

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Meccanismi di trasporto dell'energia in astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da:
Michele Gavarente

Relatore:
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

Anno accademico [2019-2020]

Abstract

La comprensione dei meccanismi di trasporto dell'energia è un punto cruciale per avere una visione completa del mondo astrofisico. Dall'energia siamo in grado di definire tutto ciò che ci circonda e capire i meccanismi dietro al trasporto di essa è fondamentale. In questo elaborato verranno dunque analizzati tutti i processi che permettono all'energia di essere trasportata nei vari strati della stella. Nel primo capitolo verrà dettagliatamente descritto il trasporto convettivo, definendone le equazioni principali, i criteri per poterlo attuare ma anche gli aspetti tutt'ora irrisolti. Nei successivi capitoli saranno invece analizzati il trasporto conduttivo, essenziale per la vita delle nane bianche, ed il trasporto radiativo, partendo dagli interni stellari fino ad arrivare allo strato più esterno della stella: l'atmosfera.

Indice

1	Trasporto convettivo	3
1.1	Gradiente adiabatico	3
1.2	Criterio di Schwarzschild	5
1.3	Mixing length theory	7
1.4	Flusso convettivo in funzione del gradiente	8
1.5	Equazione generale del flusso	9
2	Trasporto conduttivo	9
3	Trasporto radiativo	10
3.1	Interni stellari	10
3.1.1	Equazione del trasporto radiativo negli interni stellari	10
3.1.2	Opacità	11
3.1.3	Leggi di Kramers	13
3.2	Atmosfere stellari	14
3.2.1	Flusso di radiazione	15
4	Bibliografia	17

1 Trasporto convettivo

La convezione è un meccanismo di trasporto dell'energia dovuto allo spostamento di una massa di gas da zone più calde ad ambienti più freddi. La condizione necessaria affinché si attivi il trasporto convettivo è il superamento di un certo valore critico del gradiente termico, rendendo la convezione più efficiente del trasporto radiativo. Considerando gli interni stellari come formati da "celle" di gas, se le condizioni per attivare il trasporto convettivo non sono soddisfatte, l'attrito tra le stesse "celle" è più forte della spinta diretta verso l'alto, verso ambienti più freddi. Se invece il valore del gradiente termico è maggiore di quello critico, le "celle" di gas, che si trovano in un ambiente molto caldo, iniziano a salire verso l'alto, espandendosi adiabaticamente, cioè senza disperdere il calore lungo il tragitto, per poi dissolversi liberando l'energia trasportata. Il moto convettivo può essere considerato come un tipo di instabilità dinamica, senza però che esso vada a violare l'equilibrio idrodinamico della struttura stellare: la convezione funziona soltanto come efficiente metodo di trasporto dell'energia e come meccanismo di rimescolamento.

1.1 Gradiente adiabatico

Partendo dall'equazione dei gas perfetti:

$$P = \frac{K\rho T}{\mu H}$$

ove P, ρ e T sono rispettivamente pressione, densità e temperatura, mentre μ è il peso molecolare medio del gas e H è la massa dell'idrogeno, facendone il logaritmo si ottiene:

$$\text{Log}P = \text{Log}\rho + \text{Log}T - \text{Log}\mu + \text{const.}$$

Derivandola per dr , considerando μ costante:

$$\frac{d\text{Log}P}{dr} = \frac{d\text{Log}\rho}{dr} + \frac{d\text{Log}T}{dr} \Rightarrow \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dr}$$

Ricordando che, per condizioni adiabatiche, vale la seguente espressione tra pressione e densità:

$$P = \rho^\gamma \tag{1}$$

dove γ è definito come il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e il calore specifico a volume costante:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

si può derivare la (1) da ambo i membri e, successivamente, derivando per r :

$$\frac{dP}{dr} = \gamma \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \tag{2}$$

Si possono ora comparare la (1) e la (2), ottenendo:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{1}{\gamma} \frac{dP}{dr} + \frac{P}{T} \frac{dT}{dr} \Big|_{ad} \Rightarrow \frac{dT}{T} \frac{P}{dP} \Big|_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \tag{3}$$

ma, nella seconda equazione, il primo membro è già l'espressione del gradiente adiabatico; allora si definisce:

$$\nabla_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$

dove, per un gas monoatomico,

$$\gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow \nabla_{ad} = 0.4$$

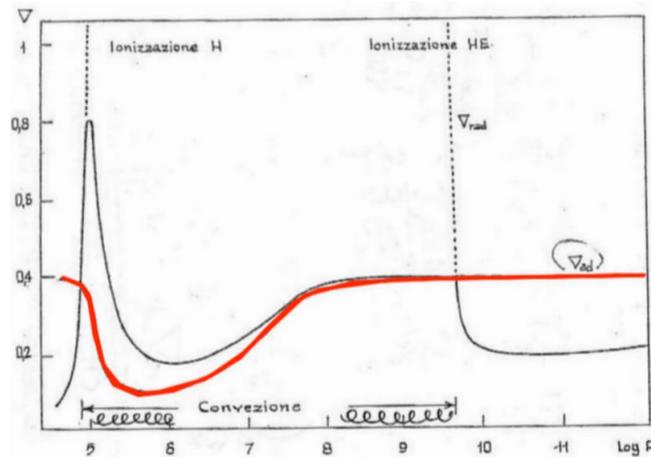


Figura 1: Andamenti dei gradienti logaritmici di temperatura negli interni stellari

Il valore del gradiente adiabatico, nonostante si stia trattando un gas monoatomico, non è sempre costante; come si nota dal grafico di Fig.1:

$$\nabla_{ad} \neq 0.4$$

nei pressi dell'ionizzazione dell'idrogeno. Questo è spiegato dal fatto che γ è definito dal rapporto di calori specifici, che sono degli indici di sensibilità: cioè parametrizzano la quantità di calore richiesta per aumentare la temperatura del gas di un Kelvin. Nelle zone a ionizzazione parziale, siccome parte dell'energia è spesa per ionizzare il gas, sarà necessario fornire più calore per aumentare la temperatura; per questo:

$$\gamma \simeq 1 \Rightarrow \nabla_{ad} = 0.1$$

1.2 Criterio di Schwarzschild

Il criterio di Schwarzschild permette di stabilire se una zona dell'interno stellare è stabile o meno rispetto alla convezione.

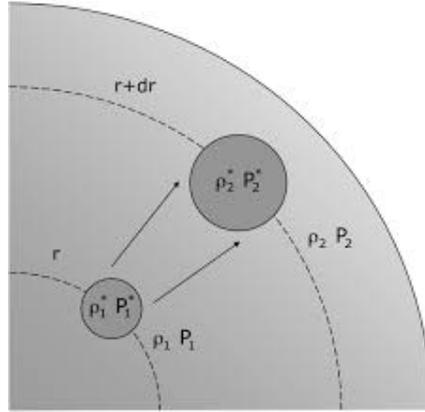


Figura 2: Espansione adiabatica di un elemento di materia

Come mostrato in Fig.2, preso un elemento di materia di densità ρ_1^* e pressione P_1^* , posto a distanza r dal centro della stella, viene fatto espandere adiabaticamente fino al punto $r + dr$, dove, la pressione interna dell'elemento P_1^* è in equilibrio con quella dell'ambiente esterno P_2 . Dopo l'espansione, l'elemento di materia avrà una densità ρ_2^* , differente da quella dell'ambiente circostante ρ_2 . Ora, dato che per espansioni adiabatiche vale (1), riscritta come:

$$P\rho^{-\gamma} = \text{const.}$$

è possibile ricavare il valore di ρ_2^* :

$$P_2^* \rho_2^{*\gamma} = P_1^* \rho_1^{*\gamma} \Rightarrow \rho_2^* = \left(\frac{P_2^*}{P_1^*}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_1^*$$

I valori delle pressioni sono però conosciuti: allora la condizione di stabilità dipende esclusivamente dalla densità. Se il valore della densità dell'elemento alla fine l'espansione adiabatica, ρ_2^* , è maggiore rispetto a quella dell'ambiente esterno, ρ_2 , vuol dire che l'elemento di materia è più pesante dell'ambiente circostante, allora tornerà al punto di partenza e non sarà stabilito il trasporto convettivo. La condizione di equilibrio rispetto al moto convettivo è dunque:

$$\rho_2^* > \rho_2$$

espressa però in maniera più generale:

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} < -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \quad (4)$$

Ora comparando la (3) con (4) si ottiene la seguente disuguaglianza:

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} < -\frac{1}{P} \frac{dP}{dr} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dr}$$

raccogliendo i termini comuni:

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} < \frac{1}{T} \frac{dT}{dr}$$

e cambiando di segno si ottiene:

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) > \frac{P}{T} \left| \frac{dT}{dP} \right| \quad (5)$$

dove è stato preso il valore assoluto di $\frac{dT}{dP}$, poichè si tratta di un gradiente negativo, cioè sia la pressione che la temperatura aumentano al diminuire di r . Dalla (5) si nota che il primo membro è il gradiente adiabatico ∇_{ad} , mentre il secondo membro è la definizione di gradiente ∇ . Si può dunque riscrivere la (5) come il criterio di Schwarzschild:

$$\nabla_{ad} > \nabla \quad (6)$$

che, se verificato, non permette il trasporto conduttivo.

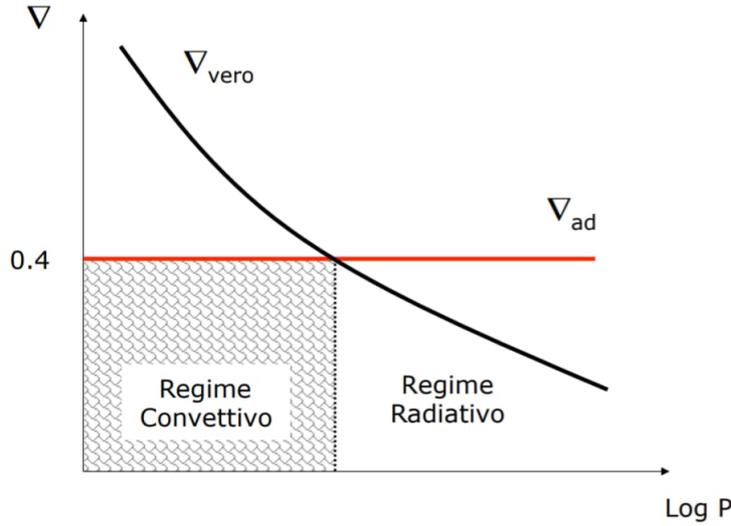


Figura 3: Andamento del gradiente vero in funzione della pressione

La Fig.3 mostra come cambia il meccanismo di trasporto di energia a seconda di dove ci si trova nell'interno stellare; sono però da fare le seguenti considerazioni:

1. Gradiente radiativo

Sapendo che, con buona approssimazione, $\nabla \sim \nabla_{rad}$, la condizione affinché sia stabilito il trasporto convettivo è che il gradiente radiativo sia maggiore del gradiente adiabatico, $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$; allora, ricordando che:

$$\nabla_{rad} \equiv \left. \frac{dT}{dr} \right|_{rad} = - \frac{3\kappa\rho}{4ac} \frac{L_r}{4\pi r^2} \frac{1}{T^3} \quad (7)$$

per far sì che si attivi la convezione sono necessari:

- Grandi valori di opacità κ ;
- Regioni in cui la ionizzazione diminuisce il valore del gradiente adiabatico, come visto in Fig.1;
- Meccanismi di produzione di energia fortemente dipendenti dalla temperatura, poichè, a maggiori T , la produzione di energia si concentra sempre di più nel centro della struttura, aumentando il flusso radiativo L_r .

2. Overshooting

In Fig.3 è mostrato che il limite tra il regime convettivo e quello radiativo è definito per $\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$, ma non è propriamente vero. Una cella di materia soggetta a convezione subisce un'accelerazione verso le regioni esterne fin quando, giunti al bordo della regione convettiva, questa accelerazione diventa nulla. Un'accelerazione nulla però, non comporta una velocità nulla: difatti la cella di materia continua a proseguire per inerzia nella zona radiativa fino a quando non subisce un'accelerazione negativa che la frena e la richiama nella zona convettiva: questo processo è definito *overshooting*. La cella di materia che sfiora nella regione radiativa causa due importanti effetti:

(a) **Modificazione della composizione chimica μ**

Questo effetto, dato dal rimescolamento, può modificare il tempo di vita della stella poichè può rifornire il nucleo, che sta bruciando idrogeno, di atomi dello stesso presenti nella zona radiativa.

(b) **Diminuzione del gradiente radiativo ∇_{rad}**

Se il valore del gradiente radiativo diminuisce allora gli elementi di materia possono spingersi sempre più a fondo nella zona radiativa, creando un feedback positivo per l'*overshooting*.

I limiti dell'estensione dell'*overshooting* sono tutt'ora un problema irrisolto nel mondo dell'astrofisica.

1.3 Mixing length theory

Ottenere una completa descrizione del moto convettivo è un compito estremamente difficile: ciò richiederebbe risolvere l'equazioni dell'idrodinamica che determinano il moto turbolento degli elementi convettivi, cosa non realizzabile al giorno d'oggi. È però possibile utilizzare un'approssimazione: la *Mixing length theory* (MLT) o teoria della lunghezza di rimescolamento. Nella MLT il complicato moto turbolento delle celle convettive è parametrizzato da l , detta lunghezza di rimescolamento, dove, se un cella compie tale distanza, si dissolve nell'ambiente circostante perdendo identità. l è considerato un parametro libero del modello, definito come:

$$l = \alpha \cdot H_p$$

dove :

- α è un parametro dettato dalle osservazioni, che ha un valore compreso tra 0.5 e 2

- H_p è l'altezza scala di pressione, definita come la distanza entro cui la pressione diminuisce di un fattore e .

1.4 Flusso convettivo in funzione del gradiente

Il flusso di energia trasportato dalle celle convettive è pari a:

$$F_{conv} = \frac{1}{2} c_p \Delta T \rho v \quad (8)$$

dove $c_p \Delta T$ è l'energia termica per grammo trasportata dalla cella convettiva, mentre $\frac{1}{2} \rho v$ è il flusso di massa che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo, dove $\frac{1}{2}$ tiene conto del fatto che, in media, v'è lo stesso numero di celle convettive che vanno verso l'alto e verso il basso. La (8) si può riscrivere in funzione dell'eccesso di gradiente reale rispetto a quello adiabatico, moltiplicato per lo spostamento effettuato dalla cella convettiva, cioè la lunghezza di rimescolamento l :

$$F_{conv} = \frac{1}{2} c_p \rho v \left(\left. \frac{dT}{dr} \right|_{ad} - \frac{dT}{dr} \right) \cdot l$$

Riscrivendola in funzione della pressione:

$$F_{conv} = \frac{1}{2} c_p \rho v l \left(\left. \frac{dT}{dP} \right|_{ad} - \frac{dT}{dP} \right) \frac{dP}{dr} \frac{P}{T} \frac{T}{P} \quad (9)$$

Ricordando però che:

$$\frac{d \text{Log} T}{d \text{Log} P} = \frac{P}{T} \frac{dT}{dP}$$

La (9) diventa:

$$F_{conv} = \frac{1}{2} c_p \rho v l (\nabla_{ad} - \nabla) \frac{dP}{dr} \frac{T}{P} \quad (10)$$

Sapendo che $\frac{1}{H_p} = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dr}$ allora la (10) è pari a:

$$F_{conv} = \frac{1}{2} c_p \rho v \alpha (\nabla - \nabla_{ad}) T \quad (11)$$

con $\alpha = \frac{l}{H_p}$.

1.5 Equazione generale del flusso

Riscrivendo la (7) in funzione del flusso radiativo, introducendo l'altezza scala di pressione, si ottiene:

$$F_{rad} = \frac{4ac}{3\kappa\rho} \frac{T^4}{H_p} \nabla$$

L'equazione appena ricavata si può unire alla (11) per ottenere l'equazione del flusso generale:

$$F_{rad} + F_{conv} = \frac{L}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{4ac}{3\kappa\rho} \frac{T^4}{H_p} \nabla + \frac{1}{2} c_p \rho v \alpha (\nabla - \nabla_{ad}) T = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Dalla quale si può ricavare l'espressione del gradiente vero:

$$\nabla = \frac{\frac{L}{4\pi r^2} + \frac{1}{2} c_p \rho v \alpha \nabla_{ad} T}{\frac{4ac}{3\kappa\rho} \frac{T^4}{H_p} + \frac{1}{2} c_p \rho v \alpha T} \quad (12)$$

2 Trasporto conduttivo

Il trasporto conduttivo, meccanismo di trasferimento di energia, nonostante avvenga per merito degli elettroni, estremamente energetici, non è il metodo di trasporto di energia più efficace negli interni stellari. Questo è spiegato dal loro libero cammino medio: il λ_{mfp} degli elettroni è molto più piccolo rispetto a quello dei fotoni, rendendo trascurabile il trasporto conduttivo negli interni stellari. L'eccezione è però fatta nel caso degenerare, come, per esempio, nelle nane bianche, dove, a causa della degenerazione, ogni livello energetico al di sotto dell'energia di Fermi è occupato. Questo implica che gli elettroni liberi non sono in grado di trasferire energia agli elettroni con energia minore a quella di Fermi: allora il libero cammino medio degli elettroni aumenta drasticamente rendendo il trasporto conduttivo non più trascurabile. Il flusso di energia per trasporto conduttivo può essere espresso tramite la legge di Fick:

$$F_{cond} = -D_e \frac{dT}{dr}$$

dove D_e rappresenta una costante che può essere espressa in funzione dell'opacità conduttiva:

$$D_e = \frac{4acT^3}{3\kappa_{cond}\rho}$$

Si può dunque esprimere il flusso di energia per trasporto conduttivo come:

$$F_{cond} = -\frac{4ac}{3\kappa_{cond}\rho} T^3 \frac{dT}{dr}$$

3 Trasporto radiativo

3.1 Interni stellari

Per vedere quanto sia efficiente il trasporto radiativo negli interni stellari si procede nell'analizzare il libero cammino medio dei fotoni.

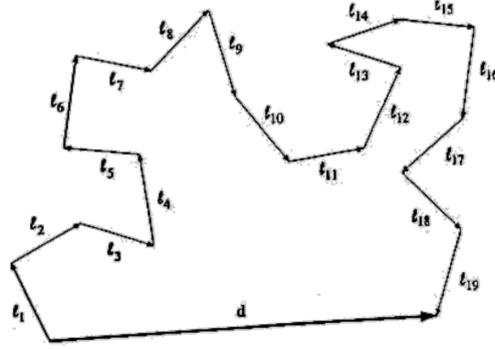


Figura 4: Moto casuale di un fotone

Come si evince dalla Fig.4, il moto del fotone è randomico e, per percorrere una lunghezza d , deve effettuare N interazioni ognuna di lunghezza l , pari al libero cammino medio del fotone. Moltiplicando d per se stesso, considerando che è un prodotto vettoriale, si ottiene:

$$\vec{d} \times \vec{d} = Nl^2 + l^2[\cos\theta_{12} + \cos\theta_{13} + \dots + \cos\theta_{1N} + \dots + \cos\theta_{21} + \cos\theta_{23} + \dots \\ + \cos\theta_{2N} + \dots + \cos\theta_{N1} + \cos\theta_{N2} + \dots + \cos\theta_{N(N-1)}]$$

dove, per un elevato numero di scambi, la somma dei coseni è pari a zero; allora:

$$d = l\sqrt{N}$$

Il trasporto radiativo può comunque risultare poco efficiente negli interni stellari: sono necessari 10'000 scambi per percorrere soltanto $100l$; infatti i fotoni prodotti nel nucleo del sole, per raggiungere la superficie dello stesso, impiegano circa 10^6 anni.

3.1.1 Equazione del trasporto radiativo negli interni stellari

Comparando la relazione tra la pressione di radiazione P_{rad} e la densità di energia u e la legge di Stefan-Boltzmann:

$$P_{rad} = \frac{u}{3}$$

$$u = aT^4$$

con $a = 7.6 \cdot 10^{-15} \text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$, si ottiene:

$$P_{rad} = \frac{aT^4}{3}$$

derivando per r:

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = \frac{4}{3}aT^3 \cdot \frac{dT}{dr}$$

Ricordando che il gradiente della pressione di radiazione dP_{rad} è pari a:

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\kappa\rho}{c} \cdot F_{rad}$$

dove κ rappresenta l'opacità mentre F_{rad} è il flusso di radiazione; ricordando che $F_{rad} = \frac{L_r}{4\pi r^2}$, uguagliando i gradienti di pressione di radiazione e semplificando si ottiene l'equazione del trasporto radiativo:

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{rad} = -\frac{3}{4ac} \cdot \frac{\kappa\rho}{T^3} \cdot \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

Perciò non solo un gradiente termico genera un flusso, ma anche un flusso crea un gradiente di temperatura allora l'emergere di un flusso luminoso dalle strutture stellari indica dunque che la temperatura cresce dalla superficie verso l'interno.

3.1.2 Opacità

L'opacità della materia stellare è una misura della resistenza offerta dalla materia al passaggio di radiazione di una data frequenza, per la quale si definisce un coefficiente monocromatico di assorbimento, per unità di massa e superficie, κ_ν , che tramite la relazione:

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu dx$$

parametrizza la diminuzione di flusso attraverso un percorso dx . L'opacità può essere causata da numerosi processi atomici che si possono schematizzare nel seguente modo:

Assorbimento	Diffusione
Il fotone viene assorbito e cessa di esistere, fornendo la sua energia alla materia circostante	Il fotone viene deviato, comportando una diminuzione del flusso lungo la direzione osservata

In maggior dettaglio i processi si differenziano in:

- **Assorbimento bound-bound**

Questo tipo di transizione avviene quando un elettrone, che si trova in un certo livello energetico E_1 della struttura atomica, passa allo stato eccitato E_2 , assorbendo un fotone. L'elettrone, dopo l'assorbimento del fotone, rimane nella struttura atomica: data la quantizzazione dei livelli energetici dell'atomo, il fotone che permette questa transizione deve avere un'energia ben precisa, pari a:

$$h\nu_{BB} = E_2 - E_1$$

Negli interni stellari questo processo è quasi trascurabile siccome le temperature sono così elevate da ionizzare la maggior parte degli elementi presenti,

lasciando solo elettroni liberi. Nelle atmosfere stellari è invece di vitale importanza dato che è questo tipo di transizione è la causa della formazione delle righe spettrali.

- **Assorbimento bound-free**

Questo tipo di transizione è detta anche fotoionizzazione, siccome l'elettrone, posto nella struttura atomica ad un livello energetico E_1 assorbe un fotone con un'energia maggiore a quella di ionizzazione:

$$h\nu_{BF} = E_3 - E_1 > \chi_{ion}$$

Quando invece un elettrone libero perde energia, può avvenire il processo di ricombinazione, cioè la cattura di un elettrone da parte di un atomo: questa è la transizione free-bound.

- **Assorbimento free-free**

Questo tipo di assorbimento avviene quando un elettrone libero, dotato di una certa energia E_1 , assorbe un fotone prodotto da un altro elettrone libero, di energia E_2 . L'energia del fotone assorbito è pari a:

$$h\nu_{FF} = E_2 - E_1$$

che, a differenza dei processi bound-bound e free-free, non ha nessuna restrizione sull'energia trasferibile dal fotone.

- **Scattering**

Ci sono due differenti processi di diffusione da considerare che variano a seconda dell'energia del fotone incidente:

1. **Scattering Thomson**

Questo tipo di scattering avviene quando l'energia del fotone è molto minore della massa a riposo dell'elettrone:

$$h\nu \ll m_e c^2$$

Il fotone, a basse energie, può essere interpretato come un'onda elettromagnetica, di cui se ne considera solo il campo elettrico, che interagisce con l'elettrone, che oscillerà nella direzione del campo elettrico, agendo da dipolo elettrico. L'elettrone dunque irradierà un fotone con più alta probabilità nella direzione perpendicolare al suo moto e con probabilità nulla se parallelo al suo moto, polarizzando la radiazione incidente. A basse energie la sezione d'urto da considerare è la sezione d'urto Thomson:

$$\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^{-2}$$

2. Scattering Compton

Questo tipo di scattering avviene per alte energie, cioè quando l'energia del fotone è paragonabile alla massa a riposo dell'elettrone:

$$h\nu \simeq m_e c^2$$

L'effetto Compton è interpretato come l'urto anelastico tra un fotone, che viene dunque descritto come un corpuscolo, e un elettrone, comportando una deviazione del fotone dal suo moto iniziale. A queste energie più elevate, gli effetti quantistici non sono più trascurabili perciò la sezione d'urto Thomson è sostituita dalla sezione d'urto di Klein-Nishina.

Lo scattering è più efficace con una più alta densità di elettroni, cosa possibile negli interni stellari, siccome tutto il gas all'interno è ionizzato: per questo motivo i fotoni impiegano così tanto tempo ad arrivare alla superficie stellare.

3.1.3 Leggi di Kramers

Per calcolare l'opacità stellare totale è necessario determinare i coefficienti di assorbimento per ogni singolo processo:

1. Bound-free

$$\kappa_{BF} \propto 10^{25} Z(1 + X) \frac{\rho}{T^{3.5}} \quad (13)$$

La (13) dipende da Z poichè soltanto gli elementi più pesanti sono in grado di contribuire all'assorbimento bound-free, poichè sono gli unici elementi a non aver perso tutti i loro elettroni legati.

2. Free-free

$$\kappa_{FF} \propto 10^{22} (X + Y)(1 + X) \frac{\rho}{T^{3.5}} \quad (14)$$

La (14) ha un coefficiente numerico minore della 13, perciò la transizione free-free domina su quella bound-bound soltanto per valori di Z bassi, cioè in popolazioni stellari vecchie, quasi prive di elementi pesanti.

3. Scattering

$$\kappa_E \propto 0.2(1 + X) \quad (15)$$

La (15) non dipende dalla frequenza ν , perciò, ad alte temperature e basse densità, domina sugli altri processi.

Tutte e tre le equazioni dipendono da $(1 + X)$ poichè più è elevata la densità elettronica, più sono efficaci queste interazioni e v'è dunque maggiore opacità.

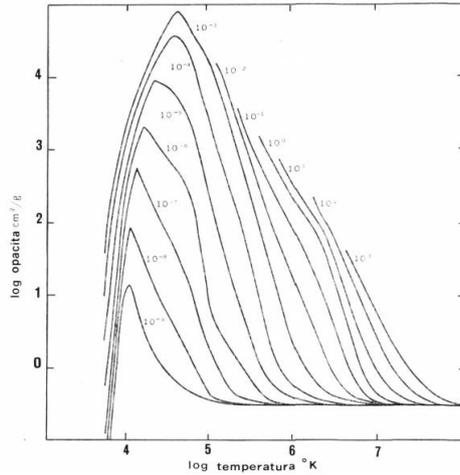


Figura 5: Andamento dell'opacità in funzione di densità e temperatura

Dalla Fig.5 si può dedurre che:

- L'opacità aumenta all'aumentare della densità fino a raggiungere un picco per $\log T \simeq 4$, dovuto alla ionizzazione dell'idrogeno ed alla prima ionizzazione dell'elio.
- Superato il picco, la curva decresce seguendo l'andamento dei coefficienti bound-free e free-free:

$$\kappa_{\nu} \propto \rho T^{-3.5}$$

- La ben visibile gobba a $\log T \simeq 4.6$ è dovuta alla seconda ionizzazione dell'elio.
- Ad alte temperature, domina il coefficiente di diffusione κ_E .

3.2 Atmosfere stellari

Prima di poter parlare del trasporto radiativo nell'atmosfera stellari è necessario introdurre il concetto di *Local thermal equilibrium* (LTE).

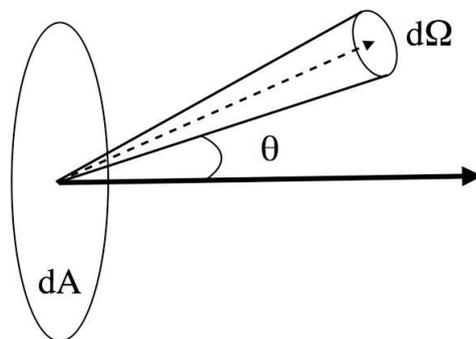


Figura 6: Intensità specifica

Come mostrato in Fig.6, l'intensità specifica è definita come la quantità di radiazione avente lunghezza d'onda compresa tra λ e $\lambda + d\lambda$ passante, nell'unità di tempo dt , per una superficie di area dA e angolo solido $d\Omega$:

$$I_\lambda = \frac{E_\lambda d\lambda}{d\lambda dt dA \cos\theta d\Omega}$$

La condizione di equilibrio termico richiede che:

1. L'intensità specifica sia isotropa, cioè indipendente dalla direzione;
2. L'intensità specifica non dipenda dalla composizione chimica,
3. La temperatura sia uniforme.

Questo però non avviene in una stella poichè v'è un flusso di radiazione uscente dalla superficie e la temperatura della stella non è uniforme: si introduce allora il concetto di LTE. Si può dunque immaginare che l'atmosfera stellare sia suddivisa a strati dove, in ognuno di essi, la temperatura è mantenuta costante. Questa condizione rimane valida soltanto se le dimensioni dello strato preso in considerazione è più grande del libero cammino medio dei fotoni e delle particelle.

3.2.1 Flusso di radiazione

Per la trattazione del flusso di radiazione, si considera un flusso di fotoni che attraversano l'atmosfera stellare: questa è però un'approssimazione dovuta al fatto che il libero cammino medio dei fotoni è molto più piccolo delle dimensioni dell'atmosfera stellare; è dunque errato immaginare un flusso di fotoni proseguire in maniera ordinata verso le parti più esterne della struttura stellare. Questa approssimazione è però ben giustificata siccome il gradiente di pressione formatosi tra gli strati della struttura stellare crea una "vento" che spinge i fotoni verso l'esterno. Dato il flusso di radiazione proveniente dall'interno della struttura stellare, vi sono due differenti processi che possono contribuire ad aumentare o diminuire l'intensità di radiazione:

1. Emissione

L'emissione tende a incrementare l'intensità di radiazione ad una certa λ , immettendo fotoni irradiati dallo strato di gas considerato, secondo la relazione:

$$dI_\lambda = j_\lambda \rho ds$$

dove j_λ rappresenta il coefficiente di emissione e ds è la distanza percorsa dal fotone lungo la direzione del fascio di radiazione.

2. Assorbimento

L'assorbimento invece tende a ridurre l'intensità di radiazione rimuovendo fotoni dal flusso di radiazione: questo avviene per merito dell'opacità κ . Il contributo dell'assorbimento è pari a:

$$dI_\lambda = -I_\lambda \kappa_\lambda \rho ds \tag{16}$$

L'equazione del trasporto radiativo sarà dunque la combinazione sia dei processi di emissione che di assorbimento:

$$dI_\lambda = j_\lambda \rho ds - I_\lambda \kappa_\lambda \rho ds \Rightarrow -\frac{1}{\kappa_\lambda \rho} \frac{dI_\lambda}{ds} = I_\lambda - \frac{j_\lambda}{\kappa_\lambda}$$

dove è possibile definire la funzione sorgente S_λ , cioè il rapporto tra il coefficiente di emissione e quello di assorbimento, che descrive come i fotoni provenienti dal fascio di radiazione iniziale possono essere sostituiti da uno prodotto dal gas dello strato considerato: l'equazione del trasporto radiativo nelle atmosfere stellari sarà:

$$I_\lambda - S_\lambda = -\frac{1}{\kappa_\lambda \rho} \frac{dI_\lambda}{ds} \quad (17)$$

Definendo la profondità ottica:

$$d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho ds$$

come quanto può essere trasparente il mezzo che il flusso di fotoni sta attraversando, si può riscrivere la (16) come:

$$\frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = d\tau_\lambda$$

Integrando dall'intensità del flusso di radiazione uscente dall'ultimo strato dell'atmosfera stellare, I_{λ_f} , a cui corrisponde una profondità ottica $\tau_\lambda = 0$, per definizione; all'intensità del flusso di radiazione iniziale I_{λ_0} , a cui corrisponde la profondità ottica iniziale τ_λ di un raggio di luce che ha percorso una distanza s fino alla superficie, si ottiene:

$$I_{\lambda_f} = I_{\lambda_0} e^{-\tau_\lambda} \quad (18)$$

- Si dice che il gas è otticamente spesso quando: $\tau_\lambda \gg 1 \Rightarrow I_{\lambda_f} \simeq 0$
- Si dice che il gas è otticamente sottile quando: $\tau_\lambda \ll 1 \Rightarrow I_{\lambda_f} \simeq I_{\lambda_0}$

4 Bibliografia

- Castellani V., *Astrofisica stellare*, Prima Edizione, Zanichelli, 1985.
- Rutten R. J., *Introduction to astrophysical radiative transfer*, Sterrekundig Instituut Utrecht, 1988.
- Carroll B. C., Ostlie D. A., *An Introduction to Modern Astrophysics*, Second Edition, Pearson Addison-Wesley, 2007.
- Ferraro F. R., *Dispense del corso di Astrofisica Stellare*, Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2019.
- Dallacasa D., *Dispense del corso di Processi e radiazione MHD*, Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2019.
- Andr assy R., *Convective overshooting in star*;
<https://www.imprs-astro.mpg.de/sites/default/files/andrassy.pdf>.
- *Energy transport in stellar interiors*
https://www.astro.ru.nl/onnop/education/stev_utrecht_notes/chapter5-6.pdf