

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ENERGETICA LM

sede di Bologna

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

in

Sistemi Solari e Geotermici

**CONFRONTO FRA METODI PER LA DETERMINAZIONE DELLA
RISPOSTA TERMICA DI SONDE GEOTERMICHE**

CANDIDATO

Oscar Covato

RELATORE:

Prof. Ing. Enzo Zanchini

CORRELATORE

Dr. Ing. Claudia Naldi

Anno Accademico 2018/19

Sessione I

Sommario

1	La geotermia.....	4
1.1	Il gradiente geotermico.....	4
1.2	Sistemi Geotermici	6
1.2.1	Risorse geotermiche ad alta entalpia	6
1.2.2	Risorse geotermiche a media entalpia	9
1.2.3	Risorse geotermiche a bassa entalpia	11
1.3	Impianti a pompa di calore con scambiatori orizzontali interrati.....	12
1.3.1	Scambiatori a serpentine e a chiocciola.....	12
1.3.2	Scambiatori ad anello	13
1.3.3	Scambiatori a spirale	14
1.4	Impianti a pompa di calore con scambiatori verticali	15
1.4.1	Pali di fondazione.....	15
1.4.2	Sonde geotermiche coassiali.....	16
1.4.3	Sonde geotermiche a tubi a U.....	17
2	Metodi di progetto e simulazione di campi di sonde geotermiche	20
2.1	Calcolo della resistenza termica.....	20
2.2	Dimensionamento di campi di sonde con il metodo ASHRAE.....	22
2.3	Dimensionamento di campi di sonde con il metodo g-function	28
2.3.1	Finite line source	28
2.3.2	Finite cylindrical source	30
2.4	Dimensionamento di campi di sonde con il metodo DST	34
2.4.1	Problema globale.....	35
2.4.2	Problema locale	36
2.4.3	Problema stazionario	36
2.4.4	Sovrapposizione delle temperature.....	37
3	Il modello di Lamarche	38
3.1	Presentazione del modello.....	38
3.2	Validazione del modello	41
3.2.1	Simulazione del sistema reale	41
3.2.2	Calcolo della resistenza della sonda R_b	46
3.2.3	Simulazione del sistema equivalente.....	49
4	Calcolo della temperatura media del fluido per sonde di lunghezza finita e carico termico costante.....	66
4.1	Calcolo mediante il modello di Lamarche	67
4.2	Calcolo mediante il modello finite cylindrical source.....	71
4.3	Calcolo mediante il modello finite line source	74

4.4	Confronto fra i risultati dei tre metodi.....	77
5	Calcolo della temperatura media del fluido per sonde di lunghezza finita e carico termico variabile	80
5.1	Caso estivo.....	80
5.1.1	Implementazione del modello di Lamarche per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario.....	82
5.1.2	Implementazione del metodo FCS per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario	85
5.1.3	Implementazione del metodo FLS per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario	88
5.1.4	Confronto fra i risultati dei tre metodi.....	90
5.2	Caso invernale	92
5.2.1	Implementazione del modello di Lamarche per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario.....	97
5.2.2	Implementazione del metodo <i>FCS</i> per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario	100
5.2.3	Implementazione del metodo FLS per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario	103
5.2.4	Confronto fra i risultati dei tre metodi.....	105
6	Conclusioni	111
7	Riferimenti bibliografici	113

1 La geotermia

Con il termine di geotermia si vuole definire un insieme di tecnologie che sono in grado di sfruttare il sottosuolo per fini energetici. Quando si parla di geotermia ci si riferisce a particolari configurazioni di sottosuolo in cui la temperatura è superiore a 40 °C. All'interno della Terra è presente un'enorme quantità di energia termica, che viene dissipata con continuità verso la superficie terrestre con un rateo costante pari a 65 W/m².

Lo sfruttamento di questa risorsa avviene da tempi remoti, in particolare in quei luoghi in cui sono presenti particolari condizioni grazie alle quali l'acqua, in fase liquida o vapore, è in grado di trasportare il calore dalle profondità del sottosuolo alla superficie. L'applicazione più antica di queste “*acque calde*” è stata quella termale, mentre andando verso applicazioni più recenti si trovano il teleriscaldamento, applicazioni in serra colture o usi industriali.

1.1 Il gradiente geotermico

La Terra è un pianeta sferoidale composto da tre involucri concentrici: crosta, mantello e nucleo. Il nucleo corrisponde alla regione più interna; si sviluppa ad una profondità compresa tra i 2900 e 6370 km ed ha una temperatura di circa 4000 °C. Lo strato intermedio è detto mantello, il quale si estende sotto la crosta fino a 2900 km di profondità. La fonte del calore intrinseco della Terra può essere identificata in parte nel calore primordiale presente nel nostro pianeta ed in parte al decadimento di sostanze isotopiche come l'uranio U^{238} e U^{235} , il torio Th^{232} ed il potassio K^{40} .

La caratteristica più importante del suolo che ne consente lo sfruttamento per fini geotermici è la presenza di una temperatura maggiore, in inverno, e di una minore, in estate, dell'aria esterna.

Ciò avviene perché il terreno ha la capacità di smorzare le oscillazioni di temperatura, non solo su periodi giornalieri, ma anche stagionali. A qualche metro di profondità la temperatura del terreno si stabilizza ad un valore prossimo a quella media annua del luogo considerato: questa temperatura è chiamata temperatura del terreno indisturbato ed è calcolabile secondo la seguente equazione:

$$T(z, t) = T_m - A_s \cdot e^{-z \left(\frac{\pi}{365\alpha} \right)^{0.5}} \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{365} \left(t - t_0 - \frac{z}{2} \left(\frac{365}{\pi\alpha} \right)^{0.5} \right) \right) \quad (1)$$

dove:

- T_m = temperatura media della superficie del terreno (°C);
- A_s = ampiezza della variazione annua della temperatura superficiale;
- α = diffusività termica del terreno (m²/giorno);
- t_0 = giorno dell'anno in cui si ha la temperatura superficiale minima (giorni);
- z = profondità (m);

- t = tempo (giorni).

I meccanismi di trasmissione del calore nel suolo sono la conduzione, la convezione e l'irraggiamento. La conduzione è il modo principale con cui il calore si trasferisce nel suolo; la convezione invece è trascurabile eccetto nel caso in cui vi siano importanti infiltrazioni d'acqua; l'irraggiamento è una componente significativa solo quando si è in presenza di suoli secchi ad alte temperature, come nel caso di deserti sabbiosi.

Per $z \geq 30$ m si nota un aumento della temperatura del terreno all'aumentare della profondità. Questa variazione è nota come gradiente termico: si riscontra un aumento di 3 °C ogni 100 m di profondità. Considerando la sola conduzione, il flusso termico può essere descritto mediante l'equazione di Fourier

$$\dot{q} = -k\nabla T \quad (2)$$

che esprime il legame che c'è tra il flusso termico (\dot{q}) e il gradiente di temperatura (∇T).

L'andamento della temperatura del suolo con la profondità è mostrato nella Figura 1.1:

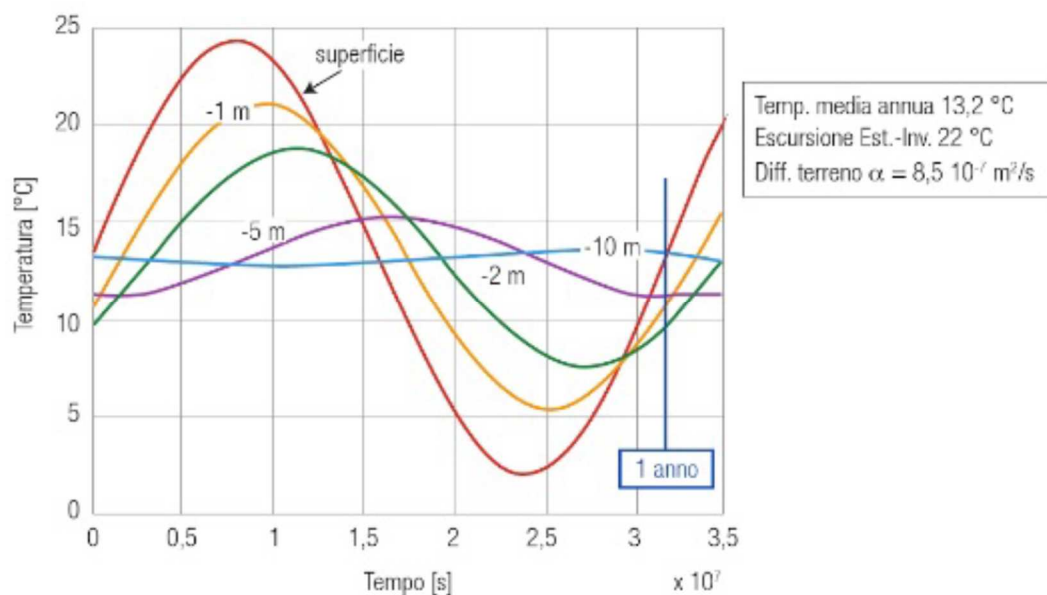


Figura 1.1: andamento mensile della temperatura del terreno in funzione della profondità

Quello che si osserva è uno smorzamento delle oscillazioni di temperatura all'aumentare della profondità rispetto a quella superficiale ed uno sfasamento tale per cui il terreno a 10 m raggiunge la propria temperatura massima in autunno e la minima in primavera.

1.2 Sistemi Geotermici

Un sistema geotermico può essere definito come un sistema acque convettivo che in uno spazio confinato dalla parte superiore della crosta terrestre trasporta il calore da una sorgente termica al luogo, generalmente la superficie, dove il calore stesso viene utilizzato.

I sistemi geotermici possono formarsi in regioni in cui il gradiente geotermico è quello normale o in zone dove il gradiente geotermico è notevolmente maggiore rispetto al valore normale. Nel primo caso si avranno sistemi con temperature non superiori ai 100 °C a profondità non eccessive; nel secondo caso si può arrivare anche a temperature di 400 °C.

Un sistema geotermico è costituito da 3 elementi:

- sorgente di calore;
- serbatoio geotermico;
- fluido geotermico.

La sorgente di calore può essere rappresentata da presenze magmatiche a modeste profondità (5–10 km) con temperature che possono raggiungere i 900 °C, dette sorgenti ad alta entalpia. Esistono inoltre sistemi ad entalpia minore, dove la sorgente di calore viene a coincidere con il calore interno alla Terra: questo sistema è riscontrabile in presenza di fratture che permettono la rapida risalita del fluido.

Il serbatoio geotermico è costituito da un volume di roccia porosa e permeabile, in grado quindi di contenere il fluido geotermico (acqua o vapore) a profondità che ne permettono lo sfruttamento.

Le risorse geotermiche si suddividono in tre categorie:

- ad alta entalpia, se la temperatura del fluido reperito è maggiore di 150 °C;
- a media entalpia, se caratterizzate da una temperatura del fluido reperito compresa tra i 90 ed i 150 °C;
- a bassa entalpia, se la temperatura del fluido reperito è minore di 90 °C.

1.2.1 Risorse geotermiche ad alta entalpia

Generalmente la fonte di calore è costituita da un'intrusione magmatica posta tra i 5 e 10 km sotto la superficie terrestre con temperatura superiore ai 700 °C. Il serbatoio geotermico è posto al di sopra della fonte di calore ed è costituito da uno strato di rocce di varia natura le cui proprietà fondamentali sono la porosità e la permeabilità. Al di sopra del serbatoio è in genere presente una superficie di rocce impermeabili prevalentemente argillose che impediscono ai fluidi riscaldati ed al vapore di fuoriuscire e disperdersi verso la superficie della Terra. I sistemi ad alta entalpia vengono suddivisi in funzione del tipo di fluido geotermico in:

- sistemi a vapore dominante;
- sistemi a vapore umido;
- sistemi ad acqua dominante.

Nei sistemi a vapore dominante il fluido è costituito prevalentemente da vapore surriscaldato che arriva a costituire anche il 98% della massa. La temperatura nel serbatoio è molto elevata, compresa tra i 200 e 400 °C, con pressioni di 5–10 bar. Nei sistemi geotermici a vapore dominante il vapore proveniente dalla sorgente nel sottosuolo viene inviato direttamente in una turbina per la produzione di energia elettrica, mediante un circuito come quello mostrato in Figura 1.2:

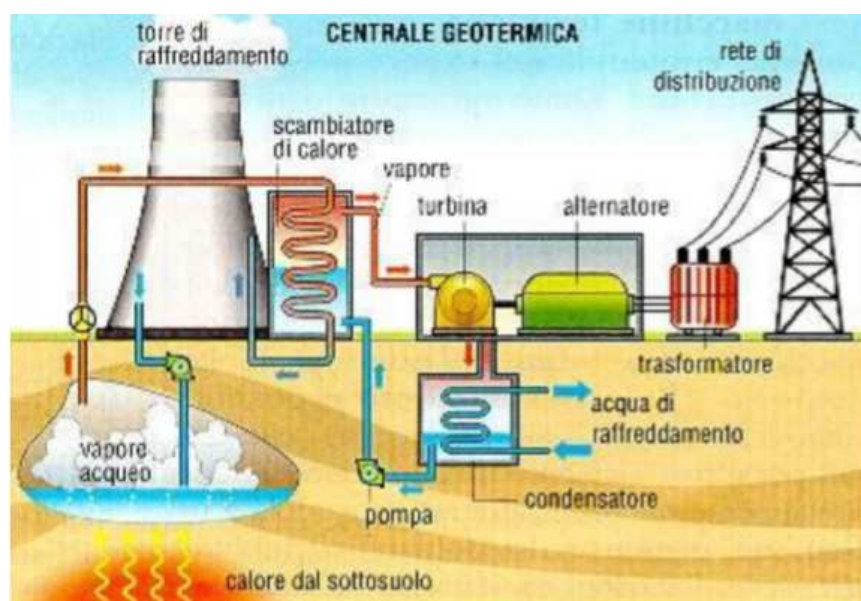


Figura 1.2: centrale geotermica a vapore dominante

Le centrali che sfruttano questo sistema vengono chiamate centrali geotermoelettriche e sono costituite da un pozzo caldo dal quale viene prelevato il vapore caldo che può essere inviato direttamente in turbina (oppure prima in uno scambiatore di calore). Se è presente lo scambiatore di calore si creano due circuiti separati: uno costituito dal vapore presente nel pozzo geotermico, e uno costituito dal fluido (vapore) che entra in turbina. La turbina è collegata ad un alternatore per la produzione di energia elettrica che viene mandata alla rete di distribuzione e al condensatore dove il vapore, che si è espanso in turbina, condensa e viene inviato direttamente al pozzo geotermico o allo scambiatore di calore.

In Italia è presente un esempio molto importante relativo allo sfruttamento di una risorsa ad alta entalpia presso Larderello. Nel periodo precedente al 1900 il vapore veniva utilizzato direttamente per processi di tipo industriale. A partire dal 1904, Ginori Conti (genere del nipote di Francois de Larderel) pensò di utilizzare il vapore per la generazione dell'energia elettrica utilizzando una macchina a vapore a stantuffo applicata ad una dinamo: furono accese 5 lampadine. A partire da questo primo

esperimento si sono susseguiti notevoli ampliamenti. Nel 1914 venne costruita la prima linea elettrica alimentata da energia geotermica, alimentata da 3 alternatori accoppiati ciascuno ad una turbina da 2500 kWe. Attualmente nella zona di Larderello sono installati due gruppi da 60 MW in grado di garantire una produzione annua di energia di 800 GWh, e un altro gruppo da 20 MW.

Nei sistemi a vapore umido il fluido è costituito da una miscela di acqua liquida e vapore, con temperature che superano i 100 °C per via dell'elevata pressione. Questa miscela alimenta centrali a singolo flash o a doppio flash. Con il termine flash si indica la trasformazione termodinamica che subisce un fluido sottoposto ad un processo di laminazione dalla condizione di liquido saturo o sottoraffreddato alla condizione di vapore saturo. Il fluido geotermico viene prelevato dal pozzo geotermico caldo (Figura 1.3), passa attraverso una valvola di laminazione (punto-1) nella quale evapora ed entra nel separatore di fase (liquida-vapore), punto-2. Il vapore viene inviato alla turbina per la produzione di energia elettrica, mentre il liquido viene reiniettato nel pozzo freddo, punto-3. Nel caso di fluidi geotermici a temperature elevate si può adottare un processo a doppio flash. Questo processo è in parte come il precedente: il fluido prelevato dal pozzo caldo passa nella valvola di laminazione e si divide in fase liquida e vapore. La fase vapore viene mandata in turbina, mentre quella liquida viene inviata ad una seconda valvola di laminazione, per poi entrare in un secondo separatore di vapore. Il vapore prodotto in questa seconda fase viene immesso in uno stadio intermedio della turbina, in quanto si trova a pressione minore rispetto al vapore immesso nello stadio iniziale. Infine il liquido rimasto viene iniettato nel pozzo di raccolta.

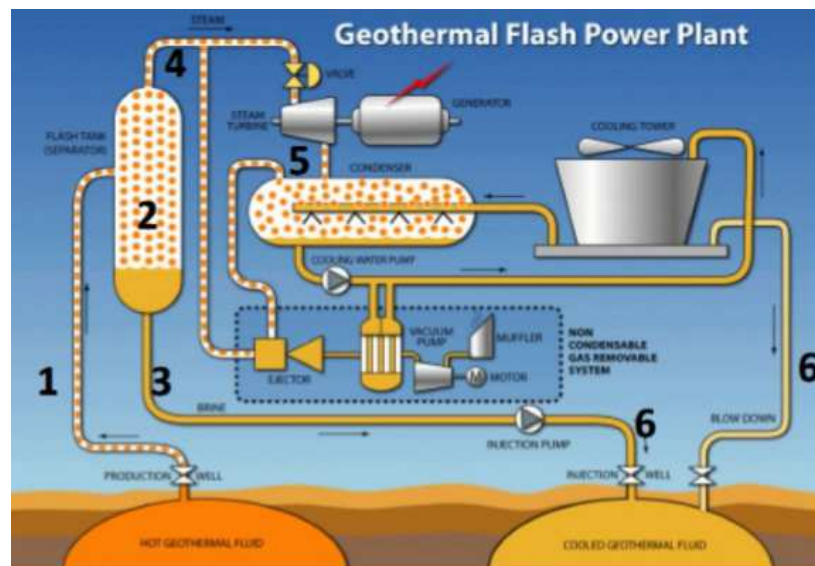


Figura 1.3: centrale geotermoelettrica a singolo flash

Nei sistemi ad acqua dominante l'acqua contenuta nel serbatoio possiede temperature elevate (120-180 °C), ma la pressione idrostatica non permette l'ebollizione del liquido. Il fluido geotermico viene utilizzato in scambiatori di calore in cui viene fatto

vaporizzare un secondo fluido con temperatura di vaporizzazione più bassa (ad esempio isobutano o isopentano). Il layout d'impianto più utilizzato è del tipo mostrato in Figura 1.4 in cui il liquido ad alta temperatura, nell'attraversamento di uno scambiatore di calore, cede il suo calore ad un altro fluido, tipicamente uno organico (da cui l'acronimo ORC: Organic Rankine Cycle). Il fluido organico evapora nell'attraversamento dello scambiatore di calore e viene inviato ad una turbina per la produzione di energia elettrica.

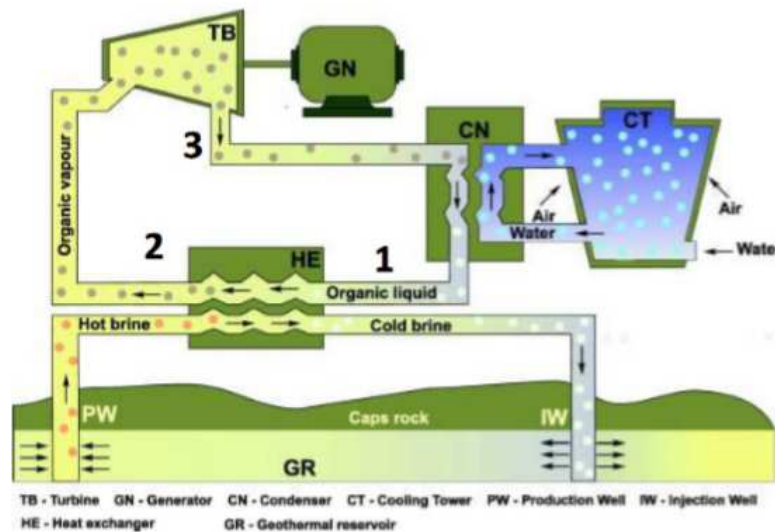


Figura 1.4: centrale geotermoelettrica ad acqua dominante con ciclo Rankine ORC

1.2.2 Risorse geotermiche a media entalpia

Le risorse geotermiche a media entalpia sono caratterizzate da temperature comprese tra 90 e 150 °C e possono essere utilizzate nei seguenti settori:

- per teleriscaldamento;
- per usi agricoli e zootecnici;
- per usi industriali;
- per uso termale.

USI INDUSTRIALI E AGRICOLI

Esistono molteplici applicazioni industriali in questo settore, soprattutto nei processi a caldo, quali evaporazione, essiccamento, distillazione ed estrazione di sostanze chimiche. Queste risorse vengono utilizzate in ambito agricolo e zootecnico per il riscaldamento delle serre.

TELERISCALDAMENTO

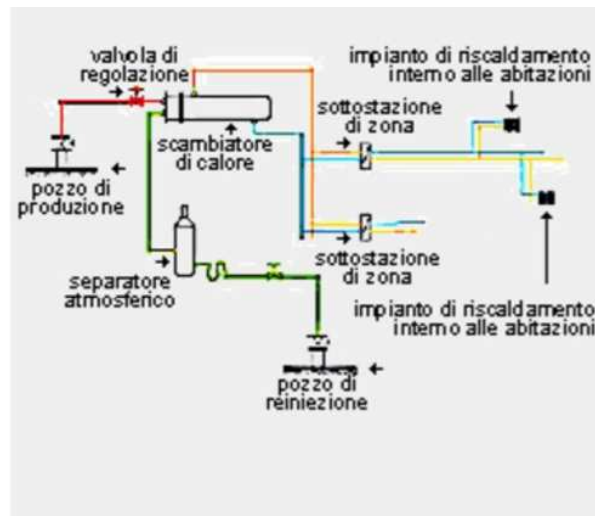


Figura 1.5: schema di un impianto di teleriscaldamento

Il teleriscaldamento utilizza direttamente il fluido geotermico a media entalpia per riscaldare, tramite degli scambiatori di calore, l'acqua circolante nei corpi scaldanti (radiatori, fan-coil o pannelli radianti) degli impianti di riscaldamento delle abitazioni.

L'impianto di Figura 1.5 è costituito da un pozzo di produzione dal quale viene estratta l'acqua ad alta temperatura; essa viene poi inviata ad uno scambiatore di calore. Nell'attraversamento dello scambiatore, l'acqua proveniente dal pozzo geotermico si raffredda e cede calore all'acqua dell'impianto di distribuzione. Successivamente l'acqua "geotermica" viene reiniettata in un secondo pozzo, detto appunto "pozzo di reiniezione" e l'acqua dell'impianto di distribuzione raggiunge invece le abitazioni. Una rete di teleriscaldamento geotermico abbastanza estesa è presente nella città di Ferrara. Tra il 1956 e il 1960, nell'ambito di una campagna di sondaggi effettuati nella pianura Padana, a 10 km dalla città di Ferrara è stato scoperto un bacino sotterraneo di acqua calda ad una profondità di circa 2000 m, caratterizzato da una temperatura prossima ai 100 °C. Agli inizi degli anni '80 fu elaborato un progetto finalizzato all'utilizzazione di questo bacino geotermico per il riscaldamento di un'importante parte dell'area urbana. L'acqua calda, prelevata a circa 100 °C alla profondità di 1100 m, cede energia termica mediante scambiatori di calore che determinano una temperatura di mandata alle tubazioni di distribuzione di circa 90–95 °C. L'acqua prelevata viene iniettata nuovamente nel sottosuolo tramite un pozzo di reiniezione. La rete di teleriscaldamento si sviluppa per 30 km nell'area urbana ed è stata inserita in un sistema energetico integrato costituito da:

- una sorgente geotermica con relativa centrale che copre il 60% del fabbisogno termico complessivo della rete;
- un termovalorizzatore RSU con potenzialità di 140'000 tonnellate/anno;
- una centrale integrativa a metano;

- una centrale di pompaggio in cui confluiscono i tre vettori di energia sopra elencati e da cui si distribuisce l'acqua calda verso la rete cittadina (fino a 3000 m³/h);
- quattro serbatoi di accumulo da 1000 m³, due per l'acqua calda e due per l'acqua fredda;
- una centrale termica realizzata per far fronte alle richieste energetiche di punta ed alle esigenze di bilanciamento idraulico della rete di distribuzione;
- una rete di distribuzione per teleriscaldamento, sviluppata prevalentemente ad albero ed estesa per gran parte nell'ambito urbano di Ferrara, comprendente sottostazioni con gli scambiatori negli edifici.

L'impianto di teleriscaldamento nel suo insieme produce annualmente 172 GWh di energia termica, di cui 74 GWh sono da fonte geotermia e 26 GWh sono ottenuti dal termovalorizzatore.

1.2.3 Risorse geotermiche a bassa entalpia

La geotermia a bassa entalpia è una tecnologia che permette uno scambio di calore dal terreno, dalle acque di falda o dalle acque superficiali (laghi o fiumi) a temperatura bassa, ma stabile. In queste applicazioni il suolo viene utilizzato come un serbatoio in cui trasferire il calore in eccesso durante l'estate e da cui estrarre calore in inverno. Il principio di funzionamento si basa sul fatto che la temperatura del suolo, a partire dai 10 m di profondità, rimane costante tutto l'anno, con una temperatura che in Italia oscilla tra i 12 e i 14 °C calcolata come la media aritmetica delle temperature dell'aria esterna in un anno solare del luogo considerato (ad esempio a Bologna $T_{ground} \approx 14$ °C). Oltre i 100 m di profondità la temperatura aumenta di 3 °C ogni 100 m, ma tale fenomeno è trascurabile per il tipo di applicazioni che saranno trattate, in quanto una sonda geotermica verticale può arrivare al massimo a 200 m di profondità. Quindi, poiché in inverno il terreno è più caldo dell'aria esterna e in estate è più freddo, lo scambio termico effettuato con una pompa di calore risulta energeticamente conveniente. Le risorse geotermiche a bassa entalpia vengono appunto utilizzate per il riscaldamento invernale, il raffrescamento estivo, la produzione di acqua calda sanitaria mediante l'impiego di pompe di calore, chiamate pompe di calore geotermiche o, più propriamente, ground-source heat pumps. Gli impianti geotermici si possono suddividere in due gruppi in funzione della sorgente termica esterna utilizzata:

- impianti a circuito chiuso, dove lo scambio avviene con il terreno attraverso sonde geotermiche (verticali o orizzontali);
- impianti a circuito aperto, nel quale lo scambio di calore si ha direttamente con l'acqua prelevata dal sottosuolo o da acque superficiali senza l'utilizzo di fluidi intermedi.

Nel prossimo capitolo saranno presentati soltanto gli impianti a pompa di calore con scambiatori orizzontali interrati e gli impianti a pompa di calore con scambiatori verticali.

1.3 Impianti a pompa di calore con scambiatori orizzontali interrati

Questa tipologia di impianto sfrutta il calore che si trova accumulato negli strati più superficiali del terreno; fino a 5 m di profondità la temperatura varia tra gli 8 e i 13 °C. Questo calore deriva soprattutto dalle piogge e dal Sole, a questa quota l'energia geotermica non dà alcun contributo. I sistemi con tubi orizzontali vengono interrati a profondità tra gli 0.8 e i 2 m e necessitano di ampi spazi sgombri da edifici per poter essere posizionati e funzionare correttamente. Si deve anche evitare che piante o siepi possano creare significative zone d'ombra. Nella progettazione di questi sistemi si devono evitare sottodimensionamenti e sovradimensionamenti per evitare di rubare troppo calore al sottosuolo. Un raffreddamento eccessivo del terreno potrebbe portare a locali congelamenti con perdita di efficienza della pompa di calore. In base alle loro principali caratteristiche questi scambiatori si suddividono in: scambiatori a serpentine o a chiocciola, scambiatori ad anelli, scambiatori a spirale. La scelta del tipo di sviluppo più idoneo dipende da diversi fattori, come la natura del terreno, le sue zone d'ombra, il tipo di vegetazione da conservare.

1.3.1 Scambiatori a serpentine e a chiocciola



Figura 1.6: scambiatori a serpentine

Sono in genere realizzati con tubi in polietilene aventi diametri compresi fra 16 e 26 mm, la profondità di posa varia da 0.8 a 1.2 m. Il sistema a chiocciola consente di ottenere temperature del terreno più omogenee e, nel caso di raffreddamento elevato,

può evitare la formazione di zone troppo fredde. Il sistema a serpentine è il più usato per la facilità di posa. Gli interassi, per entrambi gli impianti, devono essere di minimo 40 cm tra un tubo e l'altro per non causare un raffreddamento eccessivo del terreno. Il dimensionamento viene effettuato in base al tipo di terreno con cui si opera, in particolare in funzione della sua resa termica, che dipende dalla natura del terreno, dalla densità e dal livello di umidità. Per esempio, la resa termica di un terreno a grana fine è maggiore di uno a grana grossa, in quanto nelle cavità vuote è contenuta una quantità d'aria minore. Il parametro più importante è però l'umidità del terreno, in quanto la conducibilità dell'acqua è 20 volte superiore a quella dell'aria.

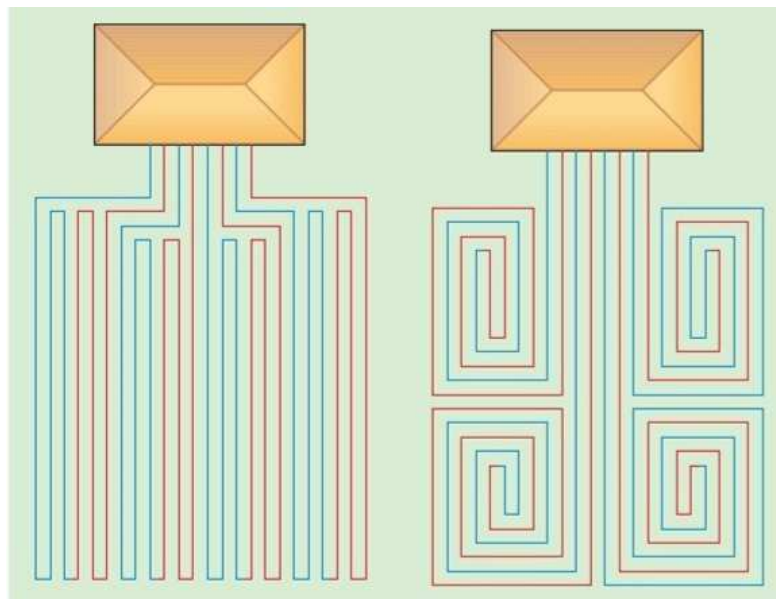


Figura 1.7: scambiatori a serpentine sulla sinistra e a chiocciola sulla destra

1.3.2 Scambiatori ad anello

Vengono realizzati con tubi in materiale plastico, i cui diametri variano da 16 a 22 mm; la profondità di posa può variare da 0.8 a 2.0 m. Gli anelli possono svilupparsi su uno o più piani fra loro paralleli e possono essere a sviluppo aperto o chiuso. La soluzione che richiede una minore occupazione del terreno è quella con 2 o 3 anelli posti su piani fra loro paralleli, a scapito però della resa lineare dei tubi, più bassa rispetto ad un solo anello. La resa lineare è minore in quanto la sovrapposizione degli anelli causa interferenze termiche reciproche.

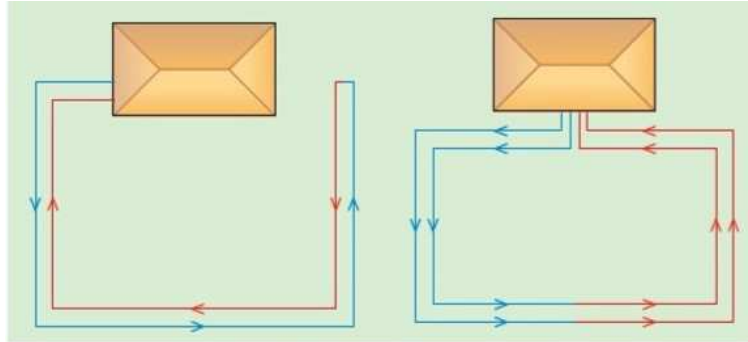


Figura 1.8:scambiatori ad anello

1.3.3 Scambiatori a spirale



Figura 1.9: scambiatori a spirale

Sono realizzati con tubi in materiale plastico i cui diametri interni variano da 16 a 22 mm, la profondità di posa varia da 1.0 a 2.5 m. Le spirali sono formate da cerchi a diametro costante tra loro sovrapposti. A parità di occupazione del suolo, la resa è del tutto simile a quella di scambiatori a serpentini.

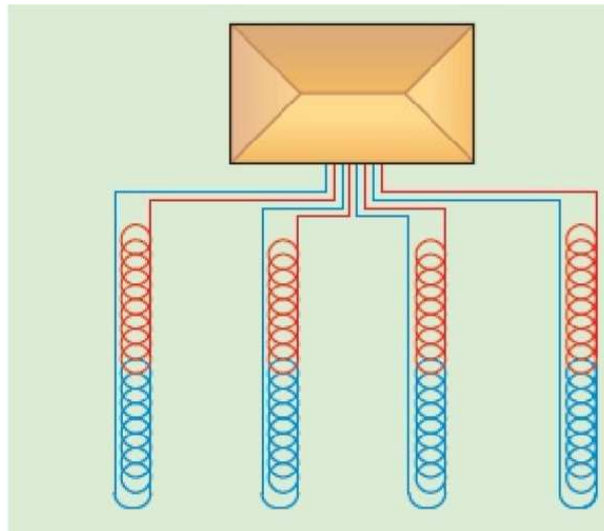


Figura 1.10:scambiatori a spirale

1.4 Impianti a pompa di calore con scambiatori verticali

Gli impianti con scambiatore verticale utilizzano il calore disponibile nel sottosuolo fino ad una profondità di 200 m. Possono essere realizzati con tubi metallici o in polietilene. Questi scambiatori rappresentano un'alternativa agli scambiatori orizzontali quando le superfici libere sono modeste. Le temperature alle quali devono operare gli scambiatori verticali sono in genere più favorevoli rispetto a quelle dei tubi orizzontali. Con l'impiego di scambiatori verticali, detti anche sonde geotermiche, il terreno si raffredda progressivamente nella stagione di riscaldamento, mentre nei mesi estivi la sua temperatura si ripristina in quanto viene ceduto calore al terreno. Se gli scambiatori verticali costituiscono un grosso campo e se i carichi termici stagionali sono sbilanciati, la prevalente sottrazione di calore durante gli inverni può provocare un progressivo raffreddamento del terreno. Viceversa, la prevalente erogazione di calore durante i mesi estivi può provocare un progressivo riscaldamento del terreno. Il movimento dell'acqua di falda, se presente, è un importante fattore di stabilizzazione della temperatura del terreno.

Gli scambiatori verticali si possono dividere in due categorie: a media profondità, di cui fanno parte i pali di fondazione e le sonde coassiali a infissione diretta nel terreno, e ad alta profondità, come le sonde geotermiche a foro trivellato, dette in inglese Borehole Heat Exchangers (BHEs).

1.4.1 Pali di fondazione

Quando per gli edifici non è possibile usare le normali tipologie di fondazioni, vengono utilizzati i pali che possono essere utilizzati anche come scambiatori di calore

col terreno. Nei pali di fondazione sono inseriti uno o due tubi ad U oppure un tubo a spirale; i tubi sono poi collegati alle pompe di calore. In relazione al fabbisogno termico dell'edificio possono essere utilizzati tutti i pali di fondazione o solo parte di essi. Le rese termiche per unità di lunghezza dei pali di fondazione con doppio tubo a U possono essere considerate uguali a quelle delle sonde geotermiche ad alta profondità.

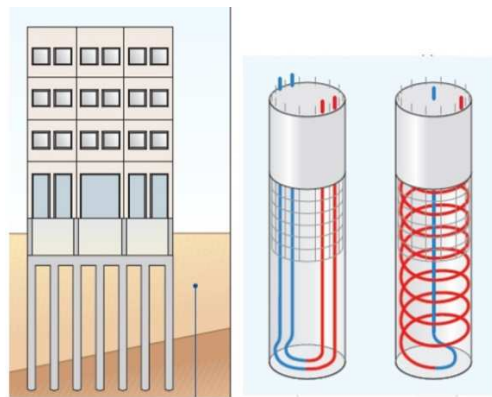


Figura 1.11: pali di fondazione

1.4.2 Sonde geotermiche coassiali

Sono realizzate con due tubi coassiali. Il fluido che scorre nel tubo esterno scambia calore con il terreno, mentre il tubo interno serve per chiudere il circuito. È preferibile usare il tubo esterno come mandata e quello interno come ritorno, anche se spesso si fa il contrario. Le sonde sono realizzate con tubi esterni in acciaio inox e tubi interni in polietilene ad alta densità. Le sonde coassiali di piccolo diametro e corte, fino a 20 o 30 m di lunghezza, possono essere infisse direttamente nel terreno. Se sono realizzate mediante fori trivellati, il foro deve essere sigillato con una malta di cemento e bentonite, o con una malta speciale a conducibilità termica più elevata.

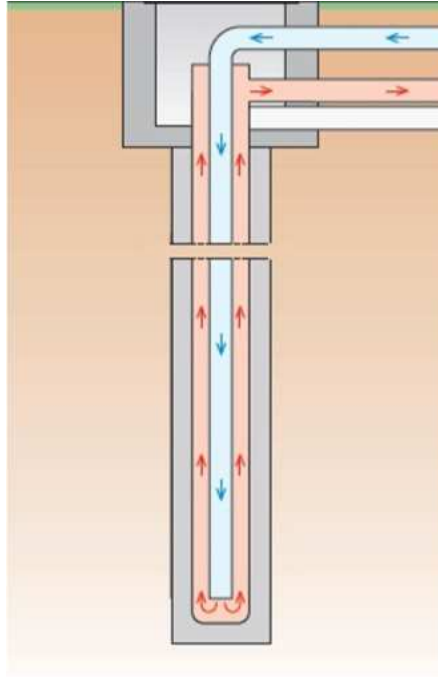


Figura 1.12: sonde geotermiche coassiali

1.4.3 Sonde geotermiche a tubi a U



Figura 1.13: sonde geotermiche a tubi a U

Gli scambiatori di calore verticali più diffusi sono quelli costituiti da una o due coppie di tubi di polietilene ad alta densità (Figura 1.14 e Figura 1.15). Ciascuna coppia di tubi è collegata al fondo del foro trivellato, in modo da formare un tubo ad U. I tubi più usati hanno diametro interno 32.6 mm e diametro esterno 40 mm per sonde a singolo tubo a U, diametro interno 26 mm e un diametro esterno di 32 mm per sonde a doppio tubo ad U. La profondità dei fori trivellati varia da 30 a 200 m, e dipende dalle condizioni del terreno e dalle attrezzature disponibili. La profondità più utilizzata è 100 m. I vantaggi degli scambiatori di calore verticali sono i seguenti:

- essi sono a contatto con strati di terreno che hanno una temperatura costante tutto l'anno, non influenzata dalle condizioni esterne.
- richiedono una minore lunghezza complessiva dei tubi e un minore dispendio di energia elettrica per il pompaggio.
- rendono massima l'efficienza delle pompe di calore.

La sigillatura dei fori trivellati è necessaria per evitare che le acque di falda profonde, più pure, vengano inquinate dalle acque meno profonde. La malta sigillante è normalmente una miscela di bentonite, cemento e sabbia. Esistono anche materiali sigillanti speciali, con conducibilità termica più elevata. Molto utilizzato è il premiscelato TERMOPLAST PLUS, che, a seconda delle proporzioni di polvere e acqua può dare una malta con conducibilità $k = 1.6 \text{ W/(m K)}$, $k = 2.0 \text{ W/(m K)}$, $k = 2.3 \text{ W/(m K)}$.

Tabella 1.1: rese termiche specifiche per sonde geotermiche

Tipo sottosuolo	Conducibilità termica (W/mK)	Potenza estraibile (W/m)
Ghiaia, sabbia asciutta	0.4	<25
Ghiaia, sabbia saturi d'acqua	1.8-2.4	65-80
Argilla, terriccio umido	1.7	35-50
Arenaria	2.3	65-80

Nella Tabella 1.1 sono riportate le rese termiche tipiche per unità di lunghezza delle sonde geotermiche, in funzione della tipologia di terreno, calcolate con i seguenti parametri:

- ore di funzionamento = 1800;
- solo estrazione di calore;
- distanza minima tra le sonde geotermiche di 5 m per lunghezze tra 40 e 50 m; 6 m per sonde con lunghezze tra i 50 e 100 m;
- lunghezza della sonda compresa tra 40 e 100 m;
- sonde geotermiche con doppio tubo a U o sonde coassiali con diametro minimo di 60 mm.

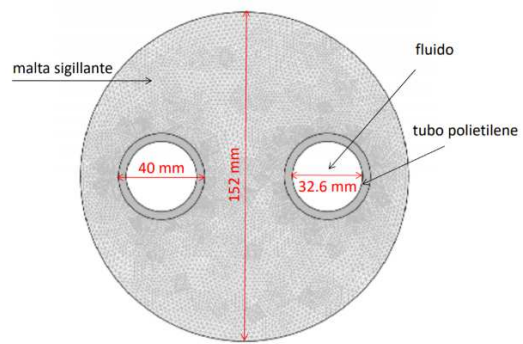


Figura 1.14: sezione di sonda geotermica a singolo tubo a U

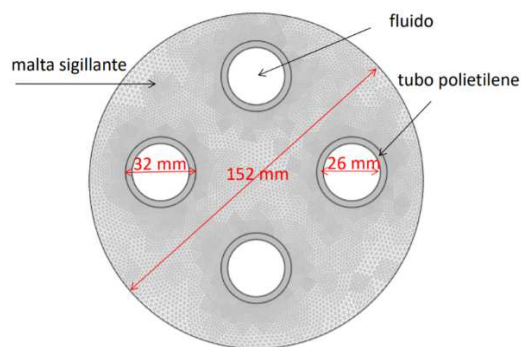


Figura 1.15: sezione di una sonda geotermica a doppio tubo a U

2 Metodi di progetto e simulazione di campi di sonde geotermiche

Nel seguente capitolo saranno analizzati i metodi di progettazione di campi di scambiatori verticali per pompe di calore accoppiate al terreno, ovvero campi di sonde geotermiche (BHEs).

2.1 Calcolo della resistenza termica

Si definisce resistenza termica della sonda per unità di lunghezza $\left[\frac{mK}{W}\right]$ la grandezza definita come segue:

$$R_b = \frac{T_m - T_b}{q_l} \quad (3)$$

Dove:

- T_m è la temperatura media del fluido entro la sonda;
- T_b è la temperatura media della superficie esterna della sonda;
- q_l è la potenza termica media per unità di lunghezza scambiata fra il fluido e il terreno, positiva se ceduta al terreno.

Se la conducibilità della malta sigillante k_{gt} è nota, è possibile determinare la resistenza termica della sonda utilizzando espressioni analitiche approssimate oppure eseguendo una simulazione numerica della sezione trasversale della sonda. Fra le possibili espressioni analitiche si segnalano una per il calcolo della resistenza della sonda a singolo tubo a U (4), una per il doppio tubo a U (5):

$$R_b = \frac{1}{4\pi k_{gt}} \left[\ln\left(\frac{D_b}{D_e}\right) + \ln\left(\frac{D_b}{2d}\right) - \frac{k_{gt} - k_g}{k_{gt} + k_g} \ln\left(\frac{(D_b/D)^4}{(D_b/D)^4 - 1}\right) \right] + \frac{R_p}{2} \quad (4)$$

$$R_b = \frac{1}{8\pi k_{gt}} \left[\ln\left(\frac{D_b}{D_e}\right) + 2\ln\left(\frac{D_b}{\sqrt{2}d}\right) + \ln\left(\frac{D_b}{2d}\right) - \frac{k_{gt} - k_g}{k_{gt} + k_g} \left(\frac{D_b^8 - d^8}{D_b^8}\right) \right] + \frac{R_p}{4} \quad (5)$$

Dove:

- k_{gt} è la conducibilità termica della malta;
- D_b è il diametro della sonda;
- D_e è il diametro esterno del tubo;
- d è l'interasse fra tubi opposti;
- k_g è la conducibilità del terreno;

- R_p è la resistenza termica di un tubo (tiene conto sia della resistenza conduttiva che di quella convettiva);
- D_i è il diametro interno della sonda;
- h è il coefficiente di convezione;
- k_p è la conducibilità termica del polietilene.

Come resistenza termica di un tubo, R_p (pipe), si considera la resistenza totale che tiene conto sia dell'effetto conduttivo che dell'effetto convettivo; definiamo dunque le varie tipologie di resistenze che incontreremo e che ci serviranno nei successivi capitoli:

$$\text{resistenza convettiva} \rightarrow R_h = \frac{1}{h\pi D_i} \quad (6)$$

$$\text{resistenza conduttiva} \rightarrow R_c = \frac{1}{2\pi k_p} \ln \frac{D_e}{D_i} \quad (7)$$

$$\text{resistenza totale} \rightarrow R_{tot} = \frac{1}{2\pi k_p} \ln \frac{D_e}{D_i} + \frac{1}{h\pi D_i} \quad (8)$$

Può essere utile definire una *conducibilità termica equivalente* del materiale del tubo (polietilene), tale che la resistenza termica convettiva sia “incorporata” all'interno del solido:

$$\text{resistenza totale} \rightarrow R_{tot} = \frac{1}{2\pi k_{peq}} \ln \frac{D_e}{D_i} \quad (9)$$

$$\text{conducibilità equivalente} \rightarrow k_{peq} = \frac{1}{2\pi R_{tot}} \ln \frac{D_e}{D_i} \quad (10)$$

Una determinazione accurata della resistenza termica della sonda può essere effettuata mediante simulazione numerica di una sezione trasversale di una sonda, imponendo un valore a piacere della temperatura di bulk del fluido, T_m , ed un valore a piacere della temperatura della superficie esterna del dominio di calcolo considerato. Il calcolo permette la determinazione di q_l , T_b ed R_b .

Dal momento che la superficie della sonda non ha temperatura uniforme lungo la sezione trasversale, si ottiene una maggiore precisione dei risultati considerando una porzione circostante di terreno con raggio non inferiore a 2 m e imponendo una temperatura uniforme alla superficie esterna del terreno stesso. Il valore della T_b deve

essere determinato mediante la simulazione. L'effetto della disuniformità lungo l'asse della sonda può invece essere trascurato (Zanchini e Jahanbin, 2018).

2.2 Dimensionamento di campi di sonde con il metodo ASHRAE

L'ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air-conditioning Engineers) propone due espressioni distinte per la determinazione della lunghezza complessiva L di un campo di sonde geotermiche: una è riferita al dimensionamento eseguito sul fabbisogno per il raffrescamento, l'altra invece tratta il dimensionamento eseguito sul fabbisogno per il riscaldamento.

Per determinare la forma delle due espressioni la lunghezza L , l'ASHRAE ha utilizzato la definizione della resistenza termica R per unità di lunghezza:

$$R = \frac{\Delta T}{q_l} = \frac{\Delta T \cdot L}{Q} \quad (11)$$

Dove:

- ΔT è la differenza fra la temperatura media del fluido e la temperatura del terreno indisturbato [K];
- q_l è la potenza termica per unità di lunghezza [W/m];
- Q è la potenza termica [W];
- R è la resistenza termica per unità di lunghezza [m K/W];
- L è la lunghezza totale del campo sonde.

A questo punto è possibile trovare l'espressione di L dalla (11):

$$L = \frac{Q \cdot R}{\Delta T} \quad (12)$$

La resistenza termica R che stiamo considerando è una resistenza che tiene conto sia della resistenza termica interna della sonda sia della resistenza (equivalente) del terreno, la quale dipende dalla durata del carico termico considerato.

Si sovrappongono tre impulsi termici con diversa durata: 10 anni, 6 mesi, 6 ore (0.25 giorni):

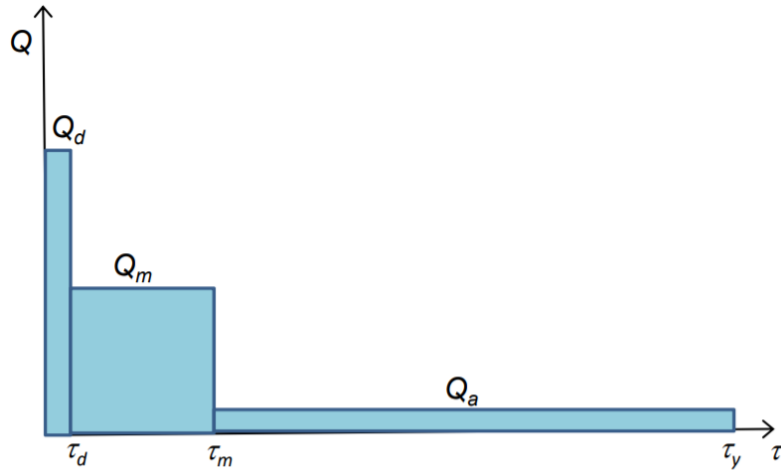


Figura 2.1: Impulso con potenza di picco Q_d e durata 0.25 giorni; impulso con potenza media mensile Q_m e durata 30 giorni; impulso con potenza media annua Q_a e durata 10 anni

Si considerano ora tre istanti di tempo:

- $\tau_y = 3650 + 30 + 0.25$ [giorni];
- $\tau_m = 30 + 0.25$ [giorni];
- $\tau_d = 0.25$ [giorni].

Come si può vedere dalla Figura 2.1 l'impulso con potenza Q_d agisce da 0 a τ_d , l'impulso con potenza Q_m agisce fra τ_m e τ_d , infine l'impulso con potenza Q_a agisce fra τ_y e τ_m .

Vengono date due espressioni per il calcolo della lunghezza di campo sonde, una riferita al riscaldamento, L_h , una riferita al raffreddamento, L_c :

$$\text{heating} \rightarrow L_h = \frac{Q_a R_{ga} + (Q_h - W_h)(R_b + PLF_m R_{gm} + R_{gd} F_{sc})}{T_g - T_m - T_p} \quad (13)$$

$$\text{cooling} \rightarrow L_c = \frac{Q_a R_{ga} + (Q_c - W_c)(R_b + PLF_m R_{gm} + R_{gd} F_{sc})}{T_g - T_m - T_p} \quad (14)$$

con:

- Q_a è la potenza media annua scambiata con il terreno (positivo se si tratta di heating, negativo se si tratta di cooling) [W];
- Q_h è il carico termico di progetto per il riscaldamento (>0) [W];
- Q_c è il carico termico di progetto per il raffreddamento (<0) [W];
- W_h è la potenza elettrica assorbita, al carico Q_h [W];
- W_c è la potenza elettrica assorbita, al carico Q_c [W];
- PLF_m è il fattore di carico parziale del mese di progetto;

- F_{sc} è il fattore di penalizzazione per scambi termici interni (≈ 1.05);
- R_b è la resistenza termica della sonda [m K/W];
- R_{ga} è la resistenza termica del terreno per impulsi annuali;
- R_{gm} è la resistenza termica del terreno per impulsi mensili;
- R_{gd} è la resistenza termica del terreno per impulsi giornalieri;
- T_g è la temperatura del terreno indisturbato;
- T_m è la temperatura media del fluido, di progetto;
- T_p è il fattore di penalizzazione per l'interferenza fra sonde (positivo se si tratta di heating, negativo se si tratta di cooling).

I valori delle due lunghezze calcolate dalle equazioni (13) e (14) saranno differenti fra loro. In linea di massima, la lunghezza delle sonde richiesta è quella maggiore delle due lunghezze L_h e L_c . Più precisamente, se $L_h > L_c$ bisogna installare L_h ; viceversa se $L_h < L_c$ vi sono due possibilità: si installa L_c e il sovradimensionamento così risulterà vantaggioso per la stagione invernale, oppure si installa L_h e si decide di accoppiare ai BHEs una torre evaporativa per smaltire calore in estate.

La parte più difficile per la determinazione delle lunghezze L_h ed L_c è il calcolo delle resistenze R_{ga} , R_{gm} ed R_{gd} . Il metodo proposto dall'ASHRAE è basato sul modello *infinite cylindrical source* delle sonde geotermiche. Il modello consiste nel considerare la soluzione del campo di temperatura intorno ad una superficie cilindrica immersa in un solido infinito e soggetta ad un flusso termico per unità di area [W/m²] costante e uniforme. Altro importante step è l'adimensionalizzazione del tempo attraverso il numero di Fourier:

$$FO = \frac{4\alpha_g\tau}{D_b^2} = \frac{\alpha_g\tau}{a^2} \quad (15)$$

dove α_g è la diffusività termica del terreno, τ è il tempo ed a è il raggio della sonda.

Ora è possibile associare ai nostri istanti di tempo il corrispondente numero di Fourier:

$$FO_y = \frac{4\alpha_g\tau_y}{D_b^2} = \frac{\alpha_g\tau_y}{a^2} \quad (16)$$

$$FO_m = \frac{4\alpha_g\tau_m}{D_b^2} = \frac{\alpha_g\tau_m}{a^2} \quad (17)$$

$$FO_d = \frac{4\alpha_g\tau_d}{D_b^2} = \frac{\alpha_g\tau_d}{a^2} \quad (18)$$

Per ciascun valore del numero di Fourier si determina il valore corrispondente del numero puro G (G factor). Il fattore G è basato sulla seguente definizione implicita di temperatura adimensionale, dove \bar{T}_s è la temperatura media della superficie della sonda:

$$G = \frac{(\bar{T}_s - T_g)k_g}{q_l} \quad (19)$$

Da cui risulta:

$$\frac{(\bar{T}_s - T_g)}{q_l} = R = \frac{G}{k_g} \quad (20)$$

Il legame fra il numero di Fourier ed il G factor è dato sotto forma di diagramma semilogaritmico e di tabella. Attraverso l'interpolazione dei valori di tabella è possibile ottenere una espressione polinomiale del G factor in funzione del logaritmo in base 10 del numero di Fourier:

$$G = 0.000339(\log_{10} Fo)^4 - 0.005388(\log_{10} Fo)^3 + 0.030407(\log_{10} Fo)^2 + 0.110234(\log_{10} Fo) + 0.127886 \quad (21)$$

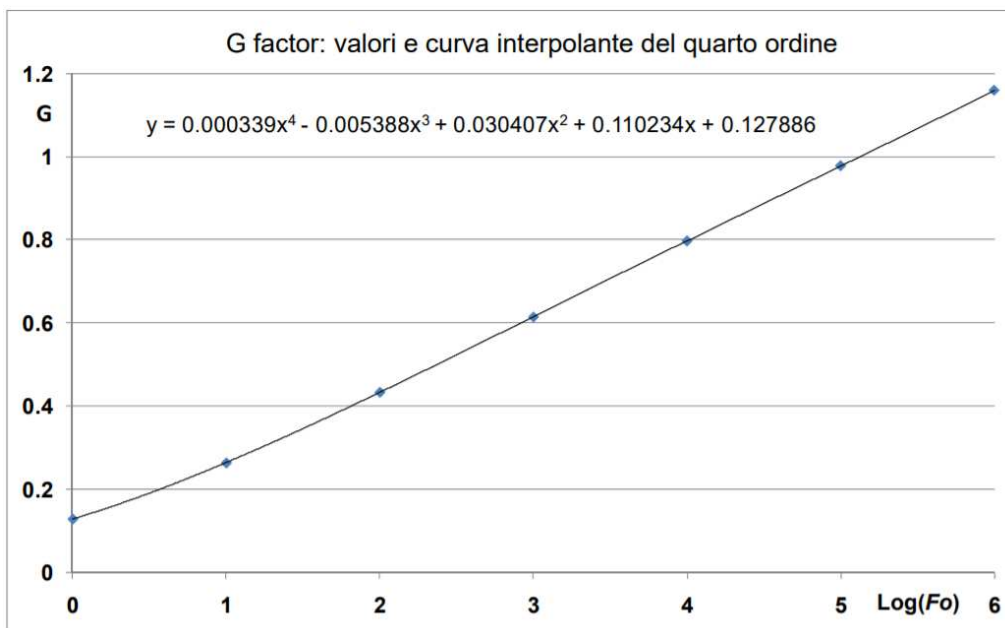


Figura 2.2: G factor: valori e curva interpolante del quarto ordine

A questo punto è possibile calcolarsi i valori del G factor dalla (21) conoscendo i valori del numero di Fourier calcolati in precedenza attraverso le (16), (17) e (18):

$$Fo_y \rightarrow G_y$$

$$Fo_m \rightarrow G_m$$

$$Fo_d \rightarrow G_d$$

Ora si possono calcolare le resistenze termiche utilizzando la (20):

$$R_{ga} = \frac{G_y - G_m}{k_g} \quad (22)$$

$$R_{gm} = \frac{G_m - G_d}{k_g} \quad (23)$$

$$R_{gd} = \frac{G_d}{k_g} \quad (24)$$

Le differenze $(G_y - G_m)$, $(G_m - G_d)$ e $(G_d - 0)$ sono dovute al fatto che si devono considerare le risposte termiche agli impulsi che si hanno rispettivamente fra $(\tau_y - \tau_m)$, $(\tau_m - \tau_d)$ e $(\tau_d - 0)$.

Dopo avere calcolato le resistenze termiche del terreno per diversi impulsi temporali, occorre determinare il fattore di penalizzazione F_{sc} . Per il calcolo di questo valore vengono suggeriti i valori della seguente tabella, in funzione della portata in volume per kW e del numero di BHEs in serie.

BHEs in serie	F_{sc}	
	36 mL/(s kW)	54 mL/(s kW)
1	1.06	1.04
2	1.03	1.02
3	1.02	1.01

← 3.24
dm³/(min kW)

Figura 2.3: valori del coefficiente F_{sc}

Altro fattore da valutare è il PLF_m , ovvero il fattore di carico parziale; questo termine è definito dalla seguente espressione:

$$PLF_m = \frac{\text{potenza media mensile}}{\text{potenza oraria di picco}}$$

Per determinare il PLF_m bisogna conoscere il carico termico orario dell'edificio in un giorno tipico del mese di progetto (invernale o estivo). Per il calcolo si può utilizzare la seguente espressione:

$$PLF_m = \frac{\text{carico termico giornaliero}}{\text{carico orario di picco} \times 24} \times \frac{\text{giorni di occupazione}}{\text{giorni del mese}}$$

2.3 Dimensionamento di campi di sonde con il metodo *g-function*

Il metodo di dimensionamento ASHRAE sfrutta uno schema 2D per le sonde, cioè non considera lo scambio termico che avviene tra sonda e superficie del terreno. Questo effetto sarebbe positivo nel lungo termine. Per evitare un sovradimensionamento, le simulazioni utilizzate dall'ASHRAE hanno una durata di 10 anni. Questa limitazione non consente di dare risultati attendibili per la valutazione della sostenibilità nel lungo periodo di campi di sonde con carichi termici stagionali non bilanciati.

Proprio per questo motivo si è pensato ad un metodo più preciso per il dimensionamento di campi di sonde che consenta di analizzare la sostenibilità anche a lungo termine, trascurando l'effetto del movimento dell'acqua di falda; il metodo che presenteremo in questo capitolo è il metodo delle *g-function*.

Il metodo è basato sull'utilizzo di funzioni adimensionali di risposta termica, chiamate *g-function*.

Si definisce *g-function* di un campo di sonde la temperatura adimensionale media della superficie di confine fra sonde e terreno prodotta da una potenza termica costante rilasciata dal campo sonde al terreno. Si ipotizza solitamente che la potenza termica per unità di lunghezza costante rilasciata al terreno sia anche uniforme. In questo modo la *g-function* del campo può essere ottenuta dalla sovrapposizione degli effetti prodotti dalle singole sonde del campo. Per questa ragione, oltre a calcolare la *g-function* sulla superficie della sonda, si calcolano anche quelle prodotte a varie distanze radiali adimensionali dall'asse della sonda.

Le *g-function* per una singola sonda possono essere determinate attraverso uno schema 2D assialsimmetrico che tiene conto dello scambio termico con la superficie del terreno. In base alla schematizzazione geometrica della sonda esistono due diversi metodi:

- *Finite line source (FLS)*, in cui la sonda è schematizzata come una sorgente termica lineare di lunghezza finita;
- *Finite cylindrical source (FCS)*, in cui la sonda è schematizzata come una sorgente termica cilindrica di lunghezza finita.

I due schemi saranno affrontati nei seguenti sottocapitoli.

2.3.1 Finite line source

Lo schema della finite line source fornisce una soluzione analitica del campo di temperatura per un punto di coordinata radiale r e coordinata verticale z risultante da una sorgente termica costante per unità di lunghezza q_l originata da una linea finita di lunghezza H posta a $r = 0$ ad una distanza D dalla superficie del terreno (interramento

della sonda). In questo modello, spiegato ad esempio in (Rees, 2016), viene costruita un'immagine virtuale a specchio della reale "finite line" posta sopra la superficie del terreno (Figura 2.4); il tutto è stato pensato per gestire al meglio la condizione al contorno in superficie.

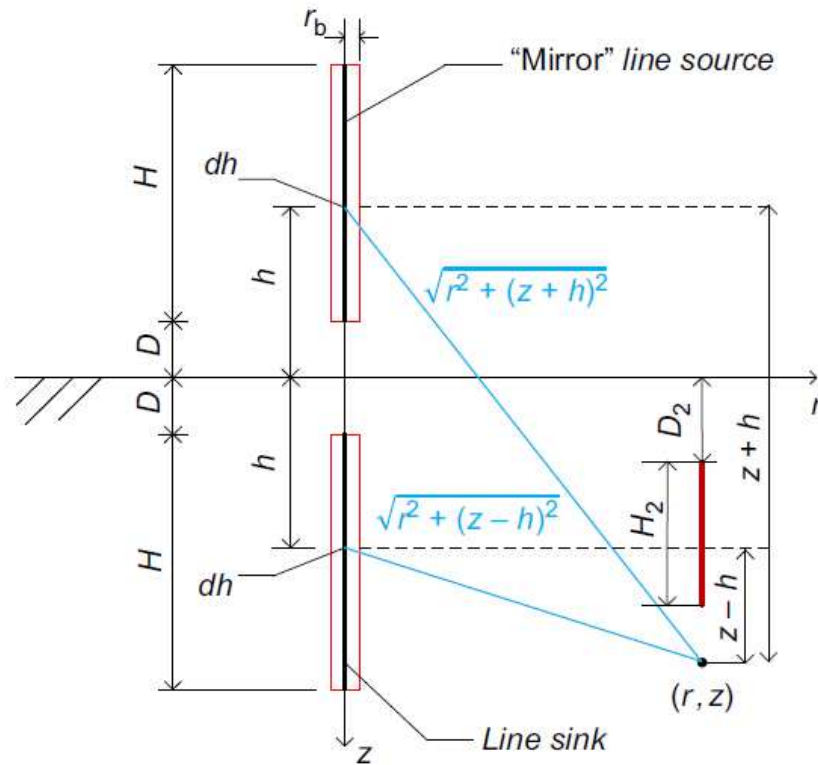


Figura 2.4: parametri geometrici usati per rappresentare una finite line source e la sua immagine a specchio (Rees, 2016)

Per una temperatura di superficie costante uguale alla temperatura indisturbata T_g , la soluzione analitica del seguente schema è data dall'equazione :

$$T(r, z, t) = T_g + \frac{q_L}{4\pi k} \int_D^{D+H} \left(\frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+(z-h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2+(z-h)^2}} - \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+(z+h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2+(z+h)^2}} \right) dh \quad (25)$$

Dove erfc è la funzione di errore complementare.

La temperatura media integrale per una linea finita di lunghezza H_2 posizionata alla distanza D_2 dalla superficie del terreno e collocata ad una distanza r dall'asse z è data da:

$$\bar{T}(r, t) = T_g + \frac{\frac{q_L}{4\pi k} \int_{D_2}^{D_2+H_2} \int_D^{D+H} \left(\frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+(z-h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2+(z-h)^2}} - \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+(z+h)^2}}{2\sqrt{\alpha t}}\right)}{\sqrt{r^2+(z+h)^2}} \right) dh dz}{H_2} \quad (26)$$

Con la (26) è possibile valutare l'influenza termica di una sonda su un'altra posta ad una certa distanza e con un certo interramento; ciò costituisce le basi per la determinazione analitica delle *g-function* dei campi di sonde geotermiche usando la *FLS*. Purtroppo, i calcoli richiedono lunghi tempi computazionali.

2.3.2 Finite cylindrical source

Consideriamo una sonda soggetta ad un carico termico per unità di lunghezza uniforme e costante nel tempo, q_{10} (carico termico lineare di riferimento). Si trascura la capacità termica della sonda, che viene considerata come una sorgente termica cilindrica con lo stesso diametro D e la stessa lunghezza L della sonda reale. Si assume che il terreno sia un solido semi-infinito con proprietà termofisiche costanti. In primo luogo si considera il campo di temperatura prodotto da una singola sonda; si può poi applicare il metodo di sovrapposizione degli effetti per valutare l'effetto delle altre sonde presenti nel terreno. La temperatura del terreno risulta essere una funzione della coordinata radiale r , della coordinata verticale z e del tempo τ . La geometria del terreno e della sonda, in esso immersa, è rappresentata in Figura 2.5 (Zanchini e Lazzari, 2013).

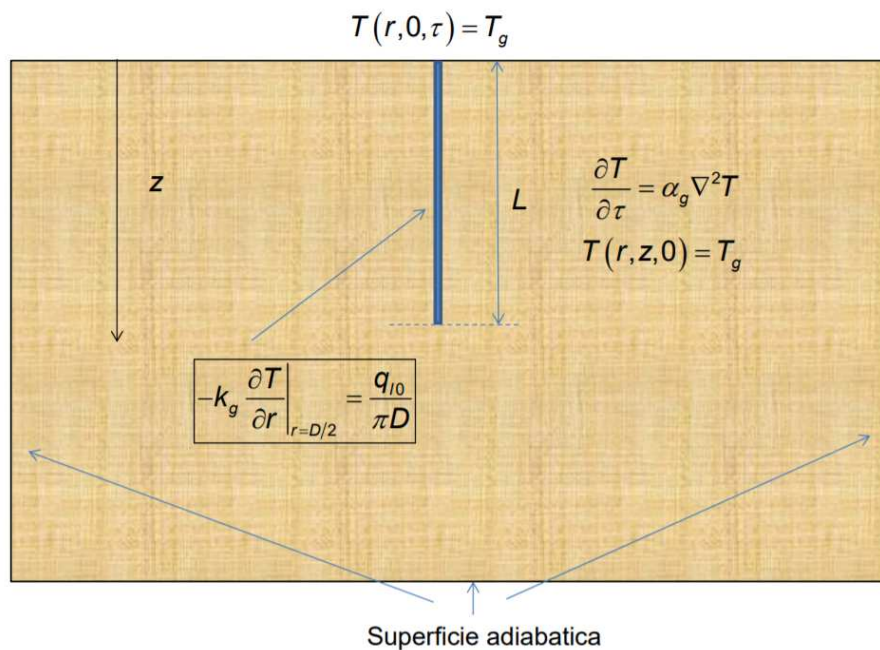


Figura 2.5: schema per la modellazione del terreno e della sonda in esso immersa (Enzo Zanchini, 2019)

Il terreno è considerato come un solido semi-infinito che si estende nel semipiano $z \geq 0$ con l'asse z orientato verso il basso. La conducibilità termica k_g e la diffusività termica α_g del terreno sono costanti e non è presente generazione termica nel suolo.

All'istante iniziale $\tau = 0$, il campo di temperatura T nel terreno è uniforme e pari alla temperatura del terreno indisturbato T_g . Per $\tau > 0$ un flusso termico per unità di area è applicato alla superficie di confine tra il terreno e la sonda, dato da:

$$q_0 = \frac{q_{l0}}{\pi D} \quad (27)$$

dove:

q_0 è la potenza per unità di area trasmessa dalla superficie al terreno. Si assume che la conducibilità termica k_g e la diffusività termica α_g del terreno siano costanti e non ci sia generazione termica nel terreno. L'equazione differenziale da risolvere è quella della conduzione del calore in coordinate cilindriche:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha_g \nabla^2 T \quad (28)$$

La condizione al contorno imposta sulla superficie di contatto tra la sonda e il terreno è:

$$-k_g \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=\frac{D}{2}} = \frac{q_{l0}}{\pi D} \quad (29)$$

Le condizioni iniziali sono:

$$T(r, z, 0) = T_g \quad (30)$$

$$T(r, 0, \tau) = T_g \quad (31)$$

Per la risoluzione delle equazioni sopra scritte si adimensionalizza il sistema rispetto al diametro della sonda D . Le grandezze adimensionali introdotte sono le seguenti:

$$T^* = k_g \cdot \frac{T - T_g}{q_{l0}} \quad (32)$$

$$\tau^* = \frac{\alpha_g \tau}{D^2} \quad (33)$$

$$\nabla^* = D \nabla \quad (34)$$

$$r^* = \frac{r}{D} \quad (35)$$

$$z^* = \frac{z}{D} \quad (36)$$

Applicando le equazioni (32),(33),(34),(35) e (36) alle equazioni (28),(29),(30),(31) si ottengono rispettivamente le seguenti espressioni adimensionalizzate:

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tau^*} = \nabla^{*2} T^* \quad (37)$$

$$-\left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_{r^* = \frac{1}{2}} = \frac{1}{\pi} \quad (38)$$

$$T^*(r^*, z^*, 0) = 0 \quad (39)$$

$$T^*(r^*, 0, \tau^*) = 0 \quad (40)$$

La temperatura adimensionale, mediata lungo la sonda, dovuta al carico lineare q_{l0} è chiamata *g-function* per la distanza adimensionale r^* e sarà indicata con $g(r^*, \tau^*)$. Esplicitando la matematica in modo completo, il carico termico lineare imposto è $q_l(\tau^*) = q_{l0} H(\tau^*)$ dove $H(\tau^*)$ è la funzione a scalino di Heaviside:

- Se $\tau^* < 0$, $H(\tau^*) = 0$;
- Se $\tau^* \geq 0$, $H(\tau^*) = 1$.

Nei casi reali si hanno campi costituiti da più sonde. Poiché le equazioni sono lineari, è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, sia nel tempo che nello spazio. Si considera quindi una sola sonda, soggetta ad un carico termico lineare, variabile nel tempo $q_l(\tau^*)$:

$$q_l(\tau^*) = q_{l0} \cdot F(\tau^*) \quad (41)$$

$F(\tau^*)$ è una funzione adimensionale del tempo adimensionale, con periodo un anno e scalini mensili. Indicando con τ_1^* la durata adimensionale di ogni mese, per un periodo di n mesi, $F(\tau^*)$ può essere espressa come:

$$F(\tau^*) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i [H(\tau^* - i\tau_1^*) - H(\tau^* - (i+1)\tau_1^*)] \quad (42)$$

dove:

H è la funzione a gradino di Heaviside;

$A_i = q_{li}/q_{l0}$ è il carico termico adimensionale del mese i -esimo, che si ripete dopo un anno ($A_{i+12} = A_i$).

Il sistema di equazioni adimensionali è lineare. La temperatura adimensionale mediata sulla lunghezza della sonda, prodotta dal carico termico $q_l(\tau^*)$ si ottiene mediante la seguente equazione:

$$\bar{T}^*(r^*, \tau^*) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i [g(r^*, \tau^* - i\tau_1^*) - g(r^*, \tau^* - (i+1)\tau_1^*)] \quad (43)$$

dove:

$g(r^*, \tau^*)$ è la temperatura adimensionale, mediata sulla lunghezza della sonda, dovuta al carico adimensionale $H(\tau^*)$, detta *g-function* per la distanza r^* .

La temperatura adimensionale media sulla superficie della sonda può essere ottenuta come la somma di quella prodotta dalla sonda stessa e delle temperature adimensionali medie prodotte dalle altre sonde presenti nel campo alle distanze r_j^* rispetto alla sonda in esame. Ad esempio, la temperatura media adimensionale della sonda centrale di una linea di 3 sonde, poste alla distanza di 40 diametri una dall'altra è data da:

$$\bar{T}_{c,1x3}^*(\tau^*) = \bar{T}^*(0.5, \tau^*) + 2\bar{T}^*(40, \tau^*) \quad (44)$$

I valori delle *g-function* per una sonda singola sono stati tabulati in (Zanchini e Lazzari, 2013), in funzione del tempo adimensionale τ^* , per diversi valori della distanza adimensionale dall'asse della sonda r^* e della lunghezza adimensionale della sonda L^* . Ogni *g-function* è stata diagrammata in funzione di $x = \log_{10}(\tau^*)$ e interpolata mediante due funzioni polinomiali di x . Le funzioni interpolanti hanno la seguente forma:

- per $-4 \leq x < x_0$, $g(x) = 0$;
- per $x_0 \leq x < x_1$, $g(x) = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$;
- per $x_1 \leq x < 6$, $g(x) = b_6x^6 + b_5x^5 + b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_0x + b_0$.

I valori che i coefficienti x_0, x_1, a_i, b_i assumono sono riportati in tabelle. Ciascuna tabella si riferisce a un valore di L^* .

In Tabella 2.1 è riportata, come esempio, la tabella per $L^* = 500$.

Tabella 2.1: tabella delle g-function per $L^*=500$

$L^* = 500$								
r^*	x_0	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
0.5	-3.826	0.000068	0.0004271	-0.0007473	-0.0061278	0.0221063	0.1477453	0.1955375
30	1.458	0.014241	-0.195288	1.079672	-3.062256	4.715197	-3.755953	1.214788
40	1.748	0.0064649	-0.0997785	0.6124448	-1.8967375	3.1285719	-2.6082876	0.8565059
60	2.184	0.0072125	-0.1248228	0.8692397	-3.1008077	5.9715622	-5.8818568	2.3078553
80	2.414	0.0103164	-0.1961421	1.5189119	-6.1234437	13.5714625	-15.709289	7.4338477
120	2.672	0.0146456	-0.3033699	2.5802257	-11.5255014	28.5308593	-37.1454893	19.8916775
170	3.116	---	---	-0.0302216	0.4490819	-2.4544879	5.8758636	-5.2151692
230	3.372	---	0.0101022	-0.2273364	2.0084646	-8.7053136	18.5362496	-15.5406194
300	3.61	---	0.0063342	-0.1563745	1.4988034	-6.9977183	15.976323	-14.317663
400	3.79	0.01092804	-0.2904565	3.18835846	-18.508177	59.95404	-102.815066	72.9655685
600	4.102	---	-0.00360603	0.07326077	-0.58416854	2.27894721	-4.32926784	3.1784414
r^*	x_1	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
0.5	1.35	0.0001913	-0.0034131	0.0233535	-0.0818113	0.1538121	0.0308441	0.23595
30	3.15	-0.0022582	0.0625441	-0.7084645	4.1978044	-13.7461932	23.7790033	-17.04851
40	3.6	-0.0039354	0.1105962	-1.2782469	7.775852	-26.291753	47.0563098	-34.93571
60	3.93	---	-0.0069936	0.1801604	-1.8344654	9.1972591	-22.584824	21.75163
80	4.21	---	-0.004601	0.1196875	-1.2262057	6.1549494	-15.0212218	14.2404
120	4.3	---	-0.0060394	0.1583825	-1.6424229	8.3928008	-21.0365441	20.6612
170	4.4	---	-0.0085694	0.2263958	-2.373444	12.3203117	-31.5859797	31.960534
230	4.77	---	-0.0234604	0.6284542	-6.71044	35.683985	-94.4436902	99.504275
300	4.91	---	---	-0.0100843	0.2321316	-2.0066071	7.723773	-11.134982
400	4.8	---	-0.02101006	0.56733137	-6.1109557	32.8098137	-87.7648196	93.540235
600	5.13	---	0.01326315	-0.37404103	4.21824322	-23.7816547	67.0375427	-75.595094

Per ottenere i valori dimensionali della temperatura basta sfruttare la relazione che lega T e T^* .

2.4 Dimensionamento di campi di sonde con il metodo DST

Questo metodo di modellazione di un campo di sonde immerso nel terreno è utilizzato dal software TRNSYS. Il volume della regione cilindrica che contiene sia le sonde che il terreno circostante è detto *storage volume*. Si tratta di un sistema a geometria cilindrica, riferito ad un asse centrale, in cui le sonde sono assunte distribuite uniformemente nello storage volume. Il calore è trasferito per convezione nelle sonde e per conduzione nel terreno. Il modello prevede che la temperatura in un punto qualsiasi del terreno sia data dalla somma di tre contributi: una temperatura globale, una soluzione locale ed una parte stazionaria. La temperatura globale e la soluzione locale sono calcolate utilizzando un metodo alle differenze finite (FDM), mentre la parte stazionaria è valutata per mezzo di un'equazione analitica.

Il sistema modellato è rappresentato nella Figura 2.6 ed è formato da tre parti:

- le sonde, che sono distribuite uniformemente nello storage volume;

- lo storage volume, che contiene le sonde e che avrà proprietà fisiche costanti;
- il terreno, che si trova all'esterno dello storage volume, può essere costituito da uno o più strati con proprietà termofisiche diverse.

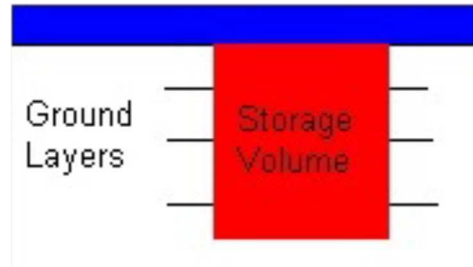


Figura 2.6: schema del terreno e delle sonde nel metodo DST

2.4.1 Problema globale

Il problema globale è un problema di conduzione del calore tra due sorgenti presenti in una regione. Il volume di simulazione include lo storage volume e uno spazio sufficientemente largo al di fuori dei suoi confini. Risulta essere un problema a geometria cilindrica. Le proprietà termiche del terreno sono date dalla conducibilità termica e dalla capacità termica volumetrica. Il metodo numerico utilizza un metodo alle differenze finite (FDM). Il volume di terreno simulato è suddiviso mediante una mesh 2D che utilizza una coordinata radiale r ed una coordinata verticale z . Gli indici delle coordinate radiale e assiale sono denominati rispettivamente i e j . Il flusso di calore radiale tra una cella $(i - 1; j)$ e la cella $(i; j)$ diventa:

$$F_r(i, j) = k_r(i, j) \cdot [T(i - 1, j) - T(i, j)] \quad (45)$$

Dove k_r è la conducibilità tra le celle $(i - 1; j)$ e $(i; j)$.

Un'espressione del tutto analoga a quella appena scritta può essere utilizzata per il calcolo di $F_z(i, j)$. Per ogni cella dello storage volume sono presenti due sorgenti di calore: una per il trasferimento di calore dal problema locale $Q_l(i, j)$ al globale e una che redistribuisce il calore dovuto alla circolazione del liquido nelle sonde $Q_{sf}(i, j)$ nello storage volume. Quando i valori dei termini delle sorgenti di calore sono noti è possibile calcolare la temperatura per il time step successivo:

$$T(i, j)_{t+\Delta t} = T(i, j)_t + [F_r(i + 1, j) + F_z(i, j) - F_z(i, j + 1) + Q_l(i, j) + Q_{sf}(i, j)] \cdot \frac{\Delta t}{c(i, j)} \quad (46)$$

Dove C è la capacità termica della cella.

2.4.2 Problema locale

Il problema locale è individuato dal processo termico che avviene in ogni singola sonda, modellata mediante una mesh radiale 1D. La regione V dello *storage volume* è divisa in N sottoregioni. La temperatura locale T_l soddisfa l'equazione della conduzione del calore in regime stazionario:

$$C \frac{\partial T_l}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) - q_l \quad (47)$$

Dove:

- λ è la conducibilità termica;
- C è la capacità termica volumetrica;
- q_l è il termine sorgente di calore utilizzato per trasferire il calore dal problema locale al globale.

La temperatura media globale nella sottoregione k è denominata T_g^k . La temperatura di ingresso del fluido è T_f^k e la temperatura di uscita del fluido è T_f^{k+1} . La temperatura di ingresso o di uscita del fluido si può esprimere come:

$$T_f^{k+1} = \beta^k T_f^k + (1 - \beta^k) T_g^k \quad (48)$$

Con $\beta = \exp \left[-\frac{\alpha_p^k L_p^k}{c_f Q_f} \right]$

dove:

- Q_f è la portata totale di fluido nella sonda;
- α_p^k è il coefficiente di trasferimento del calore tra il fluido nella sonda e la prima cella esterna alla sonda;
- L_p^k è la lunghezza della sonda nella sezione.

2.4.3 Problema stazionario

La soluzione del problema stazionario è necessaria per la determinazione del campo di temperatura attorno alla sonda. La temperatura di uscita dalla sottoregione k si può esprimere come:

$$T_{sf,f out}^k = \sum_j \frac{V_{k,j}}{V_k} [\beta_{sf}^k T_{sf,f in}^k + (1 - \beta_{sf}^k)(T_{g,j}^k - T_g^k)] = \beta_{sf}^k T_{sf,f in}^k \quad (49)$$

Con $\beta_{sf}^k = \exp\left[-\frac{\alpha_v V_p}{c_f Q_f}\right]$

dove:

$\alpha_v = \lambda/l^2$ è il coefficiente di trasferimento del calore.

La temperatura totale del liquido è data dalla somma della temperatura del problema stazionario T_{sf} e della temperatura del caso locale. La temperatura di ingresso all'istante iniziale è stata scelta $T_{sf,in} = 0$. La temperatura del flusso stazionario nella regione circolare attorno alla sonda è:

$$T_{sf} = (T_g^k - T_{g,i,j}^k) \cdot \frac{r_1^2}{2l^2} \cdot h\left(\frac{r}{r_1}\right) \quad (50)$$

2.4.4 Sovrapposizione delle temperature

La temperatura del terreno è data dalla sovrapposizione della parte globale, locale e stazionaria. La temperatura totale risulta quindi:

$$T = T_{g,i,j}^k + T_{l,j'}^k + T_{sf,j'}$$

3 Il modello di Lamarche

3.1 Presentazione del modello

Nei metodi classici per analizzare le sonde geotermiche verticali, la capacità termica delle sonde è spesso trascurata nella valutazione della temperatura media del fluido termovettore. Negli ultimi anni sono stati proposti diversi modelli per tenere conto di questo effetto, che può essere importante per un design migliore. Recentemente è stato proposto un modello semi-analitico che considera sia la capacità termica della malta sigillante che la capacità termica del fluido termovettore (Lamarche, 2015). Il modello analitico di (Lamarche, 2015), che verrà di seguito descritto, è stato sviluppato considerando sonde geotermiche a singolo tubo a U, ma è stato validato nell'ambito della presente Tesi anche per sonde a doppio tubo a U.

Il modello di (Lamarche, 2015) risolve il problema del trasferimento di calore in un dominio costituito da cilindri concentrici (Figura 3.1).

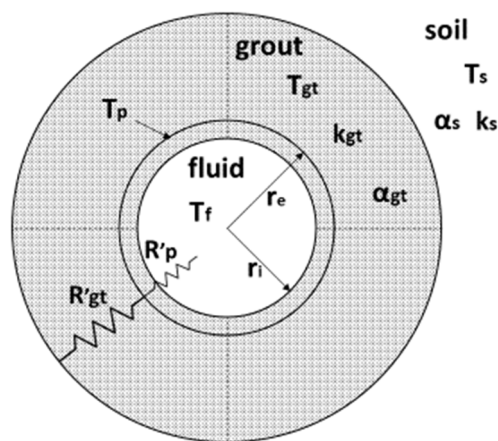


Figura 3.1: cilindri concentrici equivalenti

Nelle reali applicazioni la geometria della sonda è più complicata (Figura 3.2). Il metodo di Lamarche è basato su uno schema della sonda con simmetria assiale che consenta di riprodurre la stessa evoluzione nel tempo della temperatura media del fluido termovettore. Nel modello di Lamarche, il cilindro equivalente è composto da uno strato cilindrico esterno di malta, da un sottile strato cilindrico intermedio di polietilene e da un cilindro interno di fluido.

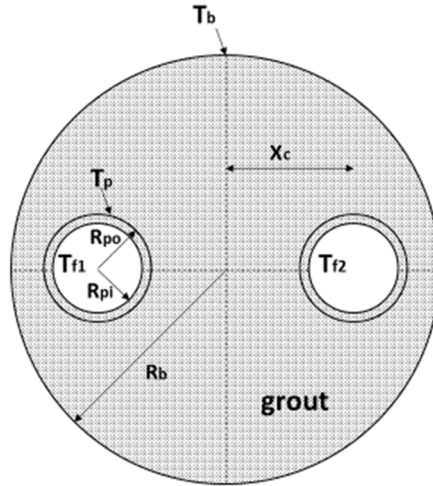


Figura 3.2: geometria reale della sonda

In primo luogo si sceglie un raggio esterno equivalente del polietilene (r_e , Figura 3.1) tale per cui la resistenza termica dello strato cilindrico compreso fra r_e ed il raggio della sonda, r_b , sia uguale alla resistenza della malta sigillante della sonda reale (R'_{gt}), considerando la conducibilità termica identica nelle due geometrie:

$$R'_{gt} = \frac{\ln \frac{r_b}{r_e}}{2\pi k_{gt}} \quad (51)$$

Da cui si ricava:

$$r_e = r_b e^{-2\pi k_{gt} R'_{gt}} \quad (52)$$

Il raggio interno dello strato di polietilene del modello di Lamarche, r_i , viene calcolato al fine di ottenere una resistenza uguale a quella reale senza alterare il valore della conducibilità termica equivalente del polietilene:

$$\frac{1}{2\pi k_{p\ eq}} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) = \frac{1}{4\pi k_{p\ eq}} \ln \left(\frac{r_{po}}{r_{pi}} \right) \quad (53)$$

Dove r_{po} e r_{pi} sono rispettivamente il raggio esterno ed il raggio interno dei tubi di polietilene della sonda reale.

Dalla (53) si ottiene:

$$r_i = r_e \left(\frac{r_{po}}{r_{pi}} \right)^{-1/2} \quad (54)$$

Osservando la (53) si nota che al primo membro (geometria equivalente) si ha un 2 al denominatore, mentre al secondo membro (geometria reale) si ha un 4 al denominatore: questo numero tiene conto del fatto che nella sonda reale si hanno due tubi, che hanno insieme la metà della resistenza termica di un solo tubo.

Il fluido viene schematizzato mediante un'equazione di bilancio integrale di energia. In tale equazione esso viene considerato come un cilindro di materiale omogeneo a temperatura uniforme, che riceve la potenza lineare costante q_l e scambia calore per conduzione con lo strato di polietilene avente conducibilità termica $k_{p\ eq}$.

Bisogna poi calcolare il valore della capacità termica volumetrica equivalente affinché la capacità termica del fluido nel modello sia pari a quella reale:

$$\pi r_i^2 (\rho c_p)_{f\ eq} = 2\pi r_{pi}^2 (\rho c_p)_f \quad (55)$$

Da cui si ottiene:

$$(\rho c_p)_{f\ eq} = \frac{2r_{pi}^2}{r_i^2} (\rho c_p)_f \quad (56)$$

Analogo discorso si può fare per il calcolo della capacità termica volumetrica equivalente della malta e del polietilene, noti i raggi equivalenti interno ed esterno. Le equazioni di partenza sono le seguenti:

$$\pi(r_b^2 - r_e^2)(\rho c_p)_{gt\ eq} = \pi(r_b^2 - 2r_{po}^2)(\rho c_p)_{gt} \quad (57)$$

$$\pi(r_e^2 - r_i^2)(\rho c_p)_{p\ eq} = \pi(2r_{po}^2 - 2r_{pi}^2)(\rho c_p)_p \quad (58)$$

Dalle equazioni (57) e (58) si ottengono rispettivamente le seguenti capacità termiche volumetriche equivalenti:

$$(\rho c_p)_{gt eq} = \frac{(r_b^2 - 2r_{po}^2)}{(r_b^2 - r_e^2)} (\rho c_p)_{gt} \quad (59)$$

$$(\rho c_p)_{p eq} = \frac{2(r_{po}^2 - r_{pi}^2)}{(r_e^2 - r_i^2)} (\rho c_p)_p \quad (60)$$

3.2 Validazione del modello

Una volta calcolati i parametri della configurazione equivalente, è possibile risolvere il problema di conduzione non stazionaria nel modello di Lamarche per via numerica. Il modello è stato implementato sul software agli elementi finiti *COMSOL Multiphysics 5.4*, al fine di verificarne l'accuratezza in una serie di casi studio.

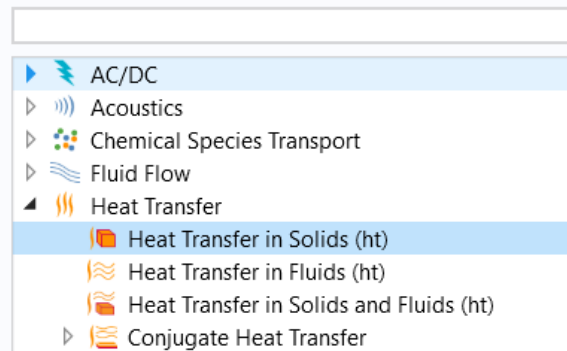
Sono stati sottoposti a validazione sia casi con sonda a singolo tubo a U, sia con sonda a doppio tubo a U. Inizialmente sarà presentata la validazione del modello per sonde a singolo tubo a U.

3.2.1 Simulazione del sistema reale

Anzitutto viene implementato su *COMSOL* il modello 2D dipendente dal tempo della sezione trasversale della sonda reale, in cui il fluido termovettore è modellato come un solido ad altissima conducibilità. La resistenza convettiva è inglobata nella conducibilità termica equivalente del polietilene (convezione e conduzione). Il problema da risolvere risulta quindi un problema di trasferimento di calore nei solidi (Figura 3.3).



Select Physics



Select Study

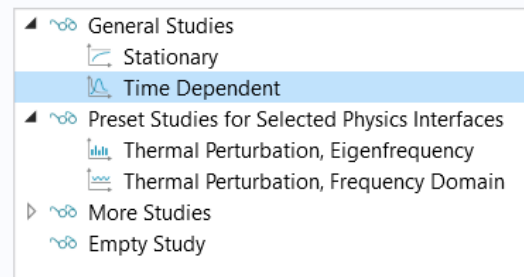


Figura 3.3: dimensione, fisica e studio in Comsol Multiphysics 5.4

Una volta completato il settaggio iniziale su *COMSOL*, è possibile definire i vari parametri utili a descrivere le caratteristiche del modello reale (Figura 3.4):

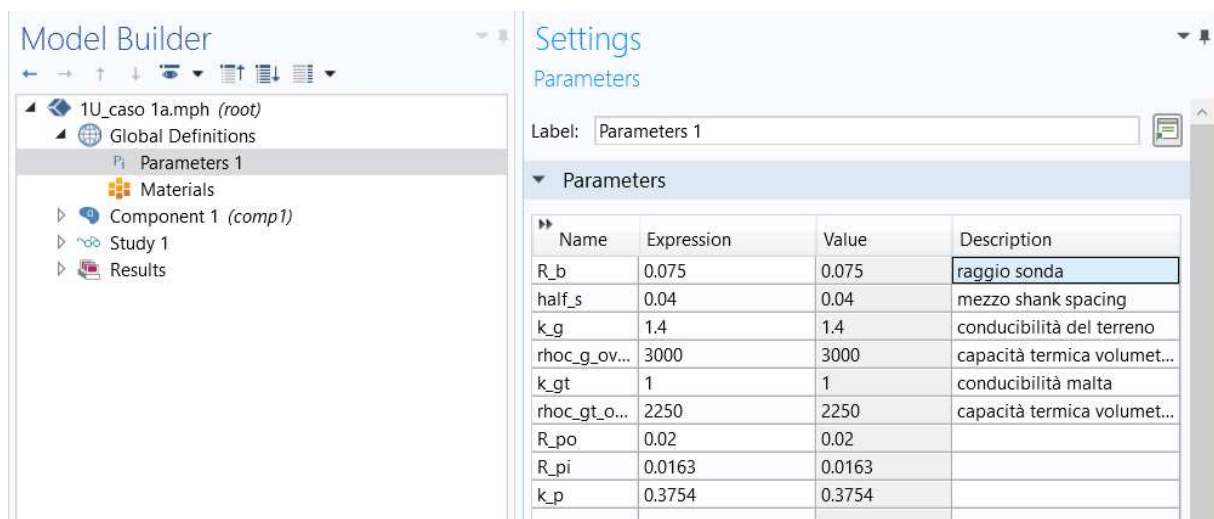


Figura 3.4: inserimento e descrizione dei parametri

I parametri inseriti sono i seguenti:

- R_b è il raggio della sonda;
- $Half_s$ corrisponde alla metà dello shank spacing, cioè alla metà della distanza fra i centri del tubo di mandata e quello di ritorno;
- k_g è la conducibilità termica del terreno;
- k_{gt} è la conducibilità termica della malta;
- $\rho c_{p_g_over1000}$ corrisponde alla capacità termica specifica del terreno: si considera sempre il valore della (ρc_p) diviso un valore fittizio della densità ρ (considerata sempre uguale a 1000);
- $\rho c_{p_gt_over1000}$ corrisponde alla capacità specifica della malta;
- k_p è la conducibilità termica del polietilene che tiene conto sia del termine convettivo che del termine conduttivo (conducibilità termica equivalente);
- R_{po} ed R_{pi} sono rispettivamente il raggio esterno ed interno del tubo di polietilene (valori tipici per una sonda a singolo tubo a U sono rispettivamente 0.02 e 0.0163 m).

Una volta definiti i parametri, si costruisce in *COMSOL* la geometria della sezione trasversale della sonda (Figura 3.5):

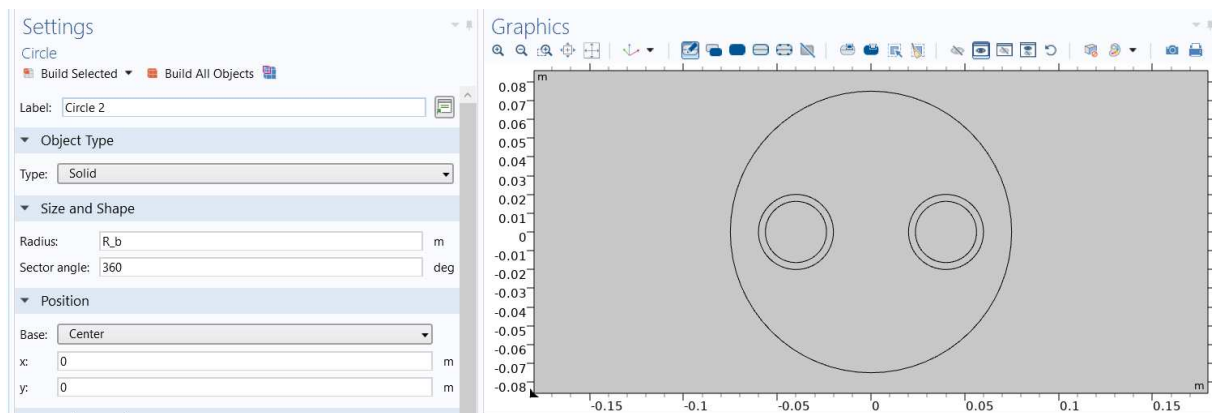


Figura 3.5: costruzione della geometria della sonda

Anche se non visibile dalla figura, la geometria comprende anche un terreno circostante la sonda, con raggio pari a 5 m.

Dopodiché, si vanno ad inserire nella sezione *heat transfer in solids (ht)* le varie caratteristiche dei singoli materiali; da qui si può notare che il software non accetta l'inserimento del parametro (ρc_p) , ma separatamente di ρ e di c_p : per questo motivo nella sezione *parameters* si è definito il valore $(\rho c_p)/1000$ dove 1000 è il valore fittizio della densità (in Figura 3.6 è riportato l'inserimento dei parametri per il

terreno; questo viene ripetuto anche per la malta, il polietilene e il fluido termovettore).

Figura 3.6: inserimento dei parametri del terreno

Si può notare dalle unità di misura delle costanti espresse nelle figure precedenti che il campo di temperatura viene espresso da *COMSOL* in *K*. Poiché nel nostro studio interessano solo le variazioni della temperatura rispetto al valore iniziale, la condizione iniziale di temperatura pari a quella del terreno indisturbato viene implementata come $T = 0 \text{ K}$. In questo modo, i risultati del campo di temperatura rappresentano già le variazioni, ΔT , che sono uguali sia in $^{\circ}\text{C}$ che in *K*. Oltre al valore iniziale di temperatura bisogna porre anche le condizioni al contorno. Si ipotizza una condizione di adiabaticità (*thermal insulation*) lungo i confini esterni del terreno.

Altro oggetto da studiare più accuratamente è il fluido termovettore, che solitamente è acqua oppure acqua con una percentuale di glicole onde evitare congelamento. Esso viene simulato come un solido con un'elevatissima conducibilità termica, pari a $1000 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$. Questo fluido inoltre corrisponde anche alla nostra sorgente di calore, per il quale si è ipotizzata una potenza per unità di volume Q_0 pari a:

$$Q_0 = \frac{50}{2 \times \pi r_{pi}^2} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right] \quad (61)$$

Dove r_{pi} è il raggio interno del tubo di polietilene. Tale potenza per unità di volume corrisponde ad un tipico flusso lineare di 50 W/m .

A questo punto viene costruita una mesh non strutturata con circa 33000 elementi triangolari (Figura 3.7) e, dal momento che si sta studiando un modello dinamico, viene definito un intervallo di tempo di simulazione con un determinato passo temporale (Figura 3.8). le simulazioni realizzate partono da 10^{-5} ore fino a 100 ore, a passi di $10^{0.05}$ ore.

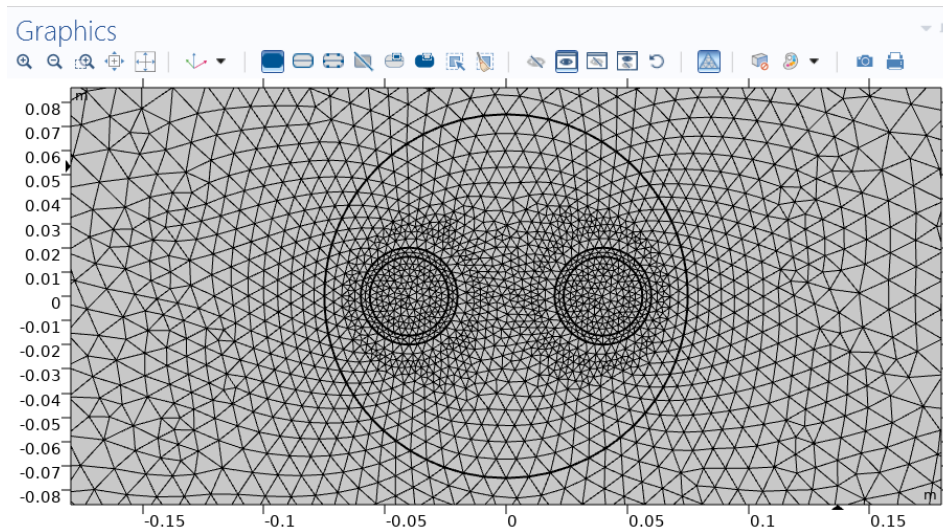


Figura 3.7: costruzione della mesh

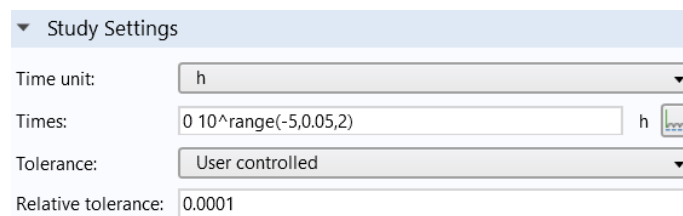


Figura 3.8: intervallo di tempo e passo temporale

Ora è possibile lanciare la simulazione al fine di ottenere un campo di temperatura su tutto il dominio della nostra geometria. Il campo di temperatura ottenuto per uno dei casi simulati è mostrato in Figura 3.9:

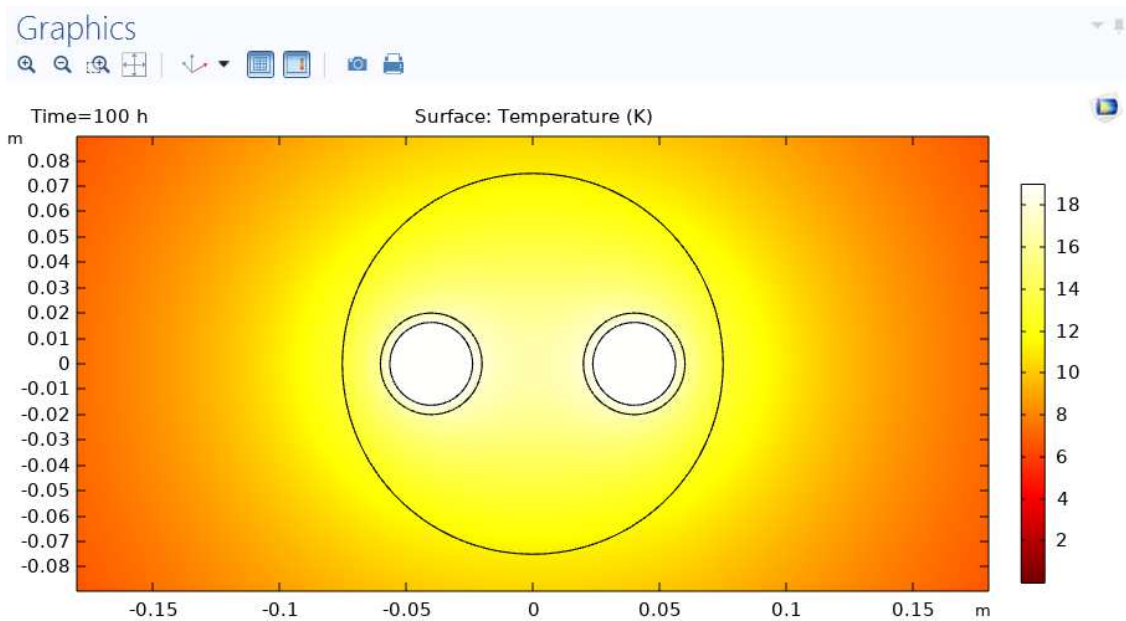


Figura 3.9: campo di temperatura del sistema sonde a singolo tubo a U per $t = 100 h$

Viene infine calcolata la temperatura media sulla superficie del fluido, per ogni istante di tempo. Saranno proprio questi valori di temperatura media del fluido ad essere confrontati con quelli derivati dal modello equivalente di Lamarche.

3.2.2 Calcolo della resistenza della sonda R_b

Per quanto riguarda il calcolo della resistenza termica della sonda, il file COMSOL che andremo a creare non sarà più caratterizzato da un sistema tempo dipendente, bensì si tratterà di uno studio stazionario (Figura 3.10), poiché la resistenza termica risulta essere costante nel tempo.

Select Study

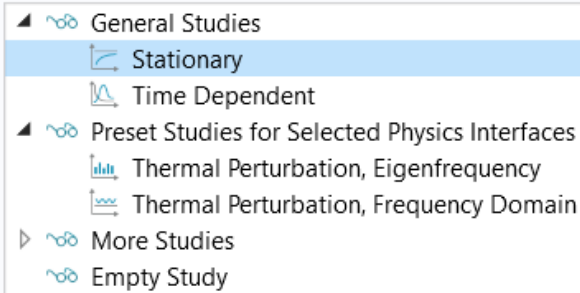


Figura 3.10: selezione dello studio stazionario

Si considera una geometria in cui i tubi della sonda sono vuoti (Figura 3.11), a differenza del caso precedente in cui si ipotizzava il fluido come un solido ad alta conducibilità. In questa simulazione si considera la vera conducibilità termica del polietilene, $k_p = 0.4 \frac{W}{m K}$ (Figura 3.12), perché la resistenza termica convettiva viene considerata separatamente nella condizione al contorno.

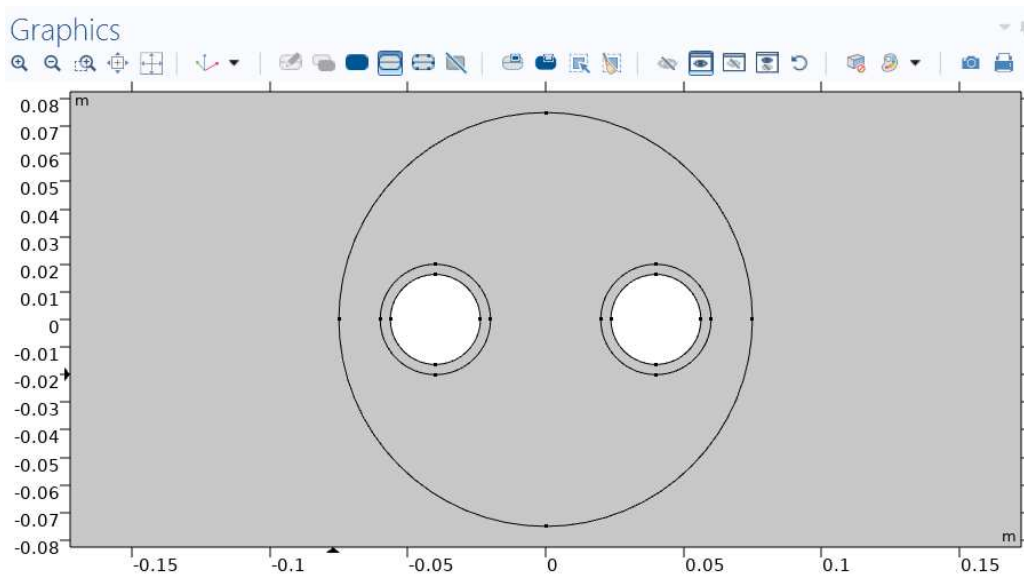


Figura 3.11: geometria della sonda per il calcolo di R_b

Name	Expression	Value	Description
R_b	0.075	0.075	raggio sonda
half_s	0.04	0.04	mezzo shank spacing
k_g	1.4	1.4	conducibilità termica terr...
k_gt	1	1	conducibilità termica ma...
rhoc_g_ov...	3000	3000	cap termica vol terreno c...
rhoc_gt_o...	2250	2250	cap termica vol malta co...
k_p	0.4	0.4	
R_po	0.02	0.02	
R_pi	0.0163	0.0163	

Figura 3.12: parametri della sonda

Per tenere conto della differenza di temperatura fra fluido e parete solida, viene applicata una condizione al contorno di flusso convettivo sulle pareti interne dei tubi. Il coefficiente di convezione pari a $1472 \frac{W}{m^2 K}$ per l'acqua è stato calcolato tramite la correlazione di Churchill (con i dati di input presenti in tabella Tabella 3.1) mentre la temperatura media del fluido T_{ext} è stata scelta a piacere (l'importante è che T_{ext} non sia prossima alla temperatura media calcolata all'interfaccia sonda-terreno) come mostrato in Figura 3.13:

Tabella 3.1: input data per il calcolo del coefficiente di convezione attraverso la correlazione di Churchill per sonde a singolo tubo a U

Numeri Reynolds e Prandtl (water 20 °C)	
SINGLE U-TUBE	
Portata in volume litri/min	14
Portata in volume litri/min per tubo	14
Portata in volume m ³ /s per tubo	0.000233333
Raggio interno tubo m	0.0163
Area tubo m ²	0.000834689
Velocità m/s	0.27954522
Densità kg/(m³)	998.21
Viscosità dinamica Pa s	0.0010016
Viscosità cinematica m ² /s	1.0034E-06
Conducibilità W/(mK)	0.59846
Diametro m	0.0326
Numero di Reynolds	9082
Capac term spec J/(kg K)	4184.1
Diffusività termica alpha m ² /s	1.43288E-07
Numero di Prandtl	7.0026
Coefficiente di convezione	1472.02

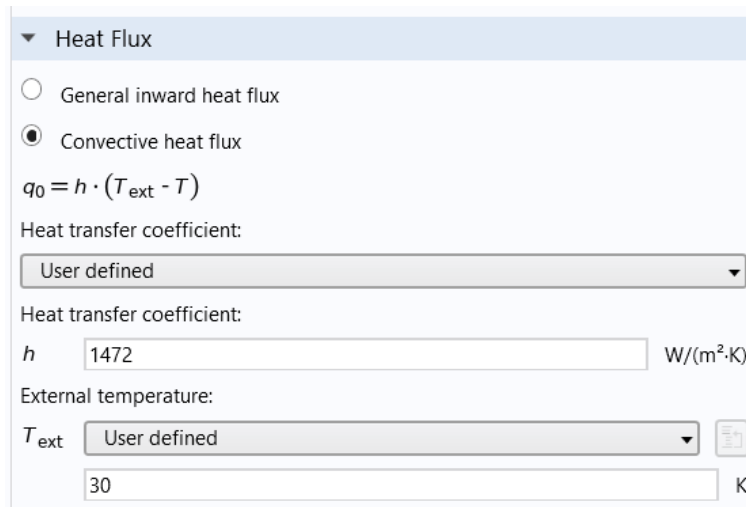


Figura 3.13: flusso termico convettivo

A questo punto, impostata la mesh come nel caso precedente, si può lanciare la simulazione. L'obiettivo è il calcolo della temperatura media e del flusso termico conduttivo lungo la circonferenza della malta (Figura 3.14). Ora è possibile calcolare il valore della resistenza termica della sonda attraverso l'equazione (3).

Normal conductive heat flux (W/m)	Temperature (K)
48.485	23.148

Figura 3.14: flusso termico conduttivo e temperatura media della superficie della sonda

3.2.3 Simulazione del sistema equivalente

Una volta calcolata la resistenza termica della sonda, bisogna calcolarsi la resistenza termica della sola malta, poiché nel metodo di Lamarche è richiesta la sua conoscenza per il calcolo del raggio equivalente, come mostrato nell'equazione (52). Per il calcolo della resistenza della malta si sfrutta la seguente equazione:

$$R'_b = R'_p + R'_{gt} \quad (62)$$

Dove:

- R'_b è la resistenza termica della sonda;
- R'_p è la resistenza termica totale del polietilene;
- R'_{gt} è la resistenza termica della malta.

Si calcola innanzitutto la resistenza termica R'_b :

$$R'_b = \frac{T_m - T_b}{q_l}$$

Dopodiché si calcolano la resistenza convettiva e conduttiva del polietilene e le si sommano fra loro:

$$R'_{p\ cv} = \frac{1}{h\pi D_i}$$

$$R'_{p\ cd} = \frac{1}{2\pi k_p} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

$$R'_{p\ tot} = \frac{1}{2\pi k_p} \ln \frac{D_e}{D_i} + \frac{1}{h\pi D_i}$$

Applicando la seguente equazione $\frac{1}{R_{tot}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$ si ottiene la resistenza termica totale del polietilene R'_p :

$$R'_p = R'_{p\ tot} / 2$$

Infine dalla equazione (62) si ottiene la resistenza termica della malta sigillante:

$$R'_{gt} = R'_b - R'_p$$

Il caso da studiare deve essere confrontato col sistema reale presentato nel paragrafo 3.2.1 (questo studio è quindi dipendente dal tempo). Si introdurranno nella sezione *parameters* di COMSOL i nuovi input aggiornati secondo le equazioni descritte nel paragrafo 3.1 (Figura 3.15):

Parameters			
Name	Expression	Value	
R_b	0.075	0.075	ra
k_g	1.4	1.4	ca
rhoc_g_ov...	3000	3000	ca
k_gt	1	1	ca
rhoc_gt_o...	$2250 \cdot (R_b^2 - 2 \cdot R_{po}^2) / (R_b^2 - r_{e_eq}^2)$	2735.2	ca
r_e_eq	$R_b \cdot \exp(-2 \cdot \pi \cdot k_{gt} \cdot Res_{gt})$	0.040694	ra
r_i_eq	$r_{e_eq} \cdot (R_{po} / R_{pi})^{-0.5}$	0.036737	ra
rhoc_p_ov...	$1824 \cdot 2 \cdot (R_{po}^2 - R_{pi}^2) / (r_{e_eq}^2 - r_{i_eq}^2)$	1599.3	ca
rhoc_f_ov...	$4180 \cdot 2 \cdot (R_{pi}^2) / (r_{i_eq}^2)$	1645.8	ca
k_p	0.3754	0.3754	ca
Res_gt	0.09731	0.09731	ra
R_po	0.02	0.02	
R_pi	0.0163	0.0163	

Figura 3.15: parametri del sistema equivalente

Dove:

- r_{e_eq} è il raggio esterno equivalente del tubo di polietilene;
- r_{i_eq} è il raggio interno equivalente del tubo di polietilene;
- Res_{gt} è la resistenza termica della malta.

È possibile ora costruire il sistema equivalente con gli opportuni parametri sia geometrici che fisici (Figura 3.16):

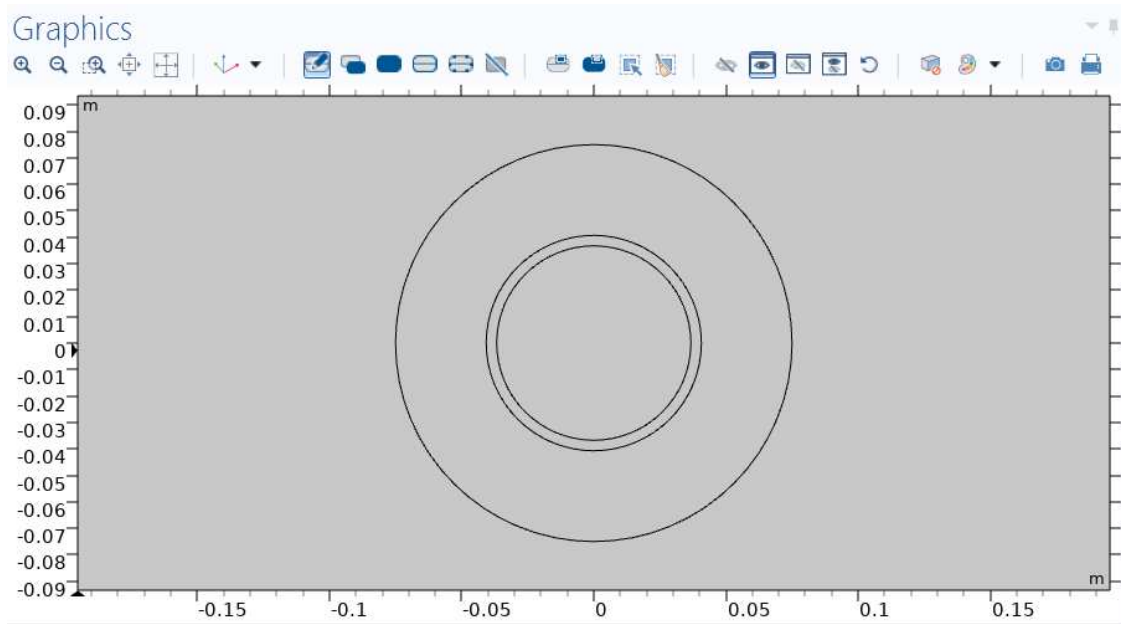


Figura 3.16: geometria del sistema equivalente

Un altro valore che è da modificare è la potenza per unità di volume Q_0 generata nel cilindro equivalente di fluido:

$$Q_0 = \frac{50}{\pi r_{ieq}^2} \quad \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad (63)$$

Come per i due casi precedenti bisogna scegliere una mesh non strutturata con circa 30000 elementi totali e un intervallo di tempo con un determinato time step. È quindi possibile lanciare la simulazione (Figura 3.17).

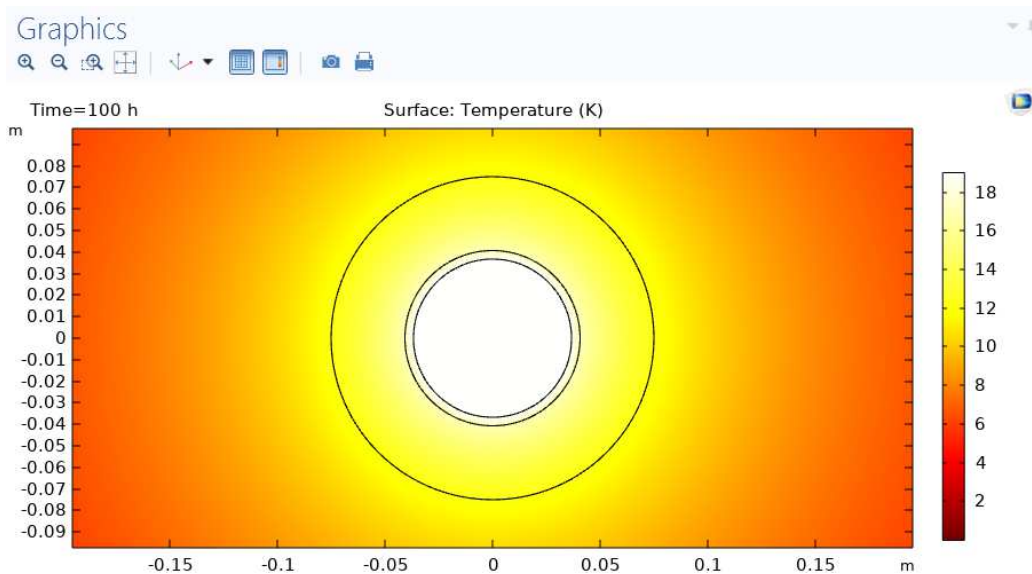


Figura 3.17: campo di temperatura del sistema equivalente a $t = 100 h$

La validazione del modello consiste nel confrontare la temperatura media del fluido, cioè la temperatura media di superficie sul cilindro equivalente di fluido, con quella calcolata nel sistema reale.

Tramite un file *Excel* è stato possibile graficare i valori della temperatura del fluido per entrambi i sistemi e metterli a confronto. Si può notare come il sistema equivalente di Lamarche riproduca con estrema precisione l'andamento di temperatura ottenuto dal sistema reale, sia nei primi istanti di tempo (Figura 3.18), sia a lungo termine (Figura 3.19):

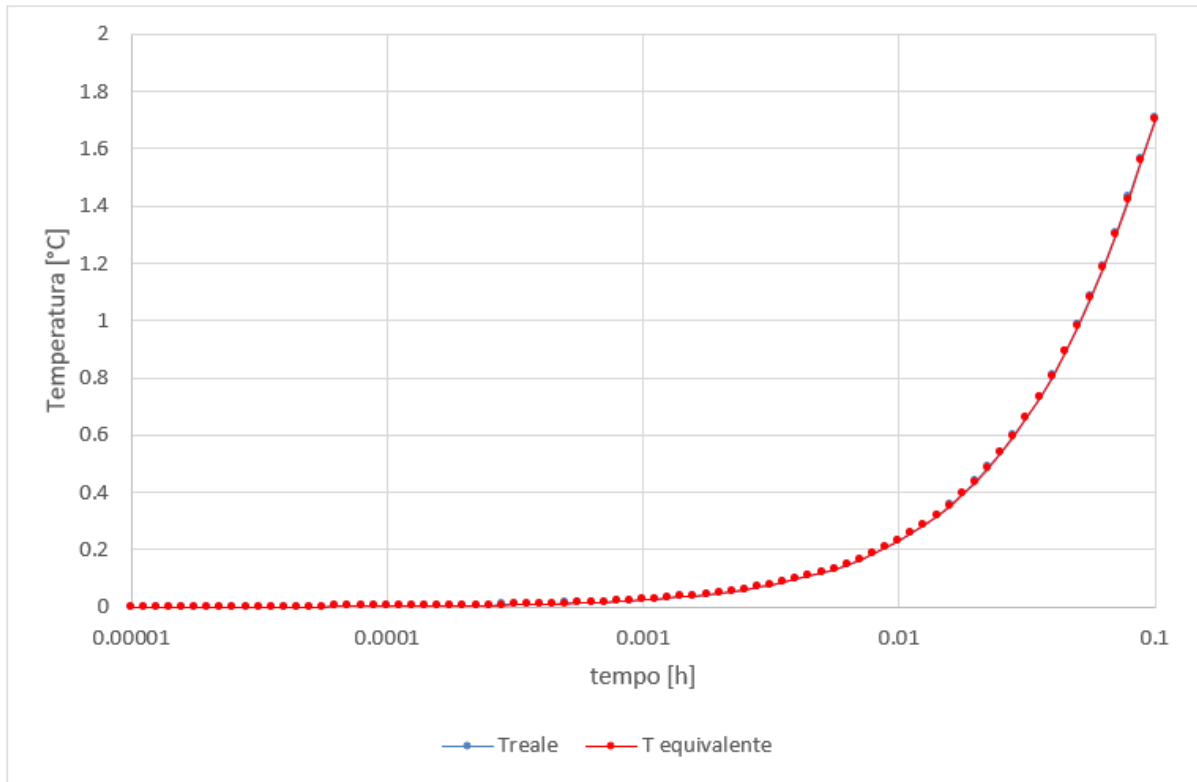


Figura 3.18: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0 < t < 0.1$ h

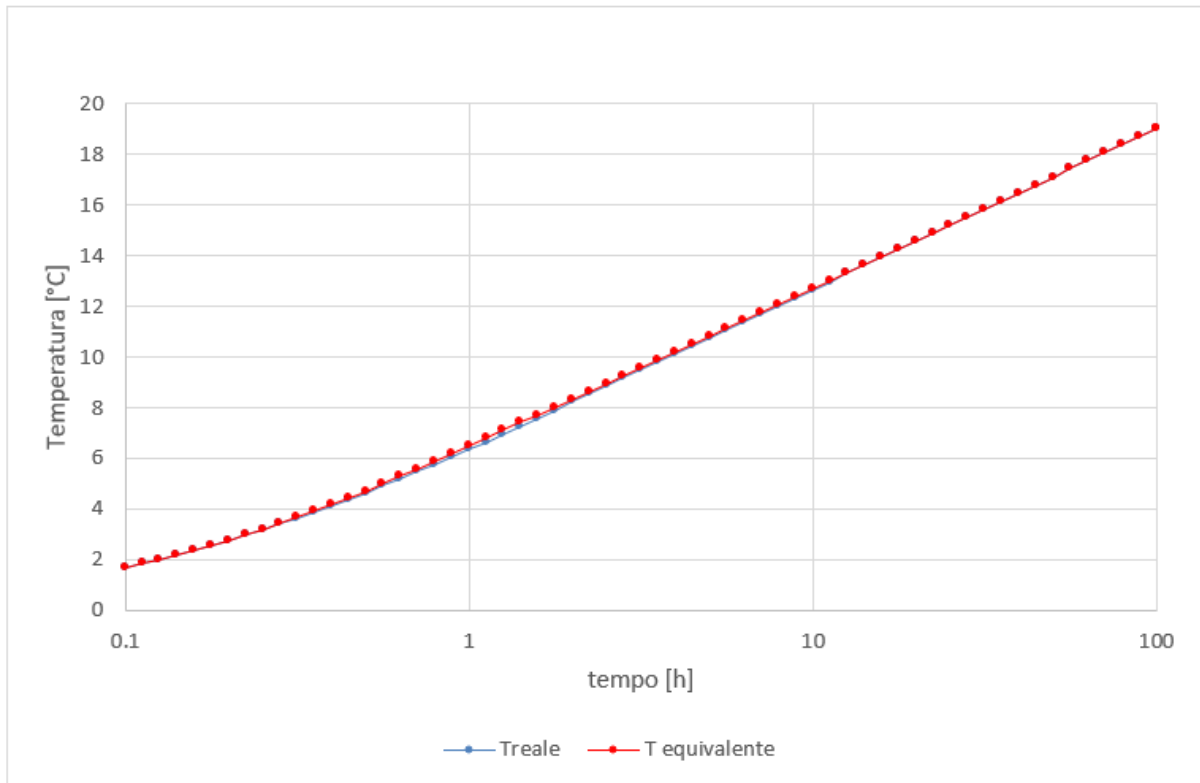


Figura 3.19: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0.1 < t < 100$ h

I grafici qui sopra riportati corrispondono al caso con $D_b = 150$ mm, $shank\ spacing = 80$ mm, $k_{gt} = 1$ W/(mK), $k_g = 1.4$ W/(mK), $(\rho c)_{gt} = 2.25$ MJ/(m³K), $(\rho c)_g = 3.00$ MJ/(m³K), caso 1 con $shank\ spacing$ 80 mm nella successiva Tabella 3.3.

Per valutare la bontà dell'approssimazione del modello di Lamarche si è deciso di implementare un metodo capace di calcolare l'area compresa fra le due curve (del modello reale e di quello di Lamarche), tenendo conto del segno. Infatti, è possibile che le rette spezzate del modello reale e del modello di Lamarche si intersechino in punti per i quali non è noto il valore dell'ascissa (ovvero l'istante di tempo). Di conseguenza, la semplice differenza fra le aree sottese dalle due curve, calcolate tramite integrazione, causerebbe una compensazione fra i tratti in cui la temperatura del fluido ottenuta dal metodo di Lamarche è maggiore di quella del modello reale e i tratti in cui, viceversa, è maggiore la temperatura del modello reale.

Qui di seguito viene mostrato un caso banale come esempio:

Tabella 3.2: dati per un caso esempio

Tempo	Tr	Te	
0	0	0	0
1		0.5	1
2		1	2
3		5	3

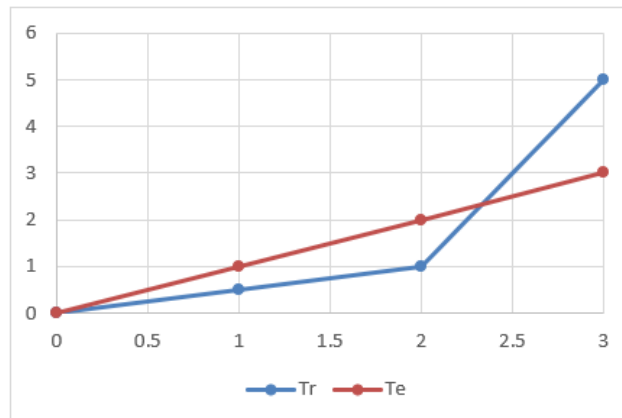


Figura 3.20: grafico del caso esempio

Come anticipato in precedenza non si conosce il punto di intersezione fra le due curve nell'intervallo di tempo [2;3]. Un integrale semplice in quell'intervallo compenserebbe le due differenze e non le sommerebbe.

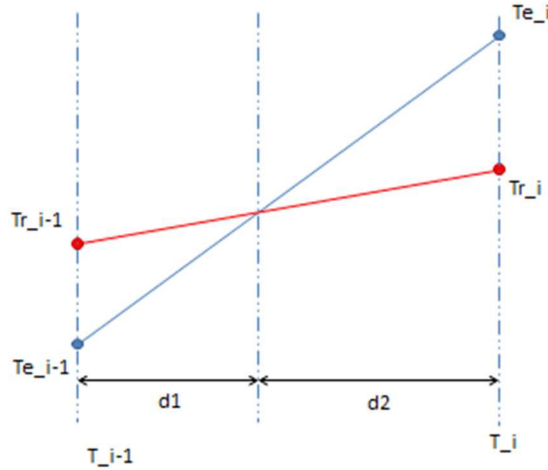


Figura 3.21: schema di riferimento per il calcolo della differenza di aree sottese senza compenso

Introduco una equazione di similitudine fra i due triangoli formatisi:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{|T_{r,i-1} - T_{e,i-1}|}{|T_{e,i} - T_{r,i}|} \quad (64)$$

Successivamente, grazie alla (64), attraverso qualche passaggio matematico, si scrive l'equazione per trovare l'area A compresa fra due curve, considerando due casi:

- Se $(T_{r,i-1} - T_{e,i-1}) \cdot (T_{e,i} - T_{r,i}) \geq 0$, $A = \frac{1}{2} (|T_{r,i-1} - T_{e,i-1}| + |T_{e,i} - T_{r,i}|) \cdot (t_i - t_{i-1})$;
- Se $(T_{r,i-1} - T_{e,i-1}) \cdot (T_{e,i} - T_{r,i}) < 0$, $A = \frac{1}{2} \frac{((T_{r,i-1} - T_{e,i-1})^2 + (T_{e,i} - T_{r,i})^2)}{|T_{r,i-1} - T_{e,i-1}| + |T_{e,i} - T_{r,i}|} \cdot (t_i - t_{i-1})$.

Il modello equivalente tende a presentare una leggera sovrastima della temperatura del fluido rispetto al sistema reale, nell'intorno di $t = 1$ h. Si è dunque deciso di calcolare le varie A per gli intervalli di tempo compresi tra 0 e 10 ore, di sommarle fra loro e di dividerle per questo lasso di tempo, ovvero 10 ore, in modo da trovare la distanza media fra le due curve, che rappresenta l'errore medio di temperatura del modello di Lamarche rispetto al caso reale:

$$\bar{A} = \frac{\sum_i A_i}{10} \quad (65)$$

Per validare il modello di Lamarche, le simulazioni sono state ripetute per più casi, ripetendo i passaggi descritti nei precedenti paragrafi per diverse caratteristiche del sistema sonda-terreno. È presentata di seguito la tabella contenente i parametri dei 24 casi selezionati. La tabella riporta inoltre i valori dell'errore medio sulle 10 ore, calcolato con l'equazione (65). I valori riportati sono riferiti ad un sistema di sonda geotermica a singolo tubo a U:

Tabella 3.3: calcolo delle A al variare delle caratteristiche del sistema terreno-sonda a singolo tubo a U

CASO	$k_{gt} \left[\frac{W}{m K} \right]$	$k_g \left[\frac{W}{m K} \right]$	$(\rho c)_{gt} \left[\frac{MJ}{m^3 K} \right]$	$(\rho c)_g \left[\frac{MJ}{m^3 K} \right]$	$D_b = 150 \text{ mm}$ shank spacing = 80 mm	$D_b = 150 \text{ mm}$ shank spacing = 100 mm
1	1	1.4	2.25	3	0.0607	0.0105
2			3		0.0701	0.0211
3		1.8	2.25		0.0592	0.0167
4			3		0.0702	0.0201
5	1.6	1.6	2.25	3	0.0360	0.0047
6			3		0.0423	0.0139
7		2	2.25		0.0349	0.0064
8			3		0.0418	0.0079
9	2.2	1.8	2.25	3	0.0250	0.0038
10			3		0.0296	0.0103
11		2.2	2.25		0.0244	0.0031
12			3		0.0294	0.0047

Dalla Tabella 3.3 si può notare che tutti i 24 casi presentano dei valori di \bar{A} davvero piccoli (l'unità di misura è il K, o °C, trattandosi di un ΔT). Si può quindi affermare che il modello di Lamarche è in grado di simulare in maniera molto accurata il sistema reale per una sonda geotermica a singolo tubo a U.

Quello che ci aspetta ora è controllare che questo modello sia valido, non solo per il caso di sonda geotermica a singolo tubo a U, ma anche per il caso di una sonda con doppio tubo a U.

Introdurremo di seguito le formule per il calcolo delle equazioni corrispondenti al nuovo sistema, cioè bisogna riformulare le equazioni del modello di Lamarche per una sonda a doppio tubo a U.

Le espressioni della resistenza della malta e del raggio esterno equivalente del tubo di polietilene saranno le stesse, mentre cambierà l'espressione per il calcolo del raggio interno equivalente, che derivava dall'uguaglianza fra la resistenza termica del tubo equivalente e quella del sistema reale di quattro tubi:

$$\frac{1}{2\pi k_p eq} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) = \frac{1}{8\pi k_p} \ln\left(\frac{r_{po}}{r_{pi}}\right) \quad (66)$$

Dalla (67) si ottiene:

$$r_i = r_e \left(\frac{r_{po}}{r_{pi}}\right)^{-1/4} \quad (67)$$

Le altre espressioni che variano sono le seguenti:

$$(\rho c_p)_{f eq} = \frac{4r_{pi}^2}{r_i^2} (\rho c_p)_f \quad (68)$$

$$(\rho c_p)_{gt eq} = \frac{(r_b^2 - 4r_{po}^2)}{(r_b^2 - r_e^2)} (\rho c_p)_{gt} \quad (69)$$

$$(\rho c_p)_{p eq} = \frac{4(r_{po}^2 - r_{pi}^2)}{(r_e^2 - r_i^2)} (\rho c_p)_p \quad (70)$$

Oltre a questi parametri, ci saranno anche da correggere i diametri interni ed esterni dei tubi (valori tipici per sonda a doppio tubo a U sono rispettivamente 0.013 e 0.016 m) la conducibilità equivalente del polietilene (il suo valore corrisponderà in tal caso a $0.35844 \frac{W}{m K}$) e il coefficiente di convezione h (da 1472 si passa a un valore pari a $1278.2 \frac{W}{m^2 K}$ per l'acqua considerando i dati di input di Tabella 3.4) dal momento che sono da considerare 4 tubi in parallelo, e non soltanto 2 tubi.

Tabella 3.4: input data per il calcolo del coefficiente di convezione attraverso la correlazione di Churchill per sonde a doppio tubo a U

Numeri Reynolds e Prandtl (water 20 °C)	
DOUBLE U-TUBE	
Portata in volume litri/min	14
Portata in volume litri/min per tubo	7
Portata in volume m ³ /s per tubo	0.000116667
Raggio interno tubo m	0.013
Area tubo m ²	0.000530929
Velocità m/s	0.219740738
Densità kg/(m³)	998.21
Viscosità dinamica Pa s	0.0010016
Viscosità cinematica m ² /s	1.0034E-06
Conducibilità W/(mK)	0.59846
Diametro m	0.026
Numero di Reynolds	5693.9
Capac term spec J/(kg K)	4184.1
Diffusività termica alpha m ² /s	1.43288E-07
Numero di Prandtl	7.0026
Coefficiente di convezione	1278.2

A questo punto i passaggi sul COMSOL sono i medesimi al sistema sonda a singolo tubo a U; mostriamo nelle seguenti figure il campo di temperatura ottenuto per $t = 100$ h in uno dei casi per il modello reale (Figura 3.22) ed equivalente (Figura 3.23):

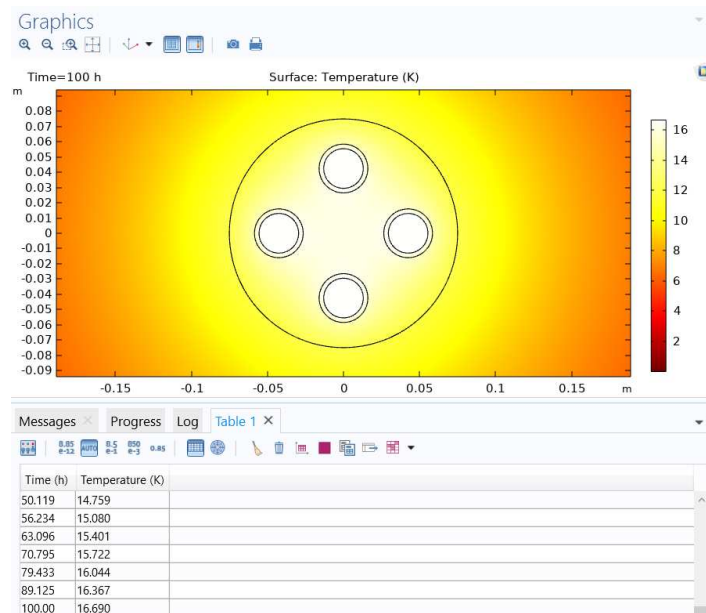


Figura 3.22: campo di temperatura del sistema reale per una sonda a doppio tubo a U per $t = 100$ h

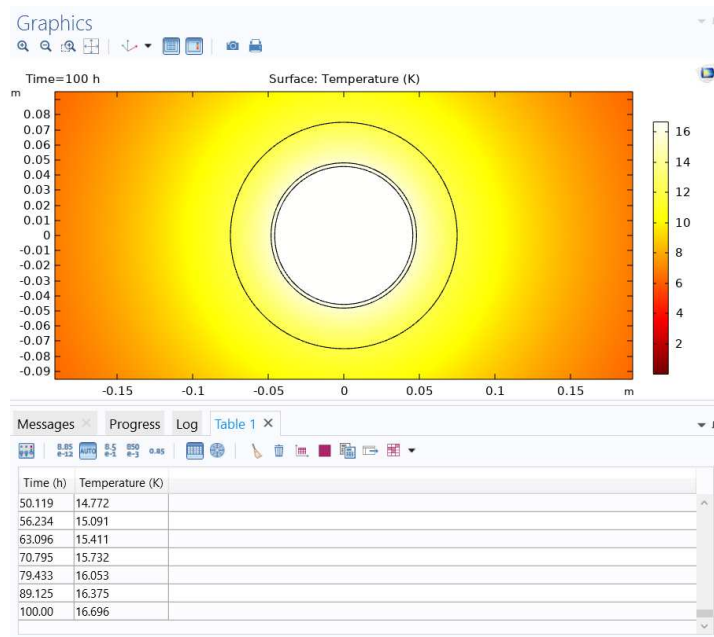


Figura 3.23: campo di temperatura del sistema equivalente per $t = 100$ h

Si riporta il grafico degli andamenti delle temperature del sistema reale e di quello equivalente; i grafici qui sotto mostrati corrispondono al caso 1 con *shank spacing* = 85 mm di Tabella 3.5:

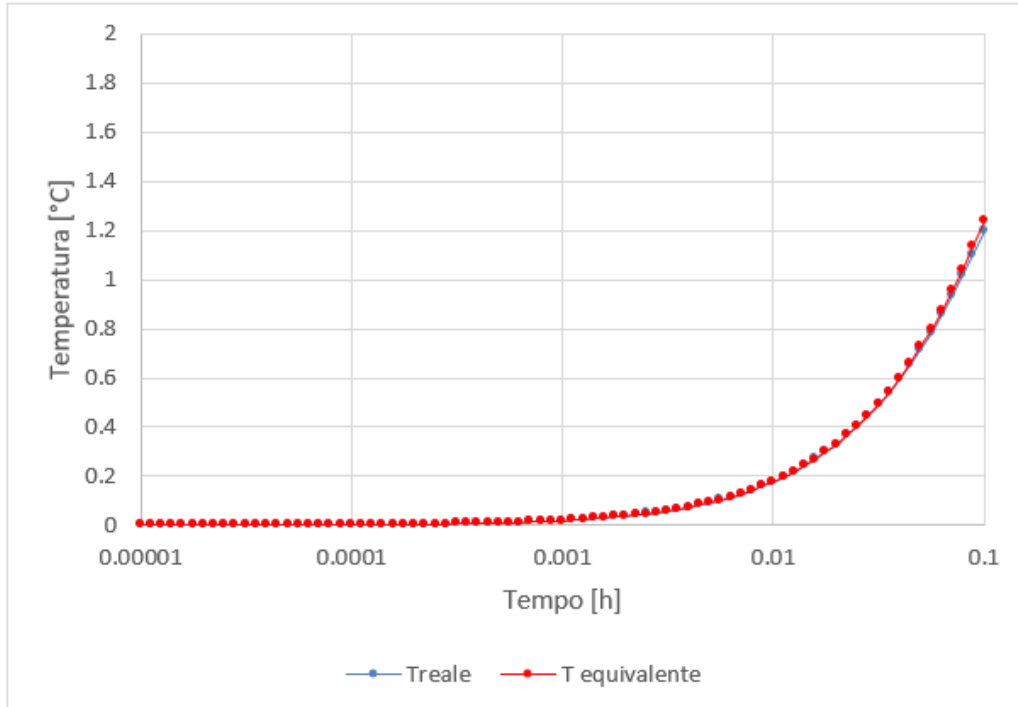


Figura 3.24: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0 < t < 0.1$ h

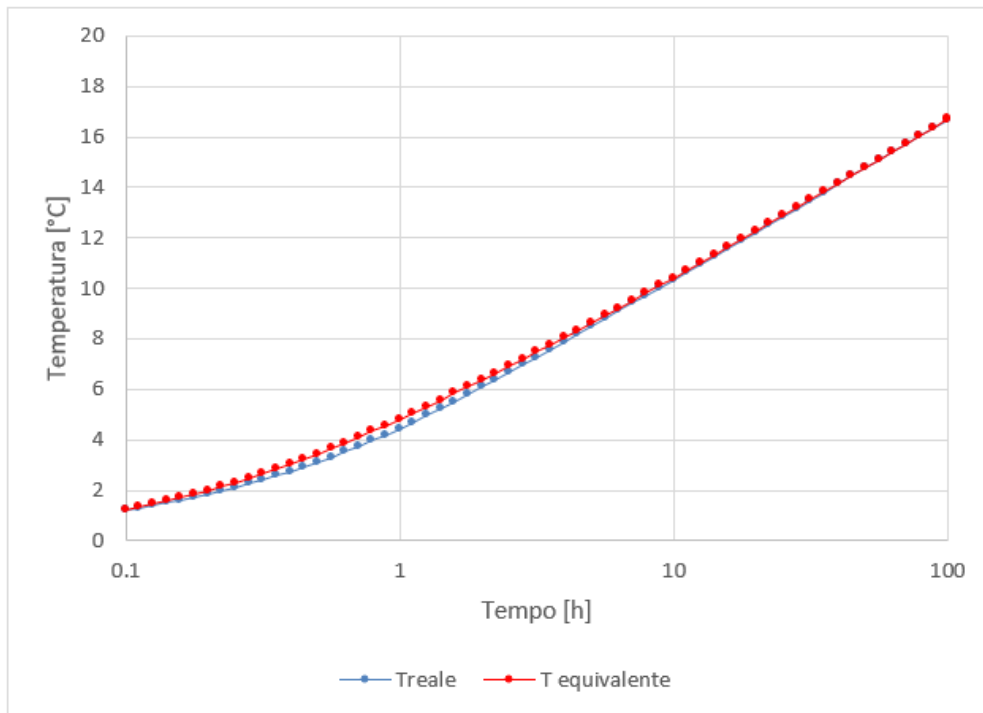


Figura 3.25: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0.1 < t < 100$ h

A parità di condizioni di terreno e malta, si nota che nelle sonde a doppio tubo a U l'errore nell'intorno di 1 ora è ben più evidente rispetto a quello commesso nelle sonde a singolo tubo a U. Per quantificare tale errore sono state ripetute le stesse valutazioni, cioè si è osservato se il metodo è ottimale anche per sonde a doppio tubo a U, utilizzando l'espressione data dalla (65). La seguente tabella contiene i valori delle \bar{A} per tutti i 24 casi studiati:

Tabella 3.5: calcolo delle A al variare delle caratteristiche del sistema terreno-sonda a doppio tubo a U

CASO	$k_{gt} \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$	$k_g \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$	$(\rho c)_{gt} \left[\frac{MJ}{m^3 K} \right]$	$(\rho c)_g \left[\frac{MJ}{m^3 K} \right]$	$Db = 150 \text{ mm}$ shank spacing = 85 mm	$Db = 150 \text{ mm}$ shank spacing = 105 mm
1	1	1.4	2.25	3	0.1666	0.1240
2			3		0.2109	0.1532
3		1.8	2.25		0.1530	0.1142
4			3		0.1953	0.1431
5	1.6	1.6	2.25	3	0.1006	0.0800
6			3		0.1283	0.1000
7		2	2.25		0.0918	0.0740
8			3		0.1180	0.0934
9	2.2	1.8	2.25	3	0.0707	0.0590
10			3		0.0906	0.0741
11		2.2	2.25		0.0651	0.0548
12			3		0.0839	0.0694

Nonostante gli errori nei casi della sonda a doppio tubo a U siano maggiori di quelli della sonda a singolo tubo a U, essi risultano essere comunque molto piccoli. Si può quindi confermare che il modello di Lamarche è accurato anche per un sonde a doppio tubo a U. Per mostrare ancora meglio la validità del modello si presentano qui di seguito i casi che risultano essere peggiori sia per la sonda a singolo tubo a U che per quella a doppio tubo a U.

Per quanto riguarda la sonda a singolo tubo a U il caso peggiore è il caso 4 con *shank spacing* = 80 mm di Tabella 3.3 (Figura 3.26 e Figura 3.27):

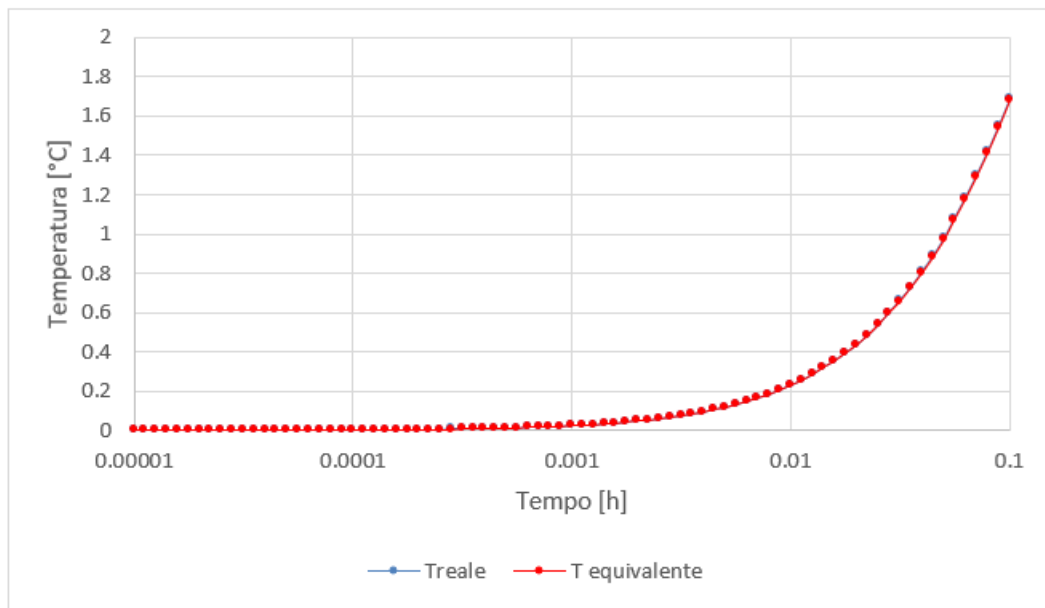


Figura 3.26: confronto tra la *T* della geometria reale e la *T* della geometria equivalente per $0 < t < 0.1$ h per il caso 4 con *shank spacing* = 80 mm, sonda a singolo tubo a U

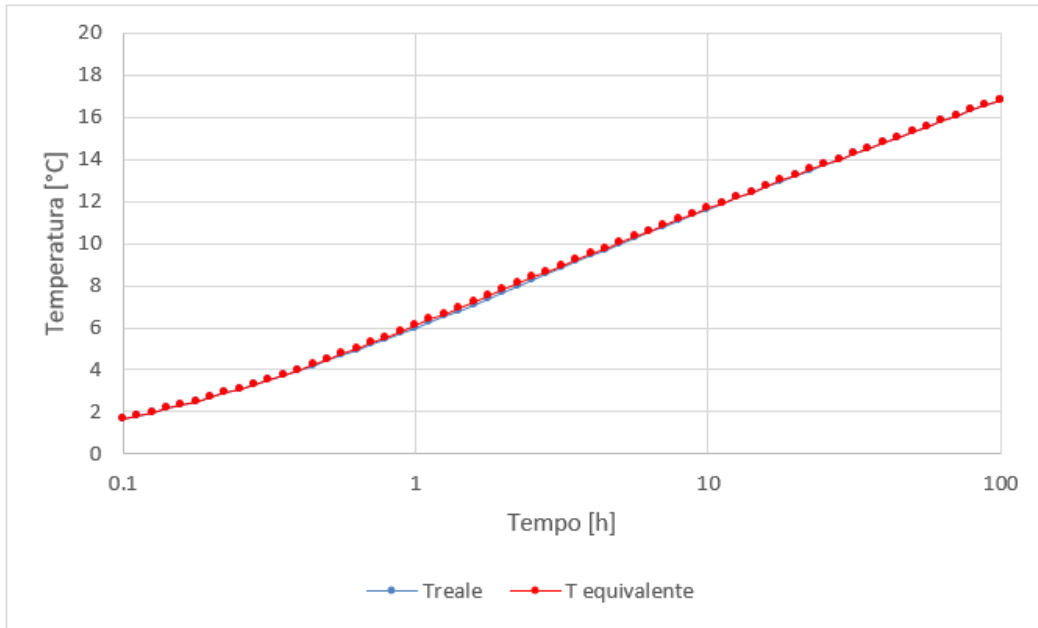


Figura 3.27: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0.1 < t < 100$ h per il caso 4 con $shank\ spacing = 80$ mm, sonda a singolo tubo a U

Per quanto riguarda invece la sonda a doppio tubo a U il caso peggiore corrisponde al caso 2 con $shank\ spacing = 85$ mm di Tabella 3.5 (Figura 3.28 e Figura 3.29):

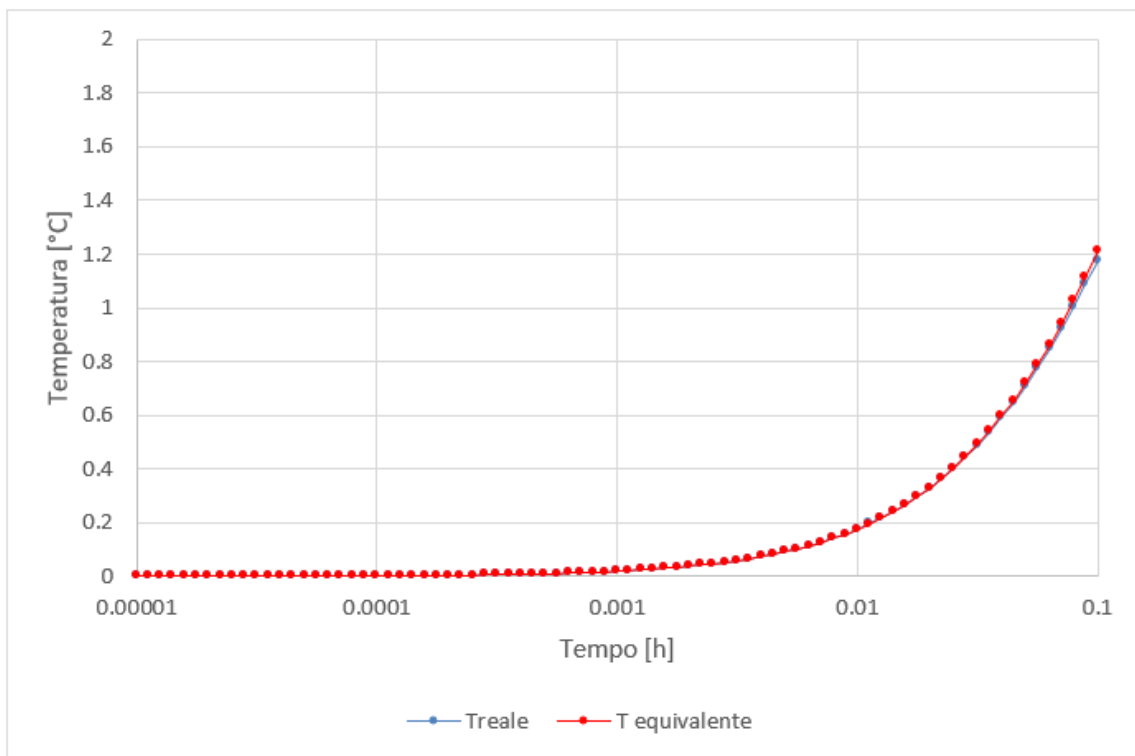


Figura 3.28: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0 < t < 0.1$ h, per il caso 2 con $shank\ spacing = 85$ mm, sonda a doppio tubo a U

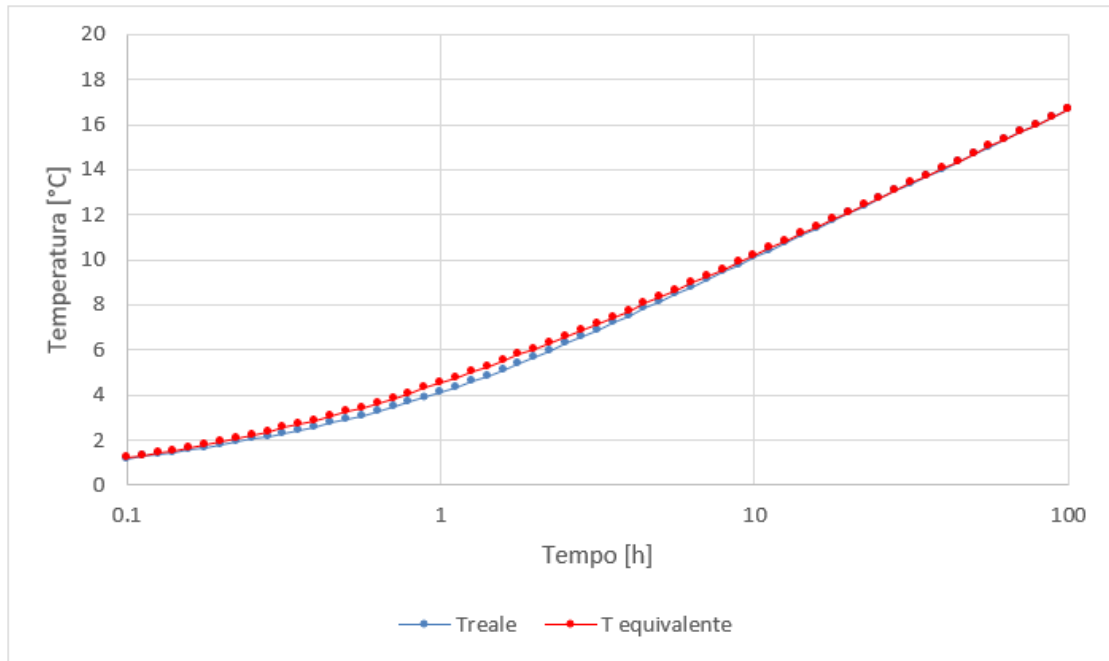


Figura 3.29: confronto tra la T della geometria reale e la T della geometria equivalente per $0.1 < t < 100$ h, per il caso 2 con shank spacing = 85 mm, sonda a doppio tubo a U

Si può concludere che il modello di Lamarche è stato validato sia per le sonde a singolo tubo a U che per quelle a doppio tubo a U, e che anche per i casi peggiori si hanno sovrastime minime della temperatura del fluido.

4 Calcolo della temperatura media del fluido per sonde di lunghezza finita e carico termico costante

Una volta appurata la validità del modello di Lamarche, il passaggio successivo è quello di confrontarne i risultati con quelli dei metodi che sfruttano le *g-function* per il calcolo della temperatura media del fluido, ovvero il metodo *finite cylindrical source* e il metodo *finite line source*. A tal fine viene costruito sul software COMSOL uno schema della sonda 2D-assial simmetrico, che permette di tener conto anche della lunghezza finita della sonda.

Il modello di Lamarche, oltre ad essere estremamente preciso, presenta il vantaggio di potere essere tranquillamente implementato tramite uno schema 2D-assial simmetrico, dal momento che è basato su cilindri concentrici.

Si studia una sonda a singolo tubo a U in cui viene utilizzato come fluido termovettore acqua, con le seguenti caratteristiche geometriche e fisiche:

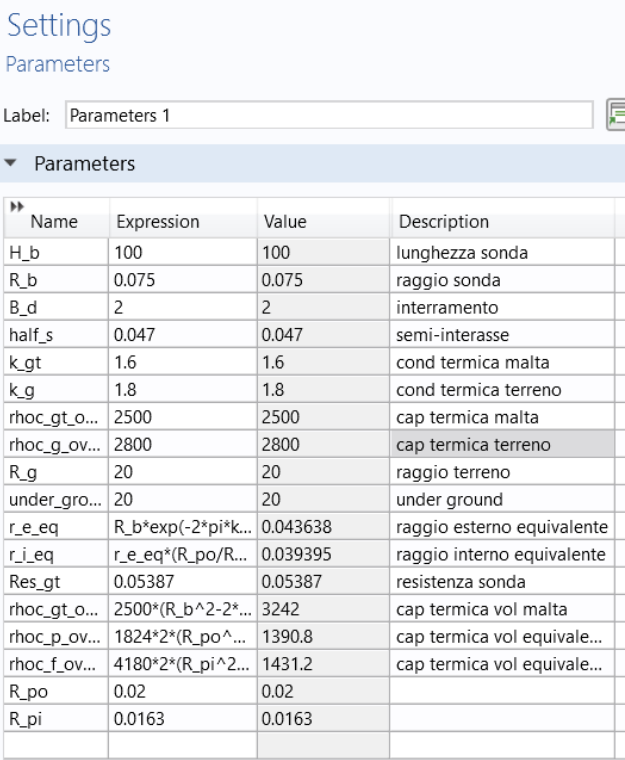
- $R_{po} = 0.02 \text{ m}$ è il raggio esterno del tubo di polietilene;
- $R_{pi} = 0.0163 \text{ m}$ è il raggio interno del tubo di polietilene;
- $H = 100 \text{ m}$ è la lunghezza della sonda;
- $R_b = 0.075 \text{ m}$ è il raggio della sonda;
- $Shank \ spacing = 0.094 \text{ m}$ è la distanza fra i centri del tubo di mandata e quello di ritorno;
- $B_d = 2 \text{ m}$ è l'interramento della sonda, cioè lo spessore di terreno che si ha sopra la sonda;
- $k_{gt} = 1.6 \frac{W}{m \cdot K}$ è la conducibilità termica della malta;
- $k_g = 1.8 \frac{W}{m \cdot K}$ è la conducibilità termica del terreno;
- $(\rho c)_{gt} = 2.5 \frac{MJ}{m^3 \cdot K}$ è la capacità termica volumetrica della malta;
- $(\rho c)_g = 2.8 \frac{MJ}{m^3 \cdot K}$ è la capacità termica volumetrica del terreno;
- $under \ ground = 20 \text{ m}$ è lo spessore del terreno al di sotto della sonda considerato nel dominio computazionale;
- $R_g = 20 \text{ m}$ è il raggio del terreno considerato nel dominio computazionale.

Andremo dunque a studiare singolarmente i tre metodi e successivamente verranno messi a confronto i loro risultati. Si è ipotizzata una potenza termica lineare pari a $50 \frac{W}{m}$.

4.1 Calcolo mediante il modello di Lamarche

Avendo a disposizione tutti i parametri, è possibile simulare il sistema equivalente di Lamarche come è stato mostrato nel capitolo 3.

All'interno del nuovo file di COMSOL si implementerà un modello 2D-assial simmetrico dipendente dal tempo. Quando andremo ad inserire i parametri (Figura 4.1) e a costruire la geometria non disegneremo più delle circonferenze, bensì dei rettangoli che rappresentano le sezioni longitudinali della sonda e del terreno (Figura 4.2). La linea rossa tratteggiata di Figura 4.2 corrisponde all'asse di simmetria del sistema.



Name	Expression	Value	Description
H_b	100	100	lunghezza sonda
R_b	0.075	0.075	raggio sonda
B_d	2	2	interramento
half_s	0.047	0.047	semi-interasse
k_gt	1.6	1.6	cond termica malta
k_g	1.8	1.8	cond termica terreno
rhoc_gt_o...	2500	2500	cap termica malta
rhoc_g_ov...	2800	2800	cap termica terreno
R_g	20	20	raggio terreno
under_gro...	20	20	under ground
r_e_eq	$R_b \cdot \exp(-2 \cdot \pi \cdot k_{gt} \cdot H_b / R_b)$	0.043638	raggio esterno equivalente
r_i_eq	$r_e_{eq} \cdot (R_{po} / R_b)$	0.039395	raggio interno equivalente
Res_gt	0.05387	0.05387	resistenza sonda
rhoc_gt_o...	$2500 \cdot (R_b^2 - 2 \cdot R_b \cdot R_{po} + R_{po}^2)$	3242	cap termica vol malta
rhoc_p_ov...	$1824 \cdot 2 \cdot (R_{po}^2 - R_{po} \cdot R_b + R_b^2)$	1390.8	cap termica vol equivale...
rhoc_f_ov...	$4180 \cdot 2 \cdot (R_{pi}^2 - R_{pi} \cdot R_b + R_b^2)$	1431.2	cap termica vol equivale...
R_po	0.02	0.02	
R_pi	0.0163	0.0163	

Figura 4.1: inserimento dei parametri

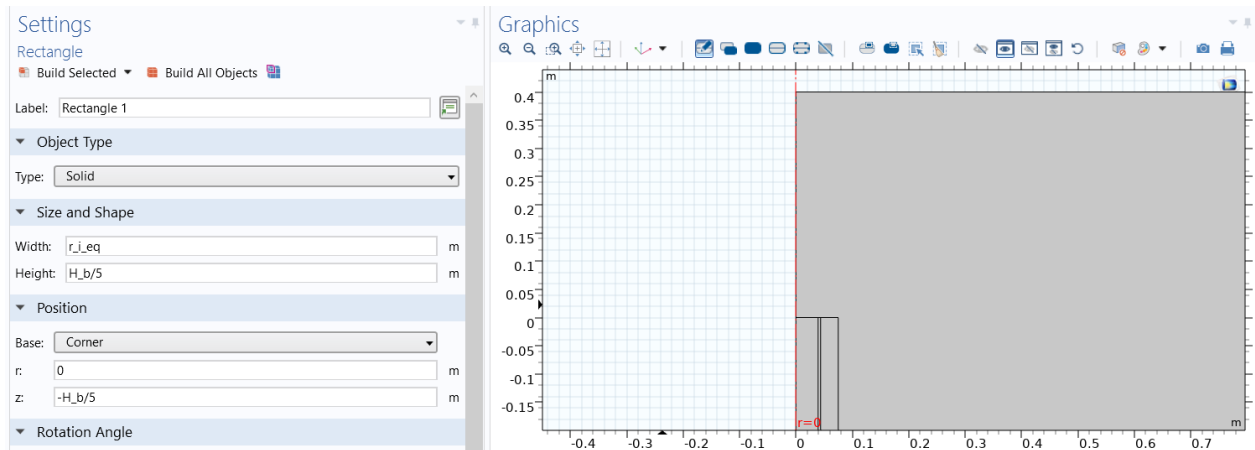


Figura 4.2: costruzione della geometria, vista dell'interramento della sonda

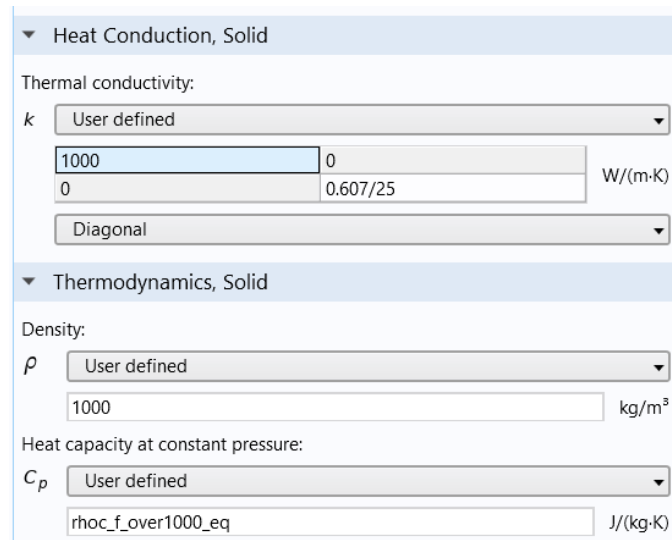
È stato compiuto un rescaling, cioè un ridimensionamento della geometria: infatti per alleggerire il carico computazionale del software, ogni lunghezza verticale è stata ridotta di un fattore 5. La geometria risulta essere più piccola e quindi meno pesante a livello numerico, poiché la mesh sarà composta da molti meno elementi.

Al rescaling della geometria corrisponderà anche un rescaling della conducibilità termica lungo z di ciascun materiale, secondo il metodo adottato in (Zanchini et al., 2010):

$$\text{per } \tilde{z} = \frac{z}{a}, \quad \hat{k} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & \tilde{k} \end{bmatrix}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{a^2}$$

Dove \tilde{z} e \tilde{k} sono rispettivamente la lunghezza e la conducibilità termica riscalate, a è il fattore di scala (nel nostro caso è stato utilizzato il valore 5) e \hat{k} è la conducibilità termica in forma matrice diagonale per le coordinate r e z .

Per quanto riguarda il fluido, schematizzato come un solido con generazione termica, ad alta conducibilità termica in direzione radiale, si avrà una conducibilità termica lungo r pari a $1000 \frac{W}{m K}$ (vedi capitolo 3.2.1), mentre lungo l'asse z il suo valore corrisponderà alla conducibilità termica reale dell'acqua riscaldata, cioè $\frac{0.607}{25} \frac{W}{m K}$ (Figura 4.3).



▼ Heat Conduction, Solid

Thermal conductivity:

k User defined

1000	0	W/(m·K)
0	0.607/25	

Diagonal

▼ Thermodynamics, Solid

Density:

ρ User defined

1000 kg/m³

Heat capacity at constant pressure:

C_p User defined

rhoc_f_over1000_eq J/(kg·K)

Figura 4.3: proprietà del solido che rappresenta il fluido termovettore

Dopodiché viene costruita una mesh non strutturata ad elementi triangolari. La griglia che adopereremo dovrà essere molto fitta all'interno della sonda, soprattutto nell'intorno dello strato di polietilene, mentre gli elementi della griglia tenderanno ad aumentare di dimensione allontanandosi dalla sonda. La griglia sarà composta da circa 800000 elementi. In Figura 4.5 e Figura 4.6 è mostrata l'implementazione della mesh e qui di seguito sono elencati i parametri più interessanti per la costruzione della mesh:

- *Minimum elements size*: è la dimensione minima degli elementi di griglia;
- *Elements growth rate*: è il tasso di crescita degli elementi mano a mano che ci si allontana da un contorno; ad esempio se si imposta questo parametro pari a 1.1 significa che l'elemento successivo, cioè più lontano da un bordo, sarà 1.1 volte più grande di quello precedente. Maggiore è questo parametro, minore sarà il numero di elementi presenti nella griglia;
- *Number of refinements*: è il numero di raffittimenti di griglia. Per capirne meglio la definizione osserviamo la Figura 4.4: il triangolo di sinistra rappresenta il nostro elemento triangolare; se si imposta il *number of refinements* pari a 1, il software costruisce all'interno del triangolo un ulteriore triangolo collegando i punti medi di ogni lato del triangolo di partenza. A questo punto da un triangolo si è passati a 4 triangoli; all'aumentare di questo parametro aumenterà il numero di elementi finiti in griglia.

Per tutti e tre i metodi che studieremo si vogliono delle griglie che abbiano circa lo stesso numero di elementi finiti.

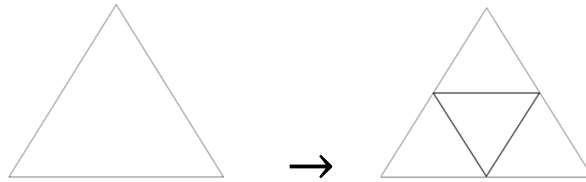


Figura 4.4: "number of refinements" pari a 1

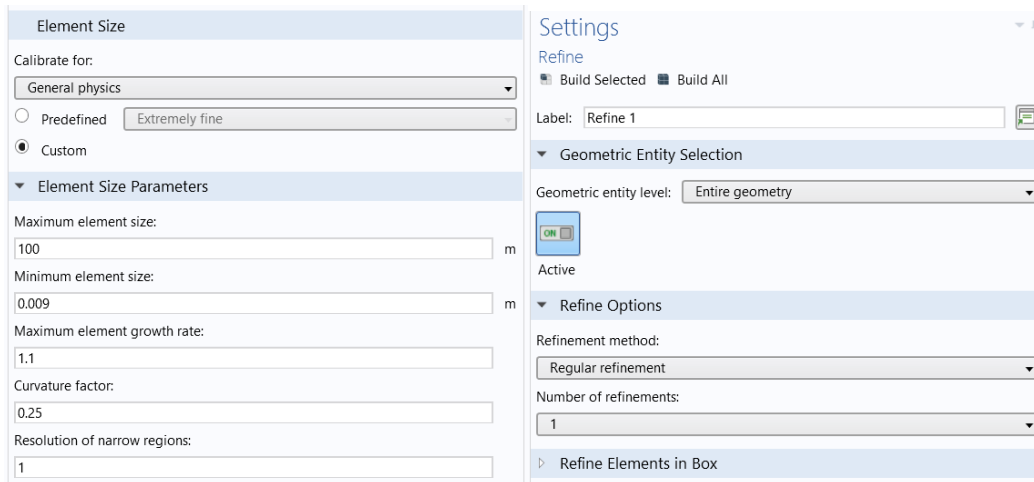


Figura 4.5: parametri per la misura degli elementi e raffinamento della griglia sull'intero dominio

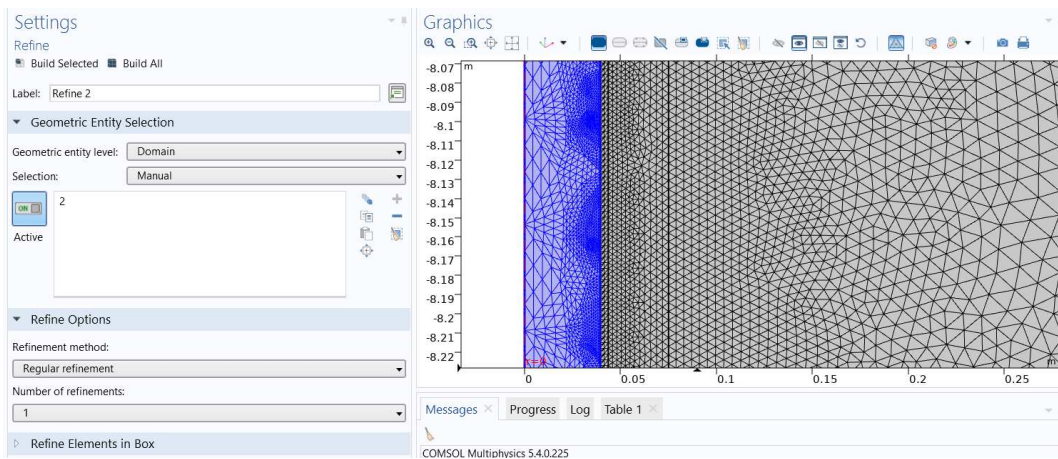


Figura 4.6: raffinemento della griglia nel dominio del fluido

Si stabilisce come intervallo di tempo 10000 ore, si lancia la simulazione e si calcola la temperatura media del fluido T_f :

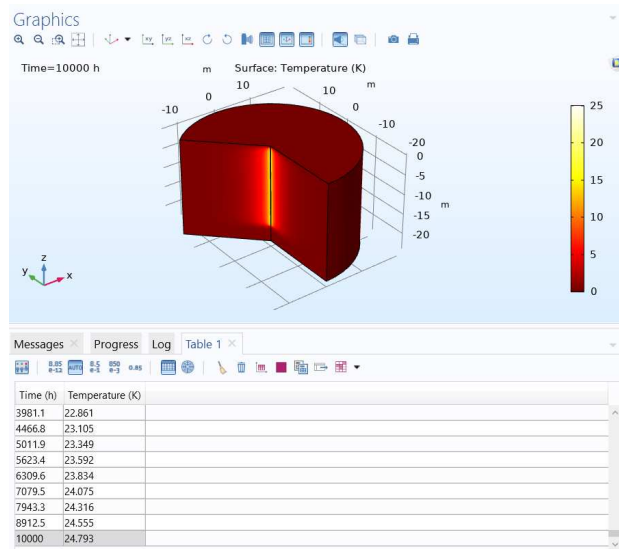


Figura 4.7: campo di temperatura per $t = 10000$ h

La tabella riportata in Figura 4.7 mostra alcuni valori della temperatura media del fluido T_f in funzione del tempo in ore. In entrambi i metodi che presenteremo qui di seguito, invece, la temperatura calcolata dal software sarà quella media sulla superficie esterna della sonda T_b , e non quella media del fluido T_f . Per calcolare T_f si utilizzerà l'equazione (3).

4.2 Calcolo mediante il modello finite cylindrical source

Il metodo *finite cylindrical source* (FCS) consente di calcolare numericamente, tramite COMSOL, la temperatura sulla superficie esterna della sonda T_b . Il metodo consiste nel considerare la sonda come una sorgente termica cilindrica di lunghezza finita, in cui non sono presenti i vari componenti interni della sonda stessa, cioè fluido, polietilene e malta. La geometria che verrà dunque costruita in COMSOL sarà quella della figura seguente:

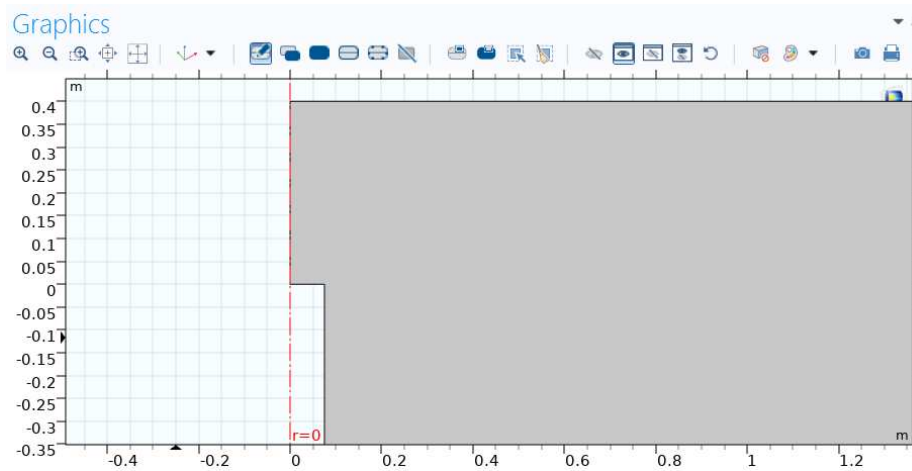


Figura 4.8: costruzione della geometria FCS, vista dell'interramento della sonda

A differenza del modello di Lamarche, qui la sonda viene modellata come un cilindro cavo di raggio R_b e lunghezza H . Le condizioni al contorno sono spiegate nel paragrafo 2.3.2; vi è da aggiungere la condizione di adiabaticità sulla base superiore ed inferiore della sonda. Sulla superficie laterale della sonda, all'interfaccia col terreno, si imposta un flusso termico pari a $\frac{50}{2\pi R_b} \left[\frac{W}{m^2} \right]$.

Per quanto riguarda la scelta della griglia non strutturata, si è deciso di costruire un rettangolo fittizio di dimensione $R_b \times H$ adiacente al foro, al fine di potere raffittire in modo particolare la zona nell'intorno della sonda. La griglia è costituita da 680000 elementi circa.

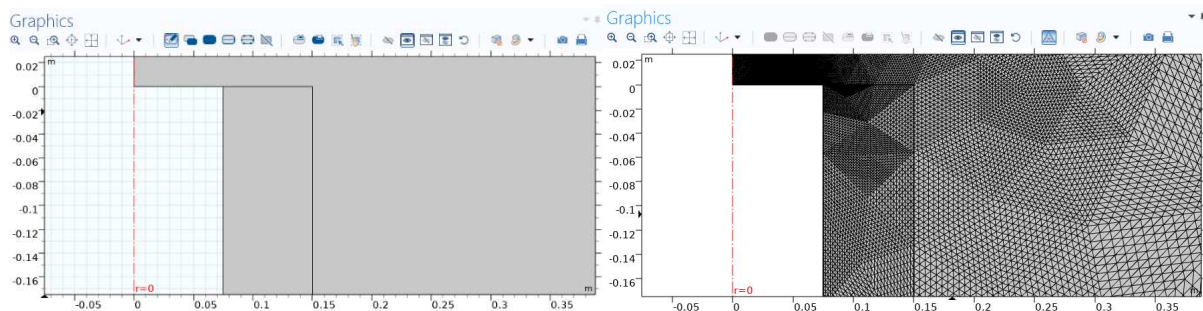


Figura 4.9: costruzione del rettangolo fittizio e conseguente mesh

Come per il precedente paragrafo, in Figura 4.10 sono presentati i parametri per la costruzione della griglia:

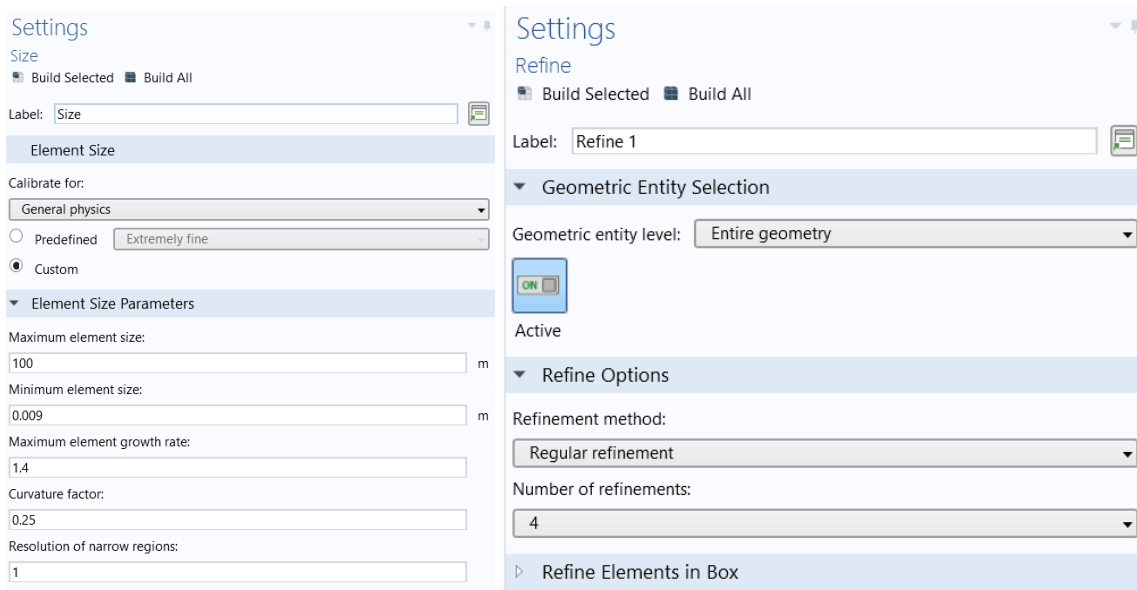


Figura 4.10: settaggio della griglia e del raffittimento sull'intero dominio per FCS

Si lancia la simulazione numerica, stabilendo il medesimo intervallo di tempo che si era impostato nel modello di Lamarche 2D-assial simmetrico. La seguente figura mostra il campo di temperatura all'ultimo istante di tempo:

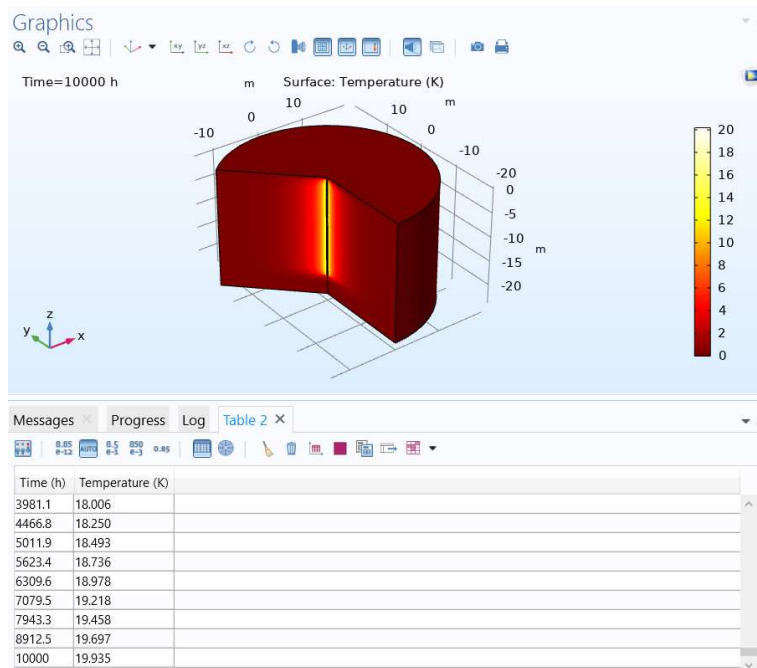


Figura 4.11: campo di temperatura per $t = 10000$ h

La tabella riportata in Figura 4.11 mostra alcuni risultati della temperatura media della superficie esterna della sonda T_b . La temperatura T_f si ottiene dalla seguente equazione:

$$R_b = \frac{T_f - T_b}{q_l} \rightarrow T_f = T_b + q_l R_b \quad (71)$$

Vedremo che questa equazione verrà utilizzata anche nel metodo *finite line source* per il calcolo della temperatura media del fluido, dopo avere ottenuto numericamente grazie al software la temperatura media della superficie della sonda.

4.3 Calcolo mediante il modello finite line source

Come anticipato nel paragrafo 2.3.1, nel modello della *finite line source* si considera la sonda come una sorgente di calore lineare finita. A differenza dello schema *FCS* non si avrà un foro, ma una linea di lunghezza finita H che simulerà la sonda stessa.

Si è pensato di utilizzare un rettangolo fittizio di dimensione $R_b \times H$, in cui il lato posto lungo l'asse di simmetria (linea blu di Figura 4.12) simulerà la sonda, mentre il rettangolo stesso, come per il metodo *FCS*, costituirà un aiuto per rendere più fitta la griglia non strutturata nell'intorno della sonda. Il lato posto alla distanza R_b dall'asse di simmetria di lunghezza H (linea blu di Figura 4.13) sarà la linea su cui si calcolerà la temperatura media della superficie esterna della sonda T_b . La griglia non strutturata è costituita da 775000 elementi (Figura 4.14).

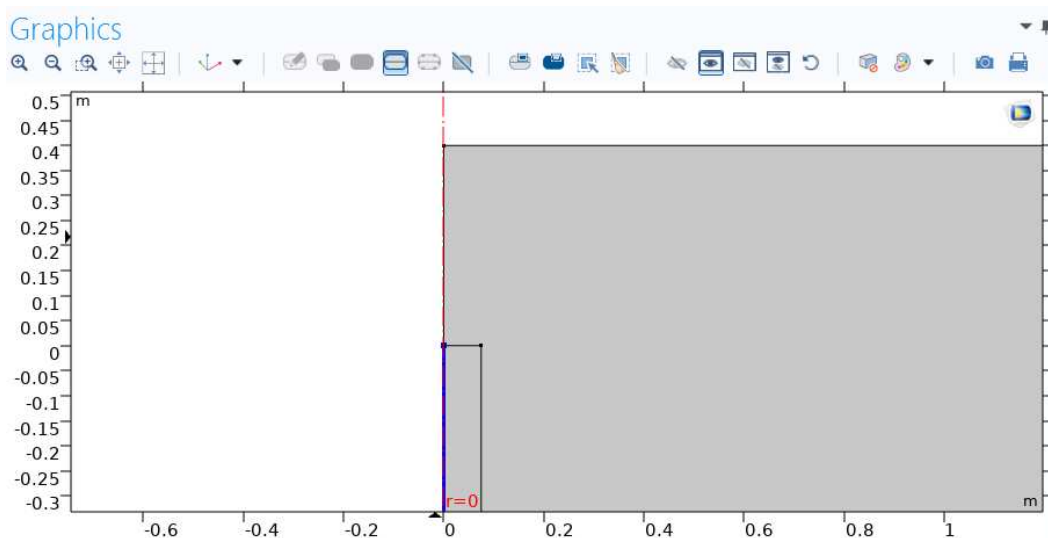


Figura 4.12: costruzione della geometria, vista dall'interramento

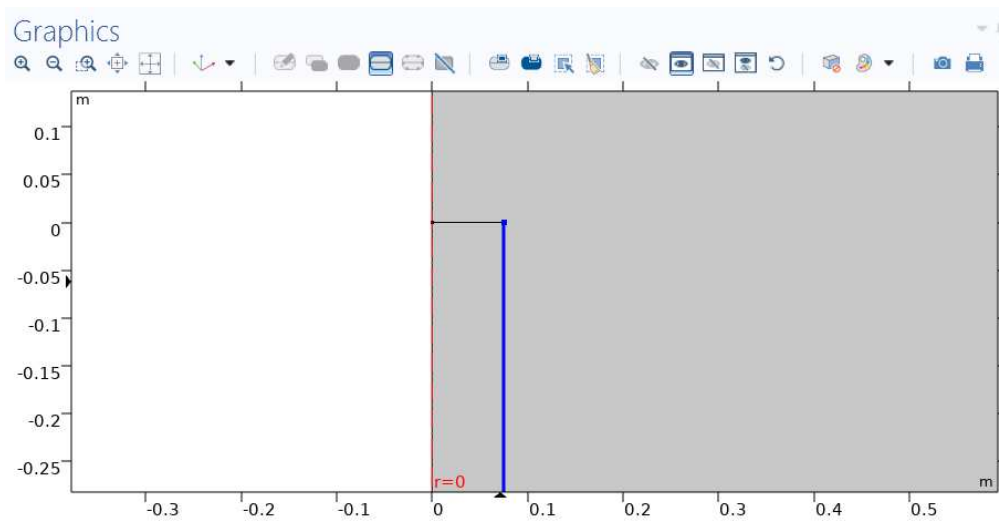


Figura 4.13: linea su cui si calcola la temperatura media della superficie esterna della sonda

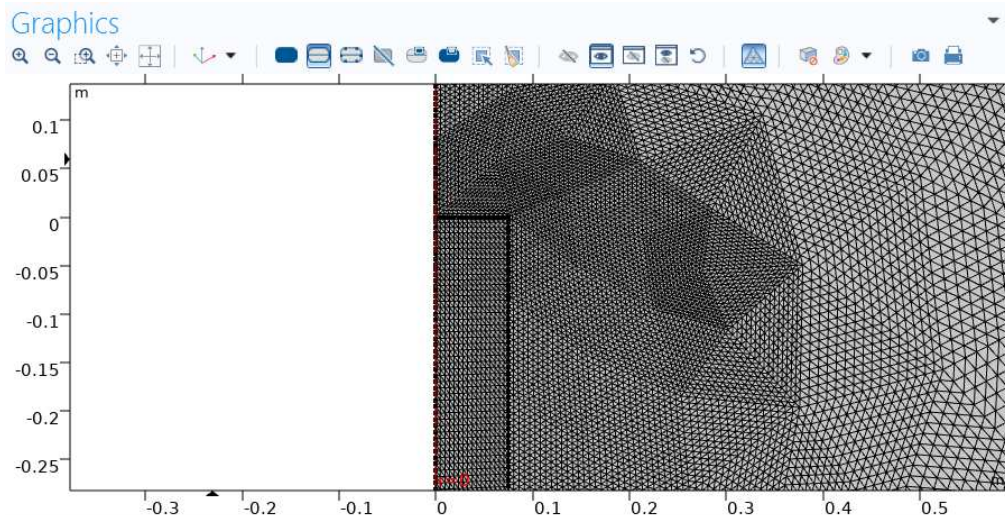


Figura 4.14: griglia sull'intero dominio

Qui di seguito viene mostrato il settaggio dei parametri attraverso cui si è ottenuta la griglia in Figura 4.14:

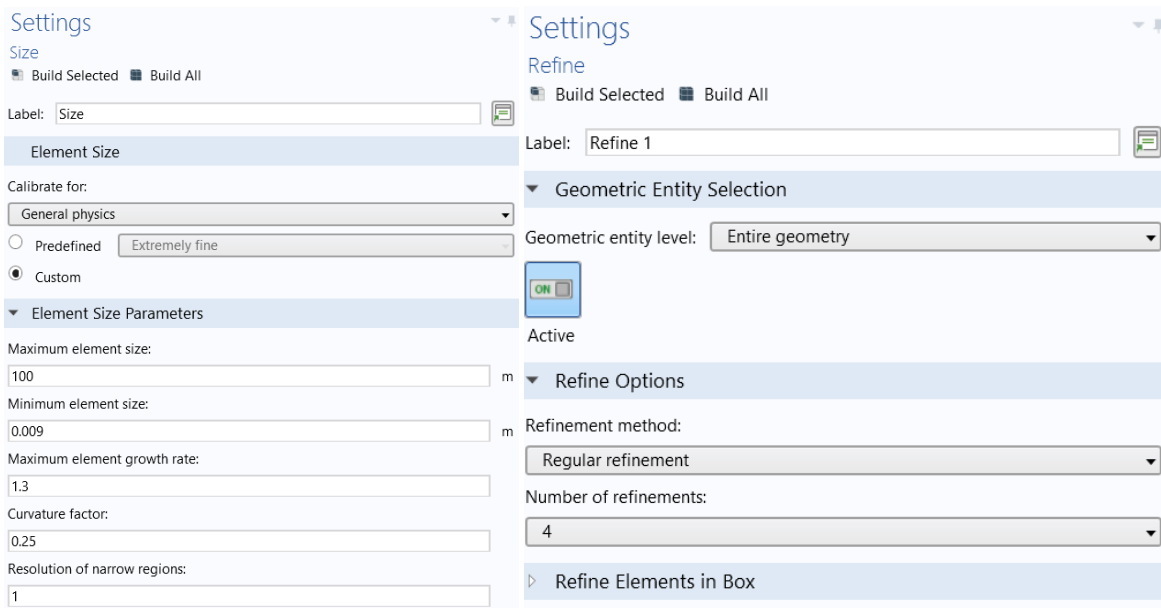


Figura 4.15: settaggio della griglia e del raffittimento per FLS

Ora è possibile lanciare la simulazione ed il risultato che si ottiene è quello della seguente figura:

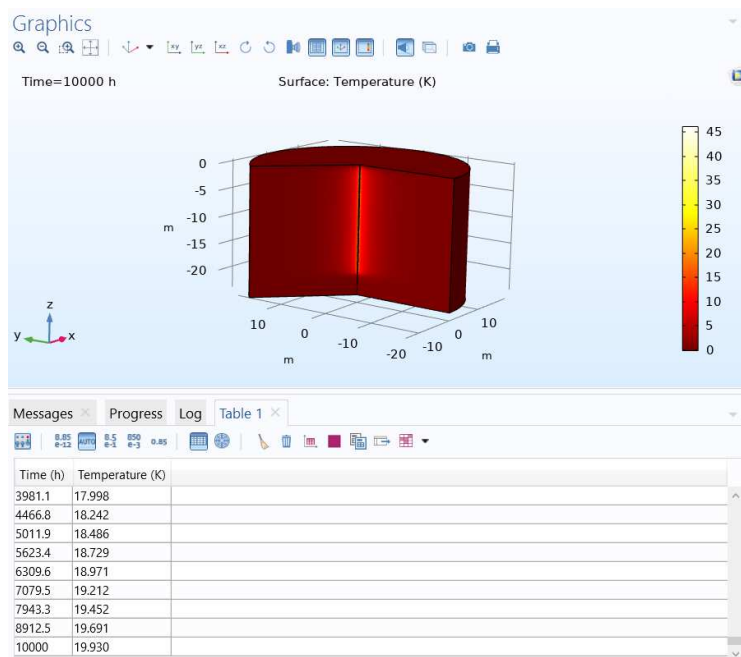


Figura 4.16: campo di temperatura per $t = 10000$ h

Anche in questo modello, come nel *FCS*, la tabella presente nella figura sopra contiene alcuni valori della temperatura T_b ; attraverso l'equazione (71) è possibile ottenere la temperatura media del fluido.

4.4 Confronto fra i risultati dei tre metodi

Una volta calcolata l'evoluzione nel tempo della temperatura media del fluido per ogni metodo visto nei capitoli precedenti, si mettono a confronto i risultati per osservare quanto i metodi che utilizzano le *g-function* risultano precisi rispetto al modello di Lamarche. Mostriamo di seguito i grafici per diversi intervalli di tempo:

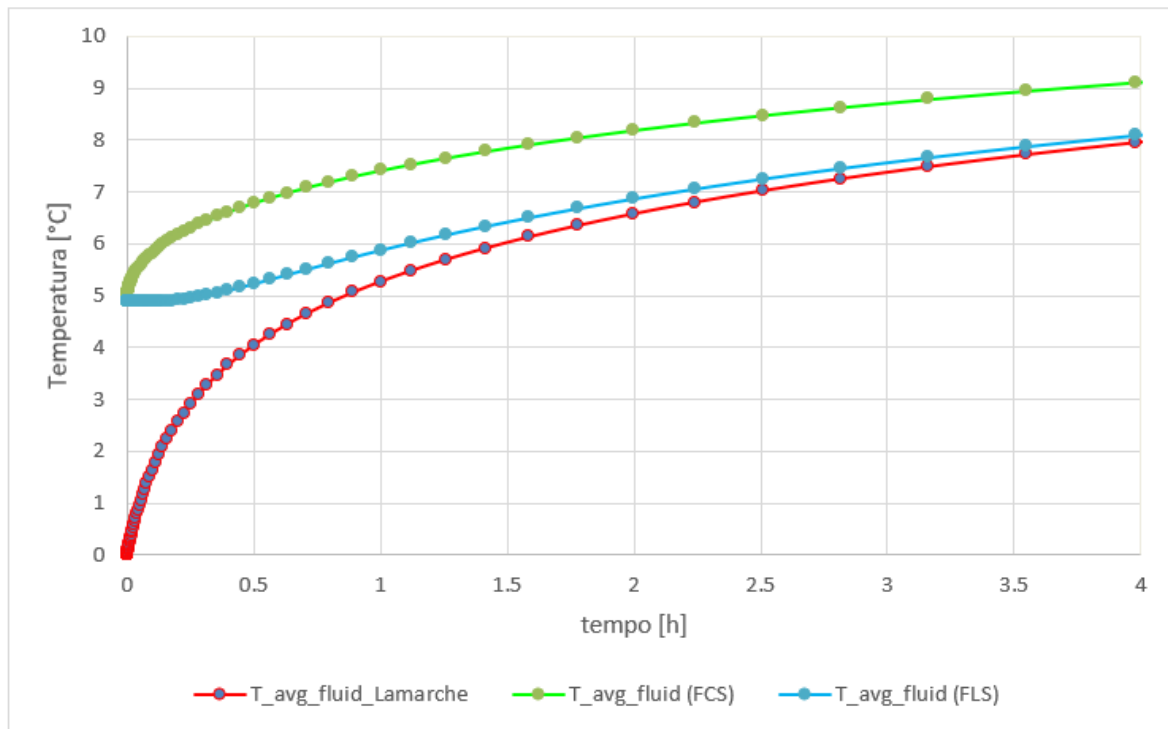


Figura 4.17: confronto fra i tre metodi per il calcolo di T_f per $0 < t < 4$ h

Dalla Figura 4.17 si può notare come sia il metodo *FLS* che il metodo *FCS* agli istanti di tempo iniziali tendono a sovrastimare la temperatura media del fluido rispetto ai valori forniti dal modello di Lamarche. Ciò è dovuto al fatto che nei metodi delle *g-function* per il calcolo di T_f si utilizza l'equazione (71), in cui è presente il prodotto $q_l \cdot R_b$ che sovrastima il valore della differenza fra T_f e T_b all'istante iniziale e per bassi valori del tempo.

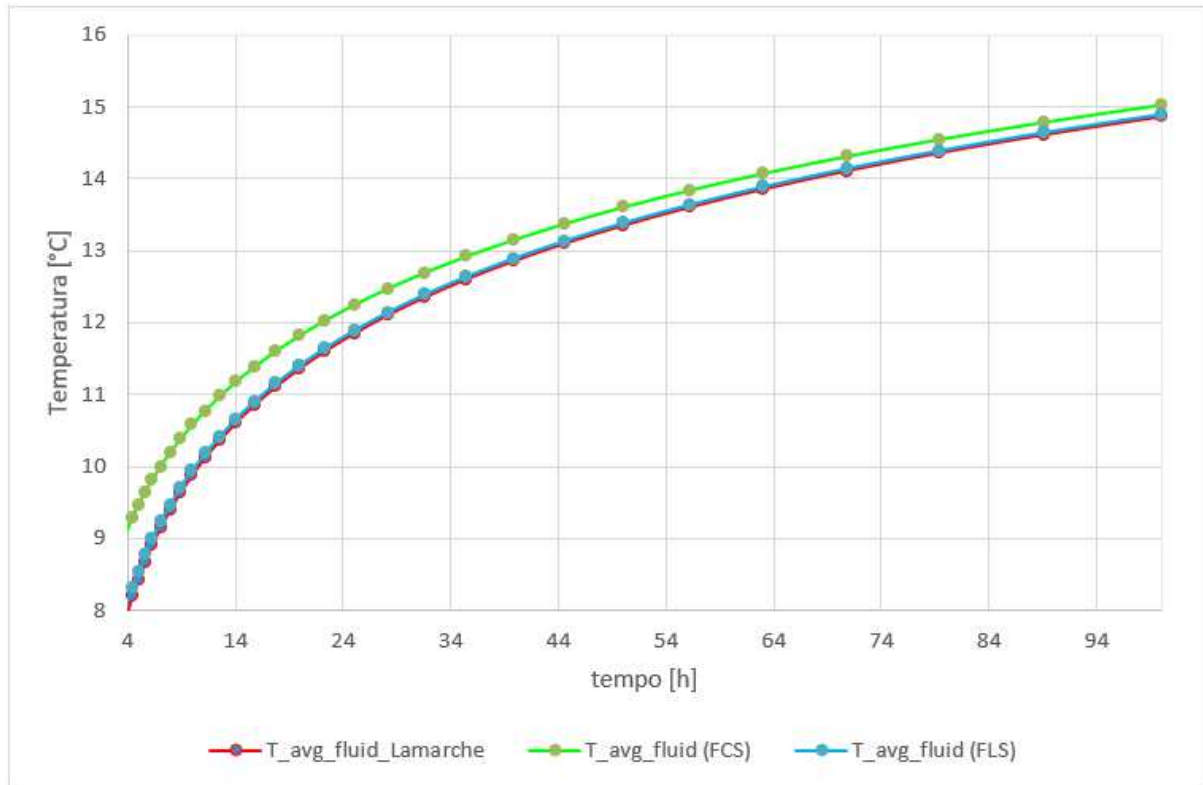


Figura 4.18: confronto fra i tre metodi per il calcolo di T_f per $4 < t < 100$ h

Sia nella Figura 4.17 che nella Figura 4.18 si osserva come il risultato del metodo *FLS* tenda ad avvicinarsi molto più rapidamente a quello del modello di Lamarche rispetto al metodo *FCS*: infatti già dopo circa 3 ore la *finite line source* presenta uno scostamento inferiore a 0.2 °C. Per ottenere lo stesso errore nella *finite cylindrical source* bisogna aspettare circa 80 ore. Per ottenere errori dell'ordine del centesimo di grado per il metodo *FLS* bisogna aspettare fra le 5 e le 6 ore, mentre per il metodo *FCS* bisogna aspettarne addirittura 250 circa. Questo fa capire come i due metodi abbiano una precisione totalmente differente. Soltanto dopo circa 4000 ore gli errori si assestano attorno ai 3-4 centesimi di grado per entrambi i metodi (Figura 4.19).

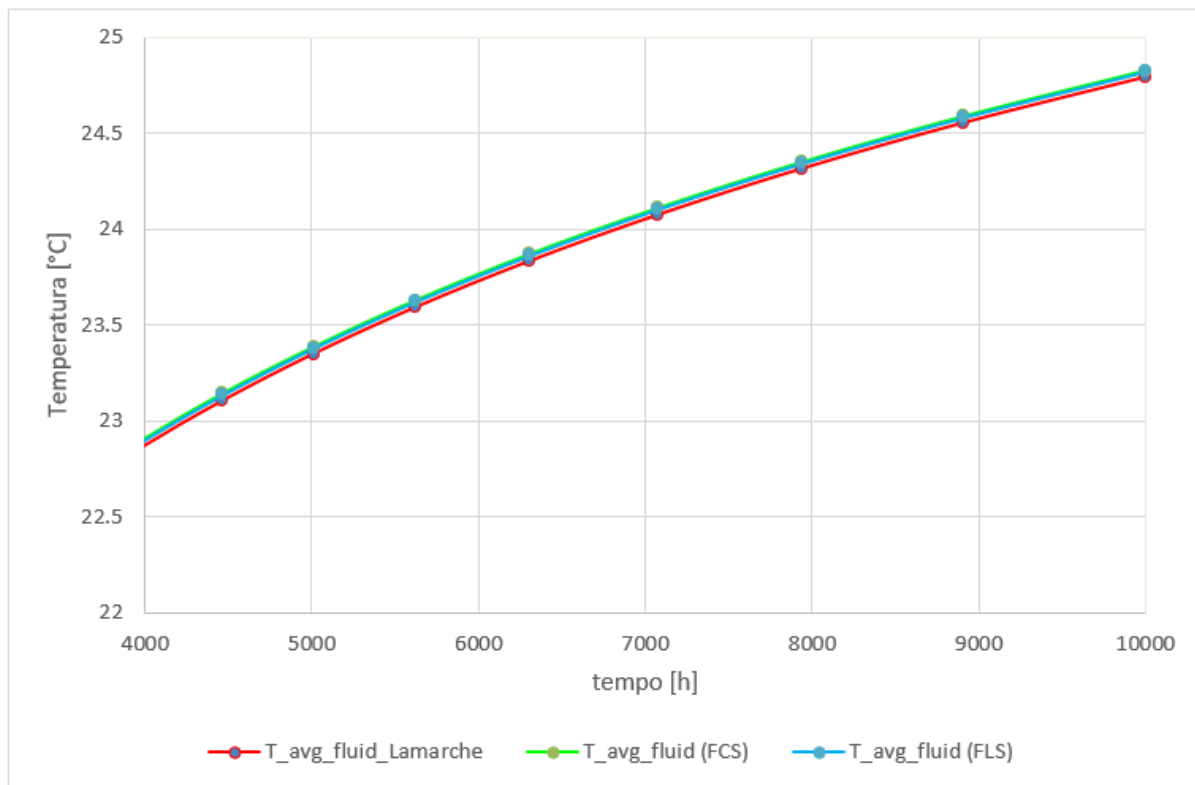


Figura 4.19: confronto fra i tre metodi per il calcolo di T_f per $4000 < t < 10000$ h

5 Calcolo della temperatura media del fluido per sonde di lunghezza finita e carico termico variabile

Nel seguente capitolo si applica a due casi reali ciò che è stato studiato nel capitolo 4, ovvero si analizza l'accuratezza dei tre modelli per il calcolo della temperatura media del fluido al variare dei carichi termici orari. In particolare, si studieranno due edifici diversi tra loro: uno sarà sottoposto ad un carico estivo, l'altro ad un carico invernale. Vedremo che oltre al variare dei carichi, cambieranno anche alcune considerazioni riguardanti la scelta del fluido termovettore per i due casi. Nel caso di carichi invernali può infatti insorgere il problema del congelamento del fluido termovettore e vedremo come affrontare tale situazione.

I carichi termici orari adimensionali A_i sono assunti negativi se l'energia è sottratta al terreno (carichi invernali) e positivi se l'energia viene ceduta al terreno (carichi estivi).

5.1 Caso estivo

Per quanto riguarda il caso estivo si fa riferimento all'edificio descritto nell'articolo (Zanchini e Naldi, 2019): si tratta di un edificio per uffici posto al terzo piano e situato a Milano. La porzione di edificio che considereremo è composta da 14 zone termiche e ha una superficie totale di 1158.5 m². L'altezza di ogni zona termica è di 2.9 m e gli orientamenti principali sono Est ed Ovest. Il ricambio d'aria richiesto è stato determinato considerando 11 l/s di aria pulita a persona, in accordo con la Norma nazionale UNI 10339, e assumendo 0.11 persone/m² durante la completa occupazione dell'edificio; il risultato è di 0.00121 m³/(s m²) da moltiplicare per il fattore di ricambio d'aria on-off. Quest'ultimo è uguale a 1 dalle 5.00 alle 19.00 dal lunedì al venerdì e dalle 7.00 alle 12.00 il sabato, è pari a 0.5 dalle 4.00 alle 5.00 del lunedì ed è pari a 0 per tutte le altre ore della settimana. La quantità di calore latente viene valutata applicando la Norma Italiana UNI/TS 11300-1, che considera 6.5 g di vapore d'acqua all'ora e per persona per lavori d'ufficio leggeri. Assumendo la presenza di 0.11 persone/m² si ottiene una portata di vapore d'acqua pari a 0.001986 g/(s m²) da moltiplicare per il fattore di occupazione. Dal lunedì al venerdì questo fattore è uguale a 1 dalle 8.00 alle 11.00 e dalle 14.00 alle 18.00, è uguale a 0.8 dalle 11.00 alle 12.00 e dalle 13.00 alle 14.00 ed è uguale a 0.4 dalle 12.00 alle 13.00; il sabato è uguale 1 dalle 8.00 alle 11.00, è uguale a 0.8 dalle 11.00 alle 12.00 ed è uguale a 0.2 dalle 12.00 alle 13.00; per tutte le altre ore della settimana è pari a 0. Il carico termico latente Q_l è determinato assumendo che il vapore acqueo emesso dalle persone sia un gas ideale a 37 °C e l'entalpia specifica h_v sia pari a 2569.9 kJ/kg. Il periodo selezionato per questo studio è il mese di Agosto dell'anno 2018. I dati climatici considerati sono reali dati misurati dell'estate 2015. Questo perché i dati climatici del 2018 non erano ancora

disponibili quando è stata eseguita la simulazione dinamica dell'edificio. Noto sia il carico termico orario sensibile Q_{sens} (W/m²), sia il carico termico orario latente Q_l (kW), è possibile ottenere il carico termico orario totale ($Q_{tot} = Q_{sens} + Q_l$) dell'intero mese di Agosto (per tutte le 744 ore).

Se si ipotizza di accoppiare il campo sonde ad una pompa di calore con *EER* medio pari a 4, la potenza che viene scaricata al terreno dal fluido è calcolabile attraverso la seguente equazione:

$$Q_{tot\ ground} = Q_{tot} \times \left(1 + \frac{1}{EER}\right) \quad [kW] \quad (72)$$

La potenza di picco che viene scaricata al terreno ($\max[Q_{tot\ ground}]$) è pari a 83.05 kW. Viene ipotizzato un carico termico lineare massimo pari a 50 W/m per ciascuna sonda del campo. A questo punto bisogna calcolarsi quanti metri servono per dimensionare il campo sonde:

$$\frac{83.05 [kW] \times 1000 \left[\frac{W}{kW}\right]}{50 \left[\frac{W}{m}\right]} \approx 1660 \text{ m} \quad (73)$$

I metri che servono per ottenere un giusto dimensionamento del campo sonde sono circa 1660 m, che vengono suddivisi in 16 sonde da 100 m e una sonda da 60 m. L'obiettivo è studiare le simulazioni orarie di una delle 16 sonde profonde 100 m, mettendo a confronto il metodo di Lamarche con i metodi che utilizzano le *g-function*.

Si fa riferimento al paragrafo 2.3.2 per il calcolo dei coefficienti A_i , vale a dire il rapporto fra il carico termico lineare orario e il carico termico lineare di picco, assunto uguale a 50 W/m. Per calcolare i carichi termici A_i si usa quindi la seguente formula:

$$\frac{Q_{tot\ ground} [kW] \times 1000 \left[\frac{W}{kW}\right]}{50 \left[\frac{W}{m}\right] \times 1660 [m]} \quad (\text{Figura 5.1}).$$

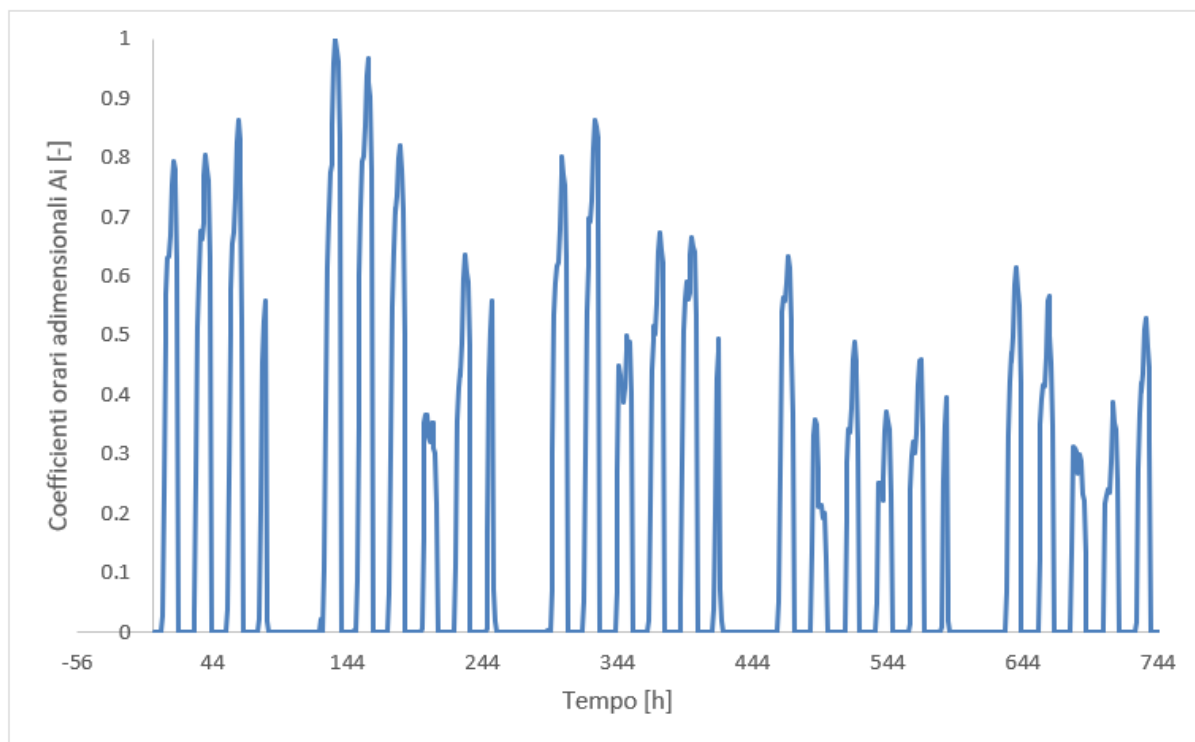


Figura 5.1: coefficienti orari adimensionali A_i per una sonda di lunghezza 100 m ad Agosto

Per il coefficiente di convezione, si considera il valore già calcolato con le condizioni riportate in Tabella 3.1, ovvero $h = 1472.02 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$.

5.1.1 Implementazione del modello di Lamarche per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Per potere confrontare i tre metodi si è utilizzato *Wolfram Mathematica*, cioè un ambiente di calcolo simbolico e numerico in cui abbiamo implementato l'equazione per il calcolo della temperatura mediata sulla lunghezza della sonda, prodotta dal carico termico orario. Prima di tutto in *Mathematica* sono stati inseriti tutti i valori di A_i per tutte le ore del mese di Agosto (Figura 5.2).

Sonda singola

```
In[8]= {{0, 0}, {0.00001, 0.00025489}, {0.00001122, 0.00028597}, {0.000012589, 0.00032084}, {0.000014125, 0.00035993},
{0.000015849, 0.00040378}, {0.000017783, 0.00045298}, {0.000019953, 0.00050819}, {0.000022387, 0.00057013},
{0.000025119, 0.00063963}, {0.000028184, 0.00071749}, {0.000031623, 0.00080482}, {0.000035481, 0.0009028},
{0.000039811, 0.0010127}, {0.000044668, 0.0011361}, {0.000050119, 0.0012745}, {0.000056234, 0.0014296},
{0.000063096, 0.0016035}, {0.000070795, 0.0017987}, {0.000079433, 0.0020174}, {0.000089125, 0.0022623},
{0.0001, 0.0025371}, {0.0001122, 0.0028454}, {0.00012589, 0.0031914}, {0.00014125, 0.0035786}, {0.00015849, 0.004013},
{0.00017783, 0.0045001}, {0.00019953, 0.0050456}, {0.00022387, 0.0056574}, {0.00025119, 0.0063425},
{0.00028184, 0.0071108}, {0.00031623, 0.0079716}, {0.00035481, 0.0089362}, {0.00039811, 0.010017},
{0.00044668, 0.011226}, {0.00050119, 0.012581}, {0.00056234, 0.014098}, {0.00063096, 0.015796}, {0.00070795, 0.017696},
{0.00079433, 0.019822}, {0.00089125, 0.022201}, {0.001, 0.024863}, {0.001122, 0.02784}, {0.0012589, 0.031169},
{0.0014125, 0.034891}, {0.0015849, 0.039051}, {0.0017783, 0.0437}, {0.0019953, 0.048895}, {0.0022387, 0.054698},
{0.0025119, 0.061179}, {0.0028184, 0.068415}, {0.0031623, 0.076491}, {0.0035481, 0.085501}, {0.0039811, 0.095552},
{0.0044668, 0.10676}, {0.0050119, 0.11925}, {0.0056234, 0.13317}, {0.0063096, 0.14866}, {0.0070795, 0.1659},
{0.0079433, 0.18508}, {0.0089125, 0.20639}, {0.01, 0.23005}, {0.01122, 0.2563}, {0.012589, 0.28539},
{0.014125, 0.31758}, {0.015849, 0.35317}, {0.017783, 0.39247}, {0.019953, 0.43577}, {0.022387, 0.48341},
{0.025119, 0.53573}, {0.028184, 0.59306}, {0.031623, 0.65576}, {0.035481, 0.72415}, {0.039811, 0.79861},
{0.044668, 0.87941}, {0.050119, 0.96683}, {0.056234, 1.0611}, {0.063096, 1.1624}, {0.070795, 1.271}, {0.079433, 1.3868},
{0.089125, 1.51}, {0.1, 1.6404}, {0.1122, 1.778}, {0.12589, 1.9225}, {0.14125, 2.0736}, {0.15849, 2.2309},
{0.17783, 2.3941}, {0.19953, 2.5625}, {0.22387, 2.7359}, {0.25119, 2.9138}, {0.28184, 3.0957}, {0.31623, 3.281},
{0.35481, 3.4693}, {0.39811, 3.6605}, {0.44668, 3.8542}, {0.50119, 4.0506}, {0.56234, 4.2491}, {0.63096, 4.4497},
{0.70795, 4.6525}, {0.79433, 4.8574}, {0.89125, 5.0649}, {1, 5.2745}, {1.122, 5.4862}, {1.2589, 5.7002},
{1.4125, 5.9163}, {1.5849, 6.1352}, {1.7783, 6.356}, {1.9953, 6.5789}, {2.2387, 6.8038}, {2.5119, 7.0306},
{2.8184, 7.2594}, {3.1623, 7.4903}, {3.5481, 7.7228}, {3.9811, 7.9568}, {4.4668, 8.1923}, {5.0119, 8.4293},
{5.6234, 8.668}, {6.3096, 8.9079}, {7.0795, 9.1487}, {7.9433, 9.3905}, {8.9125, 9.6333}, {10, 9.877}, {11.22, 10.122},
{12.589, 10.368}, {14.125, 10.614}, {15.849, 10.86}, {17.783, 11.108}, {19.953, 11.356}, {22.387, 11.605},
{25.119, 11.854}, {28.184, 12.103}, {31.623, 12.352}, {35.481, 12.603}, {39.811, 12.853}, {44.668, 13.104},
{50.119, 13.354}, {56.234, 13.605}, {63.096, 13.856}, {70.795, 14.108}, {79.433, 14.36}, {89.125, 14.611},
{100, 14.862}, {112.2, 15.114}, {125.89, 15.366}, {141.25, 15.618}, {158.49, 15.87}, {177.83, 16.122}, {199.53, 16.373},
{223.87, 16.625}, {251.19, 16.877}, {281.84, 17.129}, {316.23, 17.38}, {354.81, 17.631}, {398.11, 17.883},
{446.68, 18.134}, {501.19, 18.385}, {562.34, 18.637}, {630.96, 18.887}, {707.95, 19.138}, {794.33, 19.388},
{891.25, 19.639}, {1000, 19.889}, {1122, 20.138}, {1258.9, 20.388}, {1412.5, 20.636}, {1584.9, 20.886},
{1778.3, 21.135}, {1995.3, 21.383}, {2238.7, 21.63}, {2511.9, 21.877}, {2818.4, 22.124}, {3162.3, 22.37},
{3548.1, 22.616}, {3981.1, 22.861}, {4466.8, 23.105}, {5011.9, 23.349}, {5623.4, 23.592}, {6309.6, 23.834},
{7079.5, 24.075}, {7943.3, 24.316}, {8912.5, 24.555}, {10000, 24.793}}
```

Figura 5.3: inserimento del campo di Temperatura media del fluido calcolato con il modello di Lamarche in Comsol 2D-assialsimmetrico

Il passo successivo è quello di implementare una funzione che sia in grado di interpolare il campo di temperatura descritto in Figura 5.3:

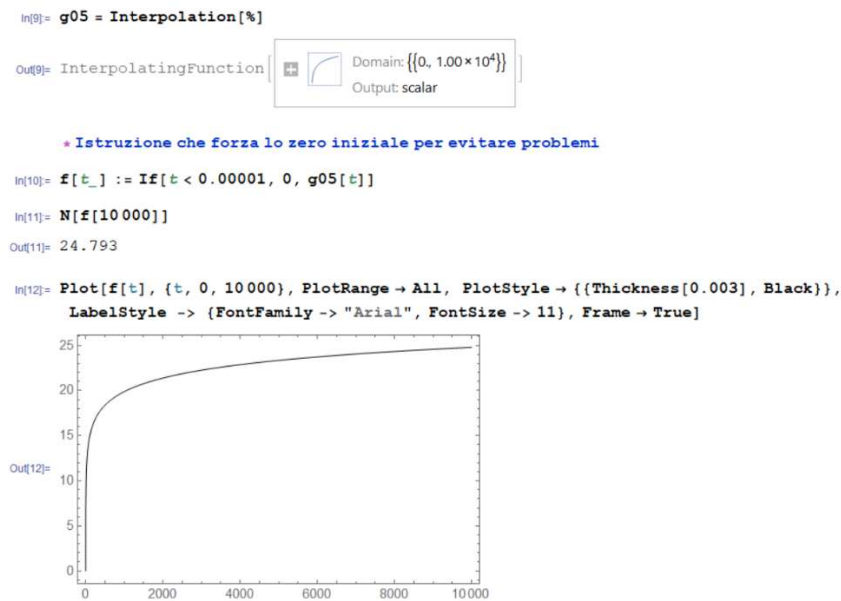


Figura 5.4: interpolazione del campo di temperatura media del fluido e rispettivo grafico

La temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario dell'edificio si ottiene mediante l'implementazione dell'equazione mostrata in Figura 5.5:

$$\text{In[13]= } T_f[t_] := \sum_{i=0}^{743} A[[i+1]] * (f[t-i*t0] - f[t-(i+1)*t0])$$

Figura 5.5: implementazione della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Su *Mathematica* è anche possibile graficare la T_f (Figura 5.6):

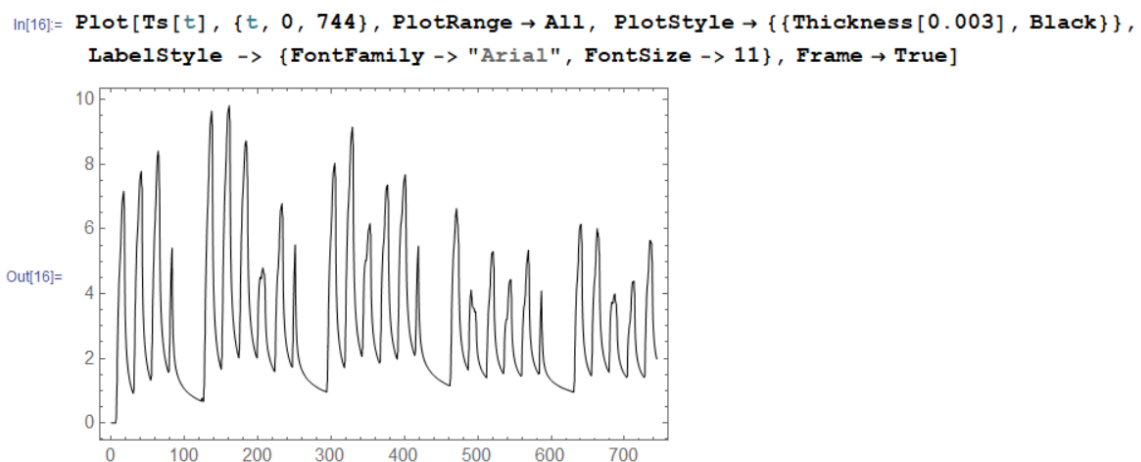


Figura 5.6: plot della \bar{T}_s in *Wolfram Mathematica*

A questo punto si possono esportare i risultati di *Wolfram Mathematica* in un file Excel per poi poterli confrontare con i risultati che otterremo con i metodi *FLS* e *FCS*.

5.1.2 Implementazione del metodo FCS per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Per i metodi *FCS* ed *FLS* si vedrà che, analogamente a quanto svolto nei capitoli 4.2 e 4.3, si deve tenere conto della resistenza termica della sonda solo dopo avere eseguito le simulazioni: come input in *Mathematica* non si inserirà la temperatura media del fluido T_f come fatto per il metodo di Lamarche, ma si inserirà la temperatura all'interfaccia sonda-terreno, T_b .

L'unica differenza che presenta il file di *Mathematica* per il metodo *FCS* rispetto a quello implementato per il modello di Lamarche è la matrice costituita dai vettori (t, T) :

si inseriscono i valori della temperatura media della superficie della sonda T_b calcolati su COSMOL con il carico di riferimento (Figura 5.7):

Sonda singola

```
{0, 0}, {0.00001, 0.0024735}, {0.00001122, 0.0027689}, {0.000012589, 0.0030988}, {0.000014125, 0.0034672},
{0.000015849, 0.0038782}, {0.000017783, 0.0043363}, {0.000019953, 0.0048465}, {0.000022387, 0.0054143},
{0.000025119, 0.0060452}, {0.000028184, 0.0067468}, {0.000031623, 0.0075251}, {0.000035481, 0.0083873},
{0.000039811, 0.0093412}, {0.000044668, 0.010396}, {0.000050119, 0.01156}, {0.000056234, 0.012842},
{0.000063096, 0.01425}, {0.000070795, 0.015797}, {0.000079433, 0.017489}, {0.000089125, 0.01934}, {0.0001, 0.021354},
{0.0001122, 0.023544}, {0.00012589, 0.02591}, {0.00014125, 0.028465}, {0.00015849, 0.031208}, {0.00017783, 0.034146},
{0.00019953, 0.03728}, {0.00022387, 0.040609}, {0.00025119, 0.044132}, {0.00028184, 0.047857}, {0.00031623, 0.05177},
{0.00035481, 0.055861}, {0.00039811, 0.060131}, {0.00044668, 0.064571}, {0.00050119, 0.069185}, {0.00056234, 0.073972},
{0.00063096, 0.078951}, {0.00070795, 0.084126}, {0.00079433, 0.089492}, {0.00089125, 0.095068}, {0.001, 0.10087},
{0.001122, 0.10692}, {0.0012589, 0.11328}, {0.0014125, 0.11995}, {0.0015849, 0.12694}, {0.0017783, 0.13428},
{0.0019953, 0.14201}, {0.0022387, 0.15017}, {0.0025119, 0.1588}, {0.0028184, 0.16795}, {0.0031623, 0.17763},
{0.0035481, 0.18787}, {0.0039811, 0.19871}, {0.0044668, 0.21018}, {0.0050119, 0.22234}, {0.0056234, 0.23522},
{0.0063096, 0.24883}, {0.0070795, 0.26321}, {0.0079433, 0.27839}, {0.0089125, 0.29443}, {0.01, 0.31137},
{0.01122, 0.3293}, {0.012589, 0.34824}, {0.014125, 0.3682}, {0.015849, 0.38925}, {0.017783, 0.41147},
{0.019953, 0.43489}, {0.022387, 0.45966}, {0.025119, 0.48578}, {0.028184, 0.51328}, {0.031623, 0.54224},
{0.035481, 0.57274}, {0.039811, 0.60487}, {0.044668, 0.63871}, {0.050119, 0.67439}, {0.056234, 0.71193},
{0.063096, 0.75139}, {0.070795, 0.79287}, {0.079433, 0.83643}, {0.089125, 0.88226}, {0.1, 0.93047}, {0.1122, 0.98104},
{0.12589, 1.0341}, {0.14125, 1.0896}, {0.15849, 1.1479}, {0.17783, 1.2089}, {0.19953, 1.2729}, {0.22387, 1.3399},
{0.25119, 1.41}, {0.28184, 1.4832}, {0.31623, 1.5596}, {0.35481, 1.6394}, {0.39811, 1.7227}, {0.44668, 1.8096},
{0.50119, 1.9002}, {0.56234, 1.9945}, {0.63096, 2.0926}, {0.70795, 2.1945}, {0.79433, 2.3004}, {0.89125, 2.4103},
{1, 2.5244}, {1.122, 2.6427}, {1.2589, 2.765}, {1.4125, 2.8915}, {1.5849, 3.0223}, {1.7783, 3.1573}, {1.9953, 3.2968},
{2.2387, 3.4404}, {2.5119, 3.5884}, {2.8184, 3.7405}, {3.1623, 3.8968}, {3.5481, 4.0573}, {3.9811, 4.2222},
{4.4668, 4.3912}, {5.0119, 4.564}, {5.6234, 4.7408}, {6.3096, 4.9214}, {7.0795, 5.1058}, {7.9433, 5.2942},
{8.9125, 5.486}, {10, 5.6812}, {11.22, 5.8798}, {12.589, 6.0816}, {14.125, 6.2867}, {15.849, 6.495}, {17.783, 6.706},
{19.953, 6.9196}, {22.387, 7.1358}, {25.119, 7.3545}, {28.184, 7.5756}, {31.623, 7.7993}, {35.481, 8.025},
{39.811, 8.2525}, {44.668, 8.4819}, {50.119, 8.7129}, {56.234, 8.9455}, {63.096, 9.1802}, {70.795, 9.4161},
{79.433, 9.6532}, {89.125, 9.8915}, {100, 10.131}, {112.2, 10.371}, {125.89, 10.613}, {141.25, 10.855},
{158.49, 11.098}, {177.83, 11.342}, {199.53, 11.587}, {223.87, 11.832}, {251.19, 12.077}, {281.84, 12.324},
{316.23, 12.57}, {354.81, 12.817}, {398.11, 13.064}, {446.68, 13.311}, {501.19, 13.559}, {562.34, 13.807},
{630.96, 14.055}, {707.95, 14.302}, {794.33, 14.551}, {891.25, 14.799}, {1000, 15.047}, {1122, 15.295},
{1258.9, 15.543}, {1412.5, 15.79}, {1584.9, 16.038}, {1778.3, 16.285}, {1995.3, 16.532}, {2238.7, 16.779},
{2511.9, 17.025}, {2818.4, 17.271}, {3162.3, 17.517}, {3548.1, 17.762}, {3981.1, 18.006}, {4466.8, 18.25},
{5011.9, 18.493}, {5623.4, 18.736}, {6309.6, 18.978}, {7079.5, 19.218}, {7943.3, 19.458}, {8912.5, 19.697},
{10000, 19.935}}
```

Figura 5.7: inserimento del campo di Temperatura media della superficie esterna della sonda T_b calcolato con il metodo FCS in Comsol 2D-assialsimmetrico

Di conseguenza cambierà il grafico che riporta la funzione interpolazione del campo di temperatura (Figura 5.8):

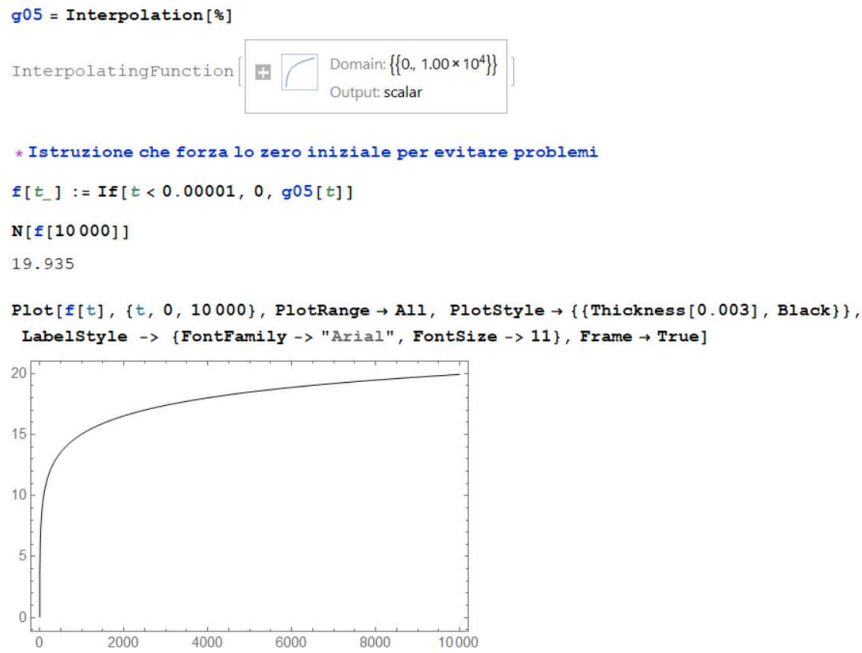


Figura 5.8: interpolazione del campo di temperatura T_b e rispettivo grafico

Ora si calcolano i valori orari di temperatura mediata sulla lunghezza della sonda all'interfaccia sonda-terreno \bar{T}_b tramite l'equazione di Figura 5.5 e si ottiene il seguente grafico (Figura 5.9).

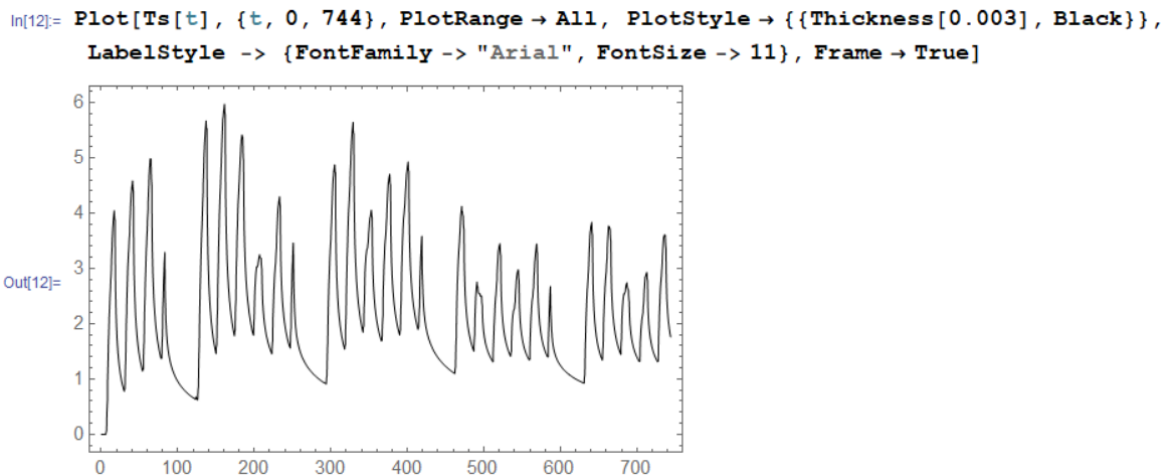


Figura 5.9: plot della \bar{T}_b in Wolfram Mathematica

Si esportano i risultati su un file Excel. Per ottenere la temperatura del fluido T_f si applica la seguente equazione, che tiene conto della resistenza termica della sonda e dei carichi termici orari:

$$T_f = \bar{T}_b + R_b A_i q_l \quad (74)$$

Dove R_b è la resistenza termica della sonda, che vale $0.09788 \frac{mK}{W}$ (calcolata secondo quanto spiegato nel capitolo 3.2.2), q_l è il carico termico lineare di riferimento ed è uguale a $50 \frac{W}{m}$ e A_i sono i coefficienti dei carichi termici orari. Grazie a questa equazione sarà possibile confrontare i risultati ottenuti dal modello di Lamarche con quelli ottenuti con il metodo *FCS*.

5.1.3 Implementazione del metodo *FLS* per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Come per il metodo *FCS*, la temperatura calcolata numericamente con il metodo *FLS* attraverso il software *COMSOL* risulta essere la temperatura media della superficie esterna della sonda, T_b . Di conseguenza per calcolare la temperatura media del fluido bisognerà tenere conto della resistenza termica della sonda, oltre che del carico termico orario.

Per quanto riguarda *Mathematica*, lo svolgimento è identico a quello visto in precedenza nel capitolo 5.1.2, con la sola differenza dei valori di temperatura da inserire: in questo caso si inseriscono i risultati ottenuti su *COMSOL* dalla simulazione numerica *FLS*, riportata nel capitolo 4.3. La matrice che si ottiene è la seguente:

Sonda singola

```

In[4]= {{0, 0}, {0.00001, 2.1869 E-14}, {0.00001122, 2.3145 E-14}, {0.000012589, 2.4232 E-14}, {0.000014125, 2.5213 E-14},
{0.000015849, 2.5905 E-14}, {0.000017783, 2.6129 E-14}, {0.000019953, 2.5881 E-14}, {0.000022387, 2.5421 E-14},
{0.000025119, 2.4313 E-14}, {0.000028184, 2.2328 E-14}, {0.000031623, 1.9165 E-14}, {0.000035481, 1.5522 E-14},
{0.000039811, 1.0732 E-14}, {0.000044668, 4.3432 E-15}, {0.000050119, -2.1485 E-15}, {0.000056234, -9.5678 E-15},
{0.000063096, -1.6891 E-14}, {0.000070795, -2.3781 E-14}, {0.000079433, -2.9128 E-14}, {0.000089125, -3.2337 E-14},
{0.0001, -3.2438 E-14}, {0.0001122, -2.8829 E-14}, {0.00012589, -2.1528 E-14}, {0.00014125, -1.1558 E-14},
{0.00015849, 5.6045 E-16}, {0.00017783, 1.3514 E-14}, {0.00019953, 2.4324 E-14}, {0.00022387, 3.0266 E-14},
{0.00025119, 2.9199 E-14}, {0.00028184, 2.0466 E-14}, {0.00031623, 5.779 E-15}, {0.00035481, -1.0475 E-14},
{0.00039811, -2.1873 E-14}, {0.00044668, -2.4 E-14}, {0.00050119, -1.6098 E-14}, {0.00056234, -1.6486 E-15},
{0.00063096, 1.1784 E-14}, {0.00070795, 1.6573 E-14}, {0.00079433, 9.8539 E-15}, {0.00089125, -1.4382 E-15},
{0.001, -9.3352 E-15}, {0.001122, -8.7574 E-15}, {0.0012589, -1.3395 E-15}, {0.0014125, 5.1246 E-15},
{0.0015849, 4.1215 E-15}, {0.0017783, -1.1904 E-15}, {0.0019953, -3.1233 E-15}, {0.0022387, -1.1257 E-15},
{0.0025119, 1.1936 E-15}, {0.0028184, 1.0377 E-15}, {0.0031623, -1.5217 E-16}, {0.0035481, 2.8515 E-16},
{0.0039811, 1.8343 E-15}, {0.0044668, 4.4032 E-15}, {0.0050119, 1.0315 E-14}, {0.0056234, 2.6984 E-14},
{0.0063096, 7.1468 E-14}, {0.0070795, 2.0965 E-13}, {0.0079433, 6.2304 E-13}, {0.0089125, 1.7576 E-12},
{0.01, 4.7981 E-12}, {0.01122, 1.2836 E-11}, {0.012589, 3.2766 E-11}, {0.014125, 8.0438 E-11}, {0.015849, 1.9289 E-10},
{0.017783, 4.2775 E-10}, {0.019953, 8.8458 E-10}, {0.022387, 1.7281 E-09}, {0.025119, 3.2618 E-09},
{0.028184, 6.1732 E-09}, {0.031623, 1.3976 E-08}, {0.035481, 4.0217 E-08}, {0.039811, 1.4128 E-07},
{0.044668, 5.0298 E-07}, {0.050119, 1.7718 E-06}, {0.056234, 5.8387 E-06}, {0.063096, 0.000019115},
{0.070795, 0.000054951}, {0.079433, 0.00014446}, {0.089125, 0.00034614}, {0.1, 0.00077293}, {0.1122, 0.0016138},
{0.12589, 0.0031843}, {0.14125, 0.0058882}, {0.15849, 0.010283}, {0.17783, 0.017098}, {0.19953, 0.027187},
{0.22387, 0.041522}, {0.25119, 0.061091}, {0.28184, 0.086933}, {0.31623, 0.12009}, {0.35481, 0.16153},
{0.39811, 0.21206}, {0.44668, 0.27232}, {0.50119, 0.34272}, {0.56234, 0.42368}, {0.63096, 0.51544}, {0.70795, 0.61802},
{0.79433, 0.73127}, {0.89125, 0.85492}, {1, 0.98863}, {1.122, 1.132}, {1.2589, 1.2847}, {1.4125, 1.4461},
{1.5849, 1.6156}, {1.7783, 1.7927}, {1.9953, 1.977}, {2.2387, 2.168}, {2.5119, 2.3649}, {2.8184, 2.5674},
{3.1623, 2.7748}, {3.5481, 2.9867}, {3.9811, 3.2032}, {4.4668, 3.4235}, {5.0119, 3.6471}, {5.6234, 3.8737},
{6.3096, 4.1031}, {7.0795, 4.3352}, {7.9433, 4.5697}, {8.9125, 4.8062}, {10, 5.0444}, {11.22, 5.2841},
{12.589, 5.5254}, {14.125, 5.7684}, {15.849, 6.0123}, {17.783, 6.2572}, {19.953, 6.5028}, {22.387, 6.7493},
{25.119, 6.9968}, {28.184, 7.2452}, {31.623, 7.4939}, {35.481, 7.7429}, {39.811, 7.9923}, {44.668, 8.2421},
{50.119, 8.4925}, {56.234, 8.7433}, {63.096, 8.9941}, {70.795, 9.2451}, {79.433, 9.4961}, {89.125, 9.7475},
{100, 9.9993}, {112.2, 10.251}, {125.89, 10.503}, {141.25, 10.754}, {158.49, 11.006}, {177.83, 11.258},
{199.53, 11.51}, {223.87, 11.762}, {251.19, 12.013}, {281.84, 12.265}, {316.23, 12.516}, {354.81, 12.768},
{398.11, 13.019}, {446.68, 13.271}, {501.19, 13.522}, {562.34, 13.773}, {630.96, 14.023}, {707.95, 14.274},
{794.33, 14.525}, {891.25, 14.775}, {1000, 15.025}, {1122, 15.275}, {1258.9, 15.524}, {1412.5, 15.774},
{1584.9, 16.023}, {1778.3, 16.271}, {1995.3, 16.519}, {2238.7, 16.767}, {2511.9, 17.014}, {2818.4, 17.261},
{3162.3, 17.507}, {3548.1, 17.753}, {3981.1, 17.998}, {4466.8, 18.242}, {5011.9, 18.486}, {5623.4, 18.729},
{6309.6, 18.971}, {7079.5, 19.212}, {7943.3, 19.452}, {8912.5, 19.691}, {10000, 19.93}}

```

Figura 5.10: inserimento del campo di Temperatura media della superficie esterna della sonda Tb calcolato con il metodo FLS in Comsol 2D-assialsimmetrico

Di seguito è mostrato il grafico ottenuto dalla funzione interpolazione della matrice di Figura 5.10:

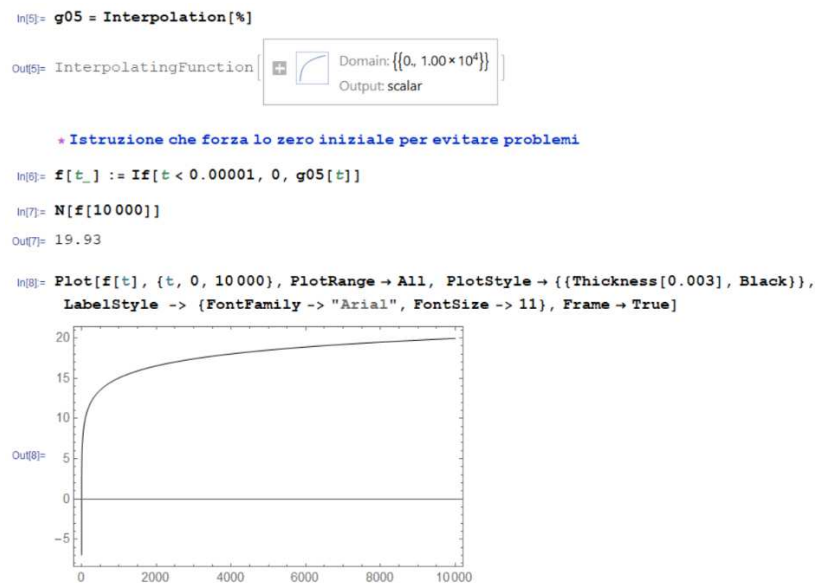


Figura 5.11: interpolazione del campo di temperatura T_b e rispettivo grafico

Ora si calcola la temperatura mediata sulla lunghezza della sonda all'interfaccia sonda-terreno, tramite l'equazione di Figura 5.5 e si ottiene il seguente grafico (Figura 5.12):

```
In[13]= Plot[Ts[t], {t, 0, 744}, PlotRange -> All, PlotStyle -> {{Thickness[0.003], Black}},
LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 11}, Frame -> True]
```

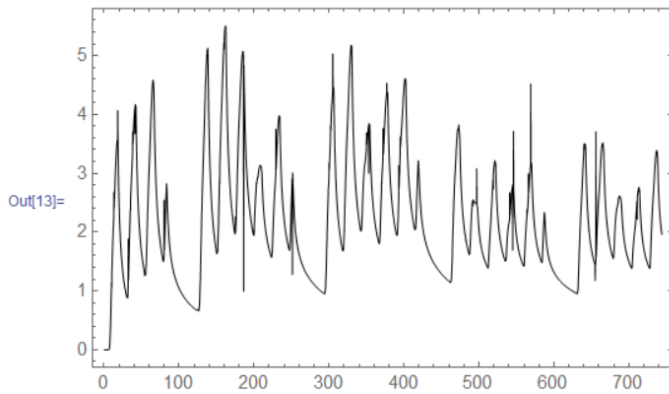


Figura 5.12: implementazione della temperatura mediata sulla lunghezza della sonda, prodotta dal carico termico e plot della \bar{T}_p in Wolfram Mathematica

Si esportano i risultati ottenuti in *Mathematica* su un file Excel. Attraverso l'equazione (74) si calcola la temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario.

5.1.4 Confronto fra i risultati dei tre metodi

Una volta calcolata l'evoluzione nel tempo della temperatura media del fluido per ogni metodo, come mostrato nei capitoli precedenti, si mettono a confronto i risultati per quantificare gli errori dei modelli *FLS* e *FCS* rispetto al modello accurato di Lamarche.

Qui di seguito viene mostrato l'andamento della temperatura per l'intero mese di Agosto, ottenuto dai tre metodi:

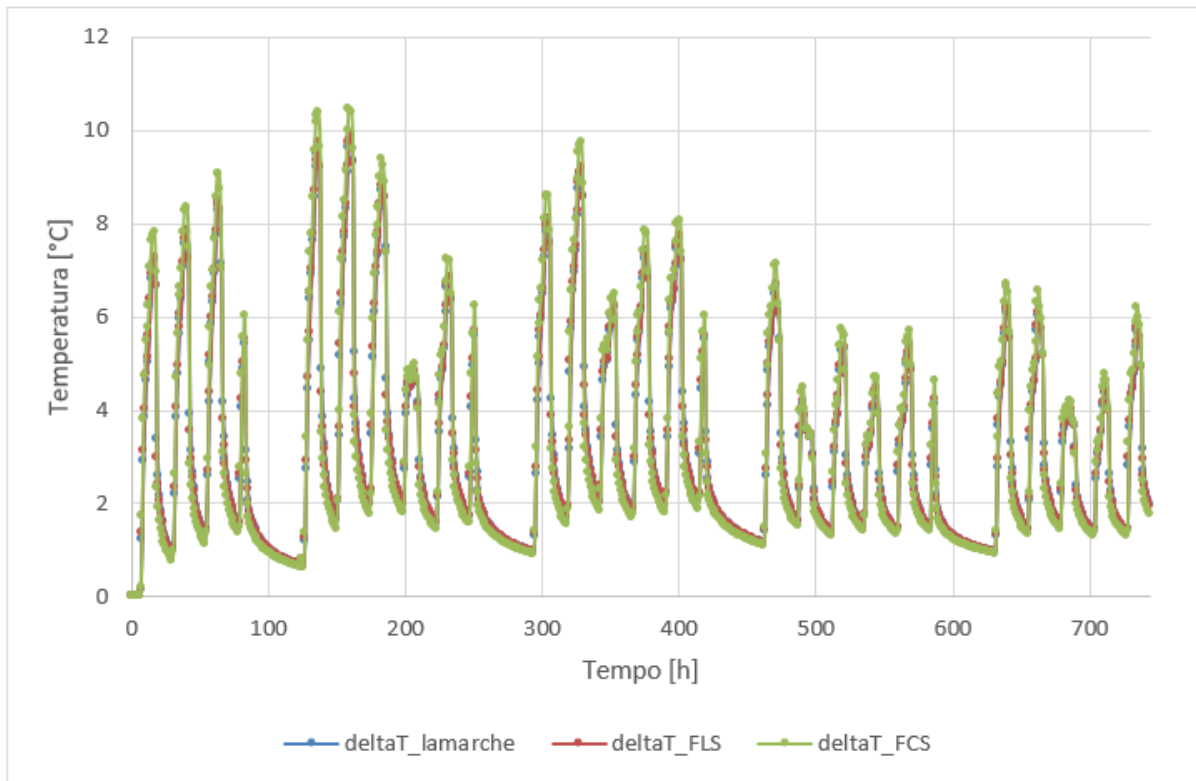


Figura 5.13: andamento della temperatura media del fluido ad Agosto

Il successivo grafico mostra invece l'andamento delle temperature calcolate dai tre metodi per l'arco temporale $t \in [120 \text{ h}; 150 \text{ h}]$: in questo modo sarà più facile osservare i possibili scostamenti dei due metodi rispetto al modello di Lamarche:

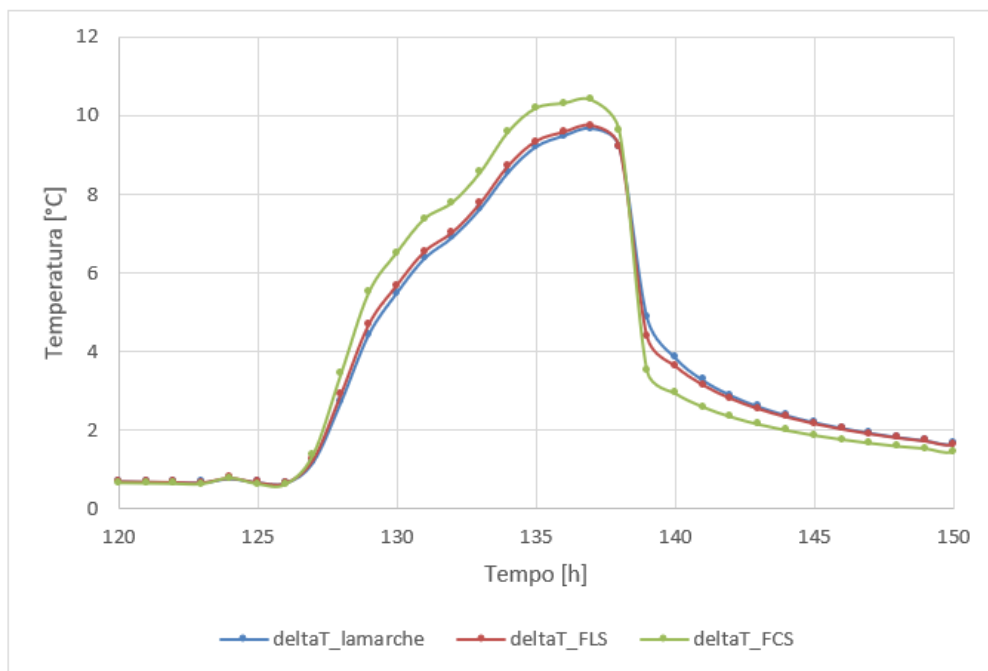


Figura 5.14: andamento delle \bar{T}_s per $120 < t < 150 \text{ h}$

Osservando quest'ultimo grafico si può notare che il metodo *FLS* presenta scostamenti molto piccoli rispetto al metodo di Lamarche, mentre il metodo *FCS*, sebbene sia anch'esso abbastanza preciso, presenta errori più importanti. Per avere un'idea più chiara sulla precisione dei due metodi si è calcolato il massimo scostamento sia per il metodo *FCS* che per il metodo *FLS*:

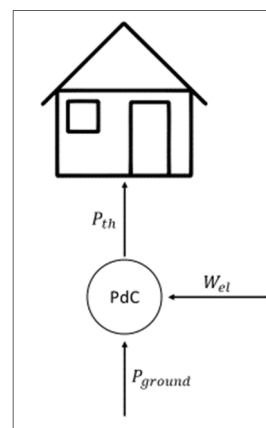
$$\max |[(\bar{T}_s)_{lamarche} - (\bar{T}_s)_{FCS}]| \cong 1.36 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\max |[(\bar{T}_s)_{lamarche} - (\bar{T}_s)_{FLS}]| \cong 0.49 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I risultati evidenziano una notevole differenza di precisione fra i due modelli approssimati: il metodo *FLS* non commette mai errori maggiori di 0.5 °C, mentre il metodo *FCS* può arrivare a commettere anche errori maggiori di 1 °C.

5.2 Caso invernale

Per quanto riguarda il caso invernale si fa riferimento all'edificio descritto in (Ferrara, 2019): si tratta di una palazzina composta da due appartamenti di 180 m², di cui uno a pian terreno e l'altro a primo piano. In particolare, l'appartamento a primo piano presenta un volume maggiore data la presenza di un sottotetto: il volume dell'appartamento a piano terra è di 504 m³, mentre 747 m³ è il volume dell'appartamento a primo piano. L'origine dell'edificio è un report della IEA, il quale è stato modificato in geometria (da 70 m² a 180 m² di superficie in pianta) e stratigrafia dei muri esterni. L'edificio è ben isolato. Il valore della trasmittanza per i muri esterni è pari a 0.36 [W/m² K], 0.235 [W/m² K] per il tetto, 0.241 [W/m² K] per il pavimento contro terra e 0.694 [W/m² K] per il pavimento interpiano. L'edificio è situato a Milano e la stagione di riscaldamento va dal 15 ottobre al 15 aprile (per un totale di 4392 ore). In (Ferrara, 2019) viene fornita la potenza oraria per il riscaldamento P_{th} (kW) dell'edificio. Si ipotizza di accoppiare il campo sonde ad una pompa di calore con *COP* medio pari a 4. Sapendo che $COP = \frac{P_{th}}{W_{el}}$, dove W_{el} (kW) è la potenza elettrica consumata dalla pompa di calore, la potenza oraria P_{ground} (kW) che viene sottratta al terreno è calcolabile attraverso la seguente equazione:



$$P_{ground} = P_{th} - W_{el} = P_{th} - \frac{P_{th}}{COP} = P_{th} \cdot \left(1 - \frac{1}{COP}\right)$$

La potenza di picco che viene sottratta al terreno ($Q_{picco} = \max[P_{ground}]$) è quindi pari a 7.44 kW. Si considera una sonda con lunghezza pari a 170 m, che, ipotizzando un carico lineare massimo pari a 50 W/m, risulta in grado di soddisfare il fabbisogno termico dell'edificio:

$$Q_{picco_ammessa} = \frac{50 \left[\frac{W}{m} \right] \cdot 170 [m]}{1000 \left[\frac{W}{kW} \right]} = 8.5 kW$$

Conoscendo ora sia la potenza oraria P_{ground} che la potenza di picco ammessa $Q_{picco_ammessa}$ (carico di riferimento usato per le simulazioni in *Comsol*), è possibile calcolarsi i carichi termici orari adimensionali A_i , ricordandosi che per la stagione invernale vengono considerati negativi (Figura 5.15):

$$A_i = - \frac{P_{ground}}{Q_{picco_ammessa}}$$

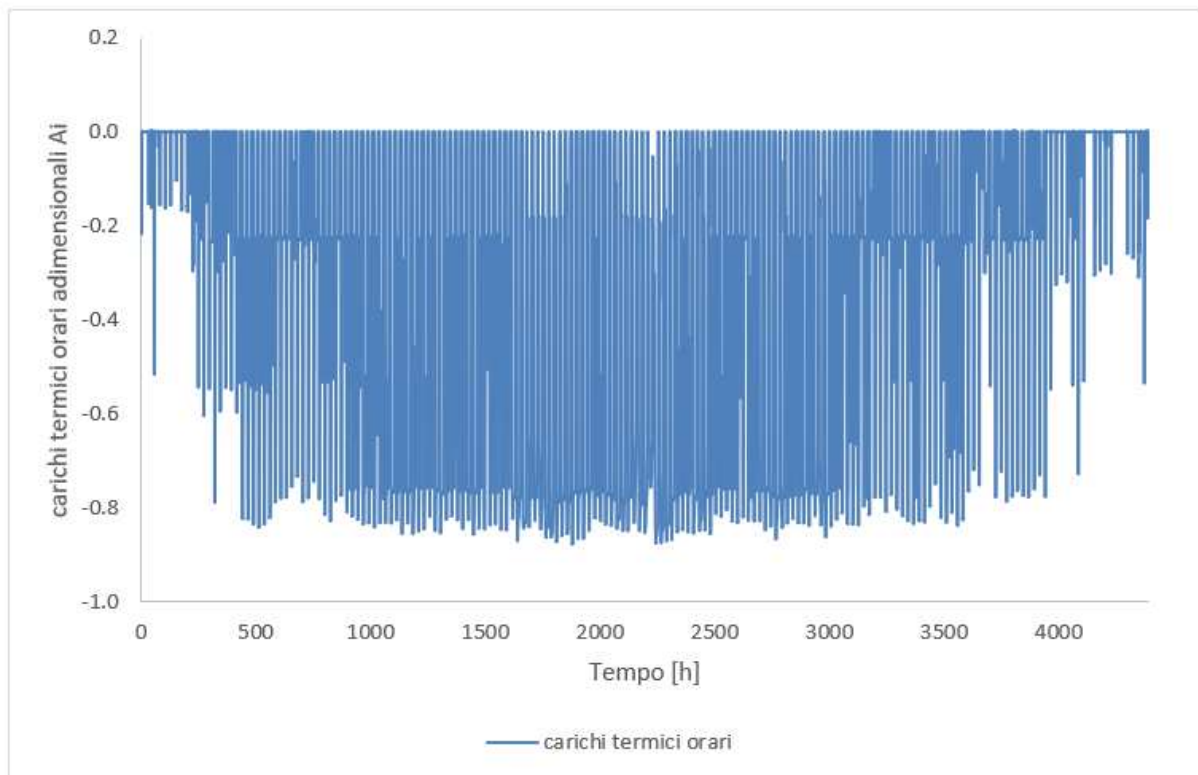


Figura 5.15: carichi termici orari adimensionali A_i per una sonda di lunghezza 170 m dal 15 ottobre al 15 aprile con potenza di picco ammessa pari a 8.5 kW

In inverno, se si usasse come fluido termovettore l'acqua, si rischierebbe il congelamento. Per evitare questo fenomeno negativo il fluido termovettore sarà composto da acqua con 20% di glicole. Con la presenza dell'anticongelante la

temperatura di congelamento del fluido termovettore passa da 0 °C a -8 °C (Tabella 5.1).

Tabella 5.1: temperature di congelamento di miscele acqua-glicole

Concentrazione %	Temperatura di congelamento °C
0	0
10	- 3
20	- 8
30	- 14
40	- 22

A questo punto cambieranno anche le proprietà fisiche del fluido. Attraverso i diagrammi seguenti (Figura 5.16-Figura 5.19, tratte da Zanchini, 2019) è possibile ricalcolarsi i valori delle proprietà della miscela acqua-glicole in base alla concentrazione di anticongelante. Si fa riferimento ad acqua con 20% di glicole a 0 °C:

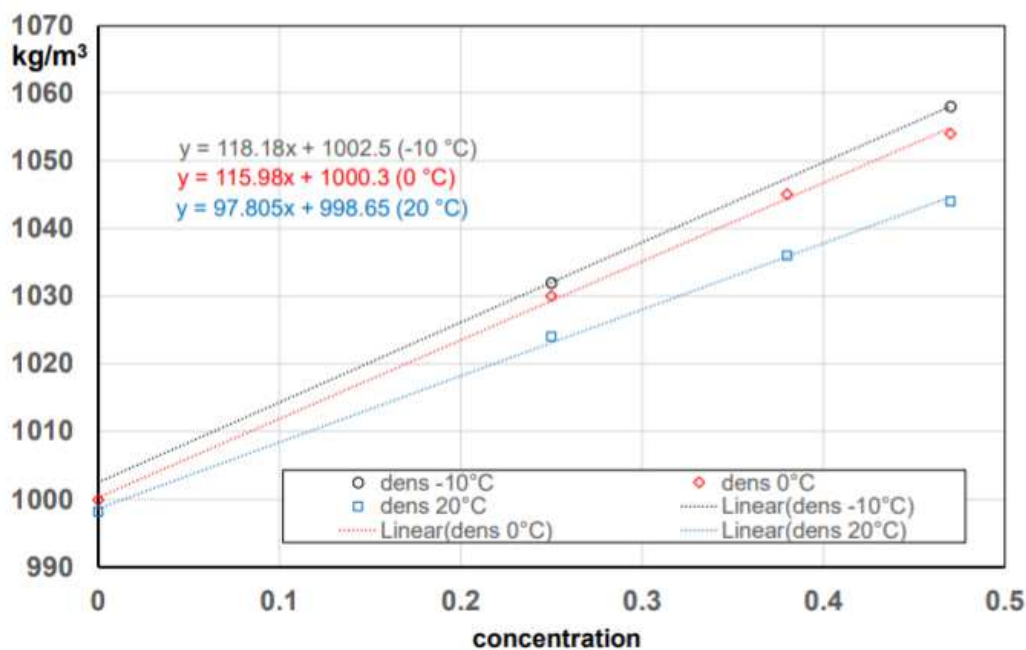


Figura 5.16: Densità di miscele acqua glicole propilenico, in funzione della concentrazione e della temperatura. Dati tratti da VDI heat Atlas, Springer, 1993

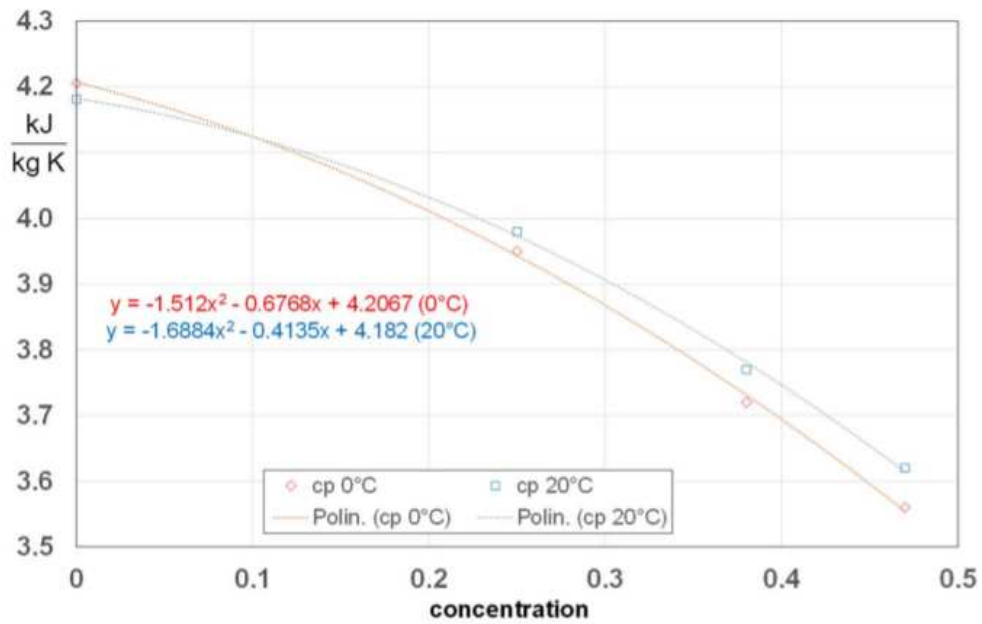


Figura 5.17: capacità termica specifica a pressione costante di miscele acqua-glicole propilenico, in funzione della concentrazione e della temperatura. Dati tratti da VDI heat Atlas, Springer, 1993

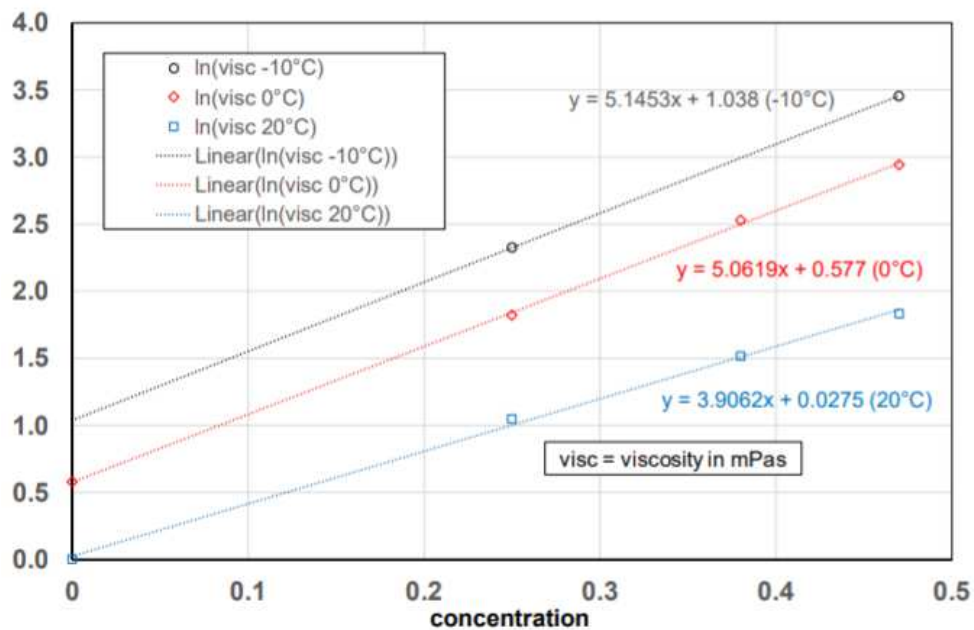


Figura 5.18: logaritmo naturale della viscosità dinamica in mPa·s di miscele acqua glicole propilenico, in funzione della concentrazione e della temperatura. Dati tratti da VDI heat Atlas, Springer, 1993

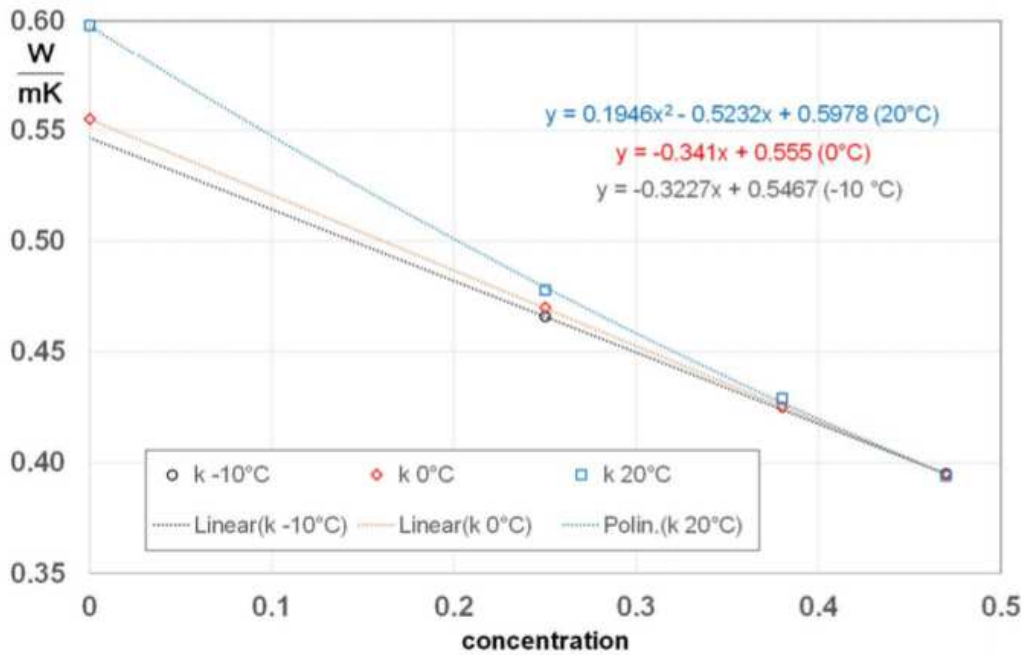


Figura 5.19: conducibilità termica di miscele acqua glicole propilenico, in funzione della concentrazione e della temperatura. Dati tratti da VDI heat Atlas, Springer, 1993

In Tabella 5.2 sono evidenziati in rosso i valori calcolati delle proprietà della miscela acqua-glicole al 20% a 0 °C.

Tabella 5.2: valori delle proprietà della miscela acqua-glicole al 20% a 0 °C

Numeri Reynolds e Prandtl (acqua +20% di glicole a 0°C)	
SINGLE U-TUBE	
Portata in volume litri/min	16
Portata in volume litri/min per tubo	16
Raggio interno tubo m	0.0163
Area tubo m ²	0.000834689
Densità kg/(m³)	1023.50
Viscosità dinamica Pa s	0.0049
Viscosità cinematica m ² /s	4.78749E-06
Conducibilità W/(mK)	0.4868
Diametro m	0.0326
Numero di Reynolds	2175
Capac term spec J/(kg K)	4010.86
Diffusività termica alpha m ² /s	1.18584E-07
Numero di Prandtl	40.3723
Coefficiente di convezione	65.17

Dalla Tabella 5.2 si nota come sia stata scelta una portata di 16 l/min, maggiore rispetto ai 14 l/min utilizzati in precedenza, poiché la sonda ha ora una lunghezza maggiore. Dal valore del numero di Reynolds riportato in tabella si deduce che il moto del fluido è laminare, pertanto non vale più la correlazione di Churchill; bisogna utilizzare il numero di Nusselt laminare a flusso termico costante, cioè $Nu = 4.364$. Il corrispondente coefficiente di convezione risulta quindi essere $h = 65.17 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$; si dovrà quindi ricalcolare la resistenza termica della sonda usando questo coefficiente di convezione (vedi capitolo 3.2.2 per il calcolo di R_b). Il valore della resistenza termica della sonda R_b è pari a $0.17057 \frac{\text{m K}}{\text{W}}$.

5.2.1 Implementazione del modello di Lamarche per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Analogamente a quanto svolto per il caso estivo, attraverso il software *Mathematica* è possibile calcolare la temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario. Anzitutto si inseriscono tutti i valori di A_i per tutte le ore della stagione invernale considerata (in Figura 5.20 sono mostrati soltanto una parte dei coefficienti A_i):

```
A := {-0.217, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
-0.153, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.159, -0.035, 0.000, -0.158,
-0.099, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.514, -0.135, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.031, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, -0.153, -0.133, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.163, -0.028, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, -0.156, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.103, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, -0.167, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.163, -0.156, -0.168, -0.023, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.132, -0.027, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, -0.293, -0.167, -0.168, -0.283, -0.175, -0.101, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.083,
-0.097, 0.000, -0.114, -0.187, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.532, -0.352, -0.234,
-0.231, -0.187, -0.140, -0.221, -0.068, 0.000, 0.000, -0.153, -0.227, -0.184, -0.193, -0.227, -0.228, -0.021,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.587, -0.460, -0.225, -0.100, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.061, -0.142, -0.150, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, -0.536, -0.355, -0.234, -0.232, -0.232, -0.232, -0.232, -0.232, -0.233, -0.233, -0.233, -0.233, -0.233,
-0.234, -0.234, -0.234, -0.021, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.766, -0.564, -0.399, -0.185,
-0.107, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.153, -0.227, -0.226, -0.177, -0.297, -0.234, -0.020, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.577, -0.446, -0.181, -0.025, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
-0.150, -0.226, -0.164, -0.037, -0.273, -0.144, -0.029, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.535,
-0.318, -0.138, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.015, -0.215,
-0.014, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.535, -0.377, -0.231, -0.162, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, -0.036, -0.262, -0.014, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000,
0.000, 0.000, -0.591, -0.533, -0.513, -0.227, -0.228, -0.230, -0.231, -0.231, -0.232, -0.233, -0.233, -0.484,
```

Figura 5.20: parte dei carichi termici adimensionali orari A_i

Dopodiché si inserisce la matrice composta dai vettori (t, T) che descrivono la temperatura media del fluido T_f (Figura 5.21), calcolato attraverso COMSOL nel modello 2D-assial simmetrico (vedi capitolo 4.1):

Sonda singola

```
{0, 0}, {0.00001, 0.0002656}, {0.00001122, 0.00029799}, {0.000012589, 0.00033434}, {0.000014125, 0.0003751},
{0.000015849, 0.00042083}, {0.000017783, 0.00047214}, {0.000019953, 0.00052971}, {0.000022387, 0.00059431},
{0.000025119, 0.00066679}, {0.000028184, 0.00074806}, {0.000031623, 0.00083922}, {0.000035481, 0.00094152},
{0.000039811, 0.0010563}, {0.000044668, 0.0011851}, {0.000050119, 0.0013296}, {0.000056234, 0.0014915},
{0.000063096, 0.0016731}, {0.000070795, 0.0018769}, {0.000079433, 0.0021055}, {0.000089125, 0.0023621},
{0.0001, 0.0026499}, {0.0001122, 0.0029725}, {0.00012589, 0.0033343}, {0.00014125, 0.0037403}, {0.00015849, 0.0041957},
{0.00017783, 0.0047061}, {0.00019953, 0.0052788}, {0.00022387, 0.005921}, {0.00025119, 0.0066411},
{0.00028184, 0.0074486}, {0.00031623, 0.0083539}, {0.00035481, 0.0093689}, {0.00039811, 0.010507},
{0.00044668, 0.011782}, {0.00050119, 0.013211}, {0.00056234, 0.014812}, {0.00063096, 0.016607}, {0.00070795, 0.018617},
{0.00079433, 0.020869}, {0.00089125, 0.023392}, {0.001, 0.026217}, {0.001122, 0.029381}, {0.0012589, 0.032924},
{0.0014125, 0.036891}, {0.0015849, 0.041331}, {0.0017783, 0.0463}, {0.0019953, 0.05186}, {0.0022387, 0.058081},
{0.0025119, 0.065041}, {0.0028184, 0.072825}, {0.0031623, 0.081528}, {0.0035481, 0.091259}, {0.0039811, 0.10213},
{0.0044668, 0.11429}, {0.0050119, 0.12787}, {0.0056234, 0.14304}, {0.0063096, 0.15997}, {0.0070795, 0.17888},
{0.0079433, 0.19998}, {0.0089125, 0.22353}, {0.01, 0.24978}, {0.01122, 0.27906}, {0.012589, 0.31168},
{0.014125, 0.34803}, {0.015849, 0.38848}, {0.017783, 0.4335}, {0.019953, 0.48354}, {0.022387, 0.53914},
{0.025119, 0.60086}, {0.028184, 0.66928}, {0.031623, 0.74505}, {0.035481, 0.82885}, {0.039811, 0.9214},
{0.044668, 1.0234}, {0.050119, 1.1357}, {0.056234, 1.259}, {0.063096, 1.3941}, {0.070795, 1.5417}, {0.079433, 1.7026},
{0.089125, 1.8775}, {0.1, 2.0669}, {0.1122, 2.2714}, {0.12589, 2.4913}, {0.14125, 2.7266}, {0.15849, 2.9774},
{0.17783, 3.2433}, {0.19953, 3.5239}, {0.22387, 3.8182}, {0.25119, 4.125}, {0.28184, 4.4432}, {0.31623, 4.771},
{0.35481, 5.106}, {0.39811, 5.4462}, {0.44668, 5.7893}, {0.50119, 6.1331}, {0.56234, 6.4753}, {0.63096, 6.8143},
{0.70795, 7.1481}, {0.79433, 7.475}, {0.89125, 7.7942}, {1, 8.1052}, {1.122, 8.4081}, {1.2589, 8.7035},
{1.4125, 8.9912}, {1.5849, 9.272}, {1.7783, 9.547}, {1.9953, 9.8175}, {2.2387, 10.084}, {2.5119, 10.347},
{2.8184, 10.607}, {3.1623, 10.865}, {3.5481, 11.122}, {3.9811, 11.377}, {4.4668, 11.631}, {5.0119, 11.885},
{5.6234, 12.138}, {6.3096, 12.39}, {7.0795, 12.643}, {7.9433, 12.895}, {8.9125, 13.146}, {10, 13.398},
{11.22, 13.65}, {12.589, 13.902}, {14.125, 14.154}, {15.849, 14.405}, {17.783, 14.657}, {19.953, 14.909},
{22.387, 15.162}, {25.119, 15.414}, {28.184, 15.666}, {31.623, 15.918}, {35.481, 16.17}, {39.811, 16.423},
{44.668, 16.676}, {50.119, 16.928}, {56.234, 17.181}, {63.096, 17.433}, {70.795, 17.686}, {79.433, 17.939},
{89.125, 18.192}, {100, 18.445}, {112.2, 18.697}, {125.89, 18.95}, {141.25, 19.203}, {158.49, 19.456},
{177.83, 19.709}, {199.53, 19.962}, {223.87, 20.214}, {251.19, 20.467}, {281.84, 20.719}, {316.23, 20.972},
{354.81, 21.225}, {398.11, 21.477}, {446.68, 21.729}, {501.19, 21.981}, {562.34, 22.234}, {630.96, 22.486},
{707.95, 22.738}, {794.33, 22.99}, {891.25, 23.241}, {1000, 23.493}, {1122, 23.744}, {1258.9, 23.996},
{1412.5, 24.247}, {1584.9, 24.497}, {1778.3, 24.747}, {1995.3, 24.998}, {2238.7, 25.248}, {2511.9, 25.498},
{2818.4, 25.747}, {3162.3, 25.996}, {3548.1, 26.244}, {3981.1, 26.492}, {4466.8, 26.74}, {5011.9, 26.988},
{5623.4, 27.234}, {6309.6, 27.48}, {7079.5, 27.726}, {7943.3, 27.971}, {8912.5, 28.216}, {10000, 28.46}
```

Figura 5.21: inserimento dei valori della temperatura media del fluido T_f calcolati con il modello di Lamarche in Comsol 2D-assialsimmetrico

Il passo successivo è quello di implementare e graficare una funzione che sia in grado di interpolare i valori di temperatura descritti in Figura 5.21:

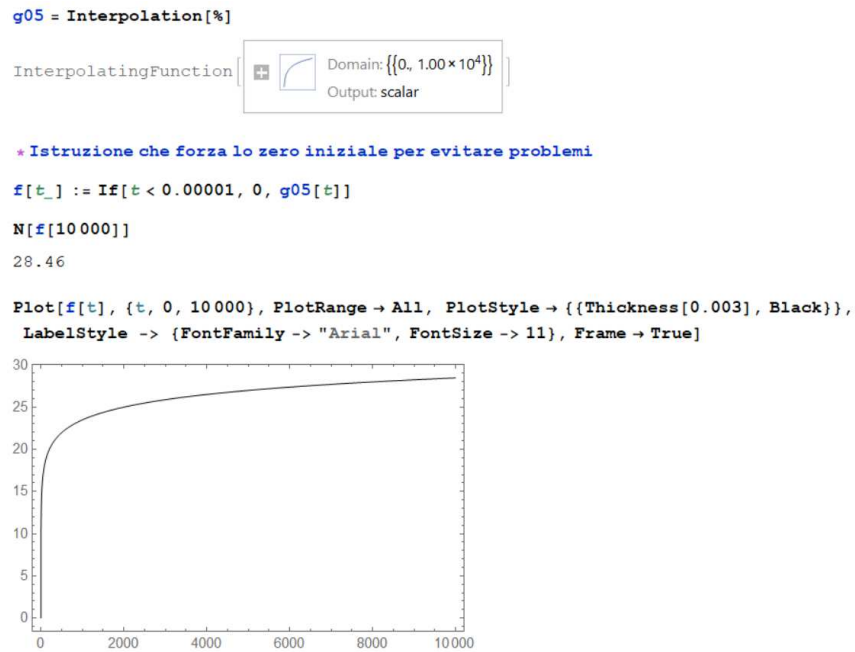


Figura 5.22: interpolazione del campo di temperatura media del fluido e rispettivo grafico

La temperatura media del fluido T_f prodotta dal carico termico orario si ottiene mediante l'implementazione dell'equazione mostrata in Figura 5.23:

$$T_f[t_] := \sum_{i=0}^{4391} A[[i+1]] * (f[t-i*t0] - f[t-(i+1)*t0])$$

Figura 5.23: calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Di seguito viene mostrato il grafico che mostra l'andamento della T_f :

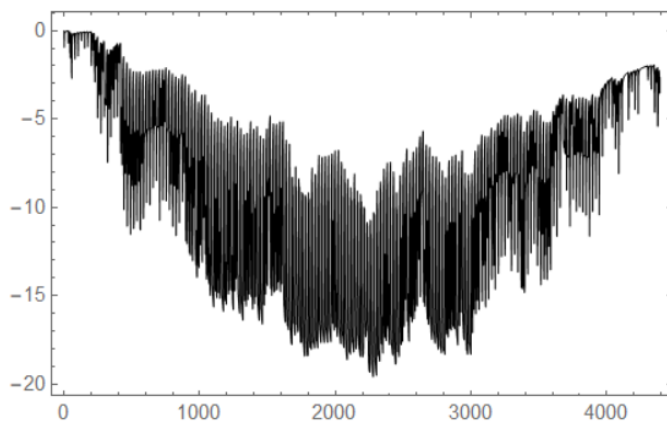


Figura 5.24: plot della T_f in Wolfram Mathematica

A questo punto si possono esportare i risultati di *Wolfram Mathematica* in un file Excel per poi poterli confrontare con i risultati che otterremo con i metodi *FLS* e *FCS*. Sarà importante analizzare anche la minima temperatura raggiunta dal fluido, per controllare che non sia prossima alla temperatura di congelamento del fluido stesso.

5.2.2 Implementazione del metodo *FCS* per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Per i metodi *FCS* e *FLS* vedremo che, analogamente a quanto svolto nel capitolo dedicato al caso estivo, si dovrà tenere conto della resistenza termica della sonda dopo avere eseguito le simulazioni: come input in *Mathematica* non si inserirà la temperatura media del fluido T_f come fatto per il modello di Lamarche, ma si inserirà la temperatura media all'interfaccia sonda-terreno, T_b .

Il file di *Mathematica* presenta gli stessi coefficienti orari A_i che sono stati inseriti per il modello di Lamarche; per quanto riguarda invece la matrice (t, T) , si inserisce la temperatura sulla superficie esterna della sonda, T_b , calcolata in COMSOL nel modello 2D-assial simmetrico (Figura 5.25).

Sonda singola

```
{0, 0}, {0.00001, 2.2022 E-14}, {0.00001122, 2.3305 E-14}, {0.000012589, 2.4398 E-14}, {0.000014125, 2.5385 E-14},  
{0.000015849, 2.608 E-14}, {0.000017783, 2.6303 E-14}, {0.000019953, 2.6051 E-14}, {0.000022387, 2.5584 E-14},  
{0.000025119, 2.4466 E-14}, {0.000028184, 2.2463 E-14}, {0.000031623, 1.9274 E-14}, {0.000035481, 1.5602 E-14},  
{0.000039811, 1.0775 E-14}, {0.000044668, 4.3393 E-15}, {0.000050119, -2.1986 E-15}, {0.000056234, -9.6683 E-15},  
{0.000063096, -1.7038 E-14}, {0.000070795, -2.3968 E-14}, {0.000079433, -2.9341 E-14}, {0.000089125, -3.2555 E-14},  
{0.0001, -3.2638 E-14}, {0.0001122, -2.8983 E-14}, {0.00012589, -2.1613 E-14}, {0.00014125, -1.1561 E-14},  
{0.00015849, 6.4291 E-16}, {0.00017783, 1.3675 E-14}, {0.00019953, 2.4532 E-14}, {0.00022387, 3.0474 E-14},  
{0.00025119, 2.9352 E-14}, {0.00028184, 2.0517 E-14}, {0.00031623, 5.709 E-15}, {0.00035481, -1.064 E-14},  
{0.00039811, -2.2061 E-14}, {0.00044668, -2.413 E-14}, {0.00050119, -1.6112 E-14}, {0.00056234, -1.5444 E-15},  
{0.00063096, 1.1939 E-14}, {0.00070795, 1.6676 E-14}, {0.00079433, 9.8361 E-15}, {0.00089125, -1.5451 E-15},  
{0.001, -9.4417 E-15}, {0.001122, -8.7804 E-15}, {0.0012589, -1.2773 E-15}, {0.0014125, 5.1934 E-15},  
{0.0015849, 4.1217 E-15}, {0.0017783, -1.2378 E-15}, {0.0019953, -3.1477 E-15}, {0.0022387, -1.2328 E-15},  
{0.0025119, 1.2375 E-15}, {0.0028184, 1.0756 E-15}, {0.0031623, -8.0374 E-17}, {0.0035481, 4.757 E-16},  
{0.0039811, 2.3004 E-15}, {0.0044668, 5.5442 E-15}, {0.0050119, 1.3192 E-14}, {0.0056234, 3.4615 E-14},  
{0.0063096, 9.1799 E-14}, {0.0070795, 2.6909 E-13}, {0.0079433, 7.9686 E-13}, {0.0089125, 2.236 E-12},  
{0.01, 6.0602 E-12}, {0.01122, 1.6058 E-11}, {0.012589, 4.0537 E-11}, {0.014125, 9.8191 E-11}, {0.015849, 2.3126 E-10},  
{0.017783, 5.0354 E-10}, {0.019953, 1.0221 E-09}, {0.022387, 1.9584 E-09}, {0.025119, 3.6185 E-09},  
{0.028184, 6.6863 E-09}, {0.031623, 1.4659 E-08}, {0.035481, 4.1061 E-08}, {0.039811, 1.4223 E-07},  
{0.044668, 5.0394 E-07}, {0.050119, 1.7727 E-06}, {0.056234, 5.8394 E-06}, {0.063096, 0.000018305},  
{0.070795, 0.000054823}, {0.079433, 0.00014455}, {0.089125, 0.00034794}, {0.1, 0.00077703}, {0.1122, 0.0016203},  
{0.12589, 0.0031715}, {0.14125, 0.0058745}, {0.15849, 0.010282}, {0.17783, 0.017099}, {0.19953, 0.027188},  
{0.22387, 0.041517}, {0.25119, 0.061122}, {0.28184, 0.086986}, {0.31623, 0.12013}, {0.35481, 0.16153},  
{0.39811, 0.21204}, {0.44668, 0.2723}, {0.50119, 0.34281}, {0.56234, 0.42387}, {0.63096, 0.51555}, {0.70795, 0.6181},  
{0.79433, 0.73132}, {0.89125, 0.85501}, {1, 0.98879}, {1.122, 1.1322}, {1.2589, 1.2849}, {1.4125, 1.4464},  
{1.5849, 1.616}, {1.7783, 1.7932}, {1.9953, 1.9775}, {2.2387, 2.1683}, {2.5119, 2.3654}, {2.8184, 2.568},  
{3.1623, 2.7755}, {3.5481, 2.9876}, {3.9811, 3.2039}, {4.4668, 3.4243}, {5.0119, 3.6481}, {5.6234, 3.875},  
{6.3096, 4.1045}, {7.0795, 4.3366}, {7.9433, 4.5711}, {8.9125, 4.8079}, {10, 5.0464}, {11.22, 5.2864},  
{12.589, 5.5278}, {14.125, 5.7705}, {15.849, 6.0148}, {17.783, 6.2602}, {19.953, 6.5063}, {22.387, 6.7531},  
{25.119, 7.0006}, {28.184, 7.2487}, {31.623, 7.4978}, {35.481, 7.7476}, {39.811, 7.9975}, {44.668, 8.2478},  
{50.119, 8.4983}, {56.234, 8.7491}, {63.096, 9.0005}, {70.795, 9.2522}, {79.433, 9.504}, {89.125, 9.7557},  
{100, 10.008}, {112.2, 10.26}, {125.89, 10.512}, {141.25, 10.765}, {158.49, 11.017}, {177.83, 11.27},  
{199.53, 11.522}, {223.87, 11.775}, {251.19, 12.028}, {281.84, 12.28}, {316.23, 12.533}, {354.81, 12.785},  
{398.11, 13.038}, {446.68, 13.29}, {501.19, 13.543}, {562.34, 13.795}, {630.96, 14.047}, {707.95, 14.299},  
{794.33, 14.551}, {891.25, 14.803}, {1000, 15.055}, {1122, 15.307}, {1258.9, 15.558}, {1412.5, 15.809},  
{1584.9, 16.061}, {1778.3, 16.312}, {1995.3, 16.563}, {2238.7, 16.813}, {2511.9, 17.063}, {2818.4, 17.313},  
{3162.3, 17.563}, {3548.1, 17.812}, {3981.1, 18.061}, {4466.8, 18.309}, {5011.9, 18.557}, {5623.4, 18.805},  
{6309.6, 19.053}, {7079.5, 19.299}, {7943.3, 19.545}, {8912.5, 19.791}, {10000, 20.035}
```

Figura 5.25: inserimento del campo di Temperatura media della superficie esterna della sonda T_b calcolato con il metodo FCS in Comsol 2D-assialsimmetrico

Di seguito è mostrata la funzione interpolazione della temperatura T_b ed il rispettivo grafico:

```
g05 = Interpolation[%]
```

```
InterpolatingFunction
```



```
* Istruzione che forza lo zero iniziale per evitare problemi
```

```
f[t_] := If[t < 0.00001, 0, g05[t]]
```

```
N[f[10000]]
```

```
20.04
```

```
Plot[f[t], {t, 0, 10000}, PlotRange -> All, PlotStyle -> {{Thickness[0.003], Black}},  
LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 11}, Frame -> True]
```

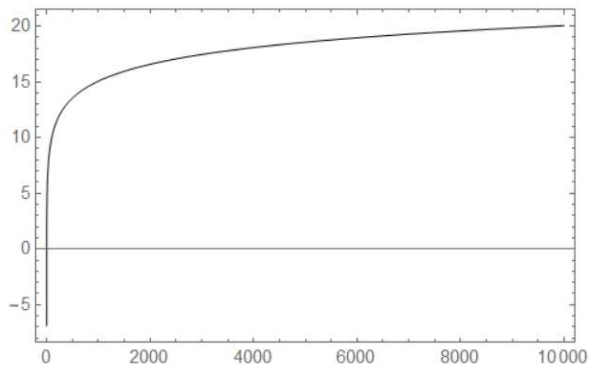


Figura 5.26: interpolazione della temperatura T_b e rispettivo grafico

Ora si calcola la temperatura mediata sulla lunghezza della sonda all'interfaccia sonda-terreno, \bar{T}_b , tramite l'equazione di Figura 5.23 e si ottiene il seguente grafico (Figura 5.27).

```
Plot[Ts[t], {t, 0, 4392}, PlotRange -> All, PlotStyle -> {{Thickness[0.003], Black}},  
LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 11}, Frame -> True]
```

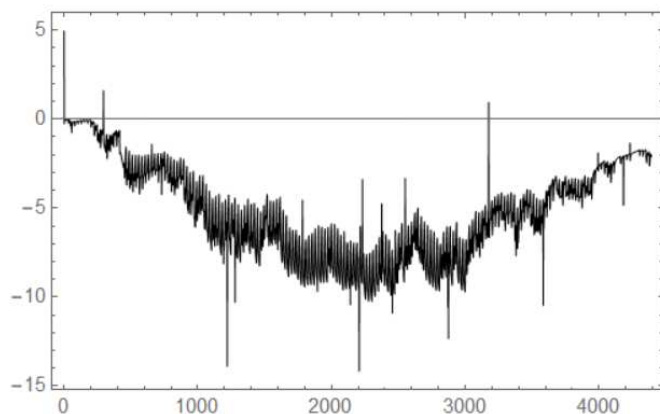


Figura 5.27: plot della \bar{T}_b in Wolfram Mathematica

Si esportano i risultati su un file Excel. Per ottenere la temperatura media del fluido, T_f , si applica l'equazione (74), sapendo che R_b è pari a $0.17057 \frac{\text{mK}}{\text{W}}$ e q_l è pari a 50 W/m. Dopodiché è possibile confrontare le temperature del fluido ottenute con il metodo *FCS* con quelle ottenute col modello di Lamarche.

5.2.3 Implementazione del metodo FLS per il calcolo della temperatura media del fluido prodotta dal carico termico orario

Come per il metodo *FCS*, la temperatura calcolata numericamente con il metodo *FLS* attraverso il software COMSOL risulta essere la temperatura media della superficie esterna della sonda, T_b . Di conseguenza per calcolare la temperatura media del fluido bisogna tenere conto della resistenza termica della malta, oltre che del carico termico orario.

Per quanto riguarda *Mathematica*, lo svolgimento è identico al caso estivo descritto in precedenza nel capitolo 5.1.35.1.2. Si inseriscono i risultati del campo di temperatura ottenuti dalla simulazione numerica di COMSOL (il capitolo 4.3 descrive le modalità di calcolo numerico). La matrice che si ottiene è la seguente:

Sonda singola

```
{0, 0}, {0.00001, 2.2022 E-14}, {0.00001122, 2.3305 E-14}, {0.000012589, 2.4398 E-14}, {0.000014125, 2.5385 E-14},
{0.000015849, 2.608 E-14}, {0.000017783, 2.6303 E-14}, {0.000019953, 2.6051 E-14}, {0.000022387, 2.5584 E-14},
{0.000025119, 2.4466 E-14}, {0.000028184, 2.2463 E-14}, {0.000031623, 1.9274 E-14}, {0.000035481, 1.5602 E-14},
{0.000039811, 1.0775 E-14}, {0.000044668, 4.3393 E-15}, {0.000050119, -2.1986 E-15}, {0.000056234, -9.6683 E-15},
{0.000063096, -1.7038 E-14}, {0.000070795, -2.3968 E-14}, {0.000079433, -2.9341 E-14}, {0.000089125, -3.2555 E-14},
{0.0001, -3.2638 E-14}, {0.0001122, -2.8983 E-14}, {0.00012589, -2.1613 E-14}, {0.00014125, -1.1561 E-14},
{0.00015849, 6.4291 E-16}, {0.00017783, 1.3675 E-14}, {0.00019953, 2.4532 E-14}, {0.00022387, 3.0474 E-14},
{0.00025119, 2.9352 E-14}, {0.00028184, 2.0517 E-14}, {0.00031623, 5.709 E-15}, {0.00035481, -1.064 E-14},
{0.00039811, -2.2061 E-14}, {0.00044668, -2.413 E-14}, {0.00050119, -1.6112 E-14}, {0.00056234, -1.5444 E-15},
{0.00063096, 1.1939 E-14}, {0.00070795, 1.6676 E-14}, {0.00079433, 9.8361 E-15}, {0.00089125, -1.5451 E-15},
{0.001, -9.4417 E-15}, {0.001122, -8.7804 E-15}, {0.0012589, -1.2773 E-15}, {0.0014125, 5.1934 E-15},
{0.0015849, 4.1217 E-15}, {0.0017783, -1.2378 E-15}, {0.0019953, -3.1477 E-15}, {0.0022387, -1.2328 E-15},
{0.0025119, 1.2375 E-15}, {0.0028184, 1.0756 E-15}, {0.0031623, -8.0374 E-17}, {0.0035481, 4.757 E-16},
{0.0039811, 2.3004 E-15}, {0.0044668, 5.5442 E-15}, {0.0050119, 1.3192 E-14}, {0.0056234, 3.4615 E-14},
{0.0063096, 9.1799 E-14}, {0.0070795, 2.6909 E-13}, {0.0079433, 7.9686 E-13}, {0.0089125, 2.236 E-12},
{0.01, 6.0602 E-12}, {0.01122, 1.6058 E-11}, {0.012589, 4.0537 E-11}, {0.014125, 9.8191 E-11}, {0.015849, 2.3126 E-10},
{0.017783, 5.0354 E-10}, {0.019953, 1.0221 E-09}, {0.022387, 1.9584 E-09}, {0.025119, 3.6185 E-09},
{0.028184, 6.6863 E-09}, {0.031623, 1.4659 E-08}, {0.035481, 4.1061 E-08}, {0.039811, 1.4223 E-07},
{0.044668, 5.0394 E-07}, {0.050119, 1.7727 E-06}, {0.056234, 5.8394 E-06}, {0.063096, 0.000018305},
{0.070795, 0.000054823}, {0.079433, 0.00014455}, {0.089125, 0.00034794}, {0.1, 0.00077703}, {0.1122, 0.0016203},
{0.12589, 0.0031715}, {0.14125, 0.0058745}, {0.15849, 0.010282}, {0.17783, 0.017099}, {0.19953, 0.027188},
{0.22387, 0.041517}, {0.25119, 0.061122}, {0.28184, 0.086986}, {0.31623, 0.12013}, {0.35481, 0.16153},
{0.39811, 0.21204}, {0.44668, 0.2723}, {0.50119, 0.34281}, {0.56234, 0.42387}, {0.63096, 0.51555}, {0.70795, 0.6181},
{0.79433, 0.73132}, {0.89125, 0.85501}, {1, 0.98879}, {1.122, 1.1322}, {1.2589, 1.2849}, {1.4125, 1.4464},
{1.5849, 1.616}, {1.7783, 1.7932}, {1.9953, 1.9775}, {2.2387, 2.1683}, {2.5119, 2.3654}, {2.8184, 2.568},
{3.1623, 2.7755}, {3.5481, 2.9876}, {3.9811, 3.2039}, {4.4668, 3.4243}, {5.0119, 3.6481}, {5.6234, 3.875},
{6.3096, 4.1045}, {7.0795, 4.3366}, {7.9433, 4.5711}, {8.9125, 4.8079}, {10, 5.0464}, {11.22, 5.2864},
{12.589, 5.5278}, {14.125, 5.7705}, {15.849, 6.0148}, {17.783, 6.2602}, {19.953, 6.5063}, {22.387, 6.7531},
{25.119, 7.0006}, {28.184, 7.2487}, {31.623, 7.4978}, {35.481, 7.7476}, {39.811, 7.9975}, {44.668, 8.2478},
{50.119, 8.4983}, {56.234, 8.7491}, {63.096, 9.0005}, {70.795, 9.2522}, {79.433, 9.504}, {89.125, 9.7557},
{100, 10.008}, {112.2, 10.26}, {125.89, 10.512}, {141.25, 10.765}, {158.49, 11.017}, {177.83, 11.27},
{199.53, 11.522}, {223.87, 11.775}, {251.19, 12.028}, {281.84, 12.28}, {316.23, 12.533}, {354.81, 12.785},
{398.11, 13.038}, {446.68, 13.29}, {501.19, 13.543}, {562.34, 13.795}, {630.96, 14.047}, {707.95, 14.299},
{794.33, 14.551}, {891.25, 14.803}, {1000, 15.055}, {1122, 15.307}, {1258.9, 15.558}, {1412.5, 15.809},
{1584.9, 16.061}, {1778.3, 16.312}, {1995.3, 16.563}, {2238.7, 16.813}, {2511.9, 17.063}, {2818.4, 17.313},
{3162.3, 17.563}, {3548.1, 17.812}, {3981.1, 18.061}, {4466.8, 18.309}, {5011.9, 18.557}, {5623.4, 18.805},
{6309.6, 19.053}, {7079.5, 19.299}, {7943.3, 19.545}, {8912.5, 19.791}, {10000, 20.035}
```

Figura 5.28: inserimento del campo di Temperatura media della superficie esterna della sonda T_b calcolato con il metodo FLS in Comsol 2D-assialsimmetrico

Di seguito è mostrato il grafico della funzione interpolazione della matrice di Figura 5.28:

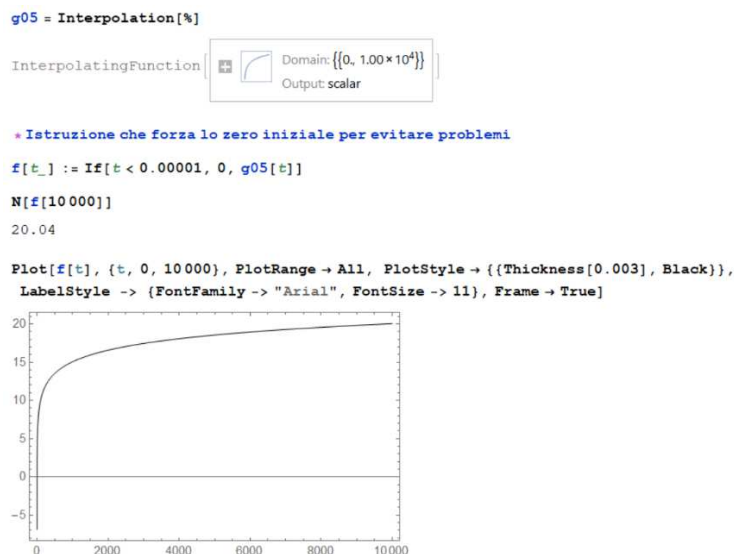


Figura 5.29: interpolazione del campo di temperatura T_b e rispettivo grafico

Ora si calcola la temperatura mediata sulla lunghezza della sonda all'interfaccia sonda-terreno tramite l'equazione di Figura 5.23 e si ottiene il seguente grafico (Figura 5.30):

```
Plot[Ts[t], {t, 0, 4392}, PlotRange -> All, PlotStyle -> {{Thickness[0.003], Black}},
LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 11}, Frame -> True]
```

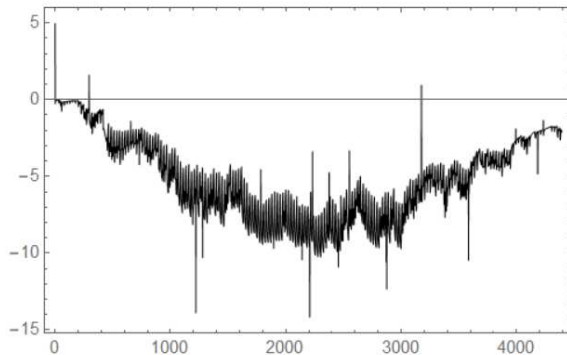


Figura 5.30: implementazione della temperatura mediata sulla lunghezza della sonda, prodotta dal carico termico e plot della \bar{T}_b in Wolfram Mathematica

Si esportano i risultati ottenuti in *Mathematica* su un file Excel; attraverso l'equazione (74) si può calcolare la temperatura del fluido mediata sulla lunghezza della sonda, prodotta dal carico termico orario. È possibile a questo punto confrontare i risultati del seguente metodo con quelli del modello di Lamarche.

Nel prossimo capitolo metteremo a confronto i tre metodi per la determinazione della temperatura oraria del fluido termovettore, mediata sulla lunghezza della sonda.

5.2.4 Confronto fra i risultati dei tre metodi

Una volta calcolata la temperatura media del fluido per ogni metodo, si mettono a confronto i risultati su Excel. Viene riportato un grafico dell'andamento della temperatura T_f per l'intera stagione invernale, ricordandosi che si tratta in realtà di un ΔT :

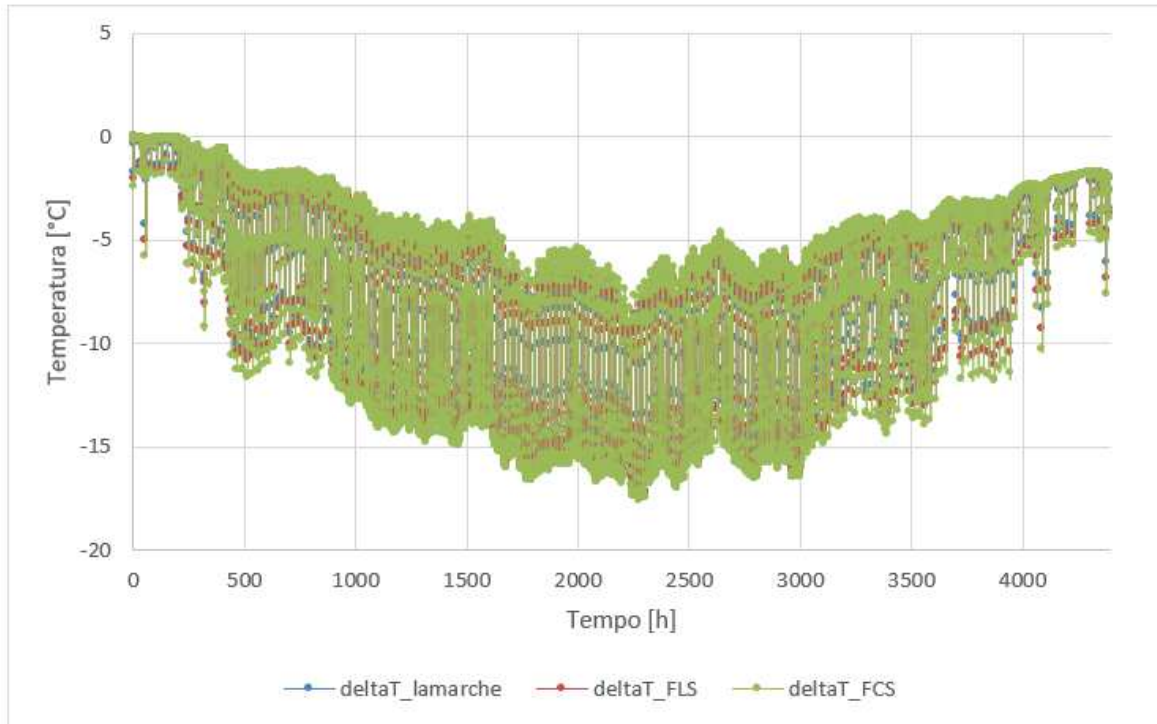


Figura 5.31: andamento della temperatura media del fluido per il periodo 15/10-15/04

Nel periodo invernale, si corre il rischio di andare incontro a congelamento del fluido in caso di errato dimensionamento del campo sonde. Si illustra di seguito il periodo più critico dell'intera stagione (Figura 5.32), cioè il periodo in cui il fluido raggiunge la temperatura minima:

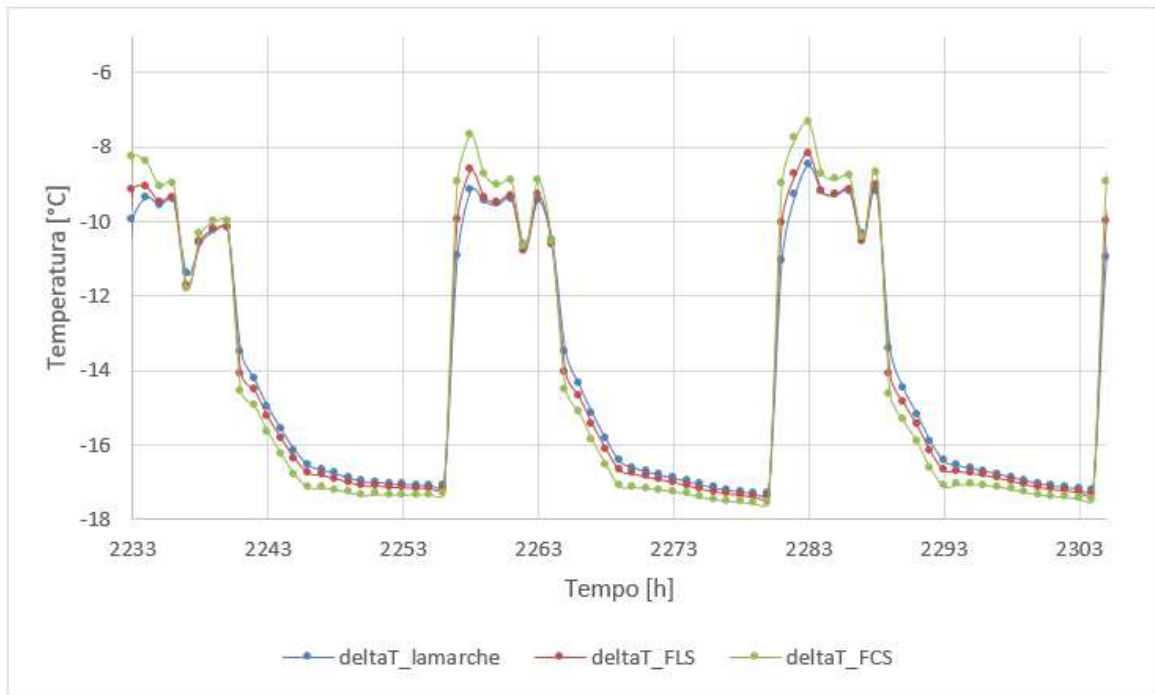


Figura 5.32: andamento della temperatura per il periodo 16/01-19/01

La temperatura minima del fluido è raggiunta all'ora 2280, cioè alle 23.00 del 17 gennaio:

$$\min[\Delta T_{lamarche}] = -17.32 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Per calcolarsi la temperatura minima del fluido, alla differenza di temperatura $\Delta T_{lamarche}$ va sommata la temperatura indisturbata del terreno ($T_g \approx 14 \text{ } ^\circ\text{C}$):

$$T_{\min_lamarche} = \min[\Delta T_{lamarche}] + T_g = -17.32 + 14 = -3.32 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Sapendo che la temperatura di congelamento per il fluido composto da acqua con 20% di glicole è pari a $-8 \text{ } ^\circ\text{C}$ (vedi Tabella 5.1), si può affermare che, anche per le ore più critiche, il fluido risulta essere in condizioni lontane da quelle di congelamento.

Dopo avere dimostrato che il fluido acqua+20% di glicole non rischia alcun tipo di congelamento, si vuole analizzare la precisione del metodo *FLS* e del metodo *FCS*.

A differenza del caso estivo, entrambi i metodi presentano errori più marcati. Come esempio viene di seguito riportato il grafico che mostra l'andamento della temperatura del fluido durante il 21 novembre:

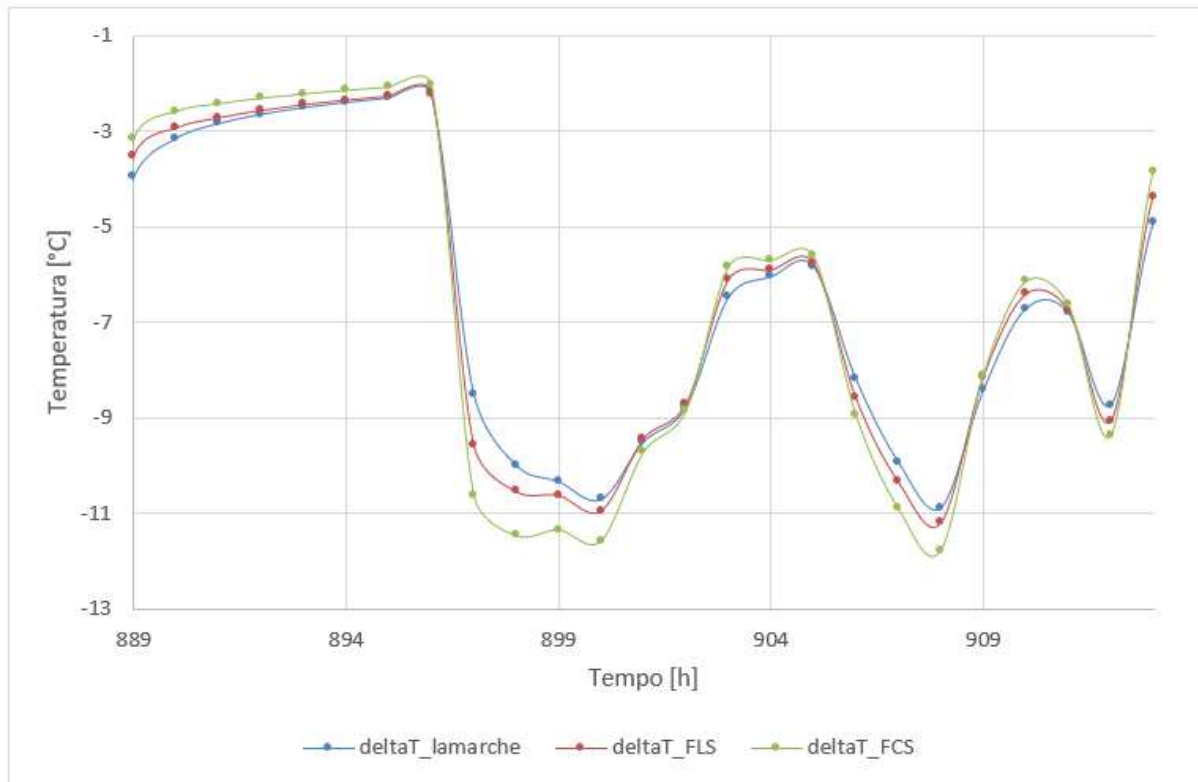


Figura 5.33: andamento della temperatura del 21/11

Dalla Figura 5.33 si nota che il metodo *FCS* tende a commettere errori persino maggiori di 2 °C (alle 08.00 l'errore è di circa 2.12 °C). Il metodo *FLS*, che risultava essere molto preciso nel caso estivo, presenta errori anche maggiori di 1 °C (alle 08.00 l'errore è di circa 1.07 °C).

Si è calcolato il massimo errore per entrambi i metodi:

$$\max |[(\bar{T}_s)_{lamarche} - (\bar{T}_s)_{FCS}]| \cong 2.14 \text{ °C}$$

$$\max |[(\bar{T}_s)_{lamarche} - (\bar{T}_s)_{FLS}]| \cong 1.09 \text{ °C}$$

Il massimo errore per il metodo *FCS* si ha il 28 ottobre alle ore 08.00 (Figura 5.34), mentre il massimo errore per il metodo *FLS* si ha il 2 febbraio alle 08.00 (Figura 5.35).

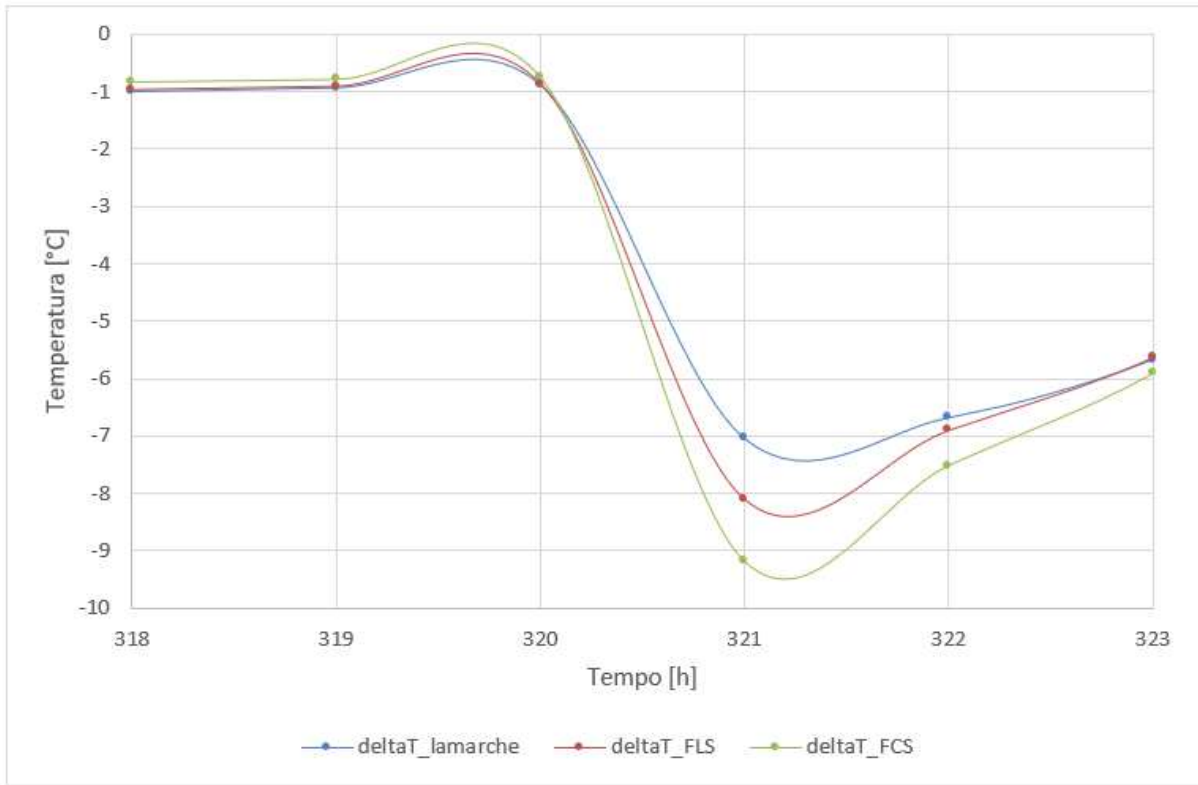


Figura 5.34: andamento della temperatura media del fluido del 28/10 dalle 05.00 alle 10.00

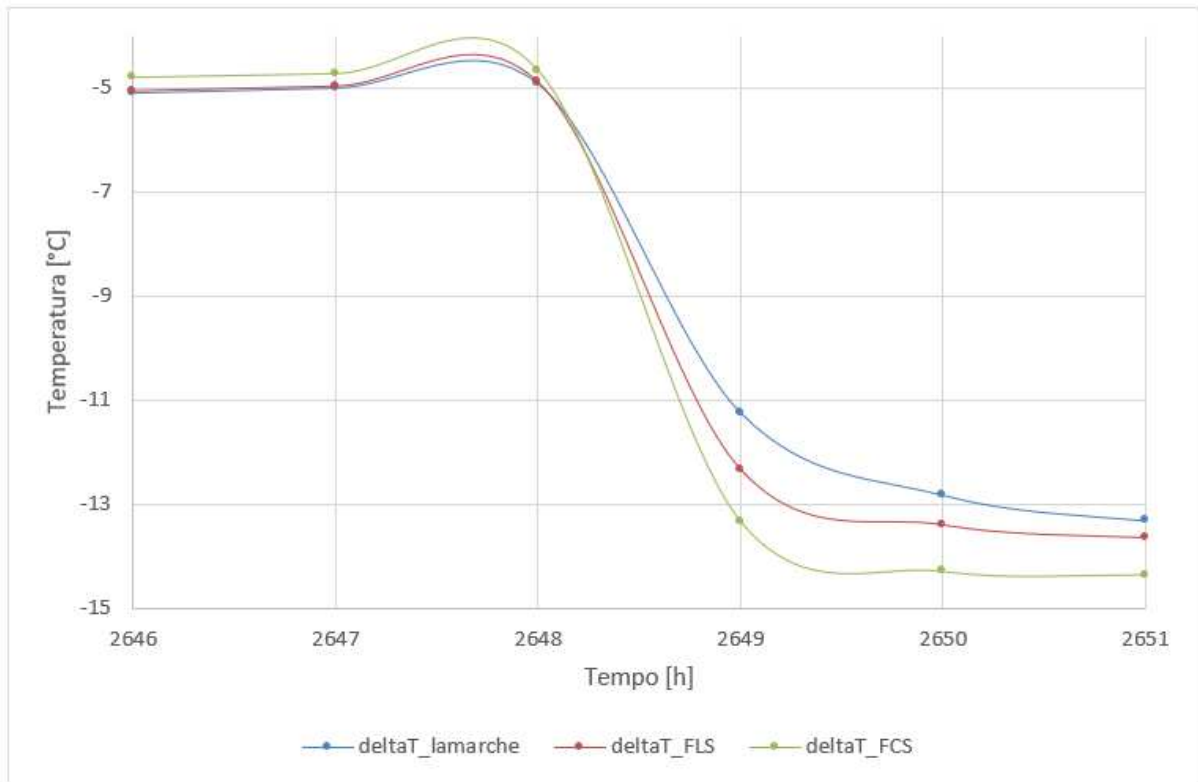


Figura 5.35: andamento della temperatura media del fluido del 02/02 dalle 05.00 alle 10.00

Si può notare che i metodi *FCS* e *FLS* commettono i maggiori errori quando si hanno dei salti importanti del carico termico orario. Nel caso estivo il carico termico variava lentamente e i metodi *FCS* e *FLS* risultavano abbastanza precisi. Nel caso invernale, invece, essendo presenti importanti salti del carico termico orario, i due metodi tendono a commettere errori rilevanti.

6 Conclusioni

È stata analizzata l'accuratezza di tre modelli di sonda geotermica, utilizzabili per determinare l'evoluzione nel tempo della temperatura media del fluido prodotta da un carico termico per unità di lunghezza costante o variabile nel tempo con scalini orari. Lo studio si è limitato all'analisi della risposta termica di una sonda singola, senza considerare gli effetti di interazione fra le sonde di un campo. Infatti, questi effetti si hanno nel lungo termine (diversi anni), mentre interessava valutare la correttezza dei modelli nel breve e medio termine, sotto l'effetto di carichi termici oscillanti.

I modelli considerati sono i due modelli tradizionali, Finite Cylindrical Source (FCS) e Finite Line Source (FLS), e un recente modello proposto dal ricercatore Louis Lamarche (Lamarche, L., *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 91, 2015, 800–807). Il primo modello schematizza la sonda come un cilindro cavo, che applica al terreno circostante una potenza per unità di area uniforme e costante. Il secondo schematizza la sonda come una linea di lunghezza finita, che eroga al terreno circostante una potenza per unità di lunghezza uniforme e costante. Il terzo considera le reali caratteristiche di resistenza termica e di capacità termica degli elementi costituenti la sonda, ma schematizza la geometria reale con una semplificata, avente simmetria cilindrica.

Dapprima è stata analizzata l'accuratezza del modello di Lamarche nel caso di carico termico costante nel tempo, confrontando l'evoluzione temporale della temperatura media del fluido che si ottiene con questo modello con quella ottenuta utilizzando la geometria reale. Poiché la parte critica è costituita dalle prime ore di funzionamento, si sono fatte simulazioni 2D agli elementi finiti con durata di sole cento ore, considerando il caso semplice di lunghezza della sonda infinita. Infatti, la lunghezza della sonda non ha effetto nel breve termine. Sono stati considerati 24 casi diversi di sonda a singolo tubo a U e 24 casi diversi di sonda a doppio tubo a U. I risultati hanno mostrato in tutti i casi una eccellente accuratezza del modello, che riproduce quasi identicamente l'evoluzione nel tempo della temperatura del fluido che si ottiene con il modello reale.

Quindi è stata calcolata con i tre diversi modelli l'evoluzione nel tempo della temperatura media del fluido per una sonda tipica a singolo tubo a U con lunghezza 100 m, sottoposta a un carico termico uniforme e costante per un tempo di funzionamento di 10000 ore. Lo studio è stato eseguito mediante simulazioni agli elementi finiti 2D assialsimmetriche. I risultati hanno mostrato scostamenti considerevoli dal modello di Lamarche nelle prime ore di funzionamento, specialmente per il modello FCS, che è quindi sconsigliato.

Infine, si è verificato se gli errori rilevanti trovati nel breve termine perdurano nel lungo termine, nelle simulazioni orarie con carico termico variabile. Utilizzando i risultati ottenuti con carico termico costante e la sovrapposizione degli effetti nel tempo, sono state ottenute simulazioni orarie di due sonde geotermiche tipiche

soggette a due diversi tipi di carico termico: uno estivo ed uno invernale. I risultati hanno mostrato che, se il carico termico presenta oscillazioni orarie rilevanti, gli errori di simulazione restano rilevanti per tutto il periodo. Gli errori sono maggiori, come prevedibile, per il modello FCS.

Poiché le simulazioni con il modello di Lamarche richiedono circa lo stesso tempo di calcolo di quello impiegato con i modelli più semplici, si suggerisce di utilizzare tale modello nelle simulazioni orarie di sonde geotermiche.

7 Riferimenti bibliografici

- Bandos, T. V., Montero, Á., Fernández, E., Santander, J. L. G., Isidro, J. M., Pérez, J., Fernandez de Cordoba, P. J., Urchueguía, J. F. (2009). Finite line-source model for borehole heat exchangers: effect of vertical temperature variations. *Geothermics*, 38(2), 263–270.
<https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2009.01.003>
- Ferrara, A. (2019). Utilizzo dell'inerzia termica dell'involucro edilizio per ottimizzare le prestazioni energetiche di un sistema a pompa di calore.
- Lamarche, L. (2015). Short-time analysis of vertical boreholes, new analytic solutions and choice of equivalent radius. *International Journal of Heat and Mass Transfer*.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.135>
- Rees, S. J. (2016). Advances in Ground-Source Heat Pump Systems. In *Advances in Ground-Source Heat Pump Systems*. <https://doi.org/10.1016/C2014-0-03840-3>
- Zanchini, E., & Lazzari, S. (2013). Temperature distribution in a field of long Borehole Heat Exchangers (BHEs) subjected to a monthly averaged heat flux. *Energy*.
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.06.040>
- Zanchini, E., Lazzari, S., Priarone, A. (2010). Improving the thermal performance of coaxial borehole heat exchangers. *Energy*. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2009.10.038>
- Zanchini, E. (2019). Dispense del corso di laurea di “Sistemi Solari e Geotermici” modulo 2.
- Zanchini, E., Jahanbin, A. (2018). Effects of the temperature distribution on the thermal resistance of double u-tube borehole heat exchangers. *Geothermics*.
<https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2017.07.009>
- Zanchini, E., Naldi, C. (2019). Energy saving obtainable by applying a commercially available M-cycle evaporative cooling system to the air conditioning of an office building in North Italy. *Energy*.
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.05.065>