

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

classe LM - 33

**Modellazione e controllo di  
sospensioni attive per rover autonomo**

**Candidato:**

Andrea Casagrande

**Relatore:**

Prof. Fabrizio Giulietti

**Correlatori:**

Prof. Marco Carricato

Prof. Marco Troncosi

**II Sessione**

**Anno Accademico 2018/2019**



## Sommario

Le missioni planetarie presenti e future necessitano di veicoli atti all'esplorazione, che siano in grado di affrontare missioni complesse in maniera quasi del tutto autonoma. Per preparare i futuri ingegneri a questo tipo di sfide, sono nate numerose competizioni che spingono gli studenti a confrontarsi con i problemi legati alla progettazione e a sviluppare un metodo di valutazione oggettiva delle scelte.

Le caratteristiche fondamentali che un veicolo deve possedere per affrontare questo tipo di missioni, sono principalmente due: la capacità di movimentazione autonoma, mediante riconoscimento dell'ambiente circostante, e la possibilità di adeguarsi a terreni quasi ignoti. Il lavoro svolto presenta una risposta ad entrambi i punti, sviluppando un modello matematico che studia accuratamente la stabilità del veicolo e la precisione del suo posizionamento.

Molti modelli di contatto tra ruota e terreno, utilizzano l'ipotesi di rotolamento senza strisciamento, introducendo in seguito dei fattori correttivi, mentre, il modello presentato, accettando lo slittamento, risulta più adatto a terreni altamente deformabili.

La correttezza dei modelli e l'efficacia delle strategie di controllo adottate vengono verificate mediante lo sviluppo di un simulatore, che permette di valutare le prestazioni del veicolo prima di averlo fisicamente realizzato.

Infine, una accurata fase di test, svolta su di un prototipo appositamente realizzato, permette di procedere alla validazione di tutto il lavoro svolto.

# Indice

1	Introduzione	6
2	Scelta della configurazione	9
2.1	Progetto generale	9
2.2	Movimentazione e sistema di sterzo	10
2.3	Sistema di sospensioni	14
3	Modelli matematici	18
3.1	Movimentazione	18
3.1.1	Cinematica	18
3.1.2	Dinamica	23
3.2	Sospensioni	26
3.2.1	Cinematica	26
3.2.2	Modello quasi statico	30
3.2.3	Anacleto	31
4	Sistemi di controllo	33
4.1	Posizione e velocità	33
4.2	Sospensioni	38
5	Simulazioni	41
5.1	Multibody	41
6	Risultati	45
6.1	Simulazioni	45

Indice	3
6.2 Test	48
7 Conclusioni e sviluppi futuri	50
8 Ringraziamenti	52
Bibliografia	55

## Elenco delle figure

1.1	Edizione 2018 della European Rover Challenge.	6
2.1	Confronto fra CIR univoco e non.	11
2.2	Sistemi di sterzo più comunemente utilizzati.	12
2.3	Cinematica del sistema di sterzo tipo skid.	13
2.4	Schemi delle quattro sospensioni analizzate.	15
2.5	Adattabilità del sistema Rocker-Bogie.	16
2.6	Esempio di ruota deformabile.	16
3.1	Sistemi di riferimento globale e locale.	19
3.2	Velocità del punto di contatto ruota	20
3.3	Vettori posizione del centro di istantanea rotazione.	21
3.4	Forze scambiate tra ruota e terreno.	23
3.5	Schema cinematico del rover.	27
3.6	Parametri della gamba $i$ -esima.	32
3.7	Gradi di libertà e parametri di controllo	32
4.1	Schema a blocchi del controllo di posizione.	35
4.2	Principio dell'algoritmo di inseguimento traiettoria.	36
4.3	Stabilità del sistema di controllo.	37
4.4	Schema a blocchi del controllo sospensioni.	39
5.1	Correzione dell'altezza da terra.	42
5.2	Schema a blocchi del sistema di controllo trazione.	43
5.3	Struttura del simulatore multibody.	44

Elenco delle figure	5
6.1 Traiettoria del rover.	45
6.2 Variabili di controllo e relative attuazioni.	47
6.3 Prototipo utilizzato per i test.	48
6.4 Componenti del prototipo.	49

## Elenco delle tabelle

2.1	Comparativa dei sistemi di sterzo.	13
2.2	Comparativa tra le sospensioni.	17



# 1 Introduzione

Nel 2017, un gruppo di studenti della facoltà di ingegneria aerospaziale, non soddisfatti di quanto imparato durante le lezioni e desiderosi di mettere in pratica le loro conoscenze, ha fondato il team Alma-X, con l'intento di riuscire a realizzare un rover per partecipare alla European Rover Challenge (ERC).

Un rover, letteralmente "vagabondo", è un veicolo autonomo adibito all'esplorazione di corpi celesti; in particolare, dopo il suo impiego nei numerosi lanci lunari, questo tipo di veicolo viene oggi utilizzato principalmente per l'esplorazione di Marte.



Figura 1.1. Edizione 2018 della European Rover Challenge.

La ERC è una competizione studentesca internazionale che si svolge annualmente in Polonia, nella quale, ogni team iscritto, si vede impegnato nella realizzazione di un rover autonomo le cui specifiche vengono definite di anno in anno.

L'edizione 2019 prevede il confronto tra i veicoli, in un'arena, che simula il suolo marziano, nella quale dovranno essere affrontate diverse prove, ideate prendendo spunto dalle missioni spaziali degli ultimi anni. Ogni prova verrà valutata in base alla precisione con cui viene realizzata la missione e ad ognuna di esse verrà assegnato un punteggio utile per la classifica finale. Le principali sfide che affronteremo in questa edizione sono:

- Scansione del territorio circostante e mappatura;
- Trivellazione del suolo fino a 30 cm e raccolta di campioni sigillati;
- Analisi dei campioni a bordo;
- Manipolazione di un quadro elettrico mediante braccio robotico;
- Ricerca e recupero di campioni;
- Rimozione dello strato superficiale del terreno facendo slittare le ruote.

In ogni prova il veicolo dovrà essere totalmente autonomo; il tempo di percorrenza per la comunicazione tra la Terra e Marte, distanti tra loro più di 57 milioni di Km, è di almeno una decina di minuti: si comprende immediatamente il motivo dell'impossibilità del controllo manuale.

Questo elaborato tratterà nello specifico lo studio e la realizzazione del sistema di movimentazione del rover e le strategie di controllo dello stesso.

Nel primo capitolo saranno riportate le valutazioni che ci hanno portato alla scelta di determinate configurazioni.

Dopodiché verranno descritti i modelli matematici relativi al veicolo scelto, a partire dai casi più semplificati e successivamente, le ipotesi semplificative verranno eliminate, dove possibile, in modo da ottenere un riscontro sufficientemente fedele alla realtà.

Il capitolo successivo illustrerà, invece, le strategie di controllo sviluppate appositamente per le prove che il rover dovrà affrontare.

Infine saranno esposti i risultati delle simulazioni che verranno confrontati con i dati ricavati sul campo.

## 2 Scelta della configurazione

Come in tutti i progetti agli albori, il primo passo da compiere consiste nella fase di scelta delle caratteristiche del veicolo.

Un'attenta analisi dei competitor e delle prove che verranno affrontate, ci ha portato a definire un numero limitato di configurazioni possibili.

Un altro fattore molto incisivo sull'ottimizzazione del veicolo riguarda le caratteristiche del terreno sul quale avrà luogo la competizione, di cui conosciamo solo la consistenza sabbiosa ma non la conformazione topologica. Per avere informazioni al riguardo, abbiamo preso visione dei pochi filmati delle edizioni precedenti ma, nonostante ciò, non siamo riusciti ad ottenere ulteriori dati utili a causa dell'eccessivo mutamento ambientale.

### 2.1 *Progetto generale*

Il veicolo avrà un peso complessivo di circa 50 chilogrammi ed una carreggiata maggiore di mezzo metro. Al centro del telaio, nella parte superiore, poggerà il braccio robotico a sei gradi di libertà, capace di raggiungere la lunghezza di 2 metri. Nella parte posteriore verrà installata la trivella che dovrà essere in grado di scavare fino ad una profondità di 300 mm e raccogliere campioni di materiale in contenitori sigillati. Il telaio è composto da due piani tra i quali saranno contenuti i circuiti elettronici ed alcuni motori, mentre le batterie verranno "appese" al di sotto del piano inferiore, in modo che siano facilmente rimovibili. Infine, nella parte anteriore, verranno montati i sensori ottici e i dispositivi di comunicazione.

## 2.2 *Movimentazione e sistema di sterzo*

La movimentazione autonoma in un ambiente terrestre non presenta eccessive difficoltà in quanto, il pianeta, gode della mappatura GPS che permette di correggere l'errore di posizione in catena chiusa.

In uno scenario extraterrestre questo non è possibile, così si cerca di ottenere un sistema in catena chiusa con l'aiuto di un sensore LiDAR (Light Detection And Ranging). Questi sensori emettono un fascio laser e ne misurano il tempo di ritorno per determinare la distanza di un oggetto, in particolare, quello che andremo ad utilizzare è di tipo tridimensionale, quindi, oltre a riconoscere la distanza, ricava anche la forma dei corpi a portata, ricostruendo l'ambiente limitrofo da una nuvola di punti.

Queste informazioni vengono in seguito processate dall'algoritmo di "tracking" che genera la traiettoria da inseguire.

La ricostruzione della posizione utilizzando il LiDAR comporta complesse elaborazioni del segnale che non sono argomento di questa trattazione; in ogni caso, la precisione ottenuta, è inferiore a quella conseguita mediante l'utilizzo di un GPS.

Il sistema di odometria è quindi basato sulla misura della distanza percorsa effettuata da questo sensore, unitamente al segnale degli encoder dei motori, che restituisce informazioni riguardo la posizione angolare e la velocità di rotazione delle ruote.

Per i motivi appena esposti, è fondamentale poter contare su un sistema di sterzo che permetta di effettuare movimenti precisi e, non conoscendo a pieno le peculiarità del territorio, è necessario avere un'ottima manovrabilità per evitare ostacoli e non rimanere bloccati in spazi stretti.

Per comprendere i vantaggi dei diversi sistemi di sterzo è necessaria un'analisi cinematica mirata allo studio della posizione del centro di istantanea rotazione (CIR) [12].

Si consideri un corpo in moto lungo una traiettoria curvilinea: questa può essere approssimata in ogni punto con un arco di circonferenza dove il vettore velocità è tangente alla traiettoria in quel punto e il centro di istantanea rotazione risulterà collocato sulla

retta perpendicolare al vettore. Una volta nota la direzione delle velocità di tutte e quattro le ruote, sotto l'ipotesi di rotolamento senza strisciamento, è sufficiente tracciare la perpendicolare ad esse per trovare il CIR.

Se è possibile definirlo univocamente, come mostrato in fig. 2.1a, il vettore velocità è contenuto nel piano perpendicolare all'asse di rotazione della ruota, quindi l'ipotesi risulta verificata. In caso contrario (fig. 2.1b) si genera slittamento laterale di una o più ruote ed il vettore velocità complessivo ha una componente lungo l'asse ruota.

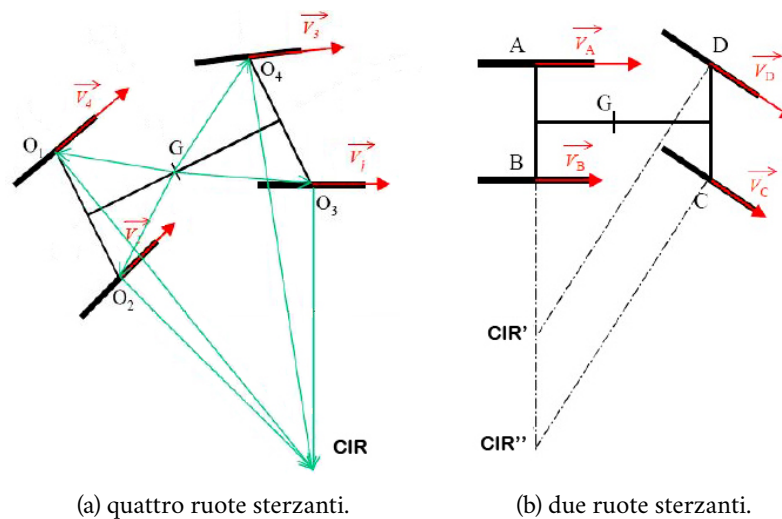


Figura 2.1. A sinistra il CIR è definito grazie alle quattro ruote sterzanti, a destra si ha slittamento delle ruote.

I più comuni sistemi di sterzo, riportati in fig. 2.2, sono:

- quattro ruote sterzanti indipendenti;
- due ruote sterzanti con quadrilatero di Ackermann;
- telaio articolato;
- ruote fisse (tipo skid);
- asse articolato.

Tra questi, solo i primi tre sono in grado di minimizzare lo slittamento, a patto che le ruote abbiano una velocità proporzionale alla

distanza dal CIR: ciò è ottenibile solo utilizzando un differenziale o potendo contare su quattro motori indipendenti.

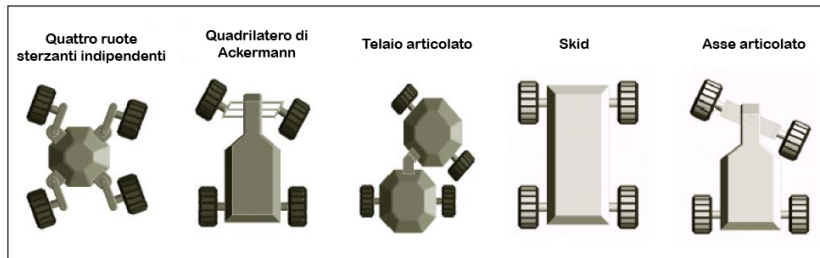


Figura 2.2. Sistemi di sterzo più comunemente utilizzati.

Non bisogna dimenticare che il terreno sul quale si svolgerà la competizione è di tipo sabbioso, quindi è fondamentale riportare due considerazioni:

1. Terreni scivolosi comportano una riduzione di aderenza tra pneumatico e suolo, per questo motivo si utilizzano sistemi a quattro ruote motrici che, a parità di accelerazione, dividono la forza su più ruote, sfruttando a pieno la bassa aderenza.
2. Per il moto su strada è possibile definire un'impronta di contatto dovuta alla deformazione della gomma, invece, in caso di terreni morbidi si ha un affondamento dello pneumatico, poiché la sabbia si comporta in maniera simile ad un fluido. In questo caso la spinta non è più generata dall'attrito tra gomma e suolo, bensì dall'accoppiamento di forma che si genera tra le due superfici: per questo motivo il battistrada viene ricoperto da protuberanze simili a pale.

Da qui deriva l'importanza di utilizzare quattro ruote motrici indipendenti.

Inoltre, a seguito degli elevati slittamenti causati dal tipo di suolo, la possibilità di definire un CIR univoco assume per noi la sola funzione di limitare le forze dissipative, quindi il consumo.

A fronte di queste considerazioni abbiamo optato per un sistema di tipo skid in cui la posizione delle ruote è fissa e si sfrutta la differenza di velocità angolare tra lato destro e sinistro per cambiare

l'orientamento. Questo tipo di configurazione, con l'ipotesi di puro rotolamento, ha il CIR all'infinito, per cui, come mostrato in fig. 2.3, si ha sempre una componente di velocità laterale superiore rispetto alle altre configurazioni.

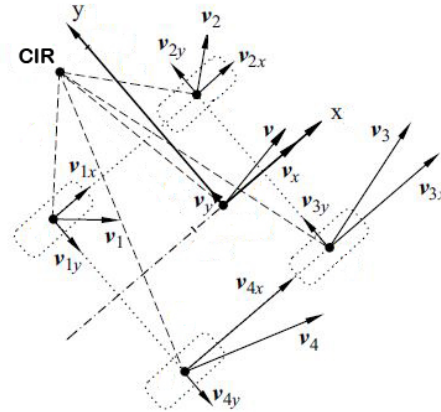


Figura 2.3. Cinematica del sistema di sterzo tipo skid.

La manovrabilità di tale sistema è pari a quella di un quattro ruote indipendenti poiché, fornendo coppie uguali e contrarie, alle ruote dei lati opposti, si riesce ad ottenere una rotazione sul posto. Inoltre, rispetto alle altre soluzioni, gode di una minor complessità costruttiva poiché vengono eliminati i meccanismi di articolazione delle ruote e i relativi attuatori, con conseguente riduzione di peso. Infine, è da sottolineare che le forze dissipative dipendono dalla velocità di slittamento e rimangono decisamente limitate in quanto, per regolamento, la velocità di avanzamento massima è pari a 0.5 m/s.

	Quattro ruote sterzanti	Quadrilatero Ackermann	Telaio articolato	Skid	Asse articolato
<b>Manovrabilità complessiva</b>	alta	media	media	alta	media
<b>Complessità meccanica</b>	media	alta	bassa	bassa	bassa
<b>Complessità controllo</b>	bassa	media	media	bassa	alta
<b>Potenza assorbita</b>	media	media	media	alta	bassa

Tabella 2.1. Comparativa dei sistemi di sterzo.



In tabella 2.1 viene riportata la comparativa delle principali caratteristiche di tutti i sistemi analizzati.

### 2.3 *Sistema di sospensioni*

Il sistema di sospensioni ha lo scopo di isolare le masse sospese (telaio, braccio robotico, trivella, sensori...) dalle sollecitazioni causate dalle asperità del suolo e di garantire il contatto continuo tra il battistrada e il terreno per evitare la perdita di aderenza. Il più delle volte viene realizzato mediante un elemento elastico in parallelo ad uno dissipativo, montati a loro volta su un cinematismo che ne detta la legge di moto.

In caso di esplorazione planetaria non è possibile conoscere a priori né il tipo di ostacoli che si incontreranno né le pendenze che si dovranno affrontare, per questo, è necessario garantire un'elevata stabilità.

Il punto di partenza è ancora una volta l'analisi dei team avversari e la raccolta di informazioni riguardanti i possibili scenari per definire tutte le soluzioni utilizzate e scegliere quella più adatta alla nostra applicazione.

Tra i sistemi più in voga, spiccano la configurazione rocker-bogie e il sistema a quattro sospensioni indipendenti.

La prima, riportata in fig. 2.4a, è una soluzione priva di sospensioni elastiche, che sfrutta le sei ruote motrici unitamente ad un particolare cinematismo che le permettono di adattarsi ai carichi esterni come mostrato in fig. 2.5.

Quattro sospensioni indipendenti possono essere realizzate tramite i più svariati cinematismi. Uno dei più diffusi, nel settore automobilistico, è il quadrilatero articolato, riportato in fig. 2.4b, di cui ne esistono due varianti, ovvero il pull-rod e il push-rod, che si differenziano per l'utilizzo della biella come tirante o come puntone. La fig. 2.4c rappresenta sempre un sistema a sospensioni indipendenti ma sfrutta quattro catene cinematiche aperte per collegare il telaio alle ruote, ognuna delle quali può ruotare nel piano  $xz$ .

La possibilità di avere il massimo controllo sulla stabilità ci ha portato a prendere in considerazione l'idea di creare un robot camminatore esapode (fig. 2.4d). Tale sistema è stato abbandonato quasi immediatamente a causa dell'eccessiva complessità e l'enorme dispendio di tempo in fase di realizzazione a fronte di vantaggi abbastanza limitati.

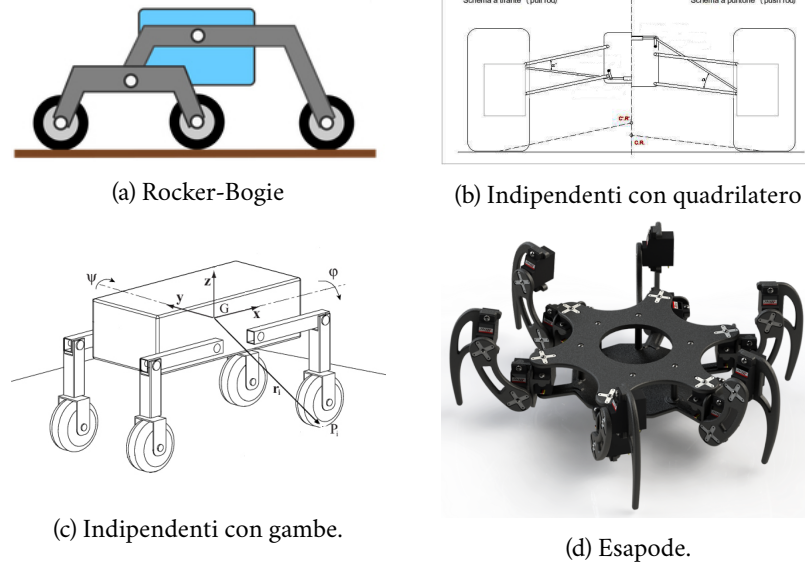


Figura 2.4. Schemi delle quattro soluzioni analizzate.

Il rocker-bogie è di fatto una sospensione passiva, quindi ha il vantaggio di non avere attuatori oltre ai sei motori delle ruote, rendendo così il controllo estremamente semplice; la sua configurazione però non lo rende adatto a superare ostacoli più alti del raggio della ruota. Inoltre, nel caso in cui il rover rimanga bloccato a causa di un tratto a bassa aderenza, non si ha alcuna leva su cui agire per provare a districarlo. Infine, nel caso di un impatto (es. discesa da un gradino), non vi sono elementi elastici che possano assorbire gradualmente la sollecitazione, quindi la struttura risulta soggetta a carichi di punta notevoli e deve essere rinforzata rispetto alle altre soluzioni. In realtà, per ovviare a questo problema, sono stati ideati alcuni tipi di ruote con una cedevolezza intrinseca che, deformandosi, fungono da sospensione.[8] Soluzioni simili, come quella mostrata in fig. 2.6,

risultano sicuramente efficienti dal punto di vista prestazionale ma sono decisamente complesse e costose da realizzare.

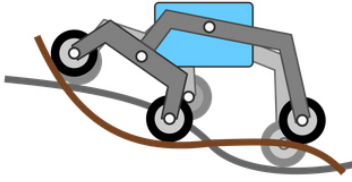


Figura 2.5. Il sistema Rocker-Bogie si adatta autonomamente ai terreni più sconnessi.

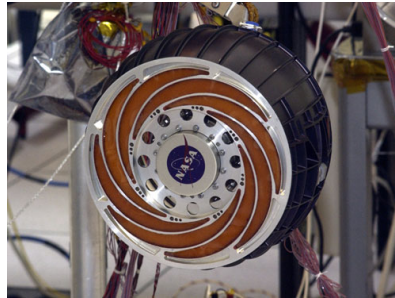


Figura 2.6. Ruota deformabile che funge da sospensione in caso di impatto.

L'utilizzo di quattro sospensioni indipendenti permette di utilizzare sistemi attivi, passivi o semi-attivi ma, il grande vantaggio dei primi, è la possibilità di poter variare l'assetto del veicolo, in modo da ottenere diversi benefici:

1. Spostare il baricentro per aumentare la stabilità a ribaltamento;
2. Variare l'altezza da terra a seconda della conformazione del suolo;
3. Superare ostacoli di altezza anche superiore a quella del veicolo;
4. Utilizzare le sospensioni come parte del sistema di locomozione.[3]

Riguardo all'ultimo punto, la gran parte degli studi sui veicoli autonomi si sta orientando verso l'utilizzo di quattro gambe che, in caso di terreni particolarmente ostili, possono effettuare un movimento simile a quello di una camminata bloccando le ruote. Questo permette di unire i vantaggi in termini di versatilità, del rover camminatore, alla rapidità ed efficienza di una movimentazione con ruote, potendo passare dall'una all'altra o addirittura combinandole.

Tenendo in considerazione la possibilità di sviluppare il progetto per le edizioni future senza doverne iniziare uno nuovo, unitamente ai vantaggi riportati nella tabella 2.2, abbiamo optato per la configurazione a quattro gambe. In particolare ogni gamba è divisa in due parti di cui quella superiore è comandata attivamente, mentre

quelle inferiore tende ad essere riportata in posizione grazie ad una molla passiva. Siamo riusciti così ad usufruire dei vantaggi del sistema a quattro gambe, senza complicare eccessivamente il controllo, avendo un solo attuatore per gamba anziché due.

	Rocker-Bogie	Indipendenti quadrilatero	Indipendenti gambe	Esapode
<b>Versatilità</b>	media	alta	alta	alta
<b>Complessità meccanica</b>	bassa	media	media	alta
<b>Complessità controllo</b>	bassa	bassa	media	alta
<b>Capacità di assorbire impatti</b>	bassa	alta	alta	alta
<b>Numero di attuatori</b>	6	8	8 - 12	18

Tabella 2.2. Comparativa tra le sospensioni.

I vantaggi ottenuti rispetto alle soluzioni con quadrilatero sono notevoli:

1. La complessità costruttiva risulta ridotta in quanto il sistema è composto da un minor numero di componenti, oltre al fatto che risulta più accessibile durante le fasi di smontaggio e manutenzione;
2. La corsa del sistema a quadrilatero risulta tipicamente minore di quella del sistema a quattro gambe a causa della sua geometria: questo ci permette di superare ostacoli importanti e di regolare l'altezza da terra in un intervallo più ampio;
3. La sospensione a quadrilatero, che viene montata trasversalmente, ha maggiore stabilità a rollio perché aumenta la carreggiata, mentre il nostro sistema permette di aumentare il passo e quindi la stabilità a beccheggio. La configurazione finale del rover prevede che la trivella sia montata a sbalzo nella parte posteriore che comporta una notevole asimmetria del baricentro in direzione longitudinale perciò la rotazione sulla quale vogliamo avere il maggior controllo è il beccheggio.

## 3 Modelli matematici

La modellazione di sistemi fisici è di fondamentale importanza in quanto permette di conoscere il comportamento di un prototipo prima di procedere alla sua realizzazione con conseguente risparmio di tempo e denaro. Il confronto tra diversi modelli, durante la fase preliminare, permette di valutare i pro e i contro delle differenti configurazioni. Durante la progettazione, una volta scelta la soluzione definitiva, il modello viene sfruttato per simulare le mansioni che dovranno essere svolte. Da queste, è possibile ottenere dati quali consumi, coppie necessarie e precisione di attuazione che portano ad un corretto dimensionamento di batterie, motori e sensoristica. Inoltre si possono testare e calibrare i sistemi di controllo del veicolo.

La necessità di portare avanti un progetto in cui tutte le scelte vengono motivate razionalmente ha portato allo studio dei modelli cinematici per la successiva implementazione in ambiente Simulink.

### 3.1 *Movimentazione*

In questo paragrafo verrà presentato il modello matematico di un veicolo privo di sospensioni, utilizzato per il solo studio del sistema di sterzo. Verranno trattate prima la cinematica e successivamente la dinamica per arrivare ad ottenere l'equazione di moto del sistema.

#### 3.1.1 Cinematica

Si consideri un piano con sistema di riferimento inerziale  $(X_g, Y_g, Z_g)$  in cui è libero di muoversi il rover, definito a sua volta da un sistema

di riferimento intrinseco  $(x, y, z)$  posto nel centro di massa, come mostrato in fig. 3.1.

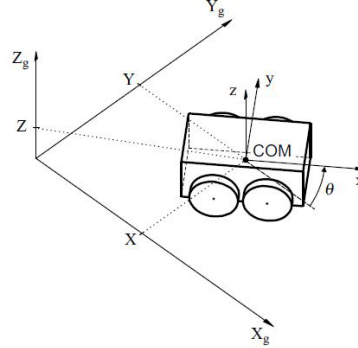


Figura 3.1. Sistemi di riferimento globale e locale.

In prima approssimazione consideriamo il veicolo in moto nel piano ( $Z_g = \text{cost}$ ) con velocità  $\bar{v} = [v_x \ v_y \ 0]^T$  e in rotazione con velocità angolare  $\bar{\omega} = [0 \ 0 \ \omega_z]^T$ , entrambe espresse nel sistema di riferimento locale.

Sia  $\bar{q} = [X \ Y \ \psi]^T$  il vettore delle variabili di stato che descrive la posizione e l'orientamento del veicolo rispetto al sistema di riferimento inerziale; la sua derivata  $\dot{\bar{q}} = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{\psi}]^T$  rappresenta il vettore delle velocità generalizzate. Le velocità dei due sistemi possono essere legate mediante le equazioni 3.1.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad (3.1a)$$

$$\dot{\psi} = \omega_z \quad (3.1b)$$

In questo modo abbiamo ricavato le equazioni di un corpo rigido in moto nel piano; è necessario quindi aggiungere il contributo di rotolamento delle ruote. Considerando il contatto puntuale tra ruota e piano, come mostrato in fig. 3.2 ed ipotizzando l'assenza di slittamento longitudinale, è possibile scrivere la relazione di rotolamento indicata nell'equazione 3.2, in cui le velocità delle ruote sono indicate come  $\omega_i$  con  $i = 1 \dots 4$ .

$$v_{ix} = r_i \omega_i \quad (3.2)$$

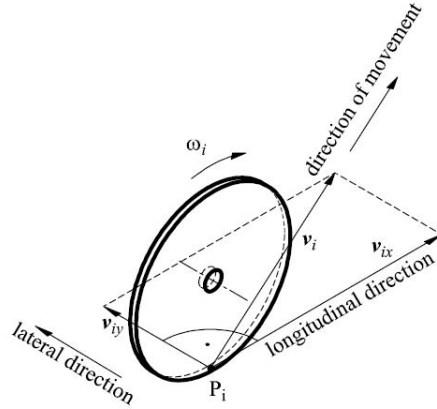


Figura 3.2. Velocità del punto di contatto ruota

Si noti che  $v_{ix}$  è la sola componente longitudinale del vettore velocità della ruota  $i$ -esima e  $r_i$  è il raggio effettivo di rotolamento. Abbiamo già visto, durante la scelta della configurazione, che la velocità laterale della ruota  $v_{iy}$  non è mai nulla per la configurazione di sterzo skid, ad eccezione del caso in cui  $\omega = 0$ , cioè per il moto rettilineo.

In fig. 3.3 vengono definiti i vettori posizione  $\vec{d}_i = [d_{ix} d_{iy}]^T$  dei punti di contatto ruota rispetto al centro di istantanea rotazione ed il vettore posizione  $\vec{d}_c = [d_{cx} d_{cy}]^T$  del centro di massa.

Nota la velocità di rotazione del veicolo  $\bar{\omega}$  è immediato ricavare le componenti delle velocità mediante i legami espressi nella 3.3.

$$|\omega| = \frac{|\bar{v}|}{|\vec{d}_C|} = \frac{|\bar{v}_i|}{|\vec{d}_i|} \quad (3.3)$$

Definendo il centro di istantanea rotazione rispetto al sistema di riferimento locale come  $CIR = (x_{CIR}, y_{CIR}) = (-d_{Cx}, -d_{Cy})$ , si può riscrivere la 3.3 come:

$$\omega = \frac{v_x}{y_{CIR}} = \frac{v_y}{x_{CIR}} \quad (3.4)$$

Dalla fig. 3.3 è immediato scrivere le distanze dal CIR delle ruote

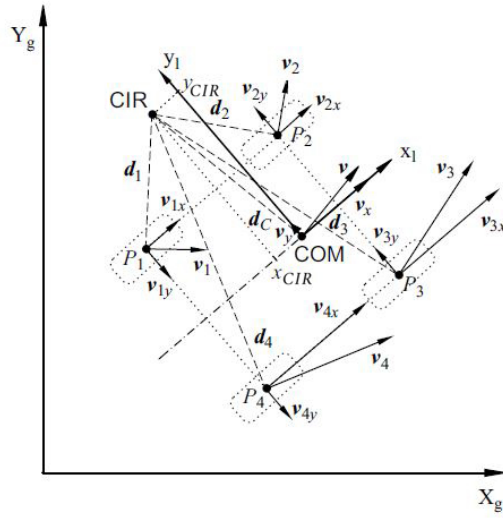


Figura 3.3. Posizione del centro di istantanea rotazione e relativi vettori distanza dei punti di contatto delle ruote.

nella forma:

$$\begin{aligned}
 d_{1y} &= d_{2y} = d_{Cy} + c \\
 d_{3y} &= d_{4y} = d_{Cy} - c \\
 d_{1x} &= d_{4x} = d_{Cx} - a \\
 d_{2x} &= d_{3x} = d_{Cx} + b
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Si noti che nella 3.5, le variabili  $a, b$  e  $c$  rappresentano la posizione del baricentro longitudinale e laterale ma, una volta introdotte le sospensioni attive,  $a$  e  $b$  non saranno più costanti.

Combinando la 3.4 e la 3.5 si nota che la  $v_{iy}$  è la medesima per ogni assale, mentre la  $v_{ix}$  sarà la medesima per ogni lato. Riorganizzando le equazioni si ottiene la seguente matrice di trasformazione tra velocità del rover e quella delle ruote:

$$\begin{bmatrix} v_L \\ v_R \\ v_F \\ v_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -c \\ 1 & c \\ 0 & -x_{CIR} + b \\ 0 & -x_{CIR} - a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \omega \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{cases} v_L = v_{1x} = v_{2x} \\ v_R = v_{3x} = v_{4x} \\ v_F = v_{2y} = v_{3y} \\ v_B = v_{1y} = v_{4y} \end{cases} \tag{3.6}$$



Considerando i raggi di rotolamento tutti uguali, si può scrivere:

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_L \\ v_R \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Combinando la 3.6 e la 3.7 si ricava il legame tra le velocità di rotazione delle ruote e le velocità del veicolo:

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} v_x \\ \omega \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \frac{\omega_L + \omega_R}{2} \\ \frac{-\omega_L + \omega_R}{-2c} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Dalla 3.8 è facile intuire che le variabili di controllo  $\omega_L$ ,  $\omega_R$  possono facilmente essere ricondotte a  $v_x$  e  $\omega$ , ricordando che la precisione dell'uguaglianza dipende dallo slittamento longitudinale, il quale deve essere il più possibile contenuto.

Osservando la fig. 3.3 si intuisce che se  $x_{CIR}$  dovesse eccedere il passo, il veicolo scivolerebbe lungo l'asse  $y$  in maniera incontrollata, poiché le  $v_{iy}$  anteriori e posteriori assumerebbero lo stesso verso.[9] Per evitare che ciò accada, si introduce la relazione

$$\left| \frac{-\dot{y}}{\dot{\psi}} \right| < a, \quad (3.9)$$

che permette di imporre il vincolo descritto dalla 3.10.

$$\dot{y} + x_{CIR} \dot{\psi} = 0 \quad \text{con} \quad 0 < x_{CIR} < a; \quad (3.10)$$

Riscrivendo la 3.10 in coordinate generalizzate, si ottiene

$$\begin{bmatrix} -\sin(\psi) & \cos(\psi) & x_{CIR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \bar{A} \bar{q} = 0. \quad (3.11)$$

La 3.11 rappresenta un vincolo anolonomo che può essere introdotto nell'equazione del moto per realizzare il controllo.

### 3.1.2 Dinamica

L'analisi delle forze che il veicolo scambia è fondamentale per ricostruire l'equazione di moto: un ruolo importante viene attribuito alle forze dissipative generate dallo slittamento.

In fig. 3.4 si riporta lo schema generale delle forze agenti sulla ruota  $i$ -esima.

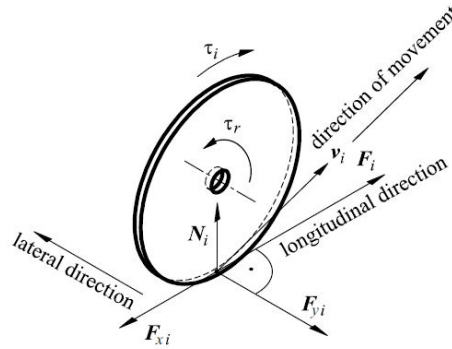


Figura 3.4. Forze di trazione e resistenti scambiate tra ruota e terreno.

I carichi verticali si ottengono dall'equilibrio al rollio e al beccheggio che, considerando passo e carreggiata costanti, si semplificano notevolmente e possono essere ricavati dalle equazioni 3.12.

$$N_1 a = N_2 b \quad (3.12a)$$

$$N_4 a = N_3 b \quad (3.12b)$$

$$\sum_{i=1}^4 N_i = m g \quad (3.12c)$$

Le forze di spinta, generate dalle coppie motrici, possono essere scritte nella forma

$$F_i = \frac{\tau_i}{r}, \quad (3.13)$$

da cui è immediato ricavare il vettore delle forze attive nel sistema inerziale  $\bar{F} = [F_x \quad F_y \quad M]^T$ , i cui elementi sono definiti dalle

seguenti relazioni:

$$F_x = \cos(\psi) \sum_{i=1}^4 \frac{\tau_i}{r} \quad (3.14a)$$

$$F_y = \sin(\psi) \sum_{i=1}^4 \frac{\tau_i}{r} \quad (3.14b)$$

$$M = \frac{c}{r} (-F_1 - F_2 + F_3 + F_4). \quad (3.14c)$$

Il vettore delle coppie alle ruote,

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 + \tau_2 \\ \tau_3 + \tau_4 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

viene utilizzato come nuova variabile di controllo, in cui  $\tau_L$ ,  $\tau_R$  rappresentano le coppie alle ruote del lato destro e sinistro. Introducendo la matrice trasformazione

$$\bar{B} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta) \\ -c & c \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

è possibile riscrivere il vettore delle forze di spinta in forma matriciale:

$$\bar{F} = \bar{B} \bar{\tau}. \quad (3.17)$$

La modellazione delle forze resistenti in direzione longitudinale può essere divisa in una componente lineare con il carico (attrito radente) ed una lineare con la velocità (attrito volvente): quest'ultima può essere trascurata a causa delle bassissime velocità (minori di  $0.5 \text{ m/s}$ ) che le conferiscono almeno tre ordini di grandezza in meno rispetto al primo termine. In direzione  $y$  invece si ha il solo termine dipendente dalla reazione normale al terreno in quanto si ha solo strisciamento ma non rotolamento. La forma generale della forza dissipativa viene riportata nella [3.18](#).

$$F_r = \mu_c N \text{sign}(v) + \mu_v v \quad (3.18)$$

Le costanti  $\mu_c$  e  $\mu_v$  sono rispettivamente i coefficienti di attrito coulombiano e volvente. Considerando quindi  $\mu_c N \gg |\mu_v v|$  si può trascurare il secondo termine; si nota inoltre che il primo contiene l'operatore  $sign()$  che presenta una discontinuità in zero. Per evitare problemi di linearizzazione, lo si può approssimare con la funzione  $\arctan()$  come riportato nell'equazione 3.19.

$$\widetilde{sign}(v) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_s v) \quad (3.19)$$

Il grado di approssimazione dipende dalla costante  $k_s \gg 1$ , considerando che per  $k_s \rightarrow \infty$  la funzione è esattamente uguale a  $sign(x)$ . Le forze dissipative longitudinali e laterali riscritte nella forma definitiva sono:

$$F_{rxi} = \mu_{cxi} N_i \widetilde{sign}(v_{ix}) \quad (3.20a)$$

$$F_{ryi} = \mu_{cyi} N_i \widetilde{sign}(v_{iy}). \quad (3.20b)$$

Analogamente a quanto fatto per le forze di spinta, si riporta nelle equazioni 3.21 la sommatoria delle forze e dei momenti resistenti nel sistema di riferimento inerziale.

$$F_{rx} = \cos(\theta) \sum_{i=1}^4 F_{rxi} - \sin(\theta) \sum_{i=1}^4 F_{ryi} \quad (3.21a)$$

$$F_{ry} = \sin(\theta) \sum_{i=1}^4 F_{rxi} + \cos(\theta) \sum_{i=1}^4 F_{ryi} \quad (3.21b)$$

$$M_r = -a \sum_{i=1,4} F_{ryi} + b \sum_{i=2,3} F_{ryi} + c \left[ - \sum_{i=1,2} F_{xi} + \sum_{i=3,4} F_{xi} \right] \quad (3.21c)$$

In questo modo anche il vettore delle forze resistenti  $\bar{R} = [F_{rx} \quad F_{ry} \quad M_r]^T$  risulta definito.

Infine, facendo la sommatoria di tutti i contributi delle forze agenti sul veicolo, si ottiene l'equazione di moto riportata nella 3.22:

$$\bar{M}\ddot{\bar{q}} = \bar{B}\bar{\tau} - \bar{R}, \quad (3.22)$$

in cui la matrice inerziale è definita come:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

La 3.22 definisce solo la dinamica del corpo nel piano, è necessario quindi aggiungere il vincolo anolonomo sulla posizione di  $x_{CIR}$  visto in precedenza, definendo un vettore  $\lambda$  di moltiplicatori di Lagrange.[7]

$$\bar{M}\ddot{q} = \bar{B}\bar{\tau} - \bar{R} + \bar{A}^T \bar{\lambda} \quad (3.24)$$

Una volta ricavata l'equazione di moto, è stato possibile procedere con l'implementazione in Simulink, da cui si ottiene un modello che restituisce la traiettoria percorsa, attuando le coppie  $\bar{\tau}$  prese in input.

## 3.2 Sospensioni

In questa sezione verrà esposto il modello matematico di un veicolo a quattro sospensioni attive indipendenti mirato ad ottenere l'equazione di moto. In seguito, la trattazione si ricondurrà al caso specifico del rover Anacleto e si otterranno le variabili di controllo del sistema di locomozione.

### 3.2.1 Cinematica

Passando dal modello semplificato, utilizzato per il controllo di posizione, a quello reale che considera la presenza delle sospensioni, si elimina la restrizione di moto piano ( $Z_g \neq 0$ ). Il vettore delle variabili di stato del veicolo è  $\bar{q} = (\bar{x}, \bar{\theta}_i, \bar{\chi}_i)^T$ :

- $\bar{x} = (\bar{d}, \bar{\phi})^T$  è il vettore di parametri del telaio rispetto al sistema di riferimento inerziale; in particolare  $\bar{d}$  contiene la posizione e  $\bar{\phi}$  i tre angoli (rollio, beccheggio, imbardata).
- $\bar{\chi}_i$  è il vettore dei parametri dell' $i$ -esima gamba.
- $\theta_i$  è l'angolo di rotazione dell' $i$ -esima ruota.

Introducendo il vettore  $\bar{\Theta}$ , contenente le variabili di tutto il sistema gamba-ruota, il vettore dei parametri del rover è  $\bar{q} = (\bar{x}, \bar{\Theta}_1, \dots, \bar{\Theta}_n)^T$  con  $\bar{\Theta}_i = (\bar{\chi}_i, \theta_i)^T$ .

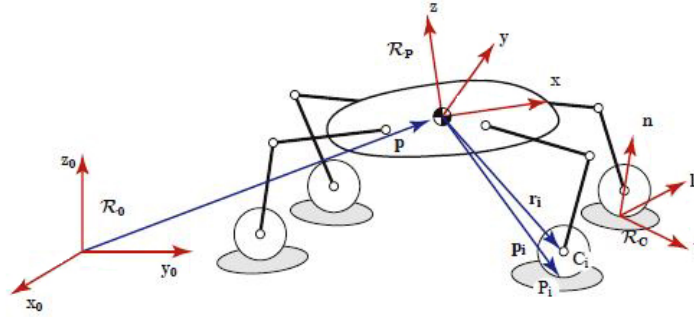


Figura 3.5. Schema cinematico del rover.

Il centro dell'area di contatto  $P_i$  tra la ruota  $i$ -esima e il terreno, è definito dal vettore  $\bar{p}_i$  a cui è associato un sistema di riferimento  $\mathbf{R}_i = (P_i, t, l, n)$  dove  $\mathbf{n}$  è il versore normale all'area di contatto,  $\mathbf{t}$  è il versore longitudinale ed  $\mathbf{l}$  è il versore laterale. Introducendo il versore  $\sigma$  che rappresenta l'asse ruota si scrivono le 3.25.

$$\mathbf{t} = \sigma \times \mathbf{n} \quad (3.25a)$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{n} \times \mathbf{t} \quad (3.25b)$$

Il sistema deve essere risolto utilizzando relazioni tra le velocità dei corpi a causa dei vincoli anolonomi, assumendo il contatto permanente tra ruota e terreno, ma non il puro rotolamento.

La velocità di slittamento del punto di contatto può essere scritta mediante il teorema delle velocità relative:

$$\bar{v}_{si} = -\bar{v}_{ci} + \bar{v}_{pi} + \bar{v}_{xi}, \quad (3.26)$$

in cui:

- $\bar{v}_{si}$  è la velocità di slittamento del punto di contatto  $P_i$  rispetto ad  $\mathbf{R}_0$ ;
- $\bar{v}_{xi}$  è la velocità di  $P_i$  dovuta al moto del telaio rispetto al terreno;

- $\bar{v}_{pi}$  è la velocità del centro ruota rispetto al telaio, dovuta al moto della gamba;
- $\bar{v}_{ci} = r \omega_i \mathbf{t}$  è la velocità periferica della ruota rispetto al suo asse.

La velocità di  $P_i$  dovuta al moto del telaio, espressa nel riferimento ad esso legato, può essere scritta nella forma

$$\bar{v}_x = \bar{R} \dot{\bar{d}} + \bar{\omega} \times \bar{p}_i, \quad (3.27)$$

dove il vettore  $\dot{\bar{d}}$  rappresenta la velocità del baricentro espressa nel sistema inerziale  $\mathbf{R}_0$  e  $\bar{\omega}$  è la velocità rotazionale del veicolo espressa rispetto a  $\mathbf{R}_p$ . La matrice  $\bar{R}$  rappresenta la rotazione tra i due sistemi  $\mathbf{R}_p$  ed  $\mathbf{R}_0$  e si ottiene mediante tre rotazioni consecutive attorno a  $z$ ,  $y$ ,  $x$ :

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\theta c_\varphi + c_\theta s_\psi s_\varphi & s_\theta s_\varphi + c_\theta s_\psi c_\varphi \\ s_\theta c_\psi & c_\theta c_\varphi + s_\theta s_\psi s_\varphi & -c_\theta s_\varphi + s_\theta s_\psi c_\varphi \\ -s_\psi & c_\psi s_\varphi & c_\psi c_\varphi \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Il vettore  $p_i$ , che rappresenta la posizione del punto di contatto rispetto ad  $\mathbf{R}_p$ , dipende dai parametri della gamba  $\bar{\chi}_i$  come riportato nella 3.29, in cui  $\bar{r}_i$  rappresenta la posizione del centro ruota  $i$ -esimo rispetto al baricentro.

$$\bar{p}_i = \bar{r}_i - r \mathbf{n} \quad (3.29)$$

Infine si può riscrivere il vettore  $\bar{\omega}$  in funzione della derivata degli angoli di orientamento del telaio rispetto al sistema inerziale, introducendo la matrice  $\bar{T}_\phi$  come mostrato nell'equazione 3.30b. [1][2]

$$\bar{\omega} = \bar{T}_\phi \dot{\phi} \quad (3.30a)$$

$$\bar{T}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\psi \\ 0 & c_\varphi & c_\psi c_\varphi \\ 0 & -s_\varphi & c_\psi c_\varphi \end{bmatrix} \quad (3.30b)$$

Scrivendo  $p_i$  come matrice antisimmetrica  $\bar{p}_i$  e introducendo le 3.28,

3.29 e 3.30, l'equazione 3.27 può essere riscritta in forma matriciale.

$$\begin{aligned}\bar{v}_x &= \bar{R} \dot{d} - \tilde{p}_i \bar{T}_\phi \dot{\phi} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{R} & -\tilde{p}_i \bar{T}_\phi \end{bmatrix} \dot{x} \\ &= \bar{L}_i \dot{x}\end{aligned}\quad (3.31)$$

La matrice  $\bar{L}_i$  ha dimensioni  $3 \times 6$  e assume il nome di matrice di locomozione.

La velocità di movimento dell'asse ruota rispetto al telaio si esprime mediante la classica formula di una catena cinematica:

$$\bar{v}_{pi} = \bar{J}_{pi} \dot{\theta}_i, \quad (3.32)$$

La matrice Jacobiana può essere scritta come

$$\bar{J}_{pi} = \frac{\partial r_i}{\partial \theta_i} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \times a_1 & \dots & \sigma_m \times a_m \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

in cui  $\sigma_i$  sono i versori degli assi dei giunti, mentre  $a_i$  sono le posizioni degli assi rispetto ad  $\mathbf{R}_p$ .

Sostituendo tutti i termini appena trovati nella 3.26 e proiettando nel sistema di riferimento collegato al punto di contatto  $i$ -esimo  $\mathbf{R}_{ci}$ , si ottiene:

$$\bar{R}_i^T \bar{L}_i \dot{x} + \bar{R}_i^T \bar{J}_{pi} \dot{\theta}_i - r \omega_i \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \bar{v}_{si}. \quad (3.34)$$

$\bar{R}_i$  è la matrice rotazione tra il sistema di riferimento posto nel punto di contatto della ruota  $\mathbf{R}_C$  e quello del veicolo  $\mathbf{R}_p$ , tra i quali la rotazione avviene nel piano  $xz$  poiché tutti gli assi sono paralleli alla  $y$  del veicolo (le ruote non sterzano); noto  $\mathbf{n}$  si ricava  $\mathbf{t}_i = \mathbf{l}_i \times \mathbf{n}_i$ . Grazie alla proiezione in  $\mathbf{R}_{ci}$  è possibile esprimere la velocità di slittamento del punto di contatto come riporta la 3.35.

$$\bar{v}_{si} = \begin{bmatrix} s_{ti} \\ s_{li} \\ s_{ni} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$



Le componenti  $s_{ti}$  e  $s_{li}$  rappresentano rispettivamente gli slittamenti longitudinale e laterale, mentre  $s_{ni}$  è la velocità di deformazione (o di allontanamento) in direzione normale al contatto. Possiamo quindi scrivere l'equazione di velocità per un qualsiasi sistema ad  $n$  gambe (ognuna con lo stesso numero  $m$  di GDL):

$$\bar{L} \dot{\bar{x}} + \bar{J} \dot{\bar{\theta}} = \bar{v}_s, \quad (3.36)$$

sapendo che

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1^T \bar{L}_1 \\ \bar{R}_2^T \bar{L}_2 \\ \vdots \\ \bar{R}_n^T \bar{L}_n \end{bmatrix}_{3n \times 6} \quad \bar{J} = \begin{bmatrix} \bar{J}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{J}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \bar{J}_n \end{bmatrix}_{3n \times nm} \quad \bar{\Theta} = \begin{bmatrix} \bar{\chi}_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \bar{\chi}_n \\ \theta_n \end{bmatrix}_{nm \times 1}$$

$$\bar{v}_s = \begin{bmatrix} \bar{v}_{s1} \\ \bar{v}_{s2} \\ \vdots \\ \bar{v}_{sn} \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad \bar{J}_i = \begin{bmatrix} \bar{R}_i^T \bar{J}_{pi} \\ -r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{3 \times m}$$

Si noti che la matrice  $\bar{J}_i$  dipende dai vettori normali al punto di contatto  $\bar{n} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_n)^T$ .

### 3.2.2 Modello quasi statico

Definiamo il vettore  $\bar{f} = (\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_n)^T$  in cui gli  $\bar{f}_i = (f_{ti}, f_{li}, f_{ni})^T$  rappresentano i vettori delle forze di contatto.

Utilizzando il principio dei lavori virtuali, imponiamo un campo di velocità  $(\dot{\bar{x}}^*, \dot{\bar{\Theta}}^*, \bar{v}_s^*)$  che soddisfi l'equazione cinematica 3.36. Introduciamo il vettore  $\bar{w}$  che contiene tutte le forze esterne applicate al sistema, tra cui la gravità e le inerzie, mentre le coppie attuate ai giunti vengono raccolte nel vettore  $\bar{\tau}$ . L'equazione 3.37 riporta la

potenza complessiva.

$$\begin{aligned}
 P^* &= -\bar{w}^T \dot{x}^* + \bar{\tau}^T \dot{\Theta}^* - \bar{f}^T \bar{v}_s^* \\
 &= -\bar{w}^T \dot{x}^* + \bar{\tau}^T \dot{\Theta}^* - \bar{f}^T (\bar{L} \dot{x}^* + \bar{J} \dot{\Theta}^*) \\
 &= (-\bar{w}^T - \bar{f}^T \bar{L}) \dot{x}^* + (\bar{\tau}^T - \bar{J}) \dot{\Theta}^*
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Si ottiene quindi

$$P^* = 0 \quad \forall (\dot{x}^*, \dot{\Theta}^*) \iff \begin{cases} -\bar{L}^T \bar{f} = \bar{w} \\ \bar{J}^T \bar{f} = \bar{\tau} \end{cases}, \tag{3.38}$$

nella quale si suppone che il più della massa sia concentrata nel telaio, dunque la seconda equazione può essere corretta, come nella 3.39, aggiungendo  $\bar{w}_s$  che rappresenta la forza dovuta al peso del sistema gamba-ruota.

$$\bar{J}^T \bar{f} = \bar{\tau} + \bar{w}_s \tag{3.39}$$

### 3.2.3 Anacleto

Il modello esposto è facilmente riconducibile al nostro rover, battezzato Anacleto, il quale è costituito da quattro gambe, ognuna delle quali presenta tre giunti rotoidali: uno appartiene alla ruota, mentre gli altri due alle gambe. Il vettore dei parametri della gamba è  $\bar{\chi}_i = (\alpha_i, \beta_i)^T$ , come mostrato in fig. 3.6.

Con questa particolare configurazione è possibile calcolare il numero di gradi di libertà residui utilizzando la formula di Gruebler:

$$m = \sum_{i=1}^j f_i - 6(j - b + 1), \tag{3.40}$$

in cui  $b$  è il numero di corpi rigidi,  $j$  il numero di vincoli ed  $f_i$  è la sommatoria dei gradi di libertà lasciati da ogni vincolo. La mobilità del nostro rover sarà pari a 6, considerando:  $b = 18$  (3 corpi per ogni gamba, il telaio e il terreno),  $j = 20$  (3 vincoli cerniera per ogni gamba e 4 punti di contatto ruota-suolo) e la sommatoria degli  $f_i = 24$  (3 GDL rotazionali per ogni gamba e 3 traslazionali per ogni

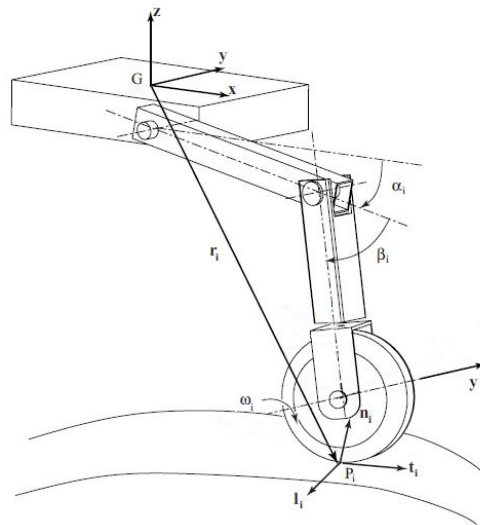


Figura 3.6. Parametri della gamba  $i$ -esima.

punto di contatto). I sei gradi di libertà rappresentano esattamente le tre traslazioni e le tre rotazioni del telaio  $(x, y, z, \theta, \varphi, \psi)$ .

I parametri che definiscono la configurazione complessiva del rover sono  $(\varphi, \theta, z, e_1, e_2, e_3, e_4)^T$ , in cui gli  $e_i$  rappresentano il semi-passo di ogni ruota (fig. 3.7). La scelta di utilizzare molle per richiamare  $b$  nella posizione corretta non ci permette di variare attivamente gli  $e_i$ , dunque le variabili controllate per ottimizzare la stabilità sono i due angoli di beccheggio e rollio e l'altezza da terra.

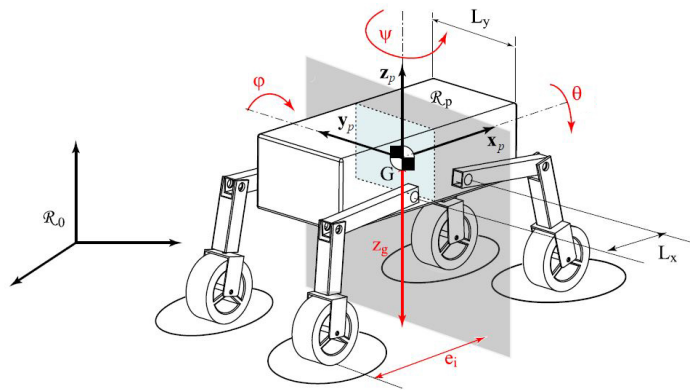


Figura 3.7. Gradi di libertà e parametri di controllo

## 4 Sistemi di controllo

Il sistema controllo del rover è mirato ad ottimizzare la gestione delle leve disponibili al fine di inseguire il moto desiderato. In particolare, dovendo essere il nostro rover autonomo, l'obiettivo è quello di realizzare un sistema che sia in grado di:

- Conoscere la propria posizione e l'ambiente circostante;
- Generare una traiettoria da inseguire valutando eventuali ostacoli o collisioni;
- Inviare ai motori la corretta richiesta di coppia considerando l'aderenza disponibile;
- Inviare alle sospensioni i comandi per garantire il superamento degli ostacoli, la corretta stabilità e la miglior ripartizione dei pesi tra le ruote.

I primi due punti sono realizzati in collaborazione tra il sistema di controllo e quello di "tracking" dovendo contare sia sul sensore LiDAR che sugli encoder dei motori, non sono pertanto argomento di questa trattazione. Nei paragrafi che seguono svilupperemo i sistemi elencati nei rimanenti punti.

### 4.1 *Posizione e velocità*

Le variabili di comando per la movimentazione sono due: la velocità di avanzamento e la velocità angolare desiderate. Per inseguirle al meglio, mantenendo il controllo sulla precisione della risposta, è necessario utilizzare due controllori PID, ognuno dei quali insegue l'errore di una delle variabili.

Un controllore PID è un sistema che prende in ingresso l'errore (differenza algebrica) tra il valore che una grandezza assume nell'istante considerato e il valore che dovrebbe assumere. In uscita si ha una variabile che agisce sul sistema cercando di correggere l'errore. Questo tipo di controllore calcola l'uscita come somma di tre componenti:

- La prima è proporzionale al segnale di errore secondo la costante  $K_P$ ;
- La seconda si ottiene moltiplicando l'integrale dell'errore per la costante  $K_I$ ;
- L'ultima dipende dal prodotto tra la derivata del segnale e la costante  $K_D$ .

I motori del rover sono comandati da un segnale di tipo PWM (Pulse-Width Modulation), uno dei metodi di comunicazione più utilizzati dai dispositivi radiocomandati. Pertanto l'output del PID deve essere una grandezza di questo genere che tipicamente assume un valore compreso tra 1000 e 2000. I segnali di errore che entrano nei due controllori sono relativi alle variabili di controllo ( $v_x, \omega_z$ ): tra questi, il primo ha un ordine di grandezza di circa un decimo poiché la massima velocità consentita è pari a  $0.5 \text{ m/s}$ ; anche la velocità angolare ha lo stesso ordine di grandezza se espressa in  $\text{rad/s}$  perché valori superiori porterebbero ad avere un eccessivo slittamento laterale. Si deduce che i guadagni dei controllori dovranno essere decisamente elevati (nell'ordine di  $10^5$ ) a causa della grande differenza tra ingresso e uscita.

Il modello rover riportato nel capitolo 3.1 prende in ingresso le coppie dei motori e quindi sono necessari alcuni blocchi per trasformare il segnale PWM. Il primo, visibile nello schema complessivo di fig. 4.1, trasforma tale grandezza in un valore percentuale di richiesta di coppia e sterzo, conoscendone la disponibilità massima. Successivamente vi è un blocco che si occupa di dividere la porzione di sterzo desiderata tra lato destro e sinistro, sommandola al vettore delle coppie  $\bar{\tau}$  necessarie al solo avanzamento. La corretta divisione



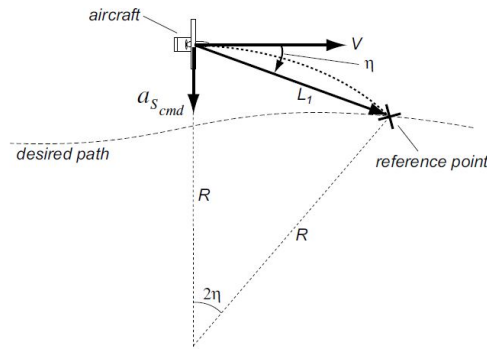


Figura 4.2. Principio dell'algorithmo di inseguimento traiettoria.

tà di avanzamento del veicolo lungo l'asse  $x$  del riferimento intrinseco, si può ricavare l'angolo  $\eta$  tra la velocità e il vettore  $L_1$  come schematizzato in fig. 4.2. L'accelerazione da imporre per riallinearsi alla traiettoria è definita come:

$$a_{cmd} = s \frac{V^2}{L_1} \sin(\eta) \quad (4.1)$$

Questo sistema di controllo ha due importanti proprietà :

1. La direzione dell'accelerazione dipende dal segno dell'angolo e il suo modulo dall'ampiezza, ne consegue che il veicolo tenderà ad allineare il suo vettore velocità con la direzione di  $L_1$ .
2. Ad ogni istante temporale sono noti il punto di riferimento sulla traiettoria, la posizione del veicolo e la direzione tangenziale alla sua velocità . L'accelerazione calcolata dalla 4.1 è esattamente l'accelerazione centripeta che sarebbe necessaria per mantenere il veicolo lungo la traiettoria circolare definita dai tre elementi sopra elencati:

$$L_1 = 2 R \sin(\eta) \quad (4.2)$$

Sostituendo nella formula dell'accelerazione centripeta si ot-

tiene la 4.3.

$$a_c = \frac{V^2}{R} = 2 \frac{V^2}{L_1} \sin(\eta) = a_{cmd} \quad (4.3)$$

L'accelerazione generata dal controllore permette al veicolo di seguire traiettorie di qualsiasi raggio R.

Il grande vantaggio di questo tipo di controllo è che risulta intrinsecamente stabile (fig. 4.3) e, scegliendo in maniera appropriata la distanza  $L_1$ , si ottiene una risposta più o meno aggressiva: aumentando  $L_1$  l'angolo  $\eta$  risulta diminuito per una traiettoria rettilinea mentre risulta aumentato per una circolare.

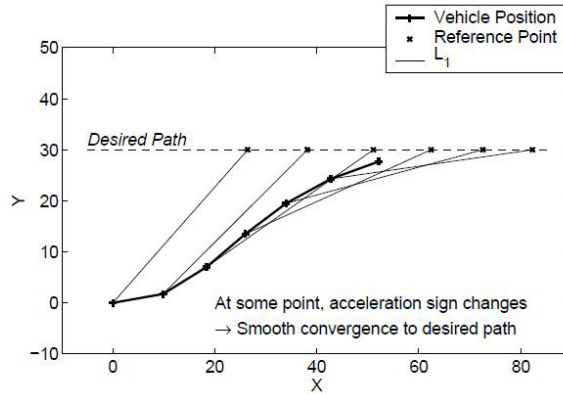


Figura 4.3. Quando il veicolo si avvicina alla traiettoria, l'accelerazione cambia segno, rendendo l'avvicinamento dolce.

Per ottenere la variabile di controllo  $\omega_{des}$  si applica la formula riportata nella 4.4.

$$\omega_{des} = \sqrt{\frac{a_c}{R}} = \sqrt{4 \frac{V^2}{L_1^2} \sin^2(\eta)} = 2 \frac{V}{L_1} \sin(\eta) \quad (4.4)$$

A questo punto è sufficiente passare al controllo una traiettoria da inseguire e automaticamente vengono generate le velocità per raggiungere la posizione desiderata.

Infine, per rendere la simulazione più realistica e per semplificare la taratura dei PID ho definito diverse manovre:



1. Rotazione: ogni volta che si ha una partenza da fermo il rover ruota sul posto fino a che l'angolo  $\eta$  è minore di 60 gradi. Questo parametro può essere variato a seconda delle esigenze, insieme alla velocità di rotazione sul posto: entrambe sono costanti scelte dall'utente.
2. Movimento: la velocità di crociera è definita da una costante e la velocità di rotazione viene imposta dal sistema di controllo appena esposto.
3. Avvicinamento: quando la distanza dal punto finale della traiettoria diventa inferiore ad una certa soglia, la velocità di crociera viene abbassata in modo da eseguire manovre più precise.
4. Stop: quando il traguardo è ad una distanza sufficientemente bassa il rover si ferma.

Ogni manovra, oltre alle costanti elencate, impone diversi guadagni ai PID. Nella manovra di movimentazione, ad esempio, è importante la precisione di inseguimento della traiettoria e la rapidità nei cambi di direzione mentre, nella manovra di avvicinamento, è fondamentale soprattutto la precisione nel posizionamento. Nel primo caso ha maggior rilevanza il termine proporzionale che garantisce la velocità di reazione, invece, durante l'avvicinamento, assume un ruolo notevole quello integrale che permette di ridurre al massimo l'errore.

A seconda dei parametri scelti dall'utente la velocità potrebbe differire anche di un ordine di grandezza tra le diverse manovre, quindi i coefficienti del PID devono essere adattati. La taratura dei guadagni ha portato all'utilizzo, nella maggior parte dei casi simulati, di un controllore esclusivamente PI, salvo per alcune manovre di avvicinamento in cui è stata inserita una componente proporzionale alla derivata per ridurre le oscillazioni: questa manovra entra in atto alla fine del percorso, dunque  $L_1$  varia, riducendosi fino a circa zero quando la posizione del rover è sovrapposta al punto di arrivo. Questo comporta angoli  $\eta$  elevati per bassi scostamenti dal punto,

quindi si possono innescare oscillazioni attorno ad esso, che vengono corrette mediante il guadagno  $K_D$ .

## 4.2 *Sospensioni*

Le grandezze che si vogliono ottimizzare mediante il controllo delle sospensioni sono principalmente tre:

- L'angolo di beccheggio
- L'angolo di rollio
- L'altezza da terra

Le prime due devono essere mantenute in un intervallo il più possibile limitato, quindi si può affermare che l'obiettivo è quello di annullarle durante il moto. Vi sono poi alcune eccezioni come il superamento di ostacoli elevati o di pendenze che possono richiedere una maggiore variazione degli angoli con lo scopo di aumentare il limite di ribaltamento: queste verranno definite all'interno di manovre apposite e sviluppate durante le fasi di test.

L'altezza da terra può variare a seconda delle esigenze a patto che sia sempre garantita una quota minima tale da permettere l'assorbimento di un impatto, in modo da evitare carichi gravosi sulla struttura e avendo una corsa sufficiente ad impedire il contatto tra lo chassis e il suolo.

L'errore relativo ad ognuna delle tre grandezze entra in un controllore PID che restituisce un valore di coppia. Gli ordini di grandezza degli errori in ingresso sono simili poiché, per i due angoli, si tratta di  $0.1 \text{ rad}$ , mentre per l'altezza di  $0.1 \text{ m}$ : anche in questo caso i guadagni saranno simili.

Le coppie in output devono essere combinate tra i quattro motori per ottenere l'effetto di correzione desiderato. Si supponga di avere un angolo di beccheggio positivo secondo il sistema di riferimento intrinseco e di volere tale angolo nullo; l'errore in ingresso risulta positivo e pari all'angolo stesso, di conseguenza la coppia in uscita è anch'essa positiva. La correzione del beccheggio si ottiene applicando tale coppia con segno positivo a tutti e quattro i motori, cioè

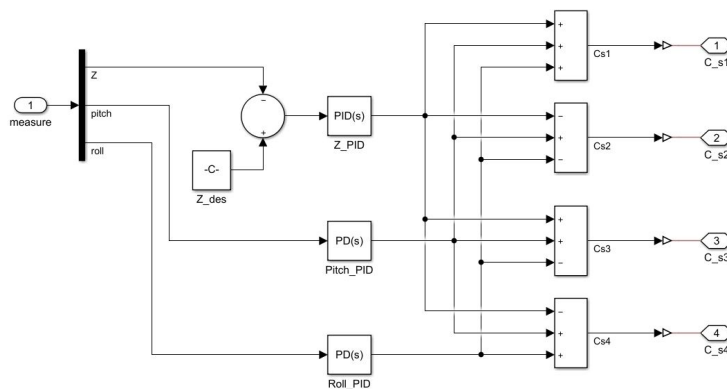


Figura 4.4. Schema a blocchi del controllo sospensioni.

le gambe anteriori spingono verso il basso mentre quelle posteriori vengono sollevate. Analogamente, se l'angolo di rollio è positivo, le gambe devono spingere sul lato destro e sollevarsi su quello sinistro, quindi alla coppia uscente dal PID viene conferito segno positivo per i motori 1 e 4 e segno opposto per i rimanenti. Il controllore dell'altezza da terra, restituisce un valore medio pari alla spinta necessaria a vincere la forza peso (circa  $30 Nm$ ). Questo valore risulta incrementato a seconda che ci sia un abbassamento (incremento positivo) o un innalzamento (incremento negativo) della  $Z_g$ : in questo caso la coppia ha segno positivo per i due motori anteriori e segno negativo per i due posteriori.

Immettendo i tre segnali di coppia uscenti dai controllori dentro a quattro blocchi sommatore, ognuno con il rispettivo segno, si calcola la coppia complessiva da inviare ad ogni motore, come mostrato in fig. 4.4.

A causa delle oscillazioni a cui sono soggette le sospensioni è stato necessario usare sia il contributo proporzionale che quello derivativo per la taratura dei guadagni relativi ai due angoli. Nel controllo dell'altezza da terra è stato aggiunto anche un contributo integrale in modo che questa venga riportata esattamente al valore desiderato a seguito di transitorio.

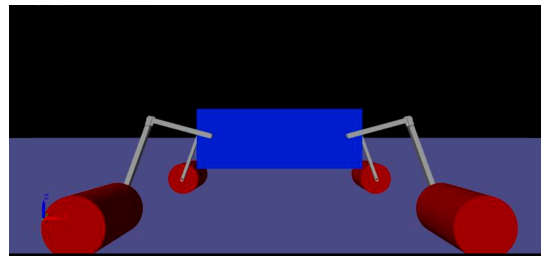
## 5 Simulazioni

Nel paragrafo seguente viene esposta l'architettura generale del modello multibody che è stato concepito per valutare i sistemi di controllo sviluppati nel capitolo 4.

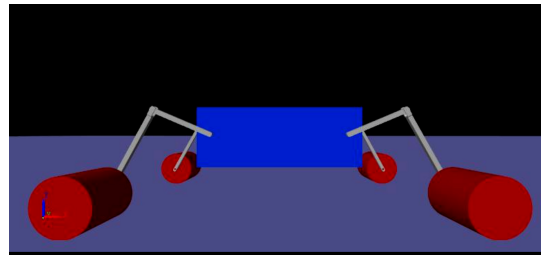
### 5.1 *Multibody*

Un modello complesso come quello riportato nel capitolo 3.2 ha portato alla scelta di sviluppare un simulatore in ambiente Simscape multibody. Questo, permette di utilizzare vincoli presi da una libreria e di importare corpi rigidi da un software CAD per generare il proprio sistema. Una volta assegnate le proprietà di massa e rigidità relative ai corpi e i vincoli tra di essi, è possibile applicare forze o leggi di moto per studiare la risposta del rover.

L'assemblaggio del veicolo consiste nel definire le terne cartesiane di riferimento per ogni corpo e le matrici di trasformazione tra di esse, in modo da posizionarli nello spazio. I vincoli vengono anch'essi definiti da due terne, ognuna appartenente ad uno dei corpi interessati, facendo attenzione ad allineare gli assi delle terne correttamente (il vincolo cerniera, ad esempio, permette la rotazione relativa tra due terne attorno all'asse  $z$ ). La posizione nel quale è stato assemblato Anacleto presenta un'altezza da terra maggiore di quella nominale in modo che, all'inizio della simulazione, il rover venga lasciato "cadere" soggetto al peso proprio e le sospensioni raggiungano autonomamente l'assetto: in questo modo è stato possibile studiare e definire l'altezza ottimale.



(a) Altezza iniziale



(b) Altezza finale

Figura 5.1. Differenza tra posizione di partenza e posizione di equilibrio statico.

I vincoli tra le componenti di ogni gamba sono semplici cerniere, mentre al sistema di riferimento inerziale vi è fissato rigidamente il piano sul quale giace il rover; il telaio è libero di muoversi. Il contatto tra ruota e terreno non è definito da un vincolo che impone l'aderenza e il contatto puntuale ma vi è un blocco che si limita a calcolare le forze scambiate. Nota la forza peso scaricata a terra dalla ruota e la relativa reazione vincolare del piano, viene calcolata la penetrazione tra i due corpi, dunque l'area di contatto. In seguito, quando si attua una coppia, tutte le forze scambiate e le velocità di slittamento vengono calcolate. Si noti che in questo modo ogni ruota può essere più o meno caricata delle altre o addirittura sollevarsi, rendendo molto più realistico lo studio dell'efficienza dei sistemi di locomozione.

Grazie alla modellazione fatta è stato possibile inserire un elementare controllo di trazione nel sistema di movimentazione che, definita la spinta necessaria su ogni lato per ottenere la  $w_z$  desiderata, ripartisce la coppia tra ruota anteriore e posteriore secondo una percentuale funzione del carico, in modo da ridurre gli slittamenti.

Questo sistema è facilmente implementabile anche a bordo poiché

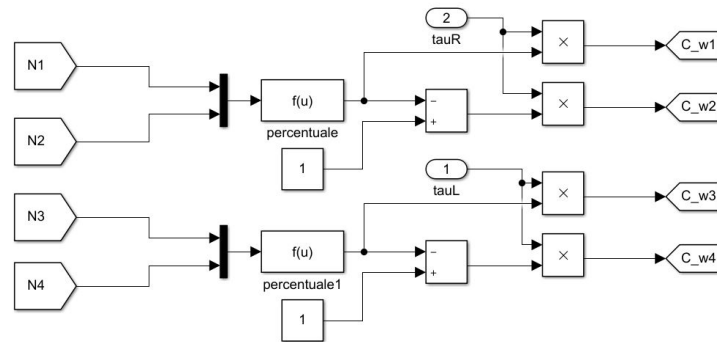


Figura 5.2. Schema a blocchi del sistema di controllo trazione.

sono note le posizioni dei centri ruota grazie ai potenziometri e agli encoder dei motori: utilizzando i segnali del giroscopio è immediato ricavare la ripartizione pesi.

Ad ogni cerniera che unisce una coppia di gambe è stato connesso un blocco che simula la interposta tra le due e calcola la coppia che viene applicata alla cerniera, funzione della sola posizione.

Infine, per limitare l'angolo di rotazione di  $b$  rispetto ad  $a$  si utilizza un blocco che simula l'impatto con un tampone di fine corsa. All'interno di tale blocco vengono impostati i limiti degli angoli  $\beta_i$  tra 0 e 110 gradi, secondo la convenzione riportata in fig. 3.6.

In fig. 5.3 viene riportato lo schema complessivo del simulatore multibody.

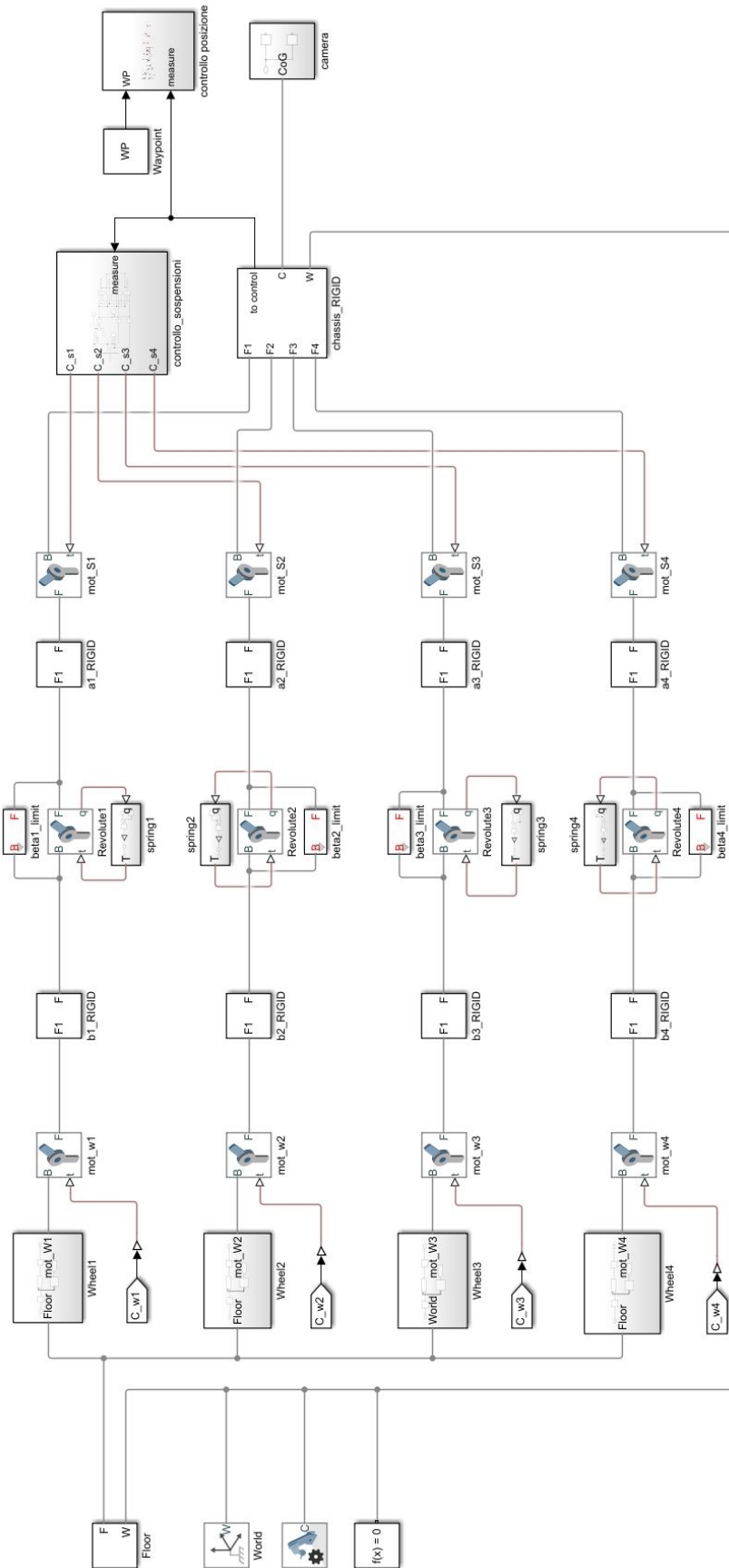


Figura 5.3. Struttura del simulatore multibody.

## 6 Risultati

Nei paragrafi seguenti vengono esposti i risultati delle simulazioni e dei test mediante alcuni casi esemplificativi.

### 6.1 Simulazioni

Le simulazioni effettuate con il modello multibody permettono di osservare la movimentazione autonoma di Anacleto, semplicemente imponendo il punto di meta. Nell'esempio riportato in seguito, il punto scelto è definito dalle coordinate  $(X, Y) = [10, 15]$ .

In fig. 6.1 si può osservare la traiettoria generata dal controllo di posizione che viene fedelmente seguita dal rover fino al raggiungimento del punto imposto, con un errore inferiore a mezzo metro.

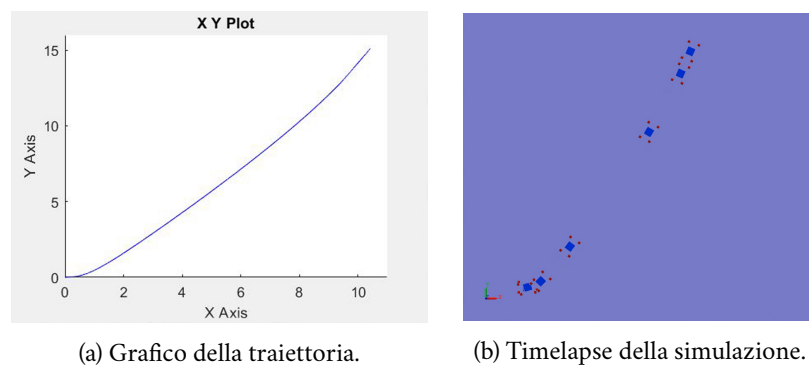


Figura 6.1. Traiettoria del rover.

I grafici ottenibili da una simulazione comprendono tutte le grandezze cinematiche e dinamiche, rendendo possibile lo studio minuzioso di ogni variabile durante il moto. Di seguito vengono riportati



quelli relativi ai comandi di coppia inviati alle ruote e alle sospensioni poiché sono i più significativi per quanto concerne il lavoro svolto.

Nel grafico di fig. 6.2a si osserva che la velocità lineare cambia a gradino quando si passa da una manovra ad un'altra, mentre la velocità angolare rimane costante per la fase di rotazione e successivamente cambia in maniera continua grazie al controllo di posizione.

Poiché la traiettoria prevede una rotazione sul posto in senso antiorario, si ha che le ruote 1 e 4 tendono ad aprirsi, mentre le 2 e 3 a chiudersi rispetto alla posizione di equilibrio statico. Questo fa sì che il semi-passo delle prime due risulti maggiore con conseguente riduzione del carico verticale a terra, dunque il sistema di trazione riduce la coppia trasmessa.

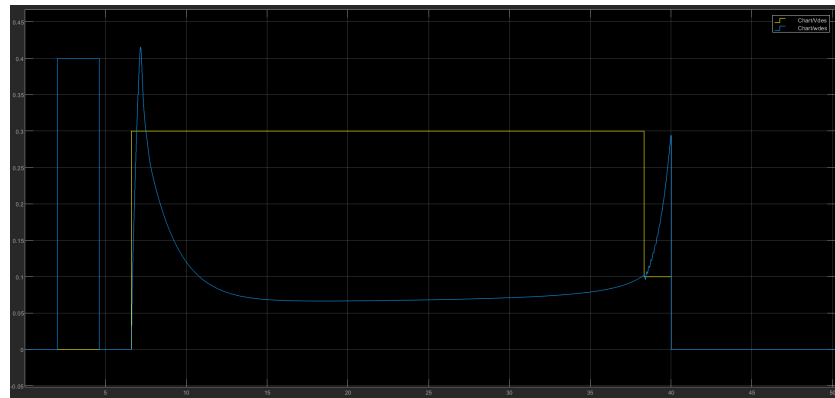
La fig. 6.2c mostra la variazione temporale dei segnali di beccheggio, rollio e altezza da terra, mentre la fig. 6.2d riporta le coppie applicate alle gambe per correggere la posizione delle masse sospese.

Durante primi 3 secondi si nota come, a seguito dell'applicazione della forza peso al veicolo, il controllo agisca per raggiungere l'altezza da terra desiderata ( $Z$  viene misurata rispetto alla condizione iniziale e non da terra).

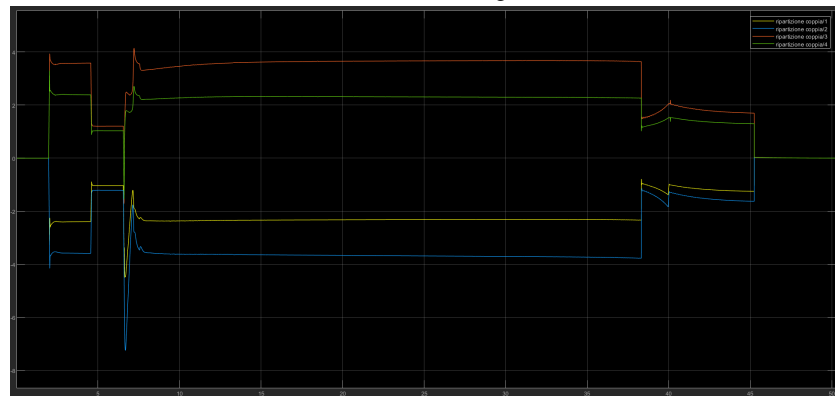
In seguito, quando inizia la manovra di movimento, si ha una variazione contemporanea di beccheggio e rollio che vengono mantenute confinate entro  $1^\circ$  di ampiezza, grazie all'azione immediata del controllo.

Infine, durante la fase di rallentamento e stop si hanno delle oscillazioni dovute sia alle alte decelerazioni che alle alte velocità angolari richieste nelle manovre di avvicinamento (l'angolo  $\eta$  aumenta) ma, anche in questo caso, il controllo riesce a contrastare le forze in gioco e a riportare il veicolo in una configurazione stabile.

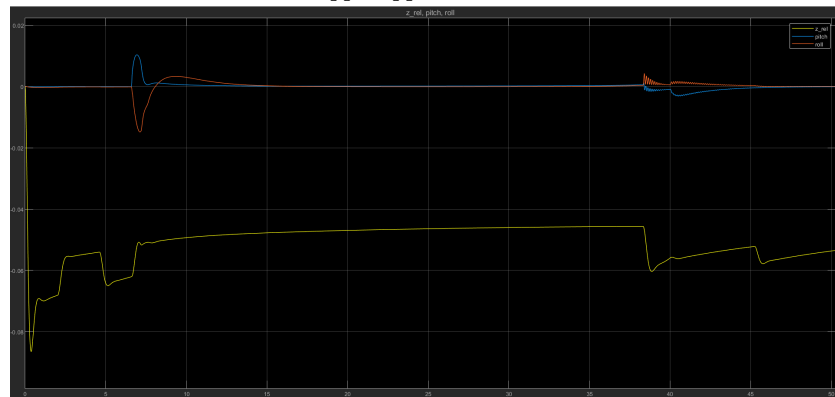
Anacleto riesce quindi a percorrere autonomamente una distanza di circa 19 m, in poco meno di 50 secondi, mantenendo la corretta altezza da terra e un ottimo assetto.



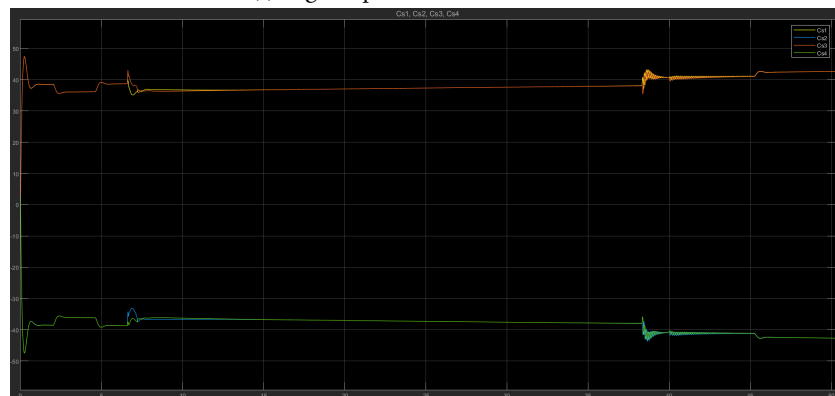
(a) Velocità da inseguire.



(b) Coppie applicate alle ruote.



(c) Segnali provenienti dalla IMU.



(d) Coppie applicate alle sospensioni.

Figura 6.2. Variabili di controllo e relative attuazioni.

## 6.2 Test

Il sistema di controllo della posizione è stato testato, oltre che in simulazione, anche su di un prototipo fornitomi dal laboratorio di Meccanica del Volo, con lo scopo di validare il modello utilizzato e di affinare la taratura dei guadagni relativi ai controllori PID. Questo rover è del tutto analogo al modello semplificato, descritto nel paragrafo 3.1, infatti è costituito solamente da un telaio con i quattro motori e le rispettive ruote (fig. 6.3).



Figura 6.3. Prototipo utilizzato durante i test del sistema di movimentazione.

L'algoritmo di controllo è stato caricato su un controllore di volo montato a bordo, mentre la traiettoria da inseguire viene comunicata via radio da una ground station. La posizione del veicolo è nota grazie all'installazione di un sensore GPS.

In fig. 6.4 si possono osservare il GPS, montato anteriormente, e il controllore di volo (Pixhawk 2 The Cube) posto al centro. Questo dispositivo contiene un sensore inerziale che fornisce i dati di retroazione necessari al controllo. Nella parte sottostante al telaio sono disposti i quattro motori e le batterie, mentre posteriormente vi è il circuito elettronico di controllo dei motori (RoboClaw ST 2x45).

I test eseguiti su questo prototipo hanno permesso di confermare la correttezza delle assunzioni fatte durante la modellazione e di ottenere importanti misure di potenza assorbita necessarie al dimensionamento delle batterie.

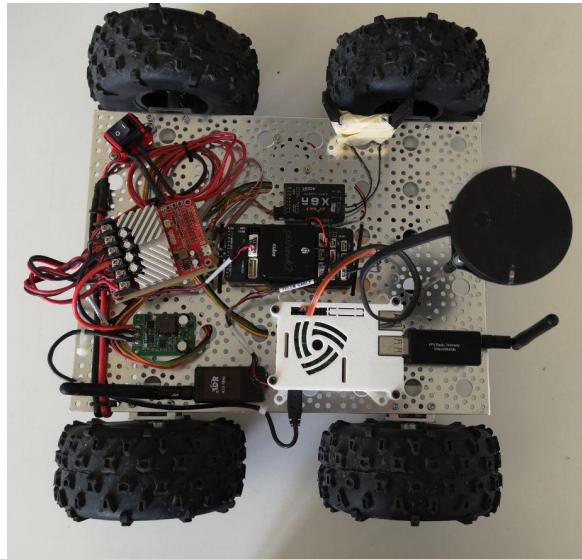


Figura 6.4. Componenti del prototipo.

Infine, per testare ulteriormente il sistema, abbiamo sviluppato un controllo cooperativo tra il rover e un drone. Questo algoritmo prevede che i due si scambino continuamente la posizione e, a seconda delle esigenze, si può fare in modo che uno inseguia la traiettoria dell'altro oppure che si incontrino nel punto di mezzeria.

Per realizzare la comunicazione tra i due è stato necessario installare un companion computer (Raspberry PI4), visibile sul lato destro del prototipo in fig. 6.4, il quale funge da ground station per entrambi i veicoli e ne permette la comunicazione reciproca.

Anche il secondo test ha portato ad ottimi risultati e alla completa autonomia di movimentazione del prototipo. Siamo inoltre riusciti a migliorare la precisione di navigazione, riducendo ulteriormente l'errore di posizionamento.

In questo elaborato di tesi è stato presentato un sistema di locomozione per un rover autonomo. Dopo l'analisi dei modelli matematici inerenti all'inseguimento della traiettoria, alla cinematica di sterzo ed alla movimentazione del sistema di sospensioni, è stato sviluppato un simulatore di tipologia multibody. Questo ambiente ha permesso di testare le strategie di controllo adottate e di valutare il comportamento complessivo del prototipo, che è stato successivamente convalidato durante i test.

Il sistema di sterzo tipo skid ha dimostrato la sua efficacia sia in simulazione che durante i test, nei quali siamo riusciti perfino ad ottenere una precisione inaspettata, anche se utilizzando un modulo GPS.

Il modello matematico del rover con sospensioni, seppur molto complesso, ha dato ottimi risultati durante le simulazioni, dimostrando la capacità di smorzare le oscillazioni oltre all'elevata stabilità, pertanto le aspettative legate alla realizzazione di questo tipo di configurazione sono molto alte.

Gli sviluppi possibili sono ad oggi ancora innumerevoli, a partire dal modello multibody, in cui verrà proseguito il lavoro di affinamento dei controllori per migliorare le oscillazioni presenti nelle risposte.

In seguito, sarebbe utile implementare una strategia con la quale si cerca di riportare i semi-passi di tutte le ruote al valore nominale, in modo da avere un comportamento più composto del rover ed una maggiore uniformità nella ripartizione di coppia. La complessi-

tà di una tale strategia non è da sottovalutare poiché influenzerà in maniera combinata sia il sistema di controllo delle sospensioni che quello della movimentazione.

Le manovre implementate nel sistema di locomozione sono poche ed esemplificative, ma possono essere aumentate e rese più specifiche per ogni prova che andremo ad affrontare. Probabilmente questa attività verrà svolta durante le simulazioni di gara che si terranno nelle settimane precedenti alla competizione.

Infine, una volta costruito e collaudato Anacleto, avremo la possibilità di partecipare all'evento finale, con la speranza di ottenere un buon piazzamento in classifica. Questa occasione ci permetterà di maturare una grande esperienza e di tornare al lavoro con le idee ben chiare riguardo ai punti da migliorare sul veicolo, portandoci magari a sviluppare una soluzione completamente attiva che abbia la possibilità di camminare.

## 8 Ringraziamenti

Vorrei ringraziare innanzitutto la mia famiglia, che mi ha permesso di intraprendere questa lunga esperienza di studio, senza mai farmi mancare nulla e mio fratello che mi ha dato la possibilità di mettere in pratica molto di quello che ho imparato sui libri.

I miei amici, che mi sono sempre stati vicini, sanno già quanto io abbia bisogno di loro, ma voglio citare Francesca perché so quanto tiene a questa cosa.

Ricordo tutti coloro che hanno lavorato con me sul progetto Alma-X impegnandosi a fondo per la realizzazione del prototipo e i ragazzi del Tecnopolo di Forlì con cui ho condiviso tanto negli ultimi mesi.

Ultimo, ma non meno importante, è un pensiero che va all'officina di via Collamarini, sede del team dell'università di Bologna, che ogni anno vede passare centinaia di ragazzi che come me si mettono in gioco, giorno dopo giorno, per inseguire le loro passioni con la speranza di realizzare qualcosa di grandioso. Ringrazio tutti coloro che hanno condiviso con me l'esperienza di gara ad Aragon e le notti di lavoro in officina, rendendomi fiero di fare parte del team. Un grazie immenso anche al prof. Cavina, che, come noi, si mette in gioco, prosciugando le sue energie per mettere a disposizione del team ogni risorsa possibile, e motivandoci sempre nel momento del bisogno.

Qualsiasi cosa mi aspetta in futuro e dovunque mi troverò, ricorderò sempre di essere un membro del team UNIBO Motorsport.





## Bibliografia

- [1] C. Grand, F.B. Amar, F. Plumet, *Stability and traction optimization of reconfigurable vehicles. Application to an hybrid wheel-legged robot*, 2004
- [2] C. Grand, F.B. Amar, F. Plumet, *Motion kinematics analysis of wheeled-legged rover over 3D surface with posture adaptation*, 2007
- [3] F. Cordes, C. Oekermann, A. Babu, D. Kuehn, T. Stark, F. Kirchner, *An Active Suspension System for a Planetary Rover*, 2014
- [4] G. Ishigami, K. Yoshida, *Steering Characteristics of an Exploration Rover on Loose Soil based on All-Wheel Dynamics Model*, 2005
- [5] K.J. Iagnemma, *Rough-Terrain Mobile Robot Planning and Control with Application to Planetary Exploration*, 2001
- [6] K. Iagnemma, H. Shibly, A. Rzepniewski, S. Dubowsky, *Planning and Control Algorithms for Enhanced Rough-Terrain Rover Mobility*, 2008
- [7] K. Kozłowski, D. Pazderski, *MODELING AND CONTROL OF A 4-WHEEL SKID-STEERING MOBILE ROBOT*, 2004
- [8] K. Skonieczny, S.J. Moreland, D.S. Wettergreen, *A Grouser Spacing Equation for Determining Appropriate Geometry of Planetary Rover Wheels*, 2012

- [9] L. Caracciolo, A. DeLuca, S. Iannitti, *Trajectory Tracking Control of a Four-Wheel Differentially Driven Mobile Robot*, 1999
- [10] M. Sutoh, Y. Iijima, Y. Sakakieda, S. Wakabayashi, *Motion modeling and localization of skid-steering wheeled rover on loose terrain*, 2018
- [11] P. Gao, H. Xu, *Four-wheel Rover's Motion Control and Modeling Method*, 2016
- [12] S. Lakkad, *Modeling and Simulation of Steering Systems for Autonomous Vehicles*, 2003
- [13] S. Park, J. Deyst, J.P. How, *A New Nonlinear Guidance Logic for Trajectory Tracking*, 2012
- [14] S.V. Sreenivasans, P.K. Dutta, K.J. Waldron, *The Wheeled Actively Articulated Vehicle (WAAV): An Advanced Off-Road Mobility Concept*, 1994
- [15] T. Naiki, T. Kubota, *Modeling and Analysis on Exploration Rover with Active Suspension*, 2017
- [16] U. Schwesinger, C. Pradalier, R. Siegwart, *A Novel Approach For Steeringwheel Synchronization With Velocity/Acceleration Limits And Mechanical Constraints*, 2012
- [17] V. Kucherenko, A. Bogatchev, M. van Winnendael, *Chassis Concept for the ExoMars Rover*, 2004