

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**PROCESSI DI SCATERING
IN
ASTROFISICA**

Tesi di laurea

Presentata da:
Matteo Siena

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Sessione III
Anno Accademico 2018-2019

Indice

1	I processi di Scattering	3
1.1	Scattering Thomson	3
1.1.1	Onda incidente non polarizzata	5
1.2	Scattering Compton	6
1.2.1	Sezione d'urto di Klein-Nishina	7
1.3	Inverse Compton	8
1.4	Comptonizzazione	9
2	Applicazioni astrofisiche	11
2.1	Synchrotron Self-Compton	11
2.1.1	Catastrofe Compton	12
2.2	Effetto Sunyaev-Zel'dovich	15
2.3	Luminosità di Eddington	15

Introduzione

Con il termine Scattering si indica un insieme di meccanismi di diffusione della radiazione da parte della materia. Quando interagiscono con una particella carica, i fotoni possono essere assorbiti e quindi riemessi subito dopo in un'altra direzione cambiando la loro energia iniziale oppure no: nel primo caso si parla di *Scattering Compton* (SC) mentre nel secondo di *Scattering Thomson*. Inoltre vi è un processo nel quale è la particella carica (l'elettrone nei processi astrofisici) ad avere un'energia maggiore, che la trasferisce così al fotone incidente; si tratta del caso dell' *Inverse Compton* (IC) ed è un meccanismo molto rilevante in Astrofisica.

Tutti questi processi vengono analizzati nel Capitolo 1, mentre nel Capitolo 2 vengono discusse alcune principali applicazioni dell' IC e dello Scattering Thomson, in particolare nel paragrafo 2.1.1 si approfondisce il fenomeno della *Catastrofe Compton*, che consiste in uno spropositato aumento della luminosità della sorgente che arriverebbe a produrre fotoni via via sempre più energetici diventando una potente sorgente di raggi X e γ . Queste emissioni, però, non sono state osservate finora e nonostante questo possa essere spiegato per alcune sorgenti tramite una semplice applicazione dell'effetto Doppler, per altre, come le *Intra – Day Variable Sources* (IDVS), ciò non è possibile, come mostrato nel lavoro pubblicato (e riassunto nella seguente trattazione sempre nel paragrafo 2.1.1) da *O.Tsang* e *J.G.Kirk* nel 2007, i quali riesaminano il problema della catastrofe per tali sorgenti mostrando che l'assenza del fenomeno appena descritto può essere spiegato apportando delle modifiche ai processi in gioco. Infine, nell'ultimo paragrafo si analizza il concetto di Luminosità di Eddington, una delle principali applicazioni in ambito astrofisico dello Scattering Thomson.

Capitolo 1

I processi di Scattering

1.1 Scattering Thomson

Lo scattering Thomson è il processo di diffusione più semplice, in cui un'onda elettromagnetica incide su di una particella carica, libera e non relativistica (cioè tale per cui $v \ll c$) accelerandola ed inducendola ad emettere radiazione alla stessa frequenza dell'onda incidente.

Ci si mette quindi nel sistema di riferimento dell'elettrone a riposo, il quale risulterà inizialmente fermo per poi iniziare ad oscillare in seguito all'interazione con l'onda incidente che si suppone polarizzata linearmente per una trattazione iniziale più semplice. A questo punto, dato che è stato ipotizzato che la particella fosse in regime non relativistico, si possono trascurare le componenti della forza di cui essa risente dovute al campo magnetico; per cui, in seguito all'arrivo del fascio di fotoni, la forza esercitata sulla particella sarà

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = e\hat{e}E_0 \sin \omega_0 t \quad (1.1)$$

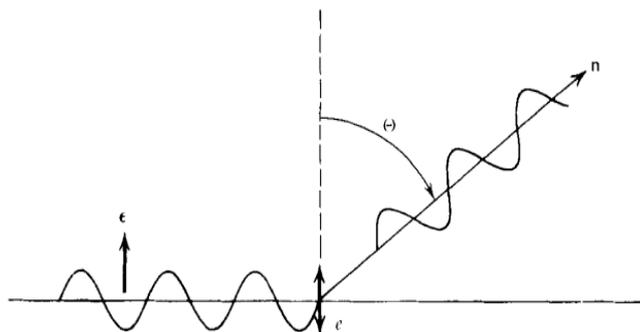


Figura 1.1: Schema geometrico Scattering Thomson onda polarizzata linearmente

dove e è la carica elementare ed \hat{e} individua la direzione del campo elettrico, mentre $\ddot{\vec{r}}$ altro non è che l'accelerazione della particella, la quale, a causa di ciò, emette radiazione di dipolo, per cui si può direttamente ricavare la derivata temporale seconda del momento di dipolo $\ddot{\vec{d}}$

$$\ddot{\vec{d}} = e\ddot{\vec{r}} = \frac{e^2 E_0}{m} \hat{e} \sin \omega_0 t \quad (1.2)$$

Si noti che l'accelerazione ed il momento di dipolo sono diretti lungo l'asse di oscillazione dell'onda incidente.

Ricordando ora la formula per la distribuzione spaziale di radiazione per un dipolo mediata nel tempo, si ha

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \left\langle \ddot{\vec{d}}^2 \right\rangle \frac{1}{4\pi c^3} \sin^2 \Theta = \frac{e^4 E_0^2}{8\pi m^2 c^3} \sin^2 \Theta \quad (1.3)$$

ed è importante sottolineare che Θ individua l'angolo tra la direzione di oscillazione della particella e la direzione di propagazione dell'onda da questa emessa, in particolare il \sin^2 restituisce la tipica distribuzione di probabilità a "ciambella", ciò significa che la radiazione emessa risulta nulla in direzione dell'accelerazione della particella e massima nella direzione perpendicolare. Ora, dal momento che il flusso di radiazione incidente è dato dal vettore di *Poynting medio* $\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} E_0^2$, se si sostituisce questo valore nella relazione (1.3), con dei semplici passaggi si può ricavare la sezione d'urto differenziale per scattering in $d\Omega$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{m^2 c^4} \sin^2 \Theta = r_0^2 \sin^2 \Theta \quad (1.4)$$

Questo risultato è valido per un'onda polarizzata linearmente e r_0 identifica il raggio classico della particella, che risulta circa pari a $r_0 \simeq 2.82 \cdot 10^{-13}$ cm per l'elettrone. Integrando l'equazione appena derivata su tutti gli angoli solidi e considerando l'elettrone come la carica responsabile della diffusione si ricava la *Sezione d'urto Thomson* σ_T

$$\sigma_T = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \simeq 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (1.5)$$

Se si fa riferimento alle sezioni d'urto sia differenziale che totale si nota che esse non dipendono dalla frequenza dell'onda incidente, tuttavia se ci si sposta a frequenze alte dove l'energia del fotone emesso dall'interazione risulta $h\nu \geq m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ (energia della massa a riposo dell'elettrone), la sezione d'urto diventa più piccola e prende il nome di *Sezione d'urto di Klein – Nishina*. Inoltre il campo di radiazione non deve essere troppo intenso, altrimenti l'elettrone si muoverà in modo relativistico e la trattazione fatta finora non risulterà più valida.

1.1.1 Onda incidente non polarizzata

Se l'onda incidente è *non* polarizzata, allora la si può immaginare come derivante dalla sovrapposizione di due fasci polarizzati linearmente e aventi assi di oscillazione perpendicolari tra di loro. Facendo quindi riferimento alla Figura 1.2, chiamando sempre Θ l'angolo tra la direzione di oscillazione dell'elettrone e la direzione di propagazione dell'onda scatterata, si fa notare che l'angolo tra quest'ultima e la direzione ϵ_2 della seconda onda polarizzata risulta pari a $\frac{\pi}{2}$.

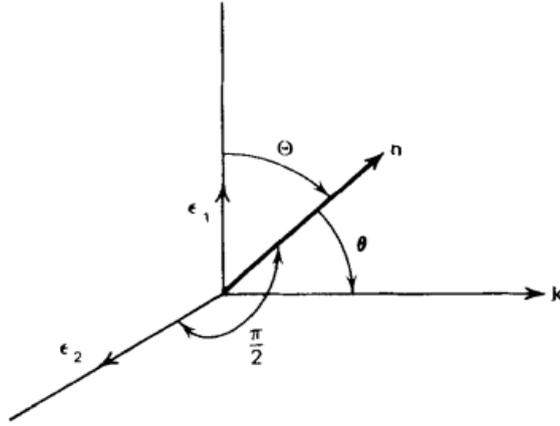


Figura 1.2: Schema Thomson Scattering onda non polarizzata

A questo punto la sezione d'urto differenziale altro non è che una media della sezione d'urto per scattering per radiazione polarizzata linearmente tra gli angoli Θ e $\frac{\pi}{2}$, per cui si ricava

$$\frac{d\sigma}{s\Omega} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega} \right)_{polarized} + \left(\frac{d\sigma(\frac{\pi}{2})}{d\Omega} \right)_{polarized} \right] = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \sin^2 \Theta) = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \theta) \quad (1.6)$$

Si può notare subito che si ha dipendenza, alla fine, dall'angolo tra la direzione di propagazione della radiazione incidente e quella diffusa ed inoltre la sezione d'urto totale risulta essere la stessa del caso di radiazione incidente polarizzata per il fatto che l'elettrone a riposo non possiede una direzione intrinsecamente definita:

$$\sigma_{unpolarized} = \sigma_{polarized} = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \quad (1.7)$$

1.2 Scattering Compton

A differenza del caso Thomson, in questo processo il fotone diffuso dall'elettrone risulta avere un'energia minore del fotone incidente: di fatto una parte dell'energia viene ceduta dal fotone all'elettrone, il quale non oscillerà più intorno ad una posizione di equilibrio, ma verrà "spazzato via" con un certo angolo rispetto alla direzione di incidenza. La scoperta di questo fenomeno da parte di Arthur Compton nel 1923 fu di importante rilievo in quanto dimostrazione del fatto che la luce ha una natura non solo ondulatoria, ma anche corpuscolare.

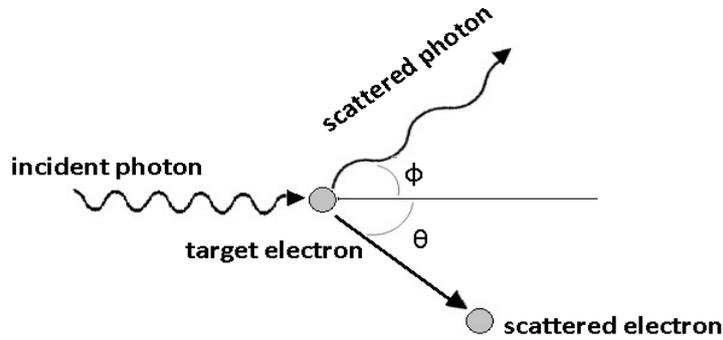


Figura 1.3: Schema geometrico Scattering compton nel sistema dell'elettrone a riposo

Si considerino quindi un *elettrone* fermo e un *fotone* incidente su di esso: si applichino ora le conservazioni di energia totale e quantità di moto ponendosi nel sistema di riferimento dell'elettrone a riposo. Tenendo conto del fatto che l'elettrone, dopo l'urto, si muoverà in una certa direzione definita da un angolo θ e il fotone uscente (diffuso) andrà in un'altra direzione definita dall'angolo ϕ , come si può vedere nella Figura 1.3, si ha

$$h\nu_f = h\nu_i - \frac{1}{2}m_e v_{fe}^2 \qquad \frac{h\nu_f}{c} = \frac{h\nu_i}{c} - m_e v_{fe} \qquad (1.8)$$

dove i membri a sinistra delle equazioni indicano rispettivamente **l'energia** e **l'impulso** del fotone diffuso, m_e la massa dell'elettrone a riposo v_{fe} la velocità di quest'ultimo dopo l'urto.

Quindi, mettendo a sistema e risolvendo, si può ottenere lo shift in funzione della lunghezza d'onda

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi) = \lambda_c (1 - \cos \phi) \qquad (1.9)$$

Si può subito notare che l'aumento della lunghezza d'onda dipende dall'angolo con cui il fotone viene scatterato; inoltre, viene definita la lunghezza d'onda compton λ_c , la quale

risulta essere pari a $\lambda_c = 0.02426 \text{ \AA}$. Un'importante relazione che si può ricavare dalla dimostrazione dello shift in lunghezza d'onda è quella che restituisce l'energia del fotone diffuso

$$h\nu_f = \frac{h\nu_i}{1 + \frac{h\nu_i}{m_e c^2}(1 - \cos \phi)} \quad (1.10)$$

dove si può notare che l'energia del fotone risulta *massima* per un angolo di diffusione pari a 0° e quindi si ha

$$h\nu_f = h\nu_i \quad (1.11)$$

mentre risulta *minima* per un angolo di diffusione pari a 180° gradi, perciò

$$h\nu_f = \frac{h\nu_i}{1 + 2\frac{h\nu_i}{m_e c^2}} \quad (1.12)$$

Questo tipo di scattering risulta, però, di poca rilevanza in astrofisica, in quanto ad energie relativamente alte il flusso di fotoni è basso, per cui i pochi fotoni che prendono parte allo Scattering Compton perdono energia andando così a finire in regioni dello spettro dove si hanno già molti fotoni e questo significa che si possono ottenere poche informazioni da questo processo.

1.2.1 Sezione d'urto di Klein-Nishina

Oltre al problema del basso flusso di fotoni, se si considerano fotoni con energie comparabili con quella della massa dell'elettrone a riposo, cioè $h\nu \geq m_e c^2 \simeq 0.511 \text{ MeV}$, si va incontro ad una perdita di efficienza del processo di scattering perchè la sezione d'urto diventa più piccola e prende il nome di sezione d'urto di *Klein – Nishina*. Dall'elettrodinamica quantistica è possibile ricavare il valore della sezione d'urto differenziale, espressa dalla formula

$$\frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} = \frac{3}{16\pi} \sigma_T \left(\frac{x_1}{x}\right)^2 \left(\frac{x}{x_1} + \frac{x_1}{x} - \sin^2 \theta\right) \quad (1.13)$$

dove x indica l'energia *iniziale* del fotone e x_1 l'energia del fotone diffuso e se $x_1 \sim x$ ci si riduce al caso classico.

Se si sfrutta la conservazione dell'energia e della quantità di moto sul piano di scattering si può riscrivere l'equazione precedente in funzione della sola energia del fotone incidente, quindi integrando su tutti gli angoli solidi si ottiene la *Sezione d'urto di Klein – Nishina*

$$\sigma_{KN} = \frac{3}{4} \sigma_T \left\{ \frac{1+x}{x^3} \left[\frac{2x(1+x)}{1+2x} - \ln(1+2x) \right] + \frac{1}{2x} \ln(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right\} \quad (1.14)$$

Si può, a questo punto, distinguere tra due differenti limiti che descrivono rispettivamente i casi di regime *non relativistico* e *relativistico*

$$\sigma_{KN} \simeq \sigma_T \left(1 - 2x + \frac{26x^2}{5} + \dots \right) \text{ per } x \ll 1 \quad (1.15)$$

$$\sigma_{KN} \simeq \frac{3}{8} \frac{\sigma_T}{x} \left[\ln(2x) + \frac{1}{2} \right] \text{ per } x \gg 1 \quad (1.16)$$

La diminuzione della sezione d'urto ad altissime energie ha importanti ricadute in ambito astrofisico, in particolare, nel paragrafo 2.3, si approfondirà l'effetto di tale riduzione nel calcolo della **Luminosità di Eddington**, ovvero il valore di luminosità che un oggetto astrofisico deve raggiungere per far sì che la forza di pressione di radiazione superi la forza di gravità che lo tiene insieme.

1.3 Inverse Compton

In questo importante processo un elettrone relativistico, che possiede molta più energia rispetto al fotone incidente, ne trasferisce una parte a quest'ultimo. Per poter spiegare il fenomeno si devono considerare due sistemi di riferimento:

- E - sistema di riferimento dell'elettrone a riposo
- L - sistema di riferimento dell'osservatore

Se quindi ci si mette nel sistema dell'elettrone, qui si ha scattering Thomson, in quanto l'energia del fotone incidente risulta molto più piccola di $m_e c^2$, per cui si ha $h\nu'_E = h\nu_E$ dove l'apice si riferisce al fotone emesso. Ora, indicando con θ l'angolo tra la direzione del moto dell'elettrone e quella del fotone incidente nel sistema L e con θ' invece l'angolo tra la direzione del moto dell'elettrone e quella del fotone disperso nel sistema E e considerando l'effetto Doppler relativistico, si può scrivere

$$h\nu_E = h\nu_L \gamma (1 - \beta \cos \theta) \quad h\nu'_L = h\nu'_E \gamma (1 + \beta \cos \theta') \quad (1.17)$$

dove β è il rapporto tra la velocità dell'elettrone e quella della luce nel vuoto.

Per cui da queste equazioni, se l'elettrone riemette il fotone sempre nel cono di apertura $1/\gamma$ (lo stesso nel quale il fotone incidente è "entrato" nel sistema di riferimento dell'elettrone), si ricava

$$h\nu'_L = \gamma^2 h\nu_L (1 - \beta \cos \theta)(1 + \beta \cos \theta') \quad (1.18)$$

Questo risultato mostra che l'Inverse Compton è un processo molto efficiente quando si tratta di trasferire energia da elettroni relativistici a fotoni relativamente poco energetici: in particolare, grazie a questo meccanismo vengono prodotti fotoni γ e X tramite lo shift, rispettivamente, di fotoni nell'*ottico* e nell'*infrarosso* nel caso in cui si abbia a che fare con elettroni con un fattore di Lorentz $\gamma \approx 1000$.

Il massimo valore di energia che può essere guadagnata dal fotone si ha nel caso in cui

$\theta = \pi$ e $\theta' = 0$, mentre il minimo per $\theta = 0$ e $\theta' = \pi$, quindi, dato che per elettroni ultrarelativistici $\beta \approx 1$, dalla formula qui sopra si ricava

$$h\nu'_{Lmax} \simeq 4\gamma^2 h\nu_L \qquad h\nu'_{Lmin} \simeq \frac{h\nu_L}{4\gamma^2} \qquad (1.19)$$

Per cui, per una distribuzione isotropa di fotoni incidenti, l'energia media di un fotone dopo lo scattering sarà

$$\langle h\nu'_L \rangle \simeq \frac{4}{3}\gamma^2 h\nu_L \qquad (1.20)$$

Inoltre, l'energia emessa è la stessa sia nel sistema di riferimento dell'osservatore che in quello dell'elettrone e risulta pari a

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right) = \frac{4}{3}\sigma_T c \gamma^2 \beta^2 U_{ph} \approx \gamma^2 U_{ph} \qquad (1.21)$$

dove U_{ph} è la densità di energia del campo di radiazione.

1.4 Comptonizzazione

Quando si parla di comptonizzazione ci si riferisce al processo per il quale dei fotoni vengono sottoposti a scattering multipli (tramite *Compton* o *Inverse Compton*) grazie all'interazione con elettroni in equilibrio termico e non relativistici. Questo può portare ad un cambiamento dello spettro di emissione di un corpo.

Di fatto quando i fotoni vengono scatterati possono *guadagnare* o *perdere* energia, per cui, se si osserva il tutto dal punto di vista del fotone, si avrà

$$\left\langle \frac{\Delta h\nu}{h\nu} \right\rangle_{ph} \approx -\frac{h\nu}{m_e c^2} \qquad \left\langle \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right\rangle_{el} \approx \frac{4kT}{m_e c^2} \qquad (1.22)$$

dove la prima equazione rappresenta l'energia trasferita dai fotoni agli elettroni, mentre la seconda quella trasferita dagli elettroni ai fotoni a seconda del processo che avviene. Quindi se si hanno scattering multipli alla fine si ottiene

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle_{ph} = \frac{4kT - h\nu}{m_e c^2} \qquad (1.23)$$

che è l'energia netta trasferita durante gli scattering multipli: è facile notare che nel caso in cui $4kT \approx h\nu$ di fatto non si ha trasferimento netto di energia e i processi di compton e inverse compton si bilanciano, mentre nei casi in cui $4kT \gg h\nu$ o $4kT \ll h\nu$ si ha rispettivamente guadagno e perdita di energia da parte dei fotoni (viceversa per gli elettroni del gas) e quindi prevalenza di *Inverse Compton* nella prima situazione

e prevalenza di *Compton* nella seconda. Se si prende il caso $4kT \gg h\nu$ in una certa regione in cui si ha del plasma, allora si può ricavare l'energia finale di un fotone che la attraversa tenendo in considerazione che questa aumenterà a seconda del numero di scattering subiti dal fotone. In particolare questo dipende dall'opacità allo scattering τ_e che a sua volta dipende dalle dimensioni della regione D e dal libero cammino ottico. Con dei semplici passaggi si ricava così che l'energia del fotone, una volta uscito dalla regione, sarà $h\nu = h\nu_0 e^{4y}$, dove y viene chiamato *Parametro Compton* ed è definito nel modo seguente

$$y = \frac{kT n_e^2 \sigma_T^2 D^2}{m_e c^2} \propto T n_e^2 D^2 \quad (1.24)$$

Quest'ultima equazione permette di concludere che, se $y \ll 1$, la densità o le dimensioni della regione analizzata sono contenute e lo spettro viene modificato solo in piccola parte, mentre se $y \gg 1$ si è nella configurazione opposta e lo spettro risulta fortemente modificato; di fatto in quest'ultimo caso (forte comptonizzazione) l'energia dei fotoni uscenti risulta pari all'energia termica del plasma, cioè $h\nu \approx 4kT$, e si raggiunge l'equilibrio termico, quindi lo spettro dei fotoni deve seguire la distribuzione di energia di *Bose-Einstein*

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT} + \mu} - 1} d\nu \quad (1.25)$$

Ciò significa che ci si aspetta un profilo simile a quello di corpo nero, ma con l'aggiunta del *Potenziale Chimico* μ all'esponenziale che misura il tasso di produzione di fotoni: in sostanza all'umentare del potenziale chimico diminuisce l'intensità dello spettro.

Capitolo 2

Applicazioni astrofisiche

Tra tutti i processi analizzati finora, quello di maggior interesse astrofisico è senza dubbio l'Inverse Compton, il quale è responsabile di diversi fenomeni tra cui il *Synchrotron Self – Compton*, la *Catastrofe Compton* e l'*Effetto Sunyaev - Zel'dovich* che verranno discussi di seguito. Infine nel paragrafo 2.3 viene presentata un'applicazione dello Scattering Thomson, ovvero la Luminosità di Eddington.

2.1 Synchrotron Self-Compton

Il processo di Synchrotron self-compton (SSC) si ha quando degli elettroni relativistici che producono fotoni poco energetici per *sincrotrone* (SC) causano lo scattering di questi fotoni ad alte energie, ovvero nei raggi X e γ , tramite *Inverse Compton*. Se si prendono le equazioni che quantificano l'energia persa per processi di emissione di SC e IC si può facilmente notare che

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{IC} \sim \gamma^2 U_{ph} \qquad -\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{SC} \sim \gamma^2 U_H \qquad (2.1)$$

e quindi dal rapporto tra le due quantità si ricava

$$\eta = \frac{-(d\epsilon/dt)_{IC}}{-(d\epsilon/dt)_{SC}} = \frac{U_{ph}}{H^2/8\pi} \qquad (2.2)$$

Grazie a questo risultato si può dare una stima del campo magnetico presente nella regione: infatti, tenendo conto del fatto che l'emissione di sincrotrone si ha nella banda *Radio* e quella di IC nella banda X , se si riescono a misurare questi valori allora a questo punto è sufficiente stimare il campo di radiazione nella regione in cui i fotoni passano da *Radio* a X per poter così ricavare il valore di H .

2.1.1 Catastrofe Compton

La catastrofe compton consiste nell'aumento spropositato del campo di radiazione di fotoni prodotti per IC di una sorgente che presenta SSC quando viene superata una temperatura di brillantezza di sincrotrone fissata. In tal caso la sorgente arriva ad irraggiare tutta la sua energia in breve tempo sotto forma di potenti raggi γ e X . Si consideri una sorgente di radiazione di sincrotrone molto compatta, composta da plasma relativistico magnetizzato, a questo punto, dato che per un corpo otticamente spesso è possibile utilizzare l'approssimazione di Rayleigh-Jeans per la brillantezza, la densità di flusso e la luminosità nella *banda radio* sono dati da

$$S_\nu = \frac{2kT_b}{\lambda^2} \Omega \qquad L_\nu = 4\pi D^2 S_\nu \approx \frac{8\pi k T_b}{\lambda^2} r^2 \qquad (2.3)$$

dove Ω è l'angolo solido sotteso dalla sorgente di dimensioni r che si trova ad una distanza D dall'osservatore.

Moltiplicando ora L_ν per la frequenza caratteristica di emissione di sincrotrone (ν_c) si ottiene una stima della luminosità bolometrica che permette di ricavare così il valore del campo di radiazione

$$U_{rad} \approx \frac{L_{\nu_c} \nu_c}{4\pi r^2 c} = \frac{2kT_b \nu_c}{\lambda^2 c} \qquad (2.4)$$

Tenendo conto del fatto che ν_c è esprimibile in termini di campo magnetico come $\nu_c \approx \gamma^2 H$ e che nel caso di equilibrio termico la temperatura cinetica degli elettroni eguaglia quella di brillantezza si può scrivere $\gamma m_e c^2 \approx 3kT_b$ e quindi si ha

$$H \approx \frac{\nu_c}{\gamma^2} \propto \frac{\nu_c}{T_b^2} \qquad (2.5)$$

Se si sostituiscono questi risultati nell'equazione 2.1 si ricava che il rapporto tra le perdite per IC e SC dipende strettamente dalla temperatura di brillantezza: $\eta \propto \nu_c T_b^5$.

L'importante risultato che viene fuori da questo procedimento risiede nel fatto che se $\eta = 1$, cioè se le perdite si equivalgono, si trova un valore di *temperatura di brillantezza critica* T_b

$$T_b = 10^{12} \left(\frac{1GHz}{\nu_c} \right)^{1/5} K \qquad (2.6)$$

Quando T_b supera il valore di $10^{12} K$ il campo di radiazione va incontro ad una incredibile amplificazione, infatti il processo predominante e più efficiente diventa l'IC: di fatto i fotoni poco energetici prodotti per sincrotrone vengono scatterati ad alte energie nei raggi X da parte degli elettroni relativistici, ma la densità di energia di fotoni X diventa così elevata che gli elettroni risentono di perdite energetiche ancora più alte, scatterando questi fotoni nei raggi γ .

La catastrofe compton non è stata però osservata finora, questo può essere in parte spiegato dai moti superluminali; infatti, se un corpo si muove a velocità prossime a c ,

la radiazione emessa viene concentrata in un cono di apertura $1/\gamma$, per cui è soggetta ad effetto Doppler relativistico e di fatto la *temperatura* e la *frequenza* di osservazione risultano amplificate di un fattore k : $T_{obs} = kT_0$ e $\nu_{obs} = k\nu_0$. Quindi se ne conclude che, per sorgenti relativistiche, quando $k \gg 1$, la temperatura di brillantezza osservata può superare i $10^{12}k$ senza che vi sia un catastrofico aumento della luminosità.

Catastrofe compton e Intra-Day Variable Sources

Tuttavia, è stato notato che alcune sorgenti, che presentano una variabilità nella luminosità in tempi scala di un giorno o meno nella banda radio, risultano avere temperature di brillantezza che superano il famoso limite dell'equazione 2.6 di diversi ordini di grandezza senza incorrere nella catastrofe compton e questo non può essere spiegato facendo ricorso ai soli moti superluminali. In tal senso, la ricerca portata avanti da *O.Tsang* e *J.G.Kirk* (2007) si propone di rianalizzare il problema revisionando il valore di T_b , nel caso di sorgenti di cui si è parlato poco prima, applicando la teoria di radiazione di sincrotrone ad una popolazione *monoenergetica* di elettroni.

Si consideri quindi una sorgente omogenea di dimensioni R e caratterizzata dalla presenza di un campo magnetico B e da una distribuzione monoenergetica di elettroni relativistici descritti da un fattore di Lorentz γ e densità n_e : di fatto è possibile distinguere due tipi di sorgenti tenendo conto del fatto che vi è una frequenza ν_{abs} al di sotto della quale l'assorbimento da parte degli elettroni diventa rilevante:

- Sorgenti con debole assorbimento: $\nu_{abs} < \nu_c$
- Sorgenti con forte assorbimento: $\nu_{abs} > \nu_c$

Da questa divisione è possibile ricavare due spettri differenti, come si può notare in Figura 2.1, i quali però hanno in comune un andamento del tipo $I_\nu \propto \nu^2$ nelle regioni di basse energie. Ciò li differenzia dal tipico spettro di sincrotrone con autoassorbimento che invece presenta una dipendenza dalla frequenza del tipo $I_\nu \propto \nu^{5/2}$; questa discrepanza è data dal fatto che la tipica distribuzione a legge di potenza contiene, a differenza della monoenergetica, un maggior numero di elettroni di bassa energia che contribuiscono all'assorbimento a basse ν . Sfruttando questi risultati, si può arrivare a distinguere due andamenti differenti per la *temperatura di brillantezza*. In particolare, se si prende il valore di temperatura di brillantezza massima dato dall'equazione $T_{b,max} = 3\gamma mc^2/4k_b$, si ottiene

- Debole assorbimento:
 - $T_{b,max} \propto \nu^{-5/3}$ per $\nu_{abs} < \nu < \nu_c$
 - $T_{b,max} \propto \nu^{-3/2} \exp(-\nu/\nu_c)$ per $\nu > \nu_c$
- Forte assorbimento:
 - $T_{b,max}$ costante per $\nu_{abs} < \nu < \nu_c$
 - $T_{b,max} \propto \nu^{-1}$ per $\nu_c < \nu < 5\nu_c$
 - $T_{b,max} \propto \nu^{-3/2} \exp(-\nu/\nu_c)$ per $\nu > 5\nu_c$

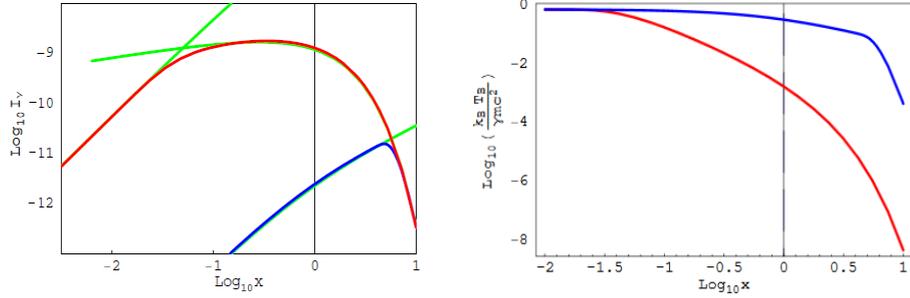


Figura 2.1: *SINISTRA*: Spettri di sincrotrone per distribuzione monoenergetica di elettroni. La linea rossa rappresenta il caso di debole assorbimento e la blu quello di forte assorbimento. I_ν è in unità arbitrarie e $x = \nu/\nu_c$ è il rapporto tra la frequenza di osservazione e la frequenza caratteristica di sincrotrone. *DESTRA*: Temperatura di brillantezza normalizzata all'energia del singolo elettrone; per entrambi i casi, a basse frequenze, mantiene il valore massimo quasi in equilibrio con l'energia degli elettroni, per poi calare in maniera diversa fino all'arrivo del taglio esponenziale (Da *O.Tsang and J.G.Kirk* 2007)

Se si prende il caso in cui si ha debole assorbimento, di fatto la presenza di elettroni di bassa energia nella distribuzione è trascurabile, per cui, per questo tipo di sorgenti, la distribuzione monoenergetica risulta essere una buona approssimazione della distribuzione a legge di potenza troncata a basse energie: infatti, la legge di potenza andrebbe a modificare lo spettro nelle regioni in cui $x = \nu/\nu_c > 1$ senza però andare ad intaccare il valore di T_b massimo che viene raggiunto per $x < 1$. Quindi, per arrivare al nuovo limite, ora si deve valutare la densità di energia del campo di radiazione dei fotoni prodotti per sincrotrone (U_s) integrando $\langle I_\nu \rangle$ (convenzionalmente presa come l'intensità specifica lungo la linea di vista e perpendicolare al campo magnetico) su tutte le frequenze e gli angoli solidi. Da queste considerazioni, per quanto riguarda le IDVS (per le quali è possibile applicare il caso di debole assorbimento) è possibile ottenere una soluzione per la temperatura di brillantezza massima raggiungibile senza il verificarsi della catastrofe utilizzando delle quantità facilmente osservabili:

$$T_b = 1.2 \cdot 10^{14} \left(\frac{D_{10}^6 \xi}{(1+z)^6} \right)^{1/5} \left(\frac{1 - e^{-\tau_s}}{\tau_s^{1/5}} \right) \nu_{max14}^{2/15} \nu_{GHz}^{-1/3} K \quad (2.7)$$

1

Tale risultato permette di giustificare T_b osservate dell'ordine di $10^{13} K$ per alcune sorgenti se si prende $\xi \leq 1$, il che implica una situazione in cui i processi di scattering

¹Nell'eq 2.7 $D_{10} = D/10$, dove D è il fattore che quantifica l'effetto Doppler relativistico, z è il redshift della galassia ospitante, τ_s lo spessore ottico della sorgente alla frequenza di osservazione ν_{GHz} , $\nu_{max14} \cdot 10^{14}$ la frequenza caratteristica di sincrotrone (in Hz) e $\xi = 4/3 n_e \sigma_T R \gamma^2$

Compton risultano modesti e quindi il non raggiungimento della catastrofe.

In generale, per sorgenti con debole assorbimento, a frequenze di qualche GHz , la temperatura di brillantezza può raggiungere valori dell'ordine di $10^{14}K$: ciò permette di spiegare le osservazioni relative alle IDVS senza far ricorso a fattori Doppler (D) eccessivamente elevati.

2.2 Effetto Sunyaev-Zel'dovich

Quando degli elettroni molto energetici interagiscono con i fotoni della *radiazione cosmica di fondo* (CMB) tramite IC, questi ultimi vengono scatterati ad energie più alte, producendo di fatto uno shift di tutto lo spettro della CMB. Questo fenomeno prende il nome di effetto *Sunyaev – Zel'dovich* e risulta molto importante per lo studio dei gas caldi negli ammassi di galassie: infatti quando i fotoni della CMB si ritrovano a passare attraverso una nube di gas, alcuni di questi vengono shiftati nel modo appena descritto. Per cui, se T_{CMB} è la temperatura di brillantezza della radiazione cosmica di fondo, allora ci si aspetta un decremento dell'intensità dello spettro (e, quindi, della temperatura di brillantezza) di CMB nella regione dove vale l'approssimazione di *Rayleigh – Jeans*, cioè per $h\nu \ll kT_{CMB}$, e un aumento nella regione dell'approssimazione di *Wien*, ovvero per $h\nu \gg kT_{CMB}$. Il grado di distorsione dello spettro, che dipende dal *Parametro Compton* dato dall'equazione 1.24, nel regime di *Rayleigh – Jeans* risulta pari a

$$\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = -2y \quad (2.8)$$

Da tutto ciò, ne segue che è possibile individuare una determinata frequenza di cross-over ν_c dopo la quale c'è un'inversione nella variazione di intensità. Nel caso in cui $y \ll 1$ (regione otticamente sottile), la distorsione è lieve e la frequenza di cross-over vale $\nu_c \simeq 220 GHz$. L'ammasso osservato apparirà quindi più freddo del segnale medio di CMB per $\nu < \nu_c$ e più caldo per $\nu > \nu_c$.

Questo effetto è in generale molto rilevante nei plasmi rarefatti, per questo viene osservato negli ammassi e superammassi di galassie: infatti se si cercasse in regioni poco estese, come gli Hot Spot delle radiogalassie, il campo di radiazione dell'emissione radio di sincrotrone coprirebbe il segnale della CMB. Le anisotropie della temperatura di CMB sono il segno di disomogeneità nella distribuzione primordiale della massa nell'Universo ed il satellite *Planck* dell'Agenzia Spaziale Europea ha permesso di ottenere un'immagine (pubblicata nel 2013) dell'intera volta celeste di queste anisotropie.

2.3 Luminosità di Eddington

Una delle applicazioni astrofisiche più rilevanti dello *Scattering Thomson* è la Luminosità di Eddington: questa rappresenta il massimo valore di luminosità raggiungibile

da un corpo in una condizione in cui la forza di pressione di radiazione diretta verso l'esterno bilancia la forza di gravità diretta verso l'interno.

Si supponga di prendere una sorgente di radiazione a simmetria sferica e di massa M , in questo caso il flusso monocromatico ad una distanza r dal centro dell'oggetto è dato da

$$S_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi r^2} \quad (2.9)$$

Ora è necessario sapere il numero di fotoni che attraversano la superficie sferica alla distanza r e la quantità di moto totale che essi trasportano per unità di tempo e di frequenza, per cui, sapendo che l'energia di un singolo fotone è pari a $E = h\nu$ e la quantità di moto $p = \frac{h\nu}{c}$, si ha

$$p_\nu = \frac{1}{h\nu} \frac{L_\nu}{4\pi r^2} \frac{h\nu}{c} = \frac{L_\nu}{4\pi r^2 c} \quad (2.10)$$

Supponendo che il materiale con il quale i fotoni interagiscono alla distanza r sia principalmente idrogeno ionizzato, di fatto l'interazione è descritta dallo Scattering Thompson, in quanto quel che conta è la *sezione d'urto* delle particelle cariche, la quale va come $\sigma(q) \propto \frac{1}{m_q^2}$, per cui, dato che $m_p \sim 1836m_e$, quella dei protoni risulta ben 4 milioni di volte più piccola di quella degli elettroni σ_T (eq. 1.5), che quindi sono i veri responsabili dell'interazione coi fotoni.

Tutto ciò si traduce in una forza di pressione di radiazione per unità di volume che spinge la materia verso l'esterno (anche se non interagiscono coi fotoni, i protoni risentono della pressione a causa dell'attrazione elettromagnetica con gli elettroni) che si ottiene se, dopo aver moltiplicato l'equazione 2.10 per la densità di elettroni alla distanza r e per la σ_T , si integra su tutto lo spettro

$$F_{rad} = \frac{Ln_e(r)\sigma_T}{4\pi r^2 c} \quad (2.11)$$

L'ultimo passo consiste nell'uguagliare questa forza a quella di attrazione gravitazionale che spinge il gas verso l'interno del corpo, la quale in questo caso tiene conto principalmente dei protoni, in quanto molto più massivi degli elettroni. Quindi, data M_\odot massa del Sole, si ottiene il valore di luminosità che il corpo deve avere affinché vi sia bilancio

$$L_{edd} = \frac{4\pi cGMm_p c}{\sigma_T} = 1.3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \text{ erg/s} \quad (2.12)$$

Questa è la definizione di luminosità di Eddington, valore che se viene superato porta il corpo o alla progressiva dissoluzione tramite la perdita dei materiali più esterni nel caso di una stella o al blocco dell'accrescimento nel caso di un buco nero.

Come accennato nel paragrafo 1.2.1, se si è ad altissime energie si deve considerare la sezione d'urto di *Klein – Nishina* σ_{KN} e sostituirla al posto di σ_T nell'equazione 2.12. Essendo più piccola della sezione d'urto Thomson, permette al corpo di raggiungere un livello di luminosità più elevata prima che la pressione del campo di radiazione inizi a prevalere sulla forza di gravità.

Bibliografia

- [1] **George B. Rybicki, Alan Lightman** *Radiative Processes in Astrophysics*, Springer (1979)
- [2] **Gabriele Ghisellini** *Radiative Processes in High Energy Astrophysics*, Springer (2013)
- [3] **Malcolm Longair** *High Energy Astrophysics*, Cambridge University Press (2011)
- [4] **O. Tsang, J.G. Kirk** *The Inverse Compton catastrophe and high brightness temperature radio sources* (2007)
- [5] *Appunti personali del corso di Processi di Radiazione e MHD*, presieduto dal prof. Daniele Dallacasa A.A. 2018/2019
- [6] *Appunti personali del corso di Astrofisica Extragalattica*, presieduto dal prof. Luca Ciotti A.A. 2018/2019