

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA MAGISTRALE

TESI DI LAUREA

In

MECCANICA DELLE MACCHINE M

**ANALISI DINAMICA E VERIFICA DI UN PROTOTIPO DI MACCHINA
AUTOMATICA PER LA REALIZZAZIONE DI BATTERIE**

CANDIDATO
Davide Tondini

RELATORE:
Prof. Marco Carricato

CORRELATORI
Ing. Alberto Martini
Ing. Daniele Catelani
Ing. Giovanni Mottola
Prof. Marco Troncossi
Ing. Pietro Bellano

Anno Accademico 2019/20

Sessione II

Abstract

Lo scopo di questa tesi è quello di verificare il corretto dimensionamento dei cuscinetti e delle guide lineari di un gruppo all'interno di una macchina automatica brevettata e realizzata da Manz Srl, azienda in collaborazione con la quale è stato svolto il progetto. La macchina automatica in esame è parte di una linea di produzione di batterie rettangolari a partire da nastri di materia prima e impiega l'innovativo processo di *wound stacking*. Per eseguire la verifica dei componenti è stato necessario effettuare una simulazione dinamica con il software MSC Adams, grazie al quale si sono potute calcolare le reazioni vincolari. In parallelo al modello Adams, è stato realizzato anche un modello MATLAB, con cui poter confrontare i risultati del software multibody per validarli. Stabiliti i periodi previsti di manutenzione della linea e un coefficiente di sicurezza richiesto, si sono individuati i componenti che non rispettavano le specifiche dei progettisti. Alla fine della tesi si propongono anche delle soluzioni per la sostituzione di alcuni componenti.

Sommario

1	Presentazione	7
1.1	L'azienda	7
1.2	Il processo di "Wound Stacking"	8
1.3	La linea	11
2	Obiettivi e metodi	18
2.1	Obiettivo della tesi	18
2.2	Modalità di analisi	18
2.3	Fasi dell'analisi	19
3	Funzionamento gruppo di avvolgimento	21
3.1	I gradi di libertà	21
3.2	Traiettoria del punto di avvolgimento	27
3.3	Specifiche sulle leggi di moto	31
3.4	Le "dita"	32
4	Semplificazione della geometria	35
5	Prima versione modello Adams	39
5.1	Ipotesi iniziali	39
5.2	Vincoli	41
5.2.1	Cerniere	41
5.2.2	Corsoi	43
5.2.3	Incastri	44
5.2.4	I vincoli per le bielle	45
5.2.5	La Camma	50
5.2.6	Coupler	59
5.2.6.1	Rotismo epicicloidale	59
5.2.6.2	Rotismi ordinari	61
5.2.6.3	Pignone e cremagliera	63
5.2.6.4	Coupler: reazioni vincolari	66
5.3	Azioni motrici: Motion	67
5.3.1	Alberi	67
5.3.2	Dita	70
5.4	Il precarico delle molle	70
5.5	Verifica gradi di libertà	71
6	Modello Matematico	74
6.1	Convenzioni	74

6.2	Cinematica.....	74
6.2.1	Corpo 23.....	74
6.2.2	Corpo 22.....	75
6.2.3	Corpo 1.....	77
6.2.4	Corpo 2.....	78
6.2.5	Corpo 3.....	79
6.2.6	Corpo 5.....	81
6.2.7	Corpo 6.....	82
6.2.8	Corpo 8.....	83
6.2.9	Corpi 11 e 20.....	84
6.2.10	Corpo 9.....	86
6.2.11	Analisi cinematica del quadrilatero.....	88
6.2.12	Corpo 13.....	92
6.2.13	Corpo 15.....	93
6.2.14	Corpo 17.....	94
6.2.15	Confronto risultati cinematica.....	95
6.3	Dinamica	97
6.3.1	Premessa/Convenzioni	97
6.3.2	Corpo 17.....	98
6.3.3	Corpo 13 e corpo 15.....	100
6.3.4	Corpo 9.....	104
6.3.5	Corpo 11 e 20.....	105
6.3.6	Corpo 8.....	107
6.3.7	Corpo 6.....	109
6.3.8	Corpo 5.....	111
6.3.9	Corpo 3.....	112
6.3.10	Corpo 2.....	114
6.3.11	Corpo 1.....	115
6.3.12	Corpo 22.....	117
6.3.13	Corpo 23.....	118
6.3.14	Confronto risultati dinamica	119
7	Seconda versione del modello Adams	121
7.1	Miglioramenti.....	121
7.2	La funzione IMPACT.....	123
7.3	Gears.....	125
7.3.1	Implementazione.....	125

7.3.2	Stima della rigidezza.....	130
7.4	I contatti delle dita.....	136
7.5	Molle torsionali.....	138
7.6	Contatto camma-rullino.....	139
7.7	Paragone tra le due versioni.....	140
8	Verifica componenti.....	141
8.1	Durata richiesta e coefficiente di sicurezza.....	141
8.2	Verifica cuscinetti.....	141
8.3	Verifica guide lineari.....	148
9	Sostituzione componenti.....	150
9.1	Ipotesi.....	150
9.2	Sostituzione cuscinetti.....	150
9.2.1	Cerniera 9 e 10.....	150
9.2.2	Cerniera 8.....	152
9.2.3	Cerniera 5.....	152
9.2.4	Cerniere 3 e 4.....	153
9.2.5	Cerniera 1.....	153
9.2.6	Cerniera 2.....	154
9.2.7	Cerniera 22.....	155
9.2.8	Cerniera 23.....	155
9.3	Sostituzione guide lineari.....	156
10	Conclusioni.....	157
11	Appendice.....	158
11.1	Appendice A.....	158
11.2	Appendice B.....	165
11.3	Appendice C.....	167
12	Ringraziamenti.....	172
13	Bibliografia.....	173

1 Presentazione

1.1 L'azienda



Figura 1.1 Logo Manz

Manz AG è un'azienda multinazionale che opera nel campo delle attrezzature high-tech. Il core business dell'azienda è rappresentato da soluzioni per i campi dell'energia fotovoltaica, dell'elettronica e dell'Energy Storage.

La sede principale della multinazionale è in Germania (Reutlingen). Le altre divisioni sono allocate principalmente in Asia (Cina, India, Taiwan) e in Europa Centrale (Ungheria e Slovacchia), con una sede negli Stati Uniti e una in Italia.

Il lavoro di tesi è stato svolto interamente in collaborazione con la divisione italiana Manz Italy S.r.l, ubicata a Sasso Marconi in provincia di Bologna.



Figura 1.2 Sede Manz a Sasso Marconi

La sede italiana conta quasi cento dipendenti e si occupa principalmente di Ricerca e Sviluppo nel settore delle macchine automatiche per la produzione di batterie e di condensatori.

Essa è diventata parte del gruppo Manz nel 2014 quando l'azienda tedesca ha acquistato la divisione di ingegneria meccanica della Kemet.

Al momento dell'acquisto, la Kemet, che originariamente portava il nome di Arcotronics, poteva contare su più di trent'anni di esperienza nel settore delle batterie e più di quarant'anni nel settore dei condensatori.

1.2 Il processo di “Wound Stacking”

L’oggetto dei prossimi capitoli sarà una porzione della linea sviluppata da MANZ che usa il processo detto di *wound stacking* per la produzione di batterie al litio.

Prima di entrare nei dettagli del processo e descrivere la macchina che lo esegue è necessario dare la definizione di alcuni concetti chiave. Per prima cosa definiamo cosa si intende per “cella”.

La cella è l’elemento costruttivo elementare delle batterie. È il dispositivo che converte l’energia chimica, contenuta nei materiali attivi, direttamente in energia elettrica, mediante reazioni elettrochimiche di ossidoriduzione.

Ogni cella è formata da due piastre, dette “elettrodi”, che si caricano positivamente e negativamente, immerse in un liquido particolare chiamato “elettrolita”. Per evitare il contatto diretto fra i due elettrodi (cortocircuito) viene posto un sottile strato di materiale poroso ed elettricamente isolante, detto “separator”, tra anodo e catodo. Tale film di materiale, una volta assemblata la batteria, viene imbevuto di elettrolita in modo tale da permettere il passaggio degli ioni di litio da un elettrodo all’altro e da garantire allo stesso tempo il mantenimento di un adeguata distanza tra anodo e catodo. Per cella, dunque, intendiamo l’insieme di anodo, catodo e film separatore (Figura 1.3). Le celle possono presentarsi in svariate forme e dimensioni. Nel caso del processo wound stacking queste hanno forma rettangolare (73x167 mm) e possiedono su uno dei due lati più corti una sporgenza detta “tab”.



Figura 1.3 Struttura cella

La batteria, invece, è costituita da più celle collegate tra di loro in parallelo. Gli anodi e i catodi delle celle di cui è composta la batteria sono collegati elettricamente tra di loro in modo tale da essere tutti allo stesso valore di potenziale elettrico.

Per realizzare una batteria è necessario sovrapporre più celle ed è proprio questa operazione che differenzia un processo di produzione di batterie dall’altro. In Figura 1.4 si può osservare lo schema della struttura di una batteria.

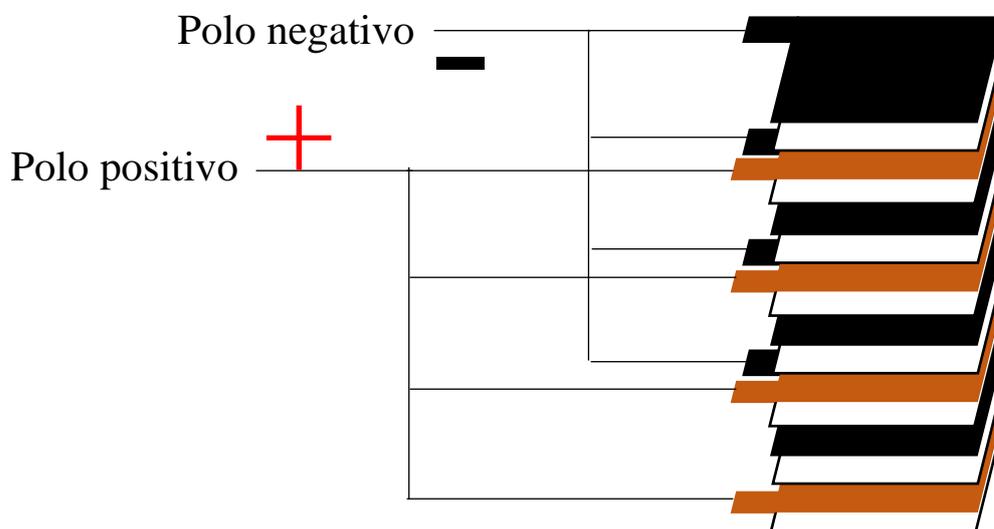


Figura 1.4 Schema di una batteria

Una volta che si è sovrapposto il numero di celle desiderato, queste vengono sigillate mediante un particolare polimero isolante e all'interno di questa protezione viene inserito il liquido che funge da elettrolita.

L'unica parte delle celle che fuoriesce dal guscio protettivo sono i tab, come si può osservare nella Figura 1.5. Essi vengono saldati l'uno all'altro andando a creare così i due poli della batteria. Grazie a questa operazione ogni cella che costituisce la batteria è sottoposta alla stessa differenza di potenziale.



Figura 1.5 Guscio protettivo e tab

Come si è detto in precedenza, ciò che differenzia un processo di produzione dall'altro è principalmente il metodo di accatastamento delle celle.

Il primo processo che presentiamo è lo *stacking*. Questo processo fa utilizzo di un separatore realizzato con un polimero altamente termoresistente. Nello *stacking* l'anodo ed il catodo della cella vengono fissati l'uno all'altro riscaldando ad alta temperatura il film di separatore che li divide. Il polimero in questa maniera raggiunge quasi la temperatura di fusione e mantiene incollati a sé i due elettrodi proprio come farebbe un adesivo. L'operazione che è stata appena descritta viene chiamata in gergo tecnico "saldatura". A questo punto le celle vengono impilate tramite dei delta robot, vengono racchiuse nella guaina di protezione e infine i tab vengono saldati tra di loro.

Nel *folding* proprio come nello *stacking*, gli elettrodi sono fissati al separatore mediante il calore ma, a differenza di quest'ultimo, si genera un nastro continuo di celle. Ciò avviene perché il separatore non viene tagliato sulla misura della cella, come avviene invece nello *stacking*. Prima della creazione della batteria si ha cioè una lunga fila di celle unite tra di loro da due strisce di separatore.

A questo punto le celle vengono accatastate piegando su sé stesso il nastro di separatore ed elettrodi. La Figura 1.6 mostra come viene svolta questa operazione. Come si può vedere la prima piega è eseguita su una semicella (sono presenti solo i due film di separatore e il catodo). La figura illustra anche il motivo per cui sono necessari due strati di separatore per cella: se non fosse presente anche il secondo strato si avrebbero degli elettrodi a contatto diretto e si genererebbero perciò dei cortocircuiti.

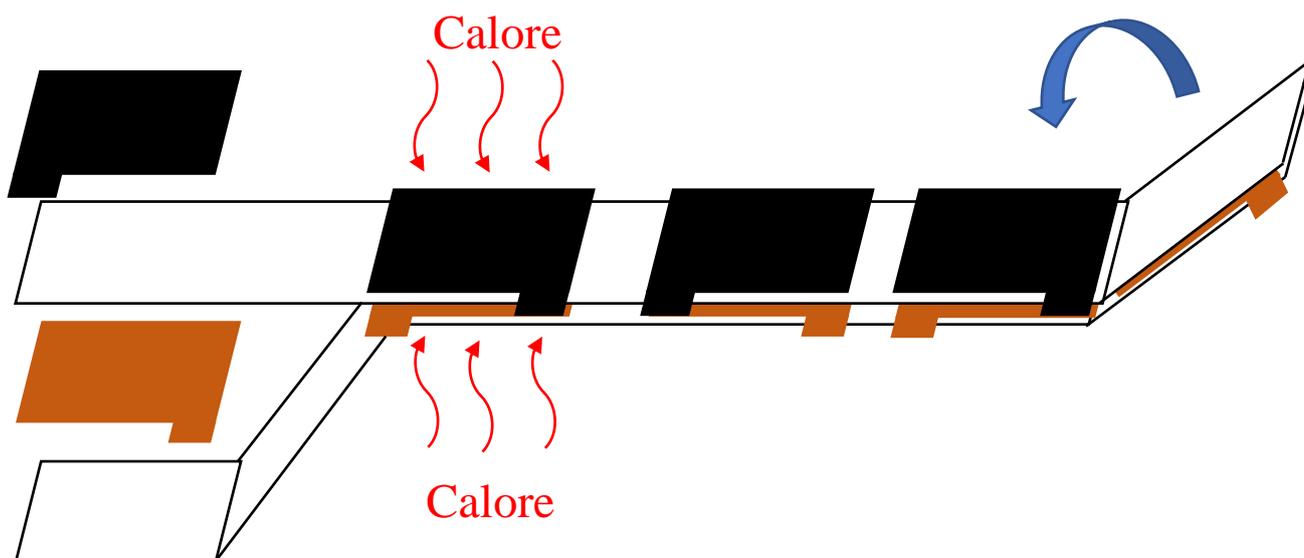


Figura 1.6 Processo di folding

Una volta che il nastro è stato piegato su sé stesso un numero congruo di volte, le strisce di separatore vengono recise, poi la batteria viene sigillata, riempita di elettrolita e i tab vengono saldati.

Il processo di *wound stacking* rappresenta il tentativo di semplificazione e miglioramento del processo di folding. La novità principale del wound stacking, processo brevettato, è il fatto che gli elettrodi non vengono saldati ai nastri di separatore.

Se non vi fosse nulla a mantenere in posizione gli elettrodi sui due nastri di separatore, questi sarebbero liberi di muoversi lungo di essi. Vi è quindi la necessità di mantenere in posizione tutti gli elementi che costituiscono la cella fino a quando la batteria non è stata realizzata.

Come per il processo di folding in questo caso i due nastri di separatore vengono tagliati al termine della creazione della batteria e la batteria viene realizzata avvolgendo le celle l'una sull'altra con la difficoltà di dover tenere fermi tra di loro i componenti di ciascuna cella durante la rotazione. Ciò viene realizzato esercitando una pressione sulle celle già avvolte tramite componenti appositi, come si vedrà nel paragrafo 3.4.

Di seguito vengono elencati i vantaggi e gli svantaggi principali della tecnologia wound stacking rispetto a quella di folding.

Vantaggi:

- il separatore può essere realizzato in un materiale molto meno costoso dato che non deve essere saldato. Questo comporta un risparmio notevole in termini di costi di materia prima;
- l'assenza dell'operazione di saldatura riduce drasticamente la lunghezza della linea e quindi il numero di macchinari di cui questa è composta. Ciò fa sì che una linea wound stacking abbia un costo di investimento iniziale molto inferiore;
- il ridotto numero di macchinari si traduce in un risparmio energetico di esercizio pari circa al 60%.

Svantaggi:

- maggiore complessità del meccanismo di avvolgimento delle celle;
- precisione nel posizionamento delle celle inferiore a quella ottenibile tramite il "Folding".

1.3 La linea

La Figura 1.7 rappresenta il prototipo di linea per il processo di wound stacking. Successivamente verranno mostrati i gruppi principali della linea e verranno descritte in breve le funzioni che ognuno di essi deve svolgere.

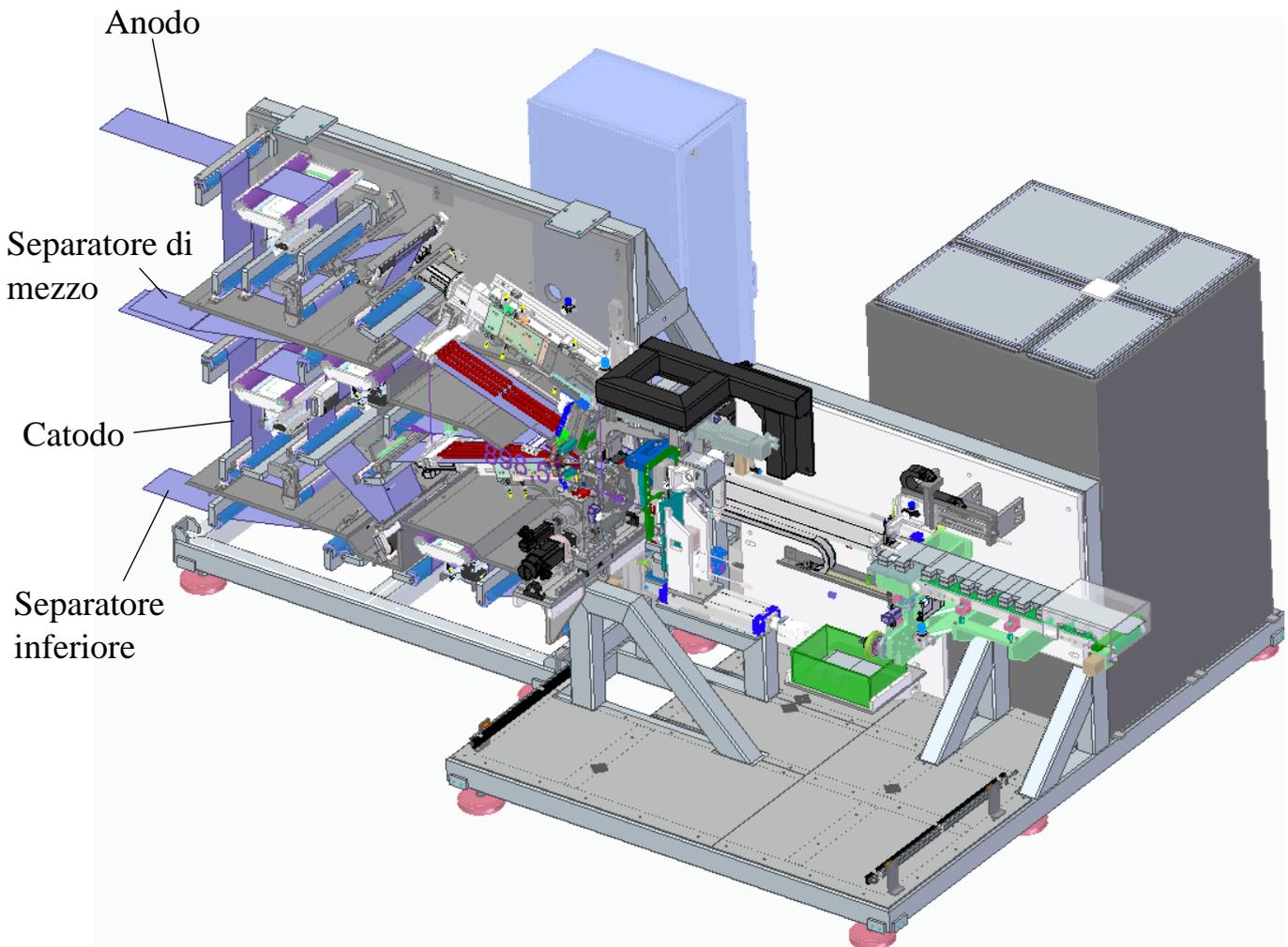


Figura 1.7 Linea wound stacking

Il materiale di partenza è rappresentato da quattro bobine: una per il catodo, una per l'anodo e due per i due strati di separatore. I tre materiali vengono svolti e mantenuti in tensione tramite un sistema di rulli.

Successivamente all'operazione di svolgitura i nastri di catodo e anodo passano attraverso un sistema di punzonatura che, asportando parte dei nastri, ha il compito di realizzare i tab (vedi Figura 1.8). Queste parti della linea non sono mostrate nell'immagine precedente, per semplicità, essendo di minor interesse nel progetto di tesi.

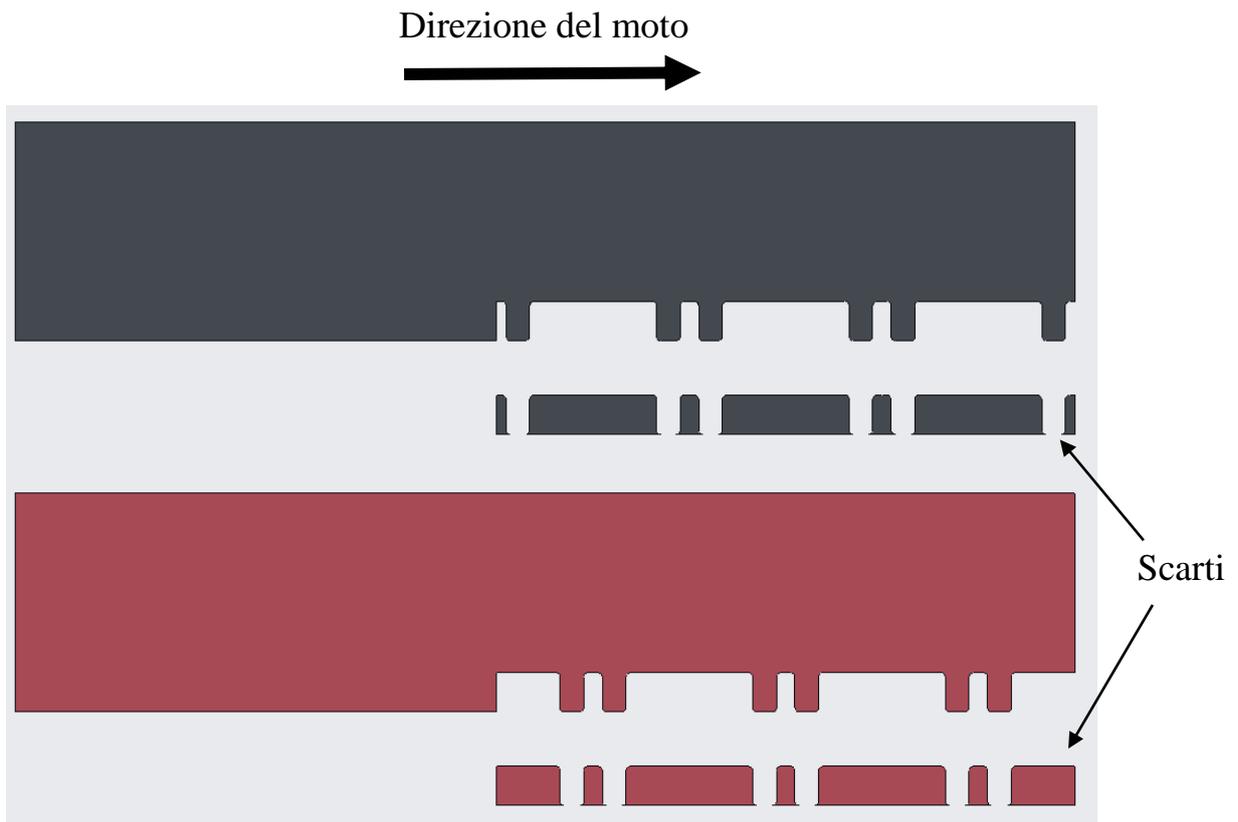


Figura 1.8 Creazione tab

Successivamente alla realizzazione dei tab, due coltelli tagliano su misura due elettrodi dai nastri di catodo e anodo. I coltelli sono raffigurati nella Figura 1.9:

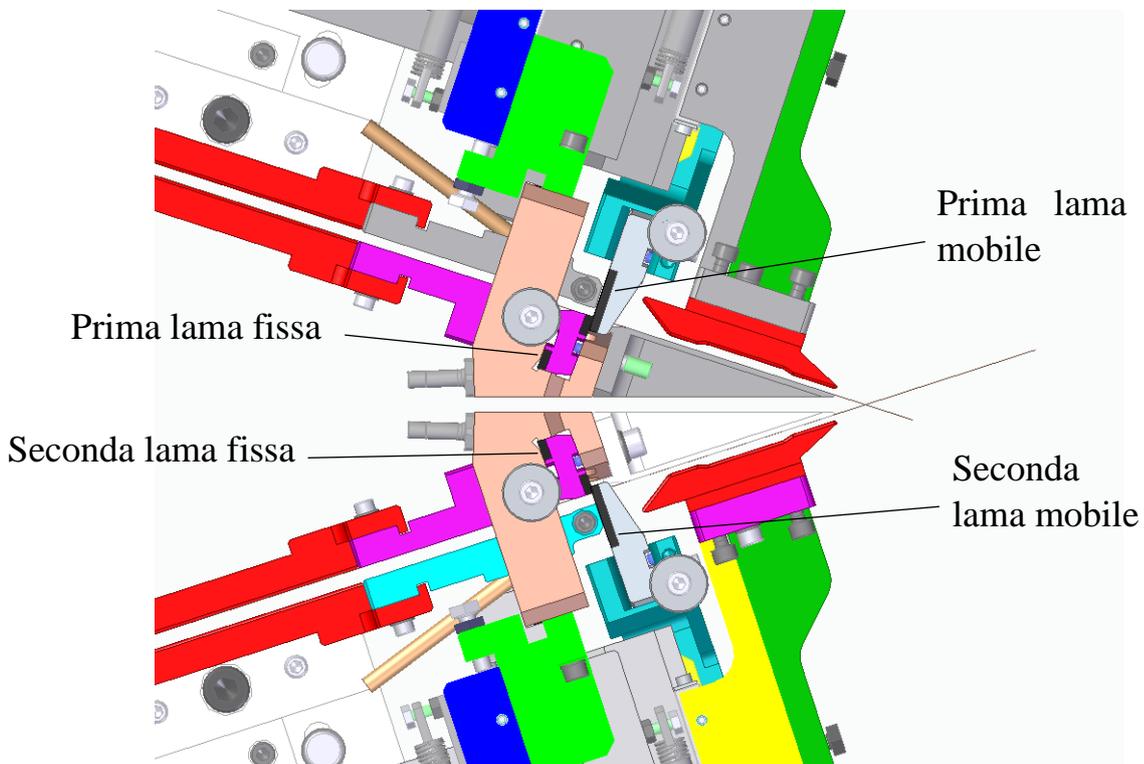


Figura 1.9 Dettaglio dei coltelli

La metodologia di taglio è molto simile a quella utilizzata nelle cesoie per il taglio di lamiera. Riducendo al minimo il gioco tra le due lame si riesce a realizzare un taglio netto e preciso. Gli elettrodi grazie al taglio acquisiscono la forma rappresentata in Figura 1.10.

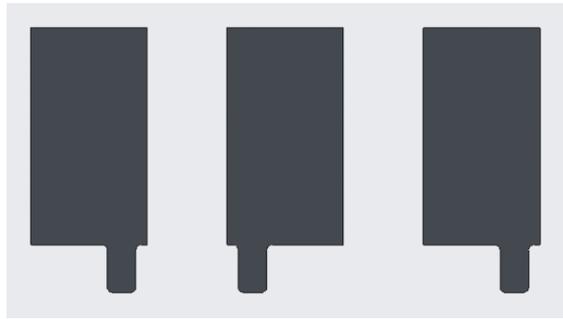


Figura 1.10 Forma finale degli elettrodi

A questo punto l'insieme di elettrodi e nastri separatori viene afferrato saldamente da una slitta a rullini (Figura 1.11). La pressione che i rullini esercitano sugli strati impedisce agli elettrodi di muoversi dalla loro posizione.

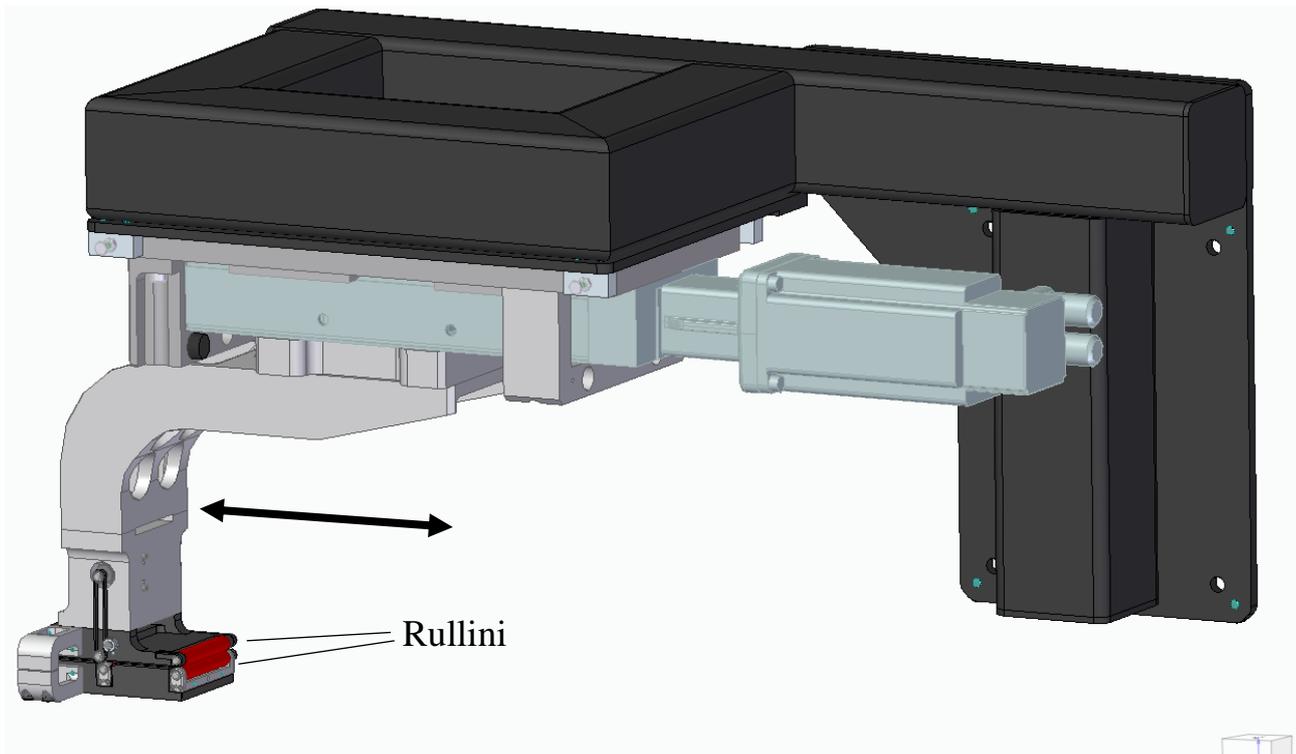


Figura 1.11 Slitta a rullini

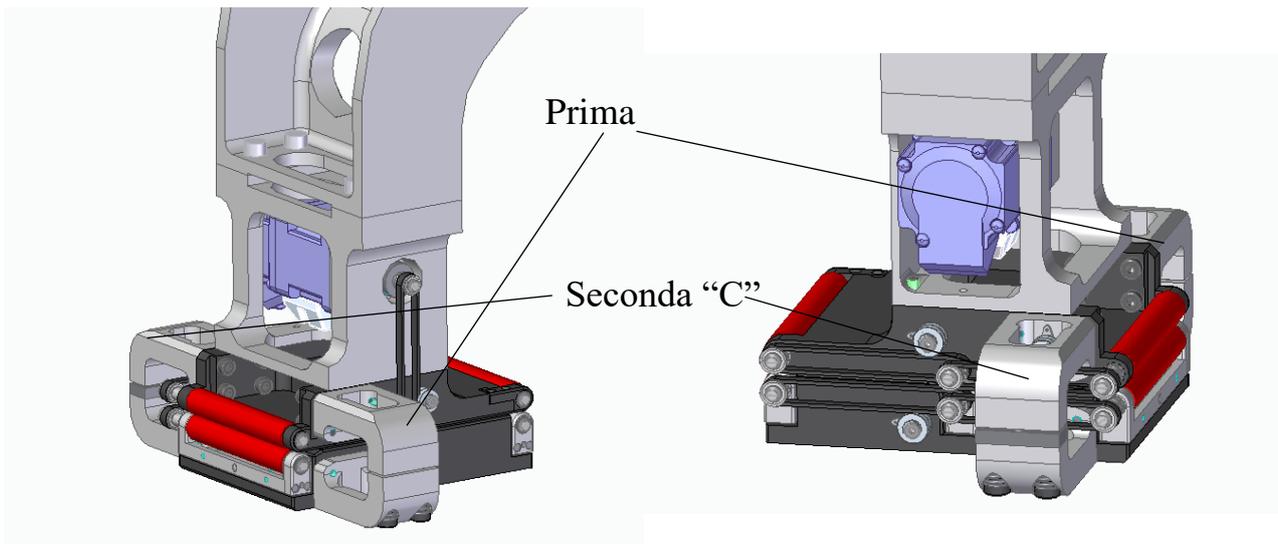


Figura 1.12 Elementi a "C"

I quattro materiali passano attraverso i due elementi a "C" (Figura 1.12) grazie ad un motore che mette in moto i rullini. La distanza tra le due "C" è maggiore della larghezza degli elettrodi (167 mm), per poter realizzare batterie di diverso formato.

La slitta accompagna i quattro materiali alla stazione di avvolgimento, rappresentata in Figura 1.13.

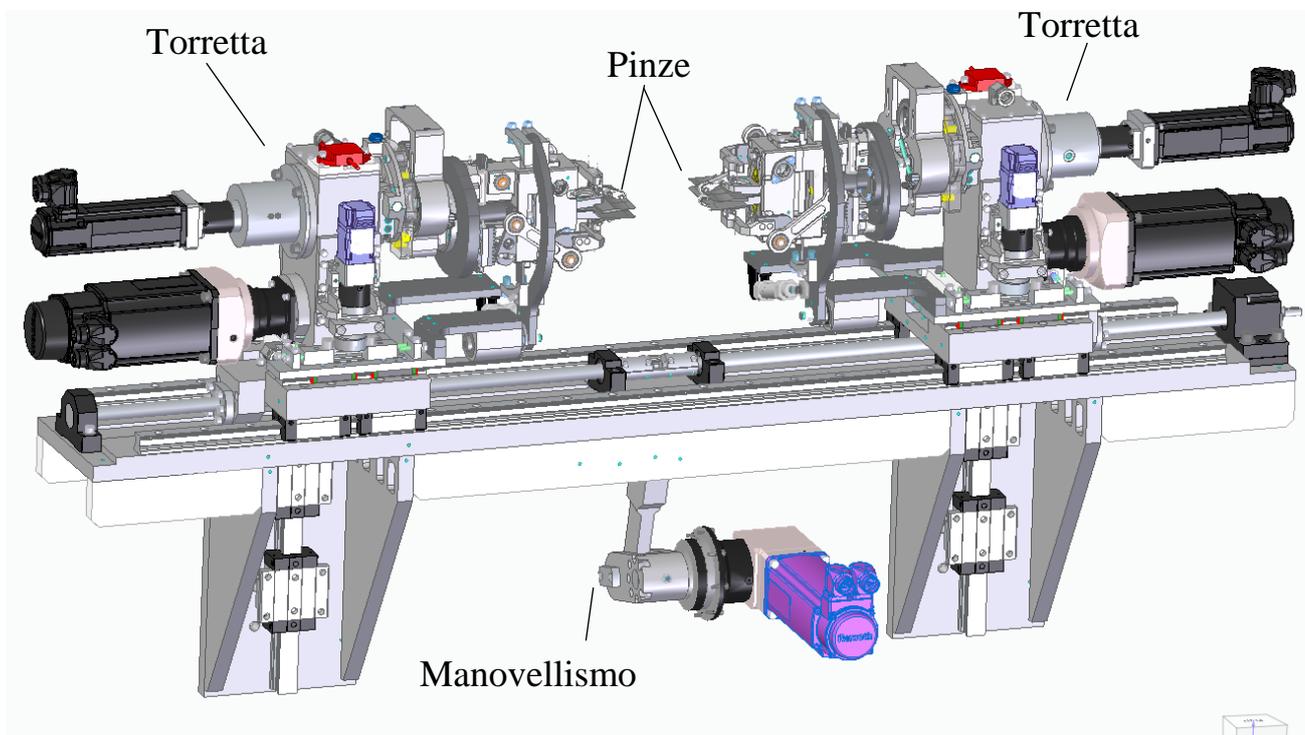


Figura 1.13 Complessivo della stazione

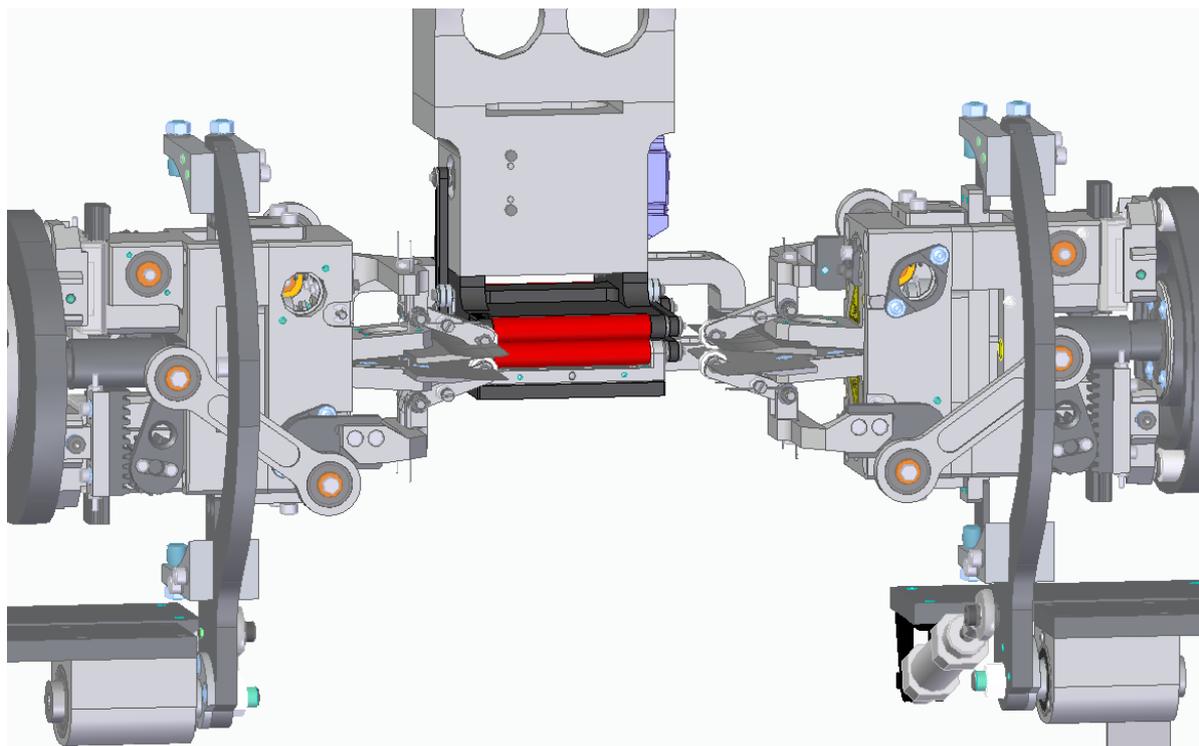


Figura 1.14 Dettaglio stazione di avvolgimento

La stazione è composta da un banco orizzontale che può essere sollevato o abbassato sul quale è montata una coppia di torrette speculari tra di loro che possono essere mosse in direzione orizzontale. Il banco necessita di essere mosso verticalmente poiché durante l'avvolgimento l'insieme dei due separatori e degli elettrodi deve rimanere orizzontale, per consentire il corretto funzionamento della slitta a rullini e del gruppo di avvolgimento; per questo il manovellismo di spinta sotto al banco solleva la stazione dello spessore di una cella a ogni nuovo avvolgimento, per compensare lo spessore del materiale.

Un meccanismo vite-madrevite consente di allontanare le due torrette per permettere interventi di manutenzione e di ispezione. Normalmente durante il funzionamento della linea questo azionamento non viene mosso.

Le torrette afferrano i materiali grazie a due coppie di pinze e iniziano ad avvolgere il tutto in sincronia per creare la batteria.

Una volta terminato l'avvolgimento, la batteria viene afferrata da due componenti detti "paperelle", le pinze vengono aperte, la batteria viene estratta e i nastri di separatore tagliati tramite due coltelli simili a quelli visti per il taglio degli elettrodi.

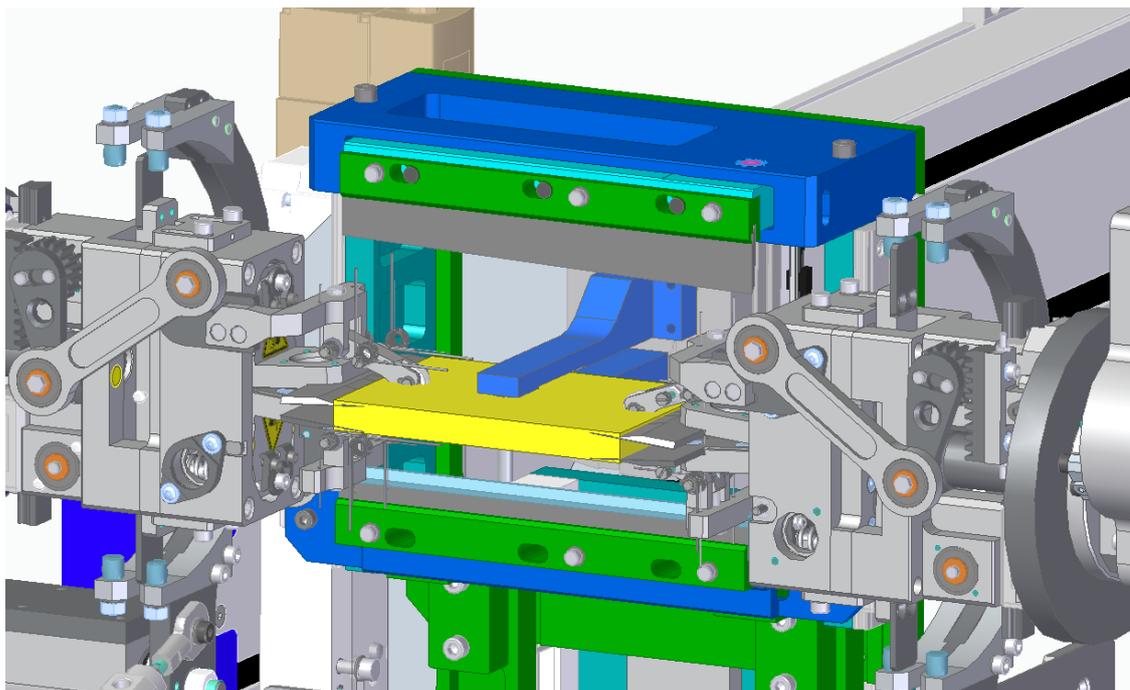


Figura 1.15 Passaggio della batteria

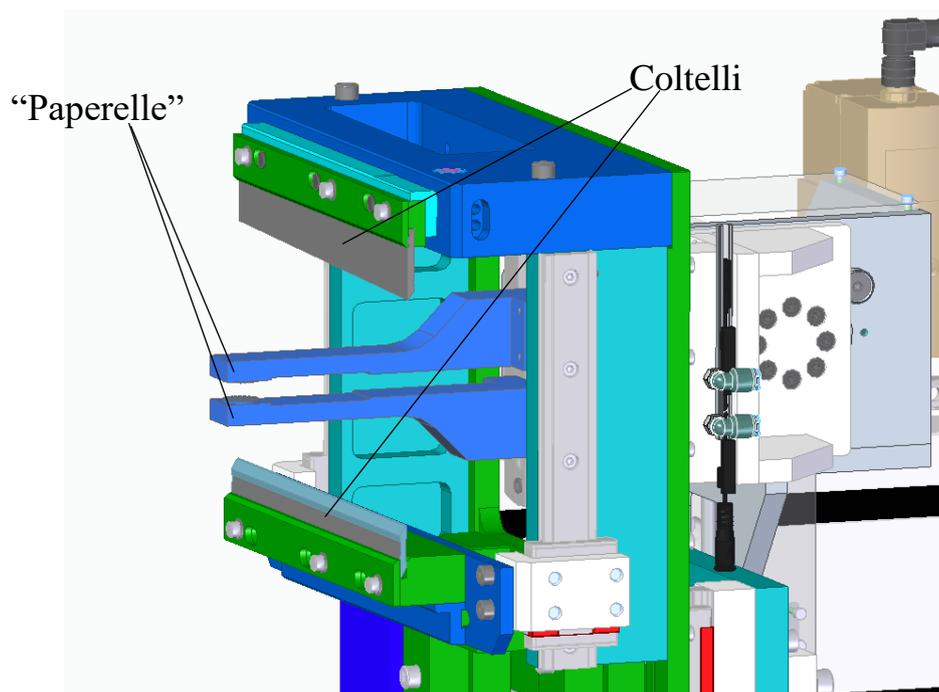


Figura 1.16 Dettaglio coltelli e "paperelle"

A questo punto le "paperelle" spostano la batteria verso il gruppo a valle mentre simultaneamente la stazione di avvolgimento inizia a realizzare una nuova batteria.

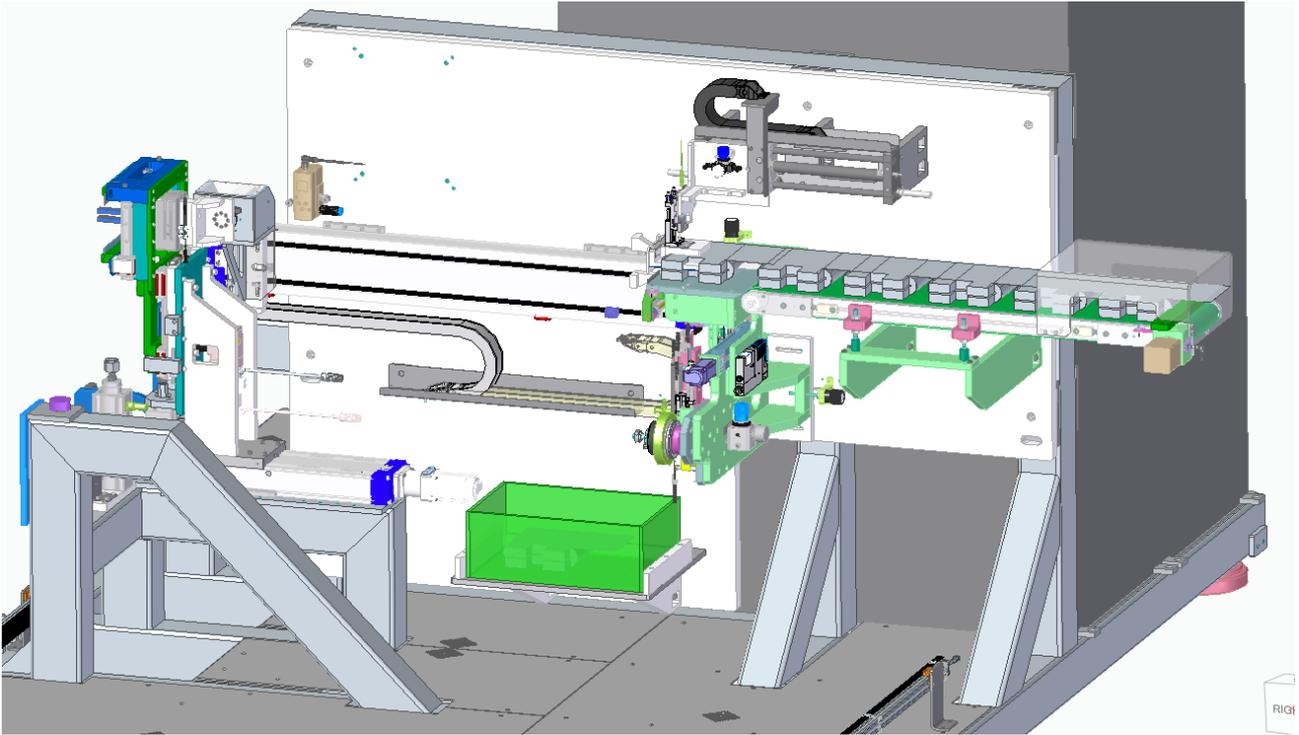


Figura 1.17 Gruppo per l'applicazione del nastro adesivo

L'ultimo gruppo (Figura 1.17) pone un pezzo di nastro adesivo sulla batteria per impedire che questa si svolga. Dopo che è stata eseguita questa operazione un nastro trasporta la batteria fino all'uscita della linea.

2 Obiettivi e metodi

2.1 Obiettivo della tesi

Il prototipo di macchina automatica che è stato presentato è stato realizzato dall' Ing. Pietro Bellano e dai suoi colleghi. L'obiettivo dell'azienda era quello di svolgere indagini di verifica sul prototipo di linea wound stacking mentre questo veniva testato nel reparto di produzione. In particolare, alla Manz premeva verificare la scelta dei cuscinetti e delle guide lineari montate sulle teste che realizzano l'avvolgimento delle celle.

Queste, infatti, sono tra le parti della linea maggiormente sollecitate durante il funzionamento poiché devono sopportare accelerazioni, e quindi forze d'inerzia, molto elevate.

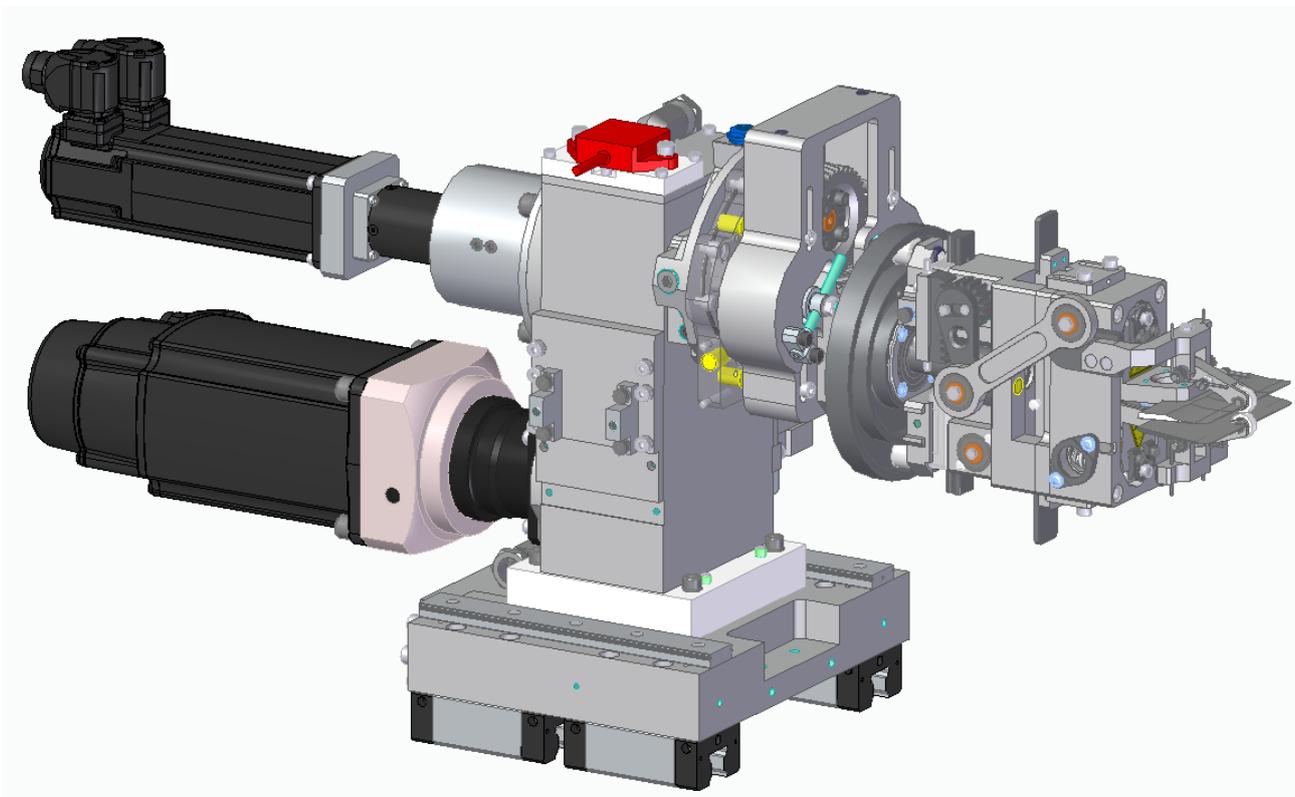


Figura 2.1 Gruppo per l'avvolgimento

2.2 Modalità di analisi

Per verificare i cuscinetti e le guide lineari del meccanismo è necessario conoscere l'andamento nel tempo dei carichi a cui essi sono soggetti. Occorre, perciò, effettuare un'analisi dinamica.

Per svolgere l'analisi dinamica bisogna costruire un modello che tenga conto delle geometrie delle parti, dei vincoli che connettono l'una all'altra, delle masse e inerzie dei corpi, delle leggi di moto, dei gradi di libertà (GdL) ed infine dei carichi resistenti a cui è sottoposto il sistema.

Si è scelto di procedere in parallelo con la costruzione di due modelli:

- modello multibody con il software di simulazione Adams prodotto da MSC;
- modello matematico MATLAB.

Il modello matematico, come verrà mostrato in seguito, consentirà di scegliere all'interno del software MSC i metodi più opportuni per la costruzione del modello multibody e di validare i risultati ottenuti.

2.3 Fasi dell'analisi

A partire dal software CAD otterremo informazioni sulla geometria e sul materiale delle parti e, quindi, sulle inerzie dei componenti del gruppo.

Come vedremo in seguito, sarà anche necessario ridurre il numero di componenti di cui è composto il gruppo per non gravare troppo sui tempi di calcolo.

Dato che effettueremo per prima un'analisi di corpo rigido, dovremo imporre i carichi resistenti a cui è soggetto il gruppo, definire masse e inerzie dei componenti ed imporre i vincoli alle varie parti, assicurandoci di ottenere il corretto numero di GdL.

Una volta fatto ciò si possono assegnare le leggi di moto ai giunti attuati. Così facendo i modelli restituiranno l'andamento nel tempo delle reazioni vincolari e delle coppie motrici. Con questi dati si può procedere alla verifica dei componenti.

Lo schema del procedimento di analisi è rappresentato nella Figura 2.2.

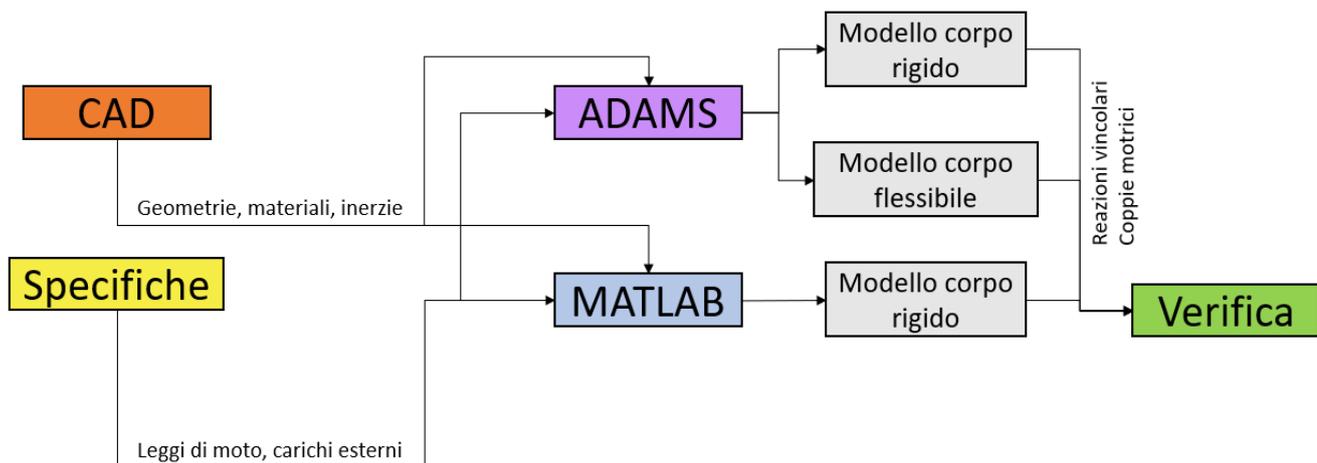


Figura 2.2 Fasi dell'analisi

Per il modello Adams verranno realizzate *due versioni*: una semplificata e una più completa mentre per quello MATLAB una solamente. Nel modello MATLAB e nella prima versione del modello Adams verrà effettuata un'analisi di dinamica inversa di corpo rigido, senza considerare le forze di contatto ma imponendo il moto relativo (noto a priori) tra i corpi a contatto.

Nella seconda versione del modello Adams, invece, verranno modellate anche le forze che si scambiano i denti delle ruote dentate del meccanismo e i vincoli di contatto presenti tra i membri. Questo per ottenere un andamento più realistico delle forze e delle coppie che vengono esercitate sui componenti da verificare.

La seconda versione del modello multibody è invece un'analisi dinamica diretta; il meccanismo, dopo avere assegnato le leggi di moto agli alberi motori, non ha più zero GdL ed è governato da un sistema di equazioni differenziali non lineare. Adams, infatti, definisce i gradi di libertà non secondo la definizione usuale della Meccanica Applicata (ovvero come le variabili che definiscono completamente la configurazione del sistema), ma semplicemente come tutte e sole le variabili il cui andamento nel tempo non è noto a priori.

In Adams, i vincoli di ingranamento tra le ruote dentate e di contatto tra i corpi vengono implementati tramite un “motore grafico” che utilizza la geometria delle parti per calcolare le direzioni lungo le quali vengono scambiate le forze. Tale calcolo sarebbe difficile da replicare in MATLAB; pertanto, avendo già validato la prima versione del modello Adams, la seconda non verrà confrontata con i risultati di MATLAB.

Poiché la seconda versione del modello multibody fornisce i valori più elevati dei carichi, verranno utilizzati i risultati di quest’ultima analisi per verificare cuscinetti e guide lineari.

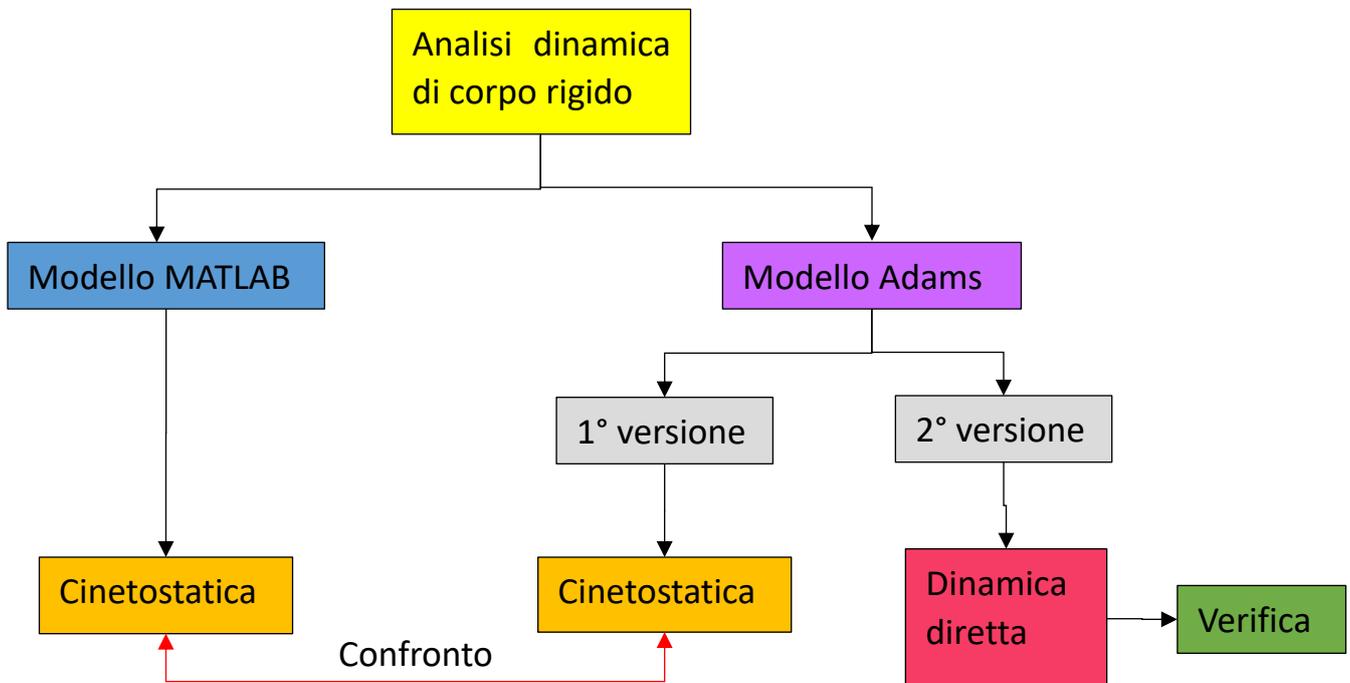


Figura 2.3 Confronto tra i modelli sviluppati in MATLAB e in Adams

3 Funzionamento gruppo di avvolgimento

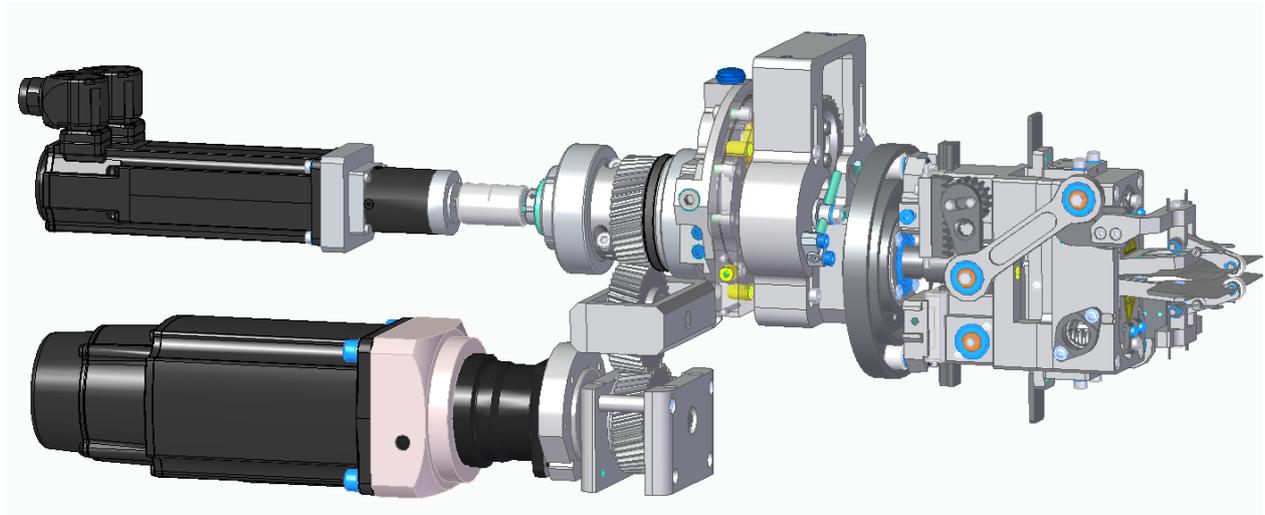


Figura 3.1 Gruppo per l'avvolgimento

3.1 I gradi di libertà

Il meccanismo che realizza l'avvolgimento delle celle possiede due GdL e, come si vede dall'immagine precedente, è messo in movimento da due motori.

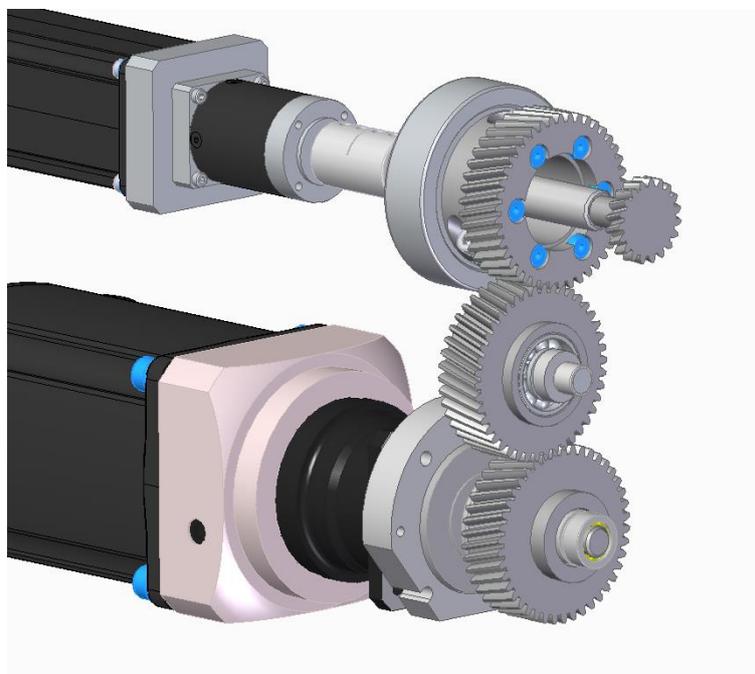


Figura 3.2 Primo e secondo albero

Chiamiamo primo albero quello più esterno, azionato dal motore più grande, e secondo albero quello interno. I due motori sono su assi paralleli e il motore più grande trasmette il moto, grazie a un rotismo con tre ruote elicoidali, al primo albero, il cui asse coincide con quello del secondo, come si vede in Figura 3.2.

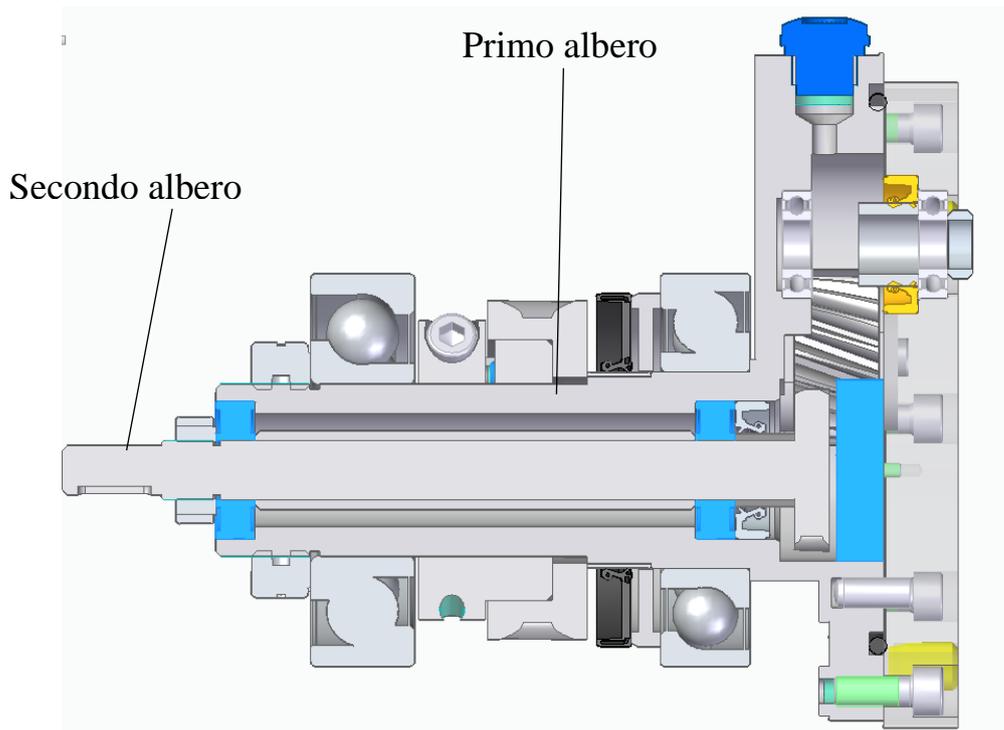


Figura 3.3 Sezione dei due alberi

Una coppia di cuscinetti sostiene il secondo albero all'interno del primo, mentre un'altra coppia consente la rotazione del primo albero rispetto al carter della torretta.

Nel seguito, rappresentiamo con uno stesso colore tutti i pezzi che si muovono solidalmente l'uno all'altro, per chiarezza.

La rotazione del primo albero intorno al proprio asse A1 fa ruotare solidalmente tutti gli elementi in Figura 3.4 intorno ad A1.

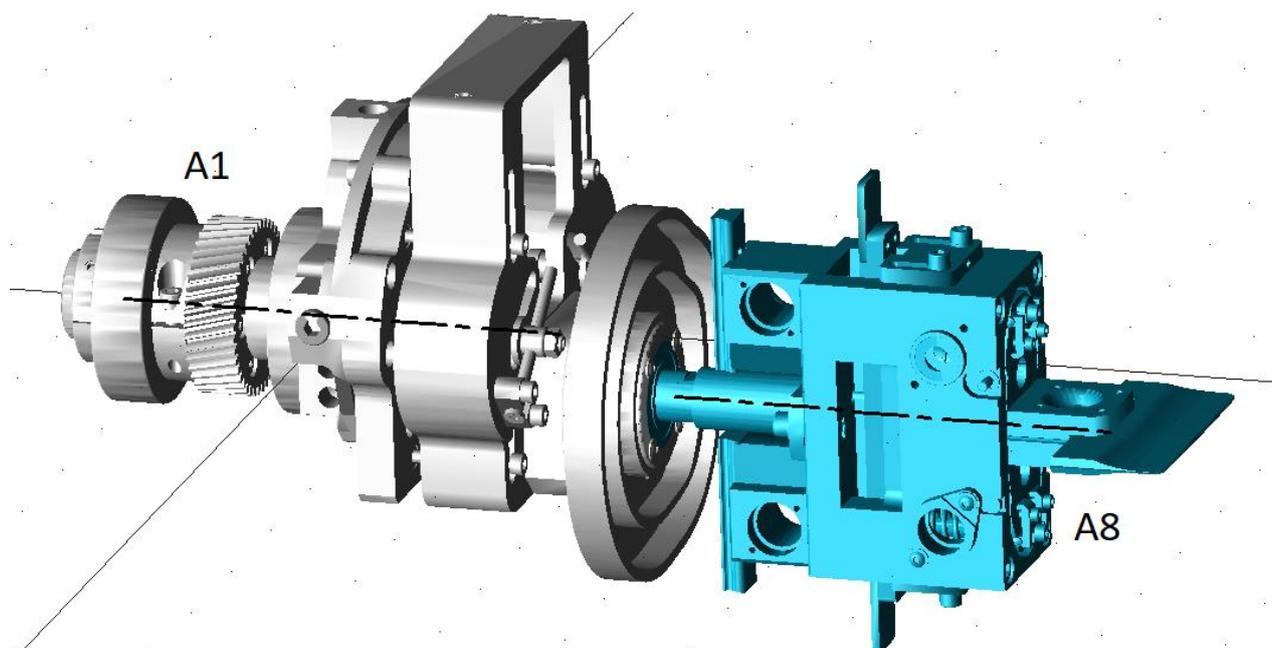


Figura 3.4 Gruppo che ruota solidalmente al primo albero, attorno ad A1

Il corpo azzurro può inoltre ruotare a sua volta attorno all'asse A8 sul corpo grigio.

A1 ed A8 sono paralleli tra di loro. Chiamiamo eccentricità e la distanza tra A1 ed A8, che ruota attorno all'asse A1.

Il corpo azzurro è messo in rotazione attorno all'asse A8 dal secondo albero (corpo viola). La trasmissione del moto dal secondo albero al corpo azzurro è ottenuta tramite il sistema nella Figura 3.5.

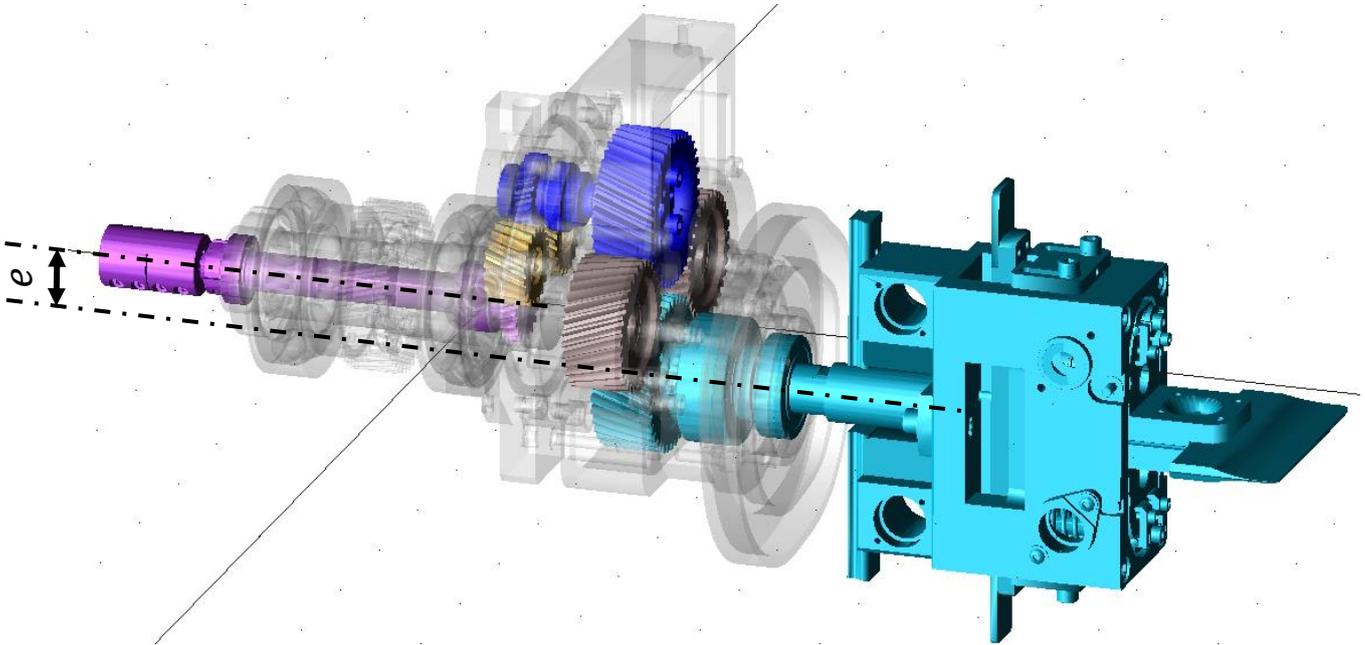


Figura 3.5 Trasmissione del moto al corpo azzurro

Una ruota dentata a denti elicoidali è calettata sulla parte terminale del secondo albero. Grazie a questa e ad un rotismo interno al corpo grigio è possibile trasmettere il moto dal corpo viola al corpo azzurro. Il corpo viola, il corpo grigio e le due ruote elicoidali gialle costituiscono assieme un rotismo epicicloidale: le due ruote gialle sono i satelliti, l'albero viola è il solare e il corpo grigio è il portasatelliti.

Quando il corpo grigio non ruota, il rapporto di trasmissione complessivo tra ruota viola e ruota azzurra è unitario.

Sono possibili quindi tre combinazioni di rotazioni:

- 1) Si mantiene il primo albero fermo e si fa ruotare solamente il secondo (Figura 3.6). In questo caso l'asse A8 rimane fermo nello spazio e il corpo azzurro ruota attorno ad esso.

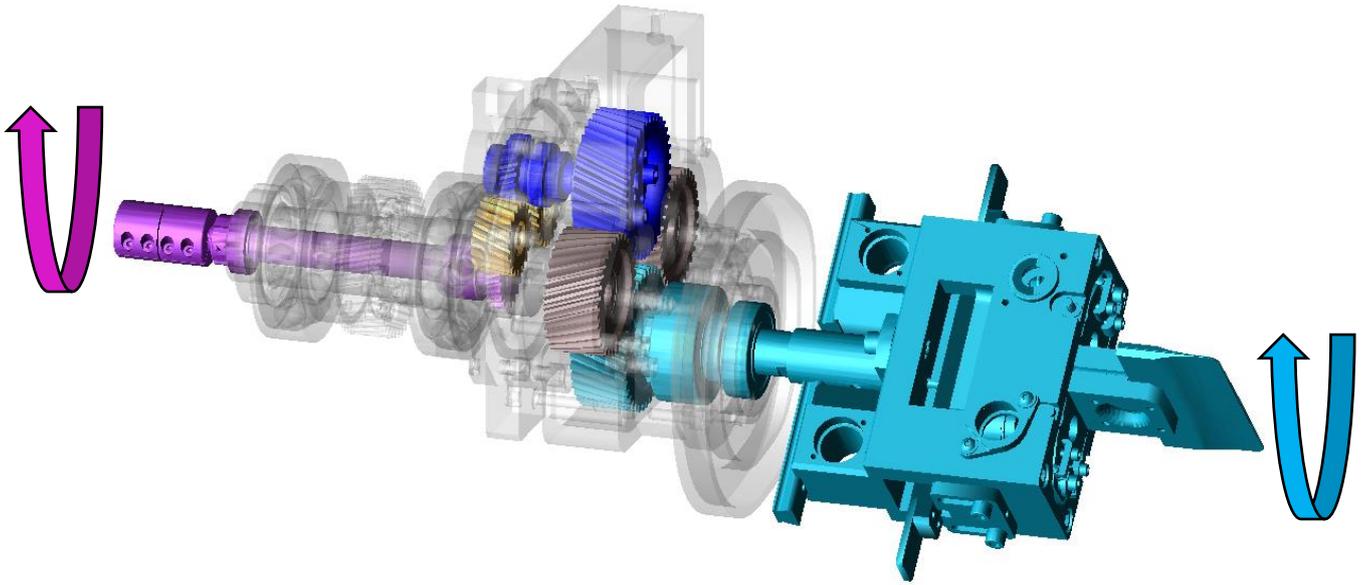


Figura 3.6 Primo caso: rotazione solo del secondo albero

- 2) Si mantiene il secondo albero fermo e si fa ruotare solamente il primo (Figura 3.7). In questo caso il corpo azzurro non ruota rispetto al corpo viola mentre il corpo grigio si trascina dietro nella sua rotazione l'asse A8. In definitiva il corpo azzurro trasla senza ruotare.

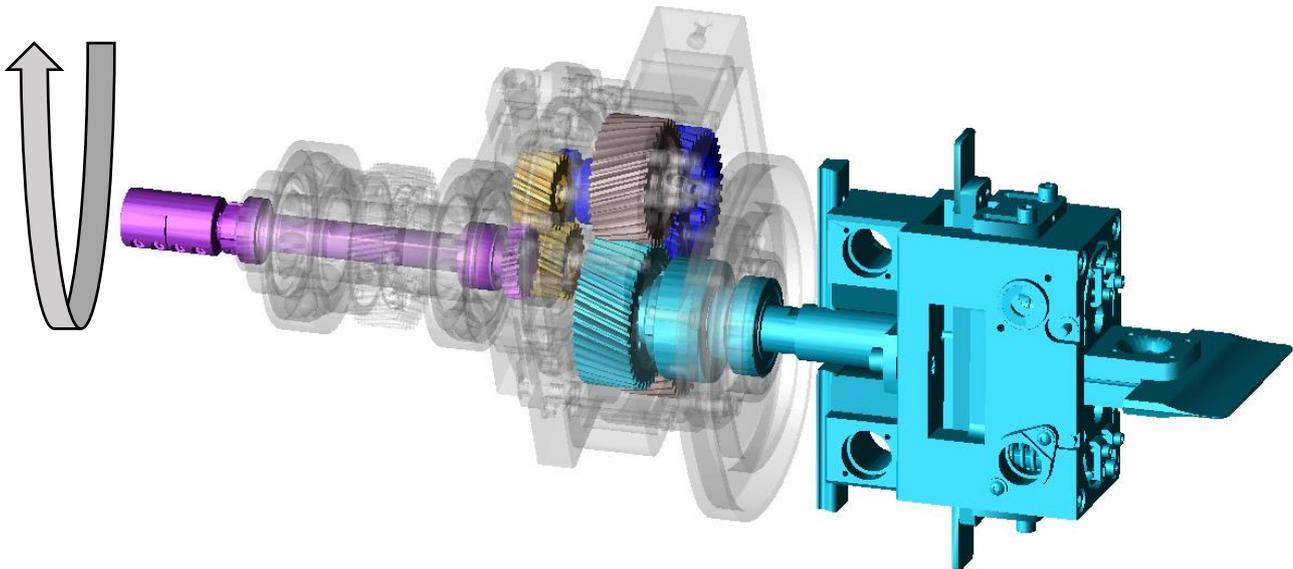


Figura 3.7 Secondo caso: rotazione solo del primo albero

- 3) Si combinano le due rotazioni precedenti. In questo modo è possibile far sì che un punto del corpo azzurro giacente su un piano ortogonale ad A1 segua una traiettoria prestabilita su tale piano.

In pratica se prendiamo un punto P a piacere del corpo azzurro giacente su un piano ortogonale ad A1 e fissiamo su questo piano un sistema di riferimento XY siamo in grado di assegnare al punto P due leggi $X = X(t)$ e $Y = Y(t)$ a piacere (e quindi una traiettoria).

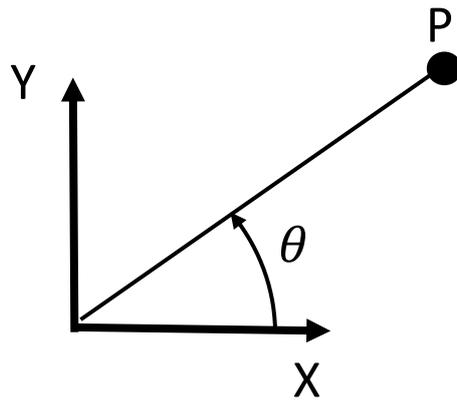


Figura 3.8 Piano XY di moto del punto

L'eccentricità e tra gli assi A1-A8 e la distanza l del punto scelto sul corpo azzurro (vedi Figura 3.4) dall'asse A8 definiscono intrinsecamente lo spazio di lavoro ovvero il dominio (X,Y) delle posizioni che il punto P scelto può occupare (Figura 3.9). La distanza d del punto P dall'asse A1 sarà compresa tra

$$|e - l| \leq d \leq e + l$$

Mostriamo in Figura 3.9 uno schema dello spazio di lavoro ottenibile nel caso $l > e$:

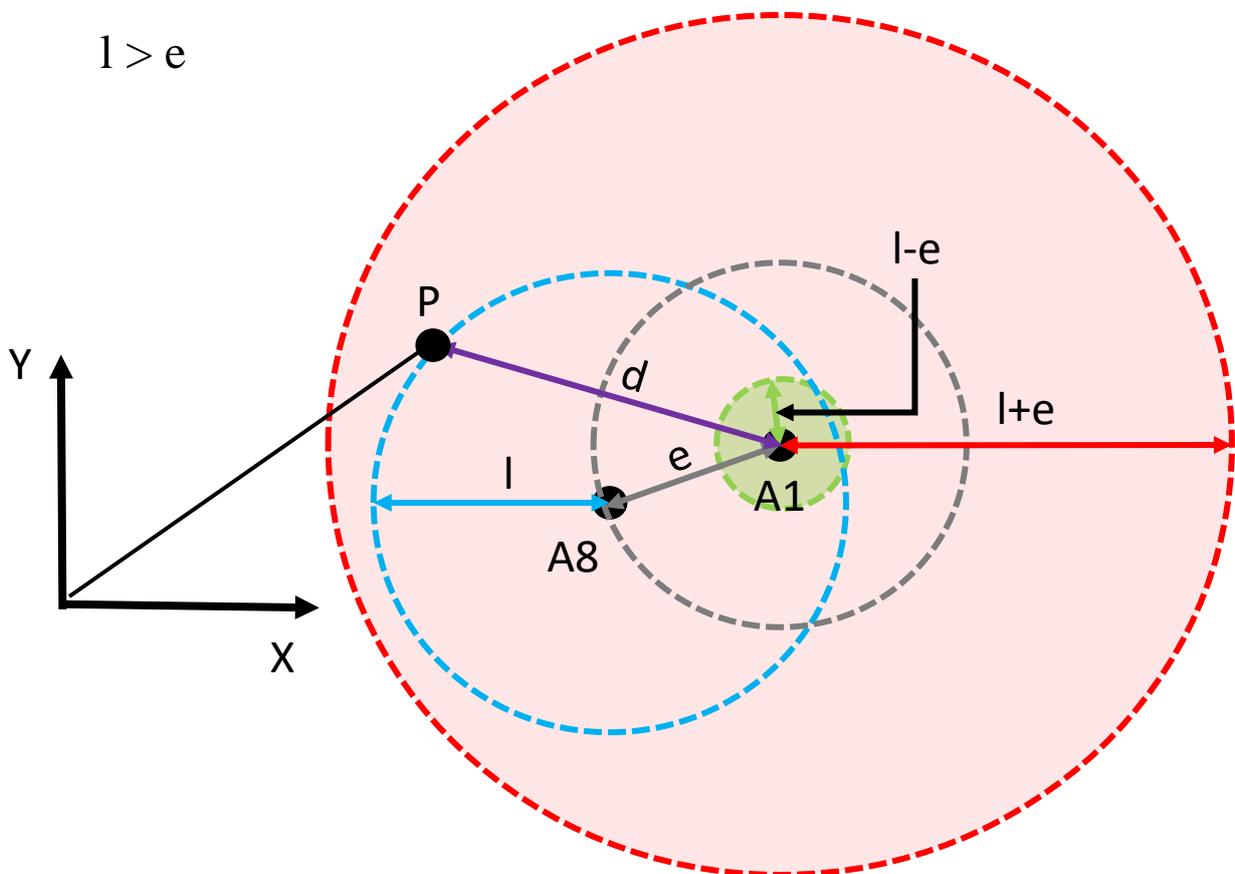


Figura 3.9 Spazio di lavoro

Lo spazio di lavoro in questo caso è rappresentato dalla zona rossa meno la zona verde.
 Il punto del corpo azzurro che andremo ora a considerare è il punto P attorno al quale viene avvolto il materiale che costituisce la cella. Esso è indicato nella Figura 3.10 da una X rossa.
 Il materiale, dopo essere stato afferrato dalle pinze nere (solidali al corpo azzurro), viene avvolto attorno a queste.

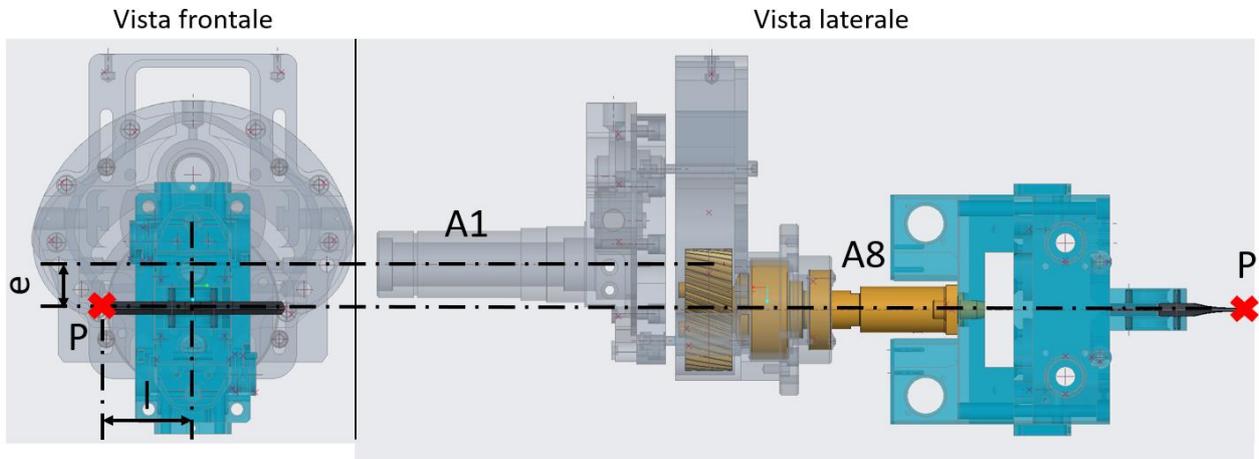


Figura 3.10 Punto P sulle pinze

La posizione del punto P è tale per cui vale la relazione

$$l = 2 \cdot e \quad (1)$$

Il nastro che deve essere avvolto deve mantenersi orizzontale per consentire alla slitta a rullini di inserire correttamente gli elettrodi; inoltre la sua velocità di avanzamento a regime deve essere costante.

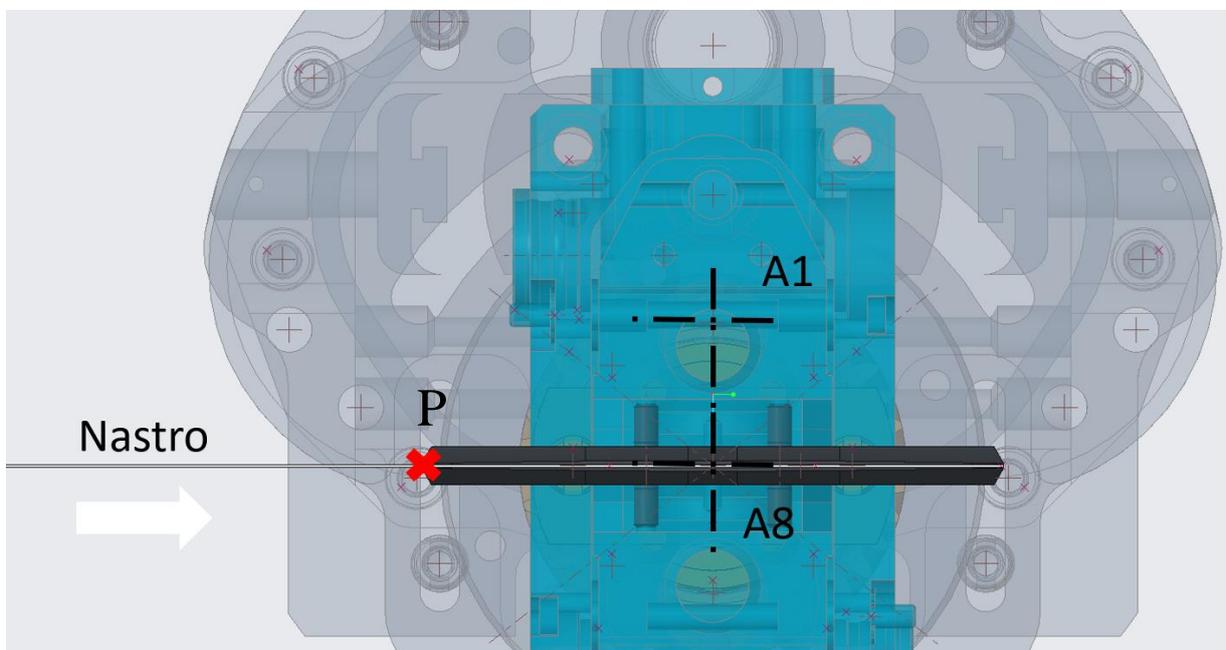


Figura 3.11 Nastro e punto di avvolgimento

Questo equivale a dire che il punto di avvolgimento P dovrà muoversi a regime di moto rettilineo uniforme orizzontale per far sì che il nastro non si inclini rispetto a un piano orizzontale né vari la sua velocità.

Scriviamo ora in forma generale la traiettoria di un punto nel piano e ricaviamo da questa le leggi di moto da dare ai due alberi coassiali in modo tale che il punto P si muova lungo la traiettoria voluta.

3.2 Traiettoria del punto di avvolgimento

Definiamo il piano Π , normale all'asse A1 e passante per il punto P. Poniamo l'origine O_1 degli assi X e Y nel punto di intersezione tra l'asse A1 e il piano Π . Chiamiamo O_8 il punto di intersezione dell'asse A8 con il piano Π . Definiamo gli angoli θ_1 e θ_8 come nella Figura 3.12:

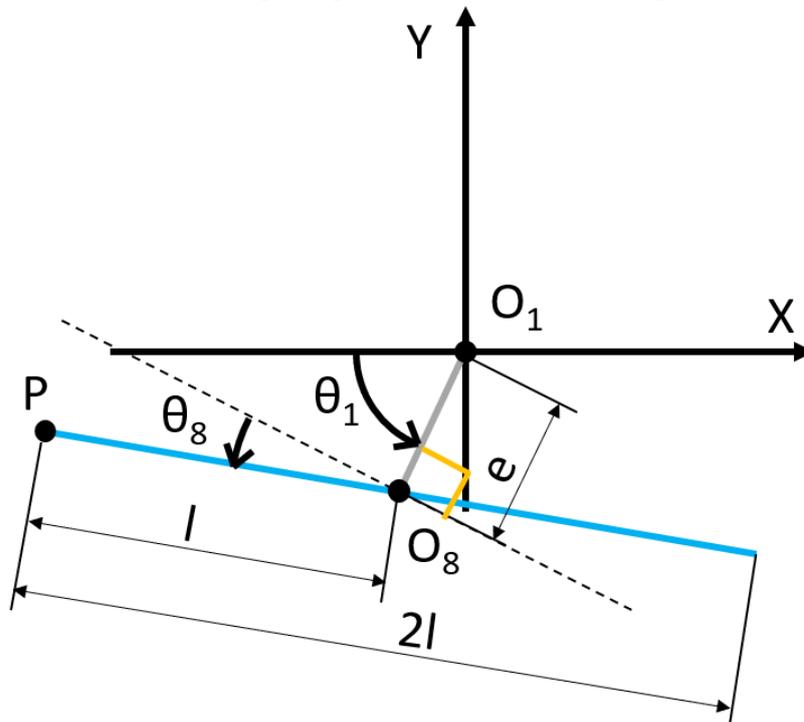


Figura 3.12 Modello per la cinematica

Le coordinate di O_8 sono

$$\begin{cases} x_{O_8} = -e \cos \theta_1 \\ y_{O_8} = -e \sin \theta_1 \end{cases}$$

e le coordinate di P sono

$$\begin{cases} x_P = x_{O_8} - l \sin(\theta_1 + \theta_8) = -e \cos \theta_1 - l \sin(\theta_1 + \theta_8) \\ y_P = x_{O_8} + l \cos(\theta_1 + \theta_8) = -e \sin \theta_1 + l \cos(\theta_1 + \theta_8) \end{cases}$$

Note le coordinate di P , si ottiene un sistema non lineare di due equazioni nelle due incognite θ_1 e θ_8 . Esso può essere risolto numericamente imponendo una soluzione di primo tentativo $(\theta_{1,I}; \theta_{8,I})$ da cui far partire l'algoritmo iterativo.

Una volta ottenuta la soluzione bisogna assicurarsi che questa sia effettivamente la soluzione desiderata. Come possiamo vedere dalla Figura 3.13, infatti, le soluzioni possibili sono due.

Le due possibili configurazioni sono speculari rispetto all'asse che congiunge il punto P ad O_1 . Una delle due soluzioni viene quindi scartata imponendo la continuità del moto del meccanismo.

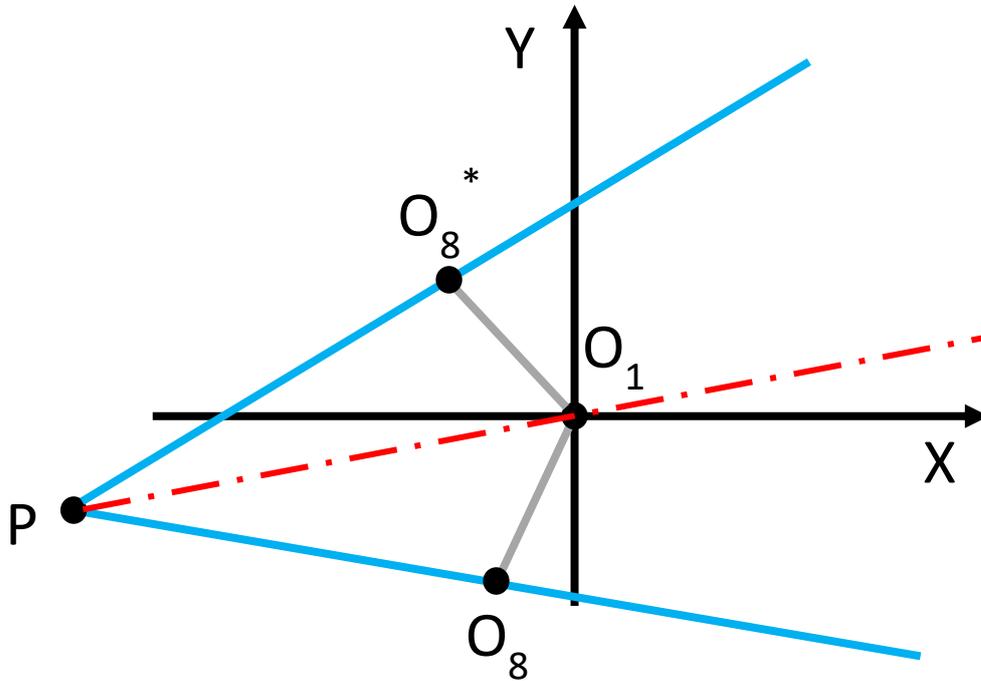


Figura 3.13 Possibili soluzioni della cinematica inversa, per data posizione di P

A questo punto θ_1 e θ_8 sono noti e le equazioni di chiusura possono essere derivate rispetto al tempo per ottenere $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_8$ in funzione di \dot{x}_P e di \dot{y}_P :

$$\begin{cases} \dot{x}_P = e\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \cos(\theta_1 + \theta_8) \\ \dot{y}_P = -e\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \sin(\theta_1 + \theta_8) \end{cases}$$

Il sistema di equazioni può essere riscritto in forma matriciale come

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (2)$$

essendo

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{bmatrix} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_8 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} e \sin \theta_1 - l \cos(\theta_1 + \theta_8) & -l \cos(\theta_1 + \theta_8) \\ -e \cos \theta_1 - l \sin(\theta_1 + \theta_8) & -l \sin(\theta_1 + \theta_8) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Poiché θ_1 e θ_8 sono noti e così pure la velocità del punto P, il sistema è lineare nelle incognite $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_8$. La soluzione $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ è univoca:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^{-1}\dot{\mathbf{P}}$$

Derivando rispetto al tempo l'equazione (2) si ottiene

$$\ddot{\mathbf{P}} = \mathbf{j}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}}$$

con

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{P}} &= \begin{bmatrix} \ddot{x}_P \\ \ddot{y}_P \end{bmatrix} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_8 \end{bmatrix} \\ \mathbf{j} &= \begin{bmatrix} e\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \sin(\theta_1 + \theta_8) & l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \sin(\theta_1 + \theta_8) \\ e\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \cos(\theta_1 + \theta_8) & -l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_8) \cos(\theta_1 + \theta_8) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Ora che, oltre a conoscere i valori di θ_1 e θ_8 , sono noti anche i valori di $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_8$ è possibile ricavare l'espressione di $\ddot{\theta}_1$ e $\ddot{\theta}_8$ risolvendo un altro sistema lineare:

$$\ddot{\theta} = J^{-1}(\ddot{P} - \dot{J}\dot{\theta})$$

Tutto ciò vale nel caso di moto generale del punto P. Imponiamo ora che il punto P si muova di moto rettilineo uniforme orizzontale e che la posizione di partenza sia quella indicata dalla X rossa nelle immagini precedenti. Le condizioni all'istante iniziale $t = 0$ e al generico tempo t sono

$$\begin{cases} x_P(0) = -l \\ y_P(0) = -e \\ \dot{x}_P(t) = \dot{x}_P(0) \\ \dot{y}_P(t) = 0 \\ \ddot{x}_P(t) = 0 \\ \ddot{y}_P(t) = 0 \end{cases}$$

da cui si ottiene immediatamente

$$\begin{cases} x_P(t) = -l + \dot{x}_P(0)t \\ y_P(t) = -e \end{cases}$$

Grazie allo studio della traiettoria si possono ricavare le leggi di moto $\theta_1(t)$, $\theta_8(t)$, $\dot{\theta}_1(t)$, $\dot{\theta}_8(t)$, $\ddot{\theta}_1(t)$, $\ddot{\theta}_8(t)$ che permettono al punto P di seguire la traiettoria voluta.

Il meccanismo di avvolgimento batterie è composto da due manovelle incernierate tra di loro di cui una incernierata anche al telaio. Imponendo un moto rettilineo orizzontale uniforme al punto P ($y_P(t) = -e$ costante), è come se avessimo aggiunto in P un corsoio che consenta al punto solo la traslazione lungo la retta $y = -e$.

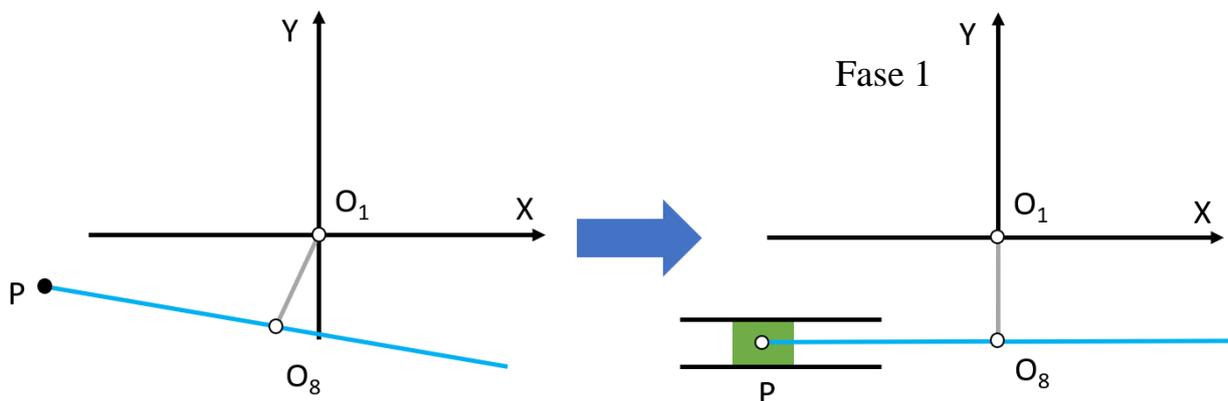


Figura 3.14 Equivalenza tra il meccanismo in esame e un manovellismo di spinta

Con l'imposizione di questo vincolo il sistema a due manovelle (che ha due GdL) diventa equiparabile a un manovellismo di spinta (un GdL) come illustrato in Figura 3.14.

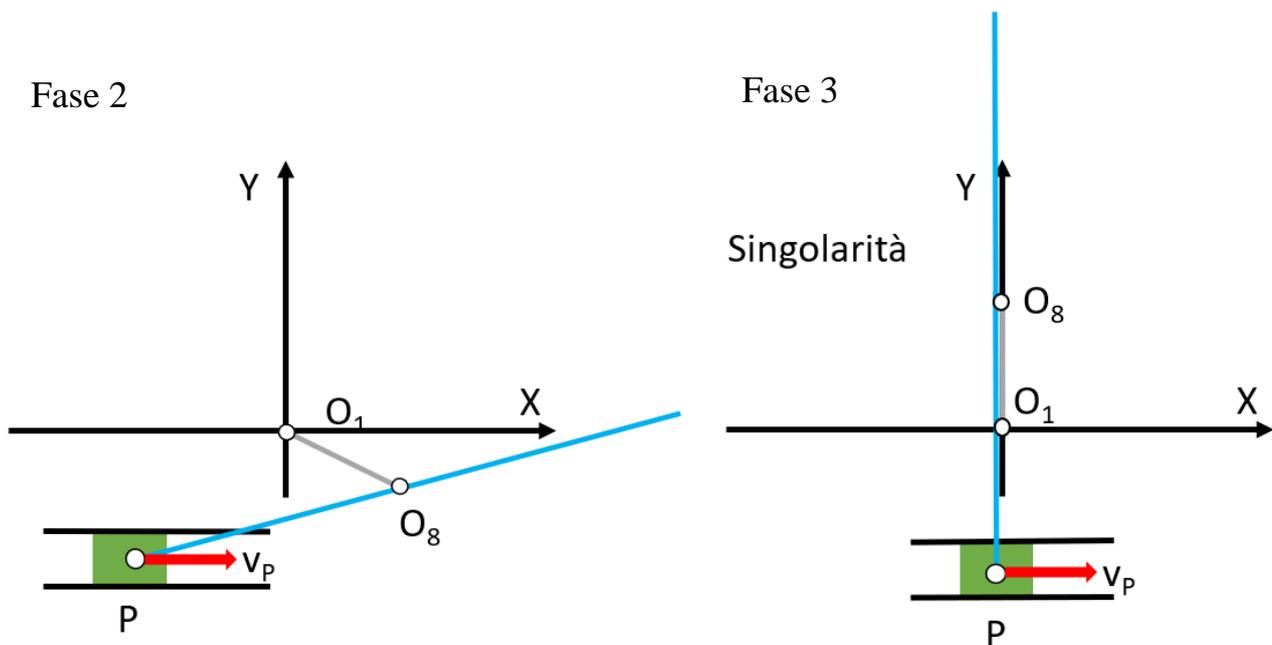


Figura 3.15 Singolarità

È bene notare che il manovellismo può entrare in singolarità. Questo accade quando la manovella $\overline{O_1O_8}$ e la biella $\overline{O_8P}$ sono entrambe coincidenti con l'asse Y. Ciò è possibile in virtù della relazione (1).

La singolarità permette alla biella azzurra (corrispondente alle pinze che afferrano la cella) di continuare la rotazione nello stesso verso e quindi di dare continuità all'avvolgimento della cella. Il punto P può così spostarsi dal 3° quadrante del sistema di riferimento XY al 4°.

Quando il punto P giunge in posizione $(l; -e)$ la manovella grigia ha compiuto un'intera rotazione intorno a O_1 e la biella azzurra mezza rotazione.

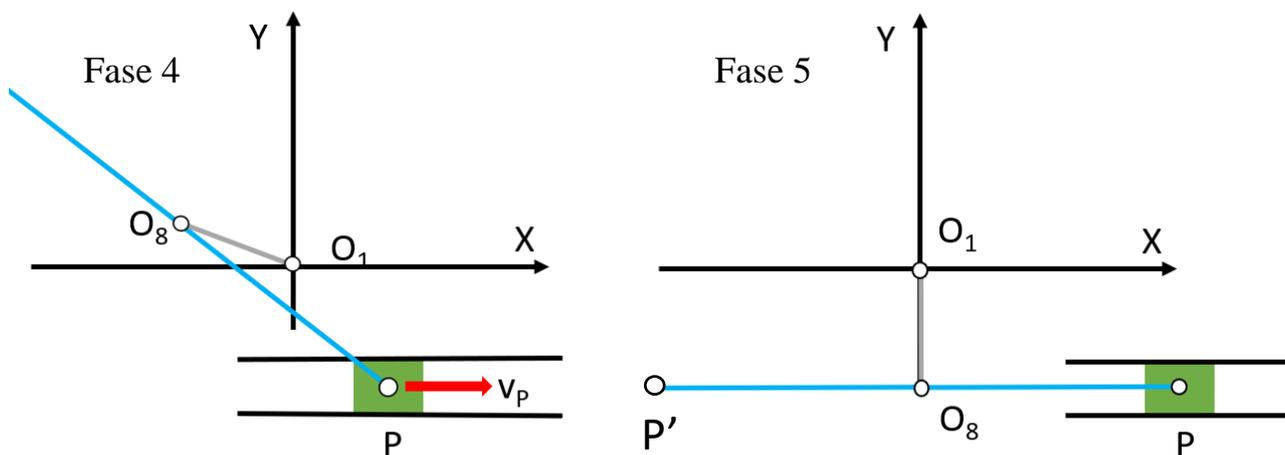


Figura 3.16 Chiusura del ciclo

A questo punto il ciclo si ripete imponendo lo stesso moto rettilineo orizzontale di P al punto P' all'altro capo della biella azzurra (Figura 3.16).

Mostriamo in Figura 3.17 l'andamento qualitativo delle funzioni $\theta_1(t)$ e $\theta_8(t)$, ricavate dal modello da me realizzato in MATLAB, per un tempo ciclo unitario e con

$$\dot{x}_P(0) = \frac{4e}{1} = 95 \text{ mm/s}$$

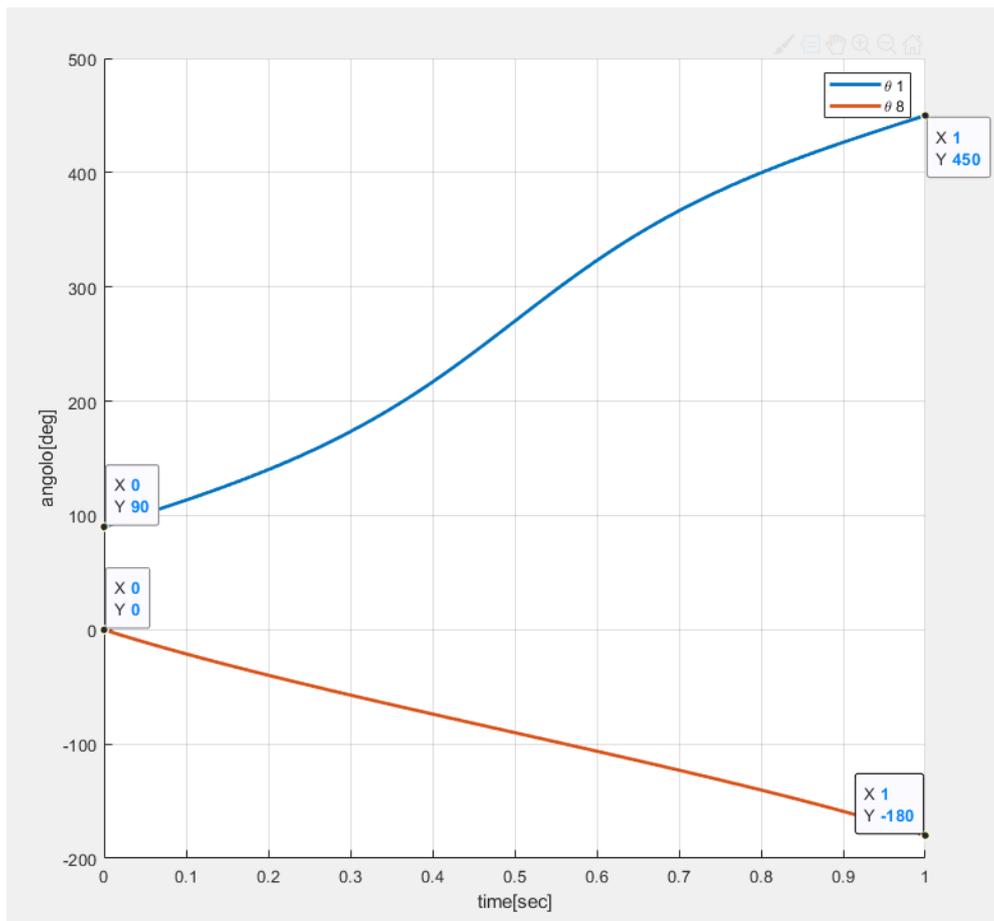


Figura 3.17 $\theta_1(t)$ e $\theta_8(t)$

Come si può notare dalle due curve la manovella compie una rotazione di 360° per ciclo mentre la biella ruota di 180° per ciclo.

3.3 Specifiche sulle leggi di moto

Il formato di batteria che deve essere prodotto è composto da 18 celle. L'operazione deve avvenire in 1.8 secondi compresi i transitori di accelerazione e decelerazione. Il transitorio di accelerazione si conclude in 0.18 secondi e finisce al termine dell'avvolgimento della prima cella. Il transitorio di decelerazione invece inizia dopo l'avvolgimento della diciassettesima cella e dura quanto il transitorio di accelerazione. Le leggi di moto dei transitori sono due polinomiali di 5° grado (Biagiotti L., 2008).

Definiamo quindi le seguenti quantità:

t_0	istante inizio avvolgimento
t_1	istante fine transitorio decelerazione
t_c	tempo avvolgimento di una cella a regime o tempo ciclo
t_2	istante inizio transitorio decelerazione
t_3	istante fine transitorio decelerazione
t_t	tempo impiegato per il transitorio di accelerazione/decelerazione pari a 0.18 s
t_a	tempo impiegato per l' avvolgimento di tutte le celle pari a 1.8 s
H	alzata pari a $4e = 95$ [mm] (distanza tra P e P' in Figura 3.16)
v_r	velocità di regime del punto di avvolgimento
n	numero di celle da avvolgere alla velocità di regime

Ricaviamo l'espressione del tempo ciclo come

$$t_c = \frac{(t_3 - t_2) - (t_1 - t_0)}{n}$$

essendo

$$\begin{aligned}t_0 &= 0 \text{ s}, t_t = 0.18 \text{ s} \\t_1 &= t_0 + t_t = 0.18 \text{ s} \\t_3 &= t_0 + t_a = 1.8 \text{ s} \\t_2 &= t_3 - t_t = 1.62 \text{ s} \\n &= 16\end{aligned}$$

Da qui troviamo il tempo ciclo

$$t_c = 0.09 \text{ s}$$

e il valore della velocità di regime

$$v_r = \frac{H}{t_c} = 1055 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

A questo punto abbiamo tutti i dati per ricavare i coefficienti delle due polinomiali utilizzate per i transitori. La procedura di derivazione delle leggi di moto per biella e manovella è riportata all'Appendice A.

In definitiva siamo in grado di risalire al valore di $\theta_1(t)$, $\theta_8(t)$ e delle loro derivate successive per ogni istante di tempo appartenente all'intervallo $[t_0, t_a]$. Questi risultati serviranno per l'analisi cinematica nei prossimi capitoli.

3.4 Le “dita”

Terminiamo la descrizione del funzionamento delle teste di avvolgimento mostrando la funzione delle “dita”.

Queste sono indicate in Figura 3.18 e hanno il compito di mantenere in posizione gli elettrodi durante la rotazione della testa tenendo le pinze premute sugli elettrodi.

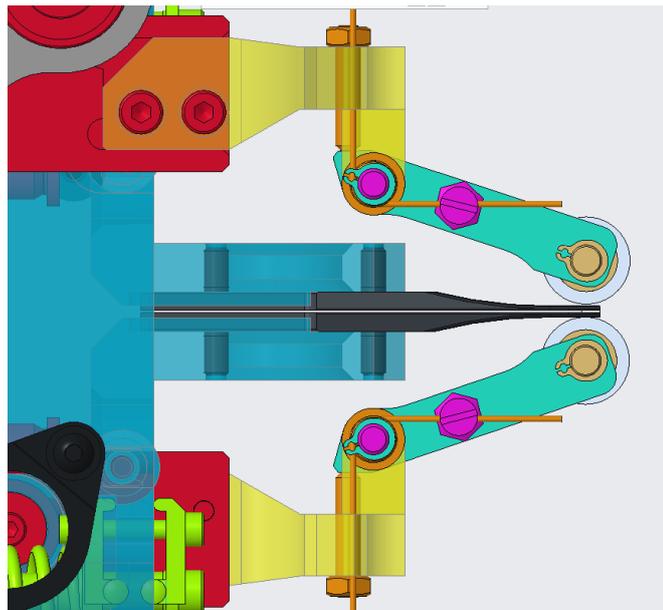


Figura 3.18 Dita

Ogni dito preme sulle pinze grazie a due molle di torsione. La rotazione di ogni dito attorno al proprio perno è limitata da una vite che funge da punto di battuta. Grazie a questa vite il fine corsa del dito può essere regolato a piacimento.

Ogni dito mantiene la pressione sulle pinze fino a che non arriva un nuovo strato di materiale da avvolgere.

Quando ciò accade, il dito viene sollevato grazie a un quadrilatero articolato. Terminato l'avvolgimento del nuovo strato, il dito viene riabbassato andando così a premere sull'elettrodo appena avvolto attorno alle pinze.

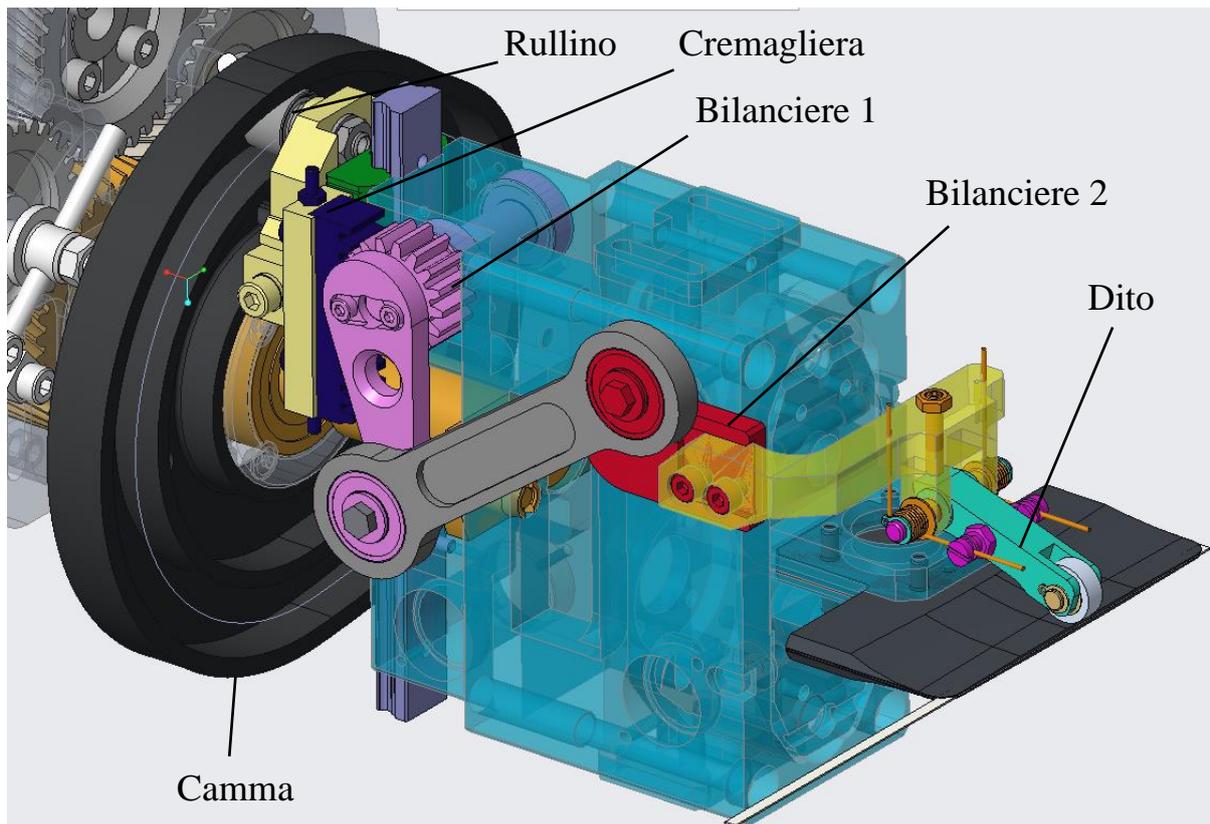


Figura 3.19 Organi per il movimento delle dita

Sollevare il dito serve anche a far sì che quest'ultimo non vada ad urtare, durante la rotazione, contro altri componenti della macchina e contro il nastro composto dai quattro materiali.

Il quadrilatero che solleva il dito ruota solidalmente al corpo azzurro attorno all'asse A8. Sul bilanciere 1 è montata una ruota dentata che ingrana con una cremagliera (vedi Figura 3.19). La cremagliera può traslare lungo il corpo azzurro grazie ad una guida lineare. Un rullino solidale alla cremagliera si impegna all'interno di una camma fissata rigidamente al carter che ruota assieme al primo albero.

Se quindi ruota solamente il secondo albero, la camma non ruota e il suo asse rimane immobile. Ruota invece il carter azzurro e tutti gli elementi connessi. Durante questa rotazione, il rullino, seguendo il profilo della camma, solleva e riabbassa le dita.

In Figura 3.19 è rappresentato il meccanismo di azionamento di un singolo dito. Un dito identico (non mostrato per semplicità di rappresentazione) è disposto simmetricamente al primo.

La camma è stata progettata in modo tale far coincidere le fasi di alzata e di discesa con i momenti in cui il dito deve rispettivamente staccarsi e riappoggiarsi alle pinze (vedi Figura 3.20).

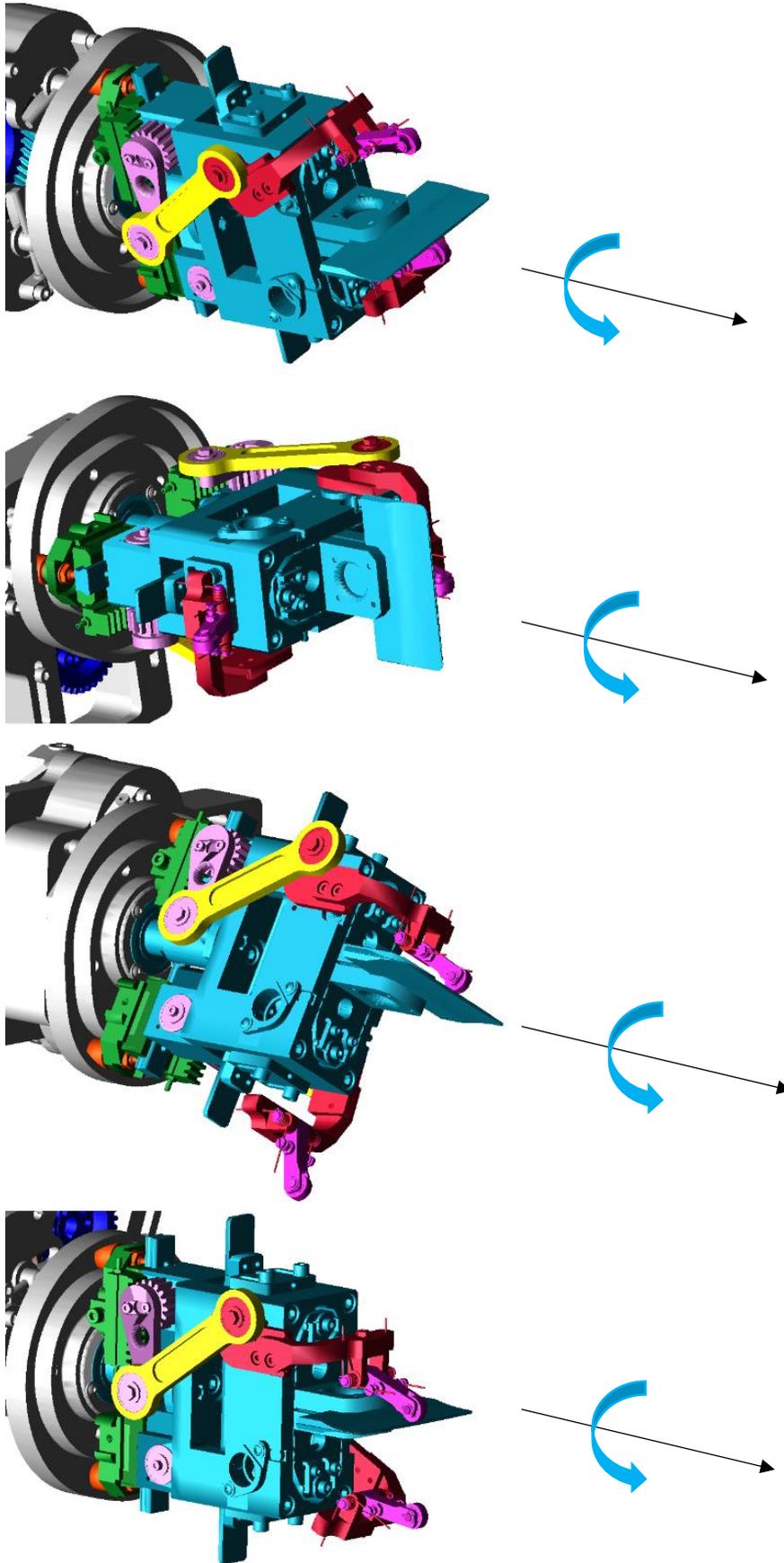


Figura 3.20 Alzata e discesa di un dito

4 Semplificazione della geometria

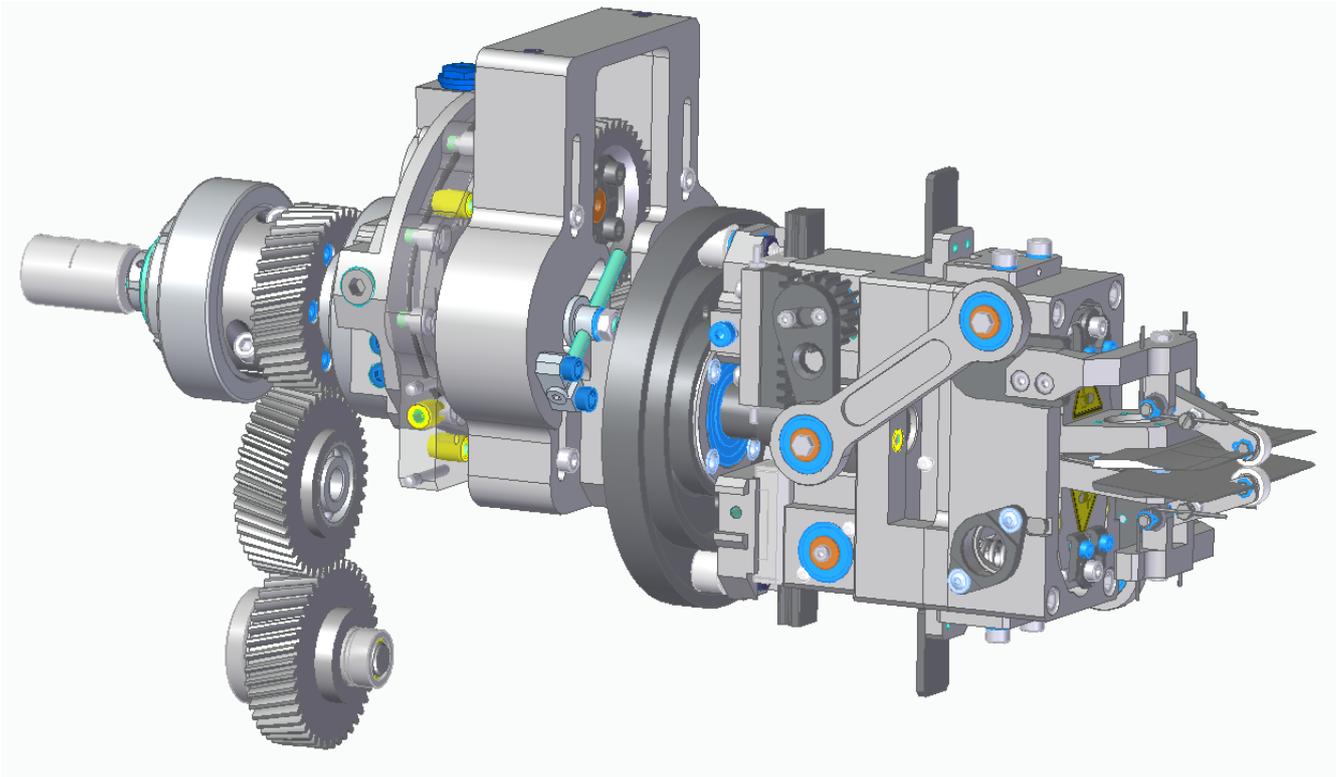


Figura 4.1 Assieme iniziale

Il modello CAD di partenza della testa rotante possiede all'incirca 750 corpi (vedi Figura 4.1). I materiali impiegati sono acciaio e alluminio.

La prima operazione da fare per costruire sia il modello MATLAB che il modello Adams è quella di trovare il minimo numero di corpi necessari alla descrizione completa del meccanismo. Chiamiamo questa operazione “semplicazione della geometria” del meccanismo. Essa viene eseguita allo scopo di:

- 1) ridurre al minimo sia il numero di vincoli da imporre che i tempi di calcolo del solutore interno di Adams;
- 2) non appesantire troppo la trattazione;
- 3) permettere una navigazione più fluida all'interno dell'interfaccia grafica di Adams.

Il primo step di semplificazione della geometria può essere eseguito all'interno del CAD. Esso consiste nel “fondere” tra loro le parti aventi densità identica o quasi equivalente e che, durante il moto del meccanismo, si muovono solidalmente l'una all'altra.

Al termine della prima fase di semplificazione geometrica il numero di parti è stato ridotto da 750 a 70 (Figura 4.2).

Capita spesso però che ci siano parti di densità differenti che costituiscono un unico corpo in movimento; perciò questa prima operazione non è in grado di generare da sola il numero minimo di corpi.

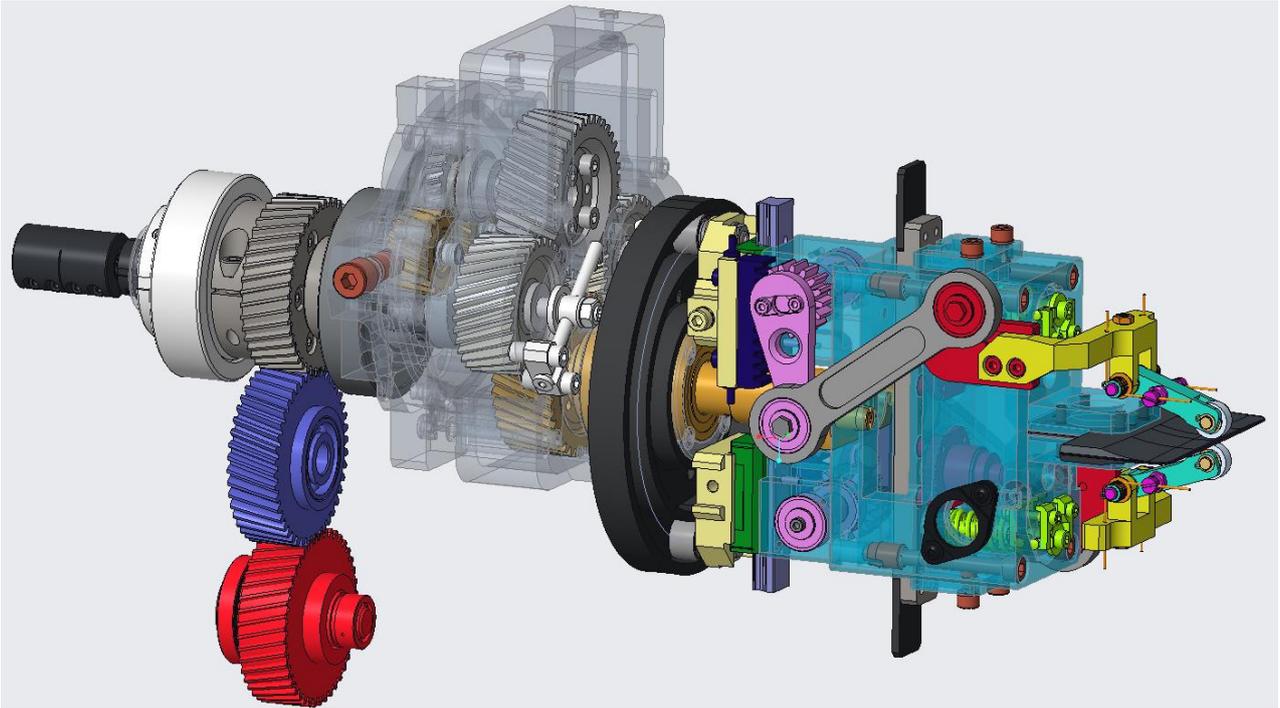


Figura 4.2 Assieme dopo la prima semplificazione geometrica

La seconda fase si svolge all'interno del software Adams. Per prima cosa esportiamo l'assieme CAD appena creato in un file di tipo "Parasolid" (estensione *.x_t) e lo importiamo all'interno di Adams dopo aver creato un nuovo modello. L'estensione Parasolid mantiene le informazioni sui materiali delle varie parti.

Adams quindi, conoscendo la densità dei corpi e la loro geometria, calcola di default per ogni parte:

- la posizione del centro di massa nel sistema di riferimento globale del modello;
- la matrice d'inerzia della parte, calcolata rispetto al centro di massa, nel sistema di riferimento globale;
- l'orientamento degli assi principali d'inerzia della matrice;
- la matrice principale d'inerzia (diagonale) calcolata rispetto al centro di massa della parte.

È bene sottolineare che per Adams le geometrie delle parti sono solamente degli elementi grafici. Per definire una parte bastano la sua massa, la posizione del centro di massa e la matrice d'inerzia calcolata in un sistema di riferimento opportuno. La geometria è utile solamente quando si devono calcolare le forze di contatto. Alcune di queste forze, ad esempio, sono proporzionali all'entità della penetrazione delle geometrie dei due corpi a contatto; di qui la necessità di conoscere la porzione di spazio occupato da ciascun corpo.

A questo punto, se abbiamo più corpi di densità diversa che si muovono solidalmente l'uno all'altro, possiamo creare da questi una parte dinamicamente equivalente tramite il comando "Aggregate Mass".

Questo comando prende in input:

- la serie di corpi di cui si vuole ottenere il corpo equivalente;
- il sistema di riferimento rispetto al quale si vuole calcolare la posizione del centro di massa equivalente e la matrice d'inerzia equivalente.

Se non viene specificato un sistema di riferimento, Adams esegue il calcolo rispetto al sistema di riferimento globale del modello.

Il comando “Aggregate Mass” restituisce in output:

- la massa del corpo equivalente;
- la posizione del centro di massa del corpo equivalente rispetto al sistema di riferimento specificato;
- l’orientamento, nel sistema di riferimento specificato, degli assi principali della matrice d’inerzia calcolata rispetto al centro di massa equivalente;
- la matrice d’inerzia calcolata rispetto all’origine del sistema di riferimento specificato, nel sistema di riferimento specificato.

Il procedimento con cui il comando “Aggregate Mass” calcola queste grandezze è descritto nell’Appendice B.

Il comando “Aggregate Mass” viene qui utilizzato per ridurre ulteriormente il numero di corpi di cui è costituito l’insieme importato dal CAD.

Il procedimento per la creazione di un corpo equivalente è il seguente:

1. si individuano le parti che dovranno essere unite tra di loro;
2. si utilizza il comando “Aggregate Mass” per identificare la posizione $\mathbf{r}_{O,G_{eq}}$ del centro di massa equivalente e l’orientamento \mathbf{U} degli assi principali d’inerzia dell’insieme di queste parti;
3. si sceglie tra le parti da unire un “corpo base”;
4. si crea un *marker* (un sistema di riferimento definito dall’utente in Adams) sul corpo base;
5. si modificano posizione e orientamento del marker appena creato in modo che coincidano rispettivamente con $\mathbf{r}_{O,G_{eq}}$ e con \mathbf{U} forniti dal comando “Aggregate Mass”;
6. si riutilizza il comando “Aggregate Mass” sulle stesse parti di prima avendo cura di specificare il marker creato sul corpo base come sistema di riferimento per il calcolo. In questo caso, troviamo $\mathbf{r}_{O,G_{eq}} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{U} = \mathbf{I}_3$. Inoltre, la matrice d’inerzia \mathbf{J}_O^{eq} è diagonale. Questo avviene perché abbiamo fatto coincidere l’origine del marker con il centro di massa equivalente e l’orientamento dei suoi assi con l’orientamento degli assi principali d’inerzia. Si ricavano la massa equivalente m_{eq} e i momenti di inerzia principali $I_{x,x}, I_{y,y}, I_{z,z}$;
7. si unisce la geometria di ogni parte utilizzata nel comando “Aggregate Mass” con quella del corpo base tramite il comando “Merge two bodies”;
8. selezioniamo il corpo base e scegliamo “Modify>Mass Properties>User Input”;
9. nella casella “Mass” si inserisce la massa equivalente m_{eq} precedentemente annotata;
10. nelle caselle $I_{x,x}, I_{y,y}, I_{z,z}$ si inseriscono i momenti principali d’inerzia precedentemente annotati;
11. si inserisce il nome del marker del corpo base nelle caselle “Center of Mass Marker” e “Inertia Reference Marker”.

Utilizziamo questo algoritmo per semplificare ulteriormente la geometria del meccanismo per il Wound Stacking. L’algoritmo deve essere eseguito tante volte quanti sono i gruppi di parti da fondere tra di loro.

Grazie a questa seconda fase di riduzione del numero dei corpi si è passati da 70 a 22 parti (escluso il telaio) come si può osservare in Figura 4.3.

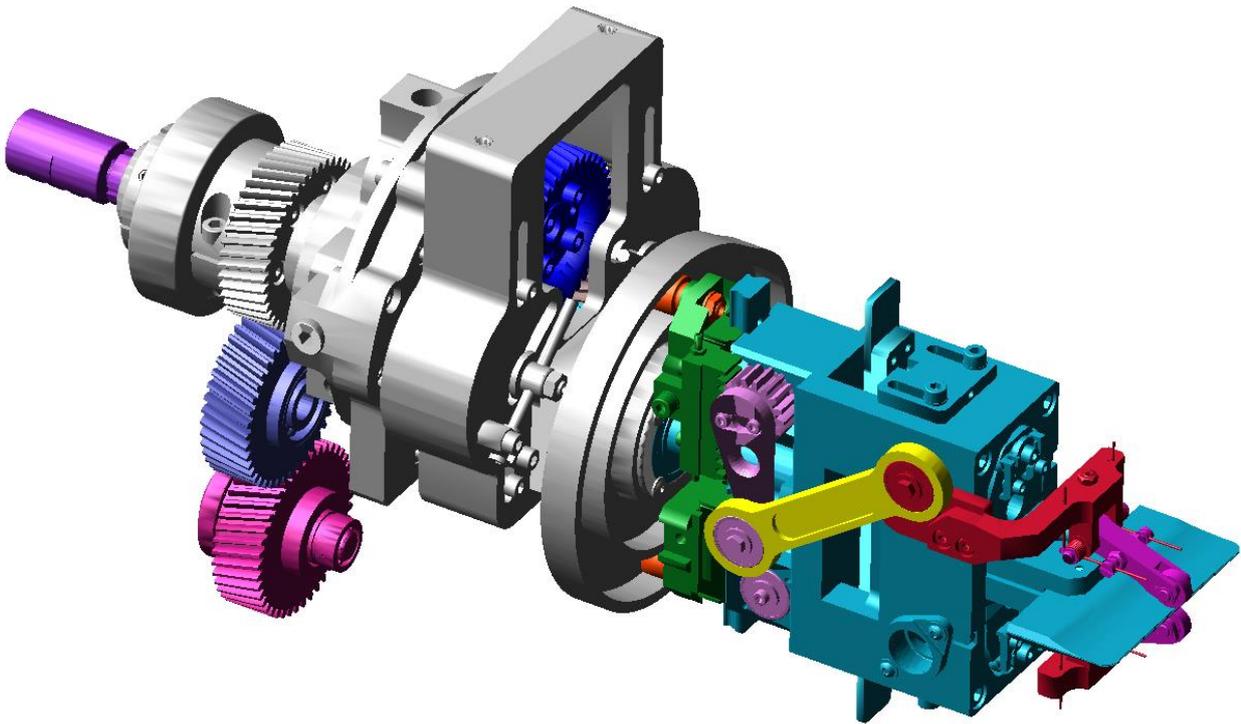


Figura 4.3 Meccanismo a 22 corpi

Per verificare di non aver commesso errori durante il procedimento di fusione, usiamo di nuovo il comando “Aggregate Mass” sulle 22 parti rispetto al sistema di riferimento globale del modello e paragoniamo i risultati con quelli relativi allo stesso comando applicato alle 70 parti originali (importate dal CAD), rispetto alla medesima terna: i risultati sono identici sino alla quarta cifra decimale. Siamo perciò sicuri di aver eseguito la seconda fase di semplificazione della geometria in maniera corretta.

5 Prima versione modello Adams

5.1 Ipotesi iniziali

Come detto nei capitoli precedenti, l'analisi dinamica per la prima versione del modello multibody Adams e del modello matematico MATLAB sarà un'analisi di dinamica inversa di corpo rigido. Di seguito vengono elencate le ipotesi alla base della prima versione dei due modelli:

- *corpi rigidi*: ogni punto appartenente a una parte mantiene una distanza costante da un qualunque altro punto della stessa parte;
- *assenza di attriti*: si prescinde dalle forze di attrito interne ai giunti e dai rendimenti delle trasmissioni;
- *tensione del nastro trascurabile*: le pinze ruotando devono vincere anche la forza di tensionamento del nastro. Il nastro viene teso allo scopo di assicurare una maggiore precisione durante la fase di avvolgimento delle celle. Questa forza resistente è però molto piccola e può essere perciò trascurata. L'unico carico resistente a cui è soggetto il sistema è dunque la forza peso;
- *i rullini non rotolano e si appoggiano sempre sullo stesso profilo*: il diametro del rullino è inferiore di 0.1 mm alla distanza (costante) tra il profilo interno ed il profilo esterno della camma (vedi Figura 3.19). Questo permette al rullino di appoggiarsi e rotolare su uno dei due profili, a seconda delle forze a cui è soggetto. Quando un rullino si sposta da un lato all'altro della camma deve invertire velocemente la velocità di rotazione attorno al proprio asse, per ricominciare a rotolare senza strisciare sul nuovo profilo di contatto. Perciò in questi momenti di transizione si produrrà un forte strisciamento tra camma e rullino. Nel modello trascuriamo la rotazione dei rullini attorno al proprio asse e assumiamo che il centro di ogni rullino si muova sulla generatrice della camma (cioè la traiettoria intermedia ai due profili);
- *oscillazioni delle dita trascurabili*: le dita hanno delle vibrazioni elastiche smorzate (dovute alle molle di torsione) prima di raggiungere la posizione di equilibrio (Figura 5.1). Questo avviene in particolare durante le fasi di inizio e fine sollevamento e di inizio e fine abbassamento, se le dita non urtano contro il registro di fine corsa o contro il materiale che viene avvolto sulle pinze.

Per semplicità si è invece deciso di mantenere costante nella simulazione la posizione angolare delle dita rispetto ai bilancieri su cui sono incernierate, in quanto l'effetto di tali vibrazioni sarà comunque di poca importanza nella dinamica complessiva del meccanismo.

Procediamo ad illustrare tutti gli elementi della prima versione del modello Adams, quella più semplice ma sufficiente per ottenere risultati di prima approssimazione. Dopo la fase di semplificazione geometrica nel modello Adams sono presenti 23 corpi (telaio o "ground" compreso) senza vincoli tra loro e soggetti solamente alla forza di gravità.

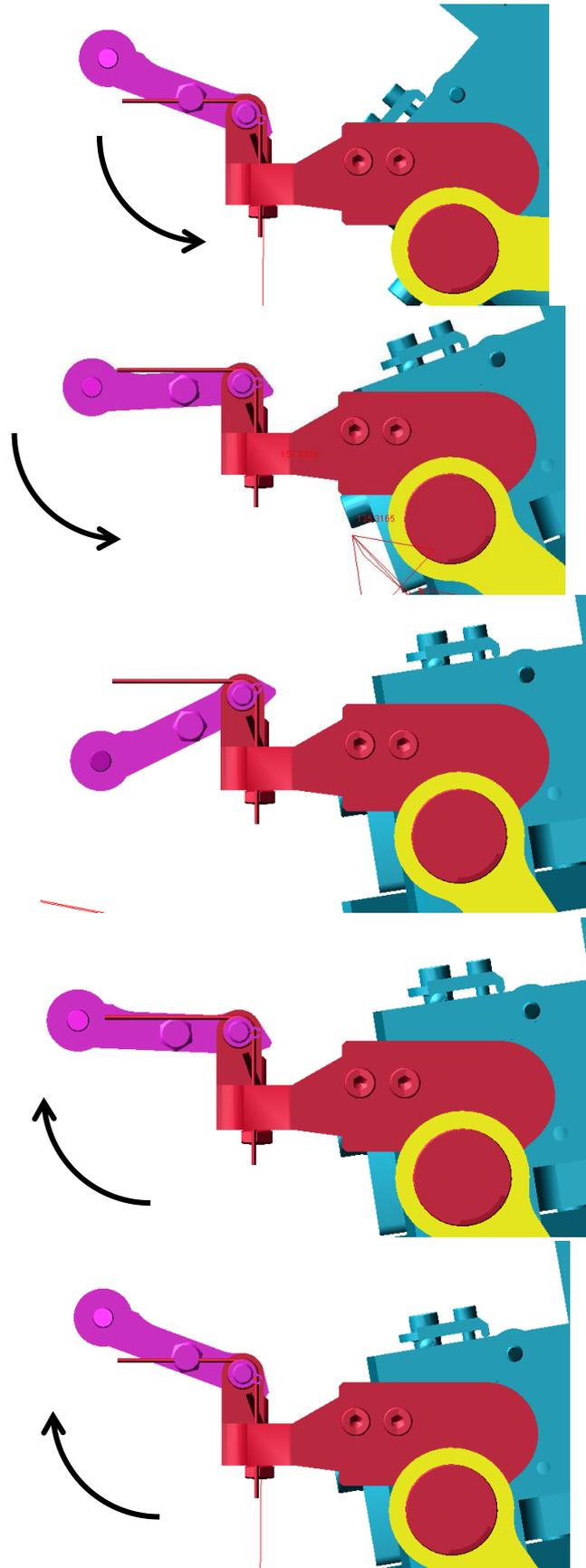


Figura 5.1 Oscillazioni delle dita

5.2 Vincoli

5.2.1 Cerniere

Nel meccanismo della testa di avvolgimento molte parti possono solamente ruotare intorno a un asse. Definiamo allora un vincolo che blocca cinque gradi di libertà e che lascia libera solo la rotazione relativa attorno a un asse dato, ossia una cerniera.

Per creare una cerniera, Adams richiede all'utente di indicare nel seguente ordine:

- il primo corpo da vincolare tramite la cerniera;
- secondo corpo da vincolare;
- punto dello spazio in cui si posiziona la cerniera;
- asse attorno al quale i due corpi possono ruotare l'uno rispetto all'altro.

Una volta che l'utente ha fornito tali informazioni, Adams crea nel punto specificato due Marker ovvero due terne. La prima terna ("Marker I") è solidale al primo corpo usato per la definizione della cerniera; la seconda terna ("Marker J") invece è solidale al secondo corpo specificato.

Le due terne, oltre ad avere l'origine in comune, hanno anche lo stesso orientamento dell'asse Z, attorno al quale avviene la rotazione permessa dalla cerniera (Figura 5.2).

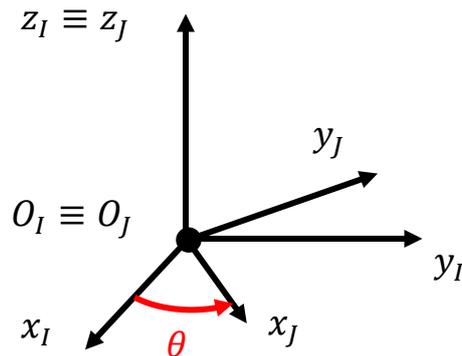


Figura 5.2 Marker I e J della cerniera

Tipicamente, corpi in grado di ruotare attorno a un'asse sono supportati da due o più cuscinetti o boccole.

Nel modello ADAMS, ogni cerniera è posta sull'asse di rotazione del corpo che deve andare a vincolare, a pari distanza dai due cuscinetti (dalle due boccole). Vincolare invece i corpi con due cerniere, una per cuscinetto (boccola), sarebbe più realistico, ma richiederebbe di considerare nel modello l'elasticità del corpo in questione, che altrimenti risulterebbe vincolato iperstaticamente.

Vincoliamo quindi con cerniere i corpi seguenti elencati in Tabella 1.

Numero cerniera	Corpo I	Corpo J
1	Telaio (Ground)	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	1	5
6	1	6
7	1	7
8	1	8
9	8	9
10	8	10
15	8	15
16	8	16
17	15	17
18	18	18
22	Telaio (Ground)	22
23	Telaio (Ground)	23

Tabella 1 Cerniere nella prima versione del modello Adams

La Figura 5.3 mostra il modello con tutte le cerniere.

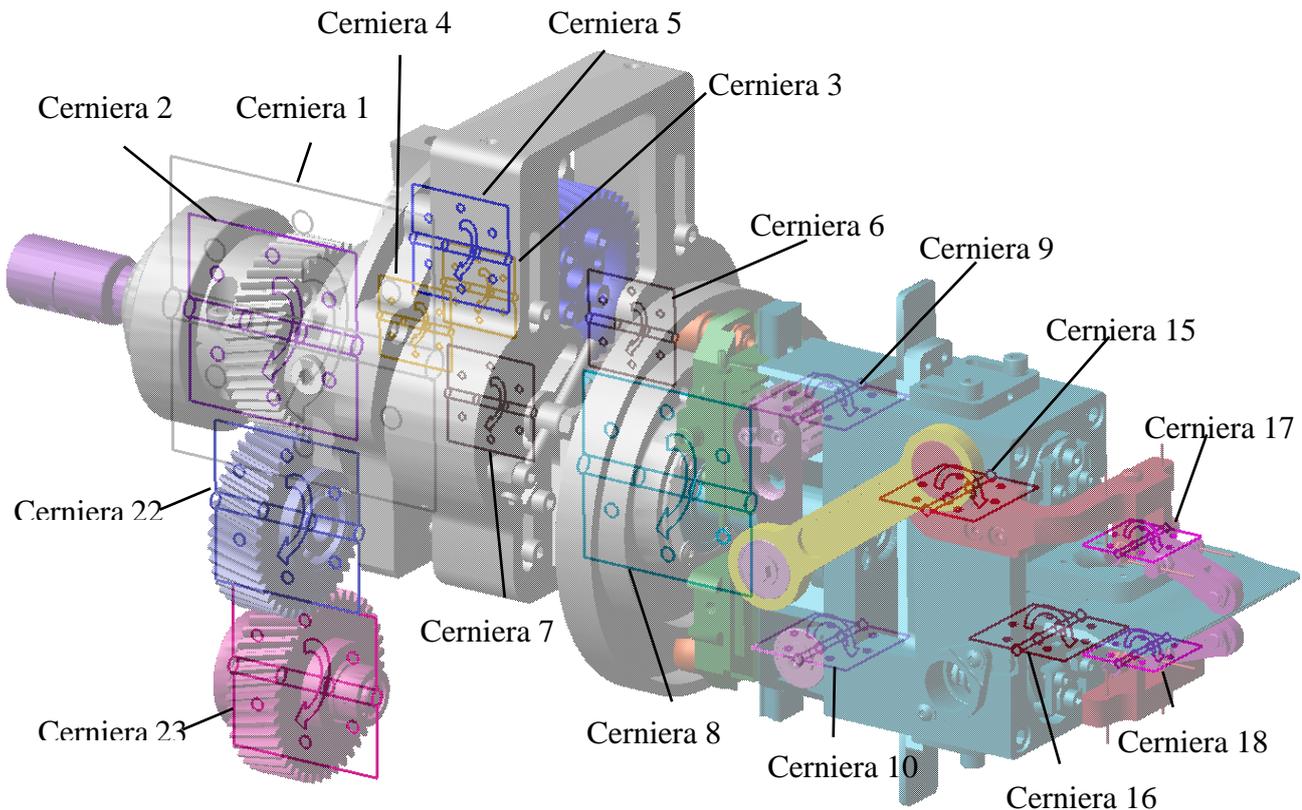


Figura 5.3 Cerniere all'interno di Adams

Nel Capitolo 8 verrà descritto come si ripartiscono le reazioni vincolari sui cuscinetti corrispondenti a ciascuna cerniera.

5.2.2 Corsoi

Un altro vincolo che, come la cerniera, toglie cinque gradi di libertà è il corsoio. In Adams questo vincolo è detto “Traslational” e consente appunto solo la traslazione relativa lungo una determinata direzione.

Per creare un corsoio, Adams richiede all’utente le seguenti informazioni:

- primo corpo che si intende vincolare tramite il corsoio;
- secondo corpo che si intende vincolare tramite il corsoio;
- punto dello spazio tridimensionale in cui si intende posizionare il corsoio;
- direzione che indica l’asse lungo il quale i due corpi possono traslare l’uno rispetto all’altro.

I due marker creati sono solidali ognuno a uno dei due corpi. Gli assi Z sono coincidenti e diretti come l’asse lungo cui i due corpi possono traslare l’uno rispetto all’altro (Figura 5.4). Le due terne hanno anche la stessa origine all’istante iniziale.

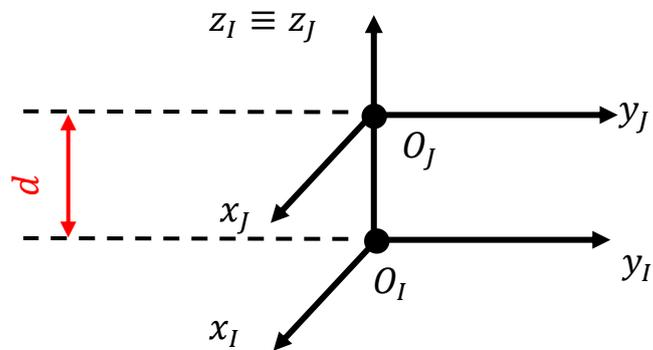


Figura 5.4 Marker I e J del corsoio

Questo vincolo serve per rappresentare parti collegate da guide lineari. Creiamo, quindi, un corsoio tra:

- corpo 8 e corpo 11: corsoio 1;
- corpo 8 e corpo 12: corsoio 2.

Detta L la lunghezza del carrello di una guida lineare e W la sua larghezza, il punto in cui viene posto il vincolo è a metà di L e a metà di W , sul piano Π in comune tra rotaia e carrello:

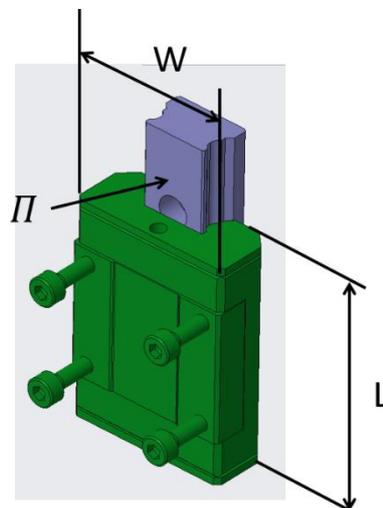


Figura 5.5 Dimensioni della guida lineare

In questo caso non ci sarà bisogno di ripartire le reazioni vincolari poiché i corpi 11 e 12 sono accoppiati al corpo 8 ciascuno tramite una sola guida lineare. In sono rappresentati i due corsoi del modello Adams.

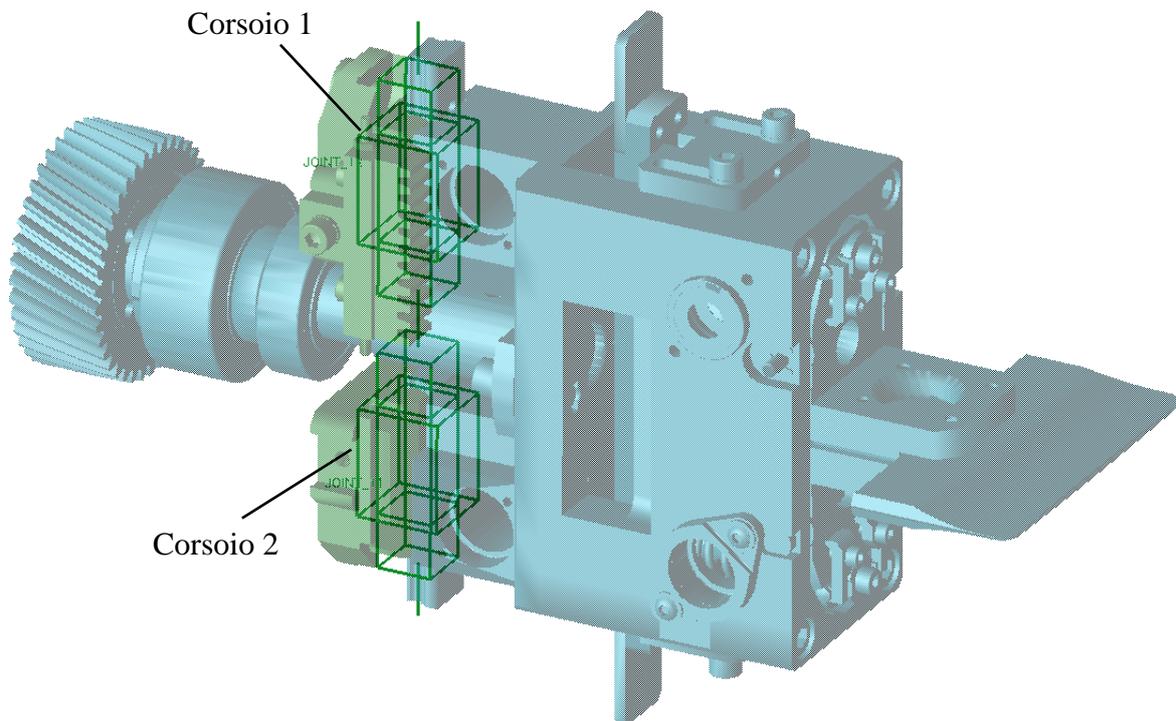


Figura 5.6 Corsoi del modello Adams

5.2.3 Incastri

I rullini (corpo 20 e 21) sono considerati solidali ai corpi 11 e 12, come specificato nelle ipotesi preliminari. Tuttavia, non si è nemmeno usato il comando *Aggregate Mass*, per lasciare aperta la possibilità in futuro di studiare la dinamica del problema modellando anche il rotolamento dei rullini sui due profili della camma. Ciò permetterebbe di considerare lo strisciamento dovuto all'inversione di velocità angolare e quindi di dimensionare i rullini.

Utilizziamo perciò il vincolo "Fixed" per incastrare i rullini sui corpi 11 e 12. Questo tipo di vincolo rimuove tutti e sei i gradi di libertà relativi tra due corpi, perciò i due marker che Adams crea sui due corpi al momento della creazione del vincolo rimangono coincidenti durante l'intera simulazione. Mostriamo i due incastri del modello Adams in Figura 5.7.

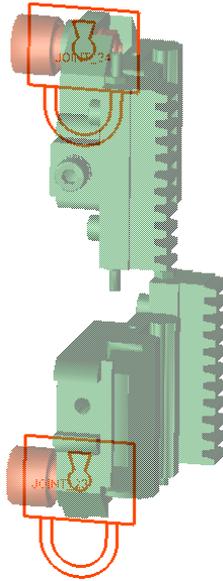


Figura 5.7 Vincoli di incastro

Ogni vincolo “Fixed” viene posto nel punto di intersezione tra l’asse del rispettivo rullino e il piano ortogonale all’asse del rullino che divide a metà lo spessore del collare di larghezza d .

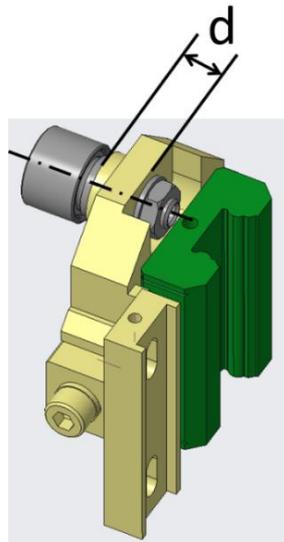


Figura 5.8 Posizione del vincolo di incastro

5.2.4 I vincoli per le bielle

Abbiamo fissato i due bilancieri di ciascun quadrilatero al corpo 8 tramite due cerniere. Dobbiamo ora vincolare ciascuna biella ai bilancieri corrispondenti in modo da non definire un meccanismo iperstatico.

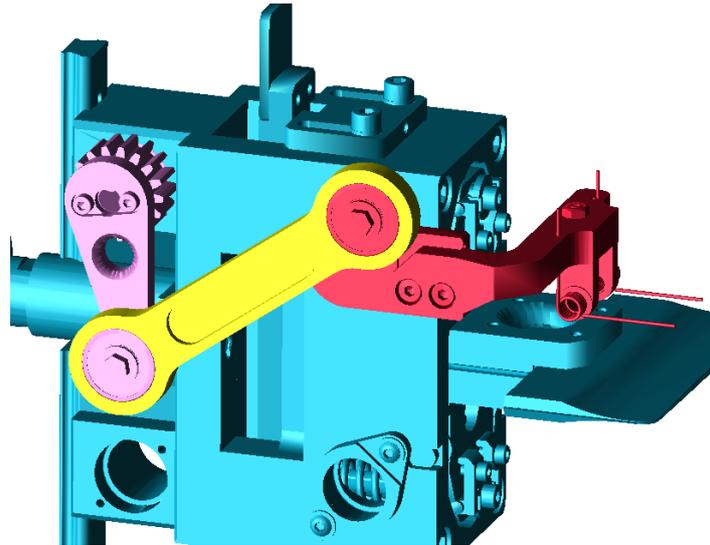


Figura 5.9 Biella

Il metodo classico per definire un quadrilatero isostatico nello spazio a partire da un quadrilatero articolato piano è quello di vincolare la biella tramite una coppia sferica e una cilindrica come in Figura 5.10.

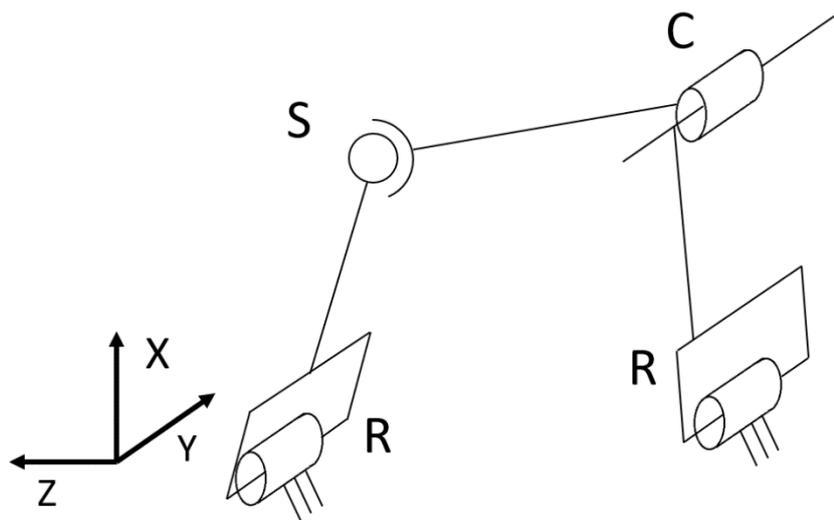


Figura 5.10 Quadrilatero isostatico nello spazio

Dalla formula di Kutzbach, si trova che il meccanismo in Figura 5.10 ha effettivamente un solo grado di libertà:

$$\begin{aligned}
 l_G &= 6 \cdot (n - 1) - 5 \cdot c_1 - 4 \cdot c_2 - 3 \cdot c_3 - 2 \cdot c_4 - c_5 \\
 &= 6 \cdot (4 - 1) - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 18 - 17 = 1
 \end{aligned}$$

Isoliamo la biella per mostrare le reazioni vincolari a cui è soggetta con questa scelta dei vincoli (Figura 5.11).

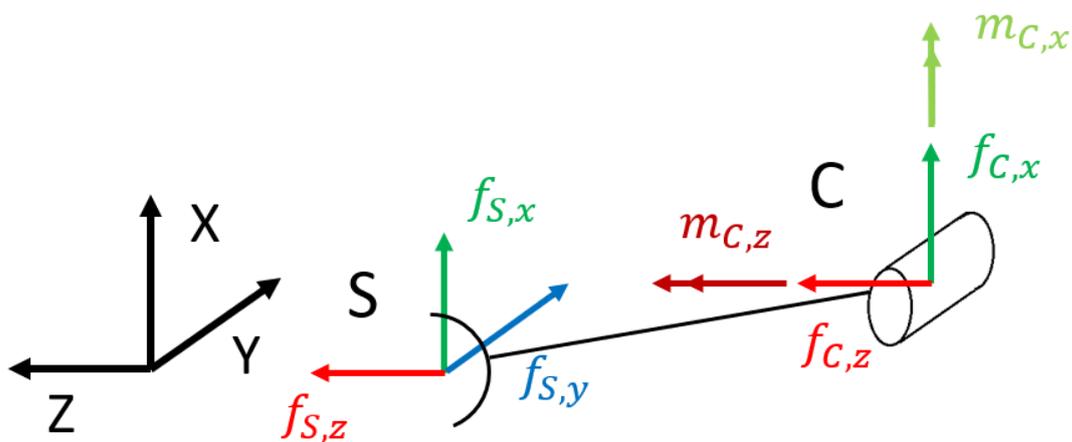


Figura 5.11 Reazioni vincolari della biella con coppie C e S

In questa maniera la forza assiale è solo sul cuscinetto rappresentato dalla coppia sferica, mentre i momenti sono solo sul cuscinetto rappresentato dalla coppia cilindrica. Si ritiene pertanto che nel caso in esame, dove è necessario modellare realisticamente la distribuzione almeno delle forze agenti sui cuscinetti (che su queste forze andranno dimensionati), il meccanismo RSCR in Figura 5.11 sia meno applicabile. Pertanto, scegliamo piuttosto un modello in cui sostituiamo ad ogni cuscinetto della biella una coppia sferica, come in Figura 5.12.

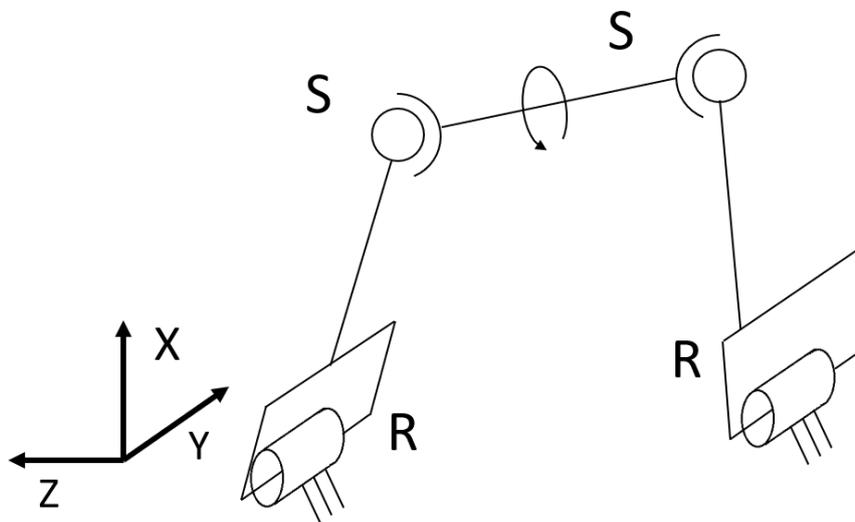


Figura 5.12 Biella con due coppie S

Adesso risulta

$$l_G = 6 \cdot (4 - 1) - 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 18 - 16 = 2$$

La formula indica che non abbiamo terminato di vincolare la struttura: infatti la biella può ruotare attorno all'asse che congiunge i centri delle due coppie sferiche.

Utilizziamo il giunto *Perpendicular*: questo vincolo impone a due assi di rimanere perpendicolari tra loro durante il moto e toglie un GdL. La reazione vincolare che esso genera è una coppia con direzione normale ad entrambi gli assi.

Iniziamo creando sulla biella un'asse parallelo al piano XZ, passante per il centro di S_2 e normale all'asse passante per i centri delle due coppie sferiche (Figura 5.13).

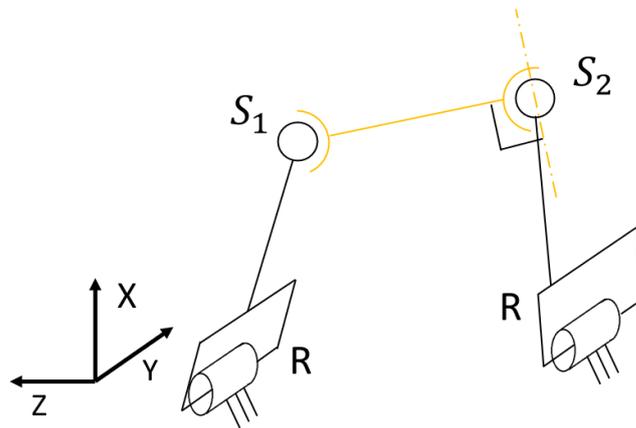


Figura 5.13 Asse sulla biella

Creiamo poi sul bilanciere di destra un secondo asse, passante per il centro di S_2 e diretto come l'asse Y del sistema di coordinate globale (vedi Figura 5.14). Dato che la manovella $R - S_2$ è contenuta nel piano XZ , il secondo asse è normale alla biella.

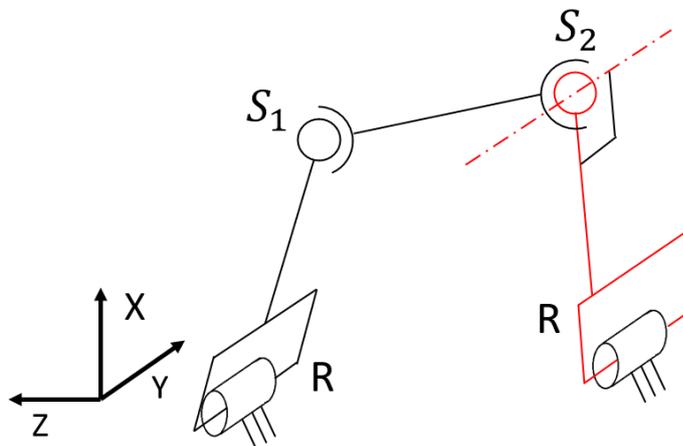


Figura 5.14 Asse sul bilanciere

A questo punto imponiamo il vincolo Perpendicular tra i due assi che sono stati creati.

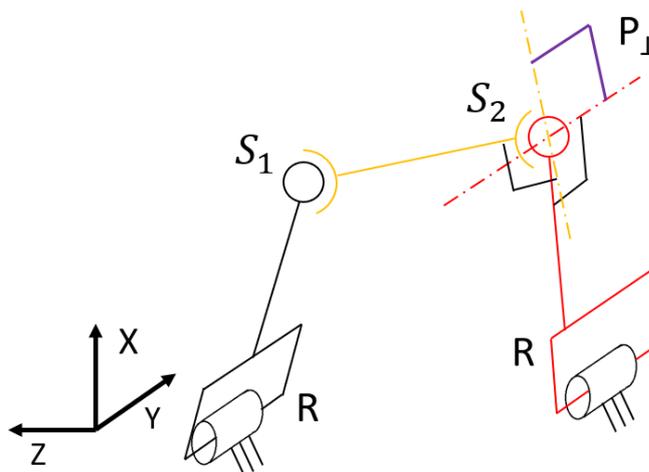


Figura 5.15 Vincolo Perpendicular

La sigla P_{\perp} nella Figura 5.15 indica che si tratta di un vincolo “primitivo” per ADAMS; il pedice specifica il tipo di vincolo primitivo, cioè Perpendicular. Osserviamo la nuova configurazione delle reazioni vincolari in Figura 5.16.

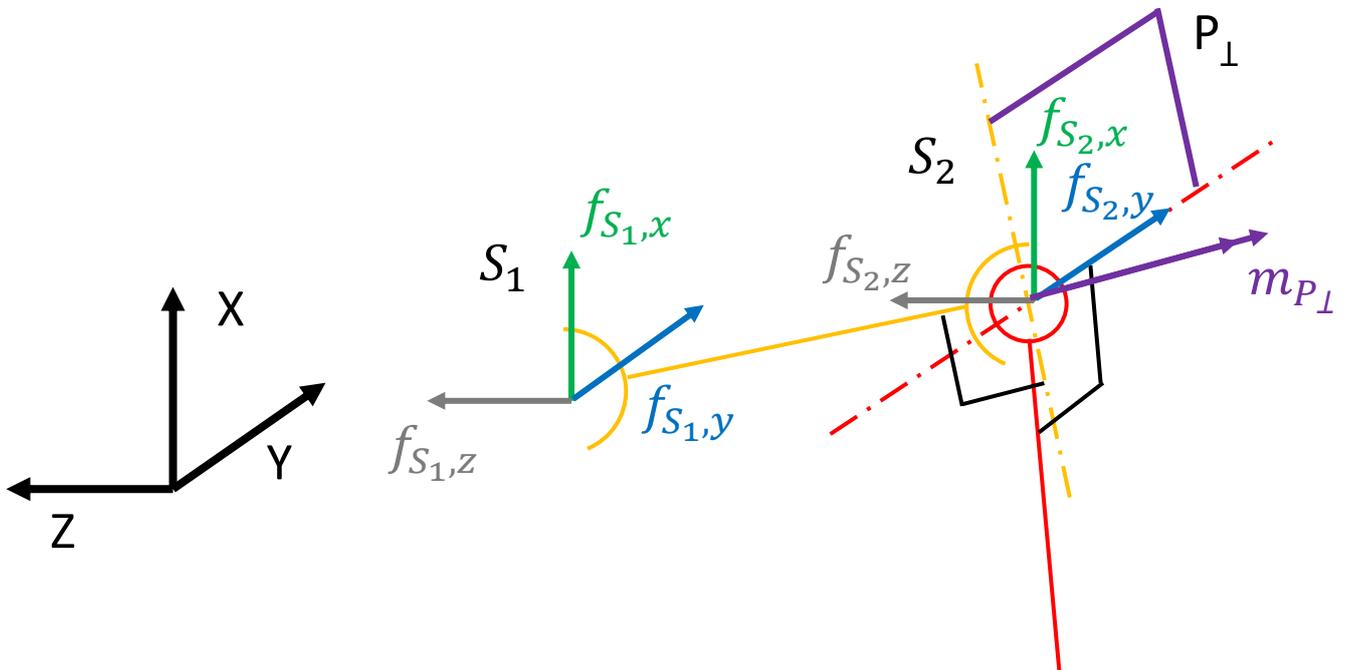


Figura 5.16 Reazioni vincolari con vincolo Perpendicular

Come si può notare, ora su entrambi i cuscinetti sono presenti componenti di forza assiale. I vincoli sferici sono posizionati lungo l’asse dei cuscinetti, a metà dello spessore della biella, così come il vincolo Perpendicular.

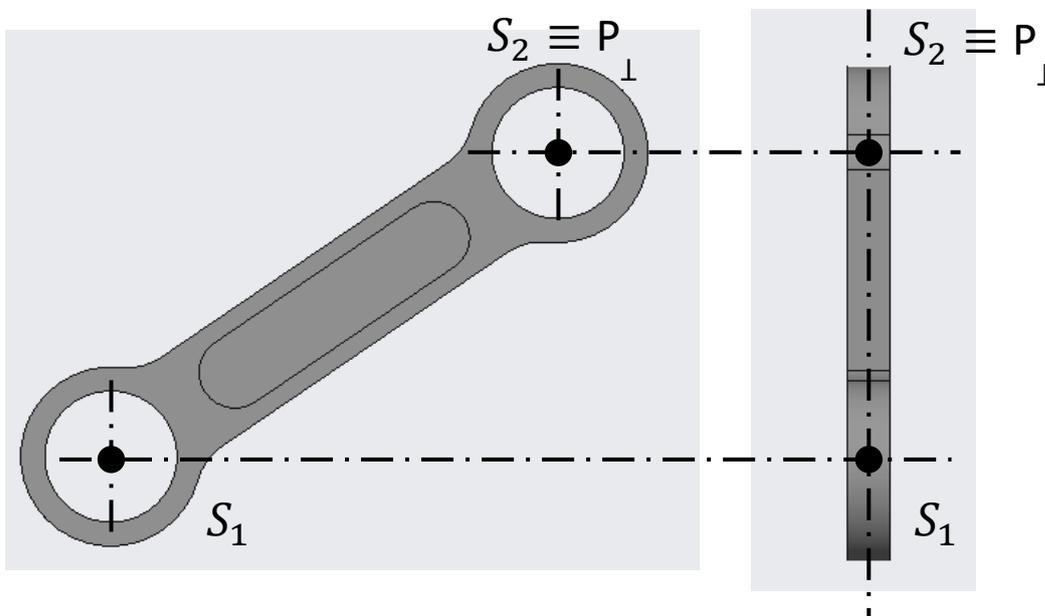


Figura 5.17 Posizione dei vincoli sulla biella

Nella Figura 5.18 sono mostrate le quattro coppie sferiche e i due vincoli Perpendicular.

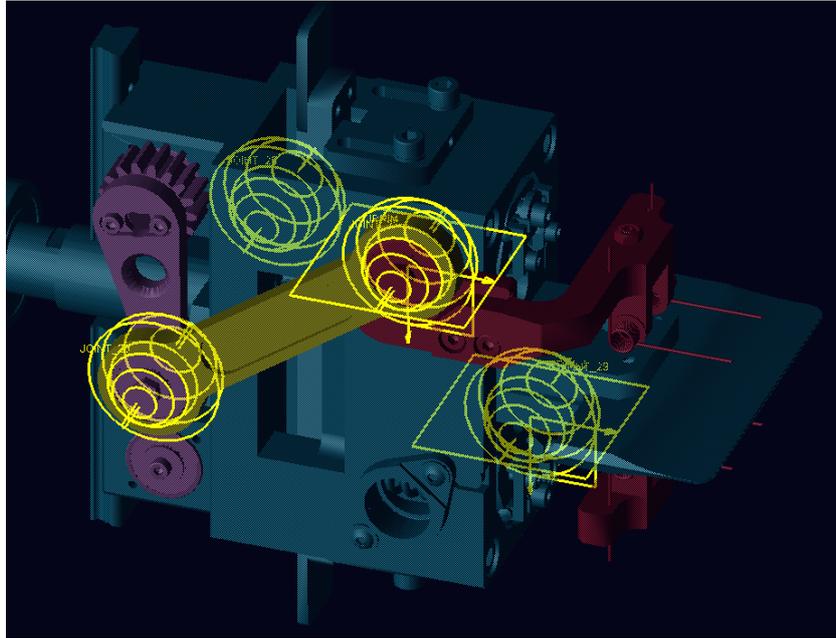


Figura 5.18 Coppie sferiche e Perpendicular all'interno di Adams

5.2.5 La Camma

Bisogna ora far sì che nel modello i rullini seguano il profilo medio della camma come assunto all'inizio.

Come detto la rotazione dei rullini attorno al proprio asse è impedita poiché sono fissati ai corpi 11 e 12 mediante giunti Fixed. I vincoli da imporre sono sulle coordinate del punto individuato sull'asse del rullino e a metà del suo spessore (Figura 5.19).

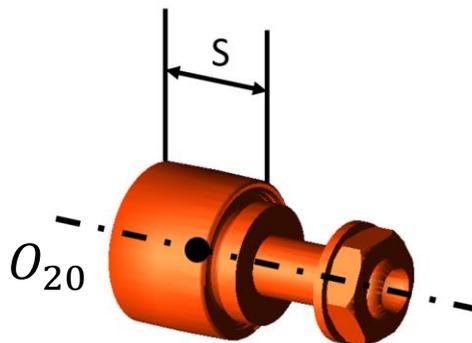


Figura 5.19 Punto O_{20}

Creiamo quindi un marker nel punto appena citato per ognuno dei due rullini. Mostriamo in Figura 5.20 il profilo della camma.

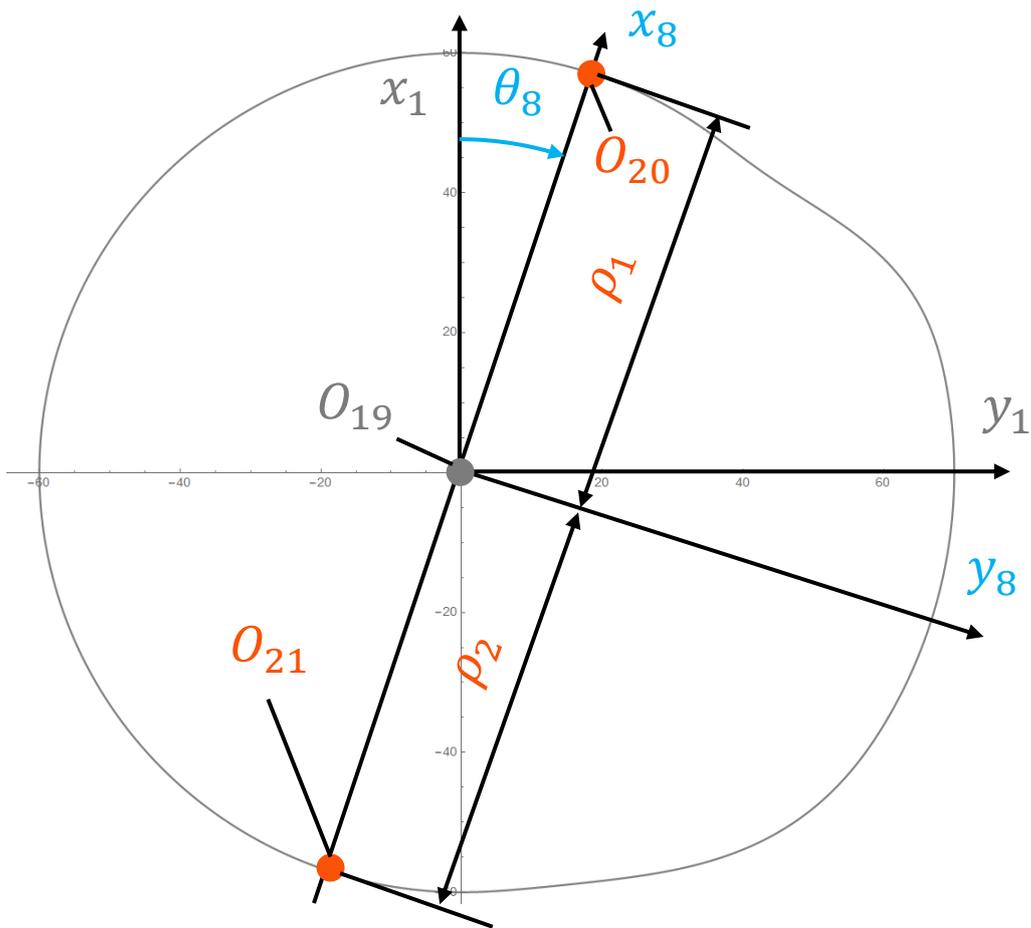


Figura 5.20 Profilo della camma

In Figura 5.20 sono rappresentati il sistema di riferimento x_1y_1 solidale al corpo 1 e il sistema di riferimento x_8y_8 solidale al corpo 8.

θ_8 è l'angolo di rotazione (positivo nel verso indicato in figura) tra i due sistemi di riferimento mentre ρ_1 e ρ_2 sono le distanze tra l'asse di rotazione del corpo 8 e il centro rispettivamente del primo rullino (corpo 20) e del secondo rullino (corpo 21).

Sia l'alzata che il ritorno sono definiti da leggi di moto cicloidali. L'alzata però è definita su un angolo di camma β_1 inferiore rispetto al ritorno (angolo di camma β_2), come mostra la figura sottostante. La fase di sollevamento del dito risulterà perciò più rapida della fase di abbassamento.

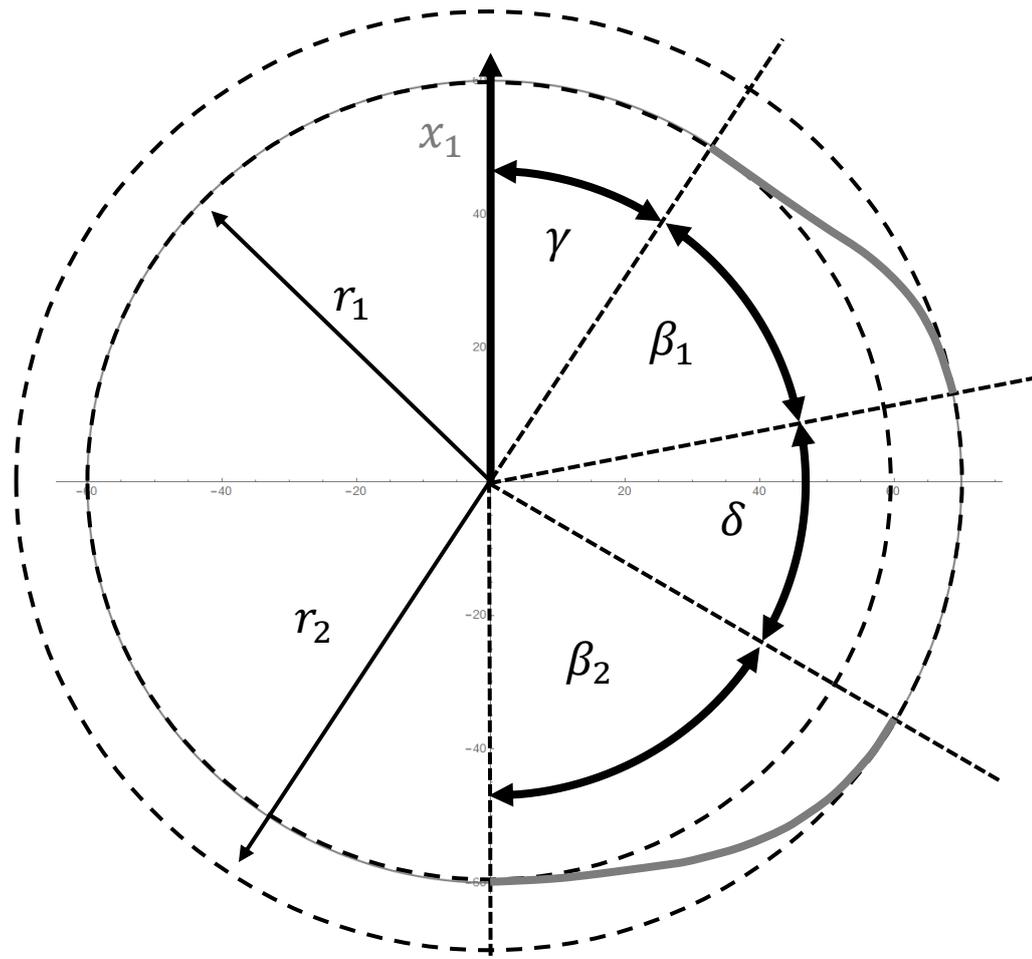


Figura 5.21 Parametri della camma

Gli angoli rappresentati Figura 5.21 valgono rispettivamente:

- $\gamma = 35^\circ$
- $\beta_1 = 45^\circ$
- $\delta = 40^\circ$
- $\beta_2 = 60^\circ$

Poniamo:

- $r_1 = 60$ mm: raggio circonferenza di base
- $r_2 = 70$ mm: raggio circonferenza esterna

L'alzata h può essere definita come

$$h = r_2 - r_1$$

La formula generale della legge di moto cicloidale è:

$$s(\theta) = h \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{\sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right)}{2\pi} \right] = h \left[q - \frac{\sin(2\pi q)}{2\pi} \right]$$

con

$$q = \frac{\theta}{\beta}$$

Nella Figura 5.22 è mostrato il profilo della legge cicloidale in funzione del parametro adimensionale q .

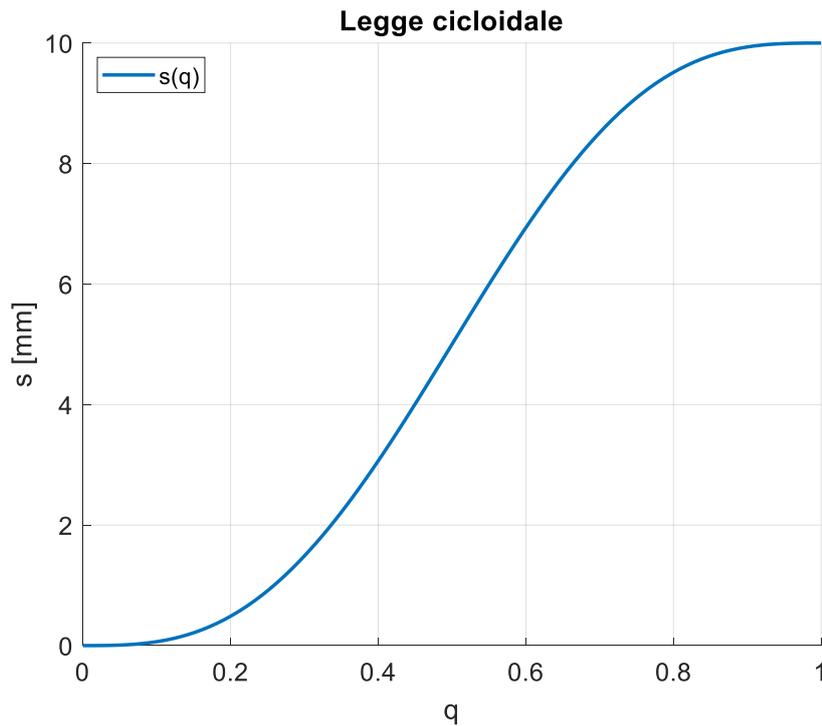


Figura 5.22 Legge cicloidale

Per prima cosa riportiamo l'angolo θ_8 nell'intervallo $[0, 2\pi]$ affinché esso possa essere inserito nella legge della camma che scriveremo successivamente:

$$\theta_8^* = \text{mod}(\theta_8, 2\pi)$$

In questo modo avremo:

$$0 \leq \theta_8^* < 2\pi$$

La funzione definita a tratti che descrive il profilo dell'intera camma è:

$$\rho_1(\theta_8^*) = \begin{cases} r_1 + h \left[\frac{(\theta_8^* - \gamma)}{\beta_1} - \frac{\sin\left(2\pi \frac{(\theta_8^* - \gamma)}{\beta_1}\right)}{2\pi} \right], & \gamma < \theta_8^* \leq \gamma + \beta_1 \\ r_2, & \gamma + \beta_1 < \theta_8^* \leq \gamma + \beta_1 + \delta \\ r_2 - h \left[\frac{(\theta_8^* - \gamma - \beta_1 - \delta)}{\beta_2} - \frac{\sin\left(2\pi \frac{(\theta_8^* - \gamma - \beta_1 - \delta)}{\beta_2}\right)}{2\pi} \right], & \gamma + \beta_1 + \delta < \theta_8^* \leq \gamma + \beta_1 + \delta + \beta_2 \\ r_1, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Ponendo

- $\varphi_1 = \gamma$
- $\varphi_2 = \gamma + \beta_1$
- $\varphi_3 = \gamma + \beta_1 + \delta$
- $\varphi_4 = \gamma + \beta_1 + \delta + \beta_2$

possiamo esprimere $\rho_1(\theta_8^*)$ in maniera più semplice:

$$\rho_1(\theta_8^*) = \begin{cases} r_1 + h \cdot \left[\frac{(\theta_8^* - \varphi_1)}{\beta_1} - \frac{\sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_1)}{\beta_1}\right)}{2 \cdot \pi} \right], & \varphi_1 < \theta_8^* \leq \varphi_2 \\ r_2, & \varphi_2 < \theta_8^* \leq \varphi_3 \\ r_2 - h \cdot \left[\frac{(\theta_8^* - \varphi_3)}{\beta_2} - \frac{\sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_3)}{\beta_2}\right)}{2 \cdot \pi} \right], & \varphi_3 < \theta_8^* \leq \varphi_4 \\ r_1, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

Questa è anche la legge di moto del primo rullino. Per trovare la legge di moto del rullino opposto si impone $\theta_8' = \theta_8 + \pi$, da cui si definisce $\theta_8'^* = \text{mod}(\theta_8', 2\pi)$.

La legge di moto del secondo rullino è definita come:

$$\rho_2 = \rho_1(\theta_8'^*)$$

Ora che abbiamo descritto matematicamente i profili camma, bisogna scegliere che tipo di vincolo Adams utilizzare per l'accoppiamento. Non è sufficiente che il vincolo riproduca la cinematica del problema; anche le reazioni vincolari devono essere realistiche.

La maniera più semplice sarebbe introdurre un vincolo "Point-Curve", in cui si impone a un punto di rimanere su una curva data. Tuttavia, questo vincolo in Adams rimuove due gradi di libertà, introducendo due reazioni vincolari: si tratta di due forze dirette rispettivamente lungo la normale e lungo la binormale alla curva, mostrate in Figura 5.23.

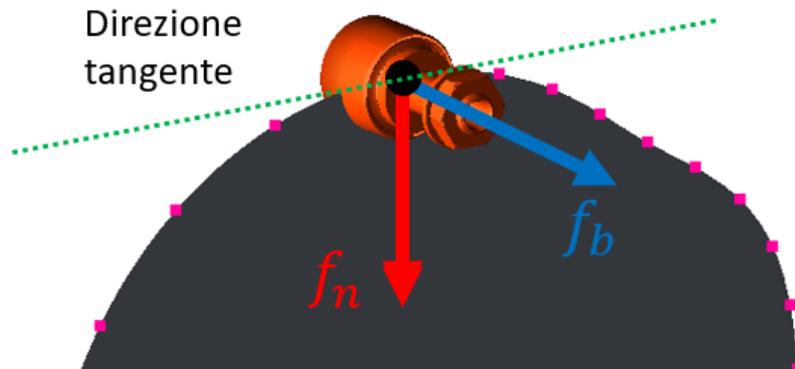


Figura 5.23 Forza normale e binormale

Questo vincolo, pertanto, non è realistico per i seguenti motivi:

- il meccanismo diventa iperstatico;
- la camma sul corpo 1 non esercita nella realtà una forza nella direzione binormale sui rullini.

Abbandoniamo perciò la modellazione del vincolo camma-rullino tramite il comando "Point-Curve" e utilizziamo invece un vincolo speciale detto *General Constraint* o GCN. Con il comando GCN è possibile esprimere un vincolo qualsiasi tramite un'equazione vettoriale generica $f(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$, dove \mathbf{q} è un vettore di coordinate generalizzate (angoli, distanze etc.).

Creiamo un marker sul corpo 1 nel centro della circonferenza di base della camma e rinomiamolo "Camma_I". Rinomiamo i marker che avevamo creato sui due rullini come "Camma1_J" e "Camma2_J".

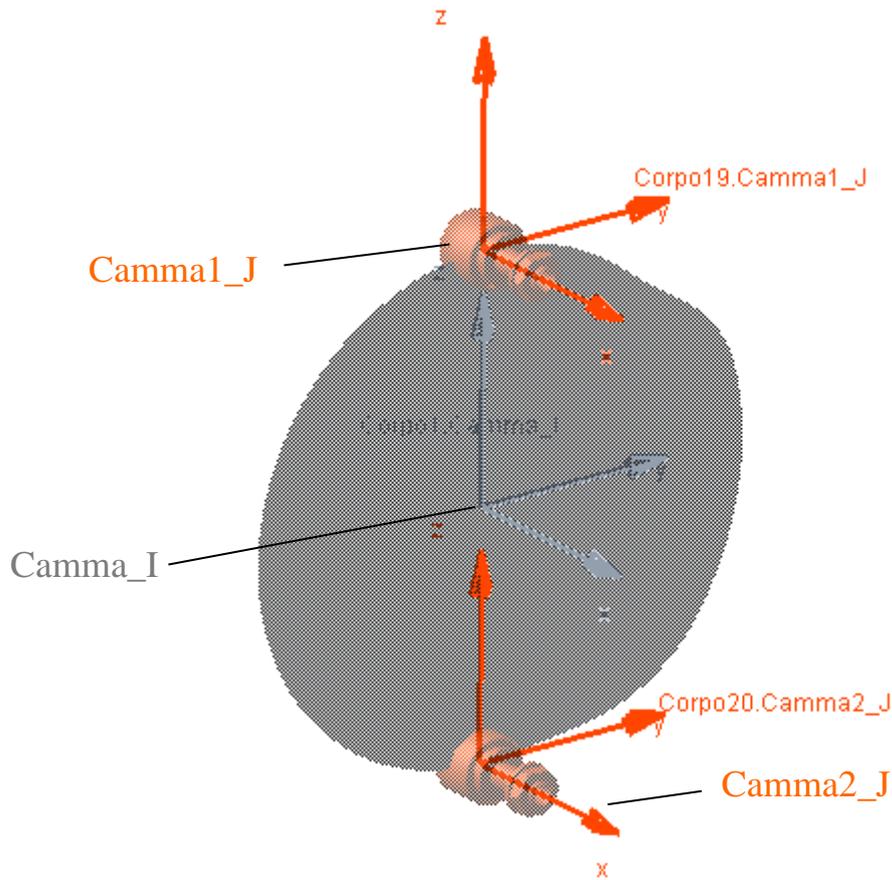


Figura 5.24 Marker per il GCN della camma

Creiamo allora uno script in MATLAB contenente la definizione della legge di moto $\rho_1(\theta_8^*)$. Dalla relazione

$$x_1(\theta_8) = \rho_1(\theta_8^*) \cos \theta_8$$

calcoliamo con lo script una serie di coordinate (θ_8, x_1) che vengono importate per generare in Adams una curva spline.

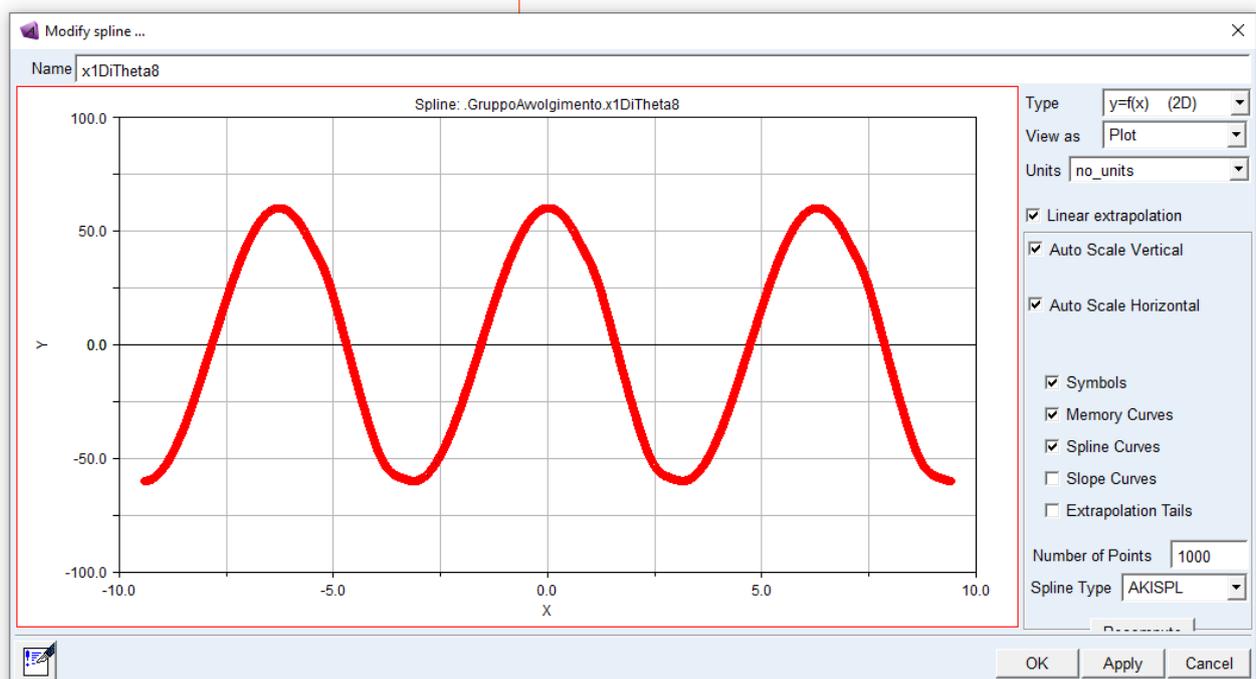


Figura 5.25 Spline $x_1(\theta_8)$

Creiamo quindi due GCN così definiti:

- corpo 20:

$$Dx(\text{Camma1_J}, \text{Camma_I}, \text{Camma_I}) - \text{CUBSPL}(\text{MOD}(\text{AZ}(\text{Camma1_J}, \text{Camma_I}), 2 \cdot \pi), 0, x1DiTheta8, 0) = 0$$

- corpo 21:

$$Dx(\text{Camma2_J}, \text{Camma_I}, \text{Camma_I}) - \text{CUBSPL}(\text{MOD}(-\text{AZ}(\text{Camma2_J}, \text{Camma_I}) + \pi, 2 \cdot \pi), 0, x1DiTheta8, 0) = 0$$

CUBSPL è una funzione che interpola tramite polinomi del terzo ordine il vettore di punti (x,y) della spline inserita nella casella “Spline Name” (vedi Figura 5.26).

Le prime due caselle nella finestra di definizione della spline consentono di specificare la o le variabili indipendenti da utilizzare per l’interpolazione. Nel nostro caso la variabile indipendente è una, l’angolo θ_8 .

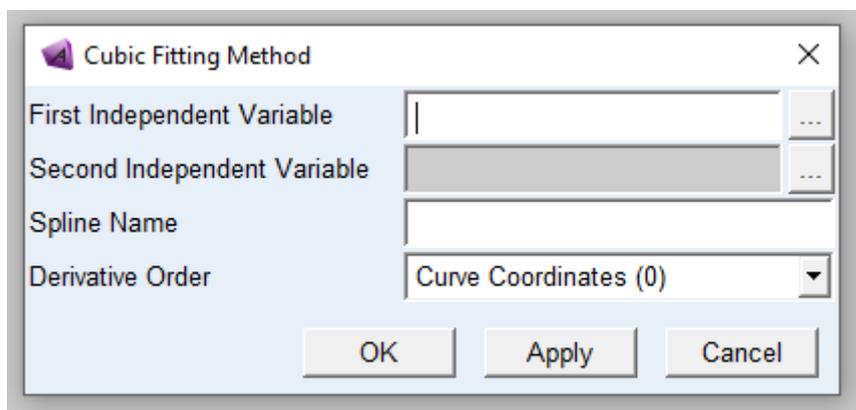


Figura 5.26 Parametri di input di CUBSPL

Spieghiamo quindi come sono calcolati i vincoli dei due GCN:

1. viene calcolato l’angolo θ_8 attorno all’asse Z della terna “Camma_I” che il marker sul rullino forma con l’origine del marker “Camma_I”;
2. l’angolo $\theta_8^* = \text{mod}(\theta_8, 2 \cdot \pi)$ viene utilizzato come variabile indipendente della spline;
3. la spline restituisce la posizione teorica x_1 del marker sul rullino nel sistema di riferimento “Camma_I”;
4. viene misurata la distanza tra il marker sul rullino e il marker “Camma_I” lungo l’asse x di “Camma_I” tramite la funzione DX: per soddisfare il GCN tale distanza deve essere uguale al valore restituito dalla spline.

Si noti che nella definizione del GCN per il corpo 21 si è aggiunto π al primo argomento della funzione MOD(arg1,arg2).

Questa definizione dell’accoppiamento camma-rullino:

1. non dipende dalle leggi di moto imposte ai due motori dell’albero interno ed esterno. Ad ogni valore di θ_8 è associato un solo valore di x_1 ;
2. genera una forza di reazione tra il marker al centro della camma e il marker sul rullino. Tale forza ha come direzione la retta congiungente i due marker.

Il vincolo realizza uno scambio di forze, in prima approssimazione, corretto dato che l’asse di traslazione del rullo passa per il centro della camma e l’angolo di pressione è limitato. Nella realtà, la camma e il rullino si scambiano una forza normale ai due profili a contatto tra loro. Questa forza, perciò, non è sempre diretta come la retta che congiunge il marker al centro del rullino con il marker

al centro della camma. In particolare, nelle fasi in cui il rullino segue la traiettoria cicloidale, la normale ai due profili non coincide con la direzione della reazione vincolare del GCN.

I due GCN così definiti sono soggetti a problemi di singolarità: il risolutore alcune volte non riesce a risolvere il sistema di equazioni e mostra un messaggio di errore. Se però si modifica il numero di step con cui si esegue il calcolo, questo problema smette di presentarsi. Esiste, dunque, un certo valore del parametro “Steps” che fa risolvere ad Adams il sistema di equazioni in un istante di tempo in cui il sistema diviene singolare. Questo problema è dovuto alla definizione della funzione AY, che ricava l’angolo di rotazione tra le due terne cartesiane usando la funzione arctan. Infatti, all’istante di tempo in cui il risolutore non raggiunge la convergenza, l’angolo tra le due terne è prossimo a $\frac{\pi}{2}$, per cui la tangente dell’angolo tende a $+\infty$.

Un modo per evitare la singolarità è quindi quello di modificare il numero di step temporali fino a che la singolarità smette di ripresentarsi. Tuttavia, vogliamo realizzare un vincolo che non richieda queste attenzioni. Giungiamo così alla forma finale del vincolo necessario a rappresentare l’accoppiamento camma-rullino.

In precedenza abbiamo definito le espressioni analitiche di $\rho_1(\theta_8^*)$ e $\rho_2(\theta_8^*)$. Conoscendo anche la legge di moto $\theta_8(t)$, possiamo ricavare:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \rho_1(t) \\ \rho_2 &= \rho_2(t)\end{aligned}$$

Generiamo, quindi, con MATLAB due spline distanza radiale-tempo da inserire in due nuovi GCN. Gli andamenti delle spline sono riportati in Figura 5.27 e in Figura 5.28 .

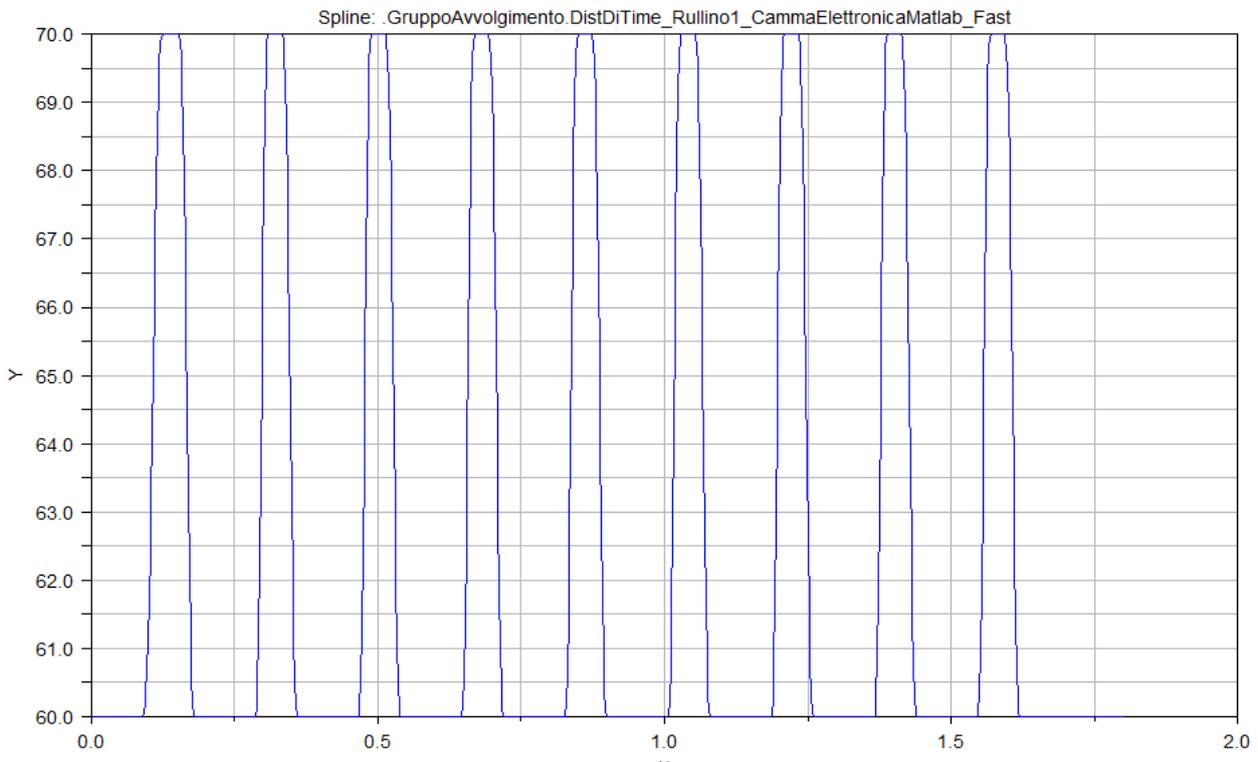


Figura 5.27 Spline per il corpo 20

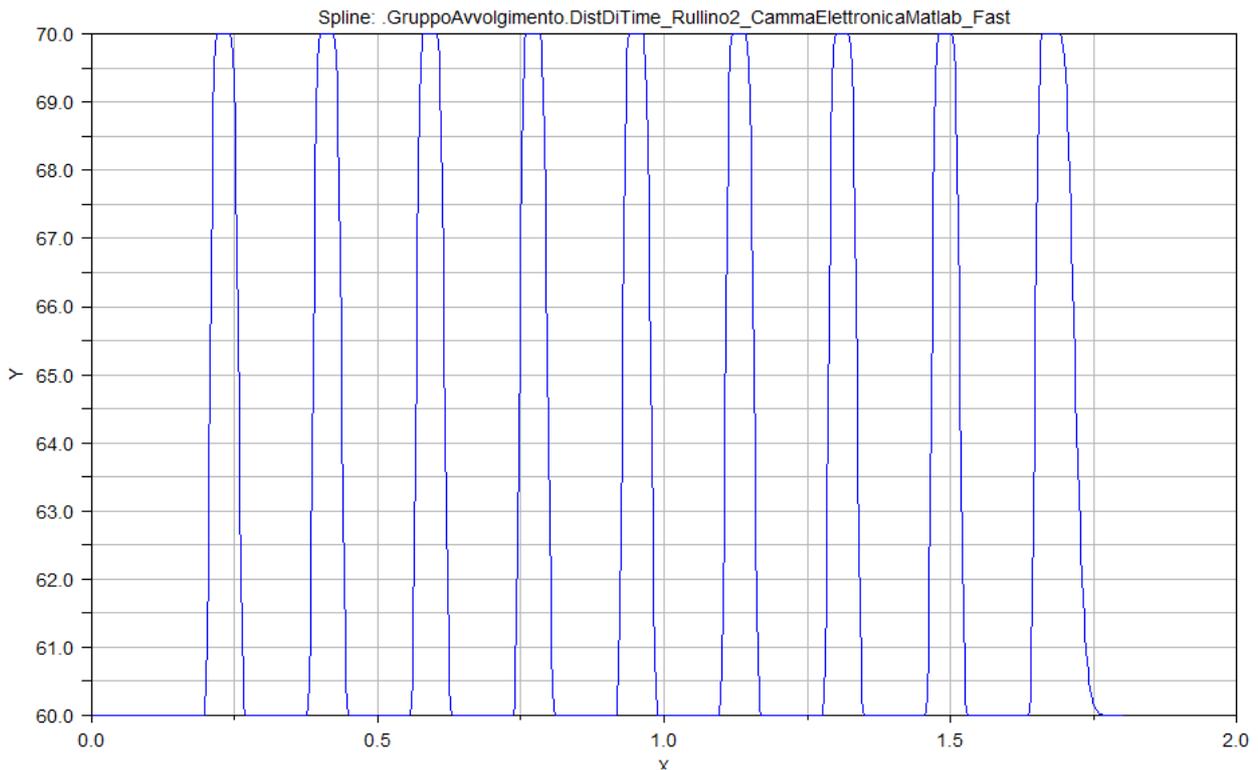


Figura 5.28 Spline per il corpo 21

La forma dei due GCN diviene:

- corpo 20:

$$Dx(\text{Camma1_J}, \text{Camma_I}, \text{Camma_I}) - \text{CUBSPL}(\text{MOD}(-\text{AZ}(\text{Camma1_J}, \text{Camma_I}), 2 * \text{Pi}), 0, \text{x1DiTheta8}, 0) = 0$$

- corpo 21:

$$Dx(\text{Camma2_J}, \text{Camma_I}, \text{Camma_I}) - \text{CUBSPL}(\text{MOD}(-\text{AZ}(\text{Camma2_J}, \text{Camma_I}) + \text{Pi}, 2 * \text{Pi}), 0, \text{x1DiTheta8}, 0) = 0$$

I pregi e i difetti della definizione degli accoppiamenti camma-rullino tramite questi due nuovi GCN sono i seguenti:

1. Il meccanismo non è più soggetto a singolarità.
2. La forza di reazione è ancora diretta come la retta che congiunge il marker al centro della camma al marker al centro del rullino.
3. I due GCN sono validi solamente per date leggi di moto assegnate al corpo 1 e al corpo 2. Bisogna aggiornare le spline se si apportano modifiche a queste due leggi di moto.
4. La simulazione non può spingersi oltre il tempo massimo fino al quale sono state definite le due spline.

5.2.6 Coupler

Il Coupler è un vincolo Adams che consente di legare tra loro le rotazioni e/o traslazioni di due o più giunti contemporaneamente. È possibile legare tra loro, ad esempio, la traslazione di un corsoio con la rotazione di una cerniera, per rappresentare un accoppiamento pignone-cremagliera, oppure legare tra loro le rotazioni di due cerniere, per rappresentare ad esempio l'accoppiamento tra due pulegge con una cinghia di trasmissione.

5.2.6.1 Rotismo epicicloidale

Affrontiamo per prima cosa il rotismo epicicloidale composto dai corpi 1, 2, 3 e 4. Si tratta di un rotismo epicicloidale senza corona esterna, come abbiamo avuto già modo di osservare nella Figura 3.5. Schematizziamo il rotismo come mostrato nella Figura 5.29. Mostriamo per semplicità solamente il satellite 3, poiché le considerazioni che faremo su di esso potranno essere applicate anche al satellite 4.

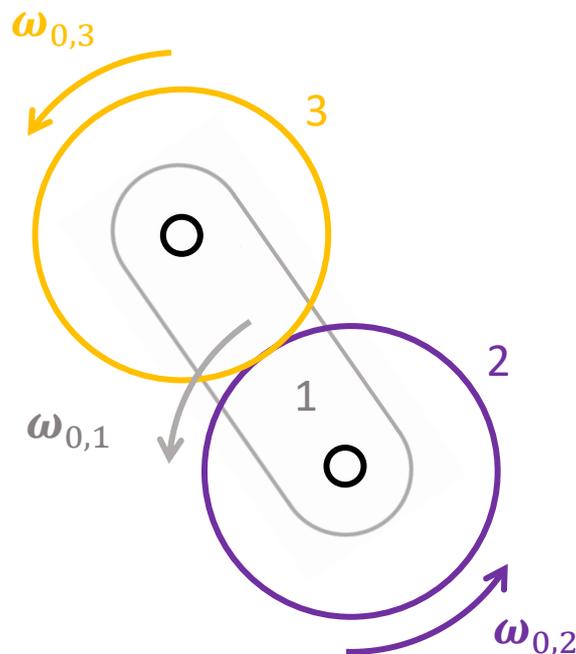


Figura 5.29 Schema rotismo epicicloidale. La cerniera al centro della ruota 2 (attorno a cui ruota anche il portasatelliti 1) è fissa, l'asse di rotazione di 3 è invece mobile.

$\omega_{i,j}$ rappresenta la velocità angolare del corpo j (nel piano del moto) vista da un osservatore solidale con il corpo i .

Poiché le velocità angolari relative possono essere sommate, si ha:

$$\omega_{0,2} = \omega_{0,1} + \omega_{1,2}$$

$$\omega_{0,3} = \omega_{0,1} + \omega_{1,3}$$

Inoltre, per soddisfare il vincolo di ingranamento delle due ruote dentate deve valere

$$\omega_{1,3} = -\tau_{2,3}\omega_{1,2}$$

dove τ è il rapporto di trasmissione, definito come

$$\tau_{2,3} = \frac{|\omega_{1,3}|}{|\omega_{1,2}|} = 1$$

Ricordiamo che la cerniera 2 vincola la rotazione relativa tra il corpo 1 ed il corpo 2, non tra il corpo 2 e il ground. Inseriamo anche un Coupler tra la cerniera 2 e la cerniera 4.

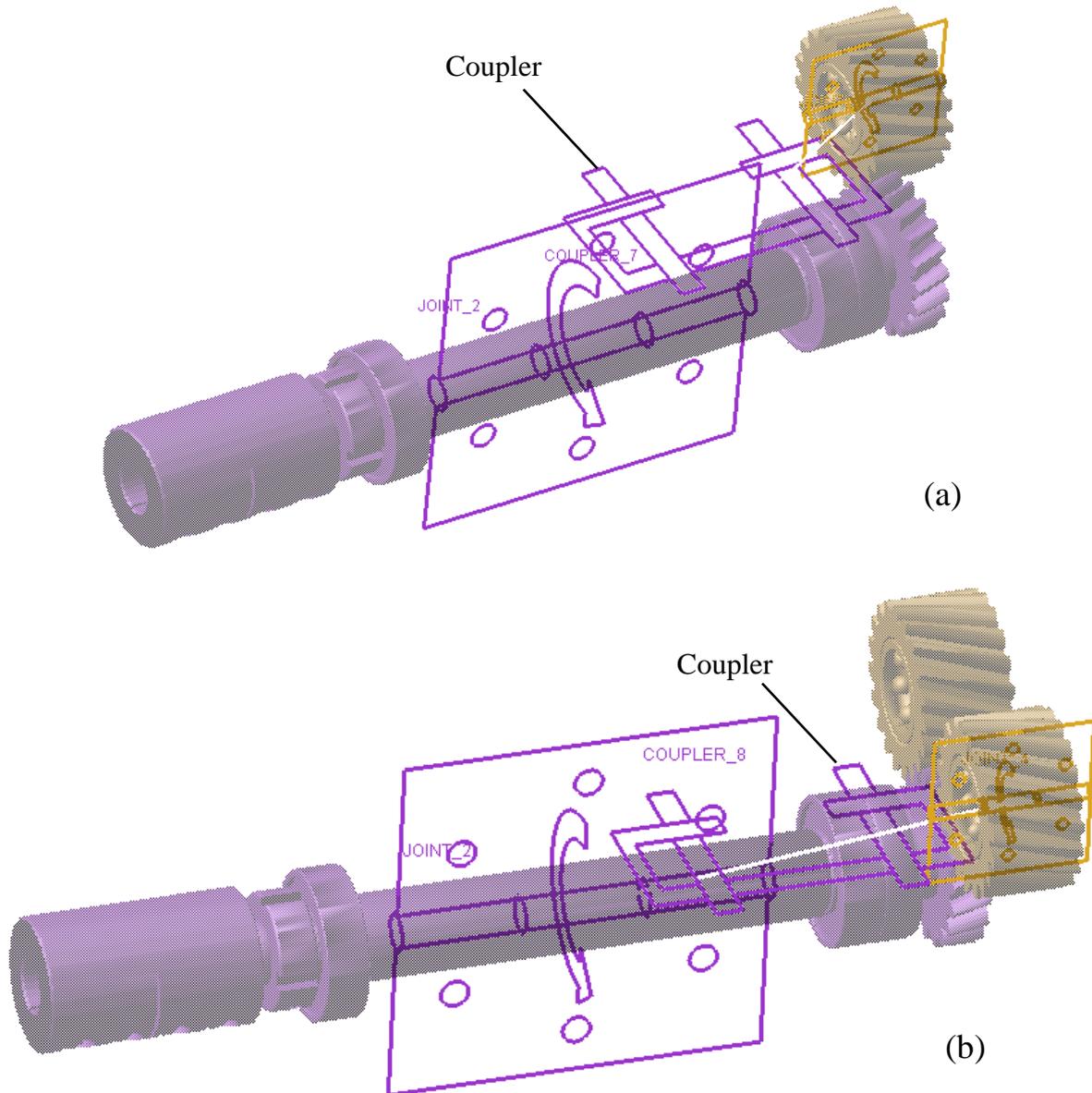


Figura 5.30 Coupler tra la cerniera 2 e la 3 (a) e tra la 2 e la 4 (b)

Nella Figura 5.30(a) e nella Figura 5.30(b) delle linee bianche collegano i centri delle due cerniere, per indicare che le due rotazioni sono ora legate tra di loro.

In questo caso, la reazione vincolare che il Coupler produce su ognuno dei due corpi collegati è una coppia, che ha la direzione dell'asse di rotazione delle due cerniere. La forza che i denti delle ruote dentate si scambiano non viene quindi modellata tramite questo vincolo. Pertanto, in questa prima versione del modello i cuscinetti che supportano gli alberi delle ruote non subiscono le spinte radiali e assiali dovute all'ingranamento delle ruote stesse; questo rappresenta un limite significativo del modello. Nella seconda versione del modello, invece, saranno presenti anche le forze che si scambiano i denti delle ruote dentate.

5.2.6.2 Rotismi ordinari

Utilizziamo dei Coupler per vincolare tra loro le rotazioni delle rimanenti ruote dentate. Creiamo un Coupler tra:

- cerniera 23 e cerniera 22 con $\tau_{23,22} = 1$;
- cerniera 22 e cerniera 1 con $\tau_{22,1} = 1$;
- cerniera 3 e cerniera 5 con $\tau_{3,5} = 1$;
- cerniera 5 e cerniera 6 con $\tau_{5,6} = \frac{19}{16}$;
- cerniera 5 e cerniera 7 con $\tau_{5,7} = \frac{19}{16}$;
- cerniera 6 e cerniera 8 con $\tau_{6,8} = \frac{16}{19}$.

Se si moltiplicano tra loro i rapporti di trasmissione dei rotismi che collegano il corpo 2 al corpo 8 si ottiene un rapporto di trasmissione complessivo $\tau_{2,8} = \tau_{2,3}\tau_{3,5}\tau_{5,6}\tau_{6,8} = 1$. Anche per il rapporto di trasmissione $\tau_{23,1}$ tra la ruota calettata sull'albero del motore più grosso (corpo 23) e la ruota sul corpo 1 vale $\tau_{23,1} = 1$.

Non si è creato un Coupler tra la cerniera 4 e la cerniera 5, e tra la cerniera 7 e la cerniera 8: fare ciò, infatti, renderebbe iperstatico il cinematismo. Questo perché ci sono due ruote motrici, che trasmettono entrambe coppia a un'unica ruota condotta: pertanto, Adams non sa in che percentuale attribuire la coppia sulla ruota condotta a ciascuna ruota motrice.

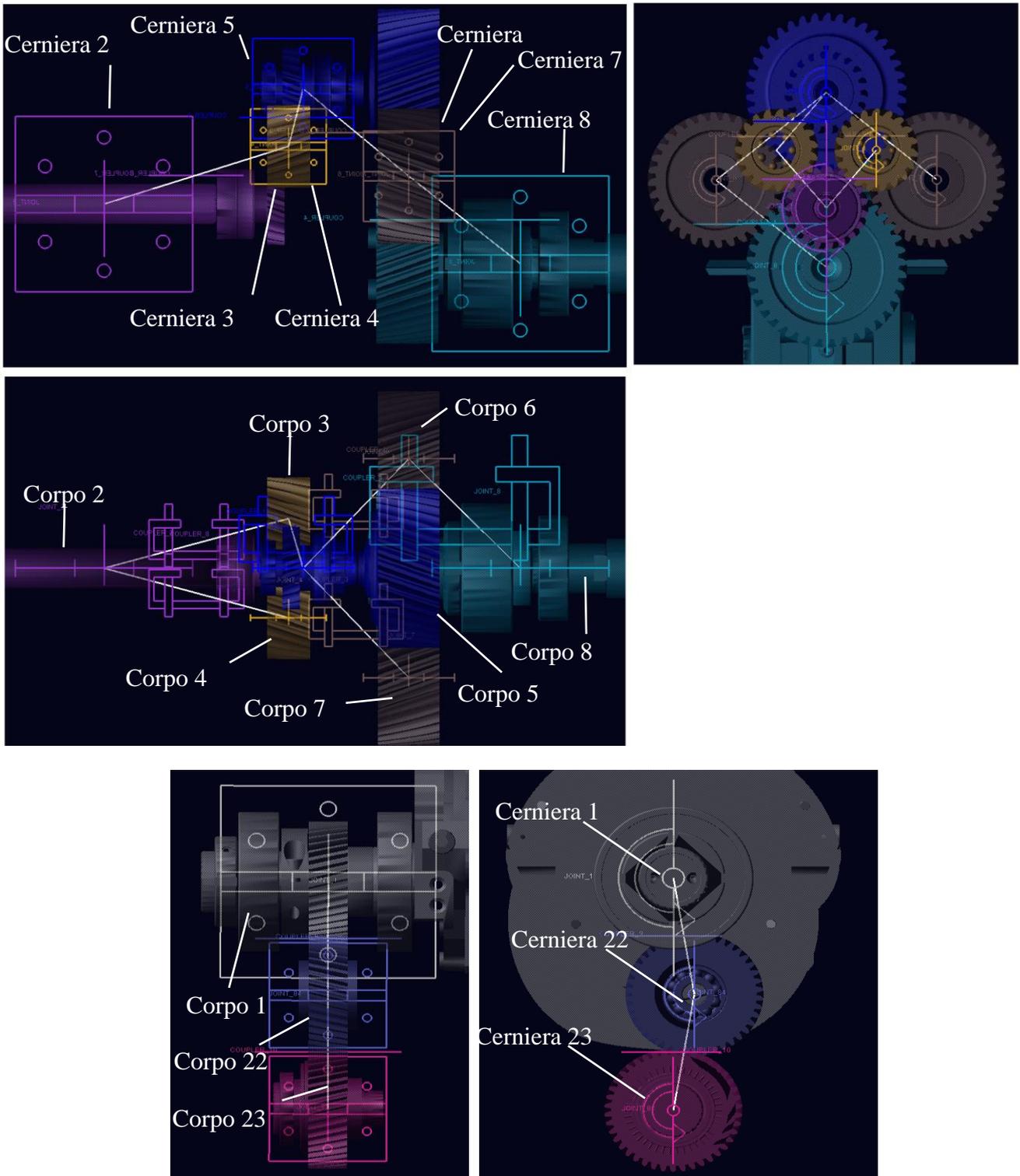


Figura 5.31 Coupler per i rotismi ordinari

5.2.6.3 Pignone e cremagliera

Il prossimo tipo di vincolo da modellare è l'accoppiamento pignone-cremagliera. Nel meccanismo sono presenti due di queste trasmissioni: una tra il corpo 9 e il corpo 11 e l'altra tra il corpo 10 e il corpo 12.

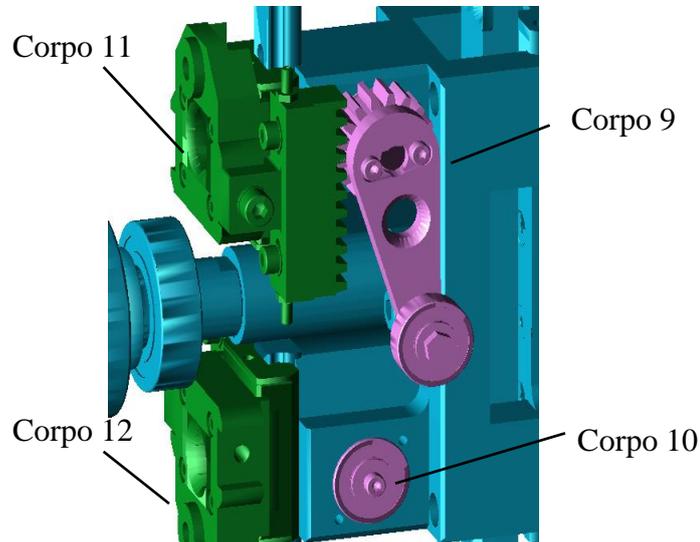


Figura 5.32 Pignone e cremagliera

Un vincolo che si potrebbe applicare è il “Gear”. Per definire i vincoli Gear, creiamo, per ogni accoppiamento pignone-cremagliera, un marker “Common Velocity” sul corpo 8 che determina il punto di contatto tra le primitive. Questo marker, per come è definito il vincolo Gear, deve appartenere al corpo sui cui sono vincolati i due membri che devono essere collegati dal Gear. Il marker ha l'asse Z inclinato dell'angolo di spinta α della dentatura rispetto alla direzione di traslazione della cremagliera.

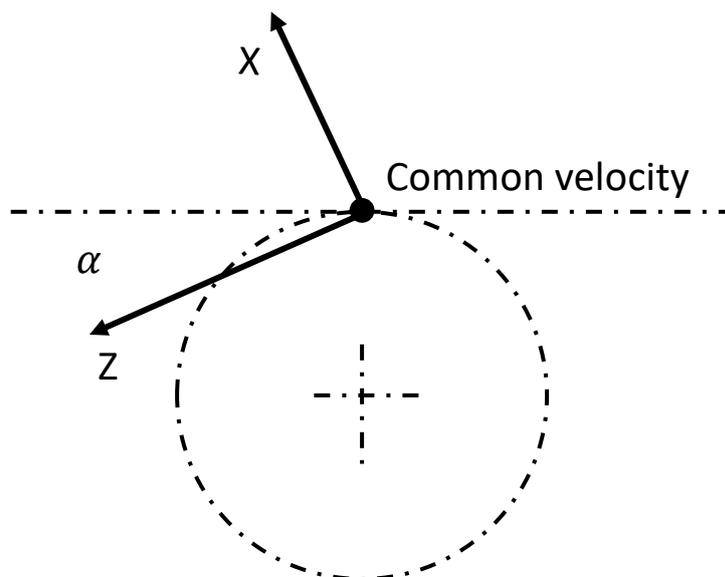


Figura 5.33 Marker Common Velocity

Ognuno di questi due marker è posizionato a metà dello spessore della rispettiva cremagliera e nel punto di tangenza tra le due primitive. In Figura 5.34 sono mostrati l'orientamento e la posizione del marker “Common Velocity”.

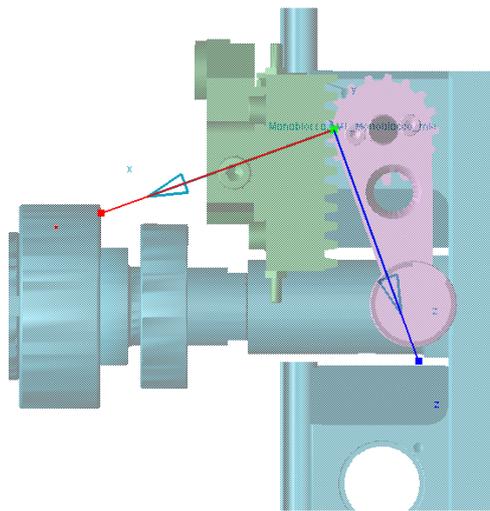


Figura 5.34 Orientamento e posizione del marker CV

In Figura 5.35 è mostrata la rappresentazione grafica di un vincolo “Gear”, presente tra la cerniera 9 ed il corsoio, che permette la traslazione del corpo 11 lungo il corpo 8.

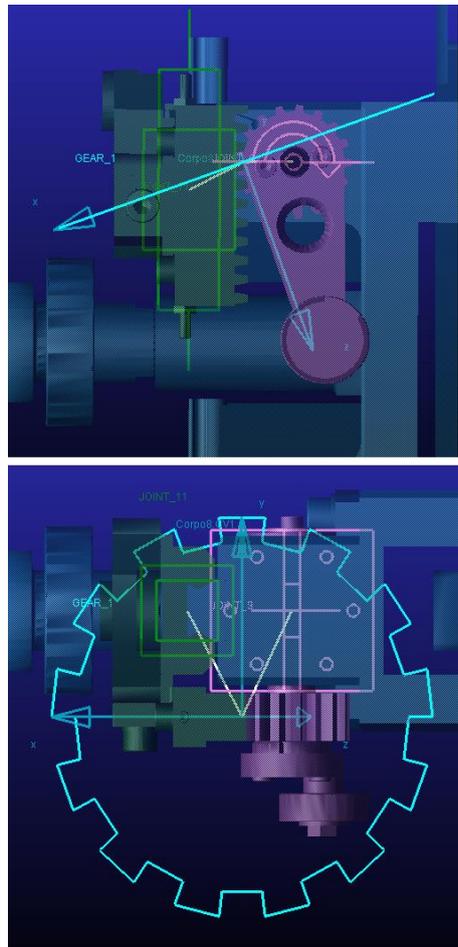


Figura 5.35 Vincolo Gear

Anche qui la linea bianca indica che esiste una relazione tra i movimenti dei giunti che essa collega. Al contrario del semplice Coupler il vincolo Gear simula la forza tra i denti in presa. Tale forza è applicata nell’origine del sistema di riferimento “Common Velocity” ed è diretta secondo l’asse Z di tale terna. La posizione del marker rispetto ai punti in cui sono posizionati il corsoio e la cerniera definisce automaticamente il rapporto di trasmissione.

Lanciando la simulazione si è visto che i movimenti della cremagliera e del pignone sono corretti. Le reazioni vincolari fornite da Adams con questo modello non coincidono però con quelle fornite dal modello MATLAB.

La ragione è che nel modello Adams, quando la coppia resistente che agisce sul pignone cambia verso, la direzione della forza scambiata tra i denti rimane la stessa, cioè lungo l'asse Z del marker Common Velocity. Ciò non ha senso fisico, perché la spinta radiale che si trasmettono due ruote dentate tende sempre ad allontanare i centri delle due ruote l'uno dall'altro.

Lo scambio di forze nel vincolo Gear è mostrato nella Figura 5.36, per entrambi i versi di rotazione.

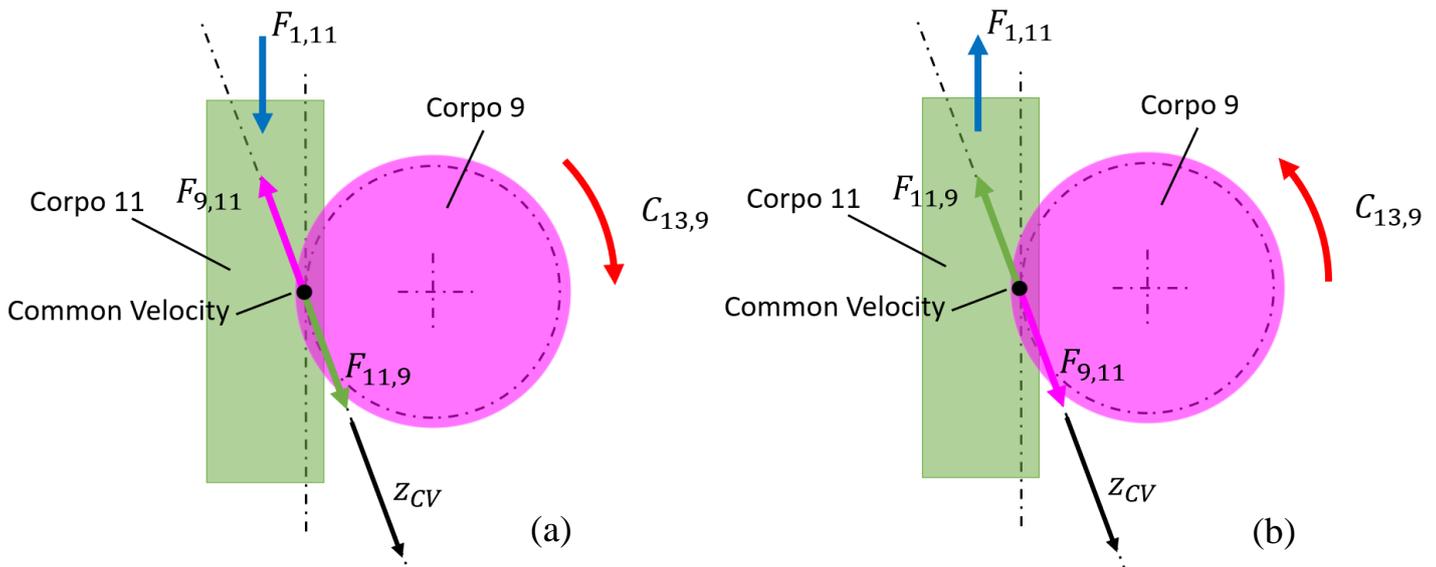


Figura 5.36 Reazioni vincolari del Gear; $F_{(i,j)}$ è la forza che il corpo i esercita sul corpo j

Come si può notare nella Figura 5.36(b), quando cambia il verso della coppia le componenti radiali delle forze tra i denti tendono ad attrarre i corpi tra loro, risultato che ha poco senso fisico.

Poiché non abbiamo la certezza che la coppia resistente sui corpi 9 e 10 mantenga lo stesso verso durante tutto il processo di avvolgimento, si è ridefinito il modello Adams, usando anche in questo caso un Coupler.

Il rapporto di trasmissione tra la velocità di rotazione ω del pignone e la velocità di traslazione v della cremagliera è, per entrambi gli accoppiamenti, dato da

$$\tau = \frac{\omega}{v} = \frac{v}{r_p} \frac{1}{v} = \frac{1}{12.25} \text{ mm}$$

dove r_p rappresenta il raggio primitivo del pignone.

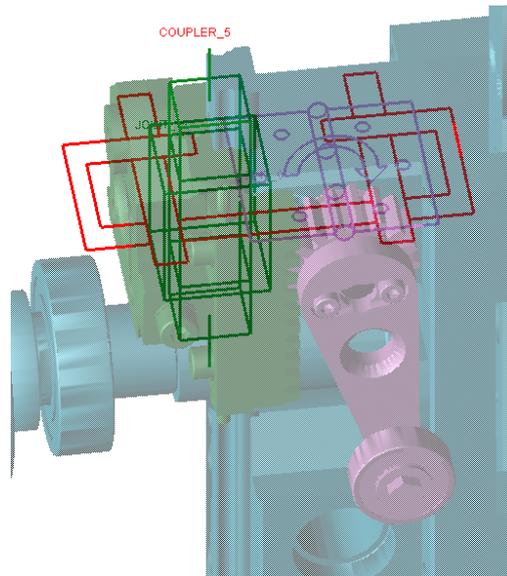


Figura 5.37 Coupler per l'accoppiamento pignone-cremagliera

5.2.6.4 Coupler: reazioni vincolari

Nel modello matematico MATLAB, per il corpo 8, i valori delle reazioni vincolari sono differenti da quelli trovati in Adams.

Si è quindi indagata la ragione di tale discrepanza, che dipende da come Adams gestisce le forze/coppie esercitate dal vincolo Coupler.

A titolo di esempio, siano date una parte A, una parte B e il ground; ciascuna parte è collegata al ground tramite una cerniera. Chiamiamo vincolo 1 quello sulla parte A al ground e vincolo 2 l'altro. Ogni vincolo crea due marker: uno sul ground (marker I) e l'altro sulla parte (marker J). Con un Coupler imponiamo una relazione tra lo spostamento della parte A e quello della parte B. La coppia che la parte A esercita sul marker J della parte B tramite il Coupler viene applicata con stesso modulo ma verso opposto sul marker I, appartenente al ground, del vincolo 2 e così pure la coppia che la parte B esercita sulla parte A viene applicata con stesso modulo ma verso opposto sul marker I del vincolo 1. Tuttavia, i due marker che costituiscono ciascun vincolo non dovrebbero potersi scambiare una coppia lungo il grado di libertà di rotazione che il vincolo permette.

Come esempio concreto, vediamo le forze e le coppie che si scaricano sul corpo 8 a causa dei Coupler dei due accoppiamenti pignone-cremagliera.

Nella Figura 5.38 si può osservare la forza $f_{9,11}$ che il corpo 9 esercita sul corpo 11 grazie al Coupler. Tale forza viene applicata sul marker J del corsoio solidale al corpo 11. Questa forza, però, viene anche riportata con segno opposto sul marker I del corsoio solidale al corpo 8.

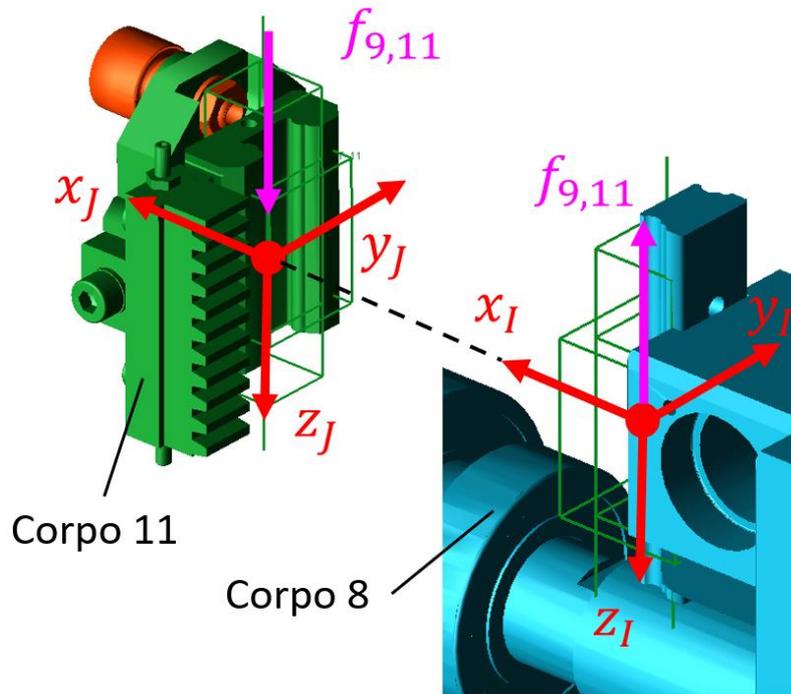


Figura 5.38 Reazioni vincolari del Coupler

Questo comportamento di Adams è stato anche confermato attraverso un modello MATLAB. Il modo in cui Adams considera lo scambio di forze generato dal Coupler è un altro dei motivi per cui si è ritenuto necessario sviluppare una seconda versione del modello Adams.

5.3 Azioni motrici: Motion

5.3.1 Alberi

Ora che abbiamo fissato i due alberi motori al telaio con vincoli cerniera possiamo imporre loro di seguire una data legge di moto tramite comandi Adams detti *Motion*.

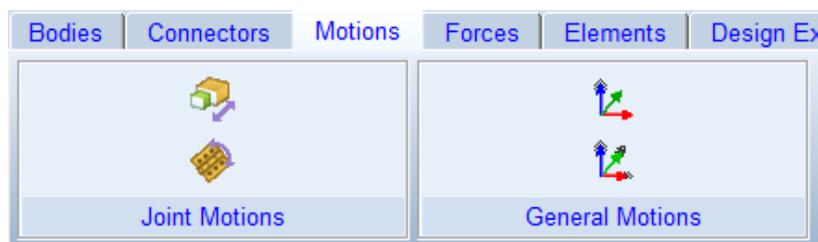


Figura 5.39 Tipologie di Motion

Grazie a un Motion è possibile imporre alle coordinate di giunto corrispondenti ai gradi di libertà di seguire un dato andamento nel tempo. Il Motion genera le forze e/o coppie necessarie a far sì che le coordinate specificate seguano le leggi che l'utente ha imposto.

Applicando ad esempio il *Rotational Joint Motion* alla cerniera 23 che collega il corpo 23 al ground, si prescrive l'andamento nel tempo dell'angolo di rotazione.

Creiamo ora una spline che rappresenta l'andamento nel tempo dell'angolo della cerniera 23 tramite l'apposito comando, inserendo i valori (discreti) del tempo sull'asse X e dell'angolo (in radianti) sull'asse Y (vedi Figura 5.40). La legge con cui varia questo angolo era stata ricavata nel paragrafo 3.2; l'angolo è uguale a $\theta_1(t)$, essendo il rapporto di trasmissione tra corpo 23 e corpo 1 unitario. La spline è definita per un intervallo di tempo $[0; t_a]$ (vedi paragrafo 3.3).

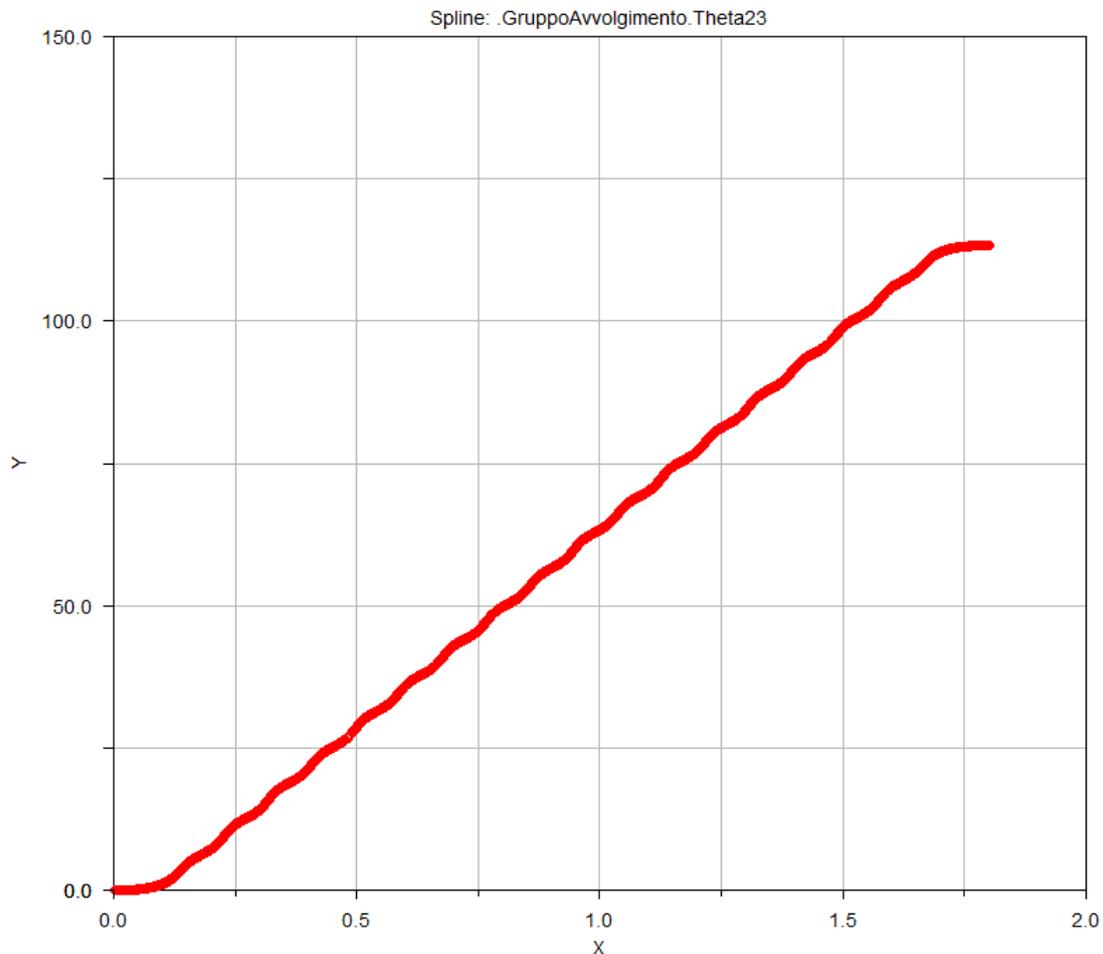


Figura 5.40 Spline per il Motion della cerniera 23

Per poter utilizzare la spline all'interno del Motion, facciamo in modo che questo generi la rotazione della cerniera 23 secondo la funzione “CUBSPL(time, 0, Theta23, 0)”, che è una spline del terzo ordine in funzione del tempo *time*.

Ora assegniamo una legge di moto anche al secondo albero. In questo caso però non si può creare un Motion direttamente nella cerniera 2 che collega i corpi 1 e 2, poiché questi sono accoppiati tra loro tramite cuscinetti e pertanto non si scambiano coppia. La coppia è applicata al corpo 2 dal motore che si collega tramite il manicotto al secondo albero (Figura 5.41); dato che questo motore è solidale al telaio, il Motion dovrà essere creato tra il corpo 2 e il ground in modo tale che sia il ground ad applicare la coppia al secondo albero.

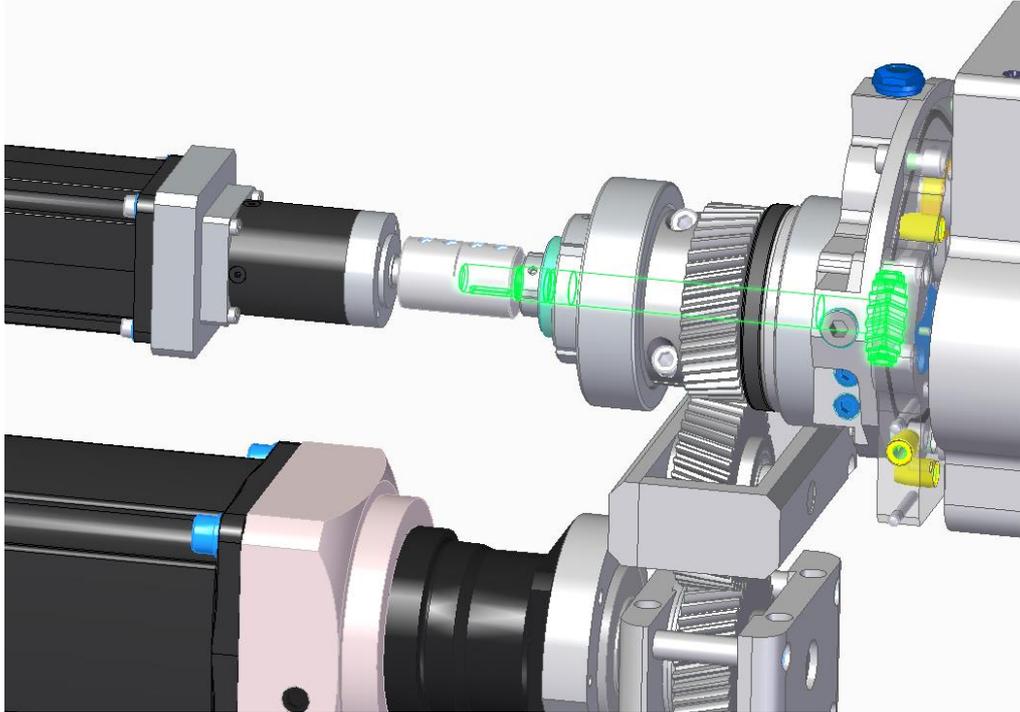


Figura 5.41 Collegamento tra il secondo albero ed il motore

Per creare questo particolare Motion utilizziamo il comando *Point Motion*. Tramite questo strumento è possibile specificare l'andamento nel tempo di una coordinata (di posizione o angolare) di un marker rispetto ad un sistema di riferimento specificato.

Creiamo come per il Motion precedente una spline dell'angolo di rotazione (che rinominiamo "Theta2_Abs") in funzione del tempo, secondo la funzione "CUBSPL(time, 0, Theta23, 0)". Si noti, nella Figura 5.42, che i cicli di rotazione dell'albero sono pari al numero di avvolgimenti della batteria di cui al Capitolo 3.

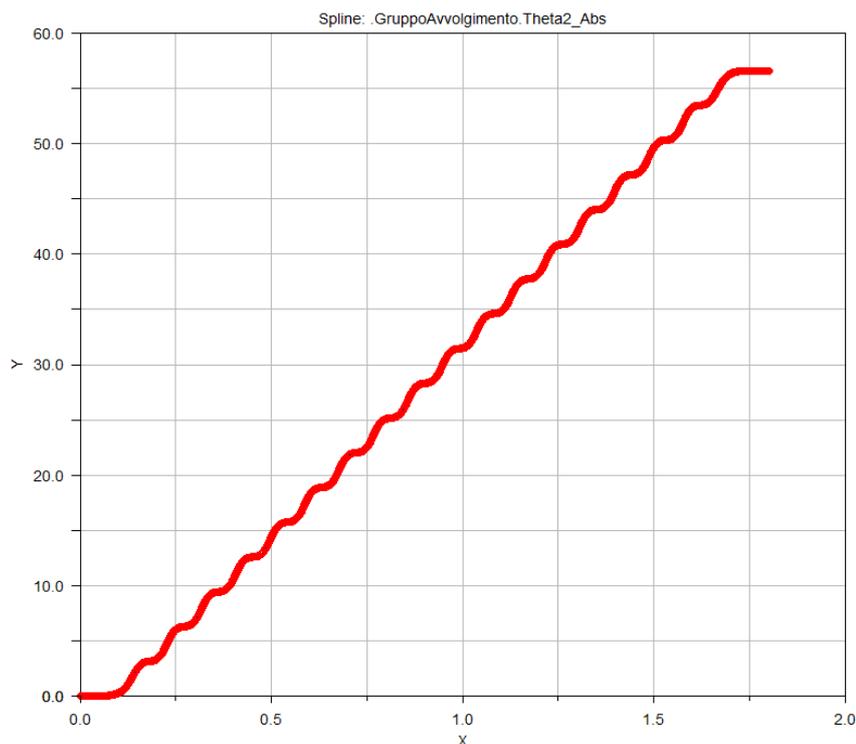


Figura 5.42 Spline per il Point Motion

5.3.2 Dita

Poniamo due Rotational Joint Motion nelle cerniere 17 e 18 che collegano le dita ai bilancieri 15 e 16.

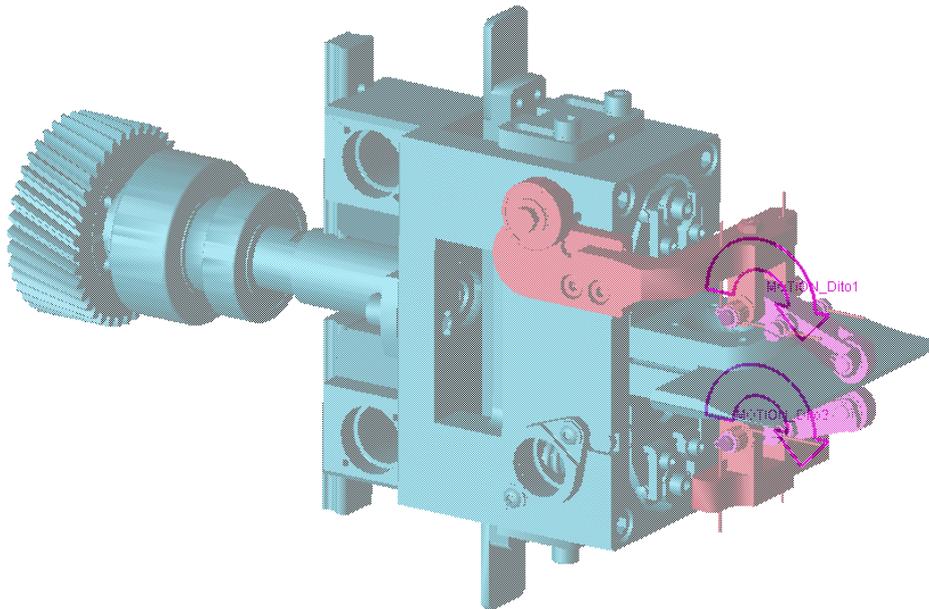


Figura 5.43 Rotational Joint Motion delle dita

Imponiamo, con le leggi di moto dei due Motion, che gli angoli di rotazione delle dita mantengano un valore costante e pari a zero, per impedire la rotazione di ciascun dito. Pertanto, i due vincoli (cerniera e Motion) presenti su ciascun dito equivalgono a un giunto Fixed.

Si è deciso di usare questa combinazione, anziché il singolo vincolo Fixed, per lasciare aperta la possibilità in analisi successive di considerare anche l'incremento dello spessore della batteria che si ha durante l'avvolgimento. Infatti ogni batteria, al termine dell'avvolgimento, è spessa 18 mm. Questo vuol dire che la distanza tra il centro della rotella all'estremità di ciascun dito e la pinza su cui si avvolge il materiale aumenta di 9 mm rispetto al valore iniziale (cioè all'istante in cui è iniziato l'avvolgimento delle celle).

Grazie ai Motion imposti alle due cerniere 17 e 18 è possibile aumentare la distanza tra il centro della rotella e la pinza di una quantità pari allo spessore del materiale da avvolgere ogni volta che il quadrilatero riporta in posizione il dito. Gli step di apertura per ciascun dito saranno in numero pari alla metà del numero di strati di cui è composta la cella.

5.4 Il precarico delle molle

Come anticipato nel Capitolo 3, ogni dito preme sulle celle grazie ad una coppia di molle di torsione. Il precarico fornito dalle molle è tale da generare una forza di 5N tra il dito e la pinza all'inizio dell'avvolgimento. Supponiamo trascurabile l'incremento di questa forza a causa del progressivo aumento di spessore delle celle.

Per rendere più realistico il modello Adams, perciò, introduciamo anche la forza con cui le dita premono sulle celle.

Poniamo nel centro della rotella di ciascun dito una forza di modulo 5 N e ortogonale alla pinza e all'asse della rotella stessa.

Tale forza cessa di agire quando il dito si è staccato dalla pinza e genera una forza di reazione sulle pinze. Lo schema della forza è mostrato in Figura 5.44.

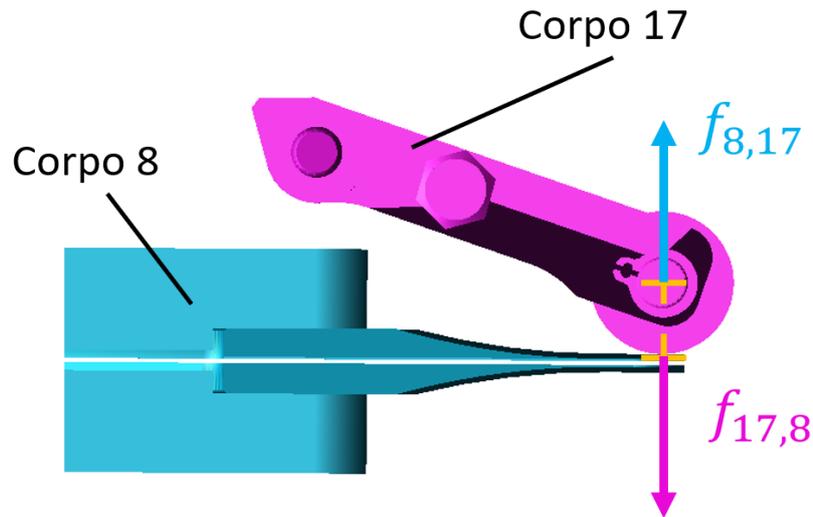


Figura 5.44 Forze tra il dito e le pinze

Per fare ciò si creano innanzitutto due marker: uno sull'asse della rotella a metà del suo spessore, l'altro nella proiezione di tale punto sulla pinza. I marker appartengono rispettivamente al corpo 17 e al corpo 8 e hanno origine nei punti di applicazione delle forze $f_{17,8}$ e $f_{8,17}$. Dopodiché si crea una forza tra i due corpi con valore costante e diretta lungo la retta che congiunge i due punti di applicazione. La forza non deve essere applicata tra i due corpi quando il dito è in posizione sollevata. Il modulo della forza viene dunque definito inserendo all'interno della casella *Function* l'espressione

$$\text{IF}(\text{DM}(\text{Corpo8_ForzaPrecarico1_mkr}, \text{Corpo17_ForzaPrecarico1_mkr}) - 8.2 : 5, 5, 0)$$

La distanza a riposo tra il centro della rotella e il marker che abbiamo creato sul corpo 8 è di 8.2 mm (rilevata dal CAD). Quando la distanza assoluta tra i due marker è minore o uguale a 8.2 mm (approssimando per eccesso la distanza a riposo) la forza deve avere modulo 5 N, altrimenti ha modulo 0 N. Si può procedere in maniera analoga per rappresentare la forza generata dal precarico della molla del secondo dito (corpo 18).

5.5 Verifica gradi di libertà

Abbiamo terminato di imporre i vincoli, le azioni motrici e le forze elastiche del meccanismo. Verifichiamo adesso che non siano presenti vincoli ridondanti, che il cinematismo abbia zero gradi di libertà e che si possa dunque eseguire un'analisi cinetostatica. Nella Figura 5.45 è mostrato l'insieme dei vincoli, dei Motions e delle forze che sono stati creati nelle Sezioni precedenti.

Prima di applicare la formula di Grubler, identifichiamo quali classi di vincoli sono presenti e quanti vincoli appartengono ad ogni classe.

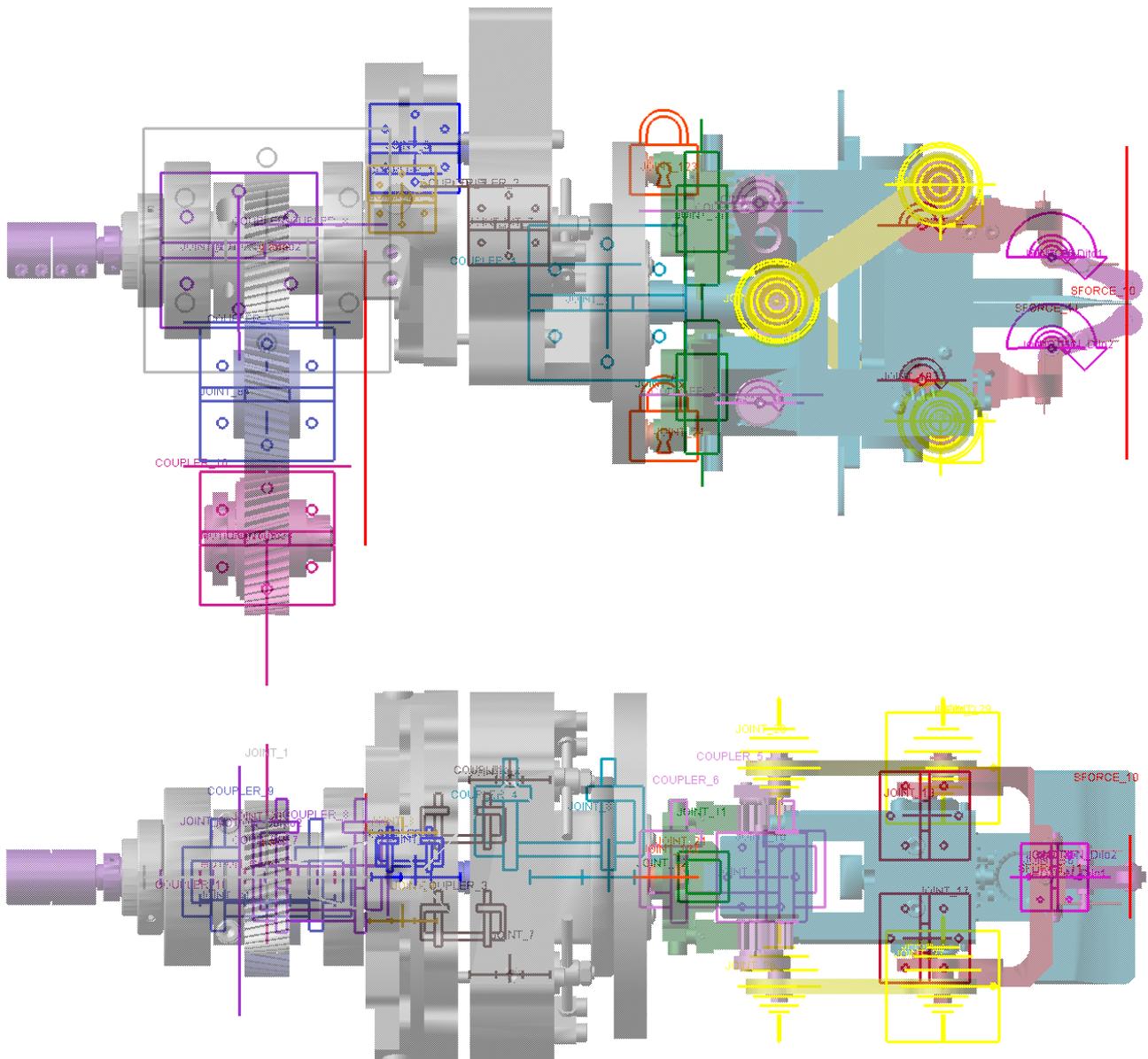


Figura 5.45 Vincoli, Motion e forze del modello Adams

- Vincoli che tolgono un GdL: 4 Motion , 2 GCN , 2 Perpendicular() e 10 Coupler
- Vincoli che bloccano tre gradi di libertà: 4 Spherical
- Vincoli che bloccano cinque gradi di libertà: 16 cerniere e 2 corsoi
- Vincoli che bloccano sei gradi di libertà: 2 Fixed

Essendo il meccanismo composto da 23 corpi (compreso il ground) abbiamo:

$$l_G = 6 \cdot (23 - 1) - 6 \cdot 2 - 5 \cdot 18 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot 18 = 0$$

Anche cliccando il *Model Verify* di Adams otteniamo lo stesso risultato.

```
VERIFY MODEL: .GruppoAvvolgimento

  2 Gruebler Count (approximate degrees of freedom)
 22 Moving Parts (not including ground)
 16 Revolute Joints
  4 Spherical Joints
  2 Translational Joints
  2 Fixed Joints
  2 Perpendicular Primitive_Joints
  4 Motions
 10 Couplers

  0 Degrees of Freedom for .GruppoAvvolgimento

There are no redundant constraint equations.

Model verified successfully
```

Figura 5.46 Model Verify

Possiamo ora lanciare la simulazione e ottenere i valori delle reazioni vincolari con cui verificare i componenti.

6 Modello Matematico

6.1 Convenzioni

Di seguito sono elencate le convenzioni usate nei prossimi paragrafi:

- SdR: abbreviazione per “sistema di riferimento”;
- $\{\mathbf{v}\}_i$: vettore \mathbf{v} espresso nel sistema di riferimento “i”;
- $\tilde{\mathbf{v}}$: forma antisimmetrica del vettore \mathbf{v} definita come

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice $\tilde{\mathbf{v}}$ viene usata per il calcolo del prodotto vettoriale $\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \tilde{\mathbf{v}}\mathbf{w}$;

- $\mathbf{R}_{A,B}$: matrice di rotazione tra il SdR A ed il SdR B. $\mathbf{R}_{A,B}$ è cioè la matrice tale per cui, dato un generico vettore \mathbf{v} , vale

$$\{\mathbf{v}\}_A = \mathbf{R}_{A,B}\{\mathbf{v}\}_B$$

ed è definita come

$$\mathbf{R}_{A,B} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_A \cdot \hat{\mathbf{i}}_B & \hat{\mathbf{i}}_A \cdot \hat{\mathbf{j}}_B & \hat{\mathbf{i}}_A \cdot \hat{\mathbf{k}}_B \\ \hat{\mathbf{j}}_A \cdot \hat{\mathbf{i}}_B & \hat{\mathbf{j}}_A \cdot \hat{\mathbf{j}}_B & \hat{\mathbf{j}}_A \cdot \hat{\mathbf{k}}_B \\ \hat{\mathbf{k}}_A \cdot \hat{\mathbf{i}}_B & \hat{\mathbf{k}}_A \cdot \hat{\mathbf{j}}_B & \hat{\mathbf{k}}_A \cdot \hat{\mathbf{k}}_B \end{bmatrix} = [\{\hat{\mathbf{i}}_B\}_A \quad \{\hat{\mathbf{j}}_B\}_A \quad \{\hat{\mathbf{k}}_B\}_A]$$

- $\mathbf{r}_{O_i O_j}$: vettore posizione di un punto O_j rispetto a un punto O_i , definito come:

$$\mathbf{r}_{O_i O_j} = O_j - O_i$$

- indichiamo con un vettore con asse entrante nel piano di figura il simbolo \otimes e un vettore uscente con il simbolo \odot .

6.2 Cinematica

6.2.1 Corpo 23

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 23 è necessario ricavare prima l’espressione di:

- $\mathbf{R}_{0,23}$: matrice di rotazione tra il SdR solidale al corpo 23 e il SdR globale 0 (fisso al telaio), collocato nell’origine del modello;
- $\boldsymbol{\omega}_{0,23}$: velocità angolare con cui un osservatore solidale al telaio vede muoversi il corpo 23;
- $\boldsymbol{\alpha}_{0,23}$: accelerazione angolare con cui un osservatore solidale al telaio vede muoversi il corpo 23;
- $\mathbf{a}_{G_{23}}$: accelerazione del centro di massa del corpo 23.

Nella Figura 6.1 sono rappresentati gli elementi necessari a descrivere la cinematica del corpo 23. O_{23} è il centro della cerniera che vincola il corpo 23 al telaio (corpo 0). θ_{23} è l’angolo di rotazione lungo $\hat{\mathbf{k}}_{23}$ tra un SdR con origine in O_{23} (e orientato come il SdR 0 a telaio) e il SdR 23, che è definito dagli assi $\hat{\mathbf{i}}_{23}$, $\hat{\mathbf{j}}_{23}$ e $\hat{\mathbf{k}}_{23}$ ed è solidale al corpo 23.

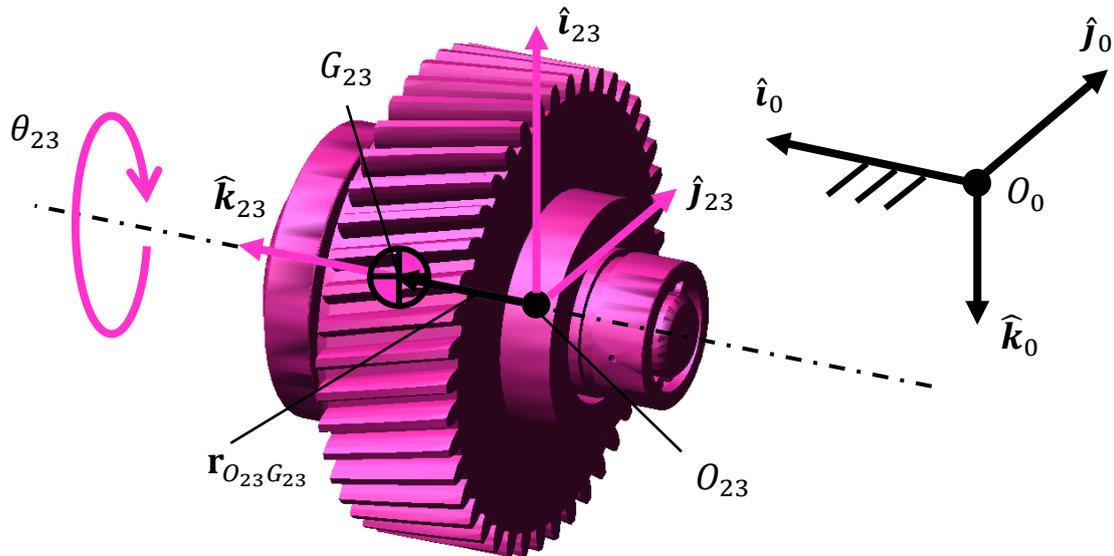


Figura 6.1 Elementi per la cinematica corpo 23

Definiamo

$$\mathbf{R}_{0,23,in} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{R}_{0,23,in}$ rappresenta la matrice di rotazione tra il SdR 23 e il SdR 0 prima che inizi il processo di avvolgimento, ovvero per $t = 0$ s.

$$\mathbf{R}_{0,23} = \mathbf{R}_{0,23,in} \mathbf{R}_z(\theta_{23})$$

$$\{\hat{\mathbf{k}}_{23}\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\theta_{23}(t)$, $\dot{\theta}_{23}(t)$, $\ddot{\theta}_{23}(t)$ sono noti dato che abbiamo ricavato le leggi di moto nei capitoli precedenti.

$$\{\boldsymbol{\omega}_{0,23}\}_0 = \dot{\theta}_{23} \{\hat{\mathbf{k}}_{23}\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{0,23}\}_0 = \ddot{\theta}_{23} \{\hat{\mathbf{k}}_{23}\}_0$$

$$\{\mathbf{r}_{O_{23}G_{23}}\}_0 = \mathbf{R}_{0,23} \{\mathbf{r}_{O_{23}G_{23}}\}_{23}$$

Dato che il punto O_{23} è situato su un asse fisso la sua accelerazione è

$$\{\mathbf{a}_{O_{23}}\}_0 = \mathbf{0}$$

e quindi si ha

$$\{\mathbf{a}_{G_{23}}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,23}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{23}G_{23}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,23}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,23}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{23}G_{23}}\}_0$$

$\{\mathbf{a}_{G_{23}}\}_0$ è quasi zero, dato che G_{23} è posizionato praticamente sull'asse attorno al quale ruota il corpo 23.

6.2.2 Corpo 22

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 22 calcoliamo prima l'espressione di $\mathbf{R}_{0,22}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,22}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,22}$ e $\mathbf{a}_{G_{22}}$ definiti analogamente al caso precedente. O_{22} , θ_{22} ed il SdR 22 (vedi Figura 6.2) sono anch'essi definiti in maniera simile a quanto fatto per il corpo 23.

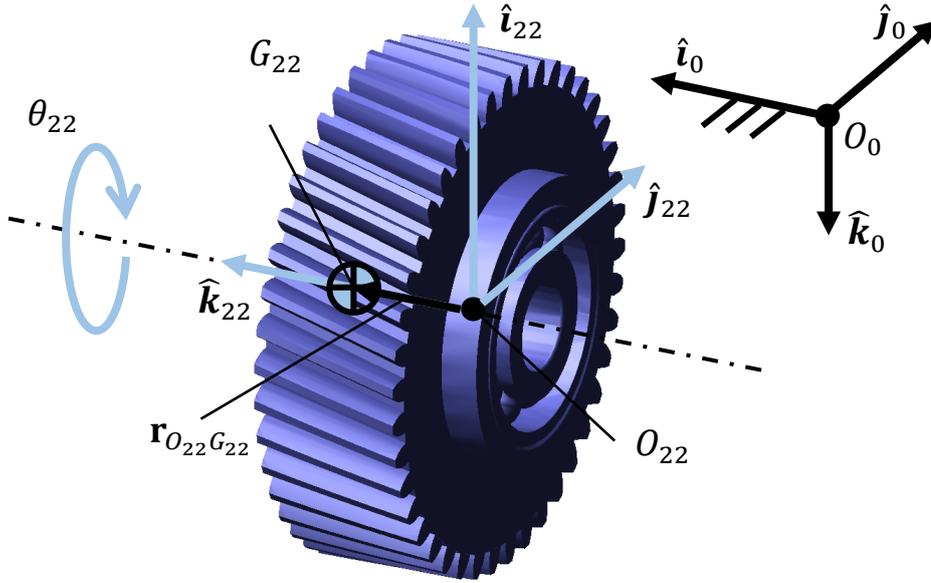


Figura 6.2 Elementi per la cinematica del corpo 22

Il rapporto di trasmissione $\tau_{23,22}$ vale

$$\tau_{23,22} = \frac{|\omega_{0,22}|}{|\omega_{0,23}|} = 1$$

Si ha dunque:

$$\begin{aligned}\theta_{22} &= -\tau_{23,22}\theta_{23} = -\theta_{23} \\ \dot{\theta}_{22} &= -\tau_{23,22}\dot{\theta}_{23} = -\dot{\theta}_{23} \\ \ddot{\theta}_{22} &= -\tau_{23,22}\ddot{\theta}_{23} = -\ddot{\theta}_{23}\end{aligned}$$

Possiamo ora scrivere le espressioni delle quantità cinematiche elencate precedentemente. La matrice di rotazione è

$$\mathbf{R}_{0,22} = \mathbf{R}_{0,22,in}\mathbf{R}_z(\theta_{22})$$

con

$$\mathbf{R}_{0,22,in} = \mathbf{R}_{0,23,in}$$

Inoltre, si ha

$$\begin{aligned}\{\omega_{0,22}\}_0 &= \dot{\theta}_{22}\{\hat{\mathbf{k}}_{22}\}_0 \\ \{\alpha_{0,22}\}_0 &= \ddot{\theta}_{22}\{\hat{\mathbf{k}}_{22}\}_0\end{aligned}$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_{22}\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro. Vale

$$\{\mathbf{r}_{O_{22}G_{22}}\}_0 = \mathbf{R}_{0,22}\{\mathbf{r}_{O_{22}G_{22}}\}_{22}$$

e analogamente al corpo 23 si ha

$$\{\mathbf{a}_{O_{22}}\}_0 = \mathbf{0}$$

Per cui:

$$\{\mathbf{a}_{G_{22}}\}_0 = \{\tilde{\alpha}_{0,22}\}_0\{\mathbf{r}_{O_{22}G_{22}}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,22}\}_0\{\tilde{\omega}_{0,22}\}_0\{\mathbf{r}_{O_{22}G_{22}}\}_0$$

Anche in questo caso $\{\mathbf{a}_{G_{22}}\}_0$ è quasi zero dato che G_{22} è posizionato praticamente sull'asse attorno al quale ruota il corpo 22.

6.2.3 Corpo 1

In questo caso le grandezze vettoriali di cui abbiamo bisogno sono $\mathbf{R}_{0,1}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,1}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,1}$ e \mathbf{a}_{G_1} , anch'esse definite in maniera analoga alle Sezioni precedenti. Inoltre, per poter svolgere successivamente l'analisi cinematica dei corpi 11 e 12 (vedi Sezione 6.2.9) è necessario risalire alle espressioni di:

- $\mathbf{v}_{O_{19}}$: velocità del centro della camma
- $\mathbf{a}_{O_{19}}$: accelerazione del centro della camma

O_{19} coincide con l'origine del marker solidale al corpo 1 che è stato creato all'interno del modello Adams per poter descrivere i vincoli camma-rullini tramite i GCN mentre il punto O_1 , θ_1 ed il SdR 1 sono definiti come per i corpi precedenti. Da notare come la terna solidale al telaio (SdR 0) sia posizionata sull'asse di rotazione dei corpi 1 e 2 (vedi Figura 6.3).

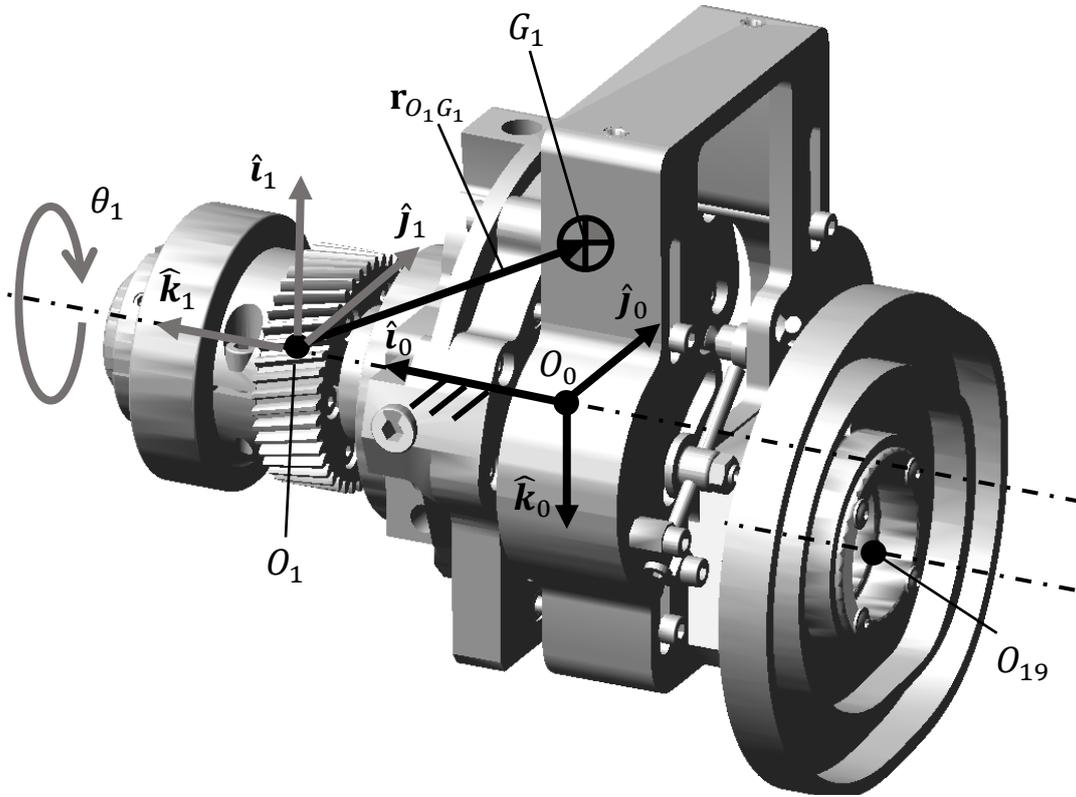


Figura 6.3 Elementi per la cinematica del corpo 1

Il rapporto di trasmissione $\tau_{22,1}$ vale

$$\tau_{22,1} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{0,1}|}{|\boldsymbol{\omega}_{0,22}|} = 1$$

si ha dunque

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -\tau_{22,1} \cdot \theta_{22} = -\theta_{22} \\ \dot{\theta}_1 &= -\tau_{22,1} \cdot \dot{\theta}_{22} = -\dot{\theta}_{22} \\ \ddot{\theta}_1 &= -\tau_{22,1} \cdot \ddot{\theta}_{22} = -\ddot{\theta}_{22}\end{aligned}$$

Possiamo scrivere le espressioni delle quantità cinematiche elencate precedentemente. La matrice di rotazione è

$$\mathbf{R}_{0,1} = \mathbf{R}_{0,1,in} \mathbf{R}_z(\theta_1)$$

con

$$\mathbf{R}_{0,1,in} = \mathbf{R}_{0,23,in}$$

Inoltre, si ha

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 &= \dot{\theta}_1 \{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 &= \ddot{\theta}_1 \{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0\end{aligned}$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\hat{\mathbf{l}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro. Vale

$$\{\mathbf{r}_{O_1G_1}\}_0 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1G_1}\}_1$$

Analogamente ai due corpi visti finora si ha

$$\{\mathbf{v}_{O_1}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_1}\}_0 = \mathbf{0}$$

Si ottiene per cui

$$\{\mathbf{a}_{G_1}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1G_1}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1G_1}\}_0$$

Per quanto riguarda il punto al centro della camma O_{19} si ha

$$\begin{aligned}\{\mathbf{r}_{O_1O_{19}}\}_0 &= \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1O_{19}}\}_1 \\ \{\mathbf{v}_{O_{19}}\}_0 &= \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1O_{19}}\}_0 \\ \{\mathbf{a}_{O_{19}}\}_0 &= \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1O_{19}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1O_{19}}\}_0\end{aligned}$$

6.2.4 Corpo 2

Per il corpo 2 dobbiamo ricavare l'espressione di $\mathbf{R}_{0,2}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,2}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,2}$ e \mathbf{a}_{G_2} . O_2 è il centro della cerniera che vincola il corpo 2 al corpo 1. θ_2 è l'angolo di rotazione lungo $\hat{\mathbf{k}}_2$ tra un SdR con origine in O_2 (e orientato come il SdR 1) e il SdR 2, che è definito dagli assi $\hat{\mathbf{i}}_2$, $\hat{\mathbf{j}}_2$ e $\hat{\mathbf{k}}_2$ ed è solidale al corpo 2.

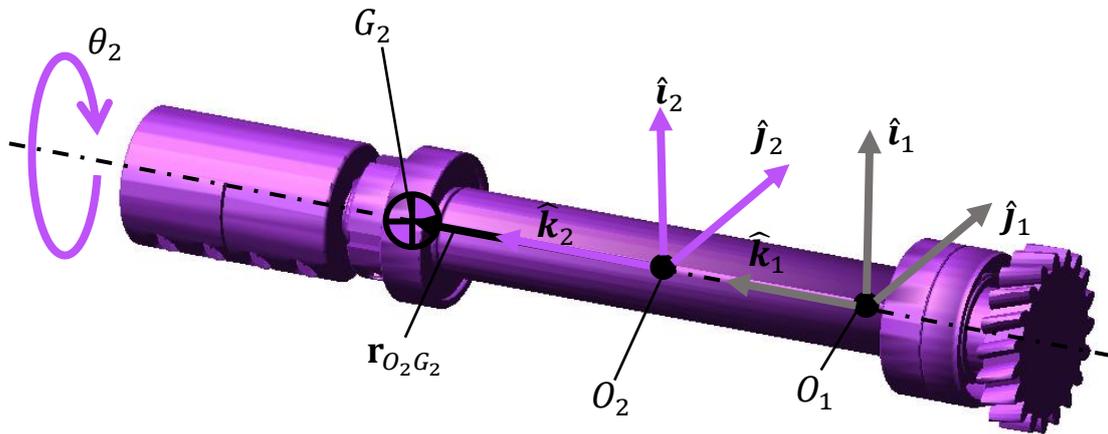


Figura 6.4 Elementi per la cinematica del corpo 2

Nella spline con cui si è definito il Point Motion tra il corpo 2 ed il telaio (Figura 5.42) l'angolo in ordinata è

$$\theta_{2,ass}(t) = \theta_1(t) + \theta_2(t)$$

Dunque l'angolo θ_2 rappresentato nella figura precedente vale $\theta_2(t) = \theta_{2,ass}(t) - \theta_1(t)$.

Possiamo quindi procedere nella ricerca delle espressioni delle quantità cinematiche elencate precedentemente.

$$\mathbf{R}_{1,2} = \mathbf{R}_z(\theta_2)$$

$$\mathbf{R}_{0,2} = \mathbf{R}_{0,1}\mathbf{R}_{1,2}$$

Si ha perciò:

$$\{\boldsymbol{\omega}_{1,2}\}_0 = \dot{\theta}_2\{\widehat{\mathbf{k}}_2\}_0$$

dove

$$\{\widehat{\mathbf{k}}_2\}_0 = \{\widehat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\widehat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 2 sono

$$\{\boldsymbol{\omega}_{0,2}\}_0 = \{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{1,2}\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{1,2}\}_0 = \ddot{\theta}_2\{\widehat{\mathbf{k}}_2\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{0,2}\}_0 = \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{1,2}\}_0 + \{\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0\{\boldsymbol{\omega}_{1,2}\}_0$$

Possiamo ricavare l'espressione dell'accelerazione del baricentro. Vale

$$\{\mathbf{r}_{O_2G_2}\}_0 = \mathbf{R}_{0,2}\{\mathbf{r}_{O_2G_2}\}_2$$

e dato che

$$\{\mathbf{v}_{O_2}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_2}\}_0 = \mathbf{0}$$

si ha

$$\{\mathbf{a}_{G_2}\}_0 = \{\widetilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,2}\}_0\{\mathbf{r}_{O_2G_2}\}_0 + \{\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,2}\}_0\{\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,2}\}_0\{\mathbf{r}_{O_2G_2}\}_0$$

$\{\mathbf{a}_{G_2}\}_0$ è quasi pari al vettore nullo dato che G_2 è posizionato praticamente sull'asse attorno al quale ruota il corpo 2.

6.2.5 Corpo 3

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 3 c'è bisogno di ricavare $\mathbf{R}_{0,3}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,3}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,3}$ e \mathbf{a}_{G_3} .

O_3 è il centro della cerniera che vincola il corpo 3 al corpo 1. In questo caso osserviamo che il baricentro del corpo 3 coincide con il centro di tale cerniera. θ_3 è l'angolo di rotazione lungo $\widehat{\mathbf{k}}_3$ tra un SdR con origine in O_3 (e orientato come il SdR 1) ed il SdR 3, che è definito dagli assi $\widehat{\mathbf{i}}_3$, $\widehat{\mathbf{j}}_3$ e $\widehat{\mathbf{k}}_3$ ed è solidale al corpo 3.

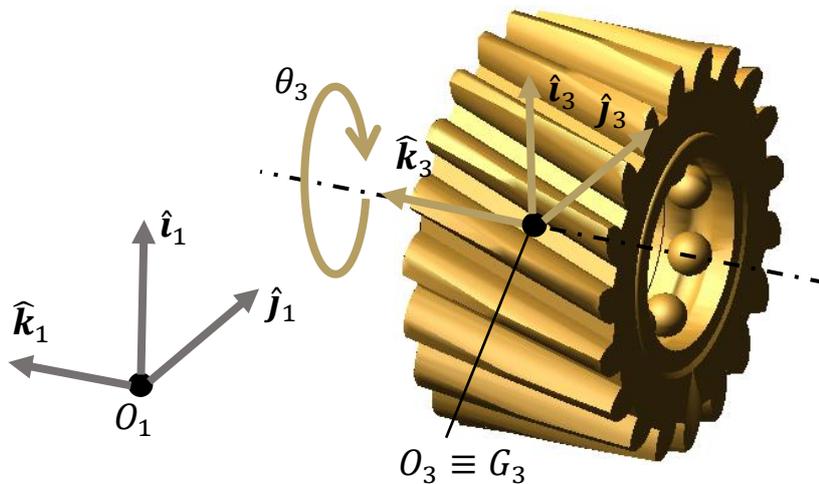


Figura 6.5 Elementi per la cinematica del corpo 3

Siccome il rapporto di trasmissione $\tau_{2,3}$ vale

$$\tau_{2,3} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{1,3}|}{|\boldsymbol{\omega}_{1,2}|} = 1$$

si ha

$$\begin{aligned}\theta_3 &= -\tau_{2,3} \cdot \theta_2 = -\theta_2 \\ \dot{\theta}_3 &= -\tau_{2,3} \cdot \dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 &= -\tau_{2,3} \cdot \ddot{\theta}_2 = -\ddot{\theta}_2\end{aligned}$$

Ricaviamo la matrice di rotazione:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{1,3} &= \mathbf{R}_z(\theta_3) \\ \mathbf{R}_{0,3} &= \mathbf{R}_{0,1}\mathbf{R}_{1,3}\end{aligned}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 1 e corpo 3 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{1,3}\}_0 = \dot{\theta}_3 \{\hat{\mathbf{k}}_3\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_3\}_0 = \{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 3 sono

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{\omega}_{0,3}\}_0 &= \{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{1,3}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{1,3}\}_0 &= \ddot{\theta}_3 \{\hat{\mathbf{k}}_3\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,3}\}_0 &= \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{1,3}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{1,3}\}_0\end{aligned}$$

L'accelerazione del baricentro del corpo 3 è

$$\{\mathbf{r}_{O_1 G_3}\}_0 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 G_3}\}_1 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 O_3}\}_1$$

e visto che

$$\{\mathbf{v}_{O_1}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_1}\}_0 = \mathbf{0}$$

si ottiene

$$\{\mathbf{a}_{G_3}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 G_3}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 G_3}\}_0$$

In maniera analoga è possibile ricavare le quantità cinematiche $\mathbf{R}_{0,4}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,4}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,4}$ e \mathbf{a}_{G_4} relative al corpo 4.

6.2.6 Corpo 5

Per il corpo 5 dobbiamo ricavare $\mathbf{R}_{0,5}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,5}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,5}$, \mathbf{a}_{G_5} , O_5 , θ_5 ed il SdR 5 sono definiti in maniera analoga a quanto fatto per il corpo 3.

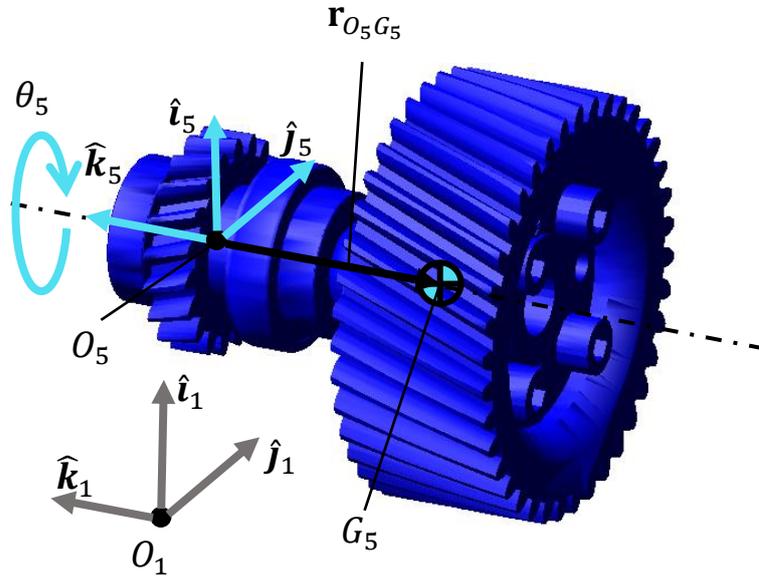


Figura 6.6 Elementi per la cinematica del corpo 5

Siccome il rapporto di trasmissione $\tau_{3,5}$ vale

$$\tau_{3,5} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{1,5}|}{|\boldsymbol{\omega}_{1,3}|} = 1$$

si ha

$$\begin{aligned}\theta_5 &= -\tau_{3,5} \cdot \theta_3 = -\theta_3 \\ \dot{\theta}_5 &= -\tau_{3,5} \cdot \dot{\theta}_3 = -\dot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_5 &= -\tau_{3,5} \cdot \ddot{\theta}_3 = -\ddot{\theta}_3\end{aligned}$$

Ricaviamo la matrice di rotazione:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{1,5} &= \mathbf{R}_z(\theta_5) \\ \mathbf{R}_{0,5} &= \mathbf{R}_{0,1}\mathbf{R}_{1,5}\end{aligned}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 1 e corpo 5 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{1,5}\}_0 = \dot{\theta}_5 \{\hat{\mathbf{k}}_5\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_5\}_0 = \{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 5 sono

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{\omega}_{0,5}\}_0 &= \{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{1,5}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{1,5}\}_0 &= \ddot{\theta}_5 \{\hat{\mathbf{k}}_5\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,5}\}_0 &= \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{1,5}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{1,5}\}_0\end{aligned}$$

L'accelerazione del baricentro del corpo 5 è

$$\{\mathbf{r}_{O_1 O_5}\}_0 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 O_5}\}_1$$

$$\{\mathbf{r}_{O_5 G_5}\}_0 = \mathbf{R}_{0,5} \{\mathbf{r}_{O_5 G_5}\}_5$$

e dato che

$$\{\mathbf{v}_{O_1}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_1}\}_0 = \mathbf{0}$$

$$\{\mathbf{a}_{O_5}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 O_5}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 O_5}\}_0$$

si ottiene

$$\{\mathbf{a}_{G_5}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_5}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,5}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_5 G_5}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,5}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,5}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_5 G_5}\}_0$$

$\{\mathbf{a}_{G_5}\}_0$ è quasi pari al vettore $\{\mathbf{a}_{O_5}\}_0$ dato che G_5 è posizionato praticamente sull'asse attorno al quale ruota il corpo 5.

6.2.7 Corpo 6

Per il corpo 6 dobbiamo calcolare $\mathbf{R}_{0,6}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,6}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,6}$ e \mathbf{a}_{G_6} . O_6 , θ_6 e il SdR sono definiti in maniera analoga ai corpi 3 e 5.

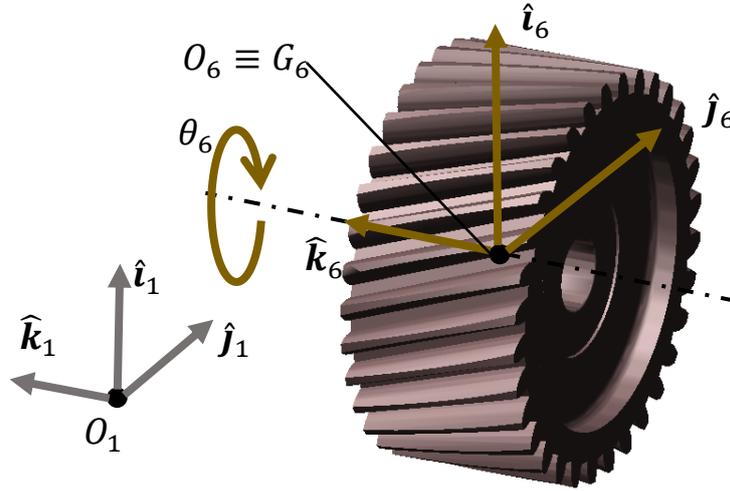


Figura 6.7 Elementi per la cinematica del corpo 6

Siccome il rapporto di trasmissione $\tau_{5,6}$ vale

$$\tau_{5,6} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{1,6}|}{|\boldsymbol{\omega}_{1,5}|} = \frac{z_5}{z_6} = \frac{38}{32}$$

si ha

$$\theta_6 = -\tau_{5,6} \cdot \theta_5$$

$$\dot{\theta}_6 = -\tau_{5,6} \cdot \dot{\theta}_5$$

$$\ddot{\theta}_6 = -\tau_{5,6} \cdot \ddot{\theta}_5$$

La matrice di rotazione è

$$\mathbf{R}_{1,6} = \mathbf{R}_z(\theta_6)$$

$$\mathbf{R}_{0,6} = \mathbf{R}_{0,1} \mathbf{R}_{1,6}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 1 e corpo 6 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{1,6}\}_0 = \dot{\theta}_6 \{\hat{\mathbf{k}}_6\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_6\}_0 = \{\hat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 6 sono

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{\omega}_{0,6}\}_0 &= \{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{1,6}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{1,6}\}_0 &= \ddot{\theta}_6 \{\hat{\mathbf{k}}_6\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,6}\}_0 &= \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{1,6}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{1,6}\}_0\end{aligned}$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro del corpo 6. Vale

$$\{\mathbf{r}_{O_1 G_6}\}_0 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 G_6}\}_1 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 O_6}\}_1$$

e dato che

$$\{\mathbf{v}_{O_1}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_1}\}_0 = \mathbf{0}$$

si ottiene

$$\{\mathbf{a}_{G_6}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 G_6}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 G_6}\}_0$$

In maniera analoga è possibile ricavare le quantità cinematiche $\mathbf{R}_{0,7}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,7}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,7}$ e \mathbf{a}_{G_7} relative al corpo 7.

6.2.8 Corpo 8

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 8 dobbiamo calcolare $\mathbf{R}_{0,8}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,8}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,8}$ e \mathbf{a}_{G_8} . O_8 , θ_8 ed il SdR 8 sono definiti in analogia agli altri corpi incernierati sul corpo 1. Definiamo inoltre il punto P_0 (punto di applicazione della forza delle dita sulle celle, proiettato sulla pinza).

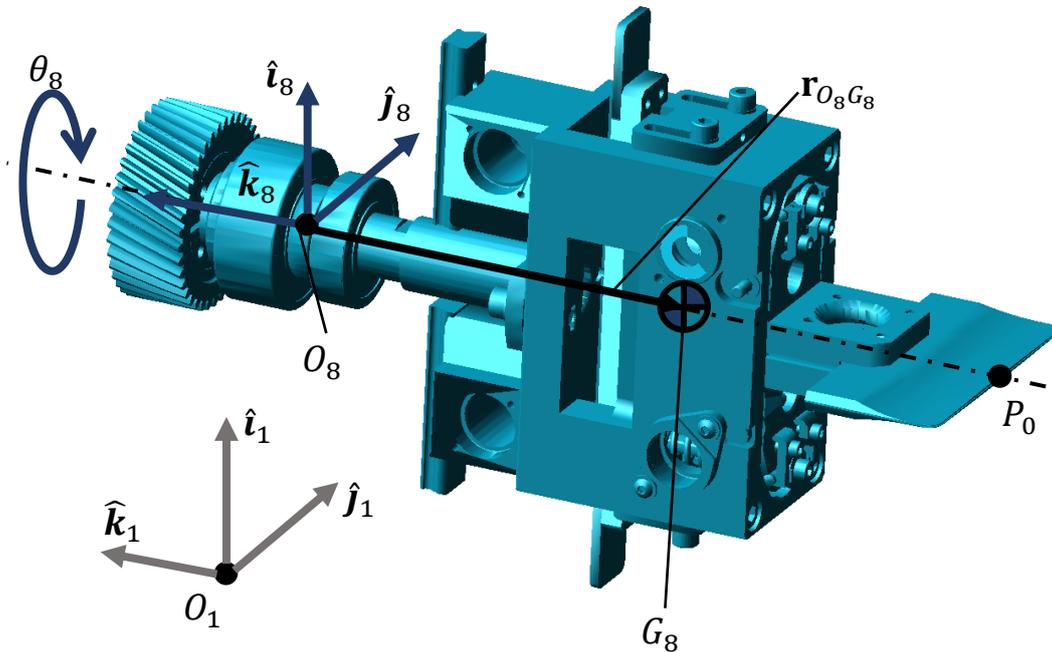


Figura 6.8 Elementi per la cinematica del corpo 8

Siccome il rapporto di trasmissione $\tau_{6,8}$ vale

$$\tau_{6,8} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{1,8}|}{|\boldsymbol{\omega}_{1,6}|} = \frac{z_6}{z_8} = \frac{32}{38} = \frac{16}{19}$$

si ha

$$\begin{aligned}\theta_8 &= -\tau_{6,8} \cdot \theta_6 \\ \dot{\theta}_8 &= -\tau_{6,8} \cdot \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

$$\ddot{\theta}_8 = -\tau_{6,8} \cdot \ddot{\theta}_6$$

Calcoliamo la matrice di rotazione:

$$\mathbf{R}_{1,8} = \mathbf{R}_z(\theta_8)$$

$$\mathbf{R}_{0,8} = \mathbf{R}_{0,1} \mathbf{R}_{1,8}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 1 e corpo 8 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{1,8}\}_0 = \dot{\theta}_8 \{\widehat{\mathbf{k}}_8\}_0$$

dove

$$\{\widehat{\mathbf{k}}_8\}_0 = \{\widehat{\mathbf{k}}_1\}_0 = \{\hat{\mathbf{i}}_0\}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calcoliamo ora la velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 8.

$$\{\boldsymbol{\omega}_{0,8}\}_0 = \{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{1,8}\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{1,8}\}_0 = \ddot{\theta}_8 \{\widehat{\mathbf{k}}_8\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{0,8}\}_0 = \{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{1,8}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{1,8}\}_0$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro del corpo 8. Vale:

$$\{\mathbf{r}_{O_1 O_8}\}_0 = \mathbf{R}_{0,1} \{\mathbf{r}_{O_1 O_8}\}_1$$

$$\{\mathbf{r}_{O_8 G_8}\}_0 = \mathbf{R}_{0,8} \{\mathbf{r}_{O_8 G_8}\}_8$$

e dato che

$$\{\mathbf{v}_{O_1}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_1}\}_0 = \mathbf{0}$$

$$\{\mathbf{a}_{O_8}\}_0 = \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 O_8}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_1 O_8}\}_0$$

si ottiene

$$\{\mathbf{a}_{G_8}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_8}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 G_8}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 G_8}\}_0$$

$\{\mathbf{a}_{G_8}\}_0$ è quasi pari al vettore $\{\mathbf{a}_{O_8}\}_0$ dato che G_8 è posizionato praticamente sull'asse attorno al quale ruota il corpo 8.

6.2.9 Corpi 11 e 20

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 11 e del corpo 20 è necessario ricavare l'espressione di $\mathbf{R}_{0,11}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,11}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,11}$ e $\mathbf{a}_{G^*_{11}}$. Dove G^*_{11} rappresenta il centro di massa dell'unione fra i corpi 11 e 20. O_{11} è l'origine del marker, solidale al corpo 11, che definisce il vincolo "Corsoio 1" (vedi sezione 5.2.2). Il SdR 11 ($\hat{\mathbf{i}}_{11}$, $\hat{\mathbf{j}}_{11}$ e $\hat{\mathbf{k}}_{11}$) è solidale al corpo 11. O_{20} è l'origine del marker "Camma1_J" utilizzato per la definizione del GCN (vedi Figura 5.4).

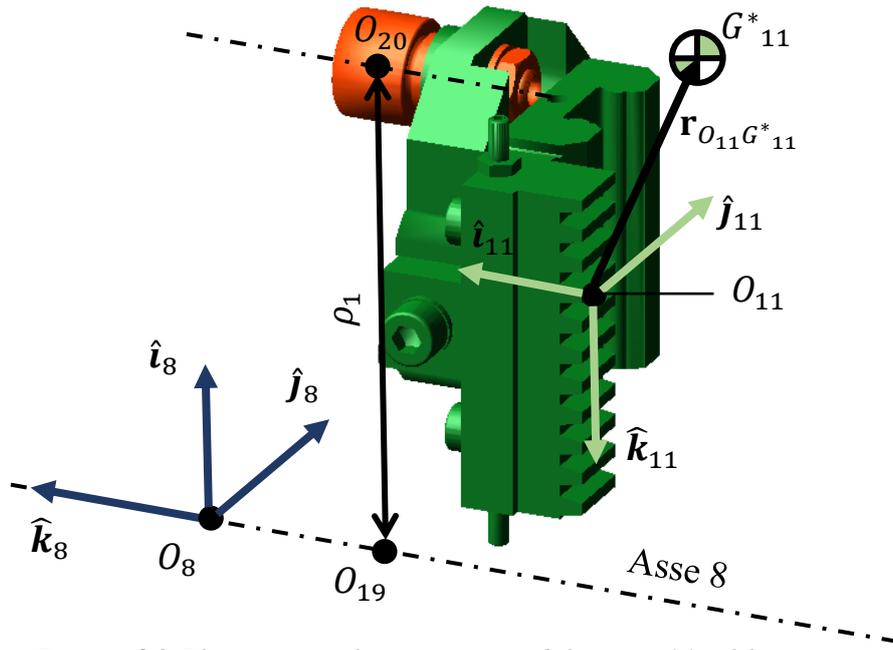


Figura 6.9 Elementi per la cinematica del corpo 11 e 20

Iniziamo definendo la matrice di rotazione tra il SdR 8 ed il SdR 11:

$$\mathbf{R}_{8,11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{0,11} = \mathbf{R}_{0,8} \mathbf{R}_{8,11}$$

Dato che il corpo 11 può solo traslare lungo il corpo 8 si ha:

$$\{\boldsymbol{\omega}_{0,11}\}_0 = \{\boldsymbol{\omega}_{0,8}\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{0,11}\}_0 = \{\boldsymbol{\alpha}_{0,8}\}_0$$

Visto che l'asse di movimento del rullino passa per il centro della camma, per il punto O_{20} vale

$$\mathbf{r}_{O_8 O_{20}} \cdot \hat{\mathbf{i}}_8 = \rho_1$$

Per trovare l'espressione dell'accelerazione di G^*_{11} è necessario prima fare alcune considerazioni riguardo la camma (vedi Figura 5.20). Innanzitutto, sappiamo che

$$\rho_1 = \rho_1(\theta_8(t))$$

Possiamo, perciò, calcolare la derivata temporale prima e seconda di $\rho_1(t)$:

$$\dot{\rho}_1(t) = \frac{d\rho_1}{dt} = \frac{d\rho_1}{d\theta_8} \frac{d\theta_8}{dt} = \rho'_1(\theta_8) \dot{\theta}_8 \quad (4)$$

$$\ddot{\rho}_1(t) = \frac{d\dot{\rho}_1}{dt} = \rho''_1(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 + \rho'_1(\theta_8) \ddot{\theta}_8 \quad (5)$$

$\theta_8, \dot{\theta}_8$ e $\ddot{\theta}_8$ sono valori noti dall'analisi cinematica del corpo 8. Dobbiamo perciò ricavare le espressioni di $\rho'_1(\theta_8)$ e di $\rho''_1(\theta_8)$. Avevamo già ricavato l'espressione di $\rho_1(\theta_8)$ nell'Eq. (3).

A questo punto possiamo ricavare facilmente $\rho_1'(\theta_8^*)$ e $\rho_1''(\theta_8^*)$ con le seguenti espressioni:

$$\rho_1'(\theta_8^*) = \begin{cases} h \cdot \left[\frac{1}{\beta_1} - \frac{\cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_1)}{\beta_1}\right)}{\beta_1} \right], & \varphi_1 < \theta_8^* \leq \varphi_2 \\ 0, & \varphi_2 < \theta_8^* \leq \varphi_3 \\ -h \cdot \left[\frac{1}{\beta_2} - \frac{\cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_3)}{\beta_2}\right)}{\beta_2} \right], & \varphi_3 < \theta_8^* \leq \varphi_4 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\rho_1''(\theta_8^*) = \begin{cases} \frac{h \cdot 2\pi \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_1)}{\beta_1}\right)}{\beta_1^2}, & \varphi_1 < \theta_8^* \leq \varphi_2 \\ 0, & \varphi_2 < \theta_8^* \leq \varphi_3 \\ -\frac{h \cdot 2\pi \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{(\theta_8^* - \varphi_3)}{\beta_2}\right)}{\beta_2^2}, & \varphi_3 < \theta_8^* \leq \varphi_4 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$\rho_1(\theta_8^*)$, $\rho_1'(\theta_8^*)$ e $\rho_1''(\theta_8^*)$ coincidono con $\rho_1(\theta_8)$, $\rho_1'(\theta_8)$ e $\rho_1''(\theta_8)$ tranne per il fatto che θ_8^* varia tra $]0; 2\pi[$ mentre θ_8 può estendersi da $-\infty$ a $+\infty$. Possiamo così calcolare $\rho_1(t)$, $\dot{\rho}_1(t)$ e $\ddot{\rho}_1(t)$ tramite le espressioni (3), (4) e (5). Definiamo:

$$\rho_1^*(t) = \rho_1(t) - \rho_1(0)$$

Adesso abbiamo tutti i dati per poter calcolare l'accelerazione di G_{11}^* : cominciamo calcolando la posizione di G_{11} nel sistema mobile 8, con

$$\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*} = \{\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}\}_8 = \mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*, in} + \rho_1^*(t) \hat{\mathbf{i}}_8$$

$\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*, in}$ rappresenta il vettore che congiunge il punto O_8 al punto G_{11}^* all'istante $t = 0$. Espresso nel sistema di riferimento fisso, $\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}$ diventa

$$\{\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}\}_0 = \mathbf{R}_{0,8} \{\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}\}_8$$

$$\{\mathbf{a}_{G_{11}^*}\}_0 = \mathbf{R}_{0,8} \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 G_{11}^*}\}_0 + \{\mathbf{a}_{O_8}\}_0$$

$$+ 2\{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \left(\mathbf{R}_{0,8} \begin{bmatrix} \dot{\rho}_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

È possibile procedere in maniera analoga per ricavare le medesime quantità cinematiche per l'insieme costituito dai corpi 12 e 21.

6.2.10 Corpo 9

Dobbiamo ricavare l'espressione di $\mathbf{R}_{0,9}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,9}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,9}$, \mathbf{a}_{G_9} . O_9 è il centro della cerniera che vincola il corpo 9 al corpo 8. θ_9 è l'angolo di rotazione lungo $\hat{\mathbf{k}}_9$ tra un SdR con origine in O_9 (e orientato come il SdR 8) ed il SdR 9, che è definito dagli assi $\hat{\mathbf{i}}_9$, $\hat{\mathbf{j}}_9$ e $\hat{\mathbf{k}}_9$ ed è solidale al corpo 9.

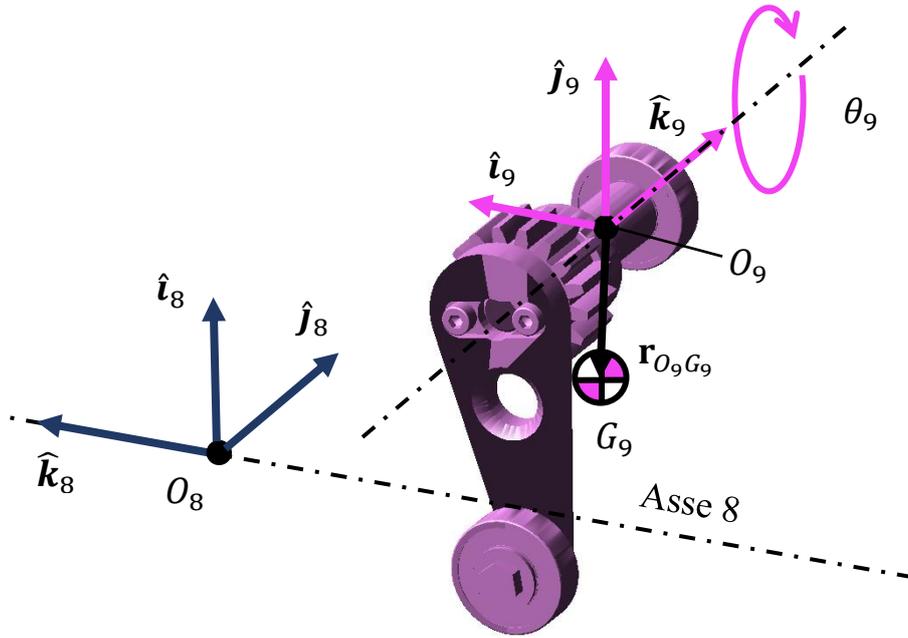


Figura 6.10 Elementi per la cinematica del corpo 9

Il rapporto di trasmissione $\tau_{11,9}$ vale

$$\tau_{11,9} = \frac{|\boldsymbol{\omega}_{8,9}|}{|\mathbf{v}_{O_{20},rel}|} = \frac{\dot{\theta}_9}{\dot{\rho}_1} = \frac{1}{r_{9,p}}$$

dove $\mathbf{v}_{O_{20},rel}$ rappresenta la velocità del punto O_{20} (centro del rullino 20) vista da un osservatore solidale al SdR 8 e $r_{9,p}$ rappresenta il raggio primitivo della ruota dentata appartenente al corpo 9.

Dato che abbiamo ricavato le espressioni di $\rho_1(t)$, $\dot{\rho}_1(t)$ e $\ddot{\rho}_1(t)$ possiamo esprimere $\theta_9(t)$, $\dot{\theta}_9(t)$ e $\ddot{\theta}_9(t)$:

$$\begin{aligned}\theta_9(t) &= \tau_{11,9} \cdot \rho_1^*(t) \\ \dot{\theta}_9(t) &= \tau_{11,9} \cdot \dot{\rho}_1^*(t) = \tau_{11,9} \cdot \dot{\rho}_1(t) \\ \ddot{\theta}_9(t) &= \tau_{11,9} \cdot \ddot{\rho}_1^*(t) = \tau_{11,9} \cdot \ddot{\rho}_1(t)\end{aligned}$$

Ricaviamo l'espressione di $\mathbf{R}_{0,9}$ attraverso $\mathbf{R}_{8,9}$

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{8,9,in} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{8,9} &= \mathbf{R}_{8,9,in} \mathbf{R}_z(\theta_9) \\ \mathbf{R}_{0,9} &= \mathbf{R}_{0,8} \mathbf{R}_{8,9}\end{aligned}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 8 e corpo 9 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{8,9}\}_0 = \dot{\theta}_9 \{\hat{\mathbf{k}}_9\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_9\}_0 = \mathbf{R}_{0,9} \{\hat{\mathbf{k}}_9\}_9 = \mathbf{R}_{0,9} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 9 sono

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{\omega}_{0,9}\}_0 &= \{\boldsymbol{\omega}_{0,8}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{8,9}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{8,9}\}_0 &= \ddot{\theta}_9 \{\hat{\mathbf{k}}_9\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,9}\}_0 &= \{\boldsymbol{\alpha}_{0,8}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{8,9}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{8,9}\}_0\end{aligned}$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro del corpo 9. Siccome vale

$$\begin{aligned} \{r_{O_8 O_9}\}_0 &= R_{0,8} \{r_{O_8 O_9}\}_8 \\ \{r_{O_9 G_9}\}_0 &= R_{0,9} \{r_{O_9 G_9}\}_9 \end{aligned}$$

e dato che

$$\{a_{O_9}\}_0 = \{a_{O_8}\}_0 + \{\tilde{\alpha}_{0,8}\}_0 \{r_{O_8 O_9}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,8}\}_0 \{\tilde{\omega}_{0,8}\}_0 \{r_{O_8 O_9}\}_0$$

si ha

$$\{a_{G_9}\}_0 = \{a_{O_9}\}_0 + \{\tilde{\alpha}_{0,9}\}_0 \{r_{O_9 G_9}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,9}\}_0 \{\tilde{\omega}_{0,9}\}_0 \{r_{O_9 G_9}\}_0$$

È possibile procedere in maniera analoga per ricavare le quantità cinematiche del corpo 10.

6.2.11 Analisi cinematica del quadrilatero

Il quadrilatero composto dai corpi 9, 13 e 15 è incernierato sul corpo 8 e ruota assieme ad esso attorno all'asse passante per il centro della camma (asse 8).

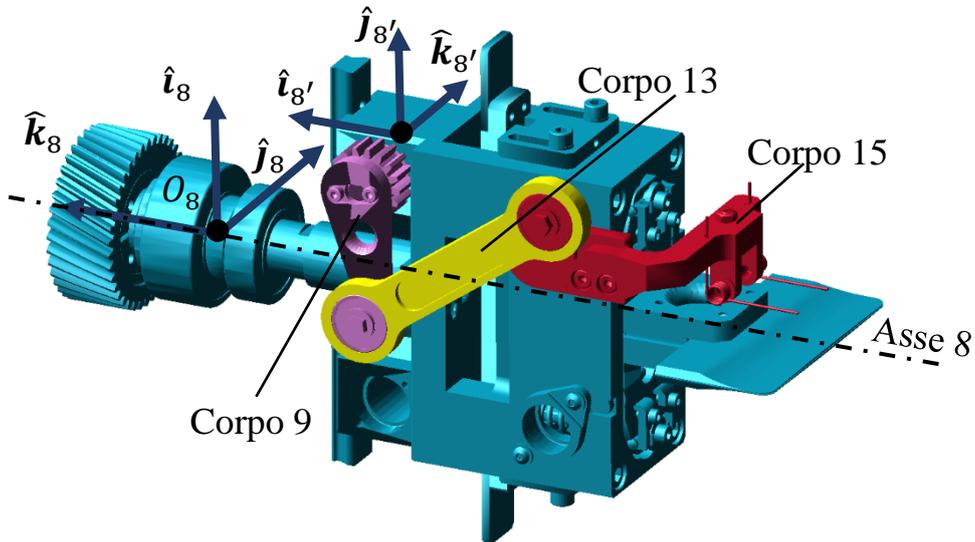


Figura 6.11 Corpi che costituiscono il quadrilatero

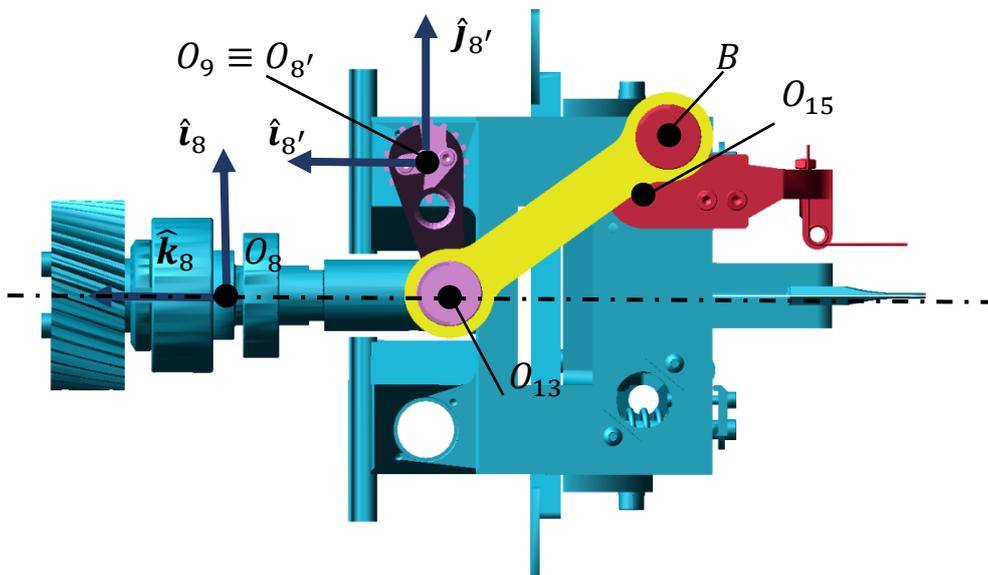


Figura 6.12 Vista normale al piano del quadrilatero

Proiettiamo il quadrilatero sul piano x_8z_8 e creiamo un SdR $8'$ solidale al corpo 8 come in Figura 6.12. Il quadrilatero può essere schematizzato come in Figura 6.13.

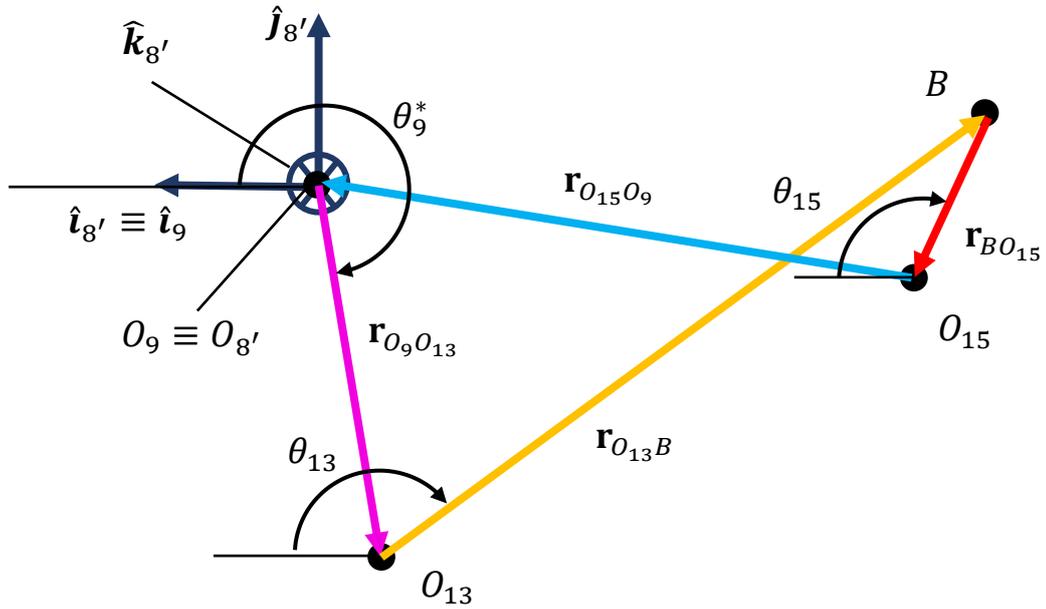


Figura 6.13 Schematizzazione quadrilatero

θ_9^* è l'angolo che $r_{O_9 O_{13}}$ forma con i_9 ed è noto a priori dalla geometria del meccanismo così come $r_{O_{15} O_9}$. In una posizione generica, durante il moto, si ha la situazione rappresentata nella Figura 6.14.

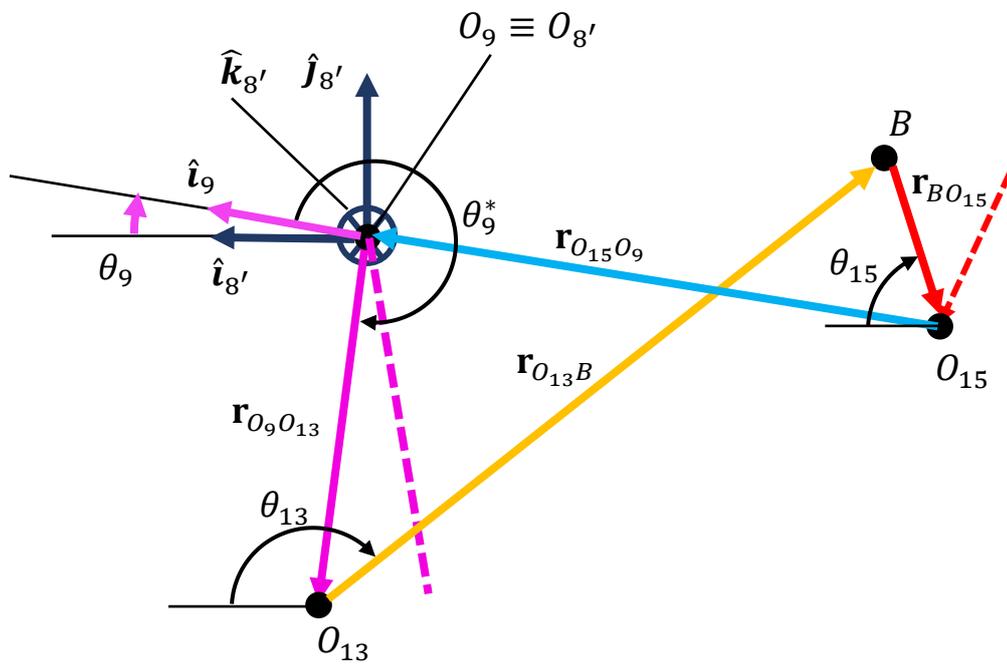


Figura 6.14 Posizione generica del quadrilatero

Poniamo:

$$\begin{aligned}
 l_9 &= |r_{O_9 O_{13}}| \\
 l_{13} &= |r_{O_{13} B}| \\
 l_{15} &= |r_{B O_{15}}|
 \end{aligned}$$

Possiamo risolvere l'analisi di posizione del quadrilatero tramite il metodo delle equazioni di chiusura:

$$\mathbf{r}_{O_9O_{13}} + \mathbf{r}_{O_{13}B} + \mathbf{r}_{BO_{15}} + \mathbf{r}_{O_{15}O_9} = \mathbf{0}$$

Proiettando i vettori presenti nell'equazione precedente sul SdR 8' si ottiene

$$\mathbf{R}_{2d}(\theta_9 + \theta_9^*) \begin{bmatrix} l_9 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{2d}(\theta_{13}) \begin{bmatrix} l_{13} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{2d}(\theta_{15} + \pi) \begin{bmatrix} l_{15} \\ 0 \end{bmatrix} = -\mathbf{r}_{O_{15}O_9} \quad (6)$$

Dove $\mathbf{R}_{2d}(\alpha)$ è definita come

$$\mathbf{R}_{2d}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$\{\mathbf{v}\}_A = \mathbf{R}_{2d}(\alpha)\{\mathbf{v}\}_B$$

dove α è l'angolo rappresentato in Figura 6.15.

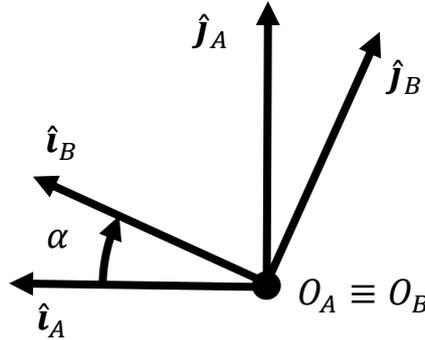


Figura 6.15 SdR per la matrice di rotazione nel piano

L'equazione (6) è un sistema non lineare di due equazioni nelle due incognite θ_{13} e θ_{15} . Il sistema può essere risolto numericamente fornendo una soluzione di primo tentativo $(\bar{\theta}_{13}, \bar{\theta}_{15})$ da cui far partire l'algoritmo iterativo oppure tramite formule trigonometriche. Il sistema ammette due soluzioni dato che il quadrilatero può essere assemblato in due diverse configurazioni. Occorre, dunque, verificare che la soluzione ottenuta coincida con la configurazione reale di assemblaggio.

Avendo già ricavato $\theta_9(t)$ siamo in grado di trovare le funzioni del tempo degli angoli $\theta_{13}(t)$ e $\theta_{15}(t)$. Ricaviamo ora le espressioni di $\dot{\theta}_{13}(t)$ e di $\dot{\theta}_{15}(t)$ tramite l'analisi di velocità del quadrilatero. Definiamo

$$\mathbf{v}_{O_{13},rel} = \boldsymbol{\omega}_{8,9} \times \mathbf{r}_{O_9O_{13}}$$

che è la velocità del punto O_{13} vista da un osservatore solidale al corpo 8. Questa velocità può essere espressa anche come:

$$\mathbf{v}_{O_{13},rel} = \boldsymbol{\omega}_{8,15} \times \mathbf{r}_{O_{15}B} + \boldsymbol{\omega}_{8,13} \times \mathbf{r}_{BO_{13}}$$

Uguagliando le due espressioni di $\mathbf{v}_{O_{13},rel}$ e ricordando che $\boldsymbol{\omega}_{8,9}$, $\boldsymbol{\omega}_{8,13}$ e $\boldsymbol{\omega}_{8,15}$ valgono rispettivamente

$$\boldsymbol{\omega}_{8,9} = \dot{\theta}_9 \hat{\mathbf{j}}_8$$

$$\boldsymbol{\omega}_{8,13} = \dot{\theta}_{13} \hat{\mathbf{j}}_8$$

$$\boldsymbol{\omega}_{8,15} = \dot{\theta}_{15} \hat{\mathbf{j}}_8$$

si ottiene

$$\dot{\theta}_9 \hat{\mathbf{j}}_8 \times \mathbf{r}_{O_9O_{13}} = \dot{\theta}_{15} \hat{\mathbf{j}}_8 \times \mathbf{r}_{O_{15}B} + \dot{\theta}_{13} \hat{\mathbf{j}}_8 \times \mathbf{r}_{BO_{13}}$$

L'equazione precedente può essere proiettata nel SdR 8 in modo tale da ottenere

$$\dot{\theta}_9 \{\tilde{\mathbf{j}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_9O_{13}}\}_8 = \dot{\theta}_{15} \{\tilde{\mathbf{j}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_{15}B}\}_8 + \dot{\theta}_{13} \{\tilde{\mathbf{j}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{BO_{13}}\}_8 \quad (7)$$

dove

$$\{\tilde{\mathbf{j}}\}_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\{\mathbf{r}_{O_9O_{13}}\}_8 &= \mathbf{R}_y(\theta_9 + \theta_9^*) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_9 \end{bmatrix} \\ \{\mathbf{r}_{O_{15}B}\}_8 &= \mathbf{R}_y(\theta_{15}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{15} \end{bmatrix} \\ \{\mathbf{r}_{BO_{13}}\}_8 &= \{-\mathbf{r}_{O_{13}B}\}_8 = -\mathbf{R}_y(\theta_{13}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{13} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_y(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Possiamo riscrivere l'equazione (7) come

$$\mathbf{J}_d \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{v} \quad (8)$$

dove i simboli \mathbf{J}_d , $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ e \mathbf{v} rappresentano

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_d &= [\{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_{15}B}\}_8 \quad \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{BO_{13}}\}_8] \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{15} \\ \dot{\theta}_{13} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v} &= \dot{\theta}_9 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_9O_{13}}\}_8\end{aligned}$$

\mathbf{v} è un vettore noto, dato che abbiamo già ricavato l'espressione di $\dot{\theta}_9(t)$.

L'equazione (8) rappresenta un sistema lineare di tre equazioni nelle due incognite $\dot{\theta}_{15}$ e $\dot{\theta}_{13}$; si noti che la seconda equazione del sistema è sempre verificata, per qualsiasi valore di $\dot{\theta}_{15}$ e $\dot{\theta}_{13}$ (i termini della seconda riga di \mathbf{J}_d sono pari a zero, così come la seconda componente di \mathbf{v}).

Grazie all'analisi di velocità del quadrilatero ora $\dot{\theta}_{15}(t)$ e $\dot{\theta}_{13}(t)$ sono due funzioni note.

Possiamo procedere in maniera analoga a quanto fatto sinora per ricavare $\ddot{\theta}_{15}(t)$ e $\ddot{\theta}_{13}(t)$. Si trova

$$\mathbf{a}_{O_{13},rel} = \boldsymbol{\alpha}_{8,9} \times \mathbf{r}_{O_9O_{13}} + \boldsymbol{\omega}_{8,9} \times (\boldsymbol{\omega}_{8,9} \times \mathbf{r}_{O_9O_{13}})$$

dove $\mathbf{a}_{O_{13},rel}$ è l'accelerazione del punto O_{13} vista da un osservatore solidale al corpo 8. Questa accelerazione può essere espressa anche come

$$\mathbf{a}_{O_{13},rel} = \mathbf{a}_{B,rel} + \boldsymbol{\alpha}_{8,13} \times \mathbf{r}_{BO_{13}} + \boldsymbol{\omega}_{8,13} \times (\boldsymbol{\omega}_{8,13} \times \mathbf{r}_{BO_{13}})$$

dove $\mathbf{a}_{B,rel}$ vale

$$\mathbf{a}_{B,rel} = \boldsymbol{\alpha}_{8,15} \times \mathbf{r}_{O_{15}B} + \boldsymbol{\omega}_{8,15} \times (\boldsymbol{\omega}_{8,15} \times \mathbf{r}_{O_{15}B})$$

Uguagliando le due espressioni di $\mathbf{a}_{O_{13},rel}$, proiettando i vettori nel SdR 8 e ricordando che $\boldsymbol{\alpha}_{8,9}$, $\boldsymbol{\alpha}_{8,13}$ e $\boldsymbol{\alpha}_{8,15}$ valgono rispettivamente

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}_{8,9} &= \ddot{\theta}_9 \hat{\mathbf{j}}_8 \\ \boldsymbol{\alpha}_{8,13} &= \ddot{\theta}_{13} \hat{\mathbf{j}}_8 \\ \boldsymbol{\alpha}_{8,15} &= \ddot{\theta}_{15} \hat{\mathbf{j}}_8\end{aligned}$$

si ottiene

$$\mathbf{J}_d \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{a} \quad (9)$$

Dove i simboli $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ e \mathbf{a} rappresentano rispettivamente

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{\theta}} &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{15} \\ \ddot{\theta}_{13} \end{bmatrix} \\ \mathbf{a} &= \ddot{\theta}_9 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_9O_{13}}\}_8 + \dot{\theta}_9^2 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_9O_{13}}\}_8 - \dot{\theta}_{13}^2 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{BO_{13}}\}_8 \\ &\quad - \dot{\theta}_{15}^2 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\tilde{\mathcal{J}}_8\}_8 \{\mathbf{r}_{O_{15}B}\}_8\end{aligned}$$

\mathbf{a} è un vettore noto dato che abbiamo già ricavato l'espressione di $\dot{\theta}_9(t)$, $\ddot{\theta}_9(t)$, $\dot{\theta}_{13}(t)$ e $\dot{\theta}_{15}(t)$.

L'equazione (9) è un sistema lineare di tre equazioni nelle due incognite $\ddot{\theta}_{15}$ e $\ddot{\theta}_{13}$; anche in questo caso, la seconda equazione del sistema è sempre verificata per qualsiasi valore di $\ddot{\theta}_{15}$ e $\ddot{\theta}_{13}$. Risolvendo il sistema, si trovano così anche le espressioni di $\ddot{\theta}_{15}(t)$ e $\ddot{\theta}_{13}(t)$.

Le analisi di posizione, velocità ed accelerazione possono essere effettuate anche sul quadrilatero composto dai corpi 10, 14 e 16 per ricavare $\theta_{14}(t)$, $\theta_{16}(t)$, $\dot{\theta}_{14}(t)$, $\dot{\theta}_{16}(t)$, $\ddot{\theta}_{14}(t)$ e $\ddot{\theta}_{16}(t)$.

6.2.12 Corpo 13

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 13 abbiamo bisogno di $\mathbf{R}_{0,13}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,13}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,13}$ e $\mathbf{a}_{G_{13}}$.

O_{13} rappresenta il centro della coppia sferica che vincola il corpo 13 al corpo 9. θ_{13} è l'angolo di rotazione lungo $\hat{\mathbf{i}}_{13}$ tra un SdR con origine in O_{13} (e orientato come il SdR 8) ed il SdR 13, che è definito dagli assi $\hat{\mathbf{i}}_{13}$, $\hat{\mathbf{j}}_{13}$ e $\hat{\mathbf{k}}_{13}$ ed è solidale al corpo 13.

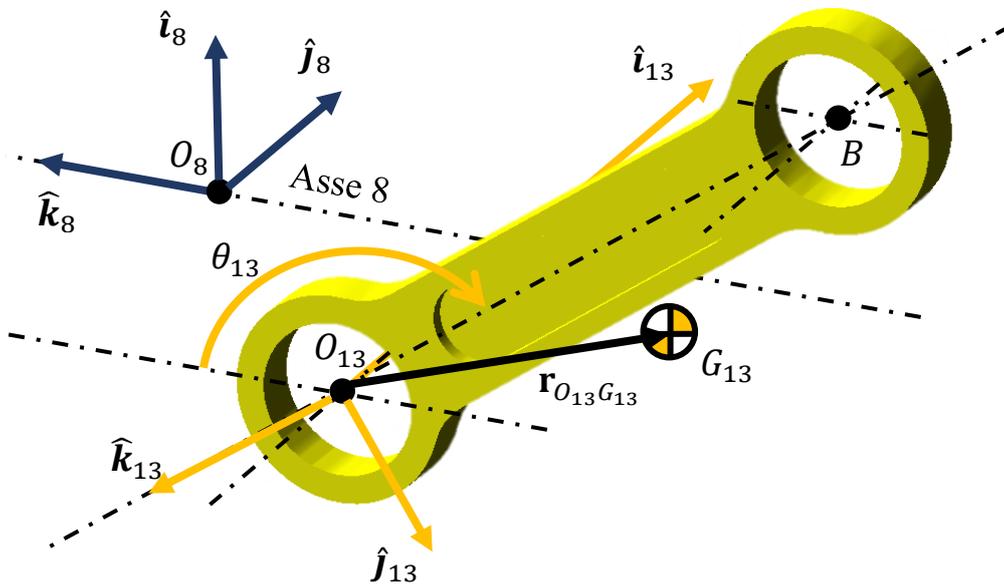


Figura 6.16 Elementi per la cinematica del corpo 13

Ricaviamo l'espressione di $\mathbf{R}_{0,13}$:

$$\mathbf{R}_{8,13} = \mathbf{R}_z\left(\frac{\pi}{2}\right) \mathbf{R}_x(\theta_{13} + \pi)$$

$$\mathbf{R}_{0,13} = \mathbf{R}_{0,8} \mathbf{R}_{8,13}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 8 e corpo 13 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{8,13}\}_0 = \dot{\theta}_{13} \{\hat{\mathbf{j}}_8\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{j}}_8\}_0 = \mathbf{R}_{0,8} \{\hat{\mathbf{j}}_8\}_8 = \mathbf{R}_{0,8} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta del corpo 13 sono

$$\{\boldsymbol{\omega}_{0,13}\}_0 = \{\boldsymbol{\omega}_{0,8}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{8,13}\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{8,13}\}_0 = \ddot{\theta}_{13} \{\hat{\mathbf{j}}_8\}_0$$

$$\{\boldsymbol{\alpha}_{0,13}\}_0 = \{\boldsymbol{\alpha}_{0,8}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{8,13}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{8,13}\}_0$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro del corpo 13. Vale:

$$\{\mathbf{r}_{O_9 O_{13}}\}_0 = \mathbf{R}_{0,9} \{\mathbf{r}_{O_9 O_{13}}\}_9$$

$$\{r_{O_{13}G_{13}}\}_0 = R_{0,13}\{r_{O_{13}G_{13}}\}_{13}$$

e dato che

$$\{a_{O_{13}}\}_0 = \{a_{O_9}\}_0 + \{\tilde{\alpha}_{0,9}\}_0\{r_{O_9O_{13}}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,9}\}_0\{\tilde{\omega}_{0,9}\}_0\{r_{O_9O_{13}}\}_0$$

si ha

$$\{a_{G_{13}}\}_0 = \{a_{O_{13}}\}_0 + \{\tilde{\alpha}_{0,13}\}_0\{r_{O_{13}G_{13}}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,13}\}_0\{\tilde{\omega}_{0,13}\}_0\{r_{O_{13}G_{13}}\}_0$$

È possibile procedere in maniera analoga per ricavare le quantità cinematiche della biella del secondo quadrilatero (corpo 14).

6.2.13 Corpo 15

Per il corpo 15 dobbiamo risalire alle espressioni di $R_{0,15}$, $\omega_{0,15}$, $\alpha_{0,15}$ e $a_{G_{15}}$. O_{15} , θ_{15} ed il SdR 15 sono definiti in maniera analoga al corpo 9.

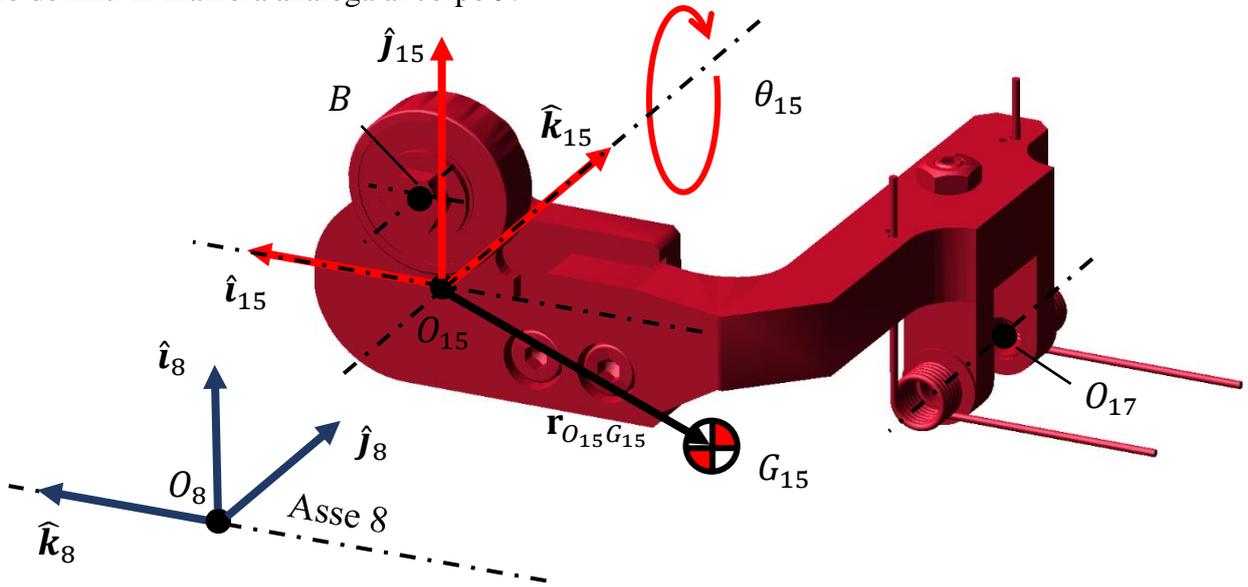


Figura 6.17 Elementi per la cinematica del corpo 15

Chiamiamo θ_{15}^* l'angolo $\theta_{15}(0)$, ossia l'angolo θ_{15} all'istante iniziale. La matrice di rotazione $R_{0,15}$ vale:

$$R_{8,15} = R_y\left(-\frac{\pi}{2}\right)R_x\left(-\frac{\pi}{2}\right)R_z(\theta_{15}^* - \theta_{15})$$

$$R_{0,15} = R_{0,8}R_{8,15}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 8 e corpo 15 è

$$\{\omega_{8,15}\}_0 = \dot{\theta}_{15}\{j_8\}_0$$

mentre la velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta sono

$$\{\omega_{0,15}\}_0 = \{\omega_{0,8}\}_0 + \{\omega_{8,15}\}_0$$

$$\{\alpha_{8,15}\}_0 = \ddot{\theta}_{15}\{j_8\}_0$$

$$\{\alpha_{0,15}\}_0 = \{\alpha_{0,8}\}_0 + \{\alpha_{8,15}\}_0 + \{\tilde{\omega}_{0,8}\}_0\{\omega_{8,15}\}_0$$

Ricaviamo ora l'espressione dell'accelerazione del baricentro del corpo 15. Vale:

$$\{r_{O_8O_{15}}\}_0 = R_{0,8}\{r_{O_8O_{15}}\}_8$$

$$\{r_{O_{15}G_{15}}\}_0 = R_{0,15}\{r_{O_{15}G_{15}}\}_{15}$$

e dato che

$$\{\mathbf{a}_{O_{15}}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_8}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 O_{15}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,8}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_8 O_{15}}\}_0$$

si ha

$$\{\mathbf{a}_{G_{15}}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_{15}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,15}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{15} G_{15}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{15} G_{15}}\}_0$$

È possibile procedere in maniera analoga per ricavare le quantità cinematiche necessarie per l'analisi dinamica del corpo 16.

6.2.14 Corpo 17

Per risolvere la dinamica inversa del corpo 17 è necessario ricavare $\mathbf{R}_{0,17}$, $\boldsymbol{\omega}_{0,17}$, $\boldsymbol{\alpha}_{0,17}$ e $\mathbf{a}_{G_{17}}$.

O_{17} è il centro della cerniera che vincola il corpo 17 al corpo 15. θ_{17} è l'angolo di rotazione lungo $\hat{\mathbf{k}}_{17}$ tra un SdR con origine in O_{17} (e orientato come il SdR 15) ed il SdR 17, che è definito dagli assi $\hat{\mathbf{i}}_{17}$, $\hat{\mathbf{j}}_{17}$ e $\hat{\mathbf{k}}_{17}$ ed è solidale al corpo 17. P_1 è il punto di applicazione della forza con cui la rotella sul dito preme sulle celle che vengono avvolte.

Come visto nel capitolo 5.3.2, il corpo 17 è solidale al corpo 15 poiché il Motion sulla cerniera che li collega impedisce la rotazione tra i due corpi. Si ha quindi:

$$\theta_{17}(t) = \dot{\theta}_{17}(t) = \ddot{\theta}_{17}(t) = 0 \quad \forall t$$

In ogni caso, in previsione di una possibile generalizzazione del modello che tenga conto anche delle vibrazioni delle dita, scriveremo le equazioni della cinematica del corpo 17 e considereremo una legge $\theta_{17}(t)$ del tutto generale.

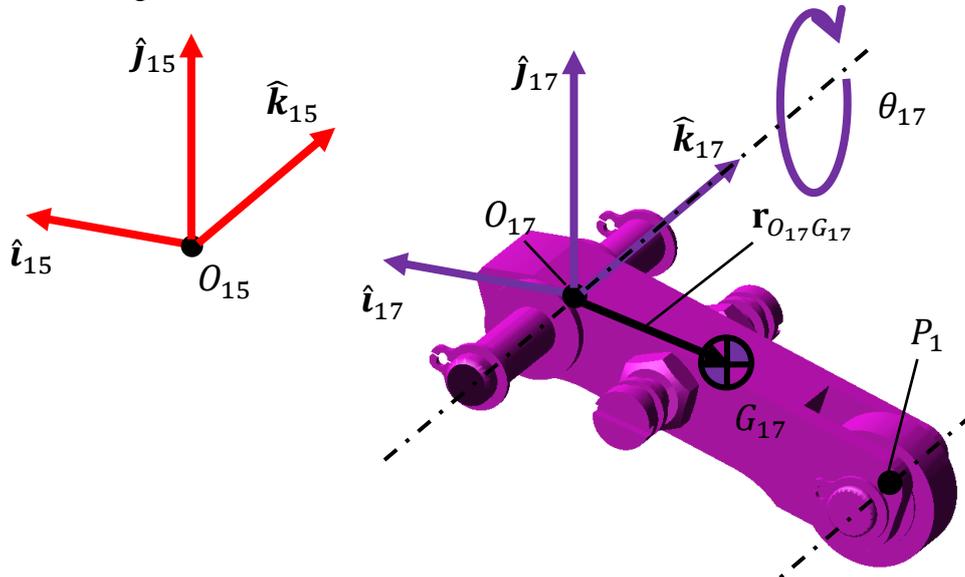


Figura 6.18 Elementi per la cinematica del corpo 17

Ricaviamo l'espressione di $\mathbf{R}_{0,17}$:

$$\mathbf{R}_{15,17} = \mathbf{R}_z(\theta_{17})$$

$$\mathbf{R}_{0,17} = \mathbf{R}_{0,15} \mathbf{R}_{15,17}$$

La velocità angolare relativa tra corpo 15 e corpo 17 è

$$\{\boldsymbol{\omega}_{15,17}\}_0 = \dot{\theta}_{17} \{\hat{\mathbf{k}}_{15}\}_0$$

dove

$$\{\hat{\mathbf{k}}_{15}\}_0 = \mathbf{R}_{0,15} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Mentre la velocità angolare assoluta e l'accelerazione angolare assoluta sono

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{\omega}_{0,17}\}_0 &= \{\boldsymbol{\omega}_{0,15}\}_0 + \{\boldsymbol{\omega}_{15,17}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{15,17}\}_0 &= \ddot{\theta}_{17} \{\hat{\mathbf{k}}_{15}\}_0 \\ \{\boldsymbol{\alpha}_{0,17}\}_0 &= \{\boldsymbol{\alpha}_{0,15}\}_0 + \{\boldsymbol{\alpha}_{15,17}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}_0 \{\boldsymbol{\omega}_{15,17}\}_0 \end{aligned}$$

Ricaviamo ora l'espressione di $\mathbf{r}_{O_{17}P_1}$ nel SdR 0 e dell'accelerazione del baricentro del corpo 17:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{r}_{O_{15}O_{17}}\}_0 &= \mathbf{R}_{0,15} \{\mathbf{r}_{O_{15}O_{17}}\}_{15} \\ \{\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}}\}_0 &= \mathbf{R}_{0,17} \{\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}}\}_{17} \\ \{\mathbf{r}_{O_{17}P_1}\}_0 &= \mathbf{R}_{0,17} \{\mathbf{r}_{O_{17}P_1}\}_{17} \end{aligned}$$

Dato che

$$\{\mathbf{a}_{O_{17}}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_{15}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,15}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{15}O_{17}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{15}O_{17}}\}_0$$

si ha

$$\{\mathbf{a}_{G_{17}}\}_0 = \{\mathbf{a}_{O_{17}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{0,17}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}}\}_0 + \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,17}\}_0 \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,17}\}_0 \{\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}}\}_0$$

Si procede in maniera analoga per ricavare le quantità cinematiche necessarie per eseguire l'analisi dinamica del secondo dito (corpo 18).

6.2.15 Confronto risultati cinematica

Per ciascun corpo, si è controllato che le grandezze ricavate per l'analisi cinematica con il modello matematico coincidano con quelle fornite dal modello Adams. Si è trovato che i risultati forniti dalla cinematica secondo il modello matematico coincidono quasi esattamente con quelli ottenuti dal modello multibody Adams, per tutti i corpi analizzati in questo capitolo.

Dato che il corpo 17 rappresenta la parte terminale della catena cinematica, mostriamo a titolo d'esempio gli andamenti delle componenti di $\{\mathbf{a}_{G_{17}}\}_0$ forniti dai due modelli.

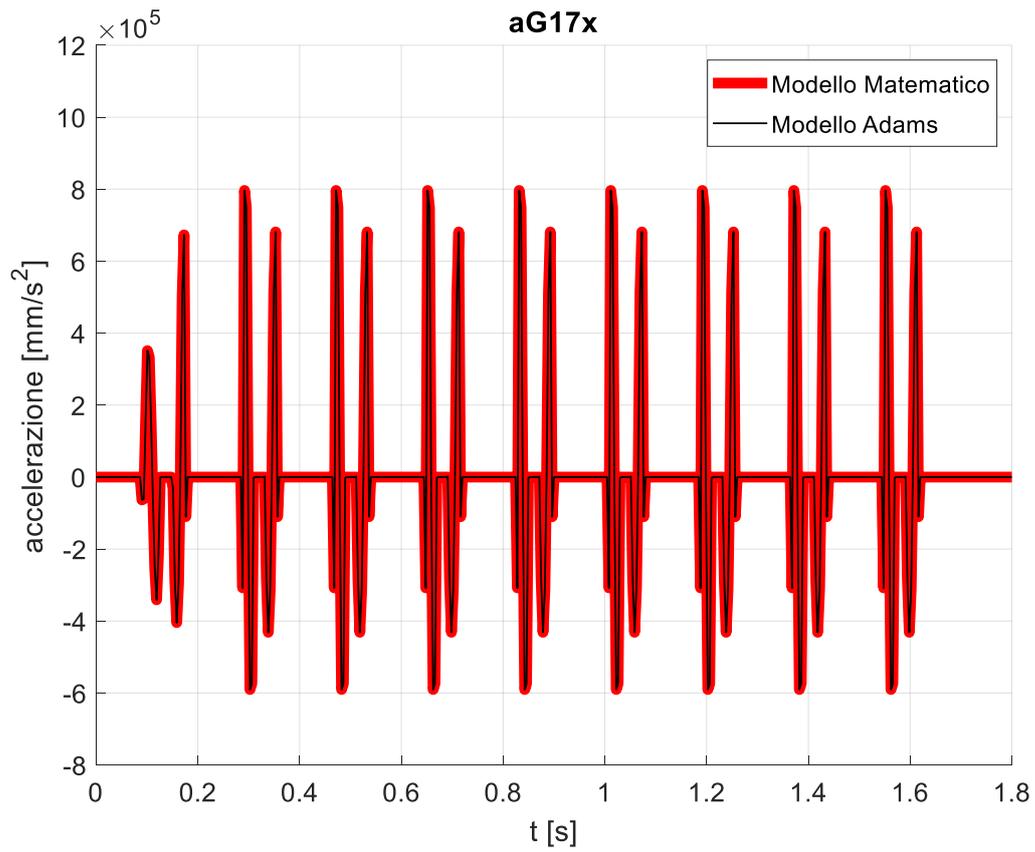


Figura 6.19 $a_{G17,x}$

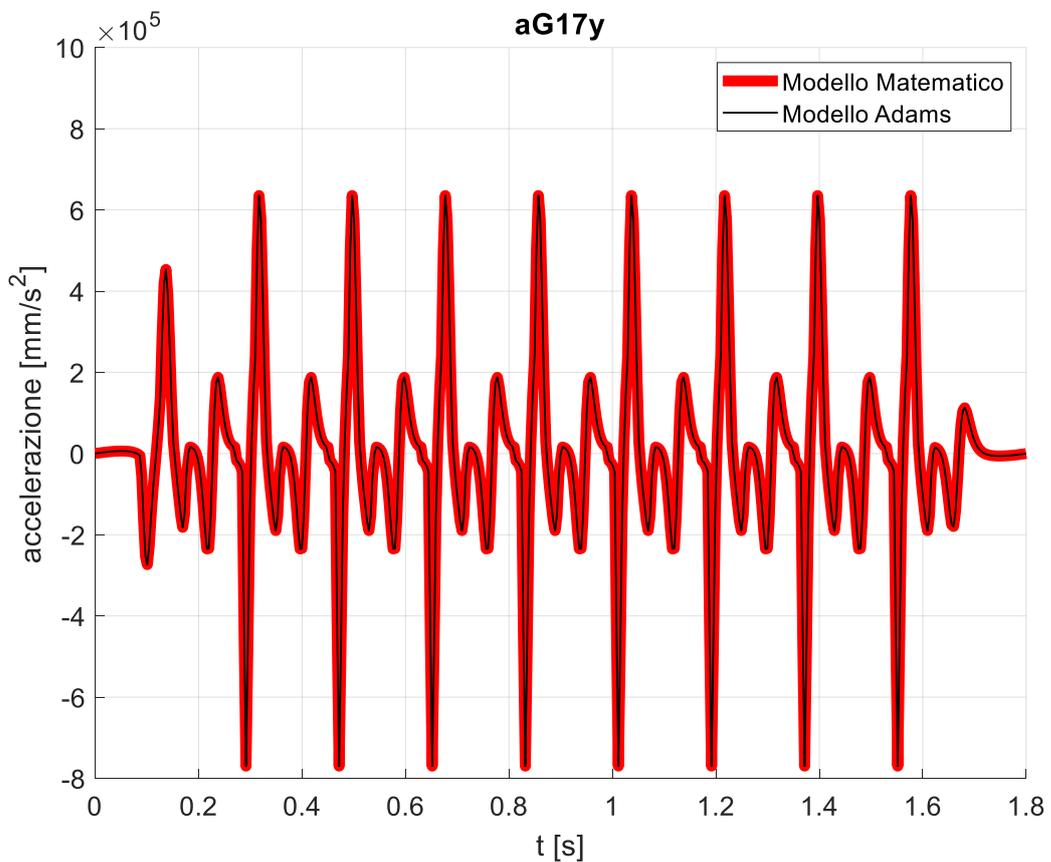


Figura 6.20 $a_{G17,y}$

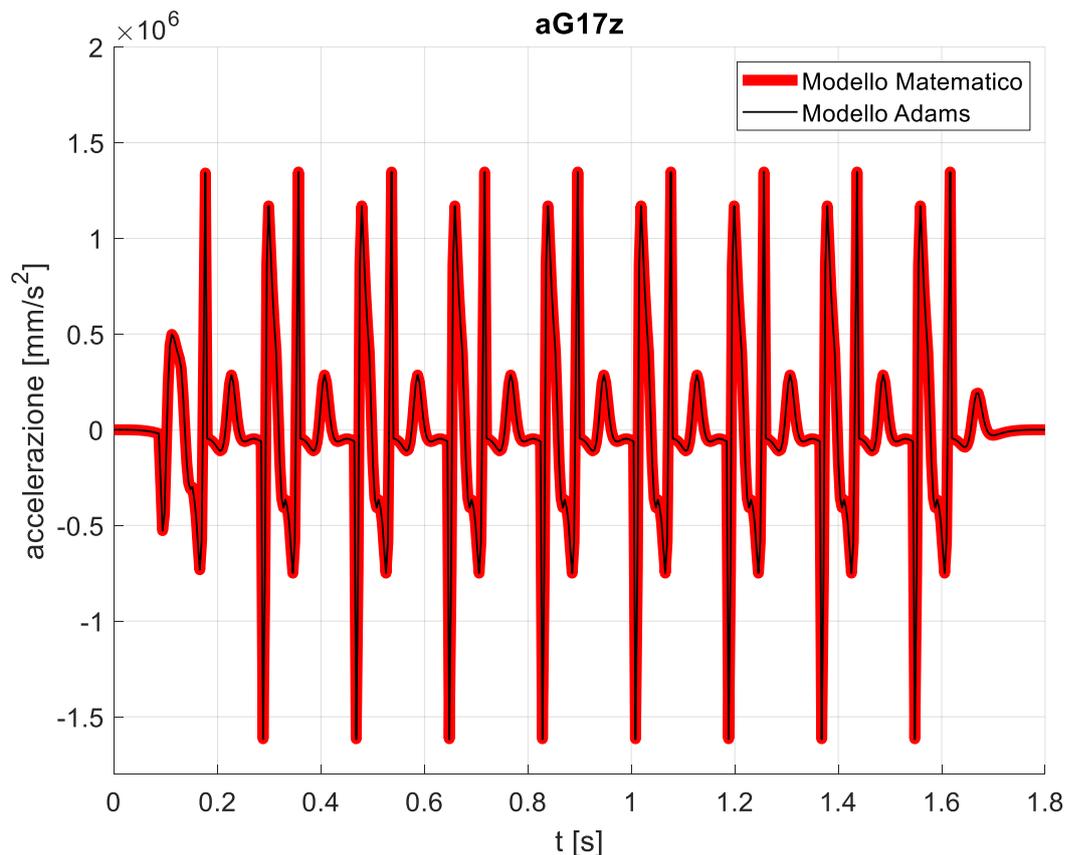


Figura 6.21 $a_{G_{17,z}}$

Come si può notare dalla Figura 6.19, Figura 6.20 e Figura 6.21 i valori delle componenti di $\{\mathbf{a}_{G_{17}}\}_0$ forniti dai due modelli sono quasi sempre coincidenti; ad esempio, il massimo errore tra i due modelli secondo i grafici nella Figura 6.20 vale $2.06 \cdot 10^2 \text{ mm/s}^2$ (lungo la componente y di $\{\mathbf{a}_{G_{17}}\}_0$).

Osservando la simulazione Adams si è notato che i valori calcolati secondo i due modelli divergono leggermente nei momenti in cui le dita si riappoggiano sulle pinze, ovvero alla fine della legge di moto cicloidale di ritorno. Si ipotizza che queste differenze siano dovute al fatto che Adams calcola le derivate delle spline numericamente. Infatti, aumentando il numero di step di calcolo si nota una progressiva riduzione della differenza tra i risultati Adams e quelli ottenuti tramite il modello matematico.

6.3 Dinamica

6.3.1 Premessa/Convenzioni

Ora che abbiamo eseguito l'analisi cinematica del meccanismo possiamo impostare l'analisi dinamica inversa. Per calcolare i valori delle reazioni vincolari risolviamo le equazioni di equilibrio dinamico per ognuno dei corpi visti nella Sezione 6.2 sull'analisi cinematica, anche se questa volta l'ordine con cui verranno trattati i corpi è inverso a quello utilizzato per la precedente analisi. Questo perché, all'inizio dell'analisi, l'unico corpo che ha un numero di reazioni vincolari incognite pari al numero di equazioni scalari che si possono impostare è l'ultimo membro della catena cinematica (cioè il corpo 17). L'analisi, pertanto, parte dal corpo 17, da cui si ricavano le forze scambiate coi corpi 13 e 15 e così via fino ad arrivare al telaio.

Nel seguito, useremo le seguenti definizioni:

- $f_{i,j}$: forza che il corpo i -esimo esercita sul corpo j -esimo;
- $m_{i,j}$: momento che il corpo i -esimo esercita sul corpo j -esimo.

Nelle figure delle prossime sezioni in momenti verranno rappresentati tramite freccia con punta doppia.

6.3.2 Corpo 17

Prima di scrivere le equazioni di equilibrio è necessario conoscere le forze e i momenti che agiscono sul corpo 17, che elenchiamo di seguito:

- $f_{g,17}$: forza peso del corpo 17 applicata in G_{17} e diretta come \hat{k}_0 ;
- $f_{i,17}$: forza d'inerzia del corpo 17, applicata in G_{17} ;
- $m_{i,G_{17}}$: momento delle forze d'inerzia, calcolato rispetto a G_{17} ;
- $f_{8,17}$: forza che il corpo 8 esercita sul dito 17. Essa ha modulo pari a 5N, direzione lungo $P_1 - P_0$ (vedi Figura 6.8 e Figura 6.18) e punto di applicazione P_1 . Tale forza simula il carico con cui il dito preme sulle celle avvolte attorno alle pinze appartenenti al corpo 8;
- $f_{15,17}$: forza che il corpo 15 esercita sul corpo 17 tramite la cerniera 17. Questa forza è applicata in O_{17} , centro della cerniera;
- $m_{15,17}$: momento che il corpo 15 esercita sul corpo 17 tramite la cerniera 17. Il Motion presente nella cerniera 17 esercita sul corpo 17 una coppia pari a $(m_{15,17} \cdot \hat{k}_{17})\hat{k}_{17}$ (in questo primo modello, l'angolo di rotazione della cerniera 17 è supposto fisso).

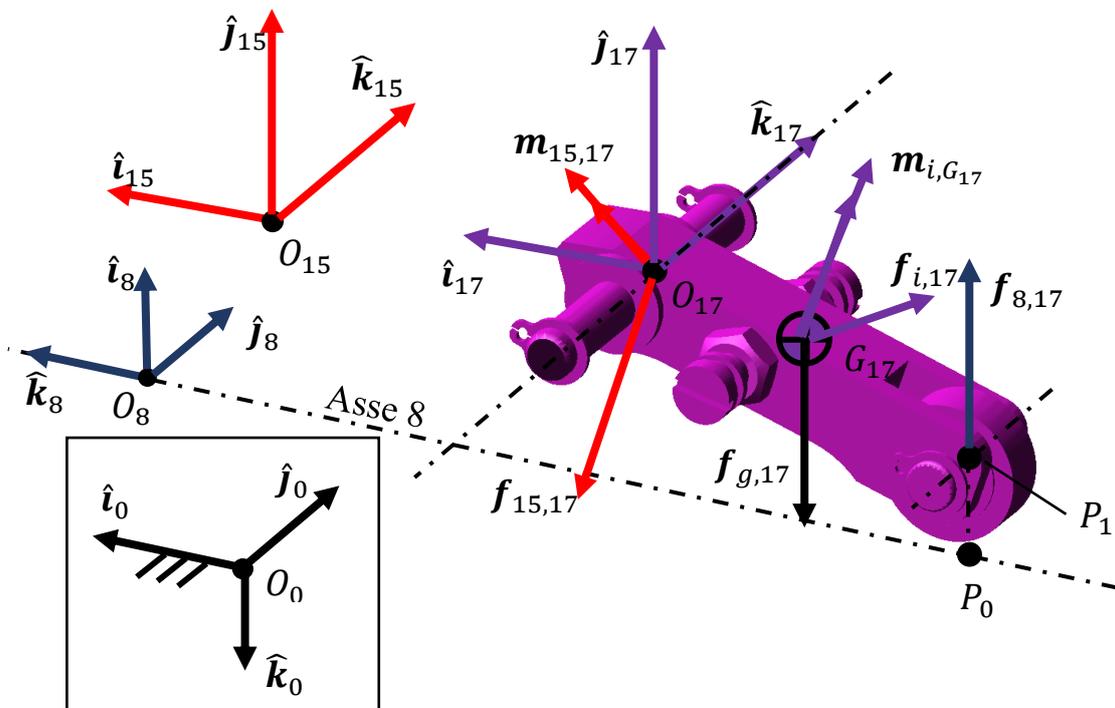


Figura 6.22 Elementi per la dinamica inversa del corpo 17

Scriviamo le equazioni di equilibrio dinamico del corpo 17. L'equazione di equilibrio alla traslazione è

$$\mathbf{f}_{i,17} + \mathbf{f}_{g,17} + \mathbf{f}_{15,17} + \mathbf{f}_{8,17} = \mathbf{0} \quad (10)$$

mentre l'equazione di l'equilibrio alla rotazione (prendendo come polo il punto O_{17}) è

$$\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}} \times (\mathbf{f}_{i,17} + \mathbf{f}_{g,17}) + \mathbf{m}_{i,G_{17}} + \mathbf{r}_{O_{17}P_1} \times \mathbf{f}_{8,17} + \mathbf{m}_{15,17} = \mathbf{0} \quad (11)$$

Dalla (10) si ricava $\mathbf{f}_{15,17}$, essendo note le altre. Fatto ciò, si ricava $\mathbf{m}_{15,17}$ dalla (11). Nelle Eq (10) e (11), le incognite sono, infatti, i due vettori $\mathbf{f}_{15,17}$ e $\mathbf{m}_{15,17}$; i vettori posizione $\mathbf{r}_{O_{17}G_{17}}$ ed $\mathbf{r}_{O_{17}P_1}$ sono già stati ricavati mentre i rimanenti termini valgono:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{i,17} &= -m_{17}\mathbf{a}_{G_{17}} \\ \mathbf{f}_{g,17} &= m_{17}g\hat{\mathbf{k}}_0 \\ \mathbf{m}_{i,G_{17}} &= -\dot{\mathbf{h}}_{G_{17}} = -\{\mathbf{J}_{G_{17}}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,17}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,17}\}\{\mathbf{J}_{G_{17}}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,17}\} \end{aligned}$$

Le quantità m_{17} , g e $\dot{\mathbf{h}}_{G_{17}}$ rappresentano rispettivamente la massa del corpo 17, l'accelerazione di gravità e la derivata temporale del momento angolare calcolato utilizzando come polo il punto G_{17} . È comodo esprimere le equazioni di equilibrio dinamico nel SdR 17 poiché la matrice d'inerzia $\mathbf{J}_{G_{17}}$ è costante in questo SdR.

Ricaviamo la matrice $\{\mathbf{J}_{G_{17}}\}_{17}$ all'interno di Adams ponendo un marker in G_{17} con lo stesso orientamento del SdR 17 ed eseguendo l' "Aggregate Mass" del corpo 17, specificando all'interno della casella "Relative To" il marker appena creato.

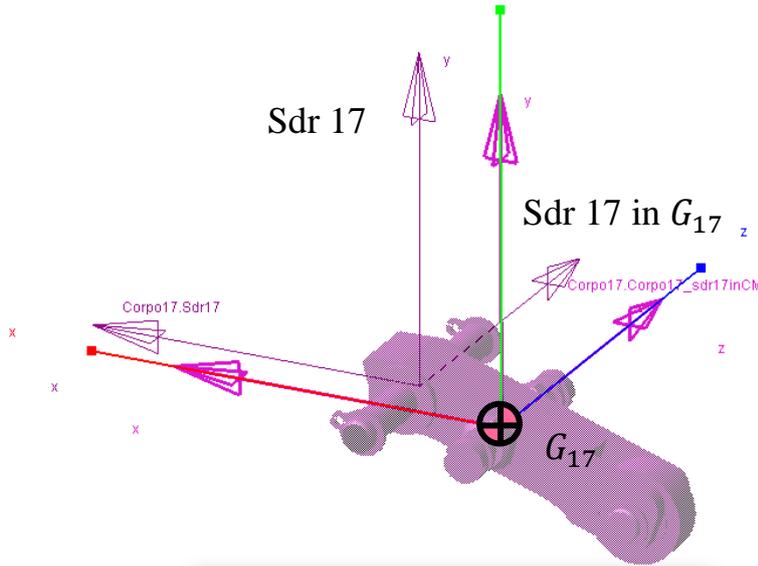


Figura 6.23 SdR 17 in G_{17}

Per ricavare $\mathbf{a}_{G_{17}}$, $\hat{\mathbf{k}}_0$, $\boldsymbol{\omega}_{0,17}$ e $\boldsymbol{\alpha}_{0,17}$ espressi nel SdR 17 basta premoltiplicare per $\mathbf{R}_{0,17}^T$ i vettori espressi nel SdR 0 (già trovati durante l'analisi cinematica).

Ora cerchiamo l'espressione di $\{\mathbf{f}_{8,17}\}_{17}$; possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \{\mathbf{r}_{O_8P_1}\}_8 &= \mathbf{R}_{0,8}^T \left(\{\mathbf{r}_{O_8O_{15}}\}_0 + \{\mathbf{r}_{O_{15}O_{17}}\}_0 + \{\mathbf{r}_{O_{17}P_1}\}_0 \right) \\ \{\mathbf{r}_{P_0P_1}\}_8 &= \{\mathbf{r}_{O_8P_1}\}_8 - \{\mathbf{r}_{O_8P_0}\}_8 \\ \{\mathbf{r}_{P_0P_1}\}_{17} &= \mathbf{R}_{0,17}^T \mathbf{R}_{0,8} \{\mathbf{r}_{P_0P_1}\}_8 \end{aligned}$$

dove $\{\mathbf{r}_{O_8P_0}\}_8$ è un vettore costante.

In accordo con la forza creata in Adams nel paragrafo 5.4, $\mathbf{f}_{8,17}$ vale:

$$\mathbf{f}_{8,17} = \begin{cases} 0, & |\mathbf{r}_{P_0P_1}| \geq 7.900001 \\ 5 \frac{\mathbf{r}_{P_0P_1}}{|\mathbf{r}_{P_0P_1}|}, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

da cui

$$\{\mathbf{f}_{8,17}\}_{17} = \begin{cases} 0, & |\mathbf{r}_{P_0P_1}| \geq 7.900001 \\ 5 \frac{\{\mathbf{r}_{P_0P_1}\}_{17}}{|\mathbf{r}_{P_0P_1}|}, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

In definitiva possiamo quindi ricavare le incognite $\{\mathbf{f}_{15,17}\}_{17}$ e $\{\mathbf{m}_{15,17}\}_{17}$. Per il terzo principio della dinamica si avrà inoltre:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{f}_{17,15}\}_{17} &= -\{\mathbf{f}_{15,17}\}_{17} \\ \{\mathbf{m}_{17,15}\}_{17} &= -\{\mathbf{m}_{15,17}\}_{17} \\ \{\mathbf{f}_{17,8}\}_{17} &= -\{\mathbf{f}_{8,17}\}_{17} \end{aligned}$$

La dinamica del corpo 18 si risolve in maniera analoga a quanto visto per il corpo 17.

Per i prossimi membri, così come per il corpo 17, le equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione sono state proiettate, all'interno del modello MATLAB, sul SdR solidale al membro stesso; questo per ottenere una matrice d'inerzia costante nel SdR utilizzato. La matrice d'inerzia del corpo è stata calcolata sempre tramite lo strumento "Aggregate Mass" di Adams. D'ora in avanti, per brevità di trattazione, le equazioni di equilibrio dinamico verranno pertanto scritte sottintendendo il sistema di riferimento usato.

6.3.3 Corpo 13 e corpo 15

Prima di poter scrivere le equazioni di equilibrio è necessario conoscere le forze e i momenti che agiscono sul corpo 13, che elenchiamo di seguito:

- $\mathbf{f}_{g,13}$: forza peso del corpo 13 applicata in G_{13} e diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,13}$: forza d'inerzia del corpo 13 applicata in G_{13} ;
- $\mathbf{m}_{i,G_{13}}$: momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_{13} ;
- $\mathbf{f}_{9,13}$: forza che il corpo 9 esercita sul corpo 13 tramite la coppia sferica. Questa forza è applicata in O_{13} , centro della coppia sferica;
- $\mathbf{f}_{15,13}$: forza che il corpo 15 esercita sul corpo 13 tramite la coppia sferica. Questa forza è applicata in B , centro della coppia sferica;
- $\mathbf{m}_{15,13}$: momento che il corpo 15 esercita sul corpo 13 tramite il vincolo Perpendicular in B . Questo momento è diretto come il versore $\hat{\mathbf{k}}_{13}$, ovvero

$$\mathbf{m}_{15,13} = m_{15,13} \hat{\mathbf{k}}_{13}$$

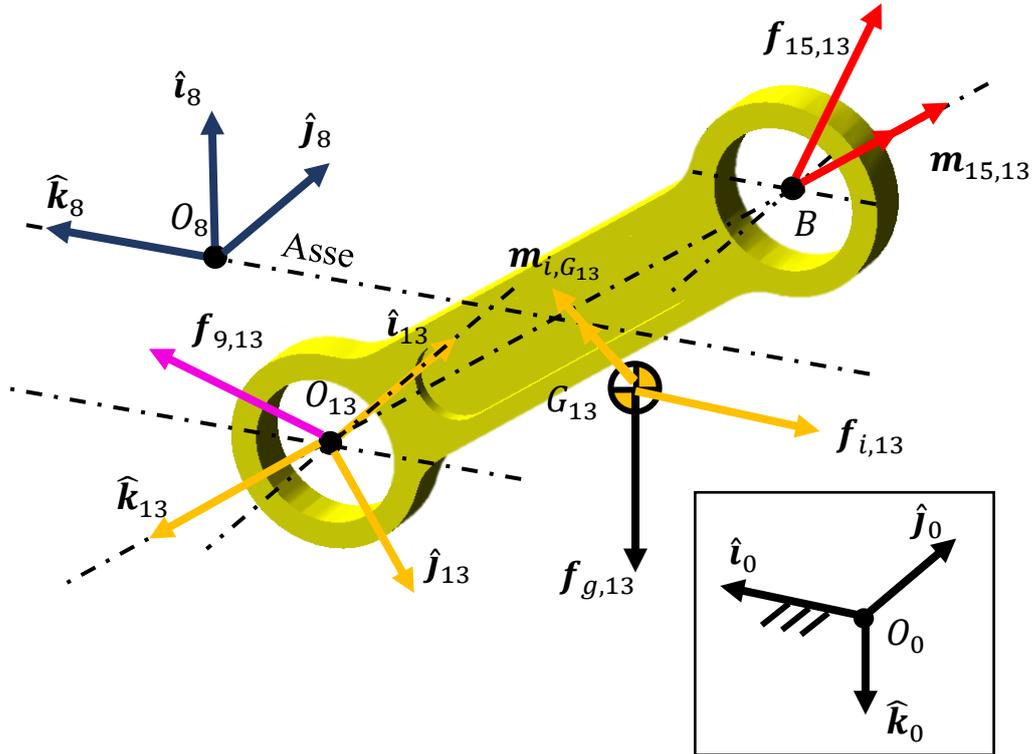


Figura 6.24 Elementi per la dinamica inversa del corpo 13

In maniera analoga a quanto fatto per i membri precedenti elenchiamo le forze e i momenti agenti sul corpo 15:

- $f_{g,15}$: forza peso del corpo 15 applicata in G_{15} . La forza ha direzione pari a quella di \hat{k}_0 ;
- $f_{i,15}$: forza d'inerzia del corpo 15 applicata in G_{15} ;
- $m_{i,G_{15}}$: momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_{15} ;
- $f_{8,15}$: forza che il corpo 8 esercita sul corpo 15 tramite la cerniera 15. Questa forza è applicata in O_{15} , centro della cerniera;
- $m_{8,15}$: momento che il corpo 8 esercita sul corpo 15 tramite la cerniera 15. Notiamo che vale:

$$m_{8,15} \cdot \hat{k}_{15} = 0$$

- $f_{13,15}$: forza che il corpo 13 esercita sul corpo 15 tramite la coppia sferica. Questa forza è applicata in B , centro della coppia sferica;
- $m_{13,15}$: momento che il corpo 13 esercita sul corpo 15 tramite il vincolo Perpendicular in B . Questo momento, per come è stato definito, ha direzione pari a quella del versore \hat{k}_{13} ;
- $f_{17,15}$: forza che il corpo 17 esercita sul corpo 15 tramite la cerniera 17. Questa forza è applicata in O_{17} , centro della cerniera;
- $m_{17,15}$: momento che il corpo 17 esercita sul corpo 15 tramite la cerniera 17 e del Motion presente nella cerniera 17.

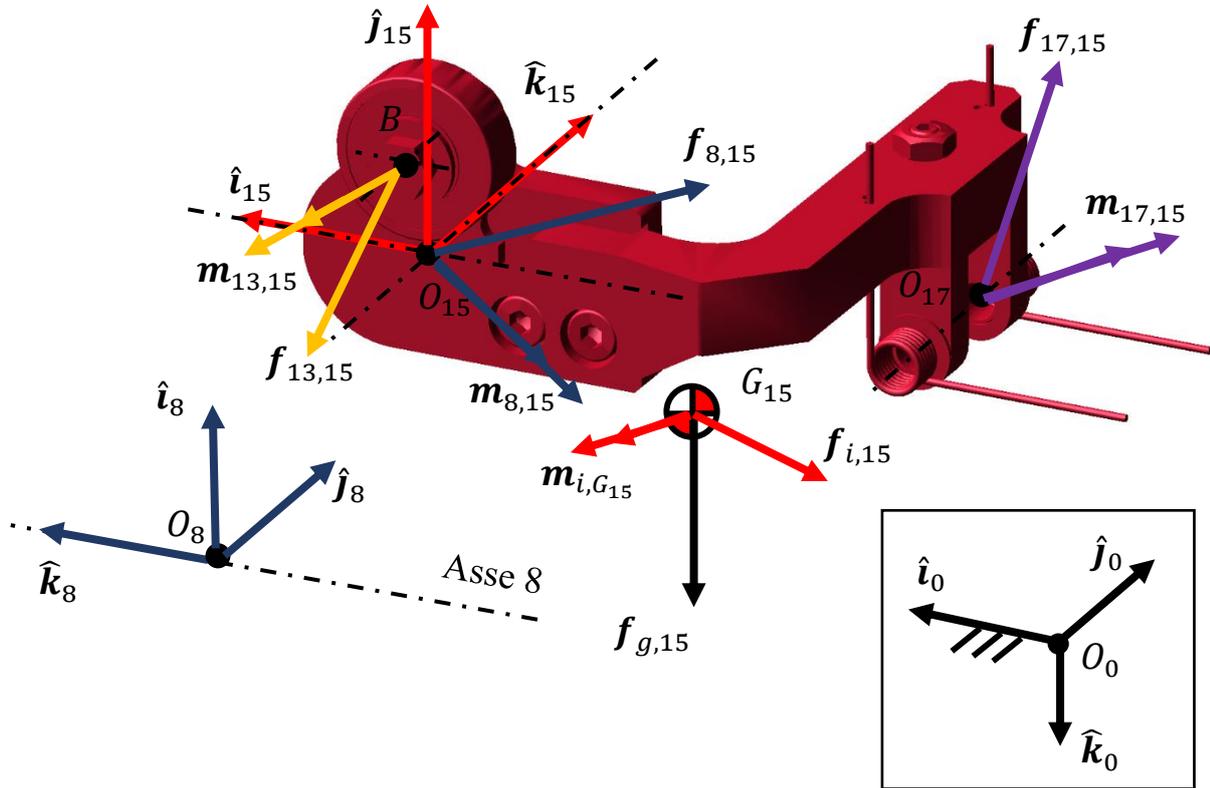


Figura 6.25 Elementi per la dinamica inversa del corpo 15

Si è deciso di racchiudere in un solo paragrafo l'analisi dinamica dei corpi 13 e 15 perché, per ricavare le reazioni vincolari, è necessario risolvere simultaneamente le equazioni di equilibrio dinamico di entrambi i corpi.

Siccome i punti di applicazione di $f_{9,13}$ e di $f_{15,13}$ giacciono lungo \hat{k}_{13} , queste due forze non generano momento lungo tale direzione. Possiamo quindi ricavare il modulo di $m_{15,13}$ imponendo l'equilibrio alla rotazione del corpo 13 attorno ad O_{13} e proiettando lungo \hat{k}_{13} :

$$m_{15,13} + \hat{k}_{13} \cdot m_{i,G_{13}} + \hat{k}_{13} \cdot [r_{O_{13}G_{13}} \times (f_{i,13} + f_{g,13})] = 0$$

da cui si ottiene immediatamente il valore di $m_{15,13}$.

$f_{i,13}$, $f_{g,13}$ e $m_{i,G_{13}}$ valgono rispettivamente:

$$f_{i,13} = -m_{13} a_{G_{13}}$$

$$f_{g,13} = m_{13} g \hat{k}_0$$

$$m_{i,G_{13}} = -\{J_{G_{13}}\}\{\alpha_{0,13}\} - \{\tilde{\omega}_{0,13}\}\{J_{G_{13}}\}\{\omega_{0,13}\}$$

dove m_{13} è la massa del corpo 13.

Nota il momento $m_{15,13}$ possiamo scrivere l'equilibrio attorno ad O_{13} per ricavare due componenti di $f_{15,13}$:

$$m_{i,G_{13}} + r_{O_{13}G_{13}} \times (f_{i,13} + f_{g,13}) + m_{15,13} + r_{O_{13}B} \times f_{15,13} = 0 \quad (12)$$

dove

$$r_{O_{13}B} \times f_{15,13} = -l_{13} \hat{k}_{13} \times [(f_{15,13} \cdot \hat{i}_{13}) \hat{i}_{13} + (f_{15,13} \cdot \hat{j}_{13}) \hat{j}_{13} + (f_{15,13} \cdot \hat{k}_{13}) \hat{k}_{13}]$$

Eseguendo il prodotto vettoriale si ottiene

$$r_{O_{13}B} \times f_{15,13} = -l_{13} [(f_{15,13} \cdot \hat{i}_{13}) \hat{j}_{13} - (f_{15,13} \cdot \hat{j}_{13}) \hat{i}_{13}]$$

L'equazione (12) può quindi essere riscritta come segue (ricordando che $m_{15,13}$ è diretta come \hat{k}_{13}):

$$l_{13} [(f_{15,13} \cdot \hat{i}_{13}) \hat{j}_{13} - (f_{15,13} \cdot \hat{j}_{13}) \hat{i}_{13}] = m_{i,G_{13}} + r_{O_{13}G_{13}} \times (f_{i,13} + f_{g,13}) + m_{15,13} \hat{k}_{13}$$

Proiettando questa equazione lungo \hat{j}_{13} e lungo \hat{i}_{13} si ricavano rispettivamente le componenti x e y di $\mathbf{f}_{15,13}$ nel SdR 13, ovvero $\mathbf{f}_{15,13} \cdot \hat{i}_{13}$ ed $\mathbf{f}_{15,13} \cdot \hat{j}_{13}$.

A questo punto consideriamo il corpo 15. Valgono le seguenti:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{i}_{13} &= -\mathbf{f}_{15,13} \cdot \hat{i}_{13} \\ \mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{j}_{13} &= -\mathbf{f}_{15,13} \cdot \hat{j}_{13} \\ \mathbf{m}_{13,15} &= -\mathbf{m}_{15,13}\end{aligned}$$

Possiamo quindi scrivere l'equilibrio alla rotazione del corpo 15 attorno ad O_{15} in modo da ottenere

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{i,G_{15}} + \mathbf{r}_{O_{15}G_{15}} \times (\mathbf{f}_{i,15} + \mathbf{f}_{g,15}) + \mathbf{m}_{17,15} + \mathbf{r}_{O_{15}O_{17}} \times \mathbf{f}_{17,15} + \mathbf{m}_{8,15} + \mathbf{m}_{13,15} \\ + \\ + \mathbf{r}_{O_{15}B} \times [(\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{i}_{13})\hat{i}_{13} + (\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{j}_{13})\hat{j}_{13} + (\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{k}_{13})\hat{k}_{13}] = \mathbf{0}\end{aligned}\quad (13)$$

dove

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{i,15} &= -m_{15}\mathbf{a}_{G_{15}} \\ \mathbf{f}_{g,15} &= m_{15}g\hat{\mathbf{k}}_0 \\ \mathbf{m}_{i,G_{15}} &= -\{J_{G_{15}}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,15}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,15}\}\{J_{G_{15}}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,15}\}\end{aligned}$$

e m_{15} è la massa del corpo 15.

A questo punto proiettiamo l'equazione (13) lungo $\hat{\mathbf{k}}_{15}$ per ricavare l'incognita scalare $(\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{13})$.

Dato che

$$\mathbf{m}_{8,15} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{15} = 0$$

poniamo

$$\begin{aligned}\mathbf{m} = \mathbf{m}_{i,G_{15}} + \mathbf{r}_{O_{15}G_{15}} \times (\mathbf{f}_{i,15} + \mathbf{f}_{g,15}) + \mathbf{m}_{17,15} + \mathbf{r}_{O_{15}O_{17}} \times \mathbf{f}_{17,15} + \mathbf{m}_{13,15} + \\ + \mathbf{r}_{O_{15}B} \times [(\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{i}_{13})\hat{i}_{13} + (\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{j}_{13})\hat{j}_{13}]\end{aligned}$$

e otteniamo infine

$$(\mathbf{f}_{13,15} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{13}) = -\frac{\hat{\mathbf{k}}_{15} \cdot \mathbf{m}}{\hat{\mathbf{k}}_{15} \cdot (\mathbf{r}_{O_{15}B} \times \hat{\mathbf{k}}_{13})}$$

A questo punto il vettore $\mathbf{f}_{13,15} = -\mathbf{f}_{15,13}$ è completamente noto.

Ricaviamo $\mathbf{f}_{8,15}$ imponendo l'equilibrio alla traslazione del corpo 15:

$$\mathbf{f}_{8,15} = -(\mathbf{f}_{i,15} + \mathbf{f}_{g,15} + \mathbf{f}_{13,15} + \mathbf{f}_{17,15})$$

Poi ricaviamo $\mathbf{m}_{8,15}$ dall'equazione (13): ora l'unica incognita presente nell'equazione è appunto $\mathbf{m}_{8,15}$, visto che $\mathbf{f}_{13,15}$ e $\mathbf{f}_{8,15}$ sono già state ricavate.

A questo punto possiamo ritornare all'analisi dinamica del corpo 13 e ricavare $\mathbf{f}_{9,13}$ imponendo l'equilibrio alla traslazione:

$$\mathbf{f}_{9,13} = -(\mathbf{f}_{i,13} + \mathbf{f}_{g,13} + \mathbf{f}_{15,13})$$

Abbiamo pertanto ricavato tutte le reazioni vincolari agenti sul corpo 13 e sul corpo 15.

Per il principio di azione-reazione risulterà inoltre

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{13,9} &= -\mathbf{f}_{9,13} \\ \mathbf{f}_{15,8} &= -\mathbf{f}_{8,15} \\ \mathbf{m}_{15,8} &= -\mathbf{m}_{8,15}\end{aligned}$$

La dinamica dei corpi 14 e 16 si risolve in maniera analoga a quanto fatto ora per i corpi 13 e 15.

6.3.4 Corpo 9

Prima di poter scrivere le equazioni di equilibrio è necessario conoscere le forze e i momenti che agiscono sul corpo 9. Elenchiamole di seguito:

- $f_{g,9}$: forza peso del corpo 9 applicata in G_9 . La forza ha direzione pari a quella di \hat{k}_0 ;
- $f_{i,9}$: forza d'inerzia del corpo 9 applicata in G_9 ;
- m_{i,G_9} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_9 ;
- $f_{8,9}$: forza che il corpo 8 esercita sul corpo 9 tramite la cerniera 9. Questa forza è applicata in O_9 , centro della cerniera;
- $m_{8,9}$: momento che il corpo 8 esercita sul corpo 9 tramite la cerniera 9. Notiamo che vale

$$m_{8,9} \cdot \hat{k}_9 = 0$$

- $m_{11,9}$: momento che il corpo 11 esercita sul corpo 9 tramite il vincolo Coupler tra la cerniera 9 ed il corsoio 1. Come visto nella Sezione 5.2.6.4, la forza tra i denti dell'accoppiamento pignone-cremagliera non è modellata utilizzando il vincolo Coupler. $m_{11,9}$ è diretta come \hat{k}_9 ;
- $f_{13,9}$: forza che il corpo 13 esercita sul corpo 9 tramite la coppia sferica. Questa forza è applicata in O_{13} , centro della coppia sferica.

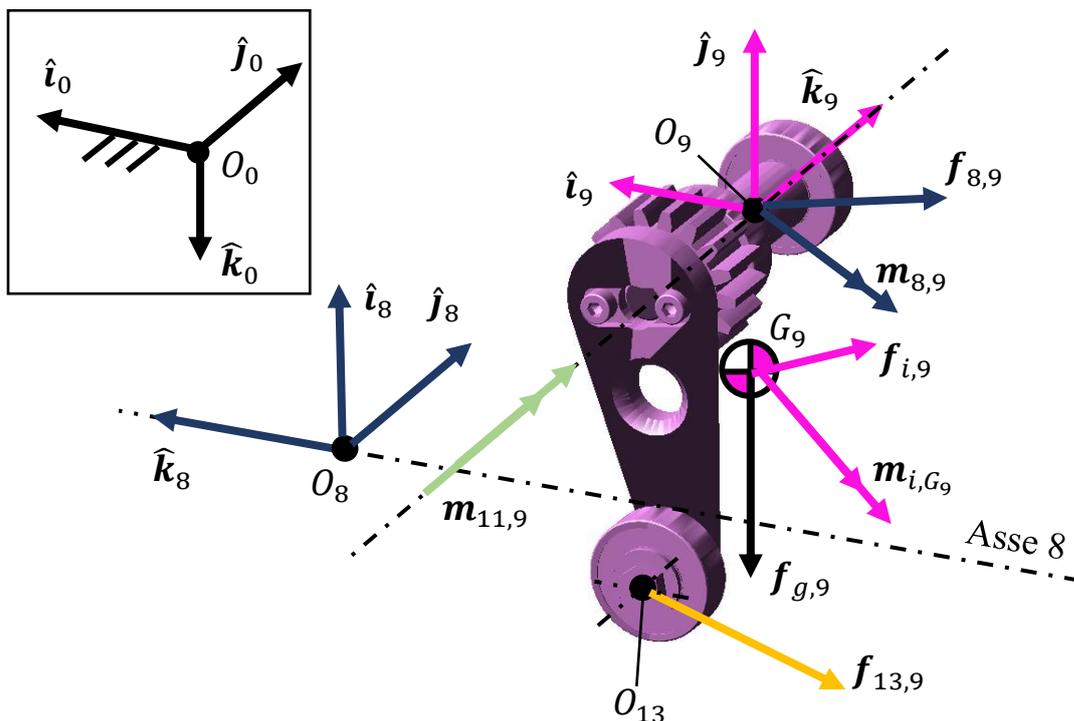


Figura 6.26 Elementi per la dinamica inversa del corpo 9

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 9 per ricavare l'incognita vettoriale $f_{8,9}$:

$$f_{8,9} = -(f_{i,9} + f_{g,9} + f_{13,9})$$

dove $f_{i,9}$ e $f_{g,9}$ valgono

$$\begin{aligned} f_{i,9} &= -m_9 a_{G_9} \\ f_{g,9} &= m_9 g \hat{k}_0 \end{aligned}$$

e m_9 rappresenta la massa del corpo 9.

Imponiamo inoltre l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_9 per ricavare in una volta sola sia $\mathbf{m}_{8,9}$ che $\mathbf{m}_{11,9}$ (il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_9$, l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_9$ e $\hat{\mathbf{j}}_9$):

$$\mathbf{m}_{8,9} + \mathbf{m}_{11,9} = -[\mathbf{m}_{i,G_9} + \mathbf{r}_{O_9,G_9} \times (\mathbf{f}_{i,9} + \mathbf{f}_{g,9}) + \mathbf{r}_{O_9,O_{13}} \times \mathbf{f}_{13,9}] \quad (14)$$

dove \mathbf{m}_{i,G_9} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_9} = -\{J_{G_9}\}\{\alpha_{0,9}\} - \{\tilde{\omega}_{0,9}\}\{J_{G_9}\}\{\omega_{0,9}\}$$

Ricaviamo così dall'Eq. (14) $\mathbf{m}_{8,9}$ e $\mathbf{m}_{11,9}$: il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_9$, l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_9$ e $\hat{\mathbf{j}}_9$. Come anticipato nel capitolo 5.2.6.4 $\mathbf{m}_{11,9}$ si scarica, con verso opposto, sul corpo 8, cosa che, in teoria, non dovrebbe avvenire vista la presenza della cerniera in O_9 . Abbiamo perciò:

$$\mathbf{m}_{9,8} = -(\mathbf{m}_{8,9} + \mathbf{m}_{11,9})$$

Inoltre, vale

$$\mathbf{f}_{9,8} = -\mathbf{f}_{8,9}$$

La dinamica del corpo 10 si risolve in maniera analoga a quanto visto per il corpo 9.

6.3.5 Corpo 11 e 20

Il corpo 11 e il corpo 20 costituiscono un unico assieme essendo vincolati tra di loro tramite un vincolo incastro. Prima di poter scrivere le equazioni di equilibrio è necessario conoscere le forze ed i momenti che agiscono sui corpi 11 e 20. Elenchiamole di seguito:

- $\mathbf{f}_{g,11}$: forza peso dei due corpi applicata in G_{11}^* . La forza ha direzione pari a quella di $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,11}$: forza d'inerzia dei due corpi applicata in G_{11}^* ;
- \mathbf{m}_{i,G_{11}^*} : momento delle forze d'inerzia dei due corpi calcolato rispetto a G_{11}^* ;
- $\mathbf{f}_{8,11}$: forza che il corpo 8 esercita sul corpo 11 tramite il corsoio 1. Questa forza è applicata in O_{11} e ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_{11}$, pertanto vale

$$\mathbf{f}_{8,11} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{11} = 0$$

- $\mathbf{m}_{8,11}$: momento che il corpo 8 esercita sul corpo 11 tramite il corsoio 1;
- $\mathbf{f}_{9,11}$: forza che il corpo 9 esercita sul corpo 11 tramite il Coupler tra la cerniera 9 ed il corsoio 1. Tale forza è applicata in O_{11} ed è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_{11}$. Il modulo di $\mathbf{f}_{9,11}$ vale

$$|\mathbf{f}_{9,11}| = \frac{|\mathbf{m}_{11,9}|}{r_{9,p}}$$

dove $r_{9,p}$ è il raggio della circonferenza primitiva del pignone sul corpo 9;

- $\mathbf{f}_{1,11}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 11. Tale forza è generata dal vincolo GCN creato per rappresentare l'accoppiamento camma-rullino. $\mathbf{f}_{1,11}$ è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_{11}$ ed è applicata in O_{20} .

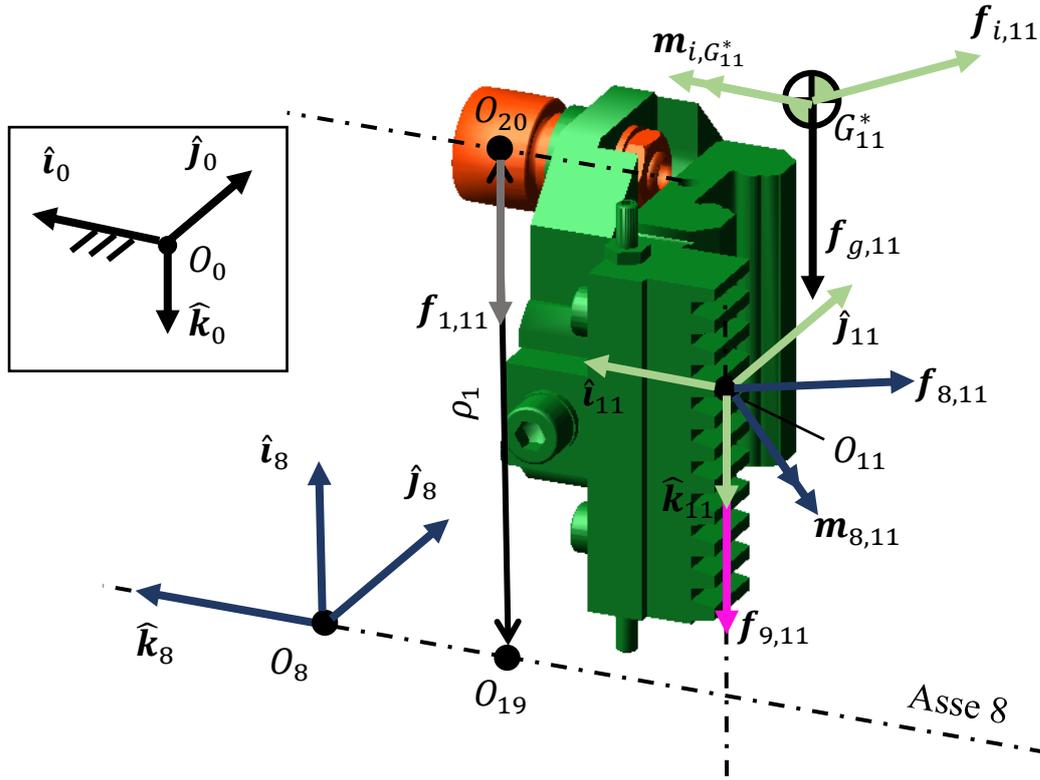


Figura 6.27 Elementi per la dinamica inversa del corpo 11

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 11 per ricavare insieme le due incognite $\mathbf{f}_{8,11}$ e $\mathbf{f}_{1,11}$; la prima ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_{11}$, mentre la seconda è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_{11}$.

$$\mathbf{f}_{8,11} + \mathbf{f}_{1,11} = -(\mathbf{f}_{i,11} + \mathbf{f}_{g,11} + \mathbf{f}_{9,11})$$

dove $\mathbf{f}_{i,11}$ e $\mathbf{f}_{g,11}$ sono dati da

$$\mathbf{f}_{i,11} = -(m_{11} + m_{20})\mathbf{a}_{G_{11}^*}$$

$$\mathbf{f}_{g,11} = (m_{11} + m_{20})g \hat{\mathbf{k}}_0$$

m_{11} ed m_{20} sono rispettivamente le masse dei corpi 11 e 20.

Imponiamo l'equilibrio alla rotazione attorno a O_{11} per ricavare la reazione vincolare $\mathbf{m}_{8,11}$:

$$\mathbf{m}_{8,11} = -[\mathbf{m}_{i,G_{11}^*} + \mathbf{r}_{O_{11}G_{11}^*} \times (\mathbf{f}_{i,11} + \mathbf{f}_{g,11}) + \mathbf{r}_{O_{11}O_{20}} \times \mathbf{f}_{1,11}]$$

dove \mathbf{m}_{i,G_{11}^*} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_{11}^*} = -\{\mathbf{J}_{G_{11}^*}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,11}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,11}\}\{\mathbf{J}_{G_{11}^*}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,11}\}$$

Per il terzo principio della dinamica si ha

$$\mathbf{f}_{11,1} = -\mathbf{f}_{1,11}$$

$$\mathbf{m}_{11,8} = -\mathbf{m}_{8,11}$$

Per la forza scambiata dal Coupler, si ottiene

$$\mathbf{f}_{11,8} = -(\mathbf{f}_{8,11} + \mathbf{f}_{9,11})$$

La dinamica del corpo 12 si risolve in maniera analoga a quanto fatto ora per il corpo 11.

6.3.6 Corpo 8

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 8:

- $f_{g,8}$: forza peso del corpo 8 applicata in G_8 . La forza ha direzione pari a quella di \hat{k}_0 ;
- $f_{i,8}$: forza d'inerzia del corpo 8 applicata in G_8 ;
- m_{i,G_8} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_8 ;
- $f_{1,8}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 8. Questa forza è applicata in O_8 , centro della cerniera;
- $m_{1,8}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 8. Notiamo che vale

$$m_{1,8} \cdot \hat{k}_8 = 0$$

- $m_{6,8}$: momento che il corpo 6 esercita sul corpo 8 tramite il vincolo Coupler tra la cerniera 8 e la cerniera 6. Si noti che, con i vincoli imposti nel modello Adams è solamente il corpo 6 a mettere in moto il corpo 8, il corpo 7 non scambia forze o momenti con il corpo 8, ovvero la trasmissione del moto dal secondo albero 2 al corpo 8 avviene solo attraverso la ruota 6 (vedi Figura 6.28). $m_{6,8}$ ha direzione pari a \hat{k}_8 ;
- $f_{9,8}$: forza che il corpo 9 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 9. Questa forza è applicata in O_9 , centro della cerniera;
- $m_{9,8}$: momento che il corpo 9 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 9 e del Coupler che vincola la rotazione di tale cerniera alla traslazione del corsoio 1;
- $f_{10,8}$: forza che il corpo 10 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 10. Questa forza è applicata in O_{10} , centro della cerniera;
- $m_{10,8}$: momento che il corpo 10 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 10 e del Coupler che vincola la rotazione di tale cerniera alla traslazione del corsoio 2;
- $f_{11,8}$: forza che il corpo 11 esercita sul corpo 8 tramite il corsoio 1 e il Coupler, che impone un vincolo tra la traslazione del corsoio e la rotazione della cerniera 9. Tale forza è applicata in O_{11} , che è mobile rispetto al SdR 8;
- $m_{11,8}$: momento che il corpo 11 esercita sul corpo 8 tramite il corsoio 1;
- $f_{12,8}$: forza che il corpo 12 esercita sul corpo 8 tramite il corsoio 2 e il Coupler che impone un vincolo tra la traslazione del corsoio e la rotazione della cerniera 10. Tale forza è applicata in O_{12} che è mobile rispetto al SdR 8;
- $m_{12,8}$: momento che il corpo 12 esercita sul corpo 8 tramite il corsoio 2;
- $f_{15,8}$: forza che il corpo 15 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 15. Questa forza è applicata in O_{15} , centro della cerniera;
- $m_{15,8}$: momento che il corpo 15 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 15;
- $f_{16,8}$: forza che il corpo 16 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 16. Questa forza è applicata in O_{16} , centro della cerniera;
- $m_{16,8}$: momento che il corpo 16 esercita sul corpo 8 tramite la cerniera 16;
- $f_{17,8}$: forza che il corpo 17 esercita sul corpo 8. Questa forza è generata dalla pressione con cui il dito 17 spinge sulle celle avvolte sulle pinze del corpo 8;
- $f_{18,8}$: forza che il corpo 18 esercita sul corpo 8. Questa forza è generata dalla pressione con cui il dito 18 spinge sulle celle avvolte sulle pinze del corpo 8.

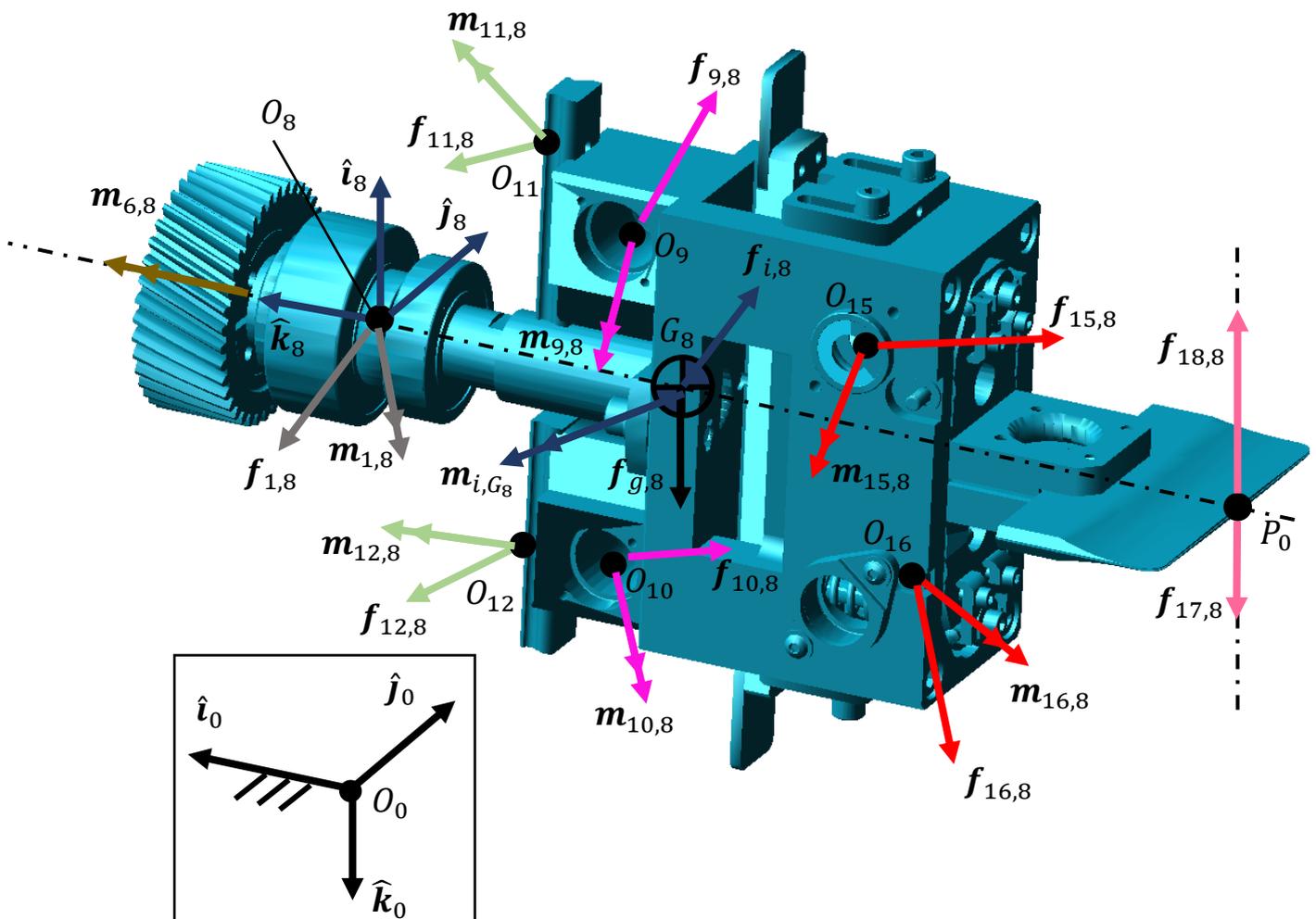


Figura 6.28 Elementi per la dinamica inversa del corpo 8

Ricaviamo ora le incognite $f_{1,8}$, $m_{1,8}$ ed $m_{6,8}$. La prima si ottiene direttamente imponendo l'equilibrio alla traslazione del corpo 8, noto che $f_{i,8}$ ed $f_{g,8}$ valgono rispettivamente:

$$\begin{aligned} f_{i,8} &= -m_8 a_{G_8} \\ f_{g,8} &= m_8 g \hat{k}_0 \end{aligned}$$

dove m_8 è la massa del corpo 8.

Le incognite $m_{1,8}$ e $m_{6,8}$ si ricavano entrambe imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno a O_8 , noto che

$$\begin{aligned} m_{1,8} \cdot \hat{k}_8 &= 0 \\ m_{6,8} &= m_{6,8} \hat{k}_8 \end{aligned}$$

e

$$m_{i,G_8} = -\{J_{G_8}\}\{\alpha_{0,8}\} - \{\tilde{\omega}_{0,8}\}\{J_{G_8}\}\{\omega_{0,8}\}$$

Per il principio di azione e reazione abbiamo

$$f_{8,1} = -f_{1,8}$$

A causa della presenza del Coupler tra cerniera 6 e cerniera 8 si ha

$$m_{8,1} = -(m_{1,8} + m_{6,8})$$

Il momento che il corpo 8 esercita sul corpo 6 vale

$$m_{8,6} = \tau_{6,8} m_{6,8}$$

e ha verso positivo, visto che si considera la coppia che ogni ruota dentata esercita sull'altra (vedi Fig. Figura 6.29).

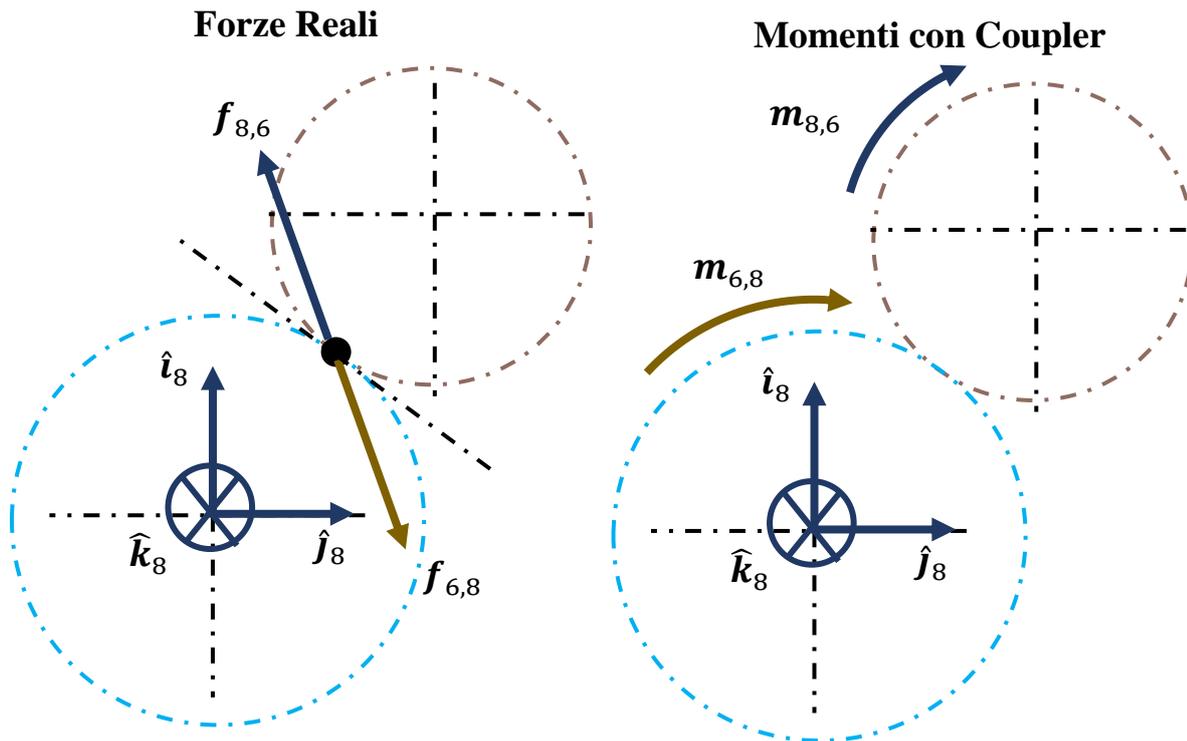


Figura 6.29 Momenti generati dal Coupler tra cerniera 8 e cerniera 6

6.3.7 Corpo 6

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 6:

- $\mathbf{f}_{g,6}$: forza peso del corpo 6 applicata in G_6 . La forza è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,6}$: forza d'inerzia del corpo 6 applicata in G_6 ;
- \mathbf{m}_{i,G_6} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_6 ;
- $\mathbf{f}_{1,6}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 6 tramite la cerniera 6. Questa forza è applicata in O_6 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{1,6}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 6 tramite la cerniera 6. Notiamo che vale

$$\mathbf{m}_{1,6} \cdot \hat{\mathbf{k}}_6 = 0$$

- $\mathbf{m}_{5,6}$: momento che il corpo 5 esercita sul corpo 6, dovuto alla presenza del vincolo Coupler tra la cerniera 6 e la cerniera 5. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_6$;
- $\mathbf{m}_{8,6}$: momento che il corpo 8 esercita sul corpo 6, dovuto alla presenza del vincolo Coupler tra la cerniera 8 e la cerniera 6. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_6$.

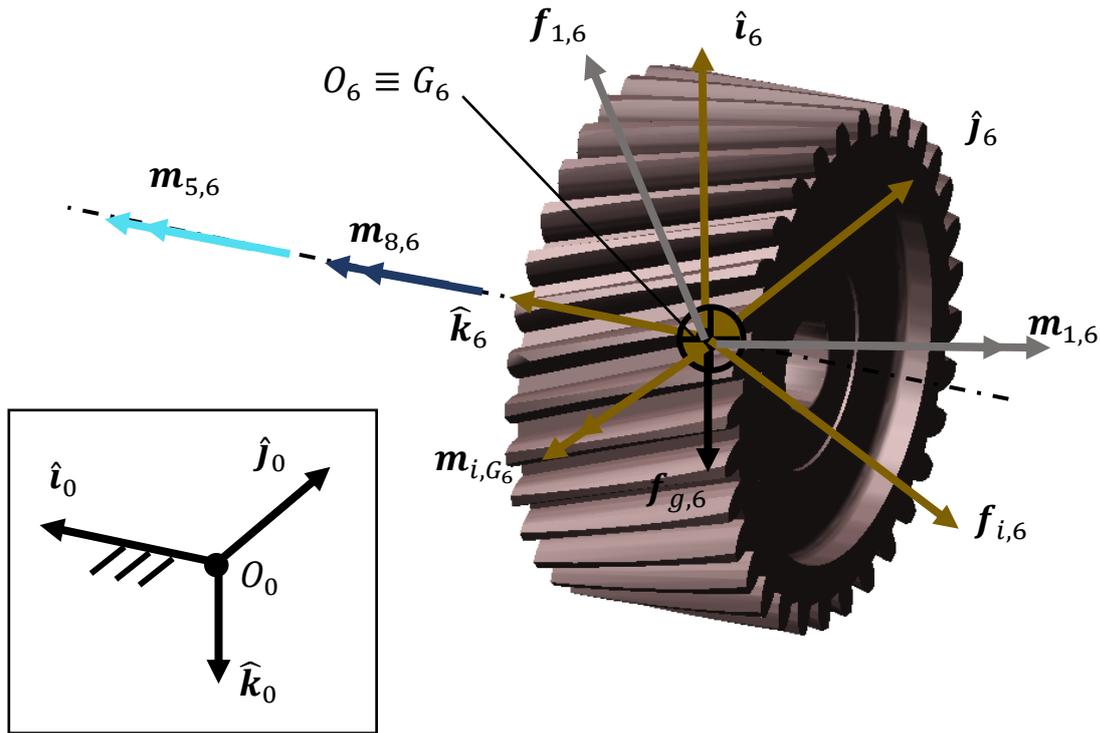


Figura 6.30 Elementi per la dinamica inversa del corpo 6

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 6 per ricavare l'incognita $\mathbf{f}_{1,6}$:

$$\mathbf{f}_{1,6} = -(\mathbf{f}_{i,6} + \mathbf{f}_{g,6})$$

dove $\mathbf{f}_{i,6}$ e $\mathbf{f}_{g,6}$ valgono

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{i,6} &= -m_6 \mathbf{a}_{G_6} \\ \mathbf{f}_{g,6} &= m_6 g \hat{\mathbf{k}}_0\end{aligned}$$

e m_6 è la massa del corpo 6.

Imponiamo inoltre l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_6 (coincidente con G_6) per ricavare insieme sia $\mathbf{m}_{1,6}$ che $\mathbf{m}_{5,6}$ (dove il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_6$, l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_6$ e $\hat{\mathbf{j}}_6$):

$$\mathbf{m}_{1,6} + \mathbf{m}_{5,6} = -(\mathbf{m}_{i,G_6} + \mathbf{m}_{8,6})$$

dove \mathbf{m}_{i,G_6} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_6} = -\{J_{G_6}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,6}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,6}\}\{J_{G_6}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,6}\}$$

Per il principio di azione e reazione abbiamo inoltre:

$$\mathbf{f}_{6,1} = -\mathbf{f}_{1,6}$$

A causa della presenza del Coupler tra cerniera 6 e cerniera 8 e di quello tra cerniera 5 e cerniera 6 si ha:

$$\mathbf{m}_{6,1} = -(\mathbf{m}_{1,6} + \mathbf{m}_{5,6} + \mathbf{m}_{8,6})$$

Il momento che il corpo 6 esercita sul corpo 5 è:

$$\mathbf{m}_{6,5} = \tau_{5,6} \mathbf{m}_{5,6}$$

e ha verso positivo, visto che si considera la coppia che ogni ruota dentata esercita sull'altra.

La dinamica del corpo 7 si risolve in maniera analoga a quanto visto per il corpo 6, tranne che per il fatto che non c'è un Coupler tra la cerniera 8 e la cerniera 7 e dunque non si trasmette un momento da 8 a 7.

6.3.8 Corpo 5

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 5:

- $f_{g,5}$: forza peso del corpo 5 applicata in G_5 . La forza è diretta come \hat{k}_0 ;
- $f_{i,5}$: forza d'inerzia del corpo 5 applicata in G_5 ;
- m_{i,G_5} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_5 ;
- $f_{1,5}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 5 tramite la cerniera 5. Questa forza è applicata in O_5 , centro della cerniera;
- $m_{1,5}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 5 tramite la cerniera 5. Notiamo che vale

$$m_{1,5} \cdot \hat{k}_5 = 0$$

- $m_{3,5}$: momento che il corpo 3 esercita sul corpo 5 tramite il Coupler presente tra la cerniera 5 e la cerniera 3. Questo momento è diretto come \hat{k}_5 . Osserviamo che, con i vincoli imposti nel modello Adams, è solamente il corpo 3 a mettere in moto il corpo 5, mentre il corpo 4 non scambia forze o momenti con il corpo 5;
- $m_{6,5}$: momento che il corpo 6 esercita sul corpo 5 tramite il Coupler presente tra la cerniera 6 e la cerniera 5. Questo momento è diretto come \hat{k}_5 ;
- $m_{7,5}$: momento che il corpo 7 esercita sul corpo 5 tramite il Coupler presente tra la cerniera 7 e la cerniera 5. Questo momento è diretto come a \hat{k}_5 .

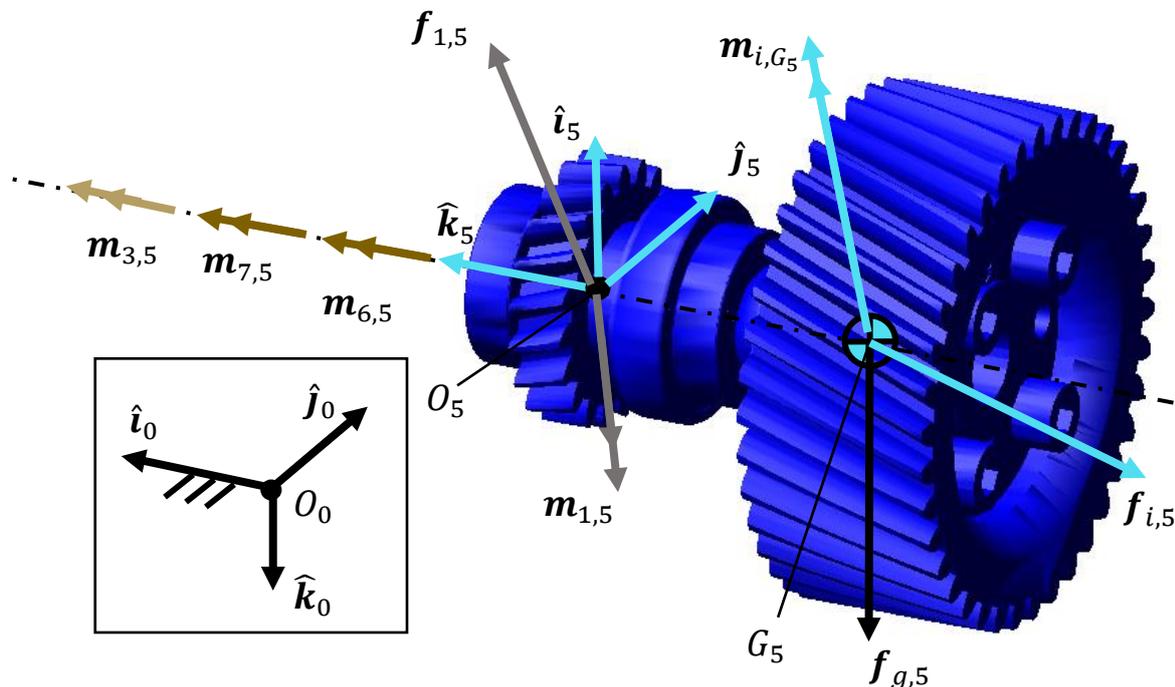


Figura 6.31 Elementi per la dinamica inversa del corpo 5

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 5 per ricavare l'incognita $f_{1,5}$:

$$f_{1,5} = -(f_{i,5} + f_{g,5})$$

dove $f_{i,5}$ e $f_{g,5}$ sono

$$f_{i,5} = -m_5 a_{G_5}$$

$$\mathbf{f}_{g,5} = m_5 g \hat{\mathbf{k}}_0$$

e m_5 è la massa del corpo 5.

Imponiamo inoltre l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_5 , per ricavare insieme sia $\mathbf{m}_{1,5}$ che $\mathbf{m}_{3,5}$ (dove il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_5$ e l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_5$ e $\hat{\mathbf{j}}_5$):

$$\mathbf{m}_{1,5} + \mathbf{m}_{3,5} = -[\mathbf{m}_{i,G_5} + \mathbf{r}_{O_5 G_5} \times (\mathbf{f}_{i,5} + \mathbf{f}_{g,5}) + \mathbf{m}_{6,5} + \mathbf{m}_{7,5}]$$

dove \mathbf{m}_{i,G_5} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_5} = -\{\mathbf{J}_{G_5}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,5}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,5}\}\{\mathbf{J}_{G_5}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,5}\}$$

Per il principio di azione e reazione abbiamo

$$\mathbf{f}_{5,1} = -\mathbf{f}_{1,5}$$

A causa della presenza del Coupler tra cerniera 7 e cerniera 5, di quello tra cerniera 6 e cerniera 5 e di quello tra cerniera 3 e cerniera 5 si ha

$$\mathbf{m}_{5,1} = -(\mathbf{m}_{1,5} + \mathbf{m}_{7,5} + \mathbf{m}_{6,5} + \mathbf{m}_{3,5})$$

Il momento che il corpo 5 esercita sul corpo 3 è

$$\mathbf{m}_{5,3} = \tau_{3,5} \mathbf{m}_{3,5}$$

e ha verso positivo visto che si considera la coppia che ogni ruota dentata esercita sull'altra.

6.3.9 Corpo 3

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 3:

- $\mathbf{f}_{g,3}$: forza peso del corpo 3 applicata in G_3 . La forza è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,3}$: forza d'inerzia del corpo 3 applicata in G_3 ;
- \mathbf{m}_{i,G_3} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_3 ;
- $\mathbf{f}_{1,3}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 3 tramite la cerniera 3. Questa forza è applicata in O_3 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{1,3}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 3 tramite la cerniera 3. Notiamo che vale

$$\mathbf{m}_{1,3} \cdot \hat{\mathbf{k}}_3 = 0$$

- $\mathbf{m}_{2,3}$: momento che il corpo 2 esercita sul corpo 3 tramite il Coupler presente tra la cerniera 3 e la cerniera 2. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_3$;
- $\mathbf{m}_{5,3}$: momento che il corpo 5 esercita sul corpo 3 tramite il Coupler presente tra la cerniera 5 e la cerniera 3. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_3$.

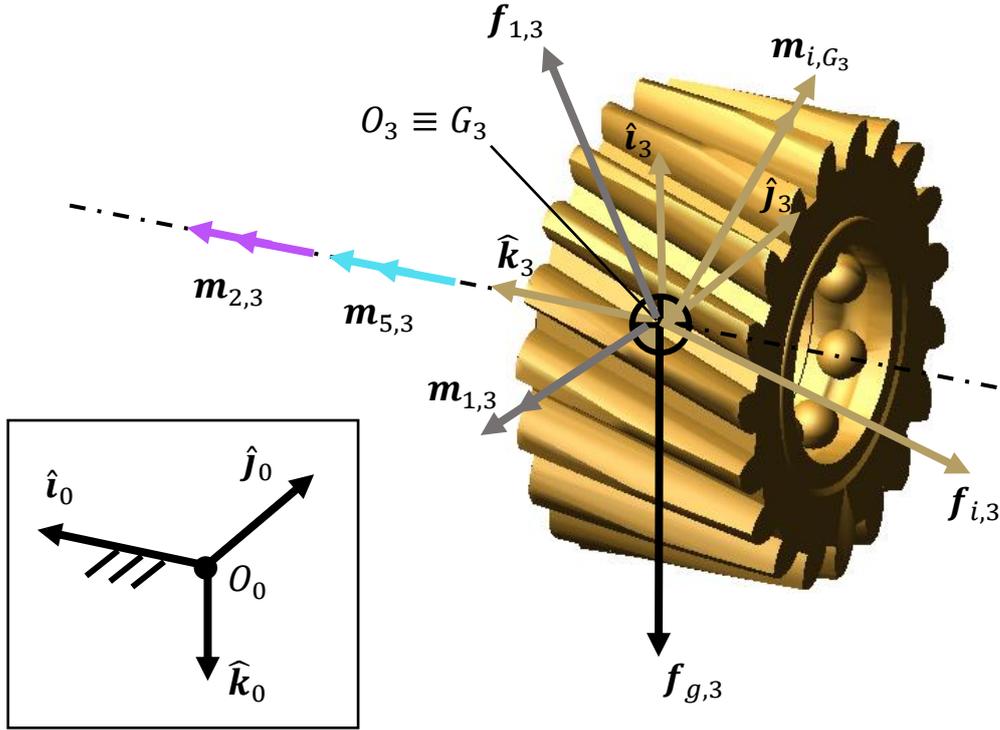


Figura 6.32 Elementi per la dinamica inversa del corpo 3

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 3 per ricavare l'incognita $\mathbf{f}_{1,3}$:

$$\mathbf{f}_{1,3} = -(\mathbf{f}_{i,3} + \mathbf{f}_{g,3})$$

dove $\mathbf{f}_{i,3}$ e $\mathbf{f}_{g,3}$ valgono

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{i,3} &= -m_3 \mathbf{a}_{G_3} \\ \mathbf{f}_{g,3} &= m_3 g \hat{\mathbf{k}}_0\end{aligned}$$

e m_3 è la massa del corpo 3.

Imponiamo inoltre l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_3 per ricavare insieme sia $\mathbf{m}_{1,3}$ che $\mathbf{m}_{2,3}$ (dove il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_3$ e l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_3$ e $\hat{\mathbf{j}}_3$):

$$\mathbf{m}_{1,3} + \mathbf{m}_{2,3} = -[\mathbf{m}_{i,G_3} + \mathbf{m}_{5,3}]$$

dove \mathbf{m}_{i,G_3} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_3} = -\{\mathbf{J}_{G_3}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,3}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,3}\}\{\mathbf{J}_{G_3}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,3}\}$$

Per il principio di azione e reazione abbiamo

$$\mathbf{f}_{3,1} = -\mathbf{f}_{1,3}$$

A causa della presenza del Coupler tra cerniera 5 e cerniera 3 e di quello tra cerniera 2 e cerniera 3 si ha

$$\mathbf{m}_{3,1} = -(\mathbf{m}_{1,3} + \mathbf{m}_{2,3} + \mathbf{m}_{5,3})$$

Il momento che il corpo 3 esercita sul corpo 2 è

$$\mathbf{m}_{3,2} = \tau_{2,3} \mathbf{m}_{2,3}$$

e ha verso positivo visto che si considera la coppia che ogni ruota dentata esercita sull'altra.

La dinamica del corpo 4 si risolve in maniera analoga a quanto visto per il corpo 3, tranne che per il fatto che non c'è un Coupler tra la cerniera 2 e la cerniera 4 e dunque non si trasmette un momento da 8 a 7.

6.3.10 Corpo 2

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 2:

- $\mathbf{f}_{g,2}$: forza peso del corpo 2 applicata in G_2 . La forza è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,2}$: forza d'inerzia del corpo 2 applicata in G_2 ;
- \mathbf{m}_{i,G_2} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_2 ;
- $\mathbf{f}_{1,2}$: forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2 tramite la cerniera 2. Questa forza è applicata in O_2 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{1,2}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 2 tramite la cerniera 2. Notiamo che vale

$$\mathbf{m}_{1,2} \cdot \hat{\mathbf{k}}_2 = 0$$

- $\mathbf{m}_{0,2}$: momento che il telaio esercita sul corpo 2 tramite la "Point Motion". Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_2$. Il modulo di $\mathbf{m}_{0,2}$ corrisponde alla coppia che il motore più piccolo (vedi Figura 3.2) fornisce al corpo 2 secondo la legge di moto imposta;
- $\mathbf{m}_{3,2}$: momento che il corpo 3 esercita sul corpo 2 dovuto alla presenza del vincolo Coupler tra la cerniera 3 e la cerniera 2. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_2$;
- $\mathbf{m}_{4,2}$: momento che il corpo 4 esercita sul corpo 2 dovuto alla presenza del vincolo Coupler tra la cerniera 4 e la cerniera 2. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_2$.

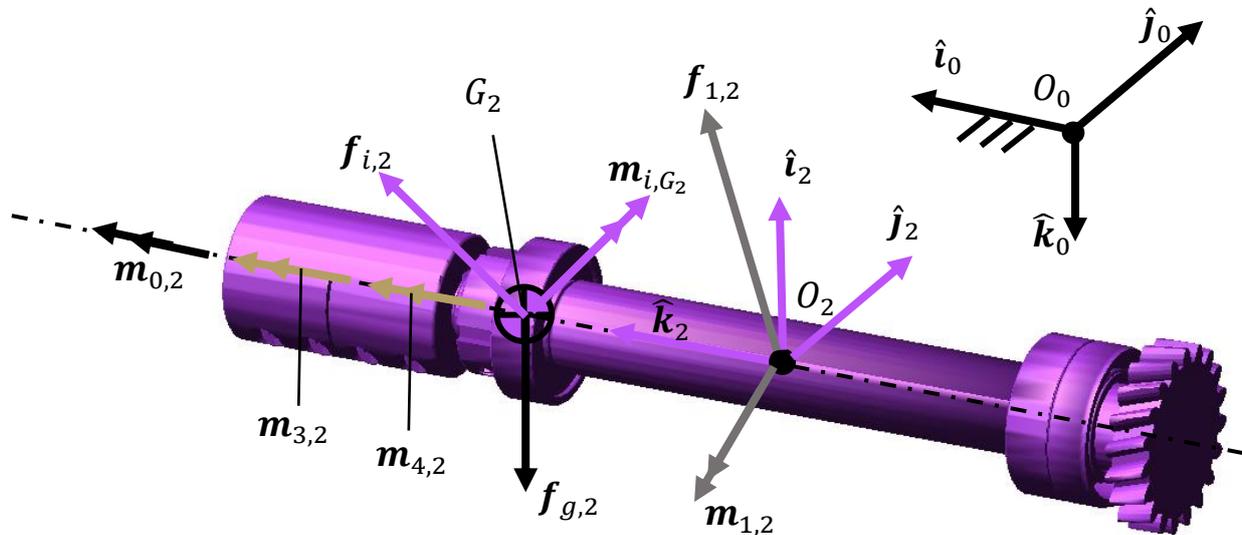


Figura 6.33 Elementi per la dinamica inversa del corpo 2

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 2 per ricavare l'incognita $\mathbf{f}_{1,2}$:

$$\mathbf{f}_{1,2} = -(\mathbf{f}_{i,2} + \mathbf{f}_{g,2})$$

dove con $\mathbf{f}_{i,2}$ e $\mathbf{f}_{g,2}$ sono

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{i,2} &= -m_2 \mathbf{a}_{G_2} \\ \mathbf{f}_{g,2} &= m_2 g \hat{\mathbf{k}}_0 \end{aligned}$$

e m_2 è la massa del corpo 2.

Imponiamo, inoltre, l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_2 , per ricavare insieme sia $\mathbf{m}_{1,2}$ che $\mathbf{m}_{0,2}$ (dove il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_2$ e l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_2$ e $\hat{\mathbf{j}}_2$):

$$\mathbf{m}_{1,2} + \mathbf{m}_{0,2} = -[\mathbf{m}_{i,G_2} + \mathbf{r}_{O_2G_2} \times (\mathbf{f}_{i,2} + \mathbf{f}_{g,2}) + \mathbf{m}_{3,2} + \mathbf{m}_{4,2}]$$

dove \mathbf{m}_{i,G_2} vale

$$\mathbf{m}_{i,G_2} = -\{\mathbf{J}_{G_2}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,2}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,2}\}\{\mathbf{J}_{G_2}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,2}\}$$

Per il principio di azione e reazione abbiamo

$$\mathbf{f}_{2,1} = -\mathbf{f}_{1,2}$$

A causa della presenza del Coupler tra cerniera 3 e cerniera 2 e di quello tra cerniera 4 e cerniera 2 si ha

$$\mathbf{m}_{2,1} = -(\mathbf{m}_{1,2} + \mathbf{m}_{3,2} + \mathbf{m}_{4,2})$$

6.3.11 Corpo 1

Per le reazioni vincolari a cui è sottoposto il corpo 1 è necessario risolvere le equazioni di equilibrio dinamico relative a questo membro. Elenchiamo di seguito le forze e i momenti a cui è sottoposto questo membro:

- $\mathbf{f}_{g,1}$: forza peso del corpo 1 applicata in G_1 e diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,1}$: forza d'inerzia del corpo 1 applicata in G_1 ;
- \mathbf{m}_{i,G_1} : momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_1 ;
- $\mathbf{f}_{0,1}$: forza che il telaio esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 1. Questa forza è applicata in O_1 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{0,1}$: momento che il telaio esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 1. Notiamo che vale

$$\mathbf{m}_{0,1} \cdot \hat{\mathbf{k}}_1 = 0$$

- $\mathbf{f}_{2,1}$: forza che il corpo 2 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 2. Questa forza è applicata in O_2 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{2,1}$: momento che il corpo 2 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 2 e dei Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $\mathbf{f}_{3,1}$: forza che il corpo 3 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 3. Questa forza è applicata in O_3 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{3,1}$: momento che il corpo 3 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 3 e dei Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $\mathbf{f}_{4,1}$: forza che il corpo 4 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 4. Questa forza è applicata in O_4 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{4,1}$: momento che il corpo 4 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 4 e del Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $\mathbf{f}_{5,1}$: forza che il corpo 5 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 5. Questa forza è applicata in O_5 , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{5,1}$: momento che il corpo 5 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 5 e dei Coupler a cui è legata questa cerniera;

- $f_{6,1}$: forza che il corpo 6 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 6. Questa forza è applicata in O_6 , centro della cerniera;
- $m_{6,1}$: momento che il corpo 6 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 6 e dei Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $f_{7,1}$: forza che il corpo 7 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 7. Questa forza è applicata in O_7 , centro della cerniera;
- $m_{7,1}$: momento che il corpo 7 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 7 e del Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $f_{8,1}$: forza che il corpo 8 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 8. Questa forza è applicata in O_8 , centro della cerniera;
- $m_{8,1}$: momento che il corpo 8 esercita sul corpo 1 tramite la cerniera 8 e del Coupler a cui è legata questa cerniera;
- $f_{11,1}$: forza che il corpo 11 esercita sul corpo 1. Tale forza è generata dal vincolo GCN che è stato creato per rappresentare l'accoppiamento camma-rullino ed è applicata in O_{19} ;
- $f_{12,1}$: forza, applicata in O_{19} , che il corpo 12 esercita sul corpo 1 dovuta al secondo accoppiamento camma-rullino. ;
- $m_{22,1}$: momento che il corpo 22 esercita sul corpo 1 tramite il Coupler presente tra la cerniera 1 e la cerniera 22. Questo momento ha direzione pari a \hat{k}_1 .

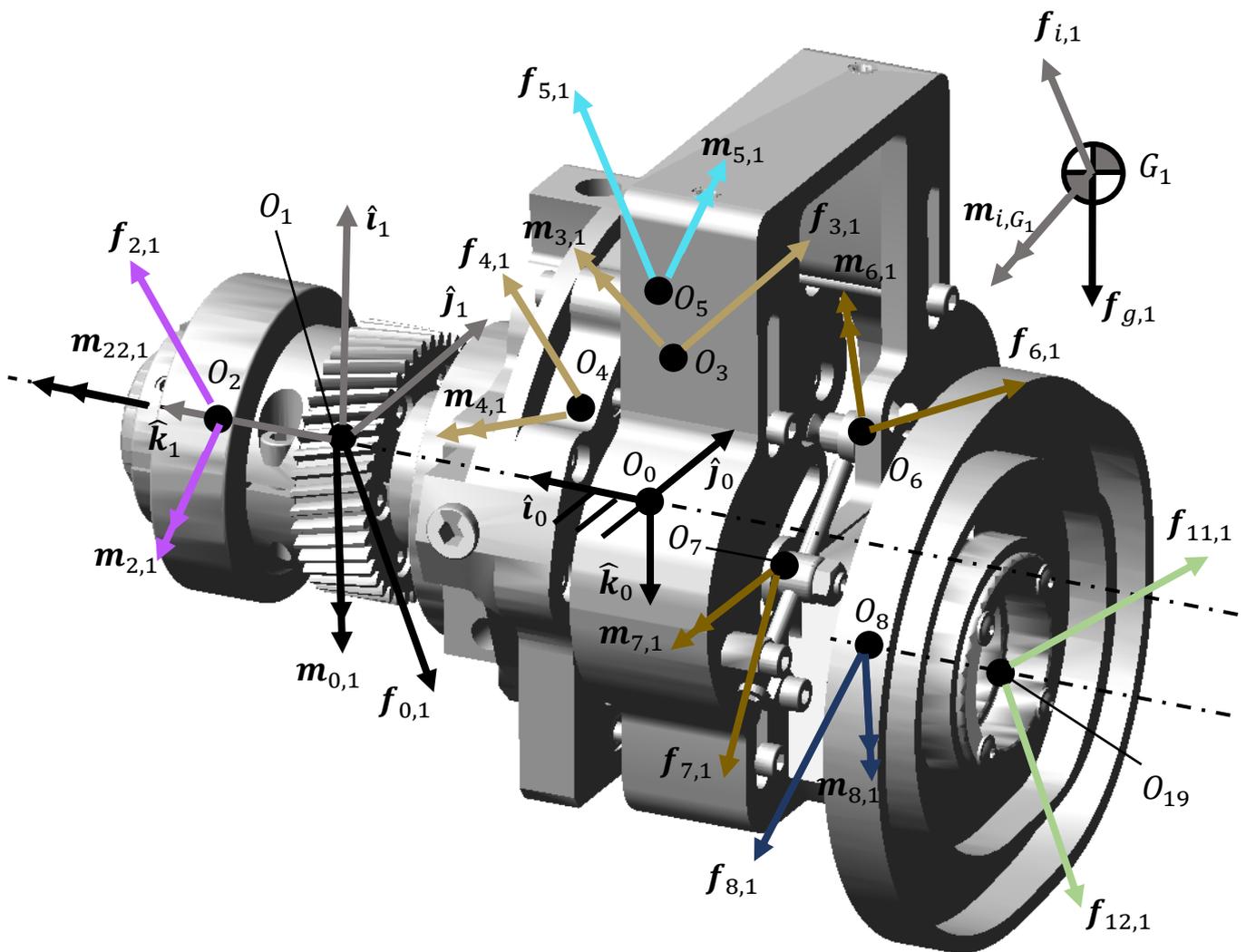


Figura 6.34 Elementi per la dinamica inversa del corpo 1

Ricaviamo le incognite $\mathbf{f}_{0,1}$, $\mathbf{m}_{0,1}$ ed $\mathbf{m}_{22,1}$ come segue. La prima si ottiene imponendo l'equilibrio alla traslazione del corpo 1 e sapendo che $\mathbf{f}_{i,1}$ ed $\mathbf{f}_{g,1}$ valgono rispettivamente:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{i,1} &= -m_1 \mathbf{a}_{G_1} \\ \mathbf{f}_{g,1} &= m_1 g \hat{\mathbf{k}}_0\end{aligned}$$

dove m_1 è la massa del corpo 1.

Le incognite $\mathbf{m}_{0,1}$ e $\mathbf{m}_{22,1}$ si ricavano entrambe imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno a O_1 , dato che

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{0,1} \cdot \hat{\mathbf{k}}_1 &= 0 \\ \mathbf{m}_{22,1} &= m_{22,1} \hat{\mathbf{k}}_1\end{aligned}$$

e che

$$\mathbf{m}_{i,G_1} = -\{J_{G_1}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,1}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,1}\}\{J_{G_1}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,1}\}$$

Il momento che il corpo 1 esercita sul corpo 22 è

$$\mathbf{m}_{1,22} = \tau_{1,22} \mathbf{m}_{22,1}$$

6.3.12 Corpo 22

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 22:

- $\mathbf{f}_{g,22}$: forza peso del corpo 22 applicata in G_{22} . La forza è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,22}$: forza d'inerzia del corpo 22 applicata in G_{22} ;
- $\mathbf{m}_{i,G_{22}}$: momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_{22} ;
- $\mathbf{f}_{0,22}$: forza che il telaio esercita sul corpo 22 tramite la cerniera 22. Questa forza è applicata in O_{22} , centro della cerniera;
- $\mathbf{m}_{0,22}$: momento che il telaio esercita sul corpo 22 tramite la cerniera 22. Notiamo che vale

$$\mathbf{m}_{0,22} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{22} = 0$$

- $\mathbf{m}_{1,22}$: momento che il corpo 1 esercita sul corpo 22 tramite il Coupler presente tra la cerniera 22 e la cerniera 1. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_{22}$;
- $\mathbf{m}_{23,22}$: momento che il corpo 23 esercita sul corpo 22 tramite il Coupler presente tra la cerniera 23 e la cerniera 22. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_{22}$.

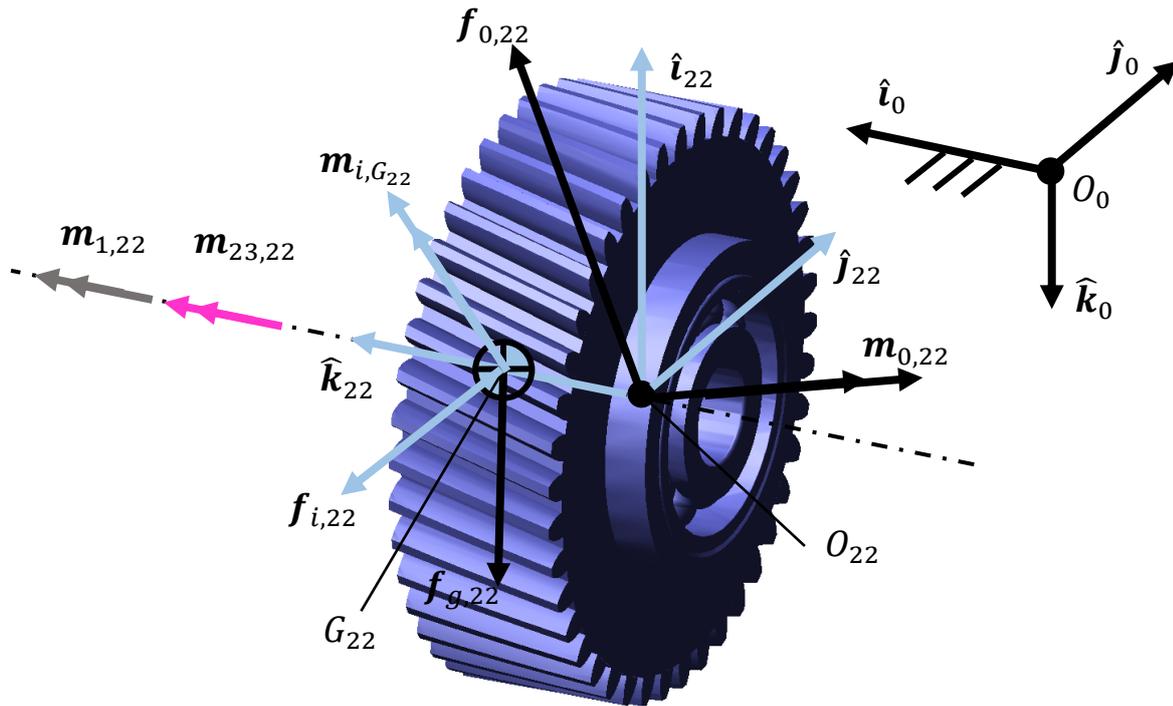


Figura 6.35 Elementi per la dinamica inversa del corpo 22

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 22 per ricavare l'incognita $\mathbf{f}_{0,22}$:

$$\mathbf{f}_{0,22} = -(\mathbf{f}_{i,22} + \mathbf{f}_{g,22})$$

dove $\mathbf{f}_{i,22}$ e $\mathbf{f}_{g,22}$ sono

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{i,22} &= -m_{22}\mathbf{a}_{G_{22}} \\ \mathbf{f}_{g,22} &= m_{22}g\hat{\mathbf{k}}_0\end{aligned}$$

e m_{22} è la massa del corpo 22.

Imponiamo, inoltre, l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_{22} , per ricavare insieme sia $\mathbf{m}_{0,22}$ che $\mathbf{m}_{23,22}$ (dove il primo momento ha componente nulla lungo $\hat{\mathbf{k}}_{22}$ e l'altro ha componenti nulle lungo $\hat{\mathbf{i}}_{22}$ e $\hat{\mathbf{j}}_{22}$):

$$\mathbf{m}_{0,22} + \mathbf{m}_{23,22} = -[\mathbf{m}_{i,G_{22}} + \mathbf{r}_{O_{22}G_{22}} \times (\mathbf{f}_{i,22} + \mathbf{f}_{g,22}) + \mathbf{m}_{1,22}]$$

dove $\mathbf{m}_{i,G_{22}}$ vale

$$\mathbf{m}_{i,G_{22}} = -\{\mathbf{J}_{G_{22}}\}\{\boldsymbol{\alpha}_{0,22}\} - \{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0,22}\}\{\mathbf{J}_{G_{22}}\}\{\boldsymbol{\omega}_{0,22}\}$$

Il momento che il corpo 22 esercita sul corpo 23 è

$$\mathbf{m}_{22,23} = \boldsymbol{\tau}_{22,23}\mathbf{m}_{23,22}$$

6.3.13 Corpo 23

Elenchiamo le forze e i momenti che agiscono sul corpo 23:

- $\mathbf{f}_{g,23}$: forza peso del corpo 23 applicata in G_{23} . La forza è diretta come $\hat{\mathbf{k}}_0$;
- $\mathbf{f}_{i,23}$: forza d'inerzia del corpo 23 applicata in G_{23} ;
- $\mathbf{m}_{i,G_{23}}$: momento delle forze d'inerzia calcolato rispetto a G_{23} ;
- $\mathbf{f}_{0,23}$: forza che il telaio esercita sul corpo 23 tramite la cerniera 23. Questa forza è applicata in O_{23} , centro della cerniera;

- $\mathbf{m}_{0,23}$: momento che il telaio esercita sul corpo 23, tramite la cerniera 23 e del “Rotational Joint Motion” applicato su questa cerniera. Lo scalare $\mathbf{m}_{0,23} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{23}$ corrisponde alla coppia che il motore più grande (vedi Figura 3.2) fornisce al corpo 23 secondo la legge di moto imposta;
- $\mathbf{m}_{22,23}$: momento che il corpo 22 esercita sul corpo 23 tramite il Coupler presente tra la cerniera 23 e la cerniera 22. Questo momento è diretto come $\hat{\mathbf{k}}_{23}$.

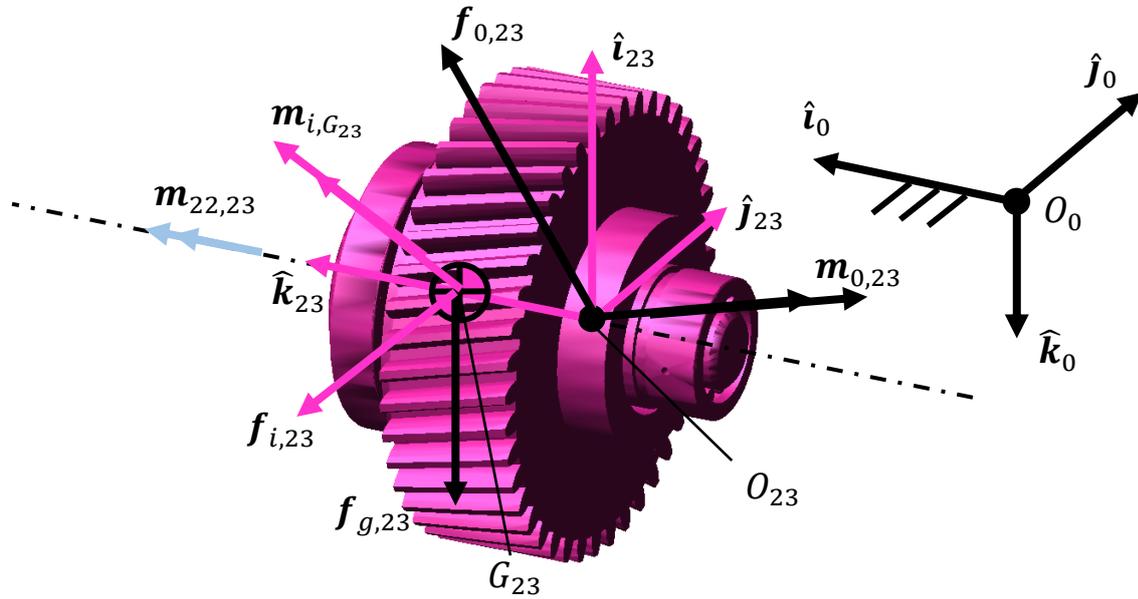


Figura 6.36 Elementi per la dinamica inversa del corpo 23

Imponiamo l'equilibrio alla traslazione del corpo 23 per ricavare l'incognita $\mathbf{f}_{0,23}$:

$$\mathbf{f}_{0,23} = -(\mathbf{f}_{i,23} + \mathbf{f}_{g,23})$$

dove $\mathbf{f}_{i,23}$ e $\mathbf{f}_{g,23}$ sono

$$\mathbf{f}_{i,23} = -m_{23} \mathbf{a}_{G_{23}}$$

$$\mathbf{f}_{g,23} = m_{23} g \hat{\mathbf{k}}_0$$

e m_{23} è la massa del corpo 23.

Imponiamo, inoltre, l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O_{23} per ricavare $\mathbf{m}_{0,23}$:

$$\mathbf{m}_{0,23} = -[\mathbf{m}_{i,G_{23}} + \mathbf{r}_{O_{23}G_{23}} \times (\mathbf{f}_{i,23} + \mathbf{f}_{g,23}) + \mathbf{m}_{22,23}]$$

dove $\mathbf{m}_{i,G_{23}}$ vale

$$\mathbf{m}_{i,G_{23}} = -\{J_{G_{23}}\}\{\alpha_{0,23}\} - \{\tilde{\omega}_{0,23}\}\{J_{G_{23}}\}\{\omega_{0,23}\}$$

6.3.14 Confronto risultati dinamica

Le reazioni vincolari calcolate dal modello matematico coincidono quasi esattamente con quelle ottenute dal modello Adams. A titolo di esempio, di seguito verranno mostrati gli andamenti delle due coppie motrici (per il primo e per il secondo albero) secondo i due modelli. Nei grafici di Figura 6.37e di Figura 6.38, mostriamo rispettivamente le seguenti coppie:

$$C_{23} = \mathbf{m}_{0,23} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{23} = \mathbf{m}_{0,23} \cdot \hat{\mathbf{k}}_0$$

$$C_2 = \mathbf{m}_{0,2} \cdot \hat{\mathbf{k}}_2 = \mathbf{m}_{0,2} \cdot \hat{\mathbf{k}}_0$$

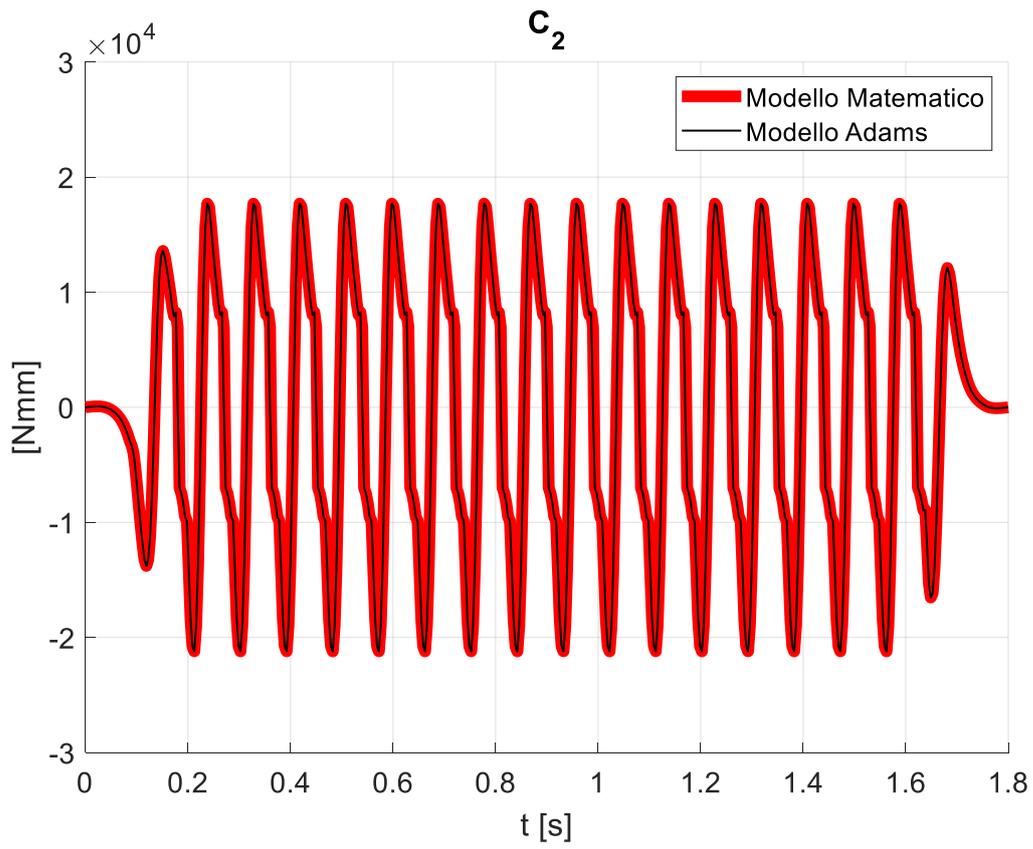


Figura 6.37 C_2

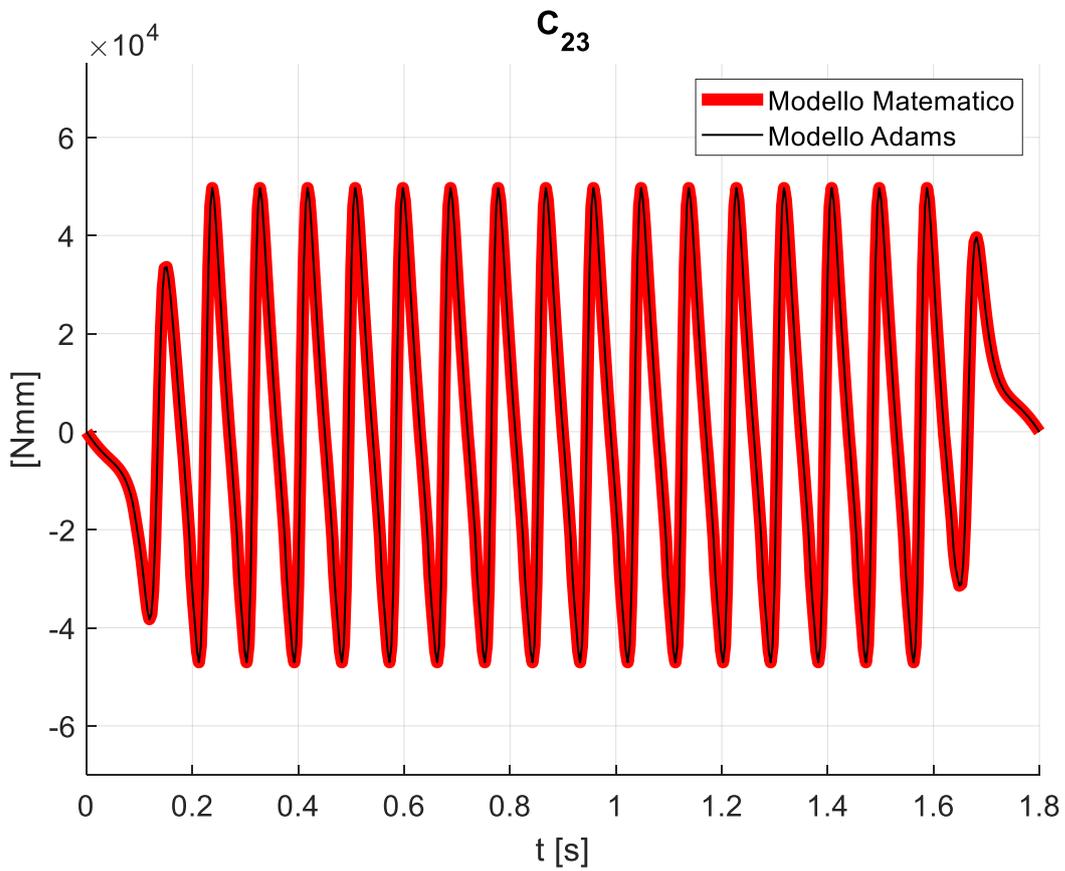


Figura 6.38 C_{23}

7 Seconda versione del modello Adams

7.1 Miglioramenti

Le prime versioni del modello Adams e del modello MATLAB sono rappresentazioni parziali del meccanismo di avvolgimento, a causa delle numerose ipotesi semplificative introdotte, in particolare per i vincoli utilizzati per connettere tra loro i vari membri.

Di seguito elenchiamo gli elementi semplificativi del primo modello Adams:

- 1) ignoriamo per semplicità le forze che si scambiano i denti negli accoppiamenti tra pignoni e cremagliere e tra coppie di ruote dentate. Calcolare tali forze è però essenziale per dimensionare i cuscinetti e le guide lineari;
- 2) trascuriamo l'effetto delle reazioni vincolari "anomale" causate dai vincoli di tipo Coupler (vedi Sezione 5.2.6.4).
- 3) semplifichiamo la trasmissione della potenza dal corpo 2 al corpo 8. Infatti, alcune ruote dentate del rotismo all'interno al corpo 1 scambiano coppia con una sola altra ruota.

In Figura 7.1 ed in Figura 7.2 sono mostrati il flusso di potenza nella prima versione del modello Adams ed il flusso di potenza reale:

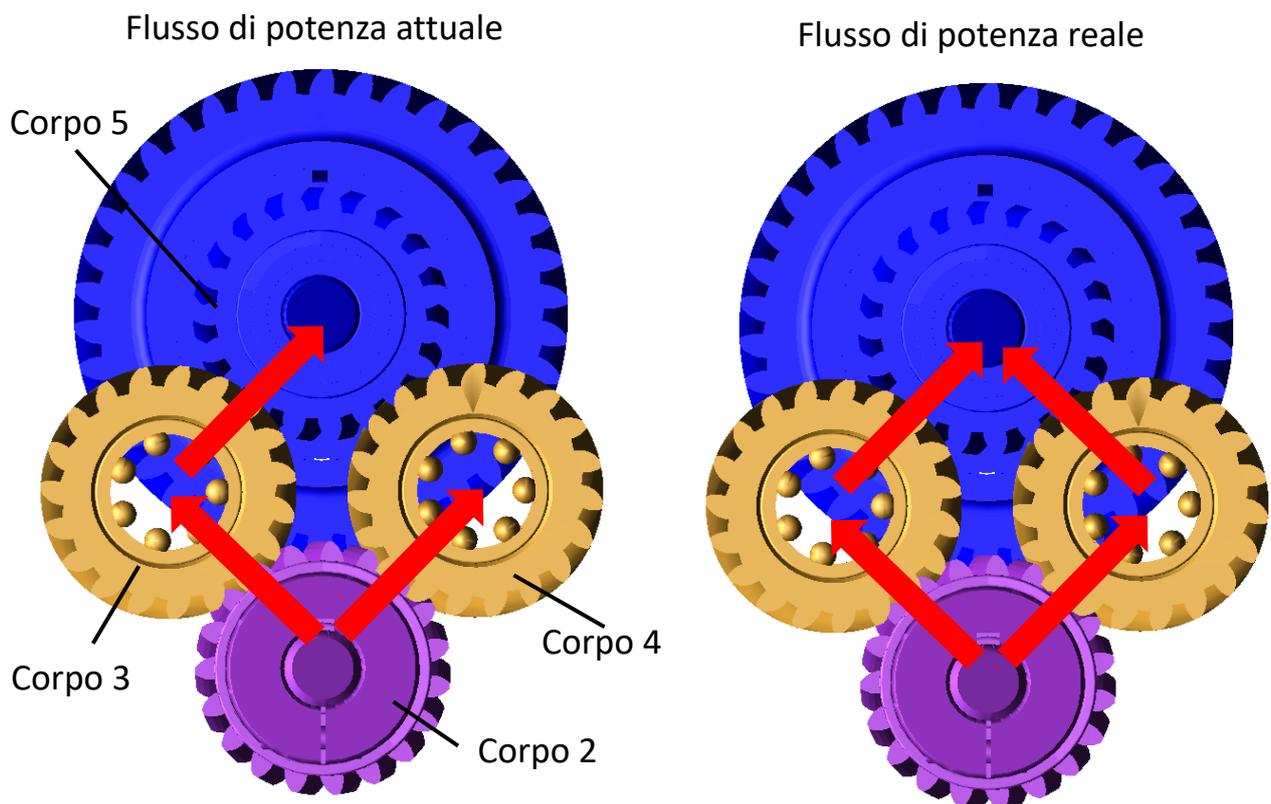


Figura 7.1 Flussi di potenza del primo quartetto di ruote

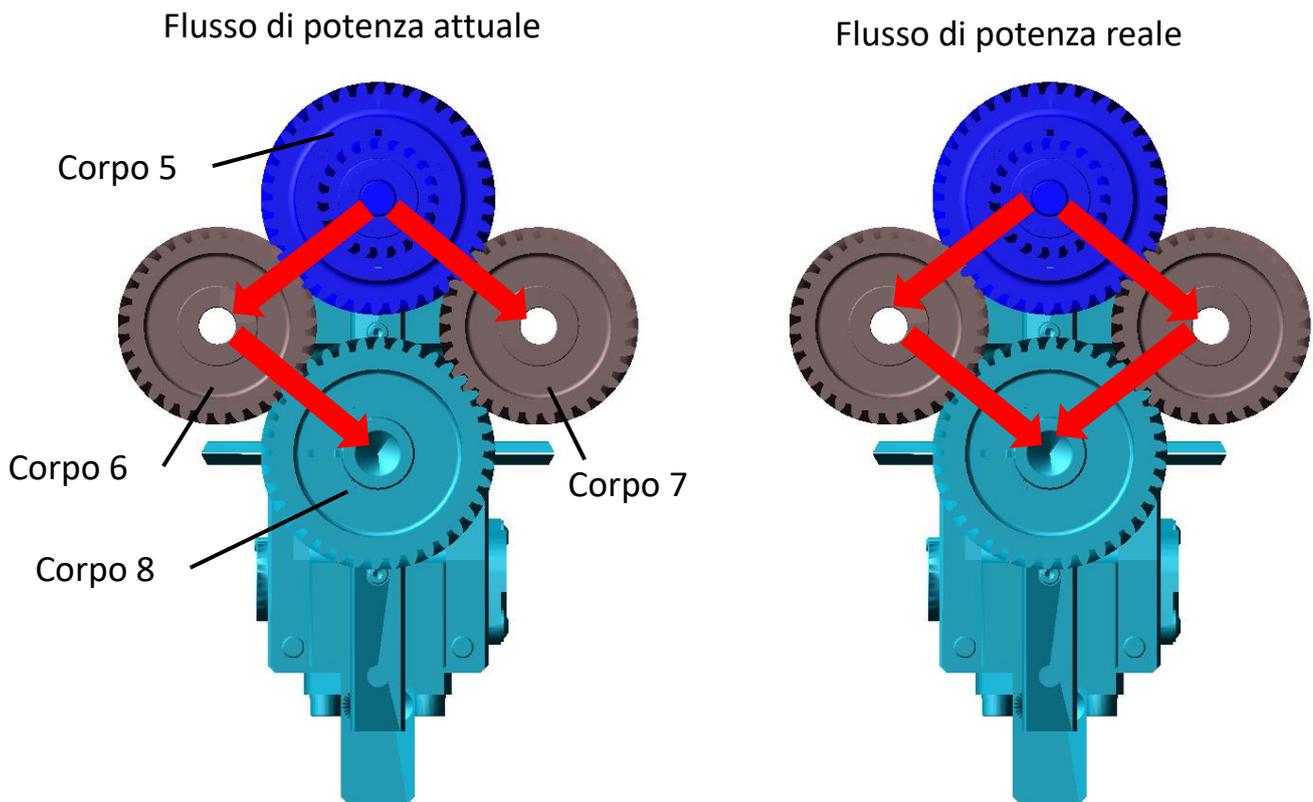


Figura 7.2 Flussi di potenza del secondo quartetto di ruote

- 4) la forza scambiata tra camma e rullino (nei tratti di salita e di discesa) è diretta lungo la retta passante per i centri di camma e rullino, anziché lungo la normale al profilo della camma.
- 5) blocchiamo la rotazione delle due dita attorno ai rispettivi perni.

Queste semplificazioni sono state rimosse nella seconda versione del modello Adams come segue:

- per rimediare ai limiti indicati nei punti da 1) a 3) dell'elenco precedente, rimuoveremo i Couplers presenti nella prima versione del modello Adams (compresi quelli tra pignoni e cremagliere) e crederemo al posto di ognuno un Gear Adams (come vedremo, non si tratta del vincolo "Gear" menzionato nel capitolo 5.2.6.3). Questo comando crea due geometrie tridimensionali (a seconda dei casi, ingranaggi cilindrici a denti dritti, ingranaggi cilindrici a denti elicoidali, ingranaggi conici etc.) e analizza i punti in cui queste si compenetrano. In ogni punto di compenetrazione le due geometrie si scambiano una forza proporzionale alla profondità di della compenetrazione;
- per quanto riguarda il punto 4), ovvero per trovare la direzione della forza che si scambiano i rullini e la camma, sostituiremo ai due General Constraint creati nel capitolo 5.2.5 le forze di contatto tra i rullini e la camma;
- Per risolvere il punto 5), rimuoveremo i due Motions che bloccano la rotazione delle dita attorno ai rispettivi perni e le forze che simulano il precarico delle molle di torsione (paragrafo 5.4). Creeremo poi due molle torsionali in corrispondenza degli assi di rotazione delle dita e due forze di contatto (per ogni dito): una tra il dito e le pinze sul corpo 8, l'altra tra il dito e la vite di registrazione (vedi Figura 7.3).

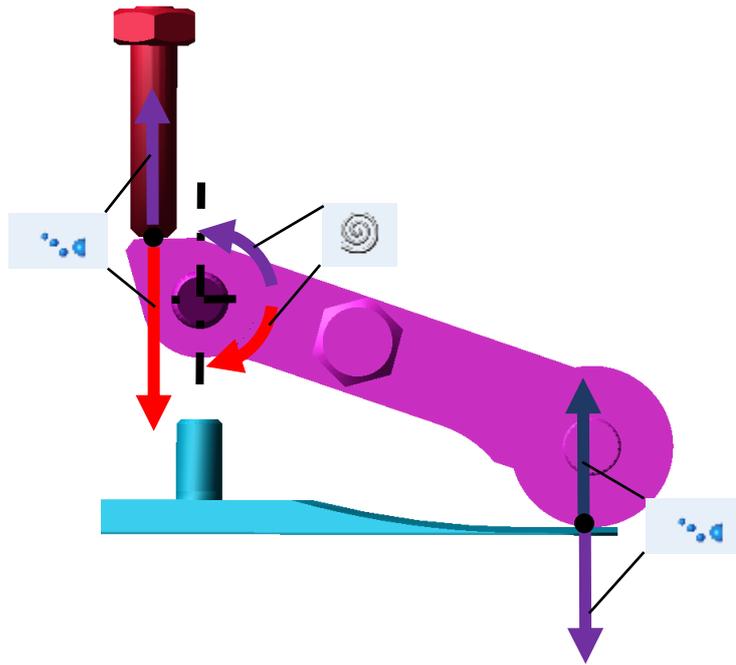


Figura 7.3 Contatti e molla torsionale sul dito

Nelle sezioni successive, mostriamo in dettaglio queste correzioni al modello Adams.

7.2 La funzione IMPACT

Prima di mostrare come sono stati implementati i contatti e i Gears, è necessario descrivere la funzione per calcolare le forze che si generano. Tale funzione si chiama “Impact” e richiede come input i seguenti parametri:

$$IMPACT = IMPACT(x, \dot{x}, x_1, k, f, c_{max}, d)$$

- x [mm]: distanza tra i due punti in contatto;
- \dot{x} $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right]$: velocità relativa tra i due punti in contatto;
- x_1 [mm]: distanza tra i punti al di sopra della quale la forza ha valore nullo;
- k $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}}\right]$: rigidità del contatto;
- f [-]: esponente (adimensionale) del valore di compenetrazione tra i due corpi nell’espressione della forza. Tanto più f è elevato, tanto più il contatto tra i due corpi è rigido;
- c_{max} $\left[\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}\right]$: coefficiente di smorzamento massimo;
- d [mm]: compenetrazione tra i due punti alla quale il coefficiente di smorzamento ha valore c_{max} .

La forza generata da Impact ha due componenti: una elastica e una di smorzamento viscoso. La componente elastica si oppone alla compenetrazione, quella viscosa si oppone al moto relativo tra i due punti. Finché i due punti in contatto sono separati da una distanza maggiore o uguale a x_1 la forza di contatto è zero. Per evitare discontinuità nella componente di smorzamento, il coefficiente di smorzamento è interpolato con una funzione polinomiale di terzo grado che è pari a zero per $x = x_1$ e pari a c_{max} per $x = x_1 - d$. Si veda la Figura 7.4, dove i punti in contatto sono I e J.

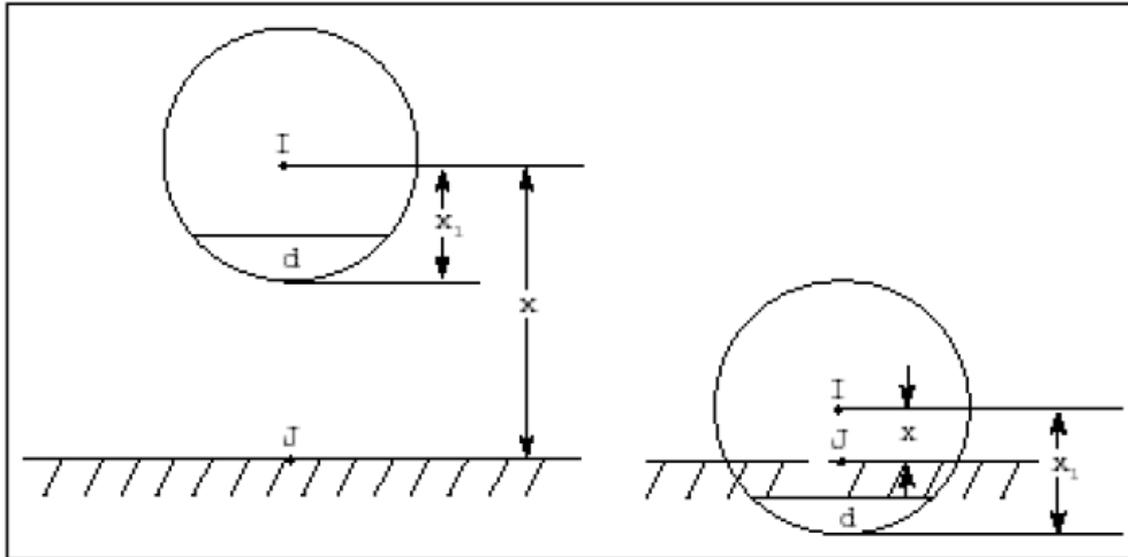


Figura 7.4 Parametri della funzione Impact (immagine tratta da (MSC, 2015))

L'espressione della forza Impact è la seguente:

$$\text{IMPACT} = \begin{cases} \max(0, k \cdot (x_1 - x)^f - c(x, x_1 - d, c_{\max}, x_1) \cdot \dot{x}), & x < x_1 \\ 0, & x \geq x_1 \end{cases} \quad (15)$$

Definendo p (compenetrazione tra i due punti in contatto) e c (coefficiente di smorzamento) come

$$p = x_1 - x$$

$$c = c(x, x_1 - d, c_{\max}, x_1)$$

la (15) si riduce a

$$\text{IMPACT} = \begin{cases} \max(0, k \cdot p^f - c \cdot \dot{x}), & x < x_1 \\ 0, & x \geq x_1 \end{cases} \quad (16)$$

dove c è la funzione di interpolazione (cubica) del coefficiente di smorzamento. L'andamento di c in funzione di p è il seguente:

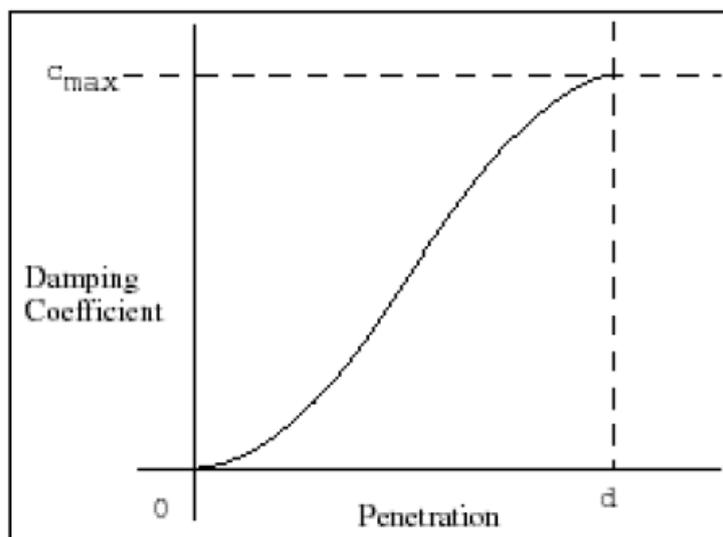


Figura 7.5 Coefficiente di smorzamento in funzione di p (immagine tratta da (MSC, 2015))

La forza IMPACT in (15) è definita con una funzione max perché la forza di contatto è sempre positiva. Come si nota dalla (16), la componente elastica della forza di contatto è una funzione non lineare di p .

Per creare i Gears e le forze di contatto dobbiamo fornire ad Adams i valori di k , f , c_{max} e d caratteristici di ogni tipo di contatto. Il valore della rigidità del contatto può essere ricavato da relazioni analitiche presenti in letteratura o attraverso analisi strutturali agli elementi finiti. Per quanto riguarda i valori di f , c_{max} e d si fa riferimento a (Giesbers, 2012), dove si raccomanda di utilizzare valori di c_{max} tali per cui

$$c_{max} < 0.01 \cdot k$$

Si è pertanto deciso di impostare c_{max} pari allo 0.1% della rigidità k .

L'esponente f assume valori diversi a seconda dei materiali di cui sono costituiti i due corpi a contatto:

- metalli duri (acciai): $f \approx 2.2$;
- metalli teneri (alluminio, bronzo, rame etc.): $f \approx 1.5$;
- gomme: $f \approx 1.1$.

Infine, viene indicato di utilizzare $d=0.01$ mm.

7.3 Gears

7.3.1 Implementazione

Come visto nel paragrafo 7.1, iniziamo con la sostituzione dei vincoli Coupler con accoppiamenti Gear .

Si è deciso di ricreare da zero la geometria delle ruote dentate tramite il comando Gear, anziché riutilizzare le geometrie già presenti nella prima versione del modello Adams. Infatti, anche se la seconda ipotesi sarebbe più comoda, durante l'esportazione del modello CAD da Creo ad Adams, la geometria dei denti delle ruote ha parzialmente perso precisione. Questa variazione (non controllabile) della geometria dei denti potrebbe modificare la direzione delle forze che le ruote si scambiano e gli angoli di pressione effettivi degli ingranaggi. È quindi necessario utilizzare i Gears per riottenere una geometria accurata delle ruote dentate.

Eliminiamo, pertanto, tutti i Coupler del precedente modello e al posto di ognuno creiamo un Gear. Adams chiede di indicare la tipologia di Gear, che nel nostro sarà o "Rack" (cremagliera) o "Helical" (ruota a denti elicoidali). Selezioniamo poi il metodo di calcolo "3D Contact": con questo otteniamo le forze che i denti degli ingranaggi si scambiano tramite il contatto sulle geometrie generate dal Gear (cioè tramite la funzione "Impact"). Si potrebbe anche scegliere la metodologia "Simplified", che però in questo caso non è applicabile perché gli assi degli ingranaggi si muovono nello spazio, oppure "Advanced 3D Contact", ma si tratta di un metodo troppo dispendioso per i tempi di calcolo.

A questo punto si apre una scheda (vedi Figura 7.6) in cui inserire i dati caratteristici della coppia di ingranaggi che si sta creando. Nel caso di due ruote cilindriche a denti elicoidali bisogna specificare:

- modulo;
- angolo di pressione;
- angolo d'elica;
- orientamento dell'asse di rotazione delle ruote all'istante iniziale;
- nomi delle due ruote;

- posizione dei centri delle due ruote nello spazio;
- numero di denti;
- larghezza del dente;
- elica destrorsa o sinistrorsa;
- addendum;
- dedendum;
- *numero di punti per il profilo del dente;*
- *numero di divisioni della fascia del dente.*

Nel caso di un Gear di tipo pignone-cremagliera, i campi da compilare sono pressoché gli stessi, ma bisogna indicare anche l'orientamento dell'asse di traslazione della cremagliera all'istante iniziale.

Create Gear Pair (Step 3 of 6)

Method | **Geometry** | Material

Module: 1.35 | Pressure Angle: 20 | Helix Angle: 0.0 | Axis of Rotation: Global Z | 0,0,0,0,0,0

GEAR1		GEAR2	
Name	Driver	Name	Driven External
<input checked="" type="radio"/> New <input type="radio"/> Existing		<input checked="" type="radio"/> New <input type="radio"/> Existing	
Center Location	0,0,0,0,0,0	Center Location	81,0,0,0,0,0
No. of Teeth	80	No. of Teeth	40
Gear Width	13	Gear Width	13
Bore Radius	0.0	Bore Radius	0.0
Hand of Helix	<input checked="" type="radio"/> LH <input type="radio"/> RH	Hand of Helix	<input type="radio"/> LH <input checked="" type="radio"/> RH
Profile	Standard	Profile	Standard
Profile Shift Coeff.	0.0	Profile Shift Coeff.	0.0
Addendum Factor	1.0	Addendum Factor	1.0
Dedendum Factor	1.25	Dedendum Factor	1.25
Tooth Modification		Tooth Modification	
Tip Relief Start	0.0	Tip Relief Start	0.0
Tip Relief Coeff.	0.0	Tip Relief Coeff.	0.0
Crown Magnitude	0.0	Crown Magnitude	0.0

Geometry Settings: Profile points: 5 | Layers: 4

< Back | Next > | Close

Figura 7.6 Scheda per la creazione di un Gear

Dalle informazioni raccolte in azienda si sono dunque compilati tutti i campi dell'elenco precedente, per ogni coppia di ingranaggi nella macchina.

I due campi "Profile points" e "Layers" nella Figura 7.6 determinano la precisione della geometria degli ingranaggi. Il primo parametro specifica il numero di punti con cui viene approssimato il profilo a evolvente di cerchio del dente; maggiore il numero di punti, minore sarà la deviazione della forza esercitata dal dente rispetto all'angolo di pressione.

Il secondo parametro indica il numero di segmenti in cui viene divisa la larghezza di fascia del dente. Per le ruote a denti elicoidali è importante che questo valore sia sufficientemente elevato, visto che il punto di contatto varia lungo la fascia, mentre per le ruote a denti dritti questo parametro può anche essere pari a uno, dato che la fascia del dente è rettilinea.

In Figura 7.7 ed Figura 7.8 viene mostrata l'influenza che questi due parametri esercitano sulla geometria finale dell'ingranaggio.

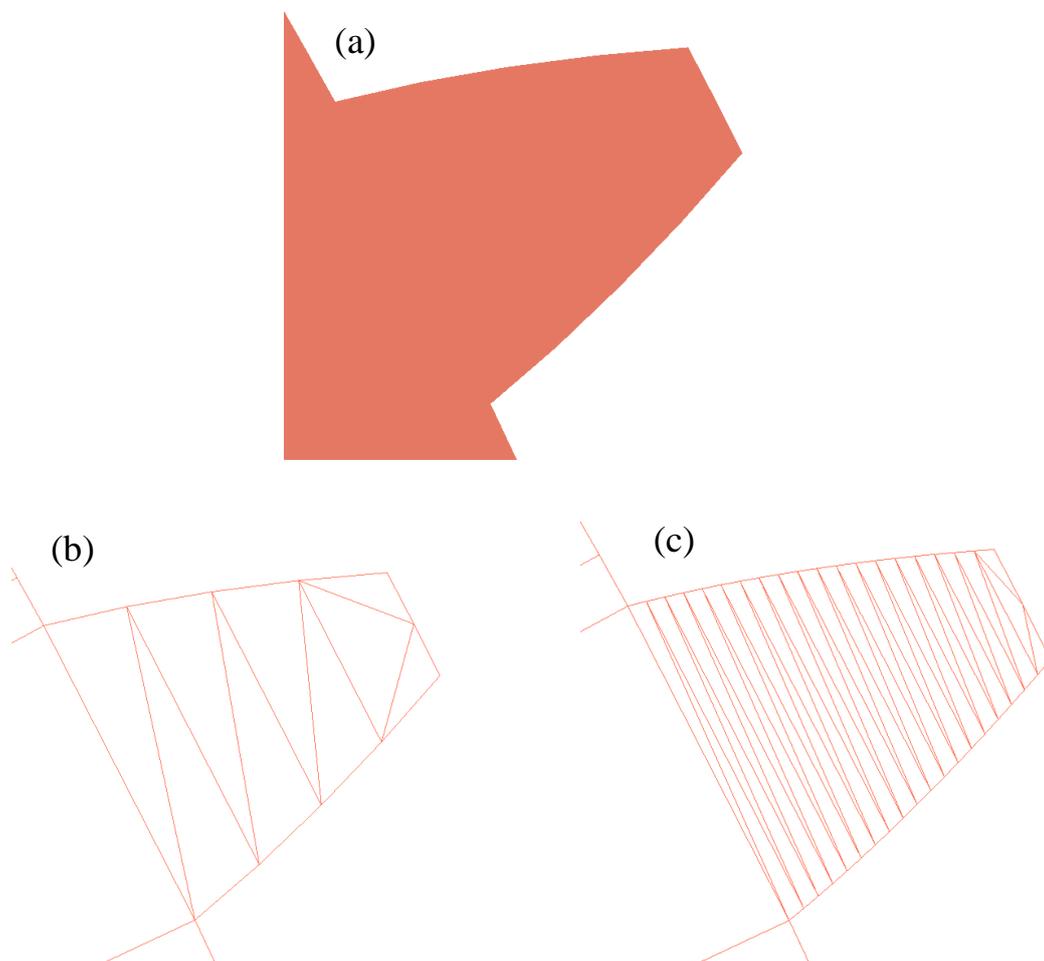


Figura 7.7(a) Profilo originale del dente; (b) profilo approssimato con 5 punti; (c) profilo approssimato con 20 punti.

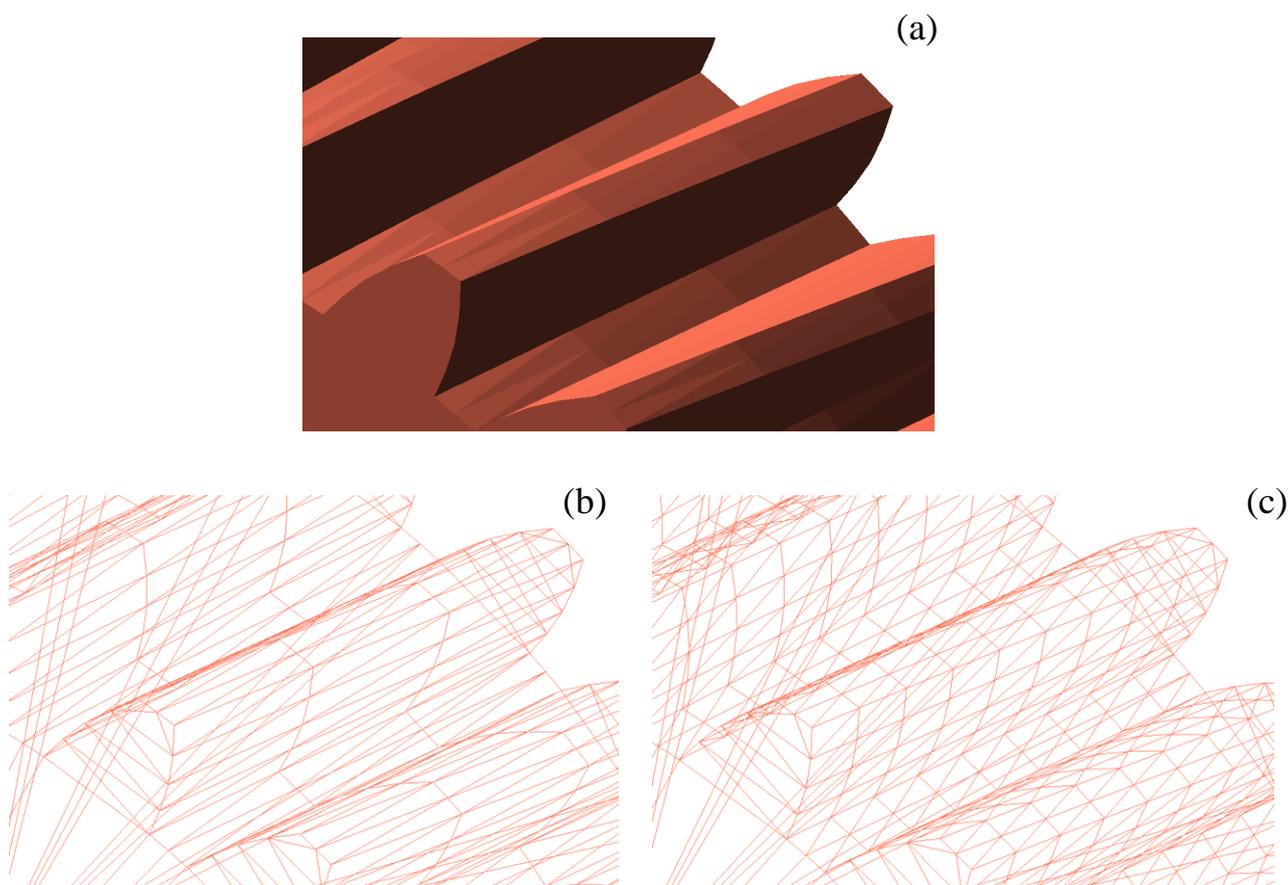


Figura 7.8(a) Fianco originale del dente; (b) fianco approssimato con 3 segmenti; (c) fianco approssimato con 9 segmenti.

Si è scelto 25 come numero di “Profile Points” per ciascun Gear : questo numero è sufficientemente elevato per ottenere un profilo dei denti accurato.

Per il parametro “Layer” decidiamo di adattarlo in base alla larghezza delle ruote dentate, calcolando un layer per millimetro di larghezza della ruota. Per le due cremagliere invece prendiamo un “Layer” solo, dato che si tratta di ingranaggi a denti dritti.

Durante la creazione del Gear, Adams chiede poi la massa e le inerzie dei due ingranaggi (in aggiunta ai parametri di contatto descritti nel paragrafo 7.2).

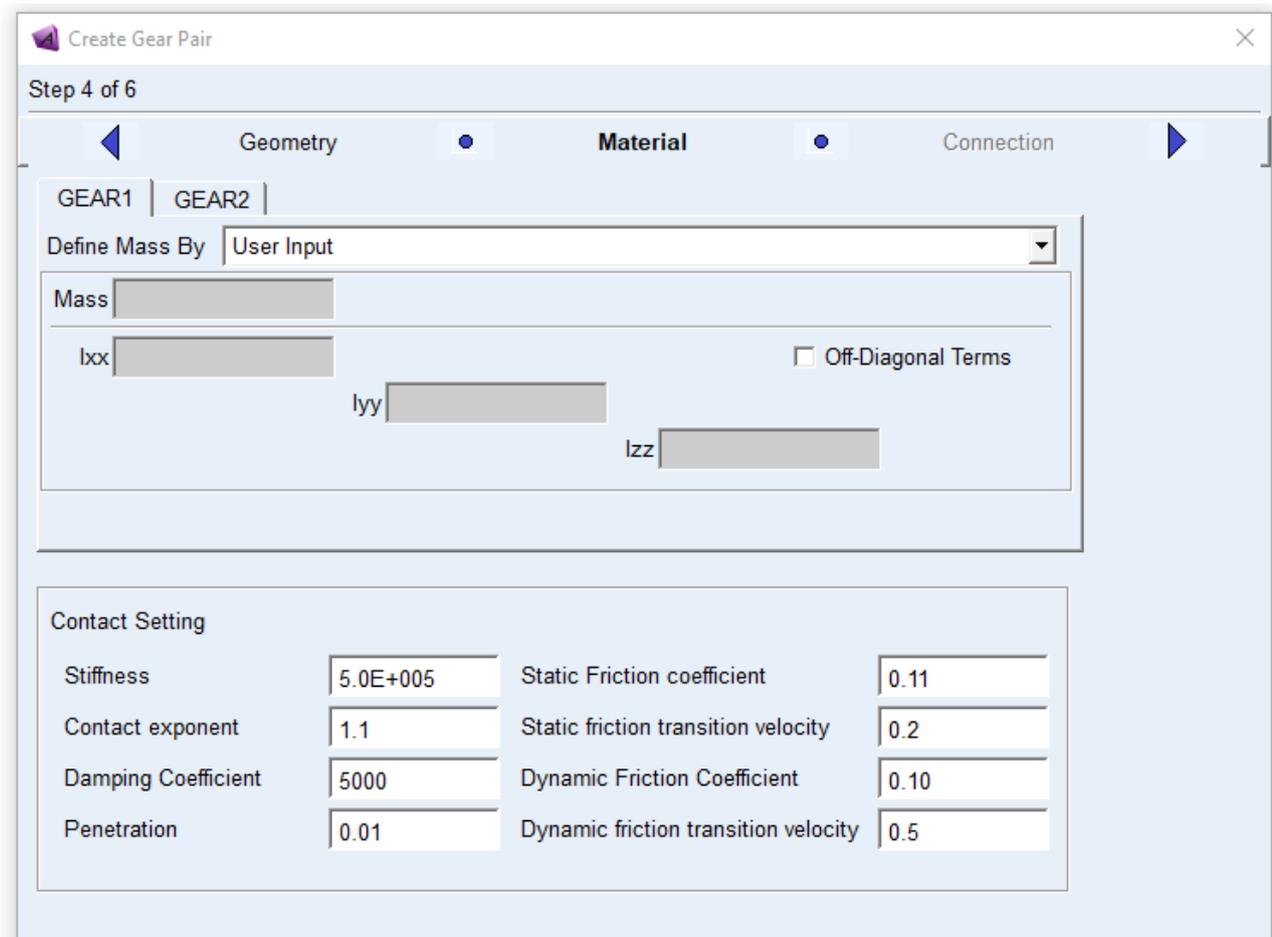


Figura 7.9 Gear: massa, inerzia e parametri di contatto

Si noti infatti che il Gear genera due corpi, non due geometrie, pertanto le due ruote generate saranno dotate di massa e di inerzia e potranno essere vincolate ad altri corpi del modello tramite dei vincoli di qualsiasi tipo. A noi invece interessano solo le geometrie, dato che abbiamo già masse e inerzie di tutti i corpi di cui è composto il meccanismo. Vincolando rigidamente i corpi creati da Gear alle parti corrispondenti tramite due vincoli incastro, le forze generate tra i due corpi a contatto si scaricano sulle parti.

Inseriamo perciò all'interno delle caselle "Mass", " I_{xx} ", " I_{yy} " e " I_{zz} " dei valori molto piccoli rispetto alla massa e all'inerzia della parte a cui il corpo Gear è fissato (all'interno di Adams non possono esistere corpi con massa o inerzia nulla); così l'aumento di massa e inerzia nelle parti è trascurabile ai fini della simulazione. Compiliamo poi i rimanenti campi della scheda come nella Figura 7.10.

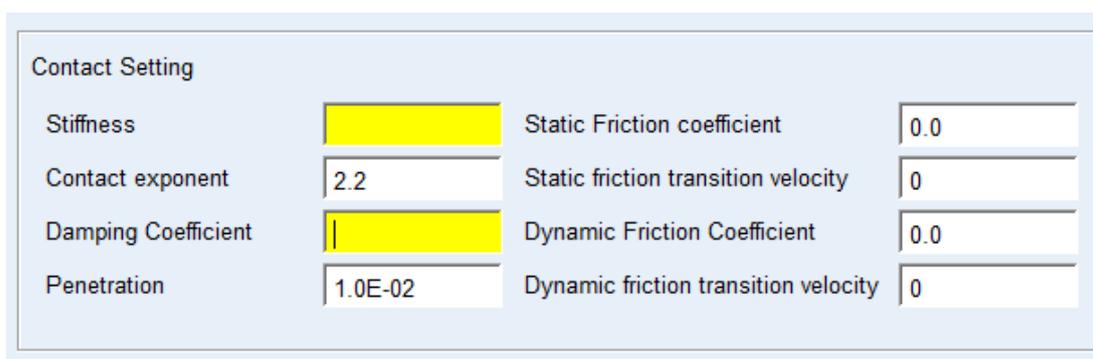


Figura 7.10 Gear: valori dei parametri f e d

I campi “Stiffness”, “Contact exponent”, “Damping Coefficient” e “Penetration” corrispondono rispettivamente alle grandezze k , f , c_{max} e d descritte nella Sezione 7.2. Il coefficiente f vale 2.2 poiché tutte le ruote dentate sono in acciaio temprato o cementato superficialmente. La rigidezza del contatto k verrà stimata nel prossimo paragrafo; prendiamo poi c_{max} pari allo 0.1% di k .

Ipotizziamo per semplicità assenza di attrito nei punti di contatto tra i Gears, prendendo quindi un coefficiente di attrito statico (“Static Friction Coefficient”) e di attrito dinamico (“Dynamic Friction Coefficient”) nulli. Infine, vincoliamo le ruote dentate alle parti già esistenti nel modello. Le opzioni di vincolo tra cui scegliere sono:

- nessun vincolo;
- cerniera;
- incastro;
- cerniera cedevole (“Compliant”).

Nel nostro caso scegliamo per tutti i Gear l’opzione “Fixed”, specificando il corpo a cui ogni ruota deve essere solidale.

7.3.2 Stima della rigidezza

Per stimare la rigidezza del contatto dei Gears, impostiamo un’analisi strutturale agli elementi finiti con il software Ansys. L’analisi verrà svolta solo per l’accoppiamento pignone-cremagliera, ma i risultati potranno essere utilizzati anche per stimare la rigidezza dei contatti tra le ruote cilindriche a denti elicoidali, come verrà mostrato più avanti.

Decidiamo di effettuare la simulazione di contatto su una “fetta” dei due ingranaggi larga 1 mm. In questo modo si otterrà una rigidezza di contatto per unità di larghezza. Per ottenere la rigidezza totale del contatto basterà moltiplicare questo valore per la larghezza della fascia del dente. In questa maniera possiamo usare una maglia fitta e quindi ottenere dei risultati sufficientemente precisi, senza gravare troppo sui tempi di calcolo. La rigidezza del contatto è determinata nella posizione in cui i denti sono a contatto nel punto medio del profilo. Si noti che nel modello Adams i Gear *non si deformano* ma si compenetrano. Quando analizziamo gli spostamenti dei nodi della simulazione strutturale, dobbiamo tener conto di questo fatto per calcolare correttamente la rigidezza del contatto. Andiamo a definire i seguenti parametri per il contatto in Adams (vedi Figura 7.11):

- F [N]: forza per unità di larghezza applicata sulla cremagliera e diretta come l’asse lungo cui la cremagliera può traslare;
- F_n [N]: forza per unità di larghezza normale al profilo dei denti;
- δ [mm]: spostamento della cremagliera lungo l’asse di traslazione;
- δ_n [mm]: compenetrazione dei denti in direzione normale al loro profilo nel punto di contatto;
- α [–]: angolo di pressione;
- $k_u \left[\frac{N}{mm} \right]$: rigidezza del contatto per unità di larghezza.

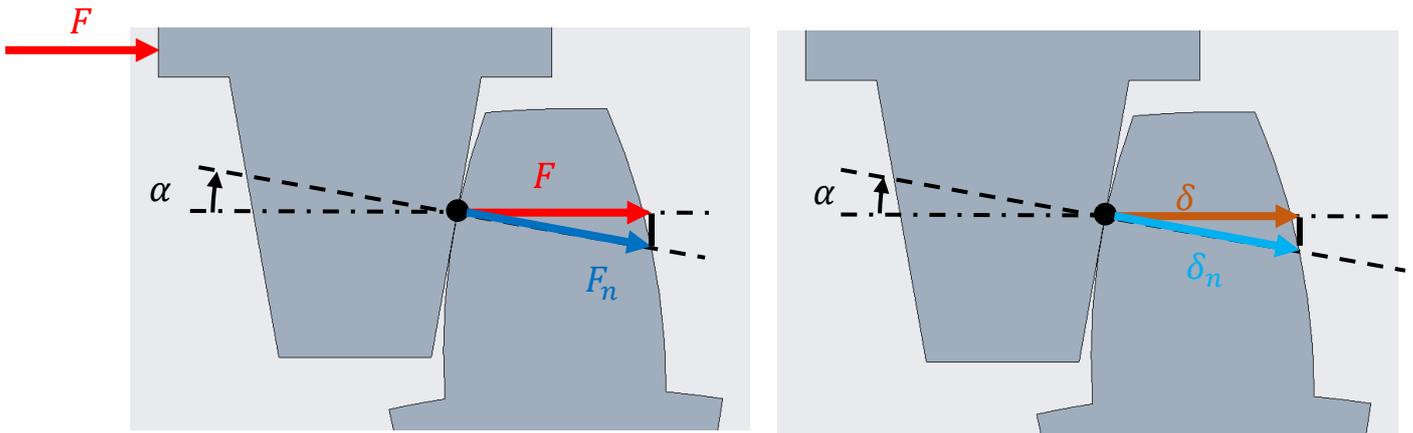


Figura 7.11 Parametri per il contatto in Adams

Ci interessa calcolare il parametro k_u , definito come

$$k_u = \frac{F_n}{\delta_n} = \frac{F}{\delta}$$

dove

$$\delta_n = \frac{\delta}{\cos \alpha}$$

$$F_n = \frac{F}{\cos \alpha}$$

Andiamo a vincolare le facce delle maglie tramite vincoli di tipo incastro o corsoio. Appliciamo poi un carico distribuito sulla cremagliera tale per cui il carico complessivo sull'area di applicazione è pari a F . Nella si mostrano i vincoli e il carico distribuito applicati sulla mesh:

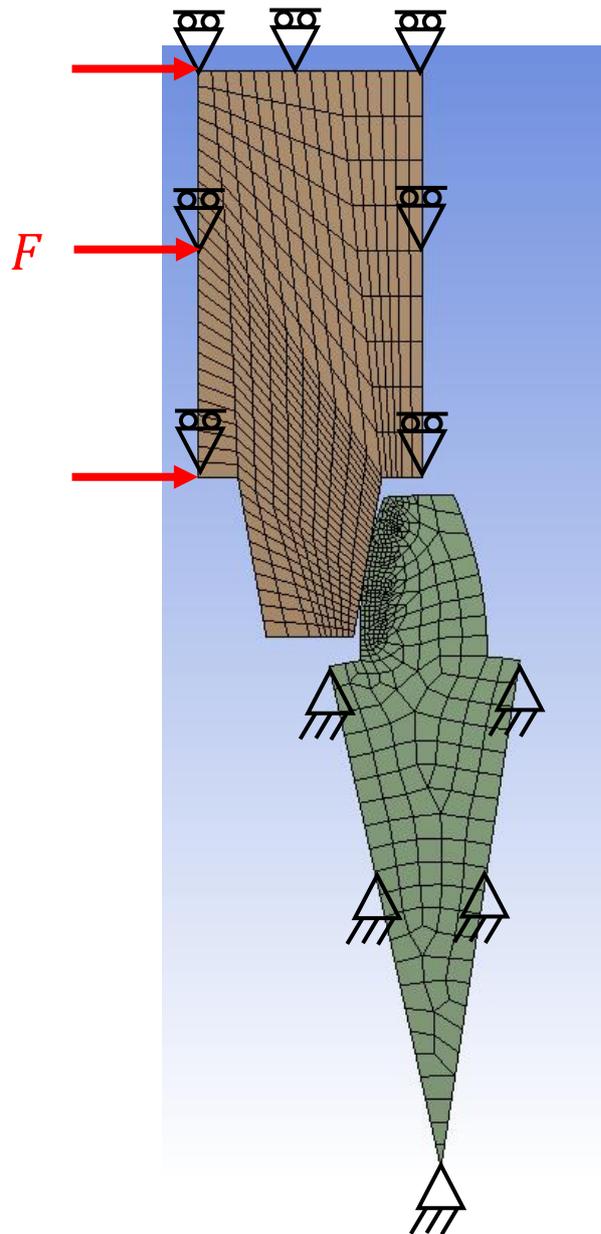


Figura 7.12 Vincoli e carichi distribuiti sui nodi della mesh

Eseguiamo una serie di simulazioni, ognuna con un carico F diverso, e troviamo gli spostamenti orizzontali dei nodi sulla cremagliera *lontani* dalla zona di contatto.

Lo spostamento orizzontale di questi nodi è prossimo a δ , dato che la deformazione elastica è minima lontano dall'area di contatto, come si nota dalla Figura 7.13, pertanto questi nodi traslano ma non cambiano le loro posizioni relative. Pertanto, approssimiamo δ col valore medio dello spostamento di questi nodi.

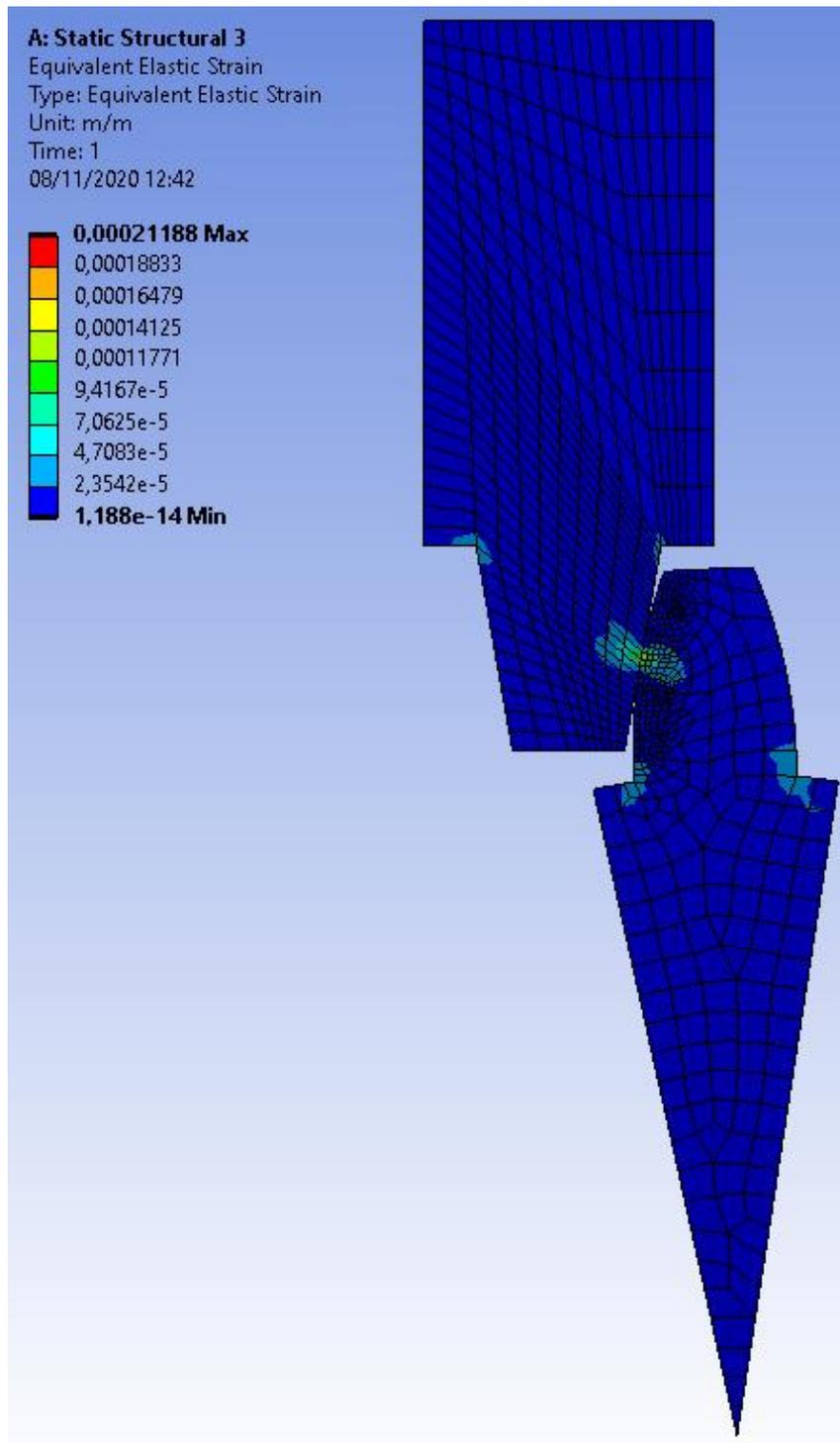


Figura 7.13 Andamento della deformazione equivalente all'interno della maglia

I valori di F usati per le analisi strutturali sono scelti nell'intervallo atteso per i valori delle forze agenti sulla cremagliera nelle simulazioni Adams. Nella Figura 7.14 viene illustrato l'andamento di k_u in funzione di F .

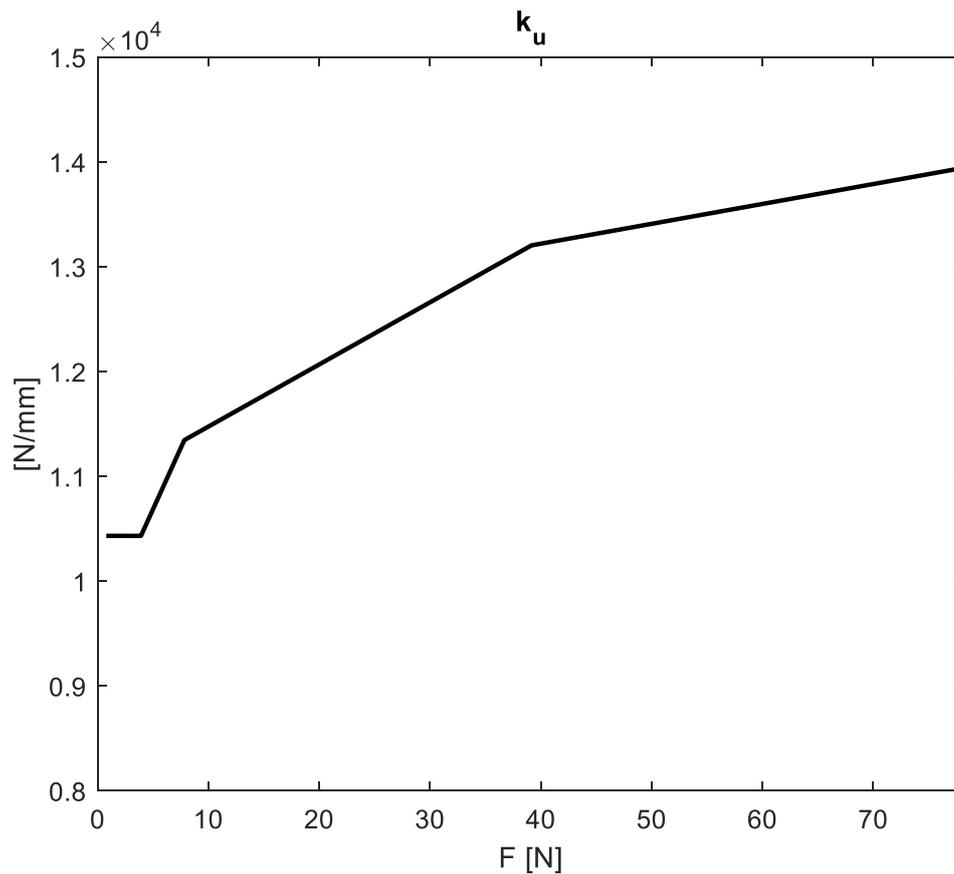


Figura 7.14 Andamento di k_u in funzione di F

Mediando i valori di k_u ottenuti troviamo una rigidezza per unità di larghezza pari a:

$$k_u \cong 11872 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Moltiplicando k_u per la larghezza di fascia dell'accoppiamento pignone-cremagliera (12mm) si ottiene la rigidezza complessiva:

$$k \cong 142463 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

e da questa

$$c_{max} = \frac{k}{1000} \cong 142.5 \frac{\text{N s}}{\text{mm}}$$

Allo stesso modo, utilizziamo il valore di k_u per stimare i parametri di contatto k e c_{max} dei Gears di tipo "Helical". Infatti, gli ingranaggi dell'accoppiamento pignone-cremagliera sono composti dello stesso materiale degli ingranaggi cilindrici a denti elicoidali. Anche le dimensioni dei denti sono pressoché le stesse. Con questo abbiamo terminato la creazione dei Gears.

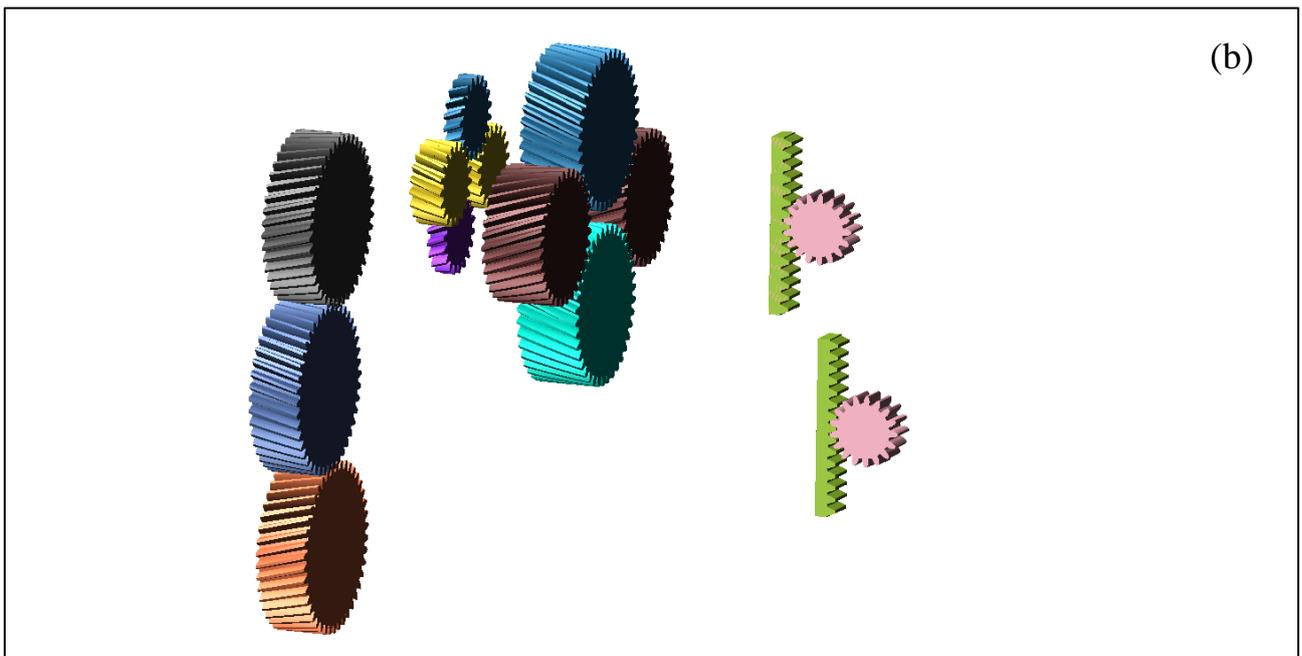
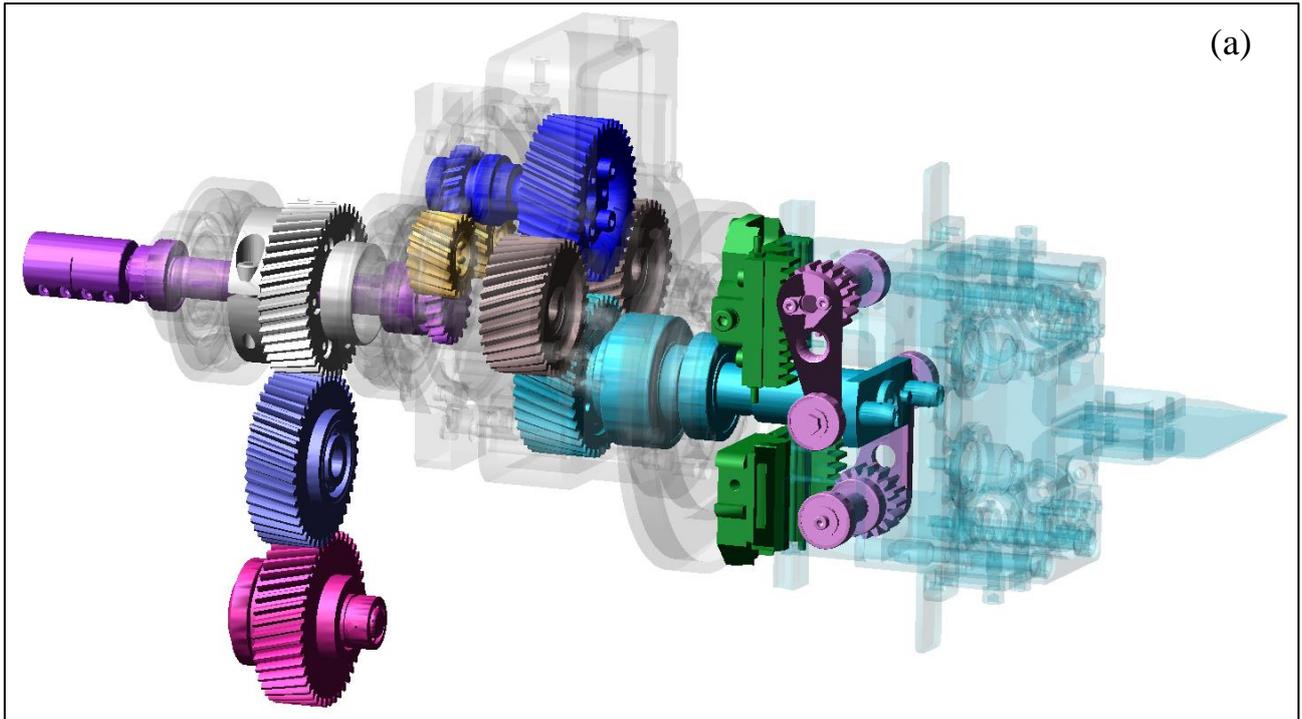


Figura 7.15 (a) corpi a cui devono essere fissati i Gear; (b) geometrie dei Gear

7.4 I contatti delle dita

Ora eliminiamo i due Motion che bloccano la rotazione delle dita attorno ai rispettivi perni e le forze che simulano il carico con cui le dita schiacciano le celle sulle pinze; inseriamo anche una forza di contatto tra ciascun dito e la rispettiva vite di registrazione. La finestra in cui definiamo i parametri di contatto è mostrata in Figura 7.16.

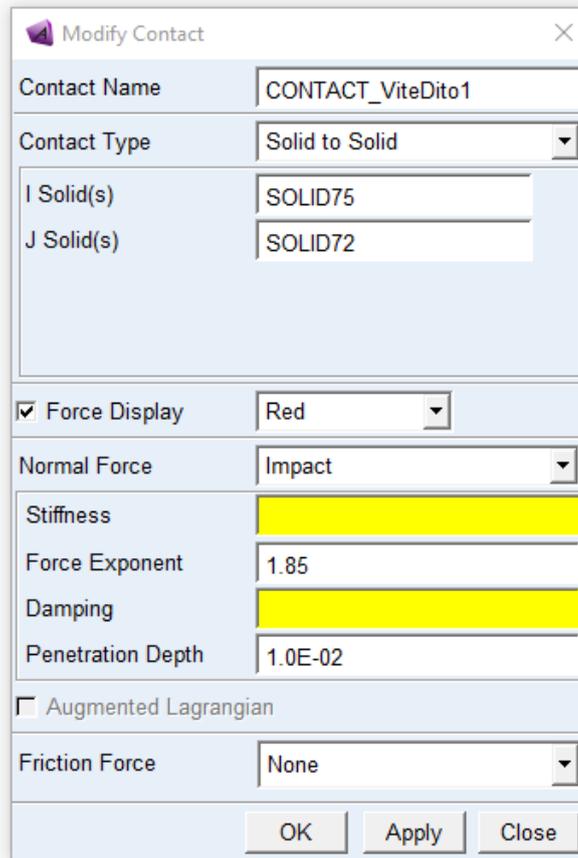


Figura 7.16 Scheda di definizione della forza di contatto

Impostiamo il contatto su “Solid to Solid”; il contatto dovrà essere tra il solido 75 ed il solido 72 rappresentati in Figura 7.17.

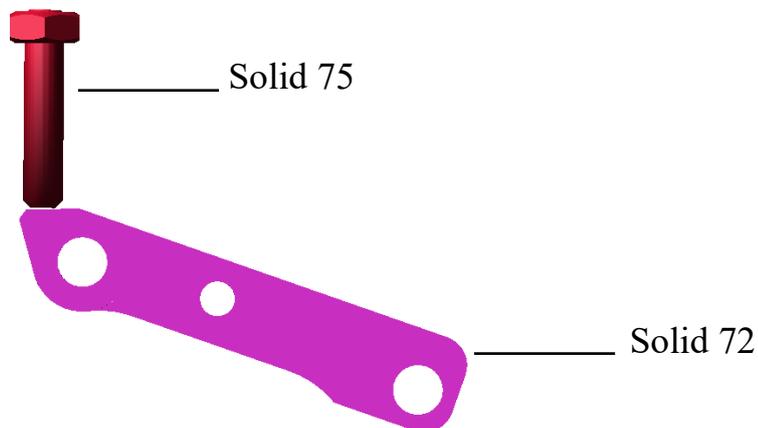


Figura 7.17 Geometrie per il contatto dito-vite di registrazione

Impostiamo il calcolo della forza di contatto con “Impact” e per semplicità, come nel caso dei Gears, ignoriamo l’attrito di contatto. Impostiamo il parametro d come visto alla sezione 7.2 ed f pari a 1.85 (che è il valore intermedio tra quello indicato per contatto tra metalli duri e quello per metalli teneri, dato che il dito è in alluminio e la vite in acciaio).

Utilizziamo anche in questo caso una serie di simulazioni strutturali con il software FEM Ansys per stimare la rigidezza del contatto

$$k \cong 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

da cui troviamo c_{max} :

$$c_{max} = \frac{k}{1000} = 160 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{mm}}$$

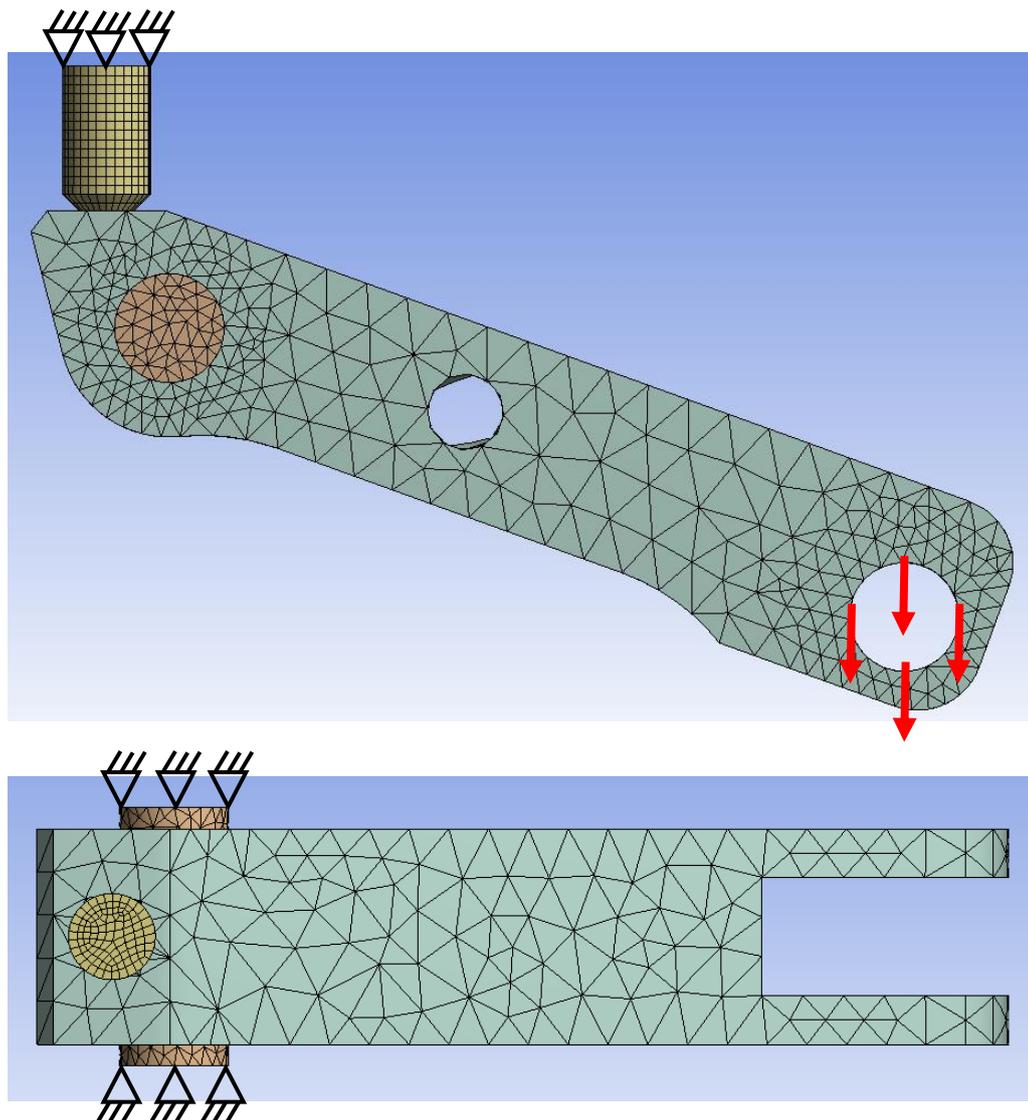


Figura 7.18 Vincoli e carichi distribuiti per la stima della rigidezza del contatto dito-vite di registro

Adesso inseriamo la forza di contatto che si scambiano le pinze e la rotella incernierata sulla parte terminale di ciascun dito. In questo caso, dato che la rotella è realizzata in polimero e la pinza in acciaio per utensili, si è scelto f pari a 1.65. Per la stima della rigidezza abbiamo eseguito anche in questo caso diverse simulazioni strutturali, per carichi differenti.

Mediando i valori di rigidità ottenuti con le diverse simulazioni, troviamo la rigidità del contatto e da questa c_{max} :

$$k \cong 230 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$c_{max} = \frac{k}{1000} = 0.23 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{mm}}$$

Il valore di k è piuttosto basso rispetto a quelli visti in precedenza. Ciò è dovuto sia al materiale di cui è costituita la rotella, sia allo spessore delle pinze: queste sono infatti molto sottili (e dunque poco rigide), per occupare meno spazio possibile all'interno della batteria. Nella Figura 7.19 vengono rappresentati i vincoli ed i carichi imposti ai nodi all'interno di Ansys. Il dito è lasciato libero di ruotare attorno al suo perno.

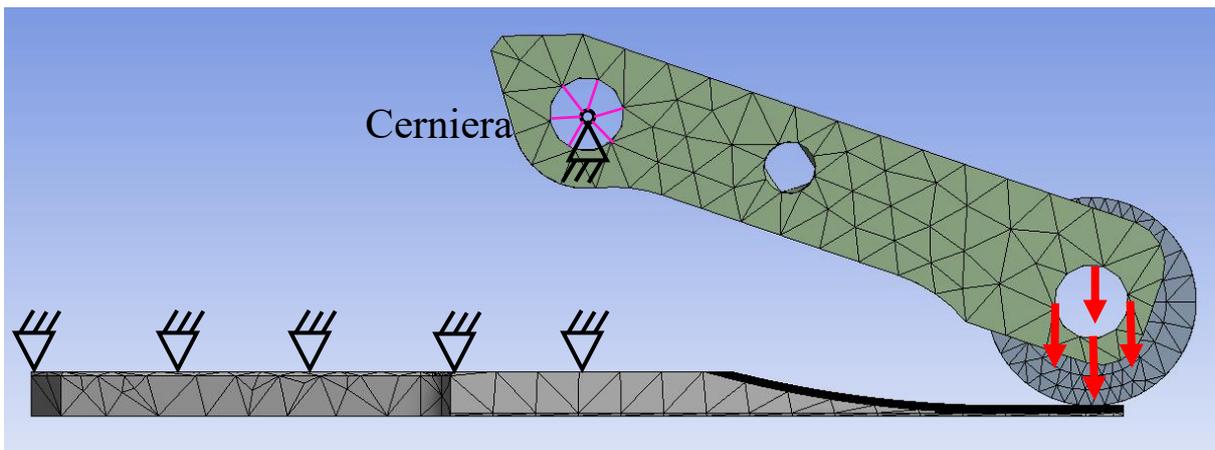


Figura 7.19 Stima della rigidità del contatto rotella-pinze: vincoli e carichi sui nodi

7.5 Molle torsionali

Inseriamo, in corrispondenza dell'asse di rotazione di ciascun dito, una molla di torsione. Per ognuna di esse è necessario specificare:

- i corpi sui quali si scarica la coppia prodotta dalla molla;
- la rigidità della molla;
- il coefficiente di smorzamento della molla;
- la coppia di precarico (o, equivalentemente, l'angolo di precarico).

Definiamo i seguenti parametri di progetto della molla:

- D [mm]: diametro di avvolgimento;
- d [mm]: diametro del filo;
- N_{tot} [-]: numero totale di spire;
- N [-]: numero di spire reali;
- N_{eq} [-]: numero di spire equivalenti;
- E $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$: modulo di Young;
- L_1 [mm]: lunghezza del primo tratto di filo non avvolto (vedi Figura 7.20);
- L_2 [mm]: lunghezza del secondo tratto di filo non avvolto.

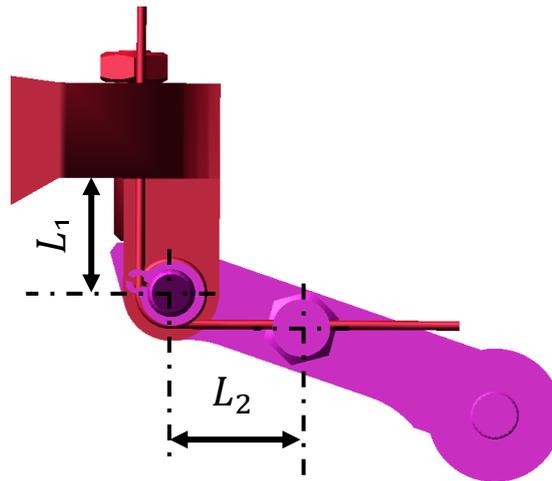


Figura 7.20 Grandezze L_1 e L_2

La rigidezza della molla di torsione può essere espressa come

$$k_m = \frac{d^4 E}{64 N_{tot} D}$$

dove

$$N_{tot} = N + N_{eq}$$

$$N_{eq} = \frac{L_1 + L_2}{\pi D}$$

Otteniamo così il valore di k_m :

$$k_m \cong 1.096 \frac{\text{N mm}}{\text{deg}}$$

Dato che su ogni dito agiscono in parallelo due molle torsionali identiche, la rigidezza complessiva da associare alle “Torsion Spring” di Adams sarà pari al doppio della k_m trovata:

$$k_{tot} = 2 \cdot 1.096 = 2.192 \frac{\text{N mm}}{\text{deg}}$$

Per quanto riguarda il coefficiente di smorzamento, ipotizziamo anche in questo caso che valga lo 0.1% della rigidezza:

$$c = \frac{k_{tot}}{1000} = 2.192 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N mm s}}{\text{deg}}$$

L'angolo con cui sono precaricate le due molle è pari a 87.1 gradi.

7.6 Contatto camma-rullino

Per fare in modo che i rullini e la camma si scambino una forza normale al profilo della camma, rimuoviamo i due GCON presenti nella prima versione del modello Adams e a loro posto inseriamo due forze di contatto. In questo caso, per stimare la rigidezza usiamo le formule analitiche del contatto di tipo Hertziano. Per superfici cilindriche ad assi paralleli, la rigidezza del contatto non dipende dai raggi di curvatura delle due superfici e vale (Popov, 2010)

$$k = \frac{\pi}{4} E^* L$$

dove E^* è definito come

$$E^* = \frac{1}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}$$

e i parametri sono rispettivamente:

- L [mm]: lunghezza trasversale del contatto;
- ν_1 [-]: coefficiente di Poisson del primo corpo a contatto;
- ν_2 [-]: coefficiente di Poisson del secondo corpo;
- E_1 $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$: modulo di Young del primo corpo;
- E_2 $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$: modulo di Young del secondo corpo.

Otteniamo così il valore di k :

$$k \cong 9.0 \cdot 10^5 \frac{\text{N mm}}{\text{deg}}$$

Prendiamo anche in questo caso $d=0.01$ mm e c_{max} pari allo 0.1% di k . Infine impostiamo $e=2.2$, dato che si tratta di un contatto tra metalli duri.

7.7 Paragone tra le due versioni

Con la seconda versione del modello Adams, si sono eliminate numerose ipotesi semplificative della simulazione multibody rispetto alla dinamica reale del meccanismo.

L'analisi dinamica del secondo modello richiede però un tempo di calcolo notevolmente maggiore rispetto a quello richiesto per la dinamica inversa della prima versione. A parità di step temporali, occorrono infatti poche decine di secondi per la simulazione del primo modello, mentre serve più di un'ora per il secondo.

Infine, i risultati dell'analisi dinamica diretta sono molto sensibili al tipo di integratore utilizzato e ai valori forniti per i parametri di integrazione; questi valori sono scelti in base all'esperienza o a indicazioni generali e introducono inevitabilmente un margine di incertezza nella simulazione.

In sintesi, il primo modello è molto più rapido del secondo e fornisce risultati più facili da verificare (usando il modello MATLAB) anche se è basato su ipotesi più restrittive. Pertanto, il primo modello potrà essere usato per valutare in maniera rapida successive iterazioni del progetto.

Gli organi meccanici sono invece stati verificati in base alle reazioni vincolari calcolate dal secondo modello, sia perché ritenuto più completo, sia perché in questo caso guide lineari e cuscinetti sono soggetti a carichi più elevati: il dimensionamento è quindi a favore di sicurezza.

8 Verifica componenti

8.1 Durata richiesta e coefficiente di sicurezza

A partire dalle reazioni vincolari ottenute con la seconda versione del modello Adams, possiamo verificare i cuscinetti e le guide lineari.

L'ufficio tecnico MANZ ha imposto che la linea sia soggetta a manutenzione ogni 6 mesi, funzionando per 24 ore al giorno, ogni giorno. Dato che il gruppo di avvolgimento produce una batteria ogni 2.8 s (di cui 1.8 s di avvolgimento e 1 s di sosta) ricaviamo il numero N_b di batterie prodotte a ogni ciclo di manutenzione come

$$N_b = \frac{6 \text{ mesi} \cdot 31 \frac{\text{d}}{\text{mese}} \cdot 24 \frac{\text{h}}{\text{d}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}{2.8 \frac{\text{s}}{\text{batteria}}} \cong 5.74 \cdot 10^6 \text{ batterie}$$

Gli organi meccanici da verificare devono avere un coefficiente di sicurezza maggiore o uguale a 3, secondo le specifiche aziendali; si chiede cioè di garantire la produzione di un numero di batterie superiore o uguale a $3N_b$.

8.2 Verifica cuscinetti

Il modello Adams restituisce le reazioni vincolari sulle cerniere introdotte nel paragrafo 5.2.1. Dobbiamo pertanto ripartire queste forze e momenti sui cuscinetti corrispondenti alla cerniera, senza però cambiare la dinamica del sistema. All'interno del gruppo di avvolgimento ci sono diversi tipi di cuscinetti, montati in varie configurazioni.

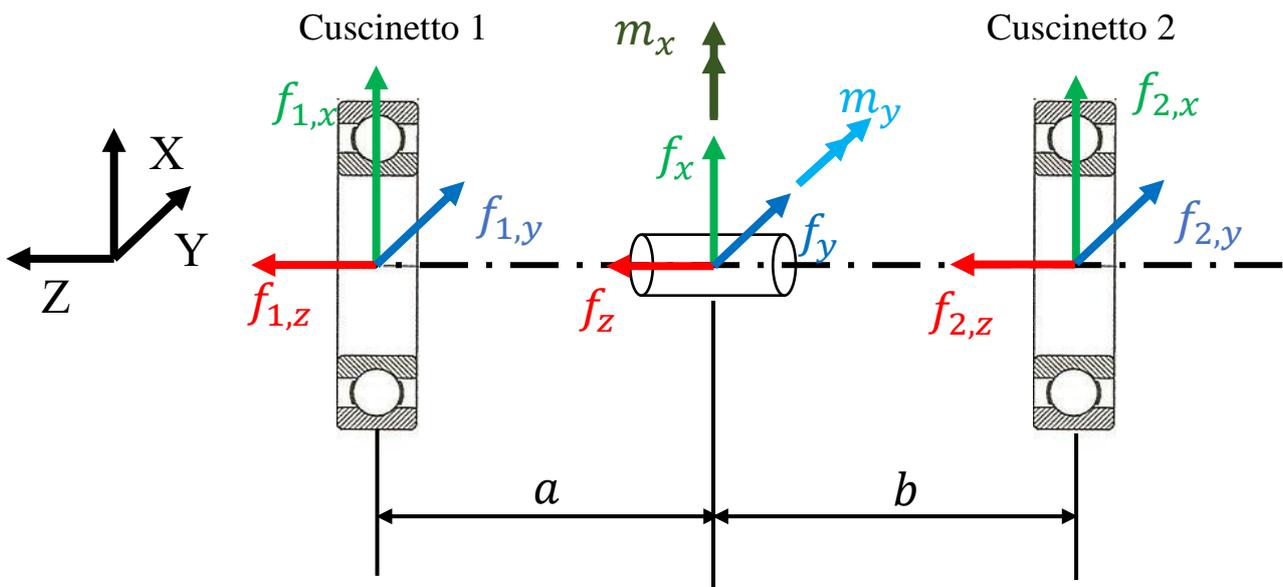


Figura 8.1 Schema per la ripartizione delle reazioni vincolari sui cuscinetti (ai lati) per dati carichi sulla cerniera (al centro)

In riferimento alla Figura 8.1 abbiamo definito 5 metodi di ripartizione delle reazioni vincolari per ricavare i carichi sui cuscinetti, a seconda della tipologia e della configurazione di montaggio:

- *metodo 1*: si applica per coppie di cuscinetti radiali, entrambi sottoposti a una componente di sforzo assiale. Come visto nel capitolo 5.2.1, siccome ogni cerniera è stata posta a metà tra i due cuscinetti (che sono uguali tra loro in questo caso), pertanto si che la componente assiale si ripartisca in maniera uguale tra i due cuscinetti. Le equazioni di equivalenza dinamica dei due sistemi di forze sono

$$\begin{cases} f_{1,x} + f_{2,x} = f_x \\ f_{1,y} + f_{2,y} = f_y \\ f_{1,z} + f_{2,z} = f_z \\ -af_{1,y} + bf_{2,y} = m_x \\ af_{1,x} - bf_{2,x} = m_y \\ f_{1,z} - f_{2,z} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

e il sistema lineare associato al sistema (17) è

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 0 & 0 & b & 0 \\ a & 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1,x} \\ f_{1,y} \\ f_{1,z} \\ f_{2,x} \\ f_{2,y} \\ f_{2,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da questo sistema è possibile ricavare le forze $f_{i,x}$, $f_{i,y}$ e $f_{i,z}$ agenti sui cuscinetti. Il metodo 1 è utilizzato per le cerniere 2, 3, 4, 5, 9 e 10.

- *metodo 2*: cuscinetti radiali obliqui con montaggio a "O". In questo caso il sistema da risolvere è

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 0 & b \\ a & 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1,x} \\ f_{1,y} \\ f_{2,x} \\ f_{2,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m_x \\ m_y \end{bmatrix}$$

La componente assiale $f_{i,z}$ agente su ogni cuscinetto, invece, si ripartisce in questo caso in funzione del verso di f_z e dal rapporto fra $f_{1,r}$ e $f_{2,r}$ (SKF, 2012), i quali sono definiti come

$$f_{1,r} = \sqrt{f_{1,x}^2 + f_{1,y}^2}$$

$$f_{2,r} = \sqrt{f_{2,x}^2 + f_{2,y}^2}$$

La Figura 8.2 mostra come ricavare $f_{i,z}$. Il coefficiente R è definito come:

$$R = R(q)$$

dove

$$q = \frac{|f_z|}{C_c}$$

e C_c è il coefficiente di carico dinamico del cuscinetto obliquo (in Newton). Il grafico di $R(q)$ è tratto dal catalogo del costruttore (SKF, 2012).

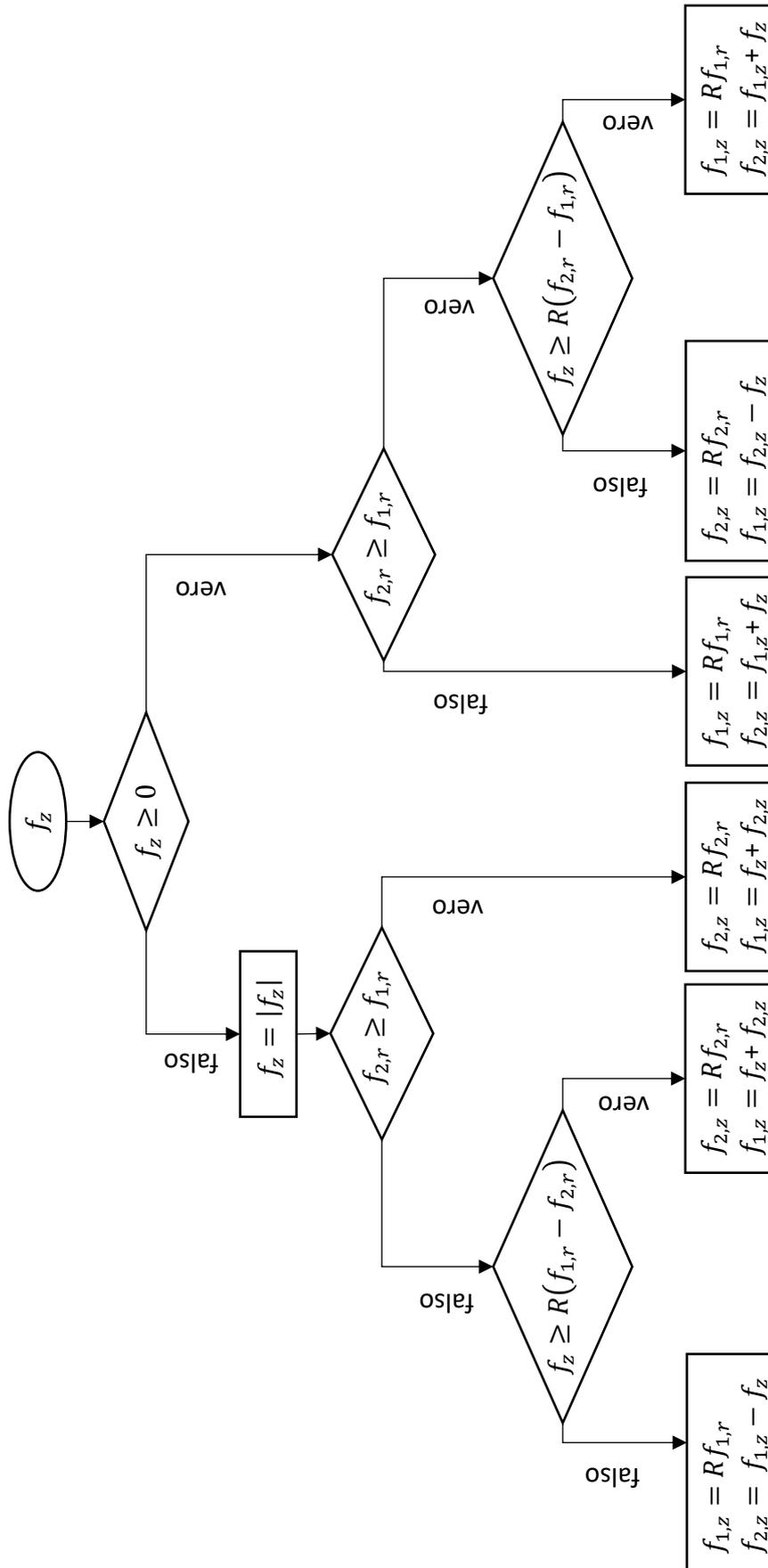


Figura 8.2 Schema logico per la ripartizione delle componenti assiali sui cuscinetti obliqui

Il metodo 2 di ripartizione dei carichi si applica alle cerniere 1, 6, 7 e 22.

- *metodo 3*: si applica solamente alla cerniera 23, che è composta dai cuscinetti rappresentati in Figura 8.3. In questo caso il cuscinetto 1 di Figura 8.1 è considerato come l'unione del radiale a sfere e dell'assiale a rullini: il primo sopporta i carichi radiali e il secondo quelli assiali. La ripartizione delle forze radiali avviene come per il metodo 2 mentre, a seconda del verso di f_z , la componente assiale si scarica su un cuscinetto o sull'altro, secondo le condizioni

$$f_{1,z} = \begin{cases} f_z, & f_z \geq 0 \\ 0, & f_z < 0 \end{cases}$$

$$f_{2,z} = \begin{cases} 0, & f_z \geq 0 \\ f_z, & f_z < 0 \end{cases}$$

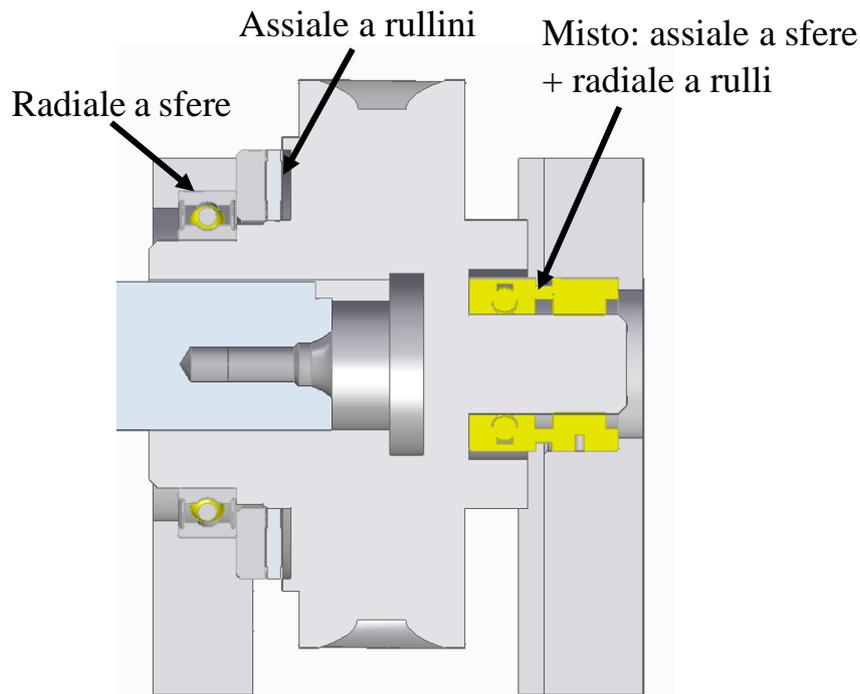


Figura 8.3 Cuscinetti della cerniera 23

- *metodo 4*: si applica unicamente alla cerniera 8 che è composta dai cuscinetti rappresentati in Figura 8.4. La componente assiale si scarica sempre sul cuscinetto 1, a prescindere dal verso di f_z . Il sistema in questo caso diviene

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & 0 & b & 0 \\ a & 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1,x} \\ f_{1,y} \\ f_{1,z} \\ f_{2,x} \\ f_{2,y} \\ f_{2,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Il carico assiale si scarica sul cuscinetto obliquo a sfere a doppia corona, dato che l'albero è libero di scorrere all'interno del cuscinetto radiale a sfere.

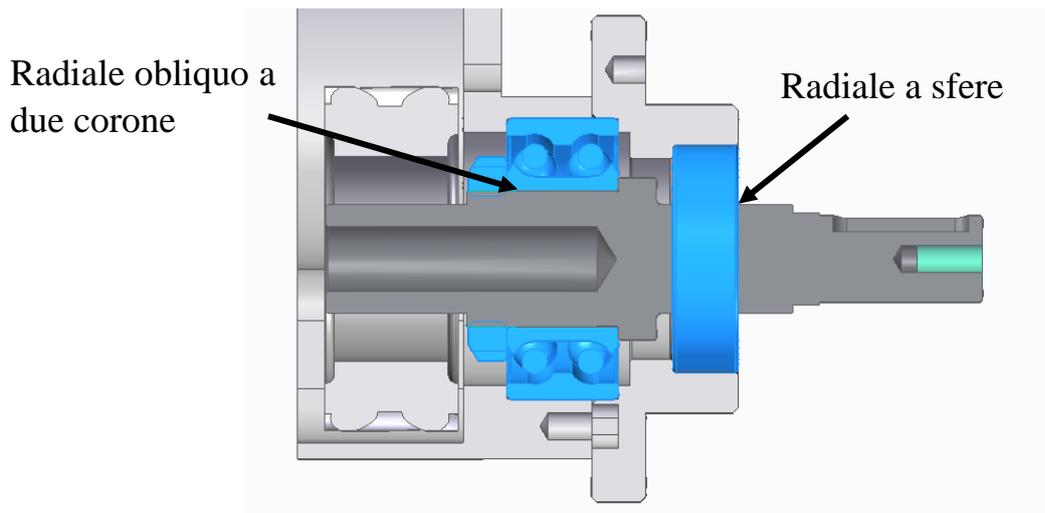


Figura 8.4 Cuscinetti della cerniera 8

- *metodo 5*: si applica nel caso in cui l'albero sia sorretto da un unico cuscinetto. I carichi sul cuscinetto (compresi i momenti) coincidono con quelli sulla cerniera calcolati in Adams. Il metodo 5 si applica alle cerniere 15 (Figura 8.5) e 16 e alle coppie sferiche descritte nella Sezione 5.2.4.

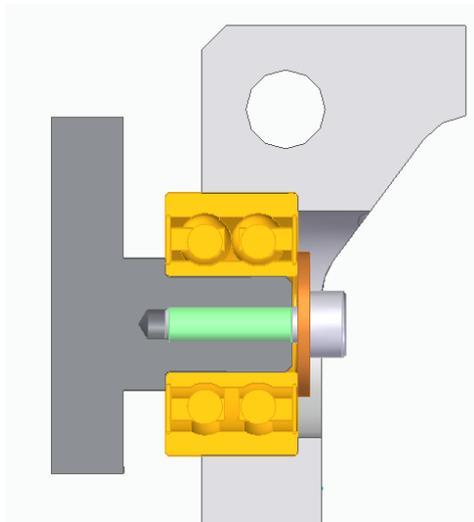


Figura 8.5 Cuscinetto della cerniera 15

Una volta ricavati i carichi assiali e radiali sui cuscinetti, definiamo per ogni istante di tempo un carico dinamico equivalente $F(t)$; l'espressione di $F(t)$ in funzione dei carichi dipende dalla tipologia del cuscinetto (SKF, 2012). Da $F(t)$ si può ricavare il carico dinamico equivalente medio P tramite la formula

$$P = \sqrt{\frac{\int_0^T |n(t)| F(t)^p dt}{\int_0^T |n(t)| dt}}$$

dove $n(t)$ è la velocità di rotazione del cuscinetto in giri/min, p è un coefficiente che vale 3 per cuscinetti a sfere e $\frac{10}{3}$ per cuscinetti a rulli e T è la durata del ciclo (in minuti).

A questo punto calcoliamo la durata di base $L_{10,c}$ del cuscinetto (in milioni di giri) come

$$L_{10,c} = \left(\frac{C_c}{P}\right)^p \quad (18)$$

dove C_c è il coefficiente di carico dinamico del cuscinetto (in Newton), indicata dai manuali dei costruttori. Convertiamo ora $L_{10,c}$ nel numero corrispondente di batterie prodotte N'_b :

$$N'_b = \frac{10^6 L_{10,c}}{g_b} \quad (19)$$

dove g_b è il numero di rotazioni del cuscinetto per ogni batteria prodotta ed è definito come:

$$g_b = \int_0^T |n(t)| dt \quad (20)$$

Infine, calcoliamo il coefficiente di sicurezza CS del cuscinetto come:

$$CS_c = \frac{N'_b}{N_b} \quad (21)$$

Se risulterà $CS_c \geq 3$ il cuscinetto sarà verificato. Se invece il cuscinetto non è verificato, ricaviamo il coefficiente di carico dinamico richiesto $C_{c,r}$ dalle Eq. (18), (19), (20) e (21):

$$C_{c,r} = P \sqrt[p]{\frac{3N_b g_b}{10^6}}$$

La Tabella 2 e la Tabella 3 mostrano i coefficienti di sicurezza ottenuti con il procedimento appena descritto.

Coppia sferica	Cuscinetto	CS_c
1	SKF 608-2Z	7.43
2	SKF 608-2Z	3.46
3	SKF 608-2Z	9.06
4	SKF 608-2Z	4.15

Tabella 2 Coefficienti di sicurezza dei cuscinetti delle coppie sferiche

Cerniera	Cuscinetto	CS_e
1	SKF 7208 BE-2RZP	5.15
	SKF 7208 BE-2RZP	2.96
2	SKF 6001-2RSL	22.50
	SKF 6001-2RSL	0.77
3	SKF 626-Z	0.39
	SKF 626-Z	1.06
4	SKF 626-Z	0.18
	SKF 626-Z	0.29
5	SKF 61900-2RS1	0.24
	SKF 61900-2RS1	0.28
6	SKF 7200 BEP	11.77
	SKF 7200 BEP	23.01
7	SKF 7200 BEP	14.64
	SKF 7200 BEP	24.82
8	SKF 3205 A-2RS1	16.88
	SKF 6004-2RS1	0.37
9	SKF 608-2Z	0.039
	SKF 608-2Z	0.93
10	SKF 608-2Z	1.15
	SKF 608-2Z	0.048
15	SCHAEFFLER 30/8-B-2Z-TVH	22.47
16	SCHAEFFLER 30/8-B-2Z-TVH	28.37
22	SKF 7201 BEP	0.01
	SKF 7201 BEP	0.01
23	SKF 61806-2RS1	0.02
	SKF AXK 3552	331.72
	SKF NX12 (parte radiale)	0.03
	SKF NX12 (parte assiale)	0.47

Tabella 3 Coefficienti di sicurezza dei cuscinetti delle cerniere

8.3 Verifica guide lineari

Per verificare le due guide lineari bisogna calcolare, dai momenti m_x , m_y ed m_z (vedi Figura 8.6) forniti da Adams, le forze equivalenti sui quattro estremi della guida, tramite dei coefficienti forniti a catalogo (THK).

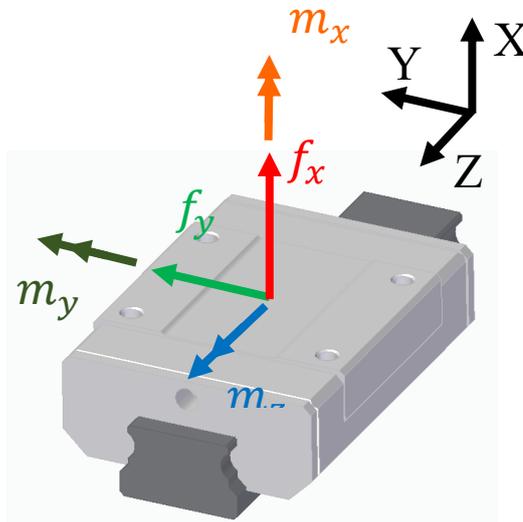


Figura 8.6 Reazioni sulla guida lineare

A questo punto ricaviamo per ogni estremo le risultanti $F_{i,x}$ e $F_{i,y}$ (con $i = 1, \dots, 4$) delle forze agenti in direzione x e in direzione y ottenendo così $F_{i,x}$ e $F_{i,y}$ con $i = 1, \dots, 4$. Fatto ciò, si ricava il carico equivalente istantaneo $P_{i,E}$ definito come:

$$P_{i,E} = A \cdot |F_{i,x}| + B \cdot |F_{i,y}| \quad i = 1, \dots, 4$$

dove i coefficienti A e B dipendono dal tipo di guida lineare in esame e sono indicati a catalogo (THK). Per ogni estremo si calcola il carico equivalente medio $P_{i,m}$ definito come:

$$P_{i,m} = \sqrt{\frac{\int_0^T P_{i,E}(t)^p |v(t)| dt}{\int_0^T |v(t)| dt}} \quad i = 1, \dots, 4$$

dove T e p (che ha gli stessi valori visti per i cuscinetti) sono già stati definiti nel paragrafo 8.2 e $v(t)$ è la velocità della guida lineare in mm/s. Si utilizza poi il parametro

$$P_m = \max_i(P_{i,m})$$

per calcolare la vita nominale $L_{10,gl}$ della guida lineare in km percorsi:

$$L_{10,gl} = \left(\frac{C_{gl}}{P_m}\right)^p \cdot 50$$

C_{gl} è il coefficiente di carico dinamico della guida lineare. Da $L_{10,gl}$ calcoliamo il corrispondente numero di batterie prodotte N_b^* tramite la formula

$$N_b^* = \frac{L_{10,gl} \cdot 10^6}{s_b}$$

dove s_b è lo spazio percorso dalla guida lineare per realizzare una batteria:

$$s_b = \int_0^T |v(t)| dt$$

Calcoliamo infine il coefficiente di sicurezza della guida lineare:

$$CS_{gl} = \frac{N_b^*}{N_b}$$

Otteniamo così i valori riportati in Tabella 4:

Corsoio	Guida lineare	CS_{gl}
1	THK SRS 15M	0.00030
2	THK SRS 15M	0.00033

Tabella 4 Coefficienti di sicurezza delle guide lineari

Come si può osservare, le guide lineari sono molto sottodimensionate. Solitamente queste vengono montate su assi paralleli e con più di un carrello per rotaia, per non sottoporre i carrelli a momento flettente o torcente. In fase di progetto della macchina in esame è stato però deciso di utilizzare una singola rotaia con un solo carrello, per ragioni di ingombro e di peso. Inoltre, le guide lineari attualmente montate hanno coefficienti di carico C_{gl} ridotti: si tratta di miniguide a due contatti (anziché quattro, come sono di solito).

9 Sostituzione componenti

9.1 Ipotesi

Avendo visto, nel Capitolo 8, che alcuni componenti (guide lineari X, Y e Z THK e cuscinetti SKF) sono sottodimensionati, in questo Capitolo mostriamo come sostituirli con componenti dimensionati adeguatamente.

Le ipotesi semplificative usate nella sostituzione dei componenti sono:

- 1) i nuovi componenti hanno masse e inerzie approssimativamente uguali a quelle dei componenti sostituiti, pertanto i risultati della simulazione dinamica vista al Capitolo 7 sono ancora applicabili;
- 2) le modifiche costruttive da fare sui pezzi dove sono alloggiati i nuovi componenti non modificano le masse e le inerzie dei pezzi stessi;
- 3) i componenti nuovi sono posti all'incirca nelle stesse zone, pertanto i parametri a e b introdotti nel paragrafo 8.2 rimangono gli stessi.

Nei prossimi paragrafi mostriamo come soddisfare le specifiche sui coefficienti di sicurezza senza stravolgere le geometrie dei componenti del meccanismo.

9.2 Sostituzione cuscinetti

9.2.1 Cerniera 9 e 10

Partiamo dall'analisi delle cerniere 9 e 10, le più lontane dai motori.

Per ognuna delle cerniere sono montati due cuscinetti radiali a sfere SKF 608-2Z ($d \times D \times B = 8 \times 22 \times 7$ mm).

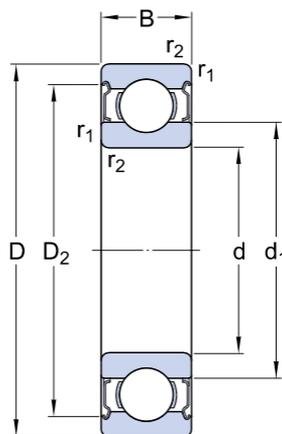


Figura 9.1 Parametri d , D e B

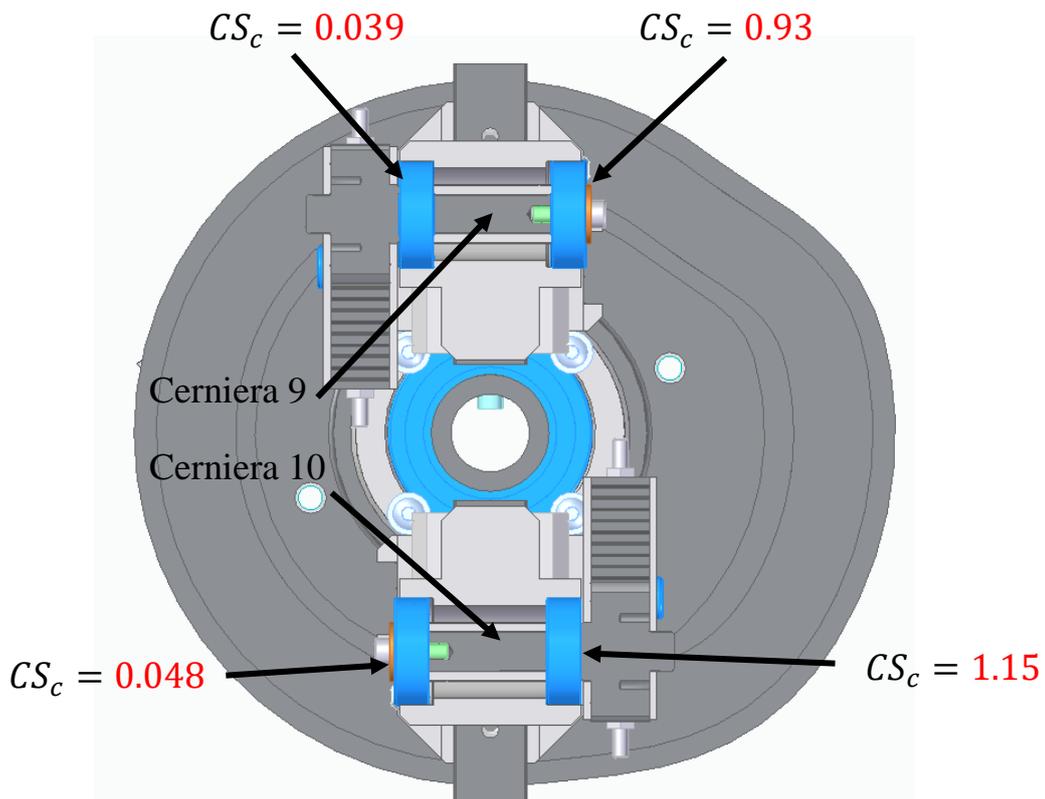


Figura 9.2 Coefficienti di sicurezza delle cerniere 9 e 10 prima della sostituzione

Per ogni cerniera il cuscinetto con il coefficiente di sicurezza più basso è quello vicino al pignone (Figura 9.2). Si è deciso perciò di sostituirlo con uno radiale a sfere a doppia corona SKF 4203 ATN9 ($d \times D \times B = 17 \times 40 \times 16$ mm), mentre l'altro viene sostituito da un cuscinetto radiale a sfere SKF 6001-Z ($d \times D \times B = 12 \times 28 \times 8$ mm). I coefficienti di sicurezza dei nuovi cuscinetti, calcolati con il metodo mostrato nel Capitolo 8.2, sono rappresentati in Figura 9.3.

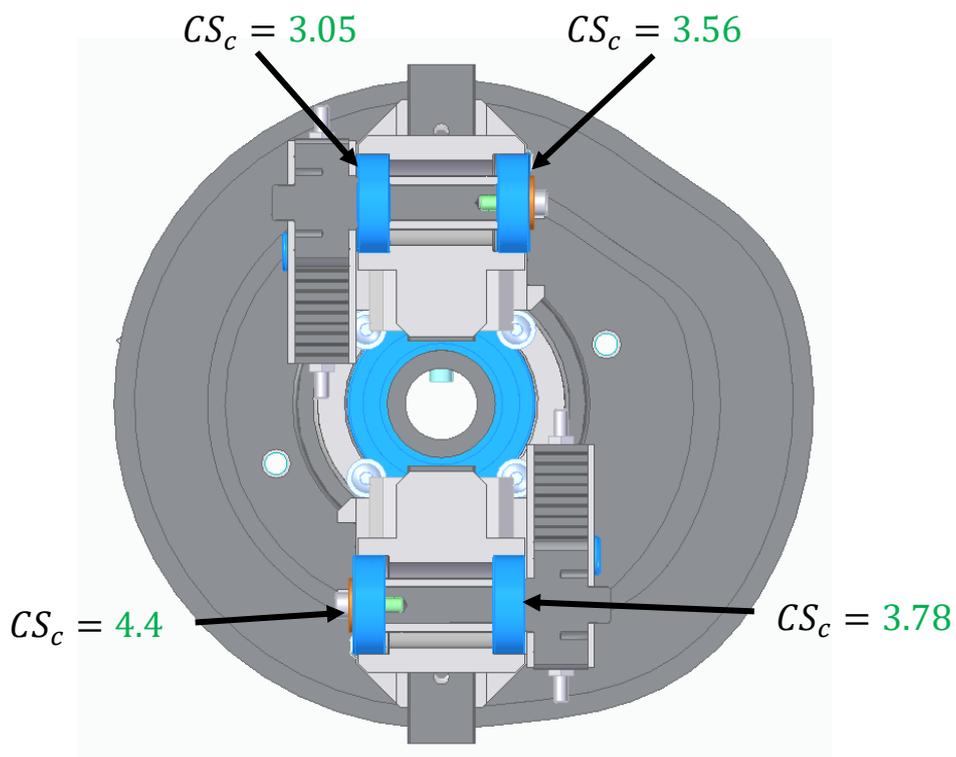


Figura 9.3 Coefficienti di sicurezza delle cerniere 9 e 10 dopo la sostituzione

9.2.2 Cerniera 8

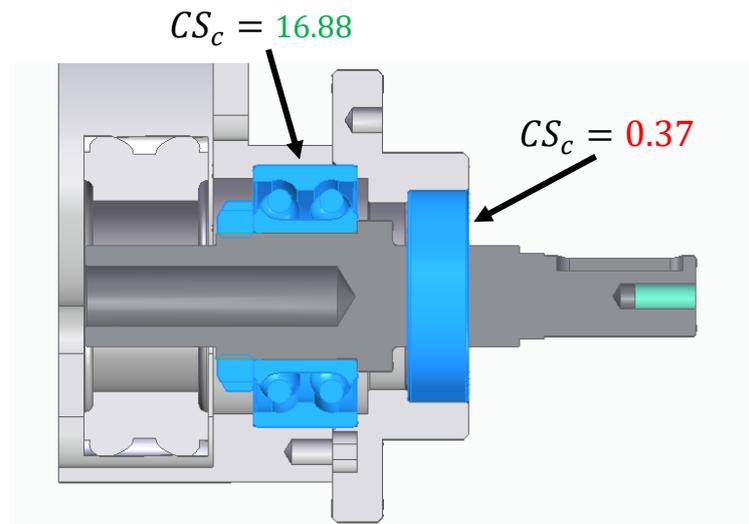


Figura 9.4 Coefficienti di sicurezza della cerniera 8 prima della sostituzione

Il cuscinetto sottodimensionato, in questa cerniera, è il radiale a sfere SKF 6004-2RS1 ($d \times D \times B = 20 \times 40 \times 12$ mm). Al posto di questo si è scelto di montare un cuscinetto radiale a sfere SKF 6304-2RSH ($d \times D \times B = 20 \times 52 \times 15$ mm). Il valore del nuovo coefficiente di sicurezza è 3.32. In questo caso la geometria dei componenti va modificata leggermente, aumentando il diametro e la profondità della sede.

9.2.3 Cerniera 5

La cerniera 5 corrisponde a due cuscinetti radiali a sfere SKF 61900-2RS1 ($d \times D \times B = 10 \times 22 \times 6$ mm). Sull'albero della cerniera sono presenti due ruote elicoidali di diametro *differente*. Dato che la velocità angolare e la potenza trasmessa dalla due ruote è la stessa, sulla cerniera si scarica una componente assiale importante. Si è perciò deciso di sostituire i due cuscinetti radiali con due cuscinetti obliqui a sfere SKF 7201 BECBP ($d \times D \times B = 12 \times 32 \times 10$ mm) montati ad "O" di. I nuovi coefficienti di sicurezza sono rappresentati in Figura 9.5b.

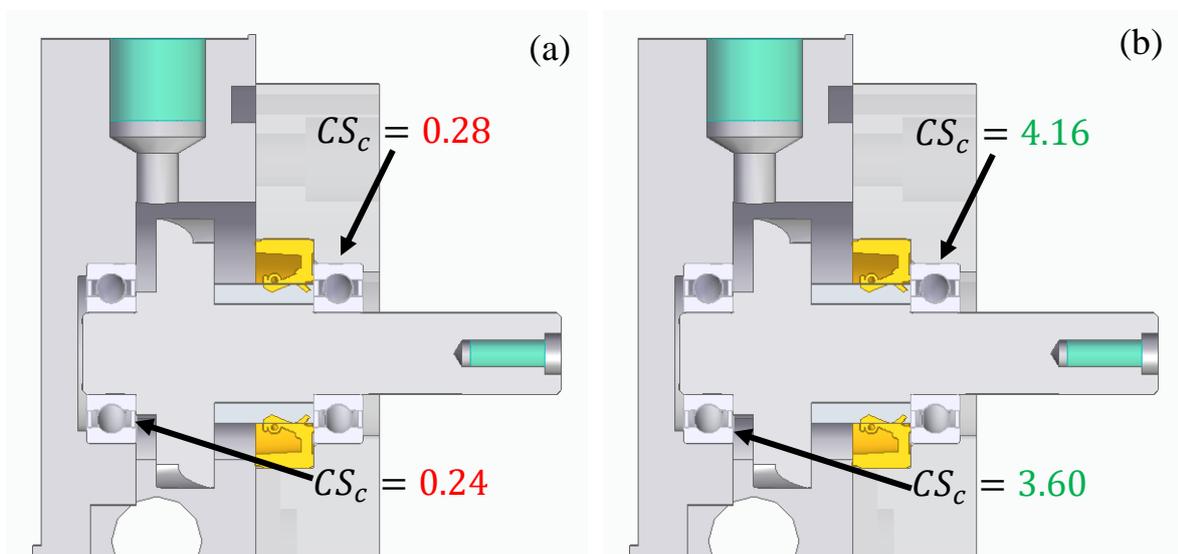


Figura 9.5 Cerniera 5: coefficienti di sicurezza prima della sostituzione (a) e dopo (b)

9.2.4 Cerniere 3 e 4

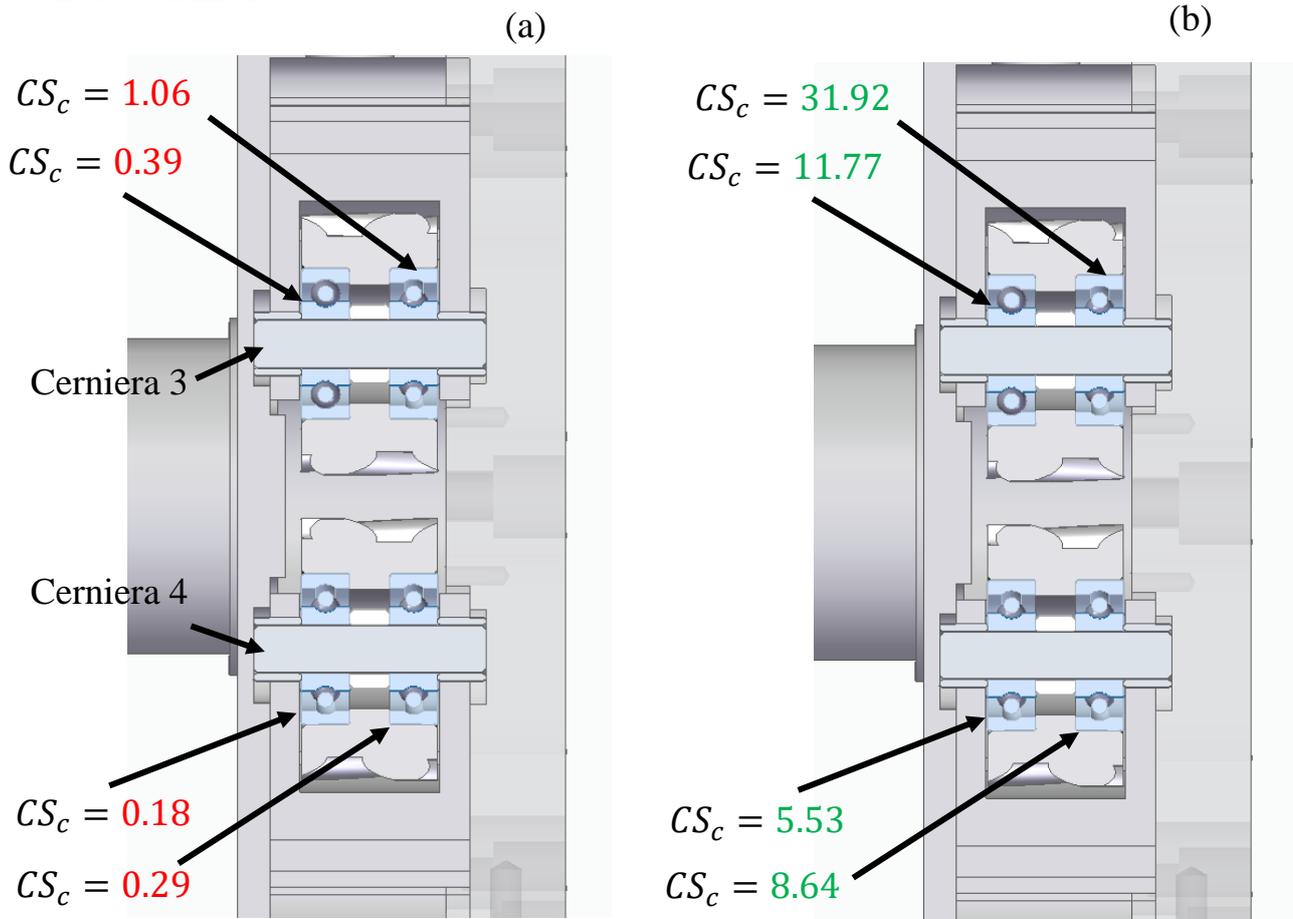


Figura 9.6 Coefficienti di sicurezza delle cerniere 3 e 4 prima della sostituzione (a) e dopo (b)

I cuscinetti che delle cerniere 3 e 4 sono degli SKF 626-2Z ($d \times D \times B = 6 \times 19 \times 6$ mm). In questo caso la larghezza B dei cuscinetti non può essere aumentata di molto a causa degli spazi ristretti a disposizione. Scegliamo pertanto dei cuscinetti aventi circa la stessa larghezza ma con valori di d e D più elevati. Per avere spazio di alloggiamento sufficiente, bisognerà però aumentare il raggio delle due ruote elicoidali e quindi anche l'interasse. Montando quattro cuscinetti SKF 6201 ($d \times D \times B = 12 \times 32 \times 10$) si ottengono i coefficienti di sicurezza indicati in Figura 9.6b.

9.2.5 Cerniera 1

La cerniera 1 è costituita da due cuscinetti SKF 7208 BE-2RZP ($d \times D \times B = 40 \times 80 \times 18$ mm) montati ad "O". Sostituendo questi due cuscinetti con dei cuscinetti SKF 7208 BE-GBY ($d \times D \times B = 40 \times 80 \times 18$ mm) si ottiene un coefficiente di sicurezza maggiore di tre per entrambi (vedi Figura 9.7b). In questo caso i componenti non devono essere modificati dato che il nuovo cuscinetto ha le stesse dimensioni di quello precedente.

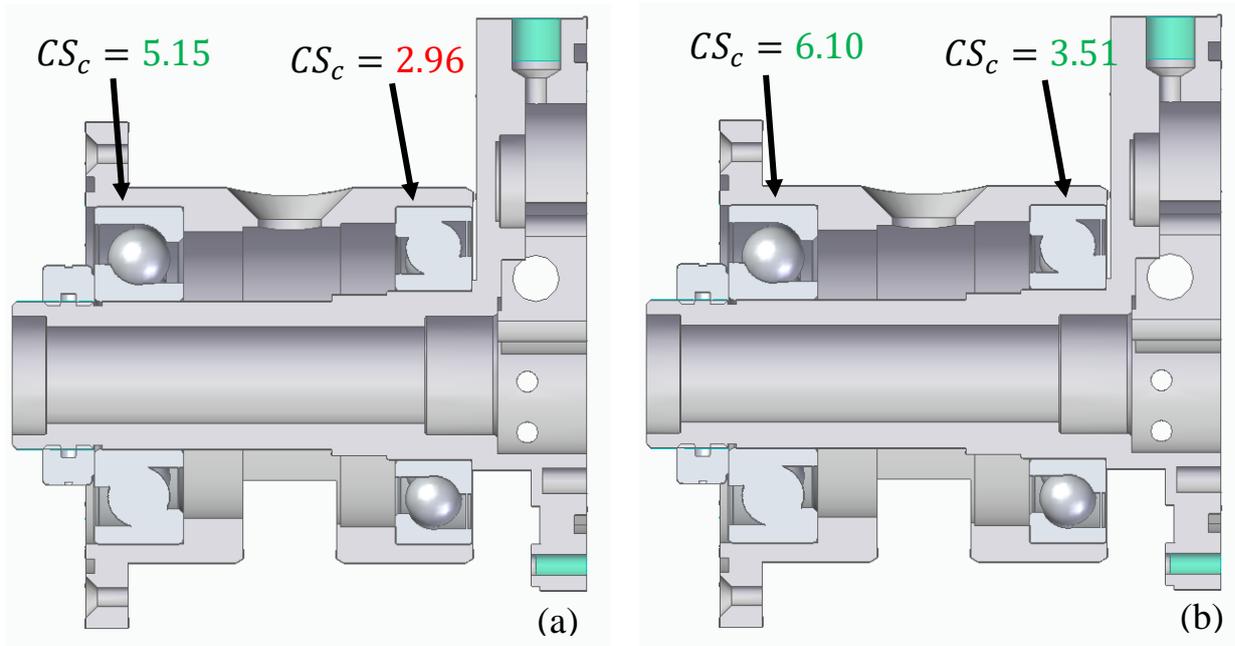


Figura 9.7 Coefficienti di sicurezza della cerniera 1 prima della sostituzione(a) e dopo(b)

9.2.6 Cerniera 2

La cerniera 2 è costituita da due cuscinetti radiali a sfere SKF 6001-2RSL ($d \times D \times B = 12 \times 28 \times 8$ mm). Come nel caso delle cerniere 9 e 10, il cuscinetto più sollecitato è quello vicino alla ruota dentata. Scegliamo di sostituirlo con due cuscinetti radiali a sfere SKF W 6001 ($d \times D \times B = 12 \times 28 \times 8$ mm) disposti in tandem. Dato che i nuovi cuscinetti del tandem hanno le stesse dimensioni di quello vecchio, è sufficiente ricavare sul primo albero una sede con lo stesso diametro originale ma più profonda e ridurre le dimensioni del distanziale. I coefficienti di sicurezza illustrati in Figura 9.8 (b) sono da intendere per ciascun cuscinetto.

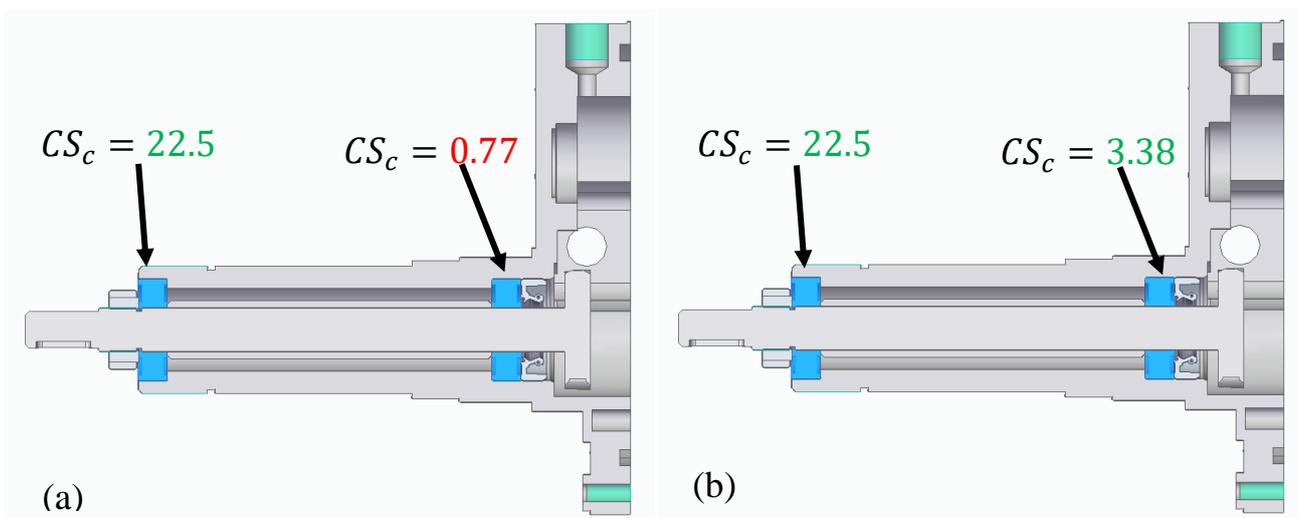


Figura 9.8 Coefficienti di sicurezza della cerniera 2 prima della sostituzione(a) e dopo (b)

9.2.7 Cerniera 22

La cerniera 22 è costituita da due cuscinetti SKF 7201 BEP ($d \times D \times B = 12 \times 32 \times 10$ mm) montati a “O”. Sostituiamo perciò ogni cuscinetto con un tandem di cuscinetti obliqui a rulli SKF 30302 ($d \times D \times B = 15 \times 42 \times 14.25$ mm). I coefficienti di sicurezza riportati in Figura 9.9 (b) sono da intendere per ciascun cuscinetto.

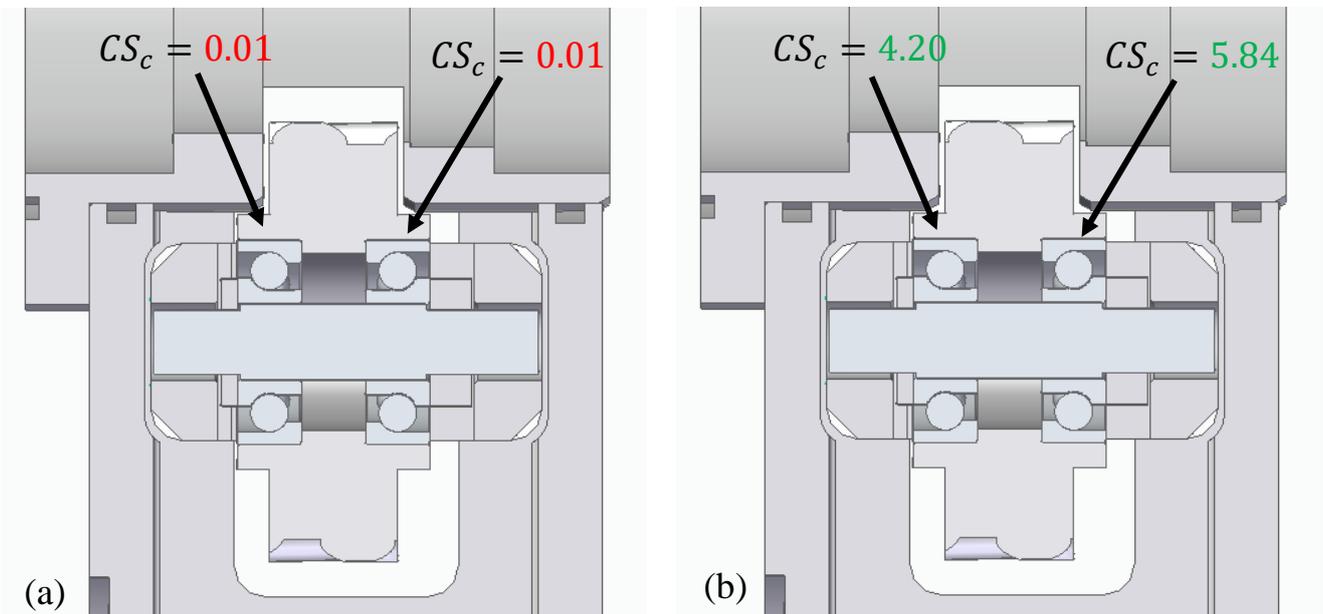


Figura 9.9 Coefficienti di sicurezza della cerniera 22 prima della sostituzione (a) e dopo (b)

9.2.8 Cerniera 23

La cerniera 23 è composta da:

- un cuscinetto radiale a sfere SKF 61806-2RS1 ($d \times D \times B = 30 \times 42 \times 7$ mm);
- un cuscinetto assiale a rullini AXK 3552 ($d \times D \times B = 35 \times 52 \times 2$ mm);
- un cuscinetto misto del tipo assiale a sfere e radiale a rullini SKF NX12 ($d \times D \times B = 12 \times 21 \times 18$ mm).

Sostituiamo il cuscinetto radiale a sfere 61806-2RS1 con uno a rulli SKF N204-ECP ($d \times D \times B = 20 \times 47 \times 14$ mm). Con questa scelta, l’anello esterno del cuscinetto si appoggia sull’anello fisso del cuscinetto assiale a rullini anche dopo la sostituzione. Sostituiamo il cuscinetto misto con il cuscinetto radiale a rulli SKF NU 2203 ECP ($d \times D \times B = 20 \times 47 \times 14$ mm) e con il cuscinetto assiale a rullini SKF AXW15 ($d \times D \times B = 15 \times 31 \times 2$ mm). I nuovi coefficienti di sicurezza sono riportati in Figura 9.10b.

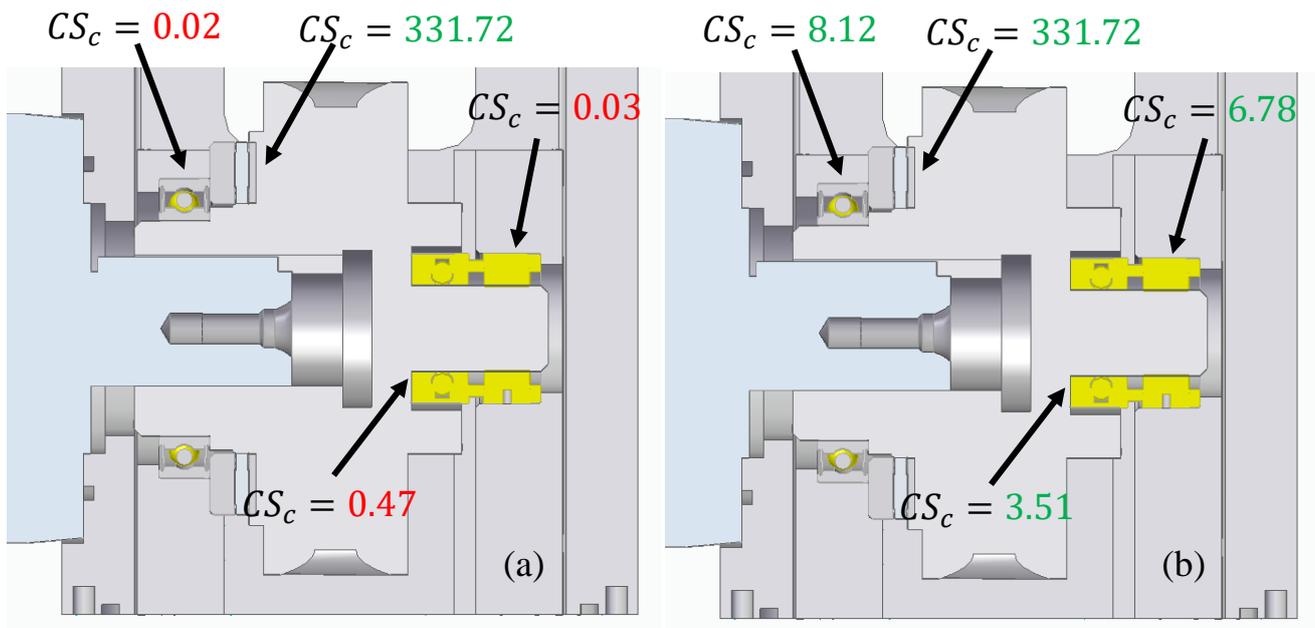


Figura 9.10 Coefficienti di sicurezza della cerniera 23 prima della sostituzione (a) e dopo (b)

9.3 Sostituzione guide lineari

Si è deciso di sostituire le miniguide lineari con gabbie di sfere Agathon disposte su assi paralleli (modello A-7631019057).



Figura 9.11 Gabbia di sfere

Il catalogo Agathon non indica le formule per il calcolo della vita nominale delle gabbie di sfere. Non si sono trovate indicazioni specifiche neanche nella restante letteratura né nei cataloghi degli altri produttori di gabbie di sfere.

In ogni caso, solitamente le gabbie di sfere vengono utilizzate per guidare gli stampi (data la loro elevata rigidità), quindi si tratta di componenti molto più resistenti di una guida lineare a doppio contatto: si ritiene pertanto che la verifica della vita utile sarà sicuramente superata.

10 Conclusioni

In questa tesi, svolta in collaborazione con l'azienda Manz Srl, è stata studiata una macchina di recente sviluppo che realizza delle batterie rettangolari avvolgendo su se stesso un nastro di elettrodi. L'interesse dell'azienda era quello di controllare il dimensionamento dei componenti attraverso un modello della dinamica del sistema.

Il progetto di tesi è cominciato studiando il funzionamento della linea wound stacking ed in particolare quello del gruppo che realizza l'avvolgimento delle celle. Una volta definiti i tempi ciclo della linea e le leggi dei transitori si sono ricavate le leggi di moto da dare ai due GdL del gruppo di avvolgimento, tramite l'analisi cinematica inversa. Per ricavare i valori delle reazioni vincolari sui componenti da verificare è stato utilizzato il software per analisi multibody MSC Adams. Prima di eseguire la simulazione dinamica è stato però necessario semplificare la geometria della testa rotante, per ridurre il numero di membri da vincolare all'interno del programma.

All'interno di Adams sono stati realizzati due modelli. Il primo risolve l'analisi dinamica inversa di corpo rigido e pertanto è stato necessario utilizzare dei vincoli tali da non generare un meccanismo iperstatico. In certi casi si è perciò dovuto rinunciare a rappresentare nella simulazione alcune componenti delle reazioni vincolari che i corpi si scambiano nella realtà. Per esempio, si sono vincolati i quadrilateri tramite catene RSSR con l'aggiunta di un vincolo che impedisca la rotazione della biella attorno al proprio asse. In parallelo a questo modello è stato realizzato un modello MATLAB, con cui confrontare i risultati del software multibody per validarli. Il secondo modello Adams risolve, invece, un'analisi dinamica diretta di corpo rigido ed è basato su ipotesi meno stringenti rispetto al primo. In esso sono state introdotte le forze di contatto calcolate in base alla funzione Impact. Le rigidità e gli smorzamenti dei contatti sono state stimati tramite delle analisi FEM o, dove era possibile, tramite formule analitiche ricavate dalla letteratura. In questo modo si è potuto simulare il corretto scambio di forze tra i denti delle ruote dentate, tra la camma e i rullini e tra le dita e le pinze, ottenendo così un comportamento fisico più realistico.

Risolvere la dinamica inversa nel primo modello è però intrinsecamente più veloce: il tempo richiesto per la simulazione si riduce di due ordini di grandezza. Inoltre, i valori delle reazioni vincolari restituiti dal secondo modello dipendono fortemente dai valori dei parametri inseriti nelle forze di contatto, che sono necessariamente delle stime approssimative dei parametri reali. Si è deciso però di verificare i componenti secondo le reazioni vincolari restituite dal secondo modello. In questo caso, infatti, i carichi risultavano maggiori e il calcolo è pertanto a favore di sicurezza.

Noti i periodi di manutenzione della linea e stabilito un coefficiente di sicurezza richiesto per i componenti, si sono poi verificati i cuscinetti e le guide lineari del meccanismo, molti dei quali erano sottodimensionati nella prima versione del progetto; tale progetto infatti è derivato da un gruppo della linea di folding con requisiti di produttività decisamente inferiori. Si sono poi proposti dei componenti con cui sostituire quelli sottodimensionati, cercando di ridurre al minimo le modifiche da apportare alla geometria del meccanismo.

Come sviluppi futuri del presente lavoro di tesi, si suggerisce quanto segue:

- occorrerebbe verificare i nuovi componenti effettuando una seconda analisi dinamica sul gruppo aggiornato, usando il secondo modello Adams;
- il modello MATLAB andrebbe aggiornato secondo le ipotesi del secondo modello Adams, per validare quest'ultimo e per avere un'alternativa di calcolo più rapida;
- infine, sarebbe utile passare dal modello multibody rigido a un modello a corpi flessibili, per valutare le frequenze di vibrazione.

11 Appendice

11.1 Appendice A

La forma generale della polinomiale di 5° grado è

$$s(t) = x_p(t) = c_5 t^5 + c_4 t^4 + c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t + c_0$$

Le espressioni della velocità e dell'accelerazione si ricavano derivando x_p rispettivamente una e due volte rispetto al tempo:

$$v(t) = \dot{x}_p(t) = 5c_5 t^4 + 4c_4 t^3 + 3c_3 t^2 + 2c_2 t + c_1$$

$$a(t) = \ddot{x}_p(t) = 20c_5 t^3 + 12c_4 t^2 + 6c_3 t + 2c_2$$

Le sei condizioni a contorno per la polinomiale di accelerazione sono

$$\begin{cases} s(t_0) = -\frac{H}{2} \\ s(t_1) = \frac{H}{2} \\ v(t_0) = 0 \\ v(t_1) = v_r \\ a(t_0) = 0 \\ a(t_1) = 0 \end{cases}$$

Sostituendo queste condizioni nelle espressioni generali di $s(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ si ottiene il seguente sistema lineare nei sei coefficienti incogniti c_i :

$$\begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ t_1^5 & t_1^4 & t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_1^4 & 4t_1^3 & 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_1^3 & 12t_1^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_5 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{H}{2} \\ \frac{H}{2} \\ \frac{H}{2} \\ 0 \\ v_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

Il sistema ammette un'unica soluzione. I valori dei coefficienti c_i sono i seguenti:

$$\begin{bmatrix} c_5 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.2066 \cdot 10^{-10} \\ -9.0497 \cdot 10^4 \\ 3.2579 \cdot 10^4 \\ 0 \\ 0 \\ -47.500 \end{bmatrix}$$

In Figura 11.1 vengono mostrati gli andamenti di $s(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ della polinomiale di 5° grado di accelerazione.

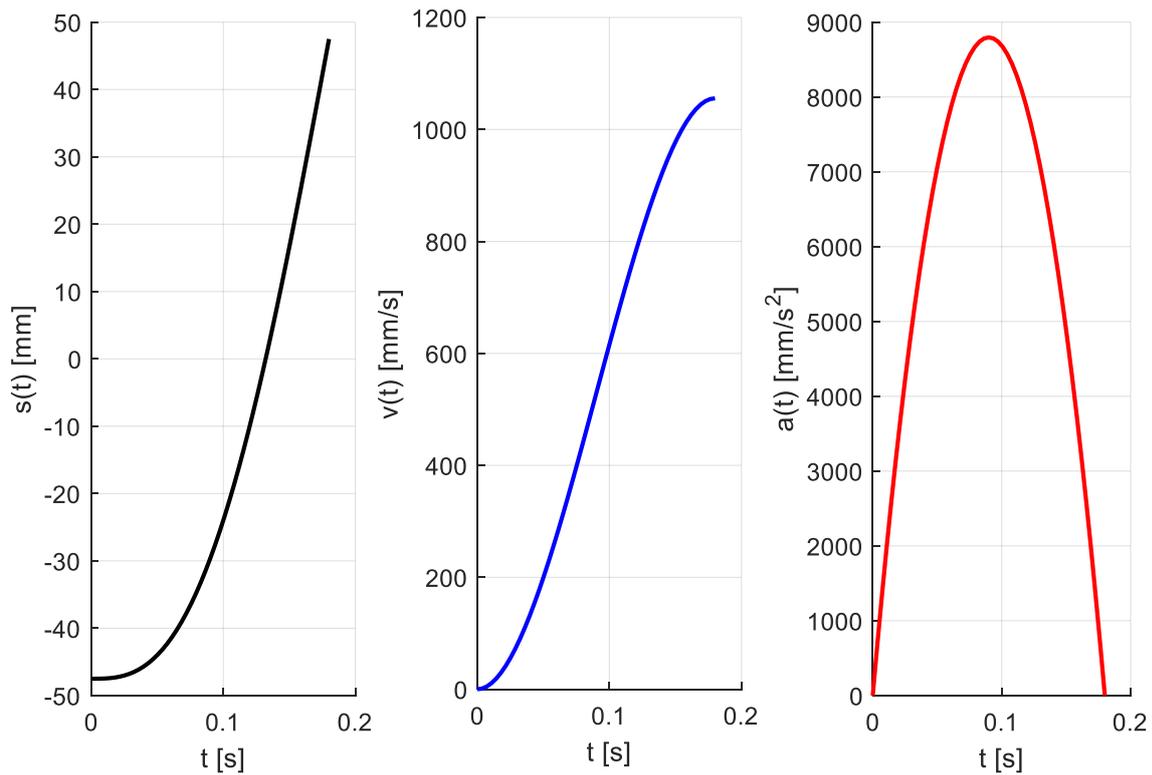


Figura 11.1 Polinomiale di accelerazione

Tramite le formule della cinematica inversa ricavate nei paragrafi precedenti è possibile risalire alle leggi di posizione, velocità ed accelerazione angolare da impartire ai motori che muovono il meccanismo; gli andamenti sono mostrati in Figura 11.2 e in Figura 11.3.

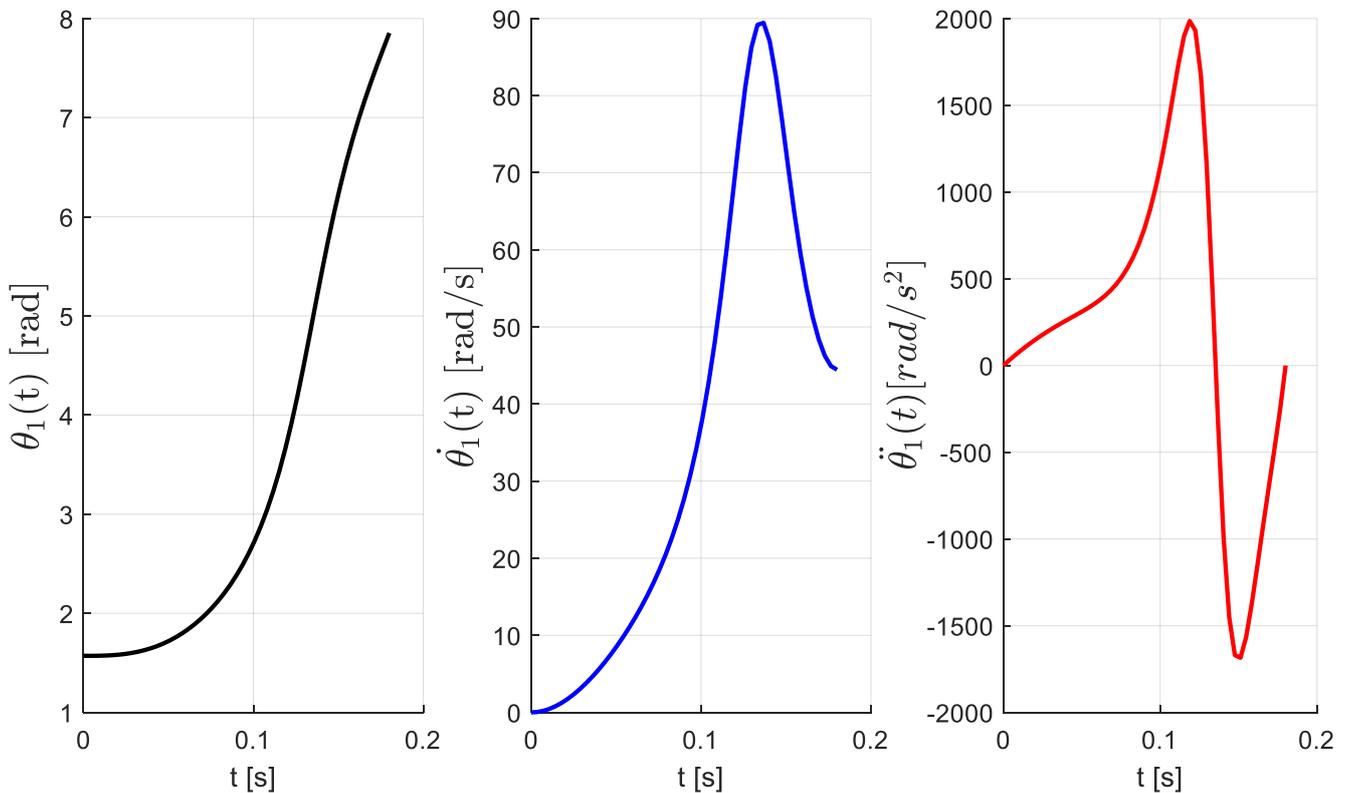


Figura 11.2 Legge di moto manovella (fase di accelerazione)

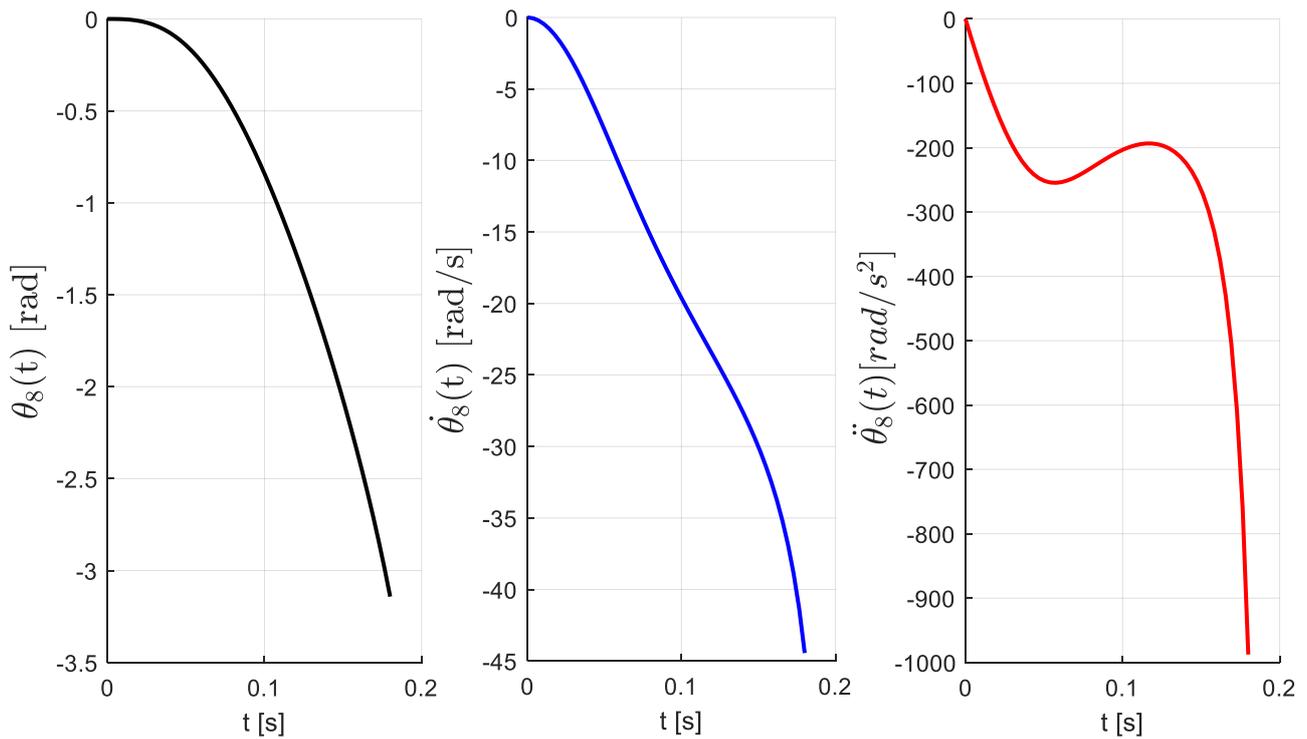


Figura 11.3 Legge di moto biella (fase di accelerazione)

Le sei condizioni a contorno per la polinomiale di decelerazione sono invece

$$\begin{cases} s(t_2) = -\frac{H}{2} \\ s(t_3) = \frac{H}{2} \\ v(t_2) = v_r \\ v(t_3) = 0 \\ a(t_2) = 0 \\ a(t_3) = 0 \end{cases}$$

e il sistema lineare a esse associato è

$$\begin{bmatrix} t_2^5 & t_2^4 & t_2^3 & t_2^2 & t_2 & 1 \\ t_3^5 & t_3^4 & t_3^3 & t_3^2 & t_3 & 1 \\ 5t_2^4 & 4t_2^3 & 3t_2^2 & 2t_2 & 1 & 0 \\ 5t_3^4 & 4t_3^3 & 3t_3^2 & 2t_3 & 1 & 0 \\ 20t_2^3 & 12t_2^2 & 6t_2 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_3^3 & 12t_3^2 & 6t_3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_5 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{H}{2} \\ \frac{H}{2} \\ v_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La soluzione del sistema è la seguente:

$$\begin{bmatrix} c_5 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.6868 \cdot 10^{-6} \\ 9.0497 \cdot 10^4 \\ -6.1900 \cdot 10^5 \\ 1.5833 \cdot 10^6 \\ -1.7944 \cdot 10^6 \\ 7.6005 \cdot 10^5 \end{bmatrix}$$

Nella Figura 11.4 sono mostrati gli andamenti di $s(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ della polinomiale di 5° grado di decelerazione.

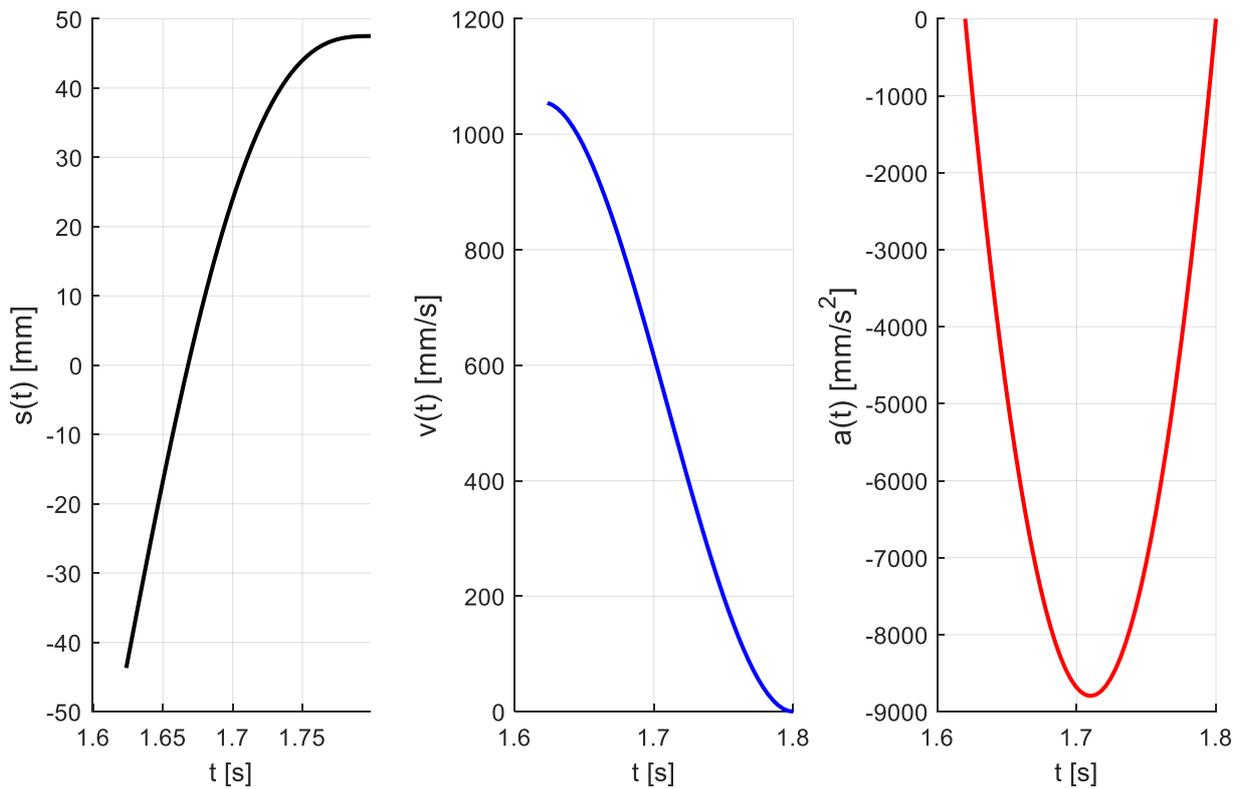


Figura 11.4 Polinomiale di decelerazione

Anche in questo caso è possibile ricavare tramite le formule della cinematica inversa gli andamenti delle posizioni, velocità e accelerazioni angolari da impartire ai motori che muovono il meccanismo, come mostrato nelle Figura 11.5 e Figura 11.6.

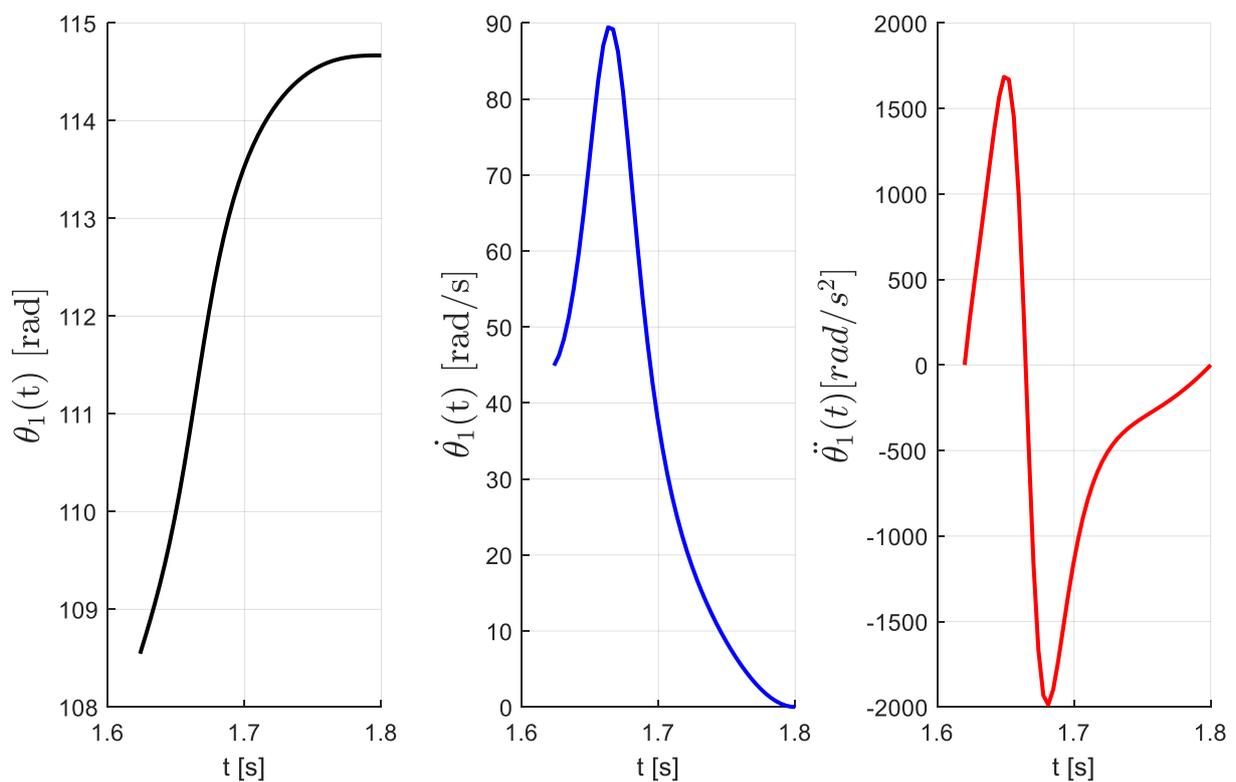


Figura 11.5 Legge di moto manovella (fase di decelerazione)

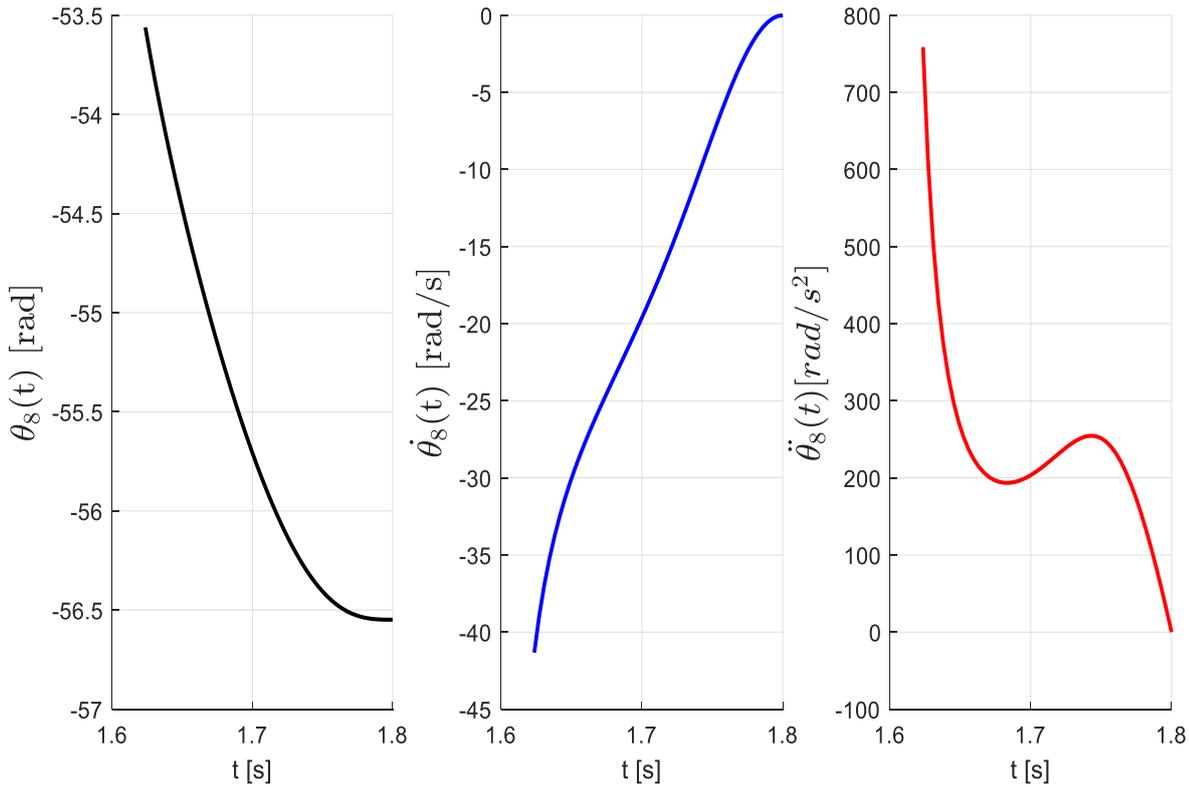


Figura 11.6 Legge di moto biella (fase di decelerazione)

Da notare che il valore di θ_1 da cui inizia il transitorio di decelerazione è pari a:

$$\theta_1(t_2) = \theta_1(t_1) + 2\pi n = \frac{\pi}{2} + 2\pi + 2\pi n = \frac{69}{2}\pi \cong 108.38 \text{ rad}$$

e il valore di θ_8 corrispondente è

$$\theta_8(t_2) = \theta_8(t_1) - \pi n = -\pi - \pi n \cong -53.41 \text{ rad}$$

A questo punto cerchiamo di ricavare le leggi $\ddot{\theta}_1(t)$, $\ddot{\theta}_8(t)$, $\dot{\theta}_1(t)$, $\dot{\theta}_8(t)$, $\theta_1(t)$, $\theta_8(t)$ che caratterizzano il meccanismo quando questo ha raggiunto la fase di regime.

Ricordiamo che a regime il punto P si muove di moto rettilineo uniforme orizzontale con velocità v_r e che 16 celle vengono avvolte sotto queste condizioni.

Mostriamo ad esempio nella Figura 11.7 l'andamento di $x_P(t)$, $\dot{x}_P(t)$ e $\ddot{x}_P(t)$ per la prima cella avvolta in condizioni di regime.

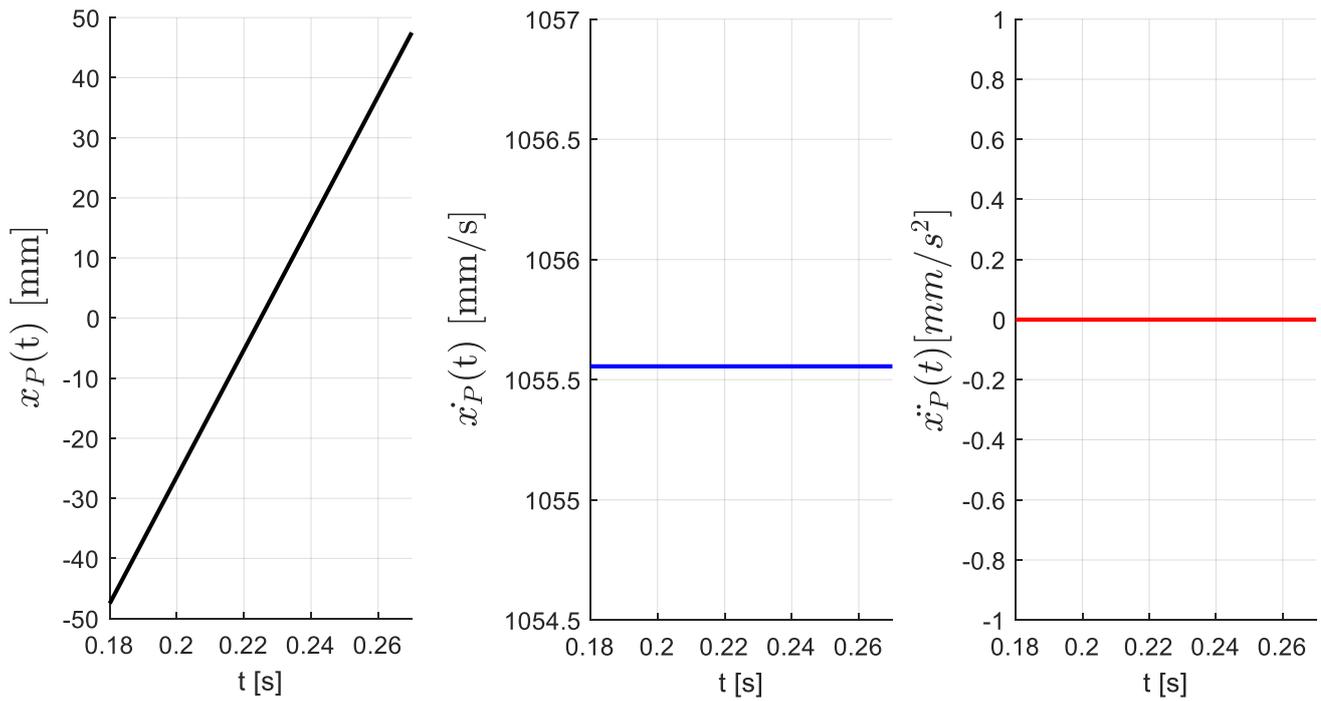


Figura 11.7 Legge di moto del punto P a regime

I corrispondenti andamenti di $\theta_1(t)$, $\dot{\theta}_1(t)$, $\ddot{\theta}_1(t)$ e di $\theta_8(t)$, $\dot{\theta}_8(t)$, $\ddot{\theta}_8(t)$ sono mostrati rispettivamente in Figura 11.8 e in Figura 11.9.

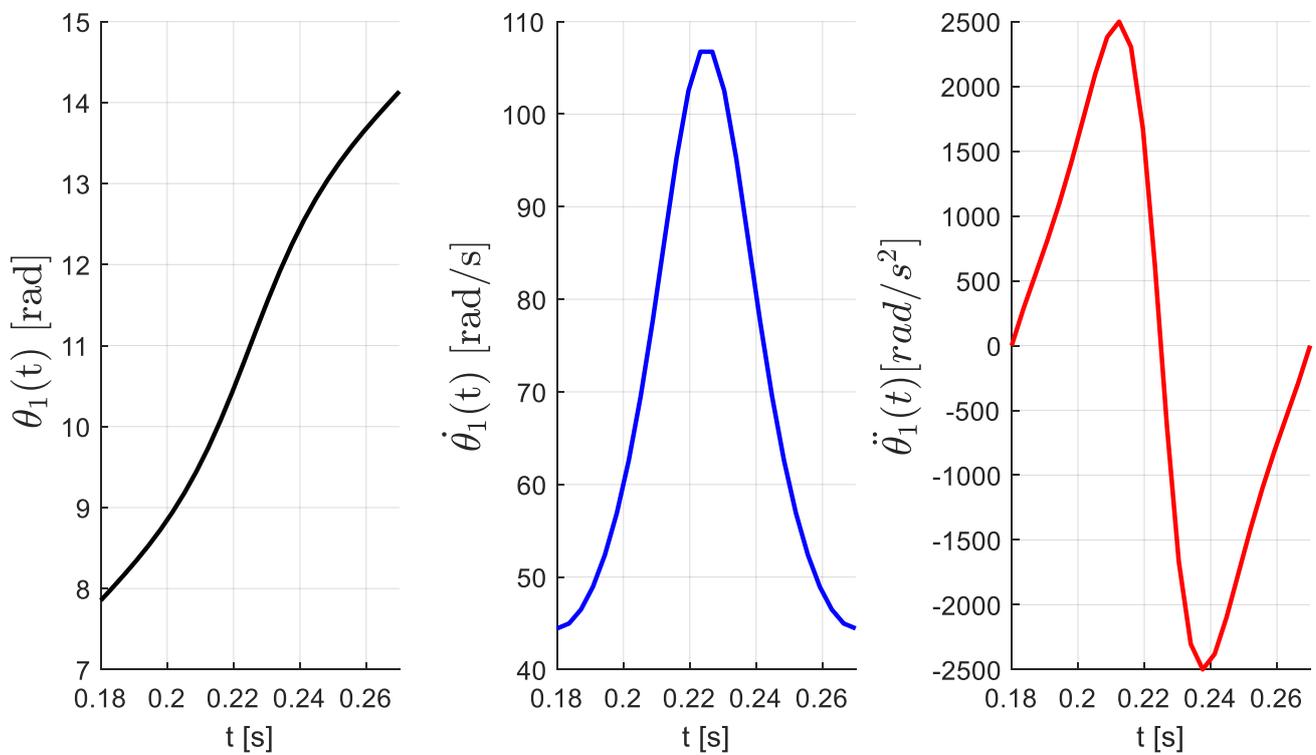


Figura 11.8 Legge di moto manovella a regime

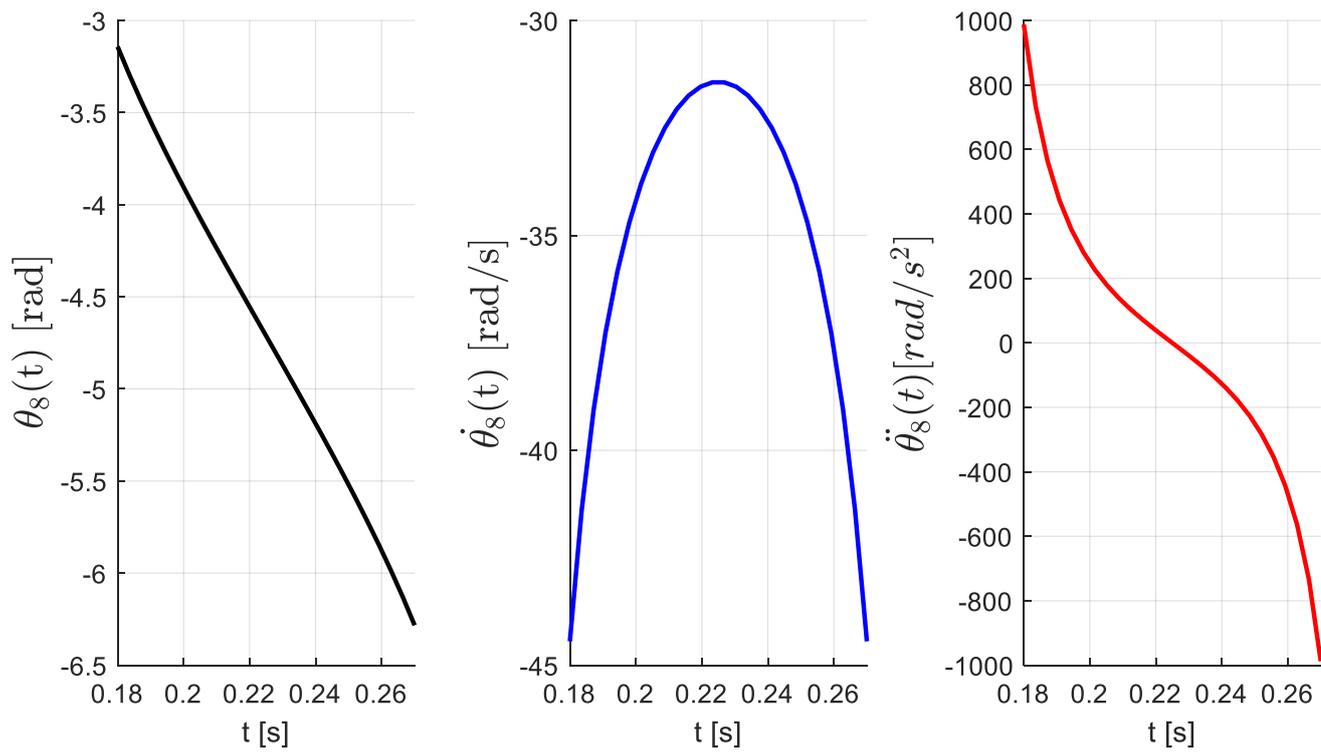


Figura 11.9 Legge di moto biella a regime

11.2 Appendice B

Descriviamo il metodo di calcolo usato dal comando “Aggregate Mass”.

Il primo passo è quello di trovare la massa e l’inerzia equivalente di N corpi nel sistema di riferimento 0 con origine O . Numeriamo ogni corpo con un indice i da 1 ad N e consideriamo il generico corpo i -esimo (vedi Figura 11.10). Poniamo nel centro di massa G_i del corpo una terna i coincidente con la terna principale d’inerzia del corpo i -esimo calcolata rispetto a G_i .

Abbiamo le seguenti informazioni riguardo il corpo i -esimo:

- la massa m_i ;
- $\{\mathbf{r}_{O,G_i}\}_0$: il vettore che congiunge O a G_i , espresso nel sistema di riferimento 0 ;
- $\{\mathbf{J}_{G_i}^i\}_i$: la matrice principale d’inerzia;
- la matrice di rotazione $\mathbf{R}_{0,i}$ tra il sistema di riferimento i e il sistema di riferimento 0 .

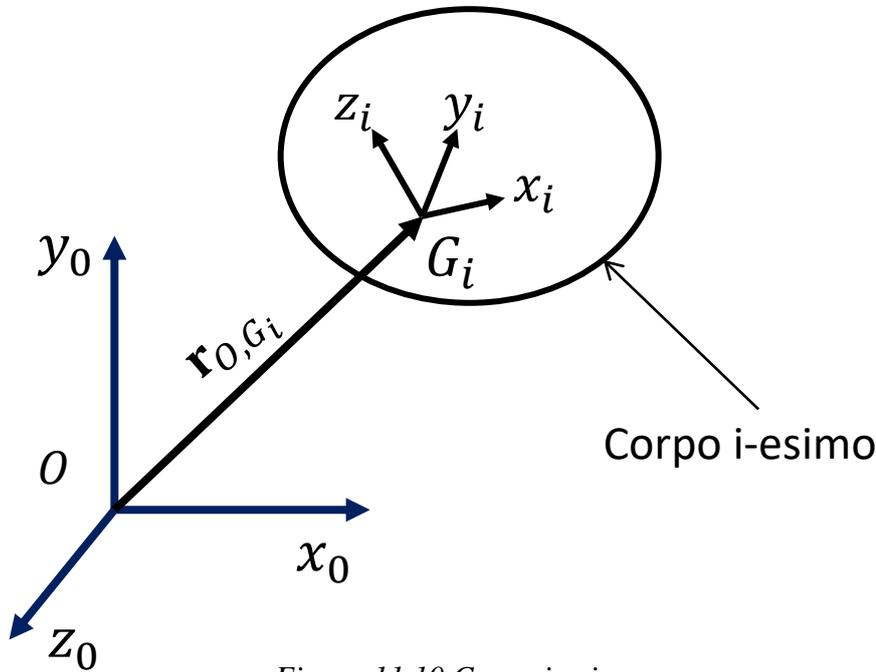


Figura 11.10 Corpo i -esimo

La massa equivalente è definita come:

$$m_{eq} = \sum_{i=1}^N m_i$$

Il vettore posizione del centro di massa equivalente espresso nel sistema di riferimento 0 è:

$$\{\mathbf{r}_{O,G_{eq}}\}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \{\mathbf{r}_{O,G_i}\}_0 m_i}{m_{eq}}$$

Vediamo ora come trovare l’espressione della matrice d’inerzia equivalente calcolata rispetto ad O nel sistema di riferimento 0 .

Prima di tutto utilizziamo il teorema di Huygens-Steiner per trovare la matrice d’inerzia del corpo i -esimo calcolata rispetto ad O , nel sistema di riferimento i :

$$\{\mathbf{J}_O^i\}_i = \{\mathbf{J}_{G_i}^i\}_i + m_i \{\tilde{\mathbf{r}}_{O,G_i}\}_i \{\tilde{\mathbf{r}}_{O,G_i}\}_i^T$$

dove

$$\{\mathbf{r}_{O,G_i}\}_i = \mathbf{R}_{0,i}^T \{\mathbf{r}_{O,G_i}\}_0$$

L'operatore \sim definisce una matrice $\tilde{\mathbf{v}}$ a partire da un vettore $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$ nella seguente maniera:

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Proiettiamo la matrice $\{\mathbf{J}_O^i\}_i$ nel sistema di riferimento 0:

$$\{\mathbf{J}_O^i\}_0 = \mathbf{R}_{0,i} \{\mathbf{J}_O^i\}_i \mathbf{R}_{0,i}^T$$

Il comando "Aggregate Mass" restituisce infine la matrice di inerzia equivalente rispetto all'origine

$$\{\mathbf{J}_O^{eq}\}_0 = \sum_{i=1}^N \{\mathbf{J}_O^i\}_0$$

Per trovare l'orientamento degli assi principali bisogna prima calcolare la matrice d'inerzia equivalente rispetto al centro di massa equivalente nel sistema di riferimento 0:

$$\{\mathbf{J}_{G_{eq}}^{eq}\}_0 = \{\mathbf{J}_O^{eq}\}_0 + m_{eq} \{\tilde{\mathbf{r}}_{O,G_{eq}}\}_0 \{\tilde{\mathbf{r}}_{O,G_{eq}}\}_0^T$$

A questo punto si trovano gli autovettori della matrice $\{\mathbf{J}_{G_{eq}}^{eq}\}_0$. Normalizziamo gli autovettori e poniamoli all'interno di una matrice \mathbf{U} 3x3. Gli autovettori $\hat{\mathbf{u}}_1$, $\hat{\mathbf{u}}_2$ e $\hat{\mathbf{u}}_3$ hanno per elementi i coseni direttori degli assi principali d'inerzia.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{2,1} & u_{3,1} \\ u_{1,2} & u_{2,2} & u_{3,2} \\ u_{1,3} & u_{2,3} & u_{3,3} \end{bmatrix} = [\hat{\mathbf{u}}_1 \ \hat{\mathbf{u}}_2 \ \hat{\mathbf{u}}_3]$$

Supponiamo che l'orientamento sia descritto tramite la convenzione 123 body-fixed ovvero con gli angoli di imbardata, beccheggio e rollio (Baruh, 2014).

\mathbf{U} è la matrice di rotazione tra il sistema principale d'inerzia e il sistema di riferimento 0. Dobbiamo ora ricavare i tre angoli di Eulero $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sapendo che deve essere

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} c_2 c_3 & -c_2 s_3 & s_2 \\ c_3 s_1 s_2 + c_1 s_3 & c_1 c_3 - s_1 s_2 s_3 & -c_2 s_1 \\ -c_1 c_3 s_2 + s_1 s_3 & c_3 s_1 + c_1 s_2 s_3 & c_1 c_2 \end{bmatrix}$$

avendo posto

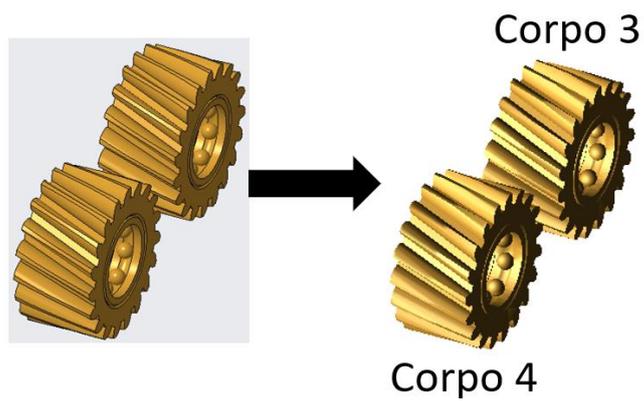
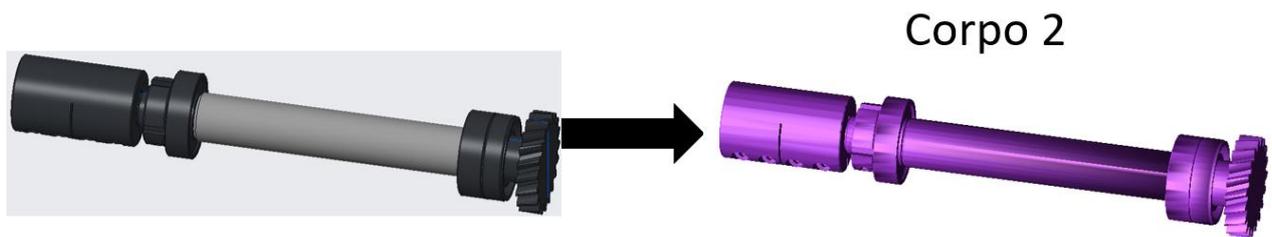
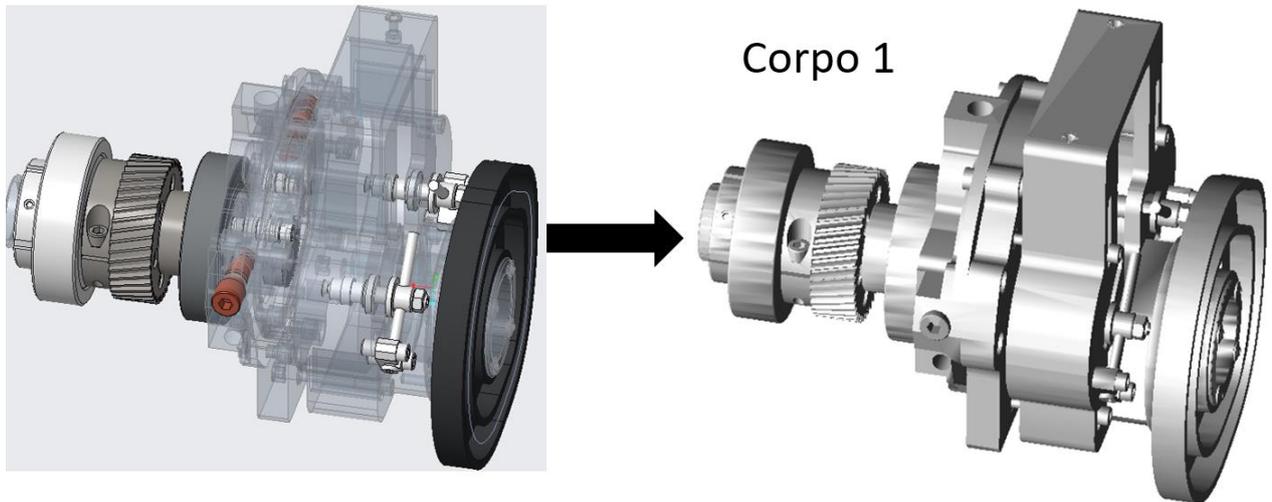
$$c_i = \cos \theta_i$$

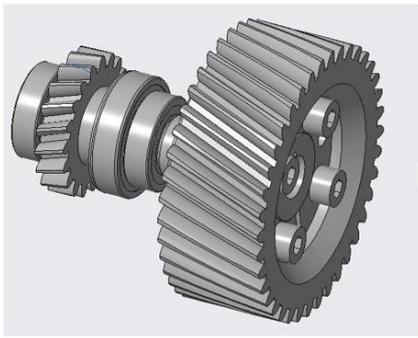
$$s_i = \sin \theta_i$$

Il problema non è lineare e fornisce due soluzioni. Con tale procedimento siamo quindi in grado di calcolare l'orientamento.

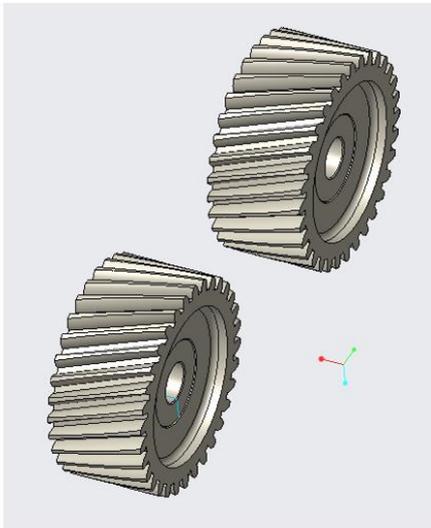
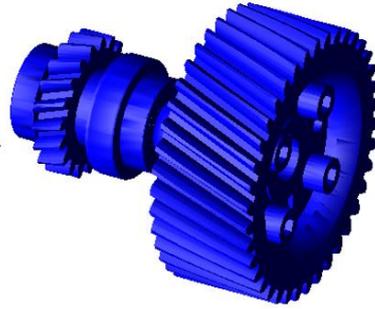
11.3 Appendice C

Di seguito vengono mostrati i 22 corpi ottenuti tramite la seconda fase di semplificazione della geometria del meccanismo. Ad ognuno viene associato un numero identificativo.





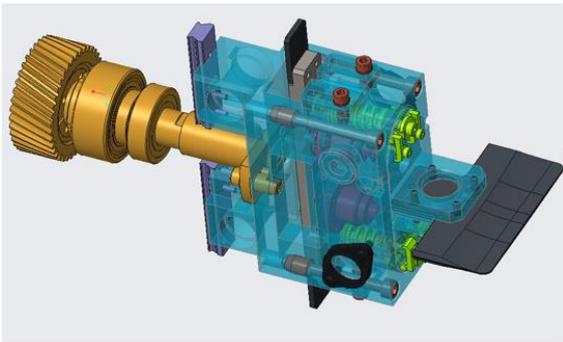
Corpo 5



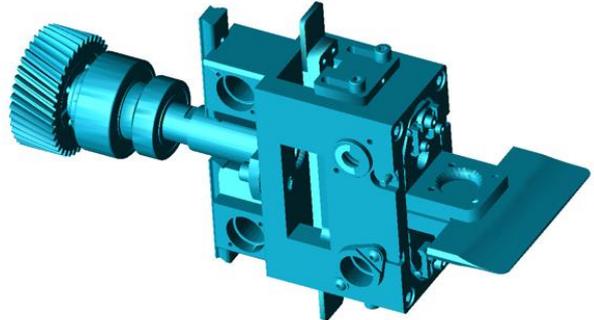
Corpo 6

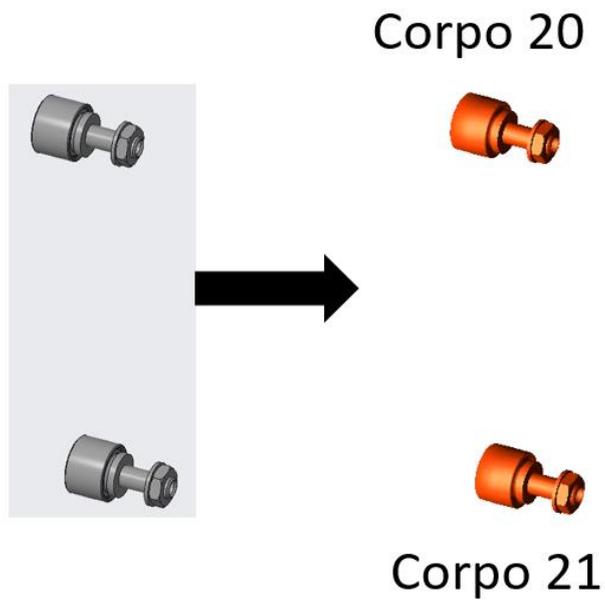
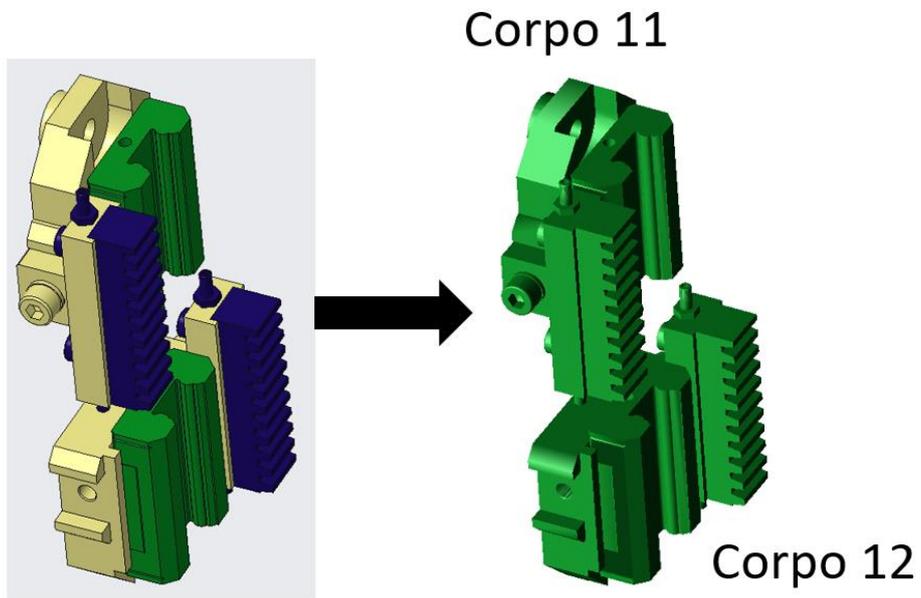
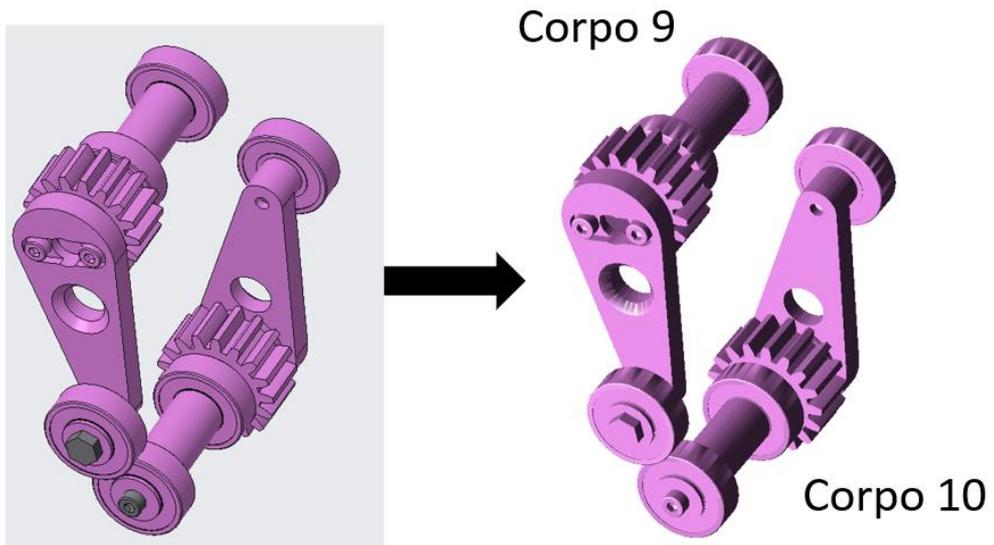


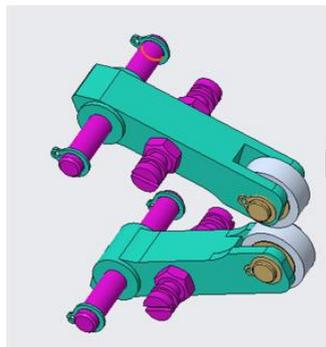
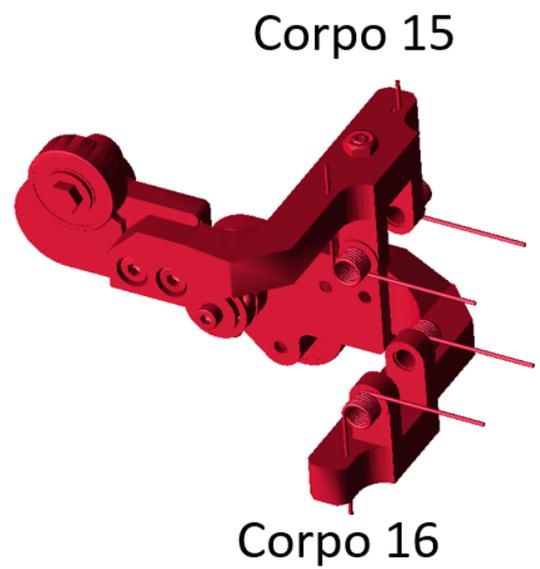
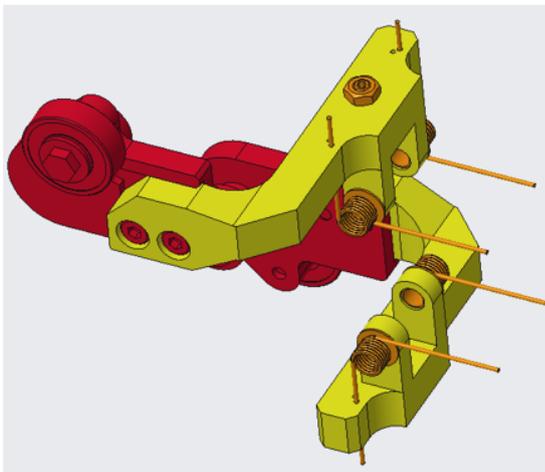
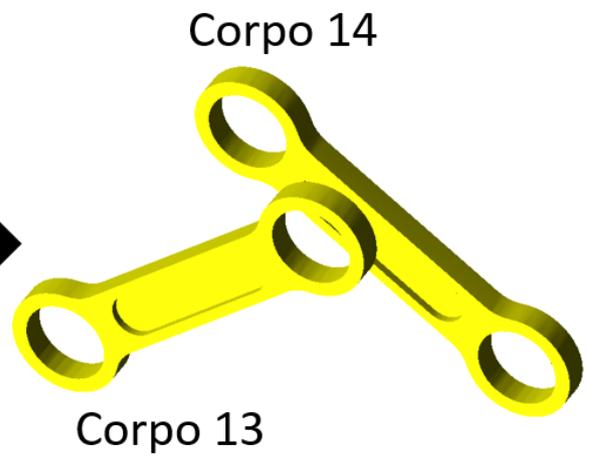
Corpo 7

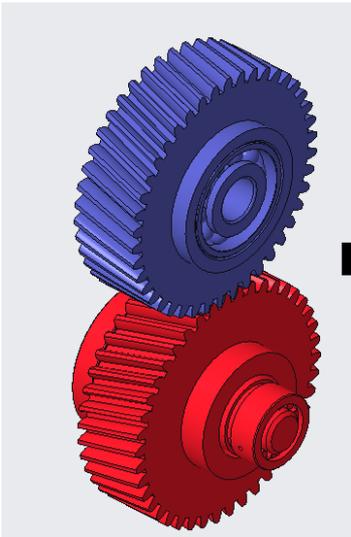


Corpo 8









Corpo 22

Corpo 23

12 Ringraziamenti

Vorrei terminare ringraziando tutte le persone senza le quali questo lavoro di tesi nemmeno esisterebbe.

Ringrazio il Professor Marco Carricato per l'aiuto fornitomi e per essere stato in grado di trasmettermi le nozioni che mi hanno permesso di portare a termine questo complesso lavoro.

Ringrazio dal profondo del cuore i miei genitori e tutta la mia famiglia che mi hanno sostenuto durante il lungo percorso di studi. In ogni momento di difficoltà sono sempre stati presenti.

Desidero ringraziare tutti i miei correlatori, in particolare l'Ing. Bellano, l'Ing. Mottola e l'Ing. Catelani, per l'infinita pazienza che hanno avuto e per tutto quello che mi hanno insegnato.

Infine, vorrei ringraziare i miei amici più stretti che, come una seconda famiglia, hanno sempre creduto in me e mi hanno ridonato entusiasmo quando ne sono stato privo.

Grazie. Grazie a tutti quanti.

13 Bibliografia

- Baruh, H. (2014). *Applied Dynamics*. CRC Press.
- Biagiotti L., M. C. (2008). *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Springer.
- Giesbers, J. (2012). *Contact Mechanics in MSC Adams*. University of Twente.
- MSC. (2015). *About Adams/Solver*.
- Niemann G., W. H. (1983). *Elementi di macchine vol.1*. STUDIO M&B.
- Popov. (2010). *Contact Mechanics and Friction*. Springer.
- SKF. (2012). *I cuscinetti volventi*. SKF.
- THK. (s.d.). Tratto da https://tech.thk.com/en/products/pdf/en_b01_056.pdf