

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

**MECCANISMI DI PRODUZIONE  
DELL' ENERGIA  
IN ASTROFISICA**

Tesi di Laurea

**Presentata da:  
Alex Billi**

**Relatore:  
Chiar.mo Prof.  
Daniele Dallacasa**

**Sessione III  
Anno Accademico 2018/2019**

# Indice

<b>1</b>	<b>Reazioni termonucleari</b>	<b>1</b>
1.1	Reazioni di pre-sequenza . . . . .	2
1.2	Bruciamento dell'idrogeno e dell'elio . . . . .	2
1.2.1	Catene protone protone . . . . .	3
1.2.2	Ciclo CNO . . . . .	6
1.2.3	Reazione $3\alpha$ . . . . .	8
1.3	Reazioni successive alla $3\alpha$ . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Accrescimento gravitazionale</b>	<b>10</b>
2.1	Luminosità di Eddington per l'accrescimento . . . . .	12
2.2	Esempio astrofisico: AGN . . . . .	14

## Sommario

Ci sono vari meccanismi di produzione di energia in astrofisica; questo elaborato si concentrerà principalmente su due di essi. Nel capitolo 1 viene trattata l'energia prodotta dalle reazioni termonucleari nei nuclei stellari. Verranno trattati vari tipi di reazioni: principalmente le catene di bruciamento di idrogeno ed elio, con accenni alle reazioni di pre sequenza e quelle successive alla  $3\alpha$ . Nel capitolo 2 invece verrà trattato un meccanismo più "esotico": la produzione di energia che deriva dall'accrescimento di materia da parte dei buchi neri supermassicci (Super Massive Black Hole, SMBH). In questo capitolo è presente anche una sezione in cui viene discusso l'esempio astrofisico di questo processo: i nuclei galattici attivi (Active Galactic Nuclei, AGN).

# Capitolo 1

## Reazioni termonucleari

Prima di incominciare a trattare le reazioni termonucleari nello specifico, verrà fatto un breve accenno alle stelle più in generale. Le stelle sono sfere di gas autogravitanti; la loro struttura si può dividere in due parti: l'interno stellare, nel quale viene prodotta l'energia, e l'atmosfera stellare, ovvero la parte più esterna della stella, quella dalla quale partono i fotoni che poi verranno effettivamente osservati. Data la grande densità di particelle negli interni stellari, ogni fotone prodotto ci mette molto tempo per uscire dalla struttura stellare. Perciò il percorso compiuto dai fotoni non è un flusso ordinato che parte dall'interno e arriva all'esterno, bensì un movimento molto caotico in cui i fotoni vengono deviati molteplici volte prima di riuscire a fuggire. Per esempio, un fotone prodotto nel nucleo solare impiega  $10^6$  anni per arrivare fino alla superficie.

Le stelle sono un esempio perfetto di corpo nero. Il corpo nero è un oggetto che assorbe tutta la luce incidente e che successivamente la riemette.

La brillantezza di corpo nero, in funzione della lunghezza d'onda, si esprime con la seguente formula:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1.1)$$

dove  $h = 6.626 \cdot 10^{-27} \text{erg} \cdot \text{s}$  è la costante di Planck, e  $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{erg} \cdot \text{K}^{-1}$  è la costante di Boltzmann. E' possibile esprimere la brillantezza di corpo nero anche in funzione della frequenza, utilizzando le relazioni  $\lambda\nu = c$  e  $d\nu = -c/\lambda^2 d\lambda$

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1.2)$$

E' interessante notare che  $B(\nu, T)d\nu \neq B(\lambda, T)d\lambda$ . Da queste equazioni si possono ottenere i diagrammi di corpo nero, rispettivamente in funzione della lunghezza d'onda e della frequenza, ovvero le curve cosiddette planckiane, mostrate nella figura 1.1.

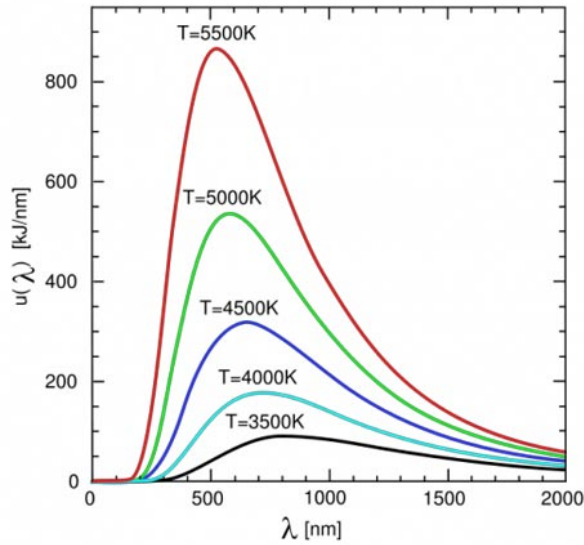


Figura 1.1: Emissione di corpo nero in funzione delle lunghezze d'onda

## 1.1 Reazioni di pre-sequenza

Ci possono essere alcune reazioni termonucleari che avvengono a temperature più basse di quella che provoca l'innesco del bruciamento dell'idrogeno; questo tipo di reazioni trasformano elementi leggeri in isotopi dell'elio, con la temperatura dell'ambiente circostante che va da  $0.5 \cdot 10^6$  K a  $5 \cdot 10^6$  K.

Reazioni	Temperatura [K]
$D^2 + H^1 \rightarrow He^3$	$0.5 \cdot 10^6$
$Li^6 + H^1 \rightarrow He^3 + He^4$	$2.0 \cdot 10^6$
$Li^7 + H^1 \rightarrow 2He^4$	$2.4 \cdot 10^6$
$Be^9 + 2H^1 \rightarrow He^3 + 2He^4$	$3.2 \cdot 10^6$
$B^{10} + 2H^1 \rightarrow 3He^4$	$4.9 \cdot 10^6$
$B^{11} + H^1 \rightarrow 3He^4$	$4.7 \cdot 10^6$

Tabella 1.1: Reazioni di pre-sequenza

## 1.2 Bruciamento dell'idrogeno e dell'elio

In questo paragrafo verranno introdotte le principali reazioni termonucleari che avvengono nei nuclei stellari, ovvero quelle responsabili del bruciamento dell'idrogeno (la catena protone protone e il ciclo CNO) e quella responsabile del bruciamento dell'elio (la reazione  $3\alpha$ ). Le prime due bruciando idrogeno producono l'elio, mentre l'ultima consuma elio per produrre carbonio. Per ogni reazione scriveremo la formula dell'energia prodotta

per unità di tempo e di massa  $\epsilon$  ( $\text{erg s}^{-1} \text{g}^{-1}$ ), che è una delle sette equazioni fondamentali per descrivere gli interni stellari, ed entra anche nell'equazione che descrive la luminosità di questi ultimi. La formula più generale per esprimere questa energia è:

$$\epsilon = E x_1 x_2 c \rho T^{-2/3} e^{-1.89(E_0/kT)^{1/3}} \quad (1.3)$$

dove  $x_1$  e  $x_2$  è l'abbondanza degli elementi più importanti della reazione,  $\rho$  è la densità del nucleo e  $T$  è la temperatura del nucleo.  $E_0$  dipende dai numeri atomici ( $Z$ ) e dai numeri di massa ( $A$ ) degli elementi che producono la reazione, mentre  $c$  dipende anch'essa da  $A$  e da  $E_0$ . Per una catena formata da un numero  $n$  di reazioni la formula 1.3, diventa

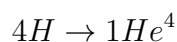
$$\epsilon = \sum_{i=1}^n E_i x_1 x_2 c_i \rho T^{-2/3} e^{-1.89(E_0/kT)^{1/3}} \quad (1.4)$$

### 1.2.1 Catene protone protone

Le catene protone protone sono 3 diverse catene che partendo dall'idrogeno producono elio. Si suddividono in PPI, PPII, PPIII. La catena PPI è la prima catena di bruciamento dell'idrogeno che verrà presentata. Partendo da 6 atomi di idrogeno (H), vengono prodotti un atomo di elio (He) e altri due atomi di idrogeno.



Riscrivendola in maniera compatta ed ignorando gli atomi di idrogeno prodotti



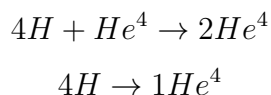
Viene mostrata ora attraverso una tabella l'effettivo sviluppo della reazione.

Reazioni	Energia (E)	Tempo(t)
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu$	+1.44MeV -0.26MeV	$1.4 \cdot 10^9 \text{yr}$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	+5.49MeV	6s
$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + H^1 + H^1$	+12.85MeV	$10^6 \text{yr}$

Tabella 1.2: Catena PPI

Come si può notare la prima reazione è quella più lenta ( $\sim 1$  miliardo di anni); questo perchè deve avvenire un decadimento  $\beta^+$  che trasforma un protone in un neutrone, un positrone e un neutrino, che ha bisogno di un input energetico per avvenire. Il primo intervallo di tempo, dunque, è quello che caratterizza la reazione. Se avessimo un nucleo con più neutroni, questa reazione avverrebbe molto più velocemente. La prima reazione ha anche un'altra particolarità: è l'unica di questa catena che ha un contributo negativo di energia (ovvero viene persa energia): questo perchè si ha una produzione di neutrini, e visto che queste particelle hanno bassissima interazione con la materia, escono

in direzione radiale dalla struttura stellare trasportando una frazione di energia con sé e quindi facendo perdere energia al nucleo stellare. Come si può ben notare però questo contributo di energia persa è molto minore rispetto a quella prodotta dalla catena PPI. La prima e la seconda reazione sono comuni a tutti e tre le catene protone protone. A differenza della PPI, la PPII prende 4 nuclei di idrogeno e uno di elio e li trasforma in due di elio; perciò la reazione "semplificata" è la stessa di prima.

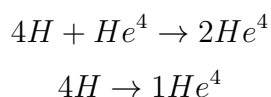


Reazioni	Energia (E)	Tempo(t)
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu$	+1.44MeV -0.26MeV	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	+5.49MeV	6s
$He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$	+1.59MeV	$10^6 yr$
$Be^7 + e^- \rightarrow Li^7 + \nu$	+0.86MeV -0.80MeV	0.4yr
$Li^7 + H^1 \rightarrow 2He^4 + \gamma$	+17.35MeV	6min

Tabella 1.3: Catena PPII

In questo caso, sono due le reazioni che producono neutrini e quindi la perdita parziale di energia è maggiore rispetto alla PPI, mentre il tempo caratteristico della catena è dato, come nel caso della PPI, dalla prima reazione.

La catena PPIII si differenzia da quella precedente perchè il berillio interagisce con un nucleo di idrogeno, ovvero un protone (mentre nella PPII reagiva con un elettrone). Dunque i reagenti e i prodotti di questa catena sono gli stessi di quella precedente.



Reazioni	Energia (E)	Tempo(t)
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu$	+1.44MeV -0.26MeV	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	+5.49MeV	6s
$He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$	+1.59MeV	$10^6 yr$
$Be^7 + H^1 \rightarrow B^8 + \gamma$	+0.135MeV	66yr
$B^8 \rightarrow Be^8 + e^+ + \nu$	+18.07MeV	1s
$Be^8 \rightarrow 2He^4 + \gamma$	-7.20MeV	

Tabella 1.4: Catena PPIII

In questa catena, la perdita di energia dovuta ai neutrini è molto più elevata rispetto alle prime due catene. In questo caso l'energia persa è di circa  $7.5MeV$  che corrisponde al 28% dell'energia prodotta. Tale contributo è quasi interamente dato dall'ultima reazione della catena, ovvero il decadimento del boro-8 in berillio-8, che poi decade a sua volta in due atomi di elio-4 senza però produrre neutrini. Come per le altre catene protone protone, il tempo caratteristico è quello della prima reazione, che quindi è la più lunga di tutte le 3 catene PP.

Sono riassunte nella seguente tabella i contributi energetici delle tre catene protone protone.

Catena	Energia prodotta	Energia persa	Energia totale
<i>PPI</i>	$+26.71MeV$	$-0.52MeV$	$+26.2MeV \sim 4.2 \cdot 10^{-5}erg$
<i>PPII</i>	$+26.72MeV$	$-1.06MeV$	$+25.67MeV \sim 4.1 \cdot 10^{-5}erg$
<i>PPIII</i>	$+26.73MeV$	$-7.46MeV$	$+19.27MeV \sim 3.1 \cdot 10^{-5}erg$

Tabella 1.5: Energie totali

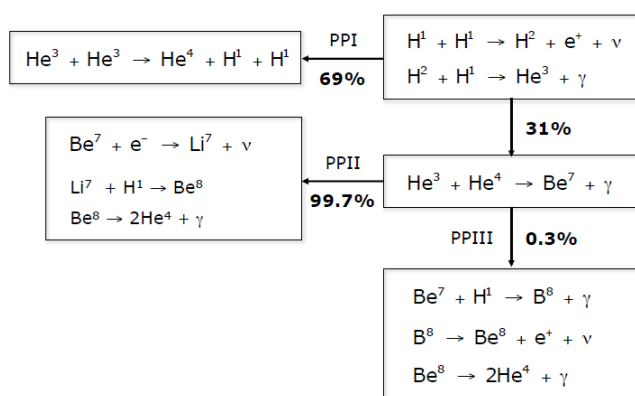


Figura 1.2: Probabilità delle catene PP

altre due catene protone protone (PPII e PPIII).

Per le reazioni protone protone l'energia prodotta per unità di tempo e massa ( $\epsilon$ ) risulta essere

$$\epsilon_{PP} = 2.36 \cdot 10^6 \rho X_H^2 T_6^{-2/3} e^{-33.81/T_6^{1/3}} \quad (1.5)$$

dove  $T_6$  è una temperatura espressa in unità di milioni di gradi ed è una grandezza adimensionale e con  $X_H$  che è l'abbondanza di idrogeno. Da notare che per queste catene l'elemento importante è solo l'idrogeno. Questa formula è stata ottenuta non considerando che i nuclei sono immersi in una nube di elettroni molto densa che introduce un



potenziale perturbatore che riduce la barriera di potenziale aumentando la penetrabilità. Introducendo anche questo potenziale, l'equazione si può riscrivere nel seguente modo.

$$\epsilon_{PP} = 2.36 \cdot 10^6 \rho X_H^2 T_6^{-2/3} e^{-33.81/T_6^{1/3}} \Phi(T) \quad (1.6)$$

## 1.2.2 Ciclo CNO

Il ciclo CNO è un'altra serie di reazioni che trasforma idrogeno in elio. La principale differenza dalle catene protone-protone è che per far avvenire queste reazioni c'è bisogno della presenza nel nucleo della stella di carbonio, azoto e ossigeno. Questi elementi pesanti vengono sia consumati che prodotti dal ciclo. Le prime stelle che si sono formate nell'Universo, erano formate principalmente da idrogeno ed elio (molto più idrogeno rispetto all'elio); i metalli (C,N,O) sono stati sintetizzati negli interni stellari; perciò le prime stelle per produrre elio utilizzavano le catene protone protone. Non potevano utilizzare la CNO dato che non avevano a priori questi elementi. Quando le stelle finiscono il loro ciclo vitale rilasciano nel mezzo interstellare gli elementi che hanno sintetizzato nella loro vita. Perciò le stelle più giovani sono più ricche di metalli, che conservano dalla nube (arricchita dalle stelle vecchie) che le origina. Esistono due cicli CNO:

- Ciclo principale
- Ciclo secondario

Si parte con il mostrare le varie reazioni che fanno parte del ciclo principale.

Reazioni	Energia (E)	Tempo(t)
$C^{12} + H^1 \rightarrow N^{13} + \gamma$	+1.94MeV	$1.3 \cdot 10^7 yr$
$N^{13} \rightarrow C^{13} + e^+ + \nu$	+2.2MeV -0.7MeV	7min
$C^{13} + H^1 \rightarrow N^{14} + \gamma$	+7.55MeV	$2.7 \cdot 10^6 yr$
$N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15} + \gamma$	+7.29MeV	$3.2 \cdot 10^8 yr$
$O^{15} \rightarrow N^{15} + e^+ + \nu$	+2.7MeV -1.0MeV	82s
$N^{15} + H^1 \rightarrow C^{12} + He^4$	+4.96MeV	$1.1 \cdot 10^5 yr$

Tabella 1.6: Catena CNO principale

L'energia totale è pari a +25MeV che corrispondono circa a  $4 \cdot 10^{-5} erg$ .

La reazione più lenta è quella che partendo dall'azoto-14 produce ossigeno-15: ci mette  $3.2 \cdot 10^8$  anni (circa 100 milioni di anni) per avvenire. Perciò si avrà un accumulo di  $N^{14}$  nel nucleo stellare. A causa di questo possiamo suddividere il ciclo principale in due parti:

- Ramo veloce
- Ramo lento

Il ramo veloce può essere anche chiamato "ciclo CN" dato che l'ossigeno in quel tratto non gioca nessun ruolo.

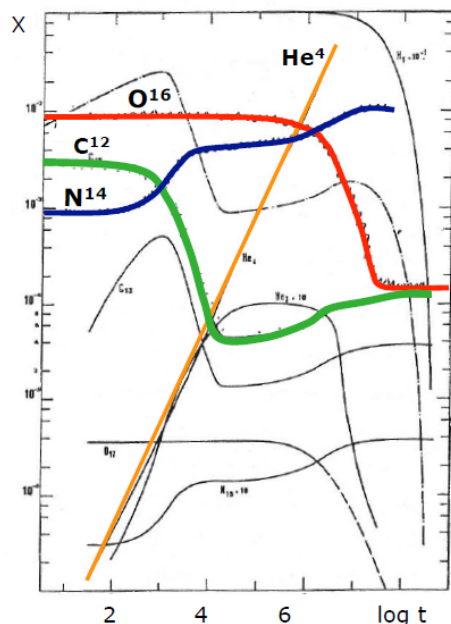


Figura 1.3: Variazione di C,N,O

Partendo da una certa percentuale di elementi CNO nel nucleo vediamo come variano quando parte il ciclo. Come si può vedere nella figura 1.3, durante il ciclo principale si ha un aumento di azoto e una diminuzione di ossigeno e carbonio. Dato che questa è una reazione che produce principalmente elio, l'abbondanza di questo elemento aumenta linearmente con lo scorrere del tempo. Se consideriamo singolarmente i due rami avremo che nel ramo veloce si avrà una diminuzione del carbonio e un aumento di azoto (mentre l'ossigeno rimane invariato perchè, come già detto, non partecipa alle reazioni nel ramo veloce); anche nel ramo lento si avrà una diminuzione del carbonio e un aumento dell'azoto, ma in questo tratto avremo anche una diminuzione dell'ossigeno.

In uno stato di equilibrio, le abbondanze relative possono essere paragonate al rapporto dei tempi di vita media; perciò avremo:

$$\frac{C^{12}}{C^{13}} = \frac{1.3 \cdot 10^7}{2.7 \cdot 10^6} = \frac{13}{2.7} = 4.6$$

$$\frac{N^{14}}{N^{15}} = \frac{3.2 \cdot 10^8}{1.1 \cdot 10^5} = 2900$$

Reazioni	Energia (E)
$N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15} + \gamma$	+7.29MeV
$O^{15} \rightarrow N^{15} + e^+ + \nu$	+2.7MeV -1.0MeV
$N^{15} + H^1 \rightarrow O^{16} + \gamma$	+1.2MeV
$O^{16} + H^1 \rightarrow F^{17} + \gamma$	+0.6MeV
$F^{17} \rightarrow O^{17} + e^+ + \nu$	+2.7MeV -0.94MeV
$O^{17} + H^1 \rightarrow N^{14} + He^4$	+1.19MeV

Tabella 1.7: Ciclo CNO secondario

Nella tabella precedente sono mostrate le reazioni che compongono il ciclo secondario. Come per il ciclo principale, la reazione che produce l'ossigeno-15 è quella più lenta e che quindi caratterizza la reazione. In questo caso l'energia totale è +24.9MeV. Per il

ciclo CNO, l'energia prodotta è:

$$\epsilon_{CNO} = 7.21 \cdot 10^{27} \rho X_H Z_{CN} T_6^{-2/3} e^{-153.31/T_6^{1/3}} \Phi(T) \quad (1.7)$$

Mentre nelle catene PP, l'elemento importante per la reazione era solo l'idrogeno, in questo caso come ci si aspetta, gli elementi importanti sono i metalli CN.

### 1.2.3 Reazione $3\alpha$

Il processo  $3\alpha$ , come già detto in precedenza, è una reazione che prende l'elio e lo trasforma in carbonio. Questo può avvenire quando la stella ha praticamente finito di bruciare l'idrogeno (attraverso la PP o CNO). Il nucleo si contrae, la temperatura sale fino a circa  $1.5 \cdot 10^8 K$ , che fa innescare la fusione dell'elio.

Reazioni	Energia (E)
$He^4 + He^4 \leftrightarrow Be^8$	$-0.1 MeV$
$Be^8 + He^4 \rightarrow C^{12} + \gamma$	$+7.4 MeV$

Tabella 1.8: Reazione  $3\alpha$

Come si può vedere dal segno negativo del termine di energia, la prima reazione è endotermica, ovvero assorbe energia invece che produrla. Questo perchè il berillio-8 è instabile e tende a ritrasformarsi nelle particelle iniziali. Per far sì che questa reazione possa avvenire, bisogna che nella struttura in cui avviene questa reazione sia presente elio in grande quantità. Come per gli altri cicli viene mostrata la scrittura di  $\epsilon$  per questo processo

$$\epsilon_{3\alpha} = 3.5 \cdot 10^{17} \rho^2 Y^3 \frac{e^{-4320/T_6}}{T_6^3} \Phi(T) \quad (1.8)$$

con Y che corrisponde alla quantità di elio nel nucleo della stella. Anche qui si può ben notare come questa reazione dipenda, come componenti chimiche, solo dalla quantità di elio. Le tre espressioni dell'energia prodotta per unità di tempo e di massa, si possono riscrivere in una maniera un po' diversa, in cui si mostra l'enorme dipendenza dalla temperatura.

$$\epsilon_{pp} = \epsilon_1 \rho X^2 T_6^{\nu_{pp}} \quad (1.9)$$

$$\epsilon_{CN} = \epsilon_2 \rho X X_{CN} T_6^{\nu_{CN}} \quad (1.10)$$

$$\epsilon_{3\alpha} = \epsilon_3 \rho^2 Y^3 T_6^{\nu_{3\alpha}} \quad (1.11)$$

con  $\nu_{pp} = [3.5 - 6]$ ,  $\nu_{CN} = [13 - 20]$  e  $\nu_{3\alpha} = [20 - 30]$ . Perciò si può ben vedere che per esempio la  $3\alpha$  dipende dalla temperatura elevata circa alla 25! La figura 1.4 mostra graficamente come le tre reazioni dipendano dalla temperatura. A temperature più basse ( $\sim T^6$ ) agiscono le reazioni che producono elio (PP e CNO) mentre quando le temperature sono più alte e c'è abbastanza elio nel nucleo parte la  $3\alpha$  che produce carbonio.

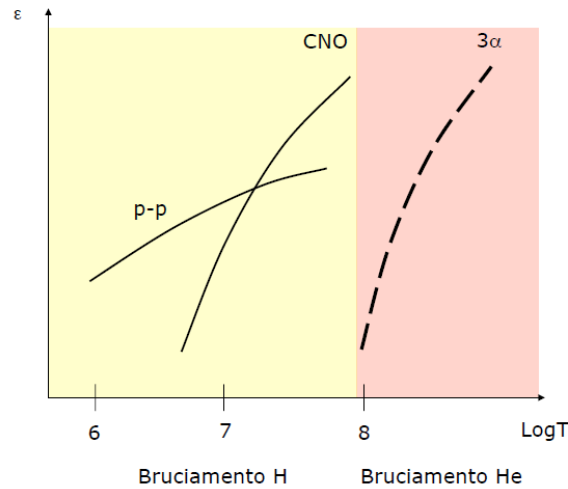


Figura 1.4: Energia prodotta dalle reazioni in funzione della temperatura

### 1.3 Reazioni successive alla $3\alpha$

Finita la reazione  $3\alpha$ , con la temperatura del nucleo a circa  $6 \cdot 10^8$  K, si avrà un nucleo povero di elio e ricco di carbonio; è a questo punto che incomincia il processo denominato "cattura  $\alpha$ ". Tale processo consiste nel catturare un nucleo di elio-4 (particella  $\alpha$ ) da parte del carbonio, portando alla formazione di ossigeno-16; a sua volta l'ossigeno cattura una particella  $\alpha$  per formare il neon-20 e così via... Gli elementi prodotti da questa catena sono chiamati "elementi alfa". A quelle temperature parte anche il processo di bruciamento del carbonio, mentre a temperature più alte si hanno quelli dell'ossigeno, del neon e del silicio. La struttura stellare continuerà a produrre reazioni fino al ferro. Quando si forma un nucleo di ferro, la nucleosintesi nei nuclei stellari dovuti alle reazioni termonucleari finisce. Gli elementi più pesanti del ferro vengono prodotti attraverso cattura neutronica; tale cattura può avvenire in modo lento (processi s) o in modo veloce (processi r). I processi s avvengono in un tempo dell'ordine di  $10^3 - 10^7$  anni, mentre i processi r sono dell'ordine di 10-100 secondi. Quando la massa della stella è superiore a  $8M_{\odot}$ , la stella finirà la sua vita con un'esplosione di supernova di tipo II. L'atmosfera e gli strati esterni al nucleo esplodono e producono tale supernova, mentre il nucleo si contrae e può diventare o una stella di neutroni, oppure un buco nero.

# Capitolo 2

## Accrescimento gravitazionale

Le reazioni nucleari non sono, però, il processo energetico più efficiente nell'Universo; l'efficienza della PPI è circa 0.007 (7 per mille) mentre quella del prossimo meccanismo è circa 0.10-0.15 (10%-15%). Per studiare tale meccanismo bisogna spostarsi dall'infinitamente piccolo, come nuclei di atomi, all'infinitamente grande. Più nello specifico verrà trattato il caso di accrescimento gravitazionale da parte di buchi neri supermassicci (SMBH).

I buchi neri sono una deformazione dello spazio-tempo così profonda che niente di quello che entra può poi uscire, neanche la luce. I buchi neri non sono tutti delle stesse dimensioni: esistono buchi neri stellari, di massa intermedia e supermassicci. I buchi neri stellari vengono prodotti dalla morte delle stelle. L'origine dei buchi neri supermassicci invece è ancora un mistero, soprattutto per quelli primordiali; infatti, tutt'ora non si è del tutto certi su come questi corpi enormi si siano creati in così poco tempo dopo l'inizio dell'Universo. Comunque le evidenze sperimentali, ci dicono che al centro di ogni galassia risiede un buco nero supermassiccio. Per esempio, al centro della nostra Galassia, secondo quanto osservato, dovrebbe essercene uno con una massa pari a  $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$ , chiamato Sgr A\*.

Per calcolare la distanza dal buco nero alla quale la luce non riesce più ad uscire, usando la fisica classica, bisogna scrivere la conservazione di energia

$$K_i + U_i = K_f + U_f \quad (2.1)$$

Nel nostro caso, prendendo l'energia uguale a zero all'infinito, si ottiene la seguente formula

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R} = 0 \quad (2.2)$$

Da questa si può ricavare la velocità di fuga

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (2.3)$$

Se si sostituisce la velocità della luce ( $c$ ) alla velocità di fuga e si inverte la formula 2.3, si ottiene

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (2.4)$$

Questa distanza è chiamata raggio di Schwarzschild. Questa distanza non è però quella più "pericolosa". Per un buco nero che non ruota, c'è un limite chiamato "ISCO" (Innermost Stable Circular Orbit), di dimensione circa  $3r_s$  che corrisponde al raggio al quale un corpo finisce certamente nel buco nero. Esiste anche un altro raggio chiamato "raggio di distruzione mareale", scrivibile con la seguente formula

$$r_T = \sqrt[3]{\frac{M_{BH}}{M_*}} R_* \quad (2.5)$$

Questo raggio corrisponde alla distanza alla quale il buco nero incomincia a "stirare" il corpo che gli sta cadendo dentro; questo succede perchè la gravità è molto maggiore per la parte più vicina al buco nero e minore per quella più lontano. Questo fenomeno è chiamato comunemente "spaghetizzazione". Come si può ben notare dalla formula 2.5, se si prende in considerazione due buchi neri, uno con massa maggiore dell'altro, quello con massa maggiore avrà un raggio di distruzione mareale maggiore (perciò il materiale che sta cascando dentro si distruggerà prima). Dato che il raggio di Schwarzschild varia linearmente con la massa del buco nero, mentre il raggio di distruzione mareale varia come la massa elevata alla 1/3, per buchi neri con masse minori, un corpo in avvicinamento incontrerà prima la distruzione mareale e successivamente non ci arriverà più la sua luce; mentre ci sarà una massa oltre la quale il raggio di distruzione mareale è dentro il raggio di Schwarzschild e quindi il corpo si disintegrerà quando già la sua luce non arriverà più fuori.

Si calcola ora l'energia che può essere prodotta quando un volumetto di materia passa dalla zona ISCO al raggio di Schwarzschild, ovvero mentre cade verso il buco nero. L'energia di questo volumetto a  $3r_s$  è:

$$E(3r_s) = \frac{mv_c^2(3r_s)}{2} - \frac{GM_{BH}m}{3r_s} \quad (2.6)$$

mentre quella a un raggio di Schwarzschild è:

$$E(r_s) = \frac{mv_c^2(r_s)}{2} - \frac{GM_{BH}m}{r_s} \quad (2.7)$$

Uguagliando l'accelerazione centripeta ( $v^2/r$ ) e quella gravitazionale ( $GM/r^2$ ), si ottiene la relazione tra velocità centripeta, massa e raggio.

$$v_c^2 = \frac{GM}{r} \quad (2.8)$$

Perciò si può riscrivere l'energia a  $3r_s$  e a  $1r_s$  come:

$$E(3r_s) = -\frac{GM_{BH}m}{6r_s} \quad (2.9)$$

$$E(r_s) = -\frac{GM_{BH}m}{2r_s} \quad (2.10)$$

L'energia che il volumetto di materia perde avvicinandosi al buco nero ( $\Delta E$ ), corrisponde all'irraggiamento del disco di accrescimento.

$$\Delta E = E(r_s) - E(3r_s) = \frac{GM_{BH}m}{3r_s} \quad (2.11)$$

Se al posto di  $r_s$  si sostituisce l'espressione 2.4 si ottiene

$$\Delta E = \frac{GM_{BH}mc^2}{6GM_{BH}} = \frac{mc^2}{6} \simeq 0.15mc^2 \quad (2.12)$$

Supponendo di avere un buco nero che accresce con un tasso di una massa solare all'anno, si può calcolare l'energia che emette il materiale che sta precipitando.

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \epsilon \dot{M} c^2 = \frac{\epsilon M_\odot c^2}{t} \quad (2.13)$$

Con le dovute sostituzioni si trova il seguente risultato.

$$\frac{\epsilon \cdot 2 \cdot 10^{33} \cdot (3 \cdot 10^{10})^2}{3.15 \cdot 10^7} \sim \epsilon \cdot 6 \cdot 10^{46} \text{ erg/s} \sim \epsilon \cdot 10^{13} L_\odot \quad (2.14)$$

## 2.1 Luminosità di Eddington per l'accrescimento

Consideriamo un buco nero che sta accrescendo massa grazie a della materia che gli sta precipitando dentro. Avremo una situazione in cui la materia va verso il buco nero e i fotoni vanno verso l'esterno. Per calcolare l'impulso dei fotoni uscenti bisogna moltiplicare l'impulso di ogni fotone,  $p = h\nu/c$ , per il numero di fotoni ad una certa frequenza per unità di tempo.

$$N = \frac{1}{h\nu} \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \quad (2.15)$$

$$P_\gamma(\nu) = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} \quad (2.16)$$

Questa radiazione che sta uscendo, però, incontra la materia che sta andando verso l'interno. Supponendo che la materia sia ionizzata e che la densità di materia sia elevata, questa sarà formata da ioni di carica positiva ed elettroni. Essendo la sezione d'urto per una particella carica

$$\sigma_q \propto \frac{1}{m_q^2} \quad (2.17)$$

la sezione d'urto degli elettroni sarà molto maggiore di quella delle cariche positive. Perciò i fotoni, interagendo con la materia, incontrano solo gli elettroni (i protoni sono come puntiformi). Il risultato perciò è che gli elettroni vengono attirati nel verso opposto al loro moto dai fotoni, e grazie alla forza elettromagnetica attirano i protoni. Ora bisogna calcolare le due forze dominanti: la forza di radiazione e quella gravitazionale. Per calcolare la forza di radiazione bisogna calcolare l'impulso depositato sugli elettroni e integrarlo. L'impulso depositato sugli elettroni si ottiene moltiplicando l'impulso trasportato dai

fotoni (formula 2.16) per la sezione d'urto di Thompson ( $\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{cm}^2$ ) e per la densità numerica degli elettroni. Si ottiene dunque

$$\frac{L(\nu)n_e(r)\sigma_T}{4\pi r^2 c}$$

Integrando

$$F_{RAD} = \int_0^\infty \frac{L(\nu)n_e(r)\sigma_T}{4\pi r^2 c} d\nu = \frac{Ln_e(r)\sigma_T}{4\pi r^2 c} \quad (2.18)$$

La sezione d'urto Thompson, però, si ottiene con l'approssimazione classica. Ad alte energie, bisogna introdurre la sezione d'urto di Klein-Nishina.

$$\sigma_{KN}(\nu) = \sigma_T \cdot g\left(\frac{\nu}{\nu_T}\right) \quad (2.19)$$

dove  $g$  è una funzione correttiva che dipende linearmente dalla frequenza e inversamente dalla frequenza caratteristica, detta frequenza di Thompson. Perciò grazie a questa correzione si può riscrivere la forza di radiazione.

$$F_{RAD} = \frac{Ln_e\sigma_T}{4\pi r^2 c} C_{KN} \quad (2.20)$$

con

$$C_{KN} = \int_0^\infty f(\nu)g\left(\frac{\nu}{\nu_T}\right) d\nu \quad (2.21)$$

La forza gravitazionale, si può scrivere facilmente come:

$$F_{GRAV} = -\frac{GM_{BH}}{r^2}(n_e m_e + n_p m_p) \quad (2.22)$$

Dato che la densità numerica elettronica è circa uguale a quella dei protoni ( $n_e \simeq n_p$ ) e che invece la massa elettronica è molto minore rispetto a quella dei protoni ( $m_e \ll m_p$ ), possiamo riscrivere la formula 2.22 nel seguente modo

$$F_{GRAV} = -\frac{GM_{BH}}{r^2} n_p(r) m_p \quad (2.23)$$

Esiste una luminosità critica (detta luminosità di Eddington) tale che, se viene superata, la pressione di radiazione domina sulla forza gravitazionale; perciò tramite questo meccanismo il buco nero si "autospegne" perchè gli elettroni e i protoni vengono spinti verso l'esterno invece che verso l'interno.

$$\frac{Ln_e\sigma_T}{4\pi r^2 c} C_{KN} - \frac{GM_{BH}}{r^2} n_p(r) m_p = 0 \quad (2.24)$$

$$L_{Edd} = \frac{4\pi c GM_{BH} m_p}{\sigma_T C_{KN}} \quad (2.25)$$

Come per il raggio di Schwarzschild, la luminosità di Eddington dipende linearmente dalla massa del buco nero. Calcolandola per il Sole si ottiene un valore circa pari a  $10^{38} \text{erg/s}$ ; perciò si può riscrivere più semplicemente la formula 2.25 come

$$L_{Edd} \sim 10^{38} \frac{M_{BH}}{M_\odot} \text{erg/s} \quad (2.26)$$



C'è anche un'altra quantità che può essere ricavata: il tempo di Salpeter, che è il tempo scala con cui un buco nero accresce la propria massa. Per cominciare si pone

$$\epsilon \dot{m} c^2 = \epsilon \dot{M}_{BH} c^2 \quad (2.27)$$

con  $\dot{m}$  che è quanta massa cade all'interno del buco nero per unità di tempo, e con  $\dot{M}_{BH}$  che è quanto aumenta la massa del buco nero per unità di tempo. Eguagliando la luminosità di Eddington al termine di destra dell'equazione 2.27, si pone un limite superiore a quanto un buco nero può accrescere la propria massa. Nel seguente calcolo ci si mette a basse energie e quindi in questo caso la costante di Klein-Nishina ha un valore circa dell'unità. Se si sostituisce il valore trovato nella formula 2.25 si ottiene

$$\frac{4\pi c G M_{BH} m_p}{\sigma_T} = \epsilon \dot{M}_{BH} c^2 \quad (2.28)$$

Perciò, dato che  $\dot{M}_{BH}$  esprime di fatto  $dM/dt$ , questa è una equazione differenziale.

$$\frac{dM}{M} = \frac{4\pi c G m_p}{\sigma_T \epsilon c^2} dt \quad (2.29)$$

$$\int_{M_0}^{M(t)} \frac{dM}{M} = \int_0^t \frac{4\pi c G m_p}{\sigma_T \epsilon c^2} dt \quad (2.30)$$

$$M(t) = M_0 e^{t/t_s} \quad (2.31)$$

dove

$$t_s = \frac{\epsilon \sigma_T c}{4\pi G m_p} \quad (2.32)$$

che è il tempo di Salpeter.

## 2.2 Esempio astrofisico: AGN

Gli AGN (Active Galactic Nuclei) sono un esempio perfetto del fenomeno appena presentato. Come già detto, si pensa che ogni galassia abbia al proprio centro un buco nero supermassiccio. Alcuni di questi sono "spenti", mentre altri sono attivi, ovvero trasformano la materia che sta cadendo dentro in energia. Quest'ultimo tipo di oggetto prende il nome di AGN e le galassie che li contengono prendono il nome di galassie attive. Se si guarda lo spettro di due galassie, una attiva e una non, si potrà vedere che quella non attiva è dominata dalla radiazione stellare di corpo nero, mentre quella attiva avrà una radiazione dominata dalla componente non stellare. Possono esserci vari tipi di AGN; quelli forse più rappresentativi sono radiogalassie, ovvero galassie che hanno una forte emissione nel radio e le quasar (quasi stellar radio source). La scoperta delle quasar è avvenuta negli anni '60 del secolo scorso. Gli astronomi identificarono una sorgente che aveva un'emissione simile a quella stellare, ma che emetteva nel radio e con forti righe in emissione; le stelle, come detto nel paragrafo 1 hanno uno spettro di corpo nero, e questo ha generalmente un picco o nell'ottico, o nell'infrarosso o nell'ultravioletto; nel radio c'è solo la coda dello spettro di corpo nero. Perciò quegli oggetti non potevano essere stelle;

da qui perciò deriva il nome di questi oggetti (simili a stelle che emettono in radio). Successivamente si scoprì però che solo una piccola parte di questi oggetti emetteva nel radio; perciò, come sinonimo di quasar, si utilizza il termine QSO (Quasi Stellar Object). Questi oggetti hanno un redshift molto forte (il loro spettro è spostato molto verso il rosso); questo vuol dire che sono molto lontani e che i fotoni sono stati emessi molto tempo fa. Il fatto che siano così lontani (la loro distribuzione ha un picco a redshift 2.5-3) implica che devono avere una luminosità enorme. Generalmente la luminosità di questi oggetti è compresa tra  $10^{44}$  e  $10^{48}$  erg/s che corrispondono a circa  $10^{11}$  -  $10^{13}$   $L_{\odot}$ ; perciò sono più luminosi di intere galassie. Quando furono scoperte, questa era un'ipotesi molto improbabile dato che non si conosceva nessun meccanismo di produzione di energia che riuscisse a produrre una tale luminosità. Successivamente si capì che questa luminosità era prodotta da materiale che cadeva dentro un buco nero supermassiccio. L'efficienza di questi oggetti è di circa 0.15 (15%).

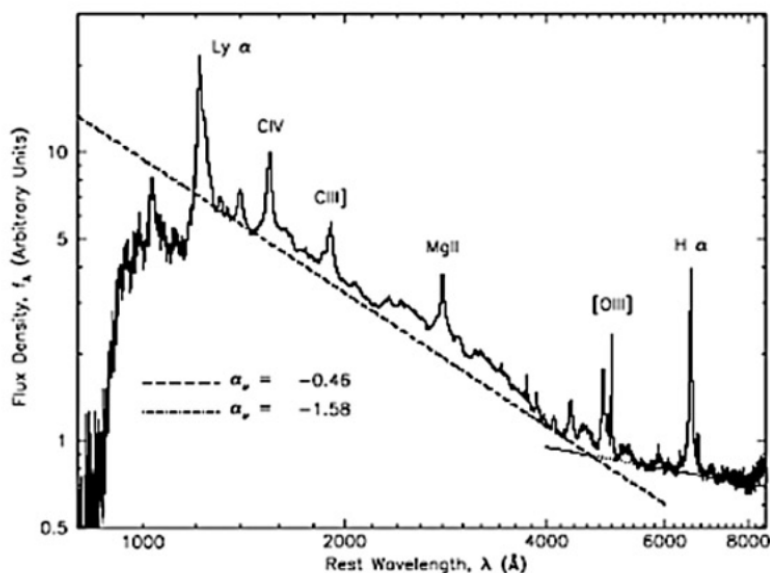


Figura 2.1: Spettro di una quasar

La figura 2.1 mostra il cosiddetto spettro sintetico di quasar, ovvero una media di vari spettri di quasar, traslati a  $z = 0$ . Come già detto, lo spettro assomiglia a quello di un corpo nero e ci sono forti righe in emissione.

# Bibliografia

- [1] L. Ciotti, *Astrofisica Extragalattica*, Dispense, 2019
- [2] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, Dispense, 2018
- [3] F. R. Ferraro, *Astrofisica Stellare*, Dispense, 2018
- [4] H.Karttunen, P.Kröger, H.Oja, M.Poutanen, K.J.Donner, *Fundamental Astronomy*, Springer, Sesta edizione