

SCUOLA DI SCIENZE
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Fisica dell'accrescimento

Tesi di Laurea

Presentata da:
Simone Sartori

Relatore:
**Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa**

Sommario

L'accrescimento è un fenomeno astrofisico di grande rilevanza, capace di liberare grandi energie in modo molto efficiente. Interviene negli AGN (*nuclei galattici attivi* formati da *buchi neri supermassicci* in accrescimento), regolando le grandi emissioni energetiche che li caratterizzano, e nei sistemi binari, dove oggetti compatti come stelle di neutroni e nane bianche vengono accresciuti dalle stelle compagne, liberando energia. Nell'**Introduzione** si analizzano gli aspetti energetici associati all'accrescimento degli AGN, dando una descrizione qualitativa dei fenomeni fisici associati.

Successivamente, nel **capitolo 2**, viene ricavata la *luminosità di Eddington*, tetto massimo alla luminosità di un corpo in accrescimento sferico. Viene inoltre spiegato perché, in natura, questo limite non risulti invalicabile.

Nel **capitolo 3**, servendosi anche dei risultati ottenuti nel capitolo precedente, si analizza il *modello di Bondi* per l'accrescimento sferico di un oggetto compatto immerso in una nube di gas infinita. Il modello è trattato inizialmente nel modo più semplice possibile, sotto ipotesi molto stringenti, mentre successivamente viene complicato con l'introduzione degli effetti dovuti all'*elettron scattering*.

In conclusione, nel **capitolo 4**, si tratta l'accrescimento nei sistemi binari, permettendo di mettere in luce in modo più approfondito l'importante ruolo della *viscosità*.

Indice

1	Introduzione	2
2	Luminosità di Eddington	4
2.1	Regime Super-Eddington	6
3	Modello di accrescimento di Bondi	7
3.1	Soluzioni al problema di Bondi	10
3.2	Modello di Bondi con elettroni scattering	11
4	Accrescimento in sistemi binari	13
4.1	Dischi di accrescimento e viscosità	15

Capitolo 1

Introduzione

L'accrescimento è un fenomeno fisico che si verifica quando un gas cade gravitazionalmente su un corpo molto compatto, come un buco nero, una stella di neutroni o una nana bianca.

Il gas della nube possiede momento angolare e per questo non può semplicemente cadere verso il corpo centrale, ma deve inevitabilmente formare un disco in rotazione differenziale attorno all'asse di rotazione del corpo centrale.

Nella caduta verso l'interno il gas deve perdere momento angolare, che, tuttavia, deve sempre essere conservato. Le parti esterne del disco devono perciò acquisire momento. Si ha così un *trasporto* di momento angolare dall'interno all'esterno del disco e uno di materia nel verso opposto.

Questo meccanismo riveste una notevole importanza in astrofisica, in quanto alla base di un processo di produzione di energia ad altissima efficienza. Nella caduta il gas si scalda (aumenta la sua energia cinetica) tramite processi di attrito non del tutto noti e conseguentemente ¹ si muove verso l'interno del disco, accrescendo il modulo della sua energia potenziale. Questo processo produce radiazione gravitazionalmente.

Possiamo stimare l'efficienza del processo considerando una massa m in caduta verso un buco nero non rotante di massa M_{BH} e raggio pari al raggio di Schwarzschild ² r_s .

$$r_s = \frac{2GM_{BH}}{c^2} \quad (1.1)$$

Dalla conservazione dell'energia,

$$E(r) = \frac{mV^2(r)}{2} - \frac{GmM_{BH}}{r} \quad (1.2)$$

considerando un raggio iniziale per la caduta del gas pari a $3r_s$ (raggio entro il quale il gas inevitabilmente cadrà nel buco nero secondo la relatività generale) e uno finale pari a r_s , la stima (dal viriale) fornirà una differenza di energia pari a:

$$\Delta E = E_{3r_s} - E_{r_s} = \frac{1}{2}m \left(-\frac{GM_{BH}}{3r_s} + \frac{GM_{BH}}{r_s} \right) = \frac{1}{3} \frac{GmM_{BH}}{r_s} = \frac{1}{6}mc^2 \quad (1.3)$$

¹Si può affermare che la gravità possiede un *calore specifico negativo*, ovvero al crescere dell'energia un oggetto orbitante si sposta su un'orbita più esterna, diminuendo la sua velocità (la sua *temperatura*).

²Nell'accezione classica del buco nero di Laplace, trascurando li effetti dovuti alla relatività generale

Osserviamo che circa il 15% della massa viene trasformato in energia; ciò significa che si ha un'efficienza ϵ pari a $\epsilon \sim 0.15$ ³. Per confronto, l'efficienza della catena p-p è $\epsilon \sim 0.006$ e ciò ci dice che sotto queste condizioni l'accrescimento è il meccanismo di produzione di energia più efficiente possibile (a eccezione dell'annichilazione).

Il fenomeno astrofisico forse più rilevante in cui questo meccanismo interviene è l'AGN. Gli AGN (Nucleo Galattico Attivo) sono una classe di oggetti (Quasar, Blazar, galassie Seyfert...) estremamente luminosi e generalmente molto lontani dalla Terra. Per molti anni la loro natura è stata considerata controversa.

La prima osservazione di un AGN⁴ si ebbe nel 1959; la sua magnitudine apparente (13) fece sospettare una natura stellare dell'oggetto. Tuttavia misure accurate osservarono un redshift z del corpo pari a $z \sim 0.158$, equivalente a una distanza da noi di $\sim 749 Mpc$.

Conseguentemente non si riuscì più a spiegare un'eventuale natura stellare dell'oggetto, in considerazione della sua magnitudine apparente e della sua distanza: la luminosità prodotta è pari a quella di una galassia di grandi dimensioni ($L \sim 10^{12} M_{\odot}$). Misurato il tempo di ricorrenza⁵ tramite variazioni periodiche della luminosità, si stimò un raggio del corpo inferiore al Parsec.

Tutto ciò è profondamente incompatibile con un'origine della radiazione dovuta a fenomeni di fusione nucleare. Per produrre una simile luminosità in questo modo, si dovrebbe avere una massa di gas pari a quella di una grossa galassia concentrata in un volume molto ristretto, rendendo impossibile la formazione di una stella stabile. Sul finire degli anni '60 l'astronomo britannico *Donald Lynden-Bell* risolse il problema ipotizzando che l'energia fosse prodotta dall'accrescimento di buchi neri super massicci. Questi si trovano al centro delle galassie ellittiche e al centro dei bulge delle galassie a spirale. La loro massa è $\sim \frac{1}{1000}$ della massa della galassia o del bulge a cui appartengono. Quando l'accrescimento è attivo vengono detti AGN.

³Questo valore assume un massimo di circa 0.2-0.3 in particolari soluzioni dovute alla relatività generale che prevedono un buco nero rotante. Per corpi centrali meno compatti invece il valore decresce.

⁴Un Quasar nominato 3C 273

⁵ $\Delta t = \frac{R}{v}$ dove v è la velocità nel mezzo. Assumiamo $v = c$ per fissare un limite massimo

Capitolo 2

Luminosità di Eddington

Come evidenziato nel capitolo precedente, l'accrescimento è un meccanismo di produzione di energia molto efficiente. Tuttavia gli effetti della radiazione prodotta non sono trascurabili: esiste infatti una luminosità limite, detta *Luminosità di Eddington*.

Calcoliamo ora questo limite sotto le seguenti condizioni:

- regime stazionario;
- problema a simmetria sferica;
- gas in caduta otticamente sottile, ipotizzato essere idrogeno completamente ionizzato.

Supponiamo di conoscere la luminosità emessa L con relativa distribuzione spettrale (SED) descritta da $f(\nu)$ in modo che:

$$\int_0^\infty f(\nu) d\nu = 1 \quad (2.1)$$

$$\int_0^\infty L(\nu) d\nu = L \quad (2.2)$$

Consideriamo il flusso $S(\nu)$, ovvero l'energia per unità di tempo e frequenza che attraversa l'elemento di superficie a distanza r dal corpo centrale

$$S(\nu) = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \quad (2.3)$$

Possiamo trovare¹ il numero di fotoni che attraversano la superficie di raggio r e l'impulso da essi trasportato, ambedue per unità di tempo e frequenza:

$$N = \frac{1}{h\nu} \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \quad (2.4)$$

$$P_{tot} = \frac{1}{h\nu} \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \frac{h\nu}{c} = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} \quad (2.5)$$

¹Si ricorda che l'energia trasportata da un fotone vale $E = h\nu$, mentre l'impulso ha valore $P = \frac{h\nu}{c}$.

Sappiamo ora, dalle ipotesi, che il gas in caduta è idrogeno completamente ionizzato: avremo perciò cariche negative (elettroni) e positive (protoni) in circa lo stesso numero.

Consideriamo le interazioni tra fotoni e elettroni, definendo la sezione d'urto di Thomson per gli elettroni

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (2.6)$$

mentre possiamo trascurare le interazioni tra fotoni e protoni, essendo la sezione d'urto per quest'ultimi 4 milioni di volte più piccola².

Ad alte energie l'urto fotone-elettrone diventa anelastico e la sezione d'urto diventa quella di Klein-Nishina³

$$\sigma_{KN}(\nu) = \sigma_T \cdot g \left(\frac{\nu}{\nu_T} \right) \quad (2.7)$$

dove $h\nu_T = m_e c^2$.

L'interazione tra fotoni e materia produce una pressione di radiazione. La forza di radiazione per unità di volume al raggio r , che ha l'azione di opporsi alla caduta del gas, vale

$$F_{rad} = \frac{Ln_e(r)\sigma_r}{4\pi r^2 c} C_{KN} \quad (2.8)$$

Esiste un'altra forza, quella gravitazionale, che agisce nel verso opposto, attraendo il gas verso il buco nero. La forza gravitazionale per unità di volume al raggio r vale

$$F_G = -\frac{GM_{BH}\rho(r)}{r^2} \quad (2.9)$$

dove la densità di materia $\rho(r)$ è

$$\rho(r) = n_e(r)m_e + n_p(r)m_p \simeq n_p(r)m_p \quad (2.10)$$

È possibile non considerare il contributo degli elettroni in virtù della loro massa ~ 1840 volte inferiore a quella dei protoni. La forza totale può quindi essere scritta

$$F_{tot} = F_G + F_{rad} = -\frac{GM_{BH}n_p(r)m_p}{r^2} + \frac{Ln_e(r)\sigma_r}{4\pi r^2 c} C_{KN} \quad (2.11)$$

Definiamo ora la *Luminosità di Eddington* come quel valore di L per cui $F_{tot} = 0$, ovvero il valore per cui si ha equilibrio tra forza di radiazione e forza gravitazionale, con l'effetto di cessare l'accrescimento. Ricordando che $n_p \sim n_e$:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi c GM_{BH} m_p}{\sigma_T C_{KN}} \sim 10^{38} \left(\frac{M_{BH}}{M_\odot} \right) \left[\frac{\text{erg}}{\text{s}} \right] \quad (2.12)$$

Questo processo si autoregola: maggiore è la quantità di gas che cade nel buco nero, maggiore è la pressione di radiazione; quindi l'accrescimento rallenta. Viceversa, minore è la quantità di gas che cade, più l'accrescimento diventa rapido.

²La sezione d'urto in questione va come $\sim \frac{1}{m^2}$ e sappiamo che $m_p \sim 1836m_e$. Da qui il valore della sezione d'urto del protone.

³Tenendo in considerazione questi urti, è necessario inserire un fattore correttivo C_{KN} nell'equazione (2.8) dell'ordine di $C_{KN} \sim 10^{-1}$.

La luminosità di Eddington fornisce anche un limite massimo alla massa delle stelle. Per $M > 70M_{\odot}$ il limite viene superato⁴; di conseguenza stelle con $M > (70 - 100)M_{\odot}$ vengono disgregate dalla loro stessa luminosità.

Un'ulteriore conseguenza è il limite imposto alla massa accresciuta per unità di tempo:

$$\dot{M}_{Edd} = \frac{L_{Edd}}{\epsilon c^2} \simeq 7 \cdot 10^{17} \left(\frac{M_{BH}}{M_{\odot}} \right) \left[\frac{g}{s} \right] \quad (2.13)$$

dove ϵ indica l'efficienza e assume nel caso trattato un valore di ~ 0.1 , come già scritto nell'**Introduzione**.

2.1 Regime Super-Eddington

È importante sottolineare come il limite di Eddington sia superabile per brevi periodi, mentre continui a valere su scale di tempo più ampie, anche per oggetti che sembrano non rispettare le ipotesi di derivazione del limite stesso.

Quando la luminosità di Eddington viene superata e si continua ad avere accrescimento si parla di *regime super-Eddington*, che, come scritto in precedenza, è solo temporaneo. Ciò può avvenire per numerosi motivi. Per esempio può esistere un flusso di materia in caduta che aumenta fino a superare il limite imposto da Eddington; lo spegnimento del quasar non è istantaneo, e se il flusso di materia continua ad aumentare si può temporaneamente entrare in regime di super-Eddington.

Anche variazioni dalle condizioni iniziali ideali possono portare al superamento del limite di Eddington, come, ad esempio, la violazione dell'ipotesi di simmetria sferica. Come scritto nell'**Introduzione**, il gas in caduta si dispone su un disco, permettendo la libera fuga dei fotoni emessi parallelamente all'asse di rotazione. Tuttavia, i fotoni emessi perpendicolarmente all'asse scaldano il gas del disco, espandendolo sempre più (con l'aumentare del volume del gas, aumentano i fotoni intercettati) fino a permettere di ricondursi all'ipotesi iniziale di simmetria sferica. L'eventuale superamento della luminosità di Eddington, anche in questo caso, è solo temporaneo.

⁴La luminosità di Eddington va come $L_{Edd} \sim M$, mentre la luminosità va come $L \sim M^{3.5}$.

Capitolo 3

Modello di accrescimento di Bondi

Il più semplice modello di accrescimento è il *Modello di Bondi*; tratta la caduta di una nube infinitamente estesa di gas verso un oggetto molto compatto di massa M , considerabile puntiforme (es. un buco nero di massa M_{BH}). Il modello si pone l'obiettivo di descrivere il comportamento del fluido in caduta ricavando informazioni sulla variazione della velocità di caduta al variare della distanza dal centro di accrescimento.

Ammettiamo che la materia in caduta si trovi a riposo a $r = \infty$, con all'infinito pressione P_∞ , densità ρ_∞ , velocità del gas \vec{u}_∞ e temperatura T_∞ . Consideriamo ora le seguenti ipotesi.

- Problema stazionario: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$;
- Problema a simmetria sferica¹; ciò implica che il momento angolare sia nullo: $\vec{J} = 0$;
- Campo magnetico assente: $\vec{B} = 0$;
- I fenomeni di tipo elettromagnetico vengono ignorati; si ha una soluzione puramente idrodinamica;
- Il gas è un gas perfetto (dunque privo di viscosità) e le uniche trasformazioni ammesse sono *politropiche*: $P \propto \rho^\gamma$ con² $1 < \gamma \leq \frac{5}{3}$;
- Campo di gravità prodotto solo dalla massa centrale. Viene trascurata l'autogravità del gas. Si ha un'accelerazione radiale pari a: $\vec{g} = \frac{GM_{BH}}{r^2} \hat{r}$

Supponiamo che all'infinito la velocità del gas sia nulla: $u_\infty = 0$. Dall'ipotesi di simmetria sferica possiamo scrivere

$$\vec{u} = u(r) \cdot \hat{e}_r \tag{3.1}$$

dove \hat{e}_r è il versore radiale.

Possiamo quindi distinguere due tipi di problemi:

¹Con un problema a simmetria sferica si hanno equazioni differenziali dipendenti solo da r e perciò quazioni differenziali *ordinarie*.

²Con $\frac{5}{3}$ si ha accrescimento adiabatico per gas monoatomico.

- $u < 0$ problema di accrescimento;
- $u > 0$ problema di vento stellare.

Si consideri ora l'equazione di continuità per un fluido

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.2)$$

Imponendo la condizione di stabilità e applicando la condizione di simmetria sferica otteniamo

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho \vec{u}) = 0 \quad (3.3)$$

Integrando l'equazione e utilizzando il teorema di Gauss otteniamo

$$4\pi r^2 u(r) \rho(r) = \text{cost} = \dot{M} \quad (3.4)$$

Ciò ci dice che la quantità di massa (per unità di tempo) passante per qualunque superficie sferica di raggio r posta simmetricamente attorno al buco nero centrale è costante (possiede lo stesso valore a qualunque distanza r). Questa equazione ci fornisce quindi la quantità di massa per unità di tempo che va ad accrescere il buco nero.

Sappiamo inoltre che un fluido ideale soddisfa la prima legge di Bernoulli

$$\frac{u^2(r)}{2} + h(r) + \Phi(r) = \text{cost} \quad (3.5)$$

dove $h(r) = \int \frac{1}{\rho} dP$ rappresenta l'entalpia e $\Phi(r) = -\frac{GM_{BH}}{r}$ è il potenziale gravitazionale.

Valutando la costante per $r = \infty$ otteniamo

$$\frac{u^2(r)}{2} + h(r) - \frac{GM_{BH}}{r} = h_\infty \quad (3.6)$$

ovvero

$$\frac{u^2(r)}{2} + \Delta h(r) - \frac{GM_{BH}}{r} = 0 \quad (3.7)$$

con

$$\Delta h(r) = \int_{p_\infty}^p \frac{dp}{\rho} = \frac{c_s^2(\infty)}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] \quad (3.8)$$

Avremo dunque a che fare con un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} 4\pi r^2 u(r) \rho(r) = \text{cost} = \dot{M} \\ \frac{u^2(r)}{2} + \Delta h(r) - \frac{GM_{BH}}{r} = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Le equazioni in gioco sono funzioni di due sole incognite: ρ e $u(r)$. Ciò non ci sorprende, avendo già assunto che il fluido possa subire solo trasformazioni *politropiche* e che dunque la pressione sia funzione della densità: $P \propto \rho^\gamma$. Definiamo ora il *raggio di Bondi* come

$$r_B := \frac{GM_{BH}}{C_s(\infty)^2} \quad (3.10)$$

dove

$$C_s(\infty) = \sqrt{\frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}} \quad (3.11)$$

indica la velocità del suono all'infinito.

Introduciamo inoltre le quantità adimensionali:

$$x := \frac{r}{r_s}, \quad \tilde{\rho}(r) = \frac{\rho(r)}{\rho_\infty}, \quad \tilde{c}_s(r) = \frac{c_s}{c_s(\infty)}$$

e il numero di Mach

$$\mathcal{M} = \frac{u}{c_s} \quad (3.12)$$

il cui valore indica che:

- se $\mathcal{M} < 1$ il fluido è in regime *subsonico*
- se $\mathcal{M} > 1$ il fluido è in regime *supersonico*

Utilizzando le quantità definite nelle righe precedenti e tramite semplici passaggi algebrici, possiamo riscrivere il sistema (3.9) di due equazioni nel seguente modo:

$$\begin{cases} x^2 \mathcal{M} \tilde{\rho}^{\frac{\gamma+1}{2}} = \lambda \\ \frac{\mathcal{M}^2 \tilde{c}_s^2}{2} + \frac{\tilde{\rho}^{(\gamma-1)}}{\gamma-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\gamma-1} \end{cases} \quad (3.13)$$

dove

$$\lambda := \frac{\dot{M}}{4\pi r_B^2 \rho_\infty c_s(\infty)} \quad (3.14)$$

è un autovalore del problema di Bondi, adimensionale, detto *parametro di accrescimento*. Se conosciuto, fissa il tasso di accrescimento per una data M_{BH} e le condizioni del gas all'infinito. Dal sistema (3.13) e dalla definizione (3.14) possiamo scrivere:

$$g(\mathcal{M}) = \Lambda f(x) \quad (3.15)$$

con:

$$\begin{cases} g(\mathcal{M}) = \mathcal{M}^{\frac{2(1-\gamma)}{\gamma+1}} \left(\frac{\mathcal{M}^2}{2} + \frac{1}{\gamma-1} \right) \\ f(x) = x^{\frac{4(\gamma-1)}{\gamma+1}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\gamma-1} \right) \\ \Lambda = \lambda^{\frac{2(1-\gamma)}{\gamma+1}} \end{cases} \quad (3.16)$$

Risolvere l'equazione (3.15) significa trovare per ogni valore di x il corrispondente valore di \mathcal{M} . La funzione g presenta un minimo per $\mathcal{M}_{min} = 1$, cioè quando la velocità del gas in caduta eguaglia la velocità del suono nel gas stesso. Questo punto è detto *punto sonico*. La funzione f presenta anch'essa un punto di minimo, in questo caso per $x_{min} = \frac{5-3\gamma}{4}$, cioè, considerando le condizioni³ su γ , quando x assume valori $x \sim 1$, ovvero per un valore del raggio simile a quello di Bondi. La presenza di questi minimi impone che, per avere soluzioni dell'equazione (3.15) $\forall x > 0$, si debba avere $g(\mathcal{M}_{min}) \leq \Lambda f(x_{min})$ e quindi conseguentemente che $\Lambda \geq \Lambda_{cr} = \frac{g(\mathcal{M}_{min})}{f(x_{min})}$.

Dal caso $g(\mathcal{M}_{min}) = \Lambda f(x_{min})$ si ottiene la formulazione per λ_{cr}

$$\lambda < \lambda_{cr} := \left(\frac{f(x_{min})}{g(\mathcal{M}_{min})} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{5-3\gamma} \right)^{\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}} \quad (3.17)$$

³Si è precedentemente definito γ in un range: $1 < \gamma \leq \frac{5}{3}$

Si deduce quindi che esista un valore massimo limite per il parametro di accrescimento (e di conseguenza per il tasso di accrescimento), dovuto esclusivamente alla natura del gas in caduta.

Nel caso di un gas perfetto monoatomico, quindi con un valore di $\gamma = \frac{5}{3}$, si ha il valore minimo possibile per λ , ovvero $\lambda = 0.25$ e quindi la più bassa efficienza di accrescimento. Ciò è dovuto al basso numero di gradi di libertà (3 gradi di libertà traslazionali) di questo tipo di gas, che offre così un'alta resistenza alla compressione. Un gas di questo tipo raggiunge la velocità del suono solo a $r = 0$.

3.1 Soluzioni al problema di Bondi

La natura delle possibili soluzioni è mostrata dall'immagine 3.1. Per ogni soluzione non esiste un senso di percorrenza predefinito della curva, tuttavia risulta evidente che i fenomeni di accrescimento portano il fluido ad avvicinarsi al corpo centrale, quindi in questo caso si dovranno "leggere" le soluzioni da destra a sinistra. Le curve rimangono valide anche nel verso opposto e forniscono le soluzioni al *Problema di Parker*, problema di vento stellare.

- Per $\Lambda = \Lambda_{cr}$ abbiamo una coppia di soluzioni critiche definite *soluzioni transoniche* (in quanto in prossimità del raggio di Bondi passano da un regime subsonico a uno supersonico o viceversa), rappresentate in rosso. La prima, definita "*accretion*" nella figura, può essere interpretata come l'accrescimento di un corpo massiccio operato da un fluido che nella caduta passa da un regime subsonico a un regime supersonico. Prevedendo una velocità nulla per il limite all'infinito, la soluzione rispetta le condizioni iniziali del problema ed è da ritenersi valida.

La stessa curva, percorsa nel verso opposto, ci fornisce la soluzione per un fenomeno di *vento stellare* che, emesso da una stella, passa da un regime supersonico a uno subsonico.

La seconda, definita *wind* nella figura, ci fornisce la soluzione per un vento stellare che viene accelerato nelle fasi successive all'emissione o, nel verso opposto, per un accrescimento subsonico. Tuttavia, prevedendo una velocità del gas all'infinito diversa da zero (e addirittura supersonica), questa soluzione perde il suo senso fisico nell'ambito del problema da noi considerato.

- Per $\Lambda \geq \Lambda_{cr}$ si ottiene una coppia di soluzioni supercritiche, rappresentate in verde nella figura.

Si consideri la *soluzione supersonica*: rappresenta il moto di un fluido che rimane supersonico durante la caduta. Ciò, per la stessa condizione iniziale citata in precedenza ($u(\infty) \rightarrow 0$), perde nel problema la sua validità fisica.

Differentemente la *soluzione subsonica* è valida e rappresenta il moto di un gas che raggiunge la massima velocità per $r = r_B$ e si ferma per $x = 0$ senza mai superare la velocità del suono. Si parla quindi di *accrescimento subsonico*. L'equazione del moto di Eulero in prossimità del centro diventa

$$\frac{1}{\rho} \nabla \rho \simeq -\nabla \Phi \quad (3.18)$$

per cui la caduta viene contrastata dalla pressione generata dal gradiente di densità di materia che si accumula nelle vicinanze dell'oggetto centrale. Tale soluzione, benchè presenti condizioni iniziali compatibili con il problema, è significativa nei casi in cui il corpo centrale abbia una superficie fisica sulla quale il materiale in caduta possa depositarsi, ad esempio nane bianche e stelle di neutroni. Poichè un buco nero non dispone di tale superficie (si suppone che la caduta continui all'infinito), anche questa soluzione dev'essere scartata.

- Per $\Lambda < \Lambda_{cr}$ sarebbe possibile avere soluzioni transoniche. Tuttavia in questo caso è presente un salto dal regime subsonico a quello supersonico, ovvero viene generata un'onda d'urto. Ciò viola la condizione di stazionarietà del flusso imposta dal problema e quindi questo tipo di soluzioni non è accettabile.

Dall'analisi appena effettuata emerge come unica soluzione accettabile per il problema la soluzione transonica denominata *accretion* nella figura. In tal caso, nel limite $x \rightarrow 0$, il termine dell'entalpia può essere trascurato (la perdita di energia gravitazionale va ad accrescere quasi esclusivamente il termine cinetico) e l'equazione del moto diventa:

$$\frac{u^2}{2} \simeq \frac{GM_{BH}}{r} \quad (3.19)$$

Conseguentemente la densità, la velocità e la temperatura assumono gli andamenti tipici di *free fall*: $\rho(x) \propto x^{-\frac{2}{3}}$, $u(x) \propto x^{-\frac{1}{2}}$, $T(x) \propto x^{\frac{3(1-\gamma)}{2}}$. Per $r \rightarrow \infty$ invece, è il termine cinetico a poter essere trascurato: il gas si trova in una condizione di quasi equilibrio idrostatico. Il punto sonico separa i due regimi: *quasi idrostatico* nelle regioni esterne, *caduta libera* nelle regioni centrali.

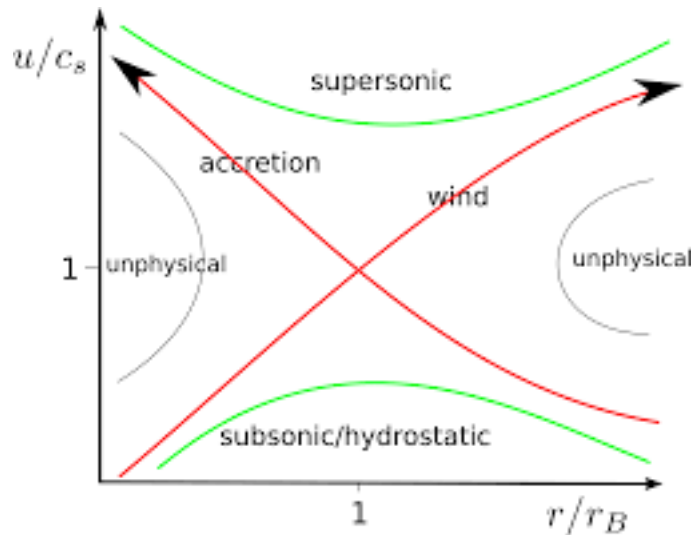


Figura 3.1: Soluzioni grafiche del problema di Bondi

3.2 Modello di Bondi con elettroni scattering

Il modello considerato precedentemente è una semplificazione che fornisce una soluzione puramente idrodinamica, in cui lo scambio di calore è implicitamente regolato

dall'indice politropico γ . Tuttavia nella realtà, il processo può essere fortemente influenzato dall'emissione di energia nei pressi del buco nero.

Si ricava ora un nuovo modello, sempre partendo dall'ipotesi del modello precedente, che tenga conto dell'interazione tra i fotoni emessi dal gas in caduta e gli elettroni⁴ presenti nel gas stesso (per ipotesi idrogeno neutro).

Con un procedimento analogo a quanto già effettuato nel **capitolo 2**, si può ricavare la forza netta per unità di volume f_{eff} agente a un raggio r , che risulta

$$F_{eff}(r) = -\frac{gM_{BH}}{r^2}\rho(r)\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right) \quad (3.20)$$

dove L_{edd} rappresenta la luminosità di Eddington (equazione (2.12)) ricavata e definita nel **capitolo 2**.

Ora, sapendo che la luminosità non dipende da r , si può definire una costante gravitazionale *effettiva*

$$G_{eff} = G\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right) \quad (3.21)$$

e in questo modo immaginare che la forza risultante agente sulla materia sia generata da un potenziale dalla forma

$$\Phi_{eff}(r) = -\frac{G_{eff}M_{BH}}{r} \quad (3.22)$$

Questo potenziale differisce dal potenziale dovuto al buco nero unicamente per il differente valore della costante di gravitazione. È così possibile generalizzare immediatamente l'equazione (3.4); ciò porta alla modifica della sola seconda equazione del sistema (3.16)

$$f(x) = x^{\frac{4(\gamma-1)}{\gamma+1}}\left[\frac{1}{x}\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right) + \frac{1}{\gamma-1}\right] \quad (3.23)$$

Ne consegue un cambiamento del parametro di accrescimento critico

$$\lambda_{cr,e} = \lambda_{cr}\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right)^2 \quad (3.24)$$

Essendo il fattore correttivo $\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right) < 1$, il limite dettato dal parametro di accrescimento è sempre minore rispetto al modello senza elettroni scattering. Inoltre, come logico, anche il flusso di materia diminuisce

$$\dot{M}_e = \dot{M}\left(1 - \frac{L}{L_{Edd}}\right)^2 \quad (3.25)$$

⁴Come già visto in precedenza, l'interazione elettromagnetica tra fotoni ed elettroni è circa 10^6 volte più probabile di quella tra fotoni e protoni; ciò permette di trascurare quest'ultima.

Capitolo 4

Accrescimento in sistemi binari

Il trasferimento di massa da una stella alla sua compagna più compatta avviene tramite rilascio di energia gravitazionale sottoforma di radiazione (nel caso di un trasferimento di materia verso una stella di neutroni, si produrranno principalmente raggi X). Il rate massimo di accrescimento per un oggetto compatto è dettato dalla luminosità di Eddington e vale

$$\dot{M}_{Edd} = 1.5 \cdot 10^{-8} M_{\odot} yr^{-1} R_6 \quad (4.1)$$

dove R_6 indica il raggio dell'oggetto compatto in unità di 10^6 cm (tipicamente 1 per una stella di neutroni). Per i sistemi binari esistono due differenti meccanismi di accrescimento, legati all'evoluzione delle componenti del sistema stesso.

- **Accrescimento tramite straripamento dal lobo di Roche**

Nel corso della sua evoluzione una delle due stelle può accrescere il suo raggio (o si può ridurre la distanza che separa i due corpi) al punto che l'attrazione gravitazionale della compagna (per esempio una stella di neutroni, con massa tipica $M_n = 1.4M_{\odot}$, ma anche un buco nero, una nana bianca...) porta alla rimozione degli strati esterni dell'*involuppo* della stella stessa. Ciò succede perchè una parte del materiale straripa dal proprio *lobo di Roche*¹ e viene trasferito alla compagna più compatta attraverso il punto lagrangiano² posto tra le due stelle, come mostrato in figura 4.1. Si ipotizzi che la stella che cede materia sia la più massiva del sistema, con una massa $M \geq 1.4M_{\odot}$; avviene un trasferimento di materia con un tempo scala $\tau = \frac{GM^2}{RL}$ (tutte le quantità sono riferite alla stella che perde massa) che porta una grande quantità di massa a trasferirsi alla compagna, per esempio $0.7M_{\odot}$. Tramite l'utilizzo delle leggi di scala³ si ottiene un rate di accrescimento

$$\dot{M} \simeq 3 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5} M_{\odot} yr^{-1} \quad (4.2)$$

che risulta essere minore del limite imposto dalla luminosità di Eddington solo per stelle con $M < M_{\odot}$. Ciò è però incompatibile con l'ipotesi iniziale; un tale

¹Regione di spazio di un sistema binario, delimitata da una superficie equipotenziale, all'interno della quale il materiale orbitante è legato a una specifica stella.

²Punto dove le curve superfici equipotenziali si incontrano.

³ $L \propto M^{3.5}$, $R \propto M^{0.5}$.

sistema non accresce materia. Viceversa, se si ipotizza che la stella che cede materia abbia massa $M \leq M_\odot$, l'accrescimento avviene su un tempo scala più grande e il tasso di accrescimento si dimostra essere

$$\dot{M} \simeq 10^{-10} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{3.5} M_\odot \text{yr}^{-1} \quad (4.3)$$

inferiore al limite imposto dalla luminosità di Eddington se $M < 3M_\odot$. Ne consegue che per poter aver un tasso di accrescimento che non violi la luminosità di Eddington, questo tipo di accrescimento avviene solo con stelle di massa $M \leq M_\odot$.

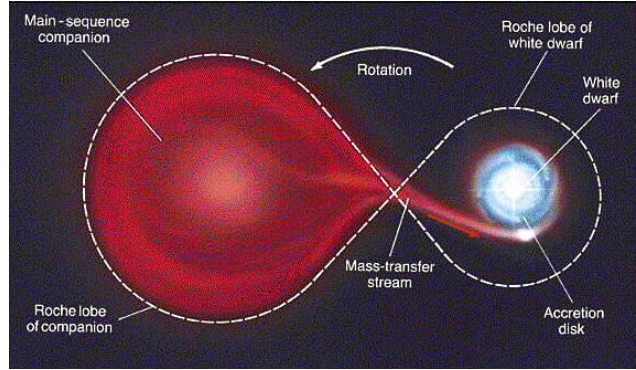


Figura 4.1: Accrescimento tramite straripamento dal lobo di Roche.

- **Accrescimento tramite venti stellari**

Nel corso della sua evoluzione una delle due stelle espelle una grande quantità di massa tramite venti stellari. Una parte di questa massa viene catturata dalla compagna. Per esempio stelle di massa $M \geq M_\odot$ producono significativi venti stellari che vengono in parte catturati dalla stella di neutroni. Possiamo ottenere l'espressione per il raggio critico r_{acc} all'interno del quale avviene l'accrescimento eguagliando il potenziale gravitazionale dell'oggetto compatto a distanza r_{acc} con l'energia cinetica (per unità di massa) $\frac{V_w^2}{2}$ del vento stellare, dove V_w indica la velocità del vento. Assumendo che tutto il flusso di particelle attraverso la superficie πr_{acc}^2 sia catturato dalla stella di neutroni, posta a distanza a dalla compagna, abbiamo un tasso di accrescimento pari a

$$\dot{M}_{acc} = \frac{\pi r_{acc}^2}{4\pi a^2} \dot{M}_w = \left(\frac{G^2 M_n^2}{V_w^4 a^2} \right) \dot{M}_w \quad (4.4)$$

Consideriamo i valori tipici di questi sistemi: $a \sim 50R_\odot$ e $V_w = 10^3 [km/s]$. Inoltre, per avere un accrescimento significativo, per esempio $\dot{M}_{acc} \geq 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$, è necessario avere un vento solare che trasporta massa con un tasso di $\dot{M} \geq 2 \cdot 10^{-8} M_\odot \text{yr}^{-1}$. Questi valori sono tipici di venti solari di stelle blu molto massive ($M > [15 - 20]M_\odot$) in sequenza principale o di supergiganti blu di massa $[15 - 20]M_\odot$.

In conclusione possiamo affermare che un sistema binario formato da due componenti, di cui una compatta (stella di neutroni, buco nero, nana bianca), sia anche

un sistema di accrescimento solo nei casi in cui la stella, che perde materia a favore del corpo compatto, abbia massa $M < 1.4M_{\odot}$, dando vita a un sistema *LMXB* (*Low Mass X-Ray Binaries*) o $M > 15M_{\odot}$, dando vita a un sistema *HMXB* (*High Mass X-Ray Binaries*). Nel range $[1.4 - 15]M_{\odot}$ non si ha né un vento stellare abbastanza forte per dar vita all'accrescimento, né si ha una stella dalle dimensioni adatte per poter cedere massa al corpo compatto senza eccedere il limite imposto dalla luminosità di Eddington. Sistemi formati da un corpo compatto e da una compagna in questo range di massa non producono fenomeni di accrescimento.

4.1 Dischi di accrescimento e viscosità

Come anticipato nell'**introduzione**, il materiale rotante attorno a un oggetto compatto possiede grande momento angolare, non rendendo possibili orbite stabili. Per avere orbite stabili e fenomeni di accrescimento è necessario avere perdite di momento angolare. Il sistema dissipa energia tramite moti casuali principalmente sul piano di intersezione delle orbite, luogo in cui la probabilità di collisioni tra le particelle è maggiore. Queste collisioni danno luogo a sollecitazioni gravitazionali che tendono a mantenere le particelle su un piano comune e, per il principio di conservazione del momento angolare, a formare un disco rotante. Si consideri un disco kepleriano; la velocità angolare ha andamento $\Omega \propto R^{-(3/2)}$, il momento angolare ha andamento $J \propto R^{1/2}$. Si rende necessaria l'azione della *viscosità*, presente tra anelli adiacenti, per avere perdita di momento angolare in modo da ottenere un flusso di materia verso il centro. Assumendo che la forza viscosa per unità di lunghezza su tutta la circonferenza di raggio R sia $F = \nu\Sigma r(d\Omega/dR)$, con Σ *velocità di rotazione* e ν *coefficiente di viscosità*, allora il momento torcente totale sarà

$$G(R) = (2\pi RF)R = 2\pi\nu\Sigma R^3 \left(\frac{d\Omega}{dR} \right) \quad (4.5)$$

la cui direzione è tale da opporsi al moto del fluido a un raggio minore di R (più rapido) trasferendo momento angolare al fluido a raggio maggiore di R , più lento. Conseguentemente si ha un flusso di massa nella direzione opposta.

Il flusso netto di momento angolare che attraversa un anello posto a distanza R , nell'unità di tempo, vale

$$\Phi_J = \dot{M} \left[\frac{d(R^2\Omega)}{dR} \right] dR \quad (4.6)$$

dove \dot{M} è la massa che attraversa l'anello. La causa di ciò è, come scritto in precedenza, il momento torcente viscoso

$$\dot{M} \left[\frac{d(R^2\Omega)}{dR} \right] = \frac{d}{dR} \left[2\pi\nu\Sigma R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right] \quad (4.7)$$

Integrando ambo i membri dell'equazione (4.5) si ottiene il rate di dissipazione dell'energia per unità di area provocato dalla viscosità

$$D(R) = \nu\Sigma \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 = \frac{3GM\dot{M}}{4\pi R^3} \left[1 - \left(\frac{R_{\star}}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (4.8)$$

dove R_* rappresenta il raggio dell'ultima orbita circolare stabile, assumibile come il raggio del corpo compatto. Da quest'equazione si può ricavare che l'energia rilasciata tra R e $R + dR$ sia circa $\frac{3GM\dot{M}}{2R^2}$ per $R \gg R_*$, tre volte maggiore dell'energia orbitale a distanza R dal centro. L'incremento di energia rispetto a quella orbitale è fornita dagli anelli a raggi minori e trasportata verso l'esterno da forze viscosse. La luminosità del disco si può calcolare a partire dall'equazione (4.8) e vale

$$L = \int_{R_*}^{\infty} D(R)2\pi R dR = \frac{GM\dot{M}}{2R_*} \quad (4.9)$$

L'energia irradiata è pari alla metà dell'energia gravitazionale persa da un corpo che dall'infinito giunge a R_* . La restante metà di energia viene trasformata in energia cinetica di rotazione.

La radiazione viene prodotta per attrito viscoso tra gli anelli e può essere trattata in prima approssimazione come emissione di corpo nero. La sua temperatura superficiale può essere ricavata dalla *legge di Stefan-Boltzmann* con l'aggiunta di un fattore 2 dovuta al fatto che un disco possiede due superfici: $2\sigma T_s R^4 = D(R)$. Una volta trovata la temperatura, la stessa può essere inserita nell'espressione del flusso $F_\nu(T_s)$ emesso da un corpo nero alla temperatura T_s . Come evidenziato nella figura 4.2, lo spettro del disco di accrescimento risulta essere uno spettro di corpo nero leggermente appiattito nelle regioni centrali, effetto amplificato tenendo conto dell'opacità che produce un andamento $\propto \nu^0$ nella regione antecedente il cut-off esponenziale.

L'emissione delle regioni centrali del disco produce raggi X soffici e radiazione UV forte. Tuttavia, per varie ragioni, la radiazione non può essere sempre osservata. Alcuni fotoni sono catturati dal disco stesso oppure il disco viene eclissato (in parte o interamente) dalla stella compagna. Durante le eclissi è possibile osservare indirettamente l'emissione del disco tramite la radiazione X scatterata dalla corona, una sorta di atmosfera di elettroni con una temperatura superiore a quella del disco. I raggi X soffici possono interagire con gli elettroni molto energetici tramite Inverse Compton, raggiungendo energie dell'ordine dei 100 KeV. I fotoni meno energetici (qualche decina di KeV) subiscono scattering Thomson da parte dei metalli, mentre quelli più energetici riescono a penetrare in profondità e vengono assorbiti.

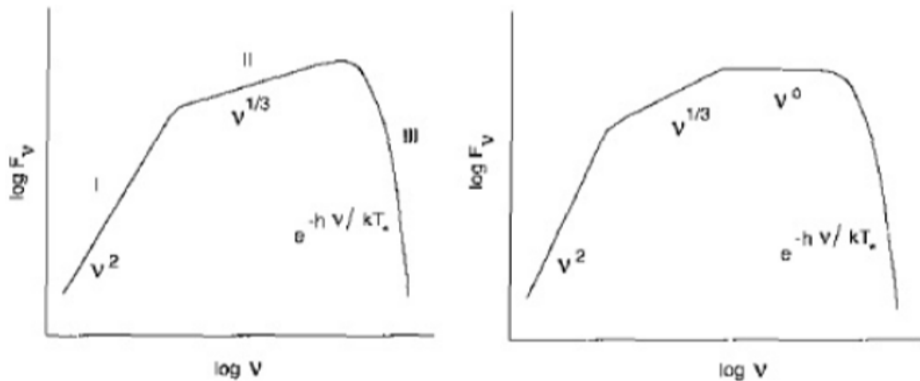


Figura 4.2: A sinistra: spettro del disco otticamente sottile. A destra: spettro del disco otticamente spesso.

Bibliografia

- [1] JUHAN FRANK, ANDREW KING, DEREK RAINE. *Accretion Power in Astrophysics*. Cambridge University Press, third edition 2002.
- [2] VALERIYA KOROL, LUCA CIOTTI, SILVIA PELLEGRINI. *Bondi accretion in early-type galaxies*. arXiv:1602.04598 . 2016.
- [3] VALERIYA KOROL. *Accrescimento di Bondi con electron scattering per buchi neri al centro di galassie*. Tesi di laurea magistrale, Alma Mater Studiorum, Bologna 2014.
- [4] CATHIE CLARKE, BOB CARSWELL. *Principles of Astrophysical Fluid Dynamics*. Cambridge University Press 2007.
- [5] THANU PADMANABHAN, *Theoretical Astrophysics, Vol. II: Stars and Stellar Systems*. Cambridge University Press.
- [6] *Appunti personali del corso di Astrofisica Extragalattica*, presieduto dal Prof. Luca Ciotti. A.A. 2018/2019.
- [7] *Appunti personali del corso di Processi di Radiazione e MHD*, presieduto dal Prof. Daniele Dallacasa. A.A 2018/2019