

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA

---

Scuola di Ingegneria ed Architettura  
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica LM

Dipartimento di Ingegneria dell'Energia Elettrica e dell'Informazione

Tesi di Laurea in Tecnologie Innovative per la Produzione, il  
Trasporto e l'Accumulo dell'Energia Elettrica M

SVILUPPO DI UN MODELLO  
COMPUTAZIONALE PER LA  
SIMULAZIONE DI SISTEMI PER ENERGY  
HARVESTING

Candidato:  
MATTIA PAGANELLI

Relatore:  
prof. Davide Fabiani

Correlatore:  
Simone Ravaglia

---

ANNO ACCADEMICO 2018-2019



*Bisogna stare attenti agli ingegneri.  
Cominciano con le macchine da cucire e  
finiscono con la bomba atomica.*  
[M. PAGNOL]



# Sommario

Questa tesi è stata sviluppata nel corso di un programma di tirocinio presso l'azienda Poggipolini srl, leader nello studio e realizzazione di componenti meccaniche in titanio e leghe speciali per applicazioni in ambito automotive e aerospace.

Lo scopo è l'analisi e lo studio di una nuova tecnologia per il recupero di energia da vibrazioni. L'ambito in cui si inserisce è quello dell'energy harvesting, cioè processi in cui l'energia proveniente da sorgenti esterne e gratuite viene catturata e immagazzinata.

Il processo di ricerca e sviluppo è stato articolato in due fasi successive: studio della prior art ed elaborazione di un modello virtuale.

Lo studio della prior art si è concentrato in prima istanza sull'ambito teorico di manuali e articoli scientifici per poi continuare in ambito brevettuale e di tutela della proprietà intellettuale. Sulla base delle conoscenze ottenute nella prima fase è stato elaborato un modello virtuale della tecnologia studiata attraverso il software commerciale Comsol Multiphysics 5.4. Questo modello ha subito una validazione attraverso un confronto con un'applicazione svolta nel laboratorio di innovazione tecnologica dell'Università di Bologna.

La realizzazione del modello virtuale si è basata su particolari vincoli dimensionali e tecnologici al fine di creare un sistema per il recupero di energia dalle vibrazioni in elementi di piccole dimensioni. Nel corso dell'analisi computazionale sono state valutate una vasta gamma di energy harvester, differenti per tipologia di funzionamento, materiale, frequenze di risonanza, geometrie.



# Ringraziamenti

Ringrazio il professore Davide Fabiani per l'aiuto e il materiale fornito durante la stesura della tesi di laurea.

Inoltre ringrazio Michele Poggipolini (Executive Director di Poggipolini srl) e Simone Ravaglia (R&D e Innovation Manager di Poggipolini srl) per l'opportunità di tirocinio e il supporto durante il corso dello stesso.





# Indice

<b>Sommario</b>	<b>i</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>iii</b>
<b>1 Energy harvesting</b>	<b>3</b>
1.1 Descrizione delle fonti energetiche per energy harvesting . . . . .	3
1.2 Tipologia di fonti energetiche . . . . .	4
1.2.1 Energia solare e fotovoltaica . . . . .	5
1.2.2 Energia termoelettrica . . . . .	7
1.2.3 Energia da radiazioni elettromagnetiche . . . . .	9
1.2.4 Energia da vibrazioni . . . . .	9
<b>2 Dielettrici cristallini</b>	<b>11</b>
2.1 Momento di dipolo e polarizzazione . . . . .	14
2.1.1 Polarizzazione spontanea . . . . .	16
2.2 Elettrostrizione . . . . .	16
2.3 Effetto piroelettrico . . . . .	17
2.4 Effetto piezoelettrico . . . . .	17
2.5 Materiali ferroelettrici . . . . .	20
2.5.1 Piombo-zirconato di titanio . . . . .	23
<b>3 Caratteristiche dei materiali piezoelettrici</b>	<b>27</b>
3.1 Coefficienti piezoelettrici . . . . .	27
3.2 Forma tensoriale . . . . .	31
3.3 Analisi effetto piezoelettrico diretto . . . . .	37
3.3.1 Curva deformazione-campo elettrico . . . . .	39
3.3.2 Coefficiente di accoppiamento piezoelettrico . . . . .	40
3.3.3 Dinamica del materiale piezoelettrico . . . . .	41
<b>4 Modellazione energy harvester</b>	<b>43</b>
4.1 Introduzione al software COMSOL Multiphysics . . . . .	43

4.1.1	Meccanica dei solidi . . . . .	44
4.1.2	Elettrostatica . . . . .	48
4.1.3	Circuito elettrico . . . . .	49
4.2	Validazione . . . . .	49
4.2.1	Validazione sistema a pressione . . . . .	49
4.2.2	Validazione sistema a vibrazione . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Applicazioni energy harvester</b>	<b>69</b>
5.1	<i>SENS – IN<sup>®</sup></i> Bolt . . . . .	69
5.2	Primo modello . . . . .	71
5.3	Secondo modello . . . . .	77
5.4	Terzo modello . . . . .	79
	<b>Bibliografia</b>	<b>87</b>

# Elenco delle tabelle

3.1	Coefficienti piezoelettrici . . . . .	30
3.2	Definizione dei coefficienti di accoppiamento . . . . .	40
4.1	Dati di specifica del materiale PZT utilizzato [6] . . . . .	50
4.2	Caratteristiche del sistema . . . . .	62



# Elenco delle figure

1.1	Diagramma semplificato di un energy harvester . . . . .	5
1.2	Energia estraibile dalle principali fonti energetiche[2] . . . . .	6
1.3	Caratteristica di una cella fotovoltaica[3] . . . . .	6
1.4	Relazione costo-rendimento delle tipologie di celle fotovoltaiche in commercio e future [3] . . . . .	7
1.5	Esempio di TEG [4] . . . . .	8
1.6	TAG RFID passivo . . . . .	9
2.1	Linee di campo elettrico su cariche di prova . . . . .	12
2.2	I sette sistemi cristallini, a loro volta suddivisi in 14 reticoli di Bravais	13
2.3	Classificazione dei materiali dielettrici [1] . . . . .	14
2.4	Moto di cariche in un materiale piroelettrico colpito da un fascio di raggi infrarossi [1] . . . . .	18
2.5	Effetto piezoelettrico inverso [1] . . . . .	18
2.6	Effetto piezoelettrico inverso con generatore AC [1] . . . . .	19
2.7	Effetto piezoelettrico diretto [1] . . . . .	20
2.8	Grafico $P - E$ per un materiale ferroelettrico [1] . . . . .	22
2.9	Meccanismo di polarizzazione di un materiale ferroelettrico [1] . . . . .	22
2.10	Relazione tra proprietà del materiale ferroelettrico e applicazione [1] .	23
2.11	Struttura cristallina del PZT [1] . . . . .	24
2.12	Diagramma di fase del materiale PZT [1] . . . . .	24
2.13	Relazione tra composizione del materiale piezoelettrico e proprietà piezoelettriche [1] . . . . .	25
3.1	Sistema di coordinate cartesiane usato per l'analisi tensoriale [1] . . . .	31
3.2	Effetto piezoelettrico diretto:(a) modo longitudinale, (b) modo trasversale, (c) modo di taglio [1] . . . . .	35
3.3	Effetto piezoelettrico diretto [1] . . . . .	38
3.4	Curva deformazione-campo elettrico per un materiale PZT [1] . . . . .	39
3.5	Schema meccanico del sistema piezoelettrico [1] . . . . .	41
3.6	Schema elettrico equivalente del sistema piezoelettrico [1] . . . . .	41
3.7	Andamento dell'impedenza in funzione della frequenza [1] . . . . .	42
4.1	Albero del modello considerato [5] . . . . .	44

4.2	Curva tensione-deformazione relativa ad un materiale elasto-plastico .	46
4.3	Dischetto di PZT di prova [6] . . . . .	50
4.4	Provino realizzato in laboratorio per le prove a compressione [6] . . .	51
4.5	Strumentazione utilizzata per le prove a pressione [6] . . . . .	51
4.6	Geometria realizzata in COMSOL . . . . .	52
4.7	Lista dei materiali piezoelettrici presenti in libreria . . . . .	53
4.8	Specifiche inserite in <i>meccanica dei solidi</i> . . . . .	54
4.9	Specifiche inserite in <i>elettrostatica</i> . . . . .	54
4.10	Specifiche inserite in <i>circuito elettrico</i> . . . . .	55
4.11	Mesh tetraedrica non strutturata utilizzata nel modello . . . . .	55
4.12	Impostazioni di studio . . . . .	56
4.13	Sforzo di Von Mises su dischetto . . . . .	57
4.14	Potenziale elettrico su dischetto . . . . .	57
4.15	Potenza estratta dal PZT da simulazione . . . . .	58
4.16	Potenza estratta dal PZT da prova sperimentale . . . . .	58
4.17	Geometria <i>bimorph piezoelectric beam</i> [7] . . . . .	59
4.18	Schema in parallelo [7] . . . . .	60
4.19	Schema in serie [7] . . . . .	61
4.20	Set up sperimentale [7] . . . . .	61
4.21	Geometria barretta . . . . .	62
4.22	<i>vincolo fisso</i> evidenziato in blu . . . . .	63
4.23	Superfici messe a terra . . . . .	63
4.24	Superfici collegate al terminale esterno . . . . .	63
4.25	Mesh triangolare non strutturata . . . . .	64
4.26	Potenza elettrica in funzione della frequenza di vibrazione della barretta	65
4.27	Sforzo di Von Mises su barretta . . . . .	65
4.28	Potenziale elettrica su barretta . . . . .	65
4.29	Grafici potenza-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale . . . . .	66
4.30	Ingrandimento potenza-carico: a sinistra quello relativo alla simula- zione, a destra quello sperimentale . . . . .	66
4.31	Grafici potenziale-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale . . . . .	67
4.32	Grafici corrente-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale . . . . .	67
5.1	Immagine tecnica della <i>SENS – IN<sup>®</sup></i> Bolt [8] . . . . .	70
5.2	<i>SENS – IN<sup>®</sup></i> Bolt: a sinistra la vite con controllo del serraggio, a destra quella termica . . . . .	70
5.3	Layout con energy harvester nella testa della vite . . . . .	71
5.4	Barretta PZT bimorph . . . . .	72
5.5	Risultati della simulazione del modello 1 . . . . .	73

5.6	Geometria con massa aggiuntiva evidenziando la differenza di potenziale a $460Hz$ . . . . .	74
5.7	Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione della frequenza . . . . .	74
5.8	Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione del carico . . . . .	75
5.9	Geometria finale del modello 1 . . . . .	75
5.10	Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione della frequenza . . . . .	76
5.11	Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione del carico . . . . .	76
5.12	Layout con energy harvester nel gambo della vite . . . . .	77
5.13	Secondo modello . . . . .	78
5.14	. . . . .	79
5.15	Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione della frequenza . . . . .	80
5.16	Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione del carico . . . . .	80
5.17	Geometria energy harvester . . . . .	81
5.18	Terzo modello . . . . .	82
5.19	Sforzo di Von Mises sul sistema . . . . .	82
5.20	Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione della frequenza . . . . .	83

# Introduzione

Negli ultimi anni si sono sviluppati vari approcci nello sviluppo di tecnologie per lo sfruttamento di energie alternative. In quest'ottica di progresso tecnologico verso l'utilizzo ottimale delle fonti energetiche disponibili in natura si colloca l'energy harvesting.

Con il termine Energy Harvesting si intende il processo con cui si cattura e si accumula l'energia derivante da fonti ambientali mediante sistemi denominati energy harvesters. Le fonti ambientali possibili possono essere svariate: solare, eolica, termica e cinetica.

Questa trattazione si concentrerà prevalentemente sugli studi eseguiti nel recupero di energia da fenomeni vibrazionali e in particolar modo sulla ricerca di downsizing di questi sistemi. In molti settori i ricercatori stanno studiando l'uso di microattuatori e microsensori utilizzabili in sistemi di micro-elettromeccanica (MEMS); e proprio all'interno di questo scenario si inserisce la necessità di ottenere energia pulita che risulti indipendente dal sistema elettrico.

Una soluzione è quella di realizzare sistemi di recupero di energia che abbiano lo stesso ordine di grandezza dei sistemi a cui forniranno energia: micro attuatori, micro sensori e componenti di micro elettronica. Per questo scopo vengono utilizzate convenzionalmente le batterie, tuttavia esse risultano ormai problematiche per varie motivazioni: la loro grandezza è troppo spesso eccessiva per questi sistemi; contengono un quantitativo di energia finito; hanno una durata limitata e contengono agenti chimici che possono essere dannosi.

L'energy harvesting sfrutta le vibrazioni e i movimenti oscillatori derivanti dall'ambiente esterno per fornire energia nell'ordine di micro e milli watt a strumenti che necessitano questo genere di potenza. Questa metodologia di recupero risulta una delle più efficienti al fine di fornire energia a sistemi di scala ridotta in modo wireless. Esistono due tipologie di sistemi per sfruttare le vibrazioni esistenti:

- microgeneratori elettromagnetici: basati sulla legge di Faraday;
- microgeneratori piezoelettrici: basato sull'effetto piezoelettrico per convertire la deformazione in energia elettrica.



---

In questa trattazione verrà analizzata soltanto la parte relativa ai microgeneratori piezoelettrici.

# Capitolo 1

## Energy harvesting

### 1.1 Descrizione delle fonti energetiche per energy harvesting

L'aumento della richiesta energetica è il principio veicolante dell'energy harvesting. Per fronteggiarla si mira all'utilizzo di fonti energetiche alternative e fornite gratuitamente dall'ambiente che ci circonda. Il parallelo avanzamento della tecnologia ha permesso di estrarre dalla natura energia pulita ed economicamente vantaggiosa in grado di integrarsi al panorama produttivo già esistente e in casi virtuosi anche di sostituirlo, generando edifici a emissione zero (zero emission buildings).

All'interno di questo scenario di utilizzo ottimale e responsabile delle fonti energetiche alternative si inserisce l'energy harvesting. Esso fa riferimento alla capacità di un mezzo denominato energy harvester di catturare l'energia gratuita proveniente da sorgenti esterne e immagazzinarla sotto forma di energia elettrica. Questo accumulo di energia è solitamente basso e viene utilizzato per il funzionamento di apparecchiature che richiedono basse potenze di esercizio.

L'affacciarsi sul panorama energetico degli energy harvesters ha permesso di aprire uno spiraglio verso fonti energetiche che fino a quel momento non erano state prese in considerazione. Il progresso all'interno di questa disciplina ha portato allo sviluppo di apparecchiature elettroniche con rendimenti e prestazioni migliori, comportando un abbattimento dei loro consumi. Questi devices infatti erano inizialmente alimentati tramite l'utilizzo di cavi collegati alla rete elettrica e questo era una grande limitazione in quanto non sempre si ha a disposizione la rete elettrica a cui collegarsi. In seguito, con l'avvento delle batterie, si è giunti ad una parziale indipendenza dalla rete, la quale tuttavia necessita di essere presente nel momento di ricarica della batteria stessa. L'obiettivo prefissato dai dispositivi energy harvester è quello di ottenere un'indipendenza totale dalla rete elettrica, attraverso lo sfruttamento di fonti energetiche di cui risente l'apparecchiatura elettronica che andranno ad energizzare.

Questo processo può essere adottato in vari campi tecnologici e non solo in quello elettronico. Allo stato attuale l'energy harvesting fa riferimento soltanto ad applicazioni a basse potenze, tuttavia in un'accezione più ampia e generale esso può essere adottato ovunque sia disponibile una fonte di energia fruibile dalla tecnologia stessa. I meccanismi di funzionamento degli energy harvesters sono basati su principi fisici ben noti, come ad esempio l'effetto piezoelettrico. Questo effetto, nella forma di effetto piezoelettrico diretto, si basa sull'utilizzo di un materiale polarizzato, il quale, in seguito all'azione di una compressione o di una trazione, genera una differenza di potenziale ai suoi estremi. Applicando due elettrodi agli estremi ed un carico esterno, esso può essere attraversato da corrente elettrica e quindi generare potenza elettrica. I fenomeni naturali in grado di agire utilmente su questo materiale sono molteplici: dai movimenti del corpo umano, ai fenomeni vibrazionali a basse frequenze (inferiori ai  $1000Hz$ ), ad onde sonore. Sebbene le potenze fino ad ora estraibili mediante queste metodologie siano molto basse (nell'ordine dei  $\mu W$  e  $mW$ ), esse possono comunque essere sfruttate per fornire energia a dispositivi, che in altro modo, a causa della loro posizione di esercizio, non potrebbero essere energizzati.

## 1.2 Tipologia di fonti energetiche

Come esposto nella sezione precedente vi sono molte fonti energetiche da cui si può impostare lo studio di una tecnologia per energy harvesting. Un esempio dello schema di flusso per diverse fonti energetiche è rappresentato in Figura 1.1. In particolare la Figura 1.1 fa riferimento ad un'applicazione di energy harvesting ideata dalla Texas Instruments, la quale possa permettere la produzione di energia elettrica su un ambiente ostile come quello di Marte.

In questa immagine è possibile vedere come il processo di energy harvesting sia essenzialmente composto da tre fasi:

1. captazione della fonte energetica tramite l'elemento sensibile (energy harvester): in questo caso abbiamo 4 tipologie di fonti energetiche, le quali utilizzano 4 tipologie differenti di energy harvesters. In questa fase l'elemento sensibile riceve dall'esterno l'input trasformandolo in una differenza di potenziale;
2. condizionamento del segnale in uscita dall'energy harvester: la differenza di potenziale verrà applicata ai terminali di un circuito il quale sarà composto da elementi circuitali che forniranno al dispositivo a valle la potenza necessaria al suo funzionamento. All'interno di questo circuito solitamente viene anche inserito un elemento di accumulo, la cui funzione è quella di stoccare energia al suo interno nel momento in cui l'energy harvester fornisce energia ma la stessa non viene assorbita dall'apparecchiatura a valle;

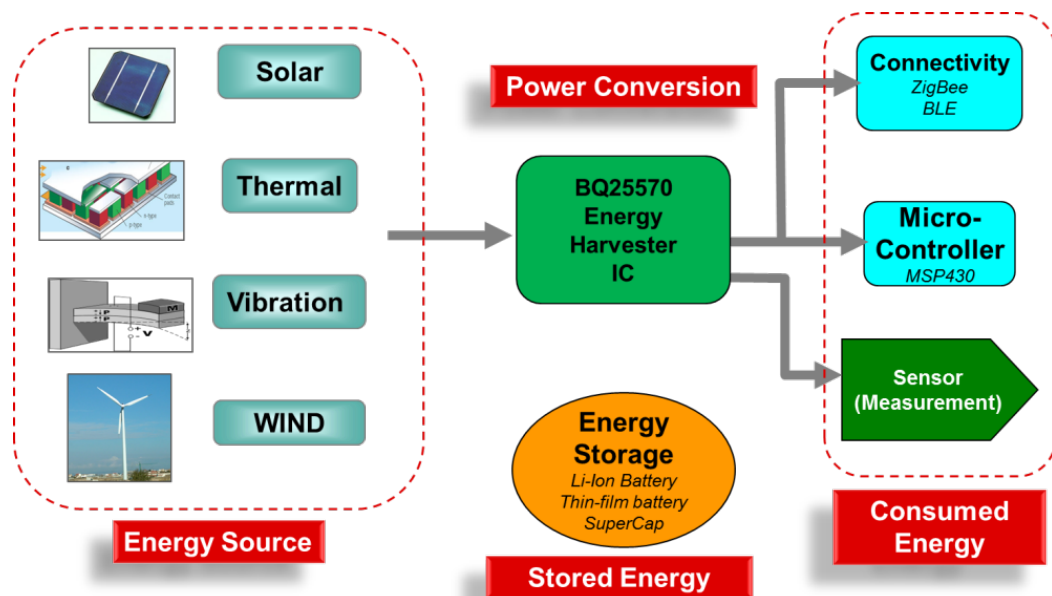


Figura 1.1. Diagramma semplificato di un energy harvester

3. utilizzatore: in questo caso è l'apparecchiatura che deve essere energizzata. Questo device può anche non avere un funzionamento in continuo ed è per questa motivazione che è necessario predisporre un accumulatore. L'altra motivazione per cui è buona norma predisporre l'uso di una batteria è nel caso di assenza del fenomeno naturale esterno ma di mantenimento del funzionamento dell'apparecchiatura.

Il processo di energy harvesting può essere svolto utilizzando una notevole quantità di fonti energetiche gratuite, ognuna delle quali ha a disposizione una tecnologia in grado di sfruttarla. Sulla base delle tecnologie sviluppate è possibile riassumere in Figura 1.2 la quantità di energia che può essere estratta dalle fonti energetiche.

### 1.2.1 Energia solare e fotovoltaica

L'energia derivante dalla fonte solare rappresenta la fonte primaria di energia presente sul suolo terrestre. Essa ha fundamentalmente due possibilità di captazione: solare e fotovoltaica. I pannelli solari sono utilizzati per il riscaldamento di un fluido, evitando così l'utilizzo di fonti energetiche tradizionali per il riscaldamento. I pannelli fotovoltaici, basati sulla giunzione p-n di silicio, offrono la possibilità di generare potenza elettrica quando sono colpiti dalla radiazione solare. In particolare il funzionamento è simile a quello di un diodo: cioè esponendo la cella alla radiazione solare essa diventa un generatore di corrente, la cui caratteristica è mostrata

Energy source	Power density
Outdoor solar	10-100 mW/cm <sup>2</sup>
Indoor solar	10-100 μW/cm <sup>2</sup>
Piezoelectric	100-330 μW/cm <sup>3</sup>
Vibration (machinery)	100-116 μW/cm <sup>2</sup> / 200-800 μW/cm <sup>3</sup>
Vibration (human)	4 μW/cm <sup>2</sup>
Thermoelectric (machinery)	1-10 mW/cm <sup>2</sup>
Thermoelectric (human)	30-60 μW/cm <sup>2</sup>
Acoustic noise (100 dB)	960 nW/cm <sup>2</sup>
Radio Frequency	0.1-0.9 μW/cm <sup>2</sup>
Outdoor wind turbine	3.5 mW/cm <sup>2</sup>
Electromagnetic (machinery)	200-1000 μW/cm <sup>2</sup>
Airflow	0.4-1 mW/cm <sup>3</sup>

Figura 1.2. Energia estraibile dalle principali fonti energetiche[2]

in Figura 1.3. Quest'ultima applicazione è oramai fondamentale per l'indipendenza

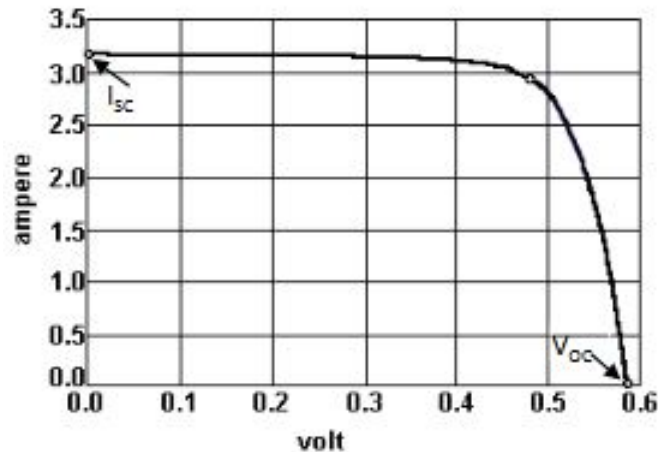


Figura 1.3. Caratteristica di una cella fotovoltaica[3]

energetica da fonti energetiche combustibili fossili. Tuttavia l'efficienza di conversione è ancora bassa (nell'ordine del 10 – 15%) per applicazioni di uso commerciale, mentre in laboratorio si raggiungono valori di conversione pari al 30%.

Lo studio e la commercializzazione di elementi fotovoltaici sta arrivando alla terza generazione (Figura 1.4), la quale offre migliori prestazioni in termini di conversione energetica e costi inferiori a causa dei materiali utilizzati. In un ambiente esterno la conversione fotovoltaica risulta una soluzione eccellente, tuttavia non è possibile ottenere gli stessi risultati nel caso di applicazioni in ambiente chiuso. In questo

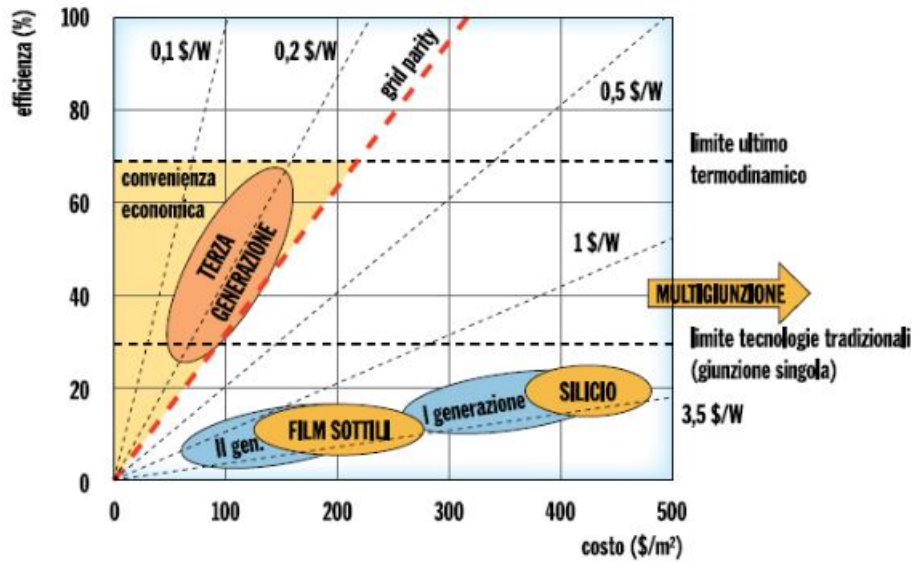


Figura 1.4. Relazione costo-rendimento delle tipologie di celle fotovoltaiche in commercio e future [3]

caso la densità di energia luminosa varia da 10 a 100  $\mu W/cm^2$  con conseguente potenza disponibile all'utilizzatore molto bassa. Di conseguenza questa applicazione viene usata per dispositivi il cui consumo energetico è molto basso come ad esempio calcolatrici, oppure anche in ambito biomedicale, dove si trovano sotto studio applicazioni in cui delle fibre ottiche disposte sotto la pelle trasportano la radiazione solare a microcelle che effettuano la conversione dell'energia in loco per alimentare piccoli dispositivi medicali.

### 1.2.2 Energia termoelettrica

Le differenze di temperatura e quindi i flussi termici sono parte integrante di molti processi fisici. In questo caso è possibile sfruttare i gradienti di temperatura tramite gli energy harvester termoelettrici. Questi dispositivi basano il loro funzionamento sull'effetto Seebeck: cioè la generazione di una differenza di potenziale dovuta all'applicazione di sorgenti termiche a temperatura differente ai capi di conduttori metallici o semiconduttori. In particolare nell'effetto Seebeck ciò accade soltanto se vengono utilizzati due materiali diversi uniti in corrispondenza della giunzione; nel caso dell'effetto Thomson invece il materiale può essere il medesimo. In entrambi gli effetti il verso della corrente è correlato con il verso del flusso di calore.

I TEG (thermoelectric generator) (Figura 1.5) sono caratterizzati da due piastre collegate con le sorgenti termiche: tra le due piastre (elettrodi) vi sono un certo numero di giunzioni (tra semiconduttore di tipo p e di tipo n) in modo da generare

la differenza di potenziale richiesta. Queste applicazioni sono utili soprattutto in

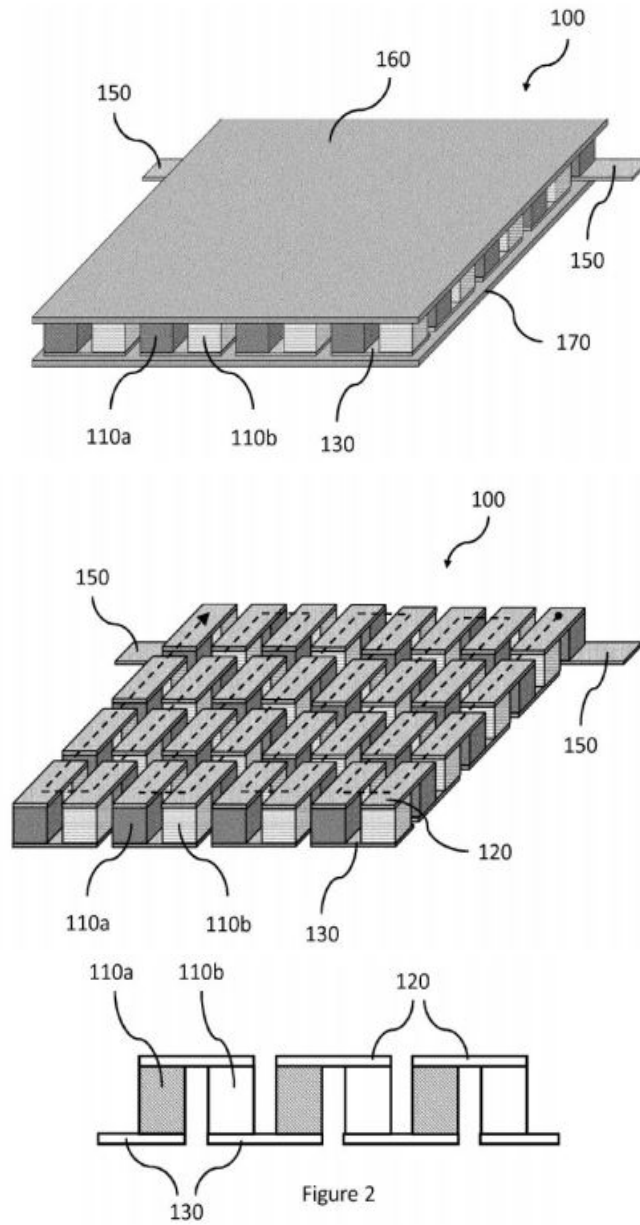


Figura 1.5. Esempio di TEG [4]

dispositivi elettronici di piccole dimensioni dove si sviluppano notevoli quantità di calore, ad esempio: computer portatili, tablet, telefoni cellulari, droni,...

### 1.2.3 Energia da radiazioni elettromagnetiche

Le sorgenti elettromagnetiche che circondano l'ambiente in cui viviamo possono essere sfruttate per la produzione di energia elettrica. Vengono convertite le radiazioni elettromagnetiche emesse da telefoni cellulari, da trasmissioni radiofoniche e da WiFi, ma la densità di energia irradiata è molto bassa. Allo stato attuale della tecnologia il passo successivo sarebbe quello di sviluppo di un metodo di alimentazione a distanza utilizzando le onde elettromagnetiche.

Un esempio di questa applicazione è la tecnologia RFID (Radio-Frequency Identification) la quale viene utilizzata per l'identificazione e la memorizzazione automatica di informazioni raccolte dall'oggetto target. I dispositivi target hanno delle particolari etichette elettroniche in grado di memorizzare questi dati e sono capaci di rispondere all'interrogazione a distanza da parte di appositi apparecchi chiamati reader.

L'applicazione di interesse in questo caso è la RFID passiva: il target (Figura 1.6) contiene soltanto un microchip senza l'alimentazione elettrica, un'antenna e un materiale di supporto; al passaggio di un lettore (le cui frequenze vanno dai pochi  $kHz$  alle centinaia di  $GHz$  - radiofrequenze), la radiofrequenza stimola il microchip e gli fornisce l'energia necessaria per rispondere al lettore, ritrasmettendogli un segnale contenente le informazioni collezionate dal chip.

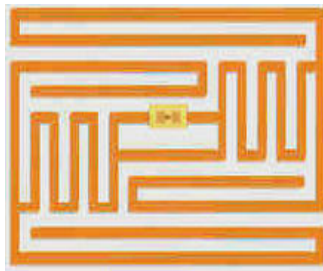


Figura 1.6. TAG RFID passivo

### 1.2.4 Energia da vibrazioni

L'ambito di cui mi sono occupato in questa tesi sfrutta l'energia derivante da fenomeni di natura vibrazionale per convertirla in energia elettrica. Questi fenomeni hanno una densità energetica non elevatissima ( $100 - 800 \mu W/cm^3$ ) ma possono risultare di notevole interesse per applicazioni nelle quali è presente un fenomeno vibrazionale e per le quali le tipologie di alimentazione tradizionale (esterna o batteria) risultano notevolmente complesse.

Di fianco ai classici oscilloscopi meccanici si pongono i materiali PZT tramite i



quali è possibile sfruttare l'energia derivante da vibrazioni e convertirla in energia elettrica.

## Capitolo 2

# Dielettrici cristallini

Un materiale dielettrico è un sistema che viene polarizzato quando è sottoposto ad un campo magnetico. All'interno dei dielettrici noi analizzeremo soltanto il comportamento dei solidi cristallini. Una conseguenza diretta della polarizzazione è una modifica delle dimensioni del materiale, il quale si deforma sulla base dello spostamento di cariche che è avvenuto all'interno del materiale stesso.

Il dielettrico cristallino è composto da unità strutturali che si ripetono all'interno della materiale: i cristalli. Il singolo cristallo ha a sua volta una struttura ben specifica con una precisa disposizione dei cationi e degli anioni ai suoi estremi.

Quando il materiale è soggetto ad un campo elettrico esterno la posizione dei cationi e degli anioni che formano il reticolo cristallino varia: i cationi risentono di una forza concorde con il verso del campo elettrico mentre gli anioni risentono di una forza di verso opposto rispetto al verso del campo elettrico. La correlazione macroscopica di questo spostamento è legata alla geometria del cristallo.

Si ricorda che il campo elettrico  $\vec{E}$  è un campo di forze generato nello spazio dalla presenza di una o più cariche elettriche. Esso si propaga alla velocità della luce  $c$  e esercita una forza su corpi elettricamente carichi. Il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  in un punto è definito come il rapporto tra la forza elettrica  $\vec{F}$  agente sulla carica di prova ed il valore della carica  $q$  stessa, purché la carica di prova sia sufficientemente piccola da provocare una perturbazione trascurabile sull'eventuale distribuzione di carica che genera il campo. Il campo è dunque indipendente dal valore della carica di prova usata: ciò permette di affermare che il campo elettrico è una proprietà caratteristica dello spazio.

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad (2.1)$$

Dalla definizione si nota immediatamente che l'unità di misura del campo elettrico è:  $N/C$ , la quale è equivalente a  $V/m$ .

Le linee di campo sono uscenti da cariche positive e entranti su cariche negative

(Figura 2.1), questa è la motivazione per cui all'interno dei reticoli cristallini i cationi risentono di una forza concorde con il verso del campo elettrico mentre gli anioni risentono di una forza di verso opposto a quello del campo elettrico.

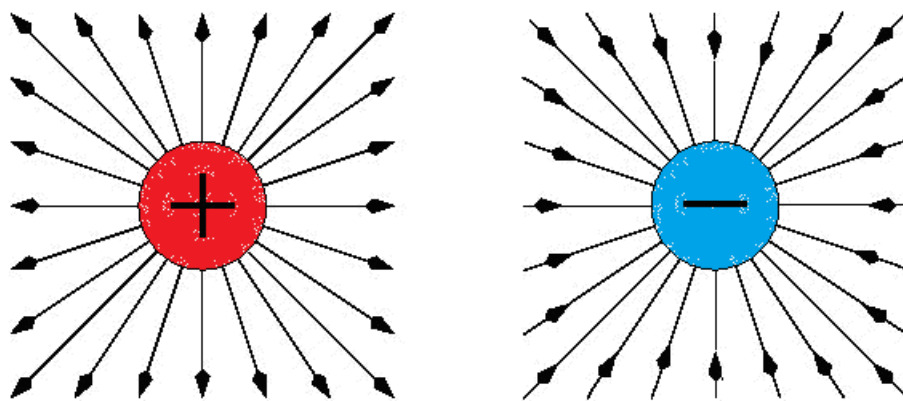


Figura 2.1. Linee di campo elettrico su cariche di prova

I cristalli vengono classificati sistematicamente sulla base del riconoscimento degli elementi geometrici di simmetria della struttura cristallina; gli elementi di simmetria sono:

- assi di simmetria;
- piani di simmetria;
- centri di simmetria.

Unendo tutte le possibili combinazioni degli elementi di simmetria si originano 32 *classi cristalline* che formano 7 sistemi cristallini (Figura 2.2). Di queste 32 classi 11 sono centrosimmetriche (cioè hanno un centro di simmetria) e le restanti 21 non lo sono.

Quando un materiale dielettrico cristallino con un centro di simmetria è soggetto ad un campo elettrico, a causa della presenza della simmetria le forze agenti sui cationi e sugli anioni si annullano a vicenda comportando una deformazione pari a zero nel caso di legami chimici perfetti. Tuttavia, poiché i legami chimici non sono perfettamente allineati gli uni con gli altri, avremo lo stesso una deformazione del reticolo molto piccola e proporzionale al quadrato dell'intensità del campo elettrico esterno. La deformazione è quindi indipendente dal verso di applicazione del campo elettrico. Questo fenomeno è denominato effetto elettrostrittivo ed è comune a tutti

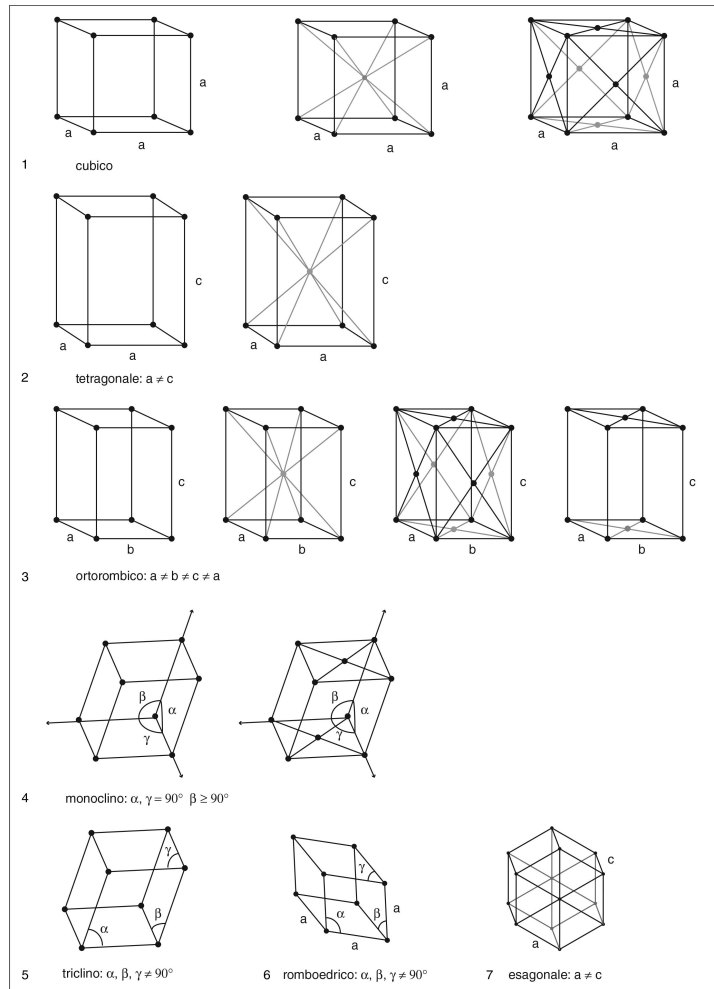


Figura 2.2. I sette sistemi cristallini, a loro volta suddivisi in 14 reticoli di Bravais

i dielettrici cristallini.

Nel caso in cui il dielettrico non abbia un centro di simmetria e sia soggetto ad un campo elettrico esterno allora avverrà un movimento asimmetrico degli ioni contenuti nel reticolo cristallino e questo risulterà in una deformazione netta del materiale direttamente proporzionale all'intensità del campo elettrico. Questi materiali sono definiti *piezoelettrici*.

La classificazione dei materiali dielettrici sulla base della loro risposta agli stimoli esterni è rappresentata in Figura 2.3.

Un'ulteriore classificazione dei dielettrici cristallini si basa sulla loro polarità. Nei dielettrici polari i baricentri delle cariche elettriche positive e negative che costituiscono il cristallo non coincidono e formano quindi un dipolo permanente; applicando un campo elettrico esterno i dipoli tendono ad orientarsi secondo la direzione del

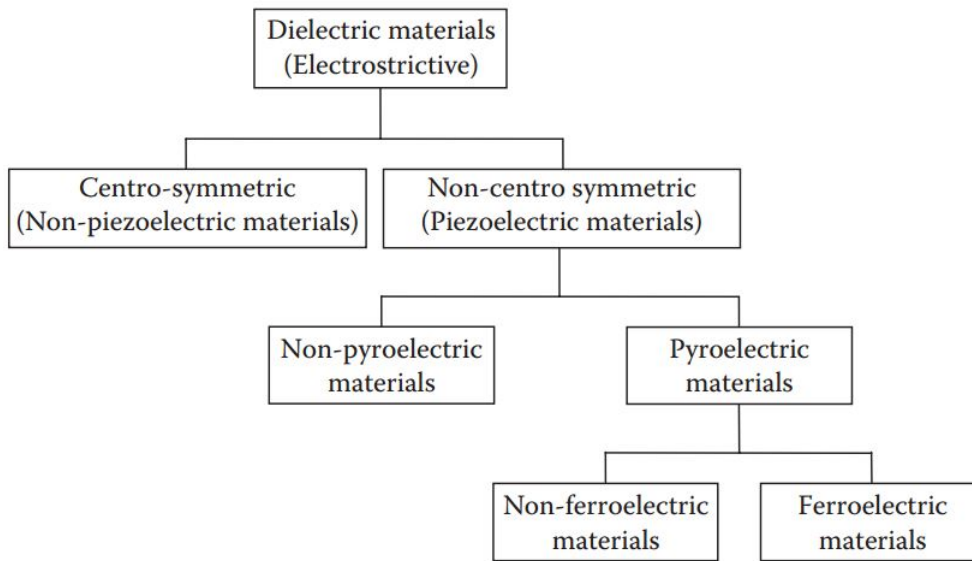


Figura 2.3. Classificazione dei materiali dielettrici [1]

campo esterno e questo fenomeno è definito polarizzazione per orientamento. Nei dielettrici non polari i baricentri delle cariche elettriche positive e negative del cristallo coincidono e il materiale si polarizza soltanto sotto l'azione di un campo elettrico esterno il quale comporta la formazione di un dipolo elettrico indotto.

## 2.1 Momento di dipolo e polarizzazione

In questa trattazione verranno presi in considerazione soltanto i dielettrici cristallini polari, è quindi buona norma richiamare il concetto di momento di dipolo e di polarizzazione.

In un atomo o molecola polare il centro delle cariche positive e quello delle cariche negative non coincide. Si indicherà con  $d$  la distanza che li separa. Questa separazione porta alla formazione di un momento di dipolo elettrico  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = q \vec{d}; \quad (2.2)$$

dove  $q$  è il valore della carica e  $\vec{p}$  è il vettore del momento il cui verso parte dalla carica negativa fino ad arrivare alla carica positiva ed ha come unità di misura il  $Cm$ .

Poiché all'interno di un materiale cristallino vi sono molteplici unità elementari, ognuna costituita da un proprio momento di dipolo, il dipolo del sistema sarà dato

dalla somma di tutti i momenti di dipolo di ogni singolo cristallo:

$$\sum_i \vec{p}_i \quad (2.3)$$

La polarizzazione di un dielettrico cristallino genera un campo elettrico all'interno del materiale che contrasta il campo elettrico esterno. Nei dielettrici polari solitamente i dipoli sono disposti in modo casuale e quindi in assenza di un campo elettrico esterno la polarizzazione netta è zero; mentre se sono soggetti ad un campo elettrico esterno i dipoli tendono ad orientarsi secondo la direzione del campo elettrico esterno appunto contrastandolo. La polarizzazione aumenta all'aumentare del campo elettrico esterno ed è definito come il momento di dipolo totale per unità di volume di materiale:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V} \quad (2.4)$$

La sua unità di misura è  $C/m^2$ .

Quando un materiale dielettrico è soggetto ad un campo elettrico, nel materiale si genera una polarizzazione finita (polarizzazione indotta in materiali non polari e orientazione dei dipoli in materiali polari). All'interno del materiale è possibile misurare la densità di carica elettrica ( $D$ ) dovuta ai due contributi, del campo elettrico esterno  $\vec{E}$  e della polarizzazione  $\vec{P}$ :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2.5)$$

dove  $\epsilon_0 = 8.8541878176 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$  è la costante dielettrica nel vuoto ed è possibile notare come  $\vec{P}$  abbia le stesse unità di misura di  $\vec{D}$ .  $\vec{D}$  può essere espressa anche in questo modo:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (2.6)$$

dove  $\epsilon$  è la costante dielettrica propria del materiale dielettrico stesso, mentre  $\epsilon_r$  è la costante dielettrica relativa del materiale rispetto a quella del vuoto ( $\epsilon_0$ ):

$$\epsilon_r = \frac{D}{\epsilon_0 E} \quad (2.7)$$

$\epsilon_r$  non ha unità di misura ed è sempre una quantità maggiore o uguale a 1.

La polarizzazione  $\vec{P}$  è correlata direttamente con il campo elettrico applicato  $\vec{E}$  tramite:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (2.8)$$

dove  $\chi$  è la suscettibilità elettrica del materiale.

Dalle equazioni 2.5, 2.6, 2.8 è possibile ottenere la relazione tra la costante dielettrica relativa del materiale  $\epsilon_r$  e la sua suscettibilità  $\chi$ :

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad (2.9)$$

### 2.1.1 Polarizzazione spontanea

Con il termine polarizzazione spontanea si intende una polarizzazione intrinseca nel materiale, la quale esiste indipendentemente dalla presenza o assenza di un campo elettrico esterno. Questo fenomeno si ritrova nei materiali piroelettrici e in quelli ferroelettrici con tuttavia delle differenze.

Nei materiali ferroelettrici la direzione, il modulo e il verso della polarizzazione intrinseca può essere variata tramite l'applicazione di un campo elettrico esterno: questo permette di variare a piacimento la polarizzazione. Invece nei materiali piroelettrici ciò non accade: la loro polarizzazione intrinseca è normalmente impercettibile poiché le cariche superficiali vengono compensate dalle cariche presenti nell'ambiente circostante ad esse. Tuttavia si è a conoscenza di questa polarizzazione poiché variando la temperatura del materiale si ottengono variazioni sulla polarizzazione dimostrandone l'esistenza.

## 2.2 Elettrostrizione

L'effetto elettrostrittivo è l'effetto di deformazione di un materiale in seguito all'applicazione di un campo elettrico esterno: il campo polarizza il materiale comportando una particolare disposizione dei dipoli e quindi una conseguente deformazione. Questo effetto è proprio di tutti i materiali dielettrici.

La deformazione  $x$  è legata alla polarizzazione  $P$  tramite la formula:

$$x = QP^2 \quad (2.10)$$

dove  $Q$  è il coefficiente di elettrostrizione proprio del materiale.

Se prendiamo in considerazione materiali con grandi costanti dielettriche ( $P \gg \epsilon_0 E$ ) è possibile riscrivere l'equazione 2.5 come:

$$x = QD^2 = Q\epsilon^2 E^2 \quad (2.11)$$

Questa equazione mostra come la deformazione  $x$  dipenda dal quadrato del campo elettrico applicato  $E$  ma non dalla sua polarità. La forma tensoriale dell'equazione 2.11 è la seguente:

$$x_{ij} = Q_{ijkl} D_{km} D_{ml} \quad (2.12)$$

dove  $x$  e  $D$  sono tensori del secondo ordine e  $Q$  uno del quarto ordine.

Sebbene l'elettrostrizione sia una caratteristica intrinseca di tutti i materiali dielettrici, essa risulta particolarmente pronunciata in due materiali: Piombo niobato di magnesio ( $PMN$ ) e nella lega piombo niobato di magnesio-titanato di piombo ( $PMN-PT$ ). Il fenomeno di elettrostrizione all'interno del  $PMN$  ceramico produce una deformazione di  $10^{-4}$  per un campo elettrico applicato di  $1MV/m$ .

## 2.3 Effetto piroelettrico

I materiali che esibiscono questo effetto non hanno apparentemente una polarizzazione, tuttavia con l'aumentare della temperatura è possibile misurare una variazione del momento di dipolo. Sono usati solitamente come sensori di radiazione infrarossa. L'effetto piroelettrico è descritto dalla seguente equazione:

$$dP_s = -pdT \quad (2.13)$$

dove  $dT$  è la variazione infinitesima di temperatura,  $dP_s$  è la variazione infinitesima di polarizzazione del materiale e  $p$  è il coefficiente piroelettrico ( $\frac{C}{Km^2}$ ). Il segno meno indica che ad una variazione positiva di temperatura corrisponde un decremento in termini di polarizzazione. L'analisi tensoriale mostra che siccome la temperatura è uno scalare e la polarizzazione è un vettore allora il coefficiente piroelettrico deve essere necessariamente un vettore.

In alcune applicazioni, come il sensore di radiazioni infrarosse, il materiale subisce un incremento di temperatura costante e la densità di corrente elettrica  $J$  che si genera in seguito all'applicazione di un gradiente di temperatura è la seguente:

$$J = -\frac{1}{A} \frac{dQ}{dT} = -\frac{dP_s}{dt} = -\frac{dP_s}{dT} \frac{dT}{dt} \quad (2.14)$$

e riprendendo l'equazione 2.13 è possibile scrivere:

$$J = -p \frac{dT}{dt} \quad (2.15)$$

In questo modo ponendo il materiale piroelettrico sotto un fascio di raggi infrarossi, si ha un aumento di temperatura del materiale e conseguentemente la generazione di un moto di cariche: collegando il materiale ad un circuito esterno si genera una corrente alternata, la quale dopo essere stata raddrizzata può portare alla rilevazione dei raggi infrarossi (Figura 2.4).

## 2.4 Effetto piezoelettrico

I materiali dielettrici appartenenti alle 21 classi che non sono centrosimmetriche sono definiti piezoelettrici.

La differenza principale dall'effetto di elettrostrizione è che in questo caso la deformazione è direttamente proporzionale al campo elettrico applicato  $E$  e di conseguenza dipende anche in termini di verso di polarità.

L'effetto piezoelettrico può essere suddiviso in due sotto effetti:

- effetto piezoelettrico inverso;
- effetto piezoelettrico diretto.



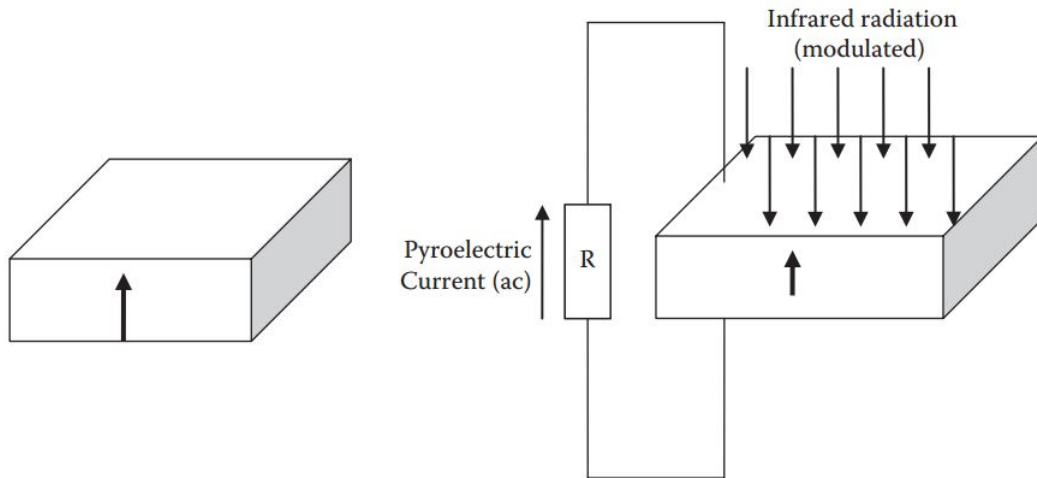


Figura 2.4. Moto di cariche in un materiale piroelettrico colpito da un fascio di raggi infrarossi [1]

**Effetto piezoelettrico inverso** L'effetto piezoelettrico inverso consiste nella deformazione marcata del materiale quando è sottoposto all'azione di un campo elettrico esterno. Questa deformazione è proporzionale al campo elettrico applicato e non proporzionale al suo quadrato come avviene nell'effetto di elettrostrizione. In Figura 2.5 è mostrato un esempio di effetto piezoelettrico inverso. Il materiale è intrinsecamente polarizzato e viene collegato mediante un circuito elettrico ad un generatore di corrente continua (DC). Se la direzione del campo elettrico generato è concorde con la polarizzazione allora si genera una deformazione a trazione del componente, viceversa si genera una deformazione a compressione.

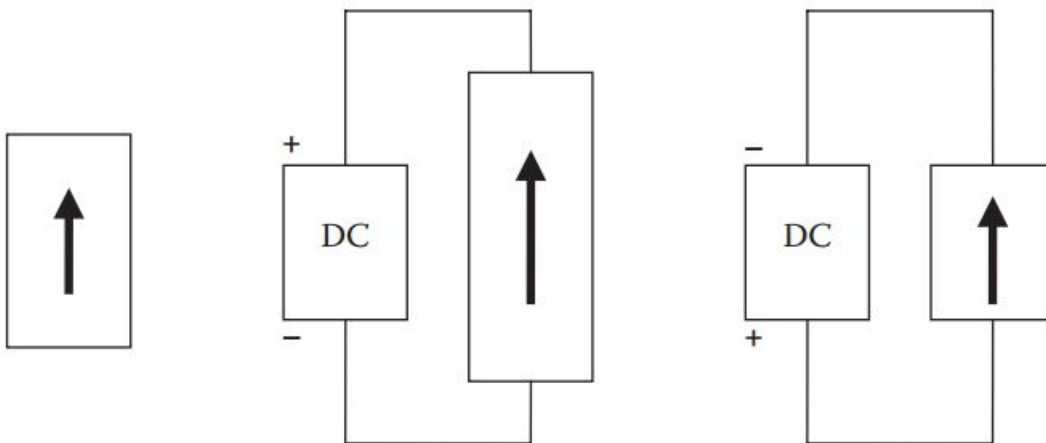


Figura 2.5. Effetto piezoelettrico inverso [1]

Nel caso in cui si utilizzasse un generatore di corrente alternata (AC) si avrebbe un alternarsi di deformazioni di compressione e di trazione con la medesima frequenza della corrente applicata. Questo movimento genera vibrazioni intorno al materiale.

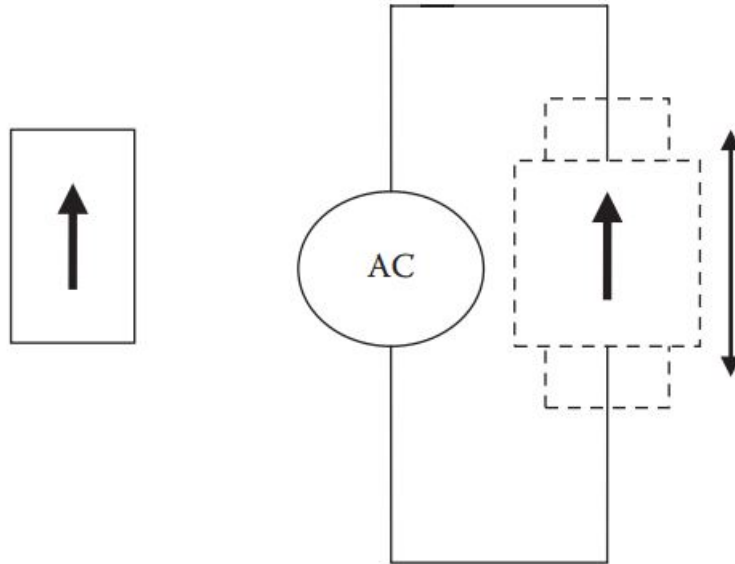


Figura 2.6. Effetto piezoelettrico inverso con generatore AC [1]

**Effetto piezoelettrico diretto** L'effetto piezoelettrico diretto basa i suoi principi sugli stessi rispetto a quello inverso. In Figura 2.7 è mostrato un esempio di effetto piezoelettrico diretto: il materiale polarizzato viene collegato tramite un circuito ad un misuratore di tensione il quale misurerà la differenza di potenziale ai capi del materiale. Al materiale viene fornito primariamente una forza di trazione (concorde con il verso di polarizzazione) e in seconda istanza una forza di compressione (di verso opposto a quello di polarizzazione del materiale). In entrambi i casi il voltmetro misura una differenza di potenziale: nel primo caso sarà positiva e nel secondo caso negativa.

In entrambi i casi l'effetto piezoelettrico ritrova un numero notevole di applicazioni in ambito ingegneristico poiché consente la conversione da energia elettrica a energia meccanica e viceversa.

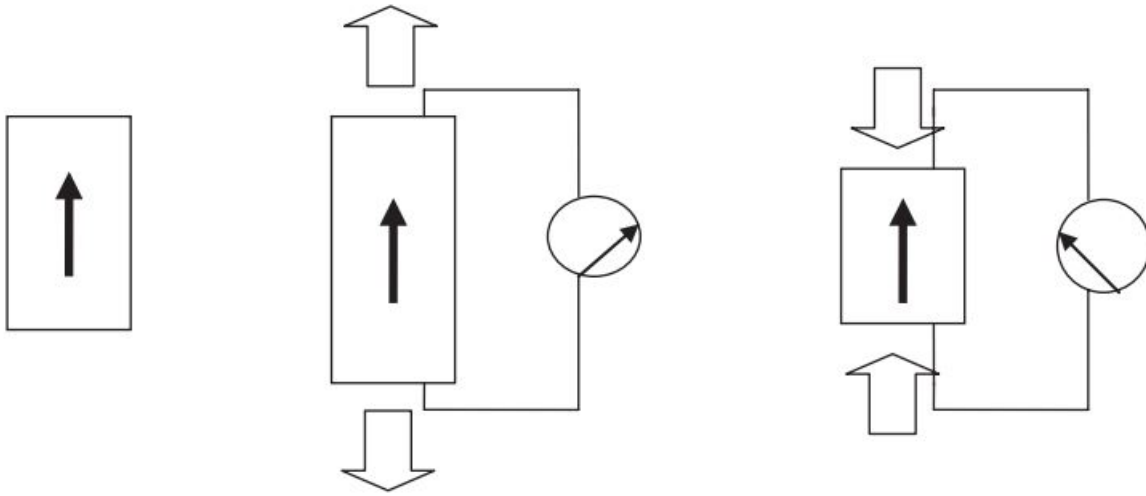


Figura 2.7. Effetto piezoelettrico diretto [1]

## 2.5 Materiali ferroelectrici

I materiali ferroelectrici esibiscono sia i comportamenti dei materiali piroelectrici sia quelli dei materiali piezoelectrici; in particolare si differenziano poiché possono variare la loro polarizzazione attraverso l'applicazione di un campo elettrico esterno. Questi materiali hanno 4 proprietà specifiche:

- isteresi ferroelectrica;
- polarizzazione spontanea,
- polarizzazione reversibile;
- temperatura di transizione ferroelectrica.

Nei materiali ferroelectrici la relazione che lega la polarizzazione del materiale con il campo elettrico esterno è non lineare.

**Domini** I domini del materiale ferroelectrico sono regioni di materiale microscopiche le quali sono costituite da dipoli elettrici aventi tutti la medesima direzione a causa di forze interne a corto raggio generate da un campo elettrico interno al materiale. Ogni dominio ha una propria direzione di polarizzazione spontanea e solitamente all'interno del materiale ferroelectrico la disposizione casuale di questi domini consente una polarizzazione netta uguale a zero. Quando un campo elettrico esterno viene applicato al materiale, i suoi dipoli tendono ad orientarsi secondo la direzione del campo elettrico: in particolare i domini con la stessa direzione del

campo esterno aumenteranno di intensità, viceversa gli altri tenderanno a ridursi e a orientarsi secondo la direzione del campo elettrico esterno.

**Isteresi** In Figura 2.8 è mostrata la relazione tra polarizzazione e campo elettrico per un materiale ferroelettrico.

Nella situazione iniziale (punto 0) i domini sono orientati in modo casuale. Iniziando ad applicare un campo elettrico, la polarizzazione cresce inizialmente in modo lineare, per poi diventare non lineare fino a saturazione (punto  $B$ )  $P_0$ . In questo punto i domini sono tutti orientati nel verso del campo elettrico esterno.

Andando a diminuire l'intensità del campo elettrico esterno la curva non segue il percorso precedente ma rimane ad un livello di polarizzazione più alto fino ad arrivare alla polarizzazione rimanente ( $P_r$ ) in corrispondenza di campo elettrico nullo.

Al fine di ridurre la polarizzazione del materiale è necessario applicare un campo elettrico di verso opposto al precedente: questo comporta prima di tutto l'annullamento del momento di dipolo totale del materiale, e incrementando ulteriormente l'intensità del campo elettrico si arriva ad una polarizzazione nel verso opposto al precedente (fino a saturazione  $G$ ).

Riducendo l'intensità del campo elettrico si riduce anche l'intensità della polarizzazione, la quale arriverà al valore di  $-P_r$  in corrispondenza di un campo elettrico nullo, mentre arriverà a zero soltanto dopo aver invertito il verso del campo elettrico (punto  $E$ ). Aumentando ulteriormente il campo elettrico si ritorna a saturazione (punto  $B$ ) costituendo il ciclo di isteresi del materiale.

**Temperatura di transizione ferroelettrica** La polarizzazione spontanea dei materiali ferroelettrici scompare quando si trovano a temperature superiori a quella di transizione ferroelettrica, anche detta temperatura di Curie. Tale valore di temperatura è intrinseca di ogni materiale ferroelettrico e ne determina la transizione tra comportamento ferroelettrico e paraelettrico.

**Polarizzazione indotta** All'interno del materiale ferroelettrico può essere indotta una polarizzazione permanente tramite l'applicazione di un campo elettrico esterno. In Figura 2.9 è mostrato il processo di polarizzazione:

1. il materiale viene scaldato fino ad una temperatura prossima a quella di Curie (senza mai raggiungerla) in modo da aumentare la mobilità interna delle particelle;
2. un campo elettrico esterno viene applicato sul materiale per un periodo di tempo che dipende dal materiale e dalle sue dimensioni (generalmente 2 –

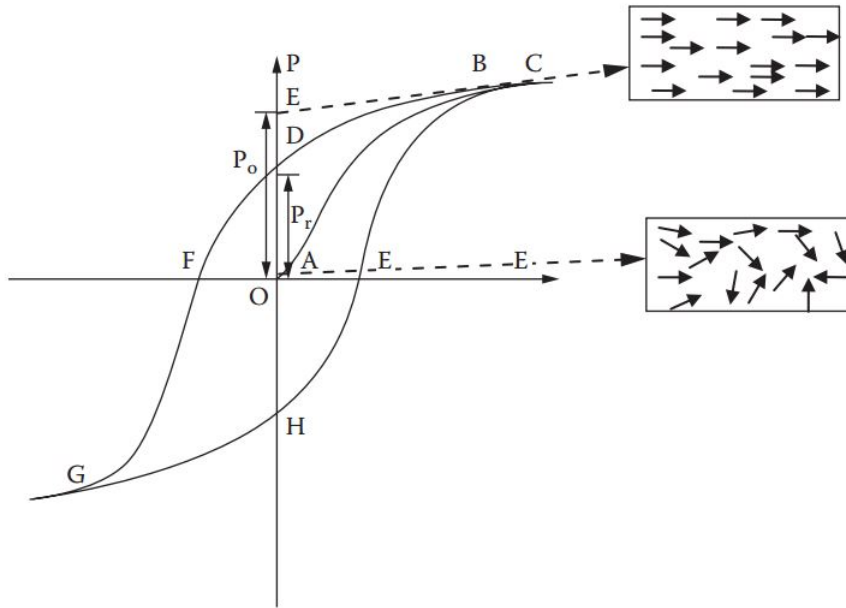


Figura 2.8. Grafico  $P - E$  per un materiale ferroelettrico [1]

- 3 ore). Al termine di questa fase tutti i domini hanno orientato il proprio momento di dipolo secondo il verso di polarizzazione del campo elettrico;
3. viene ridotta la temperatura mantenendo il campo elettrico applicato in modo tale che i domini rimangano orientati secondo il verso indotto;
  4. il materiale, giunto alla temperatura ambiente, sarà costituito da domini fissi e orientati, i quali conferiscono la massima polarizzazione.

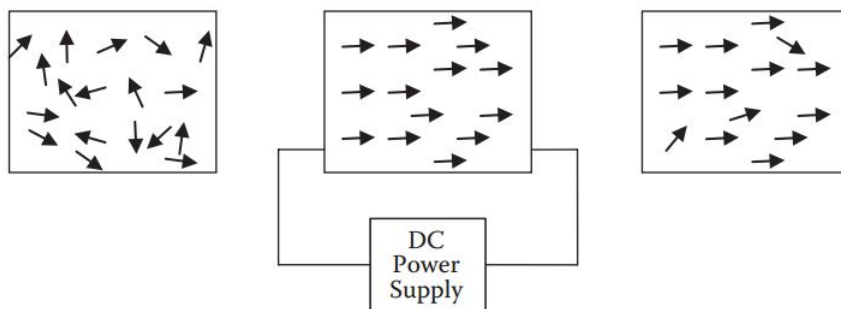


Figura 2.9. Meccanismo di polarizzazione di un materiale ferroelettrico [1]

**Applicazioni** La connivenza di effetto piezoelettrico e piroelettrico all'interno dei materiali ferroelettrici consente un impiego notevole in molti ambiti come mostrato in Figura 2.10. Essi possono fungere sia da sensori che da trasduttori e attuatori.

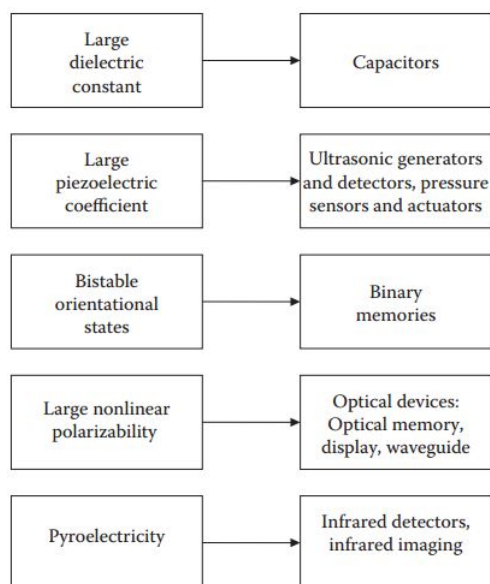


Figura 2.10. Relazione tra proprietà del materiale ferroelettrico e applicazione [1]

### 2.5.1 Piombo-zirconato di titanio

Uno dei materiali maggiormente utilizzati nelle applicazioni di trasduttori e attuatori è il piombo-zirconato di titanio (PZT). Il PZT è un materiale ceramico ferroelettrico con eccellenti proprietà meccaniche e piezoelettriche. La sua preparazione parte da una polvere molto fine e per questo è possibile creare qualsiasi geometria voluta come: disco, cilindro, piatto o film sottile.

Il PZT è un composto inorganico con una formula chimica del tipo:  $PbZr(Ti)O_3$ , quindi costituito da due ossidi: l'ossido piombo-zirconato ( $PbZrO_3$ ), il quale non è ferroelettrico, e l'ossido piombo-titanato ( $PbTiO_3$ ), il quale è invece ferroelettrico. La struttura assunta dal materiale è quella cristallina, in particolare la forma e la disposizione è quella della perovskite (Figura 2.11). La cella unitaria è costituita da atomi di piombo ai vertici, atomi di ossigeno al centro delle facce e un atomo di zirconio o titanio al centro della geometria.

La struttura cubica della cella unitaria esiste soltanto a temperature superiori a  $350^\circ C$  (temperatura di Curie del materiale) e in questo stato risulta paraelettrica. La costante di reticolo della struttura cubica è  $0.40nm$ .

Al di sotto della temperatura di curie il materiale subisce una leggera deformazione

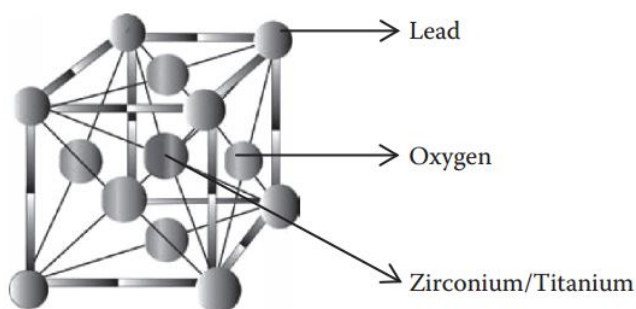


Figura 2.11. Struttura cristallina del PZT [1]

del reticolo di circa  $0.1\text{\AA}$ . La struttura del reticolo a temperature inferiori è tuttavia correlata alla composizione del materiale.

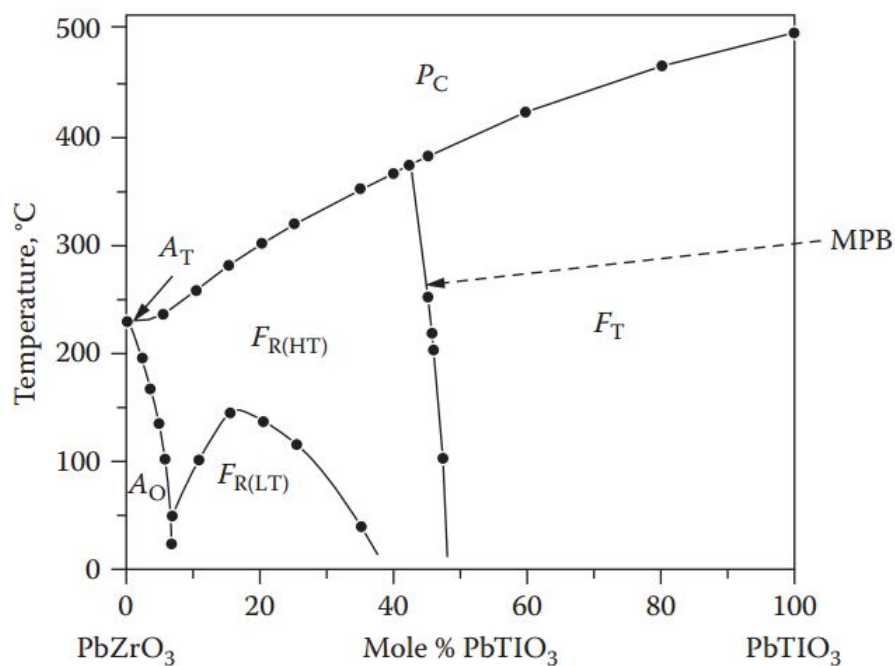


Figura 2.12. Diagramma di fase del materiale PZT [1]

Analizzando il diagramma di fase (Figura 2.12) è possibile notare come, per un valore di  $\text{PbTiO}_3 > 50\%$ , partendo da una temperatura maggiore di quella di Curie e procedendo verso temperature inferiori l'unità strutturale varia la sua geometria da cubica ( $P_C$ ) a tetragonale e il materiale acquisisce proprietà ferroelettriche ( $F_T$ ). Nel caso invece di composizione chimica ricca di piombo-zirconato ( $\text{PbZrO}_3 > 50\%$ )

il materiale varia la sua struttura da cubica a romboedrica al di sotto della temperatura di Curie. Tale struttura conferisce proprietà ferroelettriche al materiale ma è necessario suddividerla in due ulteriori categorie poiché vi sono due forme differenti di struttura romboedrica sulla base della temperatura: la prima esiste ad alta temperatura ( $F_{R(HT)}$ ) e la seconda a temperature inferiori ( $F_{R(LT)}$ ).

Tuttavia nel caso di alte concentrazioni di  $PbZrO_3$  ( $> 95\%$ ) il materiale rimane non ferroelettrico anche al di sotto della temperatura di Curie ( $A_O$ ). La zona di interesse all'interno del diagramma per le applicazioni ingegneristiche del PZT sono quelle vicine alla linea indicata come *MPB* (*morphotropic phase boundary*). Nell'intorno di questa fascia la composizione media è del 48% di  $PbTiO_3$  e del 52% di  $PbZrO_3$ . Allo stesso modo anche la struttura sarà in parte romboedrica e in parte tetragonale ma in entrambi i casi ferroelettrica.

All'interno della fase romboedrica ci sono 8 possibili direzioni di polarizzazione mentre in quella tetragonale ce ne sono 6, di conseguenza sono disponibili 14 direzioni differenti di polarizzazione e questo conferisce al materiale un'elevata sensibilità agli stimoli esterni.

Dalla Figura 2.13 si evince come il valore di picco del coefficiente piezoelettrico  $d_{33}$  sia in corrispondenza della composizione 48%  $PbTiO_3$  e 52%  $PbZrO_3$ . Per questa ragione la quasi totalità di piezoelettrici per applicazioni da trasduttori e attuatori hanno una composizione di questo tipo.

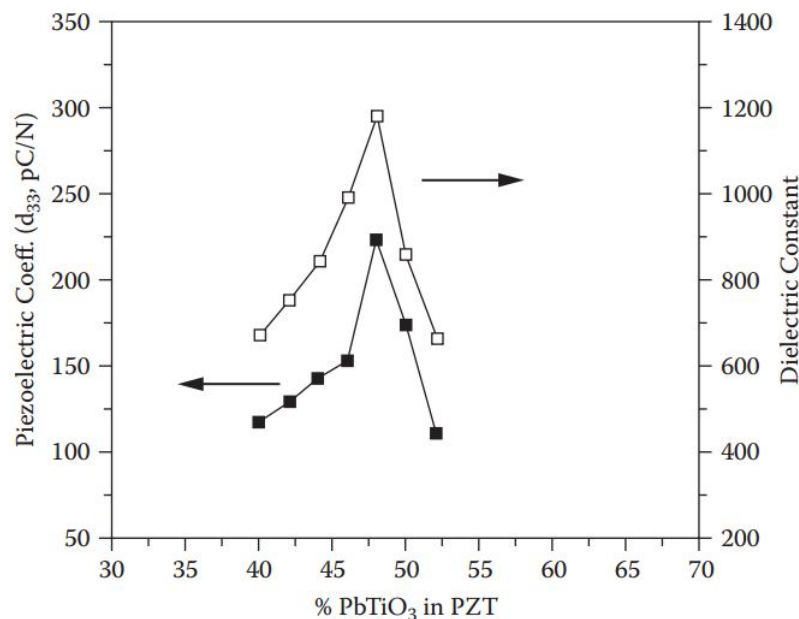


Figura 2.13. Relazione tra composizione del materiale piezoelettrico e proprietà piezoelettriche [1]





## Capitolo 3

# Caratteristiche dei materiali piezoelettrici

Le caratteristiche di un materiale piezoelettrico legano le grandezze meccaniche ed elettriche collegate con esso. In particolare per l'effetto piezoelettrico diretto si avrà una correlazione tra l'input meccanico sotto forma di sforzo ( $X$ ) o deformazione ( $x$ ) e l'output elettrico nella forma di densità di carica superficiale ( $D$  o  $P$ ), o campo elettrico ( $E$ ) o potenziale ( $V$ ). Per quanto riguarda l'effetto piezoelettrico inverso invece l'input e l'output risultano invertiti.

### 3.1 Coefficienti piezoelettrici

Nell'effetto piezoelettrico diretto le equazioni che mettono in relazione l'input meccanico (deformazione  $x$  o sforzo  $X$ ) all'output elettrico sono le seguenti:

$$D = ex \quad (3.1)$$

$$E = hx \quad (3.2)$$

$$D = dX \quad (3.3)$$

$$E = gX \quad (3.4)$$

le costanti  $e$ ,  $h$ ,  $d$ ,  $g$  sono i coefficienti piezoelettrici che descrivono l'effetto piezoelettrico diretto.

Le seguenti equazioni invece definiscono l'effetto piezoelettrico inverso:

$$X = e^*E \quad (3.5)$$

$$x = d^*e \quad (3.6)$$

$$X = h^*D \quad (3.7)$$

$$x = g^*D \quad (3.8)$$

In modo del tutto analogo i coefficienti  $e^*$ ,  $d^*$ ,  $h^*$ ,  $g^*$  descrivono l'effetto piezoelettrico inverso.

Attraverso l'uso dell'equazione 2.6 è possibile ritrovare le relazioni tra i coefficienti:

$$h = e/\epsilon \quad (3.9)$$

$$h^* = e^*/\epsilon \quad (3.10)$$

$$g = d/\epsilon \quad (3.11)$$

$$g^* = d^*/\epsilon \quad (3.12)$$

Poiché l'effetto piezoelettrico si manifesta soltanto transitoriamente è necessario considerare le variazioni delle precedenti grandezze per riuscire a definire i coefficienti piezoelettrici. In particolare nell'effetto piezoelettrico diretto sarà necessario porre in relazione una variazione infinitesima di deformazione o di sforzo alla variazione infinitesima di densità di carica o di campo elettrico. Facendo riferimento all'equazione 2.5, considerando un campo elettrico  $E$  costante, è possibile considerare una variazione infinitesima di  $D$  come una variazione infinitesima di  $P$ . Questo ci permette di definire in modo più preciso i coefficienti piezoelettrici diretti:

$$d = \left( \frac{\partial D}{\partial X} \right)_E \quad (3.13)$$

$$g = - \left( \frac{\partial E}{\partial X} \right)_D \quad (3.14)$$

$$e = \left( \frac{\partial D}{\partial x} \right)_E \quad (3.15)$$

$$h = - \left( \frac{\partial E}{\partial X} \right)_D \quad (3.16)$$

Allo stesso modo vengono definiti i coefficienti piezoelettrici inversi:

$$d^* = \left( \frac{\partial x}{\partial E} \right)_X \quad (3.17)$$

$$g^* = \left( \frac{\partial x}{\partial D} \right)_X \quad (3.18)$$

$$e^* = - \left( \frac{\partial X}{\partial E} \right)_x \quad (3.19)$$

$$h^* = - \left( \frac{\partial X}{\partial D} \right)_x \quad (3.20)$$

**Dimostrazione di uguaglianza dei coefficienti piezoelettrici** Sulla base di considerazioni termodinamiche è possibile ritrovare l'uguaglianza tra i coefficienti

piezoelettrici diretti e i corrispondenti inversi.

Per la prima legge della termodinamica una variazione di flusso di calore ( $Q$ ) riguardante un sistema comporta una variazione in termini di energia interna ( $U$ ) e di lavoro ( $W$ ):

$$dQ = dU + dW \quad (3.21)$$

Nel caso di trasformazioni reversibili è possibile scrivere il trasferimento di calore come prodotto della temperatura ( $T$ ) con la variazione di entropia  $S$  del sistema:  $dQ = TdS$ . Sostituendo questa espressione nell'equazione 3.21 si ottiene:

$$TdS = dU + dW \quad (3.22)$$

Considerando la temperatura  $T$ , la deformazione  $x$  e la densità di carica  $D$  come variabili indipendenti il lavoro compiuto sul sistema può essere espresso come:  $dW = -Xdx - EdD$ . In questo modo è possibile scrivere l'equazione 3.22 come:

$$TdS = dU - Xdx - EdD \quad (3.23)$$

Ora si consideri la trasformazione come isoterma e isocora e si scriva la variazione di energia libera di Helmholtz del sistema:

$$dA = dU - TdS - SdT \quad (3.24)$$

Sostituendo all'interno di questa equazione l'espressione di  $dU - TdS$  ricavata dall'equazione 3.23, si ottiene.

$$dA = Xdx + EdD - SdT \quad (3.25)$$

Poiché  $A$  è un differenziale perfetto, è possibile differenziare l'equazione 3.25, ottenendo:

$$h = \left( \frac{\partial X}{\partial D} \right)_{x,T} = \left( \frac{\partial E}{\partial x} \right)_{D,T} = h^* \quad (3.26)$$

Considerando invece la temperatura  $T$ , lo sforzo  $X$  e il campo elettrico  $E$  come variabili indipendenti e utilizzando l'espressione dell'energia libera di Gibbs (trasformazioni isocore e isobare) ( $G = U - TS - Xx - ED$ ), è possibile scrivere (differenziando):

$$dG = dU - TdS - SdT - xdX - Xdx - EdD - DdE \quad (3.27)$$

Sostituendo l'espressione  $dU - TdS$  con quella contenuta nell'equazione 3.23 si ottiene:

$$dG = -SdT - xdX - DdE \quad (3.28)$$

Poiché  $G$  è un differenziale perfetto, considerando  $T$  costante e differenziando l'equazione 3.28 si ritrova:

$$d = \left( \frac{\partial x}{\partial E} \right)_{X,T} = \left( \frac{\partial D}{\partial X} \right)_{E,T} = d^* \quad (3.29)$$

Allo stesso modo è possibile dimostrare che:

$$e = e^* \quad (3.30)$$

$$g = g^* \quad (3.31)$$

In tabella 3.1 sono riportati i coefficienti piezoelettrici con le rispettive unità di misura.

Coefficiente piezoelettrico	Definizione	Unità di misura
$d$	$\frac{\text{polarizzazione}}{\text{sforzo}}$	$C/N$
$g$	$\frac{\text{campo elettrico}}{\text{sforzo}}$	$Vm/N$
$e$	$\frac{\text{polarizzazione}}{\text{deformazione}}$	$C/m^2$
$h$	$\frac{\text{campo elettrico}}{\text{deformazione}}$	$V/m$
$d^*$	$\frac{\text{deformazione}}{\text{campo elettrico}}$	$m/V$
$g^*$	$\frac{\text{deformazione}}{\text{polarizzazione}}$	$m^2/C$
$e^*$	$\frac{\text{sforzo}}{\text{campo elettrico}}$	$N/Vm$
$h^*$	$\frac{\text{sforzo}}{\text{polarizzazione}}$	$N/C$

Tabella 3.1. Coefficienti piezoelettrici

L'effetto piezoelettrico diretto è governato da un'unica tipologia di equazione la quale mette in relazione la densità di carica superficiale con lo sforzo o la deformazione indotta. Nel caso in cui venga effettuato un certo tipo di sforzo sul materiale piezoelettrico allora l'equazione che descrive il fenomeno è la seguente:

$$D = dX + \epsilon^X E \quad (3.32)$$

dove  $\epsilon^X$  è la costante dielettrica del materiale nel caso di sforzo  $X$  costante.

Nel caso in cui invece si agisca sul materiale tramite una deformazione è possibile individuare un'altra equazione del tutto analoga alla 3.32:

$$D = dx + \epsilon^x E \quad (3.33)$$

dove  $\epsilon^x$  è la costante dielettrica del materiale nel caso di deformazione  $x$  costante.

Riassumendo è possibile affermare che le proprietà dei materiali piezoelettrici sono governate dai seguenti parametri:

- coefficienti piezoelettrici:  $d, g, h, e$ ;
- la costante dielettrica del materiale  $\epsilon$ ;
- parametri meccanici del materiale: costante elastica  $s$  (o modulo di Young) e costante di rigidità  $c$  (la quale è l'inverso del modulo di Young).

## 3.2 Forma tensoriale

Poiché tutte le grandezze fino ad ora descritte sono tensori di ordine differente tra loro è necessario chiarire la loro relazione all'interno delle equazioni tramite un'analisi tensoriale. Il sistema di coordinate utilizzato per la descrizione è mostrato in Figura 3.1: è un sistema in coordinate cartesiane dove gli assi X, Y e Z sono indicati rispettivamente con i numeri 1, 2 e 3 mentre le rotazioni (in senso antiorario) attorno agli assi X, Y e Z sono rappresentate dai numeri 4, 5 e 6. La costante dielettrica,

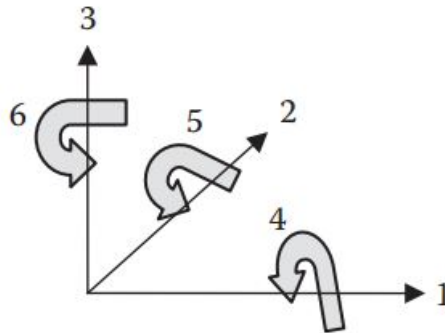


Figura 3.1. Sistema di coordinate cartesiane usato per l'analisi tensoriale [1]

inserita nell'equazione con i vettori  $D$  ed  $E$ , è un tensore del secondo ordine. La costante elastica del materiale, che pone in relazione due tensori di secondo ordine  $X$  e  $x$ , è un tensore del quarto ordine. I coefficienti piezoelettrici sono tensori del terzo ordine: mettono in relazione tra loro tensori del secondo ordine (deformazioni e sforzi) con vettori (densità di carica e campo elettrico).

### Coefficiente piezoelettrico $d$

Considerando l'equazione 3.3, essa mette in relazione due tensori del secondo ordine  $D$  e  $X$ :

$$D = dX \quad (3.34)$$

Lo sforzo  $X$  è rappresentabile come una matrice  $3 \times 3$  simmetrica, avente quindi soltanto 6 componenti indipendenti:

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

La densità di carica superficiale  $D$  è un vettore con le seguenti componenti:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

In relazione alla rappresentazione appena fornita è possibile riscrivere l'equazione 3.34 nelle 3 componenti:

$$D_1 = d_{111}X_{11} + d_{112}X_{12} + d_{113}X_{13} + d_{121}X_{21} + d_{122}X_{22} + d_{123}X_{23} + d_{131}X_{31} + d_{132}X_{32} + d_{133}X_{33} \quad (3.37)$$

$$D_2 = d_{211}X_{11} + d_{212}X_{12} + d_{213}X_{13} + d_{221}X_{21} + d_{222}X_{22} + d_{223}X_{23} + d_{231}X_{31} + d_{232}X_{32} + d_{233}X_{33} \quad (3.38)$$

$$D_3 = d_{311}X_{11} + d_{312}X_{12} + d_{313}X_{13} + d_{321}X_{21} + d_{322}X_{22} + d_{323}X_{23} + d_{331}X_{31} + d_{332}X_{32} + d_{333}X_{33} \quad (3.39)$$

Considerando l'uguaglianza dei termini della matrice simmetrica ( $X_{12} = X_{21}$ ,  $X_{13} = X_{31}$ ,  $X_{23} = X_{32}$ ) è possibile riscrivere le equazioni nel seguente modo:

$$D_1 = d_{111}X_{11} + (d_{112} + d_{121})X_{12} + (d_{113} + d_{131})X_{13} + d_{122}X_{22} + (d_{123} + d_{132})X_{23} + d_{133}X_{33} \quad (3.40)$$

$$D_2 = d_{211}X_{11} + (d_{212} + d_{221})X_{12} + (d_{213} + d_{231})X_{13} + d_{222}X_{22} + (d_{223} + d_{232})X_{23} + d_{233}X_{33} \quad (3.41)$$

$$D_3 = d_{311}X_{11} + (d_{312} + d_{321})X_{12} + (d_{313} + d_{331})X_{13} + d_{322}X_{22} + (d_{323} + d_{332})X_{23} + d_{333}X_{33} \quad (3.42)$$

Ora è possibile ridurre il tensore di secondo grado  $X_{ij}$  tramite un'altra notazione: i valori di  $i$  e  $j$ , varianti da 1 a 3, verranno sostituiti da numeri varianti da 1 a 6 comprensivi delle rotazioni lungo gli assi di riferimento.

$$\begin{aligned} X_{11} &\equiv X_1; & X_{22} &\equiv X_2; & X_{33} &\equiv X_3; & X_{23} = X_{32} &\equiv X_4; \\ X_{31} &= X_{13} &\equiv X_5; & X_{12} = X_{21} &\equiv X_6 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Di conseguenza è possibile riscrivere le equazioni 3.40, 3.41, 3.42 in questo modo:

$$D_1 = d_{11}X_1 + d_{12}X_2 + d_{13}X_3 + d_{14}X_4 + d_{15}X_5 + d_{16}X_6 \quad (3.44)$$

$$D_2 = d_{21}X_1 + d_{22}X_2 + d_{23}X_3 + d_{24}X_4 + d_{25}X_5 + d_{26}X_6 \quad (3.45)$$

$$D_3 = d_{31}X_1 + d_{32}X_2 + d_{33}X_3 + d_{34}X_4 + d_{35}X_5 + d_{36}X_6 \quad (3.46)$$

$$(3.47)$$

dove:

$$\begin{aligned} d_{11} &\equiv d_{111}; d_{12} \equiv d_{122}; d_{13} \equiv d_{133}; d_{14} \equiv d_{123} + d_{132} \\ d_{15} &\equiv d_{113} + d_{131}; d_{16} \equiv d_{112} + d_{121} \end{aligned} \quad (3.48)$$

e

$$\begin{aligned} d_{123} = d_{132} &= \frac{d_{14}}{2} \\ d_{113} = d_{131} &= \frac{d_{15}}{2} \\ d_{112} = d_{121} &= \frac{d_{16}}{2} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Le equazioni appena descritte possono essere riassunte in forma matriciale, poiché saranno trattate in questo modo anche dal software di simulazione COMSOL Multiphysics:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Inoltre per quanto riguarda l'effetto piezoelettrico diretto è possibile esprimere anche le relazioni tra deformazione e densità di carica, deformazione e campo elettrico, sforzo e campo elettrico.

In modo analogo è possibile scrivere le relazioni inverse per l'effetto piezoelettrico inverso, ad esempio la relazione tra sforzo  $X$  e campo elettrico  $E$ :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$



Sulla base delle simmetrie del sistema piezoelettrico in analisi è possibile semplificare notevolmente le matrici dei parametri piezoelettrici.

La maggior parte dei materiali piezoelettrici usati sono isotropi, tuttavia poiché vengono polarizzati in una direzione specifica essi perdono la caratteristica di isotropia. Convenzionalmente la direzione di polarizzazione è presa parallela all'asse  $z$  (direzione 3). Questo comporta che il materiale abbia infiniti assi di simmetria disposti lungo la direzione di polarizzazione e un infinito numero di piani di riflessione anch'essi paralleli alla direzione di polarizzazione.

Le matrici dei coefficienti piezoelettrici ( $[d]$ ,  $[e]$ ,  $[h]$ ,  $[g]$ ) si semplificano notevolmente, avendo soltanto tre componenti indipendenti. Ad esempio la matrice  $[d]$  può essere riscritta nel seguente modo:

$$[d] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

o  $[d^*]$ :

$$[d^*] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

dove  $d_{13} = d_{31}$  e  $d_{15} = d_{51}$ .

Ora è necessario analizzare con cura cosa rappresentino i parametri  $d_{31}$ ,  $d_{15}$  e  $d_{33}$ .  $d_{33}$  mette in relazione la densità di carica superficiale  $D_3$  con lo sforzo  $X_3$ :

$$D_3 = d_{33}X_3 \quad (3.54)$$

e in notazione completa:

$$D_3 = d_{333}X_{33} \quad (3.55)$$

Le equazioni appena esposte mostrano una particolarità dell'effetto piezoelettrico diretto in cui uno sforzo di compressione o di trazione agente sulla faccia 3 in direzione 3 genera una variazione della densità di carica sulla faccia 3. Questo modalità è chiamata *modo longitudinale*.

$d_{31}$  mette in relazione la densità di carica superficiale  $D_3$  con lo sforzo  $X_1$ :

$$D_3 = d_{31}X_3 \quad (3.56)$$

e in notazione completa:

$$D_3 = d_{311}X_{11} \quad (3.57)$$

L'equazione descrive l'effetto piezoelettrico diretto quando lo sforzo di compressione o trazione viene applicato sulla faccia 1 in direzione 1 e la variazione di densità di carica avviene sulla faccia 3. Tale modalità è definita *modo trasversale*.

$d_{15}$  mette in relazione la densità di carica superficiale  $D_1$  con lo sforzo  $X_5$ :

$$D_1 = d_{15}X_5 \quad (3.58)$$

e in notazione completa:

$$D_1 = d_{113}X_{13} \quad (3.59)$$

In questo caso il modo descritto è quello *di taglio*: dove lo sforzo agisce di taglio sulla superficie 1 nella direzione 3 e il risultato è una variazione della densità di carica sulla faccia 1.

In Figura 3.2 sono riassunti i tre modi appena descritti. Un ragionamento analogo

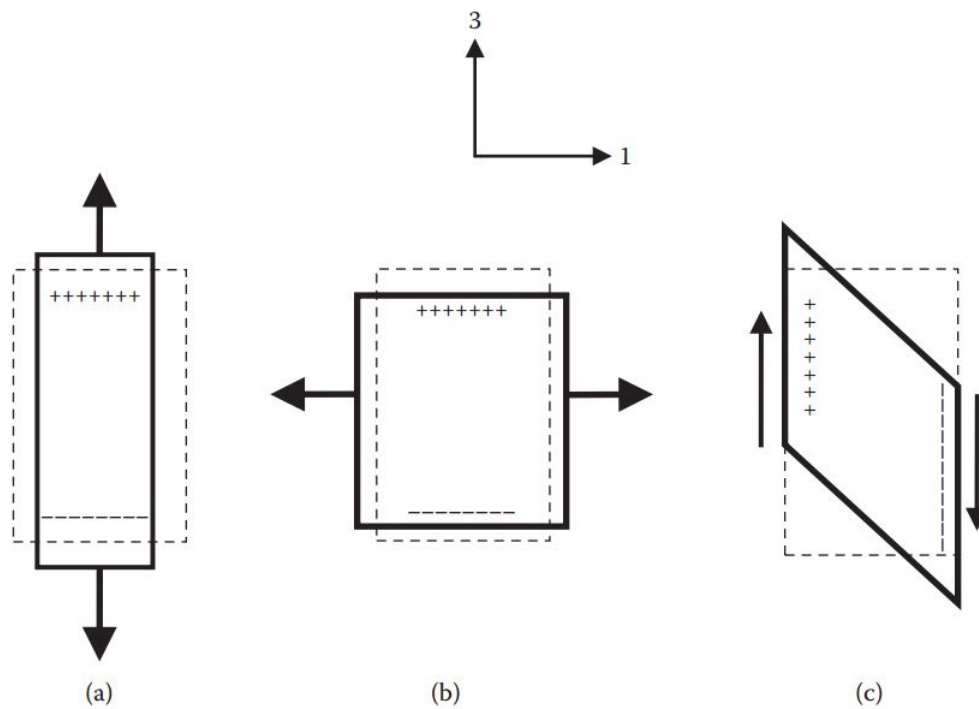


Figura 3.2. Effetto piezoelettrico diretto:(a) modo longitudinale, (b) modo trasversale, (c) modo di taglio [1]

viene svolto per l'effetto piezoelettrico inverso, dove i coefficienti  $e_{33}$ ,  $e_{31}$ ,  $e_{15}$  sono gli unici indipendenti. Le equazioni 3.60, 3.61, 3.62 rappresentano rispettivamente

il modo longitudinale, il modo trasversale e quello di taglio.

$$X_3 = e_{33}E_3 \quad (3.60)$$

$$X_3 = e_{31}E_1 \quad (3.61)$$

$$X_5 = e_{51}E_1 \quad (3.62)$$

$$(3.63)$$

### Parametri meccanici

Nell'analisi dei materiali piezoelettrici le proprietà meccaniche di maggiore interesse sono la costante di elasticità e quella di rigidità. Queste due grandezze sono dei tensori di quarto ordine e mettono in relazione tra loro lo sforzo  $X$  e la deformazione  $x$ :

$$x_{ij} = s_{ijkl}X_{kl} \quad (3.64)$$

$$X_{ij} = c_{ijkl}x_{kl} \quad (3.65)$$

dove  $s$  è il tensore di elasticità e  $c$  quello di rigidità. Si noti come queste due grandezze siano una l'inverso dell'altra.

I pedici  $i, j, k, l$  nella notazione completa assumono i valori da 1 a 3 mentre in quella ridotta rimangono soltanto i pedici  $i, j$  varianti da 1 a 6:

$$x_i = s_{ij}X_j \quad (3.66)$$

$$X_i = c_{ij}x_j \quad (3.67)$$

L'equazione 3.66 può essere riscritta in forma matriciale nel seguente modo:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

Allo stesso modo è possibile riformulare l'equazione 3.67 e in entrambi i casi le matrici relative a costante elastica e costante di rigidezza sono simmetriche, quindi delle 36 componenti di cui sono composte soltanto 21 di esse sono indipendenti.

Questi parametri sono di fondamentale interesse poiché permetteranno di modellare il comportamento meccanico del materiale sottoposto a sforzo o a deformazione.

Anche questi parametri meccanici si semplificano a causa della polarizzazione del

materiale piezoelettrico:

$$[s] = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

con  $s_{11} = s_{22}$ ,  $s_{12} = s_{21}$ ,  $s_{13} = s_{31}$ ,  $s_{23} = s_{32}$ ,  $s_{44} = s_{55}$ ,  $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$ .

### Parametri dielettrici

La costante dielettrica  $\epsilon$  del materiale mette in relazione tra loro la densità di carica superficiale  $D$  e l'intensità del campo elettrico  $E$ . L'equazione che regola questa relazione è la seguente:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \quad (3.70)$$

L'equazione 3.70 può essere scritta in forma matriciale nel seguente modo, considerando che  $\epsilon$  è un tensore del secondo ordine:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

Così come i coefficienti piezoelettrici e i parametri meccanici, anche la matrice dielettrica del materiale può essere semplificata:

$$[\epsilon] = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

dove  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ .

## 3.3 Analisi effetto piezoelettrico diretto

L'effetto piezoelettrico diretto consiste nella conversione di energia meccanica in energia elettrica. In dettaglio quando si applica una forza su un materiale piezoelettrico, esso genera uno squilibrio di cariche sulle proprie facce; tale squilibrio porta alla formazione di un campo elettrico e quindi ad una differenza di potenziale, la quale può essere sfruttata tramite un circuito elettrico esterno.

Come è stato espresso nelle sezioni precedenti, le modalità di sfruttamento di tale effetto deve sottostare a caratteristiche intrinseche del materiale, il quale può avere

differenti coefficienti piezoelettrici e quindi una maggiore o minore convenienza nello sfruttamento di modi longitudinali, trasversali o di taglio.

Ora sarà analizzato un esempio di effetto piezoelettrico diretto che sfrutta una forza in direzione 3 per sviluppare uno squilibrio di cariche sulle facce 3 (modo longitudinale):

$$E_3 = g_{33}X_3 \quad (3.73)$$

Adottando una geometria del materiale piezoelettrico a forma di parallelepipedo con dimensioni  $w$ ,  $l$ , e  $t$  è possibile risalire alla formula che fornisce la differenza di potenziale  $V$  che si crea tra le facce sottoposte ad una forza longitudinale  $F_3$ :

$$\frac{V}{t} = g_{33} \frac{F_3}{lw} \quad (3.74)$$

Nel caso in cui invece fosse necessario sfruttare il modo trasversale, il coefficiente di riferimento sarebbe  $g_{31}$ :

$$E_3 = g_{31}X_1 \quad (3.75)$$

e la formula per il calcolo del potenziale diventerebbe:

$$\frac{V}{t} = g_{31} \frac{F_1}{tw} \quad (3.76)$$

In Figura 3.3 vengono rappresentate le tre modalità di accoppiamento tra sforzo e campo elettrico generato. Un'altra osservazione necessaria per la trattazione è quella

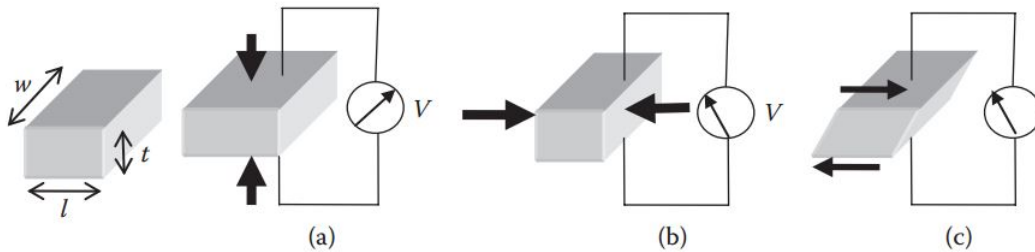


Figura 3.3. Effetto piezoelettrico diretto [1]

relativa alla direzione di polarizzazione già discussa nel secondo Capitolo alla sezione 2.4. Ogni materiale piezoelettrico ha una precisa direzione di polarizzazione e sulla base di essa e della forza applicata varia il segno della differenza di potenziale che si genera. Matematicamente il segno della direzione di polarizzazione viene gestito dai coefficienti piezoelettrici e in particolare dal loro segno. In conseguenza di ciò un coefficiente  $d_{33}$  positivo comporta la generazione di una differenza di potenziale positiva quando il materiale subisce una deformazione positiva (distensione); viceversa con un coefficiente piezoelettrico  $d_{33}$  negativo la medesima deformazione comporta la generazione di una differenza di potenziale negativa.

### 3.3.1 Curva deformazione-campo elettrico

Per comprendere meglio le grandezze e le dinamiche in gioco nell'effetto piezoelettrico è necessario analizzare la curva deformazione-campo elettrico per un materiale PZT, il quale è sia piezoelettrico sia ferroelettrico. La curva è stata tracciata utilizzando l'effetto piezoelettrico inverso ma ha la medesima validità per quello diretto. In Figura 3.4 è mostrata la curva relativa alla variazione di forma di un PZT quando

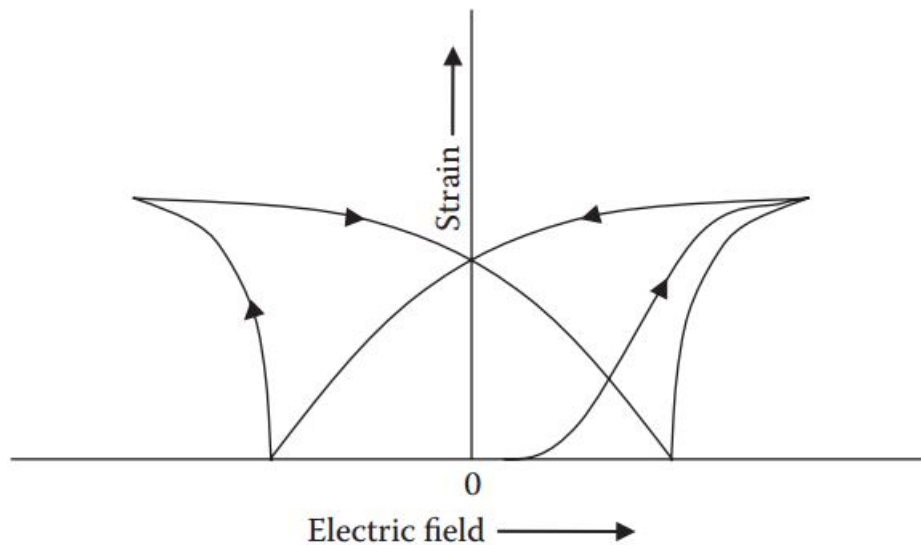


Figura 3.4. Curva deformazione-campo elettrico per un materiale PZT [1]

viene applicato un campo elettrico ai propri capi. In questo caso i modi longitudinali e trasversali comportano una isteresi. Nel materiale PZT la deformazione aumenta linearmente con l'aumentare del campo elettrico applicato fino ad arrivare a saturazione. Nella situazione di saturazione la deformazione è nell'ordine di grandezza di  $10^{-3}$  con un campo elettrico variabile tra 1 e  $1.5kV$ . Nel caso di materiale piezoelettrico differente dai PZT la deformazione può essere anche nettamente inferiore. Quando il campo elettrico inizia a calare, la deformazione non segue la stessa curva percorsa in precedenza ma rimane in ritardo. Infatti essa torna al valore nullo per un valore di campo elettrico non nullo ma negativo. Nel caso in cui il campo elettrico venisse incrementato sempre in direzione negativa, la curva arriverebbe a saturazione in modo simmetrico rispetto a quella tracciata per valori di campo elettrico positivo. Naturalmente il valore di deformazione massima coincide con quello di deformazione massima nel caso di campo elettrico positivo.

### 3.3.2 Coefficiente di accoppiamento piezoelettrico

La definizione di coefficiente di accoppiamento piezoelettrico  $k$  permette di quantificare l'abilità del materiale nel convertire l'energia meccanica in energia elettrica (o viceversa nell'effetto piezoelettrico inverso):

$$k^2 = \frac{(W_{em})^2}{W_e W_m} \quad (3.77)$$

dove  $W_{em}$  è la densità di energia nel materiale piezoelettrico,  $W_e$  è la densità di energia elettrica e  $W_m$  è la densità di energia meccanica. L'equazione 3.77 può essere ottenuta partendo dalle equazioni di definizione dei coefficienti piezoelettrici:

$$D = dX + \epsilon^X E \quad (3.78)$$

$$x = s^E X + dE \quad (3.79)$$

Moltiplicando l'equazione 3.78 per  $1/2E$  e l'equazione 3.79 per  $1/2X$  si ottiene:

$$\frac{1}{2}DE = d\frac{1}{2}EX + \epsilon^X \frac{1}{2}E^2 = W_{em} + W_e \quad (3.80)$$

$$\frac{1}{2}xX = \frac{1}{2}s^E X^2 + d\frac{1}{2}EX = W_m + W_{em} \quad (3.81)$$

Con le definizioni dedotte di  $W_e$ ,  $W_m$  e  $W_{em}$  è possibile riformulare l'equazione 3.77:

$$k^2 = \frac{d^2}{\epsilon^X s^E} \quad (3.82)$$

In questo caso è evidente come  $k$  rappresenti il rendimento del materiale piezoelettrico, essendo il rapporto tra l'energia estraibile dal materiale e l'energia assorbita dallo stesso.

Il valore di  $k$  solitamente varia da un minimo di 30% ad un massimo di 75%. Questo valore dipende dal materiale, dalla geometria e dalla direzione di applicazione dello stimolo.

Notazione	Descrizione
$k_{33}$	Campo elettrico in direzione 3 e vibrazioni meccaniche in direzione 3
$k_{31}$	Campo elettrico in direzione 3 e vibrazioni meccaniche in direzione 1
$k_t$ disco	Campo elettrico in direzione 3 e vibrazioni meccaniche nella stessa direzione
$k_p$ disco	Campo elettrico in direzione 3 e vibrazioni meccaniche in direzione radiale

Tabella 3.2. Definizione dei coefficienti di accoppiamento

### 3.3.3 Dinamica del materiale piezoelettrico

Per estendere lo studio della dinamica dell'effetto piezoelettrico diretto è stato elaborato un circuito elettrico equivalente. In Figura 3.5 e 3.6 sono rappresentati sia il sistema meccanico sia il circuito elettrico corrispondente con le varie analogie.

La forza esterna applicata al materiale viene rappresentata come una sorgente di tensione alternata. L'elemento piezoelettrico si comporta come una capacità di valore:  $C_0 = \epsilon A/d$ , dove  $\epsilon$  è la costante dielettrica del materiale,  $A$  è l'area del sistema e  $d$  il suo spessore. La massa  $M$  del materiale piezoelettrico è equivalente ad una induttanza  $L$  e la sua costante elastica ad una capacità  $C$ . Le perdite per attrito sono corrispondenti alla dissipazione di energia dovuta ad una resistenza  $r$ .

L'impedenza del sistema piezoelettrico è correlata alla frequenza di vibrazione. In

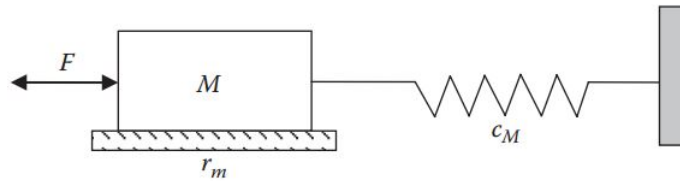


Figura 3.5. Schema meccanico del sistema piezoelettrico [1]

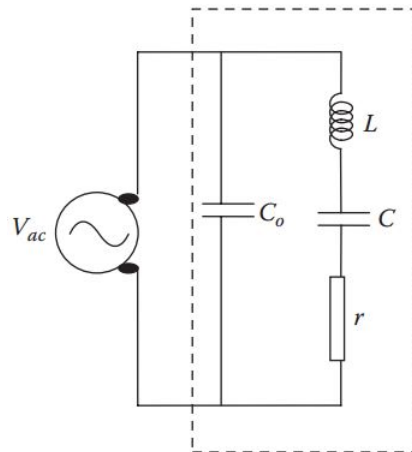


Figura 3.6. Schema elettrico equivalente del sistema piezoelettrico [1]

particolare essa avrà due punti specifici: uno in cui l'impedenza del sistema sarà minima (frequenza di risonanza  $f_s$ ) e un'altra in cui l'impedenza del sistema sarà massima (frequenza di antirisonanza  $f_a$ ), come mostrato in Figura 3.7. Alla frequenza di risonanza  $f_r$  il sistema piezoelettrico vibra con la massima ampiezza ed



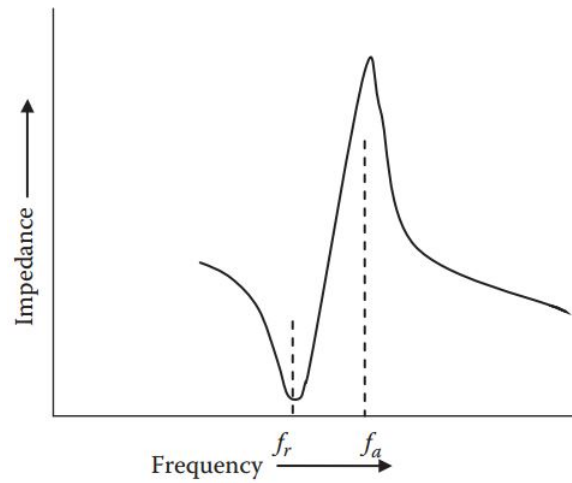


Figura 3.7. Andamento dell'impedenza in funzione della frequenza [1]

essa può essere espressa come la frequenza di risonanza del circuito in serie appena descritto in cui l'impedenza diventa nulla (trascurando la resistenza generata dalle perdite meccaniche):

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (3.83)$$

La frequenza di antirisonanza  $f_a$  invece risulta uguale alla frequenza di risonanza del circuito in parallelo, sempre trascurando la resistenza generata dalle perdite meccaniche:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C + C_0}{LCC_0}} \quad (3.84)$$

La relazione tra i coefficienti di accoppiamento piezoelettrico e le frequenze di risonanza e antirisonanza dipende dalla geometria del componente piezoelettrico.

# Capitolo 4

## Modellazione energy harvester

Dopo aver trattato la teoria riguardante i materiali piezoelettrici e le grandezze che ne regolano il comportamento è possibile svolgere una modellazione del sistema di energy harvesting basato sui PZT. La modellazione del sistema è utile al fine di svolgere delle simulazioni riguardanti il recupero di energia in particolari sistemi prodotti da Poggipolini srl.

Il software utilizzato per effettuare le simulazioni è COMSOL Multiphysics 5.4: esso è stato scelto poiché permette di accoppiare tra loro varie fisiche all'interno della stessa simulazione e possiede una vasta gamma di esempi riguardo lo studio dei materiali piezoelettrici.

In particolare, come si vedrà nel seguito del capitolo, questo software ha al suo interno una fisica apposita riguardante la modellazione dei PZT.

### 4.1 Introduzione al software COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics è un software di simulazione che consente di modellare progetti, dispositivi e processi in ogni ambito tecnologico, partendo dalla ricerca fino ad arrivare all'ambito industriale. Esso è composto da un notevole numero di moduli, ognuno dei quali contiene particolari fisiche utili per simulare precisi fenomeni.

In questo caso i moduli necessari alla simulazione di sistemi piezoelettrici sono:

- meccanica dei solidi;
- elettrostatica;
- circuito elettrico.

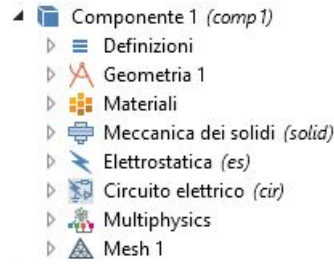


Figura 4.1. Albero del modello considerato [5]

### 4.1.1 Meccanica dei solidi

All'interno della fisica "meccanica dei solidi" il software carica automaticamente le equazioni relative al moto e alla deformazione di corpi rigidi in 2D o 3D.

In questo modulo ci sono due tipologie di coordinate:  $x, y, z$  sono quelle rispetto al sistema di riferimento globale,  $X, Y, Z$  sono quelle rispetto al sistema di riferimento *materiale*. Queste ultime identificano la posizione delle particelle che compongono il materiale rispetto ad una posizione iniziale; questo significa che all'istante zero in cui sul corpo non agisce alcun carico o spostamento le coordinate di ogni punto rispetto al sistema di riferimento globale e quelle rispetto al sistema di riferimento *materiale* coincidono.

Quando i solidi si deformano a causa di forze interne o esterne e di vincoli fissi, ogni particella del materiale continua a mantenere le proprie coordinate *materiali*  $\mathbf{X}$ , mentre le coordinate spaziali  $\mathbf{x}$  variano a causa delle forze applicate nel tempo:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) \quad (4.1)$$

Poiché le coordinate *materiali* sono costanti, la posizione del materiale è definita tramite il vettore di spostamento  $\mathbf{u}$ , il quale rappresenta lo spostamento seguito dalla singola particella materiale tra lo stato iniziale e quello finale. Questo significa che le coordinate *materiali* si riferiscono alla geometria iniziale, quelle globali sono invece tempo-dipendenti.

Utilizzando le impostazioni di default del software alle proprietà fisiche del materiale vengono associate le coordinate *materiali*  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ , quindi durante la deformazione del solido esse seguono i suoi spostamenti riassegnandosi mentre i carichi e i vincoli imposti sono formulati in riferimento alle coordinate globali  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ .

La formulazione delle equazioni utilizzate nell'analisi strutturale in COMSOL è di tipo Lagrangiano, questo significa che il calcolo degli sforzi e delle deformazioni è sempre riferito alla configurazione del materiale, invece che alla sua posizione nello spazio.

Allo stesso modo le proprietà del materiale sono sempre riferite tramite componenti tensoriali ad un sistema di coordinate proprio del materiale. Questa metodologia

ha l'ovvio vantaggio che le proprietà dei materiali spazialmente variabili possono essere valutate soltanto una volta per la configurazione iniziale del materiale e non cambiare quando il solido si deforma e ruota. Il gradiente degli spostamenti è una delle grandezze cardine della fisica meccanica dei solidi e viene sempre calcolata rispetto alle *coordinate materiali*. Ecco come si presenta in 3D:

$$\nabla \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} & \frac{\partial u}{\partial Y} & \frac{\partial u}{\partial Z} \\ \frac{\partial v}{\partial X} & \frac{\partial v}{\partial Y} & \frac{\partial v}{\partial Z} \\ \frac{\partial w}{\partial X} & \frac{\partial w}{\partial Y} & \frac{\partial w}{\partial Z} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

### Materiale elastico lineare

Nel corso del nostro studio si farà sempre riferimento a materiali elastici lineari, cioè materiali che, sottoposti ad una tensione, subiscono una deformazione elastica, proporzionale alla tensione stessa secondo un fattore di proporzionalità  $E$  detto modulo di Young. La proprietà di elasticità indica che la deformazione del materiale segue in maniera continua e non permanente la variazione della tensione nel tempo fino ad un valore limite. La relazione che lega lo sforzo  $\sigma$  e la deformazione  $\epsilon$  è la seguente:

$$\sigma = E\epsilon \quad (4.3)$$

In Figura 4.2 è possibile comprendere con maggiore chiarezza la relazione tra sforzo e deformazione in un materiale elasto-plastico: lungo l'intero tratto 1 – 2 è possibile utilizzare la relazione appena esposta tra sforzo e deformazione; raggiunto il punto 4 il materiale ha raggiunto lo snervamento, cioè non vi è più linearità tra sforzo e deformazione e la deformazione in questo caso diventa permanente. In particolare il  $\sigma$  di snervamento è il valore della tensione associato ad una deformazione plastica irreversibile del 0.2%, ricavata dalla curva tensione-deformazione relativa ad una prova di trazione su un provino di materiale di forma normata. Nel corso della trattazione si ricadrà sempre all'interno dell'intervallo di elasticità.

Il tensore delle deformazioni viene calcolato in modo classico sulla base del gradiente di spostamento:

$$\epsilon = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (4.4)$$

il quale in termini delle sue componenti è esprimibile nel modo seguente:

$$\epsilon_{mn} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_m}{\partial x_n} + \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right) \quad (4.5)$$

Inoltre è possibile scriverlo in forma matriciale, considerando la sua simmetria:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

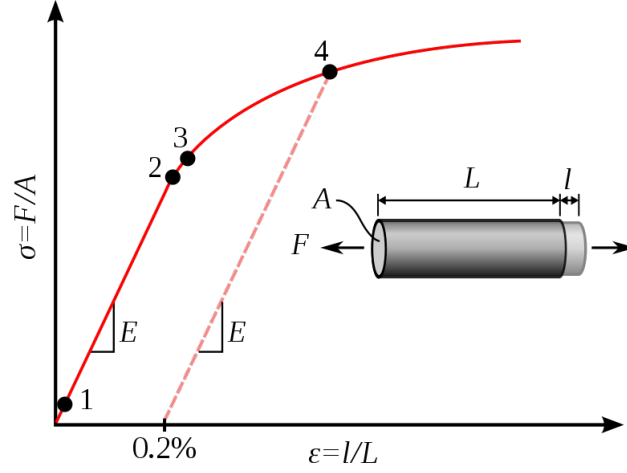


Figura 4.2. Curva tensione-deformazione relativa ad un materiale elasto-plastico

COMSOL ha implementato al suo interno la legge di Hooke e Duhamel, la quale pone in relazione tra loro il tensore delle deformazioni con quello degli sforzi e con la variazione di temperatura:

$$s = s_0 + C : (\epsilon - \epsilon_0 - \alpha\theta) \quad (4.7)$$

dove  $C$  è il tensore di elasticità di quarto ordine, ":" rappresenta l'operatore di prodotto diadico,  $s_0$  e  $\epsilon_0$  sono gli sforzi e le deformazioni iniziali presenti all'interno del sistema,  $\theta = T - T_{ref}$  è la differenza tra la temperatura a cui si trova il corpo e la temperatura di riferimento,  $\alpha$  è il tensore di deformazione termica.

L'espressione del tensore degli sforzi in forma matriciale è la seguente:

$$\begin{pmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_y & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_z \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Allo stesso modo è possibile scrivere in forma matriciale il tensore di deformazione termica:

$$\begin{pmatrix} \alpha_x & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{xy} & \alpha_y & \alpha_{yz} \\ \alpha_{xz} & \alpha_{yz} & \alpha_z \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Le componenti del tensore di elasticità sono  $3^4 = 81$ . Esso contiene al suo interno i coefficienti di elasticità, i quali contengono le informazioni relative alla risposta del materiale ad uno stato di sollecitazione. Conseguentemente alla sua simmetria esso

può essere espresso tramite 36 componenti indipendenti:

$$C = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1113} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2213} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3313} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{3312} & C_{1212} & C_{1223} & C_{1213} \\ C_{1123} & C_{2223} & C_{3323} & C_{1223} & C_{2323} & C_{2313} \\ C_{1113} & C_{2213} & C_{3313} & C_{1213} & C_{2313} & C_{1313} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Utilizzando la notazione di Einstein è possibile semplificare i pedici; si rinominerà la matrice  $D$ :

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{14} & D_{24} & D_{34} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{15} & D_{25} & D_{35} & D_{45} & D_{55} & D_{56} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{46} & D_{56} & D_{66} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

L'energia elastica accumulata dal materiale è la seguente:

$$W_s = \frac{1}{2} (\epsilon - \epsilon_0 - \alpha\theta) : C : (\epsilon - \epsilon_0 - \alpha\theta) \quad (4.12)$$

Nel caso di materiale isotropo la matrice di elasticità si semplifica:

$$D = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

L'implementazione delle equazioni in meccanica dei solidi è basata sul principio dei lavori virtuali. Questo principio afferma che per un sistema in equilibrio statico ad ogni spostamento virtuale infinitesimo nello spazio delle fasi è associato un lavoro meccanico nullo.

Inoltre selezionando l'opzione di materiale piezoelettrico il sistema implementa anche le equazioni esposte nel Capitolo 3:

$$D = ex \quad (4.14)$$

$$E = hx \quad (4.15)$$

$$D = dX \quad (4.16)$$

$$E = gX \quad (4.17)$$

In particolare per l'effetto piezoelettrico diretto si avrà una correlazione tra l'input meccanico sotto forma di sforzo ( $X$ ) o deformazione ( $x$ ) e l'output elettrico nella forma di densità di carica superficiale ( $D$  o  $P$ ), o campo elettrico ( $E$ ) o potenziale ( $V$ ). Per quanto riguarda l'effetto piezoelettrico inverso invece l'input e l'output risultano invertiti. Le costanti  $e$ ,  $h$ ,  $d$ ,  $g$  sono i coefficienti piezoelettrici che descrivono l'effetto piezoelettrico diretto.

### 4.1.2 Elettrostatica

L'elettrostatica è la seconda fisica che deve essere usata per modellare i fenomeni piezoelettrici. Essa studia le cariche elettriche stazionarie nel tempo, le quali generano campi elettrostatici. In questo caso gli studi saranno eseguiti nel dominio delle frequenze e per ogni valore di frequenza tale fisica permette di conoscere la distribuzione di carica all'interno del materiale e la conseguente formazione di un campo elettrico.

Il campo elettrostatico viene generato da una distribuzione di carica indipendente dal tempo. Questo campo viene definito conservativo in un insieme semplicemente connesso poiché la circuitazione del campo in questo insieme è nulla:

$$\oint_{\gamma} \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0 \quad (4.18)$$

Questa relazione vale in condizioni stazionarie.

In maniera equivalente, il campo elettrostatico è conservativo dal momento che esiste una funzione scalare, il potenziale elettrico, tale che l'integrale per andare da un punto  $A$  ad un punto  $B$  non dipenda dal cammino percorso ma solo dal valore della funzione agli estremi:

$$\int_A^B \mathbf{E} d\mathbf{l} = V_A - V_B \quad (4.19)$$

La definizione di potenziale elettrico deriva dalla dimostrazione della conservazione del campo elettrico ed è la seguente:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (4.20)$$

Combinando questa equazione con la relazione costitutiva  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ , tra la densità di carica superficiale  $D$ , il campo elettrico  $E$ , il vettore di polarizzazione  $P$ , è possibile ricavare la legge di Gauss nel seguente modo:

$$-\nabla(\epsilon_0 \nabla V - \mathbf{P}) = \rho \quad (4.21)$$

In questa equazione si ritrova: la costante dielettrica nel vuoto  $\epsilon_0$  in  $F/m$ , il vettore di polarizzazione elettrica  $P$  in  $C/m^2$ , la densità di carica spaziale  $\rho$  in  $C/m^3$ . Questa

equazione permette al software di descrivere il campo elettrostatico nei materiali dielettrici.

Alcuni dei modelli creati con COMSOL sono in  $2D$  per due ragioni principali: prima di tutto perché la geometria lo permette e secondariamente per alleggerire la CPU dai calcoli.

Assumendo la modellazione sul piano  $xy$  questo comporta che il potenziale non varii lungo la direzione  $z$ . Questo implica che il campo elettrico  $E$  sia tangenziale al piano  $xy$ . L'equazione risolta dal sistema è la medesima del caso  $3D$  con l'unica aggiunta del valore riguardante lo spessore  $d$  in direzione  $z$ :

$$-\nabla \cdot d(\epsilon_0 \nabla V - \mathbf{P}) = \rho \quad (4.22)$$

### 4.1.3 Circuito elettrico

L'interfaccia fisica *circuito elettrico* permette di simulare la presenza virtuale di componenti elettrici come resistenze, condensatori, induttanze... In questo caso si userà una resistenza di valore noto da porre tra gli estremi del materiale piezoelettrico in modo da variare la corrente estratta dal sistema.

## 4.2 Validazione

La tipologie di energy harvester esistenti possono avere le configurazioni più disparate, tuttavia ciò che accomuna ogni sistema è la sollecitazione esercitata sul materiale piezoelettrico. Il tipo di sollecitazione può essere direttamente applicata al materiale come una forza premente oppure può agire su di esso in modo indiretto, come la vibrazioni indotte su una barretta di materiale piezoelettrico.

In seguito saranno analizzate due configurazioni particolari:

- materiale pzt soggetto a forze prementi;
- materiale pzt soggetto a deformazioni da vibrazione.

Nel corso di questo capitolo saranno esposte le operazioni che hanno permesso la modellazione e la validazione di queste due configurazioni.

### 4.2.1 Validazione sistema a pressione

La prima configurazione che è stata validata è quella relativa al materiale PZT sollecitato tramite una forza premente.

La prova fisica è stata svolta dall'ingegnere Alessandro Poli nel corso del suo progetto di tesi all'interno del laboratorio di Innovazione Tecnologica dell'Università di Bologna.



Il sistema è formato da un dischetto di materiale piezoceramico sul quale viene impressa una forza di ampiezza fissata con frequenze variabili. I dischetti di PZT utilizzati nel corso delle prove hanno un diametro di  $10mm$  con uno spessore di  $0.5mm$  (Figura 4.3). Le specifiche del materiale sono riassunte nella tabella 4.1.



Figura 4.3. Dischetto di PZT di prova [6]

$d_{33}[pC/m]$	$K_p$	$K_t$	$\epsilon_{33}/\epsilon_0$	$\tan\delta[\%]$	$N_p[Hz \cdot m]$	$T_c[^\circ C]$
-460	0.58 – 0.60	0.55	1156 – 1700	2 – 2.5	1900	240

Tabella 4.1. Dati di specifica del materiale PZT utilizzato [6]

Questi dischetti in materiale PZT sono stati inseriti all'interno di due semigusci piani il cui scopo principale è quello di proteggere l'integrità del PZT e estrarre, attraverso due piste di materiale conduttore, il segnale elettrico proveniente dalle due facce del dischetto (Figura 4.4). Al fine di avere un controllo sull'ampiezza e sulla frequenza con cui il materiale viene premuto è stato utilizzato uno *shaker*. Esso altro non è che un pistone messo in moto da avvolgimenti elettrici controllato in ampiezza e in frequenza tramite un generatore di segnale e un amplificatore di potenza. Per assicurare l'accuratezza dello strumento è stata utilizzata anche una cella di carico. La strumentazione utilizzata è mostrata in Figura 4.5. Nel generatore di segnale è stata impostata una sinusoide con frequenza variabile da valori di  $2Hz$  fino a  $200Hz$  con forza di ampiezza  $30N$  picco-picco. L'uscita elettrica in risposta alle sollecitazioni meccaniche sarà dipendente dal valore di resistenza di carico che viene collegata al materiale PZT. Questa è la motivazione per cui l'energy harvester non può essere considerato come un generatore di tensione o corrente ideale. L'esperimento mirava a ritrovare la resistenza di carico ottimale per il dischetto PZT.



Figura 4.4. Provino realizzato in laboratorio per le prove a compressione [6]



Figura 4.5. Strumentazione utilizzata per le prove a pressione [6]

### Modello COMSOL

Per effettuare la medesima simulazione su COMSOL Multiphysics è stato primariamente costruito il dischetto nell'ambiente 3D (Figura 4.6). La selezione del materiale si è basata sulle specifiche indicate nella tabella 4.1, cercando il PZT che più si avvicinasse a quello usato nella prova sperimentale.

COMSOL ha una libreria molto vasta di materiali, compresi quelli piezoelettrici.

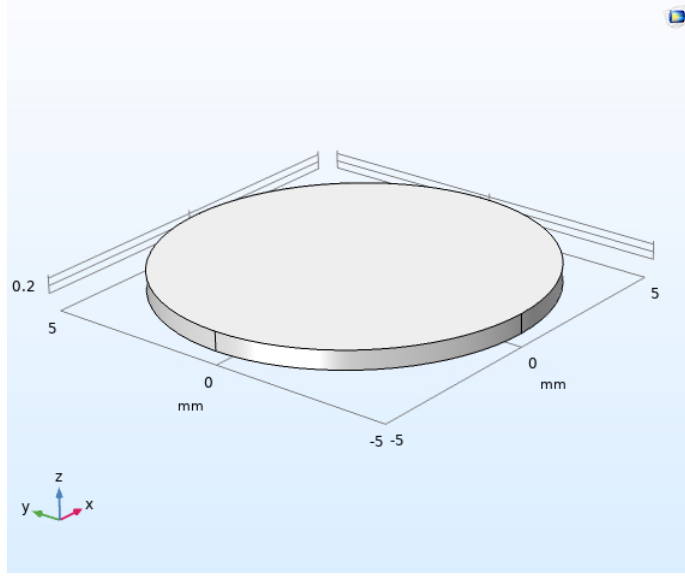


Figura 4.6. Geometria realizzata in COMSOL

In Figura 4.7 sono riportati tutti i materiali piezoelettrici presenti in libreria. Tra questi è possibile notare: i PZT (che sarà utilizzato nei modelli seguenti), il PVDF (noto materiale piezoelettrico preferito al PZT in alcune applicazioni poiché meno fragile ma con coefficienti di accoppiamento di valore inferiore) e il quarzo. Ogni materiale ha tra le specifiche tutte le proprietà tipiche: meccaniche, termiche, elettriche, piezoelettriche,...

Nella ricerca del materiale che più si avvicina a quello usato nella prova sperimentale è stato individuato il *PZT – 5A*, il quale presenta la seguente matrice di accoppiamento  $[d]$  in  $[pC/N]$ :

$$[d] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 584 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 584 & 0 & 0 \\ -171 & -171 & -460 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Analizzando gli elementi di questa matrice si nota come il valore maggiore dei coefficienti  $d$  appartenga ai  $d_{15}$ : questi due valori indicano la correlazione esistente tra uno sforzo di taglio agente sulla superficie 1 nella direzione 3 e risultante in una variazione della densità di carica sulla faccia 1:

$$D_1 = d_{15}X_5 \quad (4.24)$$

$$D_1 = d_{113}X_{13} \quad (4.25)$$

L'equazione 4.25 mostra quanto detto sopra tramite la notazione completa. Tuttavia la prova tiene conto della relazione tra una forza agente sulla faccia 3 in



Figura 4.7. Lista dei materiali piezoelettrici presenti in libreria

direzione 3 comportando una variazione della densità di carica sulla superficie 3; quindi la forza di compressione agirà perpendicolarmente al dischetto (equazioni 4.26 e 4.27).

$$D_3 = d_{33}X_3 \quad (4.26)$$

$$D_3 = d_{311}X_{11} \quad (4.27)$$

Per quanto riguarda la fisica *meccanica dei solidi* sono state aggiunte 3 specifiche (Figura 4.8):

- *Materiale piezoelettrico*: permette di utilizzare le matrici di accoppiamento proprie del materiale durante la sua deformazione;
- *Vincolo fisso*: è stato aggiunto il vincolo sulla superficie inferiore del dischetto in modo da rappresentare un supporto saldo;
- *Carico sul contorno*: è stata impostata una forza di modulo  $30N$  in direzione  $z$  e verso negativo, così da comportare una compressione del dischetto.

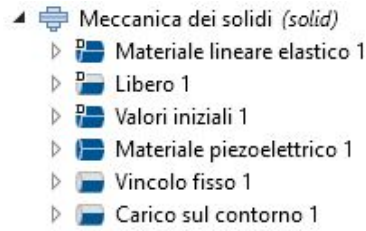


Figura 4.8. Specifiche inserite in *meccanica dei solidi*

Ora si analizzerà il modello dal punto di vista elettrico. È necessario creare un circuito in cui il PZT funga da generatore (non ideale) di tensione e sia collegato ad una resistenza di valore variabile. La differenza di potenziale sfruttabile si genererà tra la superficie inferiore e quella superiore del dischetto poiché si vuole misurare l'effetto di accoppiamento dovuto al coefficiente  $d_{33}$ . Per fare questo sono inseriti due componenti aggiuntivi nell'interfaccia fisica *elettrostatica* (Figura 4.9):

- *Terra*: con questo comando è possibile selezionare la faccia del dischetto che si desidera mettere a terra. Per comodità sarà selezionata la faccia inferiore del dischetto;
- *Terminale*: indica il terminale diverso dalla terra a cui viene collegato il nostro PZT. Sarà selezionata la superficie superiore del dischetto.

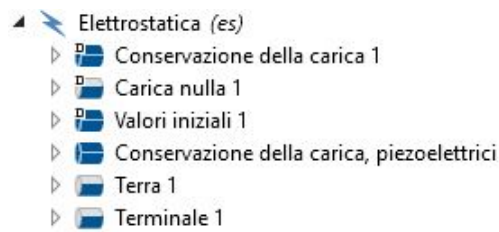


Figura 4.9. Specifiche inserite in *elettrostatica*

Il modulo elettrostatica non basta per chiudere il circuito che si intende modellare. COMSOL permette di inserire elementi elettrici virtuali utilizzando l'interfaccia *circuito elettrico* (Figura 4.10). In tale interfaccia si inseriranno 3 elementi fondamentali:

- *Nodo a terra*: permette di porre a terra il ground che è già stato definito in *elettrostatica*;
- *Resistore*: con questo elemento viene simulata la presenza di una resistenza di cui si andrà a variare il valore nel corso delle varie simulazioni. Verrà collegato da una parte al *nodo a terra* e dall'altra parte al *terminale I esterno*;

- *Terminale I esterno*: questo elemento viene collegato al *terminale* definito in *elettrostatica*.

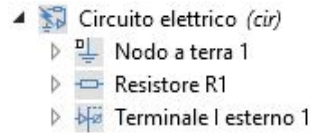


Figura 4.10. Specifiche inserite in *circuito elettrico*

Il passo successivo è quello di definizione della mesh. Nel caso di geometria 3D è stata utilizzata una mesh tetraedrica non strutturata (Figura 4.11) che permetta di definire al meglio la soluzione. Tuttavia essa comporta un maggior carico sulla memoria del computer, la quale però per una geometria tale non viene gravata in modo particolarmente elevato. Dopo aver generato la mesh, è necessario impostare lo

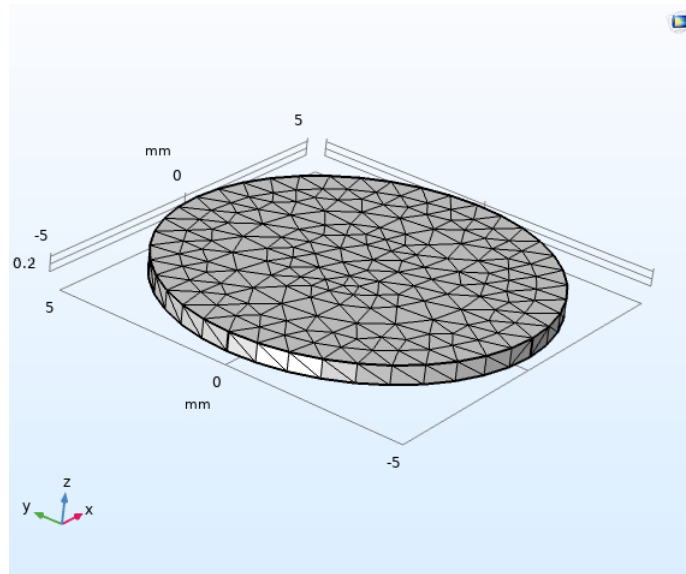


Figura 4.11. Mesh tetraedrica non strutturata utilizzata nel modello

studio che si vuole effettuare. In questo caso si vuole sfruttare lo studio nel dominio delle frequenze per far oscillare la forza con una precisa frequenza e ricavare i valori di tensione e corrente che si generano ai capi della resistenza. In questo modo si potrà calcolare la potenza generata dal PZT:

$$P = \frac{1}{2}VI \quad (4.28)$$

La formula utilizzata (Equazione 4.28) vale in regime sinusoidale e corrisponde all'ampiezza dell'oscillazione della potenza istantanea attorno al suo valore medio.

In Figura 4.12 è mostrata la lista di impostazioni usata per la simulazione. Prima di tutto sono state individuate 6 frequenze in cui effettuare lo studio: 2, 5, 10, 20, 50, 100 Hz. Lo studio prenderà in considerazione tutte le fisiche descritte in precedenza per il calcolo della soluzione.

Inoltre è stata attivata l'opzione di sweep ausiliario, la quale permette di definire un parametro ( $R - load$  nel nostro caso) e imporgli un range di variabilità. In questo modo il software eseguirà la simulazione per ogni singolo valore di resistenza. I valori di resistenza utilizzati hanno un range preciso: da 0 a  $2 \cdot 10^7 \Omega$  con un passo di  $2 \cdot 10^5 \Omega$ .

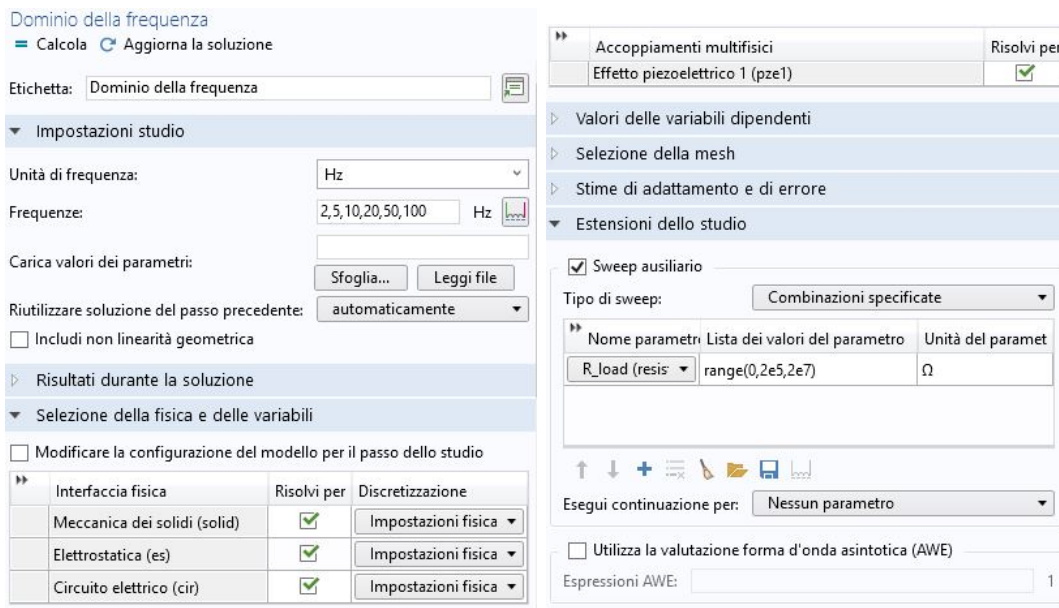


Figura 4.12. Impostazioni di studio

## Soluzioni

Dopo aver lanciato la simulazione il software permette all'utente di controllarne lo stato attraverso l'opzione di *avanzamento* e il *grafico di convergenza*.

La soluzione di default mostra lo sforzo di Von Mises del materiale (Figura 4.13). Si noti come lo sforzo aumenti in direzione radiale raggiungendo il valore massimo sulla circonferenza esterna.

In Figura 4.14 è rappresentata la sezione centrale del dischetto evidenziando la differenza di potenziale che si genera tra le due superfici. Inoltre sulla figura sono anche riportati i valori di potenziale minimo e massimo riscontrati: è evidente come nella parte inferiore vi sia un potenziale nullo poiché era stato definito come *ground* mentre la parte superiore si trovi ad un potenziale negativo ( $-3.2V$ ) perché il coefficiente

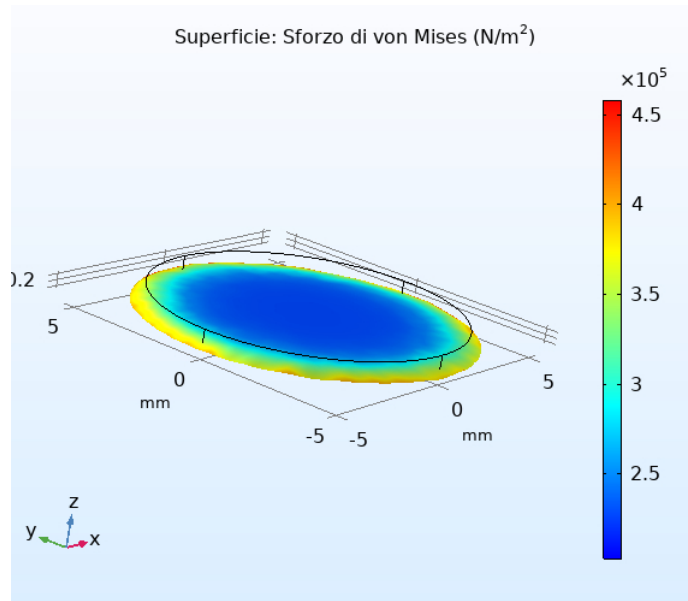


Figura 4.13. Sforzo di Von Mises su dischetto

di accoppiamento  $d_{33}$  ha segno negativo.

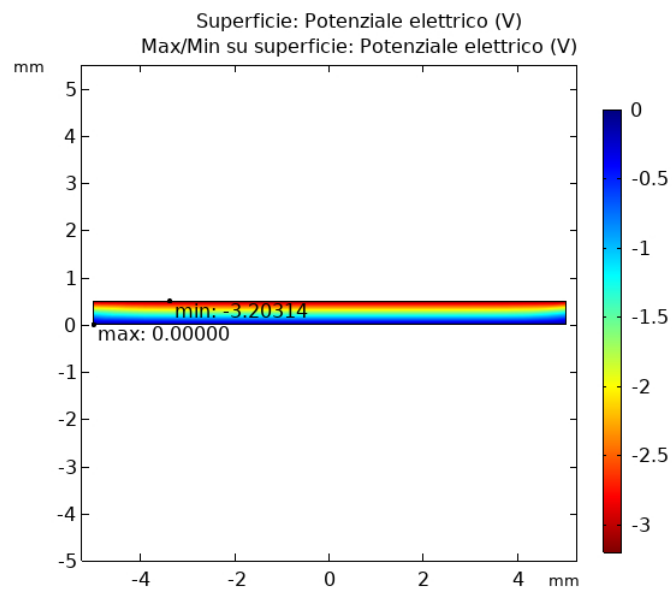


Figura 4.14. Potenziale elettrico su dischetto

Le soluzioni ricercate sono state rappresentate in Figura 4.15. Essa rappresenta la variazione di potenza sulla base del carico e della frequenza. Il picco di potenza si



sposta a carichi inferiori all'aumentare della frequenza. Inoltre sempre all'aumentare della frequenza si ha un aumento della potenza estraibile, questo è un risultato logico poiché aumentando il numero di sollecitazioni in uno stesso arco temporale aumenterà anche la velocità con cui le cariche si accumulano sulle facce e quindi la quantità di energia.

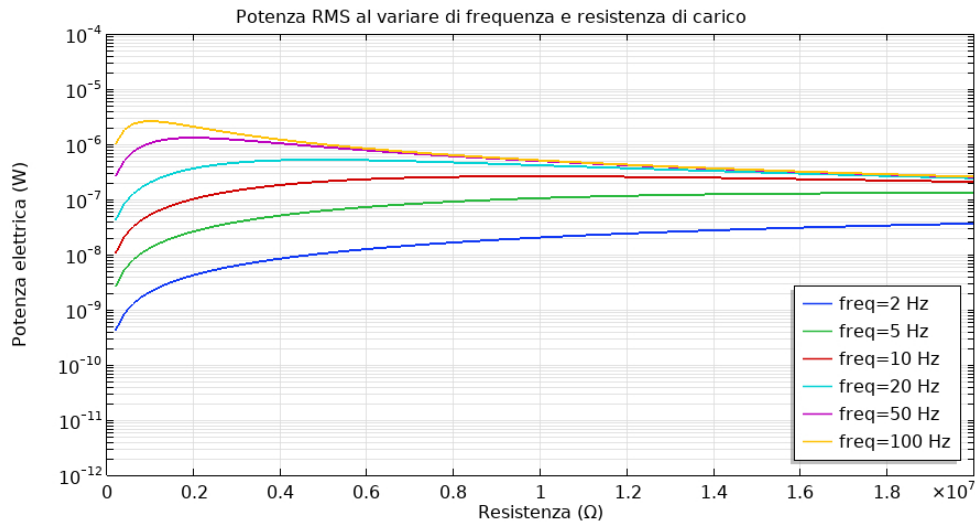


Figura 4.15. Potenza estratta dal PZT da simulazione

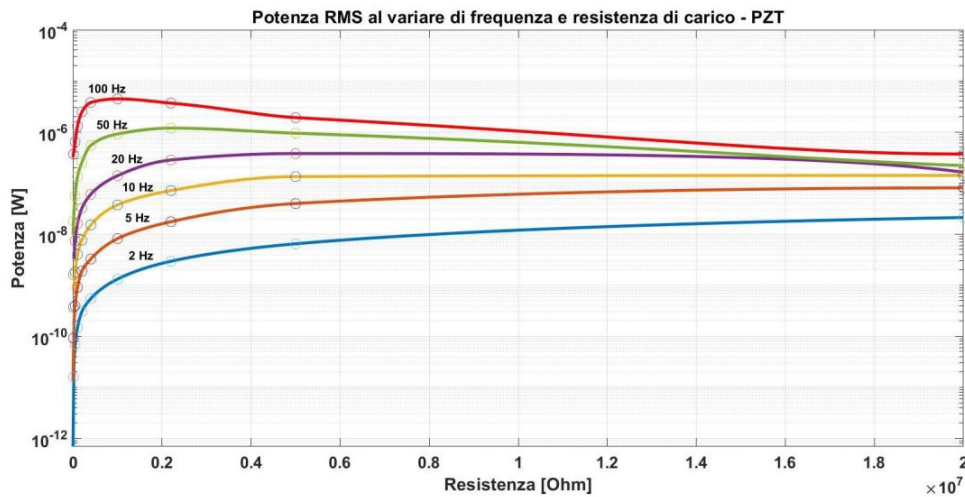


Figura 4.16. Potenza estratta dal PZT da prova sperimentale

La Figura 4.16 rappresenta lo stesso grafico precedente, questa volta però i dati sono quelli relativi alla prova sperimentale. Si nota come le curve generate dalla

simulazione approssimino molto bene quelle sperimentali. La leggera differenza può essere spiegata dal fatto che il modello non tiene conto della resistenza dei collegamenti circuitali.

Prendendo il valore di resistenza ottimale si può arrivare ad estrarre potenze dell'ordine dei  $mW$  con frequenze uguali e superiori ai  $50Hz$ . Sicuramente sono ordini di grandezza modesti ma relativamente al campo di applicazione possono rivelarsi di fondamentale importanza.

### 4.2.2 Validazione sistema a vibrazione

La seconda validazione è stata effettuata sulla cosiddetta configurazione *bimorph piezoelectric beam*. Questa geometria altro non è che una barretta di materiale piezoelettrico la quale produce una differenza di potenziale quando è soggetta a vibrazione.

Poiché non è stato possibile effettuare i test in laboratorio e in azienda, per la validazione è stato utilizzato un articolo scientifico del *Mechanical and Aerospace Engineering Department, Arizona State University*, intitolato *Modeling and Comparison of Bimorph Power Harvesters with Piezoelectric Elements Connected in Parallel and Series*.

Il sistema è rappresentato in Figura 4.17 ed è composto da una barretta di sezione rettangolare vincolata ad un estremo e suddivisa in 3 strati: i due strati esterni sono costituiti da materiale piezoelettrico e quello interno da materiale isolante. Le

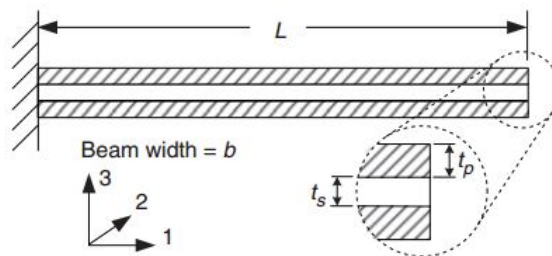


Figura 4.17. Geometria *bimorph piezoelectric beam* [7]

grandezze rappresentate sono:

- $L$ : lunghezza attiva della barretta;
- $t_p$ : spessore dello strato piezoelettrico;
- $t_s$ : spessore dello strato isolante;
- $b$ : larghezza della barretta.

Inoltre per semplicità analizzeremo soltanto le applicazioni in parallelo (Figura 4.18) poiché per le applicazioni di nostro interesse le differenze di potenziale che si generano sono sufficienti mentre ciò che si intende massimizzare è l'intensità di corrente:

$$v(t) = v_1(t) = v_2(t) \quad (4.29)$$

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) \quad (4.30)$$

dove  $v(t)$  è la differenza di potenziale agli estremi del nostro circuito ed è uguale alla differenza di potenziale  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  che abbiamo su entrambi gli strati piezoelettrici.  $q(t)$  invece è la quantità di carica che fluisce nel circuito, espressa come somma dello spostamento di carica che avremo su entrambi gli strati piezoelettrici. In Figura

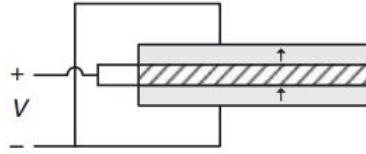


Figura 4.18. Schema in parallelo [7]

4.18 si nota anche come il verso di polarizzazione di entrambi gli strati PZT sia il medesimo in modo da ottenere una differenza di potenziale con il segno invertito sotto il medesimo sforzo applicato alla barretta. Infatti le due superfici esterne della barretta si troveranno allo stesso valore di potenziale elettrico nullo mentre le due facce interne allo stesso valore di potenziale elettrico positivo.

Come espresso poc'anzi l'altra soluzione possibile è quella in serie (Figura 4.19). In questo caso le equazioni da considerare sarebbero state:

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) \quad (4.31)$$

$$q(t) = q_1(t) = q_2(t) \quad (4.32)$$

quindi si utilizza lo schema in serie per aumentare la differenza di potenziale. Nel caso che andremo ad analizzare si intende massimizzare la corrente poiché i valori di tensione sono già accettabili.

Il set up sperimentale è rappresentato in Figura 4.20. In questa Figura è possibile notare come la barretta sia vincolata ad un estremo su un supporto vibrante a frequenze precise controllate da un sensore laser. Una resistenza viene applicata ai capi del nostro circuito e verranno svolte le misure di tensione e corrente ai capi di essa. La connessione degli strati piezoelettrici rimane in parallelo.

Il materiale utilizzato per la prova è un  $PZT - 5H$  con substrato di ottone come isolante, in tabella 4.2 sono riassunte le caratteristiche geometriche e intrinseche dei

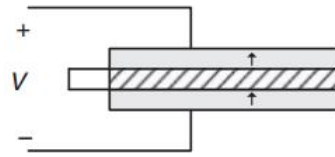


Figura 4.19. Schema in serie [7]

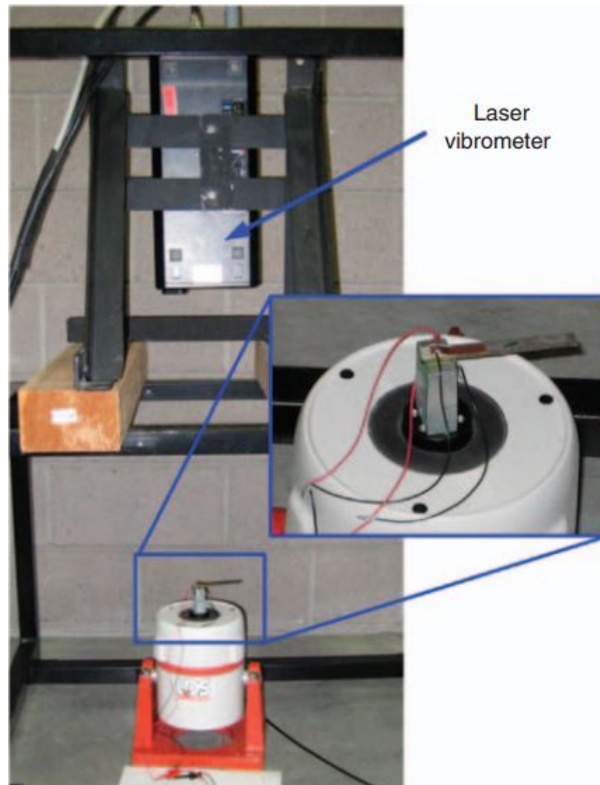


Figura 4.20. Set up sperimentale [7]

materiali. In questo caso è utile tenere in considerazione il coefficiente di accoppiamento  $d_{31}$  poiché la deformazione avviene sulla sezione della sbarretta mentre la variazione di densità di carica si avrà sulle superfici trasversali rispetto alla sezione:

$$D_3 = d_{31}X_3 \quad (4.33)$$

$$D_3 = d_{311}X_{11} \quad (4.34)$$

In termini matematici  $d_{31}$  indica la correlazione tra uno sforzo di compressione o trazione sulla superficie 1 la quale si traduce in una variazione di carica sulla superficie 3.

Proprietà	Simbolo	Valore
Lunghezza	$L$	68.80 mm
Larghezza	$b$	9.74 mm
Spessore ottone	$t_s$	0.77 mm
Spessore $PZT - 5H$	$t_p$	0.26 mm
Densità ottone	$\rho_s$	8740 kg/m <sup>3</sup>
Densità $PZT - 5H$	$\rho_p$	7800 kg/m <sup>3</sup>
Costante di accoppiamento	$d_{31}$	-320 pm/V

Tabella 4.2. Caratteristiche del sistema

Dopo aver effettuato un'analisi modale si è riscontrato che la prima frequenza di risonanza della barretta si trova nell'intorno dei  $237Hz$ . In particolare verranno effettuate prove ponendo in vibrazione la barretta a questo valore di frequenza e misurando la potenza, la corrente e la differenza di potenziale ai capi della resistenza. Il parametro che verrà variato sarà proprio il valore della resistenza con lo scopo di ritrovare la resistenza ottimale in modo da estrarre la maggior quantità possibile di energia.

### Modello COMSOL

Al fine di effettuare le medesime simulazioni tramite COMSOL Multiphysics è stata primariamente generata la geometria in  $2D$  (Figura 4.21). Il modello  $2D$  infatti consente di ridurre la dimensione della simulazione pur mantenendo la precisione voluta poiché è necessario ricordare che le interfacce fisiche *meccanica dei solidi* e *elettrostatica* permettono all'utente di creare geometrie in  $2D$  simulando ad esempio la continuità della differenza di potenziale lungo tutto lo spessore della barretta.

Le interfacce fisiche richiamate sono le medesime rispetto al modello del dischetto,

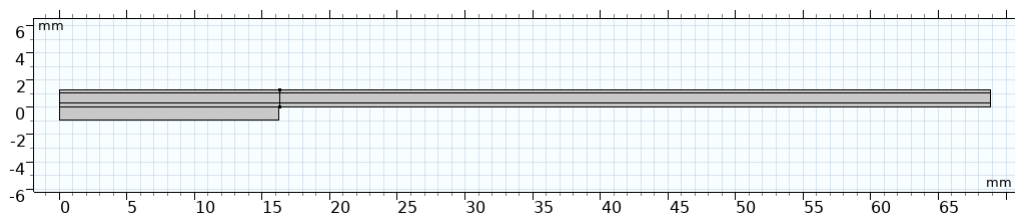
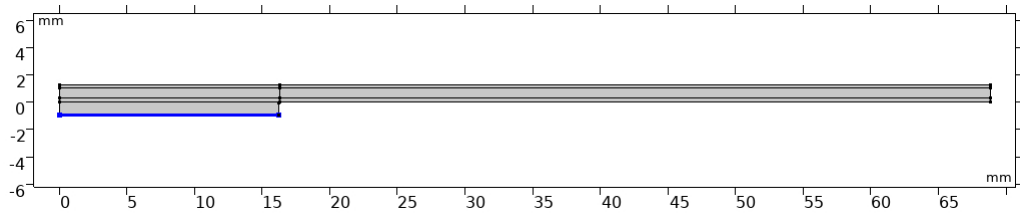


Figura 4.21. Geometria barretta

tuttavia è utile specificare alcune particolarità soprattutto per quanto riguarda le differenze nei vincoli e nei carichi applicati.

In *meccanica dei solidi* il *vincolo fisso* viene posto in corrispondenza della superficie inferiore (Figura 4.22) la quale simula la presenza del corpo vibrante solidale con

Figura 4.22. *vincolo fisso* evidenziato in blu

la barretta. La lunghezza di questa piastra è di  $16.2\text{mm}$  con spessore di  $1\text{mm}$ . Il carico questa volta sarà simulato tramite un carico per unità di volume in direzione perpendicolare rispetto alla barretta sull'intera geometria:

$$F = -\rho g \quad (4.35)$$

dove  $F$  rappresenta la forza agente per unità di volume  $[\text{N}/\text{m}^3]$ ,  $\rho$  la densità di ogni materiale che compone la barretta e  $g$  l'accelerazione di gravità.

La modellazione della parte di *elettrostatica* ha comportato la messa a terra delle superfici esterne della barretta (Figura 4.23) e il collegamento al terminale esterno delle due superfici interne (Figura 4.24). In questo modo unendo i due terminali con la resistenza campione ricreiamo il circuito elaborato sperimentalmente.

La mesh utilizzata è triangolare non strutturata poiché ci troviamo di fronte ad una

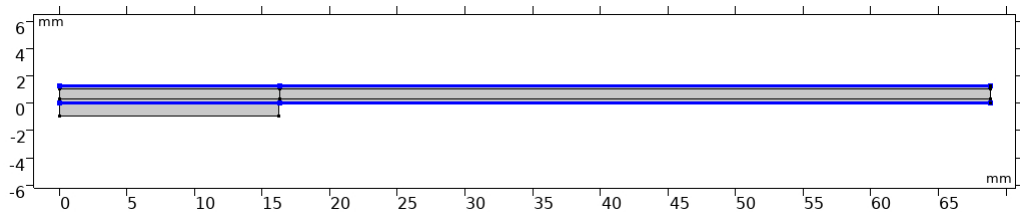


Figura 4.23. Superfici messe a terra

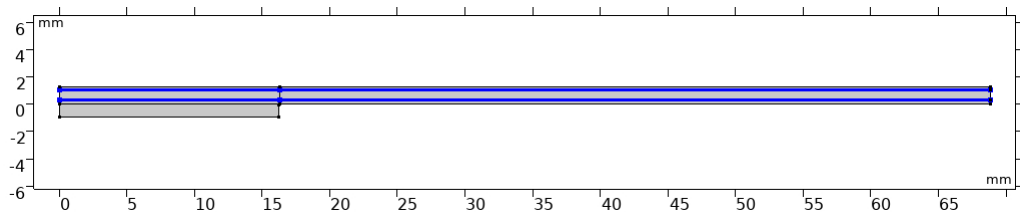


Figura 4.24. Superfici collegate al terminale esterno

geometria  $2D$  (Figura 4.25). Gli studi effettuati su questo tipo di geometria sono due:

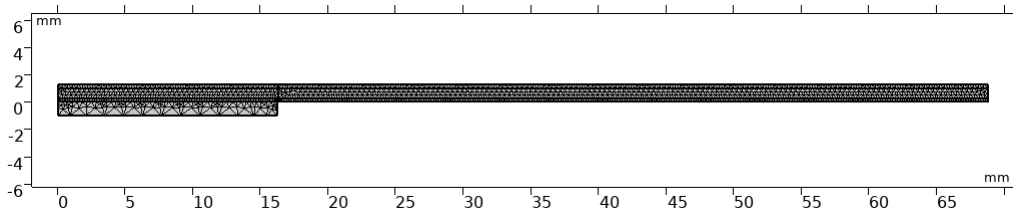


Figura 4.25. Mesh triangolare non strutturata

- il primo studio è stato effettuato nel dominio delle frequenze: lo scopo è quello di portare il sistema a vibrare in uno spettro ampio di frequenze in modo da ritrovare quella in cui l'energia ricavata è maggiore (frequenza di risonanza). Poiché ci si aspettava che la frequenza desiderata fosse nell'intorno dei  $237Hz$  è stato impostato un range con partenza a  $220Hz$  e termine a  $250Hz$  con passo di  $1Hz$ ;
- il secondo studio si rileva sempre nel dominio delle frequenze ma si restringe il range delle frequenze da  $235$  a  $240Hz$ , attivando lo sweep ausiliario sul valore della resistenza: da  $0$  a  $400k\Omega$ .

**Soluzioni** Terminato il calcolo è stato controllato il fatto che la frequenza di  $237Hz$  fosse esattamente quella di risonanza. Per assicurarsi di ciò è riportato in Figura 4.26 il grafico che mostra l'andamento della potenza elettrica estratta in funzione della frequenza di vibrazione del sistema. È possibile notare come la potenza maggiore si abbia proprio in corrispondenza di  $237Hz$  e quindi corrisponda ad essa anche la frequenza di risonanza.

La prima soluzione di default che ci viene fornita dal simulatore è quella relativa allo sforzo di Von Mises (Figura 4.27): da notare come gli sforzi maggiori sul materiale si abbiano in corrispondenza della giunzione tra barretta e base vibrante. Proprio in queste zone si avrà la formazione della maggiore densità di carica. Le curve realizzate nei grafici seguenti sono state eseguite alla frequenza di  $237Hz$ .

In Figura 4.28 è raffigurata la distribuzione del potenziale elettrico sulla barretta: è evidente come le superfici esterne siano a potenziale nullo poiché collegate a terra, mentre le superfici interne siano a potenziali positivi maggiori di zero. Il valore massimo è  $3.666V$  ed è circa lo stesso valore raggiunto nella simulazione effettuata con il dischetto.

Ora è possibile confrontare la simulazione con i dati sperimentali, partendo dal grafico potenza elettrica in funzione dalla resistenza (Figura 4.29). Nella Figura 4.29 è mostrato l'andamento della potenza al variare del carico alla frequenza di eccitazione di  $237Hz$  per l'analisi sperimentale (grafico a destra) e l'analisi simulativa (grafico a sinistra).

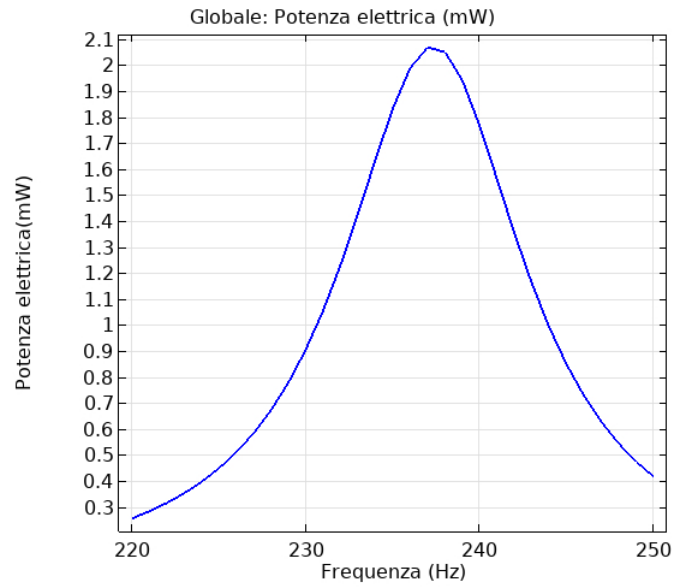


Figura 4.26. Potenza elettrica in funzione della frequenza di vibrazione della barretta

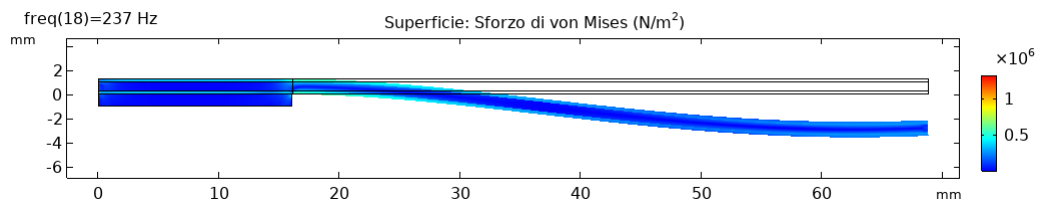


Figura 4.27. Sforzo di Von Mises su barretta

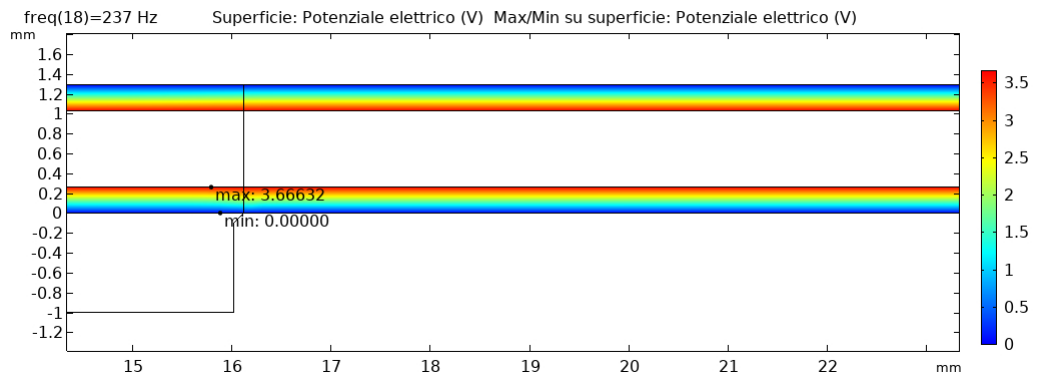


Figura 4.28. Potenziale elettrica su barretta



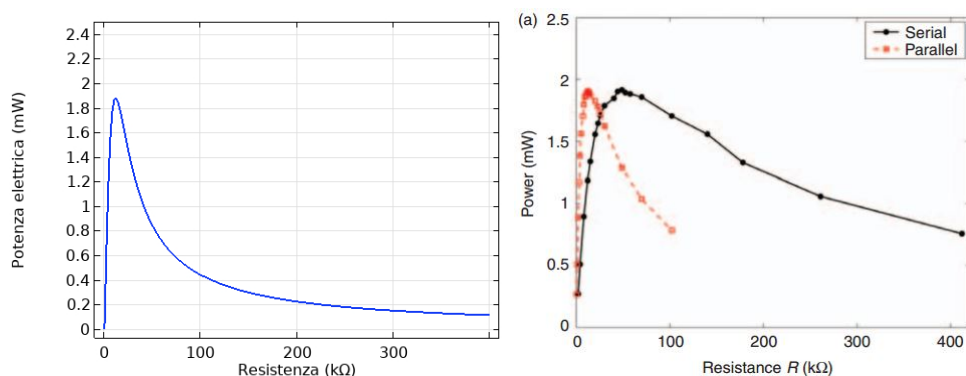


Figura 4.29. Grafici potenza-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale

In questo caso si nota come la simulazione approssimi molto bene quello che è l'andamento della potenza, mostrando un picco di energia di circa  $1.9\text{mW}$  per un carico di  $13\text{k}\Omega$ .

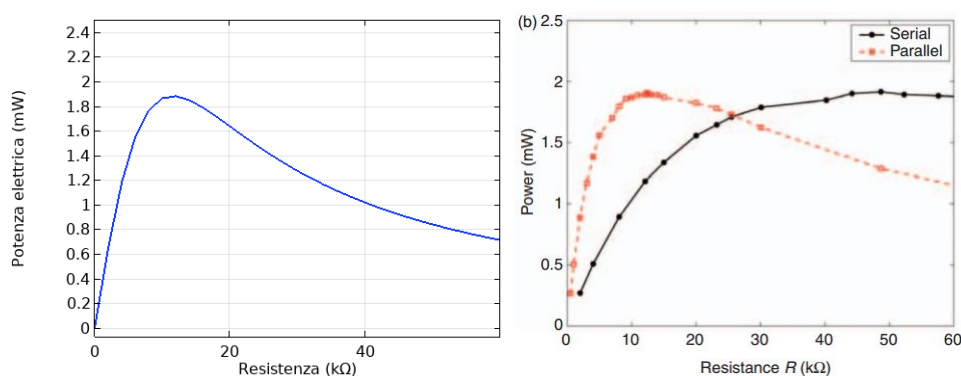


Figura 4.30. Ingrandimento potenza-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale

In Figura 4.30 è stato eseguito un ingrandimento sul picco di potenza dove si notano due differenze principali: la prima riguarda la presenza di potenza elettrica nulla in corrispondenza di un carico uguale a zero, la differenza si ritrova probabilmente nel fatto che il simulatore non tiene conto di resistenze secondarie come quelle dei cavi e di conseguenza non rileva una differenza di potenziale misurabile ai capi di una resistenza di valore nullo; la seconda ha molto probabilmente la medesima causa e riguarda la differenza di potenza estratta nel caso di resistenze maggiori a quella ottimale. Molto probabilmente anche in questo caso la ragione dello scostamento è la presenza di resistenze aggiuntive non prese in considerazione dal simulatore.

Per questo motivo è stato analizzato l'andamento della differenza di potenziale e della corrente attraverso la resistenza. In Figura 4.31 è rappresentata la differenza

di potenziale esistente ai capi della resistenza variabile e si nota come le curve siano molto simili sebbene la simulazione riporti un aumento più marcato e spostato su resistenze leggermente inferiori rispetto al caso sperimentale.

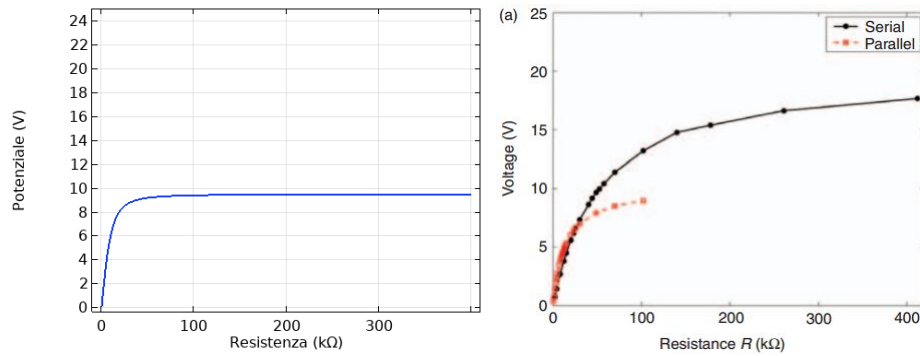


Figura 4.31. Grafici potenziale-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale

Le curve relative alla corrente transiente nella resistenza sono riproposte in Figura 4.32: in questo caso il comportamento è molto simile e si discosta soltanto nelle fasi iniziali dove la corrente misurata dal simulatore è leggermente superiore di circa  $0.1\text{mA}$  rispetto a quella misurata sperimentalmente.

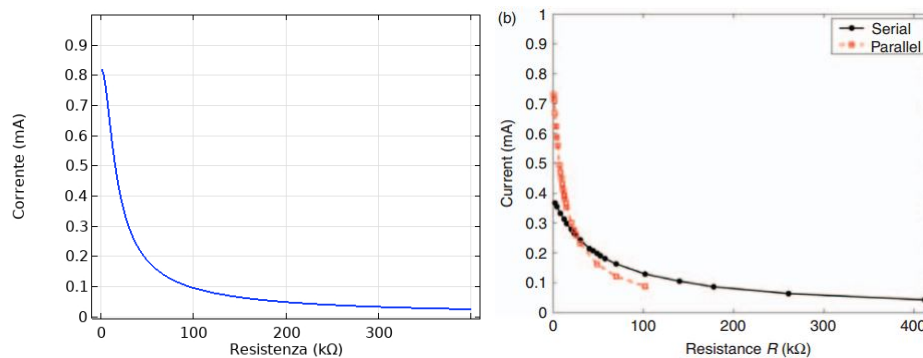


Figura 4.32. Grafici corrente-carico: a sinistra quello relativo alla simulazione, a destra quello sperimentale



# Capitolo 5

## Applicazioni energy harvester

Lo studio dell'energy harvester si inserisce all'interno di un'applicazione tecnologica più ampia che Poggipolini srl ha deciso di intraprendere nel corso degli ultimi anni. La tecnologia a cui si farà riferimento è quello della *SENS – IN*<sup>®</sup> Bolt: una vite in grado di raccogliere dati inerenti al suo comportamento e a quello del sistema in cui si trova inserita.

### 5.1 *SENS – IN*<sup>®</sup> Bolt

La *SENS – IN*<sup>®</sup> Bolt nasce da una partnership tra Poggipolini srl e Isanik srl, start-up bresciana di elettronica, nell'intento di unire la conoscenza tecnica e meccanica di Poggipolini e quella sensoristica di Isanik srl.

Le due aziende decidono di depositare il primo brevetto riguardante questa nuova tecnologia nel 2018 (US2018136050, Figura 5.1), partendo dall'idea di utilizzo della vite o bullone non più come semplice elemento di fissaggio ma addirittura come strumento attivo in grado di fornire dati riguardo una particolare grandezza fisica.

Nel caso del primo brevetto la grandezza fisica a cui è stato fatto riferimento è il gradiente termico. Infatti la vite in questione è in grado di fornire una misura correlata con il flusso di calore da cui è attraversata. Questa misura risulta molto utile in svariate applicazioni, come ad esempio in ambito motoristico.

Partendo da questa idea sono state elaborate altre ipotesi e altri prototipi sulle viti intelligenti. Una di queste è la vite con controllo della coppia di serraggio. Essa è in grado di fornire in tempo reale e in maniera molto accurata il valore del tiro e della coppia di serraggio che possiede.

I due esempi di vite intelligente esposti fin'ora sono riportati in Figura 5.2. La particolarità di queste viti risiede proprio nella loro duplice funzione di elemento strutturale e di misura. Questo le rende fondamentali in particolari applicazioni dove le richieste in termini di precisione, ingombri, affidabilità sono particolarmente

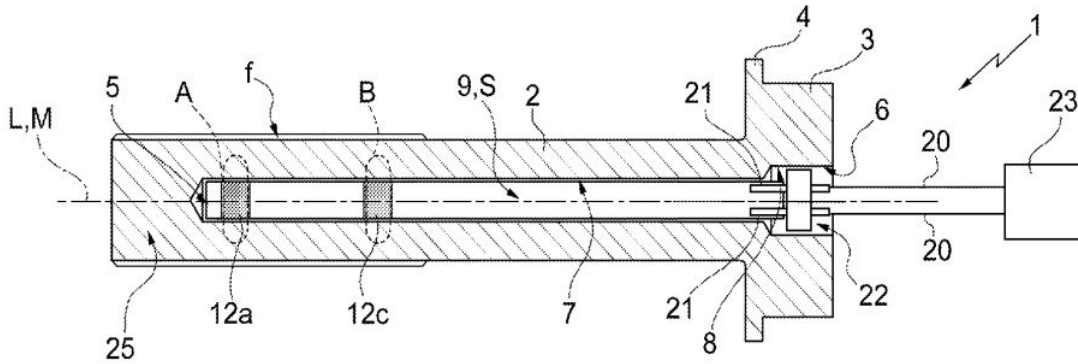


Figura 5.1. Immagine tecnica della *SENS – IN*<sup>®</sup> Bolt [8]

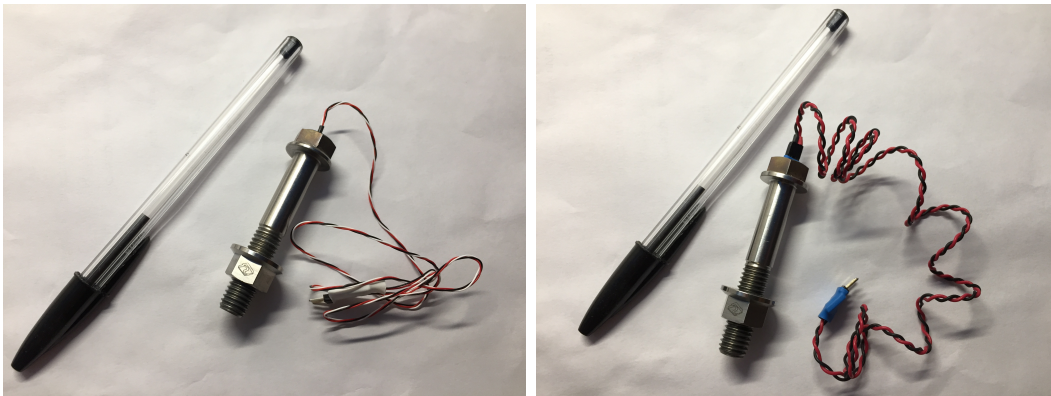


Figura 5.2. *SENS – IN*<sup>®</sup> Bolt: a sinistra la vite con controllo del serraggio, a destra quella termica

alte.

Tuttavia è possibile notare come ora le viti comunichino con l'esterno attraverso l'uso di cavi. Questi ultimi infatti sono necessari al fine di energizzare i sensori all'interno della vite e trasferire i dati al device esterno. Per questo gli studi si stanno concentrando su metodi alternativi per generare l'energia direttamente all'interno della vite e non trasferirla dall'esterno. Tutto questo permetterebbe l'eliminazione dei fili con conseguente miglioramento della tecnologia.

In questa trattazione non faremo riferimenti alla tipologia di sensori posti all'interno delle viti, tuttavia è necessario sapere che il loro consumo di energia elettrica si sposta dalle centinaia di  $\mu W$  ai  $mW$ .

Nel corso di questo capitolo verranno esposti i modelli di energy harvester studiati per questa particolare tipologia di applicazione.

## 5.2 Primo modello

La prima tipologia di layout analizzato è la seguente: energy harvester inserito nella testa della vite. In Figura 5.3 è rappresentato il disegno del modello in cui è possibile notare come la barretta vibrante sia disposta in direzione trasversale rispetto all'asse della vite e di conseguenza l'utilizzo delle vibrazioni in senso assiale per la generazione di energia. Come si evince dalle Figure mostrate l'alloggio dell'ener-

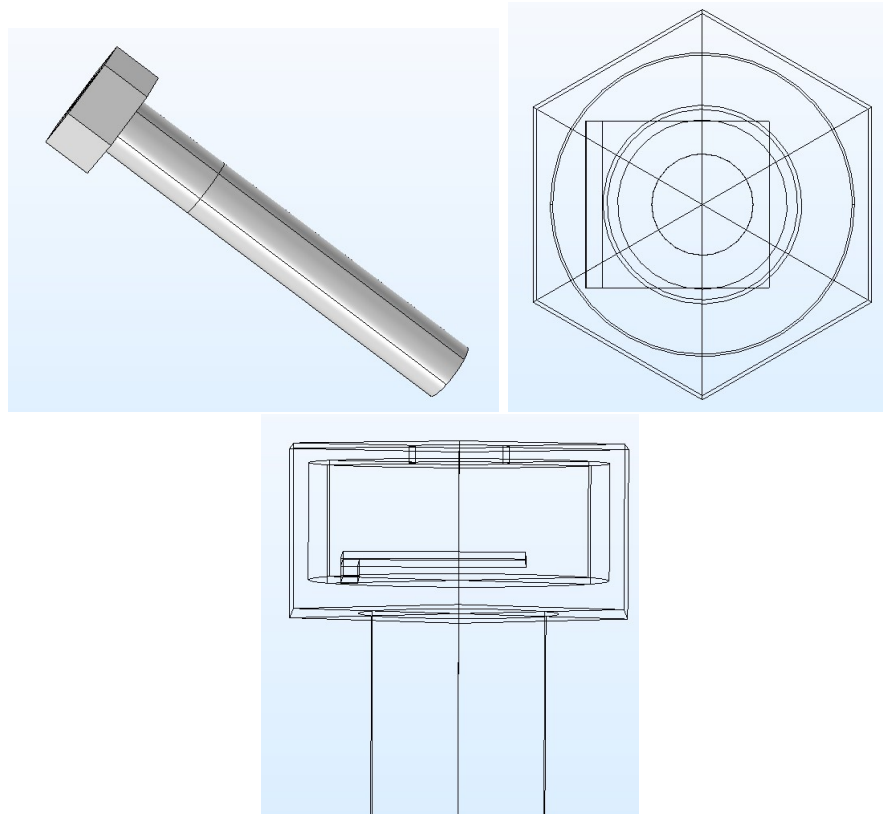


Figura 5.3. Layout con energy harvester nella testa della vite

gy harvester è stato progettato come un cilindro cavo interno alla testa della vite. Questo non esclude l'uso di altre forme geometriche per la sua struttura. Infatti ciò che è necessario mantenere è la rigidità della testa la quale viene messa in difficoltà soprattutto durante le operazioni di avvitamento e svitamento della vite. Durante lo svolgimento del tirocinio non è stato eseguito uno studio in questo senso.

La barretta presa in esame (Figura 5.4) è costituita da due strati di materiale piezoelettrico ( $PZT - 5A$ ) e uno strato di ottone. Viene usato l'ottone poiché ha una densità elevata e una buona resilienza. Queste due caratteristiche infatti sono essenziali: l'elevata densità poiché la barretta necessita di ampie oscillazioni per aumentare la

differenza di potenziale generata e al contempo una buona resilienza è utile poiché il materiale sarà sottoposto a forti vibrazioni. Tra gli strati di materiale piezoelettrico e quello di ottone naturalmente sarà posta una colla che oltre alla funzione di agente saldante delle parti fungerà anche da isolante.

Questa barretta sarà saldata ad una estremità ad un supporto in acciaio, la cui altezza risulterà adeguata all'ampiezza delle oscillazioni della barra. I due strati pie-

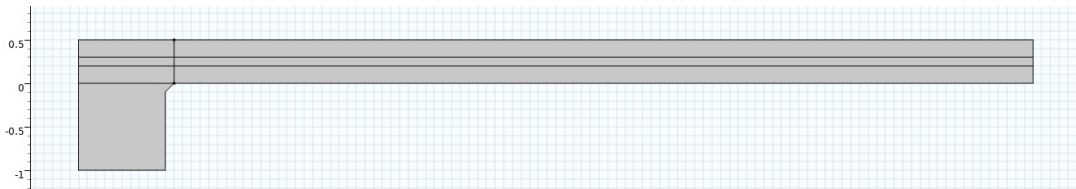


Figura 5.4. Barretta PZT bimorph

zoelettrici hanno uno spessore di  $0.2\text{mm}$  e l'ottone di  $0.1\text{mm}$ . La lunghezza e la larghezza della barra sono state assunte uguali a  $11\text{mm}$ . Tutti questi vincoli sono stati presi in considerazione riferendosi alle dimensioni di una vite standard.

In Figura 5.5 sono riportate le soluzioni riguardanti la simulazione del layout appena esposto. Notiamo come le oscillazioni della barretta risultino entro i vincoli dimensionali imposti, tuttavia la differenza di potenziale che si crea ai capi del *PZT* è molto bassa. Questo perché la frequenza di risonanza di questa geometria è molto elevata e non è al momento di nostro interesse per lo studio svolto in questa tesi.

Ricordiamo che per il calcolo della potenza elettrica estratta è stata considerata una resistenza nel circuito di  $12\text{k}\Omega$ . La problematica principale è infatti quella di ritrovare il layout migliore rispettante i vincoli geometrici che porti la frequenza di risonanza della barretta, e quindi la potenza massima estraibile, a basse frequenze. Dove per basse frequenze si intende in un range da  $50$  a  $500\text{Hz}$ .

Per queste motivazioni sono stati sviluppati altri layout sempre in riferimento a questo primo modello.

Una di queste è l'uso di una massa aggiuntiva di ottone ad una estremità della barretta e l'assottigliamento degli strati di materiale piezoelettrico e di ottone. In Figura 5.6 è rappresentata questa geometria: gli strati di *PZT* – *5A* sono passati ad uno spessore di  $0.1\text{mm}$  e quello di ottone a  $0.05\text{mm}$ . Le rimanenti dimensioni sono rimaste costanti. In questo caso è possibile notare come la differenza di potenziale presente sul piezoelettrico sia aumentata. Questo è avvenuto perché è stato incrementato anche lo sforzo agente su di esse grazie all'assottigliamento degli strati e all'aggiunta della massa di ottone.

La Figura 5.7 mostra come la differenza di potenziale massima ottenibile si trovi nell'intorno di  $460\text{Hz}$  di frequenza che corrisponde alla frequenza di risonanza della barretta. Il valore di potenziale (circa  $3\text{V}$ ) è elevato rispetto al caso precedente e si

## 5.2 – Primo modello

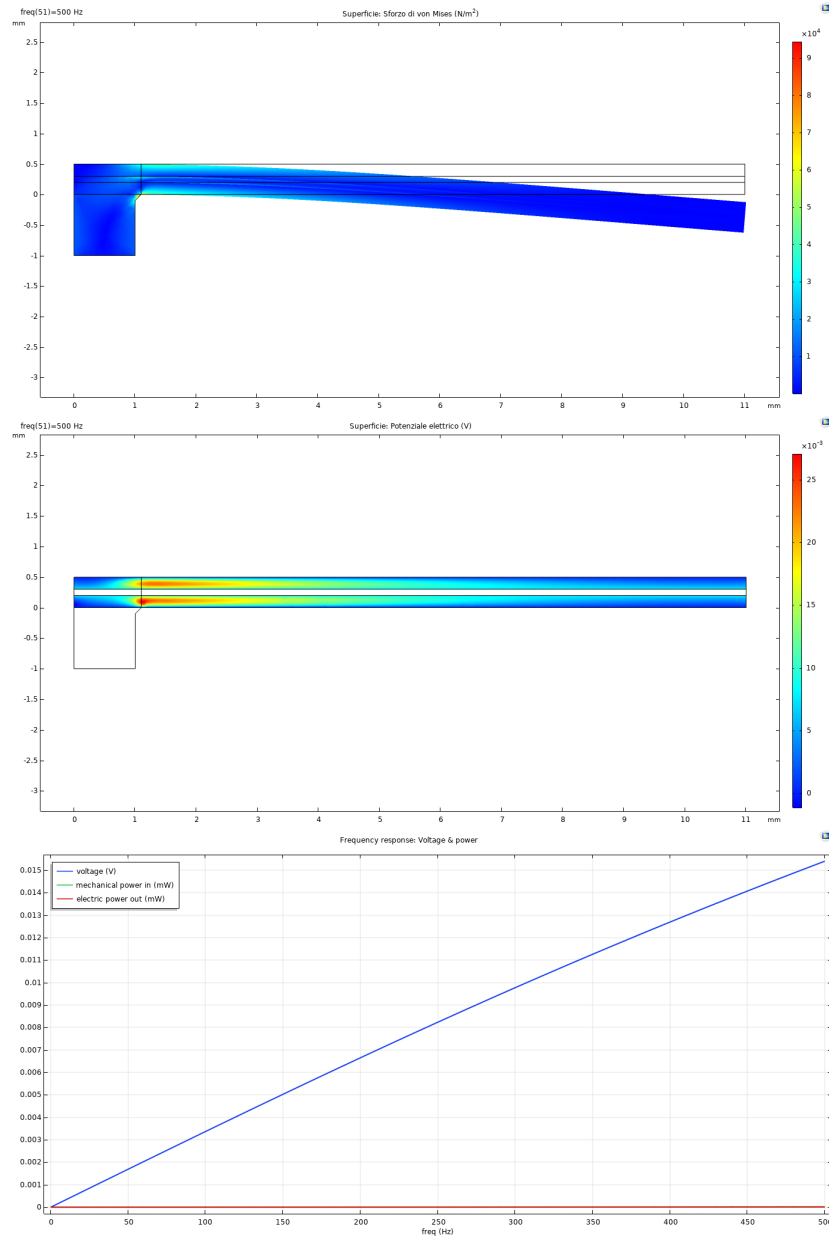


Figura 5.5. Risultati della simulazione del modello 1

trova ad una frequenza notevolmente più bassa.

In maniera analoga si possono fare considerazioni sulla potenza meccanica e su quella elettrica estraibile dal materiale: essa infatti raggiunge il suo massimo proprio in corrispondenza di  $460\text{Hz}$  producendo circa  $0.5\text{mW}$ . Questa potenza è ottenibile usando una resistenza campione del valore di  $12\text{k}\Omega$ .



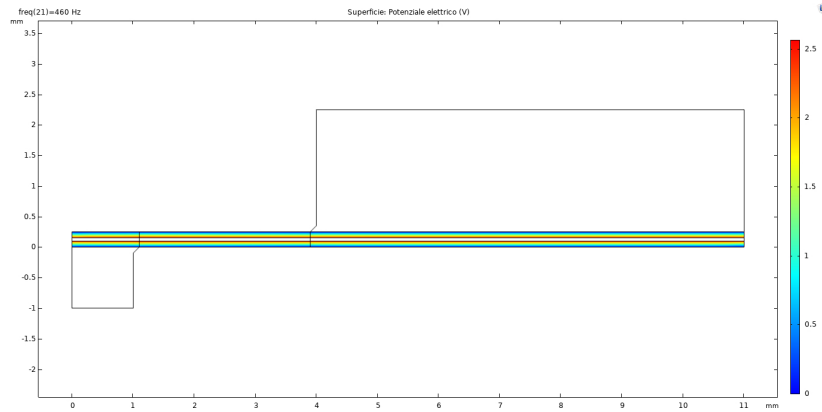


Figura 5.6. Geometria con massa aggiuntiva evidenziando la differenza di potenziale a  $460\text{Hz}$

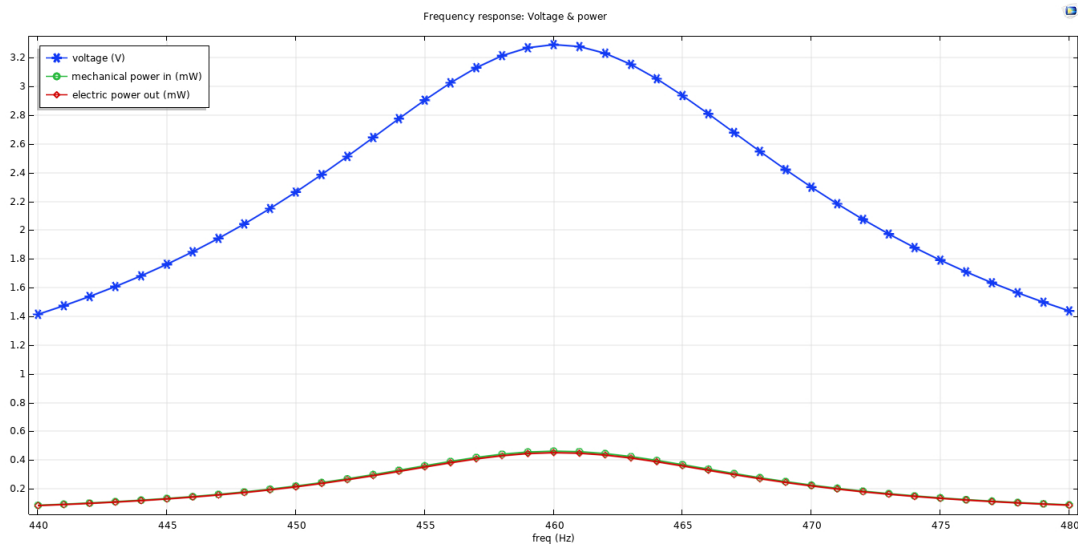


Figura 5.7. Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione della frequenza

Proprio per investigare anche il comportamento di queste grandezze al variare del carico è stata eseguita un'ulteriore simulazione ponendo la frequenza fissa a  $460\text{Hz}$  e variando il valore di resistenza. La Figura 5.8 mostra proprio questa analisi: l'andamento del potenziale si conferma crescente all'aumentare del carico, tuttavia la potenza elettrica raggiunge il suo valore massimo intorno a  $10\text{k}\Omega$  per poi calare a causa dei bassi valori di corrente. Questa analisi mostra come il layout sia essenziale al fine del controllo della frequenza di risonanza e della potenza elettrica estraibile. Mantenendo questo modello è stato formulato un ulteriore layout che porti l'aggiunta di un'altra massa nella parte inferiore della barretta (Figura 5.9). Questo porta

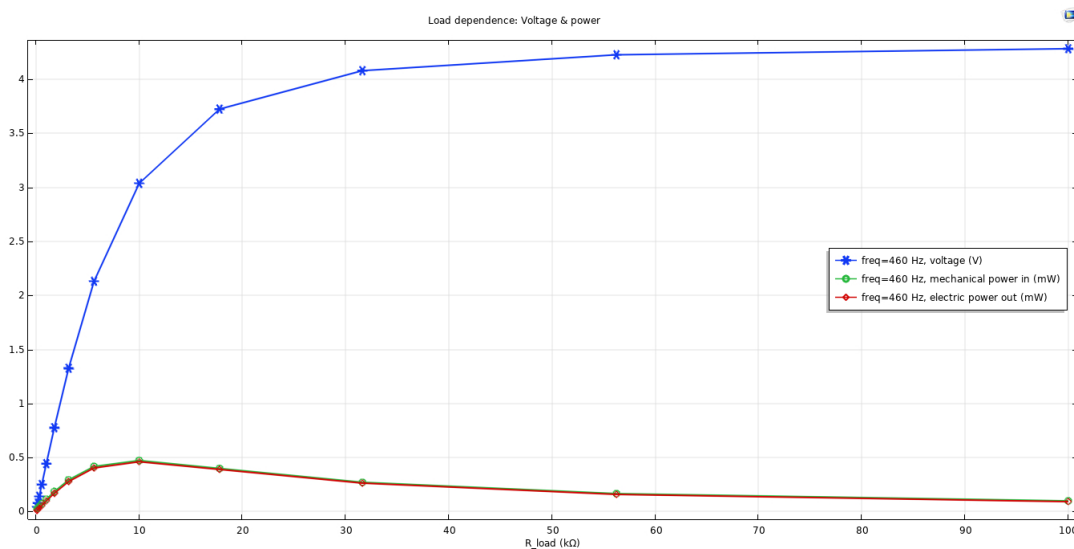


Figura 5.8. Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione del carico

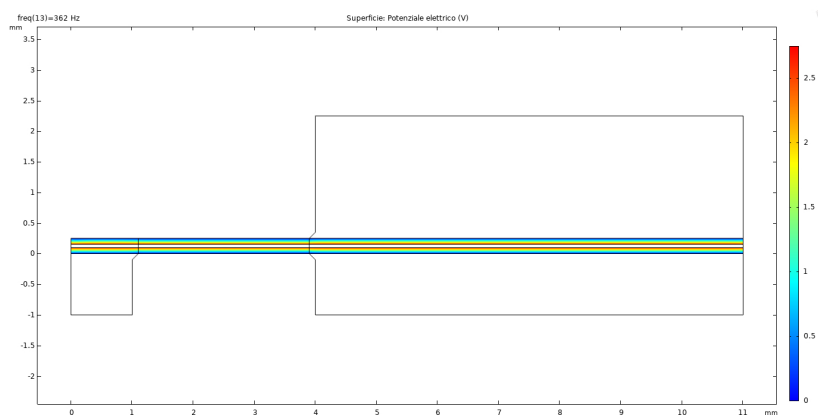


Figura 5.9. Geometria finale del modello 1

la frequenza di risonanza a valori ancora inferiori:  $362\text{Hz}$ . Tuttavia il guadagno in termini di differenza di potenziale non è così marcato: circa  $4.5\text{V}$  con una potenza elettrica massima di  $0.8\text{mW}$  alla frequenza di risonanza. Tutti i dati proposti fin'ora si riferiscono alla Figura 5.10. La resistenza di riferimento è sempre  $12\text{k}\Omega$ . In Figura 5.11 è riportato l'andamento del potenziale, della potenze elettrica e della corrente in funzione del carico. Si è preferito graficare anche l'andamento della corrente che mostra come il calo di potenza all'aumentare del carico sia dovuto proprio al diminuire della corrente stessa. Tutte queste configurazioni andranno poi inserite all'interno di un circuito appositamente definito sulla base della tipologia di sensore

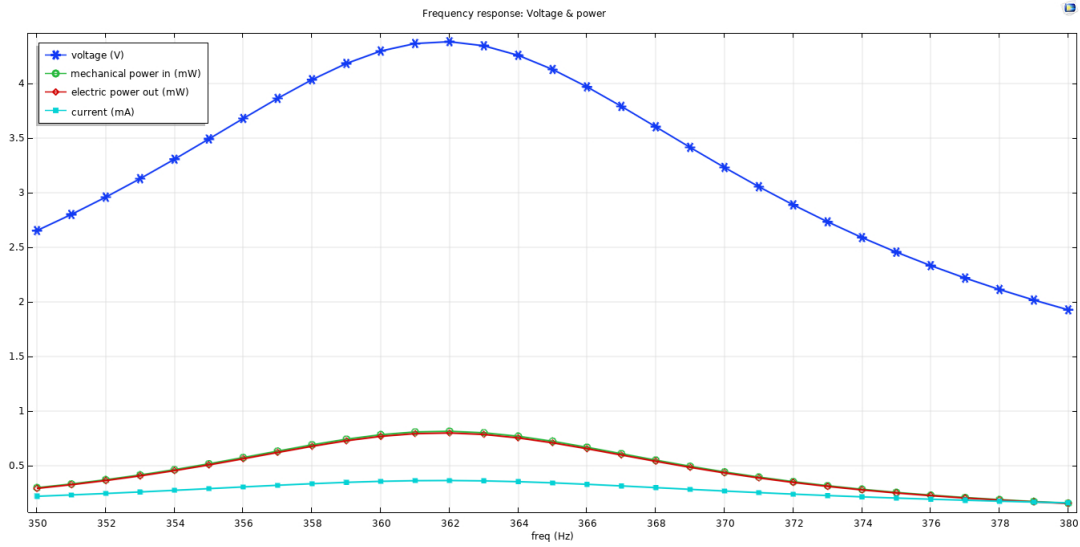


Figura 5.10. Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione della frequenza

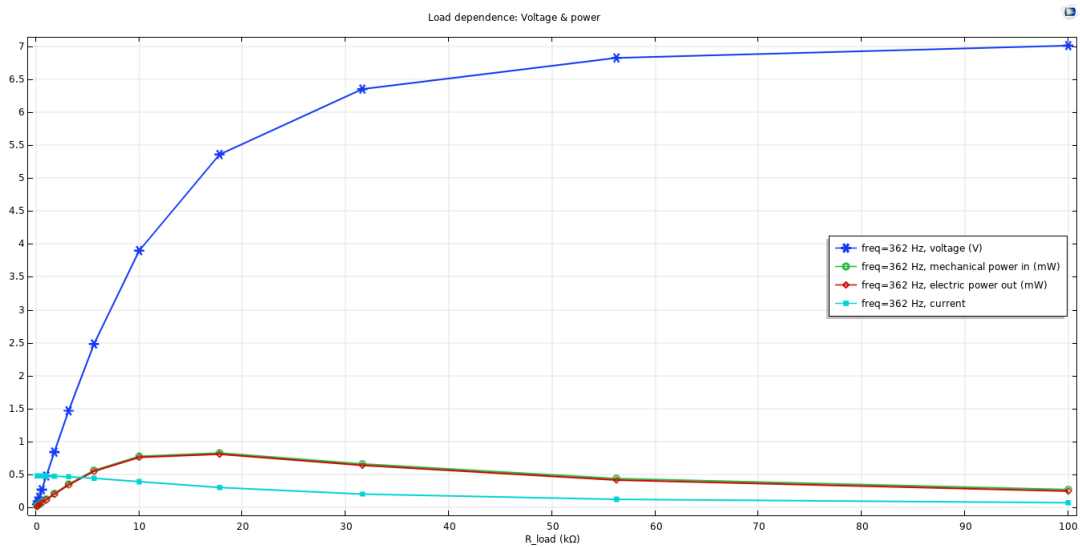


Figura 5.11. Andamento della differenza di potenziale, della potenza meccanica ed elettrica in funzione del carico

e di funzionamento.

### 5.3 Secondo modello

Il secondo modello analizzato consiste nel posizionare la stessa tipologia di energy harvester usata nel primo modello ponendola nel gambo della vite, longitudinalmente rispetto al suo asse. In Figura 5.12 è mostrata questa configurazione. La

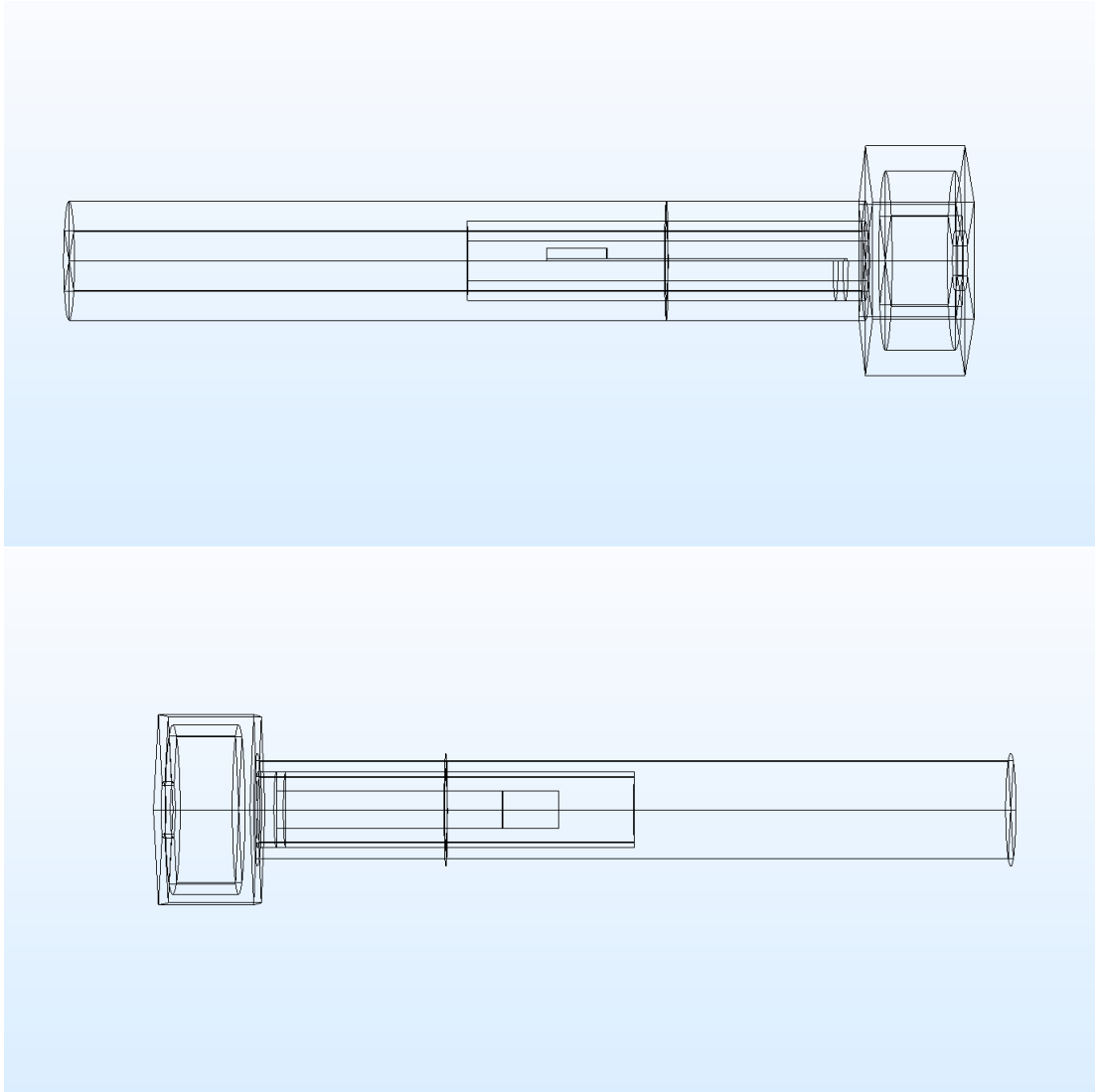


Figura 5.12. Layout con energy harvester nel gambo della vite

geometria riguardante l'energy harvester non subisce grandi variazioni rispetto a quelle già trattate. La base di sostegno non sarà più a sezione rettangolare ma a sezione semicircolare ricavata dal pieno della vite.

La struttura della barretta rimane costante: due strati di  $PZT - 5A$  di spessore

0.1mm e uno strato di ottone centrale da 0.05mm. La lunghezza della geometria aumenta arrivando a 30mm mentre la larghezza diminuisce fino a 4mm. L'oscillazione massima consentita è stata fissata a 6mm. In Figura 5.13 è riportata

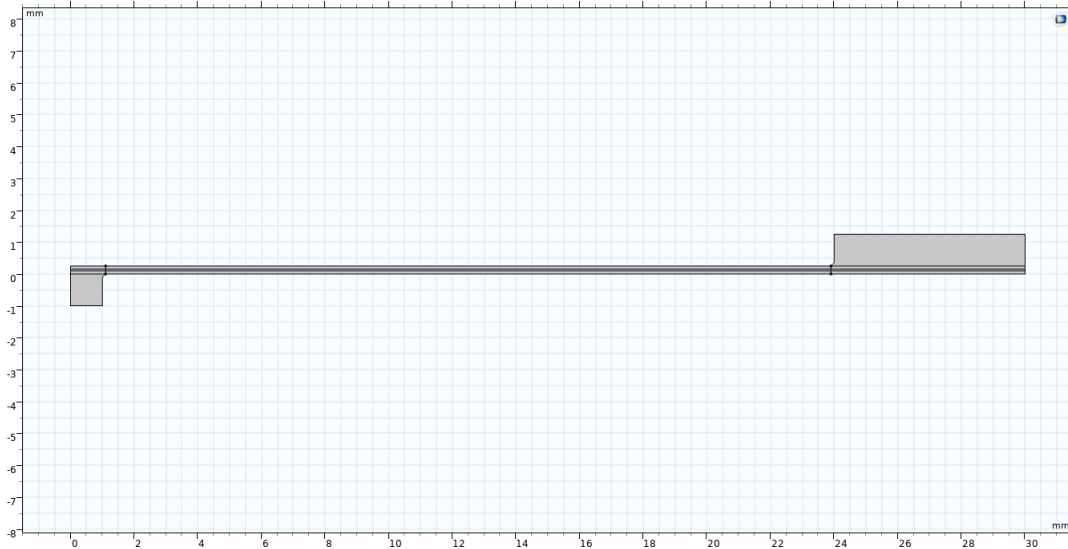


Figura 5.13. Secondo modello

la barretta usata nella simulazione. Da notare che è stata aggiunta una massa di ottone all'estremità del modello per aumentare le sollecitazioni sul materiale piezoelettrico.

In Figura 5.14 sono rappresentati i risultati della simulazione: primariamente lo sforzo di Von Mises dovuto alle oscillazioni a  $75Hz$  e in secondo luogo la differenza di potenziale sui PZT. In questo caso il potenziale che si raggiunge è superiore rispetto a quello raggiunto nel primo modello ed è da sottolineare come il picco sia a frequenze molto basse: tra  $74$  e  $76Hz$ . Questo è riproposto in Figura 5.15, dove è stato inserito un carico di valore  $12k\Omega$ . La produzione di potenza a questi valori di vibrazione consente l'uso della vite sensorizzata in campi di applicazione non raggiungibili con il layout del primo modello. Oltre all'elevato valore di potenziale è da notare anche l'aumento della potenza elettrica prodotta fino a  $1.3mW$ .

Questo valore è notevolmente interessante e si è voluto analizzare meglio il comportamento della potenza elettrica anche al variare del carico con frequenza di vibrazione fissata a  $74Hz$ . Dalla Figura 5.16 emerge come per carichi bassi ( $2-3k\Omega$ ) la potenza elettrica sia addirittura maggiore ai  $3mW$ . Questo dato è molto importante poiché permette di affermare la disponibilità di energia per più di un sensore interno alla vite o più di un'apparecchiatura in termini generali.

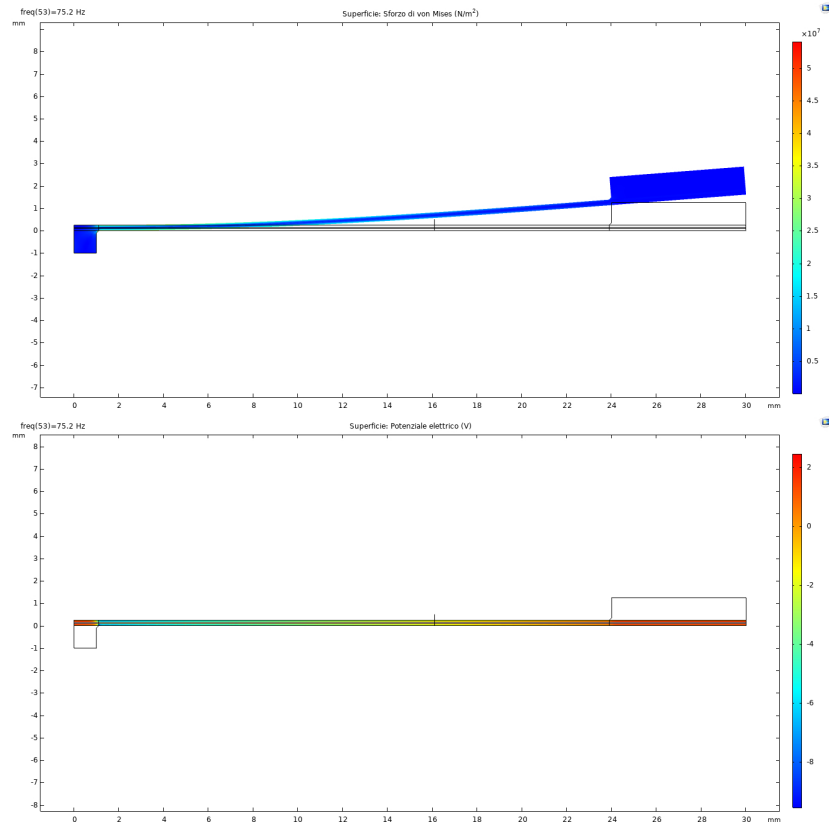


Figura 5.14.

## 5.4 Terzo modello

La terza tipologia analizzata è più complicata dal punto di vista geometrico. Si tratta di due cilindri concentrici di cui uno cavo, come mostrato in Figura 5.17. Il cilindro pieno interno si trova collegato con quello esterno tramite lamelle di materiale piezoelettrico a singolo strato. Si è preferito usare la configurazione a singolo strato per non gravare eccessivamente sul calcolo computazionale, tuttavia sarebbe interessante analizzare anche il comportamento nel caso di lamelle bimorph. Il movimento del cilindro interno lungo l'asse comune provoca la deformazione delle lamelle e la conseguenza generazione di differenza di potenziale tra le superfici del PZT. Le dimensioni hanno dovuto rispettare vincoli dimensionali imposti dalla vite. In questo caso è stato scelto un raggio esterno del cilindro cavo pari a  $5\text{mm}$  e raggio interno  $4\text{mm}$ , mentre il cilindro pieno interno ha raggio uguale a  $2\text{mm}$ . La lunghezza dei cilindri è la medesima ed è fissata a  $50\text{mm}$ . Le lamelle hanno uno spessore di  $0.5\text{mm}$  e compiono l'intera rivoluzione attorno al cilindro interno. La disposizione di questa tipologia di energy harvester all'interno della vite risulta

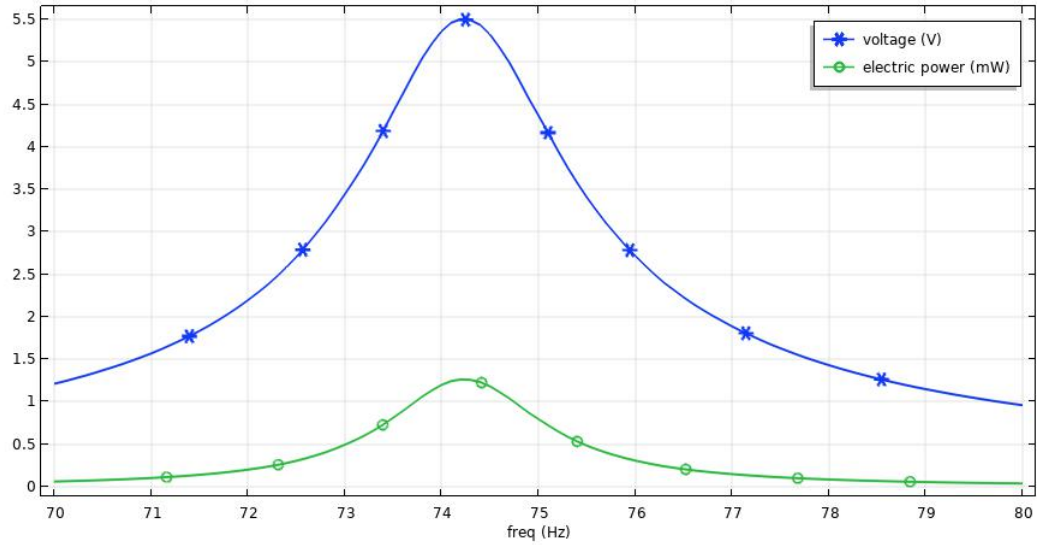


Figura 5.15. Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione della frequenza

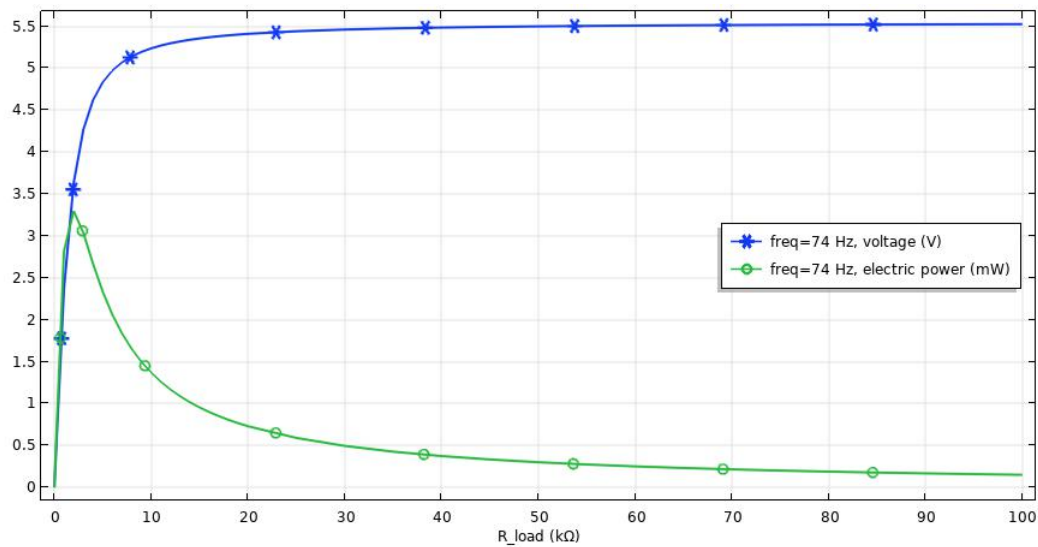


Figura 5.16. Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione del carico

essere quella rappresentata in Figura 5.18. Il cilindro esterno è rappresentato dalla vite stessa cava all'interno, mentre sarà posizionato all'interno un cilindro di acciaio, collegato alle pareti della vite con le lamelle di materiale piezoelettrico. Sarà necessario considerare lo spazio occupato dal cilindro durante l'oscillazione che avverrà prevalentemente lungo l'asse della vite.

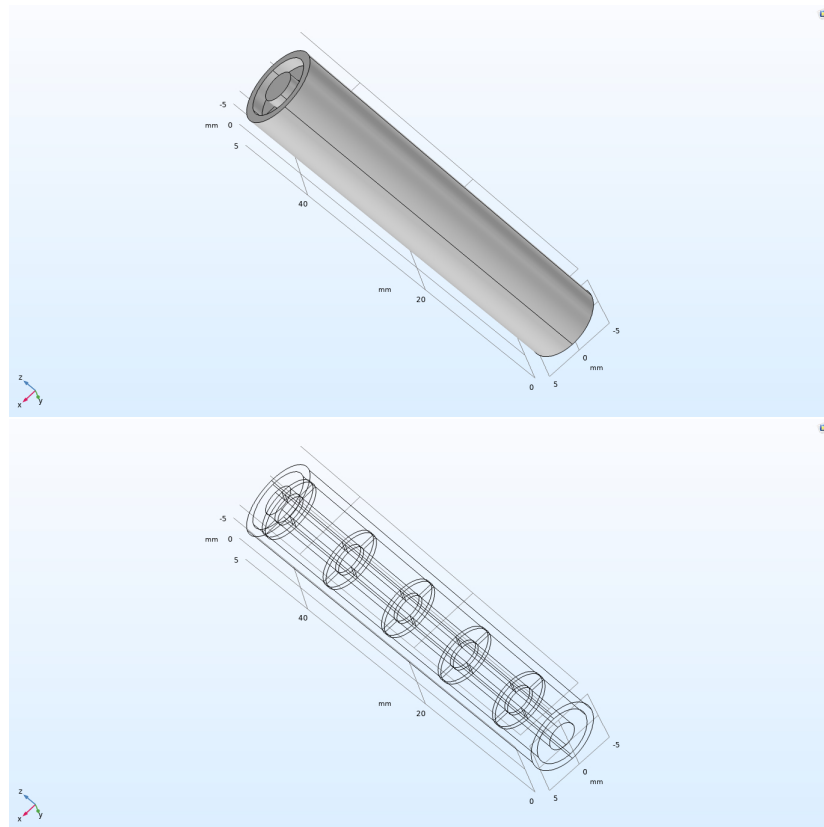


Figura 5.17. Geometria energy harvester

La simulazione è stata impostata per analizzare un range di frequenze molto ampie: da 1 a  $1000\text{Hz}$ , poiché non si conosce il comportamento del sistema. In Figura 5.19 è rappresentato lo sforzo di Von Mises agente sul sistema in vibrazione ad una frequenza di  $200\text{Hz}$ . Le zone maggiormente sollecitate sono quelle di collegamento tra i dischetti e i cilindri, sia interno che esterno. Nel modello fisico sarà necessario studiare una tipologia particolare di *attacco* in modo da aumentare la resistenza di queste aree.

Analizzando il grafico di Figura 5.20 si nota come la differenza di potenziale che si crea sulle superfici degli elementi piezoelettrici è molto bassa e ciò comporta valori minimi (quasi nulli) di potenza elettrica.

Molto probabilmente questa configurazione necessita di uno studio più approfondito che non è stato possibile svolgere nel corso di questo tirocinio, tuttavia può essere promettente.



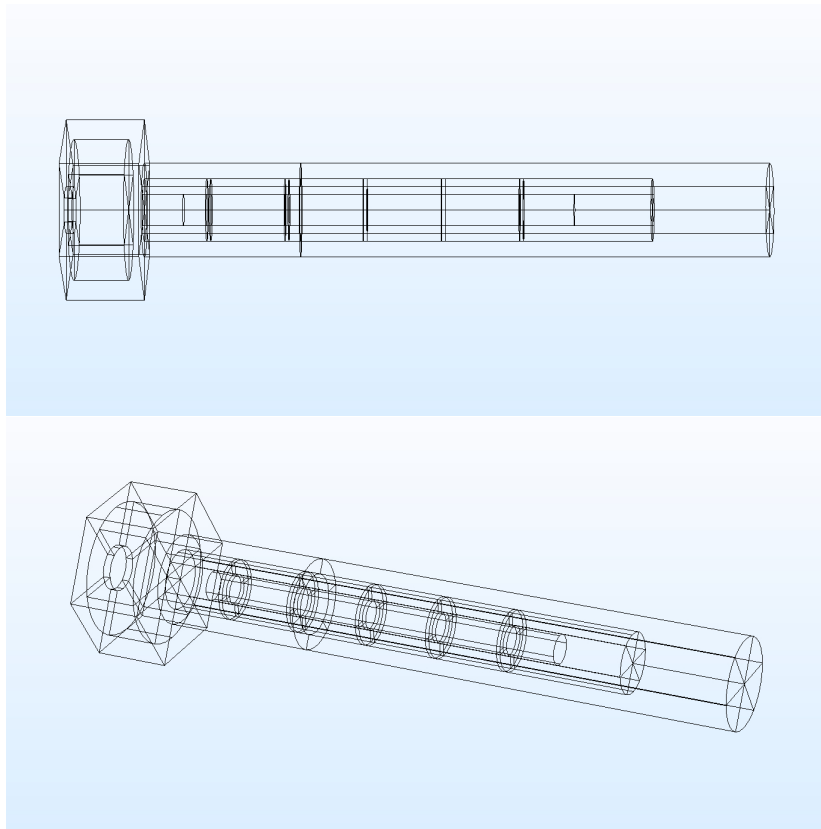


Figura 5.18. Terzo modello

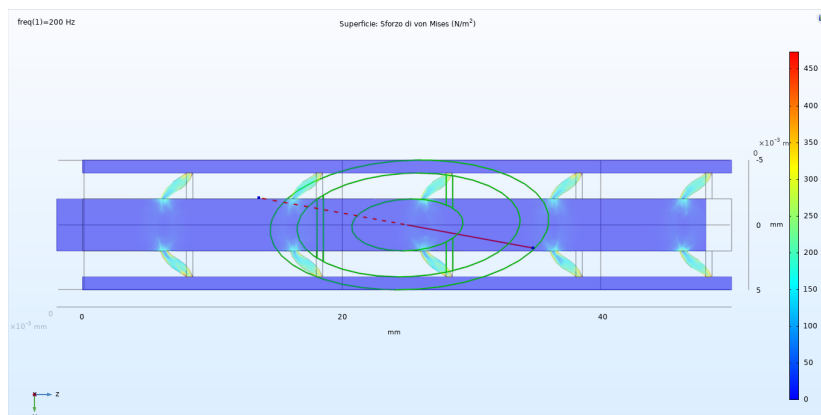


Figura 5.19. Sforzo di Von Mises sul sistema

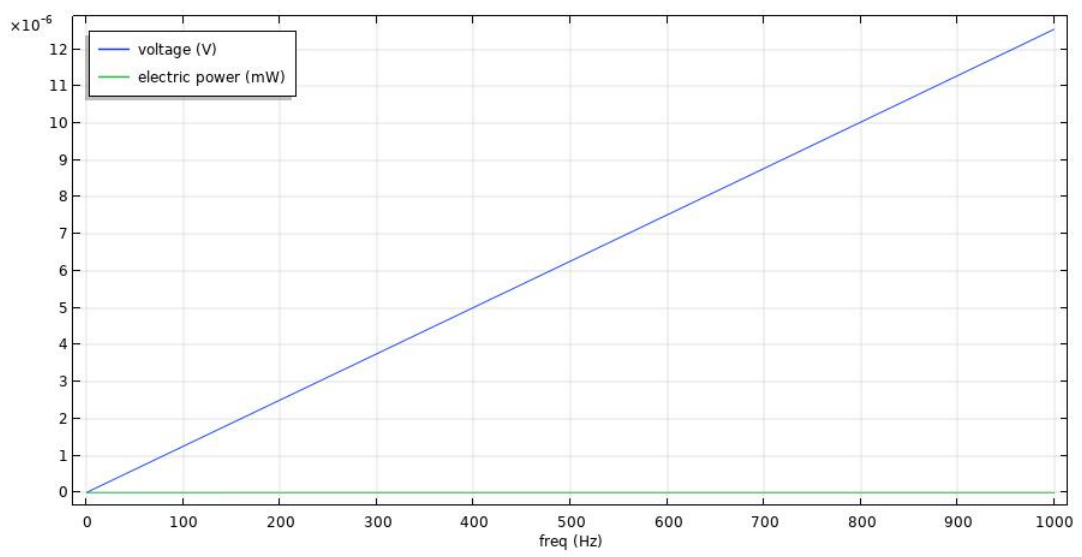


Figura 5.20. Andamento del potenziale e della potenza elettrica in funzione della frequenza



# Conclusioni

Lo scopo di questa tesi era l'elaborazione di un modello computazionale per la riproduzione di energy harvester.

In primo luogo sono state effettuate ricerche sulle tipologie di fonti rinnovabili disponibili in modo da individuare il rapporto esistente tra le varie densità energetiche e dimostrare la possibilità di recupero di energia tramite materiale piezoelettrico da moti oscillatori e vibrazionali. Sebbene la sua densità di energia non sia paragonabile a quella eolica, fotovoltaica e termica tuttavia la vasta presenza di vibrazioni in molti sistemi esistenti le permette di competere con le altre forme di energia rinnovabile. La ricerca è passata attraverso la fase di studio teorico e brevettuale. Inizialmente è stato studiato il materiale piezoelettrico in ogni sua forma per capire a fondo le potenzialità e le dinamiche che gli permettono di essere usato come energy harvester. In seguito è stato possibile approfondire la conoscenza tecnico matematica del sistema e riconoscere le iterazioni fisiche che avvengono durante il fenomeno di recupero energetico mediante materiale piezoelettrico.

Una parte fondamentale è stata ricoperta dalla ricerca brevettuale, la quale ha permesso di intuire quale fosse il livello dello stato dell'arte di questa tecnologia. Questa ricerca ha portato alla scoperta di layout e applicazioni innovative che sono state riprese negli stadi finali per la modellazione delle geometrie.

La fase di validazione è passata attraverso la collaborazione con il laboratorio di Innovazione Tecnologica dell'Università di Bologna, grazie al quale è stato possibile effettuare un esperimento fisico su materiale PZT. Ciò ha portato alla validazione del primo modello sviluppato attraverso il software Comsol Multiphysics.

Tuttavia il sistema geometrico su cui è incentrata la tesi è il *cantilever bimorph*, cioè una barretta composta da strati di materiale piezoelettrico in grado di generare energia elettrica grazie alle vibrazioni indotte su di essa. Al fine di effettuare la validazione di questo sistema è stato necessario effettuare una ricerca tra gli articoli scientifici inerenti a questa tecnologia. In particolare sono stati usati i dati derivanti dagli esperimenti svolti dal dipartimento di ingegneria meccanica e aerospaziale dell'*Arizona State University*.

L'ultima fase ha visto lo sviluppo del modello validato in forme e geometrie differenti

al fine di essere posizionato all'interno di una nuova tecnologia sviluppata dall'azienda Poggipolini srl. La funzione di questo energy harvester è quella di fornire l'energia necessaria al funzionamento di uno o più sensori posti all'interno di viti, in modo da eliminare l'alimentazione che al momento viene effettuata tramite l'ausilio di cavi. Le fasi successive possono essere riassunte in due punti fondamentali:

- studio del circuito di energy harvesting;
- sviluppo del prototipo fisico.

L'ultima fase prevederà problematiche non banali soprattutto riguardanti la precisione geometrica e le basse tolleranze che devono essere mantenute nella fabbricazione di questi oggetti al fine del loro posizionamento nelle viti.

# Bibliografia

- [1] M. S. Vijaya. *Piezoelectric Materials and Devices: Applications in Engineering and Medical Sciences*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013.
- [2] Widad Ismail, Solahuddin Yusuf Fadhlullah. *Solar Energy Harvesting Design Framework for 3.3 V Small and Low-powered Devices in Wireless Sensor Network*. Conference: 1st International Conference on Telematics and Future Generation Networks (TAFGEN), 2015. At: Kuala Lumpur.
- [3] D. Fabiani. *Tecnologie Elettriche Innovative*. Alma Mater Studiorum Università di Bologna, 2018.
- [4] European Thermodynamics Limited Kibworth. *Thermoelectric Element*. European Patent Application, EP3324454.
- [5] Manuale di COMSOL Multiphysics. <https://www.comsol.it/>.
- [6] A. Poli. *Studio e caratterizzazione elettrica di materiali per energy harvesting*. Alma Mater Studiorum Università di Bologna, 2019.
- [7] Yabin Liao, Henry A. Sodano. *Modeling and Comparison of Bimorph Power Harvesters with Piezoelectric Elements Connected in Parallel and Series*. Mechanical and Aerospace Engineering Department, Arizona State University, Tempe, AZ 85287-6106, USA, 2009.
- [8] Poggipolini srl, isanik srl. *Fixing Element with a Built-in Temperature Sensor*. WO2016193887, 2018.