ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA Sede di Forlì

Corso di Laurea in INGEGNERIA AEROSPAZIALE Classe L-9

ELABORATO FINALE DI LAUREA IN Aerodinamica Degli Aeromobili

Analisi computazionale preliminare di una winglet non-convenzionale

CANDIDATO Amin Zemzami RELATORE Prof. Alessandro Talamelli

Anno Accademico 2018/2019

# ABSTRACT

L'obiettivo di questo studio è quello di sviluppare e valutare dal punto di vista prettamente aerodinamico, mediante metodi computazionali, una winglet a doppia estremità (Up & Down). Per lo sviluppo e l'ottimizzazione di questa son stati presi come riferimento i risultati ottenuti tramite il software xflr5 (metodo Vortex Lattice), mentre lo studio finale, nel confronto con la stessa ala senza winglet, è stato effettuato utilizzando SolidWorks Flow Simulation (analisi CFD). Ciò che si vuole dimostrare è che una winglet costruita in questo modo può in linea generale avere effetti benefici sulle prestazioni aerodinamiche. Questo tenendo conto anzitutto che un eventuale studio degli effetti generati sulla struttura alare diminuirebbe l'entità di questi benefici, ma, d'altra parte, le semplificazioni effettuate portano a pensare che esistano margini di miglioramento rispetto alla configurazione valutata.

# SOMMARIO

IN	TRO	DU	IZIONE	2
1	LI	E FC	ORZE AERODINAMICHE	3
	1.1	C	GEOMETRIA DELL'ALA	4
	1.2	L	LA RESISTENZA	5
	1	.2.1	1 La resistenza indotta	7
	1.3	L	LE WINGLET	9
2	IL	M	ODELLO MATEMATICO	13
	2.1	E	EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES	13
	2.2	E	EQUAZIONI MEDIATE DI REYNOLDS (RANS)	14
	2.3	S	SOLUZIONE IN CAMPO IRROTAZIONALE	16
	2.	.3.1	1 Il metodo Vortex Lattice	19
	2.4	I	I METODI DI DISCRETIZZAZIONE	20
	2.	.4.1	1 Discretizzazione del dominio	21
	2.5	[	DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE)	23
	2.	.5.1	1 Piani sperimentali	23
	2.	.5.2	2 Response Surface Methodology	25
3	S	IMU	ULAZIONI NUMERICHE	27
	3.1	١	VORTEX LATTICE METHOD	30
	3.2	F	PROCESSO DI OTTIMIZZAZIONE	32
	3.3	S	SIMULAZIONE CFD	32
4	R	บรเ	ULTATI NUMERICI	37
C	ONCL	LUS	510NI	47
AI	PPEN	IDIC	CE A	49
AI	PPEN	IDIC	СЕ В	53
AI	PPEN	IDIC	CE C	59
BI	BLIO	GR/	RAFIA	63

## INTRODUZIONE

Lo studio delle Winglet, iniziato nei primi anni 70, è attualmente un campo di interesse delle maggiori aziende aeronautiche. Trattandosi di un problema di aerodinamica complessa non vi sono anzitutto metodi analitici sul quale fare affidamento ma neppure dei precisi standard di progettazione, viste le infinite possibili geometrie realizzabili. Inoltre, sia analisi sperimentali mediante l'utilizzo di gallerie del vento che metodi computazionali richiedono elevate tempistiche e la valutazione di un gran numero di fattori che rendono difficile la determinazione univoca della convenienza nell'installazione di una winglet. Lo studio effettuato e descritto in questa tesi è di tipo computazionale con l'obiettivo principale di sviluppare e studiare i benefici dal punto di vista aerodinamico di una winglet non-convenzionale. In particolare, si compone di tre fasi principali:

- l'idealizzazione di una winglet a doppia estremità (Up & Down) sulla base di considerazioni fisiche
- l'ottimizzazione di questa definendo il valore ideale dei parametri che la caratterizzano a partire da un'approssimazione mediante Response Surface Methodology di risultati ottenuti tramite metodo Vortex Lattice
- uno studio CFD finale della winglet precedentemente ottimizzata.

Per quanto riguarda la convenienza complessiva nell'installazione di una winglet oltre che il guadagno dal punto di vista delle prestazioni aerodinamiche bisogna tenere conto anche dell'aumento dei carichi strutturali che questa provoca, i quali nella pratica si manifestano come un aumento di peso della struttura alare. Per valutare l'influenza delle winglet sulla struttura sono stati utilizzati diversi approcci negli anni. I primi studi [1-4] prevedevano la valutazione dell'aumento del momento alla radice dell'ala; questo approccio si è poi rivelato essere troppo approssimativo. Studi più recenti [2] tengono conto dell'andamento del momento lungo tutta l'apertura per creare un modello che stimasse il peso dell'ala. In linea generale è lecito pensare che uno studio approfondito sui carichi è possibile solo in una fase finale della progettazione del velivolo, quando la struttura ed in particolare l'ala risultano ben definite sotto ogni aspetto. Per questo motivo in questo studio ci si è fermati alla valutazione dei benefici aerodinamici introdotti dalla winglet rispetto all'ala di base.

Come base di partenza è stato necessario definire le caratteristiche dell'ala di riferimento sulla quale studiare l'eventuale implementazione delle winglet: la scelta è ricaduta su quella di un velivolo da trasporto di prima generazione, cioè i primi per i quali sono stati svolti studi importanti sulla loro implementazione.

# 1 LE FORZE AERODINAMICHE

Gli studi nell'ambito dell'aerodinamica si basano su un principio base, detto di reciprocità. Questo afferma che dal punto di vista delle grandezze fisiche in gioco è indifferente muovere un corpo in un fluido fermo oppure muovere il fluido mantenendo il corpo fermo.

Un qualsiasi corpo che si muove in un fluido, come può essere nel nostro caso un velivolo nell'aria, esercita una forza verso il fluido causata dalla sua velocità che per il *principio di azione e reazione* comporta una forza uguale e contraria esercitata dal fluido verso il corpo. I fenomeni alla base della generazione di questa forza sono due:

- 1. Distribuzione di pressione attorno al corpo p
- 2. Sforzi viscosi agenti tra la superficie del corpo e il fluido au

Entrambe queste grandezze hanno le dimensioni di una forza per unità di superficie ed agiscono la prima ortogonalmente alla superficie mentre la seconda tangenzialmente (figura 1.1).



FIGURA 1.1 SCOMPOSIZIONE DELLA FORZA AERODINAMICA E TENSIONI SUPERFICIALI

L'integrazione di queste due grandezze attorno alla superficie del corpo permette appunto di ottenere la forza aerodinamica F che viene comunemente scomposta in due componenti: la portanza L e la resistenza D, dirette rispettivamente in modo perpendicolare e parallelo al flusso indisturbato. Per poter quantificare queste forze è conveniente introdurre dei coefficienti adimensionali così definiti:

Coefficiente di portanza: 
$$C_L = \frac{L}{0.5\rho_{\infty}SU_{\infty}^2}$$
 (Eq.1a)

Coefficiente di 
$$C_D = \frac{D}{0.5\rho_{\infty}SU_{\infty}^2}$$
 (Eq.1b)

Coefficiente di   
pressione: 
$$C_P = \frac{p - p_{\infty}}{0.5\rho_{\infty}SU_{\infty}^2}$$
 (Eq.1c)

Dove  $\rho_{\infty} \in U_{\infty}$  sono la densità e la velocità del flusso indisturbato, *S* è invece la superficie di riferimento del corpo (per le ali è l'area della proiezione in pianta). In questo modo si riescono a rendere indipendenti le forze generate dalle dimensioni del corpo (dalla scala) e dalla velocità del flusso. L'intensità delle forze può essere anche espressa tenendo conto della dipendenza da un altro coefficiente adimensionale, il numero di Reynolds, il quale rappresenta il rapporto fra le forze d'inerzia e le forze viscose.

$$Re = \frac{\rho_{\infty}U_{\infty}x}{\mu_{\infty}}$$
(Eq.2)

Dove  $\mu_{\infty}$  è la viscosità dinamica del fluido ed x la lunghezza di riferimento (ad esempio la corda alare).

### 1.1 GEOMETRIA DELL'ALA

Le ali dei velivoli possono assumere talvolta geometrie molto diverse, le principali grandezze che le caratterizzano possono essere visualizzate tramite la vista in pianta come di seguito raffigurato



FIGURA 1.2 NOMENCLATURA DI UN'ALA

Invece, guardando le varie sezioni di questa, possiamo osservare quello che è il profilo alare. Di questo ne esistono tante tipologie sviluppate per ottimizzare quelle che sono le richieste del velivolo. Principalmente si caratterizzano tramite i valori di spessore massimo, curvatura massima e distanza percentuale dal bordo d'attacco del punto di massimo spessore. In figura vediamo la nomenclatura di un profilo alare.



FIGURA 1.3 NOMENCLATURA DI UN PROFILO ALARE

### 1.2 LA RESISTENZA

La resistenza come abbiamo visto è la componente della forza aerodinamica diretta come il flusso indisturbato. È possibile definire diverse tipologie di resistenza a seconda del fenomeno che le genera, una prima classificazione è questa:

- Resistenza viscosa: questa rappresenta la componente dovuta agli sforzi viscosi sulla superficie del corpo. Questi sforzi abbiam visto sono diretti punto per punto tangenzialmente alla superficie del corpo, dunque hanno anche componente diretta come il flusso indisturbato.
- Resistenza di forma: questa componente è invece dovuta alla pressione agente sul corpo, la quale è ortogonale alla superficie.

Osservando la precedente figura 1.1 possiamo subito notare che nel caso di corpo aerodinamico, il caso di un'ala, è la  $\tau$  che contribuisce maggiormente alla formazione di resistenza.

Per quanto riguarda la generazione della resistenza, quella viscosa è dovuta alle forze viscose trasmesse dal fluido verso il corpo: immaginando il corpo in movimento sull'aria, le particelle di fluido a contatto con la superficie, a causa della porosità di questa, si muoveranno con la stessa velocità; il corpo genera dunque su queste un'azione accelerante che comporta per reazione la formazione di una forza resistente da parte del fluido verso il corpo. Ad una certa distanza dal corpo la perturbazione del campo di moto generata dal corpo sarà ininfluente ed avremo il fluido in quiete: questa distanza è chiamata *strato limite*. Dunque, la resistenza viscosa sarà funzione della superficie bagnata del corpo, della sua velocità e della viscosità del fluido.

La resistenza di forma è collegata anch'essa alla viscosità del fluido attraverso la separazione delle linee di flusso. Se un corpo fosse immerso in un fluido non viscoso le linee di corrente si chiuderebbero dietro a questo (figura 1.4)



FIGURA 1.4 LINEE DI FLUSSO IN CASO DI FLUIDO INVISCIDO

Ne conseguirebbe così che la componente di resistenza dovuta all'integrazione della pressione è nulla; a causa della viscosità però le linee di corrente non si chiudono dietro al corpo (figura 1.5): la distribuzione varia e viene a mancare la componente di spinta posteriore e quella che si genera è per questo detta resistenza di forma.



FIGURA 1.5 LINEE DI FLUSSO NEL CASO REALE

#### 1.2.1 La resistenza indotta

La valutazione di un profilo alare, cioè in campo bidimensionale, permette di trovare le caratteristiche per unità di lunghezza di quella che è un'ala ad apertura alare infinita: considerare un'ala di questo tipo permette infatti di trascurare quelli che sono gli effetti tridimensionali del campo di moto. Un'ala ad apertura finita è caratterizzata dall'avere una zona di comunicazione fra dorso e ventre; la generazione di portanza è una conseguenza della differenza di pressione presente tra queste due zone (alta pressione sotto e bassa sopra) e dunque è logico pensare che il fluido nel dorso sia attratto verso l'estremità alare dalla bassa pressione presente nel ventre (figura 1.6).



FIGURA 1.6 LINEE DI CORRENTE PER UN'ALA FINITA

Questo fenomeno porta alla generazione di quelli che sono i vortici di estremità (figura 1.7), da queste considerazioni qualitative è intuibile che le proprietà aerodinamiche dell'ala finita differiscono da quelle dell'ala bidimensionale.



FIGURA 1.7 VORTICI DI ESTREMITÀ ALARE – FOTO DA [15] PAG 428

Come capiremo dai paragrafi successivi, questi vortici di estremità inducono una certa componente di velocità (chiamata *downwash*, diretta ortogonalmente al

flusso indisturbato) lungo tutta l'apertura alare e, generalmente, tanto maggiore quanto più ci si avvicina all'estremità alare. In ogni sezione alare, questa componente si va a sommare vettorialmente alla  $U_{\infty}$ ; essendo in valore molto piccola come effetto principale ha quello di ruotare il vettore della velocità, in particolare diminuendo quello che è l'angolo di attacco del profilo (figura 1.8).



FIGURA 1.8 DOWNWASH E GENERAZIONE DELLA RESISTENZA INDOTTA – FOTO DA [15] PAG 429

Da questo ne consegue anche una rotazione del vettore portanza, relativo alla sezione, il quale avrà anche componente in direzione della  $U_{\infty}$  detta appunto resistenza indotta. È ricavabile analiticamente la formula che definisce il coefficiente di resistenza indotta qui di seguito riportata:

$$C_{D,i} = \frac{C_L^2}{\pi e A R} \tag{Eq.3}$$

Dove AR è l'allungamento alare dell'ala

 $e \leq 1$  è il *coefficiente di Oswald* che indica quanto un'ala si discosta da un'ala a pianta ellittica (la configurazione che minimizza la resistenza indotta)

Da questa formulazione possiamo notare come questa dipenda direttamente dalla portanza, in pratica la resistenza indotta è conseguenza diretta dell'avere portanza (da qui il nome). Importante è anche la dipendenza dall'allungamento alare dell'ala: ciò spiega direttamente il motivo per cui questo fenomeno non è presente in un'ala infinita; possiamo vedere un esempio dell'influenza di AR nel valore di resistenza indotta (figura 1.9)



**FIGURA 1.9** RAPPRESENTAZIONE DELLA DIPENDENZA DELLA RESISTENZA INDOTTA DAL VALORE DI ALLUNGAMENTO ALARE

### 1.3 LE WINGLET

L'influenza che ha l'aggiunta delle winglet sull'ala è semplice da misurare facendo riferimento all'impatto che ha sull'entità della resistenza indotta. Avendo chiara la provenienza di questa componente di resistenza, è conveniente relazionarla ad un aumento di allungamento alare dell'ala. Sappiamo però che nella pratica l'aggiunta di questi dispositivi influenza molto più che la sola resistenza indotta: ad esempio aumenta la superficie bagnata (aumento di resistenza viscosa) e si ha una certa interferenza tra le due superfici (generazione resistenza di interferenza).

Dunque, l'aggiunta delle winglet in un velivolo ha l'effetto di aumentare due tipologie di resistenza e diminuire l'entità di una, è facile che nel complesso comporti un aumento di resistenza del velivolo. Risultano aerodinamicamente convenienti quando l'aumento di resistenza viscosa e di interferenza è complessivamente inferiore alla diminuzione di resistenza indotta. Nella valutazione della convenienza complessiva nell'installazione di una winglet bisogna però tenere conto anche dell'aumento di carichi strutturali che questa provoca, ed i quali si manifestano nella pratica come un aumento di peso. Sappiamo in effetti che anche aumentare l'allungamento alare (*wingtip*  *extension*) dell'ala comporta una riduzione della resistenza indotta ed anche qui un aumento di carichi.

Lo studio delle winglet si basa per l'appunto sulla valutazione del guadagno aerodinamico rispetto ad una wingtip extension a pari aumento di carichi/peso. La conclusione degli studi di Whitcomb è stata che a pari aumento di momento alla radice dell'ala l'utilizzo di una winglet garantisce un'efficienza complessiva maggiore della semplice estensione dell'estremità alare. Questo risultato fu una vera svolta nello studio di questi dispositivi, però possiamo capire che in molti casi il momento alla radice non è sufficiente a definire completamente lo stato di carico e dunque il peso di due diverse configurazioni alari.

Nella figura di seguito possiamo trovare il tipico andamento della polare di un velivolo con e senza winglet: è osservabile come generalmente si ha una zona operativa a più alti CL dove l'impiego è aerodinamicamente conveniente.



FIGURA 1.10 RAPPRESENTAZIONE TIPICA DEL DIAGRAMMA CD-CL NEL CASO CON E SENZA WINGLET- FOTO DA [14] PAG 449

Il funzionamento di una Winglet può essere interpretato in diverse maniere; la spiegazione utilizzata da Gudmundsson [20] risulta essere forse la più intuibile, cioè che l'entità del coefficiente di portanza nelle sezioni vicino all'estremità alare aumenta a causa di un allargamento della regione a bassa pressione generato dalla winglet. Secondo questa interpretazione è facile intuire che la winglet debba trovarsi ad una certa incidenza tale da generare portanza ed alterare il campo di pressione.

Dunque, l'idea generale è che maggiore è il carico sulla winglet e maggiore è la riduzione di resistenza indotta da questa introdotta; d'altra parte con il carico aumentano di pari passo anche gli sforzi strutturali e dunque il peso dell'ala. Da queste considerazioni è intuibile come nella progettazione di queste uno dei parametri più influenti è l'angolo di incidenza (o *toe*): si tratta di scegliere un compromesso tra la portanza generata ed i carichi strutturali. A tal proposito studi recenti svolti da parte della Boeing sembrano mostrare che esiste una velocità oltre cui una winglet con angolo di incidenza positivo (o in generale alto  $C_L$ ) ed una con angolo negativo (basso  $C_L$ ) introducono gli stessi benefici in termini di resistenza ma con il secondo che carica molto meno la struttura. Questo succede perché alti  $C_L$  permettono di ridurre la resistenza indotta, mentre bassi  $C_L$  danno benefici in termini di resistenza di profilo e d'onda.



FIGURA 1.11 DEFINIZIONE DI TOE IN E TOE OUT – FOTO DA [14] PAG 450

### 2 IL MODELLO MATEMATICO

#### 2.1 EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES

Il comportamento di un fluido è governato dalle equazioni di Navier-Stokes, un set di tre equazioni di seguito esposte:

<u>Equazione di continuità</u> questa equazione deriva dal principio di conservazione della massa, il quale ci dice che prendendo un volume di controllo (può essere sia fisso che mobile nello spazio) la differenza fra portata in massa entrante ed uscente è uguale alla variazione nell'unità di tempo della massa contenuta nel volume stesso. Possiamo scrivere ciò in questo modo:

$$\oint \rho \bar{v} \cdot \overline{dS} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \rho dV \qquad (Eq.4)$$

Oppure sfruttando il teorema di Gauss e l'arbitrarietà degli estremi di integrazione possiamo passare dalla forma integrale a quella differenziale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \tag{Eq.5}$$

<u>Equazione della quantità di moto</u> basata sulla seconda legge di Newton la quale dice che in un sistema chiuso la sommatoria delle forze esterne è pari alla variazione di quantità di moto del sistema

$$\bar{F} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) \tag{Eq.6}$$

Le forze esterne possono agire sul volume oppure sulla superficie mentre la quantità di moto all'interno del sistema può variare a causa di un ingresso/uscita di particelle da questo oppure a causa delle fluttuazioni del fluido non stazionario all'interno:

Dove  $\bar{f}$  rappresenta le forze di massa e  $\bar{\bar{T}}$  è il tensore degli sforzi, possiamo anche qui passare alla forma differenziale

$$\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} = \nabla \cdot \bar{\bar{T}} + \rho \bar{F}$$
(Eq.8)

Un fluido newtoniano è per definizione un fluido che ha una corrispondenza diretta fra il tensore degli sforzi viscosi ed il tensore delle velocità di deformazione di seguito riportata

$$\overline{\overline{T}} = -p\overline{\overline{I}} + 2\mu\overline{\overline{D}}$$
(Eq.9)

<u>Equazione dell'energia</u> l'equazione dell'energia si basa sul principio che un sistema contenente sempre le stesse particelle all'interno può variare la propria energia interna (dovuto al continuo movimento delle molecole) a seguito di un lavoro compiuto dall'esterno oppure a causa di un trasferimento di calore con l'ambiente esterno. In forma integrale possiamo scriverla come:

dove  $\dot{q}$  è il rateo di calore somministrato per unità di massa,  $\dot{Q}_{viscous}$  è il rateo di calore somministrato al volume di controllo dovuto agli effetti viscosi mentre il termine  $e + \frac{v^2}{2}$  è chiamata energia totale ed è la somma dell'energia interna e di quella cinetica possedute dal fluido in movimento all'interno del volume.

### 2.2 EQUAZIONI MEDIATE DI REYNOLDS (RANS)

Un flusso turbolento a differenza di uno laminare risulta fortemente non stazionario e caratterizzato da un moto del tutto caotico e per questo la risoluzione mediante *Direct Numerical Simulation* (DNS, risoluzione diretta delle equazioni) richiede una potenza di calcolo ad oggi troppo elevata. In molti casi risulta sufficiente fare ricorso alle equazioni di Reynolds, le quali permettono di valutare il valore medio che le varie grandezze assumono nel tempo. Queste equazioni sono state per l'appunto ricavate considerando ogni grandezza come la somma di due componenti: il valore medio (costante nel tempo) ed una fluttuazione.

$$\bar{u}(\bar{x},t) = U(\bar{x}) + u'(\bar{x},t)$$
 (Eq.11)

Dove  $U(\bar{x}) = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \bar{u}(\bar{x}, t) dt$  e *T* è l'intervallo temporale in cui viene applicata la media.



FIGURA 2.1 ESEMPIO DI ANDAMENTO DELLA VELOCITÀ IN UN FLUSSO TURBOLENTO

Le equazioni mediate di Reynolds hanno una struttura simile a quelle di Navier-Stokes riferite ai valori medi delle grandezze con l'aggiunta di alcuni termini comprendenti le fluttuazioni temporali anche detti *stress di Reynolds*. Si ha dunque l'introduzione di un certo numero di variabili che rendono il problema indeterminato: è necessaria l'aggiunta di ulteriori equazioni per la chiusura del problema. A tal fine sono stati sviluppati nel tempo diversi metodi che possono essere classificati come di seguito, in ordine per complessità crescente:

- <u>Modelli algebrici</u> questi metodi mettono in correlazione il tensore degli sforzi di Reynolds alla viscosità turbolenta del flusso; quest'ultima viene poi definita a partire dalle grandezze medie del flusso.
- <u>Trasporto delle grandezze turbolente</u> possono essere ad una o due equazioni e legano la viscosità turbolenta a grandezze quali l'energia cinetica turbolenta (k) e la sua velocità di dissipazione (ε). Nelle equazioni introdotte vi sono ulteriori termini, come ad esempio la lunghezza L e l'intensità I della turbolenza, che devono essere definiti a seconda del problema in esame (sulla base di dati sperimentali).
- <u>Trasporto del tensore di Reynolds</u> questi modelli utilizzano la risoluzione del tensore di Reynolds senza alcuna semplificazione; dunque il costo computazionale è decisamente maggiore e si pongono ad un livello intermedio tra i metodi RANS a due equazioni ed i metodi DNS.

Al giorno d'oggi il metodo maggiormente implementato e sfruttato nei software di simulazione CFD è il *metodo* k- $\epsilon$  a due equazioni, di cui poi esistono numerose varianti.

### 2.3 SOLUZIONE IN CAMPO IRROTAZIONALE

A partire dalla prima delle equazioni di Navier-Stokes, nel caso di fluido incomprimibile (come può essere approssimata l'aria per Mach < 0.3) dove  $\rho = constant$ , otteniamo

$$\nabla \cdot \bar{\nu} = 0 \tag{Eq.12}$$

Nel caso di fluido irrotazionale possiamo invece definire il potenziale della velocità come

$$\bar{v} = \nabla \phi$$
 (Eq.13)

Dunque, per un fluido che è sia incomprimibile che irrotazionale possiamo combinare le due equazioni per ottenere quella che è l'equazione di Laplace

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{Eq.14}$$

La linearità dell'equazione comporta che combinando linearmente più funzioni  $\phi = \phi(x, y, z)$  soluzione della precedente si ottengono delle nuove soluzioni. Quelle di nostro interesse sono (in campo bidimensionale):

flusso uniforme 
$$\phi = Ax + By$$
 (Eq.15)

Vortice concentrato 
$$\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$
 (Eq.16)

in cui  $\theta$  è dovuto al passaggio in coordinate polari



Un vortice concentrato introduce una discontinuità nel campo di velocità, infatti la circuitazione lungo una qualsiasi curva che lo comprende è diversa da zero ed è pari a  $\Gamma$ . Il teorema di Kutta-Joukowsky poi lega la circuitazione del campo di velocità attorno ad un corpo alla portanza da questo generato tramite la relazione

$$L' = \rho_{\infty} \nu_{\infty} \Gamma \tag{Eq.17}$$

dove L' è la portanza per unità di lunghezza, trattandosi del caso bidimensionale.

Sulla base dei vortici concentrati si definiscono le linee vorticose come delle curve tangenti punto per punto alla vorticità definita come

$$\overline{\omega} = \overline{\nabla} \times \overline{\nu} \tag{Eq.18}$$

Un filamento vorticoso invece è definito come una curva nello spazio formata da una serie di vortici infinitesimi che induce una velocità in tutto lo spazio. Valutando la circuitazione del campo di velocità attorno ad una qualsiasi curva chiusa comprendente questo si ottiene un valore costante  $\Gamma$ . Queste linee risultano utili nello studio di ali ad allungamento finito, le quali sono soggette al fenomeno del downwash e per le quali non è sufficiente la teoria bidimensionale.



FIGURA 2.3 FILAMENTO VORTICOSO E VELOCITÀ INDOTTA

La velocità indotta da un filamento vorticoso di intensità  $\Gamma$  esteso all'infinito in un generico punto  $\overline{P}$  dello spazio è regolata dalla *legge di Biot-Savart* qui di seguito riportata:

$$\bar{\nu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\bar{d}l \times \bar{r}}{|\bar{r}|^3}$$
(Eq.19)

dove  $\bar{r}$  è il vettore variabile che collega il filamento al punto  $\bar{P}$ , mentre  $\bar{d}l$  è il versore sempre tangente al filamento.

Per sfruttare le potenzialità di questi vortici è necessaria l'introduzione dei teoremi di Helmholtz che ne regolano l'utilizzo:

- 1. L'intensità di un filamento vorticoso è costante lungo la sua lunghezza
- 2. Un filamento vorticoso non può terminare nel fluido, deve formare un circuito chiuso oppure terminare all'infinito

La *teoria della linea portante di Prandtl* sfrutta questi vortici per determinare la circuitazione attorno all'ala e di conseguenza la portanza da essa generata. In particolare, è possibile inserire dei filamenti vorticosi *a ferro di cavallo* lungo l'apertura alare (idealmente in numero infinito) e mediante l'imposizione di un preciso numero di condizioni al contorno (tangenza della velocità sulla superficie dell'ala imposta nei punti di controllo) è possibile risolvere il campo di moto.



FIGURA 2.4 TEORIA DELLA LINEA PORTANTE DI PRANDTL

#### 2.3.1 Il metodo Vortex Lattice

La teoria della linea portante di Prandtl in molte situazioni risulta troppo approssimativa, dunque sulla base di questa nasce il metodo Vortex Lattice (VLM) il quale prevede la suddivisione della superficie alare in un certo numero di pannelli. In ognuno di questi, solitamente al 75%, viene inserito un filamento vorticoso (*horseshoe* oppure *ring*) ed un punto di controllo, al 25% (in figura una rappresentazione). Con *n* pannelli si ottengono dunque *n* equazioni di tangenza nei punti di controllo nelle *n* variabili che sono le intensità dei filamenti vorticosi.



**FIGURA 2.5** SCHEMATIZZAZIONE DEL METODO VORTEX LATTICE CON L'UTILIZZO DI RING VORTEX O HORSESHOE VORTEX

### 2.4 I METODI DI DISCRETIZZAZIONE

Per poter risolvere le equazioni di Navier-Stokes od eventualmente le RANS per via computazionale è necessario discretizzare il problema. Tra i numerosi metodi esistenti ci concentriamo sui seguenti tre:

<u>Metodo alle differenze finite</u> consiste nell'applicare le equazioni in una serie di punti nello spazio del tipo  $\overline{P} = (i, j, k)$  considerando inoltre i punti attorno, come ad esempio  $\overline{P_2} = (i + 1, j, k - 1)$  oppure  $\overline{P_3} = (i, j + 1, k)$  (figura 2.6). In questo modo le equazioni che saranno nella seguente forma

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$
 (Eq.20)

vengono scritte come differenze finite in x, y, z, t in questo modo

$$\frac{Q_{i,j,k}^{n+1} - Q_{i,j,k}^{n}}{\Delta t} + \frac{F_{i+1,j,k}^{n} - F_{i+1,j,k}^{n}}{2\Delta x} + \dots = 0$$
 (Eq.21)

dove n ed n + 1 rappresentano i livelli temporali.



**FIGURA 2.6** GRIGLIA DI PUNTI PER DISCRETIZZAZIONE ALLE DIFFERENZE FINITE

<u>Metodo ai volumi finiti</u> questo metodo consiste nell'applicare la forma integrale delle equazioni di Navier-Stokes a un volume di controllo nel dominio di interesse, il quale viene suddiviso in tante celle che possono assumere forme differenti (cubi, tetraedri, prismi) Metodo agli elementi finitiquesto risulta piuttosto differente daiprecedenti, qui le equazioni differenziali vengono ridotte ad un set di equazionialgebriche. Ad esempio, per un problema così definito

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = v \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$
(Eq.22)

viene introdotta una funzione approssimante del tipo

$$f(x,t) = \sum_{i=0}^{N} a_i(t) F_i(x)$$
 (Eq.23)

dove  $a_i$  sono i coefficienti incogniti introdotti ed  $F_i(x)$  è la funzione approssimante assunta, che può essere polinomiale o anche trigonometrica. Si procede dunque definendo la funzione  $F_i(x)$ , la si sostituisce nell'equazione (Eq.22) ottenendo un set algebrico da cui determinare i coefficienti  $a_i$  utilizzati poi per definire la grandezza f(x, t).

#### 2.4.1 Discretizzazione del dominio

Una volta definito il metodo di risoluzione delle equazioni è necessario discretizzare il dominio per trovare i punti nei quali applicare le equazioni discretizzate e le condizioni al contorno. Le griglie ottenibili si suddividono in *griglie strutturate* e *griglie non strutturate*: nella prima tipologia queste sono definite da *pattern* regolari (figura 2.7) dunque risultano di più facile creazione.



FIGURA 2.7 ESEMPIO DI GRIGLIA STRUTTURATA DI TIPO-C

Questa tipologia di mesh risulta limitata per geometrie molto semplici, quando queste si complicano è necessario ricorrere a mesh non-strutturate (figura 2.8). Anche di queste ne esistono molte tipologie che cambiano a seconda del tipo di celle (tetraedro, prisma ecc..). Un altro vantaggio di questa tipologia è la possibilità di modificarle ed infittirle facilmente in un momento successivo: spesso giunti alla soluzione del problema si ricorre ad un infittimento delle zone in cui son state valutate variazioni delle grandezze consistenti per poter aumentare la precisione della soluzione.



FIGURA 2.8 GRIGLIA NON STRUTTURATA CON CELLE A TETRAEDRO

Oltre le metodologie appena citate esistono anche versioni ibride e le mesh *cartesiane* (figura 2.9). Grazie alla loro semplicità queste vengono spesso scelte per geometrie anche piuttosto complesse rendendo molto rapido anche il processo di infittimento attorno alla geometria



FIGURA 2.9 GRIGLIA DI CALCOLO DI TIPO CARTESIANO

### 2.5 DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE)

Nel campo dell'ingegneria ed in particolare dell'aerodinamica ci si imbatte spesso in processi di ottimizzazione del design i quali richiedono un gran numero di prove sperimentali e valutazioni. Per semplificare questo processo sono stati sviluppati metodi di DOE, cioè di progettazione ed analisi degli esperimenti mediante un approccio statistico. Un processo di questo tipo si compone solitamente di 6 fasi:

- 1. Formulazione del problema
- 2. Scelta dei parametri (intervalli in cui variano e livelli)
- 3. Scelta della risposta
- 4. Formulazione del piano sperimentale
- 5. Esperimenti
- 6. Analisi dei dati

### 2.5.1 Piani sperimentali

Una volta definiti i parametri e la risposta è necessario scegliere il piano sperimentale da utilizzare: in pratica generare un set di configurazioni da sperimentare che abbia delle combinazioni dei parametri tali da riempire in maniera uniforme lo spazio dei possibili design. I piani più utilizzati sono generalmente quelli fattoriali, i quali permettono di valutare gli effetti che più variabili indipendenti hanno su una variabile dipendente. Piano fattoriale  $2^k$  completocon questa dicitura si intende che ilproblema è caratterizzato da una variabile (risultato) dipendente e da kparametri (fattori) i quali hanno ognuno due livelli (cioè possono assumere duevalori) indicati con alto (+1) e basso (-1). Il nome deriva dal fatto che un piano diquesto tipo necessita di  $2^k$  osservazioni che sono tutte le possibili combinazionidei parametri. In generale ogni parametro può avere anche più di 2 livelliottenendo ad esempio un piano fattoriale  $3^k$ . Di seguito vediamo il confronto tradue piani a  $2^3$  (a sinistra) e  $3^2$ .

RunOrder	А	В	С	RunOrder	А	В
1	1	-1	-1	1	1	1
2	1	1	-1	2	0	-1
3	-1	-1	-1	3	-1	1
4	1	-1	1	4	0	0
5	-1	-1	1	5	0	1
6	-1	1	-1	6	-1	0
7	-1	1	1	7	1	0
8	1	1	1	8	-1	-1
				9	1	-1

<u>Piano fattoriale frazionario</u> secondo quanto detto all'aumentare del numero di parametri in gioco il numero delle osservazioni richieste per un piano *full factorial* aumenta esponenzialmente. Per evitare questo si può ricorrere ai piani *fractional*, i quali a partire da un piano completo cancellano una certa frazione di osservazioni. Ad esempio, nel caso di 8 parametri a due livelli possiamo ricorrere:

vazion	i
azioni	
azioni	
azioni	
	azioni

Ovviamente col diminuire delle osservazioni il risultato finale risulterà meno accurato.

<u>Piano composito centrale</u> Questo piano risulta un'evoluzione del fattoriale. In pratica a partire da un piano fattoriale, che può essere sia completo che frazionario, vengono aggiunte un certo numero di osservazioni in quelli che vengono detti *punti centrali* e *punti assiali*. In figura vediamo la rappresentazione grafica di un piano fattoriale 2<sup>2</sup> completo ed il piano composito centrale corrispondente.



**FIGURA 2.10** RAPPRESENTAZIONE DI UN PIANO COMPOSITO CENTRALE (A DESTRA) A PARTIRE DA UN FATTORIALE (A SINISTRA) CON L'AGGIUNTA DEI PUNTI CENTRALI ED ASSIALI (AL CENTRO)

A seconda del valore di alfa possiamo avere

- Central Composite Circumscribed (CCC) per  $\alpha \neq 1$
- Central Composite Faced (CCF) per  $\alpha = 1$

In generale il CCC risulta molto più accurato ma come possiamo notare (nella precedente figura) richiede 5 livelli per ogni parametro, a differenza dei 3 richiesti dal CCF (-1,0,+1)

### 2.5.2 Response Surface Methodology

Una volta determinati i risultati degli esperimenti pianificati segue l'analisi di questi mediante tecniche di interpolazione o più spesso di approssimazione. In questo caso si ricerca una funzione analitica nelle k variabili che permetta di stimare il valore della variabile dipendente per valori dei k fattori differenti da quelli sperimentati, in generale con valori compresi fra il livello minimo e massimo (*data fitting*). Questo permette poi di trovare una regione dello spazio sperimentale in cui la funzione dipendente si approssima ad un valore ricercato (o magari assuma valore massimo/minimo). Per avere dei risultati attendibili è necessario anzitutto che la funzione ricercata sia regolare dato che l'approssimazione dà come risultato una funzione continua ed inoltre che le rilevazioni effettuate siano in numero sufficiente (compromesso tra accuratezza e tempo necessario).

A seconda della logica di approssimazione/interpolazione si possono differenziare diversi metodi di RSM: il più diffuso è comunque il metodo dei minimi quadrati il quale è utilizzato per problemi sovradimensionati, cioè quando si tratta di approssimare la funzione. Questo metodo definisce i parametri della funzione approssimante mediante minimizzazione della somma degli scarti quadratici. Prima bisogna però scegliere la funzione di base con cui approssimare il problema, le possibilità sono:

- Full Quadratic
- Linear + Squares
- Linear + Interactions
- Linear

Nel primo caso la funzione approssimante è del tipo

$$F(\bar{x}) = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j \cdot x_j + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k a_{ji} \cdot x_j \cdot x_i$$
 (Eq.24)

Mentre nel secondo caso vengono a mancare i termini di interazione tra i parametri del tipo  $x_j \cdot x_i \mod x \neq j$ , nel terzo mancano i termini quadratici  $x_j \cdot x_i \mod x_j = x_i$  e nell'ultimo caso è presente solo il termine lineare.

# **3 SIMULAZIONI NUMERICHE**

A partire dal design e dal funzionamento intuitivo di winglet ad oggi utilizzate, l'idea alla base della creazione di questa configurazione è che a partire da una classica *blended winglet* l'inserimento di una seconda superficie inferiore più spostata in avanti possa raccogliere la vorticità dell'ala che una volta rilasciata può essere in parte sfruttata dalla superficie superiore.

Fatte queste considerazioni, ci sono un gran numero di parametri geometrici che definiscono univocamente la winglet, tutti più o meno influenti sulle caratteristiche aerodinamiche finali; è stato necessario fissarne un certo numero basandosi su considerazioni fisiche e/o studi già svolti come di seguito riassunto.



FIGURA 3.1 GRANDEZZE PRINCIPALI DI UNA WINGLET DI TIPO BLENDED

<u>Profilo alare</u> Il profilo alare per la winglet come per l'ala è stato scelto basandosi su una serie di studi svolti dalla NASA tra gli anni '70-80. In particolare, è il profilo realizzato ed utilizzato da Whitcomb nella progettazione della winglet per il Boeing KC-135 (figura 3.2).

SpanCome ci si può immaginare l'apertura delle due superfici è unodei parametri che più ne influenza le caratteristiche aerodinamiche e strutturali.La superficie superiore è stata studiata per valori nell'intorno di una lunghezzapari alla  $C_{TIP}$  mentre quella inferiore prendendo come valore medio  $0.5C_{TIP}$ 

<u>Cant</u> Diversi studi su winglet di tipo blended affermano che in molti casi l'angolo ideale è di circa 30 [deg] dunque la superficie superiore è stata

valutata per angoli compresi tra 15 e 45 [deg]. Per quanto riguarda la inferiore è stato scelto una configurazione a basso AR e alto cant (tra 45 e 75 [deg]) per poter contribuire alla generazione di portanza.

<u>Incidenza</u> Come già anticipato l'angolo di incidenza ha una grande influenza sulle caratteristiche strutturali dell'ala. Data l'elevata curvatura del profilo alare questo genera elevata portanza anche ad angoli di incidenza nulli; è importante osservare che a causa della rotazione del flusso attorno all'estremità dell'ala, il flusso relativo sulla winglet superiore risulta trovarsi ad un angolo di incidenza maggiore. Da questi presupposti e considerando il fatto che si tratta di uno studio di prima approssimazione l'angolo di toe in è stato considerato per valori compresi tra 0 e -2 [deg] per quanto riguarda la superficie superiore, mentre nullo per la superficie inferiore.

<u>Freccia</u> La freccia considerata è quella al 25% della corda, anche detta angolo di *sweep*. Per favorire l'effetto di interazione tra le due superfici, quella superiore risulta conveniente che si trovi piuttosto arretrata, in particolare ad un angolo di freccia compreso fra 40 e 70 [deg] (considerando anche che la freccia dell'ala è 35 [deg]). La superficie inferiore invece è stata ideata con una freccia leggermente negativa come compromesso con la rigidezza strutturale, è stata studiata per valori compresi tra -10 e -30 [deg].

<u>Chord</u> Intuitivamente viene da pensare che la corda alla radice della Winglet non sia uno dei parametri che più ne influenza le caratteristiche dunque per semplicità questa è stata fissata pari alla corda all'estremità alare. Valutiamo la corda all'estremità della winglet tramite la rastremazione (o *taper*) la quale è stata fissata pari a 0.3 per la superficie superiore mentre è stata fatta variare tra 0.4 e 0.6 nella superficie inferiore.



**FIGURA 3.2** PROFILI ALARI UTILIZZATI, IN ALTO PER L'ALA MENTRE IN BASSO PER ENTRAMBE LE SUPERFICI DELLA WINGLET (APPENDICE B PER I VALORI NUMERICI)

Per quanto riguarda le caratteristiche dell'ala di base abbiamo detto che sono riferite ad un aereo da trasporto di prima generazione, a partire da ciò sono state definite le misure che sono poi state scalate

Root chord	Taper	Span	AR	Sweep	Surface
59.26 [cm]	0.35	280 [cm]	7	35 [deg]	11200 [cm <sup>2</sup> ]

I parametri necessari a definire univocamente la winglet sono 14 di cui 6 sono stati fissati a priori mentre 8 sono quelli tenuti in considerazione. Nella tabella di seguito possiamo vederli riassunti

FACTO	DR	LEVEL -1	LEVEL +1	
	Airfoil UP	FIX	KC-135	
	Airfoil DOWN	FIX	KC-135	
<i>X</i> <sub>1</sub> =	Span UP	1	1.4	$\times C_T$
<i>X</i> <sub>2</sub> =	Span Down	0.4	0.8	$\times C_T$
<i>X</i> <sub>3</sub> =	Cant UP	15	45	[degree]
$X_4 =$	Cant DOWN	45	75	[degree]
$X_5 =$	Sweep UP	40	60	[degree]
$X_6 =$	Sweep DOWN	-10	-30	[degree]
	Taper UP	FIX	0.3 []	
<i>X</i> <sub>7</sub> =	Taper DOWN	0.4	0.6	[]
<i>X</i> <sub>8</sub> =	Toe in UP	0	-2	[degree]
	Toe in DOWN	FIX	ED	0 [degree]
	Twist UP	FIX	0 [degree]	
	Twist DOWN	FIX	ED	0 [degree]

A partire da questi parametri, al fine di trovare quella che è la configurazione aerodinamicamente migliore è stato definito un processo di ottimizzazione utilizzando il software Minitab. Come piano sperimentale è stato scelto un Central Composite Face Centered di tipo Quarter: questo significa che come base ha un Quarter fraction che per 8 parametri a 2 livelli ciascuno (-1,+1) comportano 64 osservazioni. Face Centered significa che  $\alpha = 1$  dunque si ha l'aggiunta di un ulteriore livello (0), che non è altro che il valore medio tra gli altri due, e di altre 26 osservazioni come possiamo osservare di seguito.

#### **Design Summary**

Factors:	8 Replicates:	1
Base runs:	90 Total runs:	90
Base blocks:	1 Total blocks:	1

α = 1

Two-level factorial: Quarter fraction

#### **Point Types**

Cube points:	64
Center points in cube:	10
Axial points:	16
Center points in axial:	0

FIGURA 3.3 RIEPILOGO DELLA FASE DI PROGRAMMAZIONE DELL'ESPERIMENTO

In questo modo sono state generate le 90 configurazioni (Appendice A) di cui sono state valutate le caratteristiche aerodinamiche.

### 3.1 VORTEX LATTICE METHOD

La valutazione delle 90 configurazioni è stata effettuata mediante l'utilizzo del software xflr5 il quale si basa su un metodo a pannelli per la valutazione delle prestazioni aerodinamiche. Tra le possibilità che questo software offre, data la presenza delle winglet, si è optato per un'analisi mediante VLM: è stato fatto utilizzando dei ring vortex piuttosto che dei più semplici horseshoe vortex. Questo software offre anche la possibilità di valutare gli sforzi viscosi, i quali non sono presenti in uno studio in campo potenziale. Per fare ciò il software ti permette di valutare le polari aerodinamiche dei profili alari al variare del numero di Reynolds (in figura 3.4 un esempio) e nel calcolo VLM utilizzando per ogni sezione la polare relativa riesce a valutare l'entità della viscosità. Possiamo concludere che con questa teoria i risultati sono tanto più realistici quanto più ci si tiene distanti dagli angoli di stallo, lo studio è stato infatti svolto per ogni configurazione per *AOA* compresi fra 0 e 6 dal momento che siamo interessati al valutare le possibili condizioni di crociera.



**FIGURA 3.4** POLARI AERODINAMICHE DEL PROFILO DELL'ALA (KC-135) AL VARIARE DEL NUMERO DI REYNOLDS, OTTENUTE MEDIANTE IL SOFTWARE XLFR5 (PANNELLIZZAZIONE 2D)

Oltre al metodo di risoluzione è stato necessario definire le caratteristiche dell'aria e la velocità del flusso all'infinito; queste due insieme alla lunghezza delle varie corde determina il valore del numero di Reynolds, dunque influenza in modo diretto la resistenza indotta e quella viscosa. Dal grafico sopra vediamo come il coefficiente di resistenza varia all'aumentare di *Re*, in particolare ad alti *Re* il valore di resistenza indotta è quello più importante a differenza di bassi *Re* dove l'influenza della resistenza viscosa diventa predominante.

Non trattandosi per l'appunto di uno studio finale ma solamente di una prima analisi per determinare quale delle configurazioni può in definitiva avere il miglior comportamento, e tenendo conto che le dimensioni sono state scalate rispetto quelle del velivolo reale è stato impostato un valore di flusso indisturbato pari a 20 [m/s] il quale ha portato ad avere in media un numero di Reynolds lungo le aperture alari variabile tra un minimo di circa 150000 ed un max di circa 800000. In definitiva abbiamo

$$\rho = 1.225 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$$
$$\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^2}{s}\right]$$
$$\nu = 20 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Per quanto riguarda la pannellizzazione ogni configurazione è approssimata da 506/550 pannelli distribuiti lungo tutta l'ala. In figura 3.5 vediamo per esempio la configurazione 09.



FIGURA 3.5RAPPRESENTAZIONE DI UNA CONFIGURAZIONE REALIZZATA E STUDIATAMEDIANTE METODO VORTEX LATTICE SFRUTTANDO IL SOFTWARE XFLR5

### 3.2 PROCESSO DI OTTIMIZZAZIONE

Il processo di ottimizzazione, come già anticipato, si è basato sulle sole prestazioni dal punto di vista aerodinamico; in particolare si è ricercata la configurazione che minimizzasse il coefficiente di resistenza per un valore di  $C_L$ pari a 0.4 (possibile condizione di crociera). I risultati ottenuti dalle 90 configurazioni sono stati utilizzati come base di un processo di Response Surface Optimization mediante l'utilizzo del software Minitab. Tra i possibili processi di ottimizzazione disponibili la scelta è stata fatta tenendo conto principalmente dei tempi necessari all'implementazione e la valutazione delle configurazioni; ad esempio un sistema ad oggi molto utilizzato nell'ambito dell'ingegneria sono gli *algoritmi genetici* che permettono in poche iterazioni di trovare i massimi assoluti ma che richiedono l'automatizzazione del processo di implementazione e valutazione.

### 3.3 SIMULAZIONE CFD

Una volta definita la geometria ottimale si è passati alla valutazione definitiva di questa mediante analisi CFD. Lo studio è stato svolto per la configurazione ottimizzata precedentemente ottenuta e per l'ala base senza le winglet. Il software utilizzato è SolidWorks il quale permette di risolvere le equazioni mediate di Reynolds [12] mediante modellazione k- $\epsilon$  della turbolenza nella variante introdotta da Lam and Bremhorst (1981). Di seguito vediamo i settaggi della simulazione CFD delle due configurazioni

<u>Caratteristiche del flusso</u> Il fluido utilizzato è aria standard con valore di pressione P = 101325 [Pa] e temperatura T = 293.2 [K]. Il flusso è di tipo *laminare e turbolento* e per la definizione della turbolenza sono stati utilizzati i parametri *I-L* con valori pari a 0.1% il primo e 0.00256055453 [m] la lunghezza della turbolenza. Questi valori sono quelli impostati di default dal Software e risultano essere valori tipici di una galleria del vento. La velocità *U* del flusso è stata scelta pari a 100 [m/s] il che ha comportato dei numeri di Reynolds alla radice ed all'estremità dell'ala pari a  $Re_R = 3.95 \cdot 10^6$  ed  $Re_T = 1.38 \cdot 10^6$ . Sappiamo che il numero di Reynolds è un parametro influente sull'intensità delle resistenze viscosa e di forma, dunque per avere una panoramica completa della winglet uno studio più approfondito è necessario.

<u>Dominio di calcolo</u> uguali per tutte le misurazioni; partendo dalle dimensioni dell'ala e considerando che il calcolo è stato effettuato per un range limitato di angoli di incidenza, queste sono state impostate come di seguito mostrato.



**FIGURA 3.6** DOMINIO DI CALCOLO PER L'ANALISI CFD, LE MISURE SI RIFERISCONO ALL'ORIGINE SITUATA AL BORDO D'ATTACCO DELLA SEZIONE DI RADICE

<u>Discretizzazione</u> La creazione delle mesh è forse la parte più delicata del processo, per questo è stata sfruttata la possibilità del software di rifinire le mesh nei punti di maggior curvatura dell'ala e nei punti dove le grandezze presentano gradienti maggiori. Le mesh che il software utilizza sono di tipo cartesiano e sono state impostate come di seguito specificato ed illustrato.

E G	lo	bal		Лe	sh	Set	tin	gs			3	?	٧c	hannels	^
~	×										<b>#</b> *	5	\$		
Type ^										^	1		0 1 	9	
Basi	: N	es	h								^		4	0 m	÷
Nx	6	)	_								#			dvanced Refinement	~
Ny	30				#		1	0 2	9						
Nz	4	)								2	#  ++				s N
		] K ] SI	ee 10	p A w	sp	ect	Rati	0							9
				С	ont	rol	Plan	es						10.1940/23	•
Refir	nin	g (	el	Is							^		â	0	9
	0			110	17		11				9		-	0.0640138633 m	•
	0	1		1	N.		2	1	2	3	9		□c	lose Thin Slots	~
	1	1		ł	(ji	0	I)	i)	i.	ų,	3			isplay Refinement Level	~

FIGURA 3.7 SETTAGGIO INIZIALE DELLE MESH

Dunque, così facendo si è suddiviso il dominio in circa 80000 celle iniziali (figura 3.8). Nel processo di calcolo è stata poi utilizzata l'opzione di *refinement*: una volta che il software raggiunge la convergenza delle grandezze infittisce le celle nei punti dove si hanno variazioni delle grandezze maggiori, continuando poi il calcolo fino alla nuova convergenza. I refinement imposti sono 3 con limite di celle pari a 500000 avendo valutato che le variazioni ottenibili aumentando questo valore non sono ingenti. In figura 3.9 vediamo la discretizzazione finale del dominio di calcolo della stessa configurazione una volta completati i calcoli.

L'analisi CFD è stata dunque effettuata per la configurazione ottimizzata precedentemente ottenuta e per l'ala base senza winglet, entrambe per angoli di attacco compresi fra 0 e 12 [deg] con step di 1 [deg].



FIGURA 3.8 MESH DI PARTENZA OTTENUTE PER UNA GENERICA CONFIGURAZIONE



CALCOLO

### 4 RUSULTATI NUMERICI

La prima fase di questo studio si è conclusa dunque con i risultati delle 90 configurazioni di partenza, vediamo qui di seguito i valori dei coefficienti aerodinamici ottenuti per 4 configurazioni casuali.



FIGURA 4.1DIAGRAMMA DEL COEFFICIENTE DI RESISTENZA PER QUATTROCONFIGURAZIONI STUDIATE CON METODO A PANNELLI



FIGURA 4.2 DIAGRAMMA CD-CL PER LE STESSE CONFIGURAZIONI

Ottenuti questi valori, utilizzando il software Minitab, è stato possibile costruire l'approssimazione mediante RSM dell'andamento di CD: come funzione approssimante è stata scelta una Full Quadratic, cioè che tiene conto di tutti i termini quadratici. Come prima cosa è stato utile costruire il *diagramma di Pareto* tramite il quale è possibile visualizzare l'influenza che hanno i vari parametri sul valore del coefficiente di resistenza. Da questo (figura 4.3) è possibile notare che i parametri più importanti sono l'angolo di cant (di entrambe le superfici) e l'angolo di incidenza della superficie superiore.



FIGURA 4.3 DIAGRAMMA DI PARETO COSTRUITO CON I RISULTATI DELL'APPROSSIMAZIONE

Importante è la valutazione della bontà della funzione approssimata dal punto di vista matematico (figura 4.4). Il valore di *R-square* ottenuto in particolare è collegabile alla bontà della funzione approssimante, o in un certo senso all'influenza che realmente hanno i parametri sul risultato. Un valore ottenuto di questo pari a 69.24% può indicare una non ottima approssimazione od eventualmente l'influenza che hanno altri parametri non tenuti in conto, come ad esempio il numero di pannelli che uno studio approfondito avrebbe potuto ottimizzare per ogni configurazione.

#### **Model Summary**

Solutions

 S
 R-sq R-sq(adj)
 PRESS R-sq(pred)
 AICc
 BIC

 0.0004111
 69.24%
 39.17%
 0.0000412
 0.00%
 -1017.80
 -1003.37

**FIGURA 4.4** INDICI MATEMATICI DELLA FUNZIONE APPROSSIMANTE OTTENUTA

In generale lo studio di questi parametri è molto più complesso e non si ha un metodo univoco per definire la bontà di un'approssimazione. Ad esempio, nel nostro caso è logico pensare che i fenomeni fluidodinamici che entrano in gioco al variare dei parametri della winglet siano tutt'altro che continui od in generale approssimabili efficacemente con una funzione di secondo grado.

Una volta valutata l'accettabilità dell'approssimazione si è passati alla ricerca della configurazione che minimizzasse il coefficiente di resistenza. A partire dalla funzione creata il software dà la possibilità di trovare i massimi ed i minimi di questa, sono state dunque ricercate le 5 configurazioni con minimo drag ed il risultato è di seguito visualizzato.

							Taper	
Solu	tion Span UP Span	DOWN	Cant UP	Cant DOWN	Sweep UP	Sweep DOWN	DOWN	Toe in UP
1	1.154	0.600	15.000	75.000	40.000	-13.838	0.461	-2.000
2	1.199	0.593	15.379	74.179	40.078	-10.070	0.451	-2.000
3	1.200	0.600	15.000	75.000	40.000	-14.484	0.401	-1.905
4	1.200	0.600	15.000	75.000	40.000	-19.804	0.406	-1.997
5	1.200	0.600	30.000	45.000	40.000	-11.244	0.549	-0.177

FIGURA 4.5 SOLUZIONI DI MINIMO C<sub>D</sub> SECONDO LA FUNZIONE APPROSSIMANTE

Prendendo come riferimento i parametri della prima di queste vediamo il plot dell'andamento di  $C_D$  nell'interazione dei tre parametri più influenti, cioè gli angoli di cant e quello di toe in (la legenda di seguito mostrata è valida per tutti i plot).

0.0125 0.0126 0.0127 0.0128	- - - - >	0.0125 0.0126 0.0127 0.0127 0.0128 0.0129 0.0129



**FIGURA 4.6** PLOT DELL'INTERAZIONE TRA I TRE PARAMETRI PIÙ INFLUENTI, LA CONDIZIONE BASE DI RIFERIMENTO DEL PLOT È QUELLA APPARENTEMENTE OTTIMA TROVATA PRECEDENTEMENTE

40

I grafici sopra raffigurati non sono certamente in grado di rappresentare interamente l'andamento di  $C_D$ . Osservando però ad esempio il quinto di questi possiamo notare che, come ci si poteva aspettare, le combinazioni alto angolo di cant/toe in positivo e basso angolo di cant/toe in molto negativo sono caratterizzate da un coefficiente di resistenza più elevato. Questo succede perché avere un angolo di cant inferiore elevato significa che le due superfici si trovano vicine ed il flusso risulta molto disturbato richiedendo un toe in UP molto negativo per non raggiungere angoli di incidenza relativi esageratamente elevati; nel secondo caso invece essendo le superfici lontane il flusso risulta meno disturbato e la condizione migliore si ha a toe in vicini allo zero o addirittura positivi. La stessa cosa la si può notare dal nono grafico dove il toe in è fisso a -2 [deg] e vengono fatti variare gli angoli di cant.

Al fine di verifica la configurazione ottimizzata (Config. A) è stata realizzata e valutata mediante il software xflr5 nel paragone con l'ala base (Config.B). Di seguito vediamo i grafici al variare dell'incidenza degli andamenti di  $C_D$  e delle sue componenti riferite alla resistenza viscosa ( $C_{Dv}$ ) ed indotta ( $C_{Di}$ ), e successivamente dell'andamento di  $C_D$  rispetto  $C_L$ .



**FIGURA 4.7** ANDAMENTO DEL COEFFICIENTE DI RESISTENZA PER LE DUE CONFIGURAZIONI IN ESAME OTTENUTO MEDIANTE VORTEX LATTICE







FIGURA 4.9 ANDAMENTO DELLA RESISTENZA INDOTTA



FIGURA 4.10 DIAGRAMMA CD-CL PER LE DUE CONFIGURAZIONI

Da questi possiamo notare che nel primo tratto, fino AOA circa pari a 4 [deg] o dal quarto grafico fino a  $C_L$  circa 0.3, la resistenza dell'ala base è complessivamente inferiore. Infatti, dal terzo notiamo che la Config.A ha resistenza viscosa maggiore, a causa della maggior superficie bagnata, ed il guadagno in termini di resistenza indotta cresce con l'aumentare di alfa.

Per quanto riguarda i carichi cui è sottoposta l'ala possiamo osservare qui di seguito l'andamento del momento alla radice dell'ala con l'angolo di attacco per entrambe le soluzioni. Notiamo in particolare che questo valore è discretamente alto e indica per l'appunto il bisogno di approfondire la situazione carichi alari.



FIGURA 4.11 ANDAMENTO DEL MOMENTO ALLA RADICE DOVUTO AI CARICHI DI PORTANZA

Una volta verificata la configurazione, questa è stata realizzata mediante il software Solidworks (in figura 4.12 un rendering) per poterne eseguire un calcolo più accurato.



**FIGURA 4.12** RENDERING DELL'ALA CON LA WINGLET OTTIMIZZATA, REALIZZATA MEDIANTE SOLIDWORKS E RENDERIZZATA UTILIZZANDO RHINO 6

Dopo aver implementato le due configurazioni in SolidWorks queste sono state valutate come precedentemente indicato. Di seguito vediamo anzitutto i grafici dei coefficienti aerodinamici ottenuti



**FIGURA 4.13** ANDAMENTO DEL COEFFICIENTE DI RESISTENZA PER LE DUE CONFIGURAZIONI OTTENUTO MEDIANTE STUDIO CFD



FIGURA 4.14 ANDAMENTO DELL'EFFICIENZA



FIGURA 4.15 DIAGRAMMA CD-CL

I grafici appena mostrati indicano un andamento opposto ai risultati della verifica tramite VLM. Infatti, risulta che la configurazione ottimizzata è migliore dal punto di vista aerodinamico per bassi angoli di incidenza e/o coefficienti di portanza. La convenienza di questa è limitata per angoli di attacco minori a circa 6, o meglio per  $C_L$  minori di circa 0.54. D'altra parte, il guadagno per coefficiente di portanza 0.4 di progetto rimane inalterato: abbiamo una diminuzione di  $C_D$ 

del 17.5%. Se ci spostiamo invece a valori di  $C_L$  intorno a 0.3 il guadagno in  $C_D$  è del 19.1%.

Ogni configurazione ha impiegato in media 2000 [s] per raggiungere la convergenza 3 volte a seguito dei refinement. Vediamo ad esempio i coefficienti aerodinamici della Config.A per AOA=4 [deg] all'aumentare delle iterazioni.



FIGURA 4.16 VARIAZIONE DEI COEFFICIENTI AERODINAMICI CON IL NUMERO DI ITERAZIONI

Da questi osserviamo che in questo caso i refinement sono stati due, a 140 e 260 iterazioni su un totale di 370.

Il guadagno in resistenza indotta relativo a bassi angoli di attacco lo si può notare dalle rappresentazioni nell'Appendice C: per angoli di incidenza fino a 4 è osservabile una diminuzione di vorticità, o comunque dell'intensità dei vortici di estremità. I piani presi come riferimento in particolare sono situati tra 1.5 e 2.5 [m] dall'origine degli assi, posta nel bordo di attacco del profilo alla radice dell'ala.

# CONCLUSIONI

Lo studio appena esposto mostra come questa configurazione può generare vantaggi dal punto di vista aerodinamico sia prendendo la valutazione mediante metodo a pannelli che mediante CFD. È logico pensare che i risultati ottenuti da quest'ultima siano più attendibili e mostrano come per coefficienti di portanza di crociera o inferiori la winglet risulta aerodinamicamente conveniente. Bisogna considerare che quando si andranno ad effettuare calcoli più accurati andando ad inserire una wingtip extension di pari carichi strutturali, il guadagno del 17.5% in resistenza diminuirà. Questo porta a pensare che la winglet esaminata non risulta poi così buona nel rispetto di soluzioni più tradizionali, perlomeno nel caso di velivoli da trasporto di prima generazione presi come riferimento in questo studio.

Nonostante ciò è logico pensare che ci siano margini di miglioramento: gli angoli di toe per entrambe le superfici sono senz'altro dei parametri che necessitano di una valutazione più approfondita basata su valutazioni sia aerodinamiche che strutturali. Come questi anche cambiare il profilo alare utilizzato per le winglet potrebbe portare a qualche ulteriore miglioramento.

Per quanto riguarda le impostazioni di calcolo lo studio delle configurazioni mediante VLM può aver dato un'idea generale di quale configurazione risulta migliore, però abbiamo visto che per le stesse configurazioni abbiamo ottenuto risultati opposti dallo studio CFD. Questo mette in risalto l'incertezza che questo metodo mostra per geometrie più complesse (come le winglet, in questo caso doppie) e fa pensare alla possibilità che quella trovata non fosse la configurazione migliore. D'altra parte, questo dubbio è al centro della ricerca sulle winglet: degli studi approssimativi non permettono di valutare a pieno la winglet migliore, mentre farne di più approfonditi risulta improponibile dal punto di vista del tempo necessario.

# APPENDICE A

Config.	Span UP	Span DOWN	Cant UP	Cant DOWN	Sweep UP	Sweep DOWN	Taper DOWN	Toe in UP
01	1.4	0.4	15	45	40	-10	0.4	-2
02	1.4	0.8	15	75	40	-10	0.4	0
03	1	0.8	15	45	60	-30	0.4	-2
04	1	0.8	15	75	60	-10	0.6	0
05	1.4	0.4	15	75	40	-30	0.6	0
06	1.4	0.8	15	75	40	-30	0.4	-2
07	1	0.8	15	75	40	-10	0.6	-2
08	1.4	0.4	15	75	40	-10	0.6	-2
09	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
10	1.4	0.8	15	45	60	-10	0.6	-2
11	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
12	1.4	0.8	45	45	60	-30	0.4	0
13	1.4	0.4	45	75	40	-30	0.4	0
14	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
15	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-2
16	1.4	0.8	45	45	40	-10	0.4	0
17	1	0.8	45	45	40	-10	0.6	-2
18	1	0.8	45	75	60	-10	0.4	0
19	1	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
20	1.4	0.4	15	75	60	-30	0.6	-2
21	1	0.4	45	45	60	-10	0.4	-2
22	1	0.4	15	75	40	-10	0.4	0
23	1.4	0.4	15	75	60	-10	0.6	0
24	1	0.8	45	45	60	-10	0.6	0

Config.	Span UP	Span DOWN	Cant UP	Cant DOWN	Sweep UP	Sweep DOWN	Taper DOWN	Toe in UP
25	1.4	0.8	45	75	60	-30	0.6	0
26	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.4	-1
27	1	0.4	15	75	60	-10	0.4	-2
28	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
29	1.4	0.8	45	45	40	-30	0.4	-2
30	1.2	0.6	30	60	60	-20	0.5	-1
31	1.4	0.8	15	75	60	-10	0.4	-2
32	1.2	0.6	30	60	40	-20	0.5	-1
33	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
34	1	0.4	45	75	40	-10	0.6	0
35	1.2	0.6	30	45	50	-20	0.5	-1
36	1.4	0.4	15	45	40	-30	0.4	0
37	1.4	0.8	15	45	60	-30	0.6	0
38	1	0.4	15	45	60	-30	0.6	0
39	1	0.4	45	75	40	-30	0.6	-2
40	1.4	0.8	15	45	40	-30	0.6	-2
41	1	0.8	45	75	40	-30	0.4	0
42	1	0.8	15	45	40	-10	0.4	-2
43	1	0.4	15	45	40	-30	0.6	-2
44	1.4	0.8	45	75	40	-30	0.6	-2
45	1	0.8	45	75	40	-10	0.4	-2
46	1	0.4	15	75	60	-30	0.4	0
47	1.4	0.4	45	75	60	-30	0.4	-2
48	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.6	-1
49	1.2	0.4	30	60	50	-20	0.5	-1
50	1	0.8	15	75	60	-30	0.6	-2

Config.	Span UP	Span DOWN	Cant UP	Cant DOWN	Sweep UP	Sweep DOWN	Taper DOWN	Toe in UP
51	1	0.8	45	45	60	-30	0.6	-2
52	1.4	0.4	45	45	60	-10	0.6	0
53	1.4	0.8	45	45	60	-10	0.4	-2
54	1.4	0.4	45	75	60	-10	0.4	0
55	1.4	0.4	15	45	60	-30	0.4	-2
56	1	0.8	15	75	40	-30	0.6	0
57	1.2	0.6	30	60	50	-30	0.5	-1
58	1.4	0.8	15	75	60	-30	0.4	0
59	1	0.4	15	45	60	-10	0.6	-2
60	1.4	0.4	45	45	60	-30	0.6	-2
61	1.4	0.4	15	45	60	-10	0.4	0
62	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
63	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
64	1.4	0.8	45	75	40	-10	0.6	0
65	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	0
66	1.4	0.8	45	75	60	-10	0.6	-2
67	1	0.8	15	45	60	-10	0.4	0
68	1.4	0.8	15	45	40	-10	0.6	0
69	1	0.8	45	75	60	-30	0.4	-2
70	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
71	1	0.4	45	45	40	-10	0.4	0
72	1	0.4	45	75	60	-10	0.6	-2
73	1	0.4	15	45	40	-10	0.6	0
74	1.4	0.4	45	45	40	-30	0.6	0
75	1.4	0.4	45	75	40	-10	0.4	-2
76	1.4	0.4	45	45	40	-10	0.6	-2

Config.	Span UP	Span DOWN	Cant UP	Cant DOWN	Sweep UP	Sweep DOWN	Taper DOWN	Toe in UP
77	1.2	0.6	30	60	50	-10	0.5	-1
78	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
79	1.2	0.6	15	60	50	-20	0.5	-1
80	1	0.4	45	75	60	-30	0.6	0
81	1	0.8	45	45	40	-30	0.6	0
82	1.4	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
83	1	0.4	15	75	40	-30	0.4	-2
84	1	0.4	45	45	40	-30	0.4	-2
85	1.2	0.8	30	60	50	-20	0.5	-1
86	1.2	0.6	45	60	50	-20	0.5	-1
87	1.2	0.6	30	60	50	-20	0.5	-1
88	1	0.8	15	45	40	-30	0.4	0
89	1.2	0.6	30	75	50	-20	0.5	-1
90	1	0.4	45	45	60	-30	0.4	0

# APPENDICE B

KC-135 BL351.6 AIRFOIL				
1.000	0.000			
0.950	0.007			
0.900	0.015			
0.850	0.022			
0.800	0.029			
0.750	0.036			
0.700	0.043			
0.650	0.049			
0.600	0.054			
0.550	0.059			
0.500	0.062			
0.450	0.064			
0.400	0.064			
0.350	0.064			
0.300	0.063			
0.250	0.061			
0.200	0.057			
0.150	0.052			
0.100	0.044			
0.075	0.039			
0.050	0.031			
0.025	0.022			
0.013	0.015			
0.008	0.012			

0.005	0.010
0.000	0.003
0.000	0.000
0.005	-0.005
0.008	-0.006
0.013	-0.007
0.025	-0.008
0.050	-0.009
0.075	-0.010
0.100	-0.012
0.150	-0.015
0.200	-0.018
0.250	-0.021
0.300	-0.023
0.350	-0.024
0.400	-0.025
0.450	-0.026
0.500	-0.025
0.550	-0.023
0.600	-0.021
0.650	-0.018
0.700	-0.016
0.750	-0.013
0.800	-0.010
0.850	-0.008
0.900	-0.005
0.950	-0.003
1.000	0.000

KC-135 \	WINGLET
1.000	-0.002
0.975	0.004
0.950	0.009
0.925	0.014
0.900	0.018
0.875	0.023
0.850	0.027
0.825	0.031
0.800	0.035
0.775	0.038
0.750	0.042
0.725	0.045
0.700	0.048
0.675	0.051
0.650	0.053
0.625	0.055
0.600	0.057
0.575	0.059
0.550	0.060
0.500	0.062
0.450	0.063
0.400	0.063
0.350	0.062
0.300	0.061
0.250	0.058
0.200	0.055
0.175	0.053
0.150	0.050

0.125	0.047
0.100	0.043
0.075	0.039
0.050	0.033
0.038	0.030
0.025	0.025
0.013	0.018
0.005	0.012
0.002	0.008
0.000	0.000
0.002	-0.003
0.005	-0.004
0.013	-0.006
0.025	-0.008
0.038	-0.009
0.050	-0.010
0.075	-0.012
0.100	-0.013
0.125	-0.014
0.150	-0.015
0.175	-0.016
0.200	-0.017
0.250	-0.018
0.300	-0.018
0.350	-0.017
0.400	-0.017
0.450	-0.016
0.500	-0.014

0.550	-0.012
0.575	-0.011
0.600	-0.009
0.625	-0.007
0.650	-0.005
0.675	-0.003
0.700	-0.002
0.725	0.000
0.750	0.002
0.775	0.004
0.800	0.005
0.825	0.006
0.850	0.007
0.875	0.006
0.900	0.006
0.925	0.005
0.950	0.002
0.975	-0.001
1.000	-0.007

## APPENDICE C









1622.22 1377.78 1133.33 888.89 644.44 400.00 Vorticity [1/s]

60





### BIBLIOGRAFIA

[1] Whitcomb R. T., A design approach and selected wind-tunnel results at high subsonic speeds for wing-tip mounted winglets, NASA TN D-8260, (1976)[2] Heyson H. H., Riebe G. D., Fulton C. L., Theoretical Parametric Study of the Relative Advantages of Winglets and Wing-Tip Extensions, NASA TP 1020, (1977) [3] Barber M. R., David Selegan, KC-135 Winglet Program Review, NASA CP 2211, (1982) [4] Robert R. Meyer, Peter F. Covell, Effects of Winglet on a First-Generation Jet Transport Wing, NASA TP 2619, (1986) [5] Ning A., Kroo I., Multidisciplinary Considerations in the Design of Wings and Wing Tip Devices, All Faculty Publications, 1629, (March 2010) [6] Beechook A., Wang J., Aerodynamic Analysis of Variable Cant Angle Winglets for Improved Aircraft Performance, Proceedings of the 19th International Conference on Automation & Computing, Brunel University, London, UK, (13-14 September 2013) [7] El Haddad N. R., Gonzalez L., Aerodynamic Design of a Winglet for the Dassault Falcon 10, 54<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting, San Diego, California, USA, (4-8 January 2016) [8] Gölcük A. I., Kurtulus D.F., Winglet design and analysis for low-altitude solarpowered UAV, Int. J. Sustainable Aviation, Vol. 3, No. 1, pp.64-86, (2017) [9] Munshi A., Sulaeman E., Omar N., Ali M. Y., CFD Analysis of the Effect of Winglet Cant Angle on Aerodynamics of ONERA M6 Wing, Penerbit 2018, 44-54 [10] Guerrero J., Sanguineti M., Wittkowski K., CFD Study of the Impact of Variable Cant Angle Winglets on Total Drag Reduction, Aerospace 2018, 5, 126 [11] Guidelines for QFLR5 v0.03, XFLR5 Analysis of foils and wings operating at low Reynolds numbers, (2009) Sobachkin A., Dumnov G., Numerical Basis of CAD-Embedded CFD, [12] (2014) [13] Rehman M. Khan, Problem Solving and Data Analysis Using Minitab: A Clear and Easy Guide to Six Sigma Methodology, John Wiley & Sons Inc, (2013) [14] Gudmundsson S., General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures, Butterworth-Heinemann, (2014)

- [15] Anderson J., *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill Education, (2017)
- [16] Cummings R. M., Mason W. H., Morton S. A., McDaniel D. R., Applied Computational Aerodynamics: A Modern Engineering Approach, Cambridge Aerospace Series, (2017)