

ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Sede di Forlì

Corso di Laurea Magistrale in  
INGEGNERIA MECCANICA

Classe LM-33

Tesi di Laurea in:

ING-IND/05: Impianti e Sistemi Aerospaziali

Sviluppo e validazione sperimentale  
di un banco prova di dinamica d'assetto  
per nanosatelliti

Candidato:  
Andrea Togni

Relatore:  
Prof. Dario Modenini

Correlatore:  
Anton Bahu

Anno Accademico: 2017-2018

Sessione: VI



*“Nos esse quasi nanos, gigantium humeris insidentes, ut possimus plura eis et remotiora videre, [...] quia in altum subvenimur et extollimur magnitudine gigantea.”*

Bernardo di Chartres



## Abstract

Il presente lavoro di tesi descrive il processo di potenziamento del banco prova Alma Test-Bed per la validazione dei sistemi di controllo d'assetto di nanosatelliti 3U. L'obiettivo è integrare un simulatore di Sole e migliorare la simulazione della microgravità.

La prima parte del lavoro svolto consiste nella progettazione funzionale e dettagliata della struttura atta a rendere il satellite insensibile all'accelerazione gravitazionale locale, permettendogli di assumere un range di configurazioni d'assetto ottimale per poterne testare il comportamento in orbita. Dato che le condizioni di microgravità possono essere riprodotte solamente tramite un controllo estremamente accurato del baricentro della struttura di appoggio del satellite, la progettazione è stata affrontata da molteplici punti di vista, sia tramite modelli analitici, che con analisi agli elementi finiti. I risultati delle simulazioni fatte sul sistema progettato permettono infine di stimare delle coppie di disturbo che rientrano nei limiti delle specifiche di progetto. Le deformazioni in gioco, la componentistica utilizzata, e i disturbi generati risultano in linea con lo stato dell'arte della tecnologia e con i risultati ottenuti da altri gruppi di ricerca in università estere.

La seconda parte del lavoro è incentrata invece sull'integrazione di un simulatore di Sole custom-made. Vengono analizzate le caratteristiche peculiari dei simulatori di Sole per classificare quello in uso, e descritte le leggi di ottica sfruttate per collimare il fascio di luce generato. La campagna sperimentale portata avanti ha permesso poi di valutare la bontà dei risultati ipotizzati e di tarare ed ottimizzare il sottosistema fino ad ottenere raggi luminosi quasi paralleli in un'ampia area illuminata, soddisfacendo in questa maniera il principale criterio delle specifiche. I risultati sperimentali indicano un risultato molto migliore delle specifiche di progetto, garantendo un ampio margine sulle stesse.



# Indice

1. Introduzione .....	1
1.1. Miniaturizzazione delle piattaforme satellitari.....	2
1.2. Ambiente spaziale .....	6
1.2.1. Classificazione dei disturbi d'assetto.....	7
1.2.2. Influenza del Sole .....	15
1.2.3. Influenza del campo magnetico terrestre .....	18
1.2.4. Influenza dell'atmosfera .....	22
1.2.5. Regioni operative .....	23
1.3. Stato dell'arte dei test-bed per ADCS.....	25
1.4. Banco prova dell'Università di Bologna.....	36
2. Progettazione del simulatore d'assetto.....	39
2.1. Modellazione piattaforma CubeSat 3U.....	40
2.2. Cinematica e dinamica dei satelliti.....	42
2.3. Disturbi d'assetto agenti sui 3U .....	44
2.4. Definizione delle linee guida di progettazione .....	48
2.5. Dinamica della piattaforma di simulazione d'assetto ..	49
2.6. Modellazione di baricentri e spostamenti ammissibili.	53
2.7. Modellazione analitica delle deformazioni .....	56
2.8. Identificazione dei materiali più adatti.....	66
2.9. Dimensionamento delle geometrie costruttive.....	71
2.10. Dimensionamento del sistema di bilanciamento.....	78
2.11. Disposizione componenti e modellazione CAD.....	84
2.12. Bilanciamento del banco prova .....	88
2.13. Validazione tramite FEA.....	89
2.14. Risultati.....	95
3. Implementazione del simulatore di Sole.....	96
3.1. Fondamenti di Ottica e Collimazione .....	96
3.2. Requisiti del simulatore di Sole e componentistica.	100
3.2.1. Sorgente .....	101
3.2.2. Collimatore .....	104
3.2.3. Sensore .....	105

3.3. Progettazione dei supporti e integrazione al banco prova .....	107
3.4. Campagna sperimentale .....	111
3.4.1. Ipotesi preliminari.....	111
3.4.2. Materiali e metodi.....	112
3.4.3. Stima errori di misura.....	115
3.4.4. Curva caratteristica $\Gamma$ .....	123
3.4.5. Analisi del comportamento di $\Gamma$ .....	129
3.4.6. Ottimizzazione della collimazione .....	136
3.4.7. Convalida della classe del simulatore.....	139
3.5. Risultati .....	147
4. Conclusioni .....	148
Appendice A.....	150
Appendice B.....	156
Appendice C.....	159
Appendice D.....	160
Bibliografia .....	161

## Simboli e Abbreviazioni

$\bar{B}$	Campo geomagnetico	[T]
$m_{sat}$	Massa complessiva del satellite	[kg]
$V$	Potenziale scalare magnetico	$\left[\frac{V \cdot s}{m}\right]$
$r$	Distanza dal centro terrestre	[m]
$a$	Raggio terrestre	[m]
$\theta$	Colatitudine terrestre	[rad]
$\phi$	Longitudine terrestre	[rad]
$h, g$	Coefficienti di Gauss	[T]
$\bar{F}_D$	Forza di attrito aerodinamico	[N]
$\rho_a$	Densità atmosferica	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$C_D$	Coefficiente di resistenza aerodinamica	[ ]
$A_a$	Superficie di attrito aerodinamico	[m <sup>2</sup> ]
$\bar{V}_r$	Velocità relativa tra satellite e atmosfera	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$\bar{a}_D$	Accelerazione di attrito aerodinamico	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
$R_{sol}$	Radiazione solare	[W]
$R_E$	Radiazione infrarossa della Terra	[W]
$A_E$	Albedo della Terra	[W]
$\bar{M}_G$	Coppia di disturbo gravitazionale	[Nm]
$R_c$	Distanza tra i baricentri di primario e satellite	[m]
$\underline{\underline{I}}$	Matrice principale d'inerzia del satellite	[kg · m <sup>3</sup> ]
$\bar{c}$	Coseni direttori riferiti al Nadir	[ ]
$\theta_s$	Angolo tra asse di simmetria del satellite e Nadir	[rad]
$\mu$	Costante gravitazionale terrestre	$\left[\frac{m^3}{s^2}\right]$
$dA$	Superficie infinitesima del satellite	[m <sup>2</sup> ]

$\alpha$	Angolo d'attacco	[rad]
$\hat{n}_A$	Versore entrante di $dA$	[ ]
$H(x)$	Funzione gradino di Heaviside	[ ]
$r_{cp}$	Distanza tra baricentro e centro di spinta aerodinamica	[m]
$\bar{C}_P$	Centro di spinta	[m]
$\bar{M}_A$	Coppia di disturbo aerodinamica	[Nm]
$\bar{S}$	Vettore di Poynting	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
$\bar{E}$	Campo elettrico in orbita	$\left[\frac{V}{m}\right]$
$\bar{H}$	Eccitazione magnetica sulle particelle cariche	[T]
$p_R$	Pressione di radiazione	[Pa]
$c$	Velocità della luce nel vuoto	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$A_p$	Superficie soggetta alla pressione di radiazione	[m <sup>2</sup> ]
$\bar{M}_R$	Coppia di disturbo di radiazione	[Nm]
$q$	Fattore di riflettanza del satellite	[ ]
$\bar{M}_M$	Coppia di disturbo magnetica	[N · m]
$\bar{m}_m$	Dipolo magnetico interno al satellite	[A m <sup>2</sup> ]
$N(m_d)$	Funzione di distribuzione cumulativa di massa dei detriti	[ ]
$m_d$	Massa dei detriti	[kg]
$v_d$	Velocità dei detriti	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$P_d$	Pressione equivalente dei detriti	[MPa]
$C_b$	Coefficiente balistico	$\left[\frac{kg}{m}\right]$
$R_{sol}$	Radiazione solare a 1 au	[W/m <sup>2</sup> ]
$R_E$	Radiazione IR della Terra	[W/m <sup>2</sup> ]
$A_E$	Albedo della Terra	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>LEO</b>	Low Earth Orbit	

<b><i>MEO</i></b>	Medium Earth Orbit	
<b><i>HEO</i></b>	High Earth Orbit	
<b><i>GEO</i></b>	Geosynchronous Orbit	
$\rho$	Rollio	[deg]
$\theta$	Beccheggio	[deg]
$\gamma$	Imbardata	[deg]
<b><i>CR</i></b>	Centro di istantanea rotazione	
$\mu_0$	Permeabilità magnetica dell'aria	$\left[\frac{H}{m}\right]$
$i$	Corrente di controllo della gabbia di Helmholtz	[A]
$N$	Numero di bobine nella gabbia di Helmholtz	[ ]
$\gamma_m$	Parametro geometrico della gabbia di Helmholtz	[ ]
$a$	Parametro geometrico della gabbia di Helmholtz	[ ]
<b><i>AM</i></b>	Air Mass Coefficient	
$L$	Cammino percorso dalla luce in atmosfera	[m]
$L_0$	Cammino minimo percorribile dalla luce in atmosfera	[m]
$I_M$	Irradianza massima di un simulatore di Sole	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
$I_m$	Irradianza minima di un simulatore di Sole	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
$\underline{\underline{I}}_{3U}$	Tensore d'inerzia nanosatellite 3U	[kg m <sup>2</sup> ]
$(x_{3U}, y_{3U}, z_{3U})$	Coordinate del centro di massa di un 3U rispetto al suo centro geometrico	[m]
$\bar{H}_{3U}$	Momento angolare nanosatellite 3U	$\left[kg \frac{m^2}{s}\right]$
$\bar{H}_{rr}$	Momento angolare del sistema di ruote di reazione	$\left[kg \frac{m^2}{s}\right]$
$\bar{M}_{est}$	Coppia risultante data da fenomeni estermi	[Nm]
$\underline{\underline{R}}_i^j$	Matrice di rotazione dal sistema di riferimento $i$ a quello $j$	[ ]

$\bar{\omega}_s$	Velocità angolare del satellite in esame	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$\bar{\Omega}_r$	Velocità angolare della ruota di reazione	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$\underline{\underline{I}}_{rr}$	Tensore d'inerzia della ruota di reazione	$[kg\ m^2]$
$\theta_s$	Angolo tra asse di simmetria del satellite e il nadir	$[deg]$
$R_T$	Raggio terrestre	$[m]$
$H$	Quota del satellite	$[m]$
$\bar{M}_{GT}$	Coppia di disturbo gravitazionale terrestre	$[Nm]$
$\bar{H}_{CR}$	Momento angolare del banco prova ridotto a CR	$\left[kg\ \frac{m^2}{s}\right]$
$\bar{r}$	Distanza tra CR e centro di massa del banco prova	$[m]$
$\bar{M}$	Massa totale del banco prova	$[kg]$
$\bar{v}_G$	Velocità del baricentro del banco prova	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$\bar{H}_G$	Momento angolare del banco prova ridotto al suo baricentro	$\left[kg\ \frac{m^2}{s}\right]$
$\bar{M}_{CR}$	Momenti ribaltanti con polo CR	$[Nm]$
$\bar{\omega}$	Velocità angolare del banco prova	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$\underline{\underline{I}}_{bp}$	Tensore d'inerzia del banco prova	$[kg\ m^2]$
$\bar{M}_{CR_a}$	Momento ribaltante dato dall'attrito aerodinamico	$[Nm]$
$\bar{B}_a$	Coefficienti d'attrito viscoso dell'aria	$[P]$
$\bar{\mu}$	Vettore prodotto scalare per vettore tra massa e posizione del relativo baricentro	$[kg\ m]$
$M_{3U}$	Massa nominale del nanosatellite 3U	$[kg]$
$M_{cp}$	Massa dei contrappesi del banco prova	$[kg]$
$M_{id}$	Massa ideale – somma di $M_{3U}$ e $M_{cp}$	$[kg]$
$M_{st}$	Massa della struttura	$[kg]$
$M_f$	Momento flettente	$[Nm]$
$E$	Modulo elastico	$[MPa]$

$I$	Momento d'inerzia scalare	$[kg\ m^2]$
$D$	Rigidezza flessionale della piastra	$[Nm]$
$h$	Spessore della piastra	$[m]$
$\nu$	Coefficiente di Poisson del materiale	$[ ]$
$r$	Raggio di curvatura della piastra inflessa	$[m]$
$w$	Freccia di deformazione della piastra inflessa	$[m]$
$V$	Taglio generalizzato agente sulla piastra	$[N]$
$R$	Raggio della piastra modellata	$[m]$
$\delta$	Freccia statica della trave – modello qualitativo	$[m]$
$l$	Lunghezza della trave – modello qualitativo	$[m]$
$\bar{F}$	Forza ortogonale all'asse della trave – modello qualitativo	$[N]$
$S$	Sezione resistente della trave – modello qualitativo	$[m^2]$
$\rho_t$	Densità della trave – modello qualitativo	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$\rho_p$	Densità della piastra – modello qualitativo	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$H_{sf}$	Geometria fondamentale di progettazione del banco prova: Altezza appoggio satellite	$[m]$
$R_m$	Geometria fondamentale di progettazione del banco prova: Raggio minimo per cui vale $L_{st}$	$[m]$
$L_{st}$	Geometria fondamentale di progettazione del banco prova: altezza struttura	$[m]$
$R_{supp}$	Raggio del supporto della semisfera	$[m]$
$l_{inc}$	Lunghezza incavo nel piatto	$[m]$
$\hat{u}_i$	Versori delle guide dei contrappesi di controllo fine	$[ ]$
$d_i$	Corsa lungo le guide dei contrappesi di controllo fine	$[m]$
$\bar{\rho}_i$	Posizione a corsa nulla dei contrappesi di controllo fine	$[m]$
$m_{cp}$	Massa dei contrappesi di controllo fine	$[kg]$

$\underline{I}_{bp}$	Tensore d'inerzia del banco prova	$[kg\ m^2]$
$x$	Distanza tra punto assiale e diottro	$[m]$
$f$	Distanza focale di un diottro	$[m]$
$n$	Indice di rifrazione assoluto del materiale	$[ ]$
$CCT$	Temperatura di colore di uno spettro	
$(x_S, y_S)$	Posizione relativa della sorgente rispetto al sensore di sole con pinhole	$[m]$
$(C_x, C_y)$	Posizione del semiconduttore illuminato nel sensore CMOS	$[m]$
$d_p$	Distanza sensore-pinhole	$[m]$
$\psi$	Risoluzione del sensore CMOS	$\left[\frac{pixel}{m}\right]$
$\bar{E}_s$	Errore di misura del sensore	$[pixel]$
$\bar{E}_m$	Errore di misura dovuto alla ripetibilità	$[pixel]$
$\bar{E}$	Errore di misura complessivo	$[pixel]$
$(x, y)$	Coordinate del centroide stimato nell'immagine acquisita	$[m]$
$\Delta\theta$	Divergenza del fascio luminoso	$[deg]$
$c_u$	Corsa utile – per cui vale $\Delta\theta < 1$	$[m]$
$p_1$	Coefficiente angolare della retta approssimante del tratto lineare	$\left[\frac{pixel}{m}\right]$
$c_0$	Centro di linearità	$[m]$
$d_c$	Distanza collimatore-sorgente	$[m]$
$L$	Distanza collimatore-sensore	$[m]$

# 1. Introduzione

La delineazione di una missione spaziale, dalla progettazione del satellite alla messa in orbita della costellazione, ha da sempre riguardato un progetto ad alto rischio/alto rendimento. Per ogni sistema lanciato dagli Stati Uniti d'America, il governo spende in media 3 miliardi di dollari, con un tempo di progettazione che si aggira intorno ai 10 anni (Wertz J. R., 2011).

Fino all'inizio del secolo scorso, i lunghi tempi di sviluppo e gli elevati costi di lancio impedivano agli istituti di ricerca e alle aziende con budget limitati di poter lanciare payload in orbita. La situazione ha cominciato a cambiare dal 1999, quando dall'Università di Stanford e dall'Università politecnica della California è stato proposto lo standard CubeSat. La standardizzazione di una piattaforma su cui montare i payload e i sottosistemi permette infatti di ridurre drasticamente i costi, soprattutto se accompagnata dalla miniaturizzazione di tutta la componentistica ausiliaria.

Classe	Sotto-classe	$m_{sat}$
Satellite grande		$> 1000 \text{ kg}$
Satellite medio		$500 - 1000 \text{ kg}$
Satellite piccolo	Minisatellite	$100 - 500 \text{ kg}$
	Microsatellite	$10 - 100 \text{ kg}$
	Nanosatellite	$1 - 10 \text{ kg}$
	Picosatellite	$0.1 - 1 \text{ kg}$
	Femtosatellite	$< 100 \text{ g}$

Tabella 1.1: Classificazione dei satelliti

## 1.1. Miniaturizzazione delle piattaforme satellitari

I CubeSat appartengono alla famiglia dei nanosatelliti, come riportato dalla Tabella 1.1, e a seconda delle caratteristiche della missione viene scelta la dimensione più adatta da utilizzare, componendo unità modulari di  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  dal peso massimo di  $1.33\text{ kg}$ . Esistono anche standard più piccoli, come il PocketQubeSat (max  $1\text{ kg}$ ), il TubeSat (max  $0.75\text{ kg}$ ), e il ThinSat (max  $0.25\text{ kg}$ ) (Cappelletti, 2018). La scarsa diffusione di questi può essere imputata all'attuale stato della miniaturizzazione dei payload per le missioni, non ancora sufficientemente maturo per adattarsi a piattaforme così piccole, e favorendo invece lo standard CubeSat. A riprova del successo di questo processo di miniaturizzazione, si riporta in Figura 1.1 il numero di lanci di nanosatelliti da quando è stato introdotto lo standard (Nanosats Database, 2019).

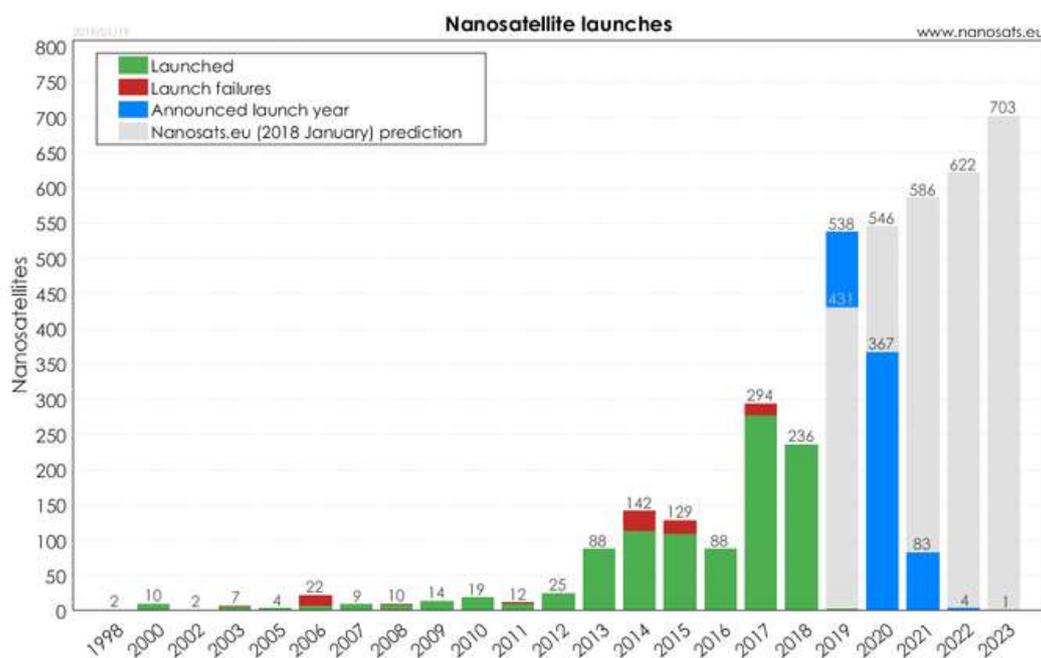


Figura 1.1: Lanci di nano-satelliti effettuati e annunciati nel periodo 1999-2023 (Nanosats Database, 2019)

Probabilmente il vantaggio principale di utilizzare piattaforme miniaturizzate non risiede nella standardizzazione di strutture e strumenti di per sé, ma nella possibilità di rompere quel circolo vizioso chiamato in bibliografia come “Space Cost Spiral”. Questo è schematizzato in Figura 1.2, e descrive come, a causa dei costi elevati, un programma spaziale possa attivare poche missioni, richiedendo quindi maggiore affidabilità di

strutture e sottosistemi. Questo, a sua volta, dilata i tempi di sviluppo e aumenta ulteriormente il costo di progettazione, riducendo ancor di più il numero di missioni attivabili (Wertz J. R., 2011).

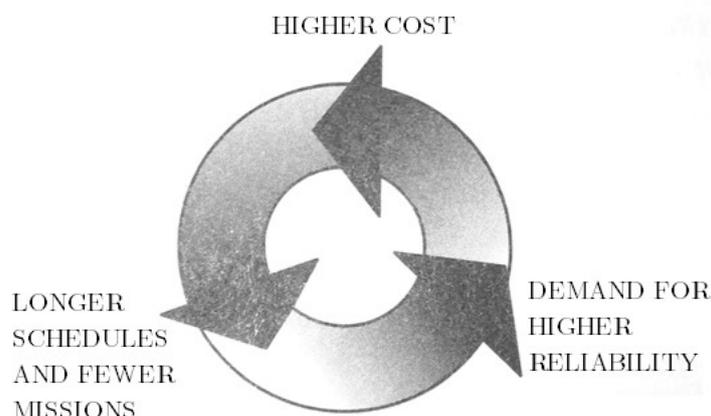


Figura 1.2: Space Cost Spiral (Wertz J. R., 2011)

L'adottare piattaforme dalle dimensioni modeste porta ad un approccio opposto alle missioni spaziali, il quale permette di rompere il circolo vizioso appena descritto. Schematicamente, i pregi della miniaturizzazione dei sistemi spaziali sono:

- Riduzione del rischio di missione: il rischio di missione è definito come il prodotto tra l'affidabilità complessiva del sistema lanciato e il costo (in termini monetari) associato all'impossibilità di completare la missione a seguito di una rottura critica. Missioni con un budget limitato, quindi, hanno intrinsecamente un rischio di missione contenuto a causa delle minori risorse investite. Frazionare una missione utilizzando un elevato numero di satelliti interconnessi permette sia di ridurre i tempi che i costi della progettazione (Weigel, 2006).
- Modernizzazione dei sottosistemi utilizzati: ridurre il tempo che intercorre tra la progettazione e il lancio di un satellite significa poter utilizzare componenti più recenti e performanti. Questo permette

inoltre di ridurre costi, tempistiche, e il rischio di missione (Brown, Long, Shah, & Eremenko, 2007).

- Aumento dell'accessibilità alle missioni spaziali: riducendo i costi associati al lancio di payload in orbita, l'ambiente extra-atmosferico diventa accessibile a istituti di ricerca, aziende, e paesi in via di sviluppo, con innumerevoli possibilità riguardo il monitoraggio ambientale e sociale, le telecomunicazioni, o gli esperimenti in micro-gravità (Seven Cubesats launched on Vega's maiden flight, 2012), (Topputo, 2014).
- Velocizzazione della maturazione tecnologica dei componenti: per ottenere sottosistemi affidabili è necessario utilizzare componenti testati e validati, e quindi con un valore elevato di Technology Readiness Level, o TRL (Gill, 2013). Poter portare piattaforme in orbita a basso costo e in pochi mesi risulta ideale per validare prototipi fisici (sensori, attuatori, etc.) e modelli (algoritmi di controllo, etc.).
- Industrializzazione delle soluzioni tecniche: un aumento del numero di missioni e degli attori in ambito aerospaziale favorisce lo sviluppo di soluzioni standard off-the-shelf. Questo permette un'ulteriore riduzione dei costi di missione ed un incremento dell'interesse da parte dell'industria (Wendling, 1992).
- Riduzione dei costi di lancio: utilizzare piattaforme modulari e dalle dimensioni ridotte rende possibile orbitare più payload con lo stesso lanciatore, e/o ridurre il costo per unità lanciata, potendo alloggiare in un vettore anche più di 100 nano-satelliti (Grush, 2017).

- Possibilità di sperimentazione in laboratorio: la miniaturizzazione delle piattaforme satellitare è accompagnata dalla possibilità di utilizzare banchi prova dalle dimensioni medio-piccole per validare algoritmi, sottosistemi, e strutture prima del lancio.

Risulta evidente il motivo per cui le soluzioni tecnologiche stiano convergendo verso la miniaturizzazione dei sistemi e lo sviluppo di soluzioni sempre più rapide per testare a terra i componenti da lanciare. In Figura 1.3 si riportano esempi in scala di satelliti dalle dimensioni estremamente variabili.

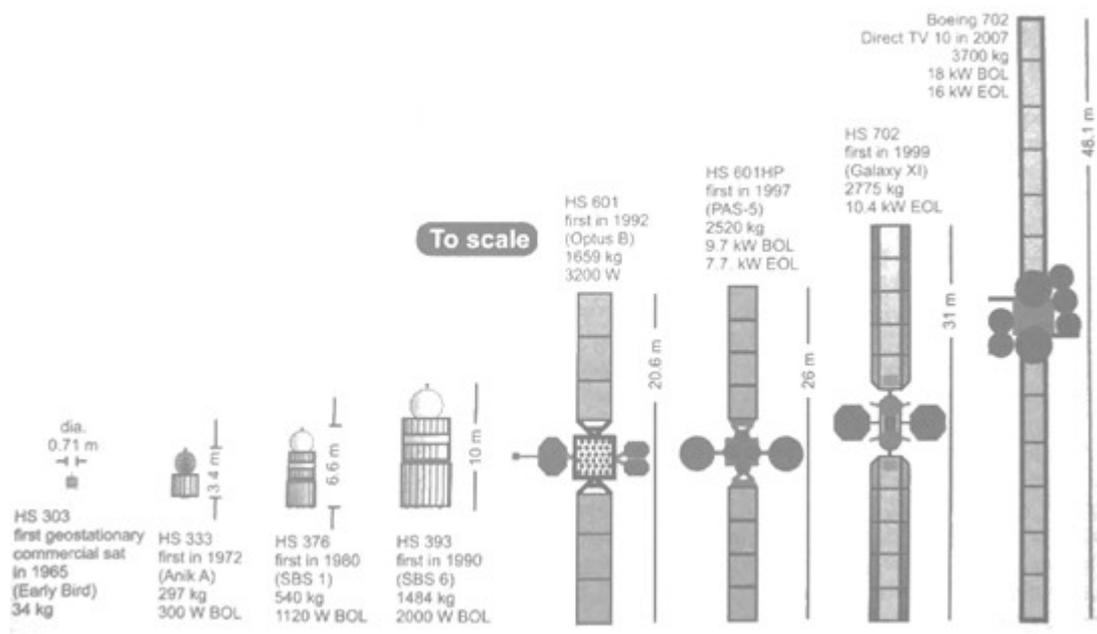


Figura 1.3: Esempi di grandi, medi, e piccoli satelliti in scala 500:1 (Wertz J. R., 2011)

## 1.2. Ambiente spaziale

Ogni missione spaziale è concepita, e successivamente ingegnerizzata, per raggiungere degli obiettivi specifici e garantire una durata minima al payload progettato. Per poter soddisfare entrambe queste richieste è opportuno conoscere approfonditamente l'ambiente spaziale e classificarne le interazioni con il sistema lanciato.

L'ambiente spaziale non ha una definizione formale. Approssimativamente, si può dire che un satellite fa il suo ingresso nell'ambiente spaziale dopo aver superato la linea di Karman – posta per definizione a 100 *km* di quota. Una volta raggiunta l'orbita, un satellite riceve sollecitazioni fluidodinamiche, elettromagnetiche, e termodinamiche che possono influire pesantemente sulla sua operabilità. Lo studio di queste sollecitazioni è portato avanti tramite la modellazione del *tempo meteorologico spaziale*: il monitoraggio della dinamica del sistema terra-sole e della sua influenza sull'atmosfera e sul campo magnetico terrestre. Questo studio risulta fondamentale per modellare i disturbi orbitali e d'assetto che agiscono sul satellite, in quanto, in orbita, anche coppie infinitesime (i.e.  $10^{-10}$  *Nm*) risultano determinanti.

### 1.2.1. Classificazione dei disturbi d'assetto

Per ottenere un controllo d'assetto preciso è fondamentale conoscere e modellare opportunamente l'influenza dei fattori esterni sul satellite in oggetto. Nello specifico, le cosiddette "coppie di disturbo" possono influenzare l'accuratezza del controllo d'assetto. Una classificazione preliminare delle coppie di disturbo può essere fatta in funzione della loro origine:

- Coppie interne: dipendenti univocamente dal moto di oggetti, componenti o fluidi all'interno del satellite.
- Coppie esterne: dipendenti dall'interazione del satellite con l'ambiente spaziale.

Per i nanosatelliti, le coppie di disturbo interne possono essere trascurate, in quanto, sono solitamente date dai sistemi di controllo d'assetto come magnetic torquers, ruote di reazione, o micro-thrusters. In sistemi più grandi e complessi questa semplificazione non può essere fatta, in quanto può essere presente, ad esempio, lo sloshing del carburante. Le coppie di disturbo esterne devono invece essere opportunamente modellate per essere compensate. Queste sono classificabili in:

- Coppie gravitazionali
- Coppie aerodinamiche
- Coppie da radiazione
- Coppie magnetiche
- Coppie da urti

## Coppie gravitazionali

Le coppie gravitazionali sono generate dalla non-uniformità del campo gravitazionale in cui il satellite è immerso. Questa non-uniformità è naturale, data dalla fisica del problema, e dipende dal quadrato della distanza tra i corpi attratti. Affinché si generino delle coppie gravitazionali, inoltre, devono esserci delle asimmetrie nella distribuzione di massa del satellite. Concettualmente, avviene che alcune parti del satellite (quelle a potenziale maggiore) risultano attratte maggiormente dal corpo primario. La coppia  $\bar{M}_G$  risultante è quella descritta equivalentemente dalle equazioni (1.1) e (1.2). La dimostrazione completa, a causa della sua lunghezza, è riportata in Appendice A.

$$\bar{M}_G = 3 \left( \frac{\mu}{R_c^3} \right) \begin{bmatrix} (I_3 - I_2)c_2c_3 \\ (I_1 - I_3)c_3c_1 \\ (I_2 - I_1)c_1c_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$|M_G| = \frac{3\mu}{2R_c^3} |\max\{I_{ii}\} - \min\{I_{ii}\}| \sin(2\theta_s) \quad (1.2)$$

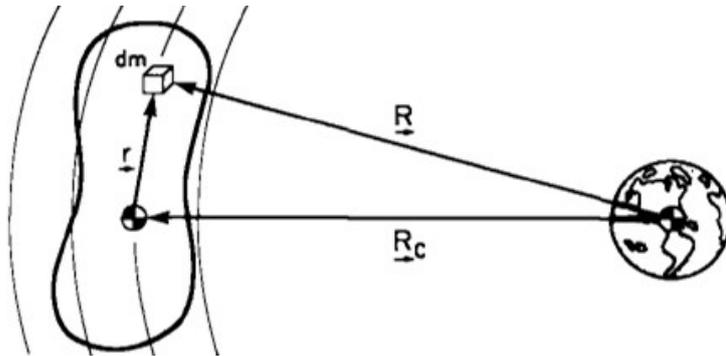


Figura 1.4: Vettori di attrazione gravitazionale tra corpo primario e secondario non puntiforme (Hughes, 2004)

Come è possibile osservare, la coppia di disturbo gravitazionale dipende principalmente dalla distribuzione di massa del satellite, e quindi dalla sua matrice d'inerzia  $\underline{I}$ , dall'assetto di questo, in quanto  $\bar{c}$  definisce dei coseni direttori, e dall'orbita stessa. Dal punto di vista pratico, ci si può aspettare le coppie gravitazionali quando un asse di simmetria del satellite non coincide col versore del nadir.

## Coppie aerodinamiche

Le coppie aerodinamiche sono generate dall'urto (e conseguente trasferimento di quantità di moto) tra le molecole atmosferiche e il satellite. Questo scambio di energia causa una continua dissipazione dell'energia meccanica accumulata dal satellite, ed è quindi assolutamente da evitare, a meno che il rientro in atmosfera sia l'obiettivo. Ad altitudini a cui è possibile stabilire un'orbita stabile, l'ipotesi fluidodinamica del continuo degenera in una trattazione simile alla teoria cinetica dei gas, detta *free-molecular flow*. Tale modello approssima in maniera ottima il comportamento delle molecole rarefatte, in quanto si parla di un cammino libero medio delle particelle anche superiore al chilometro. A questo modello è poi possibile aggiungere delle ipotesi semplificative per calcolare le coppie di disturbo aerodinamiche con una buona precisione, ovvero:

- Ipotesi 1: La quantità di moto delle molecole atmosferiche è trasferita interamente al satellite durante l'urto.
- Ipotesi 2: Il moto delle molecole dovuto ad effetti termici è molto più piccolo della velocità del satellite attraverso lo spazio.
- Ipotesi 3: Per satelliti in rotazione, il moto relativo tra le superfici è molto inferiore alla velocità del centro di massa

Definita la velocità relativa del satellite  $\bar{V}_r$ , è possibile definire l'angolo di attacco  $\alpha$  rispetto a una superficie infinitesima  $dA$  come:

$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \arccos(\bar{V}_R \cdot \hat{n}_A) \quad (1.3)$$

Dove  $\hat{n}_A$  identifica il versore entrante in  $dA$ . La forza trasferita a tale superficie durante l'urto è definita da:

$$d\bar{F}_D = \rho_a V_r^2 \cos(\alpha) dA \hat{V}_r \quad (1.4)$$

Dove, per avere un riscontro reale, deve valere  $\cos(\alpha) \in [0,1]$ . Nota la forza applicata su  $dA$  è quindi possibile integrare:

$$\bar{F}_D = \iint H(\cos(\alpha)) \rho_a V_R^2 \cos(\alpha) dA \hat{V}_R \quad (1.5)$$

$$\bar{M}_C = \iint H(\cos(\alpha)) \rho_a V_R^2 \cos(\alpha) \bar{r} dA \wedge \hat{V}_R \quad (1.6)$$

Dove è stata introdotta la funzione gradino di Heaviside:

$$\begin{cases} H(x) = 1 & \leftarrow x \geq 0 \\ H(x) = 0 & \leftarrow x < 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

E il vettore  $\bar{r}$  che identifica la posizione di  $dA$  rispetto al centro di massa  $C$  (vedi Figura 1.5). Ipotizzando che il satellite abbia un moto puramente traslatorio, si ottiene il risultato canonico di:

$$\bar{F}_D = (\rho_a V_R^2 A_a) \hat{V}_R \quad (1.8)$$

$$\bar{M}_A = \bar{C}_P \wedge (\rho_a V_R^2 A_a) \hat{V}_R \quad (1.9)$$

Dove  $\bar{C}_P$  identifica il centro di spinta della superficie complessiva del satellite.

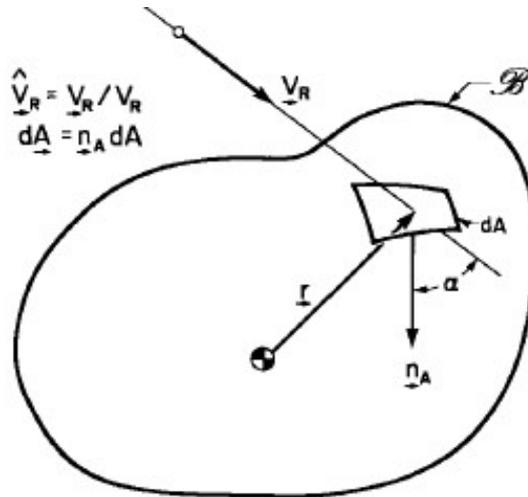


Figura 1.5: Modello del satellite per definire la coppia di disturbo aerodinamica (Hughes, 2004)

## Coppie da radiazione

La radiazione elettromagnetica è solitamente associata a uno scambio energetico dal punto di vista termodinamico. È altrettanto vero che a un fascio di fotoni è possibile associare un flusso di quantità di moto, per quanto piccolo. Questo flusso, se viene a contatto con una superficie solida, viene arrestato esercitando una pressione su quest'ultima. La trattazione è simile a quella per le coppie aerodinamiche. Considerata una superficie infinitesima  $dA$  che assorbe tutta la radiazione incidente, la forza a cui questa è soggetta è descritta dall'equazione (1.10).

$$d\bar{F}_R = p \cos(\alpha) \bar{S} dA \quad (1.10)$$

Dove il vettore di Poynting  $\bar{S}$  è definito tramite il campo elettrico  $\bar{E}$  e l'eccitazione magnetica  $\bar{H}$ :

$$d\bar{S} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{E} \wedge \bar{H} \quad (1.11)$$

La pressione esercitata sulla superficie, invece, è definita dalla (1.12).

$$p_R = \frac{\bar{S}}{c} \quad (1.12)$$

Il procedimento è equivalente a quello utilizzato per valutare le coppie aerodinamiche, per cui, richiamando i procedimenti di (1.5), (1.6), e (1.7), si ottiene:

$$\bar{F}_R = p_R A_p \hat{S} \quad (1.13)$$

$$\bar{M}_R = \bar{C}_P \wedge p_R A_p \hat{S} \quad (1.14)$$

Dove la (1.14) definisce il valore della coppia di disturbo dovuta alla pressione di radiazione. In realtà, risulta opportuno tenere conto della

riflettanza della superficie irradiata. La (1.14) deve quindi essere riscritta come:

$$\bar{M}_R = \bar{C}_P \wedge p A_p \hat{S} (1 + q) \quad (1.15)$$

Dove  $q \in \mathbb{R}$ , il fattore di riflettanza, appartiene all'intervallo  $[0, 1]$ . Generalmente i satelliti sono composti sia da superfici assorbenti (come i pannelli solari) che da superfici riflettenti (come il frame esterno).

La principale fonte di pressione di radiazione è certamente il sole. Nei pressi della terra, la pressione di radiazione è fondamentalmente costante, e pari a:

$$p_R = 4.5 \times 10^{-6} \text{ N} / \text{m}^2 \quad (1.16)$$

Tale valore può variare del 6% durante l'anno a causa dell'eccentricità dell'orbita terrestre. In aggiunta a questo, in caso di satelliti in orbita bassa è bene modellare anche l'effetto della radiazione riflessa dalla Terra. Il valore di questa è variabile, e compreso tra  $3 \times 10^{-8} \text{ N}/\text{m}^2$  e  $2 \times 10^{-6} \text{ N}/\text{m}^2$  (Hughes, 2004).

## Coppie magnetiche

Le coppie magnetiche sono dovute ai conduttori e ai dispositivi percorsi da corrente presenti sul satellite. Questi interagiscono con la magnetosfera terrestre generando delle coppie sul satellite stesso. Le coppie magnetiche sono definite dall'equazione (1.17).

$$\bar{M}_M = \bar{m}_m \wedge \bar{B} \quad (1.17)$$

Nella (1.17) è bene sottolineare che  $\bar{m}_m$  indica un dipolo magnetico, dovuto alla struttura dello stesso satellite. Tale dipolo si ha quando sono presenti materiali magnetici a bordo, o dei circuiti chiusi percorsi da corrente.  $\bar{B}$  è il campo magnetico terrestre, definito dal modello IGRF che

verrà introdotto nella sezione 1.2.3. Per completezza si esplicita che, in via del tutto teorica, sarebbe possibile valutare anche la coppia dovuta al gradiente magnetico all'interno del satellite (variazione di  $\bar{m}_m$  e  $\bar{B}$ ). Tale coppia, però, è fondamentalmente trascurabile, tant'è che non è mai stata fatta una modellazione completa di questa.

### Coppie da urti

La trattazione delle coppie di disturbo generate dall'impatto del satellite con micro-meteoriti o detriti orbitali si basa su un'ipotesi di similitudine con la pressione di radiazione. Definita una distribuzione cumulativa di massa  $N(m_d)$  sulla base dei dati statistici disponibili, il flusso (equivalente a quello fluidodinamico) di micro-meteoriti con massa compresa tra  $m$  e  $m + dm$  può essere definito tramite la (1.18)

$$- \left( \frac{dN}{dm_d} \right) dm_d \quad (1.18)$$

Per cui, integrando la quantità di moto di tale flusso, è possibile ottenere la pressione equivalente esercitata da questo, descritta dalla (1.19).

$$p_d = - \int_{m_1}^{m_2} m_d v_d \left( \frac{dN}{dm} \right) dm \quad (1.19)$$

Questa modellazione, seppure semplicistica, permette una stima preliminare delle coppie di disturbo generate da urti in orbita. In aggiunta, in caso di espulsione di materiale dal satellite a seguito dell'urto, ci sarà un ulteriore contributo al disturbo, per cui il modello utilizzato risulta solo parzialmente completo. Inoltre, in caso di urti con corpi massicci, il satellite potrebbe verosimilmente diventare non-operativo.

Per concludere, con i dati disponibili è possibile stimare, per micro-meteoriti fino a  $10^{-3}$  *kg* di massa, un contributo alle coppie di disturbo equivalente a una pressione di:

$$p_d < 10^{-10} \text{ N/m}^2 \quad (1.20)$$

Confrontando la (1.16) con la (1.20), risulta quindi che il disturbo dovuto a impatti non distruttivi con micro-meteoriti è praticamente trascurabile anche in un ambiente caratterizzato da sollecitazioni infinitesime come lo spazio.

### 1.2.2. Influenza del Sole

Il Sole risulta essere, anche indirettamente, la principale causa di incertezza nelle missioni spaziali: il Sole emette energia e particelle cariche in maniera variabile e in funzione dell'attività solare, influenzando l'atmosfera e il campo magnetico terrestre. Per monitorare l'attività solare, il principale parametro sotto controllo è l'indice F10.7. Tale indice misura – in  $W\ Hz/m^2$  – il flusso elettromagnetico giornaliero medio proveniente dal sole di lunghezza d'onda 10.7 cm che raggiunge il sistema. L'indice F10.7 è estremamente importante perché può essere misurato quotidianamente e permette di stimare la quantità di radiazione responsabile della fotoionizzazione degli strati superiori dell'atmosfera. È bene considerare che il flusso è estremamente variabile nel breve periodo (nell'arco di qualche giorno), come dimostrato dalla Figura 1.6, mentre un trend può essere estrapolato, definendo il periodo medio del ciclo solare di 11 anni.

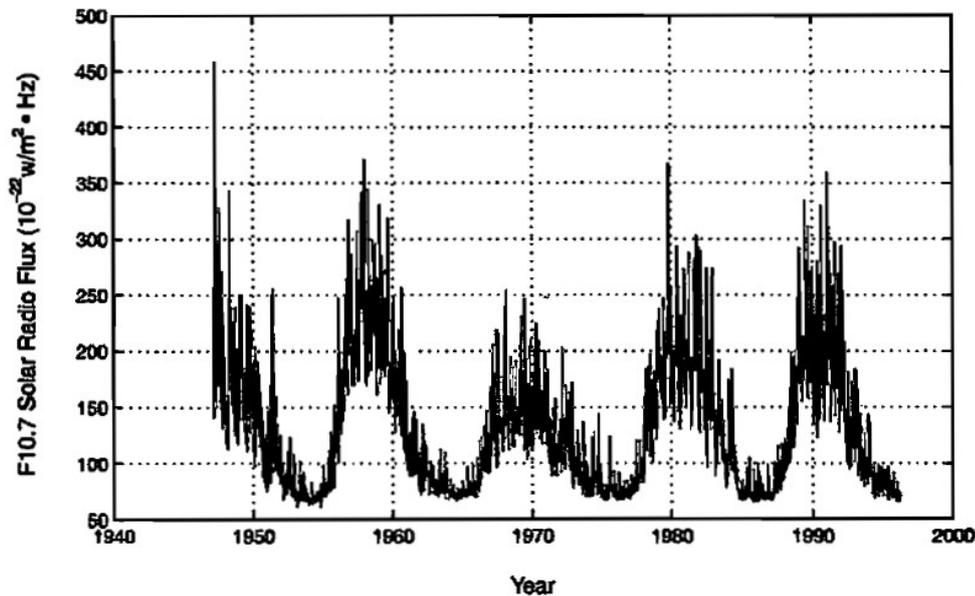


Figura 1.6: Dati storici dell'indice F10.7 (Wertz J. R., 2011)

Un riscaldamento degli strati superiori dell'atmosfera, così come causato dalla fotoionizzazione delle molecole di gas, è associato ad un suo incremento in termini di volume. Questo causa una forte variabilità dell'inizio della termosfera, e un grande problema dal punto di vista della pianificazione di una missione spaziale: il tempo operativo di missione è

fortemente influenzato dal drag atmosferico. Come riportato in Figura 1.7, la densità dell'atmosfera è fortemente influenzata dall'attività solare, rendendo necessaria una previsione adeguata di questa.

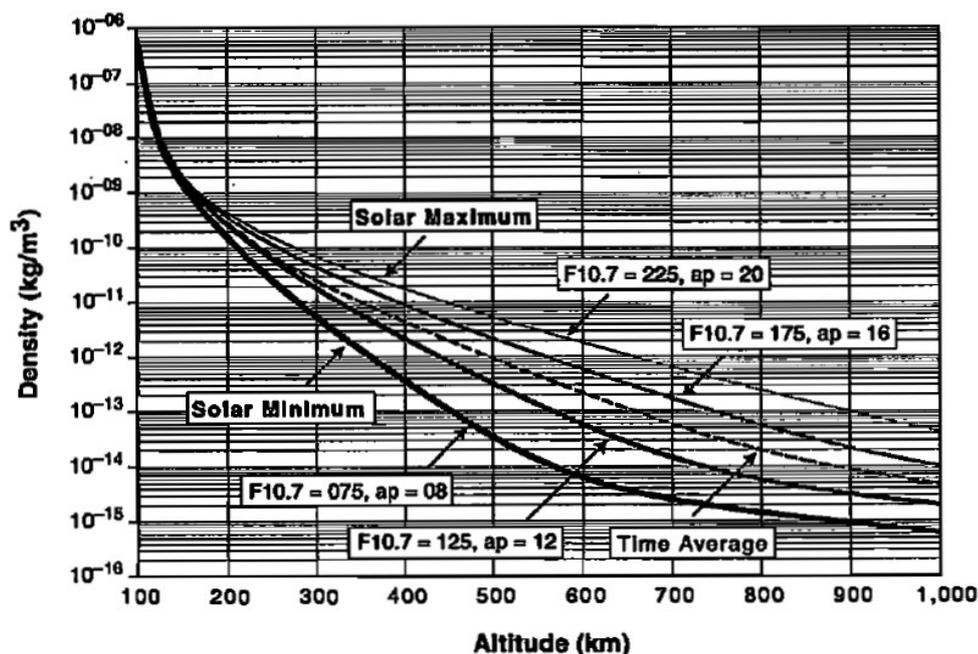


Figura 1.7: Densità atmosferica al variare della quota e dell'indice F10.7 (Wertz J. R., 2011)

La presenza del Sole sollecita i satelliti, oltre che tramite l'influenza sull'atmosfera, anche dal punto di vista termodinamico. È importante sottolineare che l'energia irradiata verso il satellite non deriva solamente dal sole stesso, ma anche dall'albedo del pianeta e dalla radiazione IR dello stesso. Il contributo energetico del Sole è comunque immediatamente determinabile nei pressi dell'orbita terrestre, ed è pari alla costante solare:  $1367 \text{ W/m}^2$ . Risulta quindi fondamentale, dal punto di vista della progettazione, stimare sia il contributo energetico dovuto alla vicinanza del pianeta che quello dato dall'irraggiamento solare.

Un ulteriore punto da considerare è anche quello della sollecitazione meccanica (in termini di pressione) dovuta al vento solare. Il vento solare è un flusso di particelle cariche emesse dalla corona solare. Riprendendo le considerazioni precedenti, il contatto tra queste particelle e un corpo in orbita causa coppie meccaniche di disturbo che possono modificare sensibilmente l'assetto di un satellite, se non opportunamente monitorate e compensate.

Infine, il vento solare della stella influisce direttamente sulla magnetosfera terrestre: l'intensità del flusso di particelle cariche deforma il campo magnetico terrestre, per cui non è facile predire, localmente, l'intensità del campo in cui è immerso un satellite.

### 1.2.3. Influenza del campo magnetico terrestre

Il campo magnetico terrestre è assimilabile a quello generato da un dipolo magnetico. I poli di quest'ultimo non coincidono con quelli geografici, come visibile in Figura 1.8, e hanno una velocità di spostamento variabile (Thébault, 2015).

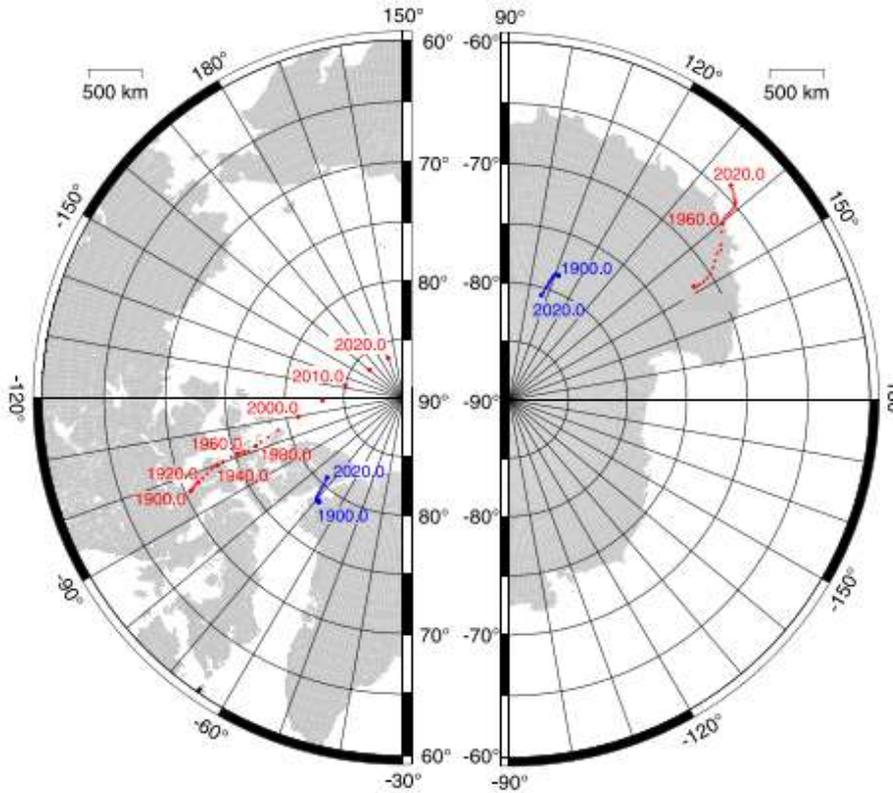


Figura 1.8: Variazione del dipolo magnetico terrestre nel periodo 1900-2015 (Thébault, 2015)

Esistono due modelli internazionalmente accettati per descrivere il campo magnetico terrestre: il *World Magnetic Model* e l'*International Geomagnetic Reference Field*. Il modello IGRF, che verrà ripreso in seguito, si basa su un'espansione in serie troncata: il campo magnetico terrestre è definito tramite un potenziale scalare, come definito in (1.21).

$$\vec{B} = -\Delta V \quad (1.21)$$

La (1.21) è completata dalla definizione di  $V$  in coordinate sferiche polari tramite approssimazione in serie, come descritto dalla (1.22).

$$V(r, \theta, \phi, t) = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(t) \cos(m\phi) + h_n^m(t) \sin(m\phi)] P_n^m \cos(\theta) \quad (1.22)$$

L'equazione (1.22) esplicita il modello IGRF. Tale modello, i cui parametri vengono aggiornati periodicamente, permette di calcolare il valore del campo magnetico terrestre in funzione della distanza radiale dal centro terrestre  $r$ , della longitudine  $\phi$ , e della colatitudine  $\theta$ . I termini  $P_n^m \cos(\theta)$  sono le funzioni associate di Legendre, e i coefficienti  $g_n^m$  e  $h_n^m$  sono i coefficienti di Gauss, definiti in  $nT$ . Questi ultimi sono supposti variabili in maniera lineare tra due versioni di modello successive del campo magnetico, le quali vengono sviluppate con intervallo di 5 anni. Analiticamente, quindi, è possibile conoscere il valore del campo magnetico terrestre per qualunque istante di tempo tramite la (1.23), basandosi sulla (1.22) e su una tabella riportante i coefficienti di Gauss.

$$g_n^m(t) = g_n^m(T_0) + \dot{g}_n^m(T_0)(t - T_0) \quad (1.23)$$

$$h_n^m(t) = h_n^m(T_0) + \dot{h}_n^m(T_0)(t - T_0)$$

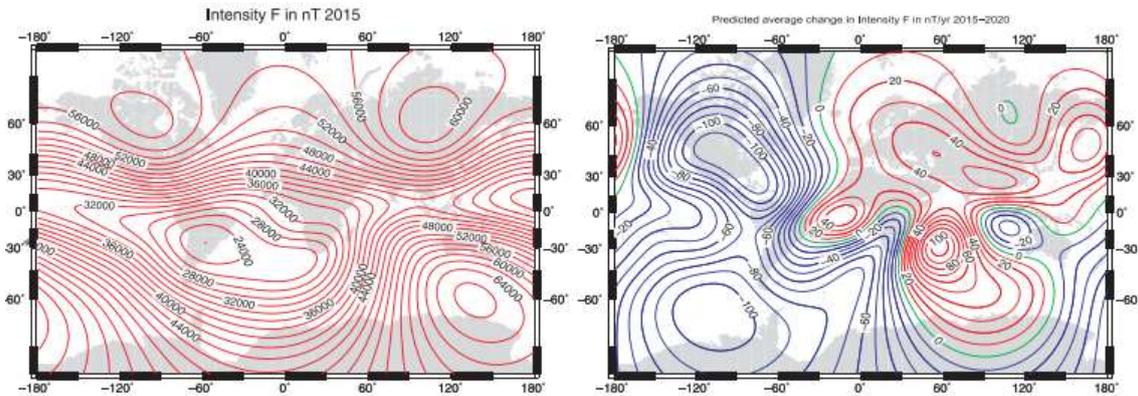


Figura 1.9: (a sinistra) Intensità del campo magnetico terrestre per  $a = r$  (a destra) variazione d'intensità prevista del campo magnetico terrestre per  $a = r$  nel periodo 2015-2020 (Thébault, 2015)

L'importanza di modellare e conoscere il campo magnetico è data sia dalla possibilità di utilizzarlo per controllare l'assetto del satellite in orbita tramite opportuni attuatori, chiamati magnetic torquers, sia perché questo genera coppie di disturbo sulla struttura del satellite, dovute all'interazione tra il campo magnetico generato dello stesso con il campo magnetico terrestre in cui è immerso.

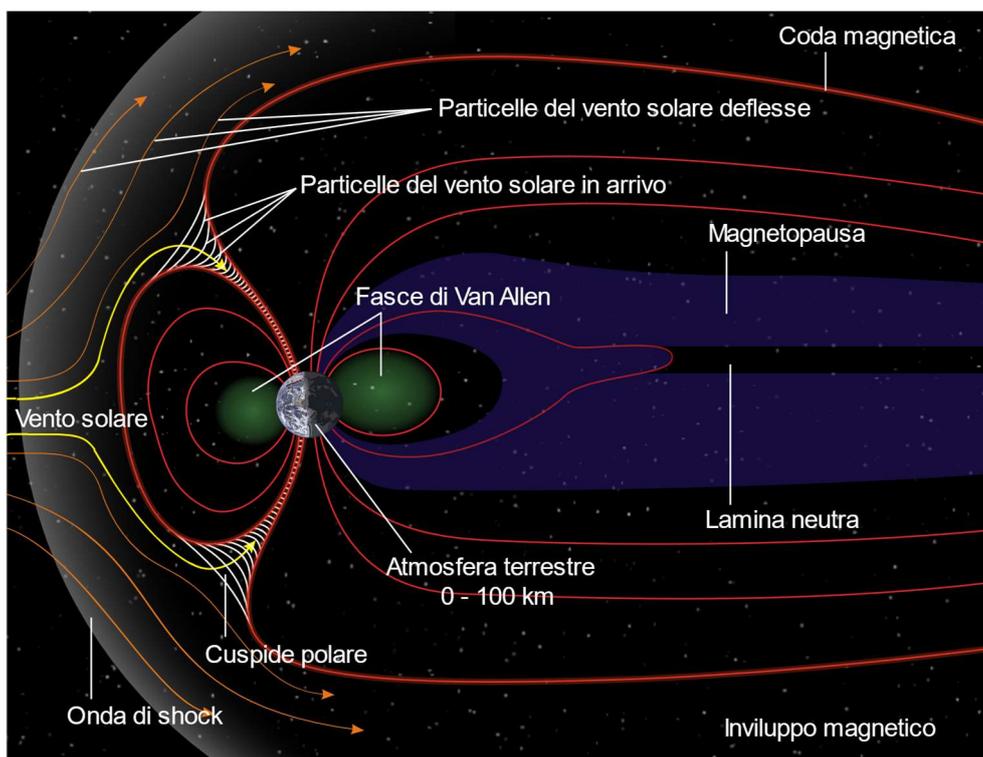


Figura 1.10: Struttura della magnetosfera terrestre (NASA, 2016)

Regioni di particolare interesse sono le fasce di Van Allen: porzioni toroidali di spazio in cui sono presenti elettroni e ioni (principalmente protoni) aventi energia superiore ai  $30 \text{ keV}$ . Questi provengono principalmente dal vento solare, ed essendo particelle cariche, rimangono intrappolati nel campo magnetico terrestre. L'elevata densità di particelle fortemente energetiche può causare danni consistenti ai sistemi di bordo, per cui risulta opportuno schermare i dispositivi sensibili o evitare interamente queste regioni.

La Figura 1.11 mostra un esempio del modulo del campo magnetico terrestre sperimentato da un satellite in LEO con orbita caratterizzata da un'inclinazione  $i \approx 90 \text{ deg}$ . La curva è stata ottenuta tramite il modello IGRF descritto in 1.2.2.

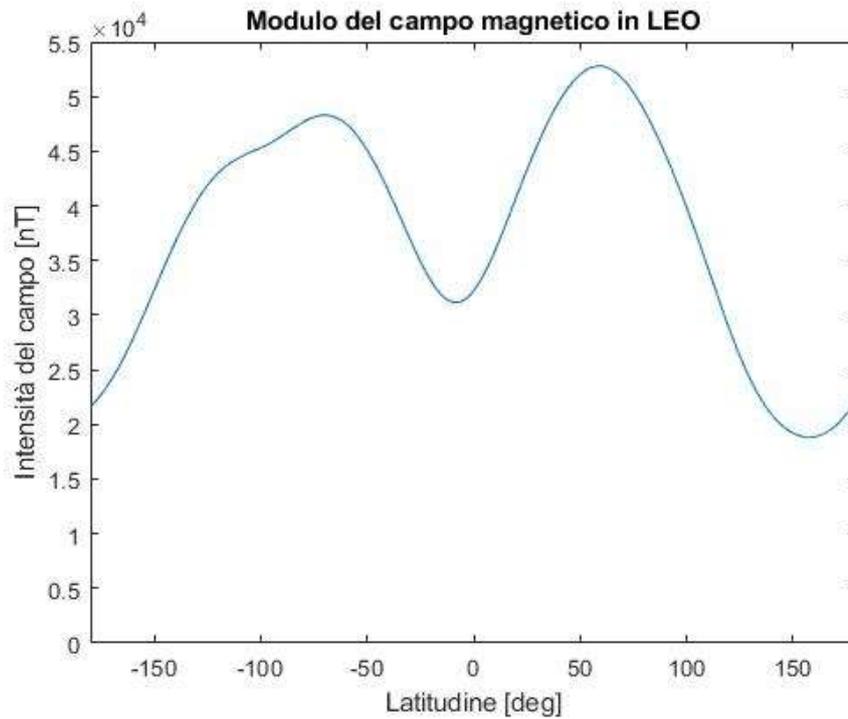


Figura 1.11: Andamento del campo magnetico terrestre in LEO in funzione della latitudine

Come riferimento è stata considerata un'orbita polare in quanto, come visibile dalla Figura 1.9, un satellite in orbita equatoriale sarebbe immerso in un campo magnetico molto meno variabile.

### 1.2.4. Influenza dell'atmosfera

Dal punto di vista energetico, l'atmosfera ha un effetto puramente dissipativo sui sistemi in orbita. Il problema può essere affrontato tramite la teoria cinetica dei gas, data la limitata densità della termosfera. La dissipazione è chiaramente giustificata dal trasferimento di quantità di moto tra le molecole gassose e il corpo orbitante durante l'urto. Analiticamente, la forza di drag è descritta dall'equazione (1.24).

$$\bar{F}_D = -\frac{1}{2}\rho_a C_D A_a \bar{V}_r^2 \quad (1.24)$$

Nella (1.24) l'unico grado di libertà che può essere controllato è il coefficiente di drag  $C_D$ . La densità dell'aria  $\rho_a$ , la superficie d'attrito  $A_a$  e la velocità del satellite  $\bar{V}_r$  sono parametri non controllabili, o dipendenti dall'orbita e dall'assetto di missione. D'altra parte, il coefficiente di drag dipende fortemente dall'orientamento e dalle caratteristiche del payload, e l'assetto può invece essere arbitrario durante un volo semi-atmosferico a causa delle elevate coppie aerodinamiche che si andrebbero a generare sulle sue superfici. Alla forza d'attrito aerodinamico è associata anche l'accelerazione di drag, definita in (1.25).

$$\bar{a}_D = \frac{\bar{F}_D}{m_{sat}} = -\frac{1}{2}\rho \frac{C_D A_a}{m_{sat}} \bar{V}_r^2 \quad (1.25)$$

Dalla precedente è inoltre possibile isolare il coefficiente balistico:

$$C_b = \frac{m_{sat}}{C_D A_a} \quad (1.26)$$

La Figura 1.12 rappresenta in maniera chiara la dipendenza della durata di una missione spaziale dall'attività solare: a parità di coefficiente balistico e orbita di missione, l'elevata densità atmosferica dovuta a una marcata

fotoionizzazione delle molecole può ridurre il tempo operativo di un payload anche di decine di anni.

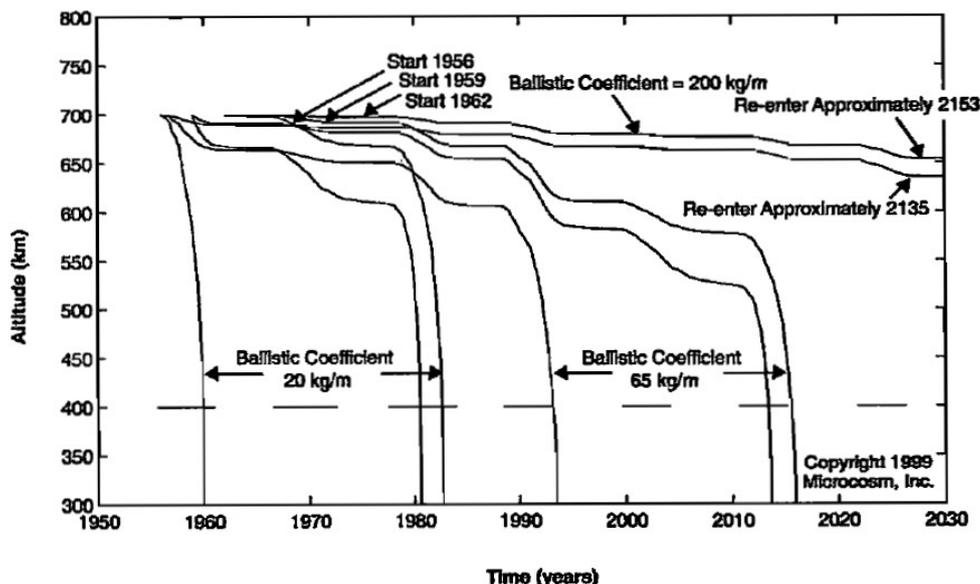


Figura 1.12: Variazione di quota di corpi con diverso  $C_b$  e diversa data di lancio (Wertz J. R., 2011)

L'effetto più importante dell'interazione tra satelliti e atmosfera risulta comunque essere la generazione di coppie aerodinamiche: queste modificano l'assetto del satellite, e devono essere opportunamente modellate per essere compensate.

### 1.2.5. Regioni operative

Risulta opportuno classificare le regioni in cui è possibile stabilire l'orbita, e l'intensità dei fenomeni appena descritti in queste.

Regione	Perigeo	Costo ( $\Delta V$ )	Sollecitazione termica	Drag atmosferico sfruttabile
Low Earth Orbit	$< 2000 \text{ km}$	Minimo	$R_{sol} + R_E + A_E$	Sì
Medium Earth Orbit	$2000 - 36786 \text{ km}$	$> LEO$	$R_{sol} + R_E + A_E$	No
High Earth Orbit	$> 36786 \text{ km}$	$> MEO$	$R_{sol}$	No
Heliocentric Orbit	N.D.	$> HEO$	Variabile	No

Tabella 1.2: Classificazione delle regioni operative e principali proprietà

A seconda dell'intensità dell'attività solare, l'atmosfera può estendersi fino ad occupare il 50% in altezza della regione LEO, anche se generalmente orbite con perigeo maggiore di 160 *km* non sono eccessivamente influenzate dal drag atmosferico (Wertz J. R., 2011).

L'orbita bassa terrestre è caratterizzata da periodi orbitali brevi e da un costo in termini di  $\Delta V$  minimo. La sollecitazione termica dei satelliti posti in orbita bassa è massima, in quanto in aggiunta alla radiazione solare  $R_{sol}$ , il flusso termico in ingresso ai sistemi è costituito anche dalla radiazione infrarossa terrestre  $R_E$ , e dall'albedo terrestre  $A_E$ , dovuto alla riflessione di parte della radiazione solare. Per orbite basse (LEO e MEO) questo contributo non è trascurabile, mentre lo è per orbite alte (HEO) in cui la dimensione apparente della terra rispetto al satellite diminuisce fortemente.

Tutte le orbite collocate entro il sistema Terra-Luna risultano ben entro la magnetosfera del pianeta, per cui i problemi dovuti alle radiazioni sono principalmente dovuti alle fasce di Van Allen, delle regioni in cui, secondo il modello dell'omonimo scienziato, la concentrazione delle radiazioni ionizzanti può aumentare fino a diventare pericolosa anche per gli strumenti di bordo. Il valore limite di 36786 *km* non è casuale: questo identifica la distanza necessaria ad ottenere un'orbita geosincrona. Orbite con perigeo superiore a questo valore sono caratterizzate da un periodo superiore al giorno sidereo.

In Tabella 1.2 viene anche sottolineata l'importante possibilità di poter sfruttare l'attrito atmosferico per un rientro controllato: il problema dell'eccessiva presenza di detriti in orbita è estremamente attuale, e una troppo elevata densità di materiale artificiale in orbita comporta l'impossibilità di portare a termine ulteriori missioni spaziali, a causa di una probabile reazione a catena di generazione di micro-meteoriti in orbita (Kessler, 1991).

### 1.3. Stato dell'arte dei banchi prova per ADCS

Come descritto in 1.1, una validazione sperimentale in poco tempo dell'hardware e degli algoritmi utilizzati dai sistemi spaziali è fondamentale per poter lanciare satelliti dall'elevata affidabilità. Nonostante al giorno d'oggi l'esistenza di strutture miniaturizzate permetta tale sperimentazione in orbita, questa non risulta economicamente sostenibile, soprattutto per un processo iterativo come la validazione di algoritmi di controllo. Per rendere possibile la sperimentazione in laboratorio (i.e. non in orbita) sono stati quindi sviluppati dei banchi prova atti a simulare fedelmente l'ambiente spaziale. L'efficacia delle prove sperimentali eseguite, ad ogni modo, dipende fortemente dalla qualità dei dispositivi adottati.

I banchi prova per testare sistemi e algoritmi di ADCS (Attitude Determination and Control Subsystems) possono essere considerati dei sistemi modulari: un banco prova, infatti, è costituito da una parte fondamentale che permette la rotazione – o rototraslazione nei sistemi più avanzati – libera del satellite in prova, e altri dispositivi facoltativi in grado di riprodurre le condizioni elettromagnetiche richieste. Complessivamente, gli elementi di un banco prova possono essere suddivisi in più gruppi funzionali, ognuno atto a simulare una parte dell'ambiente presente in orbita e a valutare i risultati delle prove:

- Meccanismo di controllo posa – rotazioni
- Meccanismo di controllo posa – traslazioni
- Simulatore di campo elettromagnetico
- Simulatore di sole
- Metrology System

## Meccanismo di controllo posa – rotazioni

Il meccanismo necessario a svincolare le rotazioni è la parte fondamentale di un banco prova di dinamica d'assetto, ed è quella fisicamente a contatto con il satellite. Questo gruppo funzionale deve riprodurre le condizioni di microgravità in cui opera il satellite, svincolando i 3 gradi di libertà relativi agli angoli d'assetto. La difficoltà principale nello sviluppo di questa parte del simulatore consiste nel garantire un sufficiente range di lavoro, per cui nel tempo si sono affermate soluzioni standard particolarmente efficaci (Da Silva, 2018). Queste sono riportate in Figura 1.13, e sono rispettivamente la soluzione tabletop, ombrella, e dumbbell (J.L. Schwartz, 2003).

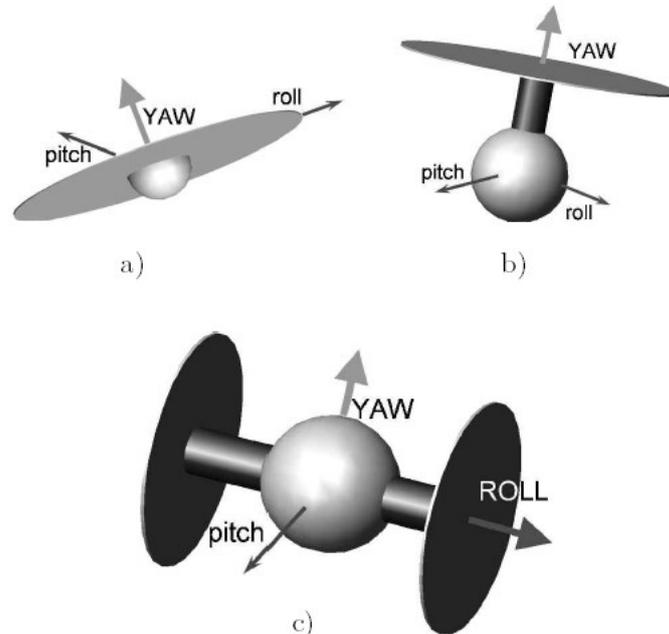


Figura 1.13: a) soluzione tabletop b) soluzione ombrella c) soluzione dumbbell

Come si può vedere in Figura 1.13, tutte le soluzioni sviluppate hanno almeno un angolo d'assetto limitato. Questo limite non risulta però fisicamente superabile, in quanto il peso del satellite deve necessariamente scaricarsi su un supporto. La soluzione dumbbell è quella che permette la maggiore libertà al satellite, ma è anche quella più pesante e complessa da sviluppare, per cui solitamente i banchi prova vengono progettati guardando alle altre due soluzioni riportate in bibliografia. In figura sono anche riportati gli angoli di Tait-Bryan del sistema rotante, rispettivamente rollio  $\rho$ , beccheggio  $\theta$ , e imbardata  $\gamma$ . È importante sottolineare che per

ottenere una simulazione efficace – e quindi dei risultati verosimili – i disturbi in termini di coppia presenti durante le prove devono essere al più uguali a quelli modellati in 1.2.5. Dal punto di vista della meccanica applicata, l’annullamento dei 3 vincoli rotazionali può essere affrontato in due modi distinti:

- Utilizzo di un cuscinetto sferico;
- Utilizzo di sistemi articolati specificamente sviluppati.

Il primo, riportato in Figura 1.14, è conosciuto come “Spherical air-bearing” ed è il più semplice dal punto di vista costruttivo e degli ingombri: si utilizza un compressore per creare un sottile film di aria compressa tra la struttura portante e una semisfera in termoindurente o alluminio, eliminando gli attriti. L’intercapedine – dipendente dal peso supportato e dalla pressione a cui fluisce l’aria – ha una dimensione dell’ordine dei  $10\ \mu m$ , e garantisce un coefficiente d’attrito di circa  $10^{-5}$  (Rybus T. &., 2016).

Il risultato è un accoppiamento che rende di fatto l’assetto della semisfera – e di tutti i componenti solidali a questa – modellabile direttamente in funzione delle coppie agenti su questa.



Figura 1.14: Soluzione spherical air-bearing (Youngho Eun, 2018)

Un esempio della seconda soluzione costruttiva consiste invece in un polso sferico, ed è riportata in Figura 1.15. Utilizzando tre membri accoppiati tramite coppie rotoidali, risulta possibile far sì che l'ultimo elemento della catena cinematica ruoti liberamente attorno al centro di istantanea rotazione (CR) del polso, posto nell'intersezione dei tre assi di rotazione. Nonostante questa soluzione sia in grado di fornire una libera rotazione su tutti tre gli assi, risulta ingombrante e più complessa, con limitazioni meccaniche e costruttive.

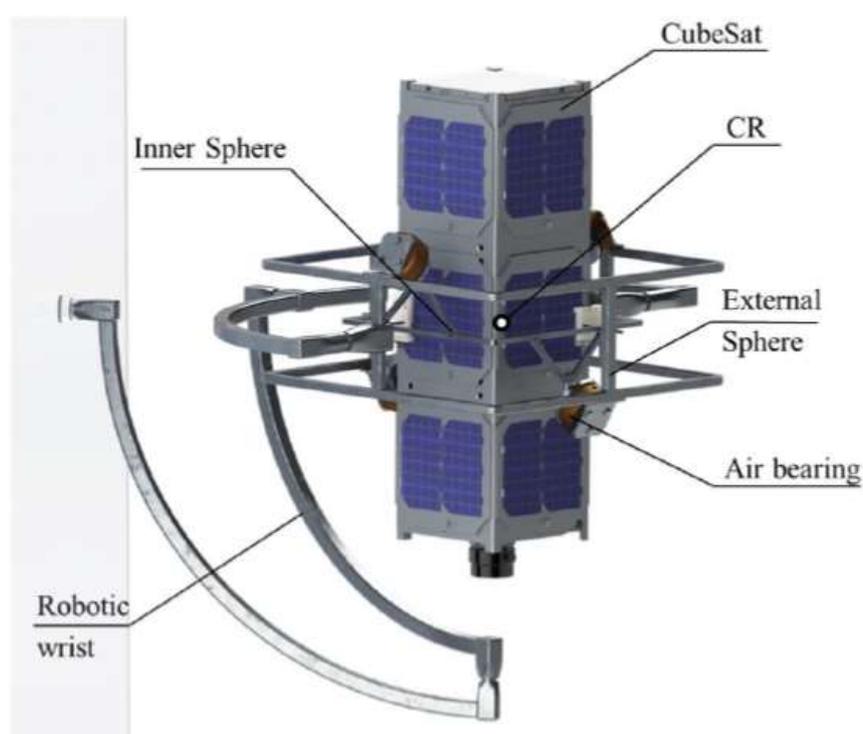


Figura 1.15: Soluzione robotic wrist (Irina Gavrilovich)

Risulta opportuno sottolineare che il meccanismo di svincolamento delle rotazioni permette di simulare efficacemente le condizioni di microgravità solamente se si riesce a rendere il sistema insensibile alla forza di gravità. In altre parole, a prescindere dalla posa del membro costituito da semisfera/polso e satellite, questo deve essere sempre in condizione di equilibrio indifferente. Questa considerazione verrà approfondita nella parte di progettazione di questo sottosistema per l'Alma Test-Bed.

## Simulatore di posa – traslazione

Il sistema adibito alla traslazione ha le stesse esigenze di quello rotazionale: simulare l'effetto della microgravità eliminando gli attriti. La necessità di permettere ai satelliti di traslare si ha quando sono richieste prove di interazione tra due o più satelliti (e.g. docking, servicing, volo in formazione etc.), per cui questa possibilità viene implementata solamente in banchi prova specializzati. La soluzione costruttiva per permettere due gradi di libertà di traslazione consiste nell'utilizzare uno o più air-bearing planari che supportino la struttura su cui è montato il satellite. Soluzioni costruttive particolari devono essere adattate per garantire il parallelismo dei cuscinetti col piano inferiore ed evitare forze residue, dovute a un gradiente di pressione nell'intercapedine tra il cuscinetto e il piano stesso.

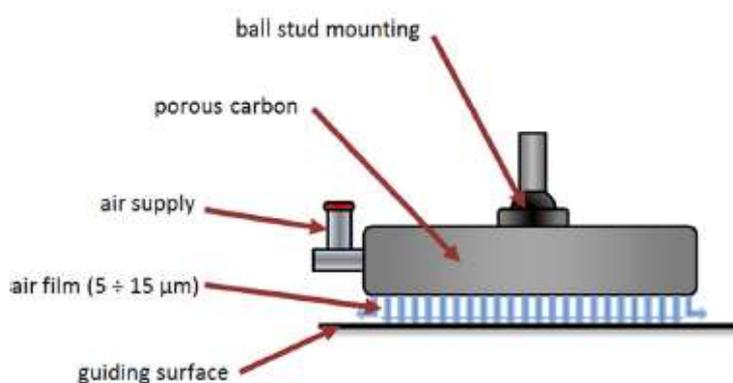


Figura 1.16: Schematizzazione di un cuscinetto planare (Rybus T. , 2016)

Questo gruppo funzionale risulta estremamente versatile, in quanto permette, tramite dei supporti regolabili del piano, di simulare in maniera controllata un ambiente a microgravità variabile (e.g. la superficie di un asteroide). Inoltre, l'air-bearing planare può teoricamente funzionare anche su una superficie dall'elevata rugosità superficiale, semplicemente aumentando la pressione del gas lubrificante. La planarità, invece, è necessaria per evitare gradienti di spinta in diverse zone della superficie di lavoro. Un esempio di banco prova a 5 gradi di libertà è riportato in Figura 1.17, mentre in Tabella 1.3 vengono proposte le soluzioni standard per i piani di lavoro. Le considerazioni riguardo il coefficiente d'attrito, le

rugosità e lo spessore del gap tra i componenti sono le stesse fatte per i cuscinetti sferici.

Materiale del piano	Dimensione del piano	Planarità della superficie	Controllo dell'inclinazione
Granito	Piccola/media	Alta	Possibile
Vetro	Piccola	Alta	Possibile
Resina epossidica	Media/Grande	Moderata	Non possibile

Tabella 1.3: Materiali e proprietà dei banchi prova esistenti



Figura 1.17: ASTERIX facility, Yonsei University (Youngho Eun, 2018)

## Simulatore di campo magnetico

Il simulatore di campo magnetico permette di riprodurre il campo elettromagnetico a cui sono soggetti i satelliti nello spazio. Questo rende possibile testare e validare i sensori di campo magnetico e gli attuatori che sfruttano lo stesso per controllare l'assetto dei satelliti. La soluzione più comune per generare un campo elettromagnetico uniforme è data dalla gabbia di Helmholtz. La gabbia di Helmholtz sfrutta il fenomeno fisico che garantisce un campo magnetico uniforme al centro tra due avvolgimenti

coassiali percorsi da corrente. Ricordando che il campo magnetico è un campo vettoriale, risulta necessario poterne controllare le 3 componenti. Per ottenere questo, le gabbie di Helmholtz utilizzano sei avvolgimenti – due per direzione – per controllare in maniera precisa il flusso magnetico. L'equazione fondamentale per un accoppiamento di due bobine coassiali è la (1.25), che definisce il valore del campo  $B$  nella zona di uniformità in funzione dei parametri elettromagnetici del circuito ( $\mu_0, i$ ) e della geometria utilizzata ( $a, \gamma_m, N$ ).

$$|B| = \frac{2\mu_0 Ni}{\pi a} \frac{2}{(1 + \gamma_m^2)\sqrt{2 + \gamma_m^2}} \quad (1.25)$$



Figura 1.18: Gabbia di Helmholtz, Università di Brasilia (Da Silva, 2018)

## Simulatore di sole

Un simulatore di sole è un dispositivo atto a produrre un'illuminazione il più possibile equivalente alla luce solare naturale. Lo scopo di un simulatore solare è creare in un ambiente adibito a laboratorio delle condizioni di luce controllate per eseguire test e prove su materiali e dispositivi. Un simulatore solare è solitamente composto da 2 gruppi funzionali:

- Sorgente di luce e sistema di alimentazione.
- Dispositivi ottici e filtri per controllare il fascio luminoso.

La strumentazione va scelta in funzione della natura delle prove che devono essere eseguite (ASTM E927, 2015).

Dovendo simulare la radiazione solare incidente su sensori posti fuori dall'atmosfera terrestre, l'obiettivo di un simulatore di sole per banchi prova di simulazione d'assetto è quello di riprodurre la radiazione emessa dal sole, molto simile a quella emessa da un corpo nero a 5800 K. In Figura 1.16 viene riportata l'intensità luminosa (o irradianza) della radiazione solare nel dominio delle lunghezze d'onda.

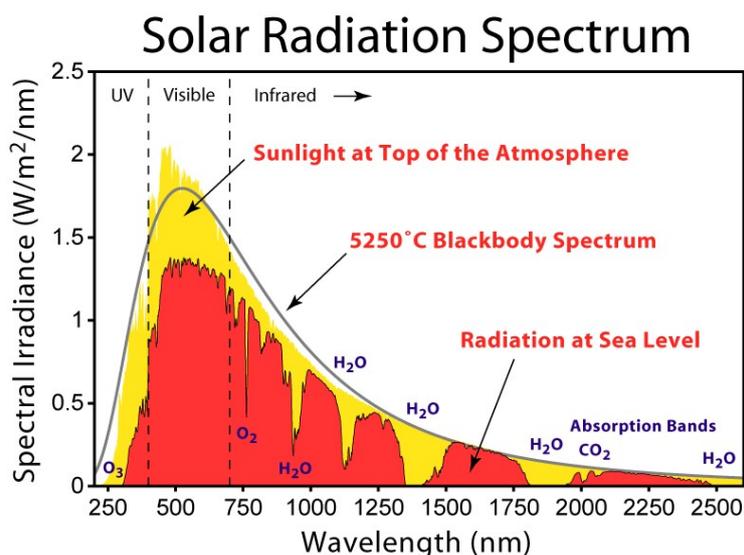


Figura 1.19: Spettro solare nel dominio delle lunghezze d'onda

A causa dei fenomeni atmosferici di attenuazione e deviazione della luce (assorbimento e scattering), risulta opportuno definire uno standard riguardo la radiazione solare. Questo standard si basa sull'*air mass coefficient*, definito come il rapporto tra la lunghezza del cammino in atmosfera percorso dalla radiazione in esame, e il cammino percorso dalla radiazione proveniente da una sorgente luminosa che si trova nello zenith. Analiticamente è descritto dall'equazione 1.25.

$$AM \stackrel{\text{def}}{=} \frac{L}{L_0} \quad (1.25)$$

Per la caratterizzazione dei dispositivi extra-atmosferici, come nel caso in esame, viene utilizzato lo spettro *AM0*, definito nella normativa ASTM E 490-00a e riportato in Figura 1.20. Questo coincide fundamentalmente con quello di emissione del Sole, in quanto gli effetti di attenuazione della luce sono assenti.

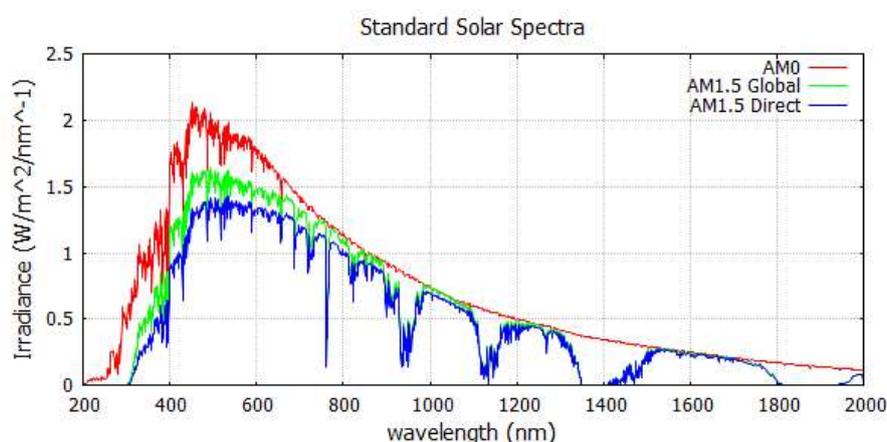


Figura 1.20: Spettri solari standard *AM0*, *AM1.5 Global* e *AM1.5 Direct*

I simulatori solari sono classificati in funzione della loro fedeltà di riproduzione della radiazione obiettivo. Le classi di descrizione della qualità di simulazione sono tre, e un simulatore è classificato per ognuno dei tre parametri di simulazione:

- Conformità spettrale.
- Non-uniformità spaziale.
- Instabilità temporale.

La classificazione secondo lo standard ASTM è riportata in Tabella 1.4.

<b>Classificazione</b>	<b>Conformità spettrale</b>	<b>Non-uniformità spaziale</b>	<b>Instabilità temporale</b>
Classe A	75%-125%	2%	2%
Classe B	60%-140%	5%	5%
Classe C	40%-200%	10%	10%

*Tabella 1.4: Classificazione ASTM dei simulatori solari*

La conformità spettrale deve essere soddisfatta per tutto il dominio delle lunghezze d'onda di emissione. Concettualmente, un simulatore di sole è di classe A se la sua irradianza si discosta di meno del 25% dal valore nominale dello spettro desiderato ad ogni lunghezza d'onda. La non-uniformità spaziale è definita invece dall'equazione 1.26.

$$\text{Non - uniformità (\%)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I_M(x, y) - I_m(x, y)}{I_M(x, y) + I_m(x, y)} \times 100\% \quad (1.26)$$

E deve essere stimata in tutta la zona illuminata definita dalle coordinate  $(x, y)$  e scomposta in aree opportune come prescritto dalla normativa di riferimento. L'instabilità temporale, similmente, è definita dall'equazione (1.27).

$$\text{Instabilità temporale (\%)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I_M(t) - I_m(t)}{I_M(t) + I_m(t)} \times 100\% \quad (1.27)$$

E viene stimata tramite l'acquisizione delle grandezze elettriche (tensione e corrente) assorbite dalla sorgente in un intervallo di tempo predefinito. Entrambi i due parametri dipendono univocamente dalla massima e minima irradianza, rispettivamente  $I_M$  e  $I_m$ . L'instabilità temporale viene valutata tramite una misurazione continua nel tempo, mentre la non-uniformità stimando le variazioni entro il cono di luce.

## Metrology System

Il sistema di misura, fondamentale nei banchi prova, è quello che permette di confrontare il risultato dei sensori di assetto con l'assetto reale del satellite. Per evitare disturbi e dissipazioni risulta necessario utilizzare sensori che non richiedano il contatto con i dispositivi oggetto delle prove, come ad esempio telecamere e sensori elettromagnetici. La modalità più comune di tracciamento d'assetto sfrutta dei marker – zone con pattern particolari e noti – che vengono analizzati in tempo reale da una o più camere, permettendo di valutare istante per istante gli angoli di assetto del satellite.



*Figura 1.21: OptiTrack Prime 13 camera, componente fondamentale del metrology system di ASTERIX*

## 1.4. Banco prova dell'Università di Bologna

L'Università di Bologna, negli anni passati, ha sviluppato un suo banco prova – battezzato Alma Test-Bed – per svolgere prove d'assetto su nanosatelliti. Tale banco prova consiste in un meccanismo a 3 gradi di libertà per la simulazione d'assetto e in una gabbia di Helmholtz. La sensoristica utilizzata, invece, si basa su una camera che rileva un marker a scacchiera.



*Figura 1.22: Alma Test-Bed (2018) (Bahu, 2016)*

## Simulatore di campo elettromagnetico

La gabbia di Helmholtz implementata è una Ferronato BH1300-3-C, con un volume di lavoro dato da una sfera di diametro 1300  $mm$  e un campo magnetico generabile massimo di 0.001  $T$ . Da catalogo, la gabbia di Helmholtz garantisce una omogeneità del campo generato con variazioni minori dell'1% nel volume di lavoro centrale. Questo sottosistema è visibile in Figura 1.23.



Figura 1.23: Gabbia di Helmholtz (Caselli, 2015)

## Meccanismo di controllo posa

Il meccanismo per la simulazione della microgravità è un Ferronato ULTAS-1. Questo sottosistema appartiene alla categoria tabletop e garantisce 120° di rollio e beccheggio, come visibile in Figura 1.24. I materiali applicati a questo sono rigorosamente amagnetici (compensato, ottone, ABS) per evitare interazioni con il campo magnetico generato dalla gabbia. Un'importante modifica fatta al piatto del sistema di controllo d'assetto è l'aggiunta di un sistema custom di auto-bilanciamento basato su un filtro di Kalman (Bahu, 2016) in aggiunta ai sistemi di controllo del baricentro. Questo sistema permette di ridurre le coppie gravitazionali di

disturbo portando il baricentro a coincidere con il centro di istantanea rotazione del membro. Il sistema di bilanciamento si basa su 3 attuatori lineari passo-passo non coassiali. Nello specifico, essendo questi ortogonali a due a due e controllando la posizione di 3 masse di bilanciamento, permettono un controllo completo sul baricentro del sistema.

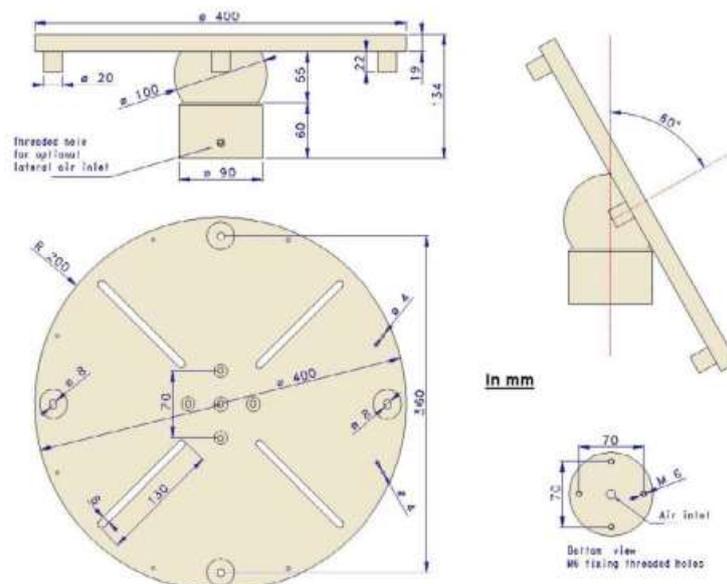


Figura 1.24: Ferronato ULTA-1 (Caselli, 2015)

In Figura 1.25 è riportata la struttura ottenuta in seguito alle migliorie apportate. Si evidenziano le barre filettate per il controllo – non fine – del baricentro in direzione ortogonale al piano d'appoggio per il nanosatellite in esame e uno dei tre attuatori lineari per il controllo fine del baricentro nelle 3 direzioni.



Figura 1.25: Banco prova con sistema di auto-bilanciamento

## 2. Progettazione del simulatore d'assetto

Il banco prova Alma Test-Bed è stato costruito assemblando componenti off-the-shelf e successivamente migliorato tramite modifiche custom. Risulta, tuttavia, ben lontano da una condizione di funzionamento ottimale dal punto di vista meccanico: la presenza di giochi, vibrazioni, e cedevolezza concentrate nel piatto di supporto provoca sbilanciamenti non accettabili durante le prove sperimentali. Questi sbilanciamenti causano – se protratti a lungo – il ribaltamento del banco prova, ma soprattutto rendono il satellite sensibile alla gravità terrestre, invalidando quindi le prove sperimentali e rischiando di saturare gli attuatori dello stesso. In aggiunta, la struttura del simulatore d'assetto risulta poco adeguata – seppur sia teoricamente possibile – a supportare nanosatelliti più grandi di un 2U.

Questa sezione si concentra sul processo di potenziamento del banco prova tramite la progettazione di una nuova struttura meccanica atta ad interfacciarsi con l'air-bearing in uso ed i sottosistemi già presenti nel banco prova. Tale struttura è pensata per alloggiare esclusivamente nanosatelliti 3U, ed è ottimizzata per simulare le condizioni di microgravità in orbita nella maniera più fedele possibile, limitando al minimo le coppie di disturbo gravitazionali tramite un bilanciamento ad alta risoluzione e un'irrigidimento complessivo del banco prova per eliminare per quanto possibile le coppie ribaltanti esterne.

## 2.1. Modellazione piattaforma CubeSat 3U

Come introdotto in 1.1, lo standard CubeSat è modulare e si basa sulle unità fondamentali U. L'obiettivo della progettazione del sottosistema di simulazione d'assetto è poter testare algoritmi e sistemi di un nanosatellite 3U, ed è quindi necessario conoscere in dettaglio le caratteristiche di massa di questo. Nello specifico, la piattaforma è pensata per essere utilizzata nell'ambito della validazione di intere configurazioni di sistema – satelliti interi, in altre parole. Con riferimento alle specifiche di progettazione dei CubeSat, le dimensioni di un 3U sono  $100 \times 100 \times 340.5 \text{ mm}$ , con un peso massimo di  $4 \text{ kg}$ . In Figura 2.1 è riportata la messa in tavola ufficiale del nanosatellite.

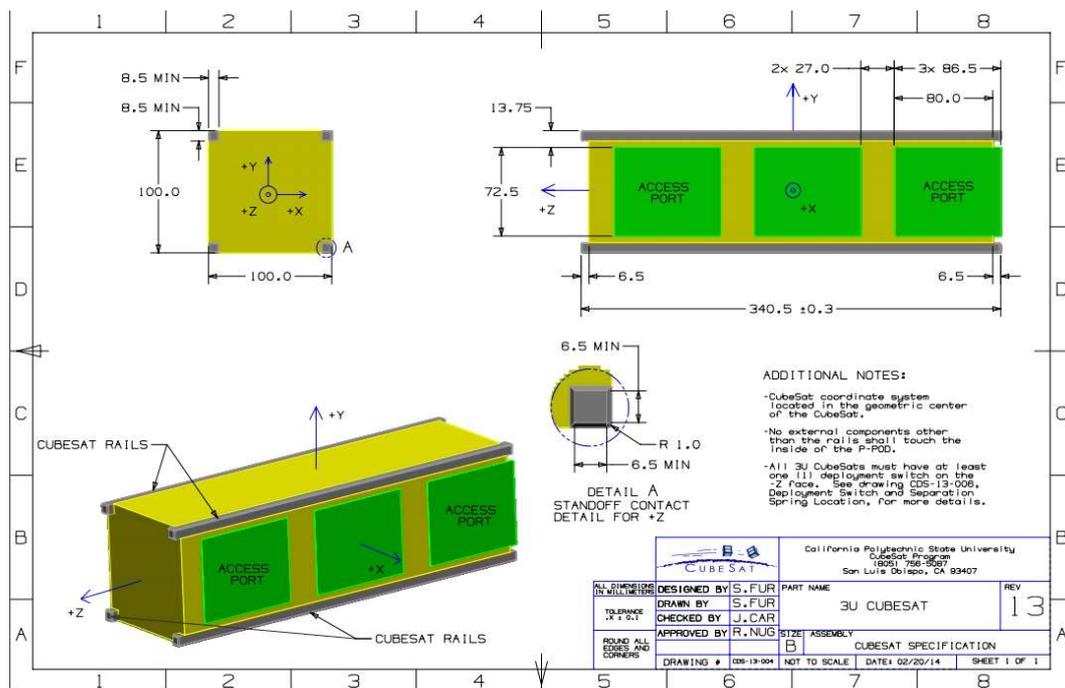


Figura 2.1: Messa in tavola del CubeSat 3U (The CubeSat Program, 2014)

La struttura esterna è standardizzata e progettata per interfacciarsi tramite il dispositivo di sgancio P-POD con il vettore di lancio. Si sottolineano, infatti, le guide in Figura 2.1 e il rispettivo alloggiamento in Figura 2.2.

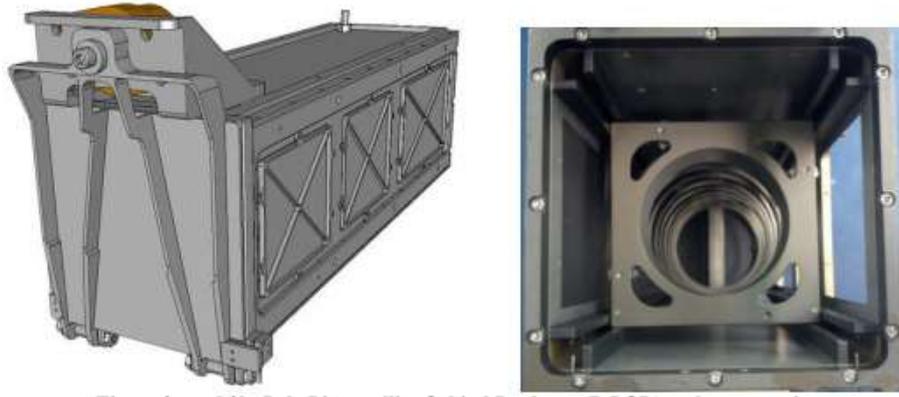


Figura 2.2: Dispositivo di sgancio P-POD (The CubeSat Program, 2014)

Per completezza, si riporta che esistono dispositivi alternativi – seppur funzionalmente identici – al P-POD.

Un'altra informazione importante sul nanosatellite in oggetto è quella relativa alla sua distribuzione di massa, sottolineando che il tensore d'inerzia effettivo cambia da satellite a satellite in funzione dei sottosistemi installati e del payload portato. D'altra parte, un'approssimazione verosimile può essere fatta supponendo in prima approssimazione una distribuzione omogenea di massa entro la struttura meccanica. Il tensore d'inerzia così modellato – nel sistema di riferimento standard dei 3U – risulta essere:

$$\underline{I}_{3U} = \begin{bmatrix} 0.042 & 0 & 0 \\ 0 & 0.042 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0067 \end{bmatrix} \text{ kg m}^2 \quad (2.1)$$

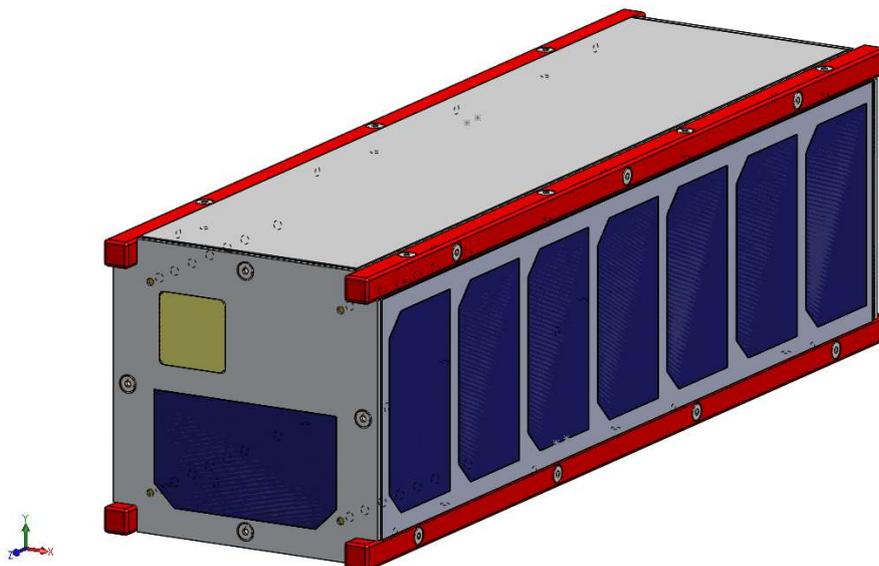


Figura 2.3: Modello CAD CubeSat 3U

Per la progettazione in esame è anche fondamentale conoscere il range di posizioni ammissibili dal centro di massa del nanosatellite: questo, dal documento di standardizzazione, può appartenere alla regione di spazio delimitata dagli intervalli definiti in (2.2) e centrati nel centro geometrico.

$$\begin{aligned}x_{3U} &\in [-20:20] \text{ mm} \\y_{3U} &\in [-20:20] \text{ mm} \\z_{3U} &\in [-70:70] \text{ mm}\end{aligned}\tag{2.2}$$

## 2.2. Cinematica e dinamica dei satelliti

Le coppie di disturbo agenti su un satellite in orbita sono state descritte in precedenza, e verranno riprese in 2.3. La (2.3) definisce l'equazione che descrive la dinamica dei satelliti in orbita, dove rispettivamente  $\bar{H}_{3U}$ ,  $\bar{H}_{rr}$  e  $\bar{M}_{est}$  descrivono il momento angolare del satellite (come sistema costituito da più elementi solidali), lo stesso delle ruote di reazione, e la somma delle coppie (esterne o date da attuatori diversi dalle ruote di reazione) agenti sul sistema.

$$\frac{d}{dt}(\bar{H}_{3U} + \bar{H}_{rr}) = \bar{M}_{est}\tag{2.3}$$

Per approfondire l'analisi della (2.3) è opportuno introdurre una matrice fondamentale nell'analisi cinematica: la matrice di passaggio da un primo sistema di riferimento  $i$  a un secondo  $j$ . Questa, chiamata  $\underline{\underline{R}}_i^j$  (e uguale a  $(\underline{\underline{R}}_i^j)^{-1}$  e  $(\underline{\underline{R}}_j^i)^T$ ), si ottiene tramite composizione di matrici di rotazione elementari, e quindi dipende dagli angoli di rappresentazione dell'assetto. Utilizzando la rappresentazione RPY, e definiti gli angoli di rollio, beccheggio e imbardata,  $\rho$ ,  $\theta$ , e  $\gamma$  è possibile passare, ad esempio, da un sistema di riferimento inerziale a quello solidale al satellite (e parallelo agli assi principali d'inerzia) tramite la (2.4).

$$\begin{aligned} \underline{\underline{R}}_z(\gamma)\underline{\underline{R}}_y(\theta)\underline{\underline{R}}_x(\rho) = \\ \begin{bmatrix} c(\gamma)c(\theta) & c(\gamma)s(\theta)s(\rho) - s(\gamma)c(\rho) & c(\gamma)s(\theta)c(\rho) + s(\gamma)s(\rho) \\ s(\gamma)c(\theta) & s(\gamma)s(\theta)s(\rho) - c(\gamma)c(\rho) & s(\gamma)s(\theta)c(\rho) + c(\gamma)s(\rho) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\rho) & c(\theta)c(\rho) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Considerando ora la velocità angolare del satellite  $\overline{\omega}_s$ , i tensori d'inerzia  $\underline{\underline{I}}_{rr}$  e le velocità angolari  $\overline{\Omega}_r$  delle  $N$  ruote di reazione implementate sul satellite, la (2.3) può essere riscritta nella forma della (2.5).

$$\frac{d}{dt} \left( \underline{\underline{I}}_{3U} \overline{\omega}_s + \sum_i^N \left( \underline{\underline{R}}_{rr_i}^{3U} \times \underline{\underline{I}}_{rr_i} \times \overline{\Omega}_{r_i} \right) \right) = \overline{M}_{est} \quad (2.5)$$

Questa relazione è estremamente interessante, in quanto permette di descrivere il comportamento – dal punto di vista energetico – di qualunque elemento rotante. Nello specifico, risulta che anche in assenza di sistemi di controllo a reazione (come i micro-thruster) è possibile controllare l'assetto dei satelliti lavorando sulla velocità angolare delle ruote di reazione. Si sottolinea quindi che gli attuatori di ADCS devono costantemente compensare i disturbi esterni per mantenere l'assetto cercato. In presenza di coppie di disturbo esterne – descritte in precedenza – la velocità di rotazione delle ruote di reazione deve gradualmente aumentare per poter “assorbire” il contributo al momento angolare fornito da queste. Tali sistemi sono ovviamente dimensionati sulla base dei possibili disturbi in orbita, e sono quindi progettati per erogare coppie estremamente ridotte, solitamente dell'ordine dei  $10^{-5} Nm$ .

Dal punto di vista dell'ADCS, in orbita, uno dei problemi del controllo consiste nell'evitare che le ruote di reazione saturino – ovvero che raggiungano la loro velocità di rotazione massima – non potendo più compensare disturbi esterni. Sul banco prova, parimenti, le ruote di reazione devono controllare l'assetto del satellite per permettere la simulazione delle condizioni di microgravità. La presenza di uno sbilanciamento, per quanto piccolo, comporta quindi non solo l'invalidazione delle prove sperimentali in quanto non caratteristico dell'ambiente da simulare, ma verosimilmente causa anche una repentina

saturazione delle ruote di reazione utilizzate per controllare l'assetto. La (2.6), quindi, sottolinea nuovamente l'importanza di un corretto bilanciamento della struttura portante per rendere possibile la simulazione delle condizioni di microgravità.

### 2.3. Disturbi d'assetto agenti sui 3U

Nella sezione 1.2.1 sono stati descritti e dimostrati – in maniera generale – i meccanismi di disturbo d'assetto agenti in orbita. Si vuole ora applicarli al caso in esame: un nanosatellite 3U. Con riferimento alla lista fatta in precedenza, la coppia di disturbo d'assetto complessiva può essere definita tramite la (2.6).

$$\bar{M}_{est} = \bar{M}_G + \bar{M}_a + \bar{M}_R + \bar{M}_M + \bar{M}_U \quad (2.6)$$

Nello specifico, la (2.6) serve per andare a definire gli obiettivi di progettazione riguardo la coppia ribaltante residua a seguito del bilanciamento della struttura. Ottenere dei valori istantanei di  $\bar{M}_{est}$  risulta però estremamente complesso, in quanto i disturbi dipendono da fattori come posizione istantanea del satellite, configurazione d'assetto, sistemi a bordo, compensazione dell'elettronica, e riflettività della struttura.

L'unico termine della (2.6) di immediata determinazione è il termine relativo al gradiente gravitazionale. Nello specifico, noto il tensore d'inerzia del satellite – supposizione valida in fase di valutazione – definito dalla (2.1), è possibile esplicitare il disturbo dato dal gradiente gravitazionale tramite la (1.2). L'equazione risultante è la (2.7).

$$\bar{M}_G(h) = \frac{3 \cdot 3.986 \times 10^{14} (0.042 - 0.0067)}{2 (R_T + H)^3} \sin(2\theta_s) \quad (2.7)$$

Questa descrive, in funzione dell'altezza da terra  $H$  e dell'angolo tra l'unico asse di simmetria del 3U e il nadir, il valore della coppia di disturbo gravitazionale sperimentata.

Imponendo  $H = 0$  nella (2.7) si ottiene il valore massimo limite di:

$$\bar{M}_G(H = 0) = 8.16 \times 10^{-8} Nm \quad (2.8)$$

Un valore comune per i CubeSat in orbita è dell'ordine dei  $10^{-7} Nm$ , e si considera opportuno utilizzare questo per le considerazioni successive. Nello specifico, l'ipotesi di omogeneità della distribuzione di massa all'interno del CubeSat è piuttosto forte, per cui sarebbe bene valutare tale disturbo caso per caso. È anche opportuno considerare l'eventuale presenza di pannelli solari retrattili e di antenne, che modificherebbero ulteriormente il tensore d'inerzia e causerebbero un effetto più marcato del gradiente gravitazionale.

In Figura 2.4, inoltre, è riportato l'andamento della coppia di disturbo – in funzione di  $\theta_s$  – adimensionalizzata rispetto al termine  $(R_T + H)^3$ .

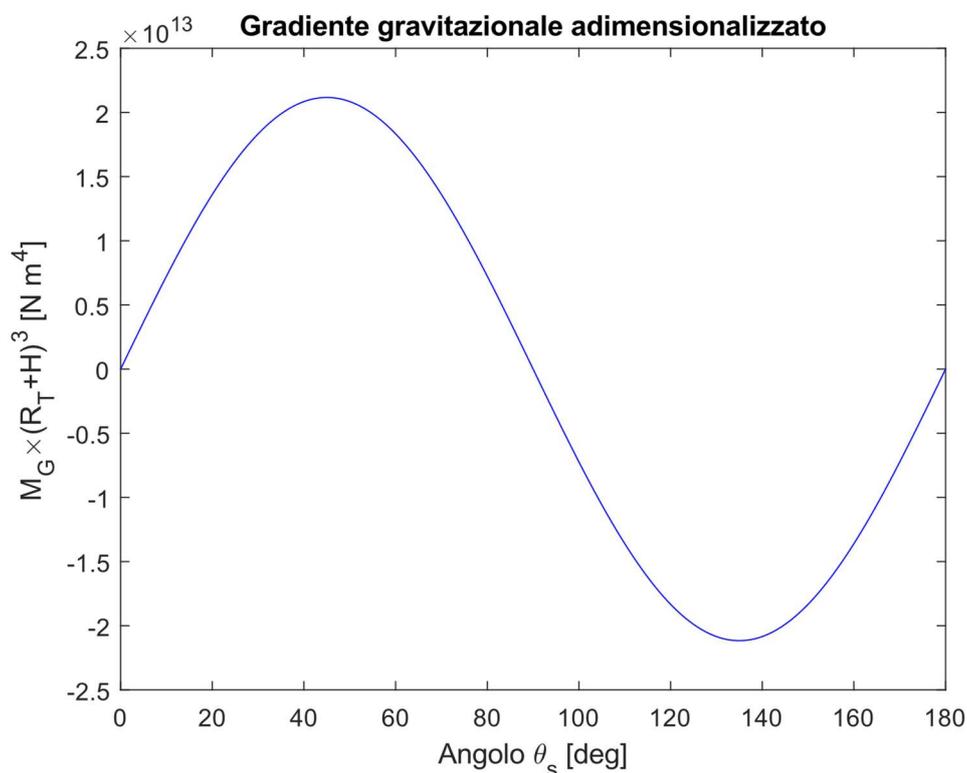


Figura 2.3: Andamento di  $M_G$  adimensionalizzato in funzione di  $\theta_s$

Per modellare l'effetto di  $\bar{M}_M$ , invece, è necessario conoscere il valore dei dipoli residui presenti entro il satellite. Questi possono avere un valore compreso tra 0.1 e 20  $A \times m^2$  per i satelliti di dimensioni contenute e dipenda dalla presenza o meno di sistemi di compensazione. Per satelliti dalle dimensioni del CubeSat in esame, e senza sistemi di compensazione, l'intensità del dipolo residuo magnetico è inferiore a 1  $A \times m^2$  (Wertz J. , 2005). Come definito è possibile modellare in maniera verosimile il dipolo residuo di un satellite tramite la relazione:

$$\bar{m}_m = M_{3U} \times 10^{-3} A m^2 / kg \quad (2.9)$$

Da cui è possibile stimare un valore appropriato. Noto poi il valore medio del campo geomagnetico a una certa quota, è quindi possibile stimare un valore di coppia di disturbo dovuto all'interazione magnetica, pari a:

$$|\bar{M}_M| = \bar{m}_m \frac{2 \times 8.1 \times 10^{15}}{(R_T + H)^3} \quad (2.10)$$

Con il modello utilizzato, per missioni in LEO il valore medio di  $|\bar{M}_M|$  è  $1.71 \times 10^{-7} Nm$ , con un massimo di  $2.3 \times 10^{-7}$  a 160  $km$  di quota. Per i CubeSat l'orbita caratteristica di missione ha un perigeo di circa 500  $km$ .

La coppia dovuta alla radiazione solare può essere opportunamente modellata considerando – in funzione delle infinite configurazioni d'assetto del satellite – la posizione istantanea del centro di spinta della pressione di radiazione. La forte dipendenza dell'analisi dalla posizione del centro di massa del satellite non permette di fare calcoli precisi. D'altra parte, una stima verosimile può essere fatta facendo riferimento ai dati disponibili delle precedenti missioni e simulazioni di modelli esistenti. Considerando un microsatellite dalle dimensioni  $450 \times 340 \times 680 mm$ , la coppia di disturbo ottenuta tramite simulazioni è pari a  $3 \times 10^{-7} Nm$  (Sofyalı). Siccome la superficie del satellite preso in considerazione è molto più piccola, si può considerare in maniera conservativa un valore effettivo di  $\bar{M}_R$  pari al 10% di questo, ottenendo comunque un valore di disturbo limitato.

Lo stesso problema si ha per determinare  $\bar{M}_a$ : non è possibile fare una stima accurata senza conoscere la distribuzione di massa specifica di un 3U progettato. Un'accurata scelta di un valore conservativo di  $C_D$ , però, permette di svincolarsi dalla posa istantanea del satellite. Noto il massimo discostamento del centro di massa rispetto a quello geometrico ( $\max\left(\sqrt{x_{3U}^2 + z_{3U}^2}\right) = 72.8 \text{ mm}$ ) è possibile stimare il valore di (2.11)

$$\begin{aligned} |\bar{M}_a| &= 0.5 \times C_D A_a \rho_a V_R^2 \times \max\left(\sqrt{x_{3U}^2 + z_{3U}^2}\right) \\ &= 1.18 \times 10^{-6} \text{ Nm} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Per ottenere il risultato della (2.11) è stata considerata un'orbita circolare a 500 *km* di quota, con  $C_D = 2.5$  (caso peggiore per un cuboide), un valore di  $\rho_a$  pari al massimo possibile alla quota definita, e una superficie resistente  $A_a$  1.5 volte la superficie del lato più grande del nanosatellite.

Infine, come già definito in precedenza,  $\bar{M}_U$ , coppia di disturbo stimabile dovuta agli urti, risulta essere trascurabile nel computo finale, anche per via della sua natura statistica.

Grazie ai valori numerici ottenuti, è possibile definire quindi il valore obiettivo di simulazione dell'ambiente spaziale, pari a:

$$\bar{M}_{GT} \approx \bar{M}_{est} = \bar{M}_a + \bar{M}_R + \bar{M}_M + \bar{M}_G = 1.53 \times 10^{-6} \text{ Nm} \quad (2.12)$$

Questo significa che i satelliti in prova sul banco dovranno essere in grado di gestire – o compensare – dei disturbi di tale valore o superiori. Idealmente, definito il valore di (2.12), risulta opportuno abbassare il disturbo ammissibile dal banco prova ad un valore inferiore per poter modellare l'ambiente in orbita in maniera opportuna ed avere un margine sulle probabili semplificazioni fatte in fase di progettazione e modellazione della struttura. Inoltre, i disturbi residui agenti sull'assieme satellite-struttura saranno anche dipendenti dall'atto di moto di questo, per cui è altrettanto necessario tenere un certo margine sui disturbi generati.

A valle di tutte queste considerazioni, è stato ritenuto opportuno modellare la struttura in modo da ottenere un disturbo residuo a valle del bilanciamento più piccolo di quello complessivo stimato in orbita. Idealmente, si vuole quindi mantenere deformazioni, vibrazioni, ed attriti a valori che garantiscano un disturbo in condizioni di laboratorio un ordine di grandezza più piccolo di quello modellato, ovvero circa  $1 \times 10^{-7} Nm$ .

## 2.4. Definizione delle linee guida di progettazione

Dopo aver introdotto il problema dal punto di vista teorico, è bene passare alla delineazione dei criteri di progettazione. Nello specifico, gli obiettivi della progettazione sono i seguenti:

- Garantire una coppia residua di disturbo dell'ordine di grandezza di  $\bar{M}_{est}$ .
- Garantire il minor impatto possibile della struttura di supporto sulle proprietà di massa del banco prova comprese del satellite.
- Garantire rotazioni di almeno  $60^\circ$  attorno ad ogni asse.
- Ottenere un sistema che non influenzi il campo magnetico generato.

Soddisfacendo questi obiettivi riguardo la progettazione sarà possibile costruire una struttura di supporto per nanosatelliti che – interfacciandosi con il cuscinetto sferico ad aria – sia in grado di simulare le condizioni di microgravità senza modificare eccessivamente la dinamica del sistema in prova. Per soddisfare questi obiettivi, quindi, sono state identificate le seguenti linee guida per la fase di progettazione meccanica:

- Massimizzazione della rigidità strutturale
- Minimizzazione del peso della struttura.
- Minimizzazione dell'ingombro del sistema.
- Minimizzazione del costo complessivo.
- Minimizzazione della complessità tecnologica.
- Utilizzo quasi esclusivo di materiali amagnetici.

Viene quindi modellata la dinamica del sistema di controllo d'assetto, per poi approfondire il dimensionamento della struttura e dei sottosistemi necessari al bilanciamento della stessa.

## 2.5. Dinamica della piattaforma di simulazione d'assetto

La progettazione della nuova piattaforma deve basarsi – per permettere un opportuno bilanciamento – sulla modellazione cinematica della stessa. Nello specifico, è fondamentale descriverne il comportamento dal punto di vista della meccanica applicata. Il sistema può essere modellato preliminarmente come un corpo rigido, come riportato in Figura 2.4. L'obiettivo del bilanciamento è quello di annullare – o limitare per quanto possibile – le coppie esterne agenti sul membro piattaforma-satellite.

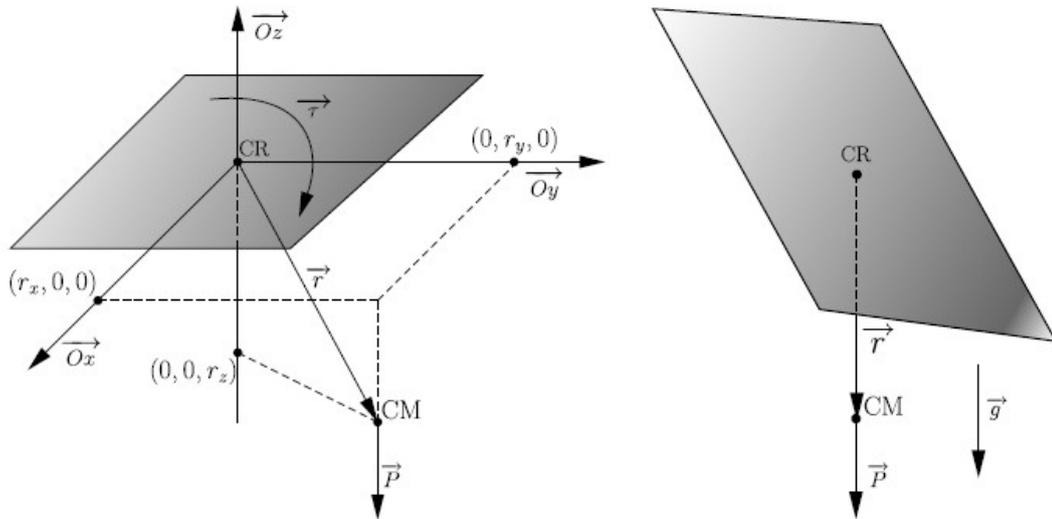


Figura 2.4: Schema cinematico del piatto (Da Silva, 2018)

Il disturbo totale, nel complesso, è dato principalmente da due contributi che possono essere evidenziati e modellati.

- Coppia gravitazionale
- Coppia aerodinamica

Questi possono essere facilmente utilizzati per descrivere il comportamento del banco prova rotante. Nello specifico, sempre con riferimento alla Figura 2.4, è possibile definire il momento della quantità di moto rispetto al centro d'istantanea rotazione CR tramite la (2.13).

$$\bar{H}_{CR} = \bar{r} \wedge M \times \bar{v}_G + \bar{H}_G \quad (2.13)$$

Vale, come definito in precedenza, la (2.14).

$$\sum_i \bar{M}_{CR_i} = \frac{d\bar{H}_{CR}}{dt} \quad (2.14)$$

Dove il termine  $\sum_i \bar{M}_{CR_i}$  definisce la somma dei momenti agenti sul sistema con polo CR. Dalla (2.14) risulta quindi:

$$\sum_i \bar{M}_{CR_i} = (\bar{r} \wedge M\ddot{\bar{r}}) + [\bar{\omega} \wedge (\bar{r} \wedge M\dot{\bar{r}})] + \dot{\bar{H}}_G + (\bar{\omega} \wedge \bar{H}_G) \quad (2.15)$$

La (2.15), con opportune e verosimili semplificazioni (Da Silva, 2018), può essere scritta in forma compatta:

$$\dot{\bar{\omega}} \approx \underline{I}_{bp}^{-1} \times \sum_i \bar{M}_{CR_i} \quad (2.16)$$

L'attrito aerodinamico può, noto l'atto di moto del banco prova, essere determinato sperimentalmente. Questo dipende principalmente dai coefficienti d'attrito viscoso dell'aria, dalla superficie di contatto del cuscinetto, dal peso del banco prova, e da altri parametri generici. Tutti questi contributi possono essere definiti in un vettore  $\bar{B}_a$  e riferiti al sistema di riferimento del corpo. L'attrito aerodinamico del banco prova, in prima analisi, può essere considerato trascurabile, in quanto sperimentalmente è stato verificato che questo è almeno un ordine di grandezza più piccolo di quello dovuto alla coppia gravitazionale. Nello specifico, data la particolarità delle equazioni fluidodinamiche e la stretta dipendenza dalla

qualità della superficie del cuscinetto, tale disturbo risulta difficilmente modellabile. A riprova della sua trascurabilità, si sottolinea che le velocità di rotazione del banco prova sono piuttosto contenute. Analiticamente, la coppia di disturbo aerodinamica dovuta al cuscinetto può essere scritta nella forma della (2.17), dove il vettore dei coefficienti  $\bar{B}_a$  è determinato sperimentalmente.

$$\bar{M}_{CR_a} = -\bar{B}_a \omega^2 \quad (2.17)$$

Questo termine è difficile da determinare analiticamente, e dovrà essere stimato tramite prove sperimentali.

Il termine dato dalla coppia gravitazionale, invece, è fondamentalmente definito dalla distanza tra CR e il centro di massa. Tale coppia di disturbo deve però essere riportata al sistema di riferimento solidale alla struttura rotante. Si ha, pertanto, che tale valore di coppia è descritto dalla (2.18).

$$\bar{M}_{GT} = \bar{r} \wedge M\bar{g} = Mg \begin{bmatrix} r_z \cos \theta \sin \rho - r_y \cos \theta \cos \rho \\ r_z \sin \theta + r_x \cos \theta \cos \rho \\ -r_y \sin \theta - r_x \cos \theta \sin \rho \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Il risultato finale è il modello dinamico della piattaforma, espresso dalla relazione (2.19).

$$\dot{\bar{\omega}} = \begin{bmatrix} \frac{Mg}{I_{xx}} (r_z \cos \theta \sin \rho - r_y \cos \theta \cos \rho) \\ \frac{Mg}{I_{yy}} (r_z \sin \theta + r_x \cos \theta \cos \rho) \\ \frac{Mg}{I_{zz}} (-r_y \sin \theta - r_x \cos \theta \sin \rho) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La modellazione appena conclusa permette – in sintesi – di valutare l'entità dei disturbi agenti sul banco prova e il loro contributo alla variazione di momento angolare del sistema. Come definito in 2.3, infatti, risulta opportuno avere delle coppie ribaltanti minori di quelle di disturbo

presenti in orbita. A seguito delle considerazioni appena fatte, in fase di progettazione risulterà quindi necessario minimizzare la coppia di disturbo gravitazionale  $\bar{M}_{GT}$  in quanto preponderante sulle altre componenti. I gradi di libertà da minimizzare sono congiuntamente la massa complessiva  $M$  e la distanza vettoriale tra CR e il centro di massa. La dipendenza dalla configurazione d'assetto  $(\rho, \theta, \gamma)$  non può infatti essere modificata, in quanto è necessario garantire un range minimo di rotazione attorno ai 3 assi. Nello specifico, per garantire un valore basso di  $\bar{M}_{GT}$  per qualunque terna  $(\rho, \theta, \gamma)$  è necessario portare avanti una progettazione che massimizzi la rigidità della struttura in maniera omogenea, in modo da evitare deformazioni e spostamenti di massa – per quanto infinitesimi – durante il funzionamento.

Il sistema di simulazione d'assetto può essere scomposto funzionalmente in due sottosistemi distinti:

- Struttura meccanica: l'insieme dei componenti necessari a supportare il satellite, sensori e attuatori accessori.
- Sistema di bilanciamento: assieme composto da attuatori e corpi dall'elevato peso specifico necessari a controllare il centro di massa del sistema per bilanciare la struttura.

È importante sottolineare, infine, che lavorando con lo scopo di potenziare il banco prova già esistente che utilizza un cuscinetto ad aria, risulterà necessariamente che il CR del sistema stesso coincida con il centro geometrico della semisfera del cuscinetto. Idealmente, per cui, il banco prova si svilupperà simmetricamente sul piano  $xy$  attorno alla semisfera.

## 2.6. Modellazione di baricentri e spostamenti ammissibili

Come descritto in 2.5., la questione del bilanciamento è fondamentale per poter simulare efficacemente le condizioni di microgravità. La (2.18) descrive – con opportune approssimazioni – la coppia di disturbo complessiva agente sul sistema. Per poter correttamente fare simulazioni di controllo d’assetto in orbita, tale coppia deve essere dello stesso ordine di grandezza del disturbo agente sul satellite in orbita. È stato supposto un valore di disturbo accettabile limite definito in (2.20). Si presume che un satellite capace di compensare un valore di disturbo di questo ordine sia in grado di garantire performance nominali o maggiori con il disturbo in orbita, che ci si aspetta essere minore.

$$\bar{M}_{GT} = 5 \times 10^{-6} Nm \quad (2.20)$$

Grazie alla modellazione fatta, risulta possibile stimare il massimo valore ammissibile di spostamento del baricentro del sistema dovuto a deformazioni meccaniche. Dovendo limitare tale valore per qualunque valore della terna  $(\rho, \theta, \gamma)$ , è opportuno che tali deformazioni siano garantite a prescindere dalla direzione dell’accelerazione di gravità.

Essendo in fase di progettazione concettuale, risulta opportuno fare delle ipotesi iniziali: i “gradi di libertà” relativi alla progettazione sono infatti innumerevoli. Il primo vincolo che si vuole imporre – o valore di prima ipotesi, è dato dalla massa ammissibile per i contrappesi. Nello specifico, avendo definito  $M$  la massa complessiva del sistema, questa può essere scomposta in tre contributi notevoli:

$$M = M_{id} + M_{st} = M_{3U} + M_{cp} + M_{st} \quad (2.21)$$

Dove  $M_{id}$  definisce la massa “ideale”, quella minima e necessaria per avere un sistema bilanciato. Tale valore, del resto, sarà irraggiungibile. Come affermato in precedenza, tra gli obiettivi risulta sia voler minimizzare la massa del sistema che minimizzarne la distribuzione spaziale – ovvero gli

elementi del tensore d'inerzia. Ricordando quindi che il momento d'inerzia è proporzionale al quadrato della distanza dal centro di massa, è stato ritenuto opportuno limitare opportunamente la distribuzione di massa lungo  $z$  (con riferimento alla Figura 2.4).

Si ha, nello specifico, che posizionando il carico utile ( $4 \text{ kg}$ ) sopra il piano portante, il baricentro di questo darà necessariamente un contributo positivo al centro di massa di tutto l'assieme. Questo contributo può essere modellato, sinteticamente, tramite il vettore  $\bar{\mu}$  definito dalla (2.22).

$$\bar{\mu} = M \times \bar{r}_G \quad (2.22)$$

Dove  $\bar{r}_G$  definisce la posizione del baricentro del sottosistema rispetto all'origine del sistema di riferimento del corpo – considerata coincidente al CR del sistema intero. Per ottenere il bilanciamento cercato, quindi, è necessario che valga la relazione:

$$\bar{r} = \frac{\sum_i \bar{\mu}_i}{\sum_i M_i} = \bar{0} \quad (2.23)$$

Considerando il caso ideale ( $M = M_{3U} + M_{cp}$ ), deve valere semplicemente:

$$\bar{\mu}_{3U} = \bar{\mu}_{cp} \quad (2.24)$$

Il primo vincolo che si vuole dare – riguardo la massa – consiste nel dare un valore massimo a  $M_{cp}$ . Nello specifico, il vincolo di progetto risulta essere

$$M_{cp} \leq 4 \text{ kg} \quad (2.25)$$

Tale valore è stato stimato sulla base della (2.24). Nel caso ideale il sistema sarà composto da due gruppi funzionali – di massa complessiva  $8 \text{ kg}$  – con centri di massa speculari rispetto a CR.

Nel caso reale sarà invece presente anche un contributo dato dalla struttura, ma tale contributo – sempre in direzione  $z$  – sarà minore dal punto di vista della distanza da CR. Sinteticamente, imporre un valore massimo a  $M_{cp}$  significa favorire una minimizzazione del tensore d'inerzia complessivo. Questo, a sua volta, permette di avere un ampio intervallo di lavoro, dal punto di vista delle pose ottenibili. Definito questo limite, è possibile fare una stima del massimo spostamento del centro di massa ammissibile durante il funzionamento regolare, come descritto dalla (2.26).

$$\bar{r}_{max} = \frac{5 \times 10^{-6}}{M_{id} \times |\bar{g}|} = 6.37 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (2.26)$$

Viene proposto anche lo stesso risultato tenendo conto di un contributo stimato pari a 4 *kg* della struttura.

$$\bar{r}_{max} = \frac{5 \times 10^{-6}}{M \times |\bar{g}|} = 4.25 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (2.27)$$

Vale quindi, con questi valori di indagine preliminare, che  $\bar{r}_{max}(M) = 0.67 \times \bar{r}_{max}(M_{id})$ . La presenza della struttura, quindi, contribuisce in maniera sensibile al massimo spostamento ammissibile del baricentro durante il funzionamento. Tale massa, d'altra parte, è necessaria per garantire le rigidzze appropriate al sistema. Questa può essere opportunamente ridotta tramite ottimizzazione delle geometrie resistenti, indagando il comportamento della struttura tramite analisi agli elementi finiti ed ottimizzazione topologica, ma, approssimativamente, il contributo dal peso complessivo del sistema sarà quello appena considerato nella modellazione.

## 2.7. Modellazione analitica delle deformazioni

Per investigare in maniera preliminare le possibilità di progettazione, è stato analizzato in dettaglio il comportamento di elementi snelli e di piastre di medio spessore. Nello specifico, noti i vincoli da imporre alla struttura (i.e. fissaggio alla semisfera del cuscinetto), è possibile modellare e valutare la deformata di questi tipi di strutture, potendo fare un confronto tra il comportamento di scelte meno massive (elementi snelli) e quello di elementi più rigidi (piastre).

### Modellazione degli elementi snelli

Per valutare se impiegare delle travi nella struttura è stato valutato il loro contributo alla deformazione della stessa. Per fare ciò è stata sfruttata l'equazione della linea elastica, descritta dalla (2.28), per analizzare la deformazione al variare del parametro  $x$ , che definisce la lunghezza della trave.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_f(x)}{EI} \quad (2.28)$$

L'idea è, dopo aver fissato la struttura alla semisfera, utilizzare delle guide lungo cui far scorrere i contrappesi. Questo è necessario principalmente lungo l'asse  $z$ , in quanto il centro di massa del satellite (relativamente massiccio) ha una quota minima notevole. Compatibilmente con la (2.23), quindi, è necessario portare i contrappesi a una certa distanza da CR per limitare la massa del sistema, in quanto la massa di contrappeso aumenta seguendo proporzionalmente alla componente su  $z$  di  $\bar{r}_{cp}$ .

Per permettere l'opportuno spostamento dei contrappesi lungo queste guide, le travi sono state idealizzate con due sezioni resistenti variabili. La prima, con sezione "nominale" e lunghezza  $L_1$ , serve ad incrementare la rigidità della trave, mentre la seconda, filettata e di lunghezza  $L_2$ , serve a permettere il moto elicoidale dei contrappesi assialsimmetrici, in maniera

equivalente ad una traslazione. Sinteticamente, definite le condizioni al contorno di incastro alla struttura e di continuità della curvatura, si ottiene:

$$v(x) = \frac{1}{EI} \left[ (P_1 + P_2) \left( \frac{L_1}{4} x^2 - \frac{x^3}{6} \right) + P_2 \frac{L_1}{4} x^2 \right] \quad (2.29)$$

$$\forall x \in [0, L_1]$$

$$v(x) = \frac{1}{EI} \left[ P_2 \left( L_2 \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{6} \right) + (P_1 + P_2) \left( \frac{L_2^2}{8} \right) + P_2 \frac{L_2^2}{4} x \right. \\ \left. + \frac{P_1 + P_2}{24} L_2^3 + P_2 \frac{L_2^3}{16} \right] \quad \forall x \in [L_1, L_2] \quad (2.30)$$

Dove  $P_1$  modella la forza peso – in direzione ortogonale all’asse della trave – del singolo contrappeso da sostenere, mentre  $P_2$  definisce il peso – nella direzione parallela a  $P_1$  – della trave stessa. Le (2.29) e (2.30) descrivono due delle infinite soluzioni ottenibili al variare delle condizioni al contorno. Vengono riportate queste perché – tra le varie soluzioni costruttive ragionate – sono quelle che hanno definito il comportamento migliore degli elementi snelli.

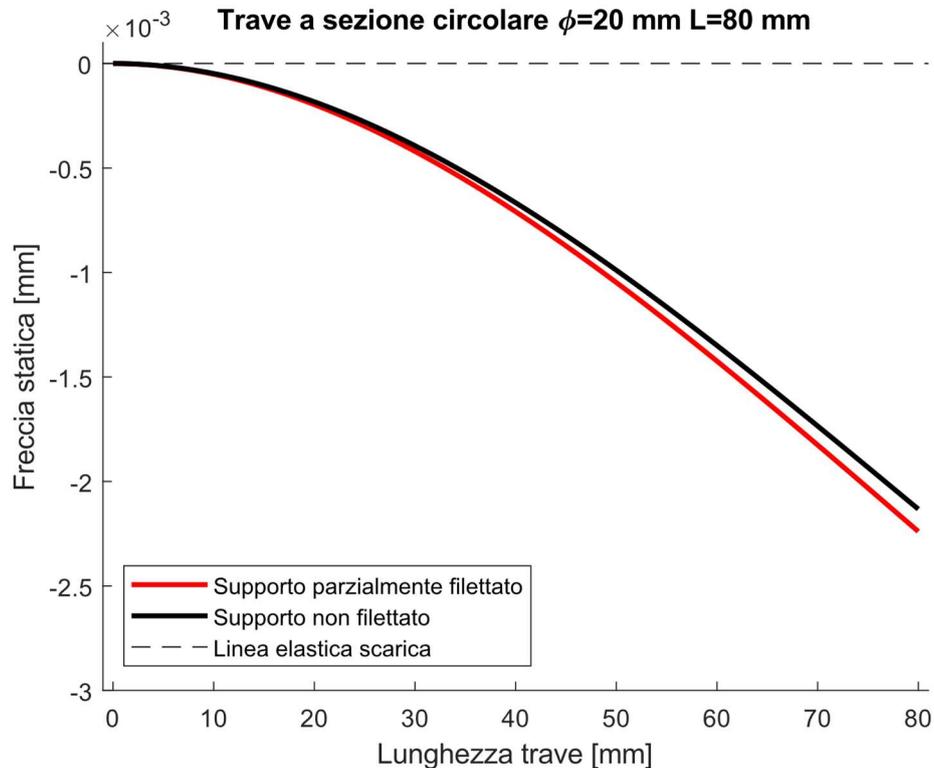


Figura 2.5: Deformata di un supporto snello a sbalzo inclinato di  $35^\circ$

In Figura 2.5 è riportato, a titolo d'esempio, il comportamento di un supporto snello in alluminio inclinato di  $35^\circ$ , ottenuto tramite uno script di ottimizzazione. Nello specifico, è stato sviluppato un algoritmo in grado di fornire in output i parametri geometrici e di massa di possibili supporti snelli e contrappesi, a seguito dell'inserimento delle geometrie della struttura e del satellite. Tale algoritmo è riportato in Appendice D. Tramite tale algoritmo è stata infatti investigata la possibilità di utilizzare supporti ortogonali al piano d'appoggio o inclinati rispetto a questo. Questa seconda configurazione permetterebbe, nello specifico, di ridurre al minimo le dimensioni della struttura di fissaggio alla semisfera, risultando però più sollecitata nelle condizioni di assetto più estreme.

In conclusione, la scelta di utilizzare elementi snelli per alleggerire la struttura non è risultata efficace: le deformazioni ottenibili sono troppo marcate – specialmente se associate ad elementi così massicci come i contrappesi. Una soluzione valutata è quella di aumentare il momento d'inerzia della sezione resistente, ma questo ha portato a risultati inaccettabili dal punto di vista degli ingombri, anche ottimizzando la distribuzione di massa attorno all'asse neutro, con sezioni resistenti dalla lunghezza trasversale anche maggiore di  $20\text{ cm}$ . Alternativamente è stata valutata la possibilità di ridurre la lunghezza della struttura, comportando però masse di contrappeso troppo elevate.

Con riferimento alla Figura 2.5, è possibile calcolare che il singolo supporto genera una coppia di disturbo – dovuta allo spostamento del suo baricentro parziale – di  $8 \times 10^{-5}\text{ Nm}$ . Tale disturbo – se la struttura è assialsimmetrica e il vettore gravità parallelo all'asse di simmetria di questa – è comunque compensato dal contributo dei vari elementi. Questo risultato non è però generale, e non vale per una configurazione d'assetto arbitraria. Inoltre, dato che i contrappesi devono poter essere traslati lungo le guide per bilanciare la struttura, un errore di posizionamento potrebbe sollecitare diversamente i supporti, causando deformazioni diverse. Nel complesso, l'utilizzo di elementi snelli risulta molto sconveniente, principalmente per l'assenza di controllo diretto sulle deformazioni.

## Modellazione della piastra inflessa

La modellazione della struttura planare è fondamentale per ottenere una buona progettazione della struttura intera: il nanosatellite in prova viene fissato su questa, che a sua volta si interfaccia con il cuscinetto ad aria. Complessivamente, la rigidezza della struttura può essere vista come il contributo – in serie – della rigidezza del piatto e della rigidezza dei componenti assemblati su questo. Avere un piatto molto rigido permette, quindi, di ridurre notevolmente le deformazioni distribuite nel sistema.

Per descrivere il comportamento del piatto è necessario introdurre brevemente la teoria delle piastre di medio spessore. Le ipotesi di studio sono, in maniera concorde con la teoria flessionale:

- Piastra di medio spessore
- Tensioni preponderanti dovute alla flessione
- Deformazioni dovute a taglio e a sforzo normale trascurabili

La modellazione analitica, nel complesso, è necessaria per valutare il guadagno incrementale di rigidezza del piatto in funzione di diversi parametri, oltre che per ottenere una progettazione ottimale, consci del fatto che il comportamento reale di questo si discosterà, seppur limitatamente, dal caso ideale. Dato che la progettazione mira ad ottenere un banco prova dal comportamento estremamente rigido a prescindere dall'assetto, è stato reputato ottimale progettare il piatto d'appoggio del satellite in maniera assialsimmetrica. Dal punto di vista teorico, un elemento infinitesimo della piastra è rappresentato dalla Figura 2.6, mentre la 2.7 rappresenta la sezione diametrale del piatto.

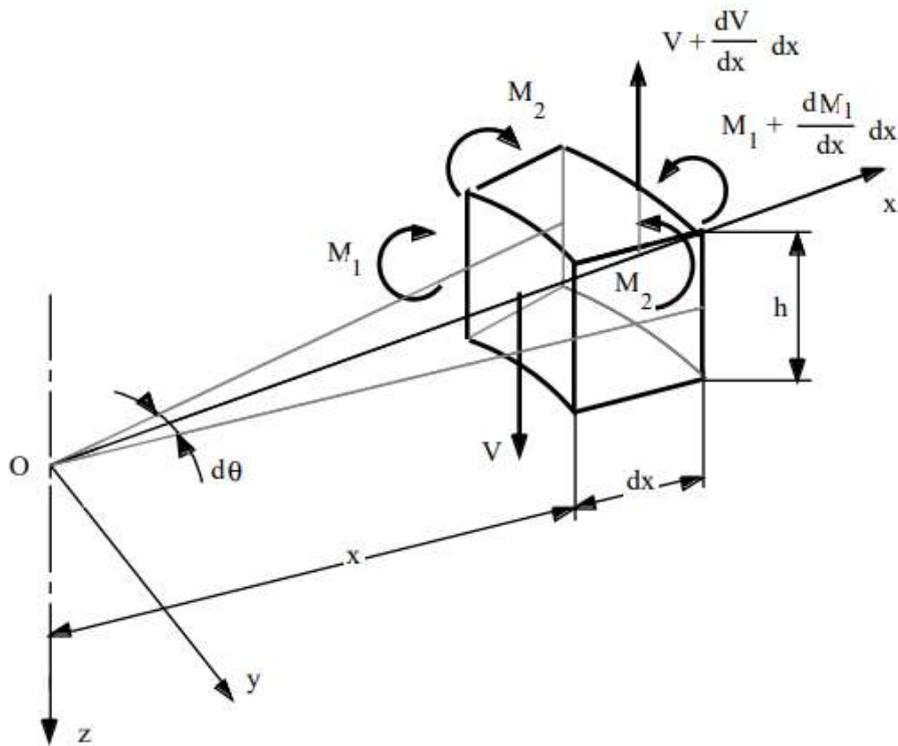


Figura 2.6: Elemento infinitesimo di piastra con sollecitazioni (Minak, 2018)

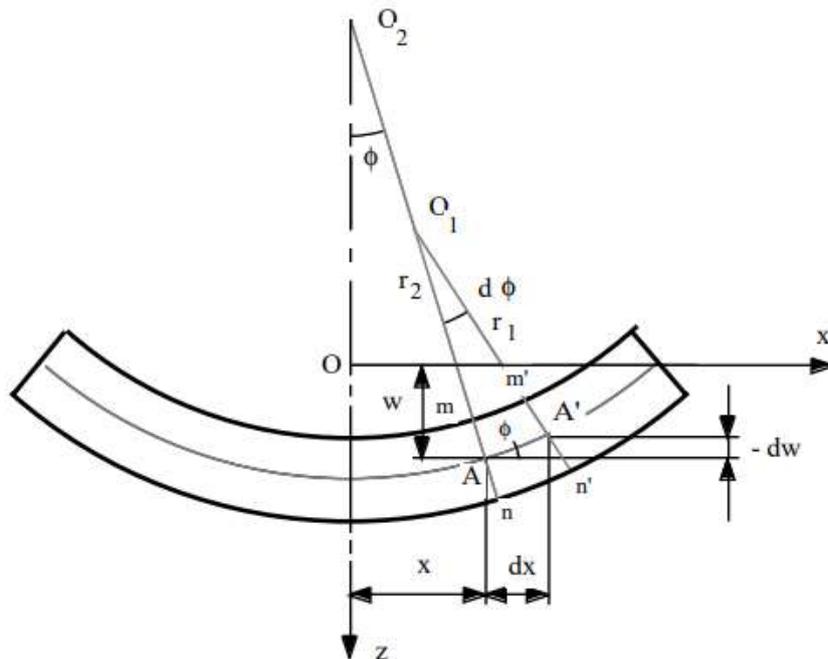


Figura 2.7: Sezione diametrale di piastra assialsimmetrica inflessa (Minak, 2018)

Con riferimento alle due figure riportate, è possibile definire – partendo dalla legge di Hooke – la rigidità flessionale della piastra, descritta dalla (2.31).

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.31)$$

Questa dipende dal modulo elastico  $E$ , dallo spessore  $h$ , e dal coefficiente di Poisson  $\nu$ . Il momento flettente per unità di lunghezza agente sullo stesso è descritto dalla (2.32), mentre la (2.33) descrive la curvatura della piastra inflessa, con opportune approssimazioni delle relazioni geometriche.

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x y \, dy = \frac{E}{(1-\nu^2)r} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y \, dy = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{D} \quad (2.33)$$

Si possono poi definire le relazioni fondamentali della Figura 2.6:

$$\begin{aligned} M_1 &= D \left( \frac{1}{r_1} + \nu \frac{1}{r_2} \right) = D \left( \frac{d\phi}{dx} + \nu \frac{\phi}{x} \right) \\ M_2 &= D \left( \frac{1}{r_2} + \nu \frac{1}{r_1} \right) = D \left( \frac{\phi}{x} + \nu \frac{d\phi}{dx} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Dove  $M_1$  e  $M_2$  sono rispettivamente i momenti per unità di lunghezza ortogonali al piano  $xz$  e al piano  $xy$ . Dall'equilibrio dell'elemento infinitesimo di Figura 2.6 è possibile, infine, definire l'equazione canonica delle piastre inflesse:

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left( x \frac{dw}{dx} \right) \right] = -\frac{V}{D} \quad (2.35)$$

Tramite la (2.35) è possibile descrivere in maniera completa il comportamento delle piastre inflesse assialsimmetriche al variare delle condizioni di vincolo e sollecitazione. Dato che la struttura deve essere bilanciata – e la massa minimizzata – la soluzione concettualmente ideale è posizionare tutti gli elementi sotto al piatto e il più lontano possibile dal centro. Questo permette di utilizzare masse minori di contrappeso e di garantire degli angoli di assetto sufficienti ad eseguire le prove. Se i vari

componenti fossero vicini al centro, infatti, andrebbero in interferenza con il supporto del cuscinetto a sfera.

Per modellare la deformazione della piastra è bene definire sia il contributo dei componenti esterni, che del peso della stessa. Chiamata  $S_p$  la superficie della piastra, è possibile modellare la forza peso del piatto come una pressione, potendola quindi assimilare a un carico esterno:

$$p_0 = \frac{\rho g h S_p}{S_p} = \rho g h \quad (2.36)$$

L'equilibrio al taglio della piastra è definito dalla (2.37), avendo definito il vincolo di supporto – come richiesto per poter bilanciare il sottosistema – al centro della stessa.

$$2\pi x V = p_0 \pi (R^2 - x^2) + P \quad (2.37)$$

Dalla (2.35) si ottiene il carico per unità di lunghezza agente sul piatto:

$$V = \frac{p_0}{2} \left( \frac{R^2}{x} - x \right) + \frac{P}{2\pi x} \quad (2.38)$$

Note le (2.38) e (2.35), è quindi possibile ottenere l'integrale generale della seconda:

$$\begin{aligned} w(x) = \frac{1}{2D} & \left[ p_0 \left( \frac{R^2}{2} \left( \frac{x^2}{2} \left( \ln(x) - \frac{1}{2} \right) - \frac{x^2}{4} \right) - \frac{x^4}{32} \right) \right. \\ & \left. + \frac{P}{2\pi} \left( \frac{x^2}{2} \left( \ln(x) - \frac{1}{2} \right) - \frac{x^2}{4} \right) \right] + C_1 \frac{x^2}{4} \\ & + C_2 \ln(x) + C_3 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Questo – che vale per qualunque piastra assialsimmetrica sottoposta alle condizioni di carico descritte dalla (2.38) – può essere poi specificato per la piastra vincolata al centro. Vale, per la risoluzione, l'ipotesi di avere una struttura laterale di supporto continua, che permette quindi di annullare la rotazione sul bordo esterno. Questa ipotesi risulta verosimile nel momento in cui vengono abbandonati i supporti snelli per una struttura verticale di supporto ai contrappesi. Le condizioni al contorno sono quindi:

$$\begin{cases} \phi(x = 0) = 0 \\ w(x = 0) = 0 \\ \phi(x = R) = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Da cui si ottiene:

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{p_0}{RD} \left[ \left( R^2 \left( \frac{R}{2} \ln(R) - \frac{R}{4} \right) - \frac{R^3}{8} \right) + \frac{P}{\pi} \left( \frac{R}{2} \ln(R) - \frac{R}{4} \right) \right] \\ C_2 = 0 \\ C_3 = 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

Sostituendo i valori di (2.41) nella (2.39) è quindi possibile ottenere il valore della deformata  $\forall x \leq R$ . La funzione così ottenuta descrive il comportamento della deformata in funzione del raggio. Il risultato analitico così ottenuto è stato utilizzato come controprova per confermare i risultati ottenuti dalle simulazioni FEM descritte successivamente. Si riportano, nello specifico, i risultati di varie simulazioni di validazione dei risultati analitici in Tabella 2.1, dove l'errore percentuale è stato definito come:

$$E\% = \frac{w_{FEM} - w_{anal}}{w_{anal}} \quad (2.42)$$

Materiale	Spessore [mm]	Diametro [mm]	$w_{FEM}$ [mm]	$w_{anal}$ [mm]	$E\%$
Acciaio	2	300	0.0486	0.0489	0.5%
Acciaio	6	300	0.0054	0.0054	0.1%
Acciaio	8	300	0.0031	0.0031	0.7%
Acciaio	15	300	0.0009	0.0008	4%
Alluminio	6	200	0.0010	0.0010	2%
Alluminio	6	300	0.0052	0.0054	3%
Alluminio	6	500	0.0410	0.0416	1%

Tabella 2.1: Confronto tra risultati analitici e simulazioni FEM

Per completezza, si riportano in Figura 2.8 e 2.9 le deformate ottenute tramite simulazione FEM e approccio analitico, osservando la bontà del modello sviluppato. L'approccio analitico è risultato fondamentale per validare il comportamento dei modelli agli elementi finiti utilizzati, in modo da garantire delle simulazioni fedeli alla realtà.

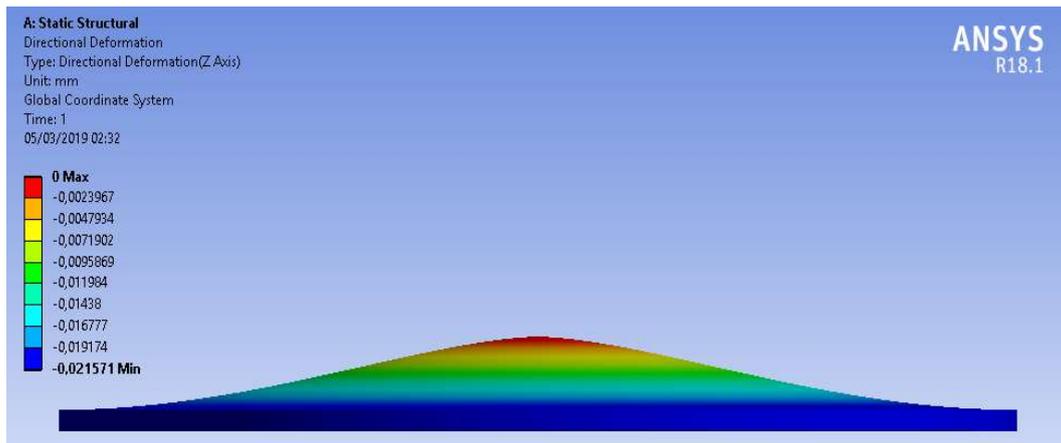


Figura 2.8: Deformata della modellazione FEM di una piastra inflessa

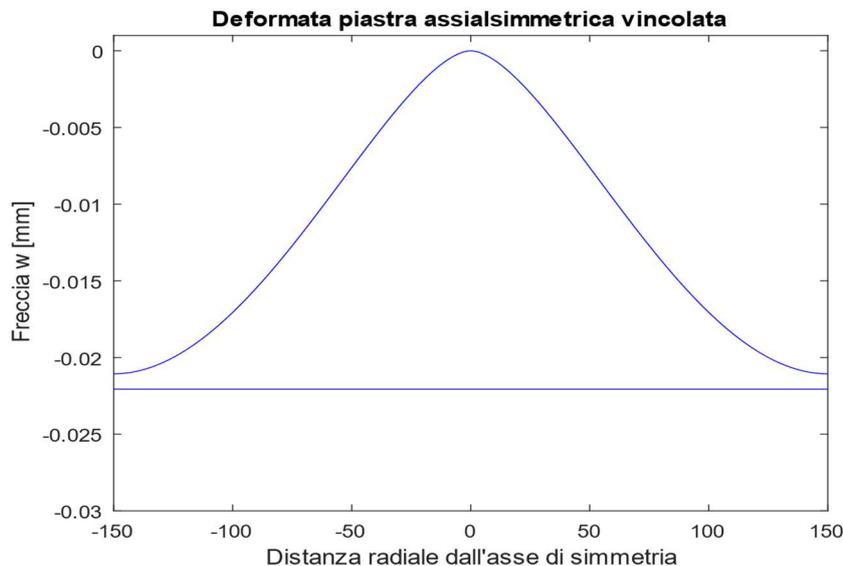


Figura 2.9: Deformata ottenuta tramite approccio analitico della piastra di Figura 2.8

Si vuole sottolineare, ad ogni modo, che le simulazioni ed analisi fatte in questa maniera sono moderatamente conservative, in quanto la struttura finale avrà in realtà una maggiore rigidità nella parte centrale, dovuta al supporto della semisfera del cuscinetto che impedirà le rotazioni del piatto.

Si accenna inoltre – in quanto presente nella struttura finale – alla possibilità di aggiungere un rinforzo alle piastre soggette a sollecitazione. Nello specifico, con riferimento alla Figura 2.10, si ha che aggiungere sezioni anulari dallo spessore maggiore della piastra stessa, porta un aumento di rigidità di quest'ultima. Questo incremento è dipendente dalla posizione e proporzionale alla rigidità dell'anello stesso.

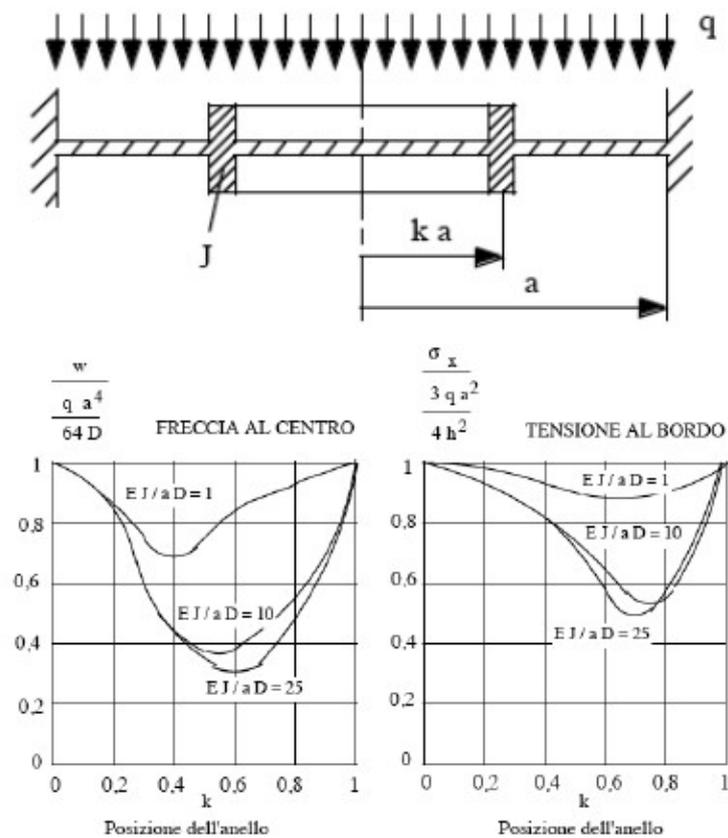


Figura 2.10: Irrigidimento di piastre con anello concentrico (Minak, 2018)

## 2.8. Identificazione dei materiali più adatti

La fase di scelta dei materiali ottimali ad una specifica applicazione è critica, in quanto definisce da subito quali e quanti gradi di libertà vengono tolti al progettista. Si sottolinea, nello specifico, che l'obiettivo non è tanto scegliere il materiale migliore, bensì identificare il set di proprietà (densità, rigidità, resilienza) ottimali per l'applicazione, per poi associarvi il materiale più adatto. Note le linee guida descritte in 2.5 e la struttura off-the-shelf di Figura 1.23, è stata considerata l'ipotesi di riproporre elementi snelli per avere un ampio range di controllo sui contrappesi. Per un elemento snello, la freccia statica può essere definita tramite la relazione (2.41).

$$\delta = C_1 \frac{\bar{F}l^3}{EI} \quad (2.43)$$

Dove  $F$  è la forza con direzione ortogonale all'asse della dimensione predominante. Questa può essere modellata a sua volta tramite il peso del contrappeso sorretto:

$$\bar{F}_p = M_{cp} \cdot \bar{g} \quad (2.44)$$

Ricordando che l'obiettivo dei contrappesi è bilanciare il peso del satellite fino a fare coincidere il centro di massa con il CR, è possibile definire la relazione qualitativa:

$$M_{cp} = \frac{C_2}{l} \quad (2.45)$$

La (2.45) sintetizza, fondamentalmente, il fatto che si possono utilizzare contrappesi massicci e vicini alla struttura (limitando gli ingombri) o più leggeri e lontani da questa (aumentando l'inerzia del sistema complessivo).

Supponendo una sezione circolare per la struttura di supporto, è possibile definirne il momento d'inerzia come:

$$I = C_3 S^2 \quad (2.46)$$

In quanto è proporzionale al diametro della stessa alla quarta. La massa del supporto stesso è invece definibile come:

$$m = \rho_t S l \quad (2.47)$$

Unendo quindi la (2.47), la (2.46), la (2.45) e la (2.43), si ottiene la relazione qualitativa:

$$\delta = C_4 \frac{\rho_t^2 l^4}{E m^2} \quad (2.48)$$

Tramite il modello descritto dalla (2.48) – estremamente semplificativo – è possibile definire preliminarmente una linea generale di approccio alla scelta del materiale ottimale. Nello specifico, dato un supporto snello di massa costante  $m$ , risulta possibile minimizzare la sua freccia (e quindi deformazione), massimizzando la funzione:

$$\Lambda = \frac{E^{\frac{1}{2}}}{\rho_t} \quad (2.49)$$

Questa coincide, nello specifico a una delle possibili funzioni obiettivo da ottimizzare per una progettazione a massima rigidezza. In Figura 2.11 è riportato il diagramma di Ashby che permette un'analisi dei materiali in funzione del loro rapporto tra rigidezza e peso specifico.

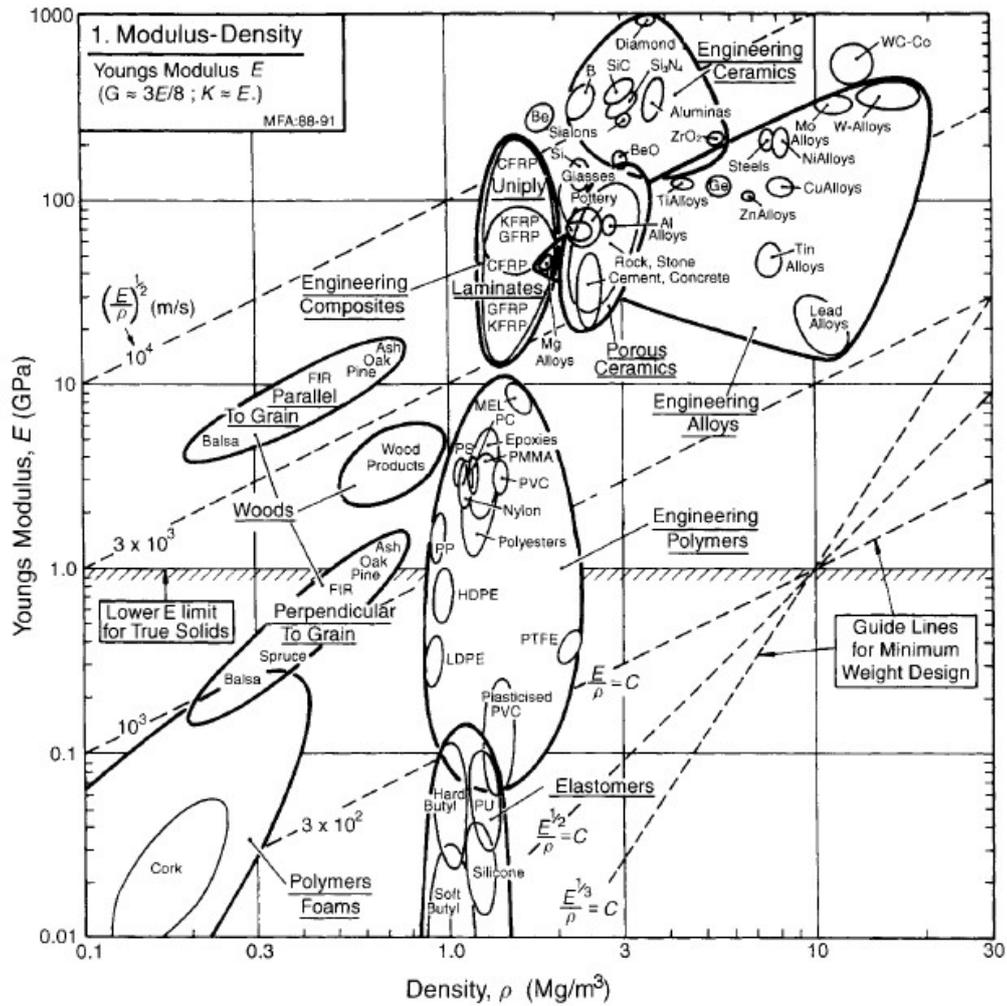


Figura 2.11: Diagramma di Ashby  $E$  vs  $\rho$  (Ashby)

Similmente, delle considerazioni simili possono essere fatte per la parte planare della struttura. In 2.7 è stato dimostrato che la freccia della piastra inflessa è proporzionale – per tutti i termini a cui contribuisce il peso della struttura stessa – al rapporto  $p_0/D$ . Esplicitando le definizioni di  $p_0$  e  $D$  è possibile ottenere la (2.48).

$$w(R) \propto \frac{p_0}{D} = \frac{\rho_p g h}{12(1 - \nu^2) E h^3} \quad (2.50)$$

Ottenendo infine la seconda funzione obiettivo da massimizzare nella scelta dei materiali.

$$\Lambda' = \frac{E}{\rho_p} \quad (2.51)$$

Definite quindi le funzioni ottimizzanti  $\Lambda$  e  $\Lambda'$ , è stato possibile approcciarsi al problema dell'identificazione del materiale più adatto anche da un punto di vista oggettivo e formale. Nello specifico, definite le macroclassi di Figura 2.12, sono state analizzate le proprietà più caratteristiche di queste per fare una scelta ragionata:

- Metalli: ideali per la progettazione meccanica, isotropi e di facile reperibilità. Sono estremamente rigidi ma generalmente pesanti. L'interazione coi campi magnetici della gabbia di Helmholtz li rende però incompatibili all'utilizzo nel banco prova.
- Ceramiche: valutate per la loro elevatissima rigidezza. Scartate per la bassa lavorabilità (necessità di inserti e pezzi ad hoc) e l'alto costo di approvvigionamento.
- Vetro: scartato per le medesime considerazioni fatte per le ceramiche.
- Elastomeri: scartati perché non adeguati al design a causa della loro bassa rigidezza.
- Polimeri: valutati per il bassissimo peso specifico. Hanno un parametro  $\Lambda$  competitivo, ma a parità di inflessione richiedono grandi quantità di materiale e danno un ingombro elevato.
- Compositi: valutati per l'elevatissima rigidezza specifica. L'anisotropia può dare problemi, per cui può essere necessaria una quantità di materiale non trascurabile, elevando i costi in maniera notevole. Scartati per quest'ultimo motivo.

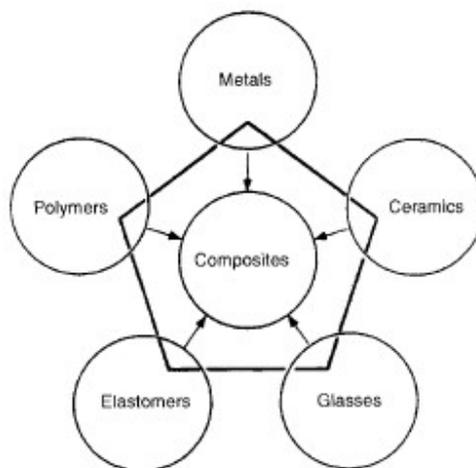


Figura 2.12: Macro-classi di materiali (Ashby)

Nello specifico, è possibile valutare  $\Lambda$  per dei campioni caratteristici di diversi materiali, come riportato in Tabella 2.2.

Classe di materiale	$\Lambda \left[ MPa^{\frac{1}{2}} m^3 kg^{-1} \right]$
Alluminio serie 6000	0.097
Alluminio serie 2000	0.101
Ceramica	0.137
Compositi*	0.260
Acciaio	0.059
Legno lamellare*	0.273
Polietilene	0.099

Tabella 2.2: Classi di materiali e rispettiva funzione  $\Lambda$

I dati della Tabella 2.2 sono coerenti con le considerazioni fatte in precedenza. Si sottolinea la forte anisotropia di materiali compositi e legno, che incide sulla rigidezza della struttura, rendendola verosimilmente più cedevole in certe configurazioni d'assetto. Tali materiali sono quindi stati scartati.

A seguito di tutte le considerazioni descritte, la scelta finale è ricaduta su dell'alluminio della serie 6000 per la parte principale della struttura. Tale scelta è data congiuntamente dalla facile reperibilità di questo, e dal fatto che non siano presenti particolari sollecitazioni meccaniche, non richiedendo quindi materiali speciali per costruire la struttura. Inoltre, in fase di progettazione finale le geometrie ed elementi di supporto sono stati applicati ed ottimizzati, in modo da irrigidire la struttura utilizzando del materiale con modulo elastico non necessariamente portato all'estremo.

Per fare un confronto diretto tra i materiali migliori per l'applicazione, è possibile definire per l'alluminio:

$$E_{al} = 69 \text{ Gpa} = 0.34 \cdot E_{acciaio} = 0.25 \cdot E_{cfrp} = 9 \cdot E_{nylon} \quad (2.52)$$

$$\rho_{al} = 2.7 \text{ g/cm}^3 = 0.35 \cdot \rho_{acciaio} = 1.3 \cdot \rho_{cfrp} = 2 \cdot \rho_{nylon} \quad (2.53)$$

Riguardo i contrappesi, invece, la scelta più ovvia è cercare di massimizzare il peso specifico, in modo da non avere eccessivi ingombri. Per questi è stato deciso di utilizzare del semplice ottone, senza particolari vincoli su eventuali proprietà meccaniche.

## 2.9. Dimensionamento delle geometrie costruttive

Avendo definito le linee guida di progettazione, i materiali più adatti, e modellato le deformate degli elementi base, la progettazione nel dettaglio inizia con la delineazione delle geometrie costruttive. Con riferimento alla Figura 2.13, il simulatore d'assetto può garantire una corretta simulazione di condizione di microgravità – considerando l'inclinazione  $\alpha = \sqrt{\rho^2 + \theta^2}$  tra l'asse  $z$  nel riferimento inerziale e quello nel sistema solidale al banco prova – fintanto che vale la relazione:

$$H_{sf} \sin(\alpha) + R_m \cos(\alpha) - L_{st} \sin(\alpha) \geq R_{supp} \quad (2.54)$$

Ovvero non si è in condizione di interferenza. A livello pratico,  $H_{sf}$  definisce la massima distanza tra la piastra di supporto e il centro della semisfera,  $R_m$  il raggio minimo per cui si ha la lunghezza massima  $L_{st}$  della struttura, e  $R_{supp}$  il raggio del supporto del cuscinetto. Queste risultano fondamentalmente essere le grandezze fondamentali della struttura.

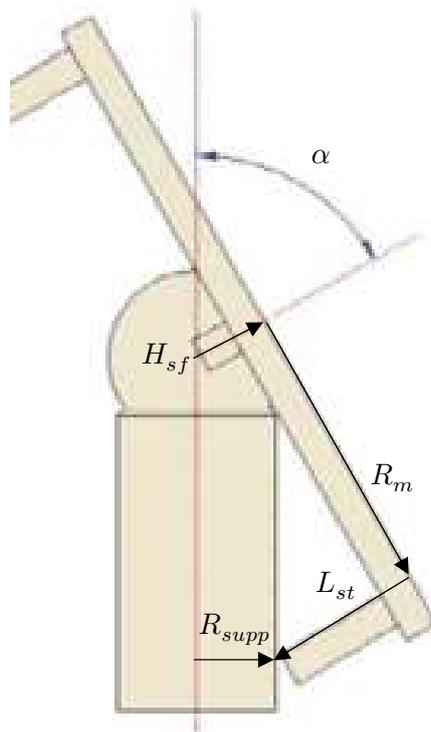


Figura 2.13: Rappresentazione grafica della condizione di interferenza

Risulta quindi, sia graficamente che analiticamente, che le dimensioni generali del banco prova devono essere dimensionate per garantire un valore di  $\alpha$  accettabile (i.e. almeno  $30^\circ$ ). Risulta però che il problema analitico descritto dalla (2.54) ha 3 incognite e infinite soluzioni. Di queste infinite soluzioni – assimilabili a terne nella forma  $(H_{sf}, R_m, L_{st})$  – ne esiste tuttavia una ottimale a soddisfare tutti quegli obiettivi descritti in 2.5.

Il primo parametro che può essere analizzato singolarmente – in quanto fondamentalmente indipendente dagli altri – è  $H_{sf}$ . Questo può essere visto come la somma di tre contributi distinti:

$$H_{sf} = h_{sf} + h - l_{inc} \quad (2.55)$$

Rispettivamente la distanza tra il piano d'appoggio della semisfera e il suo centro geometrico, lo spessore del piatto strutturale, e la lunghezza del possibile incavo in quest'ultimo. Ricordando infatti le considerazioni fatte sul contributo al baricentro, risulta ottimale abbassare il più possibile la posizione del satellite rispetto a CR. Più approfonditamente, è stato stimato analiticamente che per ogni incremento di un  $mm$  di spessore della piastra

è necessario aggiungere al sottosistema dei contrappesi circa 300 g. L'ottimizzazione è ottenibile quindi utilizzando uno spessore limitato della piastra, o facendo un incavo per abbassare – seppur limitatamente – il baricentro del sistema intero. Dato che la rigidezza flessionale è proporzionale a  $h^3$  e che un incavo nella struttura non contribuisce in alcun modo a diminuire l'angolo d'inclinazione utile – in quanto originariamente  $60^\circ$  - è stato scelto di sfruttare questa possibilità.

Per dimensionare  $H_{sf}$  ci si è quindi basati sullo spessore del piatto. Tramite i modelli analitici definiti in precedenza è stato possibile portare avanti un'analisi dettagliata del contributo alle coppie di disturbo dato dal piatto. In Figura 2.14 è possibile vedere – in funzione dello spessore – la freccia massima causata dalle condizioni di carico e vincolo modellate in 2.7.

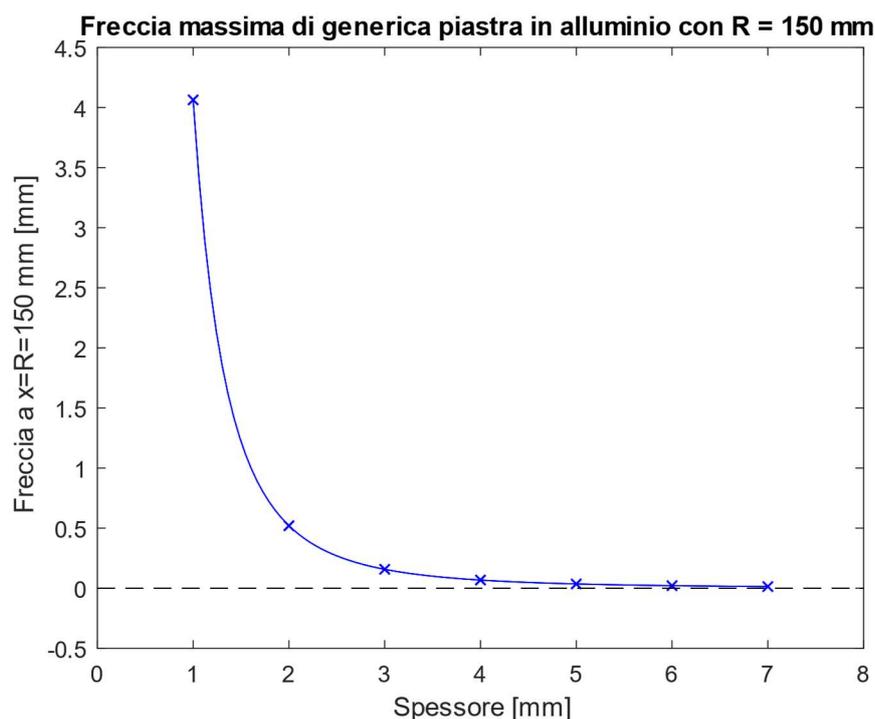


Figura 2.14: Freccia di una piastra assialsimmetrica campione parallela al piano  $xy$  del sistema inerziale

Noto quindi il guadagno incrementale di rigidezza – che qualitativamente sembra trascurabile oltre i 5-6 mm di spessore – è stato possibile modellare direttamente lo spostamento del baricentro per ogni valore del parametro analizzato e in funzione dell'angolo di inclinazione  $\alpha$ . Nello specifico, la freccia massima è rappresentabile da una funzione approssimante nella forma:

$$w = a_2\alpha^2 + a_1\alpha + a_0 \quad (2.56)$$

Confrontando poi i coefficienti  $a_i$  ottenuti al variare di  $\alpha$ , è risultato che anch'essi seguono un trend – in funzione dello spessore  $h$  – definibile tramite regressione lineare. Il risultato è una funzione  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  che permette di modellare sinteticamente la massima deformata di una piastra assialsimmetrica:

$$\begin{aligned} w(h, \alpha) = & [1.936 \cdot 10^{-5} \times h^{-1.981}] \times \alpha^2 \\ & + [4.272 \cdot 10^{-4} \times h^{-1.968}] \times \alpha \\ & - [1.917 \cdot 10^{-1} \times h^{-1.981}] \end{aligned} \quad (2.57)$$

Nota poi la dipendenza della massa dallo spessore:

$$M = \rho_{Al} \pi R^2 h \quad (2.58)$$

È stimabile – tramite discretizzazione – la componente in direzione verticale del baricentro della piastra nel sistema di riferimento solidale alla struttura:

$$G_z = 6.391 \cdot 10^{-4} \times w \quad (2.59)$$

È possibile modellare la coppia di disturbo dovuta alla sola struttura assialsimmetrica. Nello specifico, definendo la componente parallela al terreno di  $G_z$  nel sistema di riferimento inerziale, si ha:

$$\bar{M}_{GT} = \bar{G}_{xy_{in}}(h, \alpha) \wedge \bar{g} \times M(h) \quad (2.60)$$

La (2.58) descrive sinteticamente i pregi e difetti di utilizzare un piatto più o meno spesso, tenendo conto congiuntamente dell'aumento di peso e di rigidità con lo spessore. Per le simulazioni numeriche è stata considerata la stessa piastra campione della figura 2.14.

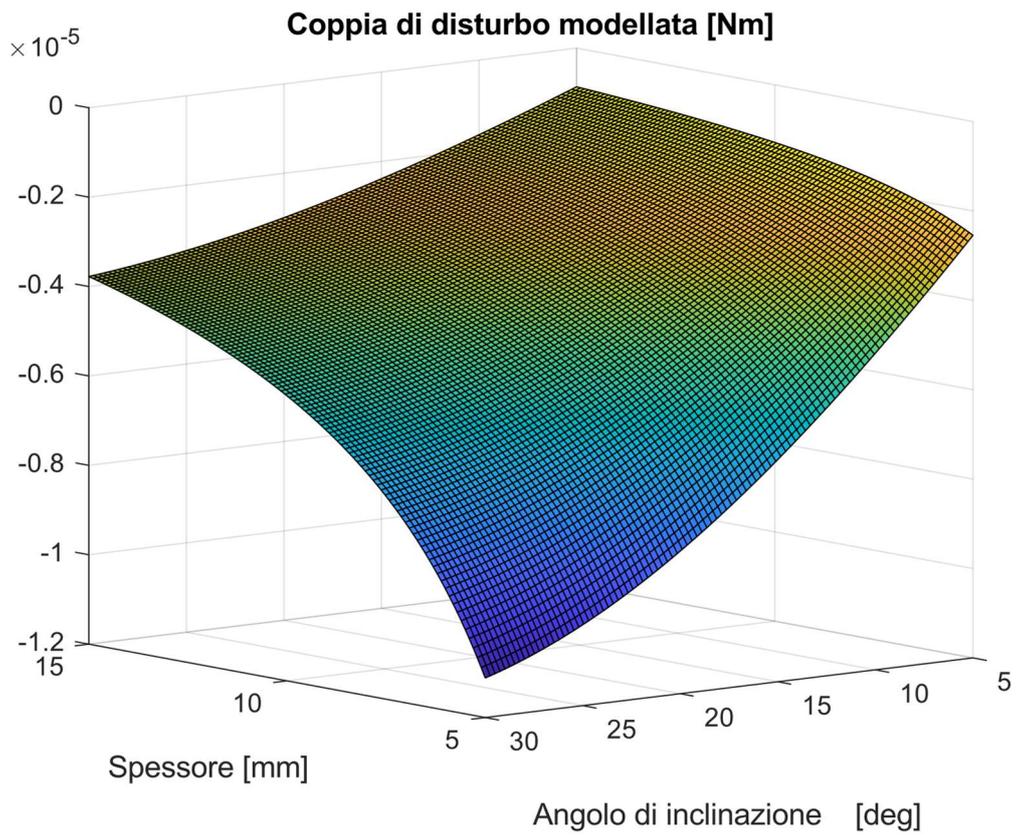


Figura 2.15: Modellazione della coppia di disturbo al variare di due parametri significativi

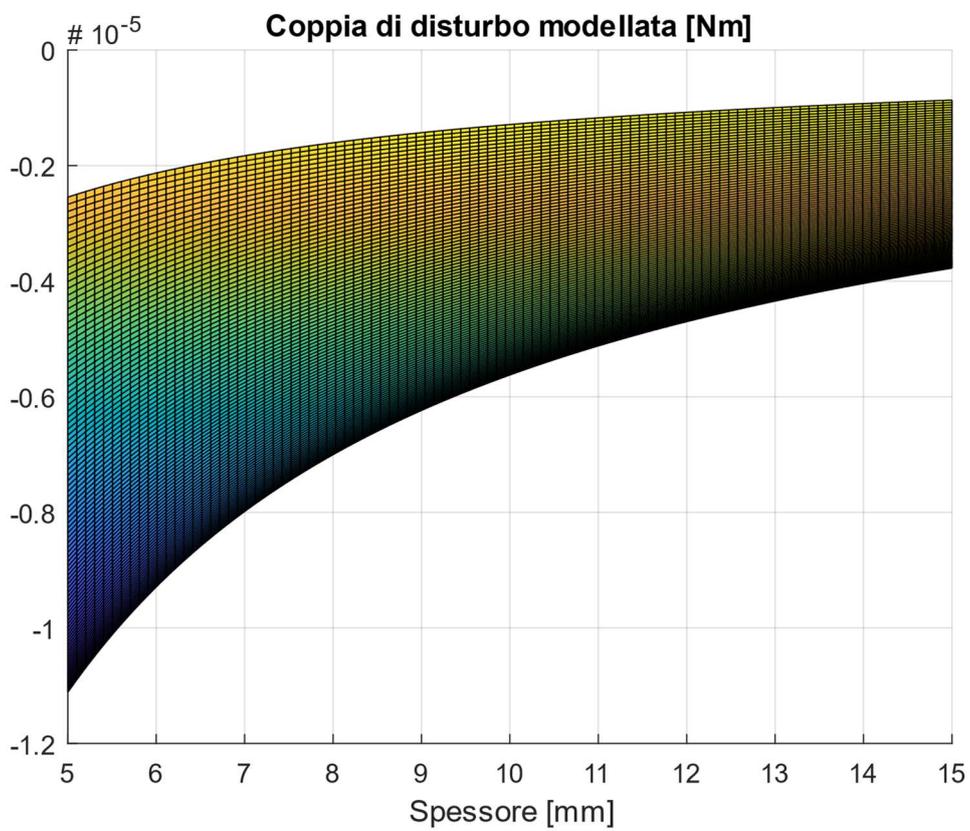


Figura 2.16: Modellazione della coppia di disturbo al variare di due parametri significativi – range spessore

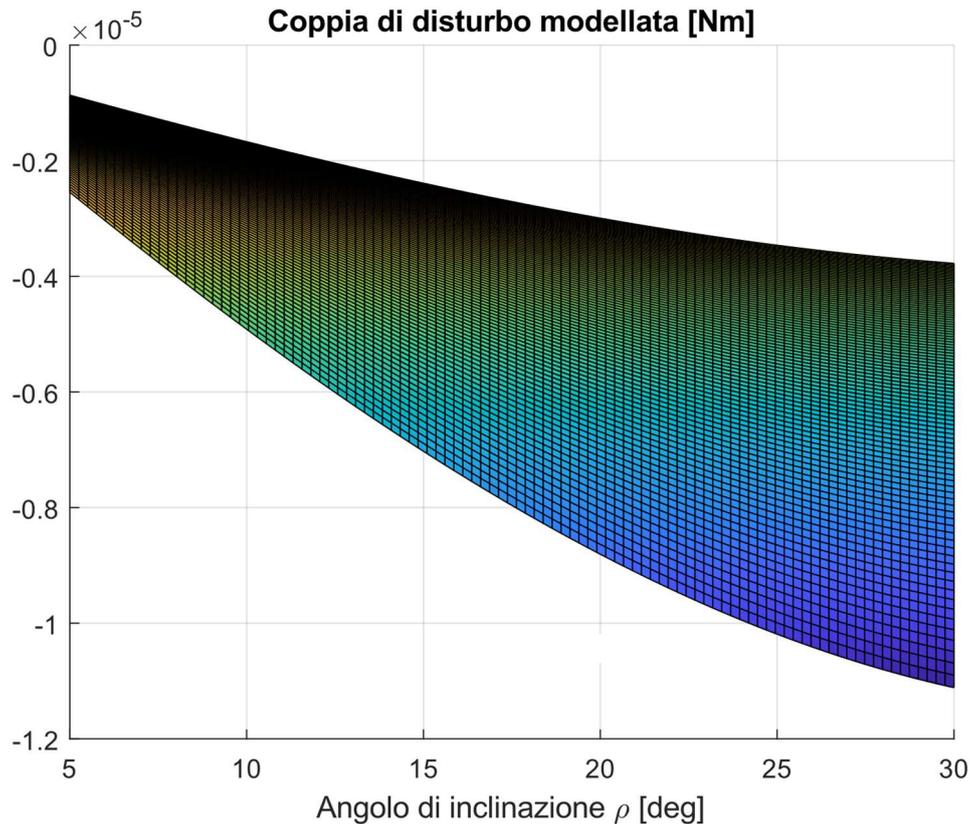


Figura 2.17: Modellazione della coppia di disturbo al variare di due parametri significativi – range  $\alpha$

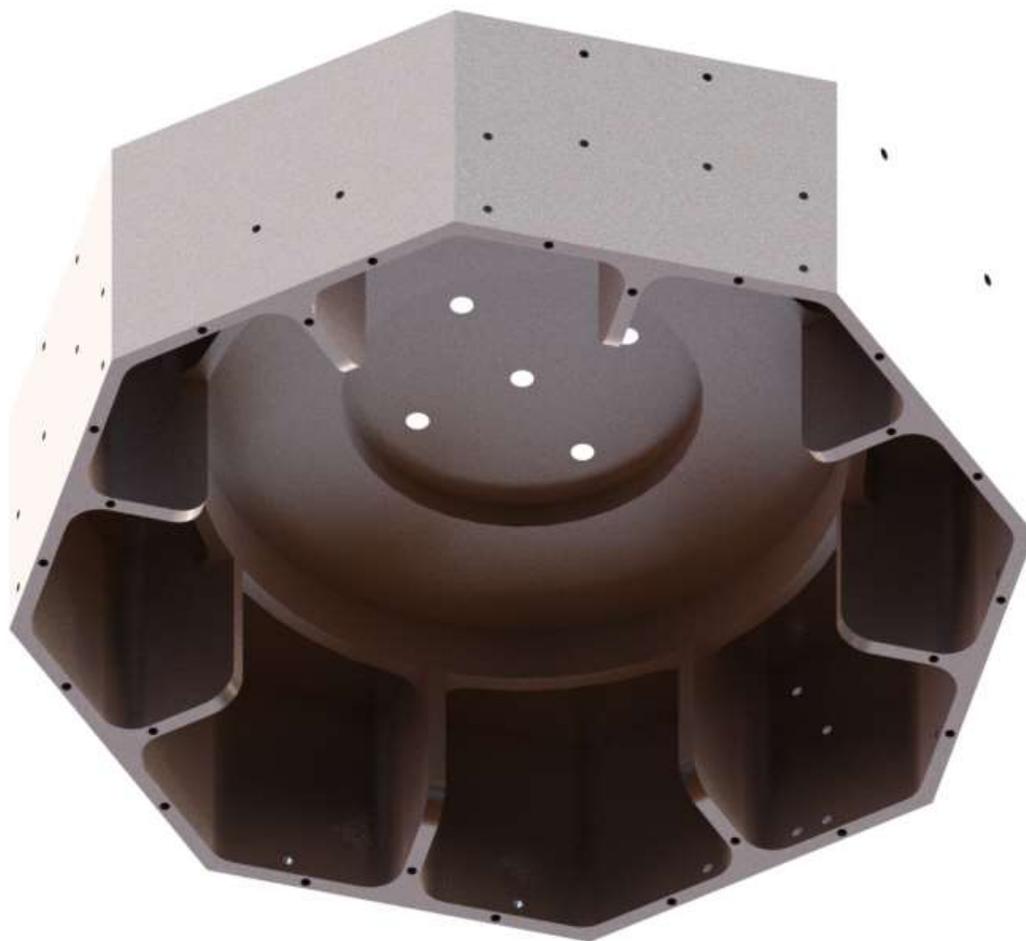
I risultati della modellazione – come visibile nelle figure precedenti – definiscono come uno spessore inferiore ai 10 *mm* risultati difficilmente adeguato alla rigidezza richiesta dal banco prova. Nello specifico, si ha una forte dipendenza dall'angolo di inclinazione del sistema rotante, e si vuole contenere il valore della coppia di disturbo per rotazioni fino a 30°. A seguito di quest'analisi, è stato deciso di utilizzare un piatto dallo spessore di almeno 12 *mm*, compatibilmente con i vincoli di progetto delineati in precedenza.

Per definire il valore ottimale di  $R_m$  è stato necessario, invece, portare avanti in parallelo la progettazione della struttura e del sistema di bilanciamento. Il risultato dell'interazione tra i due sistemi comporta la necessità di avere una piastra di supporto di circa  $\phi = 300$  *mm*. Questo valore è stato ottenuto sia per la necessità di garantire un  $\alpha$  minimo, sia perché – a seguito delle considerazioni effettuate su massa e inerzia – è stato scelto di non permettere un ampio margine di compensazione manuale sul baricentro nelle direzioni  $x$  e  $y$ . Come risultato, è stato scelto di imputare il controllo grezzo del baricentro al posizionamento del satellite sopra la

struttura. Tale grandezza permette inoltre di mantenere le masse di contrappeso entro un valore moderatamente basso. La lunghezza della struttura  $L_{st}$  è infine ottenibile come conseguenza degli altri valori ottimizzati. Necessaria per garantire l'angolo  $\alpha$  di  $30^\circ$ , questa vale all'incirca  $70\text{ mm}$  nella struttura definitiva.

Nel complesso, il processo di dimensionamento della struttura risulta particolarmente sensibile a variazioni di posizione dei dispositivi montati su questa o di modifica di alcune geometrie. Allungare certi elementi o modificare degli spessori causa, infatti, uno spostamento non controllato del baricentro complessivo, richiedendo quindi un nuovo dimensionamento della struttura stessa e del sistema di bilanciamento.

Nello specifico, deve essere possibile sia poter muovere il baricentro in un range sufficientemente ampio, sia garantire che il CR sia all'interno dello stesso range. Il banco prova, altrimenti non sarebbe utilizzabile, dato che non sarebbe bilanciato.



*Figura 2.18: Scheletro della struttura del banco prova*

In Figura 2.18 è possibile osservare lo scheletro della struttura progettata. Si sottolinea la presenza dei rinforzi radiali interni, dell'incasso nel piatto, e dell'anello di rinforzo.

## 2.10. Dimensionamento del sistema di bilanciamento

I contrappesi sono una parte fondamentale del banco prova. Questi permettono – se adeguatamente dimensionati per ottenere la risoluzione richiesta – di ridurre opportunamente la coppia di disturbo gravitazionale residua. Per la struttura da progettare il sistema di bilanciamento è stato suddiviso in due sottosistemi:

- Sistema di bilanciamento grezzo
- Sistema di bilanciamento fine

Il primo – controllato manualmente – è utilizzato per spostare il baricentro in maniera preliminare fino a portarlo entro una certa distanza dal CR. Il limite di tale distanza andrà a definire l'intervallo di compensazione del sistema di bilanciamento fine. È stato deciso di permettere al sistema di bilanciamento grezzo di agire unicamente in direzione  $z$ , in quanto permettere traslazioni in direzione  $x$  e  $y$  garantendo un'elevata rigidità del sistema di bilanciamento stesso, risulterebbe particolarmente complesso. Il controllo grezzo del baricentro nelle direzioni  $x$  e  $y$  è stato quindi lasciato al posizionamento manuale del satellite sopra la struttura. In particolare, da specifica di progettazione, la distanza euclidea tra il centro geometrico e di massa del satellite può essere anche di 72  $mm$ . Con questa soluzione di bilanciamento è quindi possibile limitare il più possibile la massa del sottosistema di bilanciamento.

In precedenza, è stato definito il vettore congiungente CR e il centro di massa come:

$$\bar{r} = \frac{\sum_i m_i \times \bar{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \bar{\mu}_i}{\sum_i m_i} \quad (2.61)$$

Risulta quindi opportuno definire il contributo dei contrappesi in termini di  $\bar{\mu}$ , e non solo di  $\bar{r}$ , in quanto c'è dipendenza dalla massa totale del sistema.

Condizione di lavoro	$m_{cp}$ [kg]	$r_{cp_z}$ [kg mm]
$m_{3U} = 4 \text{ kg}$ , $r_{3U_z} \equiv$ centro geometrico	1.6	-96.25
$m_{3U} = 3.5 \text{ kg}$ , $r_{3U_z} <$ centro geometrico	0.5	-88
$m_{3U} = 4 \text{ kg}$ , $r_{3U_z} >$ centro geometrico	2.6	-92

Tabella 2.3: Contributi alla posizione del centro di massa del sistema di bilanciamento

In Tabella 2.3 sono riportati i valori effettivi di  $m_{cp}$  e  $r_{cp_z}$  necessari a bilanciare il banco prova in funzione della massa effettiva e della posizione del baricentro del  $3U$ . Nello specifico, la condizione migliore si riferisce a un satellite di circa  $3.5 \text{ kg}$  con centro di massa posto a  $-20 \text{ mm}$  dal centro geometrico. Quella peggiore, invece, a  $4 \text{ kg}$  concentrati a  $+20 \text{ mm}$  dal centro geometrico. La grande variazione di  $r_{cp_z}$  – stimata tramite analisi CAE – suggerisce la necessità di utilizzare dei contrappesi modulari per poter bilanciare la struttura. Se così non fosse, utilizzando dei contrappesi di massa nominale ( $1.6 \text{ kg}$ ) sarebbe necessario garantire a questi una variazione di posizione almeno pari a  $120 \text{ mm}$ . Tale valore non permetterebbe di garantire l'angolo di inclinazione  $\alpha$  richiesto perché si avrebbero maggiori ingombri.

A prescindere dalla modularità, è comunque possibile avere un certo controllo su  $\bar{r}$  senza modificare la massa complessiva della struttura.

Dal punto di vista costruttivo, il sistema di bilanciamento grezzo è stato ottenuto – come riportato in Figura 2.19 – utilizzando dei perni filettati  $M10$  fissati sull'anello inferiore per garantire una corsa nominale ai

contrappesi di 20 mm. Il controllo del baricentro nelle direzioni  $x$  e  $y$  può essere fatto solo parzialmente (influisce anche su  $z$ ), aggiungendo o togliendo alcune masse di contrappeso.

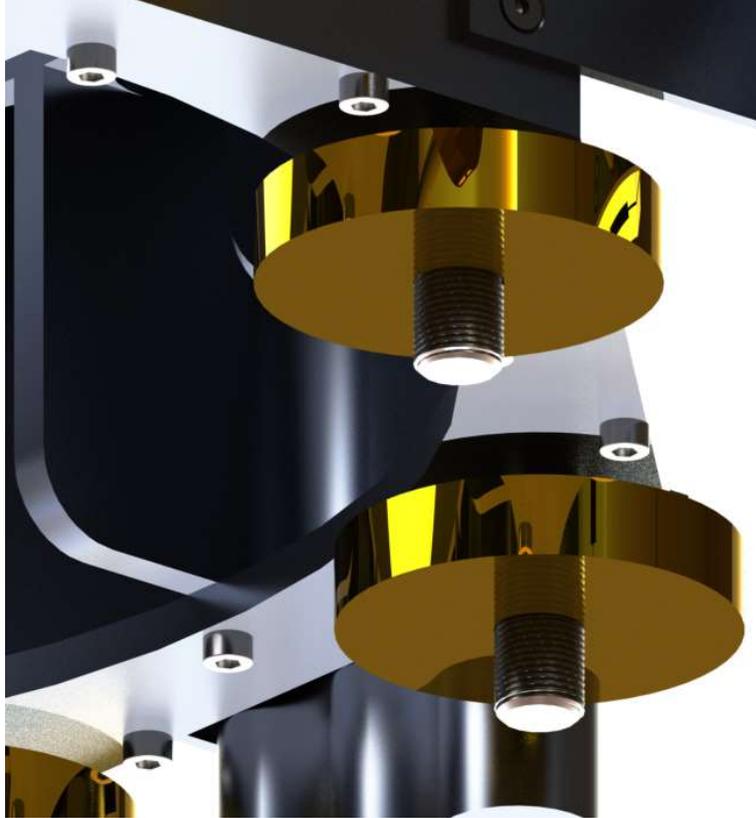


Figura 2.19: Rendering di due elementi del sistema di bilanciamento grezzo

Il sistema di bilanciamento fine, invece, deve necessariamente poter agire su tutte le componenti di  $\bar{r}$ . Nello specifico, potendo definire  $\bar{r}$  come un vettore  $\in \mathbb{R}^3$ , è necessario che i contrappesi – almeno tre – possano traslare lungo delle guide sghembe. Analiticamente, questo può essere giustificato tramite la (2.61).

$$\bar{r} \in \text{span}(\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_N) \quad (2.62)$$

Con  $\hat{u}$  il versore che definisce la direzione della guida dell' $N$ -esimo contrappeso. Più specificatamente, definendo  $\bar{r}_{cp_i}$  la posizione del centro di massa dell' $i$ -esimo contrappeso rispetto a CR, è possibile modellare questa in funzione della posizione minima ammissibile del contrappeso  $\rho$ , il versore

$\hat{u}$ , e lo scorrimento lungo la guida  $d$ . Analiticamente, questo è descritto dalla (2.63).

$$\bar{r}_{cp_i} = \bar{\rho}_i + d\hat{u}_i \quad (2.63)$$

Da questa, è possibile ridefinire la (2.60) evidenziando il contributo al centro di massa dato dal sistema di bilanciamento fine.

$$\bar{r} = \frac{m_{st} \times \bar{r}_0 + \sum_i^N m_{cp_i} \times \bar{r}_{cp_i}}{m_{st} + m_{cp}} \quad (2.64)$$

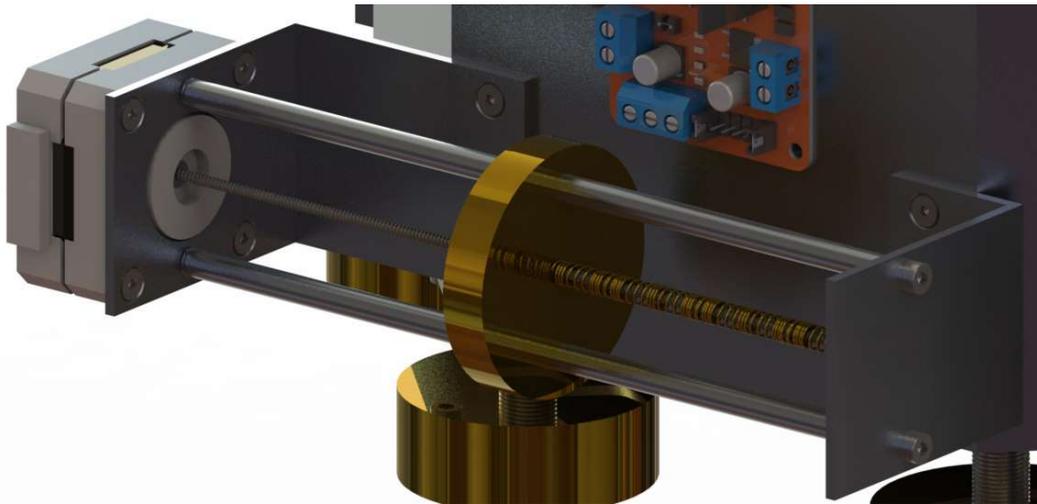
Risulta quindi concettualmente possibile bilanciare la struttura utilizzando un numero arbitrario di contrappesi, purché al meno 3. La scelta di utilizzare dei versori arbitrari  $\hat{u}_i$  risulta interessante per limitare gli ingombri e permettere configurazioni d'assetto più estreme. È comunque immediato passare dalle coordinate  $\hat{u}_i$  a quelle canoniche  $\hat{e}_i$  attraverso un cambio di coordinate. A seguito di tutte queste considerazioni, il dimensionamento del sistema di bilanciamento fine consiste fondamentalmente nel trovare il miglior trade-off tra le due proprietà che si possono associare ad un set di contrappesi: risoluzione di spostamento e massimo bilanciamento.

### **Risoluzione di spostamento**

La risoluzione di spostamento definisce il valore minimo raggiungibile dal sistema di bilanciamento di distanza tra il centro di massa e CR. Questo – date le grandezze infinitesime di lavoro – deve necessariamente essere ottenuto tramite degli attuatori elettrici in grado di avere una risoluzione di posizionamento sub-millimetrica. Definito il minimo avanzamento attuabile  $\Delta d_{min}$ , è possibile modellare la variazione minima di  $\bar{r}$  ottenibile tramite bilanciamento automatico, come riportato nella (2.64).

$$\Delta \bar{r}_{min} = \frac{m_{cp_f} \times \Delta d_{min}}{m_{st} + m_{cp}} \quad (2.65)$$

Per ottenere un controllo ad alta precisione è stato deciso di adottare, almeno preliminarmente, dei motori passo-passo. Questi permettono infatti di portare i contrappesi in posizioni ben definite e ripetibili, evitando la complessità di dover modulare grandezze elettriche con il rischio di avere un errore di posizionamento.



*Figura 2.20: Singolo attuatore e contrappeso del sistema di bilanciamento fine*

Nello specifico, sono stati utilizzati dei motori passo-passo lineari captivi. Questi sfruttano il calettamento di una vite senza fine al rotore e la presenza di guide ausiliarie per far traslare il carico accoppiato – tramite coppia elicoidale – al rotore. Analiticamente, la risoluzione di spostamento del singolo contrappeso è definibile tramite la (2.65).

$$\Delta d_{min} = \frac{p}{360} \times \theta_m \quad (2.66)$$

Sfruttando la conoscenza del passo e del minimo angolo di rotazione  $\theta_m$ .

I motori passo-passo adottati possono essere controllati in maniera half-step, permettendo di raggiungere  $\theta_m = 1.8^\circ$ . Il perno filettato su cui scorre il contrappeso adotta una filettatura  $M2 \times 0.4$ , ottenendo complessivamente:

$$\Delta d_{min} = 0.002 \text{ mm} \quad (2.67)$$

Questo porta, tenendo conto della (2.64), del valore nominale di massa del banco prova, e del valore scelto per la massa  $m_{cp_f}$ , ai risultati notevoli di:

$$\Delta \bar{r}_{min} = 10^{-8} \text{ m} \quad (2.68)$$

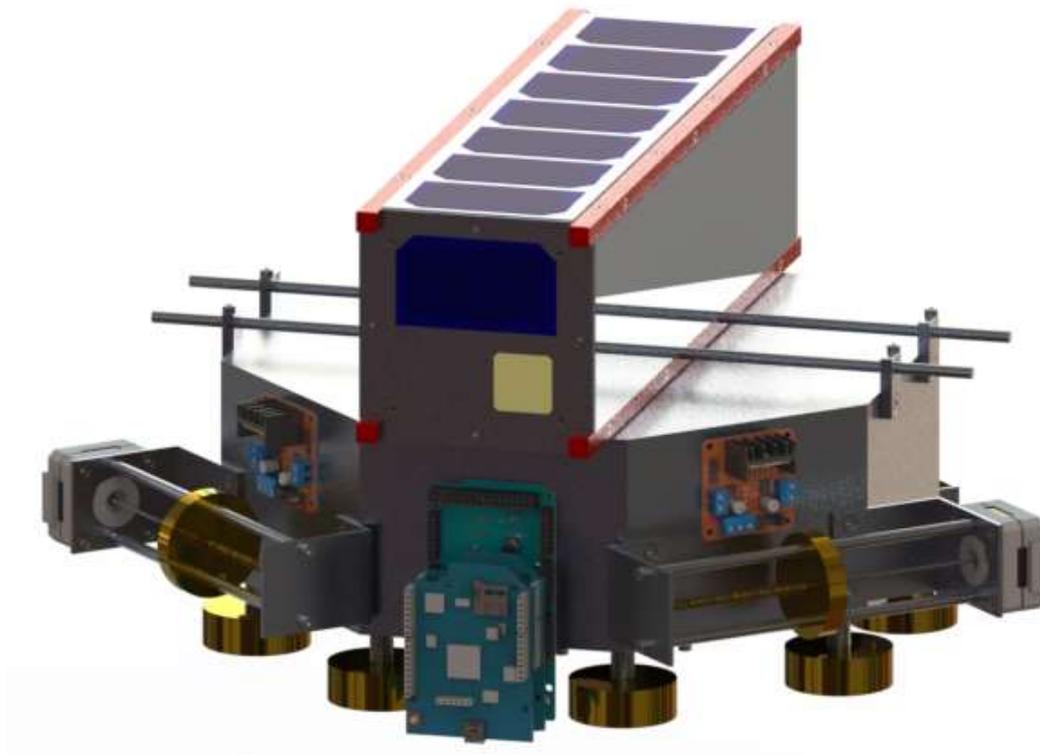
$$\Delta \bar{r}_{max} = 1.1 \text{ mm} \quad (2.69)$$

Rispettivamente per la risoluzione e il massimo discostamento di baricentro compensabile tramite bilanciamento fine.

Risulta altresì opportuno tenere conto, dal punto di vista costruttivo, della presenza del gioco tra contrappeso e perno filettato. Questi possono essere ridotti utilizzando flange specializzate per questo tipo di accoppiamento, ma il costo di queste risulta essere proibitivo. Sono stati quindi implementati degli elementi cedevoli per mantenere sempre in contatto due facce della filettatura ed evitare, durante le variazioni d'assetto, spostamenti delle masse dovuti alla presenza di giochi.

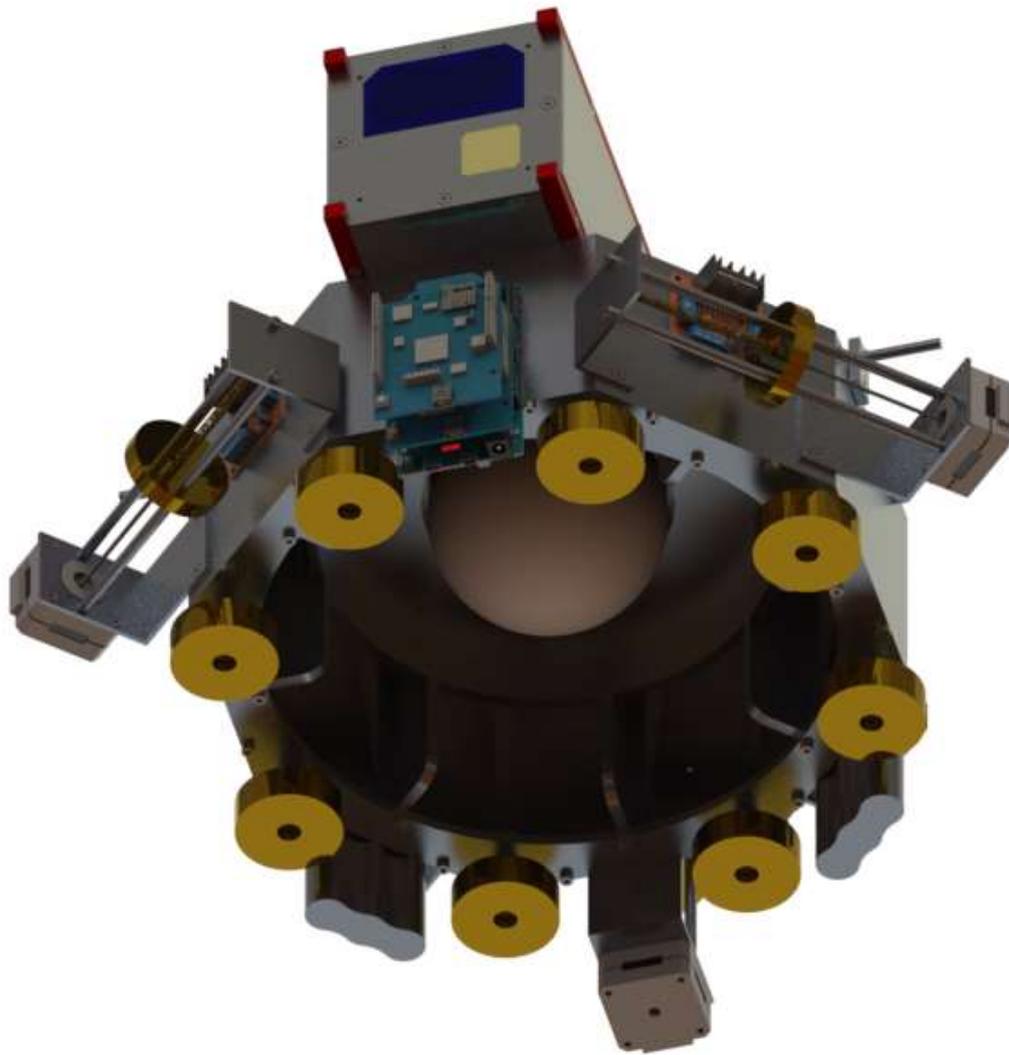
Per permettere inoltre di muovere le masse con il motore utilizzato – dimensionato per poter agire sull'inerzia del contrappeso, e non su coppie resistenti – sul supporto in alluminio delle guide sono state praticate delle asole, in modo tale da poter compensare in fase di montaggio la presenza di possibili errori di allineamento dei vari fori per le guide fatti sul contrappeso.

## 2.11. Disposizione componenti e modellazione CAD



*Figura 2.21: Rendering del banco prova completo*

In Figura 2.21 è possibile vedere il modello CAD del sistema di simulazione d'assetto. La piastra di supporto è ottagonale per avere delle superfici rettilinee laterali su cui montare i dispositivi necessari al funzionamento del banco prova. Nel piatto – dallo spessore di  $12\text{ mm}$  – è presente un incavo di  $8.7\text{ mm}$  (il massimo possibile) per abbassare il più possibile il baricentro della struttura. Le pareti laterali, oltre che per il montaggio, permettono di migliorare la resistenza flessionale del piatto superiore, imponendo una condizione di rotazione nulla agli estremi di questo. In Figura 2.22 è possibile apprezzare la presenza – già descritta – dei fazzoletti e dell'anello di irrigidimento.



*Figura 2.22: Rendering del banco prova completo – vista inferiore*

Dal punto di vista del processo tecnologico, è stato scelto di produrre la struttura dal pieno. Questo, principalmente, per ridurre notevolmente la presenza di collegamenti filettati che richiederebbero non solo un elevato numero di grezzi di partenza, ma anche una particolare attenzione per la creazione dei collegamenti filettati. Tale soluzione ha permesso, tra l'altro, di aggiungere l'anello di irrigidimento alla piastra superiore, cosa altrimenti non possibile senza un notevole spreco di materiale.

Sotto la struttura è fissato un elemento anulare tramite collegamenti filettati. Questo ha il duplice scopo di irrigidire ulteriormente la struttura e permettere di fissare il più in basso possibile i contrappesi in ottone per il bilanciamento manuale. Il contrappeso del sistema di bilanciamento grezzo è suddiviso su otto assi coassiali come descritto in precedenza. Il controllo del baricentro in direzione  $x$  e  $y$  è invece dato dal fissaggio del

satellite 3U sulla struttura tramite le barre superiori con strettoio. La struttura è disegnata per alloggiare l'elettronica necessaria al corretto funzionamento del banco prova. Si hanno, nello specifico:

- Inertial Measurement Unit (IMU)
- Schede di controllo dei motori
- Batterie di alimentazione

L'ingombro massimo – in altezza – del banco prova è di 122 *mm*. Grazie alle considerazioni precedenti, risulta possibile garantire configurazioni d'assetto con angoli di rollio e beccheggio da  $-30^\circ$  a  $30^\circ$ . In caso di bilanciamento meno marcato da parte dei contrappesi, tale valore può inoltre aumentare grazie alla distanza minore tra CR e  $\bar{r}_{cp}$ .

Le batterie di alimentazione sono fissate alla struttura grazie a un alloggiamento in alluminio. Utilizzando della guarnizione comprimibile in fase di assemblaggio è possibile eliminare la presenza di giochi, rendendo queste, fondamentalmente, solidali alla struttura stessa.

I contrappesi di bilanciamento fine – assieme ai motori passo-passo – sono montati sulla struttura grazie a delle flange in alluminio. Queste sono state scelte con uno spessore adeguato affinché non dessero contributi alla coppia di disturbo e risultassero fondamentalmente rigide

In Tabella 2.4 è riportata la distribuzione di massa tra i vari sistemi in condizione nominale, considerando il contributo di motori, batterie, ed elettronica come appartenente alla struttura.

$M_{3U}$	4 <i>kg</i>
$M_{st}$	5.07 <i>kg</i>
$M_{cp}$	1.93 <i>kg</i>
<b>Somma</b>	<b>11 <i>kg</i></b>

Tabella 2.4: Contributi al peso dei vari gruppi funzionali

La distribuzione di massa ottenuta, complessivamente, risulta in linea con gli obiettivi di progettazione delineati in origine. Nello specifico, la maggior parte della massa del sistema di bilanciamento serve a compensare i 4 kg del 3U. Se la sola struttura potesse fare questa cosa, il sistema di bilanciamento non sarebbe necessario. Considerando quindi che – in linea di massima – per avere un’elevata rigidità della struttura è necessario avere una buona quantità di materiale di supporto, un “investimento” nella massa della struttura è giustificato. La matrice d’inerzia del sistema così sviluppato – tenuto conto anche della presenza del 3U – è determinabile numericamente:

$$\underline{I}_{bp} = \begin{bmatrix} 0.147 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1635 & 0.002 \\ 0 & 0.002 & 0.109 \end{bmatrix} kg\ m^2 \quad (2.70)$$

Questa, per fare un confronto con la distribuzione di massa del 3U da solo, deve essere diagonalizzata. Il risultato della diagonalizzazione è riportato in (2.71).

$$\underline{I}_{bp} = \begin{bmatrix} 0.109 & 0 & 0 \\ 0 & 0.147 & 0 \\ 0 & 0 & 0.164 \end{bmatrix} kg\ m^2 \quad (2.71)$$

Facendo un confronto elemento per elemento, è possibile definire la bontà di riproduzione delle proprietà inerziali del satellite da parte della piattaforma.

$$\underline{I}_{bp} = \begin{bmatrix} 2.59 I_{3U_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 I_{3U_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 24 I_{3U_{zz}} \end{bmatrix} kg\ m^2 \quad (2.72)$$

L’aumento del termine  $zz$  è dovuto principalmente alla larghezza della struttura, che è stata d’altro canto minimizzata opportunamente per poter garantire l’inclinazione d’assetto  $\alpha$  voluta. Ci si aspetta, per cui, che la

dinamica del sistema sarà notevolmente diversa da quella del satellite in orbita.

## 2.12. Bilanciamento del banco prova

Per bilanciare i banchi prova di simulazione d'assetto si possono utilizzare più approcci. Questi si basano fondamentalmente sul comportamento dinamico del sistema analizzandone la velocità angolare. Un approccio interessante è quello sviluppato per il banco prova dell'università di Brasilia (Da Silva, 2018). Modellato il comportamento del banco prova in 2.5, è stata definita l'equazione caratteristica in (2.18). Acquisendo nel tempo i parametri di velocità per approssimare la (2.18) è possibile ottenere un sistema nella forma della (2.72).

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{\omega}_{t_1} \\ \dots \\ \Delta\bar{\omega}_{t_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Phi}}_{t_1} \\ \dots \\ \underline{\underline{\Phi}}_{t_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Dove i vettori  $\Delta\bar{\omega}_{t_i}$  ottenuti tramite misura sono le accelerazioni angolari istantanee all'istante  $t_i$ , e le matrici  $\underline{\underline{\Phi}}_{t_i}$  contengono le informazioni sugli angoli d'assetto che permettono di relazionare  $\bar{r}$  all'accelerazione angolare. Il sistema matriciale, nello specifico, è sovradimensionato, e risolvendolo tramite il metodo dei minimi quadrati si ottiene l'equazione risolvente:

$$\bar{r} = [\underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{\Phi}}]^{-1} \underline{\underline{\Phi}} \Delta\bar{\omega} \quad (2.74)$$

Che permette di valutare – e quindi compensare – il valore del braccio della coppia di disturbo residua  $\bar{r}$ .

## 2.13. Validazione tramite FEA

La modellazione analitica descritta in precedenza permette di fare delle stime sul comportamento tensionale della struttura. Queste, d'altra parte, non risultano sufficienti per affermare con sicurezza l'adeguatezza della struttura sviluppata per l'applicazione di simulazione della condizione di microgravità. Per valutare se la geometria proposta soddisfa effettivamente le condizioni di rigidezza richieste, è stato ritenuto opportuno sviluppare un modello agli elementi finiti per definire con precisione la deformata della struttura in varie configurazioni d'assetto.

Il lavoro di simulazione ha seguito lo schema di Figura 2.23. Come si può vedere, è stato necessario lavorare sfruttando le potenzialità di più software CAE per poter analizzare i risultati di una data modellazione e simulazione di geometria.

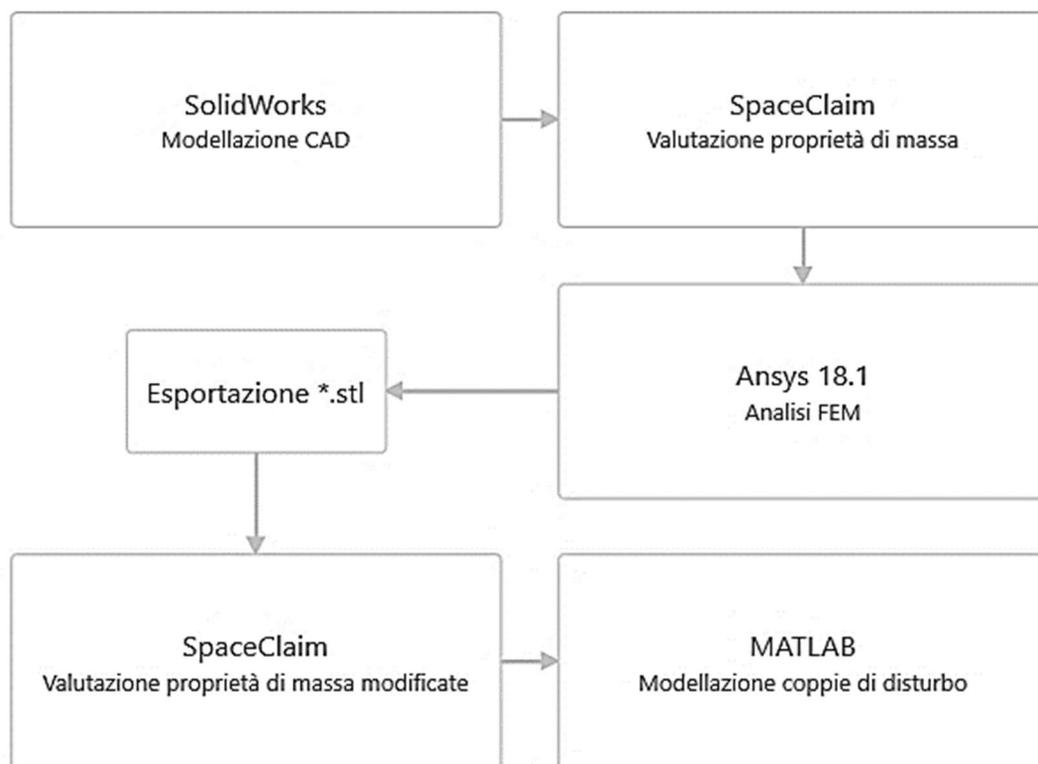


Figura 2.23: Flusso di lavoro per la validazione di una soluzione progettuale

Per la parte di analisi agli elementi finiti, in particolare, è stato utilizzato il software Ansys. Questo ha permesso un'analisi appropriata della deformata della struttura a seguito della sollecitazione dovuta alla forza peso tramite l'implementazione del processo di meshing più opportuno. Il modello è stato infatti meshato tramite elementi SHELL181. Questi – appropriati per strutture “a guscio” di medio spessore – sono elementi con quattro nodi e sei gradi di libertà per nodo, relativi alle tre traslazioni e alle tre rotazioni possibili (SAS IP, Inc.).

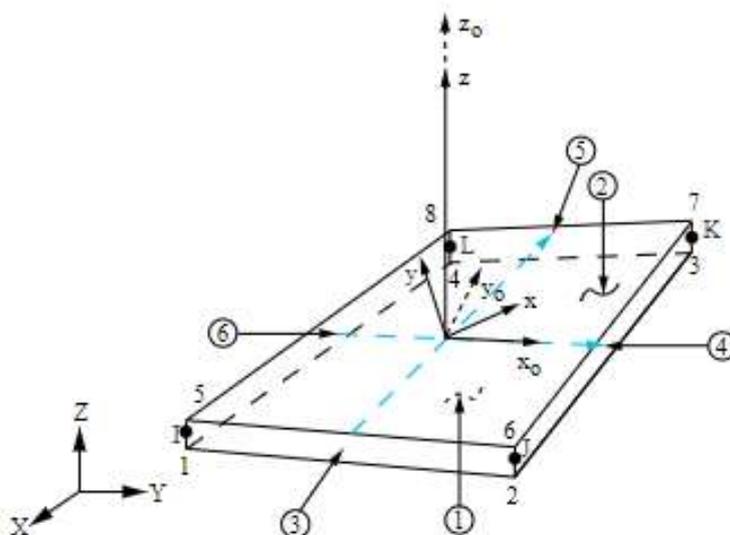


Figura 2.24: Modello di un elemento finito SHELL181 (SHARCNET)

Per poter simulare il comportamento della struttura, questa è stata semplificata fino a mantenere le geometrie fondamentali: fori e raccordi sono stati eliminati, in quanto non utili all'analisi della deformazione globale. In Figura 2.25 è possibile osservare il modello semplificato per l'analisi FEM. L'incavo per la semisfera è stato eliminato per imporre, invece, la condizione di incastro alla superficie a contatto con il cuscinetto.

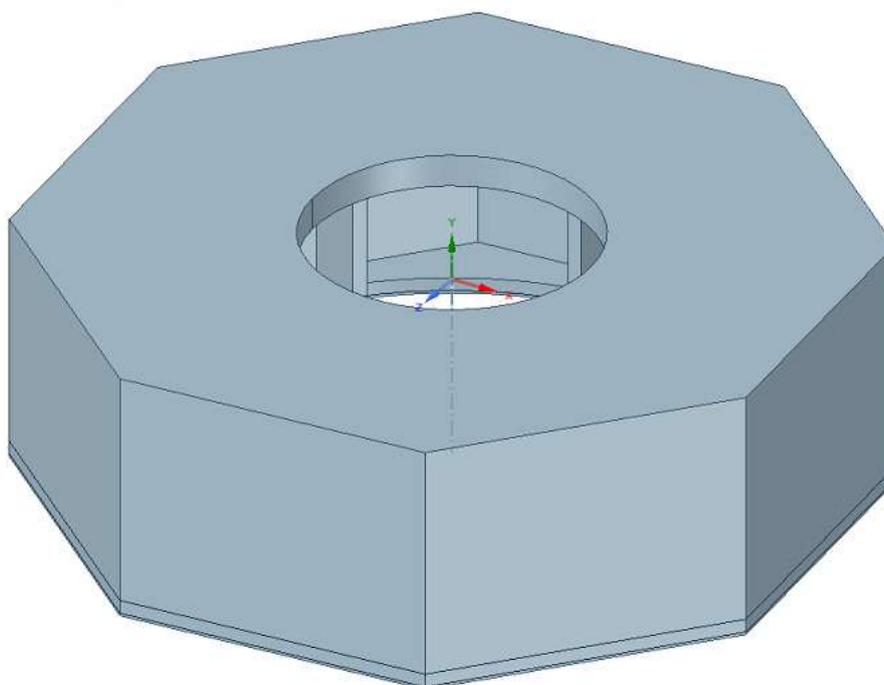
Prima di simulare il comportamento della struttura sono state fatte due ipotesi semplificative:

- Irrigidimento dei componenti: per la fase di simulazione è stata supposta – verosimilmente – la rigidità infinita dei vari sottosistemi montati sul banco prova. Questa scelta è giustificata dall'assenza di componenti dal peso elevato e dalla limitatezza della distanza del baricentro di questi dai loro elementi di fissaggio alla struttura.

- Semplificazione della condizione di carico: per una modellazione più agevole – e conservativa – si suppone che tutto il peso dovuto a motori, contrappesi, e schede di controllo sia concentrato sotto all’anello inferiore della struttura.

Di queste, la seconda semplificazione risulta inoltre opportunamente rappresentante della realtà, in quanto il maggior contributo al peso della componentistica è dato dai contrappesi sui perni filettati posti nella parte inferiore del banco prova.

Queste semplificazioni permettono inoltre di modellare correttamente lo spostamento del baricentro della struttura, in quanto il software richiede – a valle della simulazione – di dover valutare componente per componente la posizione del baricentro. Se parte del peso “passivo” non fosse opportunamente considerata coincidente alla parte sicuramente più deformata (l’anello inferiore), si avrebbe una sottostima della coppia di disturbo gravitazionale reale. Il peso dei componenti è stato modellato, a livello pratico, con una struttura anulare sottile posizionata sotto la struttura, tale per cui la massa complessiva risulti equivalente a quella modellanda.



*Figura 2.25: Modello semplificato per l’analisi FEM*

È possibile osservare, in Figura 2.26, i risultati qualitativi di varie simulazioni al variare dell'angolo d'inclinazione  $\alpha$ .

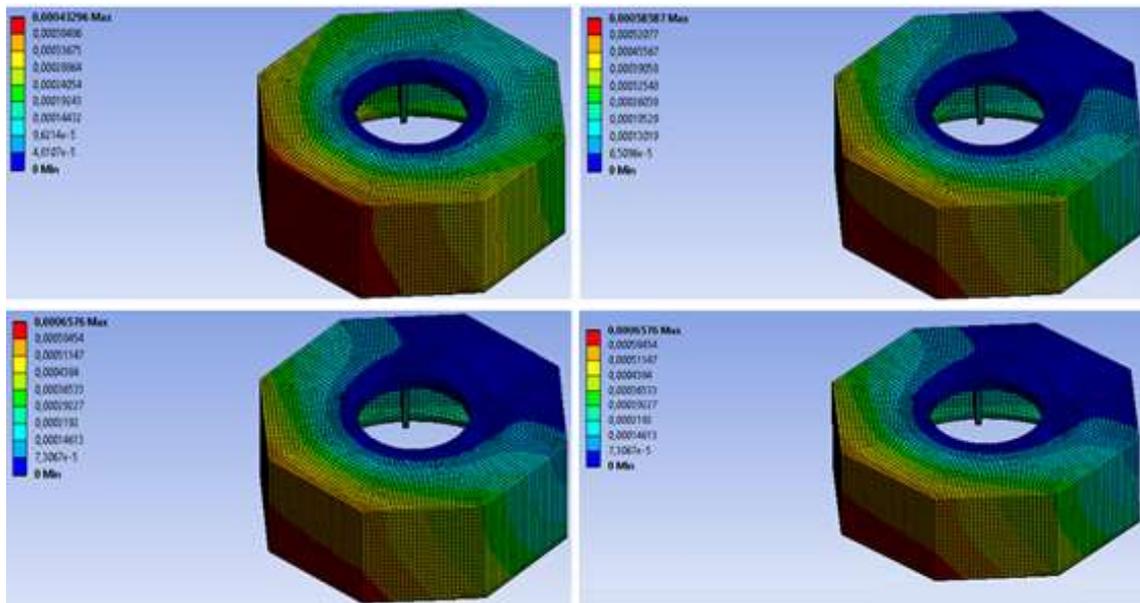


Figura 2.26: Deformate della struttura per  $\alpha = 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$

In Figura 2.27, invece, viene riportata la deformata del banco prova nel caso più critico ( $\alpha = 30^\circ$ ). Si può apprezzare la deformazione massima di  $7.2 \times 10^{-7} m$ , estremamente limitata.

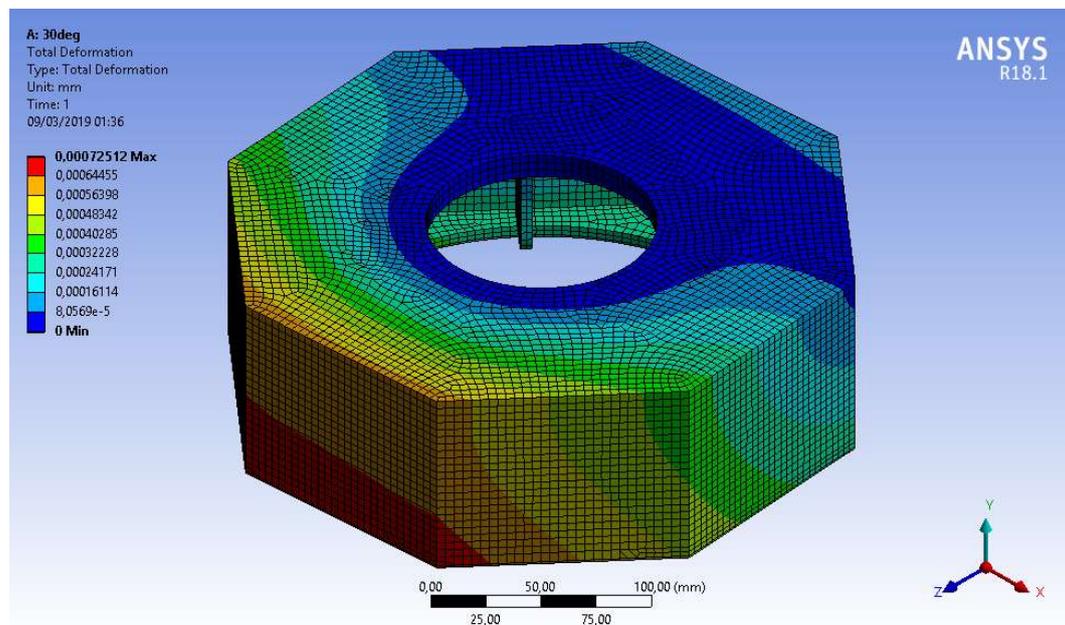


Figura 2.27: Deformata della struttura per  $\alpha = 30^\circ$

A seguito della simulazione del comportamento del sistema, risulta possibile esportarne la deformata per l'analisi della posizione dei baricentri relativi. Noti questi, è poi opportuno calcolare in via analitica il valore della coppia di disturbo residua: l'analisi agli elementi finiti permette di calcolare la posizione del baricentro dei singoli elementi, cosa impossibile per via analitica. È quindi possibile stimare il valore di questi prima e dopo essere stati sollecitati dalla forza gravitazionale. Il baricentro del corpo  $i$ -esimo è descritto dalla (2.74), dove  $j$  è l'indice che identifica gli elementi finiti approssimanti.

$$\bar{G}_i = \frac{1}{m_i} \int \bar{r} \times \rho(\bar{r}) dV \approx \frac{1}{m_i} \sum_j \bar{r}_j \times \rho(\bar{r}_j) \quad (2.75)$$

L'equazione appena descritta permette, nello specifico, di valutare la posizione del baricentro dei corpi disegnati tramite CAD. A seguito della simulazione, invece, il software fornisce in uscita il valore che approssima la (2.75).

$$\bar{G}'_i = \frac{1}{m_i} \int \bar{r}' \times \rho(\bar{r}') dV \quad (2.76)$$

Dove il vettore  $\bar{r}'$  indica uno spostamento dei singoli elementi. Ottenuto questo – fornito nel sistema di riferimento del corpo – è opportuno portarlo nel sistema di riferimento inerziale, in modo da definire i contributi alla coppia di disturbo. Si ripropone – informa opportuna – la (2.17), utilizzata proprio per questo scopo.

$$\bar{M}_{GT} = \underline{\underline{R}}_j^i \bar{G}' \wedge M \bar{g} \quad (2.77)$$

Data la semplificazione fatta sulla struttura, questa risulta perfettamente assialsimmetrica. Definito quindi l'angolo d'inclinazione  $\alpha$  tra un asse ortogonale al piatto e il vettore  $\bar{g}$ , è possibile definire in maniera semplice l'andamento delle coppie di disturbo in funzione dell'assetto.

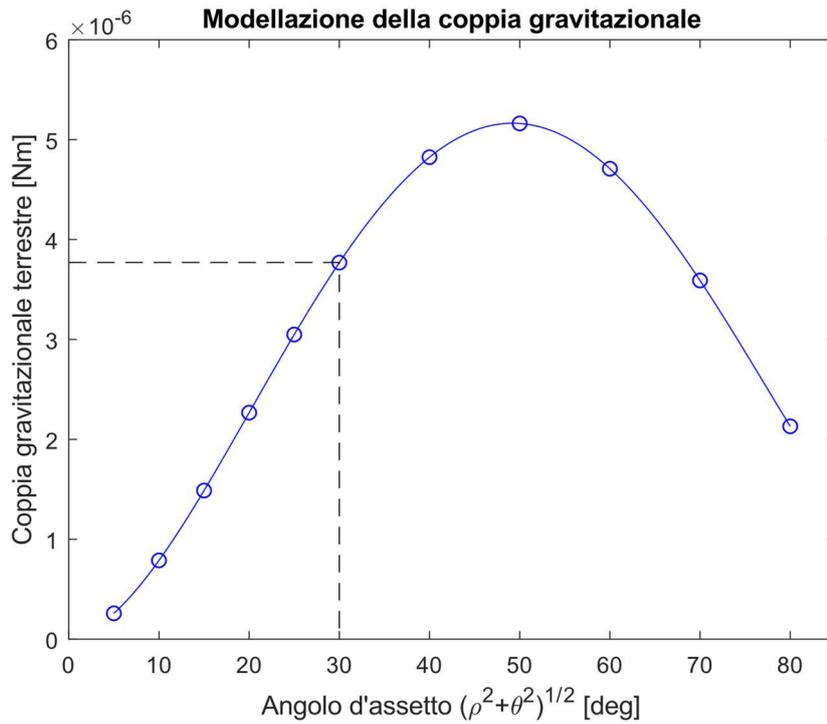


Figura 2.28: Stima della coppia di disturbo gravitazionale per  $\alpha \in [5^\circ: 80^\circ]$

Ottenendo il diagramma riportato in Figura 2.28. Volendo isolare il contributo parziale di rollio e beccheggio è invece possibile tracciare la superficie di Figura 2.29.

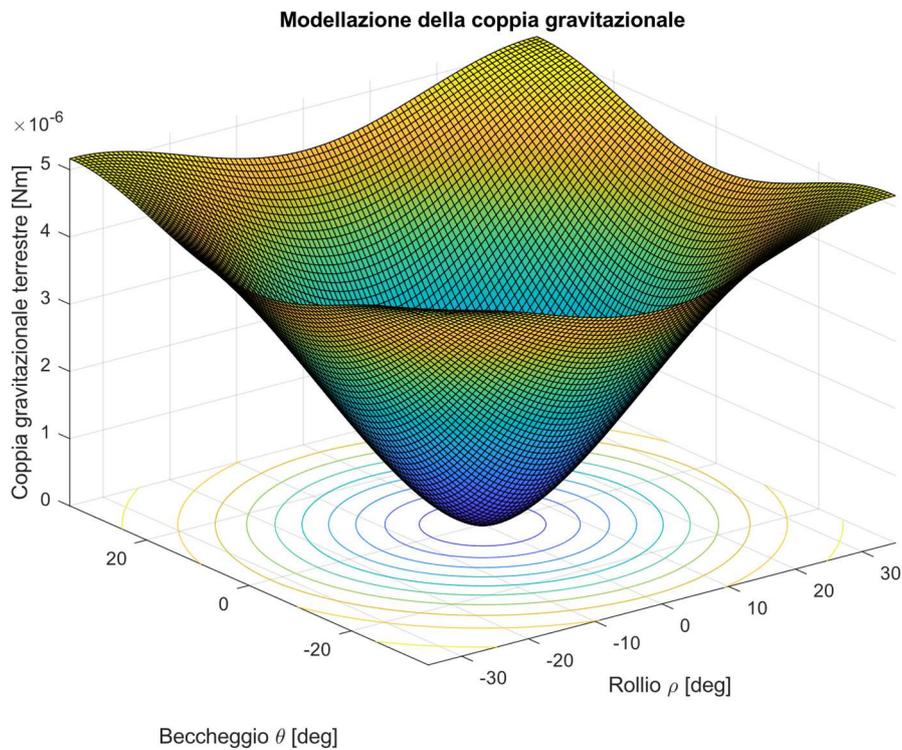


Figura 2.29: Variazione della coppia di disturbo gravitazionale in funzione di  $\rho$  e  $\theta$

## 2.14. Risultati

Le dimensioni della struttura – sviluppata e ottimizzata per alloggiare nanosatelliti 3U – sono state razionalizzate dal punto di vista analitico e geometrico, tenendo conto anche dei risultati ottenuti dall’analisi delle varie configurazioni alternative investigate. Il risultato della progettazione è un banco prova solido e ottimizzato dal punto di vista di peso/ingombro, e dal costo di produzione contenuto. La coppia di disturbo residua – stimata analiticamente e numericamente – è di  $5 \times 10^{-6} Nm$ , per inclinazioni di  $30^\circ$ . Le dimensioni contenute permettono di simulare approssimativamente la distribuzione di massa del satellite, in maniera tale da garantire un tensore d’inerzia della struttura compresa del satellite dello stesso ordine di grandezza del satellite stesso. Ad ogni modo, il tensore d’inerzia ottenuto, per quanto lontano dal suo valore ideale necessario per lasciare inalterate le proprietà dinamiche del satellite sotto test, conferma la bontà della progettazione fatta, specialmente se confrontato con quello di banchi prova recenti adibiti allo stesso scopo, come quello sviluppato presso l’Università di Brasilia (Da Silva, 2018), che risultano essere molto più massicci. Allo stesso modo, l’ottimizzazione della rigidità è risultata particolarmente efficace, avendo ottenuto risultati in linea – se non migliori – con lo stato dell’arte dell’analisi della deformazione elastica dei banchi prova tabletop. Con riferimento alla struttura in acciaio sviluppata presso l’Harbin Institute of Technology, infatti, è stato ottenuto un risultato ben migliore della coppia residua di  $10^{-5} Nm$  ottenuta utilizzando una struttura costruita in acciaio e dalle dimensioni comparabili (Dong Xiang, 2015). Il disturbo ottenuto dovrà essere comunque confermato in fase di validazione sperimentale. Ci si aspetta, nello specifico, che questo sarà – in maniera limitata – maggiore di quello preventivato in fase di modellazione numerica, a causa di vibrazioni, giochi residui dal montaggio, e cedevolezze trascurate in fase di simulazione. Sarà opportuno, inoltre, valutare l’implementazione di attuatori lineari di bilanciamento più performanti per ridurre ulteriormente la coppia residua agente sulla struttura.

### 3. Implementazione del simulatore di Sole

#### 3.1. Fondamenti di ottica e collimazione

Per lo studio del simulatore è necessario introdurre alcuni concetti di radiometria e fotometria, branche dell'ottica che studiano rispettivamente la potenza della radiazione elettromagnetica e la luminosità di questa, così come percepita dall'occhio umano. Le grandezze studiate sono:

- Potenza radiante: indica la potenza di una sorgente elettromagnetica  $[W]$ .
- Irradianza: indica la potenza radiante per unità di superficie  $[W/m^2]$ .
- Flusso luminoso: indica la quantità di energia percepita dall'osservatore di una sorgente puntiforme  $[lm]$ .
- Illuminamento: indica il flusso luminoso ricevuto da una superficie unitaria  $[lux]$ .

Si definisce – inoltre – tramite il termine *luce collimata*, un fascio luminoso i cui raggi sono paralleli. La bontà di collimazione di un fascio di luce può essere stimata valutando la divergenza dei raggi luminosi uscenti dalla sorgente di questo. Per comprendere come ottenere la collimazione della luce ed esplorare le soluzioni off-the-shelf identificate, è bene definire i principali metodi utilizzabili. Una prima soluzione per collimare dei raggi luminosi provenienti da una sorgente (puntiforme o meno) consiste nell'utilizzare un diottro sferico in riflessione. Facendo riferimento alla Figura 3.1, dove  $C$  indica il centro di curvatura del diottro  $\Sigma$ , e  $x$  definisce la distanza della sorgente assiale  $S$  dal diottro stesso, si ottiene la vergenza del diottro tramite l'equazione (3.1).

$$\frac{1}{x'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{x} \quad (3.1)$$

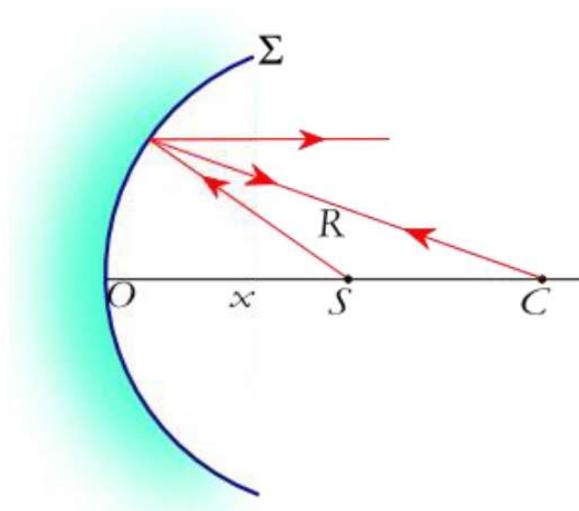


Figura 3.1: Diottro sferico usato come specchio concavo, sorgente assiale (Laura Ronchi Abbozzo, 2008)

In (3.1),  $x'$  definisce la distanza del punto immagine – ovvero l'immagine della sorgente – dal diottro. Risulta quindi che a una sorgente  $S$  posta nel fuoco del diottro – identificato dalla coordinata  $x = R/2$  – è associata un'immagine all'infinito ( $x' = \infty$ ). Si dice, infatti, che i punti all'infinito e il fuoco sono punti coniugati. Dalle leggi fondamentali dell'ottica geometrica (Legge della propagazione rettilinea della radiazione ottica, leggi della riflessione, leggi della rifrazione) è poi possibile dimostrare che i diottri sono reversibili, e di conseguenza, che ad una sorgente assiale all'infinito è associato un punto immagine sul fuoco.

Grazie alle stesse leggi e considerazioni è poi immediato descrivere il comportamento di una sorgente extrassiale a una distanza arbitraria dal diottro  $\Sigma$ , situazione rappresentata dalla Figura 3.2. Lo stesso comportamento può essere osservato per i punti non appartenenti all'asse di una sorgente assiale e non puntiforme.

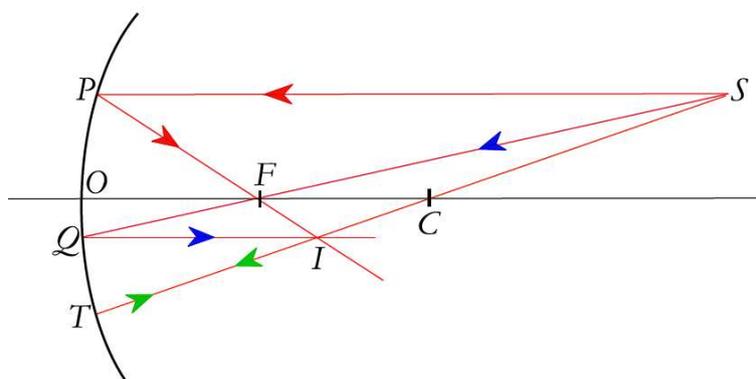


Figura 3.2: Diottro sferico usato come specchio concavo, sorgente extrassiale (Laura Ronchi Abbozzo, 2008)

Una seconda soluzione costruttiva consiste nell'utilizzare una lente. Una lente è un corpo delimitato da due diottri,  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$ , che vengono attraversati in sequenza dallo stesso raggio luminoso. L'equazione (3.2) descrive il comportamento di una lente immersa in aria, con riferimento alla Figura 3.3. Qui,  $n$  definisce l'indice di rifrazione assoluto del materiale di cui è fatta la lente.  $n_1 = 1$  è un'opportuna semplificazione, che considera la lente immersa in aria.

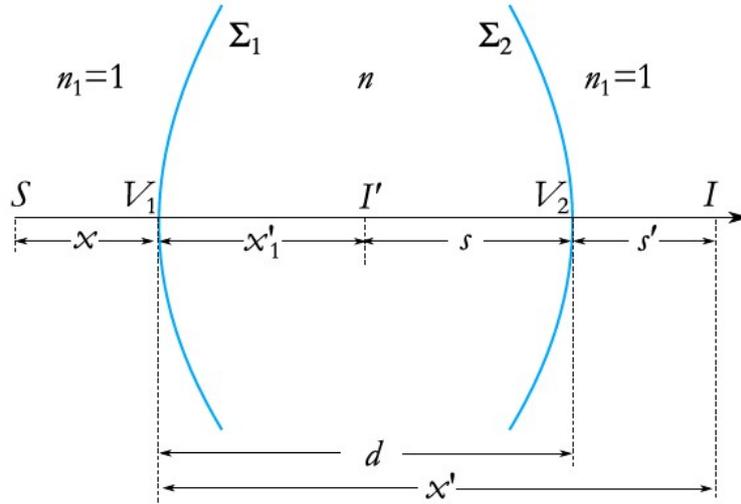


Figura 3.3: Schema di lente immersa in aria (Laura Ronchi Abbozzo, 2008)

$$\begin{aligned} \frac{1}{s'} \left( 1 - \frac{n-1}{n} \frac{d}{R_1} \right) - \frac{1}{x} \left( 1 + \frac{n-1}{n} \frac{d}{R_2} \right) - \frac{d}{n s' x} &= \\ &= (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{n-1}{n} \frac{d}{R_1 R_2} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Nella (3.2),  $R_1$  e  $R_2$  sono rispettivamente i raggi dei diottri sferici  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$ . Per una lente sottile è possibile applicare le approssimazioni  $d = 0$  e  $s' = x'$ . Conseguentemente, l'equazione (3.2) può essere riscritta nella sua forma equivalente, data dalla (3.3), e chiamata equazione caratteristica delle lenti sottili.

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.3)$$

Avendo definito tramite  $x$  e  $x'$  le distanze assiali della sorgente e dell'immagine da  $\Sigma_1$  (uguali in modulo per  $d = 0$ ), è possibile ottenere la vergenza della lente imponendo  $x = -\infty$ , come descritto dalla (3.4).

$$\frac{1}{x'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.4)$$

La vergenza di una lente è l'inverso del fuoco, per cui è immediato trovare questo tramite la (3.5), e ricordando di avere imposto  $x = \infty$ .

$$f = \frac{1}{n - 1} \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \quad (3.5)$$

Affinché il fuoco sia reale, e supposto di utilizzare materiali non speciali (con indice di rifrazione  $n > 1$ ), deve valere la relazione (3.6).

$$\left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) > 0 \quad (3.6)$$

In sintesi, data una sorgente assiale a distanza  $x = f$  dalla lente immersa in aria (descritta dalla Figura 3.3), si genera un'immagine a distanza  $x' = \infty$ . Conseguentemente, i raggi uscenti da  $\Sigma_2$  sono collimati. La Figura 3.4 rappresenta l'applicazione delle considerazioni fatte a una lente con due valori arbitrari di  $R_1$  e  $R_2$  per cui la (3.6) è soddisfatta. Lo stesso risultato si può ottenere imponendo  $R_2 = 0$  e  $R_1 > 0$ , soluzione costruttiva, come si vedrà, che permette di ridurre gli ingombri delle lenti.

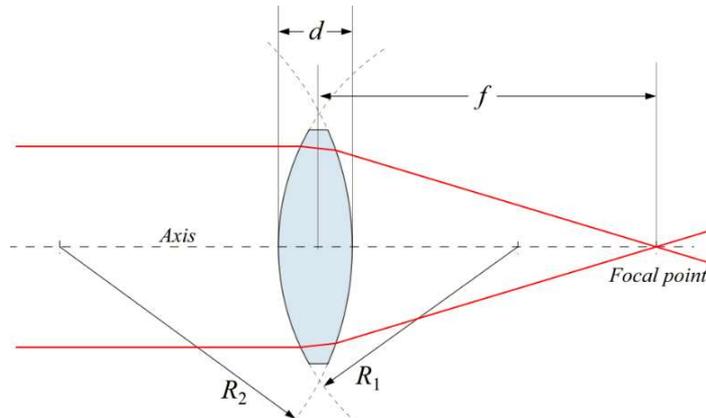


Figura 3.4: Esempio di lente collimatrice (Laura Ronchi Abbozzo, 2008)

In caso di sorgenti assiali e non puntiformi, come risulta nella realtà, la luce uscente dalle lenti non risulterà essere perfettamente collimata. Questo è dovuto al fatto che parti della sorgente saranno fuori asse, e quindi i raggi luminosi emessi da queste non riusciranno ad essere resi paralleli dal diottrio.

### 3.2. Requisiti del simulatore di Sole e componentistica

Come introdotto in 1.3. e 1.4., l'obiettivo di un banco prova di simulazione d'assetto è quello di simulare l'ambiente spaziale in LEO. Riguardo la riproduzione dell'irraggiamento, non è possibile limitarsi a simulare lo spettro  $AM0$ , ma è anche necessario che i raggi luminosi incidenti sul sensore siano il più possibile paralleli, esattamente come avviene in orbita. È facilmente dimostrabile, infatti, che il massimo dell'angolo di divergenza tra due raggi di luce incidenti su due punti posti a distanza  $d$  e distanti  $L$  da una sorgente luminosa puntiforme, può essere calcolato tramite l'equazione (3.7).

$$\theta = \text{atan} \left( \frac{d}{L} \right) \quad (3.7)$$

Per un osservatore che si trova a una distanza  $L = 1 \text{ au}$  dalla sorgente, come nel caso di un satellite in orbita terrestre, l'ipotesi di sorgente puntiforme è adeguata, e per ogni valore realizzabile di  $d$  l'angolo di divergenza percepito risulta approssimabile a zero. A seguito di questa considerazione, le richieste per il simulatore di sole per il banco-prova Alma Test-Bed possono essere schematizzate nella seguente maniera:

- Simulare lo spettro di radiazione luminosa presente in LEO,  $AM0$ .
- Garantire una conformità spettrale almeno di classe C.
- Fornire uniformità spaziale al fascio di luce di diametro  $320 \text{ mm}$ .
- Ottenere un'instabilità temporale dell'irradianza minore del 3%.
- Generare raggi luminosi collimati con una divergenza minore di 1 deg.

- Avvicinare l'irradianza in ingresso al sensore il più possibile a quella che si avrebbe in LEO di  $133 \text{ klux}$ .

Per soddisfare i requisiti elencati e non superare il budget disponibile di 4000 €, è stato deciso di sviluppare un prototipo partendo da componenti off-the-shelf. Nello specifico, i dispositivi utilizzati vengono descritti estensivamente di seguito.

### 3.2.1. Sorgente

Per garantire un'alta precisione di posizionamento della sorgente sul fuoco del collimatore è stata acquistata una piattaforma Radiate D300 di Photonix Srl per alloggiare la stessa. La piattaforma monta un LED phosphor-coated da 300 W per generare il fascio di luce. Tale sorgente è in grado di fornire una radiazione molto simile a quella emessa da un corpo nero a  $5600 \text{ K}$  (Photonix Srl, 2019). I dati radiometrici e fotometrici più importanti sono riportati in Tabella 3.1. È bene sottolineare che il dispositivo è stato modificato ad hoc per le esigenze del banco prova, per cui i valori effettivi di potenza e flusso luminoso saranno verosimilmente diversi da quelli nominali indicati dal produttore. La verifica di tali valori è sviluppata nella sezione 3.4.5.



Figura 3.5: LED phosphor-coated ed elettronica di controllo

Durante la fase di scelta della sorgente ottimale ci si è concentrati principalmente sui parametri fotometrici ottenibili da questa, e sulla classe raggiungibile dal simulatore in termini di instabilità temporale. Le soluzioni commerciali analizzate (Rodriguez, Solar Simulator for A Dynamic, Hardware-in-the-Loop, Three-Axis Simulator of Spacecraft Attitude Maneuvering with Nanosatellite Dimensions, 2017) sono:

- Sorgenti allo xeno.
- Sorgenti ad idrogenuri metallici.
- Sorgenti LED.

Complessivamente, le prime due soluzioni sono state scartate in quanto l'irraggiamento delle sorgenti allo xeno è sensibile alla presenza di campi magnetici, e lo spettro di quelle ad idrogenuri metallici si discosta marcatamente da quello che si vuole simulare. Inoltre, le sorgenti a LED risultano essere molto più stabili e durature delle altre.

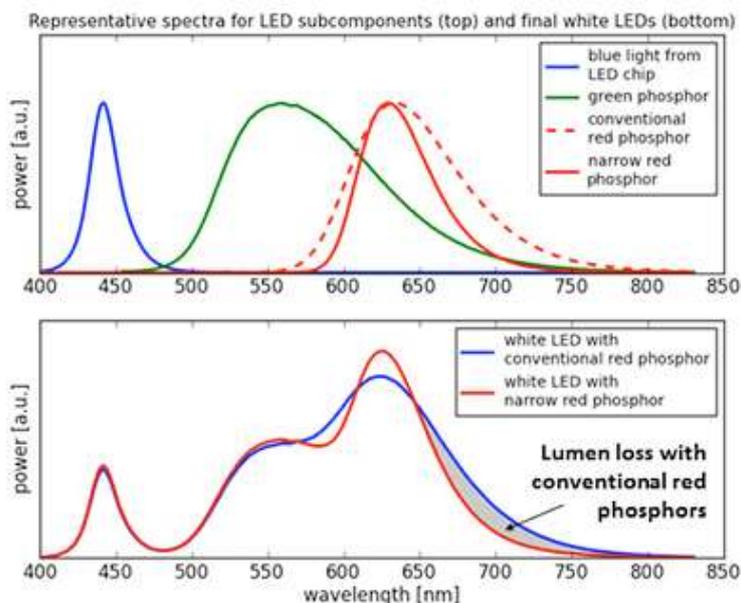


Figura 3.6: Spettro di emissione di LED phosphor-coated (Lumileds, s.d.)

La componente spettrale di emissione della sorgente LED, secondo i dati forniti dal produttore, è molto vicina a quella dello spettro solare. D'altra parte, i più comuni sensori di sole sono sensibili a un ampio range di lunghezze d'onda. Un confronto fra la luce emessa da un LED phosphor-coated e la sensibilità di un sensore che si basa sulla tecnologia SOC può

essere fatto tramite le Figure 3.6 e 3.7. Un'ulteriore caratteristica molto importante è la dimensione dell'emettitore. Come si può vedere in Figura 3.5, la sorgente ha una superficie di emissione non trascurabile. Le ipotesi di sorgente puntiforme non saranno quindi valide in fase sperimentale, e si avrà, nello specifico, il comportamento descritto in Figura 3.2.

Potenza nominale	300 W
CCT	5600 K
Flusso luminoso	>100 lm/W

Tabella 3.1: Dati tecnici sorgente luminosa

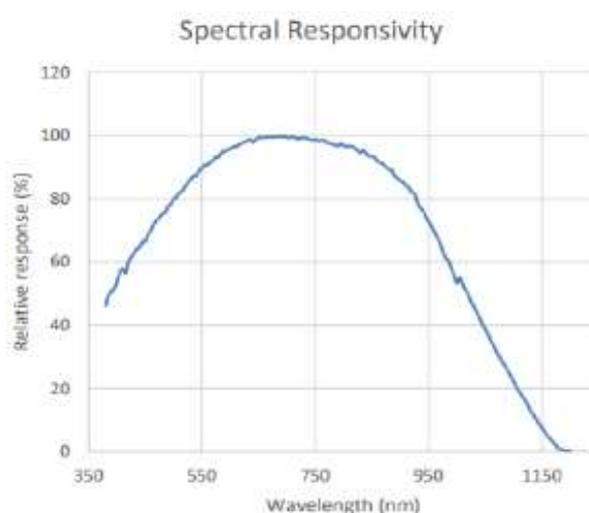


Figura 3.7: Risposta spettrale di sensori con tecnologia SOC (Solarmems, 2016)

La struttura meccanica utilizzata risulta estremamente versatile per lo scopo del banco prova: è dotata di un motore passo-passo lineare che permette lo spostamento della sorgente lungo l'asse del collimatore con una precisione di 1 mm/step. La corsa disponibile per la sorgente risulta essere di 32 cm.



Figura 3.8: Motore passo-passo e guida lineare di regolazione della posizione della sorgente

### 3.2.2. Collimatore

Il meccanismo di collimazione utilizzato si basa sulle lenti descritte in 3.1, e in particolare sulla lente di Fresnel. La lente di Fresnel è un caso particolare di lente convergente equivalente a quella descritta nella Figura 3.3. Come si vede in Figura 3.9, la lente di Fresnel permette di ottenere la stessa collimazione di un diottro sferico, riducendone in maniera estensiva gli ingombri e il materiale utilizzato a discapito della qualità dell'immagine, non importante nel prototipo che si vuole sviluppare (Lente di Fresnel, 2019).

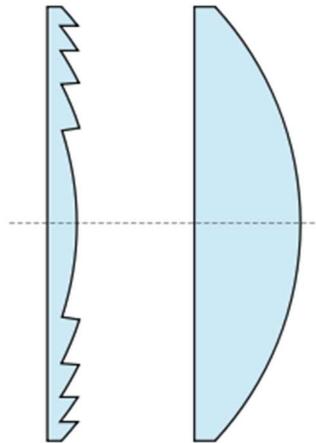


Figura 3.9: Lente di Fresnel e lente convergente equivalenti (Ioda Advanced Lenses Technology)

La lente utilizzata in laboratorio ha un diametro di  $400\text{ mm}$ , ed è fissata al telaio della sorgente tramite un supporto magnetico in acciaio e CFRP. In Figura 3.10 è possibile vedere i componenti del gruppo di collimazione.



Figura 3.10: Gruppo di collimazione utilizzato in laboratorio

### 3.2.3. Sensore

Il sensore di sole è stato realizzato combinando una camera monocromatica EO-1312M 1/1.8" prodotta da Edmund Optics Inc. e una maschera costruita in laboratorio (Rodriguez, Sun Sensor for Attitude Determination, 2017).



Figura 3.11: Camera EO-1312M 1/1.8" – Edmund Optics Inc. (Edmund Optics, 2019)

Questa si basa sulla tecnologia CMOS (complementary-metal-oxide-semiconductor), che consiste nell'utilizzare degli array di semi-conduttori MOS sensibili alla radiazione luminosa. Quando i fotoni raggiungono i semi-conduttori, su questi si genera una differenza di potenziale proporzionale alla radiazione incidente, fornendo informazioni sulla quantità di luce in ingresso (Edmund Optics, 2019). Le caratteristiche del sensore sono riportate in Tabella 3.2.

Area sensibile	$6.79 \times 5.43 \text{ mm}$
Dimensioni camera	$34 \times 32 \times 27.4 \text{ mm}$
Risoluzione immagini	$5.86 \times 10^{-3} \text{ mm/pixel}$
Risoluzione camera	1.3 Megapixel

Tabella 3.2: Dati tecnici sensore di sole

Per rendere la camera equivalente ad un sensore di sole è stato costruito un innesto per coprire il sensore, e sullo stesso è stato praticato un pinhole. I sensori con pinhole sono dispositivi che permettono di determinare la differenza di angoli d'assetto tra sorgente e sensore. In Figura 3.13 è schematizzato il comportamento di un raggio di luce passante per il pinhole ed incidente sul sensore. Dato che la camera ha un attacco standard CS

(caratterizzato da un tiraggio di  $12.5\text{ mm}$ ) (Iralab, Università degli studi di Milano - Bicocca, 2012), è stato sfruttato un innesto con attacco compatibile. Le geometrie ottenute sono schematizzate in Figura 3.12.

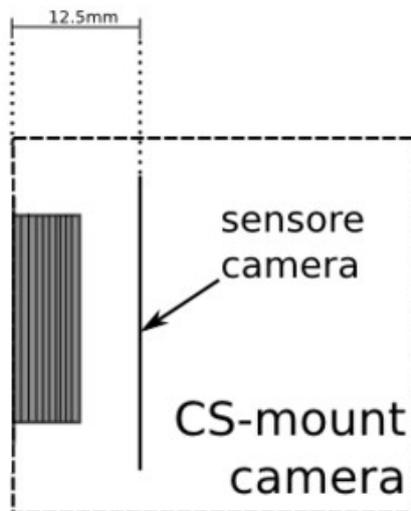


Figura 3.12: Schematizzazione dell'innesto standard CS (Iralab, Università degli studi di Milano - Bicocca, 2012)

Il sensore di sole così sviluppato è un digital Sun sensor (DSS). I sensori di sole digitali sono più robusti delle altre tipologie di sensori (i CSS), in quanto sono insensibili alle variazioni di intensità della radiazione incidente. (F. Landis Markley, 2014). Il principio di funzionamento di questo sensore si basa su relazioni geometriche per valutare l'angolo tra la normale al sensore e la sorgente luminosa. Nello specifico, riferendosi al sistema di riferimento mostrato in Figura 3.13, e nota la risoluzione  $\psi$  del sensore (in  $mm/pixel$ ), è possibile determinare per ogni istante di tempo lo spostamento della sorgente entro il FOV del sensore. La posizione del centro  $(C_x, C_y)$  del cerchio proiettato sul sensore è il risultato della misura, e da questa è possibile ottenere lo spostamento relativo della sorgente tramite la (3.7), ricordando le misure riportate in Figura 3.12.

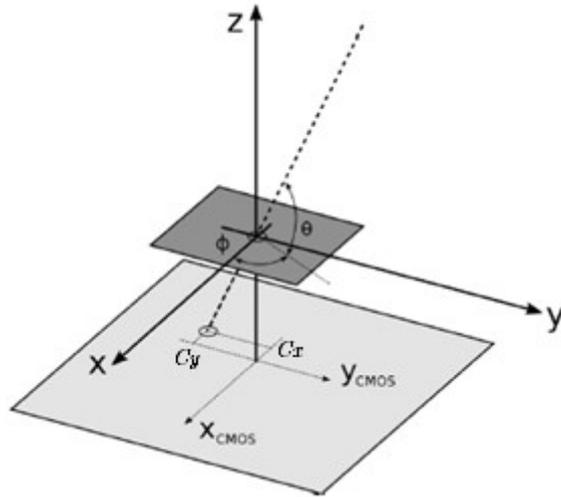


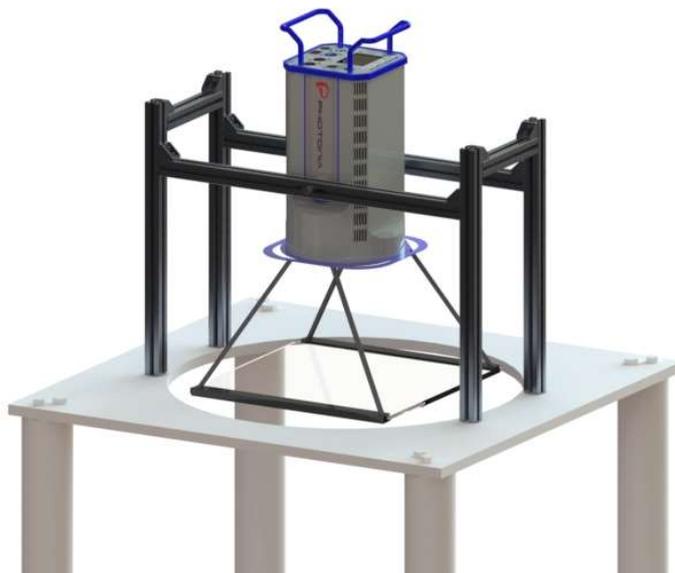
Figura 3.13: Schematizzazione di un raggio incidente sul sensore attraverso un pinhole (Andrea Antonello, 2018)

$$(x_S, y_S) = \left( -\operatorname{atan} \left( \frac{C_x(t) \psi}{d_p} \right), -\operatorname{atan} \left( \frac{C_y(t) \psi}{d_p} \right) \right) \quad (3.7)$$

### 3.3. Progettazione dei supporti e integrazione al banco prova

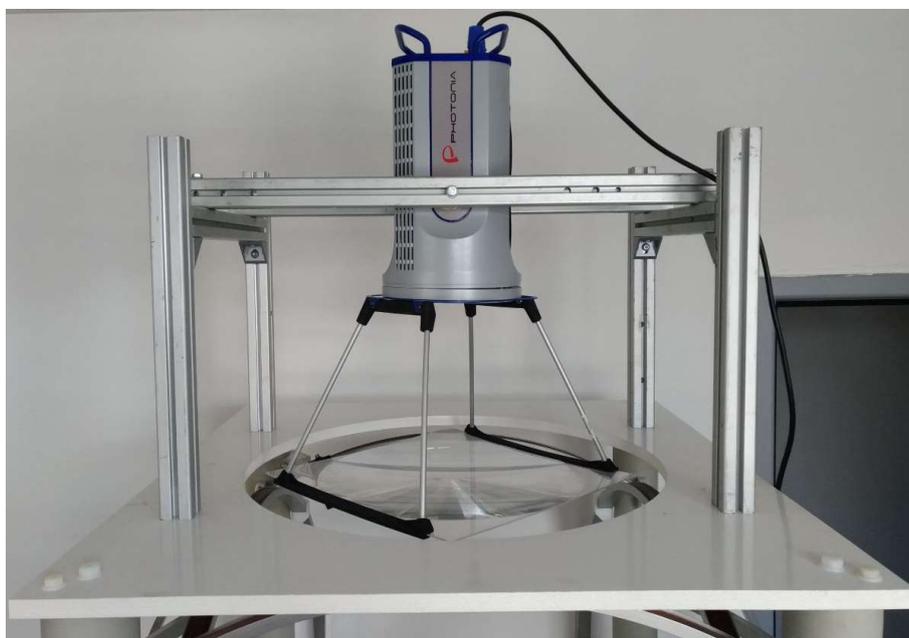
Il montaggio del simulatore solare non ha particolari esigenze di rigidità: è sufficiente poter regolare, anche limitatamente, l'inclinazione e la posizione della sorgente del fascio luminoso. Per ottenere una struttura funzionalmente adeguata e minimizzare tempi e costi di produzione, la progettazione è stata fatta basandosi su profilati in alluminio ed elementi di fissaggio off-the-shelf già disponibili.

La Figura 3.14 mostra il rendering del progetto preliminare, mentre la Figura 3.15 la struttura effettivamente realizzata. Le differenze tra le due configurazioni sono dovute all'accortezza di evitare un'elevata sollecitazione a flessione della struttura in compensato.



*Figura 3.14: Rendering preliminare del progetto*

Il supporto è fissato sopra al telaio del banco-prova, e una semplice verifica strutturale delle sollecitazioni porta a stimare un coefficiente di sicurezza superiore a 10 per gli elementi in acciaio e alluminio. Un valore così alto è dovuto alla necessità di sovravincolare il simulatore per ridurre ulteriormente le tensioni che si scaricano a telaio.



*Figura 3.15: Struttura realizzata*

Compatibilmente con quanto visto nella sezione 3.2, risulta ottimale avvicinare la sorgente il più possibile al sensore di luce. Questa soluzione, per quanto ideale dal punto di vista della radiazione luminosa, può risultare

dannosa per la gabbia di Helmholtz, in quanto l'elettronica di controllo della sorgente potrebbe influire eccessivamente sul campo magnetico generato dalla stessa. La distanza di sicurezza alla quale è possibile posizionare il simulatore in modo da non influire sulla generazione del campo geomagnetico è stata stimata sperimentalmente.

Per stimare l'interazione tra la gabbia di Helmholtz e il simulatore di sole, la prima è stata accesa e regolata per annullare il campo magnetico all'interno del telaio. I risultati di tale impostazione (fondamentalmente irrealizzabile a causa dei disturbi esterni) sono mostrati in Figura 3.16, evidenziando una risoluzione di misura del campo di  $3.05 \text{ nT}$ . Durante la misura, il simulatore è stato acceso e posizionato con il collimatore appena fuori la "sfera" costituita dalla gabbia di Helmholtz, non influenzando in alcun modo il comportamento del campo.

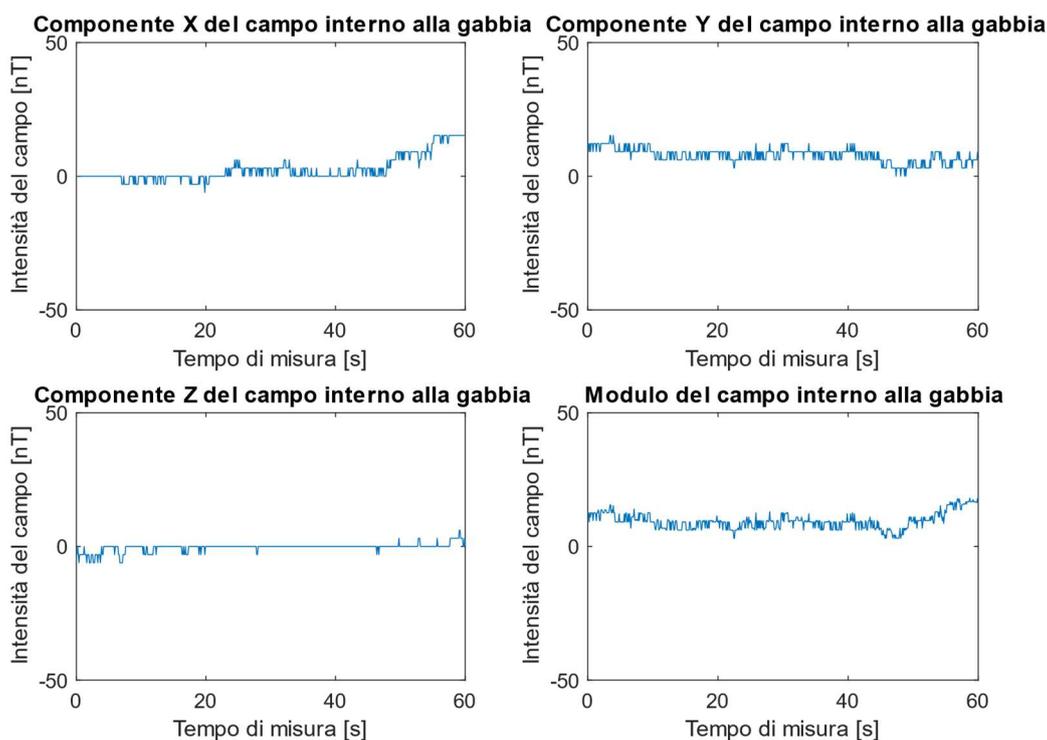


Figura 3.16: Misura del campo magnetico minimo ottenuto all'interno della gabbia di Helmholtz

In Figura 3.17 è possibile vedere invece l'influenza del simulatore sul campo magnetico all'interno della gabbia di Helmholtz. Si può osservare come l'interazione tra i due campi avvenga a  $t \approx 50 \text{ s}$ , in corrispondenza dell'entrata fisica del supporto Photonica nella gabbia di Helmholtz. Questo coincide, all'incirca, a una distanza di  $38 \text{ cm}$  tra la sorgente e la posizione

prevista del sensore di sole. Il picco finale è invece associato a un'entrata completa del simulatore nella gabbia.

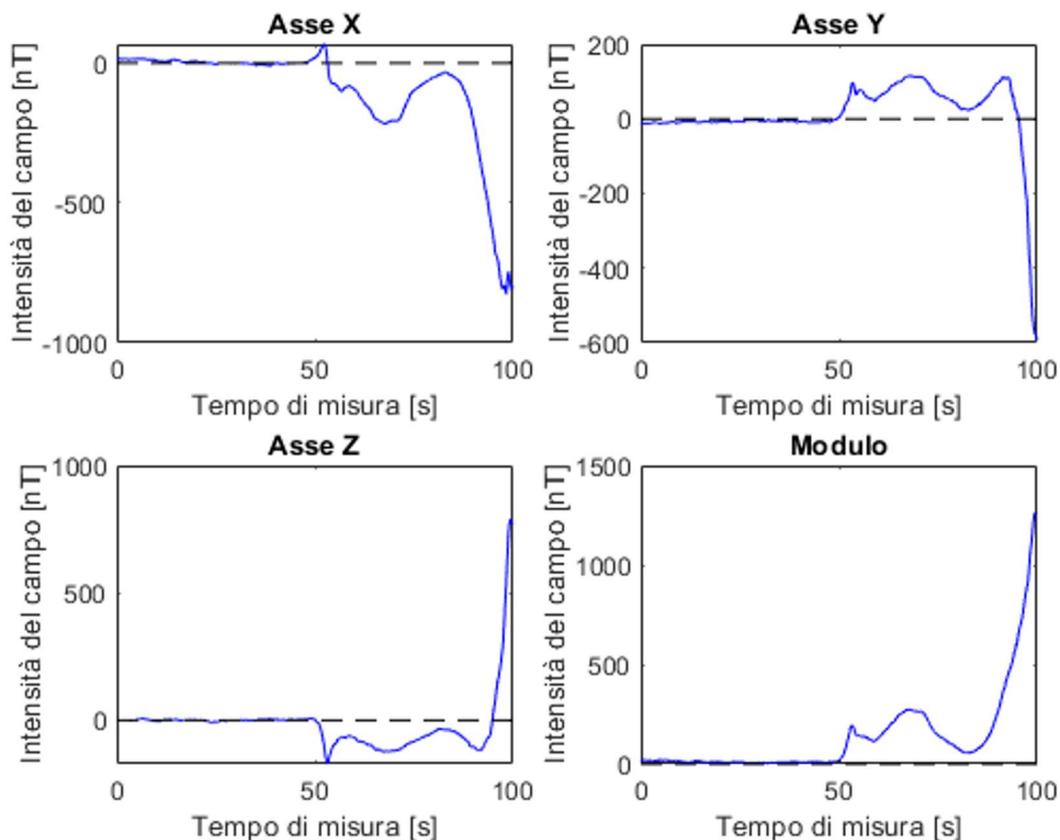


Figura 3.17: Misura del campo magnetico all'interno della Gabbia di Helmholtz con inserzione del simulatore

Per evitare interazioni, seppur limitate, (si ricorda che il valore del campo geomagnetico è sempre maggiore di  $20000 \text{ nT}$ ) è stato scelto di distanziare il simulatore fino ad avere il supporto meccanico coincidente con la superficie fittizia della sfera data dalla gabbia di Helmholtz. Questo posizionamento coincide con il comportamento a  $t < 50 \text{ s}$  di Figura 3.17, e permette di avere una confidenza assoluta sul campo magnetico generato in fase di prova e poter quindi lavorare con un campo controllato durante i test su sensori e attuatori magnetici. Questa soluzione permette inoltre di massimizzare l'illuminamento ricevuto dal sensore, portandolo – il motivo verrà spiegato in 3.4.5 – a un valore sufficiente a soddisfare i  $133 \text{ klux}$  obiettivo.



Figura 3.18: Montaggio finale del simulatore

### 3.4. Campagna sperimentale

L'obiettivo principale della campagna sperimentale portata avanti è quello di validare la collimazione pronosticata del fascio luminoso. Si vuole ottimizzare il posizionamento dei vari componenti in modo da minimizzare la divergenza del fascio e massimizzare il flusso luminoso in ingresso al sensore.

#### 3.4.1. Ipotesi preliminari

Precedentemente all'acquisto del simulatore di sole è stata stimata una qualità di collimazione sufficiente a soddisfare le richieste obiettivo (divergenza  $< 1 \text{ deg}$ ). Con la campagna sperimentale si vuole confermare in maniera definitiva tale valore ed indagarne la variazione in funzione dei parametri da cui questo dipende a seguito di un'opportuna identificazione di questi. Per garantire il miglior risultato, ogni componente meccanica e di regolazione deve essere attentamente valutata. Nello strumento sotto esame, per concentrare la potenza luminosa ed evitare dispersioni all'interno della carcassa – con associati maggiori gradienti di temperatura – viene utilizzata una semisfera di vetro posta sopra la sorgente LED. È stato ritenuto opportuno, prima di proseguire, togliere tale semisfera, in modo da poter fare un paragone – riguardo l'illuminamento e la divergenza del fascio

– con e senza la presenza di questa. Tutte le prove, a meno che specificato, sono svolte senza la presenza della semisfera sulla sorgente.

### 3.4.2. Materiali e metodi

La campagna sperimentale è stata condotta utilizzando il sensore, la sorgente ed il collimatore descritti in 3.2. Il banco prova sperimentale utilizzato è mostrato e descritto in Figura 3.19: il sensore di sole è fissato a un corsoio posizionato su guide in alluminio. I giochi tra i due membri sono opportunamente ridotti con l'aggiunta di materiale di supporto, e la posizione delle guide è garantita tramite incollaggi al telaio. Per ottenere un posizionamento preciso durante le prove è stato aggiunto un indicatore di posizione e una scala graduata, solidali rispettivamente al corsoio e al telaio. Per ridurre l'attrito tra il corsoio e le guide è stato utilizzato – in quantità limitata – del lubrificante prima di iniziare ad acquisire ogni campione.

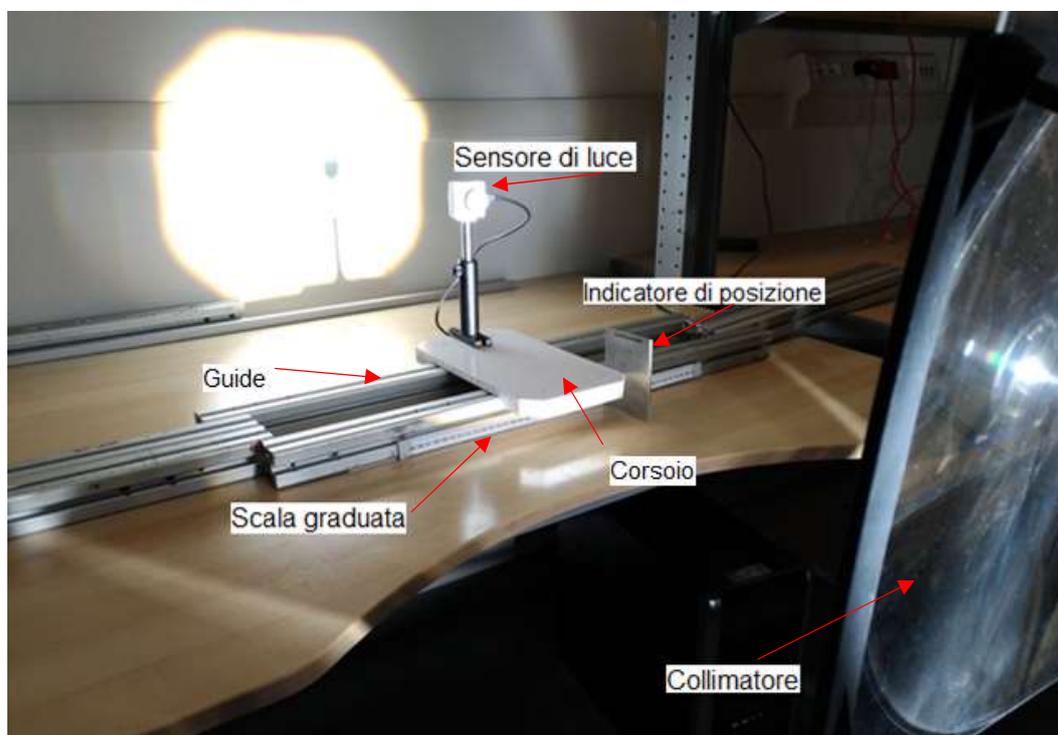


Figura 3.19: Banco prova temporaneo utilizzato per la campagna sperimentale

In Figura 3.20 è possibile vedere un rendering del simulatore di sole assemblato in vista della campagna sperimentale.



*Figura 3.20: Rendering del simulatore di sole*

Per interfacciarsi con il sensore è stato utilizzato un software proprietario fornito da Edmund Optics Inc. Tale programma permette un totale controllo sui parametri di acquisizione ed esposizione della camera, garantendo un utilizzo versatile del dispositivo hardware. Nello specifico, è risultato fondamentale poter controllare il tempo di esposizione e il guadagno di luminosità per non avere immagini eccessivamente chiare o troppo scure.

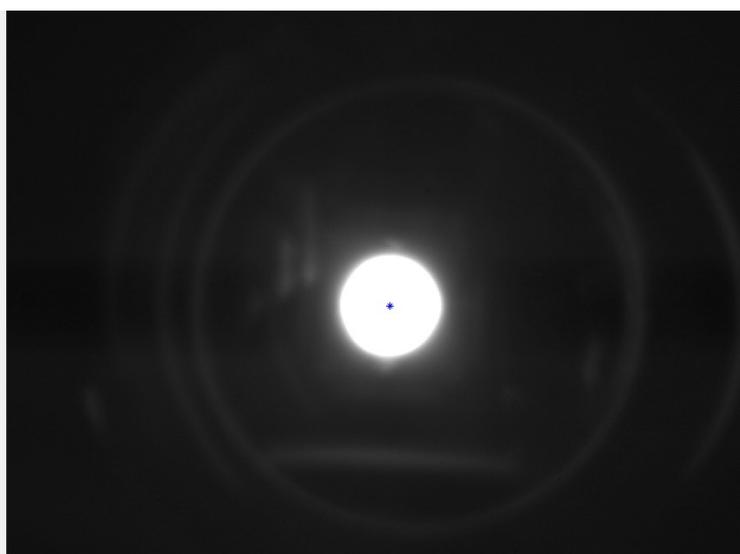
In Figura 3.21 è possibile vedere il confronto tra immagini acquisite al variare della Brightness Reference, un parametro che agisce sul tempo di esposizione e sul guadagno di luminosità della camera. Con riferimenti di luminosità troppo elevate si ha il fenomeno del blooming dell'immagine: a causa di un eccesso di carica elettrica sui semiconduttori illuminati del sensore, vengono attivati anche quelli adiacenti, causando macchie luminose o zone apparentemente illuminate nella fotografia risultante. In caso di riferimento di luminosità troppo basso, il software tende sia a stimare diversamente la posizione del centro, che a rilevare (a causa del rumore

nell'immagine finale) più centri, mandando in errore gli algoritmi di identificazione.



*Figura 3.21: Immagini acquisite con tempo di acquisizione troppo basso, corretto, e troppo alto*

Una volta acquisite le informazioni tramite l'hardware, l'elaborazione delle immagini è stata fatta con MATLAB. Il processo consiste nel trasformare l'immagine ottenuta in una matrice di valori logici per evidenziare i pixel illuminati. Noti questi, il software permette di stimare la posizione di un cerchio approssimante la parte illuminata, fornendo in uscita il centro di questo, detto centroide. In Figura 3.22 è possibile vedere la sovrapposizione di un'immagine catturata e del rispettivo centro stimato. In Appendice C vengono esplicitati gli algoritmi utilizzati.



*Figura 3.22: Immagine acquisita e centroide stimato*

### 3.4.3. Stima errori di misura

Prima di caratterizzare la divergenza del fascio collimato è fondamentale quantificare gli errori di stima della posizione del centroide (i.e. il centro del cerchio approssimante), dovuti congiuntamente a giochi, disallineamenti, ed errori di posizionamento. È stato considerato opportuno scomporre l'errore in due componenti distinte: la componente casuale, dovuta ad effetti non controllabili, e la componente di ripetibilità, dovuta unicamente ai limiti del banco prova e ad un errore di posizionamento da parte dell'operatore.

#### Errore casuale

Il primo set di dati è stato ottenuto fissando il corsoio sulle guide e acquisendo immagini ad intervalli regolari di tempo. È stato subito riscontrato che acquisire immagini troppo velocemente causa un errore nel software di interfaccia con l'hardware, facendo sì che il cerchio luminoso appaia spostato di una quantità variabile di pixel. Per ovviare a questo problema è stato utilizzato un software ausiliario definire un tempo di acquisizione di 2 secondi. La ripetibilità misurata è riportata in Figura 3.23.

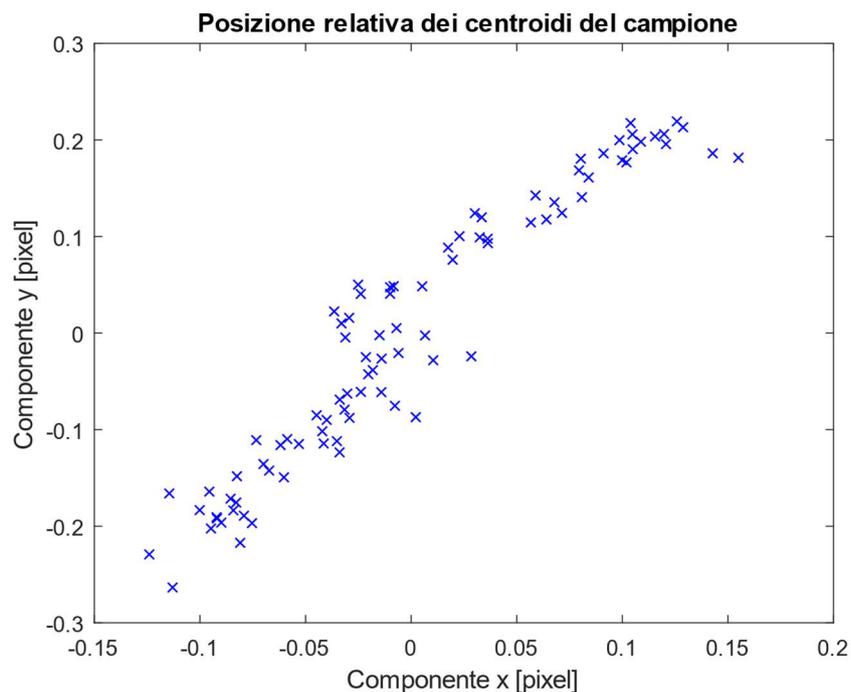


Figura 3.23: Primo campione per la stima dell'errore casuale

La rappresentazione grafica del campione non permette però di fare alcuna considerazione sull'accuratezza dei risultati. Tracciando il Q-Q Plot contro una distribuzione normale delle componenti  $x$  e  $y$  del campione è possibile, invece, affermare qualitativamente che nessuna delle due segue una distribuzione normale, andando effettivamente contro la canonica distribuzione di un campione soggetto ad errore casuale, ovvero quella normale. Tale considerazione è confermata anche da un test di Lilliefors con livello di significatività pari a 0.95. Tale test serve a valutare l'ipotesi nulla per cui il campione analizzato è estratto da una distribuzione normale, contro l'ipotesi alternativa secondo cui il campione non lo è. Non vengono fatte affermazioni su media o varianza, ma solo sulla distribuzione dei quantili. Tramite questo test il campione delle componenti  $x$  risulta non essere estratto da una distribuzione normale (p-value 0.0039), mentre quello delle componenti  $y$  risulta esserlo (p-value 0.093).

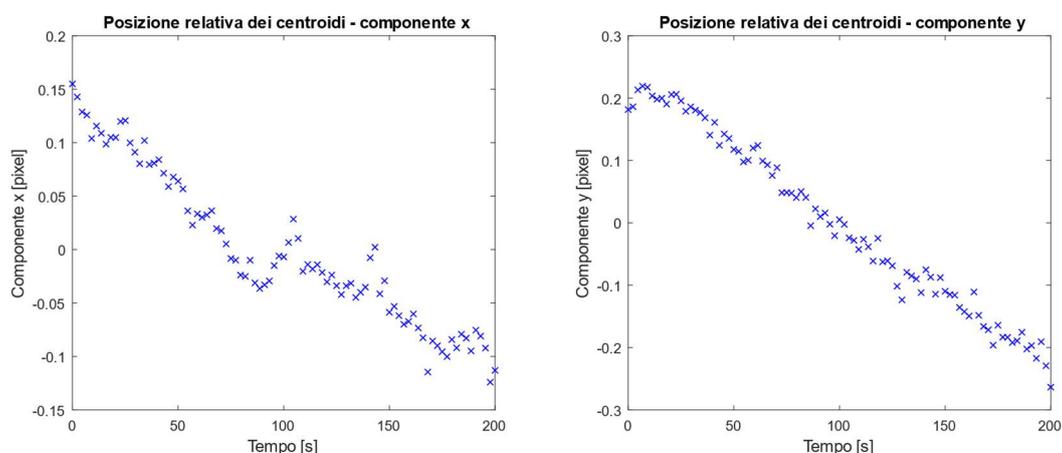


Figura 3.24: Andamento nel tempo dei risultati di misura del primo campione

Tracciando le singole componenti è immediato affermare che è presente un trend non giustificato dagli errori di misura. A seguito di una breve ispezione, è risultato che la marcata variazione della posizione dei centroidi era dovuta ad una cedevolezza concentrata del supporto su cui era posizionata la sorgente. Reso più rigido il piano, il successivo campione ottenuto non ha mostrato alcun trend nelle componenti dei centroidi, come mostrato in Figura 3.25.

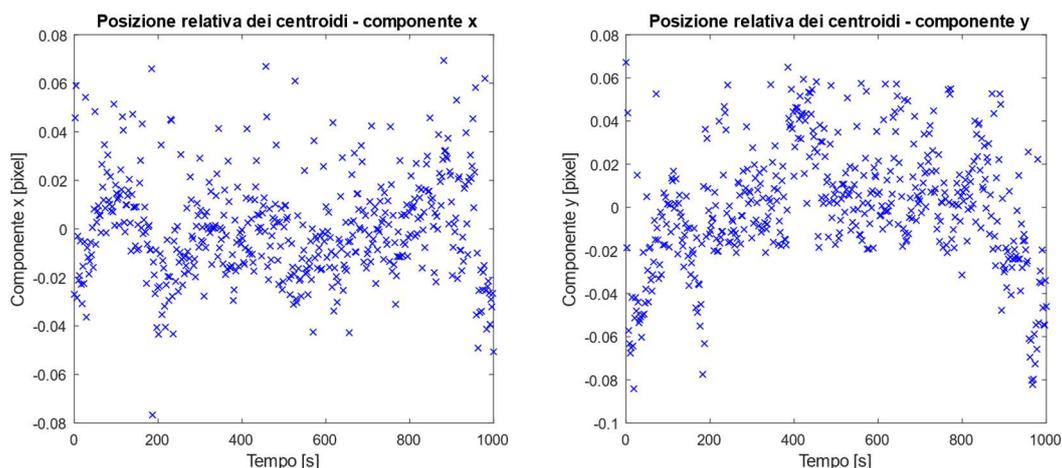


Figura 3.25: Andamento nel tempo dei risultati di misura del secondo campione

Le componenti del centroide non risultano, tuttavia, seguire comunque una distribuzione normale. Data la peculiarità dei Q-Q Plot contro una distribuzione normale, è stato deciso di non utilizzare una distribuzione normale per approssimare il comportamento dei dati relativi a  $x$ . Tale soluzione sarebbe stata attuabile invece – e conservativa – se i quantili dei campioni avessero suggerito una distribuzione meno estrema di quella normale, ovvero con code più basse.

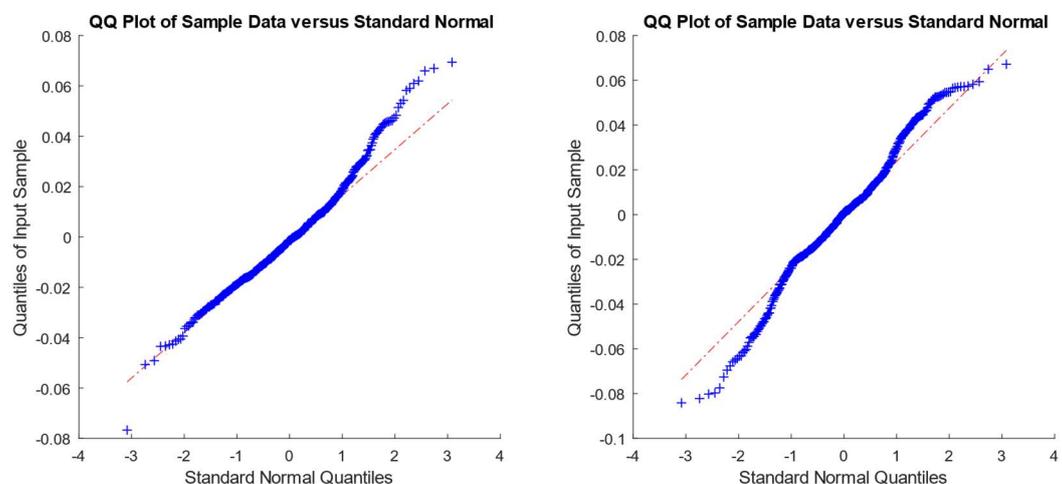


Figura 3.26: Q-Q Plot del secondo campione vs distribuzione normale

È stata valutata un'approssimazione alla distribuzione normale con varianza molto maggiore, ma risulta troppo conservativa. Approfondendo, è stato osservato che la distribuzione discreta della componente  $x$  è asimmetrica. Un fit ottimale è dato dalla distribuzione di Lévy stabile. La Figura 3.27 mostra come la funzione densità di probabilità e quella cumulativa approssimino fedelmente i dati.

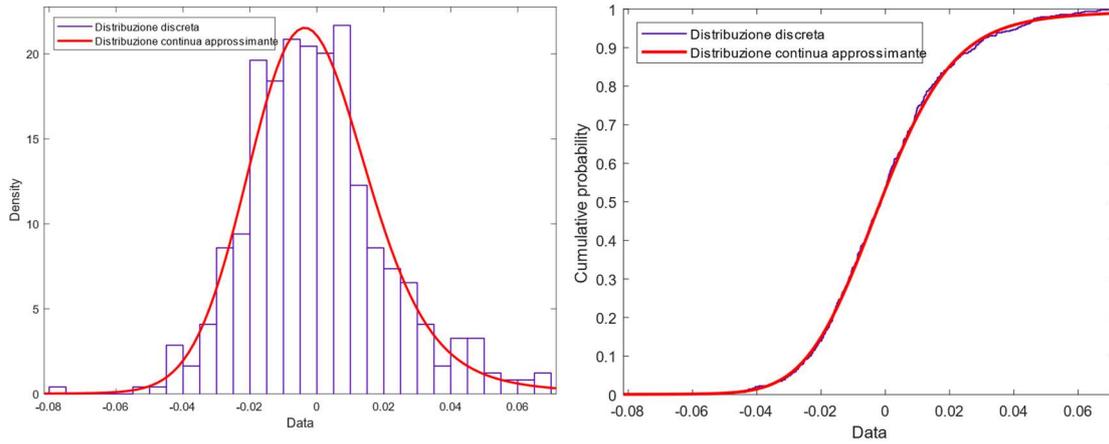


Figura 3.273: Funzione densità di probabilità e funzione cumulativa discreta e continua approssimante della componente  $x$

Valutando numericamente la funzione cumulativa, è infine possibile calcolare l'errore di misura della componente  $x$  con intervallo di confidenza pari al 99.7%. Risulta infatti, nota la funzione densità di probabilità  $f(x)$ , che vale la relazione (3.8).

$$\int_{-0.15}^{0.15} f(x) dx = 0.997 \quad (3.8)$$

Di conseguenza, è possibile quantificare l'errore di misura della componente  $x$  del centroide:

$$E_{s_x} = \pm 0.15 \text{ pixel} \quad (3.9)$$

Riguardo la componente lungo  $y$ , risulta che il campione supera nuovamente il test di Lilliefors con valore di significatività 0.95 (p-value 0.21). Il campione quindi – come dimostrato dalla Figura 3.28 – risulta verosimilmente estratto da una distribuzione normale.

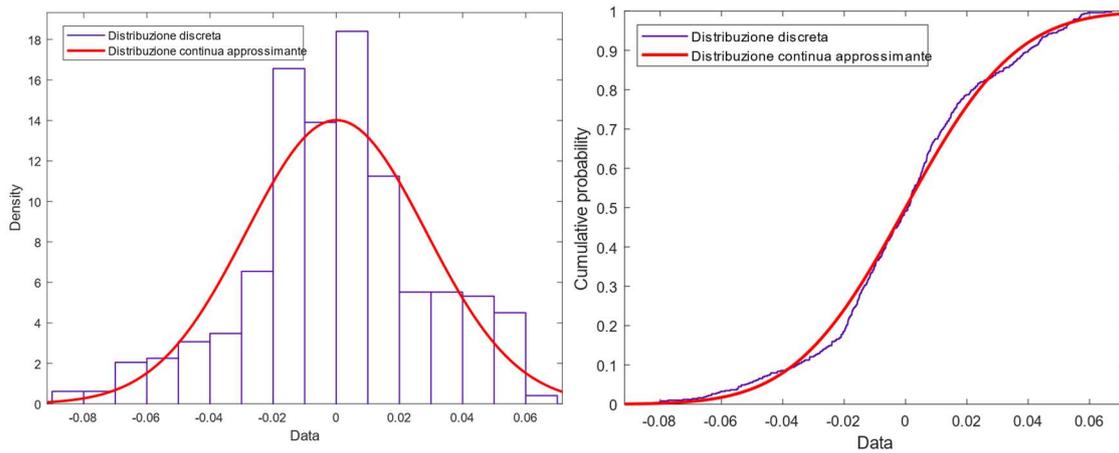


Figura 3.28: Funzione densità di probabilità e funzione cumulativa discreta e continua approssimante della componente  $y$

Semplicemente quindi, nota la deviazione standard  $\sigma$  del campione, è immediato ricavare l'intervallo a cui appartiene il 99.7% delle misure tramite la (3.10).

$$E_{s_y} = \pm 3\sigma = \pm 0.09 \text{ pixel} \quad (3.10)$$

Per completezza si riporta anche la posizione stimata dei 489 centroidi del campione. Come si vede in Figura 3.29, la differenza è indistinguibile senza un'appropriata analisi numerica.

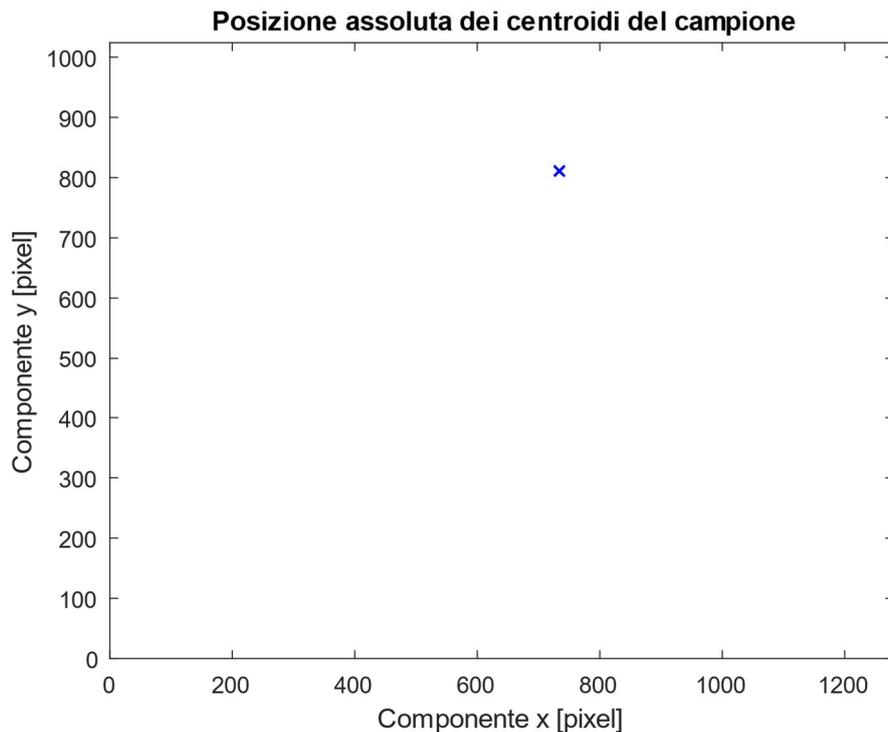


Figura 3.29: Posizione dei centroidi del secondo campione di misure

Nel complesso, dai due campioni è stato possibile estrapolare due distribuzioni a varianza diversa per la stima dell'intervallo di confidenza delle misure. Idealmente, tali varianze dovrebbero essere le stesse sia per la misura della componente  $x$  che per quella  $y$ . La differenza, seppur contenuta, tra le due distribuzioni approssimanti, può essere giustificata dal fatto di avere necessariamente dei campioni finiti.

### Errore di ripetibilità di posizionamento

Per stimare l'errore dovuto alla ripetibilità del posizionamento – effettuato in maniera manuale – sono state fatte delle prove di spostamento e riposizionamento del sensore nello stesso punto della guida. In Figura 3.30 è riportato il campione di misure in oggetto.

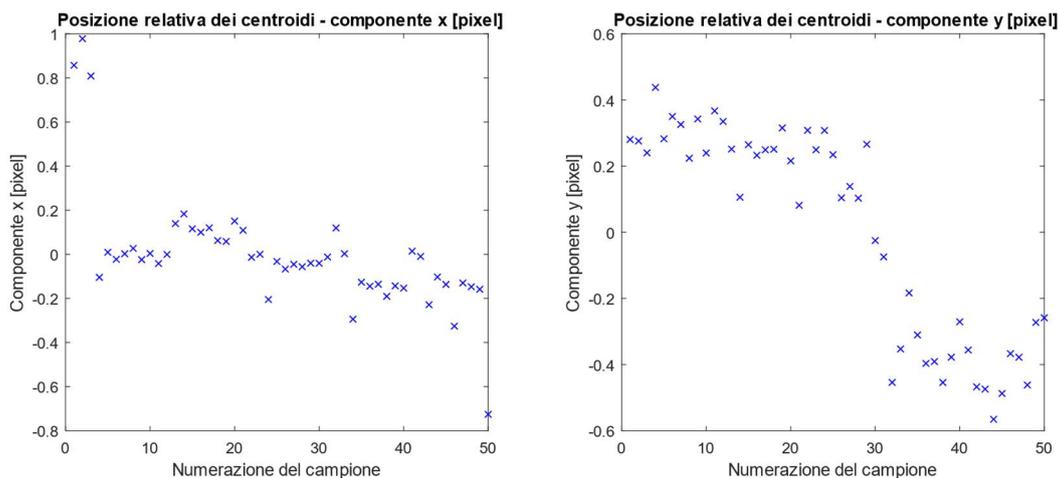


Figura 3.304: Centroidi stimati del campione di ripetibilità

Le considerazioni riguardo il campione sono le stesse fatte nella sezione precedente. Nello specifico, nessuna delle due componenti supera il test di Lilliefors con un livello di significatività appropriato, come del resto plausibile, data la natura delle prova.

D'altra parte, osservando i grafici di Figura 3.30 si possono fare due considerazioni importanti:

- Nel campione della componente  $x$  sono presenti degli outlier dovuti a – pochi – posizionamenti poco precisi.
- I quantili della componente  $y$  mostrano una distribuzione molto meno estrema di una distribuzione normale, giustificandone l'uso per ottenere risultati conservativi per ampi intervalli di confidenza.

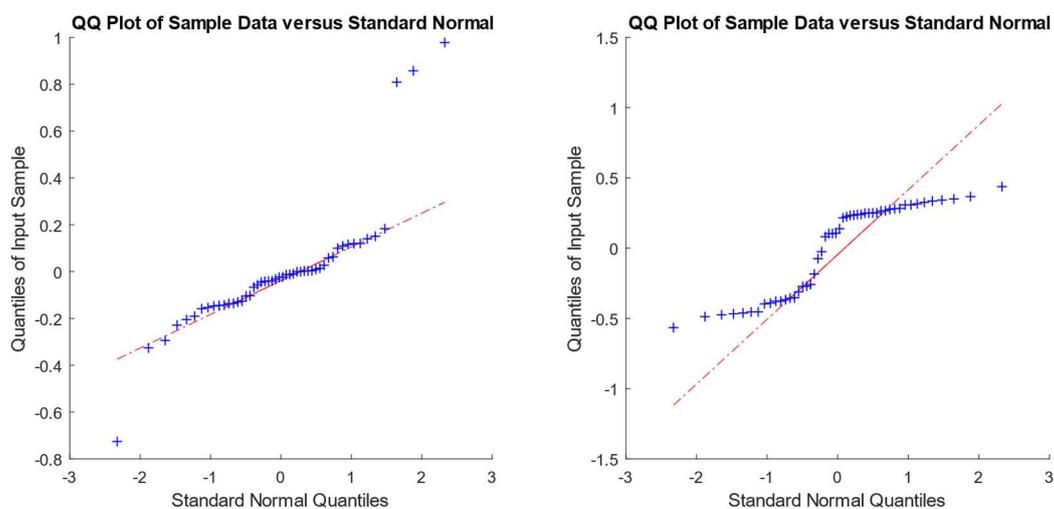


Figura 3.31: Q-Q Plot del campione di ripetibilità contro una distribuzione normale

A seguito delle considerazioni appena fatte risulta accettabile – in maniera conservativa – modellare l'errore di ripetibilità lungo le due componenti  $x$  e  $y$  tramite una distribuzione normale bivariata. Tale modellazione, per quanto semplicistica, permette di poter definire un intervallo di confidenza entro cui la funzione densità di probabilità della distribuzione reale ha un valore inferiore a quella normale approssimante. Nello specifico, con riferimento alla Figura 3.31, si ha che per una deviazione standard maggiore di 1, le code della distribuzione modellata sono sempre superiori alla distribuzione reale, permettendo quindi di poter affermare con sicurezza la validità del modello definito.

Complessivamente, per un intervallo di confidenza del 99.7% (e quindi note le due deviazioni standard  $(\sigma_x, \sigma_y)$ ), risulta:

$$E_{m_x} = \pm 3\sigma_x = \pm 0.81 \text{ pixel} \quad (3.11)$$

$$E_{m_y} = \pm 3\sigma_y = \pm 0.96 \text{ pixel}$$

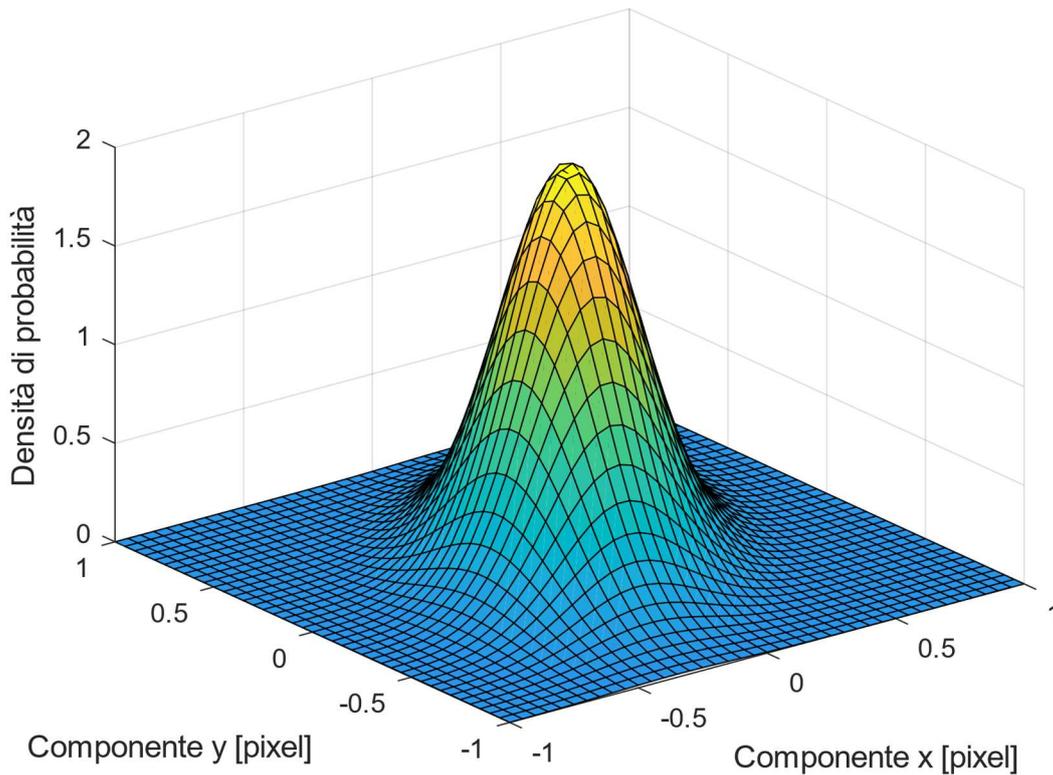


Figura 3.32: Densità di probabilità di misura della posizione reale (0,0)

L'errore complessivo di misura associato all'utilizzo del sensore e del banco prova risulta quindi essere:

$$E_x = \pm 0.96 \text{ pixel} \quad (3.12)$$

$$E_y = \pm 1.05 \text{ pixel}$$

Sotto la supposizione di un errore randomico, la distribuzione di errore che ci aspettiamo è quella appena modellata. Ci si può avvicinare a questa supposizione prestando molta attenzione in fase di posizionamento manuale, supposizione verificate dalle prove sperimentali.

### 3.4.4. Curva caratteristica $\Gamma$

Dopo aver ottenuto una stima degli errori di misura, la campagna sperimentale ha proseguito con un'indagine sulla divergenza del fascio collimato analizzando in dettaglio un primo campione di misure, ottenuto traslando il sensore in maniera parallela al fascio. L'entità della divergenza può essere stimata valutando la variazione della posizione del centroide facendo traslare il corsoio – e quindi il sensore – lungo la guida, supposta parallela al piano della lente. Definite due posizioni del centroide  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ , la divergenza tra i fasci passanti per i valori di corsa a cui sono associati tali centroidi, si ottiene tramite la relazione:

$$\begin{aligned}\Delta\theta(x, y) &= \text{atan} \left( \frac{\psi}{d_p \times 1000} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right) \approx \\ &\approx \text{atan} \left( \frac{\psi}{d_p \times 1000} (x_2 - x_1) \right)\end{aligned}\tag{3.13}$$

Dove  $\psi$  indica la risoluzione del sensore, e  $d_p$  la distanza tra la parte sensibile e il pinhole della maschera. L'approssimazione introdotta nella (3.13) è giustificata dalla Figura 3.32, che mostra come la variazione lungo  $y$  del centroide sia molto minore di quella lungo  $x$  ( $\Delta y \approx 0.1 \times \Delta x$ ) al variare della posizione del corsoio sulle guide. Questo è dovuto a un buon allineamento tra l'asse  $x$  del sensore e l'asse del corsoio sul quale avviene la traslazione. Questa semplificazione permette un primo approccio al problema, potendo verificare rapidamente la bontà di collimazione senza dover analizzare, per ogni campione, una mole di dati non trascurabile.

Da questo primo campione si possono fare alcune considerazioni preliminari:

- Lo spostamento relativo del centroide – ovvero della sorgente – è lineare entro una certa corsa, confermando l'ipotesi di divergenza lineare entro il cono di luce.
- Il forte discostamento dalla linearità vicino ai bordi è dovuto alla distorsione della luce dovuta alla maschera su cui è stato praticato il pinhole, che oscura parzialmente la sorgente.
- Errori di linearità delle guide provocano un'inclinazione variabile del sensore. Questa in prima approssimazione può essere trascurata.

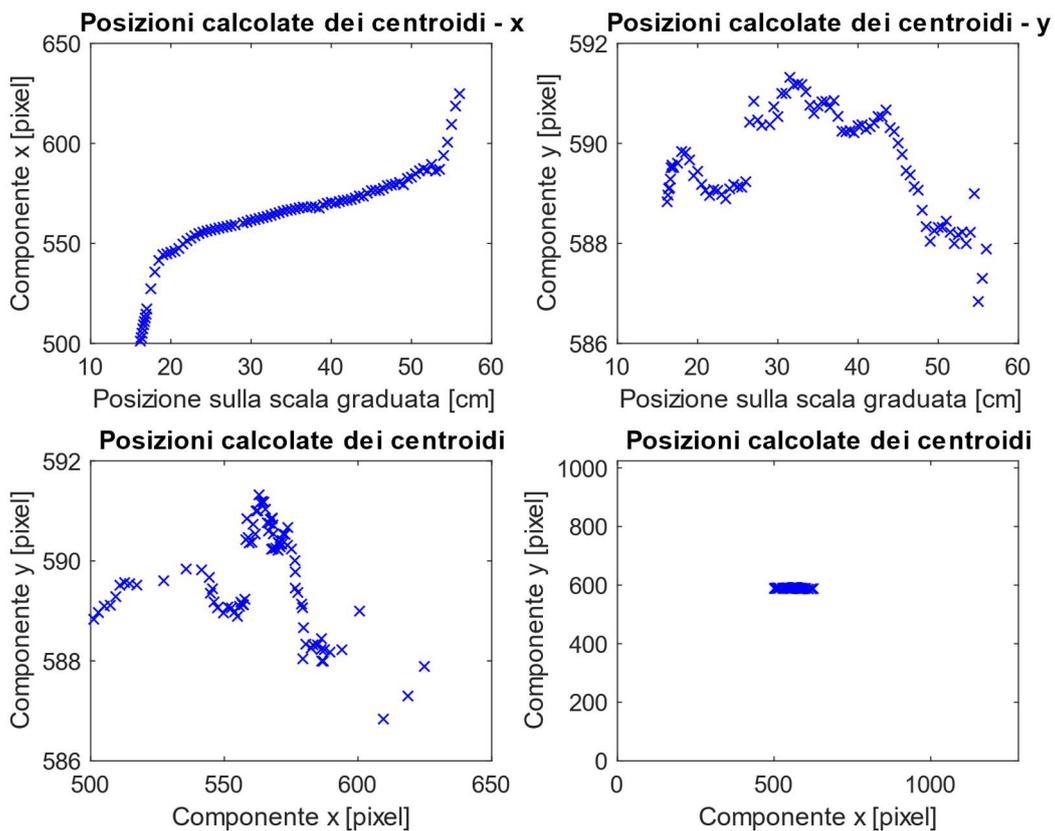


Figura 3.33: Risultati della prima investigazione sul comportamento del fascio

Come si vede dalla Figura 3.33, lo spostamento del centroide è fondamentalmente orizzontale, e copre meno di 1/6 dell'intera immagine. Il campione analizzato è stato ottenuto utilizzando un valore di  $d_c$  – la distanza tra la sorgente e il collimatore – di 41 cm.

Per fare un'analisi ragionata sulle prove, risulta opportuno definire una curva che espliciti in maniera sintetica il comportamento dei raggi del cono di luce. Tale curva – battezzata *curva caratteristica*  $\Gamma$  – deve permettere di giudicare la bontà dei risultati associati a un campione senza ulteriori grafici. Riprendendo l'equazione (3.13) e la sua approssimazione, è possibile definire la corsa del sensore entro cui la divergenza dei raggi è minore di quella obiettivo di 1 *deg*.

Sostituendo  $\theta(x) = 1 \text{ deg}$  in (3.13) si ricava, infatti, tenuto conto anche degli ulteriori parametri:

$$x_2 - x_1 = \tan(\theta(x)) \times \frac{d_p \times 1000}{\psi} = 37.22 \text{ pixel} \quad (3.14)$$

Che è il massimo spostamento ammissibile del centroide – in direzione  $x$  – per cui si ha un valore di divergenza accettabile. Da questo risultato, ipotizzando un range di linearità per tutta la corsa, e noto – a seguito di un'approssimazione tramite regressione lineare – il coefficiente  $p_1$  della retta approssimante di  $\Gamma$  entro i limiti di linearità, è possibile ottenere la corsa utile per il sensore:

$$c_u = \frac{x_2 - x_1}{p_1} \quad (3.15)$$

Tale corsa, concettualmente, coincide con la dimensione del cono di luce in cui i raggi risultano opportunamente collimati. D'altra parte, l'ipotesi di linearità “infinita” è piuttosto forte. Per massimizzare l'intervallo con divergenza accettabile quindi, dato il comportamento non-lineare visto in Figura 3.33, risulta preferibile associare il centro del range lineare alla posizione del sensore coincidente all'asse del collimatore. Se così non fosse, il valore di corsa utile  $c_u$  ottenuto dalla (3.15) sarebbe sovrastimato in un intorno della posizione iniziale, in quanto traslando in una direzione si raggiungerebbe la zona con andamento non-lineare dopo uno spostamento di piccola entità.

Per tracciare  $\Gamma$  bisogna quindi identificare il centro di linearità della corsa  $c_0$ , a cui sarà associato un centroide posizionato in  $(x_0, y_0)$ . Ricordando le considerazioni fatte in 3.2, per cui l'immagine di una sorgente assiale non viene distorta o modificata a valle del diottro, risulta possibile ottenere  $x_0$  modificando la distanza tra la sorgente e il collimatore. Nello specifico, tracciando le curve di regressione lineare della posizione del centroide lungo  $x$ , è possibile ottenere una stima di  $x_0$  come punto di intersezione tra queste. Con riferimento alla Figura 3.34, l'intersezione delle 5 rette approssimanti a due a due fornisce 9 valori generalmente diversi di  $x_0$ . Noti questi, è possibile stimarne il valor medio  $\bar{x}_0$  da utilizzare come valore stimato del centro di linearità.

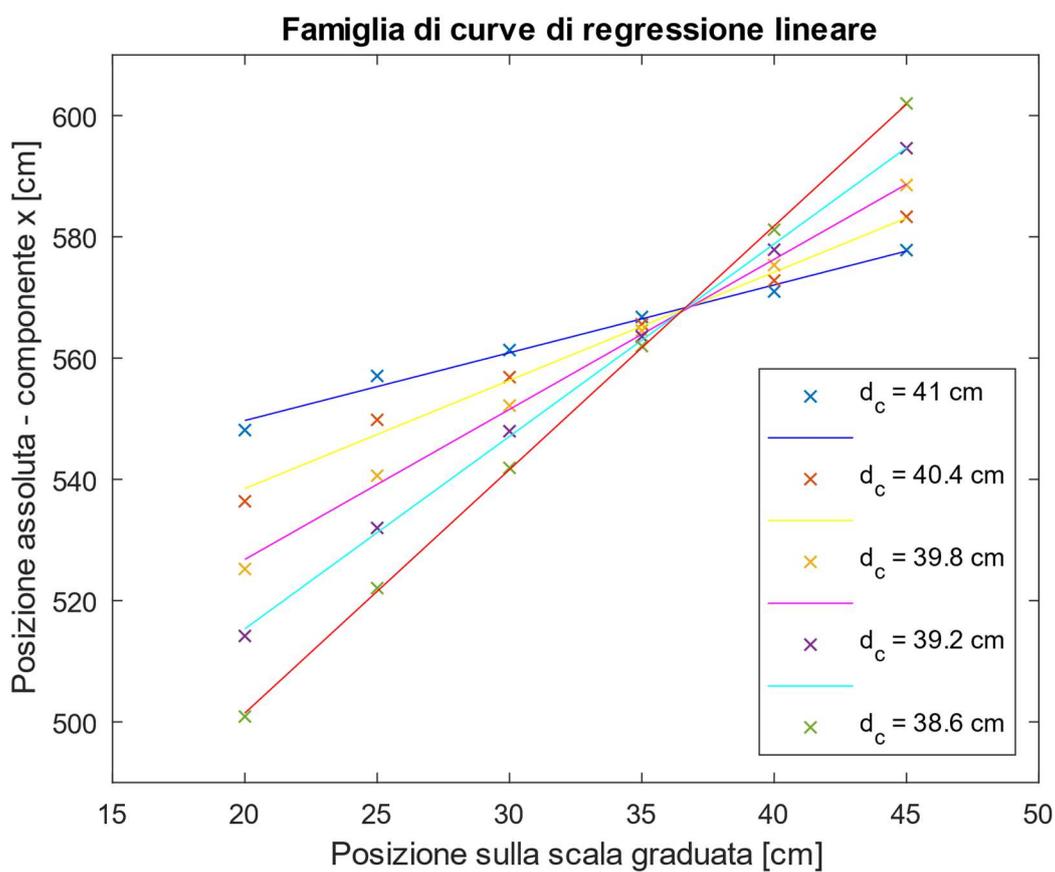


Figura 3.34: Curve approssimanti il comportamento lineare della componente  $x$  del centroide

Trovato  $\bar{x}_0$ , la curva  $\Gamma$  è facilmente definibile modificando i dati relativi alla componente  $x$  fino a far coincidere il centro di linearità con l'origine degli assi. Si definiscono, per chiarezza:

- Curva lineare approssimante: polinomio approssimante di grado 1, ottenuto tramite regressione lineare dei dati associati al range di posizioni  $[-10, 10]$  cm centrato in  $c_0$ .
- Intervallo a divergenza lineare: range di posizioni del sensore il cui valore sperimentale si discosta di meno dell'1% dal modello lineare approssimante.
- Corsa utile: valore pari a due volte la corsa massima – da  $c_0$  – per cui la massima divergenza è  $< 1$  deg.
- Corsa massima: corsa del sensore per cui l'algoritmo riesce a rilevare dei cerchi approssimanti con un unico centroide.

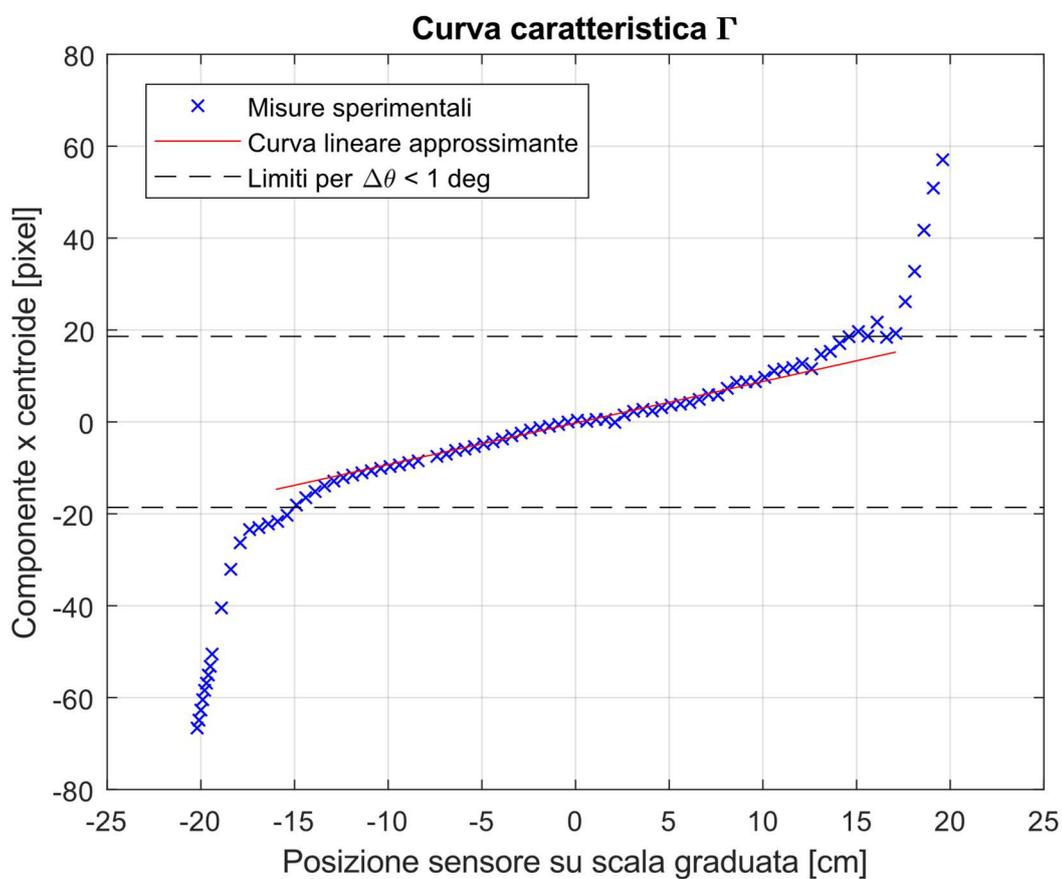


Figura 3.35: Curva caratteristica  $\Gamma$  per  $d_c = 41$  cm

In Figura 3.35 è riportata la curva caratteristica del campione fin'ora studiato, evidenziando i limiti calcolati in (3.15) e la curva lineare approssimante. Quest'ultima è considerata rappresentativa dei dati misurati solamente entro il range di corsa a divergenza lineare. Questo, coincidentalmente, coincide approssimativamente con la corsa utile. Stimata graficamente la bontà di collimazione del fascio di luce, questa deve comunque essere valutata analiticamente. Nello specifico, note le coordinate del centroide nel centro di linearità  $(x_0, y_0)$ , la divergenza può essere misurata punto per punto tramite la (3.13) nella sua forma generale:

$$\theta(x, y) = \text{atan} \left( \frac{\psi}{d_p \times 1000} \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right) \quad (3.16)$$

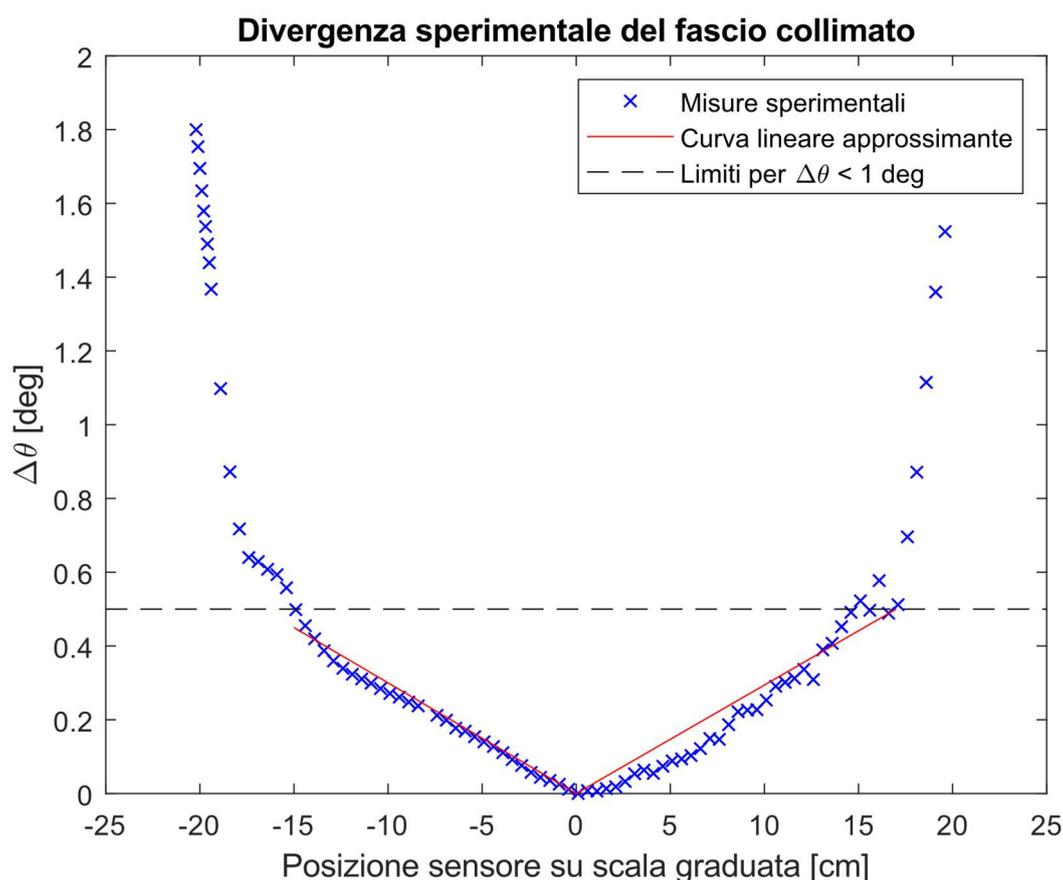


Figura 3.36: Divergenza sperimentale per  $d_c = 41$  cm

Risulta graficamente – e analiticamente – che il modello lineare descrive correttamente e conservativamente la divergenza del fascio di luce entro il suo intervallo di validità. Si ha, altresì, che la corsa utile del sensore è di circa 32 cm. Si può constatare che i raggi luminosi del fascio sono collimati in maniera sufficientemente adeguata a soddisfare le richieste fatte in fase di progettazione iniziale, così come l'area illuminata – approssimabile a un cerchio di diametro pari alla corsa utile – è sufficientemente ampia per soddisfare gli obiettivi preposti.

### 3.4.5. Analisi del comportamento di $\Gamma$

Nonostante i risultati ottenuti dal primo set di dati suggeriscano già una sufficiente adeguatezza del simulatore di Sole per l'applicazione obiettivo, si vuole investigare il comportamento di questo al variare delle condizioni di funzionamento. Nello specifico, si vuole modellare l'insieme delle curve:

$$\Gamma(\bar{q})$$

Dove  $\bar{q}$  è il vettore dei parametri modificabili in fase sperimentale. Già osservando la Figura 3.34, è possibile affermare che c'è una forte dipendenza dalla distanza della sorgente rispetto alla lente collimatrice  $d_c$ . Avendo ipotizzato che ci sia dipendenza anche dalla distanza tra il collimatore e il sensore, si è deciso di modellare la curva caratteristica in funzione della terna diparametri:

$$(d_c, L, \Delta q)$$

Dove  $\Delta q$  identifica i parametri non modellabili o misurabili.  $d_c$ , a sua volta, indica la distanza tra la sorgente e la lente di Fresnel stessa, in quanto la posizione del fuoco non è nota.

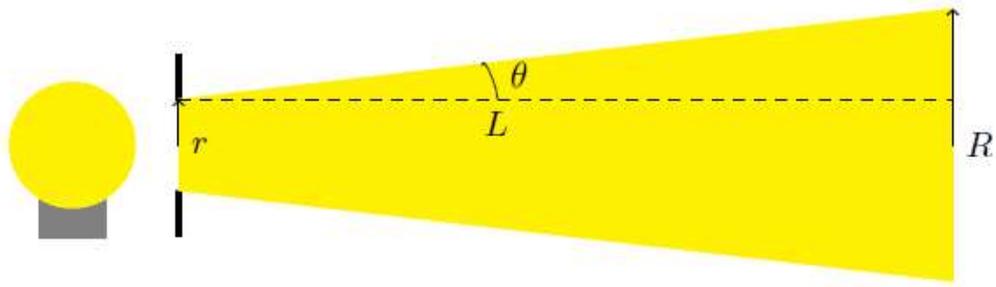


Figura 3.37: Modellazione del fascio luminoso (Rodriguez, *Solar Simulator for A Dynamic, Hardware-in-the-Loop, Three-Axis Simulator of Spacecraft Attitude Maneuvering with Nanosatellite Dimensions*, 2017)

Il fascio luminoso è modellato secondo la figura 3.37. Nello specifico, si ipotizza che la collimazione del fascio non riuscirà a rendere perfettamente paralleli i raggi luminosi, ma questi saranno parzialmente convergenti o divergenti. Questo modello vuole essere verificato in maniera sperimentale modificando il valore di  $L$ : se il modello rappresentato da 3.37 descrive correttamente il comportamento della luce, allora spostando il sensore sulla guida – all’aumentare di  $L$  – il valore misurato di  $\Delta\theta$  diminuirà a parità di distanza di spostamento del sensore nel piano parallelo alla lente.

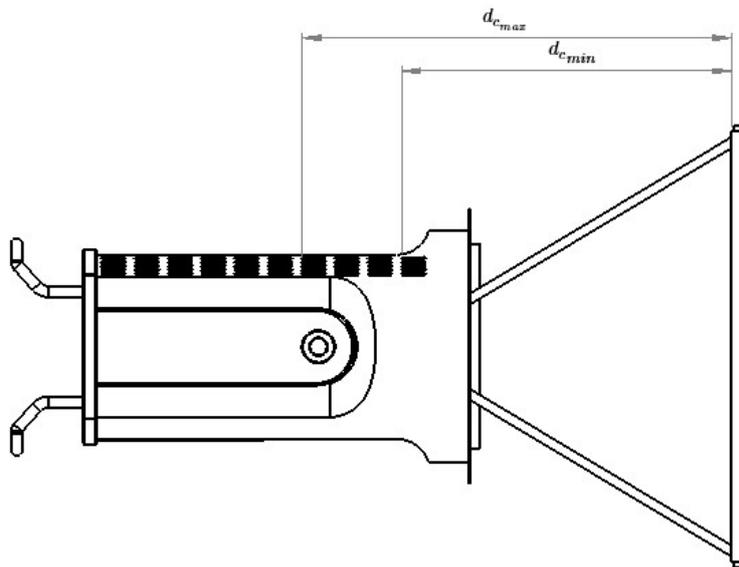


Figura 3.38: Schematizzazione di  $d_c$

Avendo modellato  $\Gamma$  come una funzione  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , questa può essere rappresentata sul piano, come mostrato in Figura 3.39.

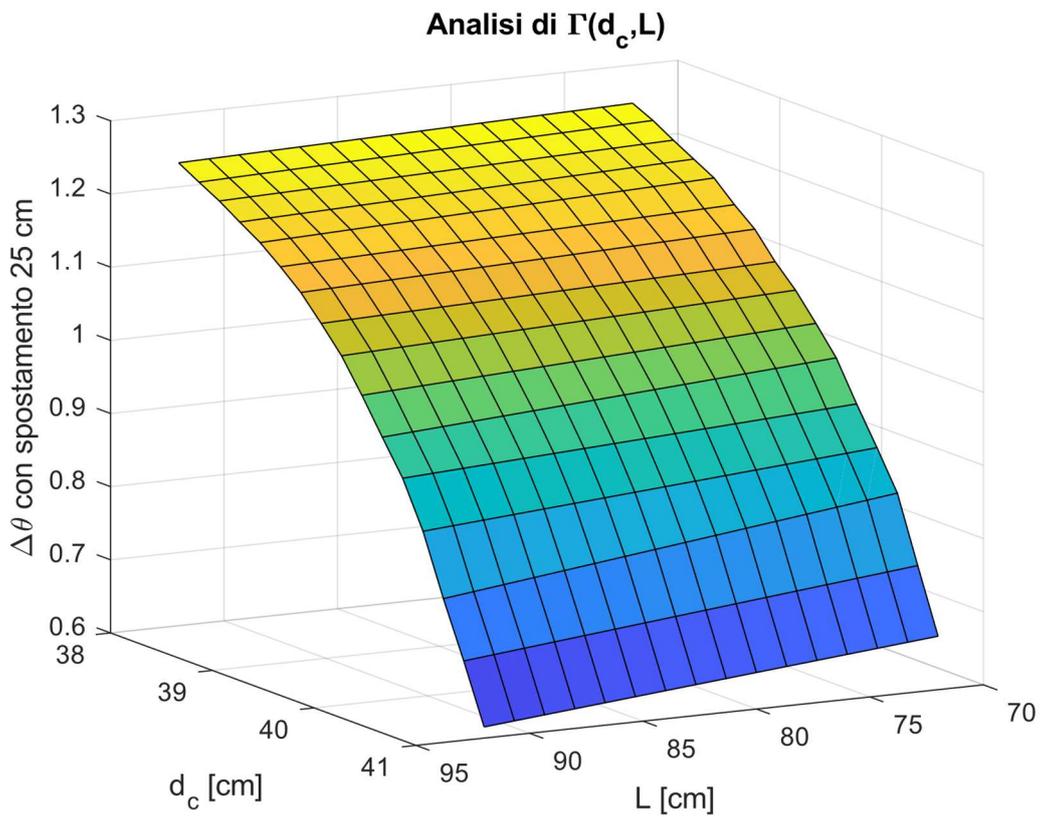


Figura 3.39:  $\Delta\theta$  in funzione di  $L$  e  $d_c$  – 3D

Per evidenziare il risultato, è stata anche riportata la dipendenza  $\Gamma(d_c)$  per i due valori estremi di  $L$ .

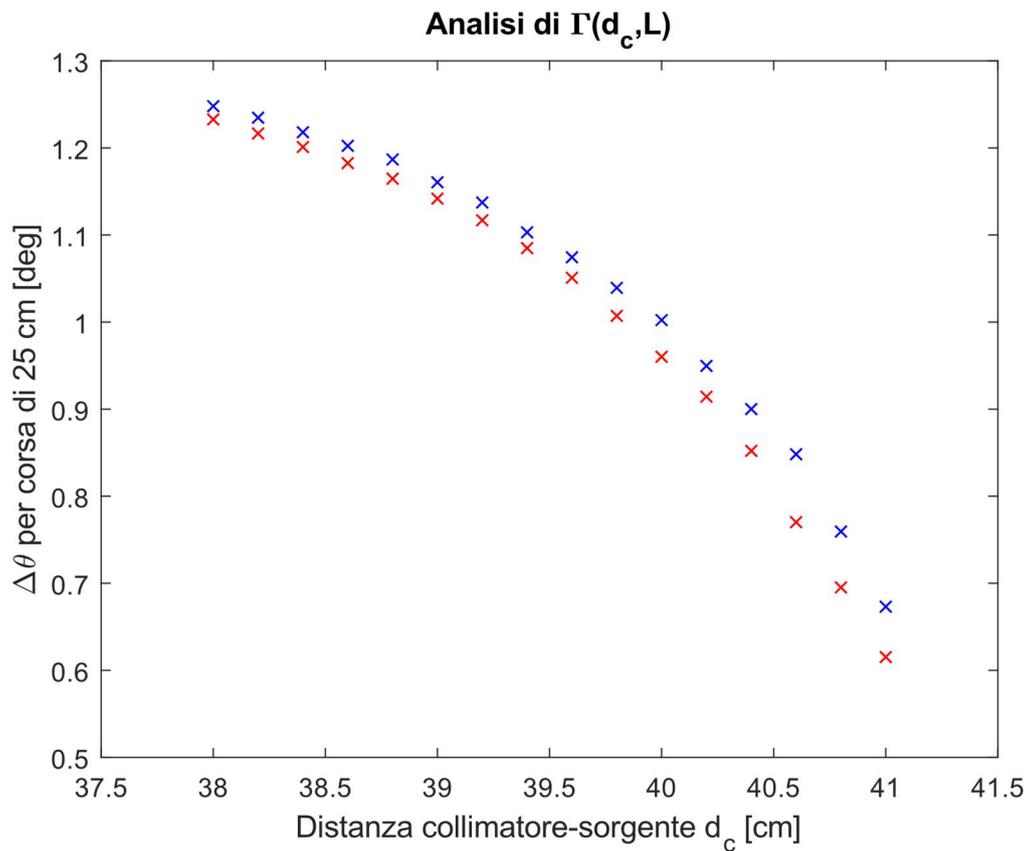


Figura 3.40:  $\Delta\theta$  in funzione di  $L$  e  $d_c$  – 2D

Tali limiti di  $L$  sono stati imposti considerando il range di distanze ammissibili del simulatore quando posto sopra la struttura del banco prova: un valore della distanza collimatore-sensore superiore a  $92\text{ cm}$  non è infatti possibile a causa di interferenze meccaniche. Dalle prove sperimentali, risulta evidente una dipendenza lineare di  $\Delta\theta$  – per spostamenti uguali del sensore – da  $L$ . Il modello di Figura 3.37 è quindi validato in via definitiva.

Più interessante è invece la dipendenza non lineare della divergenza da  $d_c$ . Volendo generalizzare – e non rimanere legati a un valore prefissato di corsa del sensore sulla guida – è stata analizzata la variazione del coefficiente angolare delle rette di regressione lineare di  $\Gamma$  in funzione di  $d_c$ . Il risultato è riportato in Figura 3.41, e mostra che, indipendentemente da  $L$ , la pendenza della funzione approssimante converge a 0 per  $d_c \approx 42\text{ cm}$ . Avere un tratto lineare a pendenza nulla significa, idealmente, avere  $\Delta\theta = 0$  entro tutto il cono di luce.

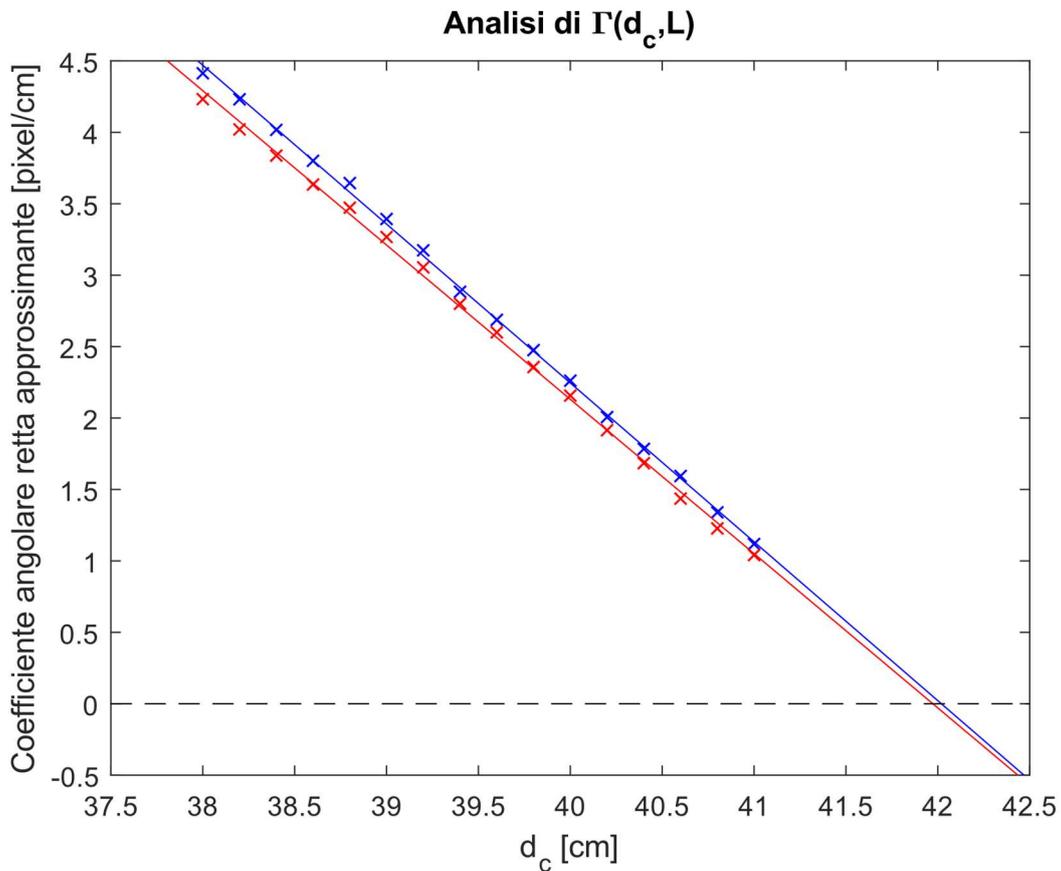


Figura 3.41: Dipendenza del coefficiente angolare retta approssimante da  $d_c$

Tale comportamento non era inizialmente realizzabile con la struttura disponibile, in quanto la corsa del motore passo-passo non permette di raggiungere tale valore di  $d_c$  ( $d_{c_{max}} = 41 \text{ cm}$ ). Tale limite è stato superato tramite una modifica meccanica alla struttura per distanziare il collimatore. Questa modifica viene descritta in dettaglio nella sezione 3.4.6.

Infine, anche necessario tenere conto del fatto che a causa della presenza della struttura meccanica di supporto, allontanare la sorgente dal collimatore causa una diminuzione di dimensione del cono di luce a causa dell'interferenza con la struttura meccanica. Risulta quindi fondamentale trovare un trade-off ottimale per avere il comportamento migliore possibile del fascio. Nello specifico, al diminuire di  $d_c$  si ha:

- Un aumento della zona di linearità, e quindi un ritardo del comportamento non-lineare esponenziale in funzione dello spostamento del sensore.
- Un aumento del coefficiente angolare della retta modellante  $\Gamma$  nel tratto lineare, causando un incremento più rapido di  $\Delta\theta$ .

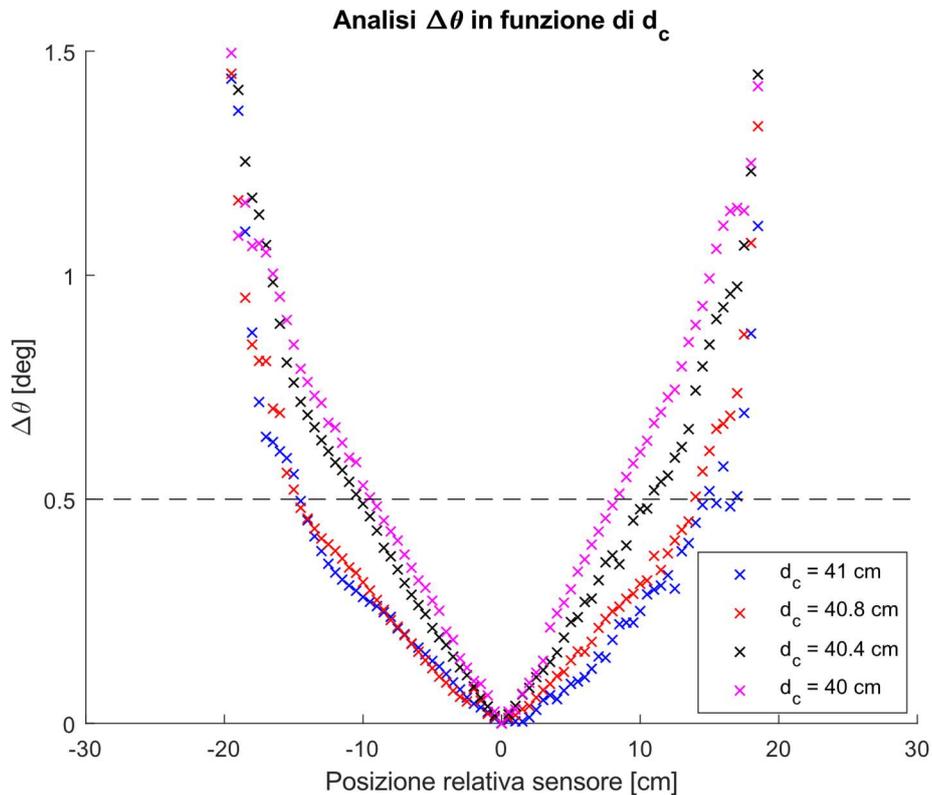


Figura 3.42:  $\Delta\theta$  al variare della distanza sorgente – collimatore

I valori empirici di  $\Delta\theta$  ottenuti analizzando la dipendenza da  $d_c$  sono riportati in Figura 3.42. Si riportano invece in Figura 3.43 i modelli approssimanti delle curve  $\Gamma(d_c)$  per  $L = 72 \text{ cm}$ . Tali modelli sfruttano una curva approssimante polinomiale di grado 3. L'alta bontà di tale modellazione è verificabile tramite gli istogrammi di Figura 3.44, che riportano la corsa utile calcolabile tramite i modelli, e quella stimabile dai dati empirici con un intervallo di confidenza del 99.7%.

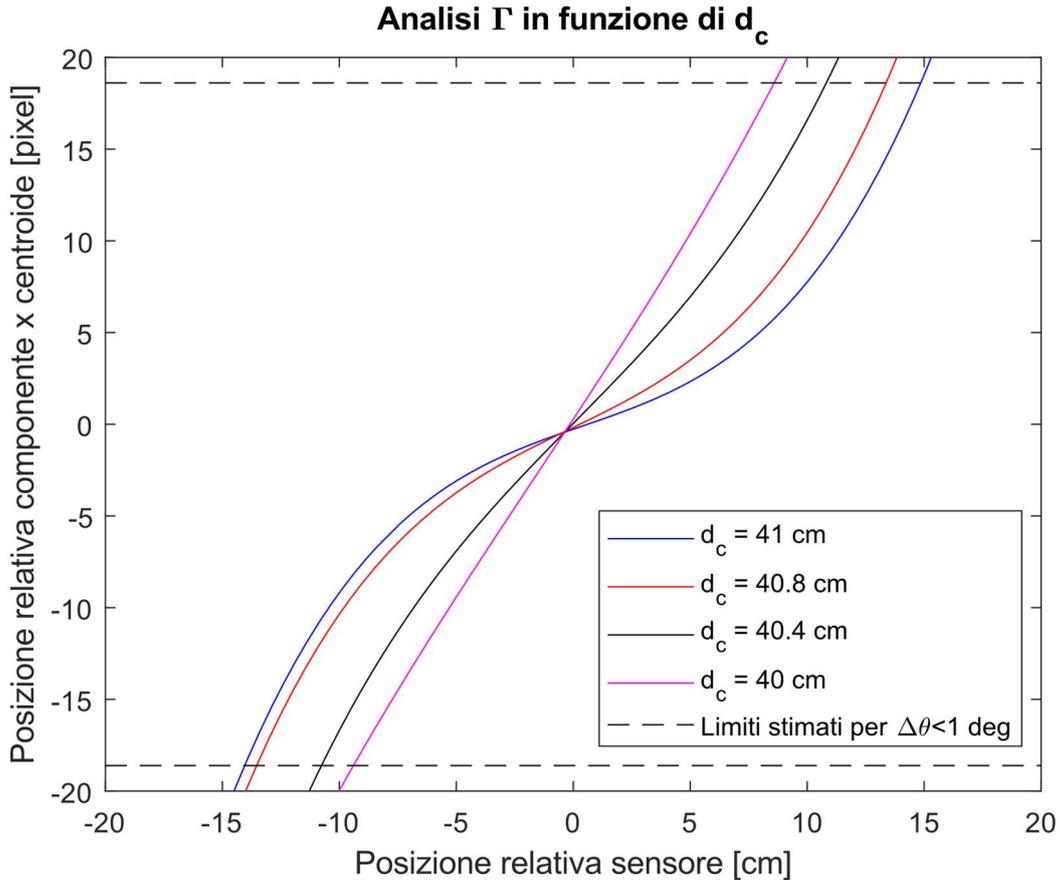


Figura 3.43: Curve caratteristiche  $\Gamma$  ottenibili al variare di  $d_c$

L'analisi della curva caratteristica è stata ultimata facendo un confronto tra le curve ottenibili variando solamente  $L$ . Nello specifico, è stato utilizzato il valore  $d_c = 41 \text{ cm}$ , in quanto è risultato essere quello che garantisce la corsa utile maggiore. Come evidenziato in Figura 3.45, non sono presenti sostanziali differenze al variare della distanza tra lente e sensore. È stato quindi scelto di posizionare il simulatore il più vicino possibile al sensore con l'obiettivo di massimizzare l'illuminamento del sensore, compatibilmente con l'interazione tra il simulatore e il campo magnetico all'interno della gabbia di Helmholtz.

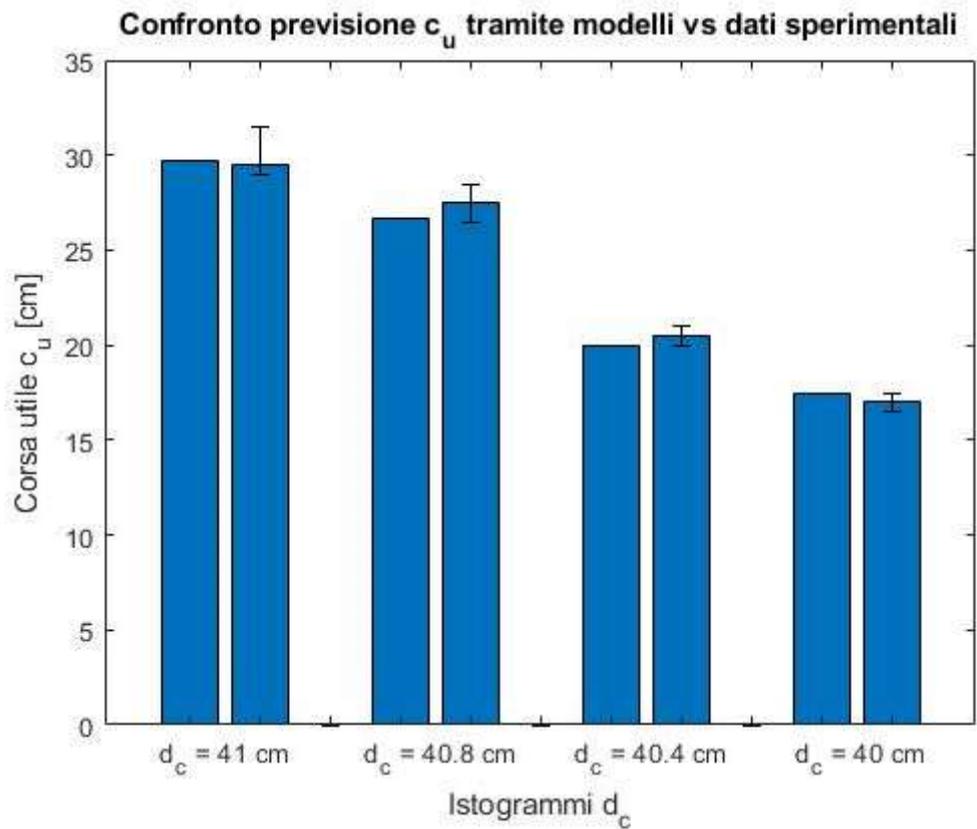


Figura 3.44: Istogrammi di verifica della bontà dei modelli approssimanti adottati

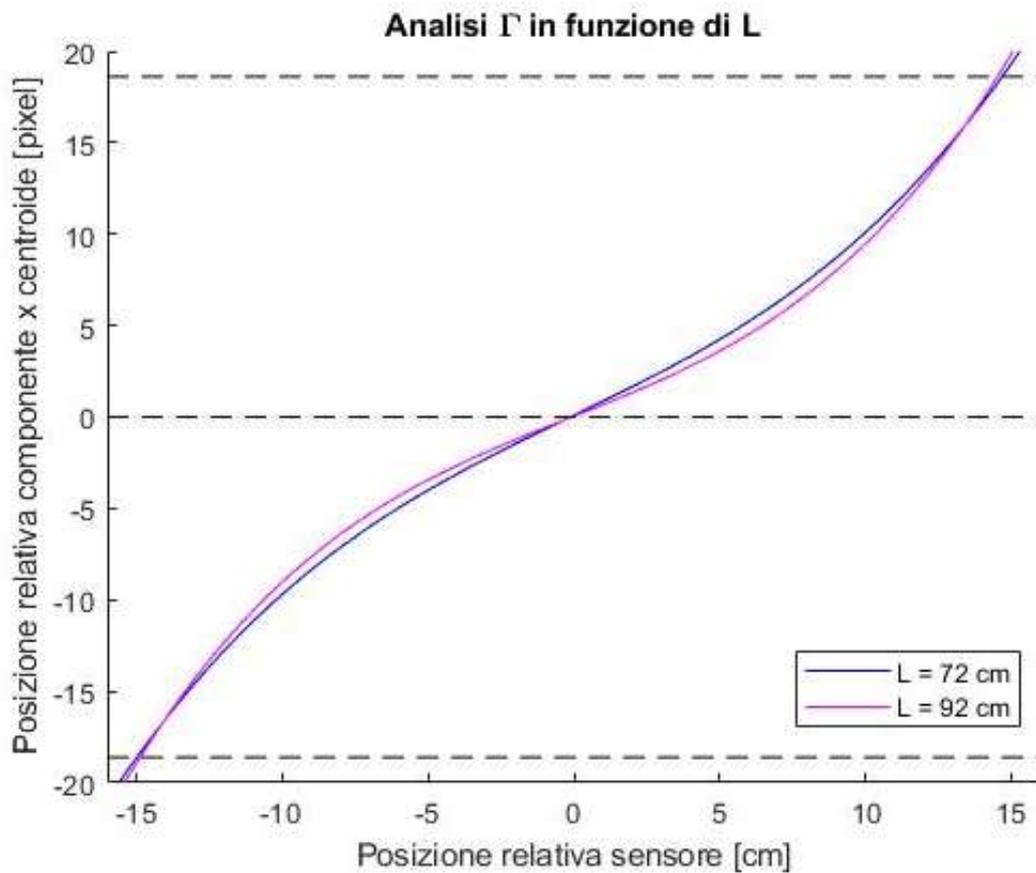


Figura 3.45:  $\Gamma(L = 72 \text{ cm})$  vs  $\Gamma(L = 92 \text{ cm})$

### 3.4.6. Ottimizzazione della collimazione

In conclusione alla campagna sperimentale, è stata valutata la possibilità di apportare modifiche al simulatore. Nello specifico, nonostante l'obiettivo sia avere una divergenza inferiore al grado entro tutto il cono di luce, risulta interessante poter ridurre ulteriormente questa. Questo può essere fatto riducendo la zona di lavoro, visto che durante le prove sui nanosatelliti si avrà una certa libertà nel posizionamento del sensore stesso, oppure migliorando la collimazione.

Per migliorare ulteriormente la collimazione, la struttura di supporto del collimatore è stata modificata (Figura 3.46): le staffe in CFRP sono state sostituite con dei supporti in alluminio lunghi 3 cm più degli originali. In questa maniera è stato possibile ottimizzare la collimazione nella zona a comportamento lineare. Distanziando il collimatore invece della sorgente, inoltre, non si incorre nel problema descritto in precedenza di avere un cono di luce di dimensione ridotta.



Figura 3.46: Struttura meccanica del collimatore modificata

Tenuto conto delle molteplici considerazioni fatte in 3.4.5., a seguito della modifica alla struttura meccanica per migliorare ulteriormente la collimazione del fascio è stato sufficiente posizionare la sorgente alla distanza  $d_c$  stimata in precedenza. Il risultato, tendente ad un comportamento che si può considerare “ideale”, è riportato in Figura 3.47.

Avendo validato il modello di Figura 3.37, e nota la dimensione della lente di Fresnel ( $\phi = 400 \text{ mm}$ ), risulta che il fascio ha necessariamente una dimensione maggiore di questa. Si può quindi supporre che la zona superlineare non sia dovuta all'uscita vera e propria del sensore dal cono di luce, ma da una collimazione di bassa qualità ai bordi dello stesso. Comparando le Figure 3.47 e 3.48, si può vedere come alla zona di linearità sia associata una divergenza estremamente limitata, permettendo di definire un ampio range di posizioni del sensore per cui vale  $\Delta\theta_{max} = 0.25 \text{ deg}$ , ampiamente inferiore all'obiettivo prefissato.

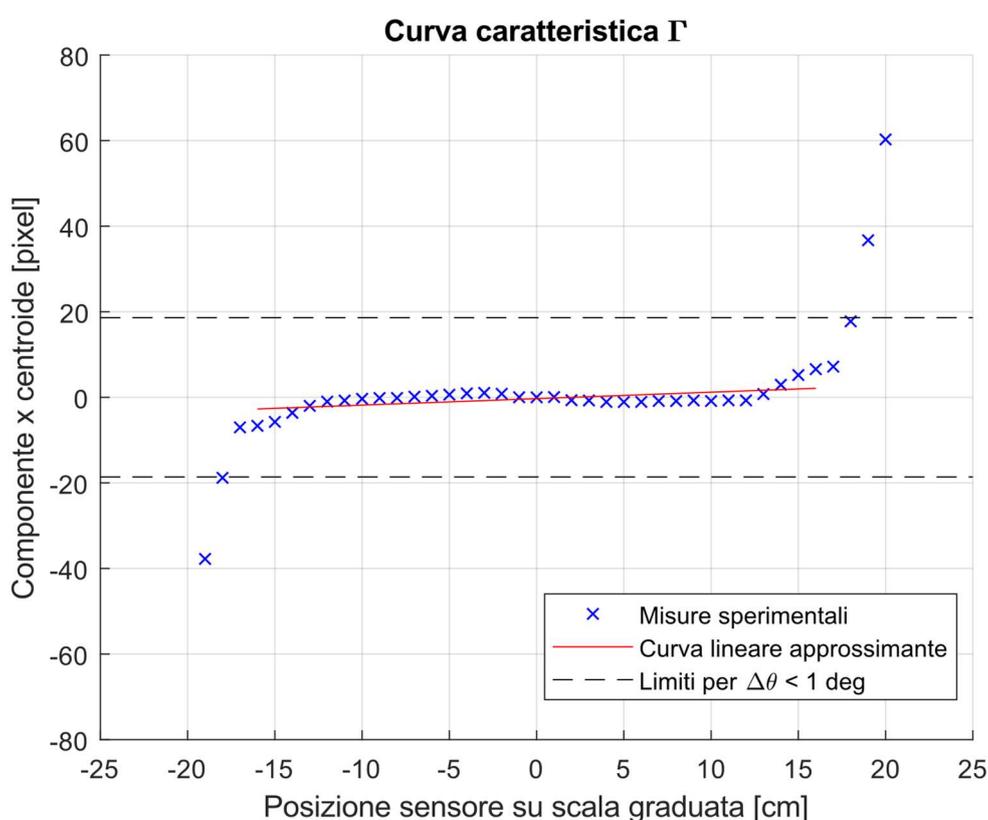


Figura 3.47: Curva caratteristica  $\Gamma$  a seguito dell'ottimizzazione del fascio

Il risultato delle prove sperimentali e dell'ottimizzazione conferma quindi l'adeguatezza del simulatore per l'utilizzo nel banco prova, garantendo un cono di luce di diametro  $\approx 32 \text{ cm}$  a cui è associata una collimazione della luce con divergenza inferiore al grado.

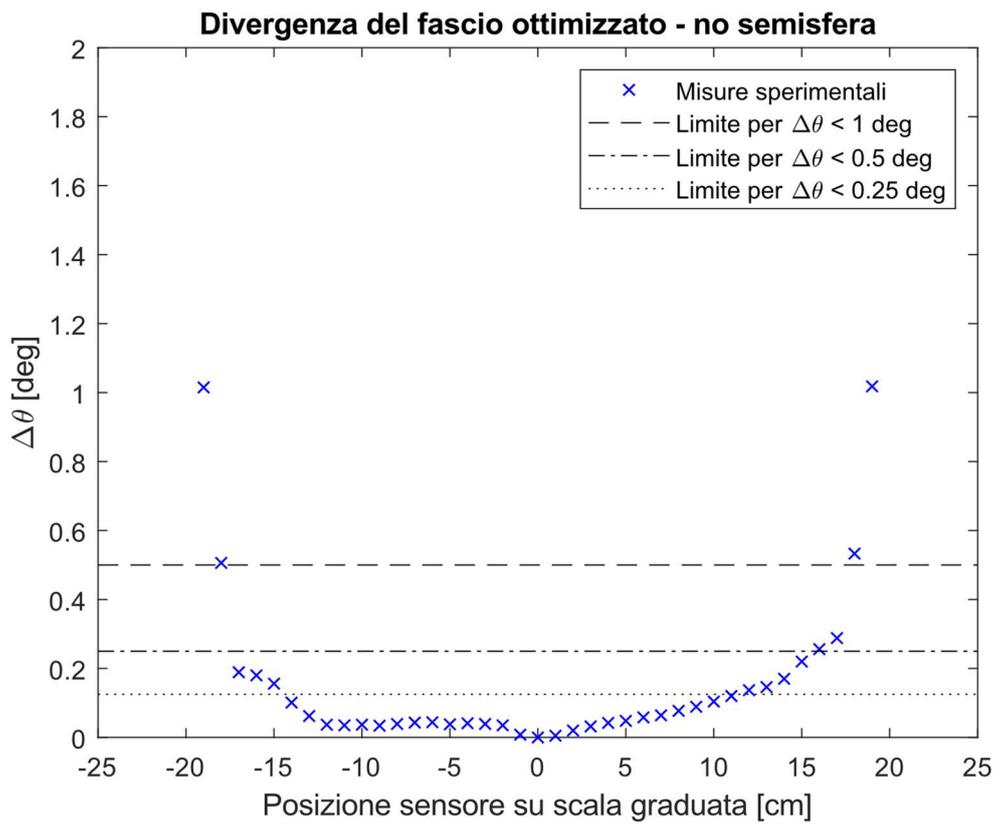


Figura 3.48: Valori sperimentali di  $\Delta\theta$  a seguito dell'ottimizzazione del fascio

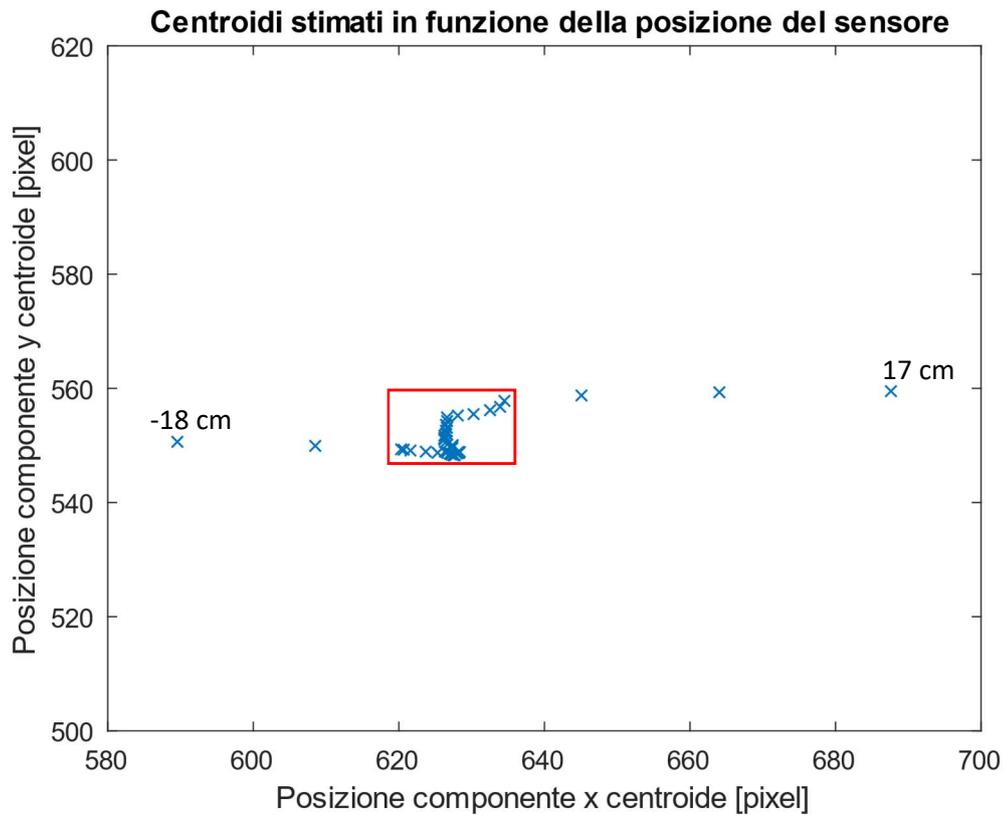


Figura 3.49: Posizioni misurate e traiettoria del centroide durante le prove

Risulta interessante anche osservare la traiettoria del centroide al variare della posizione relativa del sensore sulla guida. Per avere un riferimento, questa è riportata in Figura 3.49, analizzando un'area quadrata dell'immagine acquisita in modo da poter fare un confronto tra l'entità delle variazioni in direzione  $x$  e  $y$ . Si sottolinea che l'area evidenziata in rosso contiene i centroidi per l'intervallo di posizioni  $[-17, 17]$   $cm$ . L'unico spostamento in direzione  $y$  per quell'intervallo suggerisce un errore di montaggio del banco prova. Consci di tale errore, si può affermare che i risultati sono conservativi.

### 3.4.7. Convalida della classe del simulatore

Ottimizzata la collimazione, sono stati infine investigati i parametri che permettono di classificare in maniera ufficiale il simulatore di Sole: uniformità temporale, non-uniformità spaziale, e spettro. Innanzitutto, è stato verificato l'illuminamento del sensore da parte della sorgente, in modo da valutare se necessario reinserire la semisfera sulla sorgente o meno. Il valore di dell'illuminamento diminuisce con il quadrato della distanza, ed è quindi fortemente dipendente dal valore di  $L$ . Utilizzando un sensore di illuminamento, è risultato che tale valore si avvicina ai 50  $klux$  per  $L = 72$   $cm$ , ovvero per la distanza stimata in fase di progettazione del supporto. Per superare questo limite – che renderebbe il banco prova inutilizzabile per alcuni tipi di sensori – è stato deciso di rimontare la semisfera in vetro originariamente posta sulla sorgente. Tale componente – fondamentalmente – agisce come un diottro che distorce l'immagine del LED. Nello specifico, con la presenza della semisfera la lente collimatrice “vede” la sorgente più avanti rispetto alla sua posizione reale. È stato quindi opportuno ritardare il simulatore per ottenere una curva caratteristica vicina a quella ideale ottenuta in precedenza.

I risultati di questa taratura sono riportati nelle Figure 3.50, 3.51, e 3.52. La collimazione ottenuta, sinteticamente, è molto simile a quella precedente, con la differenza che le ultime curve sono state ottenute utilizzando un valore maggiore di  $d_c$ .

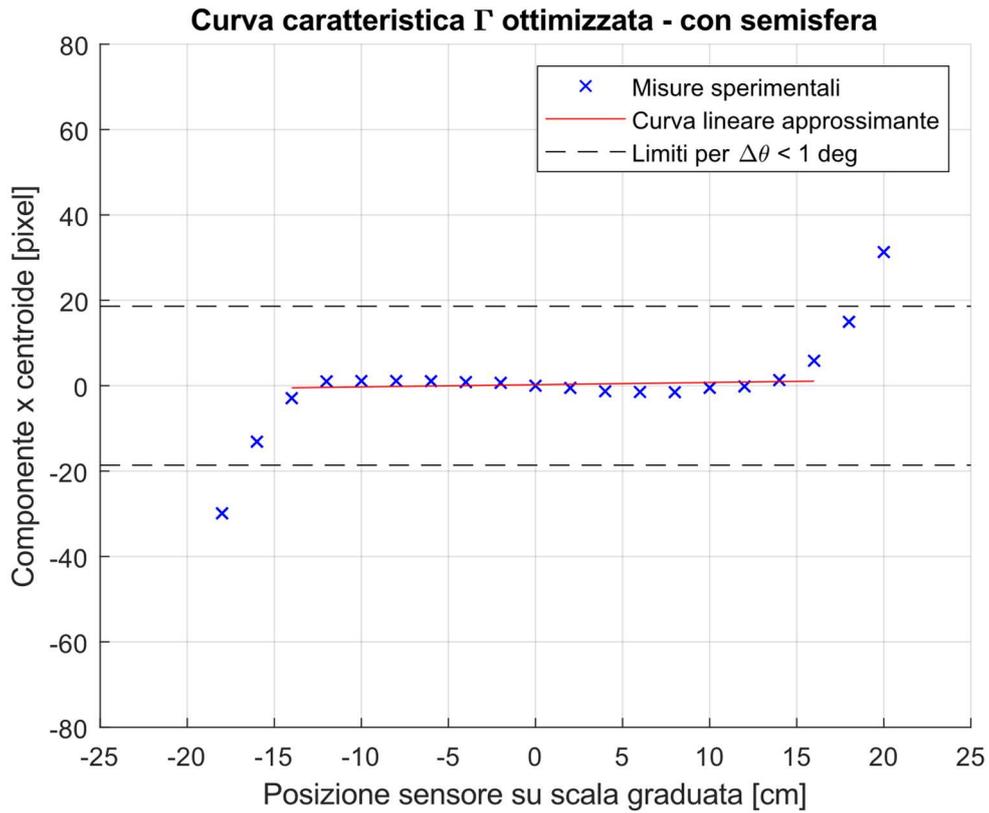


Figura 3.50: Curva caratteristica  $\Gamma$  ottimizzata – con semisfera

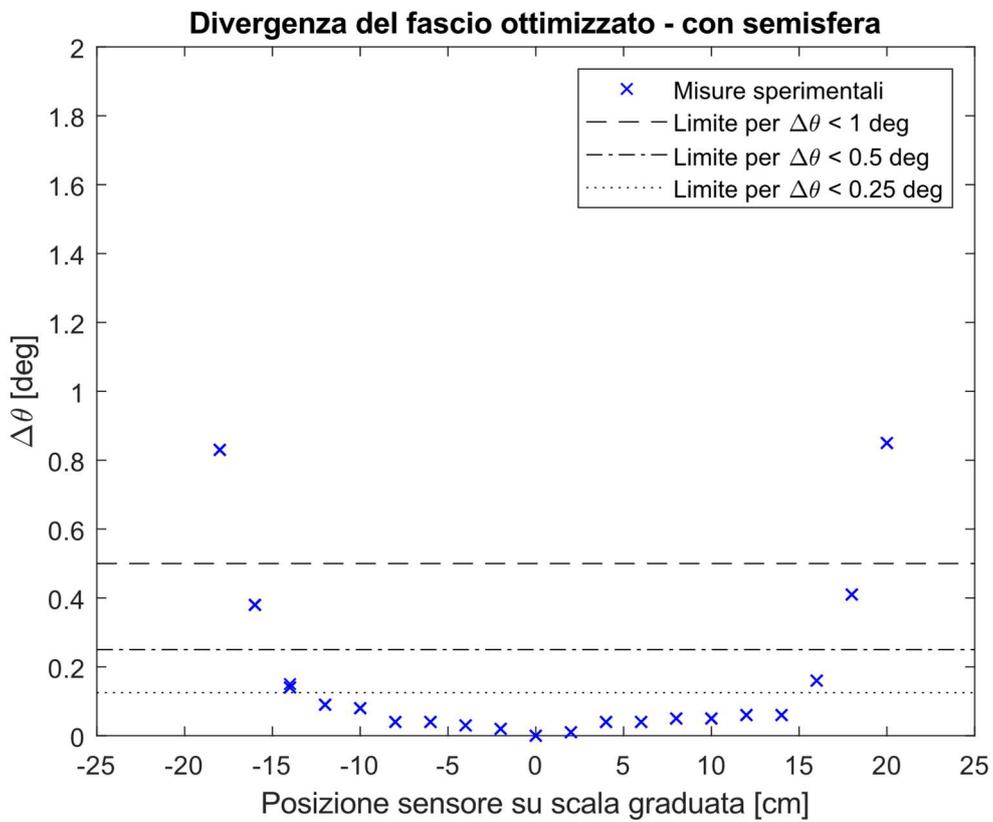


Figura 3.51: Valori misurati di  $\Delta\theta$  con semisfera

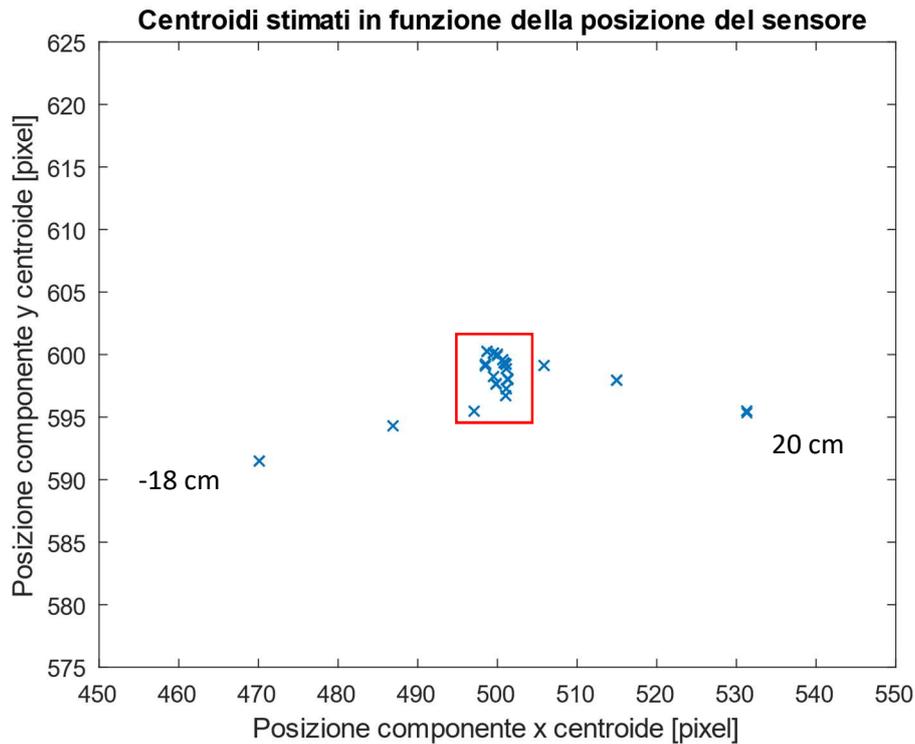


Figura 3.52: Posizioni misurate e traiettoria del centroide durante le prove con semisfera

La Figura 3.52 dimostra ancora una volta la bontà di simulazione del banco prova, con un range di 26 cm di corsa contenuto nel riquadro rosso. In Figura 3.53 sono schematizzati gli intervalli di confidenza del fascio, e la divergenza sperimentabile entro questi. Utilizzando la semisfera e con le modifiche effettuate, si suppone che l'illuminamento raggiunga i valori richiesti.

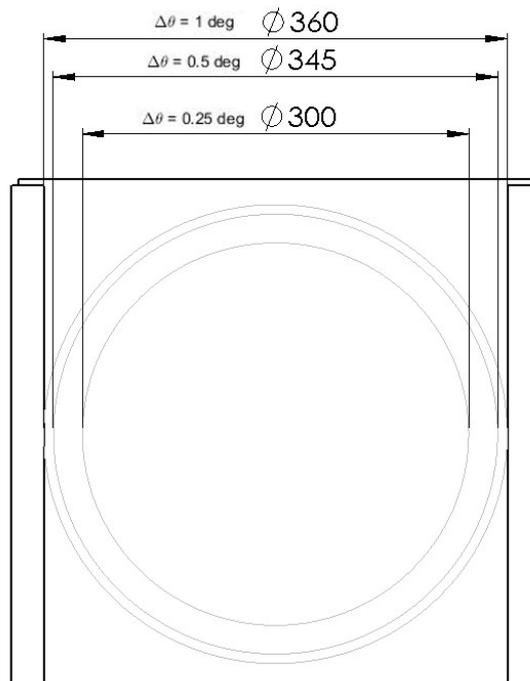


Figura 3.53: Sezioni del fascio di luce con precisione di collimazione

## Instabilità temporale del fascio

L'instabilità temporale del fascio è stata investigata in maniera preliminare. Nello specifico, è stato utilizzato il sensore CMOS descritto in 3.2.2. È stata valutata, tramite un campionamento continuo, la potenza luminosa incidente su di esso. La risposta del sensore – ottenuta senza alcun guadagno – è stata analizzata tramite image processing. Nello specifico, è stato verificato sperimentalmente che la risposta in tensione del sensore – eliminati tutti i filtri software – risulta lineare fino a un certo valore di saturazione. Definito quindi un tempo di esposizione adeguato, è stata fatta variare la potenza della sorgente – tramite un dimmer lineare – e verificata la risposta ottenuta, visibile in Figura 3.54, confermando l'ipotesi di linearità.

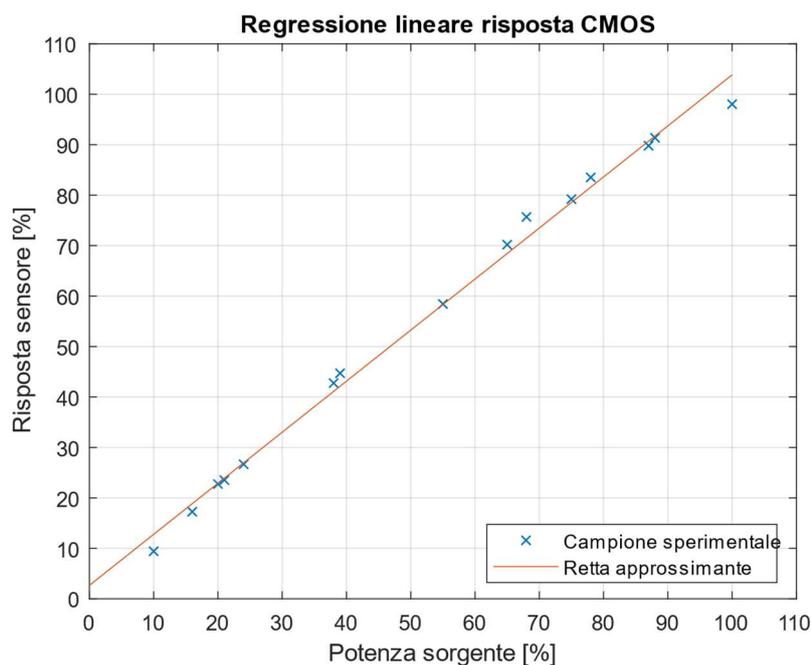


Figura 3.54: Curva sperimentale di risposta del sensore alla radiazione incidente

Verificata questa dipendenza diretta quindi tra la lettura del singolo pixel della matrice CMOS e la radiazione incidente, quest'ultima è stata campionata in un certo intervallo di tempo. Il risultato è riportato in Figura, e mostra una variazione percentuale massima estremamente esigua – inferiore all'1%. Senza uno strumento di misura dedicato però, risulta difficile valutare quale sia il contributo del sensore a questa variazione, e quale sia imputabile al fascio collimato.

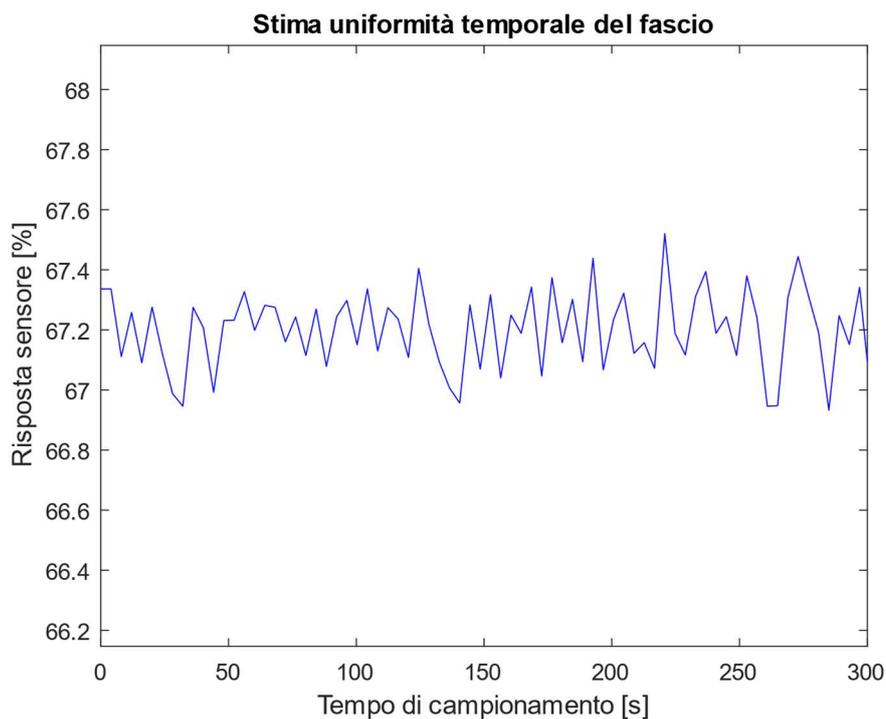


Figura 3.55: Risposta percentuale del sensore con potenza irraggiata costante

I dati preliminari, ad ogni modo, portano a stimare un'uniformità temporale del fascio comparabile ai simulatori di classe A. Tale risultato, del resto, risulta in linea con quanto ci si può aspettare da una sorgente LED, data la natura dell'emissione da parte della stessa.

## Emissione spettrale del fascio

L'emissione spettrale del fascio non è stata verificata sperimentalmente in laboratorio. La sorgente LED impiegata è specificatamente tarata per un'emissione definita a livello commerciale *daylight*, ovvero corrispondente a CCT 5600 K. Lo spettro emesso è garantito dal produttore, che verifica l'accuratezza di riproduzione dello spettro luminoso tramite strumenti appositi.

## Non-uniformità spaziale del fascio

Per investigare la non-uniformità spaziale del fascio è stato utilizzato nuovamente lo stesso sensore CMOS descritto in 3.2.2. A seguito delle considerazioni sulla linearità della risposta del sensore, è stato adibito un banco prova – accuratamente montato e verificato dal punto di vista dell'allineamento – per investigare la non-uniformità spaziale. I risultati sono mostrati in Figura 3.56.

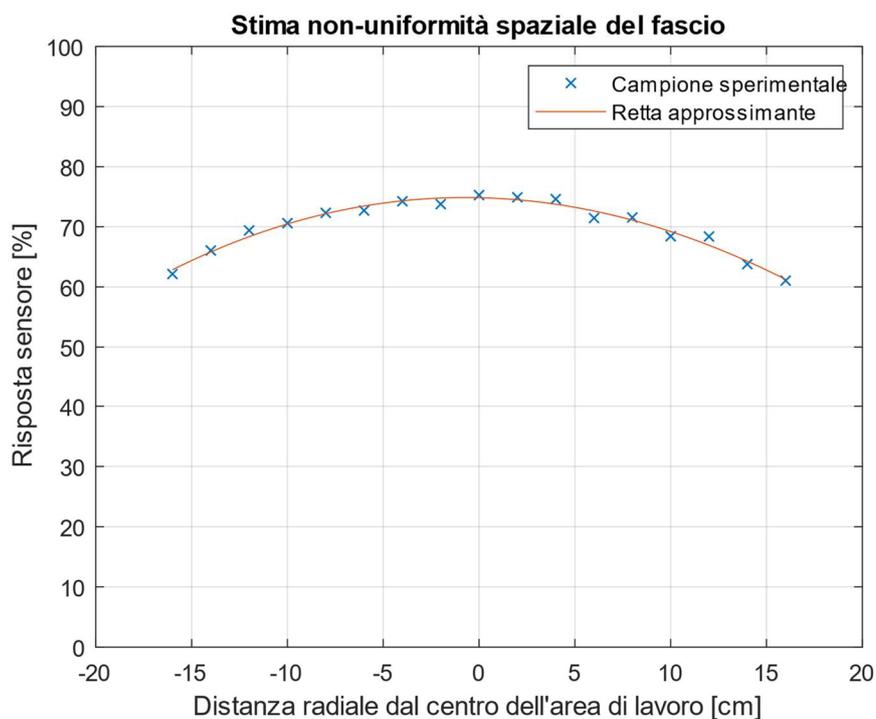


Figura 3.56: Curva sperimentale di risposta del sensore entro l'area di lavoro



*Figura 3.57: Banco prova per indagini sull'uniformità spaziale e temporale di emissione*

Risulta quindi che la non-uniformità spaziale sembra sufficiente a permettere di definire il simulatore come appartenente alla classe C. In aggiunta, mantenendo la posizione del sun sensor entro un cono di luce dal diametro di circa 20 cm, è possibile stimare una non-uniformità spaziale di classe B. In aggiunta, è possibile vedere anche qualitativamente la presenza di un alone – di dimensione variabile in funzione della distanza dalla sorgente – ai bordi della superficie illuminata. Tale alone non è dipendente dalla presenza o meno della semisfera. Un modo per evitare questo effetto è avvicinare il più possibile la sorgente al sensore. Tale soluzione risulta però controproducente relativamente alla non-uniformità spaziale misurata su tutta la superficie illuminata: avvicinando il più possibile la sorgente si avrebbero gradienti di intensità molto più marcati con piccole variazioni di posizione del sensore, piuttosto che avendo una sorgente più lontana. Tale risultato, complessivamente, conferma l'appartenenza del simulatore alla classe C, e tramite un'opportuna indagine con un sensore dedicato, può

essere addirittura possibile valutare se la qualità di uniformità del fascio può garantire un comportamento di classe B entro una certa area di lavoro.



*Figura 3.54: (a sinistra) presenza di alone dovuta alla lontananza della sorgente (a destra) assenza di alone grazie alla vicinanza della sorgente*

### 3.5. Risultati

In questo capitolo è stata discussa la scelta, lo sviluppo e il test delle specifiche di un simulatore di sole per banchi prova di simulazione d'assetto. Il comportamento del simulatore di Sole è stato investigato tramite un banco prova provvisorio, stimando anzitutto gli errori di misura dovuti al sensore e al banco prova stesso. Definiti questi, è stato modellato completamente il comportamento del fascio di luce in funzione dei parametri controllabili e non, confermando l'aumento lineare della divergenza dei raggi allontanandosi dall'asse del collimatore. A seguito di un'ottimizzazione dei parametri di funzionamento, è stato ottenuto un fascio luminoso caratterizzato da raggi luminosi molto vicini alla condizione di parallelismo e dal diametro superiore a 320 *mm*. L'obiettivo d'illuminamento del sensore risulta soddisfatto completamente, mentre i parametri caratteristici del simulatore – uniformità e spettro del fascio – devono essere ulteriormente valutati ed investigati con delle misure ad hoc prima di poter confermare l'appartenenza del simulatore alla classe che si vuole garantire – la C. Un'investigazione iniziale, d'altra parte, ha portato risultati molto promettenti. Le caratteristiche analizzate della sorgente, complessivamente, sono in linea con le specifiche richieste per garantire la necessaria accuratezza nei dati rilevati dal satellite in prova.

## 4. Conclusioni

Il lavoro sviluppato ha permesso di apportare sostanziali modifiche all'Alma Test-Bed. Nello specifico, sono stati sviluppati e testati un simulatore di Sole e una nuova struttura meccanica, con lo scopo di ridurre notevolmente le coppie di disturbo residue dovute a deformazioni strutturali. Tramite un'oculata attenzione ai materiali utilizzati, il costo di produzione è stato abbattuto, e si suppone verosimilmente che non ci sarà interazione con il campo magnetico uniforme generato in fase di simulazione.

I risultati ottenuti dalle simulazioni del supporto meccanico necessario per simulare la microgravità – che suggeriscono una qualità della componentistica implementata in linea con quella dei banchi prova di altri istituti di ricerca – permettono di stimare un disturbo residuo massimo dell'ordine di grandezza di  $10^{-6} Nm$ , confermando la bontà della progettazione. Tale valore, nello specifico, risulta essere pari a  $4 \times 10^{-6} Nm$  nella condizione di inclinazione massima – ovvero  $30^\circ$  – diminuendo poi in maniera pressoché lineare. Il risultato è in linea con quanto ci si aspettava di ottenere in termini di disturbo residuo, in quanto ridurlo ulteriormente risulta estremamente difficile. L'intensità della coppia residua dovrà comunque essere confermata da una campagna sperimentale, atta a validare i risultati analitici e numerici ottenuti in fase di progettazione e simulazione.

Il comportamento di un simulatore di Sole da integrare al banco prova è stato investigato approfonditamente. Oltre a verificare le proprietà radiometriche del fascio generato in modo da poter classificare il simulatore secondo normativa, è stata portata avanti una campagna sperimentale con l'intenzione di modellare in maniera precisa il fascio di luce emesso. Tramite un approccio DOE è stato possibile analizzare la dipendenza del fascio da diversi parametri di posizionamento e funzionamento, ottenendo infine un'ottimizzazione del fascio, con una divergenza sperimentale minore di  $1 \text{ deg}$  entro l'area illuminata richiesta di  $\phi = 300 \text{ mm}$ . Tale valore, per aree più piccole e plausibili per un vasto range di satelliti, migliora

notevolmente, scendendo anche a  $0.2 \text{ deg}$  per un'area di lavoro sufficientemente ampia da essere utilizzata per le prove con nanosatelliti. L'integrazione del simulatore stesso al banco prova è stata fatta con particolare attenzione all'interazione elettromagnetica con il campo uniforme che si vuole generare in fase di simulazione. Un'analisi conclusiva sul fascio generato dal simulatore ha permesso infine di stimare la sua appartenenza alla classe C. I risultati, inoltre, suggeriscono una forte disomogeneità tra le varie caratteristiche, in quanto risulta una possibile instabilità temporale di classe A, e una non-uniformità spaziale – entro una certa area di lavoro – superiore alla classe B. Tali risultati dovranno essere confermati da una futura campagna sperimentale con strumenti di specializzati per queste misure.

## Appendice A – dimostrazione del gradiente gravitazionale

$\bar{F}_G$	Forza gravitazionale	[N]
$m$	Massa del secondario	[kg]
$M$	Massa del primario	[kg]
$\bar{R}_c$	Distanza tra $m$ e $M$	[m]
$G$	Costante gravitazionale	$\left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right]$
$r$	Distanza tra baricentro e punti del secondario	[m]
$\underline{Id}$	Matrice identità	[ ]
$\hat{o}$	Versore Nadir	[ ]
$\mathfrak{F}$	Sistema di riferimento principale d'inerzia del satellite	[ ]

Per dimostrare la presenza di una coppia di disturbo gravitazionale, si consideri preliminarmente la forza attrattiva agente su un punto materiale di massa  $m$  soggetto al campo gravitazionale di un secondo punto materiale con massa  $M$ :

$$\bar{F}_G = -G \frac{Mm}{R^2} \hat{R} \quad (\text{A.1})$$

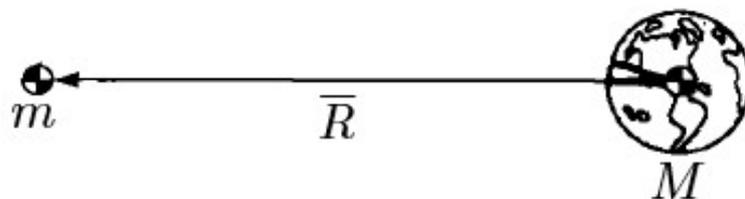


Figura A.1: Modellazione dell'attrazione gravitazionale tra due punti materiali

Tale forza, essendo attrattiva, è identificata dal vettore  $\bar{R}$ , con direzione coincidente con la congiungente tra i due corpi, e orientato verso  $M$ . Si sottolinea, fondamentale per la trattazione generalizzata a insiemi di punti

materiali, la dipendenza del valore del campo dall'inverso del quadrato della distanza  $R$  tra i due punti.

Estendendo la trattazione a due corpi non necessariamente rigidi, è bene definire una nomenclatura preliminare. Si definisce “corpo primario”, o “corpo massiccio”, quello dalla massa maggiore, attorno a cui viene definita l'orbita. Si definisce “corpo secondario”, quello dalla massa e dimensione trascurabile, in questo caso identificante il satellite in oggetto. Considerando un corpo secondario composto da un insieme di punti materiali, ognuno di questi sarà attratto in maniera diversa dal corpo primario attorno a cui è stata stabilita l'orbita in funzione della sua distanza da questo. La (A.1) può essere quindi riscritta in maniera generale e applicata a un sistema continuo.

Ogni punto materiale del dominio  $\mathfrak{R}$  (satellite) risulta soggetto ad una forza attrattiva, dato un numero  $N$  di corpi primari:

$$d\bar{F}_G = -G dm \sum_{n=1}^N \int_{\mathfrak{R}_n} \frac{dM_n}{R_n^2} \hat{R} \quad (\text{A.2})$$

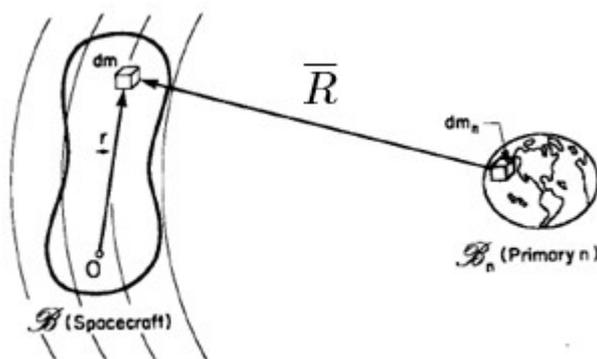


Figura A.2: Modellazione dell'attrazione gravitazionale tra un secondario e  $N$  primari

Dove, nella (2), è stata trascurata per opportuna semplificazione l'auto-attrazione tra i punti materiali dello stesso corpo. Da questa relazione generale è possibile definire, rispetto a un punto arbitrario  $O$ , la forza e la coppia gravitazionali che agiscono sull'intero insieme continuo di punti materiali identificato da  $\mathfrak{R}$ :

$$\bar{F} = \int_{\mathfrak{R}} d\bar{F} = -G \sum_{n=1}^N \int_{\mathfrak{R}_n} \int_{\mathfrak{R}} \frac{dM_n dm}{R_n^2} \widehat{R} \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{M}_O = \int_{\mathfrak{R}} \bar{r} \wedge d\bar{F} = -G \sum_{n=1}^N \int_{\mathfrak{R}_n} \int_{\mathfrak{R}} \frac{(r \wedge \bar{R}) dM_n dm}{R_n^3} \quad (\text{A.4})$$

Le equazioni ottenute, però, seppur generali, risultano di complessa risoluzione analitica. È possibile quindi fare delle ipotesi semplificative senza sacrificare la precisione del risultato ottenuto:

- Ipotesi 1: si considera l'effetto di attrazione di un solo corpo primario.
- Ipotesi 2: il corpo primario ha una distribuzione di massa sferica.
- Ipotesi 3: il corpo secondario ha dimensioni trascurabili rispetto alla sua distanza dal corpo primario.
- Ipotesi 4: il corpo secondario è formato da un unico corpo continuo.

Concettualmente, queste semplificazioni portano ad eliminare la sommatoria in (3) e (4), a sostituire l'integrale su  $\mathfrak{R}_n$  con un singolo termine, a considerare  $r \ll R_c$ , con  $R_c$  la distanza tra i centri di massa dei corpi primario e secondario, e a poter considerare il centro di massa del corpo secondario come punto di riferimento  $O$  per  $\mathfrak{R}$ . Le espressioni precedenti, per cui, diventano:

$$\bar{F} = -\mu \int_{\mathfrak{R}} \frac{dm}{R^2} \widehat{R} \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{M}_C = -\mu \int_{\mathfrak{R}} \frac{(\bar{r} \wedge \bar{R}) dm}{R^3} \quad (\text{A.6})$$

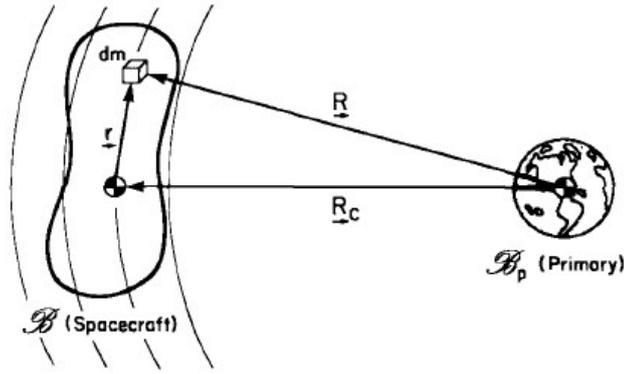


Figura A.3: Modellazione dell'attrazione gravitazionale tra un secondario e un primario

Dove valgono:

$$\mu = G \times M \quad (\text{A.7})$$

$$\bar{R} = \bar{R}_c + \bar{r} \quad (\text{A.8})$$

Risulta quindi che:

$$\bar{M}_C \cdot \bar{R}_c = 0 \quad (\text{A.9})$$

Ovvero, che la coppia gravitazionale a cui può essere soggetto il corpo secondario è sempre ortogonale alla verticale locale. Sostituendo poi  $r/R_c$  in (5) e (6), e sviluppando secondo Taylor, è possibile ottenere:

$$\bar{F} = - \left( \frac{\mu m}{R_c^2} \right) \hat{R} \quad (\text{A.10})$$

$$\bar{M}_C = - \left( \frac{3\mu}{R_c^2} \right) \hat{R} \wedge \int_{\mathfrak{R}} \bar{r} \bar{r} dm \cdot \bar{R}_c \quad (\text{A.11})$$

Si considera la (10) come il punto di arrivo della dimostrazione di attrazione gravitazionale, in quanto portarne avanti lo sviluppo non ha un fine pratico per questa trattazione. Ricordando poi la definizione generale del momento d'inerzia:

$$\underline{\underline{I}} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\mathfrak{A}} (r^2 \underline{\underline{Id}} - \bar{r}\bar{r}) dm \quad (\text{A.12})$$

È possibile riscrivere la (11) come:

$$\bar{M}_C = 3 \left( \frac{\mu}{R_c^3} \right) \hat{o}_3 \wedge \underline{\underline{I}} \cdot \hat{o}_3 \quad (\text{A.13})$$

Dove viene introdotto il versore in direzione del centro del corpo primario (o nadir):

$$\hat{o}_3 \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{\bar{R}_c}{R_c} \quad (\text{A.14})$$

Si definisce quindi il vettore dei coseni direttori, chiamato  $\bar{c}$ , tale per cui:

$$\hat{o}_3 = \mathfrak{F}^T \bar{c} = \bar{c}^T \mathfrak{F} \quad (\text{A.15})$$

Dove  $\mathfrak{F}$  identifica il sistema di riferimento coincidente con gli assi principali d'inerzia del corpo secondario e solidale ad esso. È possibile infine scrivere  $\bar{M}_C$  in forma matriciale, ricordando che  $\tilde{c}$  identifica il vettore sotto forma di matrice antisimmetrica:

$$\bar{M}_C = 3 \left( \frac{\mu}{R_c^3} \right) \tilde{c} \underline{\underline{I}} \bar{c} \quad (\text{A.16})$$

E in forma vettoriale:

$$\bar{M}_C = 3 \left( \frac{\mu}{R_c^3} \right) \begin{bmatrix} (I_3 - I_2)c_2c_3 \\ (I_1 - I_3)c_3c_1 \\ (I_2 - I_1)c_1c_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

La (17) descrive in maniera esaustiva il valore della coppia gravitazionale, ovvero quel disturbo dovuto a un gradiente gravitazionale

agente sullo spacecraft da controllare. Tale effetto è tanto più marcato tanto è grande e massiccio il corpo secondario. Il modulo di (17) può essere definito tramite:

$$|M_C| = \frac{3\mu}{2R_c^3} |\max\{I_{ii}\} - \min\{I_{ii}\}| \sin(2\theta) \quad (\text{A.18})$$

## Appendice B – inferenza statistica

### Regressione ai minimi quadrati

Un metodo molto utilizzato di stima di funzioni approssimanti è la regressione ai minimi quadrati. Questa analisi, che verrà utilizzata ampiamente in fase sperimentale, permette di risolvere sistemi sovradeterminati e consiste nel minimizzare la somma dei quadrati dei residui. La sua applicazione al data fitting consiste nel determinare i parametri dell'equazione approssimante che descrive nel miglior modo possibile il campione di dati disponibili. Dato un campione di misure formato da  $n$  coppie:

$$(x_i, y_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{B.1})$$

Dove  $x_i$  è la variabile indipendente, e  $y_i$  la variabile dipendente a questa associata, si definiscono gli  $n$  residui tramite la (B.2).

$$r_i \stackrel{\text{def}}{=} y_i - f(x_i, \bar{\beta}) \quad (\text{B.2})$$

Dove  $f(x_i, \bar{\beta})$  è l'equazione approssimante univocamente determinata dai parametri del vettore  $\bar{\beta}$ . È immediato ricavare dalla (B.2) che  $r_i$  identifica l'errore tra la curva approssimante e il valore della misura. La funzione obiettivo della minimizzazione risulta essere, quindi, la (B.3).

$$S = \sum_{i=1}^n r_i^2 \quad (\text{B.3})$$

Analiticamente, quindi, il problema consiste nel risolvere l'equazione (B.4).

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_j} = 2 \sum_i r_i \frac{\partial S}{\partial \beta_j} = -2 \sum_i r_i \frac{\partial f(x_i, \bar{\beta})}{\partial \beta_j} = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (\text{B.4})$$

Dove  $m$  è la dimensione di  $\bar{\beta}$ . Un parametro per valutare quanto bene le misure osservate siano replicate dal modello è il coefficiente di determinazione  $R^2$ , definito dalla (B.5).

$$R^2 \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \frac{SS_E}{SS_T} = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f(x_i, \bar{\beta}))^2}{\sum_i (y_i - y_m)^2} \quad (\text{B.5})$$

Dove  $y_m$  è la media aritmetica delle misure.

## Fondamenti di statistica

Risulta opportuno, introdurre le definizioni di inferenza statistica che utilizzate nella trattazione. Presa una variabile casuale continua  $X$ , la sua funzione di densità di probabilità è definita come:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (\text{B.6})$$

E descrive la probabilità cumulativa che si verifichi l'evento costituito dai punti campione  $s \in S \cap \{s: X(s) \leq x\} \forall x \in \mathbb{R}$ . Da questa è immediato calcolare la probabilità di un evento  $\phi = [a < X \leq b]$ :

$$\mathbb{P}[a < X \leq b] = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (\text{B.7})$$

È importante definire anche le grandezze statistiche di valore atteso  $\mathbb{E}[X]$ :

$$\mathbb{E}[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (\text{B.8})$$

Anche detta media o speranza di  $X$ , e la varianza  $var[X]$ :

$$\text{var}[X] = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (\text{B.9})$$

Il primo dà un'indicazione sul valore medio della densità di probabilità, mentre il secondo fornisce informazioni sulla dispersione risultati rispetto al valore atteso. Le più comuni distribuzioni utilizzate per risolvere i problemi di fitting sono:

- Distribuzione normale
- Distribuzione t di Student
- Distribuzione di Lèvy stabile
- Distribuzione uniforme
- Distribuzione di Weibull

Nello specifico, le distribuzioni t di Student e di Lèvy stabile risultano estremamente utili nei problemi di inferenza statistica, in quando permettono di fittare dei campioni che, rispettivamente, sono estratti da una distribuzione normale e da una distribuzione asimmetrica.

L'inferenza statistica è una modalità di verifica dei risultati potente, che però richiede attenzione per non fraintendere i dati. Si parla di inferenza statistica con un livello di significatività  $\alpha$  quando si vuole verificare quanto l'evidenza empirica giustifica l'ipotesi nulla  $H_0$  o l'ipotesi alternativa  $H_1$ . L'intervallo di confidenza dell'inferenza statistica è dato da  $\beta = 1 - \alpha$ , e si definisce *p-value* quel valore numerico che definisce la probabilità di ottenere un risultato uguale o più estremo di quello osservato, supposta vera l'ipotesi nulla. Schematicamente:

- $p > \alpha$ : l'ipotesi nulla non può essere rifiutata sulla base dell'evidenza empirica.
- $p \leq \alpha$ : l'evidenza empirica suggerisce di rifiutare l'ipotesi nulla, confermando quella alternativa.

## Appendice C – algoritmi di image processing

### Script di confronto diretto

```
%Leggi le immagini acquisite
sx1=imread('sx1.jpg');
dx1=imread('dx1.jpg');

%SX1
%Elabora l'immagine sinistra trasformandola in una matrice logica,
%mostra l'immagine risultate col centroide in overlay
BWsx1 = im2bw(sx1,0.8);
s = regionprops(BWsx1, 'centroid');
centroidssx1 = cat(1, s.Centroid);
imshow(BWsx1)
hold on
plot(centroidssx1(:,1), centroidssx1(:,2), 'b*')
hold off

%DX1
%Elabora l'immagine destra trasformandola in una matrice logica,
%mostra l'immagine risultate col centroide in overlay
BWdx1 = im2bw(dx1,0.8);
s = regionprops(BWdx1, 'centroid');
centroidsdx1 = cat(1, s.Centroid);
figure
imshow(BWdx1)
hold on
plot(centroidsdx1(:,1), centroidsdx1(:,2), 'b*')

%Misura la distanza tra i due centroidi come differenza delle norme
dist=norm(centroidssx1-centroidsdx1)

%Calcola l'angolo di divergenza tra le posizioni associate ai
centroidi
Angolo=atand(dist*5.86/1000/12.5)
```

### Script di bulk analysis

```
%Definisci il percorso con le immagini campione, conta e crea una
struct con le immagini da analizzare
images='D:\Path';
jpgfiles=dir(fullfile(images, '*.*jpg*'));
n=numel(jpgfiles);

%Numera le immagini campione, crea un database coi centroidi rilevati
di ognuna di queste
for i=1:n
    idx=i;
    im=imread(jpgfiles(idx).name);
    BW = im2bw(im,0.8);
    s = regionprops(BW, 'centroid');
    centroidssx1 = cat(1, s.Centroid);
    Centroids(i,:)=centroidssx1;
end
```

# Appendice D – algoritmo di ottimizzazione supporti snelli

```

%DATI
L=80; %mm in [50-200]
D=20; %mm
d=0; %mm
rho=7800*10^-9; %kg/mm^3
Msat=6.3011694624; %kg
Gysat=41.43045865; %mm
theta=35; %deg

%FORMULE
V=pi*(D^2-d^2)/4*L; %mm^3
Gyb=10.34-L/2*cosd(5); %mm
Mb=V*rho %kg
I=pi*(D^4-d^4)/64; %mm^4
Mcp=(-Msat*Gysat-Mb*3*Gyb)/(10.34-L*cosd(5)); %kg
g=9.80665*sind(theta); %m/s^2
Mcps=(Mcp+0.150)/3
P1=Mb*g; %N
P2=Mcps*g; %N
E=70000; %N/mm^2

%PROGRAMMA NUMERICO
figure
x=linspace(0,L/2,1000);
y=linspace(0,L/2,1000);
z=linspace(0,L,1000);
zero=linspace(0,0,1000);
hold on

f1=1/E/I*((P1+P2)*(L/4*x.^2-x.^3/6)+P2*L/4*x.^2);
f2=P2/E/I*(L*y.^2/4-
y.^3/6)+1/E/I*((P1+P2)*(L^2/8)+P2*L^2/4)*y+1/E/I*(1/24*(P1+P2)*L^3+P2*
L^3/16);
fhyp=P2/E/I/2*(L*z.^2-z.^3/3);
fmax=linspace(0.001,0.001,1000)/9.80665/3/Mcp; %mm
Cd=Mcp*9.80665*f2(1000)+3*Mb*g*f1(1000)
yre=y+L/2;
plot(x,-f1,'r','linewidth',2);
plot(yre,-f2,'r','linewidth',2,'HandleVisibility','off');
plot(z,-fhyp,'k','linewidth',2)
xlabel('Lunghezza trave [mm]');
ylabel('Freccia statica [mm]');
plot([-10 100],[0 0],'--k')
f=f2(1000)
axis([-1 81 -0.003 0.0001])
title('Trave a sezione circolare \phi=20 mm L=80 mm')
legend('Supporto parzialmente filettato','Supporto non
filettato','Linea elastica scarica')
fprintf('Lunghezza supporto = %5.3f mm \nDiametro esterno = %5.3f
mm\nDiametro interno = %5.3f mm\nModulo elastico = %5.3f MPa\nMassa
supporto = %5.3f kg\n\n', L,D,d,E,Mb)
fprintf('Massa contrappeso = %5.3f kg\n\nCoppia di disturbo = %5.6f
Nmm\nDeformazione massima supporto= %5.6f mm\n\n\n', Mcps,Cd,f2(1000))

```

## Bibliografia

- Andrea Antonello, L. O. (2018). Development of a low-cost sun sensor for nanosatellites. *Acta Astronautica*, 429-436.
- Ashby, M. F. (n.d.). *Materials Selection in Mechanical Design*.
- ASTM E927. (2015). *Standard Specification for Solar Simulation for Photovoltaic Testing*. ASTM International.
- Bachelet, G. (2003, Maggio). *Dispense di meccanica dei sistemi*. Retrieved from [http://www.giovannibachelet.it/M2005/settimana\\_03/corpirigidi.pdf](http://www.giovannibachelet.it/M2005/settimana_03/corpirigidi.pdf)
- Bahu, A. (2016). *AUTOMATIC MASS BALANCING OF A SPACECRAFT THREE-AXIS SIMULATOR FOR ATTITUDE CONTROL*. Bologna.
- Bertini, L. (2014). *Corso di costruzione di apparecchiature chimiche*.
- Brebbia, C. (1978). *Fondamenti del metodo degli elementi finiti*. Milano: Clup.
- Brown, O., Long, A., Shah, N., & Eremenko, P. (2007). System Lifecycle Cost Under Uncertainty as a Design Metric Encompassing the Value of Architectural Flexibility. *AIAA Space 2007*, Paper No. AIAA-2007-6023.
- Bryson, A. (1994). *Control of Spacecraft and Aircraft*. Princeton University Press.
- Budynas, R. G. (2011). *Shigley's Mechanical Engineering Design*. McGraw-Hill.
- Cappelletti, C. (2018). Femto, pico, nano: Overview of new satellite standards and applications. *Advances in the Astronautical Sciences*, 503-510.
- Caselli, G. (2015). *Progetto e sviluppo di un banco di prova per sistemi di determinazione e controllo d'assetto di CubeSat*.
- Culton, E. (n.d.). Design and Development of an Unrestricted Satellite Motion Simulator. *31st Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*.
- Da Silva, R. &. (2018). Tabletop Testbed for Attitude Determination and Control of Nanosatellites. *Journal of Aerospace Engineering*.
- Dallal, G. (1986). An analytic approximation to the distribution of Lilliefors's test statistic for normality. *The American Statistician*, 294-296.
- Development of a Combined Attitude and Position Controller of a Satellite Simulator. (2016). *Proceedings of 67th International Astronautical Congress*. Guadalajara.
- Dong Xiang, Q. Y. (2015). Research on elastic deformation compensation system or three axis air bearing platform. *2015 International Conference on Fluid Power and Mechatronic*, (p. 431 434).
- Edmund Optics. (2019). *EO Catalog*. Retrieved from <https://www.edmundoptics.com/p/eo-1312m-118-cmos-monochrome-lite-edition-usb-camera-/27921/>
- Edmund Optics. (2019, 02 27). *Technical Literature, Edmund Optics*. Retrieved from Edmund Optics: <https://www.edmundoptics.eu/>
- F. Landis Markley, &. A. (2014). *Fundamentals of Spacecraft Determination and Attitude*. New York: Springer.
- Gill, P. (2013, Novembre). ISO 16290:2013.
- Grush, L. (2017, Febbraio 15). *Record-breaking 104 satellites launched*

- into space by a single rocket.*  
Retrieved from The Verge:  
<https://www.theverge.com/2017/2/14/14601938/india-pslv-rocket-launch-satellites-planet-doves>
- Hughes, P. C. (2004). *Spacecraft Attitude Dynamics*. Mineola: Dover Publications, Inc.
- Ioda Advanced Lenses Technology. (n.d.). *Lente di Fresnel*. Retrieved from [http://ioda-it.com/lenti-di-fresnel-2/?doing\\_wp\\_cron=1552270659.4529740810394287109375](http://ioda-it.com/lenti-di-fresnel-2/?doing_wp_cron=1552270659.4529740810394287109375)
- Iralab, Università degli studi di Milano - Bicocca. (2012, Novembre 25). *Differenza attacco C e CS*. Retrieved from Irawiki:  
[http://irawiki.disco.unimib.it/irawiki/index.php/Differenza\\_attacco\\_C\\_e\\_CS\\_\(C-mount\\_e\\_CS-mount\)](http://irawiki.disco.unimib.it/irawiki/index.php/Differenza_attacco_C_e_CS_(C-mount_e_CS-mount))
- Irina Gavrilovich, S. K. (n.d.). *Robotic Test Bench for CubeSat Ground Testing: Concept and Satellite Dynamic Parameter Identification*. Montpellier Laboratory of Informatics, Robotics and Microelectronics (LIRMM), University of Montpellier and CNRS.
- J.L. Schwartz, & A. (2003). Historical Review of Air-Bearing Spacecraft Simulators. *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS*, 513-522.
- Kessler, D. (1991). Collisional Cascading: The Limits of Population Growth in Low Earth Orbit. *Advances in Space Research* 11, 63-66.
- Lane, D. M. (n.d.). Online Statistics Education: A Multimedia Course of Study.
- Laura Ronchi Abbozzo, & A. (2008). *Ottica classica, teoria della visione ottica ondulatoria*. CNR Edizioni.
- Lente di Fresnel*. (2019, Febbraio 10). Retrieved from Wikipedia:  
[https://it.wikipedia.org/wiki/Lente\\_di\\_Fresnel](https://it.wikipedia.org/wiki/Lente_di_Fresnel)
- Lumileds. (n.d.). *Phosphor LEDS*. Retrieved from <https://www.lumileds.com/technology/luxeon-technology/phosphor>
- Minak, G. (2018). Dispense di Costruzione di Macchine LM. Forlì.
- Modenini, D. (n.d.). *Dispense di Spacecraft Attitude Dynamics and Control Attitude Determination*.
- Montgomery, D. C. (2005). *Progettazione e analisi degli esperimenti*. McGraw-Hill.
- Montgomery, D. C. (2005). *Progettazione e analisi degli esperimenti*. McGraw-Hill.
- Mood, A. M. (1988). *Introduzione alla statistica*. McGraw-Hill.
- Nanosats Database*. (2019, Gennaio 19). Retrieved from Nanosats.eu:  
<https://www.nanosats.eu/>
- NASA. (2016, Agosto 23). Opera derivata da File:Structure of the magnetosphere-en.svg. Retrieved from <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=50846366>
- Olivastri, D. (2019). *Orbit Determination of a LEO satellite using the Cranfield Ground Station*.
- Photonica Srl. (2019). *Proiettori LED Fresnel by Photonica*.
- Rigollet, P. (2016). MIT 18.650 Statistics for Applications - Lecture 12. USA.
- Rodriguez, P. A. (2017). *Solar Simulator for A Dynamic, Hardware-in-the-Loop, Three-Axis Simulator of Spacecraft Attitude Maneuvering with Nanosatellite Dimensions*.

- Rodriguez, P. A. (2017). *Sun Sensor for Attitude Determination*.
- Rybus, T. &. (2016). Planar air-bearing microgravity simulators: Review of applications, existing solutions and design parameters. *Acta Astronautica*, 239-259.
- Rybus, T. (2016). Planar air-bearing microgravity simulators: Review of applications, existing solutions and design parameters. *Acta Astronautica*, 239-259.
- SAS IP, Inc. (n.d.). *SHELL181 Reference*. Retrieved from Sharcnet.ca: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SHELL181.html#ai9bXn58ctg](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html#ai9bXn58ctg)
- Seven Cubesats launched on Vega's maiden flight*. (2012, Febbraio 13). Retrieved from Esa.int: [http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Transportation/Launch\\_vehicles/Vega\\_first\\_launch/CubeSats](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Transportation/Launch_vehicles/Vega_first_launch/CubeSats)
- SHARCNET. (n.d.). *SHELL181*. Retrieved from Sharcnet Ansys reference: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SHELL181.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html)
- Siciliano, B. (2008). *Robotica: Modellistica, pianificazione e controllo*. McGraw-Hill.
- Sofyali, A. (n.d.). New Sliding Mode Attitude Controller Design Based on Lumped Disturbance Bound Equation. *Journal of Aerospace Engineering*.
- Solarmems. (2016). *SSOC D-60 Specifications*. <https://www.cubesatshop.com/wp-content/uploads/2016/06/SSOCD60-Technical-Specifications.pdf>.
- The CubeSat Program. (2014). *CubeSat Design Specification Rev. 13*. Cal Poly SLO.
- Thébault, E. &. (2015). International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67-79.
- Topputo, F. (2014). *Space Shepherd*. Milano: Dipartimento di Scienze e Tecnologie Aerospaziali PoliMi.
- Visconti, I. C. (2009). *Materiali compositi: Tecnologie - Progettazione - Applicazioni*. Hoepli.
- Weigel, A. (2006). *Fractionated Spacecraft Architectures Seeding Study*. Cambridge: Air Force Research Laboratory.
- Wendling, R. H. (1992). Sharing out NASA's spoils. *Nature*, 105-106.
- Wertz, J. (2005). *Space Mission Analysis and Design*.
- Wertz, J. R. (2011). *Space mission engineering: The new SMAD*. Hawthorne: CA: Microcosm Press.
- Youngho Eun, S.-Y. P.-N. (2018). Development of a hardware-in-the-loop testbed to demonstrate multiple spacecraft operations in proximity. *Acta Astronautica*, 48-58.