

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

L'atomo di idrogeno: righe, serie e sua importanza in astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da:
Alessio Liberatori

Relatore:
**Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa**

Anno accademico 2019-2020

Sommario

L'atomo di idrogeno è l'elemento chimico più abbondante e semplice nell'Universo. Esso riveste un ruolo fondamentale in Astrofisica poiché compone circa il 74% della materia barionica. Dai primi passi mossi da Balmer nella spettroscopia all'atomo di idrogeno in meccanica quantistica, passando per il modello atomico di Bohr, questo elaborato descrive brevemente l'evoluzione del ruolo centrale dell'atomo di idrogeno e la conseguente evoluzione della fisica atta a descriverlo negli ultimi due secoli di storia. Successivamente vengono descritti analiticamente i fenomeni alla base dei principali processi radiativi dell'atomo di idrogeno, seguendo la descrizione che ne diede il fisico svizzero Albert Einstein ed approfondendo in breve il processo fisico alla base della nascita della riga a 21cm. In conclusione, sono prese in esame tre applicazioni astrofisiche nelle quali il contributo dell'atomo di idrogeno ha un'importanza capitale.

Indice

1	I modelli atomici dell'atomo di idrogeno	1
1.1	La serie di Balmer	1
1.2	Il modello atomico di Bohr	2
1.3	L'atomo di idrogeno in meccanica quantistica	5
2	Le transizioni elettroniche	6
2.1	Coefficienti di Einstein	7
2.2	Transizioni atomiche di dipolo, quadrupolo e dipolo magnetico	8
2.3	Struttura iperfine dell'atomo di idrogeno	10
3	L'importanza dell'idrogeno in astrofisica	10
3.1	Curva di rotazione delle galassie a spirale	11
3.2	Reazioni termonucleari nelle stelle	12
3.3	Le regioni H_2 ed il collasso gravitazionale	14

1 I modelli atomici dell'atomo di idrogeno

Gli studi di spettroscopia atomica condotti sul finire del XIX secolo misero in evidenza un aspetto della radiazione inspiegabile per la fisica classica: la discretizzazione della radiazione elettromagnetica. Si scoprì infatti che, contrariamente a quanto si credeva classicamente, la radiazione emessa dagli atomi risulta essere discreta (e non continua) a delle precise frequenze, diverse per ogni materiale. Furono proprio questo tipo di studi spettroscopici a gettare le basi per la nascita di modelli atomici che dovevano in qualche modo esularsi dalla fisica classica.

1.1 La serie di Balmer

Nel 1885 il fisico svizzero J.J. Balmer stava conducendo uno studio sulla radiazione emessa da un gas di idrogeno opportunamente riscaldato, quando scoprì che le frequenze di alcune righe spettrali osservate potevano essere descritte e predette dalla serie

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad , \quad n = 3, 4, 5... \quad (1)$$

denominata in seguito Serie di Balmer (Figura 1). La costante sperimentale $R = 109677.576 \text{ cm}^{-1}$ è detta costante di Rydberg.

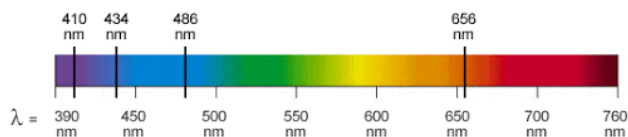


Figura 1: Serie di Balmer

La generalizzazione delle Serie di Balmer venne proposta nel 1888 dal fisico e matematico svedese J. Rydberg

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2)$$

con m, n numeri naturali ed $n > m$.

Con questa serie, chiamata Serie di Rydberg, egli fu in grado di predire già nel 1888 i risultati che ottennero in seguito Lyman e Brackett.

A queste scoperte ne seguirono naturalmente altre, in grado a loro volta di confermare le previsioni fatte da Rydberg, come quella del 1906 in cui il fisico statunitense T. Lyman, studiando lo spettro ultravioletto dell'atomo di idrogeno, scoprì la celebre ed omonima Serie di Lyman

$$\nu_n = cR \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad , \quad n = 2, 3, 4... \quad (3)$$

Procedendo allo stesso modo, negli anni successivi vennero scoperte anche altre serie di righe, come la Serie di Paschen

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \quad , \quad n = 4, 5, 6... \quad (4)$$

e la Serie di Brackett

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right) \quad , \quad n = 5, 6, 7... \quad (5)$$

La prima interpretazione fisica della Serie di Rydberg venne avanzata dal fisico danese N. Bohr, il quale nel 1913 propose il suo modello atomico.

1.2 Il modello atomico di Bohr

Bohr propose il suo modello atomico come una rivisitazione del modello atomico proposto qualche anno prima da E. Rutherford, premio nobel per la chimica nel 1908. Il modello proposto da Rutherford prevedeva che l'atomo fosse composto da un nucleo di carica positiva (i protoni) e da cariche elettriche negative (gli elettroni), le quali vivevano in orbite circolari stabili attorno al nucleo. Per quanto questo modello atomico rappresentasse un grosso balzo in avanti nella comprensione della fisica atomica, esso era affetto da un grave contrasto con la fisica classica. Le leggi di Maxwell, infatti, prevedevano che una carica elettrica accelerata, proprio come gli elettroni orbitanti attorno al nucleo atomico, dovesse irraggiare l'energia posseduta. Secondo le previsioni classiche, l'elettrone avrebbe dovuto perdere la propria energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e spiraleggiare verso il nucleo, in un tempo che si poteva stimare essere $\Delta t \approx 10^{-8}$ s. Poiché la materia è composta di atomi stabili, era necessario trovare una spiegazione al comportamento degli elettroni attorno al nucleo conciliandolo con le evidenze sperimentali dimostrate da J.J. Balmer in ambito spettroscopico.

La soluzione fu trovata da Bohr il quale, utilizzando la teoria della quantizzazione dell'energia di Planck, fu in grado di proporre un modello atomico in grado di risolvere il problema di instabilità del modello atomico di Rutherford, spiegando inoltre le evidenze sperimentali spettroscopiche. Di seguito si riportano le cinque ipotesi ad-hoc adottate da Bohr per giustificare la stabilità atomica:

1. Un atomo ha un insieme discreto di stati stazionari possibili, con energia E_1, E_2, E_3, \dots ;
2. Gli elettroni vivono in stati stazionari nei quali descrivono orbite circolari governate dalle leggi della meccanica classica, non valide tuttavia nelle transizioni da uno stato stazionario ad un altro. L' n -esima orbita si indica con E_n , dove n è un numero naturale ed è chiamato *numero quantico principale*;
3. L'assorbimento e l'emissione di radiazione da parte di un atomo non avviene in forma continua, come previsto dalla fisica classica, ma in maniera discreta

e solo quando l'elettrone passa da un'orbita stazionaria ad un'altra (Figura 2);

4. Passando l'elettrone da un'orbita stazionaria con una certa energia E_n ad un'altra con una certa energia E_m , viene emesso o assorbito un fotone di energia $h\nu = |E_n - E_m|$;
5. Le orbite stazionarie vengono determinate in modo che il modulo del momento angolare sia quantizzato, seguendo la legge $|l| = n\hbar$, dove n è un numero naturale ed \hbar è detta costante di Planck ridotta, di valore $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

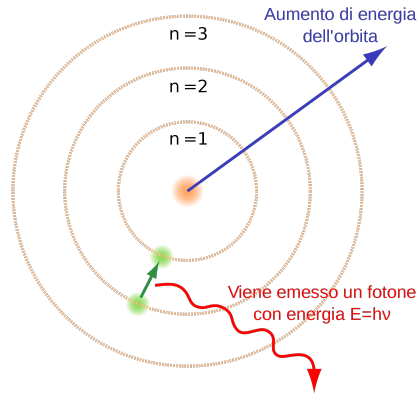


Figura 2: Schematizzazione della quantizzazione delle orbite degli elettroni

È possibile ricavare analiticamente l'energia che hanno gli elettroni nelle varie orbite, utilizzando i formalismi della fisica classica. In particolare, sapendo che l'energia totale dell'elettrone nell' n -esima orbita è la somma di energia cinetica e potenziale coulombiano

$$E_n = T_n + V_n = \frac{1}{2}m_e v_n^2 - \frac{e^2}{r_n} \quad (6)$$

e sapendo che esso vive in orbite circolari stabili, dalla seconda legge di Newton si ricava

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{r_n^2} \implies m_e v_n^2 = \frac{e^2}{r_n} \quad (7)$$

inserendo quest'ultima all'interno della (6), è possibile riscrivere l'energia come

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} m_e v_n^2 \quad (8)$$

Come si vede, all'interno dell'equazione dell'energia (8) compare la velocità della particella nell' n -esima orbita. Si cerca ora un modo di esplicitare il numero quantico principale n all'interno della formula per le energie.

Si prenda quindi la quantizzazione del momento angolare

$$|l| = n\hbar \quad (9)$$

dato che $|l| = mrv_{\perp}$, sostituendo quest'ultima nella (9) si ricava una regola di quantizzazione per le velocità

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n} \quad (10)$$

e di conseguenza una regola di quantizzazione per il raggio delle orbite in cui vivono gli elettroni

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} n^2 \quad (11)$$

I raggi delle orbite risultano dunque quantizzati proporzionalmente ad n^2 . Conseguentemente si ottiene un risultato importante: le velocità degli elettroni nelle orbite decrescono come $1/n$

$$v_n = \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{n} \quad (12)$$

Inserendo questi risultati nella formula per l'energia si ottengono i livelli energetici delle varie orbite

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (13)$$

Grazie a questa formula è possibile dare una spiegazione alla serie di Rydberg ed alle serie osservate da Balmer, Lyman, Paschen: le frequenze osservate nello spettro di emissione di un gas di idrogeno sono le sole frequenze corrispondenti ai fotoni emessi dagli elettroni che passano da una certa orbita m ad un'altra orbita n (con $m > n$). La differenza di energia tra i due livelli è l'energia posseduta dal fotone, che quindi ha una frequenza

$$\nu_{m,n} = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{\pi m_e e^4}{\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (14)$$

Le energie degli stati legati sono negative perché devono essere minori del valore che assume il potenziale coulombiano all'infinito, cioè zero. Gli elettroni con energia totale positiva avranno una velocità maggiore della velocità di fuga dal potenziale coulombiano e vivranno in stati non legati, liberi.

L'energia per ionizzare un atomo di idrogeno non eccitato è l'energia necessaria a portare l'elettrone dall'orbita fondamentale ($n = 1$) ad un'orbita in cui ha una energia maggiore dell'energia di fuga ($n = \infty$). Dall'equazione (13) si ricava che

$$E_{ion} = E_{\infty} - E_1 = \frac{h\pi m_e e^4}{\hbar^3} \left(1 - \frac{1}{\infty} \right) = 13.59 \text{ eV} \quad (15)$$

in perfetto accordo con i dati sperimentali.

1.3 L'atomo di idrogeno in meccanica quantistica

Per quanto il formalismo della fisica classica potesse essere sufficiente a costruire un modello atomico come quello proposto da Bohr nel 1913, vi erano ancora alcuni aspetti di questo modello (le ipotesi ad-hoc, per esempio) che lasciavano insoddisfatti i maggiori fisici dell'epoca. Inoltre, il problema nascente della dualità onda-corpuscolo della luce generava un ulteriore problema irrisolvibile classicamente. Era necessario dunque un principio che unificasse tutte le ipotesi e le osservazioni fatte e che, in particolare, affrontasse sia il problema della natura duale della luce sia quello delle regole arbitrarie di quantizzazione.

L'ipotesi di De Broglie, avanzata dal fisico L. De Broglie nel 1924, proponeva una natura duale onda-corpuscolo anche per la materia, ipotesi poi verificata dal celebre esperimento della doppia fenditura realizzato da Davisson e Germer nel 1929. Gettava in questo modo le basi per la nascita di una nuova teoria fisica che sarebbe stata in grado di descrivere la struttura della materia e formulare un modello atomico coerente con le osservazioni e con le ipotesi fatte fino a quegli anni: nasceva così la meccanica quantistica.

La descrizione dell'atomo passava da una descrizione deterministica (fisica classica) ad una descrizione probabilistica (fisica quantistica). Di un elettrone, ad esempio, non è più possibile determinare l'orbita, ma è necessario introdurre il concetto di orbitale: l'orbitale è una superficie in tre dimensioni sulla quale è massima la probabilità di localizzare l'elettrone attorno al nucleo. Ogni particella sarà descritta da una funzione d'onda ψ che ne regola l'evoluzione spaziale e temporale in termini probabilistici. Per descrivere un atomo come l'atomo di idrogeno è necessario studiare e risolvere l'equazione di Schrödinger associata

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2}{2mr^2} l^2 + V(r) \right] \psi(r, \theta, \phi) = E\psi(r, \theta, \phi) \quad (16)$$

che qui compare proiettata nello spazio delle coordinate sferiche r, θ, ϕ , poiché il sistema atomo di idrogeno è un sistema a simmetria sferica. In particolare nell'equazione (16) il termine l^2 è il quadrato dell'operatore momento angolare, mentre $V(r)$ è il potenziale elettrostatico, che vale $-\frac{e^2}{r}$. Trovare la soluzione di questa equazione vuol dire trovare la funzione d'onda di un autostato dell'atomo di idrogeno, che si può dimostrare essere

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = \frac{R_n(r)}{r} Y_l^m(\theta, \phi) \quad (17)$$

a sua volta espressa come prodotto di due funzioni:

- $\frac{R_n(r)}{r}$ è chiamata *funzione radiale* e definisce le possibili posizioni radiali degli elettroni attorno al nucleo, in funzione del numero quantico principale n ;
- $Y_l^m(\theta, \phi)$ sono chiamate *armoniche sferiche* e sono le soluzioni della parte angolare del problema; descrivono gli orbitali usufruendo di due nume-

ri quantici: l , numero quantico angolare che ne definisce la forma, ed m , numero quantico magnetico che ne definisce l'orientazione spaziale.

Tra i tre numeri quantici n, l, m nascono dei vincoli per cui, per un n arbitrario:

- $0 \leq l \leq n - 1$, con l numero naturale;
- $-l \leq m \leq +l$, con m numero intero relativo.

Associato ad ogni livello energetico n -esimo, quindi, esistono $2l + 1$ *stati degeneri*, cioè sottolivelli con la stessa energia (Figura 3). Utilizzando questo formalismo è possibile ricavare le energie associate ad ogni livello

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (18)$$

in totale accordo con i risultati ottenuti da Bohr.

Nel 1922, inoltre, grazie all'esperimento condotto dai fisici O. Stern e W. Gerlach si scoprì una nuova proprietà delle particelle, un momento angolare intrinseco: lo *spin*. Quest'ultimo è una proprietà interna delle particelle, indipendente quindi dallo stato in cui vive la particella, che nel caso degli elettroni assume valore $s = \frac{1}{2}$.

Numero quantico principale "n"	Numero quantico angolare "l"	Numero quantico magnetico "m"	Numero di stati degeneri
1	0	0	1
2	0	0	1
2	1	-1, 0, +1	3
3	0	0	1
3	1	-1, 0, +1	3
3	2	-2, -1, 0, +1, +2	5

Figura 3: Numero di stati degeneri associati ad ogni livello di energia n -esimo

2 Le transizioni elettroniche

Un elettrone può transitare da un certo livello energetico E_n ad un altro livello energetico E_m emettendo o assorbendo un fotone, come già visto nella Sezione 1.2. Questo fenomeno è chiamato *transizione elettronica*, ed è il processo alla base della nascita delle righe spettrali. Einstein fu uno dei primi ad approfondire lo studio delle interazioni radiative riguardanti le transizioni elettroniche bound-bound¹, formulando gli omonimi Coefficienti di Einstein.

¹le transizioni bound-bound sono quelle che avvengono tra due stati legati e possono essere anche definite transizioni legato-legato.

2.1 Coefficienti di Einstein

I coefficienti di Einstein sono usati per spiegare le interazioni radiative riguardanti le transizioni elettroniche bound-bound, sulla base della meccanica quantistica. Einstein riconobbe tre principali tipologie di transizione elettronica (Figura 4):

- Transizione elettronica da emissione spontanea, causata dalla de-eccitazione spontanea di un elettrone nel livello energetico in cui risiede, con una conseguente transizione da parte di quest'ultimo in un livello energetico più basso e l'emissione di un fotone;
- Transizione elettronica da assorbimento, nella quale un elettrone in uno stato legato assorbe un fotone incidente e transita in un livello energetico più alto;
- Transizione elettronica da emissione stimolata, dove il passaggio di un fotone nelle vicinanze di un elettrone in uno stato legato ne stimola la de-eccitazione, in modo che l'energia del fotone emesso (e quindi dell'energia persa dell'elettrone) sia esattamente uguale a quella del fotone stimolante di passaggio.

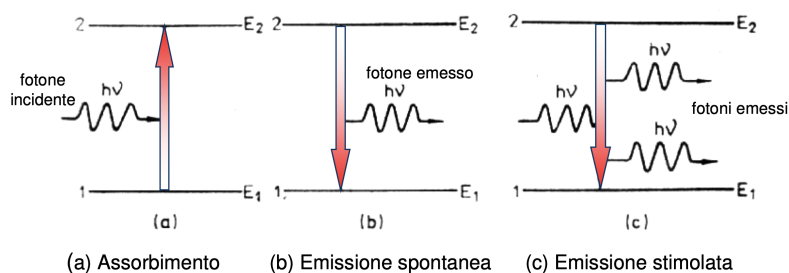


Figura 4: Tipologie di transizione elettronica

Di conseguenza, Egli formulò tre coefficienti atti a descrivere in termini probabilistici i tre processi di transizione:

- coefficiente di emissione spontanea $A_{m,n} [s^{-1}]$: è definito come la probabilità di transizione per unità di tempo dal livello m ad un livello n ($n < m$) emettendo un fotone. $t = \frac{1}{A_{m,n}}$ è il tempo di vita medio dell'elettrone nello stato eccitato;
- coefficiente di assorbimento $B_{n,m} \bar{J} [s^{-1}]$: descrive la probabilità di transizione per unità di tempo per andare dal livello n al livello m ($n < m$) assorbendo un fotone;
- coefficiente di emissione stimolata $B_{m,n} \bar{J} [s^{-1}]$: descrive la probabilità di transizione per unità di tempo da un livello m ad un livello n ($n < m$) emettendo un fotone della stessa frequenza del fotone stimolante.

Come si vede, i due coefficienti $B_{n,m} \bar{J} [s^{-1}]$ e $B_{m,n} \bar{J} [s^{-1}]$ sono definiti come il prodotto di due sottotermini, questo perché essi descrivono due fenomeni di transizione elettronica per i quali è necessaria la presenza di una sorgente esterna di fotoni. Entrambi, allora, sono dipendenti dal termine di densità media di fotoni $\bar{J} [eV cm^{-3}]$.

Il coefficiente $A_{m,n}$, invece, è composto da un solo termine, poiché descrive un fenomeno di transizione elettronica spontanea nel quale un elettrone perde energia emettendo un singolo fotone (con energia pari all'energia persa dall'elettrone). Per perdere energia, l'elettrone deve cadere in un livello energetico più basso, così da diminuire la sua distanza dal nucleo²: questo fenomeno è alla base della nascita delle righe spettrali in emissione. Grazie ad un'approssimazione (esaminata nella Sezione 2.2), è possibile trattare la transizione stessa come un dipolo elettrico oscillante, in quanto l'elettrone che emette un fotone è a tutti gli effetti una carica elettrica in un moto accelerato.

Nella Sezione 1.2, tuttavia, si evidenzia che ad ogni livello energetico n corrispondono n^2 sottolivelli degeneri, per cui è lecito chiedersi se le transizioni possono avvenire liberamente tra tutti questi livelli oppure se esistono delle restrizioni sui numeri quantici n, l, m, s . Per rispondere alla domanda è necessario calcolare il coefficiente $A_{m,n}$, descrittivo della probabilità di avvenimento di una determinata transizione elettronica.

2.2 Transizioni atomiche di dipolo, quadrupolo e dipolo magnetico

Una carica elettrica accelerata irradia. L'intensità della radiazione emessa da parte di una carica accelerata non relativistica, vincolata a muoversi in una regione di dimensioni dell'ordine di $a \approx 10^{-8} cm$, è data dall'equazione di Larmor

$$I = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} \right)^2 + O((ka)^4) \quad (19)$$

valida solo se $ka \ll 1$. Per situazioni atomiche tipiche si ha che $ka \approx 10^{-3}$, per cui è possibile considerare valida quest'approssimazione che permette di trattare la transizione stessa come se fosse un oscillatore legato.

In meccanica quantistica, essendo l'operatore $\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2}$ un operatore che permette il passaggio della particella tra due stati, la sua presenza nella (19) dimostra che l'intensità dell'emissione di radiazione dipende direttamente dalle probabilità di transizione dovute dallo stesso operatore. Tali probabilità sono fornite dagli elementi di matrice dell'operatore, applicati sugli autostati dell'atomo di idrogeno

$$I_{n,l,m,n',l',m'} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{d^2}{dt^2} |\langle n', l', m', (t) | \mathbf{x} | n, l, m, (t) \rangle|^2 \quad (20)$$

²ogni livello n -esimo ha una diversa distanza dal nucleo, come dimostrato nella Sezione 1.2.

Quando gli elementi di matrice di una particolare transizione sono nulli, la probabilità che tale transizione avvenga tende a zero e, di conseguenza, l'intensità dell'emissione associata sarà molto flebile. Viceversa se la probabilità che avvenga una determinata transizione è diversa da zero, l'intensità della radiazione emessa sarà marcata. Nascono così le regole di selezione per le transizioni di dipolo, condizioni sui numeri quantici per le quali, se una certa transizione ha una probabilità significativamente diversa da zero di avvenire, essa si definisce *permessa*. Tutte le transizioni che invece hanno una bassa probabilità di avvenire vengono definite *proibite* o *semiproibite*. Le regole di selezione per le transizioni di dipolo sono (Figura 5):

- $\Delta n \neq 0$
- $\Delta l = \pm 1$
- $\Delta m = 0, \pm 1$

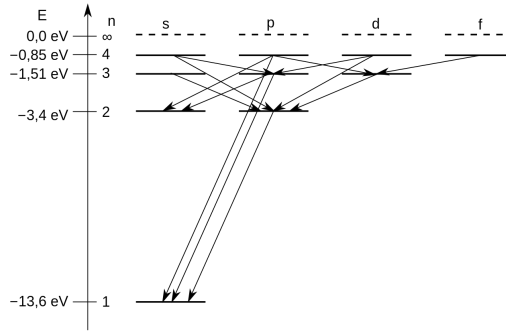


Figura 5: Transizioni permesse di dipolo elettrico

È possibile inoltre dimostrare che, ricavando dalla (19) la potenza media emessa dalla transizione di dipolo, si ottiene il coefficiente di Einstein

$$A_{m,n} = \frac{64\pi^4\nu^3}{3hc^3} |P_{m,n}|^2 \quad (21)$$

dove $P_{m,n}$ esprime la probabilità della transizione da m a $n \neq m$, con $m > n$. Le transizioni atomiche dipolo permesse hanno generalmente $A_{m,n} > 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Se una transizione non è permessa, non può essere descritta come una transizione atomica di dipolo elettrico. Delle transizioni non permesse si riconoscono due tipologie: quelle semiproibite e quelle proibite.

Le *semiproibite* possono essere descritte come transizioni atomiche di quadrupolo elettrico, hanno un coefficiente di Einstein associato con valori più piccoli di quelli assunti per le transizioni di dipolo ed hanno le seguenti regole di selezione:

- $\Delta n \neq 0$
- $\Delta l = 0, \pm 2$

- $\Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$

Le *proibite* invece fanno riferimento alla struttura fine dell'atomo, dove la differenza in energia tra i livelli è molto piccola a causa della presenza dello spin; hanno una bassa probabilità di avvenire, per cui il coefficiente di Einstein associato ha valori molto piccoli; sono descritte come transizioni di dipolo magnetico, ed è possibile riconoscere le successive regole di selezione:

- $\Delta n = 0$
- $\Delta l = 0$
- $\Delta m = 0, \pm 1$

2.3 Struttura iperfine dell'atomo di idrogeno

Sia l'elettrone che il protone sono dotati di spin, una proprietà tipica delle particelle che si manifesta come un momento angolare³. L'elettrone, come il protone, ha spin $s = \frac{1}{2}$.

All'interno dell'atomo di idrogeno, l'elettrone percepisce un piccolo campo magnetico generato dal dipolo magnetico del protone. Questo piccolo campo magnetico genera una perturbazione sull'Hamiltoniana associata all'atomo di idrogeno, che ha la conseguenza di sdoppiare il livello energetico fondamentale. Il livello fondamentale dell'atomo di idrogeno si ha quando l'elettrone risiede nel primo livello possibile $n = 1$. Quando l'elettrone ed il protone hanno spin parallelo, l'energia complessiva associata all'atomo di idrogeno è leggermente più alta di quando i due spin sono antiparalleli. Questo fenomeno di interazione tra i due spin sdoppia il livello fondamentale in due sottolivelli: un livello ultra-fondamentale, nel quale gli spin sono antiparalleli, e un livello fondamentale, nel quale gli spin sono paralleli. La differenza di energia tra i due livelli è $\Delta E = 5.88 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$, che corrisponde all'emissione di un fotone di frequenza $\nu = \frac{\Delta E}{h} = 1420 \text{ MHz}$, ovvero di una lunghezza d'onda di $\lambda = 21 \text{ cm}$.

3 L'importanza dell'idrogeno in astrofisica

La grande abbondanza dell'idrogeno nell'universo lo rende un elemento chimico fondamentale in astrofisica, localizzandosi sia all'interno degli ammassi di galassie sia all'interno delle singole galassie. Può assumere tre differenti fasi:

³lo spin non può essere un momento angolare in termini classici, poiché se lo fosse i punti sull'equatore dell'elettrone avrebbero una velocità tangenziale maggiore della velocità della luce, violando la relatività.

- Idrogeno neutro HI , componente primaria sia del Cold Neutral Medium (CNM) sia del Warm Neutral Medium (WNM), due tipologie del mezzo interstellare (ISM);
- Idrogeno molecolare H_2 , componente importante per il WNM;
- Idrogeno ionizzato HII , fondamentale per il mezzo intergalattico (IGM) poiché la maggior parte della materia barionica tra le galassie si trova in forma di plasma rarefatto, che è composto per lo più da idrogeno; importante anche in altre due tipologie dell'ISM, ovvero il Warm Ionized Medium (WIM) ed il Hot Ionized Medium (HIM).

Di seguito l'elaborato analizza tre applicazioni astrofisiche nelle quali la presenza dell'idrogeno gioca un ruolo cruciale.

3.1 Curva di rotazione delle galassie a spirale

Una galassia a spirale è un tipo di galassia della sequenza di Hubble, composta da un *bulge* (un nucleo centrale) ed un disco attorno, nel quale è possibile riconoscere i bracci a spirale. Il disco è un agglomerato piatto di stelle (principalmente giovani, di popolazione I), nubi di gas (soprattutto di idrogeno neutro HI) ed ammassi aperti in rotazione differenziale.

All'interno del disco vi è una massiccia presenza di idrogeno neutro che emette radiazione ad una lunghezza d'onda di $21cm$ (come trattato nella Sezione 2.3): questa riga ha la fondamentale proprietà di poter attraversare la polvere presente nel disco senza essere assorbita, in modo tale da poter essere rilevata dalla Terra. Grazie a questo tipo di emissione è possibile costruire empiricamente la curva di rotazione del disco galattico, utilizzando l'effetto doppler non relativistico: in funzione della velocità radiale (non relativistica) tra osservatore e sorgente emettitrice, le lunghezze d'onda osservate sono diverse ed in base alla variazione delle lunghezze d'onda è possibile stimare la velocità radiale relativa

$$\frac{v_{radiale}}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (22)$$

La curva di rotazione è una proprietà di un corpo ed è la curva che rappresenta la velocità di rotazione dei punti del corpo, in funzione della distanza dal centro.

La persona che per prima approfondì lo studio della curva di rotazione delle galassie a spirale fu V. Rubin, astronoma statunitense che durante la seconda metà del XX secolo si accorse dell'incongruenza dei dati sperimentali con quelli teorici. Teoricamente, infatti, è possibile aspettarsi che il materiale del disco segua una rotazione differenziale kepleriana, ovvero che la velocità del materiale all'interno del disco decresca all'aumentare della distanza dal bulge, seguendo la terza legge di Keplero

$$v_c^2 \propto \frac{M(r)}{r} \quad (23)$$

poiché la dinamica del disco è dominata dalla forza di gravità e la maggior parte della materia barionica all'interno della galassia è concentrata nel bulge.

Rubin si accorse che il materiale all'interno del disco non seguiva il tipico andamento kepleriano (seguito anche dai pianeti del sistema solare), ma la velocità degli oggetti rimaneva pressoché la stessa all'allontanarsi dal centro galattico, generando così una curva di rotazione piatta: questo fenomeno è chiamato *piattezza della curva di rotazione* (Figura 6), ed è presente nella maggior parte delle galassie a spirale conosciute.

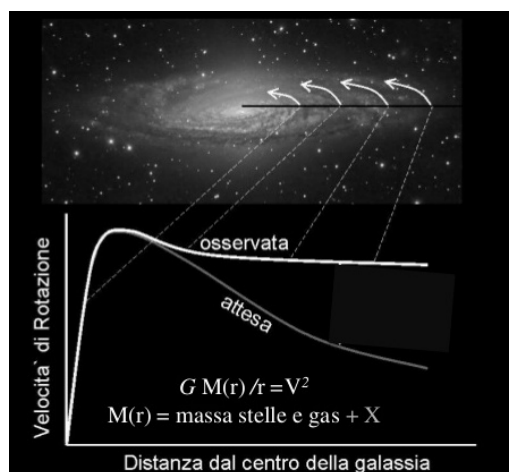


Figura 6: Curva di rotazione osservata ed attesa delle galassie a spirale

Era quindi evidente che, per spiegare questo fenomeno, all'interno della galassia ci dovesse essere molta più materia di quella visibile. A questo tipo di materia venne dato il nome di *materia oscura*, a causa del fatto che essa non interagisce elettromagneticamente con la materia ordinaria ma solo gravitazionalmente. Oltre ad essere presente nelle galassie a spirale, lo è anche nelle galassie ellittiche e negli ammassi di galassie, componendo circa il 25% della materia nell'universo.

La riga a 21 cm, perciò, fu particolarmente importante nella conquista di un'evidenza sperimentale della presenza di materia oscura nelle galassie a spirale.

3.2 Reazioni termonucleari nelle stelle

Una stella è una sfera di gas autogravitante in equilibrio idrostatico. L'equilibrio idrostatico è l'equilibrio tra la forza di pressione interna e la forza gravitazionale, e permette la sopravvivenza delle stelle. Quando questa condizione viene a mancare, le stelle terminano il proprio ciclo vitale. Se è la sola forza di gravità che contribuisce alla compressione della stella, ovvero a generare una forza in ogni punto della stella che tende a farla collassare, i fattori che contribuiscono alla dilatazione sono molteplici. Uno dei più importanti è la pressione interna generata dalle reazioni termonucleari.

Le reazioni termonucleari sono delle reazioni nucleari di fusione atomica, cioè sono un processo per il quale nuclei di due o più atomi si fondono per formare un altro elemento chimico. Le reazioni di fusione nucleare sono divisibili in due classi: reazioni esoergoniche e reazioni endoergoniche. Le reazioni esoergoniche sono quelle che rilasciano più energia di quanta ne utilizzano, mentre le endoergoniche sono quelle che, per avvenire, necessitano di un quantitativo di energia maggiore di quello rilasciato. Le reazioni di fusione nucleare sono esoergoniche fino alla reazione di fusione del ferro, elemento chimico di numero atomico 26. Grazie a questa fondamentale caratteristica, questi processi sono in grado di aumentare la pressione interna dell'oggetto entro il quale avvengono, come ad esempio, le stelle. Per avviare il processo di fusione nucleare è necessario che gli atomi che si fondono posseggano molta energia, in modo da avere un impulso tale da superare la repulsione coulombiana tra di essi. Va da sé che gli atomi più leggeri, come l'idrogeno, necessitano di minor energia per raggiungere alte velocità tali da permetterne la fusione, e sono quindi gli elementi che si fondono a temperature più basse.

Dal punto di vista classico, la fusione si ha quando l'energia cinetica delle particelle è tale da permettere che si avvicinino alla distanza in cui l'interazione forte⁴ supera quella elettrostatica. L'energia media di un protone a $T \approx 10^7 K$ è $E \approx 1KeV$, mentre la barriera di potenziale tra i due nuclei vale $V \approx 1MeV$, mille volte l'energia delle particelle. Dal punto di vista classico, è quindi molto improbabile che avvengano le reazioni a queste temperature. Quello che invece accade realmente è che i protoni iniziano a fondersi già ad una temperatura di $T \approx 10^7 K$, a causa di un effetto quantistico di fondamentale importanza: l'*effetto tunnel*. L'effetto tunnel è un effetto quantistico per il quale un oggetto ha una probabilità non nulla di attraversare una certa barriera di potenziale, anche se classicamente la sua energia non è sufficiente. La probabilità che avvenga l'attraversamento dipende dall'inverso della massa, quindi particelle più piccole hanno maggiore probabilità, rispetto a quelle più massive, di attraversare una barriera di potenziale maggiore dell'energia che posseggono.

Le stelle nascono all'interno delle regioni di formazione stellare, in seguito al collasso di nubi molecolari composte a loro volta prevalentemente da idrogeno. La maggior parte delle stelle appena nate ha perciò un nucleo strutturato per lo più da idrogeno, il quale, fondendosi, genererà atomi di elio ed energia. L'energia prodotta genera una pressione interna tale da bilanciare l'equilibrio idrostatico della stella.

È possibile riconoscere tre catene seguite dagli atomi di idrogeno per fondersi, in modo da produrre elio ed energia:

- Catena PP1
- Catena PP2

⁴l'interazione nucleare forte è una delle quattro interazioni fondamentali conosciute, agisce in scala subnucleare ed è la forza che rende possibile l'esistenza dei nuclei atomici.

- Catena PP3

La catena PP1 parte quando due protoni si fondono per formare deuterio, poiché dopo la fusione uno dei due protoni decade in un neutrone, un positrone ed un neutrino. Il deuterio si fonde con un protone per generare He^3 , il quale a sua volta si fonderà con un altro atomo di He^3 per formare un atomo di He^4 e due protoni. L'energia totale liberata da questa catena è di 26 MeV.

La catena PP2 (Figura 7) parte come la catena PP1, fondendo due protoni per formare deuterio, il quale a sua volta si fonde con un protone per formare He^3 . In questa catena però He^3 si fonde con He^4 per formare Be^7 il quale, passando per Li^7 e Be^8 , formerà due atomi di He^4 . L'energia totale liberata è di 25 MeV.

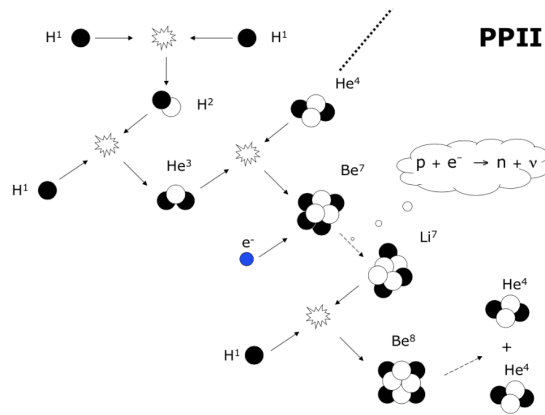


Figura 7: Catena PP2 per il bruciamento dell'idrogeno

Infine, la catena PP3 segue lo stesso andamento della seconda catena fino a quando il Be^7 non si fonde con un protone generando B^8 . A questo punto un protone del boro decade in un neutrone, un positrone ed un neutrino per formare un atomo di Be^8 , che a sua volta decadendo formerà due atomi di He^4 . L'energia totale liberata è di 19 MeV.

Tutte queste tre catene coesistono all'interno della stella ma, al variare delle abbondanze chimiche, una prevale sull'altra: più è alta la concentrazione di He^4 più aumenta la probabilità che esso si fonda con l' He^3 aprendo la strada alla PP2 ed alla PP3.

3.3 Le regioni H_2 ed il collasso gravitazionale

L'idrogeno molecolare è la componente fondamentale del *Cold Neutral Medium*, una fase del mezzo interstellare in cui la temperatura del gas vale $T \approx 10 - 100K$ e la densità $n \approx 10^2 - 10^3 cm^{-3}$. Queste proprietà del gas sono tali da permettere

la formazione di molecole complesse; infatti, oltre ad una massiccia presenza di H_2 , è possibile trovare anche del monossido di carbonio (CO) oppure acqua.

All'interno di una galassia a spirale la maggior parte del CNM presente si concentra nei bracci (Figura 8), dove la densità è mediamente maggiore rispetto alle altre regioni galattiche: questa caratteristica fa sì che i bracci di una galassia a spirale siano uno dei luoghi con il più alto tasso di formazione stellare nell'universo.

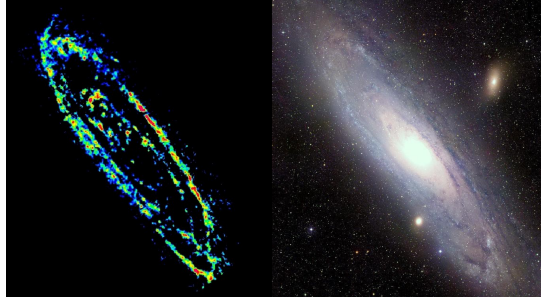


Figura 8: Concentrazione del Cold Neutral Medium nella galassia M31

Il collasso gravitazionale di una nube si ha quando essa è gravitazionalmente instabile. Una delle più importanti tipologie di instabilità gravitazionale è l'*instabilità di Jeans*: quando viene applicata una perturbazione (all'interno di un sistema autogravitante) ad una lunghezza d'onda λ maggiore della lunghezza d'onda di Jeans λ_J , l'onda che nasce è tale da far collassare gravitazionalmente il sistema. Ciò accade perché se $\lambda > \lambda_J$ il tempo impiegato dall'onda sonora per percorrere lo spazio è maggiore del tempo che impiega la gravità a far collassare la regione, prima che il suono riesca a ridistribuire la pressione, innescando quindi il collasso. Il tempo che impiega la gravità a far collassare la regione è chiamato tempo caratteristico di collasso

$$t \propto \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \quad (24)$$

Si nota dunque che regioni più dense hanno un tempo caratteristico più basso, cioè una maggiore instabilità. Quello appena descritto è uno dei processi più importanti di formazione stellare.

Le regioni prese in esame sono osservabili nella banda radio e, in particolare, in banda millimetrica, a causa dell'emissione del monossido di carbonio quando viene eccitato dalle molecole di H_2 per via collisionale.

Riferimenti bibliografici

- [1] Binney J. & Tremaine S., *Galactic Dynamics*. Princeton University Press, 1987.
- [2] Ceccotti E., *Processi di radiazione & MHD, appunti*. Bologna, 2017.
- [3] Dallacasa D., *Dispense del corso di Processi di radiazione & MHD*. Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2019.
- [4] Fanti C. & Fanti R., *Una finestra sull'Universo "invisibile", lezioni di radioastronomia*. Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2012.
- [5] Ferraro F. R., *Dispense del corso di Astrofisica Stellare*. Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2019.
- [6] Griffiths D. J., *Introduction to Quantum Mechanics*. Pearson Prentice Hall, 2005.
- [7] Ghisellini G., *Radiative processes in High Energy Astrophysics*. Springer, 2013.
- [8] Karttunen H., Kroger P., Oja H., Poutanen M. & Donner K. J., *Fundamental Astronomy*. Springer, 2007.
- [9] Ravanini F., *Dispense del corso di Fisica Teorica*. Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2019.
- [10] Rybicki G. B & Lightman A. P., *Radiative processes in astrophysics*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 1979.