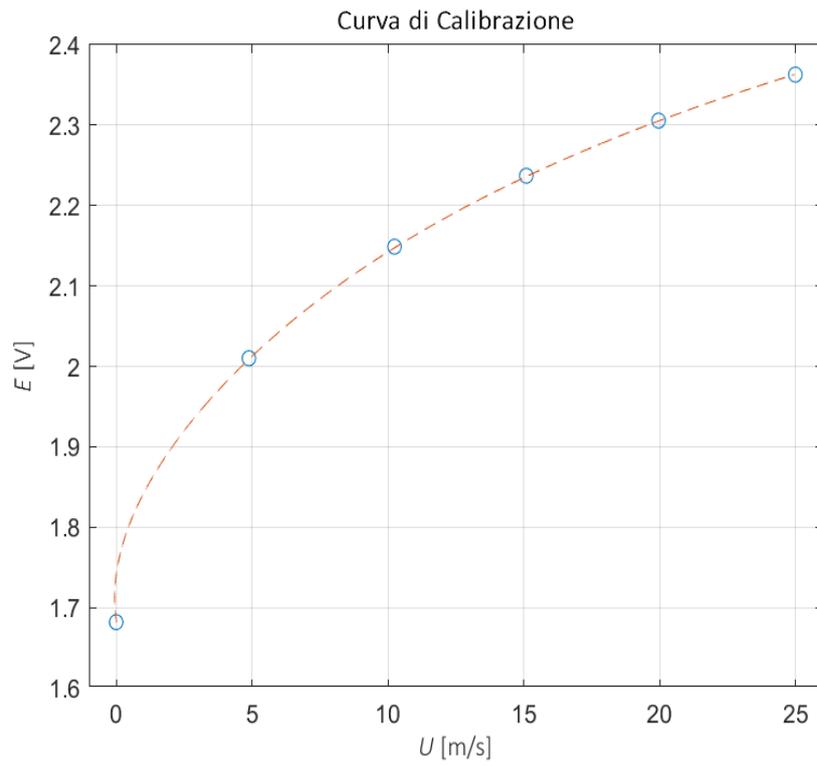


Figura 33 - Curva di calibrazione (in-situ) dell'anemometro per un range di velocità pari a [0÷25 m/s]

Capitolo 4 - PRESENTAZIONE E DISCUSSIONE DEI DATI SPERIMENTALI

4.1 – Profilo medio di velocità e bulk velocity

Una volta ottenuti i cinque coefficienti che caratterizzano la curva di calibrazione è possibile iniziare l'esperimento. Sono stati caratterizzati quattro profili di velocità media con velocità di rotazione dei motori via via sempre crescente, sperimentando valori di Re_τ compresi all'interno del range $[9,304 \times 10^3 \div 2,2574 \times 10^4]$.

Il set-up è lo stesso descritto nel paragrafo 3.2.3 relativo alla calibrazione.

È necessario portare la sonda a ridosso della parete, ad una distanza di $1,5 \text{ mm}$, per poi percorrere un tragitto di 530 mm lungo il diametro. Sulla base dell'ipotesi di simmetria del flusso si è deciso non spazzare l'intero diametro, ma percorrere solo un tratto sufficiente a coprire il raggio del condotto. L'ipotesi di simmetria verrà in seguito verificata.

Una volta posizionata la sonda, viene caricato un file .txt contenente i passi tra un punto di acquisizione e l'altro. In totale sono state effettuate 55 misure di velocità, concentrando i punti soprattutto nella parte iniziale a ridosso della parete e nella parte centrale intorno alla centerline. La procedura è totalmente automatizzata.

Nel frattempo vengono acquisiti il Pitot tramite MKS Baratron per avere una stima della velocità alla centerline (U_{cl}), l'Initium per la caduta di pressione (Figura 24), due PT100 posizionate internamente alla test section in posizioni diametralmente opposte e un ulteriore MKS Baratron per la misura della pressione ambiente assoluta utile a calcolare la densità. Per la misura con l'anemometro, ogni punto richiede 30 secondi di acquisizione a 60 kHz .

Una volta completate le misure il pacchetto dati viene generato automaticamente, pronto per essere elaborato in post-processing.

In particolare, partendo dai dati relativi alla caduta di pressione raccolti dall'Initium è stato possibile stimare per ogni prova il wall shear stress tramite la relazione (1.38), per poi calcolare in cascata tutti quei parametri che definiscono la scala viscosa:

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{d\langle p_w \rangle}{dx} \rightarrow u_\tau \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \rightarrow l_* = \frac{\nu}{u_\tau} \rightarrow Re_\tau = \frac{R}{l_*}$$

ω [rpm]	U_{cl} [m/s]	dp/dx [Pa/m]	τ_w [Pa]	u_τ [m/s]	l_* [μm]	Re_τ $\times 10^3$
200	9,21	0,54	0,12	0,32	48,2	9,3
300	14,08	1,19	0,27	0,48	32,5	13,8
400	19,0	2,07	0,47	0,63	24,7	18,2
500	23,92	3,17	0,71	0,78	19,9	22,6

Tabella 3 - Parametri di flusso per quattro diversi valori del numero di Reynolds.

4.1.1 – Calcolo della bulk velocity

La “bulk velocity” rappresenta un valore medio di velocità che all’interno di un condotto, per data densità e data sezione di passaggio, mi garantisce una determinata portata:

$$U_b = \frac{\dot{m}}{\rho A} \quad (4.1)$$

Per poter determinare questa grandezza sono stati utilizzati e confrontati due diversi metodi. Il primo consiste nell’acquisire il profilo di velocità media sull’intero raggio del Pipe e calcolarne l’integrale. Dividendo poi il risultato per il valore del raggio si ottiene una stima della bulk velocity. Non è necessario eseguire un integrale di superficie della sezione di passaggio vista la condizione di simmetria assiale del profilo. Inoltre non è necessario nemmeno acquisire l’intero diametro, ma è sufficiente coprire il solo raggio del Pipe. Dopo aver ottenuto i diversi valori di velocità lungo il raggio, questi vengono interpolati mediante interpolazione cubica. L’integrale viene eseguito tramite funzione “trapz” di Matlab. Una volta ottenuto l’integrale, dividendo per il raggio, si ottiene una prima stima della bulk velocity. L’integrale prodotto con interpolazione è stato confrontato anche con l’integrale sui dati grezzi. I due risultati non hanno mostrato differenze significativamente rilevanti. Il secondo metodo, più diretto, si basa sull’equazione di Bernoulli per un flusso incomprimibile e irrotazionale. In particolare viene applicato il bilancio tra l’ingresso e l’uscita del convergente:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad (4.2)$$

A tale equazione aggiungiamo quella della conservazione della portata:

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \quad (4.3)$$

Essendo il fluido incomprimibile e conoscendo il CR del convergente otteniamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \\ V_1 A_1 = V_2 A_2 \\ CR = \frac{A_1}{A_2} = 4 \end{cases}$$

Volendo conoscere la velocità in uscita V_2 possiamo scrivere:

$$V_2 = \sqrt{\frac{32(p_1 - p_2)}{15\rho}} \quad (4.4)$$

Basterà quindi misurare la pressione statica in ingresso e in uscita dal convergente (*Figura 34*) per ottenere il valore della bulk velocity che, sempre per conservazione della portata, corrisponderà alla bulk velocity nella test section.



Figura 34 - Posizione delle prese di pressione statica a monte e a valle del convergente.

Di seguito sono riportati i quattro diversi profili di velocità insieme al riferimento del Pitot alla centerline e al calcolo della bulk velocity, sia tramite caduta di pressione sul convergente, sia tramite integrale del profilo di velocità. Se i due valori saranno equiparabili la nostra ipotesi di flusso simmetrico sarà avvalorata.

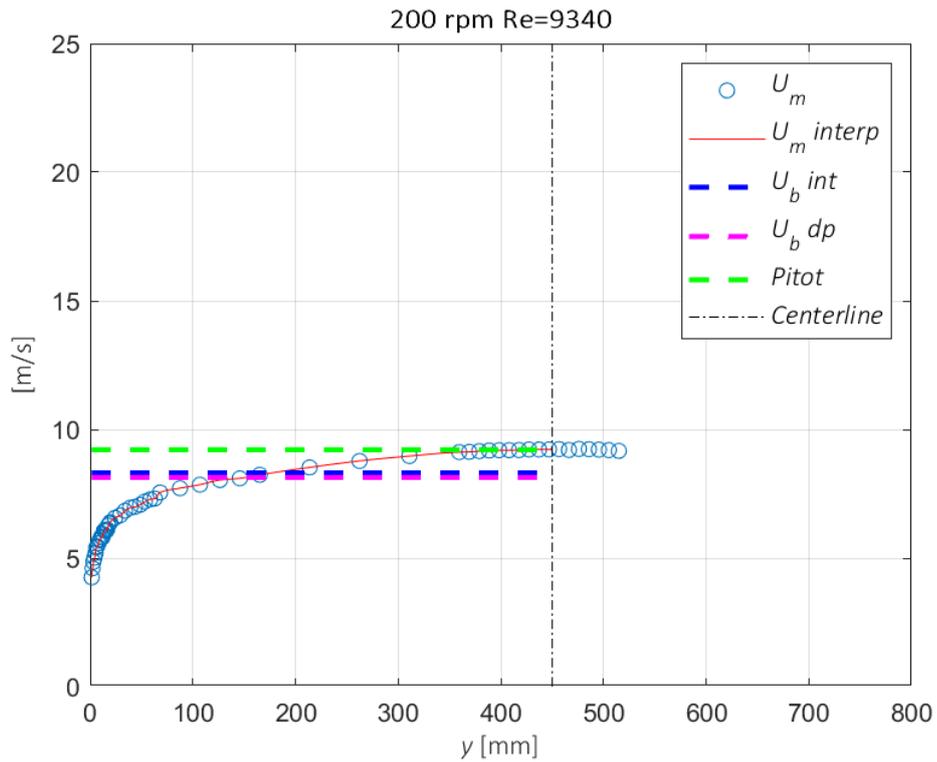


Figura 35 - Profilo di velocità media a 200 rpm lungo il raggio del Pipe. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot.

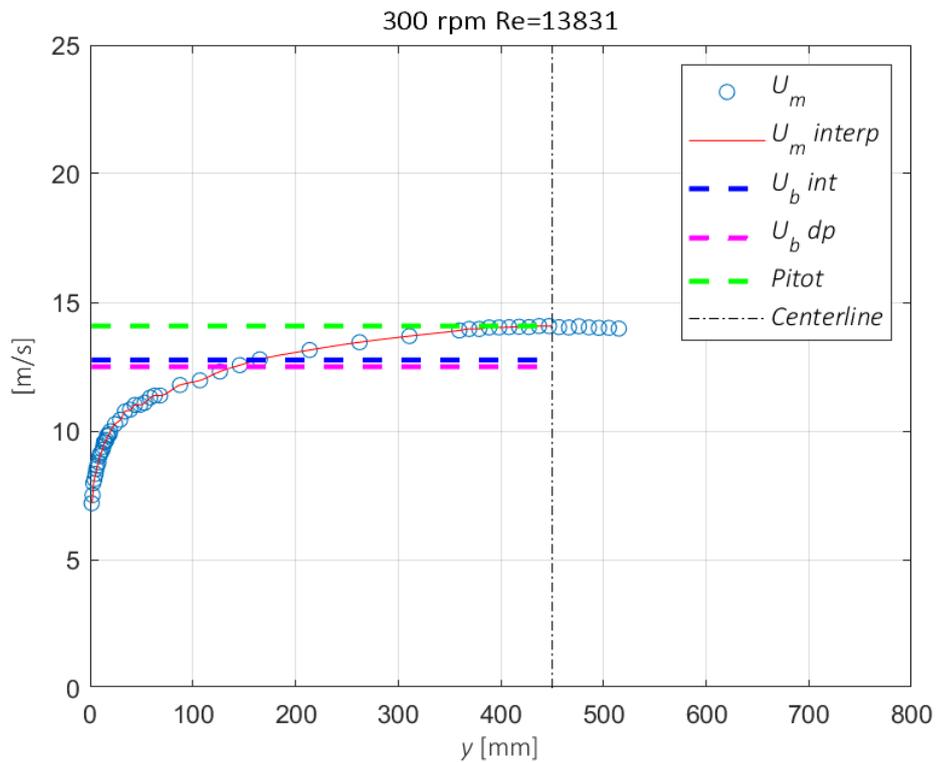


Figura 36 - Profilo di velocità media a 300 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot.

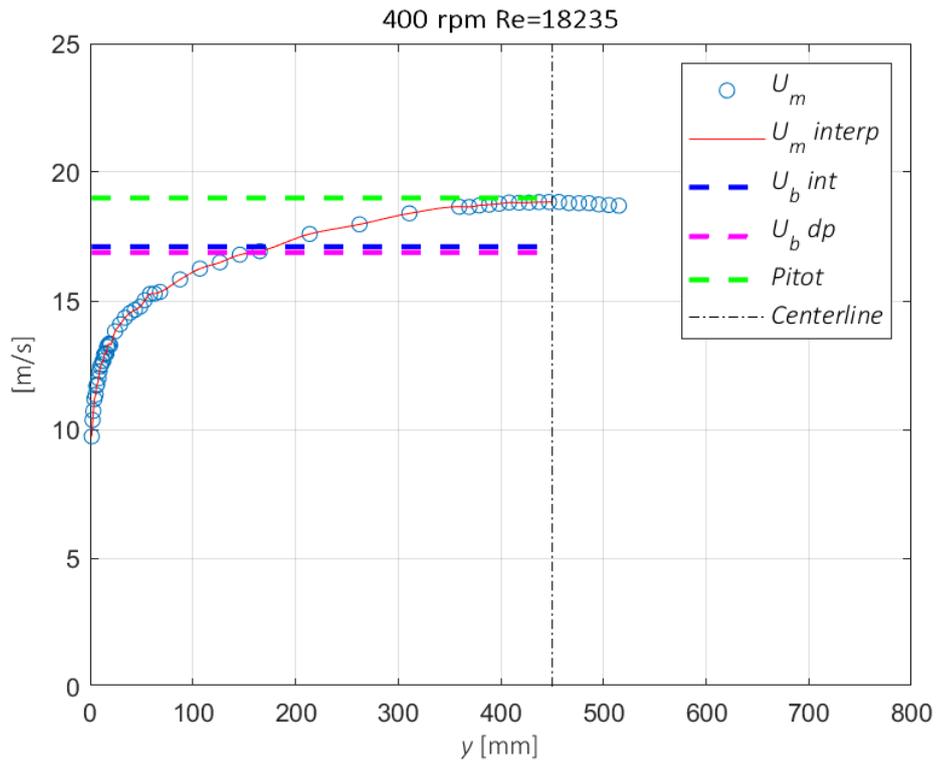


Figura 37 - Profilo di velocità media a 400 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot.

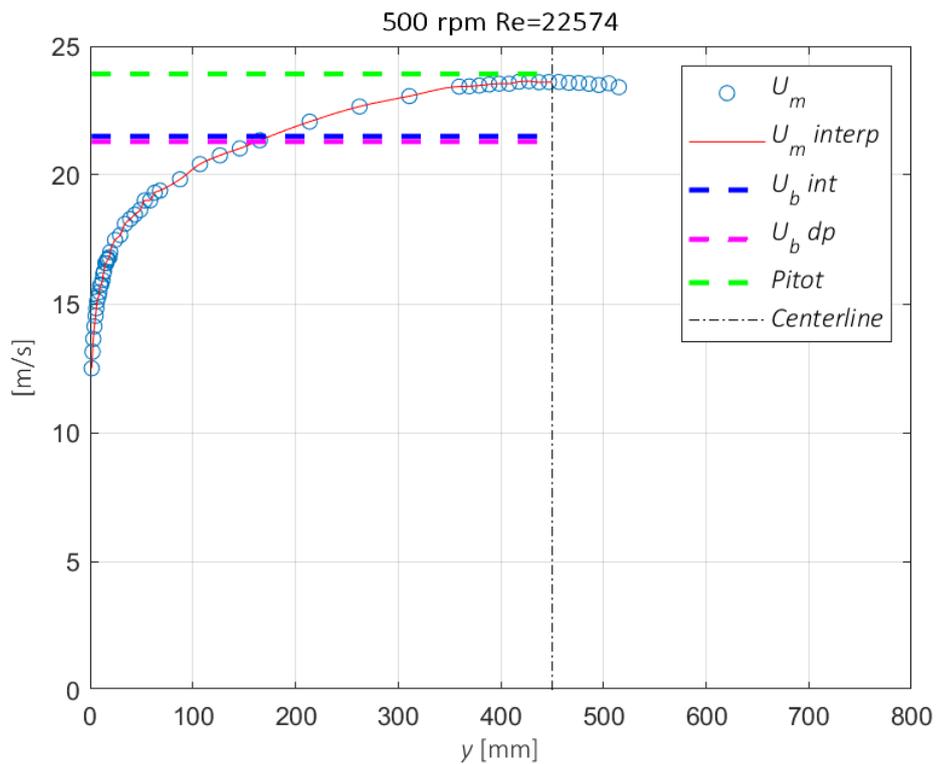


Figura 38 - Profilo di velocità media a 500 rpm. In evidenza le due bulk velocity, ottenute come spiegato nel paragrafo 4.1.1, e il riferimento prodotto dal tubo di Pitot.

Si può notare come le due bulk velocity siano molto simili su tutti e quattro i casi in esame, ma sembra esserci un errore sistematico che genera una differenza costante.

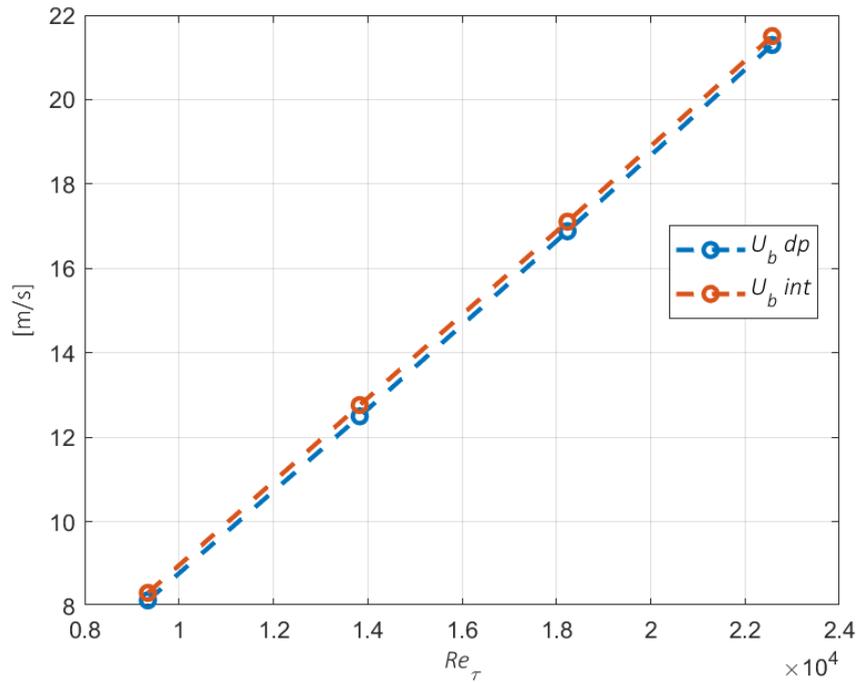


Figura 39 - Bulk velocity calcolata con caduta di pressione al convergente (linea tratteggiata blu) e bulk velocity calcolata tramite integrazione del profilo di velocità media (linea tratteggiata rossa).

All'aumentare del numero di Reynolds, il rapporto tra la velocità alla centerline e la bulk velocity sembra tendere ad uno.

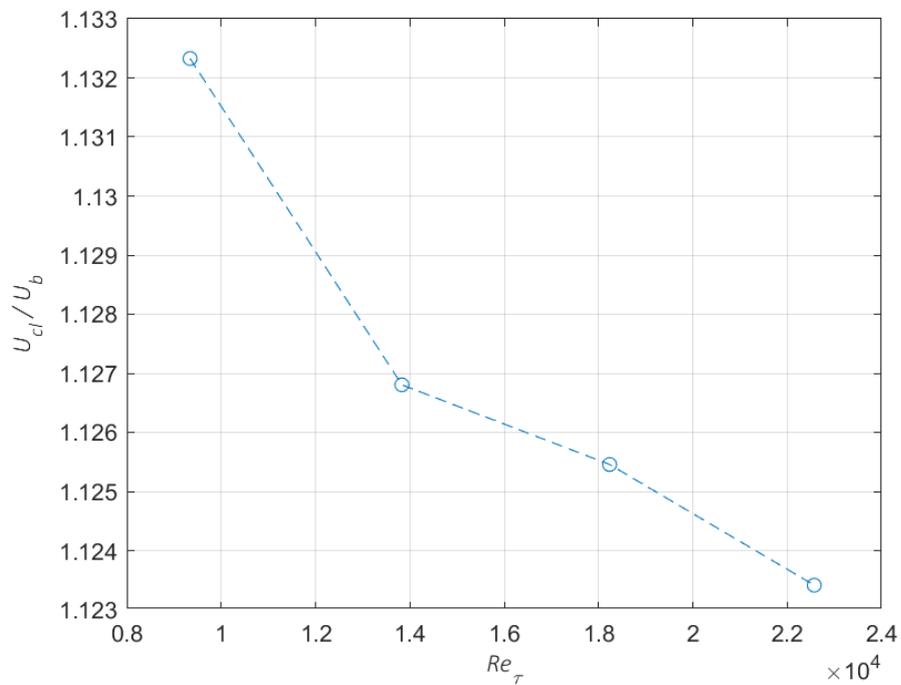


Figura 40 - Rapporto tra la velocità alla centerline misurata con il tubo di Pitot e la bulk velocity. Quest'ultima calcolata tramite caduta di pressione sul convergente.

4.1.2 – Bulk velocity e friction factor

Un parametro sicurante di grande interesse, soprattutto applicativo, è il “friction factor” mediante il quale è possibile calcolare le perdite di carico distribuite all’interno di una canale secondo l’equazione di Darcy-Weisbach:

$$h_c = \lambda \frac{l U_b^2}{D 2g} \quad (4.5)$$

dove l è la lunghezza del canale, λ il friction factor, U_b la velocità media (bulk velocity), D il diametro del tubo. Il diagramma di Moody riporta l’andamento di λ in funzione del numero di Reynolds e del rapporto ε/D , dove ε rappresenta la scabrezza superficiale del condotto. Si tratta di un andamento frutto dell’evidenza sperimentale. Per tubi lisci, come nel nostro caso, è possibile correlare il friction factor al solo numero di Reynolds mediante due diverse formulazioni:

1. Formula di Prandtl-von Kármán:

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = 2 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (4.6)$$

2. Formula di Blasius:

$$\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/4}} \quad (4.7)$$

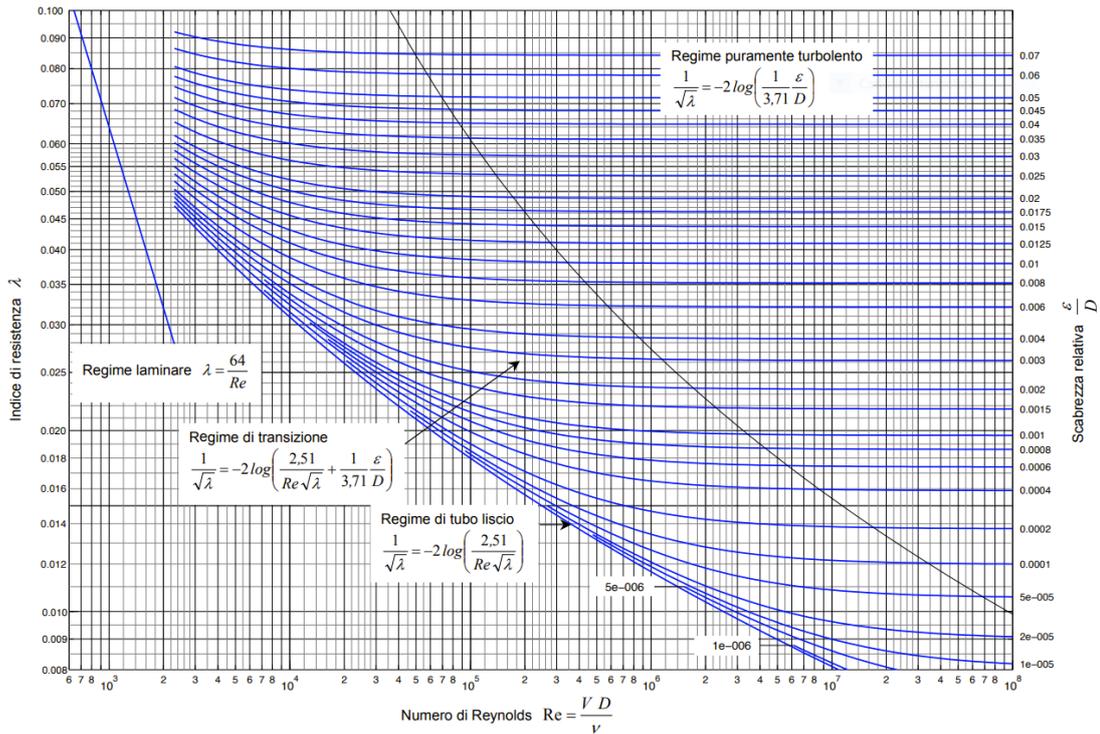


Figura 41 - Diagramma di Moody.

In un flusso completamente sviluppato è possibile calcolare il friction factor direttamente tramite misura della bulk velocity U_b e della friction velocity u_τ , che come abbiamo visto deriva direttamente dalla stima della caduta di pressione costante lungo il Pipe.

$$\begin{cases} C_{f,b} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_b^2} \\ \lambda = \frac{dp}{dx} \frac{2R}{\frac{1}{2} \rho U_b^2} \\ \tau_w = \frac{R}{2} \frac{dp_w}{dx} \end{cases}$$

Tramite manipolazione delle definizioni sopra riportare è possibile ottenere la relazione tra la bulk velocity normalizzata e il friction factor (per un flusso turbolento completamente sviluppato all'interno di un tubo liscio) e la relazione tra la bulk velocity normalizzata e lo skin friction coefficient:

$$\lambda = 8 \left(\frac{u_\tau}{U_b}\right)^2 = 8 \left(\frac{1}{U_b^+}\right)^2 \quad (4.8)$$

$$C_{f,b} = 2 \left(\frac{1}{U_b^+}\right)^2 = \frac{\lambda}{4} \quad (4.9)$$

Come mostrato nel *paragrafo 4.1.1* è possibile ottenere una stima di U_b integrando il profilo di velocità media lungo il raggio (a patto che il profilo sia simmetrico). Di conseguenza è possibile scrivere (McKeon 2005):

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = U_b^+ = 2 \int_0^1 u^+ \left(1 - \frac{y^+}{R^+}\right) d\left(\frac{y^+}{R^+}\right) \quad (4.10)$$

dove u^+ rappresenta la velocità media normalizzata. L'equazione (4.10) mostra come la dipendenza del friction factor dal numero di Reynolds sia strettamente legata alla forma che il profilo di velocità assume. Supponendo che u^+ segua l'andamento proposto dalla log-law, in accordo con Zagarola & Smits (1998) si ottiene:

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = C_1(k) \log(Re\sqrt{\lambda}) + C_2(k) - C_3(Re) \quad (4.11)$$

Il termine C_2 , oltre che dipendere dalla costante di von Kármán, tiene conto della deviazione del profilo di velocità dalla log-law man mano che ci si avvicina alla core-region (centerline). La costante C_3 , viceversa, tiene conto del contributo dovuto al sublayer, dove si assiste ad un undershoot dell'andamento del profilo di velocità rispetto alla log-law. Al crescere del Reynolds il contributo di portata nel sublayer diventa trascurabile e di conseguenza è possibile considerare nullo il termine C_3 . Sarebbe quindi possibile eseguire un fitting tra i punti (Re, λ) per ottenere una stima di k in accordo con la costante di von Karman contenuta nella log-law. Nella legge di Prandtl-von Karman viene ignorato il contributo di $C_3(Re)$, mentre il valore delle altre costanti è stato ottenuto sulla base dei dati sperimentali. Prandtl applica alla sua relazione un valore di k pari a 0,4:

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = 2 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0,8$$

Con questa formulazione si trascurano gli effetti dovuti al discostamento del profilo medio dalla log-law vicino a parete, considerando il contributo in portata in questa regione trascurabile. Si tiene conto dello scostamento nella core-region attraverso l'introduzione di una costante additiva.

Conoscendo la bulk velocity e la friction velocity per i diversi regimi di Reynolds, è possibile calcolare il valore del friction factor (Eq. 4.8) e confrontarlo con la curva di Prandtl-von Kármán (Figura 42).

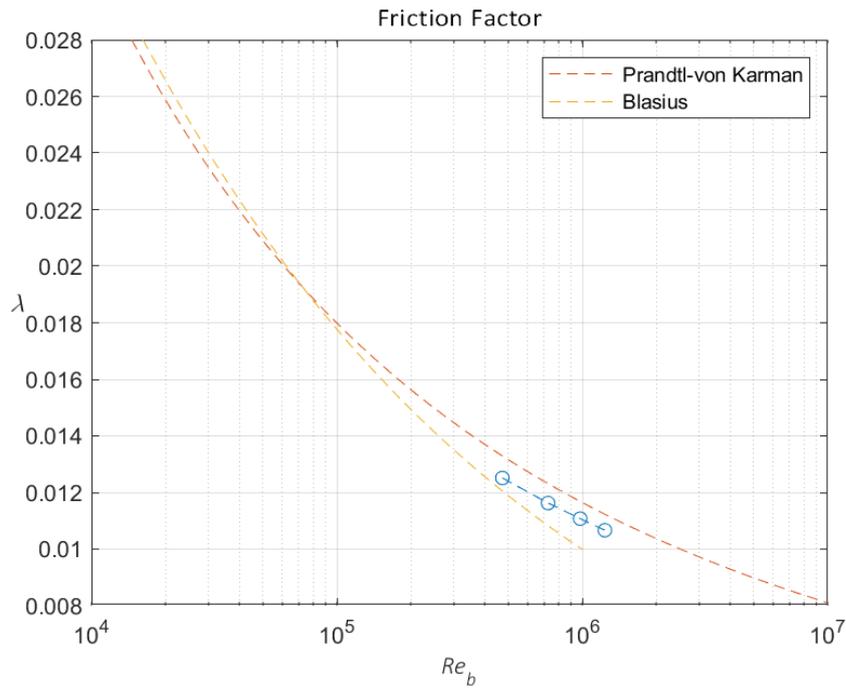


Figura 42 - Friction factor ottenuto tramite misura della bulk velocity (Eq. 4.8), calcolata attraverso caduta di pressione al convergente. I valori ottenuti sono stati posti a confronto con i trend di Blasius (Eq. 4.7) (linea tratteggiata gialla) e Prandtl-von Kármán (Eq. 4.6) (linea tratteggiata rossa).

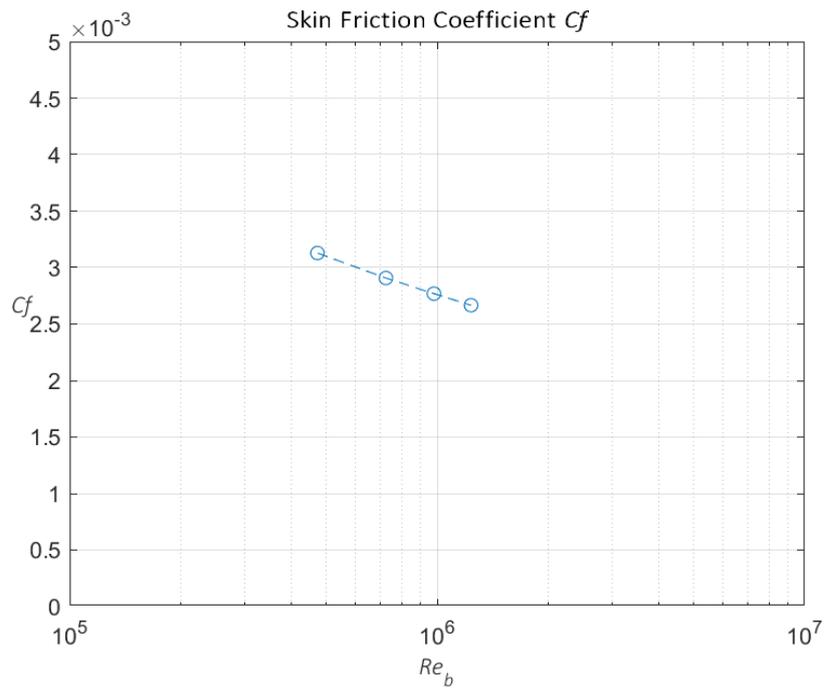


Figura 43 - Stima dello skin friction coefficient tramite bulk velocity (Eq. 4.9), calcolata attraverso caduta di pressione al convergente.

4.1.3 – Logarithmic Law of the Wall (Log-Law)

A partire dalla caratterizzazione del profilo di velocità media mostrato nel paragrafo precedente, sono stati calcolati i coefficienti che definiscono la “log-law” (1.65):

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B$$

Prendendo solo i valori di velocità media dei punti interni alla overlap-region, la cui estensione cresce all'aumentare del numero di Reynolds (*Figura 46*), è stata applicata una regressione lineare che approssima il trend sulla base del metodo dei minimi quadrati. Nella letteratura classica, la overlap-region viene generalmente rappresentata dall'intervallo seguente:

$$200 l_* < y < 0.15 R \quad (4.12)$$

Su scala logaritmica i punti si dispongono su di una retta, il cui coefficiente angolare e termine noto sono i coefficienti della log-law.

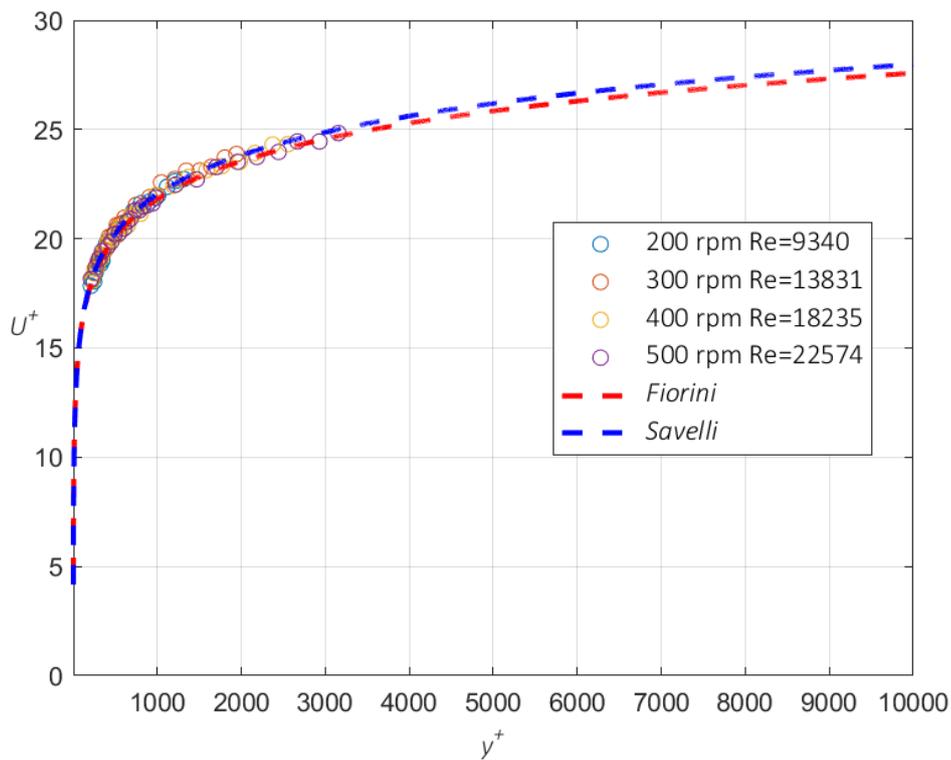


Figura 44 - Velocità media normalizzata dei punti all'interno della overlap-region, per quattro differenti valori del numero di Reynolds. La linea tratteggiata in blu rappresenta l'andamento logaritmico dei dati sperimentali, confrontato con l'andamento presentato in Fiorini 2017 (linea tratteggiata rossa).

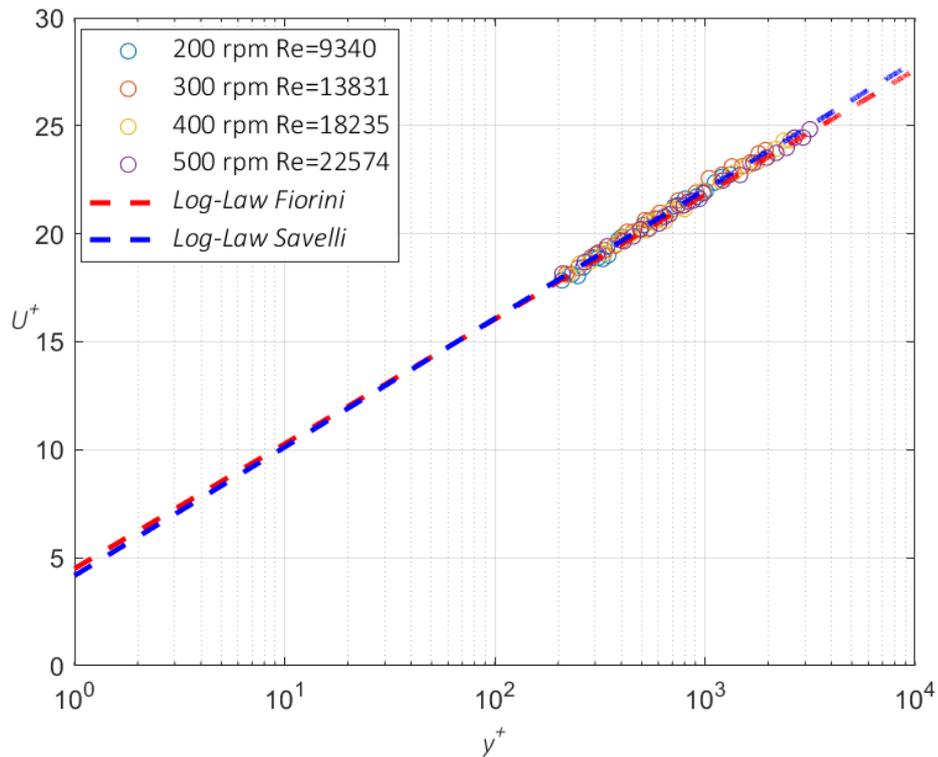


Figura 45 - Velocità media normalizzata dei punti all'interno della overlap-region su scala semi-logaritmica, per quattro differenti valori del numero di Reynolds. La linea tratteggiata blu rappresenta la retta di regressione che ha fornito i coefficienti per descrivere la Log-Law. I risultati sono stati confrontati con Fiorini 2017.

I valori sono stati confrontati con un precedente studio (Fiorini 2017), svolto sempre presso il laboratorio CICLoPE. Come è possibile notare vi è un buon accordo tra le due rette. Va considerato che nello studio di Fiorini il range di Reynolds esplorato è molto più vasto rispetto al lavoro presentato in questo elaborato.

	Re_{τ}	κ	B
Savelli	$[9,3 \div 22,6] \times 10^3$	0,39	4,2
Fiorini 2017	$[8,6 \div 38,3] \times 10^3$	0,4	4,5

Tabella 4 - Confronto tra i coefficienti della Log-Law ottenuti nel presente studio e quelli presentati in Fiorini 2017.

All'aumentare del numero di Reynolds aumenta l'estensione della overlap-region in direzione della parete, poiché il termine " l_* " tende invece a diminuire (Figura 46).

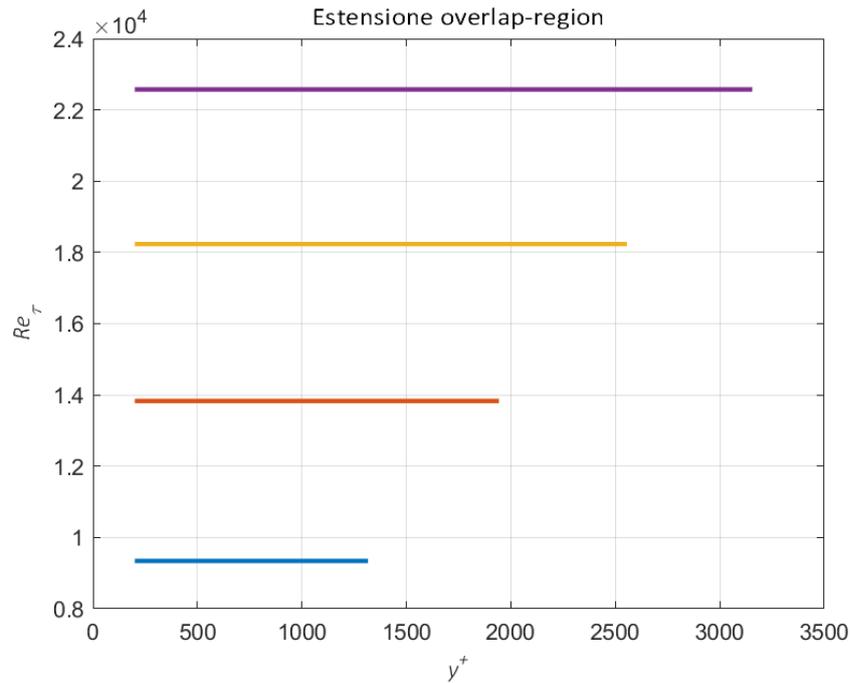


Figura 46 - Estensione della overlap-region all'aumentare del numero di Reynolds.

Sommando membro a membro l'equazione log-law (1.70) e la velocity defect-law (1.71) è possibile ricavare la relazione che lega la costante di von Kármán alla velocità della centerline e al gradiente di pressione:

$$U_{CL}^+ = \frac{U_{CL}}{u_\tau} = \frac{1}{k_{cl}} \ln(Re_\tau) + D \quad (4.13)$$

con $k_{cl} = k$.

Tale relazione non trova però un riscontro sperimentale poiché il valore di k_{cl} stimato tracciando la retta di regressione che approssima l'andamento di U_{CL}^+ sul diagramma semilogaritmico in funzione di Re_τ è costantemente maggiore di k .

Come si nota in Figura 47, la costante k_{cl} estrapolata risulta maggiore della costante k , e ciò è confermato in entrambi gli studi utilizzati per il confronto.

Considerando l'espressione del coefficiente di attrito in funzione della velocità U_{CL} invece che della bulk velocity, vi è il rischio di una sottostima:

$$c_{f,cl} = 2 \left(\frac{1}{U_{CL}^+} \right)^2 \quad (4.14)$$

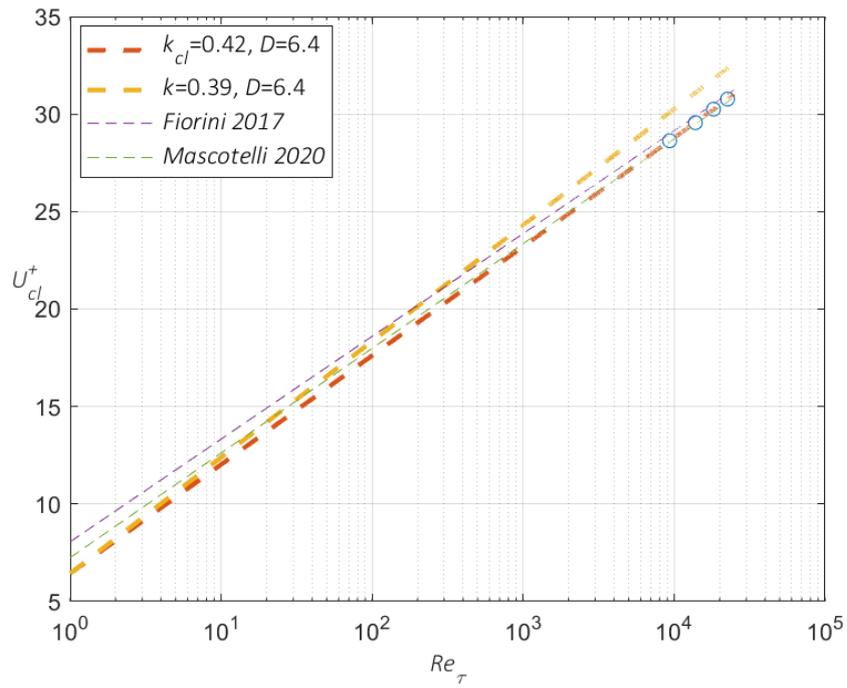


Figura 47 - Linea tratteggiata rossa: retta di regressione ottenuta con i punti sperimentali. Linea tratteggiata gialla: andamento ottenuto utilizzando la costante di k derivata dalla Log-Law. Linea tratteggiata viola e verde: andamenti sperimentali presentati rispettivamente in Fiorini 2017 ($k_{cl} = 0,437 - D = 8,062$) e Mascotelli 2020 ($k_{cl} = 0,429 - D = 7,25$).

CONCLUSIONI

➤ CARATTERIZZAZIONE DEL PROFILO DI VELOCITÀ MEDIA

Nel *paragrafo 4.1.1* sono stati presentati i profili di velocità media per valori crescenti del numero di Reynolds (*Figura 35,36,37,38*). Tutti i profili mostrano un andamento logaritmico della velocità a partire da parete e spostandosi verso la centerline. Il riferimento di velocità alla centerline prodotto dal tubo di Pitot mostra un valore in accordo con quello generato dalla curva di calibrazione dell'anemometro, anche se all'aumentare del numero di Reynolds si assiste ad uno scostamento sempre maggiore tra le due misure (*Figura 48*). Tutte le curve sono state corrette (*Eq. 2.19*) per compensare l'effetto dell'aumento di temperatura del flusso all'interno della galleria. I quattro profili sono stati acquisiti in modo consecutivo, senza disporre di un controllo della temperatura attraverso lo scambiatore di calore a causa di un guasto. Di conseguenza la temperatura del flusso mostrava un andamento crescente, fino ad un massimo di circa $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ in più rispetto alla temperatura di riferimento durante l'ultima acquisizione.

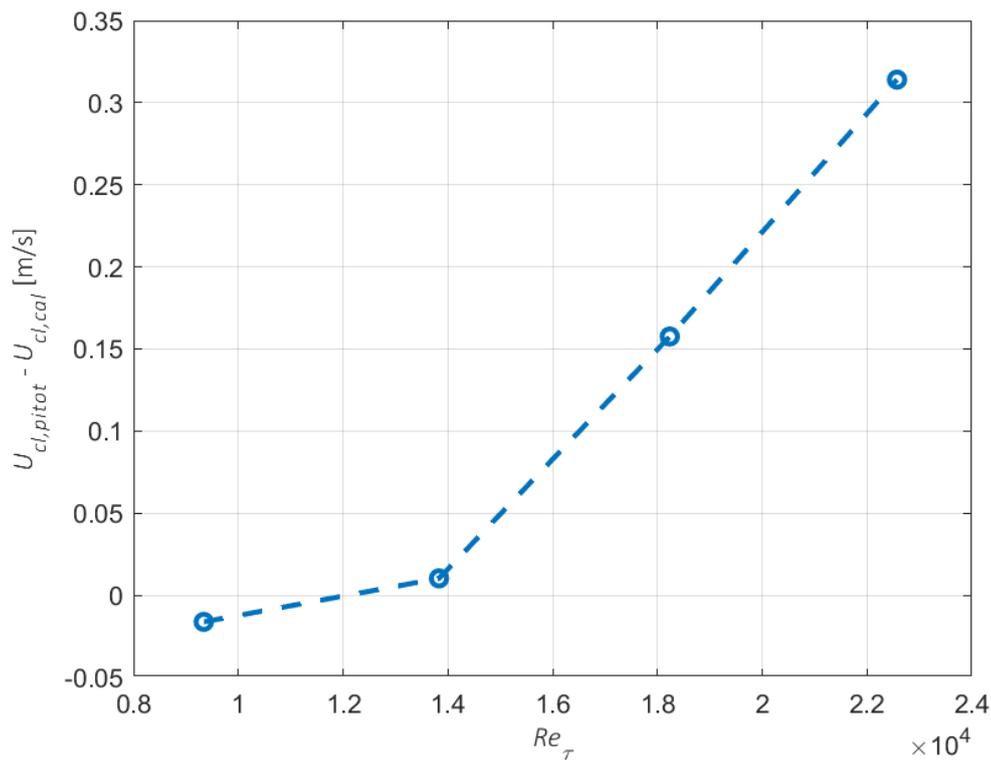


Figura 48 - Differenza tra la velocità alla centerline misurata con il tubo di Pitot e velocità stimata dalla curva di calibrazione dell'anemometro (sempre alla centerline).

Dai risultati mostrati nel *paragrafo 4.1.1* si nota inoltre come i due valori di bulk velocity, ottenuti rispettivamente tramite calcolo integrale del profilo di velocità media sul raggio e tramite caduta di pressione sul convergente, mostrino un buon accordo su tutte le prove effettuate. Esaminando più nel dettaglio il leggero scostamento dei due valori (*Figura 39*)

CONCLUSIONI

sembra esserci un errore sistematico che porta o ad una sovrastima della bulk velocity calcolata con l'integrale o ad una sottostima della bulk velocity calcolata tramite caduta di pressione. Stimando l'errore assoluto e percentuale tra le due si è ottenuto il seguente risultato:

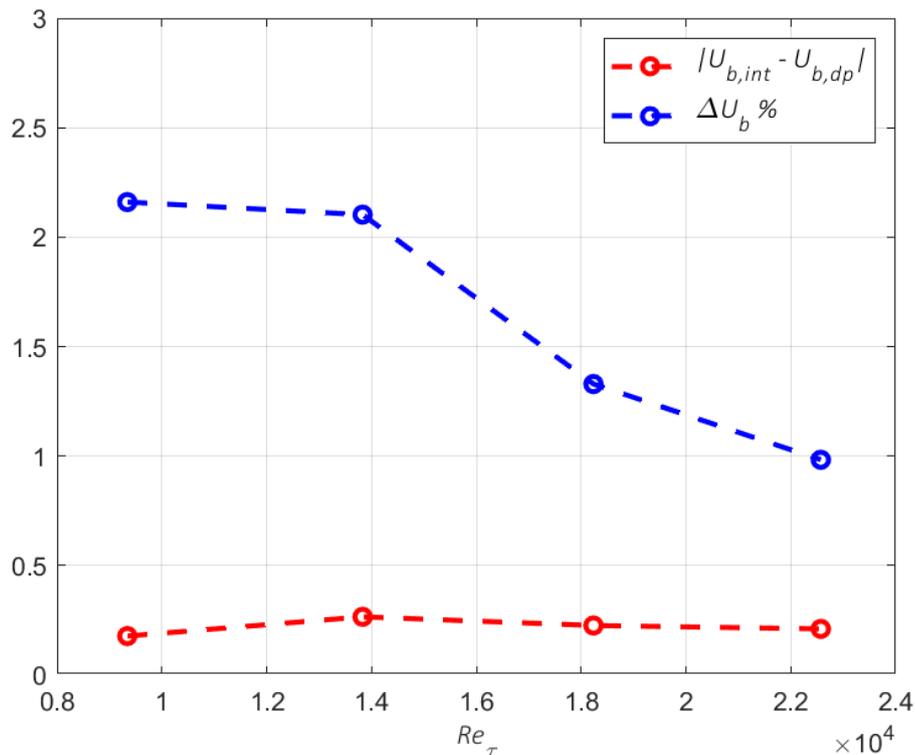


Figura 49 - Linea tratteggiata rossa: errore assoluto tra due bulk velocity. Linea tratteggiata blu: errore percentuale rispetto alla media. Entrambe le grandezze sono state presentate in funzione dell'andamento crescente del numero di Reynolds.

L'errore assoluto mostra un andamento costante, di conseguenza l'errore percentuale tende a diminuire all'aumentare del numero di Reynolds. Ciò sembra confermare l'ipotesi della presenza di un errore sistematico. Tra le possibili cause da indagare vi è sicuramente la calibrazione dell'anemometro la quale, pur avendo prodotto risultati soddisfacenti, può aver generato un leggero drift sulle misure. Sicuramente un fattore di errore è l'aver considerato le perdite attraverso il convergente nullo (Eq. 3.6) per il calcolo della bulk velocity, generando una sovrastima della velocità in uscita dal convergente. Questo ultimo aspetto non può però essere considerato causa dell'errore osservato dato che dalle nostre stime $U_{b,int} > U_{b,dp}$ (Figura 35,36,37,38).

Tuttavia l'errore può essere considerato ragionevolmente piccolo, confermando che la misura è stata eseguita in modo corretto senza criticità. Inoltre è possibile affermare indirettamente che il profilo di velocità è effettivamente simmetrico, poiché il calcolo integrale della bulk velocity è stato effettuato lungo il solo raggio. A supporto di ciò vi è anche l'andamento logaritmico tipico di un profilo di velocità turbolento completamente sviluppato attraverso un pipe. Infine è possibile affermare che, nonostante l'ipotesi di perdite di carico nulle, la stima della bulk velocity attraverso la caduta di pressione del

CONCLUSIONI

convergente risulta essere assolutamente solida. Dal punto di vista pratico è sicuramente una misura più diretta e semplice da effettuare al fine di stimare la portata all'interno di un pipe (grandezza ingegneristicamente molto rilevante se si pensa alla stima delle perdite dovute all'attrito il cui coefficiente è spesso riportato in funzione del numero di Reynolds calcolato con la bulk velocity).

➤ ESTRAPOLAZIONE DELLA LOG-LAW PER VALORI DI REYNOLDS CRESCENTI

Sotto l'ipotesi di flusso turbolento completamente sviluppato si è utilizzata la stima del gradiente di pressione per calcolare i parametri che definiscono la scala viscosa. Questi hanno permesso di normalizzare la velocità media e la lunghezza al fine di calcolare le costanti che caratterizzano la log-law. Sono stati identificati i punti interni alla overlap-region e su questi è stata applicata una regressione lineare su diagramma semilogaritmico. La procedura è stata ripetuta per i quattro diversi valori del numero di Reynolds per poi mediare e ottenere un valore unico delle due costanti rappresentativo di tutte e quattro le prove. I risultati sono stati confrontati con quelli presentati in *Fiorini 2017* mostrando un buon accordo (*Figure 44 e 45*), con valori delle costanti coerenti con quella che è la letteratura classica a riguardo. Il range del numero di Reynolds sperimentato in *Fiorini 2017* è maggiore rispetto a quello presentato in questo elaborato. Nonostante la costante k e la costante additiva B siano ritenute universali e indipendenti dal numero di Reynolds, è stato osservato un trend crescente man a mano che prove a Reynolds sempre maggiori venivano aggiunte alle precedenti. Di seguito osserviamo il trend del valore medio di k e di B all'aumentare del numero di prove a Reynolds crescenti (*Figure 50 e 51*).

CONCLUSIONI

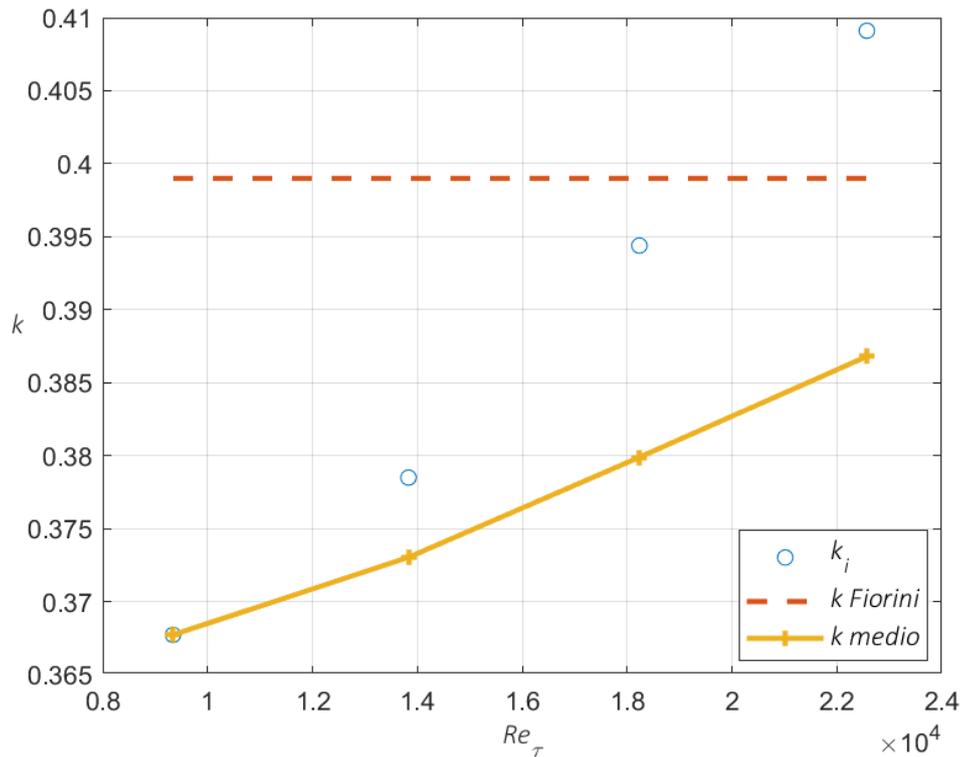


Figura 50 - I cerchi celesti rappresentano il valore di k ottenuto dalla regressione lineare per una singola a prova. Man a mano che altre prove venivano aggiunte, il k globale (k medio) veniva calcolato mediando tra i singoli valori k_i (linea gialla). La linea tratteggiata rossa rappresenta il valore di k trovato in Fiorini 2017, dove il range di numeri di Reynolds era molto più ampio (valore massimo di circa 39000).

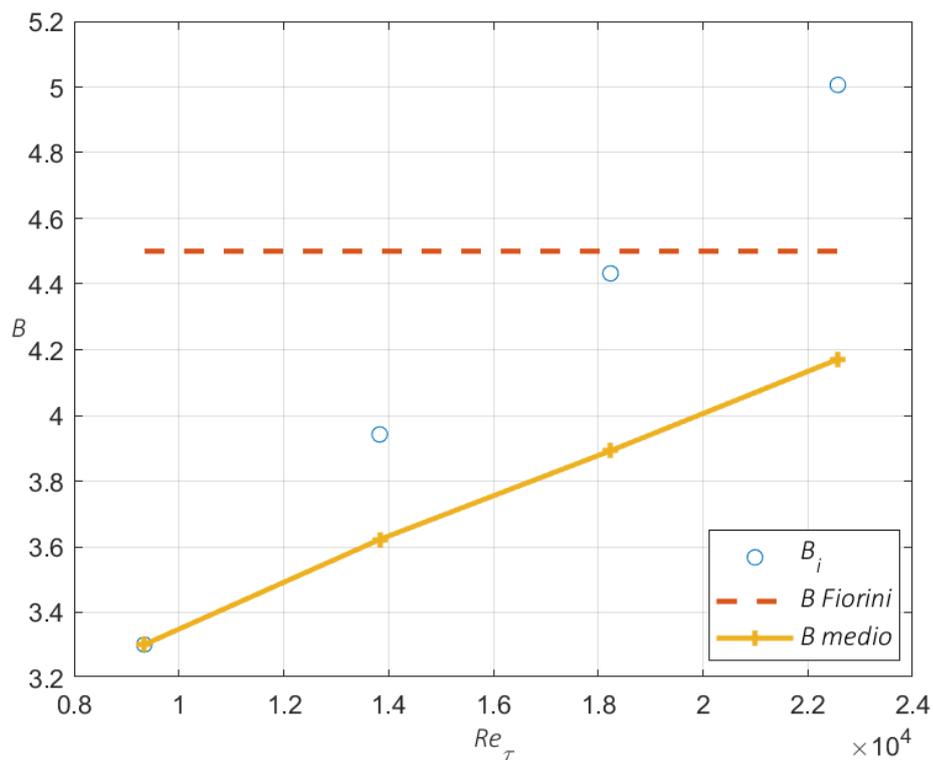


Figura 51 - I cerchi celesti rappresentano il valore di B ottenuto dalla regressione lineare per una singola a prova. Man a mano che altre prove venivano aggiunte, il B globale (B medio) veniva calcolato mediando tra i singoli valori B_i (linea gialla). La linea tratteggiata rossa rappresenta il valore di B trovato in Fiorini 2017, dove il range di numeri di Reynolds era molto più ampio (valore massimo di circa 39000).

CONCLUSIONI

L'andamento mostrato in *Figura 50* e *Figura 51* sembra suggerire che con ulteriori prove a valori di Reynolds superiori, probabilmente i valori di k e B avrebbero mostrato un accordo ancora migliore con i dati di *Fiorini 2017*. Ciò risulta in contrasto con l'idea di costanti indipendenti dal numero di Reynolds e universali per tutti i flussi canonici wall-bounded. Tale aspetto merita sicuramente un approfondimento dato che la scelta delle costanti della log-law è fondamentale nella simulazione numerica di flussi turbolenti e nella stima dell'attrito.

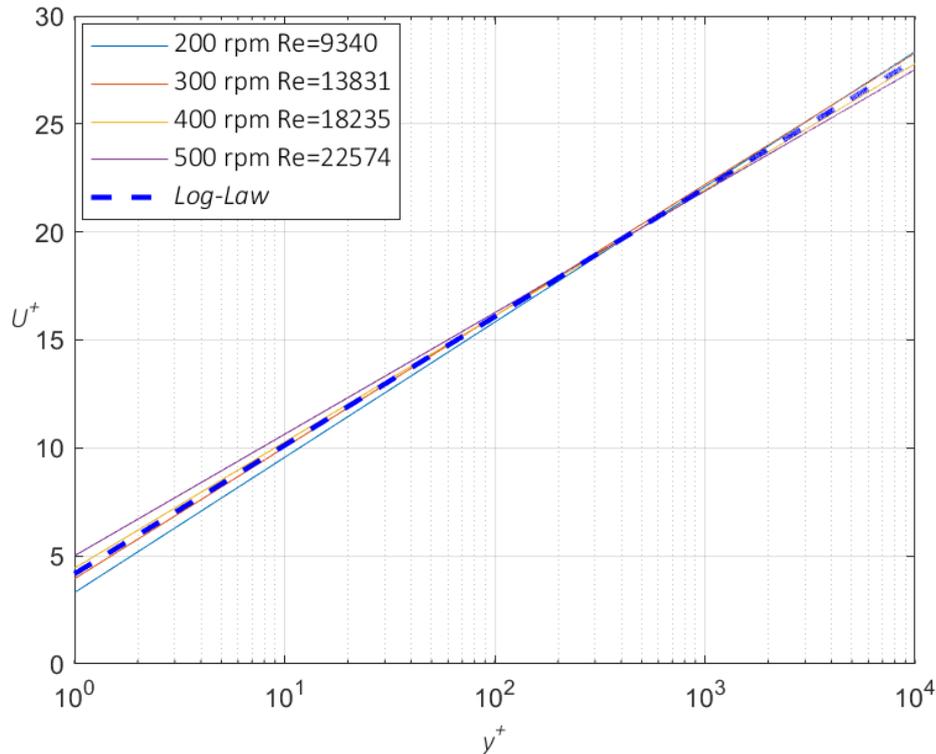


Figura 52 - Rette di regressione per ogni valore di Reynolds. La linea tratteggiata in blu rappresenta la log-law derivante dalla media dei coefficienti delle singole rette.

➤ INFLUENZA DELLA COSTANTE DI VON-KÁRMÁN NELLA STIMA DELLO SKIN FRICTION COEFFICIENT E DEL FRICTION FACTOR

L'equazione (4.10) mostra quanto la conoscenza della forma del profilo di velocità media risulti fondamentale nella stima di un coefficiente d'attrito il più realistico possibile. Nella pratica ingegneristica si fa spesso riferimento al diagramma di Moody e, in particolare per i tubi lisci, all'equazione di Prandtl-von Kármán. Quest'ultima presenta dei coefficienti correttivi che cercano di compensare gli scostamenti dalla log-law. Ciò rafforza l'ipotesi che l'equazione (4.13), per quanto corretta dal punto di vista matematico, non sia rappresentativa della realtà e che considerare $k_{cl} = k$ sia in realtà approssimativo. Ciò emerge anche dai nostri dati, come mostra la figura (4.17), dove la retta ottenuta dal fitting dei punti sul diagramma semilogaritmico ha prodotto un valore di k_{cl} pari a 0,42, rispetto ad un k di 0,39. Questi risultati sono in accordo con ulteriori indagini sperimentali presenti in letteratura. Anche se generalmente in ambito applicativo si fa riferimento alla bulk velocity, rappresentativa della portata, è bene considerare che uno skin friction coefficient definito in funzione di U_{CL}^+ (Eq. 4.14) potrebbe risultare sottostimato considerando $k_{cl} = k$:

CONCLUSIONI

$$k_{cl} > k \Rightarrow U_{CL}^+ (k_{cl}=k) > U_{CL}^+ (k_{cl} \neq k) \Rightarrow c_{f,cl} (k_{cl}=k) < c_{f,cl} (k_{cl} \neq k)$$

Come risultato preliminare è stato calcolato anche il friction factor tramite l'equazione (4.9) per flussi turbolenti completamente sviluppati, sulla base della misura della bulk velocity derivata dalla caduta di pressione sul convergente e normalizzata rispetto u_τ . I valori ottenuti sono stati confrontati con le leggi per tubi lisci di Blasius e Prandtl-von Kármán. Come si vede dalla figura 42 il trend ripercorre quello della legge Prandtl-von Kármán, anche se i valori a parità di numero di Reynolds sono inferiori. Un'ulteriore indagine si rende necessaria considerando che il Long Pipe presenta una rugosità superficiale RMS di due ordini di grandezza inferiore rispetto alla lunghezza in scala viscosa, pertanto estremamente liscio. Un risultato interessante potrebbe essere prodotto dal confronto del friction factor calcolato con la bulk velocity derivata dall'integrale del profilo di velocità media approssimato con la log-law lungo l'intero raggio.

Bibliografia

- ❖ Bellani, G., & Talamelli, A. (2016). “*The Final Design of the Long Pipe in CICLOPE*”. In: *Progress in Turbulence VI*, 205–209, doi:10.1007/978-3-319-29130-7_36.
- ❖ Finn E. Jorgensen (2002). *How to measure turbulence with hot-wire anemometers – a practical guide*.
- ❖ Fiorini, T. (2017). “*Turbulent pipe flow – high resolution measurements in CICLOPE*”. In: *PhD thesis*.
- ❖ Franceschelli, L. (2018): “*Anemometri a filo caldo: studio e progettazione di un sistema di calibrazione*”. In: *Tesi di Laurea*.
- ❖ Hutchins, N. et al. (2009). “*Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence*”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 635, pp. 103-136.
Doi:10.1017/s0022112009007721.
- ❖ Lingrani, P. M. and P. Bradshaw (1987). “*Spatial resolution and measurement of turbulence in the viscous sublayer using subminiature hot-wire probes*”. In: *Experiments in Fluids* 5.6, pp. 407-417. Doi: 10.1007/bf00264405.
- ❖ Mascotelli, L. (2020). “*High Reynolds Number Experiments in the Long Pipe at CICLOPE*”. In: *PhD thesis*.
- ❖ McKeon, B. J., M. V. Zagarola, & A. J. Smits (2005). “*A new friction factor relationship for fully developed pipe flow*”. In: *Physics of Fluids* 538, pp. 429-443. Doi: 10.1017/s0022112005005501.
- ❖ Pope, S. B. (2001). *Turbulent Flows*.
- ❖ Rathakrishnan, E. (2007). *Instrumentation, Measurements, and Experiments in Fluids*.
- ❖ Smits, A. J., B. J. McKeon, and I. Marusic (2011). “*High-Reynolds number wall turbulence*”. In: *Annu. Rev. Fluid Mechanics* 43, pp. 353-375. Doi: 10.1146/annurev-fluid-122109-160753.

Bibliografia

- ❖ Smits, A. J., Monty, J., Hultmark, M., Bailey, S. C. C., Hutchins, N. & Marusic, I. (2011b). “*Spatial resolution correction for wall-bounded turbulence measurements*”. In: *J. Fluid Mech*, 676, pp. 41-53. Doi: 10.1017/jfm.2011.19.
- ❖ Talamelli, A. et al. (2009). “*CICLoPE – A response to the need for high Reynolds number experiments*”. In: *Fluid Dynamics Research* 41.2 DOI: 10.1088/0169-5983/41/2/021407.
- ❖ Zagarola, M. V. and A. J. Smits (1998). “*Mean-flow scaling of turbulent pipe flow*”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 373, pp. 33-79. Doi: 10.1017/s0022112098002419.