

**ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA
FACOLTA' DI INGEGNERIA**

DICAM

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA CIVILE

**Prove di caratterizzazione meccanica e materiale di
solai compositi, realizzati secondo la tecnologia
costruttiva del “PANNELLO SANDWICH”**

**Tesi di Laurea in
TECNICA DELLE COSTRUZIONI - LS**

RELATORE:

Prof. Ing. Tomaso Trombetti

CANDIDATO:

Luca Minnai

CORRELATORE:

Ing. Giada Gasparini

ANNO ACCADEMICO: 2009/2010

“ Soltanto l'ardente pazienza
porterà al raggiungimento
di una splendida felicità.”

P.Neruda

Indice

INTRODUZIONE	1
CAPITOLO 1 - Descrizione campagna sperimentale	3
§ 1.1 Tipologia strutturale dei provini	3
§ 1.2 Caratteristiche geometriche dei provini	5
§ 1.3 Tipologie di prove da eseguire	8
CAPITOLO 2 - Prove di caratterizzazione dei materiali	10
§ 2.1 Premessa	10
§ 2.2 Materiali costituenti i provini di solaio	11
2.2.1 MALTA	11
2.2.2 CEMENTO CELLULARE	11
2.2.3 TRALICCIO METALLICO	12
2.2.4 RETE METALLICA	13
2.2.5 BARRE D'ACCIAIO TRASVERSALI	13
2.2.6 RETE ELETTROSALDATA	13
§ 2.3 Campionatura dei materiali	14
2.3.1 CAMPIONATURA DELLA MALTA	14
2.3.2 CAMPIONATURA DEL CEMENTO CELLULARE	16
2.3.3 CAMPIONATURA DELL'ACCIAIO DEL TRALICCIO	17
§ 2.4 Apparecchiatura di prova	19
§ 2.5 Caratterizzazione della malta	20
§ 2.6 Caratterizzazione del cemento cellulare	22
§ 2.7 Caratterizzazione dell'acciaio	23
CAPITOLO 3 - Prove di carico	27
§ 3.1 Premessa	27
§ 3.2 Apparecchiatura di prova	27
§ 3.3 Prova a punzonamento	29
§ 3.4 Prove di carico a taglio	30
3.4.1 CONFIGURAZIONE DI PROVA	30

3.4.2	1° PROVA A TAGLIO	32
3.4.3	2° PROVA A TAGLIO	34
3.4.4	3° PROVA A TAGLIO	36
3.4.5	CONFRONTI E OSSERVAZIONI SPERIMENTALI	38
§ 3.5	Prove di carico a flessione	42
3.5.1	CONFIGURAZIONE DI PROVA	42
3.5.2	1° PROVA A FLESSIONE	44
3.5.3	2° PROVA A FLESSIONE	46
3.5.4	3° PROVA A FLESSIONE	48
3.5.5	CONFRONTI E OSSERVAZIONI SPERIMENTALI	50
 CAPITOLO 4 - Teorie sui pannelli sandwich		53
§ 4.1	Introduzione	53
§ 4.2	La Teoria di Pantema	54
§ 4.3	La Teoria di Allen	66
§ 4.4	Applicazione delle Teorie ai solai compositi	87
4.4.1	CALCOLO CARATTERISTICHE DELLA SEZIONE COMPOSTA	87
4.4.2	APPLICAZIONE ALLE PROVE A TAGLIO	92
4.4.3	APPLICAZIONE ALLE PROVE A FLESSIONE	98
4.4.4	SVILUPPO DELLA TEORIA DI ALLEN	102
4.4.5	OSSERVAZIONI	107
 CAPITOLO 5 - Interpretazioni teoriche delle prove di carico.		109
§ 5.1	Considerazioni iniziali	109
5.1.1	INSTABILITA' DEI DIAGONALI DEL TRALICCIO	109
5.1.2	SNERVAMENTO DEI DIAGONALI DEL TRALICCIO	111
5.1.3	CONSIDERAZIONI SUL PESO PROPRIO DEI PROVINI.....	112
5.1.4	CAPACITA' PORTANTI DELLA SEZIONE	114
§ 5.2	Interpretazione delle Prove a Taglio	118
5.2.1	CONSIDERAZIONI SUL COMPORTAMENTO DEI PROVINI	118
5.2.2	CALCOLO DELLA RIGIDEZZA A TAGLIO	120
§ 5.3	Interpretazione delle Prove a Flessione	122
§ 5.4	Proposte per il miglioramento dei solai compositi	126
5.4.1	PREMESSA	126
5.4.2	ANALISI CARICHI E FATTORIZZAZIONI AGLI STATI LIMITE	127
5.4.3	CALCOLO SOLLECITAZIONI PER DIVERSE CONFIGURAZIONI	129

5.4.4	PROGETTO E VERIFICA	132
	CONCLUSIONI	138
	BIBLIOGRAFIA	141
	PUBBLICAZIONI SCIENTIFICHE	142
	NORMATIVE DI RIFERIMENTO	144
	SITI INTERNET CONSULTATI	145

INTRODUZIONE

Il presente lavoro parte da una Convenzione Scientifica stipulata tra la ISOLTECH S.r.l., azienda con sede a Verdellino (BG), specializzata nella produzione del cemento cellulare, e il DICAM, Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali - Tecnica delle Costruzioni (ex DISTART - Tecnica delle Costruzioni), della Facoltà di Ingegneria dell'ALMA MATER STUDIORUM - Università di Bologna. Tale lavoro consiste principalmente in una serie di Prove di Carico a rottura su sei provini di solaio, di due lunghezze differenti, realizzate presso i laboratori LaPS-LaRM, sempre della Facoltà di Ingegneria, al fine di comprenderne il comportamento ed i parametri fondamentali che influenzano le proprie caratteristiche, essenziali per una futura progettazione razionale degli stessi.

La particolarità di questi solai è che sono realizzati attraverso il getto di tre diversi strati di cemento, dei quali il primo e il terzo sono di cemento tradizionale, mentre lo strato intermedio è costituito da un cemento cellulare che la ditta stessa produce, di ridotta massa volumica e con buone capacità termoisolanti, fonoassorbenti e di resistenza al fuoco. L'armatura invece è realizzata attraverso un'orditura monodirezionale di tralicci metallici disposti a interasse costante, fissati inferiormente ad una rete portaintonaco e superiormente collegati da delle barre metalliche trasversali, sulle quali in ultimo è posta una rete elettrosaldata.

La particolare realizzazione degli stessi, porta a non far rientrare tali solai nella loro tradizionale tipologia strutturale, ossia quella tipica delle travi alla EULERO-BERNOULLI, deformabili prevalentemente a flessione e calcolabili perciò con le tradizionali regole delle sezioni in calcestruzzo armato. Piuttosto tale tipologia strutturale è più vicina a quella dei PANNELLI SANDWICH, tecnologia con la quale si sono sviluppate, a partire da metà degli anni '60, applicazioni in campo navale e aeronautico. Questi elementi consistono in due strati esterni di buone capacità meccaniche, dette "facce", connesse tra loro da uno strato di materiale leggero, comunemente chiamato "nucleo", allo scopo quindi di realizzare un elemento strutturale molto leggero in confronto alla propria rigidità. Tali elementi sono deformabili principalmente a taglio, mentre la deformazione a flessione è in genere una percentuale minore; ciò è dovuto al fatto che un livello di connessione tra i due strati esterni, fornita dal nucleo, non può mai essere perfetta.

Entrando nel dettaglio, il presente elaborato parte dal Capitolo 1, nel quale è illustrata la geometria dei provini di solaio composito pervenuti in laboratorio e la tipologia di prove che su di essi si intende eseguire. Il Capitolo 2 invece descrive un'ulteriore serie di prove su campioni dei materiali costituenti i solai e prelevati direttamente da essi; tali prove forniscono le caratteristiche meccaniche dei materiali, necessarie per l'interpretazione teorica dei provini di solaio. Il Capitolo 3 invece costituisce il vero e proprio Report di Prova, in cui vengono illustrate tutte le prove di carico eseguite, con le relative osservazioni sperimentali e i grafici Carico-Spostamento, essenziali per capire il comportamento di tali solai. Il Capitolo 4 illustra invece quelle che sono le Teorie fondamentali che stanno alla base dei Pannelli Sandwich, ossia la Teoria di Pantema e la Teoria di Allen, le quali vengono poi applicate ai risultati sperimentali delle prove di carico, per capire se e come riescono ad interpretare il comportamento degli elementi strutturali oggetto di prova. Nel Capitolo 5 infine vengono interpretati i comportamenti dei provini di solaio, alla luce sia di quanto ottenuto dalle Teorie trattate nel precedente capitolo, sia di considerazioni strutturali derivanti dalla Tecnica e dalla Scienza delle Costruzioni. Una volta compreso il comportamento degli stessi, sono state effettuate delle Verifiche, e sotto alcune ipotesi di utilizzo, è seguita una fase di Progettazione, in risposta alle più comuni richieste strutturali, secondo quanto dettato dalla normativa nazionale vigente, ossia il D.M. 14/01/2008. Vengono in ultimo riportate le Conclusioni, che riassumono in maniera sintetica i principali risultati ottenuti nello svolgimento di tutto il lavoro, proponendo anche un'ulteriore campagna sperimentale su dei provini di solaio a cui sono state apportate delle modifiche, frutto della fase di verifica e progettazione svolta nel Capitolo 5. Segue la Bibliografia, nella quale si possono trovare i testi a cui si è fatto riferimento per svolgere tutto il lavoro e a cui si rimanda per ogni chiarimento e approfondimento sull'argomento, e l'elenco delle pubblicazioni scientifiche, necessarie per capire quale sia lo "stato dell'arte" riguardante tale tipologia strutturale. Ogni volume e pubblicazione è preceduta da un codice alfanumerico attraverso il quale riferirsi agli stessi, in maniera sintetica, nei Capitoli costituenti l'elaborato. In ultimo sono riportate le Normative a cui tali elementi e prove di laboratorio fanno riferimento, seguite dall'elenco dei Siti Internet consultati durante tutte le fasi che hanno portato alla stesura dell'elaborato stesso.

CAPITOLO 1 – Descrizione della campagna sperimentale

1.1 Tipologia strutturale dei provini

Questi provini, che rappresentano i campioni dei solai compositi che si vuole mettere in commercio, ricadono nella tipologia strutturale dei cosiddetti “PANNELLI SANDWICH”. Tale tecnica si iniziò a sviluppare a fine anni sessanta, soprattutto in campo navale, aeronautico e aerospaziale, per rispondere alla necessità di trovare un nuovo elemento strutturale che combinasse assieme caratteristiche di rigidità e leggerezza.

Questi provini sono infatti costituiti da uno strato inferiore di malta, chiamato “Faccia Inferiore” o “Fondello”, da uno strato superiore sempre della stessa malta, denominato “Faccia Superiore” o “Soletta”, e da uno “Strato Intermedio” o “Nucleo” interposto tra le due facce e costituito da un cemento cellulare di massa volumica molto ridotta e di scarse caratteristiche meccaniche. Questi provini sono dotati di un’armatura metallica unidirezionale costituita da dei tralicci metallici disposti a interasse fisso, i quali affondano i loro ferri longitudinali superiori e inferiori nelle rispettive facce, mentre i diagonali metallici sempre del traliccio passano ovviamente attraverso il nucleo.

La filosofia che sta alla base di questa tipologia strutturale come già anticipato è quella di ottenere un elemento strutturale di adeguate caratteristiche di rigidità, riuscendo a contenere il peso, eliminando il materiale o sostituendolo con uno di massa volumica inferiore, là dove le tensioni normali alla sezione trasversale sono inferiori, ossia nella parte centrale.

Per ottenere delle buone caratteristiche di rigidità, le due facce devono essere efficacemente collegate tra loro, in modo che la sezione trasversale si comporti il più possibile in maniera “monolitica”, tendendo a quel caso limite che nel seguito sarà definito come comportamento “100% COMPOSITO”. Nel caso le due facce risultassero addirittura scollegate tra loro, esse si comporterebbero come due travi o lastre (a seconda della larghezza della sezione trasversale) che agiscono indipendentemente l’una dall’altra, riducendo così la rigidità ad un valore minimo, ottenuto dalle rigidità proprie delle due facce, le quali faranno riferimento solo al proprio asse neutro. Questo secondo caso limite sarà invece chiamato comportamento “0% COMPOSITO” ed è facilmente intuibile come quest’ultima sia

la condizione da cui allontanarsi per realizzare un pannello sandwich strutturalmente ben concepito.

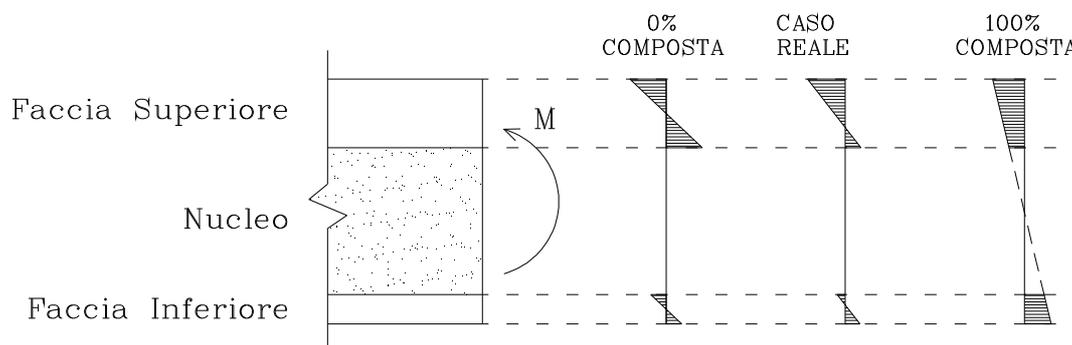


Figura 1.1 Elemento di Pannello Sandwich sottoposto a momento flettente, andamento delle tensioni tangenziali sulla sezione trasversale per i diversi casi [ST07].

Il ruolo centrale per un buon funzionamento sarà perciò giocato dalla capacità del nucleo di collegare efficacemente le due facce, e in particolare dai diagonali del traliccio che lo attraversano, essendo il cemento cellulare interposto di scarse caratteristiche meccaniche e avente il solo scopo di alleggerimento e di conferire proprietà di resistenza al fuoco, isolamento termico e fonoassorbenti al pacchetto strutturale costituente il solaio. I diagonali costituiscono quindi veri e propri “Connettori” metallici, mentre il cemento cellulare contribuisce, assieme ai diagonali stessi, a tenere le facce tra loro equidistanti.

Il raggiungimento del caso limite di sezione 100% COMPOSITA è da considerarsi come un limite teorico, perché nella realtà si può solo tendere a esso. Ciò fa sì che in questa tipologia strutturale non può essere trascurata la deformazione dovuta a taglio del nucleo, la quale come si vedrà in seguito costituisce una parte rilevante.

Le facce, nel caso in cui il loro spessore sia non trascurabile, avranno una propria rigidità flessionale e si deformeranno di conseguenza come dettato dalla teoria della trave all’EULERO-BERNOULLI, opponendosi e riducendo la deformazione tipica a taglio del nucleo, in maniera tale da rispettare la congruenza, ma questo sarà meglio compreso e chiarito negli sviluppi teorici dei successivi Capitoli.

1.2 Caratteristiche geometriche dei provini

La campagna sperimentale di caratterizzazione strutturale consiste nell'eseguire delle prove di carico su dei provini di solai compositi, per la quale sono stati realizzati in totale sei provini: tre della lunghezza $L = 1,20\text{m}$ e tre della lunghezza $L = 2,80\text{m}$.

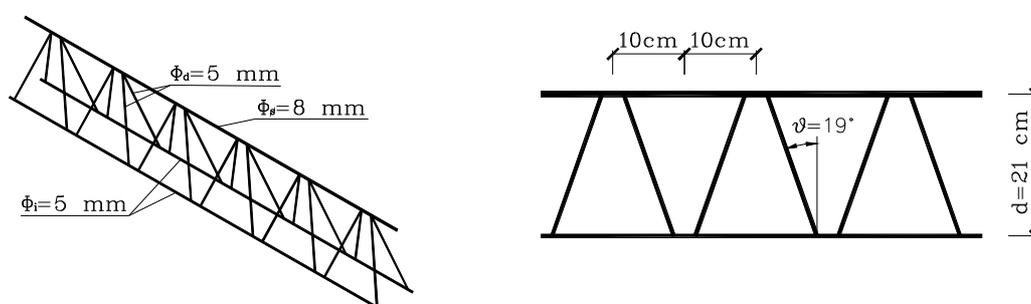
Tutti e sei i provini hanno la sezione trasversale di larghezza $b = 0,60\text{m}$, la faccia superiore è realizzata con una malta superfluida dello spessore $t_1 = 7\text{cm}$, mentre quella inferiore, realizzata con la stessa malta della soletta, ha lo spessore $t_2 = 3\text{cm}$ e infine il nucleo è costituito da cemento cellulare (areato) di bassa massa volumica, dello spessore di $c = 15\text{cm}$. L'altezza della sezione trasversale sarà ottenuta dalla somma dei tre spessori, risulterà perciò essere $h = t_1 + c + t_2 = 7 + 15 + 3 = 25\text{cm}$.

Tali provini sono dotati di un'armatura metallica monodirezionale, ordita ovviamente parallelamente alla lunghezza, e costituita da tre tralicci metallici, disposti a interasse fisso di $i = 0,25\text{m}$ e costituiti nominalmente da una barra metallica longitudinale ad aderenza migliorata all'estradosso del diametro $\phi_s = 8\text{mm}$, da due barre longitudinali all'intradosso sempre ad aderenza migliorata, del diametro $\phi_i = 5\text{mm}$ e distanti 9cm tra loro, mentre i diagonali che collegano attraverso saldatura estradosso e intradosso sono realizzati mediante due file continue di barre piegate lisce $\phi_d = 5\text{mm}$. Tali diametri sono quelli nominali, infatti dalle prove sui materiali si risconterà che il valore di alcuni è diverso e per l'interpretazione delle prove di carico saranno considerati i valori effettivi misurati; tutte le altre caratteristiche geometriche sono riportate nelle figure successive.

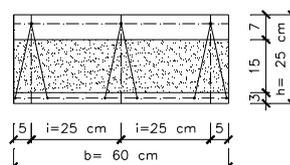
I tralicci sono collegati trasversalmente tra loro mediante delle barre metalliche ad aderenza migliorata del diametro $\phi = 8\text{mm}$ e di lunghezza pari alla larghezza della sezione trasversale. Questi ferri sono stati legati alle barre di estradosso dei tre tralicci e sono disposte a una distanza reciproca di 50cm , con lo scopo di prevenire effetti di punzonamento sulla soletta del provino e di collegare trasversalmente i tralicci, in maniera tale che non si comportino indipendentemente l'uno dall'altro e si ripartiscano uniformemente il carico che gli sarà applicato. Inoltre, sempre con lo scopo di ripartire i carichi, è stata disposta sopra tali ferri una rete elettrosaldata a maglia quadrata da 15cm e costituita da barre $\phi = 5\text{mm}$ ad aderenza migliorata.

Questi tralici metallici sono tenuti in posizione, nelle fasi di getto dei diversi strati di calcestruzzo, attraverso una rete porta intonaco situata nella faccia inferiore e alla quale sono legati. Tale rete, dotata di nervature di spessore non trascurabile, ha inoltre lo scopo di evitare che durante fenomeni catastrofici quali eventi sismici, non cadano dall'intradosso del solaio calcinacci o altro materiale, inoltre contribuisce con la sua resistenza a fornire un aumento di capacità portante della sezione. Questo contributo, presente nella realtà e riscontrato nelle prove sperimentali, ovviamente non potrà essere preso in considerazione in fase di Progetto e Verifica dell'elemento strutturale stesso. Nelle figure che seguono, vengono riportate in modo completo le caratteristiche geometriche di tali provini.

TRALICCIO METALLICO



SEZIONE TRASVERSALE



SEZIONI LONGITUDINALI

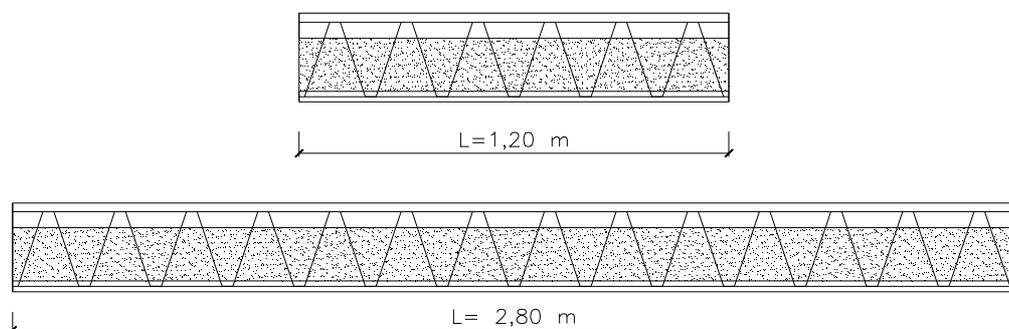


Figura 1.2 Dimensioni delle sezioni trasversali, longitudinali e del traliccio metallico dei provini di solai compositi.

ASSONOMETRIE PROVINI

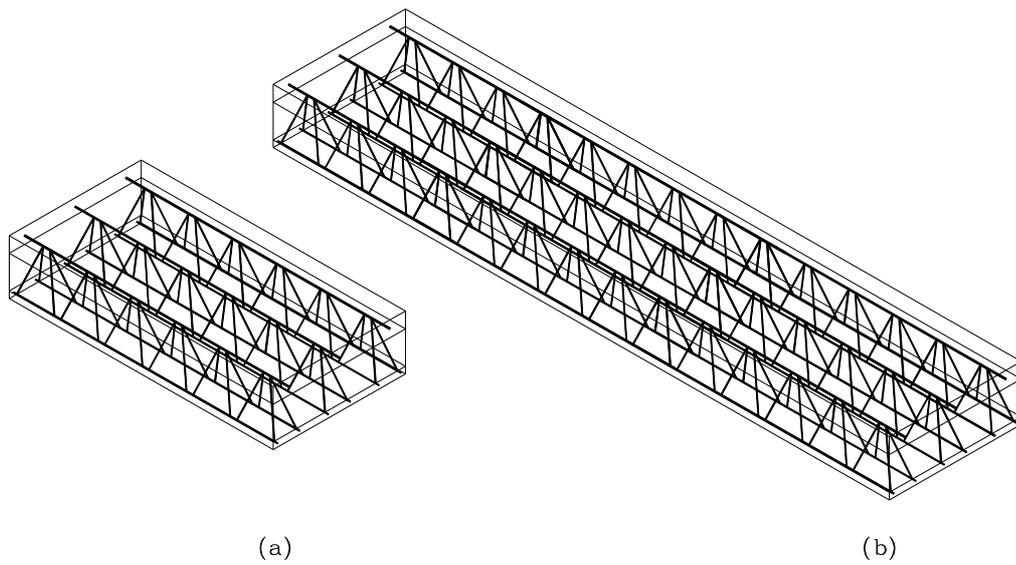


Figura 1.3 Assonometrie dei provini di solai compositi dei provini di lunghezza $L=1,20\text{m}$ (a), e di lunghezza $L=2,80\text{m}$ (b).



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 1.4 (a): Provini di solaio composito di lunghezza $L=1,20\text{m}$. (b): Provini di solaio composito di lunghezza $L=2,80\text{m}$. (c): Prospettiva dell'armatura metallica dei provini. (d): Rete metallica portaintonaco situata nel fondello dei provini.

1.3 Tipologie di prove da eseguire

L'intera campagna sperimentale è divisa in due parti:

- CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEI MATERIALI;
- CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI

La Caratterizzazione Meccanica dei Materiali è consistita nell'estrazione dei materiali dai provini di solai compositi. Tali prove si sono rese necessarie per le successive interpretazioni teoriche del comportamento dell'elemento strutturale nel suo complesso, elementi strutturali che questi materiali vanno appunto a costituire. Per quanto riguarda la malta della soletta (faccia superiore) i campioni di materiale sono stati prelevati attraverso dei carotaggi sulla stessa; per la faccia inferiore tali carotaggi non potevano essere eseguiti visto il suo spessore ridotto, ma questo non è stato un problema poiché fondello e soletta sono realizzati con la stessa malta. Sul cemento cellulare, essendo molto friabile, non è stato possibile eseguire dei carotaggi; ci si è affidati perciò ai valori forniti dalla ditta produttrice, i quali rimangono a scopo indicativo, non avendo tale materiale un ruolo strutturale. Dalle carote sono stati ottenuti dei campioni cilindrici di malta sui quali sono state eseguite delle prove di compressione a rottura, ottenendo così i valori di resistenza come si vedrà in dettaglio nel prossimo capitolo. Per quanto riguarda l'acciaio d'armatura, è stato estratto, mediante demolizione di un provino, un traliccio metallico, dal quale si sono ottenuti diversi campioni di acciaio che, dopo essere stati opportunamente trattati, sono stati sottoposti a prove di trazione a rottura per la determinazione dei valori di resistenza. La preparazione, lo svolgimento e l'esito di queste prove verrà trattato in dettaglio nel CAPITOLO 2.

Per quanto riguarda invece la Caratterizzazione Meccanica degli Elementi Strutturali, ossia dei provini di solai compositi, c'è da dire innanzitutto che essa costituisce il lavoro principale della presente tesi. Tale caratterizzazione è consistita in una serie di Prove di Carico a più cicli sui provini di diverse lunghezze fino ad arrivare a valori per i quali si è riconosciuta la rottura. In particolare sono stati disposti i provini su due appoggi ed è stato applicato un carico concentrato (ripartito per tutta la larghezza della sezione del provino) in mezzzeria, e attraverso dei trasduttori di spostamento è stato possibile ricavare i grafici Carico-Spostamento. La configurazione di prova è in pratica la stessa sia per i provini corti ($L=1,20m$) sia per i provini lunghi

($L = 2,80\text{m}$); dai primi si voleva generare una rottura dovuta principalmente alla deformazione per taglio, vista la ridotta lunghezza, mentre nei secondi lo scopo era di far prevalere la deformazione dovuta a flessione, rendendola responsabile della conseguente rottura del provino. Queste prove di carico sono trattate approfonditamente nel CAPITOLO 3, del quale si può anticipare che le prove sui provini corti sono servite principalmente per caratterizzare quella che verrà chiamata Rigidezza a Taglio “AG”, vera e propria caratteristica meccanica dell’elemento strutturale; le prove sui provini lunghi sono state utili invece per interpretare il comportamento e i fenomeni riscontrati per i diversi livelli di carico raggiunti, interpretati successivamente dalla teoria sui Pannelli Sandwich, tipologia strutturale in cui questi elementi di solaio, come già detto, ricadono.

CAPITOLO 2 – Prove di caratterizzazione dei materiali

2.1 Premessa

Queste prove di caratterizzazione meccanica dei materiali non facevano parte della campagna sperimentale iniziale, la quale includeva solamente le prove di carico sui sei provini di solai compositi. La loro necessità si è manifestata quando si è eseguita l'interpretazione teorica mediante le teorie sui pannelli sandwich riportate in letteratura. La mancanza di certificazioni sulle caratteristiche meccaniche dei materiali con cui sono stati realizzati i provini di solaio stessi ha reso necessaria l'esecuzione di tali prove, che inizialmente, per quanto riguarda i materiali cementizi, dovevano essere eseguite su dei cubetti 15cm x 15 cm da far realizzare dalla ditta produttrice, mentre per quanto riguarda l'acciaio i campioni sarebbero stati estratti da un traliccio metallico nudo inviato dalla ditta stessa.

La ristrettezza dei tempi non ha reso possibile la preparazione di tali campioni, in quanto si sarebbero dovuti rispettare i relativi tempi di maturazione, da sommarsi ai tempi di spedizione. Si è optato perciò per l'estrarre tali campioni da dei provini di solai della lunghezza di $L=1,50m$ precedentemente pervenuti in laboratorio, ma ritenuti inadatti alle prove di carico, in quanto la faccia inferiore possedeva uno spessore di soli 2cm, insufficienti a ricoprire i ferri di intradosso dei tralici d'armatura. Sono stati perciò eseguiti dei carotaggi sulla soletta di uno di questi provini, mentre successivamente, per demolizione manuale dello stesso, è stato estratto un traliccio metallico dal quale ricavare i campioni d'acciaio. Per quanto riguarda il cemento cellulare invece non è stato possibile estrarre dei provini integri, poiché il materiale è molto friabile e l'operazione di carotaggio è stata impossibile; per quest'ultimo ci si affiderà ai valori forniti dalla ditta, seppur privi di certificazione.

Tali prove, per quanto riportate in questo elaborato prima delle prove di carico sui provini di solaio, sono state pensate e realizzate successivamente a queste ultime, in quanto si sono rese necessarie per l'interpretazione teorica delle stesse.

2.2 Materiali costituenti i provini di solaio

Di seguito sono elencati i materiali costituenti i provini di solaio oggetto di prova, così come sono stati dichiarati dalla ditta, la quale ha fornito la bozza del brevetto dei solai, in cui compaiono anche le composizioni dei singoli materiali qui di seguito riportate.

2.2.1 MALTA

La malta è il materiale principale costituente sia la faccia superiore (soletta) sia la faccia inferiore (fondello) del solaio, e per quest'ultimo realizza allo stesso tempo anche la finitura superficiale all'intonaco. Nella fattispecie questa è una malta superfluida, così composta (per m³ di malta prodotta):

- 350 Kg di cemento Portland;
- 1.700 Kg di sabbia fine e pulita;
- 210 litri d'acqua;
- 5 Kg di fluidificante FLUOPLAN "L", costituito da carbossilato o simili, naftelensulfonato, melamina formaldeide, o miscela dei due, in dosi opportune.

Tale malta risulta avere una massa volumica, dichiarata dalla ditta, che si aggira attorno ai 2.140 Kg/m³. Tale valore sarà verificato in fase di preparazione dei campioni da sottoporre a prove di carico a rottura.

2.2.2 CEMENTO CELLULARE

È il materiale che principalmente si trova nel nucleo e che è caratterizzato da scarse proprietà meccaniche e bassa massa volumica, la quale risulta essere, sempre secondo quanto dichiarato dalla ditta produttrice, attorno ai 350 Kg/m³. Questo cemento è caratterizzato da una struttura molto porosa, che lo rende friabile alla semplice pressione manuale.

Questo materiale è così composto (per m³ di cemento cellulare prodotto):

- 200 Kg di cemento Portland, Pozzolatico o cemento magnesiaco;
- 110 litri d'acqua;

- Schiuma in debite proporzioni, in modo tale da garantire la massa volumica di circa 350 Kg/m^3 e la tipica struttura cellulare. Tale schiuma è formata prima di essere inserita nella miscela e viene prodotta mediante un agente schiumogeno di origine vegetale, sintetica o proteinica;
- 2 Kg di fibre in materiale vegetale o artificiale, per conferire maggiore compattezza e aumentare la resistenza al taglio, alla flessione e all'urto.



(a)



(b)

Figura 2.1 (a): Malta utilizzata per realizzare entrambe le facce dei provini di solaio. (b): Cemento cellulare costituente il nucleo dei provini. Notare la struttura compatta del primo rispetto alla struttura cellulare del secondo.

Questo materiale, non di funzione strutturale viste le scarse caratteristiche meccaniche, fornisce un ottimo isolamento termico, data la struttura cellulare e quindi l'enorme quantità di aria inglobata, un ottimo isolamento acustico e di resistenza al fuoco, nonché una notevole economia di costo.

L'idea fondamentale nell'utilizzare questo materiale è di sostituirlo al polistirene espanso (più comunemente noto come polistirolo) o al laterizio, materiali che sono prodotti con un elevato consumo energetico o legati al prezzo crescente del petrolio. Inoltre il calcestruzzo cellulare essendo un materiale lapideo non subisce differenziazione all'atto dello smaltimento, diminuendo così l'impatto ambientale dell'intero ciclo di vita del prodotto.

2.2.3 TRALICCIO METALLICO

Il traliccio metallico, come già descritto, è costituito da dei tondini in acciaio di diverso diametro saldati tra loro in modo da formare la geometria del traliccio stesso. In particolare il corrente superiore è formato da un tondino $\phi = 8\text{mm}$ ad aderenza

migliorata, mentre il corrente inferiore da due tondini $\phi = 5\text{mm}$ sempre ad aderenza migliorata e posti a distanza di 9cm tra loro; corrente inferiore e superiore distano tra loro $d = 21\text{cm}$ e sono collegati mediante saldatura ai diagonali. Questi ultimi sono realizzati tramite piegatura continua di tondini $\phi = 5\text{mm}$, stavolta lisci. I diametri dei ferri sopra citati sono quelli nominali dichiarati dalla ditta.

2.2.4 RETE METALLICA

La rete metallica è situata nella faccia inferiore e ad essa vengono fissati i tralicci metallici in modo che rimangano in posizione nelle successive fasi di getto. Essa può essere una rete metallica fine di qualsiasi tipo, come la classica “rete da pollaio”, oppure di spessore più consistente come la rete tipo pernervo-metal, ossia la comune rete porta intonaco, che nella fattispecie di questa campagna sperimentale è stata utilizzata e che si può vedere in Fig. 1.4 (d).

2.2.5 BARRE D’ACCIAIO TRASVERSALI

Sono delle barre metalliche del diametro $\phi = 8\text{mm}$ e di lunghezza pari alla larghezza della sezione trasversale e disposte a 50 cm l’una dall’altra. Queste barre collegano tra loro i tralicci metallici mediante legatura delle stesse ai ferri longitudinali che costituiscono i correnti superiori del traliccio. Il loro scopo è quello di ripartire i carichi applicati tra i tralicci, e assieme alla rete metallica inferiore costituiscono una gabbia d’armatura che ha un certo assetto rigido anche in senso trasversale, contrastando così l’imbarcamento trasversale stesso del solaio.

2.2.6 RETE ELETTRISALDATA

Questa è la classica rete elettrosaldata di maglia 15cm x 15cm e costituita da dei tondini in acciaio $\phi = 5\text{mm}$ ad aderenza migliorata, disposta in genere sopra ogni soletta di completamento dei solai con funzione di ripartizione dei carichi, e perciò è stata utilizzata anche nella realizzazione di questi provini, disposta ovviamente sopra le barre d’acciaio trasversali che collegano i tralicci. Può essere notata la sua disposizione nella Fig. 1.4 (c).

2.3 Campionatura dei materiali

La fase di campionatura dei materiali ha riguardato solamente quei materiali costituenti elementi del solaio che hanno funzioni strutturali, ossia la malta delle facce dei provini e l'acciaio del traliccio metallico. Per quanto riguarda il cemento cellulare, del quale inizialmente non si sapeva se avesse un contributo strutturale non trascurabile, nonostante le sue scarse proprietà meccaniche dichiarate, non si è potuto eseguire un campionamento, poiché è risultato molto friabile, impedendo così la campionatura del materiale stesso; ci si è affidati perciò ai risultati forniti dalla ditta commissionatrice delle prove.

Come già detto i materiali sono stati estratti da un provino integro dei tre ritenuti non idonei alle prove di carico dato l'esiguo spessore con cui è stato realizzato il fondello.

2.3.1 CAMPIONATURA DELLA MALTA

Sono stati eseguiti sulla superficie della soletta di detto provino dei carotaggi tramite macchina carotatrice alla quale è stata montata una corona diamantata del diametro interno nominale di 45 mm. Sono state estratte tre carote da posizioni diverse, avendo cura di verificare che non fossero inclusi ferri d'armatura; tale operazione è stata semplice dato che si conosceva la posizione dei tralici e sulla superficie erano in evidenza delle micro fessure da ritiro che segnavano la posizione della rete elettrosaldata, molto prossima alla superficie stessa.

Da ogni carota è stato possibile ottenere un solo campione cilindrico, essendo lo spessore della soletta $t_1 = 7\text{cm}$, in modo da avere un rapporto altezza/diametro $h/\phi = 1$, così da poter confrontare la resistenza a rottura delle stesse con la Resistenza Cubica su di un provino cubico standard $15\text{cm} \times 15\text{cm} \times 15\text{cm}$, così come dettato dalla norma UNI-EN 12504-1. Tale norma è da seguire obbligatoriamente per l'esecuzione dei carotaggi e la preparazione dei provini, in quanto riportata nel D.M. 14/01/2008 "NTC 08", ci si è riferiti ad essa quindi in tutte le fasi riguardanti la realizzazione di tali campioni.

Una volta ottenute le carote esse sono state tagliate attraverso una squadatrice in modo da ottenere i provini cilindrici, dopodiché le sue superfici sono state rettificare attraverso un disco diamantato, in modo da ottenere una buona planarità delle stesse.

Successivamente ognuno dei tre provini ottenuti è stato pesato e misurato il diametro e l'altezza in tre posizioni differenti di cui poi è stata fatta la media.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.2 Fasi di campionatura della malta. (a): carotaggi sulla superficie della soletta, (b): taglio dei campioni mediante squadratrice, (c): rettifica superfici dei campioni tramite disco diamantato, (d): pesatura e misurazioni dei campioni.



Figura 2.3 Campioni cilindrici della malta delle facce dei solai compositi, pronti per le prove di compressione a rottura.

Dalle operazioni precedentemente descritte si sono ottenute le seguenti caratteristiche dei tre campioni di malta:

	DIAMETRI [mm]			ALTEZZE [mm]			MASSA [g]
	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	h1	h2	h3	m
1° CAMPIONE	44,60	44,64	44,62	45,10	45,09	44,72	140,90
2° CAMPIONE	44,67	44,65	44,63	44,27	45,06	44,33	137,90
3° CAMPIONE	44,72	44,69	44,72	45,20	45,60	45,68	146,00

	Diametro ϕ [cm]	Altezza h [cm]	Forma h/ ϕ [-]	Area A [cm ²]	Volume V [cm ³]	Massa Vol. ρ [Kg/m ³]
1° CAMPIONE	4,46	4,50	1,008	15,64	70,32	2004
2° CAMPIONE	4,47	4,46	0,998	15,66	69,76	1977
3° CAMPIONE	4,47	4,55	1,018	15,70	71,42	2044
V. MEDI	4,47	4,50	1,008	15,66	70,50	2008

Figura 2.4 Caratteristiche geometriche e fisiche dei campioni di malta.

2.3.2 CAMPIONATURA DEL CEMENTO CELLULARE

Come già anticipato, sul cemento cellulare non è stato possibile eseguire dei carotaggi, data la sua consistenza friabile. Si farà riferimento perciò ai valori forniti dalla ditta produttrice e qui di seguito riportati, la quale ha eseguito delle prove di carico a rottura su tre cubetti di cemento cellulare di lato 15cm. L'interesse alle caratteristiche meccaniche di tale materiale, per quanto non di funzione direttamente strutturale, sta nel fatto di capire come esso possa influire sulla rigidità a taglio del nucleo ed in particolare sul possibile confinamento dei diagonalmente compressi del traliccio presenti nel nucleo; tale problema è affrontato in dettaglio nei capitoli successivi. Tali valori sono privi di certificazione, il loro valore quindi è da intendersi puramente indicativo e funzionale solo all'interpretazione dei risultati sperimentali ottenuti nel presente lavoro.

	Lato L [cm]	Altezza h [cm]	Forma h/L [-]	Massa Vol. ρ [Kg/m ³]
1° CUBETTO	15,0	15,0	1,00	352
2° CUBETTO	15,0	15,0	1,00	367
3° CUBETTO	15,0	15,0	1,00	345
V. MEDI	15,0	15,0	1,00	355

Figura 2.5 Caratteristiche geometriche e fisiche dei cubetti di cemento cellulare.

2.3.3 CAMPIONATURA DELL'ACCIAIO DEL TRALICCIO

Per la campionatura dell'acciaio costituente il traliccio metallico è stato necessario demolire parzialmente il provino sul quale sono stati eseguiti successivamente i carotaggi precedentemente descritti; tale demolizione è stata eseguita manualmente. Una volta estratto il traliccio, da questo sono stati ricavati diversi campioni delle tre parti che lo costituiscono, ossia estradosso, intradosso e diagonali, per un totale di nove campioni così ripartiti:

- N°3 campioni dei diagonali;
- N°4 campioni dei ferri d'intradosso (N°1 senza saldatura e N°3 con saldatura);
- N°2 campioni del ferro d'estradosso (N°1 senza saldatura e N°1 con saldatura);

Per quanto riguarda queste ultime due tipologie sono stati prelevati dei campioni privi di saldatura e alcuni in cui tale saldatura è presente. Il duplice scopo di questa scelta è stato quello di vedere se la saldatura avesse in qualche modo alterato quelle che sono le tensioni di snervamento e di rottura del ferro e allo stesso tempo di avere dei campioni abbastanza lunghi sui quali poter applicare l'estensimetro. L'applicazione dell'estensimetro è stata necessaria per ottenere i diagrammi sforzi-deformazioni, necessari per ricavare la tensione di snervamento (convenzionale, allo 0,2% di deformazione residua permanente), quando questa non sia riscontrabile da parte del tecnico di laboratorio. L'acciaio del traliccio infatti è stato piegato per la sua realizzazione, perciò tale tensione di snervamento potrebbe non essere più visibile, soprattutto per i piccoli diametri, ed inoltre tale valore è prossimo al valore della tensione di rottura.

I campioni una volta estratti dal traliccio sono stati poi ripuliti dai residui di malta e cemento attraverso spazzolatura, è stata livellata la zona del taglio e successivamente pesati e misurati per ottenere il diametro equivalente effettivo " ϕ_{EQ} " mediante il metodo della "BARRA EQUIPESANTE". Questo metodo utilizza il peso (o meglio la massa "m") del provino e la sua lunghezza "L" per ottenere, nota la massa volumica dell'acciaio $\rho_A = 7.800 \text{ Kg/m}^3$, l'area della sezione "A" e quindi il diametro equivalente effettivo:

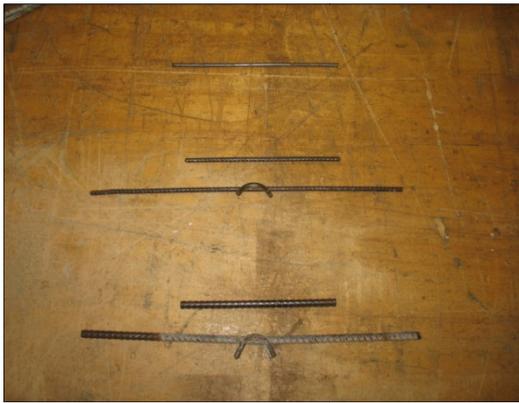
$$A = \frac{m}{1.000 \cdot \rho_A \cdot L} \quad ; \quad \phi_{EQ} = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (2.1)$$



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.6 Fasi di preparazione dei campioni di acciaio del traliccio. (a): demolizione manuale di parte del provino di solaio, (b): prelievo dei campioni di acciaio dal traliccio, (c): pulitura dei campioni mediante spazzolatura, (d): pesatura e misura dei campioni d'acciaio.

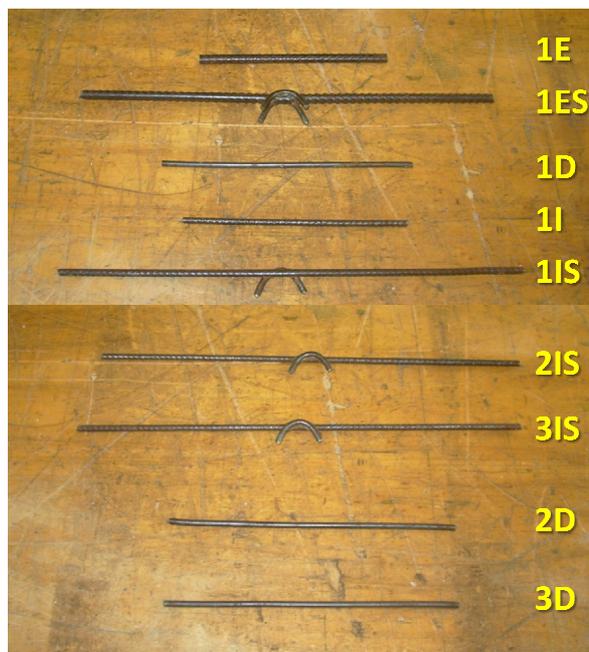


Figura 2.7 Campioni dell'acciaio del traliccio metallico con rispettive etichettature.

I campioni sono stati poi successivamente etichettati con delle sigle ben riconducibili alla propria tipologia, e le caratteristiche geometriche e fisiche sono riportate nella seguente tabella:

Tipologia	Etichetta	Massa m [g]	Lunghezza L [cm]	Area equiv. A [mm ²]	Diam. Eq. Φ_{EQ} [mm]
Estradosso	1E	61,4	16,0	48,89	7,9
Estradosso con saldatura	1ES	-	-	48,89	7,9
Intradosso	1I	26,2	16,9	19,75	5,0
Intradosso con saldatura	1IS	-	-	19,75	5,0
Intradosso con saldatura	2IS	-	-	19,75	5,0
Intradosso con saldatura	3IS	-	-	19,75	5,0
Diagonale	1D	27,3	19,8	17,56	4,7
Diagonale	2D	-	-	17,56	4,7
Diagonale	3D	-	-	17,56	4,7

Figura 2.8 Caratteristiche geometriche e fisiche dei campioni di acciaio del traliccio.

2.4 Apparecchiatura di prova

Tutte le prove sui materiali, quindi sia quelle a compressione sui campioni di malta sia quelle a trazione sui campioni di acciaio, sono state eseguite presso Il LaPS-LaRM (Laboratorio Prove Strutture- Laboratorio Resistenza Materiali) della Facoltà di Ingegneria di Bologna, utilizzando la Macchina Universale AMSLER della portata di 100KN=10t, dotata di estensimetro per la misura della deformazione.



(a)



(b)

Figura 2.9 (a): Macchina Universale AMSLER, (b): estensimetro.

2.5 Caratterizzazione della malta

I tre campioni cilindrici di malta sopra descritti sono stati sottoposti alla prova di compressione monoassiale attraverso la macchina universale prima citata. Il fatto di avere un fattore di forma $h/\phi = 1$ rende il valore della tensione di rottura direttamente paragonabile col valore di resistenza cubica “ R_c ”, così come prescritto nella già citata norma UNI-EN 12504-1; ciò è ulteriormente confermato dalla modalità di rottura dei campioni, i quali seguono principalmente la forma a “clessidra” tipica dei provini cubici. Tali prove sono state eseguite in conformità alla normativa vigente, ossia alle norme UNI EN 12390.

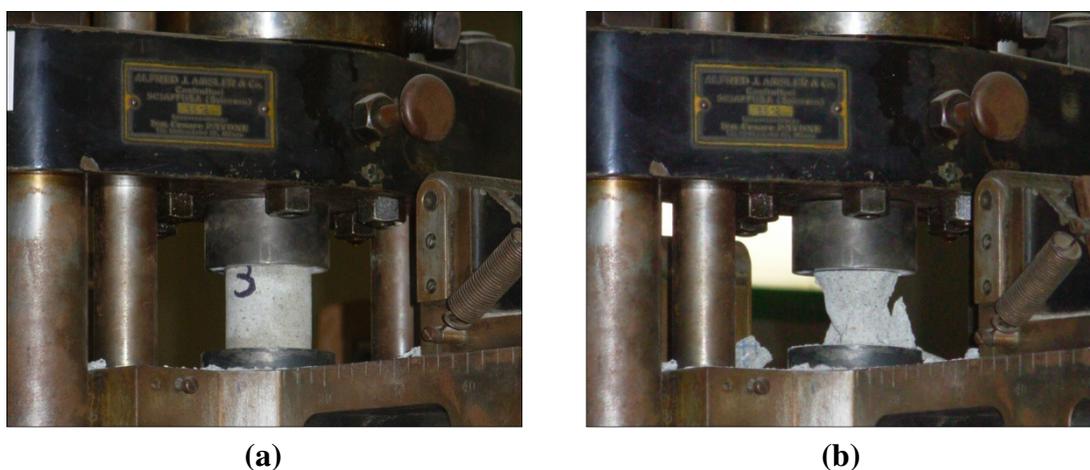


Figura 2.10 Campione cilindrico di malta. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

I risultati di queste prove sono riportati nella tabella seguente, dove la Resistenza cilindrica “ f_c ” è stata ottenuta mediante la formula fornita dal D.M. 14/01/2008-“NTC’08” al Par. 11.2.10, ossia:

$$f_c = 0,83 \cdot R_c \quad (2.2)$$

Ed ovviamente, dalle UNI EN 12390:

$$R_c = \frac{P_T}{A} \quad (2.3)$$

	P_T [Kg]	A [cm ²]	R_c [Kg/cm ²]	f_c [Kg/cm ²]	R_c [Mpa]	f_c [Mpa]
1° CAMPIONE	7730	15,64	486	403	49	40
2° CAMPIONE	7000	15,66	439	364	44	36
3° CAMPIONE	9840	15,70	616	511	62	51
VALORI MEDI	-	-	513	426	51	43

Figura 2.11 Valori di Resistenza Cubica e Cilindrica in diverse unità di misura.

Attraverso l'utilizzo della Statistica della Distribuzione Normale Standard, è stato possibile ottenere i valori caratteristici della resistenza cilindrica e cubica della malta:

RESISTENZA CUBICA MEDIA:

$$R_{cm} = \bar{x} = \mu = \sum_{i=1}^n \frac{R_{ci}}{n} = \frac{49+44+62}{3} = 51\text{MPa} = 513\text{Kg/cm}^2 \quad (2.4)$$

SCARTO QUADRATICO MEDIO:

$$s^2 = \sigma^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{(R_{ci} - \mu)^2}{3} = \frac{(49-51)^2 + (44-51)^2 + (62-51)^2}{3} = 55,80\text{MPa}^2 = 5580\text{Kg}^2/\text{cm}^4 \quad (2.5)$$

DEVIAZIONE STANDARD:

$$s = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{55,80} = 7,47\text{MPa} = 74,7\text{Kg/cm}^2 \quad (2.6)$$

VARIABILE NORMALIZZATA:

Si prenderà da apposite tabelle il valore di tale variabile a cui corrisponde la probabilità del 5% si non essere superato, come dettato dal D.M. 14/01/2008 per poter classificare questi materiali ed ottenere i valori caratteristici da utilizzare nelle fasi di Progetto e Verifica agli Stati Limite.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \xrightarrow{k=5\%} -1,64 \quad (2.7)$$

RESISTENZA CUBICA CARATTERISTICA:

$$R_{ck} = x = \mu - 1,64 \cdot \sigma = 51 - 1,64 \cdot 7,47 = 39\text{MPa} = 390\text{Kg/cm}^2 \quad (2.8)$$

RESISTENZA CILINDRICA CARATTERISTICA:

$$f_{ck} = 0,83 \cdot R_{ck} = 0,83 \cdot 39 = 32\text{MPa} = 320\text{Kg/cm}^2 \quad (2.9)$$

Secondo la classificazione riportata nel D.M. 14/01/2008 questo materiale è paragonabile ad un calcestruzzo C30/40. Le seguenti caratteristiche meccaniche verranno perciò calcolate secondo quanto dettato dal decreto ministeriale, in particolare al Par. 11.2.10, in quanto non è stato possibile per le già citate questioni sui tempi di preparazione dei provini, eseguire apposite prove di trazione diretta e a flessione.

RESISTENZA MEDIA A TRAZIONE SEMPLICE (ASSIALE):

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,30 \cdot 30^{2/3} = 2,90\text{MPa} = 29\text{Kg/cm}^2 \quad (2.10)$$

RESISTENZA MEDIA A TRAZIONE PER FLESSIONE:

$$f_{cfm} = 1,20 \cdot f_{ctm} = 1,20 \cdot 2,90 = 3,50 \text{MPa} = 35 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.11)$$

MODULO ELASTICO ISTANTANEO SECANTE:

$$E_{cm} = 22.000 \cdot [f_{cm}/10]^{0,3} = 22.000 \cdot [39/10]^{0,3} = 33.985 \text{MPa} = 339.850 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.12)$$

COEFFICIENTE DI POISSON:

$$v_c = 0,20 \quad (\text{calcestruzzo non fessurato}) \quad (2.13)$$

2.6 Caratterizzazione del cemento cellulare

Per tale materiale, non essendo stato possibile, per le cause già dette, campionare il materiale, se è fatto riferimento ai risultati ottenuti dalla ditta produttrice attraverso delle prove di carico su provini cubici:

	R_c [Kg/cm ²]	R_c [Mpa]
1° CUBETTO	5,79	0,579
2° CUBETTO	7,86	0,786
3° CUBETTO	9,15	0,915
V. MEDI	7,60	0,760

Figura 2.12 Valori di resistenza cubica delle prove eseguite dalla ditta produttrice.

Per quanto riguarda tutte le altre caratteristiche meccaniche, essendo questo un calcestruzzo (o meglio un cemento) alleggerito, il D.M. 14/01/2008 esplicita che le formule in esso contenute e precedentemente utilizzate per la malta, non possono essere utilizzate per tale materiale non convenzionale.

Si anticipa che nei successivi capitoli sarà ottenuto, attraverso i risultati delle prove a taglio sui provini di solaio, il modulo elastico tangenziale e normale del nucleo, ipotizzandolo come un “MATERIALE FITTIZIO OMOGENEO”. Questo materiale si considererà avere le stesse caratteristiche del nucleo, in cui interagiscono simultaneamente i diagonali metallici del traliccio e in cemento cellulare, di sua natura perciò eterogeneo. A tale materiale sarà associato un Coefficiente di Poisson identico a quello del calcestruzzo non fessurato, ossia:

$$v_n = 0,20 \quad (2.14)$$

2.7 Caratterizzazione dell'acciaio

I nove campioni d'acciaio del traliccio metallico precedentemente descritti sono stati sottoposti a prova di trazione monoassiale, anch'essi utilizzando la macchina universale AMSLER. Sui campioni in cui è presente la saldatura, essendo più lunghi, è stato possibile applicare l'estensimetro, cosa che non è stato possibile fare sui provini privi di saldatura, in quanto troppo corti. Per eseguire tali prove è stato seguito quanto dettato dalla normativa in vigore, ossia la UNI EN ISO 15630-1.



(a)



(b)

Figura 2.13 (a): provino lungo con applicazione dell'estensimetro, (b): provino corto senza applicazione dell'estensimetro.



Figura 2.14 Modalità di rottura dei campioni d'acciaio del traliccio.

Come si vede dalla Fig. 2.14, le modalità di rottura sono considerate tutte positive, essendo avvenute nella zona centrale e in alcuni casi al limite, vicino alla zona di ammorsamento, ma pur sempre da considerarsi positive.

Su tali barre, avendo esse subito delle piegature per la realizzazione del traliccio metallico, in alcuni casi non è stato possibile identificare il valore di tensione di snervamento da parte del tecnico di laboratorio, soprattutto per i diametri minori. Ciò è riferito ovviamente al caso in cui al campione non è stato possibile applicare l'estensimetro attraverso il quale ottenere i diagrammi carico-deformazione, da cui è stato calcolato per via grafica il carico di snervamento. Secondo le norme in vigore deve essere preso convenzionalmente il valore che provoca la deformazione residua permanente dello 0,2%. L'effetto della piegatura del ferro porta inoltre l'avvicinamento del valore della tensione di snervamento al valore della tensione di rottura. I risultati ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

	Area equiv. As [mm ²]	Carico snervam. P _y [Kg]	Carico rottura P _t [Kg]	Tensione snervam. f _y [MPa]	Tensione rottura f _t [MPa]	Tensione snervam. f _y [Kg/cm ²]	Tensione rottura f _t [Kg/cm ²]
1E	48,89	2860	3160	574	634	5739	6341
1ES	48,89	2725	3160	547	634	5468	6341
1I	19,75	non visibile	1320	non visibile	656	non visibile	6557
1IS	19,75	1315	1385	653	688	6532	6880
2IS	19,75	1235	1318	613	655	6135	6547
3IS	19,75	1190	1305	591	648	5911	6482
1D	17,56	non visibile	1160	non visibile	648	non visibile	6479
2D	17,56	non visibile	1255	non visibile	701	non visibile	7009
3D	17,56	non visibile	1268	non visibile	708	non visibile	7082

Figura 2.15 Valori dei carichi e delle tensioni di snervamento e rottura dei provini d'acciaio, in diverse unità di misura.

Dalla tabella si può notare innanzitutto come la saldatura non abbia in alcun modo modificato i valori delle tensioni di snervamento e rottura; inoltre tali valori sono assolutamente paragonabili per tutti gli elementi del traliccio.

Si può concludere perciò che il traliccio è realizzato in tutte le sue parti dalla stessa tipologia d'acciaio, ragion per cui i valori medi e caratteristici saranno calcolati senza alcuna distinzione tra i diversi campioni.

TENSIONE DI SNERVAMENTO MEDIA:

$$f_{ym} = \overline{x_y} = \mu_y = \sum_{i=1}^5 \frac{f_{yi}}{5} = 596 \text{MPa} = 5.960 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.15)$$

TENSIONE DI ROTTURA MEDIA:

$$f_{tm} = \overline{x_t} = \mu_t = \sum_{i=1}^9 \frac{f_{ti}}{9} = 664 \text{MPa} = 6.640 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.16)$$

SCARTI QUADRATICI MEDI:

$$s_y^2 = \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_{yi} - \mu_y)^2}{5} = 1.301 \text{MPa}^2 = 13.1000 \text{Kg}^2/\text{cm}^4 \quad (2.17)$$

$$s_t^2 = \sigma_t^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(f_{ti} - \mu_t)^2}{9} = 705 \text{MPa}^2 = 70.500 \text{Kg}^2/\text{cm}^4 \quad (2.18)$$

DEVIAZIONI STANDARD:

$$s_y = \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{1.301} = 36 \text{MPa} = 360 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.19)$$

$$s_t = \sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2} = \sqrt{705} = 27 \text{MPa} = 270 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.20)$$

VARIABILE NORMALIZZATA:

Si prenderà da apposite tabelle il valore di tale variabile a cui corrisponde la probabilità del 5% di non essere superato. Tale valore sarà ovviamente lo stesso sia per il calcolo della tensione caratteristica di snervamento sia per quella di rottura.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \xrightarrow{k=5\%} -1,64 \quad (2.21)$$

TENSIONE DI SNERVAMENTO CARATTERISTICA:

$$f_{yk} = x_y = \mu_y - 1,64 \cdot \sigma_y = 596 - 1,64 \cdot 36 = 537 \text{MPa} = 5.370 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.22)$$

TENSIONE DI ROTTURA CARATTERISTICA:

$$f_{tk} = x_t = \mu_t - 1,64 \cdot \sigma_t = 664 - 1,64 \cdot 27 = 620 \text{MPa} = 6.200 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.23)$$

Per quanto riguarda l'acciaio da calcestruzzo armato, tali valori caratteristici appena calcolati sono da considerare solo a carattere indicativo, in quanto il D.M.14/01/2008 prevede un solo tipo di tale acciaio, ossia il B450, differenziato a seconda del diametro e del suo utilizzo in B450A e B450C. A questa tipologia di acciaio la normativa assegna le seguenti caratteristiche meccaniche:

TENSIONE DI SNERVAMENTO CARATTERISTICA (B450):

$$f_{yk} \geq f_{y,nom} = 450\text{MPa} = 4.500 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.24)$$

TENSIONE DI ROTTURA CARATTERISTICA (B450):

$$f_{tk} \geq f_{t,nom} = 540\text{MPa} = 5.400 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.25)$$

MODULO ELASTICO:

$$E_s = 210.000\text{MPa} = 2.100.000 \text{Kg/cm}^2 \quad (2.26)$$

COEFFICIENTE DI POISSON:

$$\nu_s = 0,30 \quad (2.27)$$

Il valore della tensione di snervamento caratteristica per acciaio B450 sarà utilizzata per trovare il valore di progetto “ f_{yd} ”, da utilizzare in fase di Progetto e le Verifiche agli Stati Limite.

Il calcolo di tali valori caratteristici sono serviti giusto per paragonare l'acciaio dei provini a quell'unico ormai disponibile in commercio (B450), mentre per l'interpretazione delle prove di carico sui provini di solaio composito saranno utilizzati ovviamente i valori medi ottenuti dalle prove di trazione a rottura. Lo stesso ragionamento sui valori medi vale naturalmente anche per gli altri materiali con funzione strutturale che sono stati testati.

Le restanti caratteristiche dell'acciaio utilizzato nei provini di solaio, ossia Modulo Elastico e Coefficiente di Poisson, saranno presi identici a quelli dettati dal D.M. 14/01/2008 (Norme Tecniche per le Costruzioni) per l'acciaio B450 e che sono stati sopra riportati nelle equazioni (2.26) e (2.27).

CAPITOLO 3 - Prove di carico

3.1 Premessa

In questo capitolo è descritta l'attività fondamentale della campagna di sperimentazione condotta presso i laboratori LaPS-LaRM della Facoltà di Ingegneria di Bologna e oggetto del presente lavoro, ossia le Prove di Carico effettuate sui provini si solaio composito oggetto di studio. Tali prove sono state condotte sui sei provini pervenuti al laboratorio e precedentemente descritti nel Capitolo 1. Questa campagna sperimentale è consistita in una Prova a Punzonamento su di un provino corto (riutilizzato per eseguire su di esso una prova di carico a rottura, visto l'esito positivo della prima) e da una prova di carico a rottura su ognuno dei sei provini.

Sono state descritte per ogni prova le evidenze sperimentali riscontrate durante l'esecuzione delle stesse, nonché le osservazioni del tecnico di laboratorio che materialmente ha condotto le prove stesse; per ogni prova, tranne quella a punzonamento, è riportato il relativo grafico Carico-Spostamento. Tali dati saranno utili nei successivi Capitoli, quando dopo aver trattato la teoria che sta alla base di questa tipologia strutturale, ossia quella del "Pannello Sandwich", si andrà ad applicarla alle prove eseguite per vedere quanto e come queste Teorie riescano a cogliere il comportamento del solaio composito e come possano interpretare le diverse osservazioni sperimentali riscontrate durante l'esecuzione delle prove stesse.

L'apparecchiatura di prova ha fornito come output dei "file" in cui erano presenti dei valori che rappresentavano delle differenze di potenziale, le quali sono state moltiplicate per delle apposite costanti in modo da poter ricostruire i grafici Carico-Spostamento, elementi fondamentali per l'interpretazione delle prove.

3.2 Apparecchiatura di prova

Tutte le prove di carico seguenti sono state eseguite sul Banco di Prova LOSENHAUSEN, il quale è in grado di testare campioni fino a una lunghezza di 9 metri ed è dotato di due pistoni idraulici della portata di 200KN=20t ognuno mediante i quali applicare i carichi.

Gli spostamenti sono stati misurati attraverso dei Trasduttori di Spostamento Induttivo (LVDT), in più per le prove a flessione è stato utilizzato anche un

trasduttore di spostamento “a filo” sul pistone idraulico, poiché la diversa metodologia di misura degli spostamenti poteva generare la perdita di segnale come si vedrà in seguito. Tale dispositivo aggiuntivo è servito per ricostruire i grafici Carico-Spostamento e per tutelarsi quindi dalla possibile perdita d’informazione dei trasduttori LVDT.

I segnali inviati da questi trasduttori di spostamento sono stati raccolti ed elaborati da un calcolatore elettronico (Computer) per ottenere in tempo reale l’andamento del carico e dello spostamento appunto.



(a)



(b)

Figura 3.1 (a): Banco di Prova LOSENHAUSEN, (b) Trasduttori di Spostamento Induttivo (LVDT).



Figura 3.2 Strumentazione di raccolta e elaborazione dei segnali in tempo reale.

3.3 Prova a punzonamento

Si è deciso di eseguire questa prova in via cautelativa, poiché non esiste una normativa che la preveda per tale tipologia strutturale di solaio, e per verificare inoltre se la rete elettrosaldata, le barre trasversali di ripartizione tra i tralicci, e lo spessore stesso della soletta fossero adatti a prevenire tale tipo di rottura per carico puntuale. La normativa in vigore, ossia la prEN 15037-4, prescrive sì prove di punzonamento, ma sull'estradosso dei blocchi di alleggerimento (pignatte) dei comuni sistemi di solai a travi e pignatte. Tale prova è stata eseguita su di un provino di solaio corto, ossia di lunghezza $L = 1,20\text{m}$, il quale è stato posto sul banco di prova su di due appoggi estesi lungo tutta la sua larghezza e ad una luce di $L^* = 0,70\text{m}$. Il carico è stato applicato all'estradosso da uno dei pistoni idraulici che ha agito su di un cubetto di legno duro di base $5\text{cm} \times 5\text{cm}$. Si è applicato quindi un carico progressivamente crescente e a bassa velocità ovviamente, in maniera tale da non indurre effetti dinamici, fino a un valore di carico di $P = 10\text{KN} = 1\text{t}$, ben al di sopra quindi dei valori previsti dalla normativa prima citata. Al raggiungimento di tale valore si è quindi deciso di interrompere la prova, non avendo manifestato il provino alcun segno di rottura a punzonamento. L'esito della prova è da ritenersi dunque assolutamente positivo, come si può vedere dalla seguente figura, ragion per cui si è deciso di sottoporre tale provino anche alla prova di carico a rottura (1° Prova a Taglio), poiché lo si è considerato assolutamente integro. Come si vedrà tale integrità è confermata anche dal confronto dei tre grafici delle prove di carico a taglio sui provini corti. Per il carattere di puro scopo cautelativo che ha avuto questa prova, non si è ritenuto necessario strumentare il provino per ottenere grafici Carico-Spostamento.



(a)



(b)

Figura 3.3 Prova a punzonamento. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

3.4 Prove di carico a taglio

3.4.1 CONFIGURAZIONE DI PROVA

Per le prove di carico a taglio ognuno dei tre “Provini Corti”, ossia di lunghezza $L = 1,20\text{m}$, è stato disposto sul banco di prova su due appoggi semplici posti a una distanza $L^* = 0,70\text{m}$, con larghezza di base di 15cm e che si estendono per tutta la larghezza della sezione trasversale del provino stesso. Il carico è stato applicato attraverso un pistone idraulico nella mezzeria della luce tra gli appoggi, carico trasferito al provino attraverso una trave metallica sufficientemente rigida, anch'essa estesa per tutta la larghezza del provino, in modo da ripartire il carico uniformemente su tutta la sezione. Tra la trave metallica e il provino è stata disposta una striscia di materiale polimerico della larghezza di 4cm in maniera tale che le asperità superficiali del provino fossero colmate, evitando perciò concentrazioni di carico in alcuni punti della superficie dello stesso, garantendo così un trasferimento del carico ottimale.

Gli spostamenti presi in considerazione sono quelli della sezione di mezzeria, i quali sono stati misurati attraverso due trasduttori di spostamento (LVDT), uno per lato, che hanno registrato gli spostamenti agendo direttamente sulla superficie di intradosso del provino. Gli LVDT sono stati fissati, tramite una barra trasversale, ai supporti che costituiscono gli appoggi del provino; questo sistema è stato reputato sufficientemente rigido, tale da non subire deformazioni che influiscano sulla precisione richiesta dalla prova per la misura degli spostamenti, durante le fasi di carico.

La prova ha seguito i seguenti cicli di Carico-Scarico:

- ASSESTAMENTO: 0 kN – 1 kN
- 1° STEP: 1 kN – 10 kN
- 2° STEP: 1 kN – 20 kN
- 3° STEP: 1 kN – 40 kN
- 4° STEP: 1 kN – a rottura

Scopo dell'utilizzare più cicli di carico è stato quello di mettere in evidenza eventuali fenomeni d'isteresi nel provino, situazione che si può già anticipare non essersi verificata in nessuna delle tre prove.

Si ricorda che lo scopo di questa tipologia di prova è quello di provocare una rottura del provino dovuta principalmente alla deformazione a taglio, la quale prevarica su quella dovuta a flessione proprio in virtù della luce tra gli appoggi “L*” ridotta.

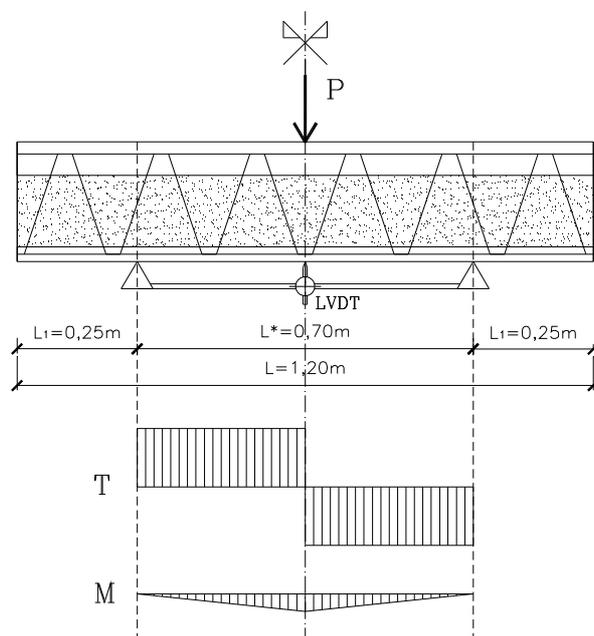


Figura 3.4 Schema della configurazione delle Prove di Carico a Taglio e stato di sollecitazione sulle sezioni trasversali del provino.



(a)



(b)

Figura 3.5 (a): Configurazione delle Prove di Carico a Taglio, (b): particolare del posizionamento dei Trasduttori di Spostamento (LVDT).

3.4.2 1° PROVA A TAGLIO

Per 1° Prova a Taglio è da intendersi la prova di carico a rottura eseguita su di un primo “provino corto”, che in questo caso è il medesimo utilizzato per la precedente prova a punzonamento. Come in tutte queste prove, sono stati rilevati attraverso gli LVDT gli spostamenti nella sezione in mezzzeria sui due lati, e tramite una media dei due valori si è ottenuto lo spostamento medio, ossia nel punto medio della larghezza di tale sezione. L’Output della prova è il seguente diagramma Carico-Spostamento, ottenuto tramite elaborazione con foglio elettronico EXCEL dei valori delle differenze di potenziale restituite dalla strumentazione di prova:

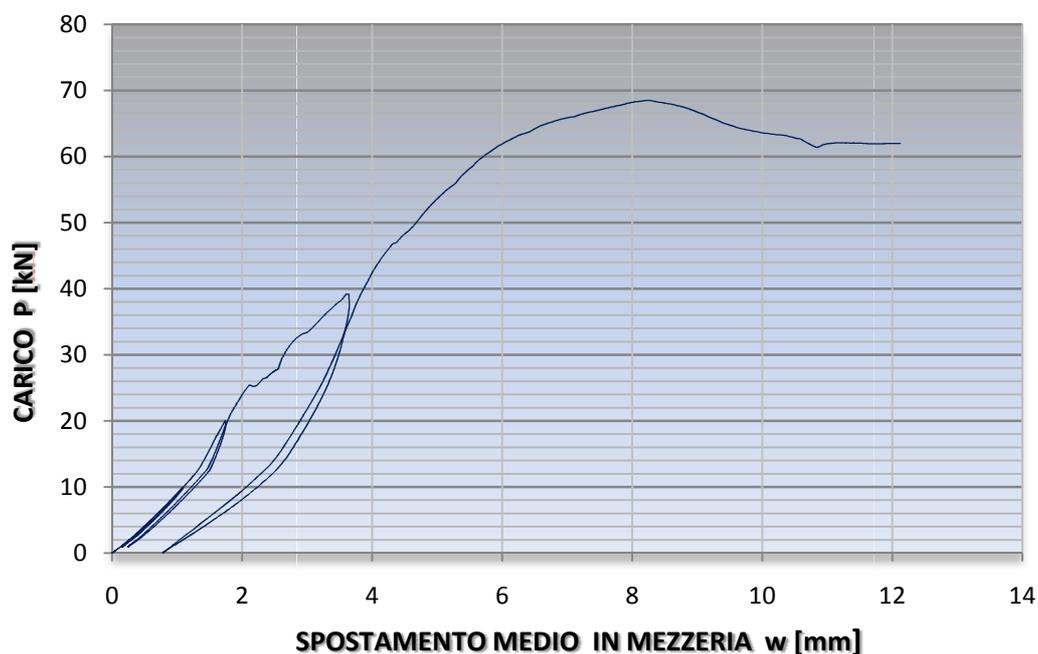


Figura 3.6 Grafico Carichi-Spostamenti per la 1° PROVA A TAGLIO.



Figura 3.7 1° PROVA A TAGLIO. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Durante l'esecuzione di questa prova non si è riscontrato nessun evento di particolare interesse fino a un valore di poco inferiore al carico di $P \cong 20\text{KN} = 2\text{t}$. Un attimo prima di effettuare il primo "scarico", completando così il primo ciclo, si è sentito un leggero rumore, come di una frattura, non riscontrato però da un esame visivo delle superfici esterne del provino, ne tantomeno è stata vista nessuna variazione nel grafico Carichi-Spostamenti, il quale ha continuato ad avere un comportamento pressoché lineare.

Tale fenomeno non si è più manifestato fino a quando il valore del carico applicato non ha superato il livello massimo del primo ciclo, ossia $P \cong 20\text{KN} = 2\text{t}$. Al superamento di tale valore il suono di frattura si è riverificato per un carico di circa $P \cong 25\text{KN} = 2\text{t}$, evidenziando stavolta un leggero picco sul grafico, il quale non ha alterato il suo andamento lineare. Lo stesso fenomeno appena descritto si è riverificato per $P \cong 33\text{KN} = 3,3\text{t}$.

Superato tale livello di carico, hanno iniziato ad aprirsi vistosamente delle fessure verticali (notate precedentemente per livelli di carico inferiori) parallele allo spessore della soletta (faccia superiore) e in corrispondenza alla sua mezzeria. Altre fessure hanno iniziato ad aprirsi anche sul fondello (faccia inferiore), inclinate e a passo regolare, che si è visto corrispondere con la zona d'attacco dei diagonali compressi alle barre longitudinali d'intradosso dei tralicci metallici.

Inoltre, delle fessure inclinate sul cemento cellulare del nucleo, precedentemente formatesi, sono sfociate nell'espulsione graduale del materiale stesso, e grazie a tale fenomeno si è potuto osservare che queste fessure si sono manifestate in corrispondenza della posizione dei diagonali compressi del traliccio, i quali si sono vistosamente instabilizzati verso l'esterno, espellendo appunto il cemento cellulare.

L'andamento lineare del grafico precedentemente citato si è perso raggiunto il carico di $P \cong 60\text{KN} = 6\text{t}$, perdendo progressivamente rigidità fino al valore di picco di $P \cong 68,5\text{KN} = 6,9\text{t}$, valore oltre il quale il carico ha iniziato a calare, gli spostamenti sono diventati sempre maggiori e si è sentenziata quindi la "rottura" del provino.

3.4.3 2° PROVA A TAGLIO

Tale prova è stata condotta su di un secondo “provino corto” non ancora utilizzato per nessun tipo di prova e quindi di sicuro perfettamente integro. La configurazione di prova, la disposizione dei trasduttori di spostamento (LVDT) e la metodologia con cui sono stati ricavati gli spostamenti in mezzeria e il grafico Carico-Spostamento sono gli stessi utilizzati nella prima prova. Si riporta quindi subito il relativo grafico ottenuto per questa 2° Prova a Taglio:

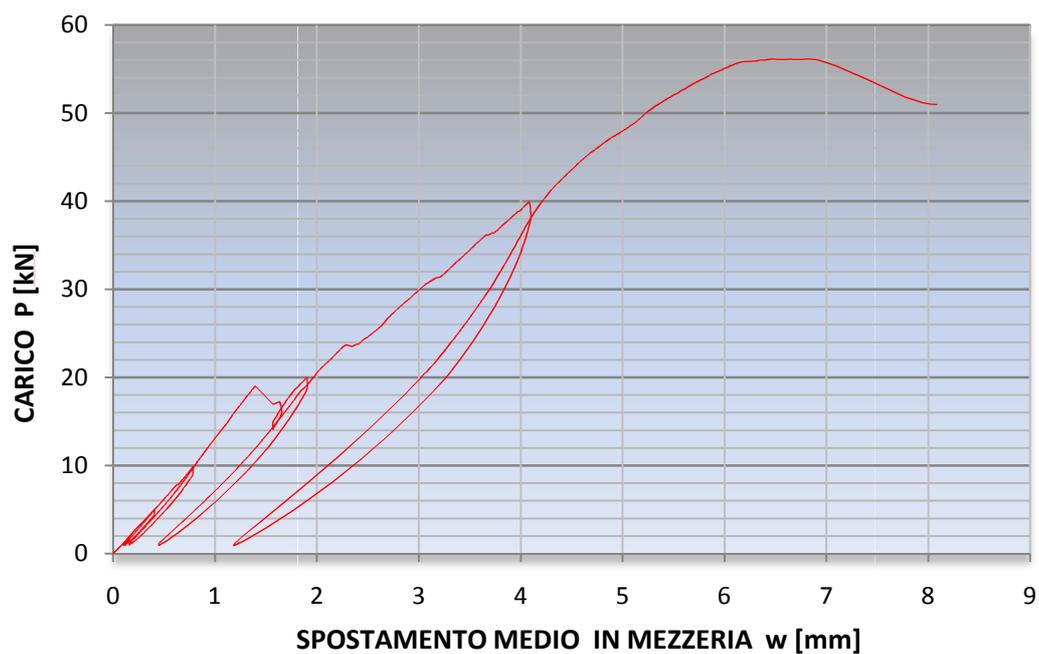


Figura 3.8 Grafico Carichi-Spostamenti per la 2° PROVA A TAGLIO.



(a)



(b)

Figura 3.9 2° PROVA A TAGLIO. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Anche per questa prova non si è riscontrato nessun fenomeno rilevante fino al raggiungimento di un valore di carico di $P \cong 20\text{KN} = 2\text{t}$, per il quale si è udito il solito rumore di frattura, senza nessun riscontro visivo sulle superfici del provino, ma segnalato stavolta da un vistoso picco sul grafico Carichi-Spostamenti; tale fenomeno non ha provocato una perdita di linearità del grafico appena citato.

Il fenomeno si è di nuovo manifestato al raggiungimento del valore di carico $P \cong 24\text{KN} = 2,4\text{t}$, evidenziato da un picco decisamente inferiore nel grafico e ancora una volta senza nessuna perdita di linearità del suo andamento. Al terzo verificarsi di tale fenomeno, il carico ha raggiunto un valore di $P \cong 31\text{KN} = 3,1\text{t}$, con un picco malapena visibile sul grafico. Come col 1° provino, le fessure precedentemente riscontrate sulla soletta, sul fondello e nel nucleo, si sono verificate nelle medesime posizioni ed hanno iniziato ad aprirsi vistosamente dopo questo livello di carico appena menzionato.

Il carico è continuato ad aumentare fino ad un valore di picco di $P \cong 56,1\text{KN} = 5,6\text{t}$, valore oltre il quale non è più aumentato (anzi ha iniziato leggermente a calare come nella 1° Prova a Taglio), mentre gli spostamenti in mezzeria sono enormemente cresciuti, segno inequivocabile dell'avvenuta "rottura".

A differenza della 1° Prova a Taglio, stavolta si è raggiunta la rottura del provino senza evidenti perdite di rigidità, come può essere notato nel grafico riportato in Fig. 3.8.

Si osserva inoltre come tale rottura sia avvenuta per un valore di carico inferiore a quello che nella precedente prova ha generato la perdita di rigidità, ossia $P \cong 60\text{KN} = 6\text{t}$, spiegando così in prima analisi il perché di questa differenza di comportamento nel tratto immediatamente prima della rottura.

3.4.4 3° PROVA A TAGLIO

Questa prova è stata condotta sul terzo e ultimo dei “provini corti” (anch’esso perfettamente integro) pervenuti in laboratorio, e ovviamente anche in questo caso si è seguita la medesima configurazione di prova e procedura di elaborazione dei risultati seguita per le precedenti due prove a taglio.

Il grafico Carichi-Spostamenti ottenuto è riportato in figura:

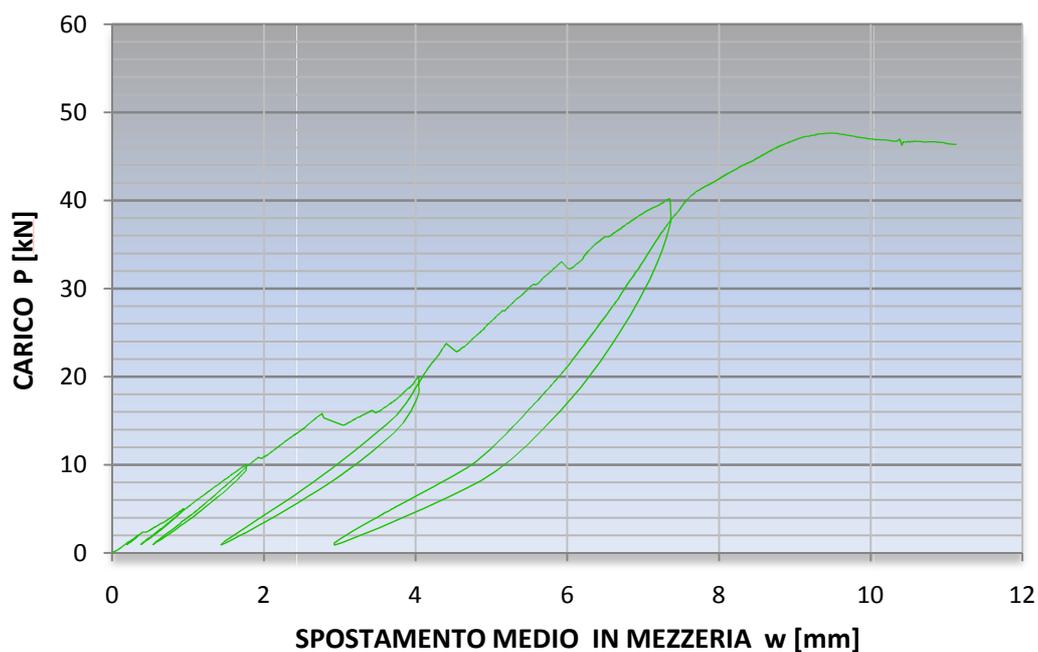


Figura 3.10 Grafico Carichi-Spostamenti per la 3° PROVA A TAGLIO.



(a)



(b)

Figura 3.11 2° PROVA A TAGLIO. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Questa volta il livello di carico per cui si è sentito il leggero rumore di frattura è stato inferiore, ossia $P \cong 16\text{KN} = 1,6\text{t}$, al raggiungimento del quale, il picco riscontrato sul grafico in Fig. 3.10 è decisamente visibile. Come nei casi precedenti, non ne è seguita una perdita di rigidità e quindi di linearità del grafico stesso.

Il secondo verificarsi di tale fenomeno si è riscontrato, con le stesse conseguenze per quanto riguarda linearità e picco nel grafico Carichi-Spostamenti, per un valore di $P \cong 24\text{KN} = 2,4\text{t}$, ossia per lo stesso valore per cui si è verificato nella 2° Prova a Taglio, e comunque è avvenuto sempre per il medesimo ordine di grandezza per tutte e tre le prove appena descritte.

La terza volta che il fenomeno si è verificato, il carico è arrivato a un valore di $P \cong 32,5\text{KN} = 3,3\text{t}$, decisamente in linea con quanto avvenuto nelle precedenti prove. Anche stavolta non si è manifestata nessuna perdita di rigidità e il picco è ben visibile nel relativo grafico.

Il quadro fessurativo riscontrato su questo terzo provino è praticamente lo stesso di quello che si è verificato nelle due prove precedenti, seguendo la stessa evoluzione, che prevede l'apertura vistosa delle fessure stesse dopo che il carico ha superato il valore di $P \cong 30\text{KN} = 3\text{t}$.

Una grossa differenza rispetto alle precedenti due prove riguarda la modalità e l'evoluzione della deformazione del provino, il quale ha manifestato una netta separazione delle facce dal nucleo, tali elementi, in prima analisi, pare si siano comportati in maniera indipendente l'uno dall'altro, soprattutto dopo che il carico ha superato il livello appena citato.

Questo comportamento può essere visto nella Fig. 3.11 (b), e ancora meglio sarà fatto notare nel successivo paragrafo, poiché il fenomeno è meglio visibile da una diversa prospettiva del provino. La rottura è avvenuta invece per un valore di carico decisamente inferiore stavolta, ossia $P = 48\text{KN} = 4,8\text{t}$

Il confronto e le relative diversità di comportamento avute nelle tre prove a taglio, sono dettagliatamente descritte nel successivo Paragrafo, mentre l'interpretazione teorica di tali comportamenti è rimandata al Capitolo 5, dopo la trattazione delle Teorie che stanno alla base di questa tipologia costruttiva, ossia quella del "Pannello Sandwich".

3.4.5 CONFRONTI E OSSERVAZIONI SPERIMENTALI

La prima operazione che è stata fatta dopo l'esecuzione delle tre Prove a Taglio è stata quella di mettere a confronto i tre grafici Carichi-Spostamenti ottenuti, in modo da riscontrare le eventuali diversità di comportamento.

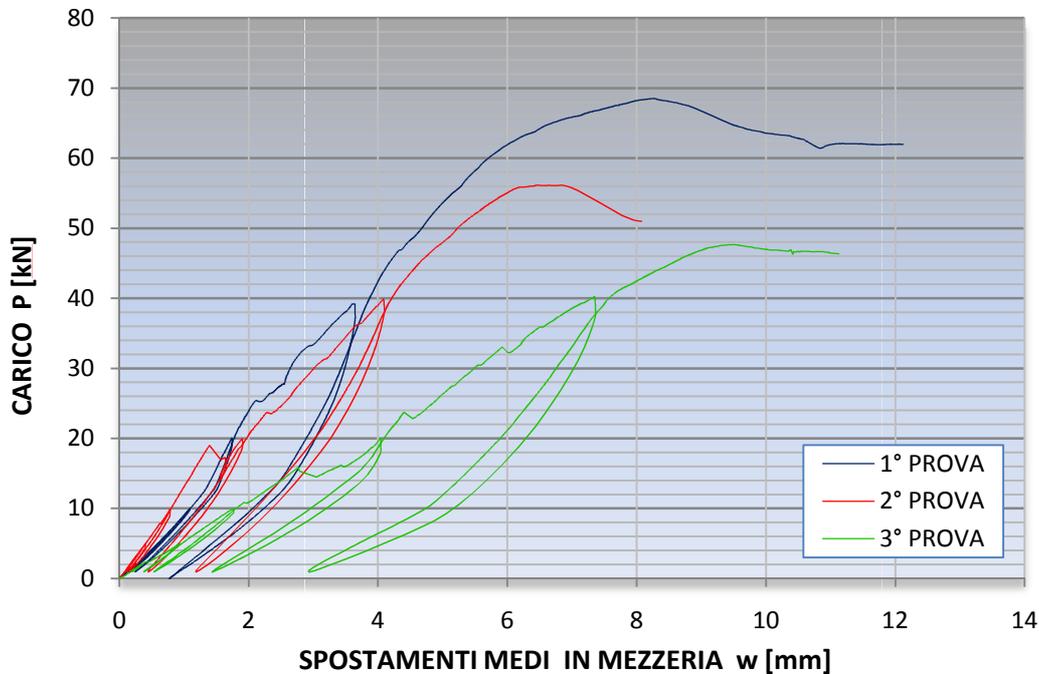


Figura 3.12 Grafici Carichi-Spostamenti dei tre provini sottoposti alla Prova a Taglio.

Da tale confronto si può vedere come la rottura dei provini sia avvenuta per valori di carico abbastanza diversi l'uno dall'altro, con un divario di quasi 2t (due tonnellate); inoltre il terzo provino ha manifestato un valore di rigidità decisamente inferiore rispetto ai primi due, di circa la metà. Si può anche affermare che la prova a punzonamento preventivamente eseguita sul primo provino non ha provocato alcun danno interno, poiché questo provino ha avuto un comportamento simile al secondo, oltre ad essere quello che ha avuto le prestazioni migliori in termini di Rigidità e Carico Ultimo a rottura.

Si vede inoltre come il secondo e terzo provino si siano rotti per un valore di carico inferiore a quello che nel primo ha provocato una manifestata perdita di rigidità, ossia per $P \cong 60\text{KN} = 6t$.

L'esame visivo, una volta terminate le prove, ha inoltre confermato l'instabilizzazione dei diagonali compressi dei tralicci metallici, come si può osservare in Fig. 3.13 (b); da tale figura si nota anche come l'estrema vicinanza del

ferro d'intradosso del traliccio laterale abbia di fatto espulso il sottile strato di malta della soletta, provocando quelle fessure oblique sul fondello in corrispondenza dell'attaccatura del diagonale compresso. Esse inizialmente hanno fatto pensare a una rottura a taglio della faccia inferiore (anziché una rottura flessionale), mentre invece tali fessure sono state causate dalla spinta di tali diagonali, che una volta sotto carico tendono a "far aprire" il traliccio, spingendo appunto verso l'esterno la malta.

SEZIONE TRASVERSALE

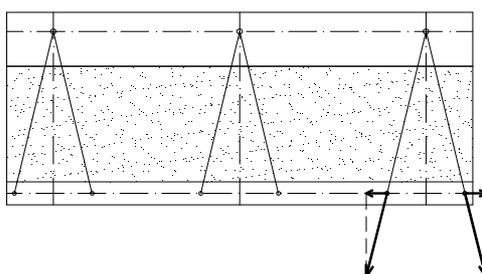


Figura 3.13 Effetto della spinta sulla malta del fondello da parte dei diagonali compressi del traliccio esterno. Tale effetto è riferito a entrambi i lati della sezione trasversale ovviamente.

Sempre dalla Fig. 3.14 (b) è visibile come i diagonali compressi siano ben vincolati dalla soletta superiore, la quale fornisce un vincolo approssimabile con un incastro, mentre l'esiguo spessore del fondello non riesce a fare lo stesso, fornendo invece un vincolo approssimabile con una cerniera. Ciò significa che per lo studio dell'instabilità di tali diagonali può essere considerato con buona approssimazione (per il calcolo della lunghezza libera d'inflexione), un Coefficiente $\beta = 0,7$; inoltre si può vedere come il cemento cellulare non offra alcun tipo di vincolamento ulteriore a tali diagonali, come invece inizialmente si è pensato. Questo comportamento dei diagonali sarà confermato anche nelle successive Prove di Carico a Flessione.

Scopo di questa tipologia di prova, come già detto, è stato quello di far prevalere la deformazione a taglio piuttosto che quella a flessione, e quindi anche lo spostamento in mezzeria può essere considerato dovuto quasi esclusivamente a tale deformazione, come si può vedere dalla formula derivante dalla Scienza delle Costruzioni:

$$w = w_b + w_s = \frac{P \cdot (L^*)^3}{48 \cdot E \cdot I} + \frac{P \cdot L^*}{4 \cdot A \cdot G} \cong w_s = \frac{P \cdot L^*}{4 \cdot A \cdot G} \quad (3.1)$$

dove “ w_b ” è lo spostamento in mezzeria dovuto alla deformazione a flessione, mentre “ w_s ” è invece lo spostamento in mezzeria dovuto alla deformazione a taglio. Ciò significa che pendenza di tali grafici altro non sarà che il prodotto “AG”, ossia quella che nel seguito sarà chiamata RIGIDEZZA A TAGLIO” della sezione. Questa rigidezza dipende ovviamente dalle proprietà del nucleo del provino, e in particolar modo dalle modalità di comportamento dei diagonali del traliccio e di come essi interagiscono col cemento cellulare. Essendo verificato che i diagonali sono talmente sottili da instabilizzarsi e osservando la scarsa precisione con cui sono stati realizzati i provini (i quali da misurazioni hanno mostrato variazioni anche di 0,5cm dello spessore dei vari strati sullo sviluppo longitudinale degli stessi), si può affermare come tale variabilità di Rigidezza a Taglio sia legata all’instabilizzazione di tali diagonali, il cui carico critico di instabilizzazione “ H_{cr} ”, come noto dalla Scienza delle Costruzioni, non dipende dalla natura del materiale, ma dalla geometria dell’elemento che costituisce. La variabilità geometrica inoltre è molto sentita, dato che diametri “ ϕ ” e lunghezze “ L ” sono elevati alla quarta e alla seconda potenza, come si vede dalle note formule:

$$H_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{(\beta \cdot l)^2} ; \quad J = \pi \cdot \frac{\phi^4}{64} \quad (3.2)$$

Si può fin d’ora anticipare come sarebbe meglio aumentare il diametro di tali diagonali a un valore tale da far prevalere sempre lo snervamento (snellezza $\lambda < 70$), in maniera tale da prevenire l’instabilizzazione, svincolando così la Rigidezza a Taglio dalla precisione geometrica con cui sono realizzati i provini stessi. Tali osservazioni saranno meglio approfondite nei successivi Capitoli.

In Fig. 3.14 (a) si può notare il quadro fessurativo precedentemente descritto durante le prove di carico, nella quale si vedono la fessura verticale in mezzeria nella soletta, le fessure nel nucleo in corrispondenza dei diagonali compressi, e le fessure oblique sul fondello, all’attaccatura inferiore di tali diagonali, le quali non sono in realtà molto visibili in questa foto; si noteranno meglio nelle figure dei paragrafi seguenti.

Infine è stato riportato in Fig. 3.14 (c) il comportamento del terzo provino, del quale si può osservare come i diversi strati si siano vistosamente comportati in maniera indipendente l’uno dall’altro.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.14 (a): Quadro fessurativo tipico delle Prove a Taglio per un carico prossimo a quello di rottura. (b): Particolare del diagonale compresso una volta instabilizzato e del diagonale teso, notare anche il fenomeno dell'espulsione della malta del fondello. (c): comportamento indipendente dei tre strati costituenti il solaio nella 3° PROVA A TAGLIO.

3.5 Prove di carico a flessione

3.5.1 CONFIGURAZIONE DI PROVA

Queste prove riguardano i restanti tre “provini lunghi”, ossia quelli di lunghezza $L = 2,80\text{m}$. Anche questi provini sono stati disposti su i due appoggi precedentemente utilizzati nelle prove a taglio, con la differenza che stavolta la luce tra essi è di $L^* = 2,50\text{m}$. Il carico è stato sempre applicato in mezzeria dal pistone idraulico che agisce sulla trave metallica rigida, sotto la quale è stata posta la striscia di materiale polimerico per colmare i vuoti tra la trave stessa e la superficie del provino. Gli spostamenti presi in considerazione sono ancora una volta quelli della sezione di mezzeria del provino, rilevati sempre con i due trasduttori di spostamento induttivi (LVDT), uno per lato. La differenza sta nella modalità di collocazione, infatti stavolta appoggiano a dei sostegni solidali con il piano inferiore del banco di prova, non ritenendo sufficientemente rigida la configurazione precedente, data la maggiore luce di carico. Inoltre gli LVDT non hanno misurato direttamente lo spostamento dell'intradosso, ma quelli di squadrette metalliche incollate ai lati della faccia superiore; si è deciso di fare ciò in quanto stavolta si sono temute delle fratture dell'intradosso, aumentando con la luce di carico anche la deformazione a flessione. Si è deciso anche di utilizzare un terzo trasduttore di spostamento, ma “a filo”, il quale è andato a leggere gli spostamenti del sistema “pistone idraulico-trave di ripartizione”, questo per evitare che col distaccarsi di qualche squadretta metallica si perdessero informazioni sugli spostamenti. C'è da dire che per bassi valori di carico, il sistema appena citato registrerà degli spostamenti maggiori a parità di carico rispetto agli LVDT, ciò è dovuto allo schiacciamento del materiale polimerico. Questo effetto si attenua man mano che il carico aumenta ovviamente, e per i livelli di carico in cui questa ulteriore informazione potrebbe servire (per ricostruire i grafici), tale effetto si è completamente dissipato.

Anche stavolta, allo scopo di evidenziare eventuali fenomeni d'isteresi nel provino, (che come per le prove a taglio si vedrà non essersi verificati) si è scelto di effettuare dei cicli di Carico-Scarico qui sotto riportati:

- ASSESTAMENTO: 0 kN – 1 kN
- 1° STEP: 1 kN – 5 kN
- 2° STEP: 1 kN – 10 kN

- 3° STEP: 1 kN – 15 kN
- 4° STEP: 1 kN – 25 kN
- 5° STEP: 1 kN – a rottura

È bene ricordare che la scelta di questa seconda tipologia di prova, ossia aumentando la luce tra gli appoggi, ha lo scopo di far prevalere o comunque far aumentare la deformazione dovuta a flessione rispetto a quella dovuta a taglio.

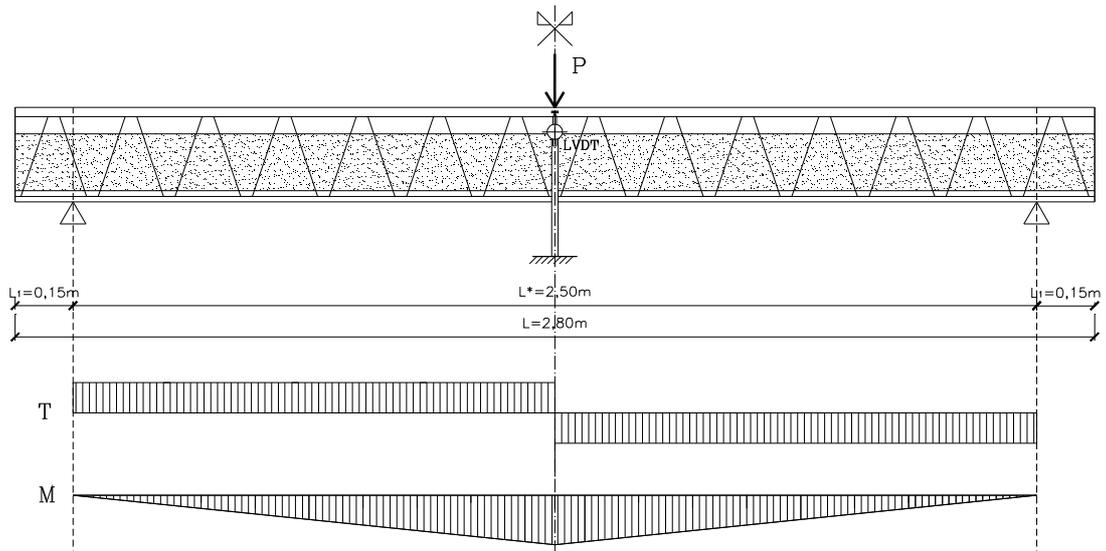


Figura 3.15 Schema della configurazione delle Prove di Carico a Flessione e stato di sollecitazione sulle sezioni trasversali del provino.



Figura 3.16 Configurazione delle Prove di Carico a Flessione, in cui si nota il posizionamento dei Trasduttori di Spostamento (LVDT) e del trasduttore “a filo” sulla sinistra del pistone.

3.5.2 1° PROVA A FLESSIONE

Per 1° Prova a Flessione si intende la prova di carico su un primo dei “provini lunghi”, ossia quelli di lunghezza totale $L = 2,80\text{m}$. Gli spostamenti sono rilevati dai due trasduttori di spostamento in mezzeria e da un ulteriore trasduttore a filo sul pistone, da utilizzare nel caso una o entrambe le squadrette metalliche incollate ai lati della soletta e su cui gli LVDT vanno a leggere gli spostamenti, si stacchino. I dati forniti dalla strumentazione sono sempre delle differenze di potenziale, moltiplicati per delle costanti ed elaborati con foglio elettronico EXCEL, per ottenere il seguente grafico Carichi-Spostamenti.

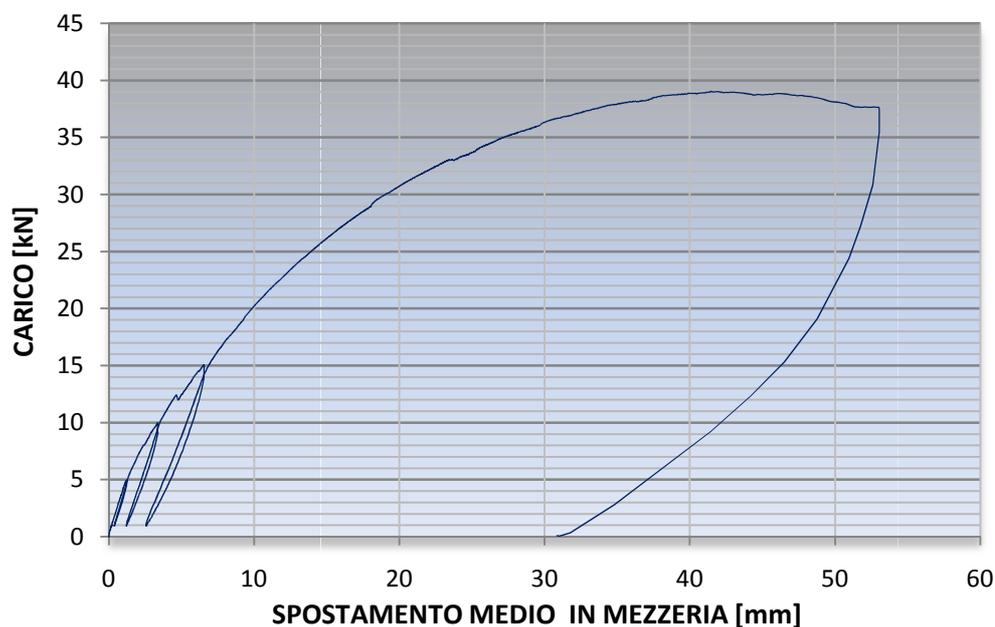
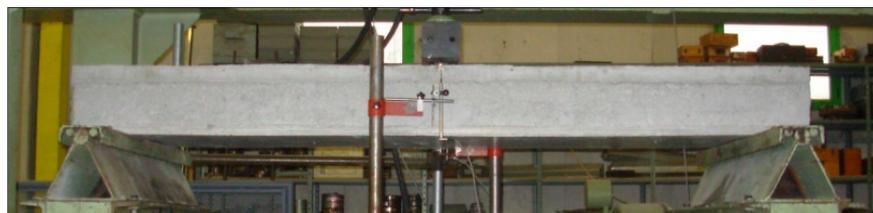


Figura 3.17 Grafico Carichi-Spostamenti per la 1° PROVA A FLESSIONE.



(a)



(b)

Figura 3.18 1° PROVA A FLESSIONE. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Durante tutto il primo ciclo di carico, l'andamento del grafico è stato lineare e non si è notato alcun evento rilevante sul provino. Nel secondo ciclo invece, una volta raggiunto il carico di $P \cong 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, si è udito un leggero rumore come di frattura, esattamente com'è successo nelle prove a taglio, e dal grafico si è notato un calo di rigidità, diminuzione che è aumentata progressivamente con l'incrementarsi del carico.

Per un valore di $P \cong 12\text{KN} = 1,2\text{t}$ si sono uditi ulteriori rumori di frattura, e si sono notate tre fessure all'intradosso del fondello del provino, disposte parallelamente alla larghezza della sezione, posizionate in mezzeria ad una distanza di circa 10cm l'una dall'altra e che corrono lungo tutta la larghezza della sezione stessa.

Quando il carico è giunto a $P \cong 26\text{KN} = 2,6\text{t}$ si è notata l'apertura decisa della fessura verticale nella mezzeria della soletta (faccia superiore), non accompagnata però da nessun rumore di frattura, il che fa pensare che si sia formata per un valore di carico decisamente minore e non si sia precedentemente notata in quanto ancora troppo piccola. Una volta raggiunto il carico di $P \cong 30\text{KN} = 3,0\text{t}$ la pendenza del grafico, per quanto sia continuata a diminuire costantemente, ha incrementato decisamente tale diminuzione. Progressivamente si sono continuate a formare e ad aprirsi le fessure oblique sul nucleo, anche stavolta in corrispondenza dei diagonali compressi dei tralicci, i quali si sono instabilizzati tutti una volta raggiunta la rottura, come si è potuto osservare da un esame visivo sul provino al termine della prova.

Nel raggiungere questo valore di carico, hanno continuato a formarsi, sempre a interasse di circa 10cm, altre fessure all'intradosso del fondello, formatesi progressivamente dalla parte centrale verso i lati, interessando la metà centrale della lunghezza del provino.

Raggiunto il carico di $P \cong 39\text{KN} = 3,9\text{t}$ il carico ha iniziato a decrescere leggermente, mentre gli spostamenti in mezzeria sono decisamente aumentati; tale fenomeno è segno del raggiungimento della rottura del provino, avvenuta senza fenomeni macroscopici rilevati, segnalata quindi solo dall'interpretazione del grafico Carichi-Spostamenti.

Infine si segnala come per questa prova non è stato eseguito il quinto ciclo (step) di carico, poiché ci si attendeva che la rottura avvenisse per un livello di carico inferiore.

3.5.3 2° PROVA A FLESSIONE

Questa prova è avvenuta su un secondo “provino lungo”, seguendo ovviamente la stessa configurazione utilizzata per la prima prova a flessione, con la differenza che i cicli di carico effettuati sono tutti quelli descritti nel Paragrafo 3.5.1.

Da questa prova, tramite le elaborazioni precedentemente descritte, si è ottenuto il seguente grafico Carichi-Spostamenti.

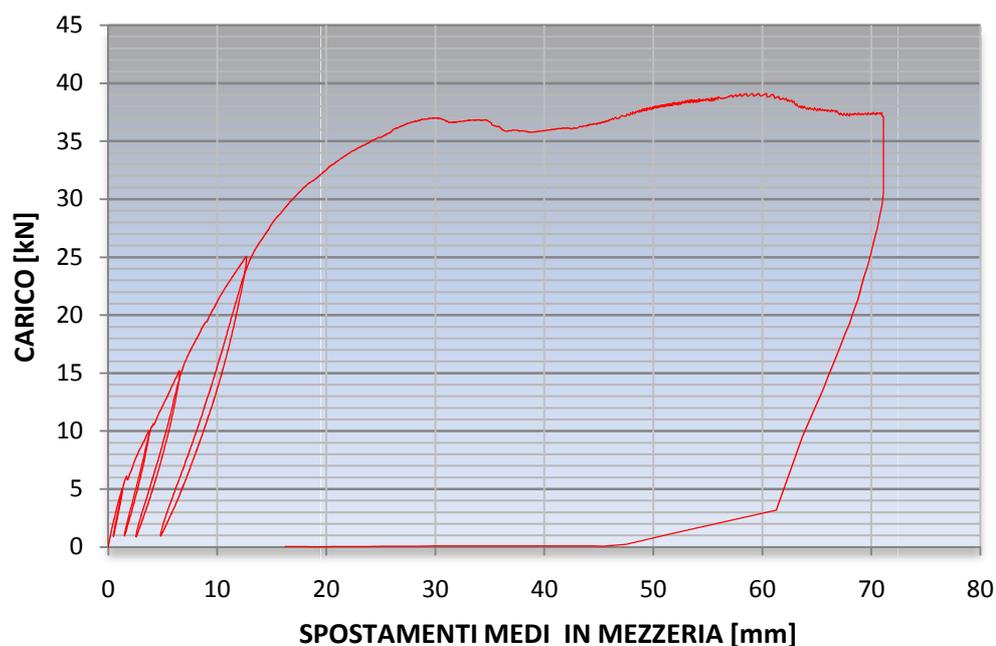


Figura 3.19 Grafico Carichi-Spostamenti per la 2° PROVA A FLESSIONE.



(a)



(b)

Figura 3.20 2° PROVA A FLESSIONE. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Anche per questa seconda prova non si sono manifestati fenomeni d'interesse per tutto il primo ciclo di carico, conservandosi ancora la linearità del grafico Carichi-Spostamenti.

La prima perdita di rigidità si è avuta per un valore del carico di $P \cong 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, e come nel caso precedente è stato accompagnato dal rumore di frattura, senza che sia stato riscontrato nessun cambiamento sulla superficie esterna del provino.

La perdita progressiva di rigidità a partire da tale punto è meno accentuata, tale da poter approssimare in maniera quasi lineare questo secondo tratto di grafico. Raggiunto il carico di $P \cong 11\text{KN} = 1,1\text{t}$, si è notata l'apertura delle tre fessure all'intradosso del fondello, anch'esse estese per tutta la larghezza della sezione, a interasse di circa 10cm e precedute dai tipici rumori di frattura.

Per il valore di $P \cong 26\text{KN} = 2,6\text{t}$ si è notata l'apertura decisa della fessura verticale nella mezzeria della soletta, non preceduta da alcun rumore di frattura e da cambiamenti significativi sul grafico Carichi-Spostamenti, a riprova del fatto che la fessurazione è avvenuta per un carico decisamente minore e solo adesso è stata visibile.

La situazione è rimasta poi stabile fino a un carico di $P \cong 28\text{KN} = 2,8\text{t}$, oltre il quale si è avuto una decisa perdita di rigidità, riscontrata nel grafico e accompagnata dalla progressiva apertura delle fessure oblique del nucleo, ancora una volta in corrispondenza dei diagonali compressi del traliccio metallico.

Tale perdita è aumentata progressivamente fino a un valore di picco del carico di $P \cong 37\text{KN} = 3,7\text{t}$, oltre il quale tale valore ha subito un lieve calo e gli spostamenti in mezzeria sono aumentati enormemente, segno inequivocabile dell'avvenuta rottura del provino, rottura anche stavolta avvenuta senza fenomeni macroscopici rilevanti.

C'è da notare che in questa seconda prova, a differenza della prima, è stato rilevato un tratto di ricarico dove si è raggiunto un secondo picco di carico di $P \cong 39\text{KN} = 3,9\text{t}$. Tale comportamento non è significativo, anche secondo le osservazioni del tecnico di laboratorio, poiché accompagnato da un andamento instabile, come può essere notato sul grafico stesso; per tale motivo tale tratto è da considerarsi privo di significato e trascurabile ai fini dell'interpretazione della prova.

3.5.4 3° PROVA A FLESSIONE

Questa prova è avvenuta sul terzo e ultimo dei tre “provini lunghi”, seguendo sempre la stessa configurazione descritta nel Paragrafo 3.5.1 , per questa seconda tipologia di prove di carico. Con le solite elaborazioni dei dati, ottenuti dalla strumentazione di prova, si è ricavato il relativo grafico Carichi-Spostamenti.

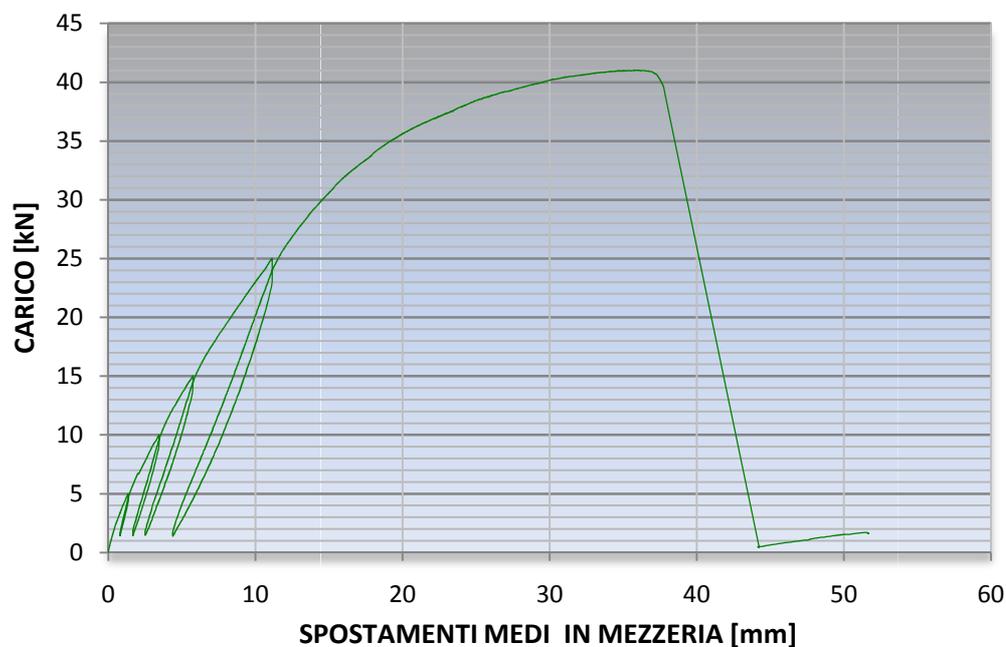


Figura 3.21 Grafico Carichi-Spostamenti per la 3° PROVA A FLESSIONE.



(a)



(b)

Figura 3.22 2° PROVA A FLESSIONE. (a): INIZIO PROVA, (b): FINE PROVA.

Anche in quest'ultima prova il primo ciclo non ha manifestato fenomeni di particolare interesse, rispettando la linearità del grafico fino al raggiungimento di un carico $P \cong 6,8\text{KN} = 0,7\text{t}$ per il quale si è udito il solito rumore di frattura, accompagnato dalla perdita di rigidità, segnalata come sempre dalla minore pendenza del grafico Carichi-Spostamenti e non rilevata da alcun segno sulla superficie esterna del provino. Questa perdita di rigidità, come nella seconda prova, può essere considerata invariata fino al raggiungimento dei $P \cong 30\text{KN} = 3,0\text{t}$, ossia questo secondo tratto di grafico può essere ben approssimato da una retta con pendenza costante. Durante questo tratto si è manifestata l'apertura delle tre fessure, parallele alla sezione trasversale, nella mezzeria dell'intradosso del fondello (faccia inferiore) e a interasse di circa 10cm, anch'esse accompagnate dai rumori di frattura e non segnalate da variazioni visibili sul grafico.

Raggiunto il carico di $P \cong 26\text{KN} = 2,6\text{t}$ si è notata l'apertura della fessura verticale nella mezzeria della soletta, ancora una volta non accompagnata da rumori di frattura e non rilevata dal grafico, ma solo da un esame visivo. Ancora una volta si ritiene che tale frattura si sia verificata per un valore di carico inferiore e che semplicemente non è stata visibile prima del suo aprirsi. Per ulteriori incrementi di carico si sono manifestate le fessure oblique nel nucleo in corrispondenza dei diagonali compressi e sono anche aumentate le fessure all'intradosso, sviluppandosi come sempre a partire dalla parte centrale del provino verso i lati e precedute dai soliti rumori di frattura. Una volta che il carico è arrivato a un valore di $P \cong 30\text{KN} = 3,0\text{t}$, si è verificato il solito cambio deciso di pendenza, il quale è aumentato progressivamente fino a un valore di picco del carico di $P \cong 41\text{KN} = 4,1\text{t}$, raggiunto il quale si è verificata la rottura del provino.

Stavolta tale fenomeno è stato accompagnato da una rottura "di schianto", esso infatti si è spezzato in due lungo una sezione trasversale prossima alla mezzeria, confermando il valore del carico di rottura identificato nelle due precedenti prove (essendo questi dello stesso ordine di grandezza del presente), valutati da sole osservazioni sul grafico e non accompagnati da un fenomeno macroscopico come avvenuto stavolta. Tale rottura è chiaramente visibile nella Fig. 3.22 (b).

Si evidenzia inoltre, per $P \cong 35\text{KN} = 3,5\text{t}$, il distacco di una squadretta metallica su cui leggeva gli spostamenti un trasduttore di spostamento.

3.5.5 CONFRONTI E OSSERVAZIONI SPERIMENTALI

Anche stavolta la prima operazione è stata quella di confrontare i grafici Carichi-Spostamenti ottenuti nelle tre prove a flessione eseguite, sempre per valutare le eventuali diversità di comportamento.

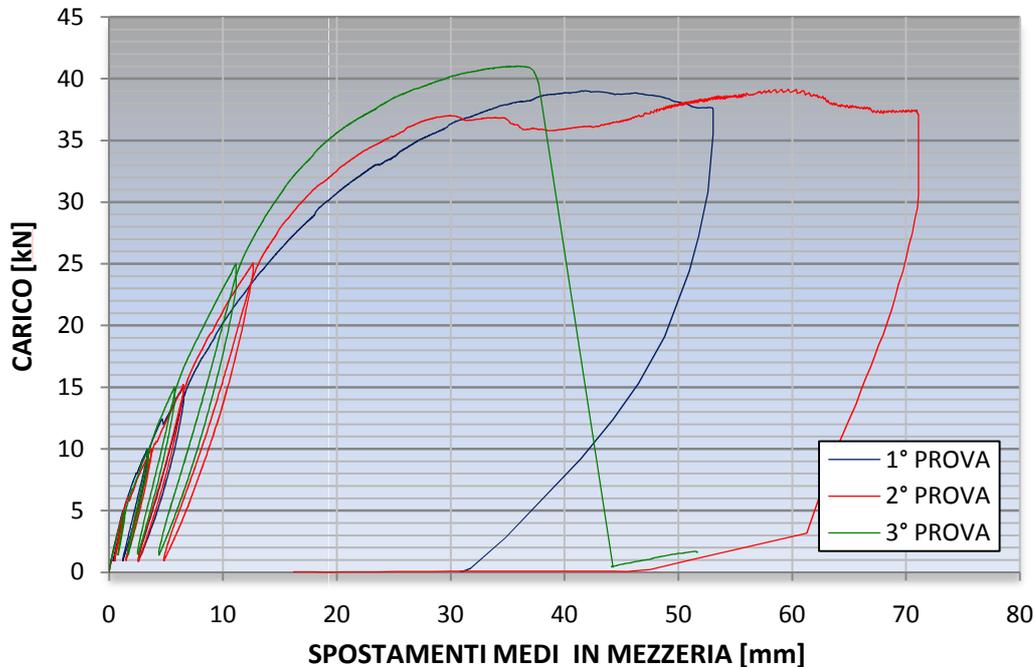


Figura 3.23 Grafici Carichi-Spostamenti dei tre provini sottoposti alla Prova a Flessione.

Dal confronto si può vedere come tali provini si siano comportati in maniera perfettamente identica per valori bassi del carico, mantenendosi con buona approssimazione ancora simili fino al valore del carico per il quale è avvenuta la seconda perdita di rigidità, ossia $P \cong 30\text{KN} = 3,0t$, valore pressoché identico per tutte e tre le prove. Anche la prima perdita di rigidità, accompagnata dal rumore di frattura, è avvenuta per tutti e tre i provini per un valore di $P \cong 6\text{KN} = 0,6t$.

Il carico di rottura è molto simile per tutte le prove, con variazioni di soli $4\text{KN} = 0,4t$, mentre gli spostamenti in mezzeria relativi alla rottura hanno una variabilità di circa 1cm.

Il quadro fessurativo si è verificato in maniera pressoché identica per tutti e tre i provini, manifestatisi in pratica per gli stessi livelli di carico. L'unica differenza sostanziale sta nella modalità di rottura avvenuta per la terza prova a flessione, la quale è stata accompagnata dalla troncatura in due del provino stesso in una sezione trasversale prossima alla mezzeria. Dall'esame visivo di questo provino si è potuto

osservare come i ferri longitudinali d'intradosso dei tralicci metallici, si siano rotti tutti esattamente nella stessa sezione; allo stesso tempo si è rotta anche la nervatura della rete portaintonaco a cui i tralicci stessi sono fissati, il che fa pensare che anch'essa lavora come un'armatura aggiuntiva, cosa verificata dai calcoli svolti nei successivi Capitoli.

Il motivo per cui questo fenomeno macroscopico non si è avuto nelle prime due prove, può risiedere, come ha osservato anche il tecnico di laboratorio che ha materialmente eseguito le prove, dal fatto che in questi primi due casi lo snervamento dei ferri d'intradosso e poi la rottura, non sia avvenuta, per tutte e sei le barre, nella stessa sezione. Questo fatto ha generato una progressiva redistribuzione delle sollecitazioni, che ha garantito un minimo di resistenza in ogni sezione tale da non far spezzare in due il provino.

Ciononostante tutte le prove hanno manifestato un comportamento assolutamente simile per tutti e tre i provini, attribuendo quanto avvenuto per la terza prova a flessione al caso, o al limite a un miglior collegamento trasversale dei tralicci metallici da parte delle barre legate all'estradosso ai ferri dei tralicci stessi; ciononostante tale fenomeno non ha alcuna rilevanza sul valore del carico ultimo che tali provini hanno sopportato.

Anche stavolta si sono verificati i fenomeni d'instabilizzazione dei diagonali compressi dei tralicci, con successiva espulsione del cemento cellulare del nucleo, i quali, caricandosi, hanno spinto, con la loro componente orizzontale, sul sottile strato di malta del fondello che li ricopriva, provocando il quadro fessurativo sulla faccia inferiore già descritto durante le prove di taglio. Per chiarimenti su ciò si rimanda al riesame della Fig. 3.25 e di quanto già scritto nel Paragrafo 3.4.5, in quanto anche in questo caso è confermato il vincolamento incastro-appoggio fornito dalle due facce sui diagonali dei tralicci e l'assenza di un contributo da parte del cemento cellulare al vincolamento degli stessi. Inoltre non si è riscontrato nessun tipo di punzonamento del fondello (faccia inferiore) da parte degli appoggi, così come non è avvenuto per le prove a taglio. Queste osservazioni sono emerse, ancora una volta, dall'esame visivo dei provini al termine della campagna sperimentale, e i dettagli di quanto scritto sono evidenziati nelle figure seguenti.

Obiettivo di questa serie di prove, condotte con una luce tra gli appoggi maggiore rispetto alle prove a taglio, ossia $L^* = 2,50\text{m}$, è stato quello di far prevalere, o

comunque di aumentare, la deformazione dovuta a flessione rispetto a quella dovuta a taglio. Dall'esame delle Fig. 3.18 (b), Fig. 3.20 (b) e Fig. 3.22 (b) però si evince che la deformazione pare essere ancora, principalmente, dovuta a taglio (vedere anche formula (3.1)); questa osservazione sarà confermata dagli sviluppi teorici dei successivi Capitoli, applicati a tali prove, per interpretare il comportamento di tali provini di solaio composito. Si può infine osservare come i provini sottoposti alle prove a flessione si siano comportati meglio rispetto a quelli sottoposti alle prove di taglio, ovviamente in termini di similarità dei risultati ottenuti, come è ben comprensibile confrontando la Fig. 3.12 con la Fig. 3.23.

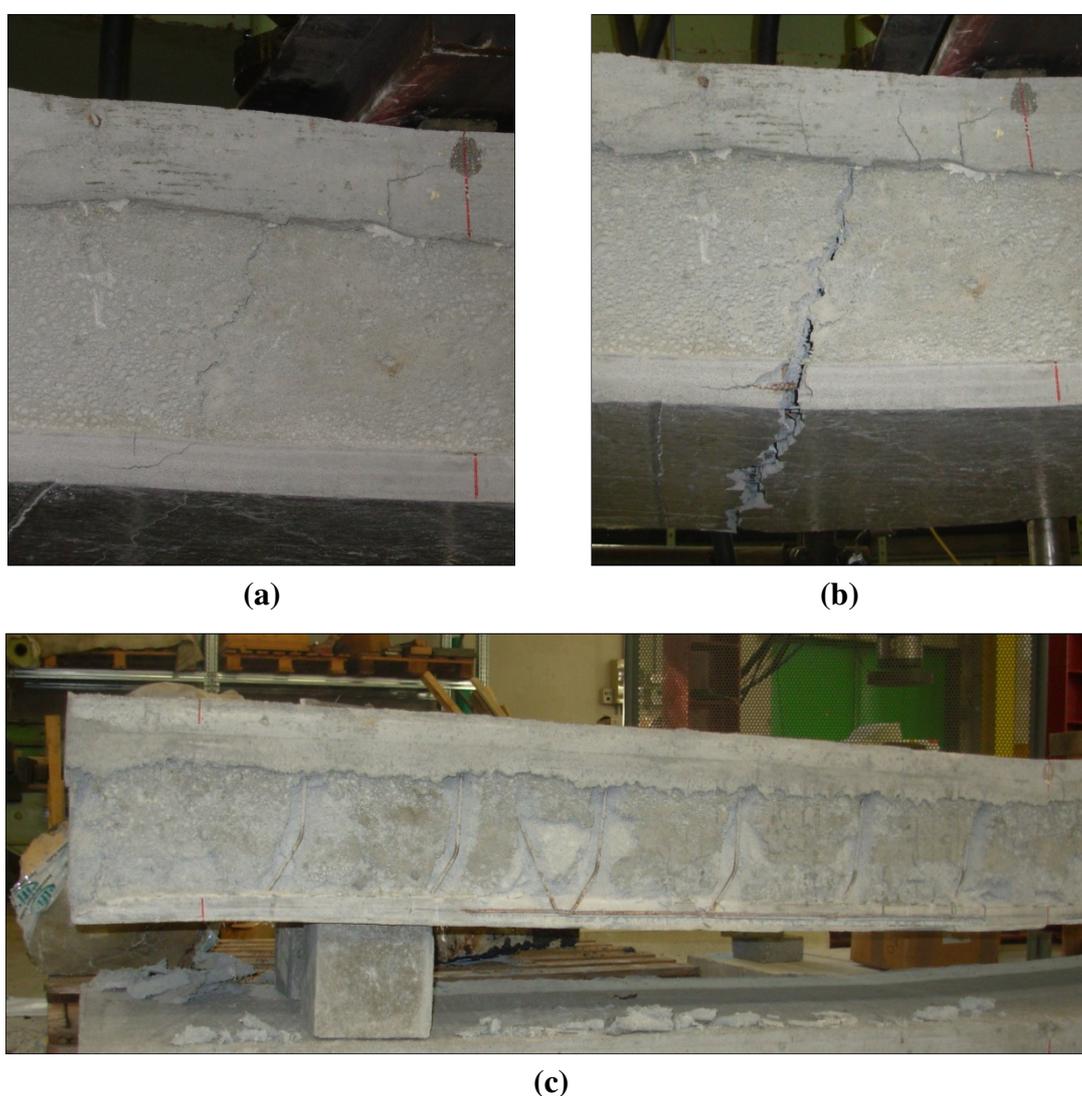


Figura 3.24 (a): Quadro fessurativo delle Prove a Flessione, notare la fessura verticale sulla soletta, quelle oblique del nucleo e del fondello e la fessura all'intradosso del provino lungo tutta la sua larghezza. (b): Rottura "di schianto" della 3° PROVA A FLESSIONE, notare i ferri longitudinali d'intradosso completamente tranciati. (c): Diagonali compressi del traliccio tutti instabilizzati, notare l'espulsione del cemento cellulare del nucleo e della malta del fondello.

CAPITOLO 4 – Teorie sui pannelli sandwich

4.1 Introduzione

In questo Capitolo verranno trattate due teorie sviluppate nella seconda metà degli anni '60, nate principalmente per lo studio dei pannelli sandwich, elementi strutturali compositi studiati principalmente per applicazioni in campo navale e aeronautico visti i loro requisiti di leggerezza e rigidità. Scopo della loro considerazione è vedere se tali Teorie si adattano anche al caso di solai sandwich (compositi), costituiti da facce in calcestruzzo anziché in materiali lignei o metallici, e quanto queste due teorie divergano tra loro. La prima teoria trattata sarà la Teoria di Pantema, sviluppata nel 1966 a cura del Dipartimento Nazionale di ricerca Aeronautico e Astronautico di Amsterdam con la collaborazione dell'ufficio di Ricerca Navale della U.S Navy (Stati Uniti).

La seconda, ossia la Teoria di Allen, sviluppata nel 1969 a cura del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Southampton, parte in realtà dai precedenti studi di Pantema, ampliandola con formule e coefficienti che permettano di tenere in considerazione, come si vedrà, la variabilità degli spessori delle facce ed il loro comportamento proprio in funzione di tali spessori. Inoltre questa Teoria propone delle formule per valutare la distribuzione di tensioni normali e di taglio lungo lo spessore della sezione trasversale e lungo lo sviluppo dell'elemento strutturale considerato, per le diverse configurazioni di vincolo e di carico.

Queste due Teorie, particolarmente quella di Allen, sono le più citate in tutte le pubblicazioni scientifiche consultate sull'argomento, e di alcune di queste pubblicazioni costituiscono la struttura portante.

Gli articoli consultati riguardano il periodo 1991-2010, di cui quelli che più si avvicinano agli scopi del presente lavoro sono stati condotti dall'University of Nebraska, University of Oklahoma, University of Kuala Lumpur.

Per qualsiasi chiarimento si rimanda ai testi riportati in bibliografia, ai quali ci si è riferiti per la stesura dei seguenti paragrafi.

4.2 La teoria di Pantema

In questa Teoria viene preso in considerazione un elemento di pannello sandwich con facce di uguale spessore, facendo riferimento ad una LARGHEZZA UNITARIA della sezione trasversale, prendendo come sistema di riferimento quello illustrato nella seguente figura. Ciò ovviamente non pone alcun tipo di restrizione alla generalità della teoria.

Con il pedice “c” (core) verranno indicate le grandezze facenti riferimento al nucleo del pannello, mentre con il pedice “f” (face) le grandezze che si riferiscono alle facce dell’elemento.

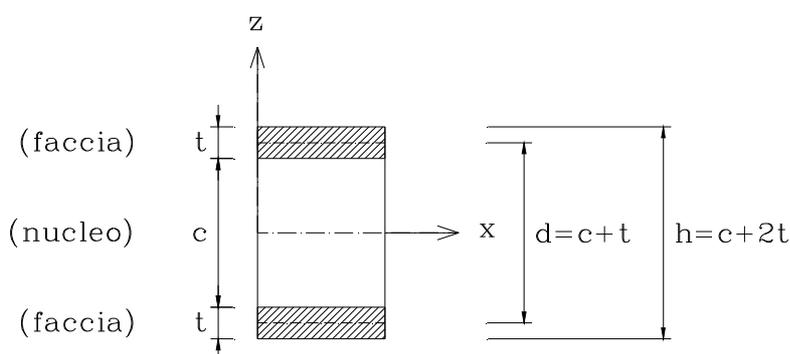


Figura 4.1 Elemento di pannello sandwich [PANTEMA66].

L’elemento in genere viene considerato avente un nucleo di materiale di rigidezza assiale in direzione “x” molto inferiore rispetto a quella delle due facce nella stessa direzione ($E_f \gg E_c$), tale da considerare che il nucleo non porti alcuna tensione assiale in tale direzione, ossia “ $\sigma_c=0$ ”; ciò comporta che la deformazione a taglio del nucleo non sia più trascurabile dato che il nucleo avrà un basso modulo di elasticità tangenziale “ G_c ”, mentre la tensione tangenziale sul nucleo “ τ_c ” e lo scorrimento dello stesso ($\gamma_c = \tau_c/G_c$) saranno indipendenti dalla coordinata “z”.

Sulle facce invece la tensione normale ha un andamento lineare ($\sigma_f \neq 0$) e le deformazioni a taglio vengono considerate nulle, in accordo con l’usuale teoria ingegneristica sulle travi.

Un elemento di trave di lunghezza infinitesima, sottoposto ad uno sforzo di momento e taglio si deformerà come rappresentato nella Fig. 4.2 (a). Tale deformazione è composta da una deformazione puramente flessionale (Fig. 4.2 (b)), ossia ipotizzando un “ G_c ” infinito, e da una deformazione di taglio del nucleo (Fig. 4.2 (c)).

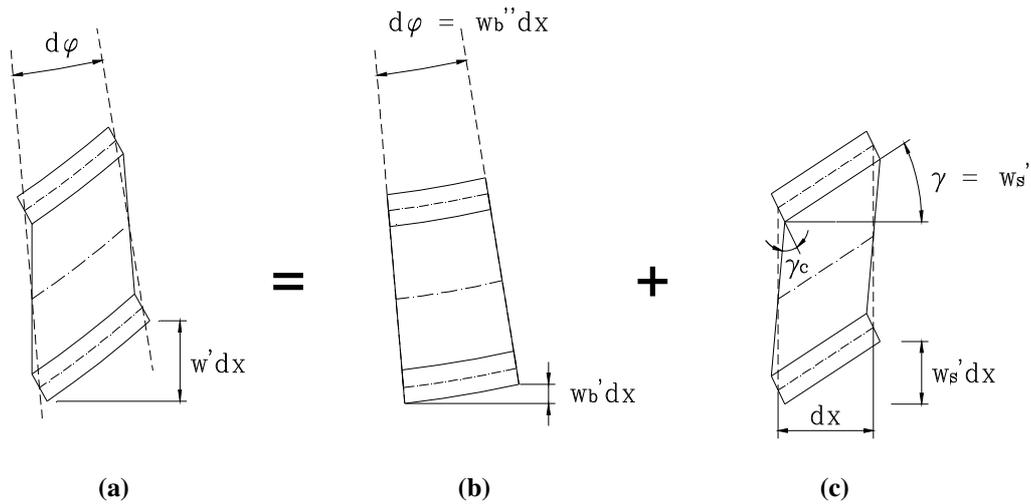


Figura 4.2 Deformazione di un elemento infinitesimo di pannello sandwich [PANTEMA66].

La deflessione totale della trave, ad una certa ascissa “x”, verrà perciò indicata con:

$$w = w_b + w_s \quad (4.1)$$

dove “ w_b ” indica la deflessione parziale dovuta a flessione e “ w_s ” la deflessione parziale dovuta invece a taglio. Le tensioni sulla sezione dovute a flessione possono ovviamente essere calcolate con l’usuale teoria della trave elastica; ad esse poi verranno aggiunte semplicemente quelle dovute alla deformazione a taglio, in modo da trovare lo stato tensionale totale sulla sezione dell’elemento strutturale.

Lo scorrimento medio a taglio “ γ ” dell’intera sezione è legato allo scorrimento “ γ_c ” del nucleo mediante la seguente relazione: $c \cdot \gamma_c = (c+t) \cdot \gamma$, così che la tensione tangenziale sul nucleo risulta essere:

$$\tau_c = G_c \cdot \gamma_c = \frac{c+t}{c} \cdot G_c \cdot \gamma = \frac{c+t}{c} \cdot G_c \cdot w_s' \quad (4.2)$$

l’apostrofo indica la derivazione della grandezza rispetto alla coordinata “x” ed in generale la “ τ_c ” sarà funzione di “x”. La curvatura w_s'' , non rappresentata in Fig. 4.2 (c), non fornirà un contributo alla curvatura totale dell’elemento infinitesimo, mentre genererà invece un ulteriore momento flettente, ma non degli sforzi normali sulle facce. L’asse “x” nel sistema di riferimento è stato preso baricentrico, e nel caso di facce uguali di conseguenza risulta equidistante da esse. La tensione normale alla sezione trasversale sulle facce alla generica ordinata “z” (sul nucleo come già detto si considera tale tensione nulla) e data dalla seguente equazione:

$$\sigma_z = -E_f \cdot z \cdot w_b'' - E_f \cdot z_f \cdot w_s'' \quad (4.3)$$

dove “ E_f ” è il modulo elastico del materiale costituente le facce e “ z_f ” è la quota a cui si trova la faccia considerata dal piano baricentrico, ossia “ $z_f = z - 1/2 \cdot (c + t)$ ” per la faccia inferiore e “ $z_f = z + 1/2 \cdot (c + t)$ ” per la faccia superiore.

Integrando la (4.3) sullo spessore di ogni faccia si trova lo sforzo normale a cui ogni faccia è sottoposta, ovviamente per unità di larghezza:

$$N_f = 1/2 \cdot E_f \cdot t \cdot (c + t) \cdot w_b'' \quad (4.4)$$

Tale equazione è riferita alla faccia inferiore, per la faccia superiore invece sarà “ $-N_f$ ”. Su ogni faccia il momento flettente per unità di larghezza è dato da:

$$M_f = 1/12 \cdot E_f \cdot t^3 \cdot (w_b'' + w_s'') = B_f \cdot w'' \quad (4.5)$$

Dove “ B_f ” è la Rigidezza Flessionale di una sola faccia per unità di larghezza.

Il momento flettente totale su tutta la sezione varrà quindi:

$$M = N_f \cdot (c + t) + 2 \cdot M_f \quad (4.6)$$

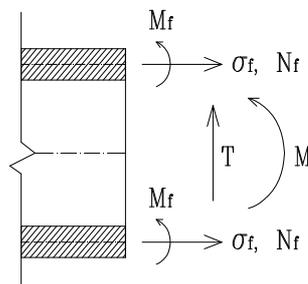


Figura 4.3 Convenzione positiva degli sforzi sulla sezione trasversale [PANTEMA66].

e dalla sostituzione delle equazioni (4.4), (4.5) in (4.6) e considerando anche le (4.1) e (4.2) si ottiene:

$$M = B_0 \cdot w_b'' + 2 \cdot B_f \cdot w_s'' = B \cdot w_b'' + 2 \cdot B_f \cdot w'' = B \cdot (w'' - \gamma') + 2 \cdot B_f \cdot w'' \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} B &= 1/2 \cdot E_f \cdot t \cdot (c + t)^2 \\ B_f &= 1/12 \cdot E_f \cdot t^3 \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

“ $B_0 = B + 2B_f$ ” è la rigidezza flessionale dell’intera sezione. La prima uguaglianza della (4.7) ha di sicuro maggiore significato fisico, ma per i successivi sviluppi risulta più comodo riferirsi alle ultime due uguaglianze di tale equazione.

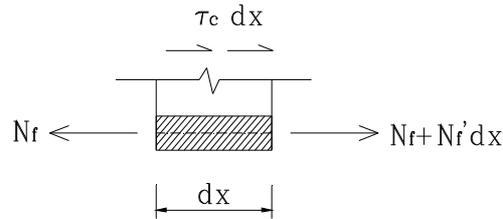


Figura 4.4 Faccia inferiore dell'elemento infinitesimo di pannello sandwich [PANTEMA66].

Esaminando la Fig. 4.4 si può scrivere la seguente espressione per la tensione tangenziale del nucleo:

$$\tau_c = -N_f' = -1/2 \cdot E_f \cdot t \cdot (c+t) \cdot w_b''' \quad (4.9)$$

da quest'ultima formula e dalla (4.2) si ottiene la semplice relazione che lega tra loro i due spostamenti parziali w_b e w_s :

$$w_s' = -\frac{1}{2} \cdot \frac{E_f \cdot t \cdot c}{G_c} \cdot w_b''' \quad (4.10)$$

Infine l'espressione dell'energia elastica di deformazione per un elemento infinitesimo di pannello sandwich, sempre per unità di larghezza, è la seguente:

$$dU = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot N_f \cdot \frac{1}{2} \cdot (c+t) \cdot w_b'' + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot M_f \cdot w'' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_c^2 \cdot c}{G_c} \quad (4.11)$$

dove $1/2 \cdot (c+t) \cdot w_b''$ è la deformazione assiale delle facce e w'' è la curvatura totale delle facce, in accordo con la Fig. 4.2.

Attraverso la sostituzione delle equazioni (4.2), (4.4), (4.5) in (4.11) si ottiene:

$$dU = \frac{1}{2} \cdot B \cdot (w_b'')^2 + B_f \cdot (w'')^2 + \frac{1}{2} \cdot S \cdot (w_s')^2 \quad (4.12)$$

dove:

$$S = \frac{(c+t)^2}{c} \cdot G_c \quad (4.13)$$

Dall'applicazione della teoria della trave elastica l'espressione della tensione tangenziale sul nucleo può essere riscritta come:

$$\tau_c = \frac{1}{2} \cdot E_f \cdot t \cdot (c+t) \cdot \frac{T}{B_0} \approx \frac{T}{c+t} \quad (4.14)$$

Infine viene ricavata la Rigidezza a Taglio per unità di larghezza "S₀" attraverso la scrittura dell'energia di deformazione dell'elemento di pannello infinitesimo

$(\tau_c^2 \cdot c \cdot dx / 2 \cdot G_c)$, ed uguagliandola al lavoro fatto dallo sforzo di taglio $(1/2 \cdot T \cdot \gamma \cdot dx = T^2 \cdot dx / 2 \cdot S_0)$, ottenendo così l'espressione:

$$S_0 = \frac{(c+t)^2}{c} \cdot G_c \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{3 \cdot [1+(c/t)]^2} \right\}^2 = S \cdot (1+c_f)^2 \quad (4.15)$$

Alla stessa maniera può essere ricavata l'espressione della Rigidezza a Flessione per unità di larghezza "B₀":

$$B_0 = B \cdot (1+c_f) \quad (4.16)$$

Quando le facce possono essere considerate sottili, ossia $c/t > 10$, il coefficiente $c_f < 0,003$; allora la rigidezza a taglio e a flessione "S₀" e "B₀" possono essere sostituite rispettivamente con le espressioni "S" (4.13) e "B" (4.8).

Ciò fisicamente significa, per quanto riguarda la rigidezza a flessione, trascurare il contributo fornito dalla rigidezza flessionale propria delle due facce attorno al proprio asse baricentrico.

Nel caso le facce possano essere considerate sottili, l'equazione (4.10) può essere così semplificata:

$$w_s' = -\frac{B}{S} \cdot w_b''' \quad \text{FACCE SOTTILI} \quad (4.17)$$

Le proprietà fisiche dei pannelli sandwich sono perciò interamente descritte dalle due costanti "B" e "S", le quali possono essere fisicamente definite considerando le deformazioni di un elemento infinitesimo di pannello soggetto rispettivamente solo a momento "M" e a taglio "T":

$$B = \frac{M}{w''} \quad \text{quando agisce solo M} \quad (4.18)$$

$$S = \frac{T}{\gamma} \quad \text{quando agisce solo T} \quad (4.19)$$

Tali costanti come già detto possono essere uguagliate alle due rigidezze "B₀" e "S₀" quando le facce sono sottili, oppure possono essere determinate sperimentalmente attraverso delle prove a flessione su provini di diversa lunghezza, in modo da far prevalere la deformazione a taglio (luci di carico ridotte) o di flessione (luci di carico elevate); in tal caso coincideranno per forza con "B₀" e "S₀", in quanto ottenute sperimentalmente appunto.

È il caso di notare anche che quando la rigidità del materiale costituente il nucleo, in direzione “z” ($E_{c,z}$), non è trascurabile, il nucleo porterà una parte di sforzo normale, essendo stavolta “ $\sigma_c \neq 0$ ”. In tale situazione lo scorrimento totale “ γ ” non sarà più costante, ma funzione della coordinata “z”, ed anche la tensione tangenziale sul nucleo “ τ_c ” varierà lungo “z” ovviamente; questo è ciò che accade ad esempio quando il nucleo è costituito, invece che da un materiale di riempimento di scarse proprietà meccaniche, da setti disposti “a nido d’ape” o a profilo “grecato”.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Considerando un elemento di pannello sandwich sollecitato da momento e sforzo di taglio, la curvatura totale di tale elemento può essere ottenuta dall’equazione (4.1); di seguito vengono evidenziati i contributi di curvatura offerti rispettivamente dai suddetti momento flettente “M” e taglio “T”:

$$w'' = \frac{M}{B} + \frac{T'}{S} \quad (4.20)$$

Le equazioni di equilibrio possono essere ricavate prendendo in considerazione il seguente elemento infinitesimo di pannello sandwich nella configurazione deformata, nel quale la direzione di “T” è stata presa parallela alla sezione trasversale deformata appunto, mentre lo sforzo normale “N”, associato allo stato tensionale normale delle facce, è diretto parallelamente alle facce stesse.

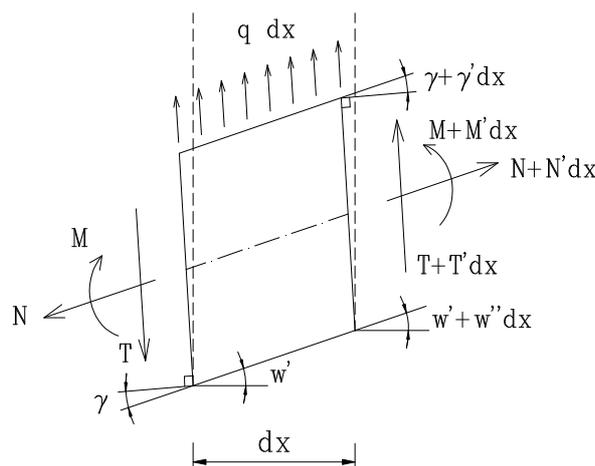


Figura 4.5 Elemento infinitesimo di pannello sandwich nella configurazione deformata [PANTEMA66].

Dall’equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$T = -M' \quad (4.21)$$

dove l'apice indica come sempre la derivazione rispetto alla direzione "x", mentre dall'equilibrio alla traslazione in direzione verticale:

$$q + T' + N \cdot w'' = 0 \quad (4.22)$$

la quale può essere anche scritta, utilizzando la (4.20), in questa maniera:

$$M'' = q + N \cdot w'' \quad (4.23)$$

Utilizzando gli spostamenti parziali "w_b" e "w_s", le equazioni (4.20), (4.21), (4.22) possono essere rispettivamente riscritte nella seguente maniera:

$$w'' = w_b'' + \gamma' = w_b'' + w_s'' \quad (4.24)$$

$$\gamma = w_s' = -\frac{B}{S} \cdot w_b''' \quad (4.25)$$

$$B \cdot w_b^{IV} - N \cdot w'' = q \quad (4.26)$$

dove l'equazione (4.24) può essere riscritta come:

$$M = B \cdot w_b'' \quad (4.27)$$

Si può notare come le equazioni (4.24) e (4.25) siano equivalenti rispettivamente alle equazioni (4.1) e (4.17), mentre l'equazione (4.27) è identica all'equazione (4.7) quando in questa viene trascurata la rigidità flessionale propria delle facce (B_f=0), in quanto per ottenere le equazioni differenziali, è stata presa in considerazione l'ipotesi di FACCE SOTTILI.

CONDIZIONI AL CONTORNO

Per l'integrazione delle equazioni differenziali per le varie configurazioni di carico e di vincolamento, sono ovviamente necessarie le condizioni al contorno, qui di seguito elencate per i casi più comuni:

$$\bullet \text{ BORDO LIBERO} \quad \left. \begin{array}{l} M = 0; T = 0 \\ \text{oppure} \\ w'' = 0; \gamma = 0 \\ \text{oppure} \\ w_b'' = 0; w_s'' = 0 \end{array} \right\} \quad (4.28)$$

$$\begin{array}{l}
 \bullet \text{ APPOGGIO SEMPLICE} \\
 \left. \begin{array}{l} w = 0; M = 0 \\ \text{oppure} \\ w = 0; w_b'' = 0 \end{array} \right\} \quad (4.29)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \bullet \text{ INCASTRO} \\
 \left. \begin{array}{l} w = 0; w' - \gamma = 0 \\ \text{oppure} \\ w = 0; w_b' = 0 \end{array} \right\} \quad (4.30)
 \end{array}$$

Per quanto riguarda la seconda condizione del caso di bordo incastrato (4.30), essa è valida solo se si assume che le facce siano sottili, ossia non abbiano una considerevole rigidezza flessionale propria (ossia $B_f=0$), in quanto è stato assunto che le facce possano subire una discontinuità di pendenza della deformazione, cosa che la rigidezza propria delle facce impedirebbe, in quanto queste si deformerebbero a flessione, dovendo essere garantita nella teoria elastica la congruenza tra faccia e nucleo.

INFLESSIONE DI UNA TRAVE SANDWICH

Rimanendo nell'ipotesi di FACCE SOTTILI, l'analisi dell'inflessione di una trave sandwich non presenta particolari difficoltà. Un modo conveniente di operare è calcolare gli spostamenti parziali dovuti a flessione (w_b) e a taglio (w_s), in modo da avere anche una visione chiara dei contributi forniti dalle due diverse tipologie di deformazione, mediante le due seguenti formule:

$$M = B \cdot w_b'' ; \quad T = S \cdot w_s' \quad (4.30a)$$

mentre lo spostamento totale si otterrà dalla semplice addizione $w = w_b + w_s$.

Come esempio generalizzato di trave sandwich inflessa si considererà la configurazione riportata nella seguente figura, attraverso la quale è immediato determinare i casi più semplici. In questa figura la reazione incognita della molla, di cedevolezza "c=1/k", è rappresentata dalla forza "R". Per quanto riguarda lo spostamento a flessione "w_b", il suo calcolo è identico a quello comunemente fatto con la teoria della trave elastica. Per x=L (ossia per $\varphi=1$, in quanto $0 \leq \varphi \leq 1$) lo spostamento "w_b" sarà perciò dato dalla seguente formula:

$$w_b(x=L) = \frac{q \cdot L^4}{8 \cdot B} + \varphi^2 \cdot (3 - \varphi) \cdot \frac{V \cdot L^3}{6 \cdot B} - \frac{R \cdot L^3}{3 \cdot B} \quad (4.31)$$

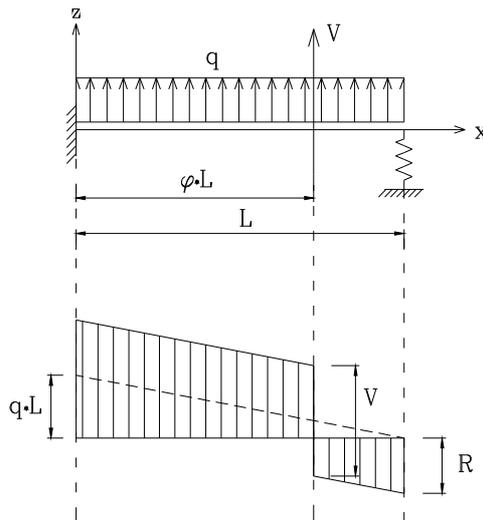


Figura 4.6 Esempio di trave sandwich inflessa, staticamente indeterminata [PANTEMA66].

Lo spostamento “ w_s ” alla scissa $x=L$ si ottiene mediante l’integrazione del diagramma del taglio riportato in Fig. 4.6, da qui segue:

$$w_s(x=L) = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot q \cdot L^2 + V \cdot \phi \cdot L - R \cdot L \right) \quad (4.32)$$

L’estensione della molla ovviamente, sarà data da questa uguaglianza $c \cdot R = w(x=L) = w_b(x=L) + w_s(x=L)$, che altro non è che una condizione di congruenza. Può essere trovata la reazione della molla R , che dopo qualche calcolo prende la seguente forma:

$$R = C_1 \cdot q \cdot L + C_2 \cdot V \quad (4.33)$$

le costanti sono qui esplicitate:

$$C_1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1 + 4 \cdot b}{1 + 3 \cdot (b + d)} ; \quad C_2 = \frac{(\phi^2/2) \cdot (3 - \phi) + 3 \cdot \phi \cdot b}{1 + 3 \cdot (b + d)} \quad (4.34)$$

mentre i parametri $b = B/S \cdot L^2$; $d = c \cdot B/L^3$ sono adimensionali e dipendono dalla rigidezza a taglio, dalla rigidezza a flessione e dalla cedevolezza della molla.

Le formule finora fornite non tengono in conto della rigidezza flessionale propria delle facce; tali rigidezze non sono più trascurabili quando si ricade nel caso di FACCE SPESSE. Per affrontare questo caso verrà considerato il sottocaso di trave iperstatica avente il solo carico “ V ” all’estremità ($x=L$) ed in assenza della molla (vedi Fig. 4.6).

Ancora una volta lo spostamento totale sarà dato dalle due componenti $w = w_b + w_s$, delle quali “ w_b ” è compatibile con l’incastro all’ascissa $x=0$, mentre w_s , se non ci sono dei dispositivi che mantengano la sezione trasversale piana al bordo libero ($x=L$), in accordo cioè con la Fig. 4.2 (c), sarà accompagnata da una deformazione all’interfaccia faccia-nuceo pari a “ $(\gamma t)/2$ ”; tale deformazione a taglio della sezione trasversale è prevenuta all’ascissa $x=0$, ossia nella sezione incastrata, il che provoca un momento flettente aggiuntivo $M_{f0} = M_f(x=0)$ in tale sezione su ogni faccia. Questo momento ovviamente è nullo in corrispondenza del bordo libero, ossia $M_f(x=L) = 0$ e di conseguenza deve essere presente il taglio “ T_f ” su ogni faccia tale da equilibrare il momento flettente “ M_f ”; è necessario sottolineare che questo momento è legato allo spostamento “ w_s ”, assumendo così un diverso significato rispetto a quello attribuitogli precedentemente.

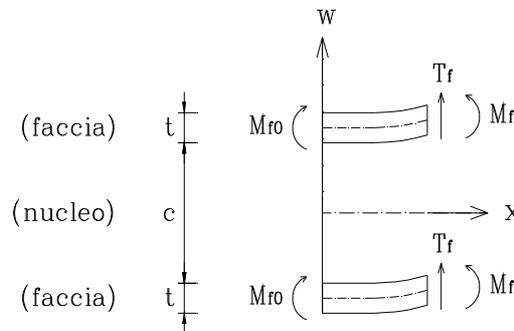


Figura 4.7 Carichi aggiuntivi sulle facce dovuti alla propria rigidità flessionale [PANTEMA66].

La restante forza di taglio sarà data da:

$$V - 2 \cdot T_f = T \quad (4.35)$$

il quale produce uno scorrimento $T/S = w_s'$, così che:

$$T = S \cdot w_s' \quad (4.36)$$

Le facce sono costrette a subire lo stesso spostamento a taglio “ w_s ” (così come il nucleo), il quale sarà composto a sua volta da una parte dovuta alla flessione delle facce (w_{s1}), e parte dovuta al taglio sempre nelle facce (w_{s2}); tali spostamenti rispettano le seguenti relazioni:

$$T_f = -M_f' = -B_f \cdot w_{s1}''' = S_f \cdot w_{s2}' \quad (4.37)$$

$$w_s = w_{s1} + w_{s2} \quad (4.38)$$

dove “ B_f ” e “ S_f ” sono rispettivamente le rigidezze flessionali e di taglio delle facce del pannello sandwich. Infine si otterrà la seguente equazione:

$$T = -B \cdot w_b''' \quad (4.39)$$

Dalle equazioni (4.35)-(4.39) possono essere eliminate le funzioni incognite w_s , w_{s2} , T e T_f , in modo tale da ottenere l’equazione differenziale:

$$w_{s1}'''' - \alpha^2 \cdot w_{s1}'' = -\alpha^2 \cdot \frac{V}{S} \quad (4.40)$$

$$\alpha^2 = \frac{S \cdot S_f}{(S + 2 \cdot S_f) \cdot B_f} \quad (4.41)$$

dove “ α^2 ” rappresenta una sorta di rapporto tra rigidezza a taglio e rigidezza a flessione, dando così un’idea di quello che è il cosiddetto “effetto sandwich”.

Le condizioni al contorno per il bordo incastrato ($x=0$) sono $w_{s1}=0$, $w_{s1}'=0$; mentre per il bordo libero ($x=L$) è $w_{s1}''=0$.

Dopo la risoluzione di w_{s1} dall’equazione (4.40), assieme ovviamente alle condizioni al contorno appena citate, possono essere ottenute anche la w_{s2} dalla (4.37) assieme alla condizione al contorno per $w_{s2}(x=0)=0$, ed infine “ T ” e “ w_b ” rispettivamente da (4.36) e (4.39) utilizzando le stesse condizioni al contorno fornite per “ w_{s1} ”. I risultati di queste operazioni sono qui di seguito riportati:

$$w_{s1} = \frac{V}{S} \cdot [x - f(x)] \quad (4.42)$$

$$w_{s2} = \frac{V \cdot f(x)}{S + 2 \cdot S_f} \quad (4.43)$$

$$w_b = \frac{V}{B} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{3}\right) - 2 \cdot \frac{B_f}{B} \cdot w_{s1} \quad (4.44)$$

$$T = V \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot S_f}{S + 2 \cdot S_f} \cdot \frac{1}{1 + e^{2\alpha L}} \cdot (e^{\alpha x} + e^{2\alpha L} \cdot e^{-\alpha x}) \right] \quad (4.45)$$

$$f(x) = \frac{e^{2\alpha L} - 1 + e^{\alpha x} - e^{2\alpha L} \cdot e^{-\alpha x}}{\alpha \cdot (1 + e^{2\alpha L})} \quad (4.46)$$

Si può facilmente vedere che all'ascissa $x=0$ si ha il minimo valore di taglio "T", il massimo valore del taglio sulle facce "T_f", e il massimo momento aggiuntivo sulle facce dovuto alla rigidità flessionale delle stesse:

$$T(x=0) = \frac{V \cdot S}{S + 2 \cdot S_f} ; \quad T_f(x=0) = \frac{1}{2} \cdot [V - T(x=0)] \quad (4.47)$$

$$M_{f0} = M_f(x=0) = \frac{V \cdot B_f}{S} \cdot \alpha \cdot \tanh(a \cdot L) \quad (4.48)$$

mentre in corrispondenza dell'ascissa $x=L$ si avrà il massimo valore del taglio "T":

$$T(x=L) = V - \frac{2 \cdot T_f(x=0)}{\cosh(\alpha \cdot L)} ; \quad T_f(x=L) = \frac{T_f(x=0)}{\cosh(\alpha \cdot L)} \quad (4.49)$$

ed il momento flettente totale sarà dato da: $V \cdot L - 2 \cdot M_{f0}$.

La tensione normale massima sulla sommità della faccia superiore si avrà all'ascissa $x=0$, ed è data dalla seguente espressione:

$$\sigma_f = (V \cdot L - 2 \cdot M_{f0}) \cdot (0,5 \cdot c + t) \cdot \frac{E_f}{B} + \frac{M_{f0} \cdot t \cdot E_f}{2 \cdot B_f} \quad (4.50)$$

Da esempi numerici riportati in letteratura si può notare come trascurare la deformabilità a taglio delle facce, ossia assumere la propria rigidità a taglio "S_f = ∞" conduce sempre da un buon grado di approssimazione; in tal caso si avranno le seguenti equazioni:

$$w_{s2} = 0 \longrightarrow w_s = w_{s1} \quad (4.51)$$

$$\alpha^2 = \frac{S}{2 \cdot B_f} \quad (4.52)$$

$$T(x=0) = 0 \quad (4.53)$$

$$T_f(x=0) = \frac{1}{2} \cdot V \quad (4.54)$$

4.3 La Teoria di Allen

In questa teoria viene considerato un elemento strutturale composito come quello illustrato nella figura seguente, considerato costituito in prima analisi da due FACCE SOTTILI di identico spessore “t”, separate tra loro da un nucleo di spessore “c >> t”, realizzato con un materiale di bassa resistenza e bassa densità. Lo spessore totale della sezione trasversale è indicato con “h”, mentre la larghezza, sempre della sezione trasversale, sarà chiamata “b”. Tale larghezza momentaneamente verrà considerata piccola, in modo cioè da considerare l’elemento strutturale una trave piuttosto che come una piastra.

Tutti e tre gli strati vengono considerati perfettamente collegati assieme, ed il materiale costituente le facce molto più rigido rispetto a quello costituente il nucleo. Viene fatta anche l’ipotesi che i materiali costituenti la trave siano ISOTROPI e OMOGENEI.

Sarà inoltre trascurata, come si vedrà, la deformazione a taglio delle facce, cioè la loro rigidezza a taglio verrà assunta infinita.

Anche per questa teoria le ipotesi fatte non fanno perdere di generalità le successive considerazioni; più avanti verranno illustrate le correzioni da apportare nel caso in cui le facce non possano essere considerate sottili o siano di spessori tra loro diversi.

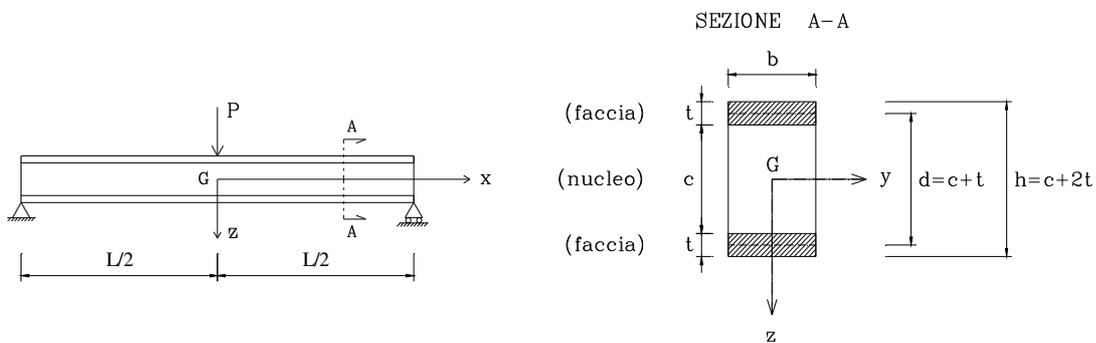


Figura 4.8 Elemento di trave composita e sezione trasversale [ALLEN69].

Per quanto riguarda la distinzione tra facce sottili e facce spesse, in questa teoria vengono date delle formule per la valutazione del caso in cui si ricade, qui di seguito riportate:

- FACCIA MOLTO SOTTILE

$$\frac{d}{t} > 100 \quad A = b \cdot d \quad \text{trascurare "I}_f\text{"} \quad (4.55)$$

- FACCIA SOTTILE

$$100 > \frac{d}{t} > 5,77 \quad A = \frac{b \cdot d^2}{c} \quad \text{trascurare "I}_f\text{"} \quad (4.56)$$

- FACCIA SPESSA

$$\frac{d}{t} < 5,77 \quad A = \frac{b \cdot d^2}{c} \quad \text{considerare "I}_f\text{"} \quad (4.57)$$

dove, come verrà in seguito specificato, “I_f” rappresenta il momento d’inerzia di entrambe le facce rispetto al proprio asse baricentrico, mentre “A” rappresenta l’area a taglio della sezione della trave.

A differenza della Teoria di Pantema stavolta, per i successivi sviluppi si farà riferimento all’INTERA LARGHEZZA DEL PANNELLO, ossia della trave, e non più all’unità di larghezza della stessa.

Per lo studio flessionale della trave secondo la comune teoria elastica, si ricorre al concetto di nucleo “ANTIPLANE”, ossia il nucleo viene idealizzato come un materiale il cui modulo di elasticità in direzione “z” possa essere assunto infinito ($E_{c,z} = \infty$), ma con una rigidezza a taglio “AG” in direzione “x” di valore finito ed inoltre $E_{c,x} = E_{c,y} = E_c = 0$. In questa maniera si considera che il nucleo non dia nessun contributo alla rigidezza flessionale, non portando così nessuna tensione normale in direzione “x” ($\sigma_c = 0$) e perciò la tensione tangenziale su di esso (τ_c) non dipenderà dalla coordinata “z”. Il nucleo fornirà un contributo decisamente non trascurabile di deformazione, dovuta però al taglio. La prima condizione invece, ossia $E_{c,z} = \infty$, permette di considerare che le due facce non mutino la distanza reciproca che le separa. In tale situazione si avrà, da un punto di vista tensionale: $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$.

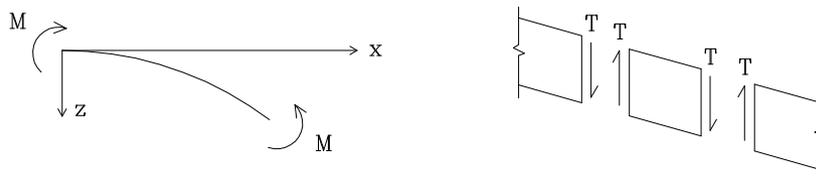


Figura 4.9 A Sinistra: spostamento “w” positivo, momento flettente “M” negativo, pendenza e curvatura positivi. A Destra: sforzi di taglio “T”, scorrimento “γ” positivi [ALLEN69].

Detto ciò, verrà ora applicata la ben nota teoria della trave elastica al pannello sandwich, considerando come precedentemente annunciato facce sottili e di spessore uguale.

Tale teoria come è noto si basa sull'ipotesi che le sezioni trasversali, ortogonali all'asse baricentrico della trave nella configurazione deformata, si mantengano piane ed ortogonali a tale asse anche nella configurazione deformata; tale ipotesi conduce alla relazione tra momento flettente e curvatura:

$$\frac{M}{E \cdot I} = -\frac{1}{R} = -\chi \quad (4.58)$$

dove il segno è dato dalla convenzione assunta, riportata nella successiva figura, mentre "EI" è la Rigidezza Flessionale della trave, data appunto dal prodotto del modulo elastico del materiale per il momento d'inerzia della sezione. Nel seguito tale Rigidezza a Flessione verrà indicata con la lettera "D", ed esplicitata con i diversi contributi offerti dalle facce e dal nucleo, calcolate rispetto all'asse baricentrico "y".

$$D = E_f \cdot \frac{b \cdot t^3}{6} + E_f \cdot \frac{b \cdot t \cdot d^2}{2} + E_c \cdot \frac{b \cdot c^3}{12} \quad (4.59)$$

Anche in questa trattazione, con il pedice "f" si indicheranno le grandezze riferite alle facce (faces) e con il pedice "c" quelle riferite al nucleo (core). Con la lettera "d" invece è stata indicata la distanza tra gli assi baricentrici propri delle due facce:

$$d = \frac{h+c}{2} = c+t \quad (4.60)$$

È interessante osservare che l'aver preso la larghezza "b" ridotta conduce, come noto dallo studio delle travi e delle piastre, all'ipotesi di poter trascurare le tensioni nella direzione "y".

Tornando all'equazione (4.59), il primi due termini della parte destra rappresentano la rigidezza delle facce associata alla curvatura dell'intera sezione rispetto all'asse baricentrico "y" (o meglio il primo è la rigidezza delle facce attorno al proprio asse, mentre il secondo rappresenta la rigidezza associata al

momento di trasporto rispetto all'asse baricentrico "y"), il terzo termine invece rappresenta la rigidezza flessionale del nucleo.

Nel caso in cui le facce possano essere considerate sottili, cioè $d/t > 5,77$, il primo termine rappresenterà l' 1% della rigidezza totale, cioè quando è rispettata la seguente condizione:

$$3 \cdot \left(\frac{d}{t}\right)^2 > 100 \quad (4.61)$$

Il terzo termine invece costituisce l' 1% della rigidezza flessionale quando le caratteristiche geometriche e dei materiali soddisfano quest'altra condizione:

$$6 \cdot \frac{E_f}{E_c} \cdot \frac{t}{c} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^2 > 100 \quad (4.62)$$

Le tensioni sulle facce e sul nucleo invece possono essere calcolate utilizzando sempre la teoria della trave elastica, adattandola alla natura composita dei pannelli sandwich. Ipotizzando infatti, come già detto, che le sezioni si conservino piane ed ortogonali all'asse baricentrico "x" anche nella configurazione deformata, l'allungamento di un punto della sezione trasversale distante "z" da tale asse baricentrico sarà dato da $M \cdot z / D$. Per ottenere la tensione normale nella sezione dovuta a flessione a tale quota "z", basterà moltiplicare tale valore per il modulo elastico del materiale di cui la sezione stessa è costituita in quel punto.

Ad esempio, la tensione normale sulle facce e sul nucleo sono date da:

$$\sigma_f = \frac{M \cdot z}{D} \cdot E_f \quad \left(\frac{c}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}; \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq -\frac{c}{2} \right) \quad (4.63)$$

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z}{D} \cdot E_c \quad \left(-\frac{c}{2} \leq z \leq \frac{c}{2} \right) \quad (4.64)$$

Sempre dalla teoria della trave elastica può essere ricavata anche l'espressione della tensione tangenziale "τ", partendo dalle ben nota equazione di Jourawski per la trattazione approssimata del taglio:

$$\tau = \frac{T \cdot S}{I \cdot b} \quad (4.65)$$

dove “T” è lo sforzo di taglio nella sezione presa in considerazione, “I” è il suo momento d’inerzia, “b” è la larghezza della sezione alla coordinata “z” in questione, ed “S” è il momento statico della porzione di sezione per la quale $z > z_1$. La distribuzione della tensione tangenziale per una comune sezione IPE è riportata nella figura seguente; come è noto alla coordinata “z” la tensione tangenziale viene considerata costante su tutta la larghezza della sezione.

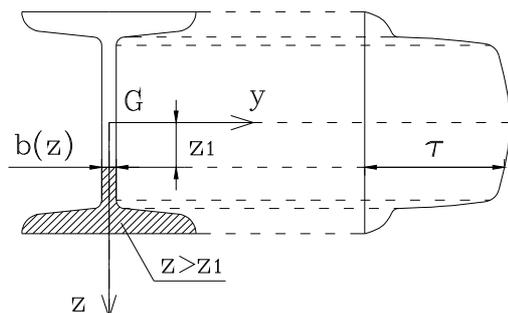


Figura 4.10 Distribuzione della tensione tangenziale in una sezione IPE omogenea [ALLEN69]

Per le travi composte tale equazione viene modificata per tenere in considerazione dei diversi materiali con cui è realizzata sezione:

$$\tau = \frac{T}{D \cdot b} \cdot \sum (S \cdot E) \quad (4.66)$$

dove “D” rappresenta la rigidezza flessionale dell’intera sezione e “ $\Sigma(SE)$ ” la somma dei prodotti di momento statico e modulo elastico della parte per la quale $z > z_1$. Ad esempio se l’equazione (4.66) viene utilizzata per determinare la tensione tangenziale alla quota “z” del nucleo come in Fig.4.8, allora si avrà:

$$\sum (S \cdot E) = E_f \cdot \frac{b \cdot t \cdot d}{2} + E_c \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{c}{2} - z \right) \cdot \left(\frac{c}{2} + z \right) \quad (4.67)$$

La tensione tangenziale nel nucleo perciò sarà:

$$\tau = \frac{T}{D} \cdot \left\{ E_f \cdot \frac{t \cdot d}{2} + \frac{E_c}{2} \cdot \left(\frac{c^2}{4} - z^2 \right) \right\} \quad (4.68)$$

ed un’espressione analoga può essere trovata per la distribuzione della tensione tangenziale “ τ ” sulle facce.

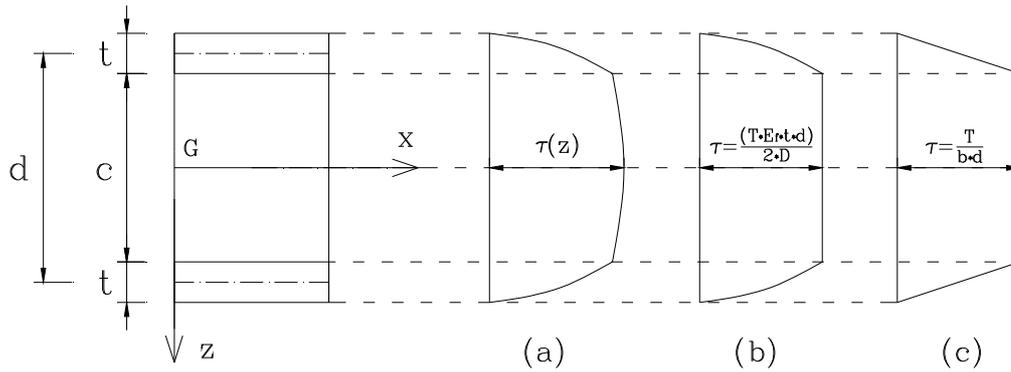


Figura 4.11 Distribuzioni delle tensioni tangenziali lungo la sezione trasversale di un pannello sandwich [ALLEN69].

Considerando il rapporto tra la massima ($z=0$) e minima ($z=c/2$) tensione tangenziale “ τ ” nel nucleo, si ottiene:

$$\left(1 + \frac{E_c}{E_f} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{c^2}{t \cdot d} \right) \quad (4.69)$$

tale rapporto vale all’incirca 0,01 quando viene rispettata la seguente condizione:

$$4 \cdot \frac{E_f}{E_c} \cdot \frac{t}{c} \cdot \frac{d}{c} > 100 \quad (4.70)$$

ossia con il rispetto della (4.70) la tensione tangenziale “ τ ” può essere considerata costante sullo spessore “ c ” del nucleo; questo fisicamente si verifica quando il nucleo ha un modulo elastico “ E_c ” molto basso, tale da verificare la condizione suddetta.

In questo caso può essere considerato direttamente $E_c=0$, e dalle equazioni (4.59) e (4.68) si ricava l’espressione della tensione tangenziale costante sul nucleo:

$$\tau = \frac{T}{D} \cdot E_f \cdot \frac{t \cdot d}{2} \quad (4.71)$$

Se inoltre la condizione (4.61) è soddisfatta, ossia le facce sono così sottili da poter trascurare le loro rigidità flessionali attorno al proprio asse baricentrico, nell’equazione (4.59) può essere trascurato sia il primo, sia il terzo termine della parte destra, così da diventare:

$$D = E_f \cdot \frac{b \cdot t \cdot d^2}{2} \quad (4.72)$$

in tal caso l’equazione (4.71) si riduce alla forma più semplice possibile:

$$\tau = \frac{T}{b \cdot d} \quad (4.73)$$

Analizzando la Fig. 4.10 si può notare che il caso (a) rappresenta la reale distribuzione delle tensioni tangenziali “ τ ” sulla sezione, mentre il caso (b) rappresenta l’effetto del “nucleo debole”, ossia in cui si è considerato $E_t = 0$, in questo caso però le facce sono considerate spesse, ossia con una propria rigidità flessionale non trascurabile, la quale rende parabolica la distribuzione delle tensioni tangenziali su di esse. Infine il caso (c) rappresenta l’effetto sempre di un nucleo debole, in cui però le facce sono considerate sottili, ossia con rigidità flessionale propria trascurabile, il che provoca una distribuzione delle tensioni tangenziali sulle stesse lineare.

CONVENZIONE SUI SEGNI PER LE TRAVI INFLESSE

In relazione alla scelta della convenzione positiva effettuata con la Fig. 4.9, verranno considerati positivi gli spostamenti e le forze dirette secondo il verso dell’asse “z”; in virtù di questo è necessario introdurre alcuni segni negativi nelle relazioni intercorrenti tra carichi distribuiti “q”, sforzi di taglio “T”, momenti flettenti “M”, pendenze “ dw/dx ” e spostamenti:

$$(4.74) \quad \left. \begin{array}{ll} \text{Spostamento} & w \\ \text{Pendenza} & + \frac{dw}{dx} = w' \\ \text{Curvatura} & + w'' \\ -M & + D \cdot w'' \\ -T & + D \cdot w''' \\ +q & + D \cdot w^{IV} \end{array} \right\}$$

SPOSTAMENTI IN UNA TRAVE SANDWICH IN SEMPLICE APPOGGIO, CON NUCLEO “ANTIPLANE” E FACCE SOTTILI

Siccome le facce sono sottili sarà soddisfatta la condizione (4.61) e quindi la loro rigidità flessionale sarà considerata nulla, inoltre assumendo il nucleo “antiplane” saranno rispettate anche le condizioni (4.62) e (4.70), perciò nell’equazione che esprime la rigidità flessionale della sezione (4.59) il primo e il terzo termine alla destra possono essere trascurati, risultando così identica alla (4.72). Inoltre la

distribuzione della tensione tangenziale “ τ ” sullo spessore “ c ” del nucleo sarà costante, così come rappresentato in Fig. 4.11 (c).

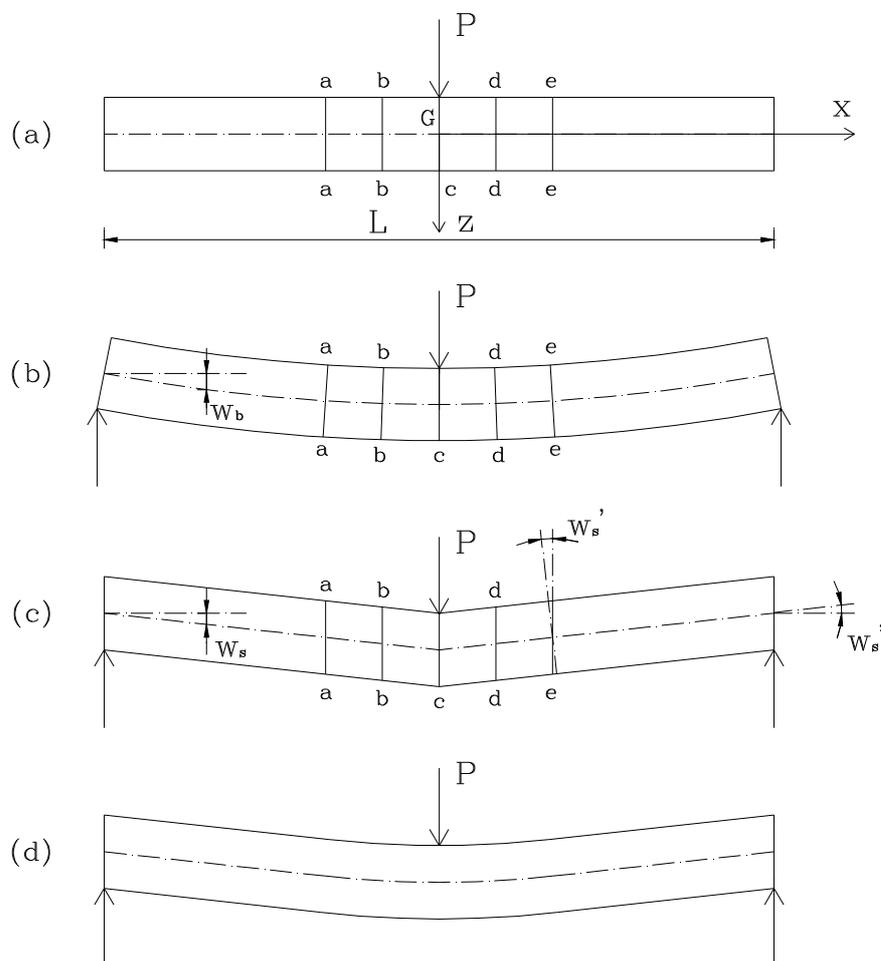


Figura 4.12 Spostamenti di una trave sandwich soggetta a carico concentrato in mezzeria [ALLEN69].

Anche in questa trattazione lo spostamento verticale totale viene suddiviso nelle sue due componenti “ w_b ” e “ w_s ”, la prima dovuta alla deformazione a flessione e la seconda dovuta alla deformazione a taglio. Per quanto riguarda il calcolo della “ w_b ” esso può essere svolto attraverso la teoria della trave elastica, mediante l’utilizzo delle equazioni (4.74); la deformazione dovuta a flessione della trave sandwich è rappresentata in Fig. 4.12 (b). Sulla Fig. 4.12 (a) sono state tracciate anche alcune sezioni trasversali (a-a, b-b, ...) le quali, nella deformazione a flessione in Fig. 4.12 (b), rimangono piane e ortogonali all’asse baricentrico “ x ”, mentre i punti estremi superiori e inferiori di tali sezioni ovviamente si avvicineranno e si allontaneranno

reciprocamente. Le tensioni tangenziali sul nucleo, uguali per ogni sezione, saranno date dall'equazione (4.73), alla quale sarà associato lo scorrimento:

$$\gamma = \frac{T}{G \cdot b \cdot d} \quad (4.75)$$

anch'esso costante sullo spessore "c" del nucleo, mentre "G=G_c" è il modulo di elasticità tangenziale del materiale costituente il nucleo stesso. Tale scorrimento produce una deformazione a taglio della trave sandwich illustrata in Fig. 4.12 (c).

I punti delle sezioni suddette che si trovano in corrispondenza dell'asse baricentrico "x" traslano solo verticalmente di una quantità "w_s" e non orizzontalmente, il che non produce un incremento dello stato tensionale su di esse. Dalla figura seguente può poi essere ricavata la relazione tra la pendenza della trave, ossia dw_s/dx, e lo scorrimento del nucleo "γ", mediante la considerazione che $\overline{DE} = d \cdot (dw_s/dx) = \overline{CF} = \gamma \cdot c$, (si ricorda che la deformazione a taglio delle facce viene sempre trascurata nella presente Teoria di Allen) da cui:

$$\frac{dw_s}{dx} = \gamma \cdot \frac{c}{d} = \frac{T}{G \cdot b \cdot d} \cdot \frac{c}{d} = \frac{T}{A \cdot G} \quad (4.78)$$

$$A = \frac{b \cdot d^2}{c} \quad (4.79)$$

dove il prodotto "AG" viene definito Rigidezza al Taglio della trave sandwich, ed "A" rappresenta l'area a taglio.

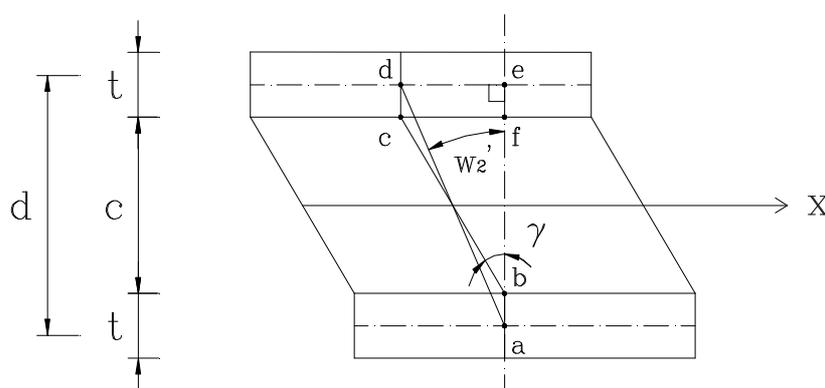


Figura 4.13 Deformazione a taglio di un elemento di trave con facce spesse [ALLEN69].

Lo spostamento “ w_s ” può essere trovato mediante integrazione dell’equazione (4.78), considerando che il taglio $T = +P/2$:

$$w_s = \frac{P}{2 \cdot A \cdot G} \cdot x + C_1 \quad 0 \leq x \leq L/2 \quad (4.80)$$

Attraverso la condizione al contorno $w_s(x=0) = 0$, la costante di integrazione “ C_1 ” si annulla, mentre lo spostamento massimo si avrà in mezzeria, ossia per $x = L/2$:

$$w_s(x = L/2) = \Delta_s = \frac{P \cdot L}{4 \cdot A \cdot G} \quad (4.81)$$

Per cui lo spostamento totale in mezzeria è dato dalla somma dello spostamento massimo flessionale (dalla teoria della trave elastica) e lo spostamento a taglio appena calcolato:

$$w(x = L/2) = \Delta = \Delta_b + \Delta_s = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot D} + \frac{P \cdot L}{4 \cdot A \cdot G} \quad (4.81a)$$

Quindi per travi sandwich con un nucleo “anticore” e facce sottili, è possibile ottenere lo spostamento totale “ w ” per semplice somma dei due spostamenti flessionale “ w_b ” e a taglio “ w_s ”.

Si può notare che essendo il momento flettente $M = P \cdot L/4$, l’equazione (4.80) può essere riscritta così:

$$w_s = \frac{M}{A \cdot G} + C_1 \quad (4.82)$$

dove per una trave su appoggi semplici agli estremi la costante C_1 sarà nulla.

Di conseguenza per una trave così vincolata, la deformata a taglio di Fig. 4.12 (c) avrà la stessa forma del diagramma del momento flettente, moltiplicato per il fattore “ $1/AG$ ”.

SPOSTAMENTI E TENSIONI IN UNA TRAVE SANDWICH IN SEMPLICE APPOGGIO, CON NUCLEO “ANTIPLANE” E FACCE SPESSE

In questo caso si considerano rispettate le condizioni (4.62) e (4.70), e quindi come al solito il nucleo non fornisce alcun contributo alla rigidità flessionale e la tensione tangenziale “ τ ” è costante sul suo spessore. La condizione (4.61) non è invece soddisfatta, ossia le facce possiedono una rigidità flessionale non trascurabile, tale

da rendere la distribuzione della tensione tangenziale “ τ ” sul proprio spessore “ t ” non più costante; la distribuzione totale è illustrata nella Fig. 4.11 (b).

In virtù di questa rigidità flessionale locale, le facce tenderanno a inflettersi anche rispetto al proprio asse baricentrico, oltre che rispetto all’asse baricentrico “ x ” dell’intera sezione come mostrato in Fig. 4.12 (b); tale contributo è rappresentato dal primo termine della parte destra dell’equazione (4.59).

È importante osservare che tale rigidità flessionale locale ha un’influenza sulla deformazione a taglio del nucleo. Infatti dalla Fig. 4.12 (c) si capisce che per congruenza le facce e il nucleo devono rimanere in contatto, ciò porta le facce ad avere in mezzeria una curvatura infinita, il che è incompatibile con le condizioni della teoria della trave elastica, a cui queste ultime ora obbediscono. La reale deformazione delle facce sarà perciò quella illustrata in Fig. 4.12 (d), dalla quale si vede che nella zona centrale la loro curvatura assume un valore finito, diventando di nuovo nulla man mano che ci si allontana dalla mezzeria. Nel fare ciò esse riducono quelli che sono gli spostamenti dovuti alla deformazione a taglio del nucleo, al costo però di caricarsi con momenti flettenti e sforzi di taglio addizionali. Tale effetto, come già visto, è trascurabile nelle travi sandwich con facce sottili.

Per considerare come interagiscono tra loro la rigidità flessionale propria delle facce e la rigidità a taglio del nucleo, verrà inizialmente ipotizzato che quest’ultimo abbia un modulo di elasticità tangenziale “ $G = G_c = \infty$ ” e che la trave sandwich venga sottoposta a un carico per unità di lunghezza “ q_1 ”. Sotto queste condizioni lo spostamento “ w_b ” avverrà in accordo con la teoria della trave elastica, al quale saranno associati il momento flettente “ M_1 ” e lo sforzo di taglio “ T_1 ”, quest’ultimo dato da:

$$-T_1 = D \cdot w_b''' = E \cdot (I - I_f) \cdot w_b'''' + E \cdot I_f \cdot w_b'''' \quad (4.83)$$

in cui come al solito l’apostrofo sta ad indicare la derivazione rispetto alla coordinata “ x ”. “ E ” è il modulo elastico del materiale costituente le facce, “ I ” è il momento d’inerzia delle facce rispetto all’asse baricentrico “ x ” dell’intera sezione ed “ I_f ” è la somma dei due momenti d’inerzia delle facce rispetto ai propri assi baricentrici; il contributo alla rigidità flessionale del nucleo è stato ovviamente trascurato.

$$I = \frac{b \cdot t^3}{6} + \frac{b \cdot t \cdot d^2}{2} \quad (4.84)$$

$$I_f = \frac{b \cdot t^3}{6} \quad (4.85)$$

Il primo termine della parte destra dell'equazione (4.83) rappresenta lo sforzo di taglio portato dalla trave come se la sezione fosse un "elemento unico", supponendo che le facce subiscano solo trazione (intradosso) e compressione (estradosso) senza subire una flessione locale. In tale situazione la tensione tangenziale " τ " è uniforme sullo spessore del nucleo " c " e diminuisce linearmente fino a zero sulle facce, ossia come in Fig. 4.11 (c). Il primo termine della (4.83) può allora essere sostituito con " $-b \cdot d \cdot \tau$ ", dove " τ " è la tensione tangenziale sul nucleo:

$$-T_1 = -b \cdot d \cdot \tau + E \cdot I_f \cdot w_b''' \quad (4.86)$$

$$q_1 = -T_1', \quad T_1 = M_1', \quad M_1 = -D \cdot w_b'' \quad (4.87)$$

Rimovendo ora l'ipotesi di " $G = G_c = \infty$ ", per via della tensione tangenziale " τ " il nucleo subisce una deformazione a taglio (scorrimento) $\gamma = \tau/G$, al quale corrisponde lo spostamento verticale " w_s ". Le facce dovranno anch'esse prendersi questo ulteriore spostamento, e facendo ciò è come se subissero un ulteriore carico distribuito " q_2 ", uno sforzo di taglio " T_2 " ed un momento flettente " M_2 " tali che:

$$q_2 = -T_2', \quad T_2 = M_2', \quad M_2 = -E \cdot I_f \cdot w_s'' \quad (4.87a)$$

Di conseguenza il carico totale " q ", lo sforzo di taglio " T ", il momento flettente " M " e lo spostamento totale " w " saranno dati da:

$$q = q_1 + q_2 \quad (4.88)$$

$$T = T_1 + T_2 \quad (4.89)$$

$$M = M_1 + M_2 \quad (4.90)$$

$$w = w_b + w_s \quad (4.91)$$

In altre parole si può dire che la trave sandwich subisce due distinti spostamenti: " w_b " è lo spostamento dovuto alla deformazione flessionale, dato dalla teoria della trave elastica e associato alla forza di taglio " T_1 ", il quale agirà sia sul nucleo sia sulle facce (ossia su tutta la sezione come se fosse "un tutt'uno"); " w_s " è invece lo spostamento dovuto alla deformazione a taglio (rimossa l'ipotesi $G = G_c = \infty$), associato sempre allo sforzo di taglio " T_1 ". Le facce parteciperanno a questo spostamento aggiuntivo inflettendosi attorno al proprio asse baricentrico, e facendo

ciò si caricheranno di un ulteriore sforzo di taglio “ T_2 ”; la somma di “ T_1 ” e “ T_2 ” sarà lo sforzo di taglio totale “ T ” applicato alla sezione della trave.

Se si considera ora l’equazione (4.78), la relazione tra lo scorrimento “ γ ” e lo spostamento addizionale “ w_s ” sarà:

$$\gamma = \frac{d}{c} \cdot w_s' \quad (4.92)$$

attraverso la quale si può ottenere la seguente espressione della tensione tangenziale:

$$\tau = \frac{d}{c} \cdot G \cdot w_s' \quad (4.93)$$

Quest’ultima può essere sostituita nell’equazione (4.86), tenendo sempre in conto che $A = b \cdot d^2 / c$:

$$-T_1 = -A \cdot G \cdot w_s' + E \cdot I_f \cdot w_b'' \quad (4.94)$$

e dopo alcuni passaggi, effettuando anche la sostituzione $T_1 = -D \cdot w_b''$, si ottiene:

$$w_s' = -\frac{D}{A \cdot G} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \cdot w_b'' = +\frac{T_1}{A \cdot G} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \quad (4.95)$$

Lo sforzo totale di taglio “ T ” sarà perciò dato da:

$$T = T_1 + T_2 = T_1 - E \cdot I_f \cdot w_s'' \quad (4.95a)$$

ed infine sostituendo in quest’ultima equazione l’espressione di w_s'' data dalla (4.95a), si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$T_1'' - a^2 \cdot T_1 = -a^2 \cdot T \quad (4.96)$$

$$a^2 = \frac{A \cdot G}{E \cdot I_f \cdot (1 - I_f / I)} \quad (4.97)$$

Per tutti i casi particolari nei quali T è una funzione della coordinata “ x ”, l’equazione (4.96) può essere risolta per “ T_1 ”, dopodiché le quantità M_1 , w_b , q_1 possono essere ricavate mediante sue integrazioni e derivazioni. La pendenza (scorrimento) w_s' può essere trovata dalla (4.95) e le quantità M_2 , w_s , q_2 da integrazioni e derivazioni di quest’ultima.

Il parametro “ a^2 ” rappresenta in sostanza il rapporto tra la rigidezza a taglio del nucleo e la rigidezza flessionale propria delle facce. Perciò la misura in cui le facce

modificano la deformazione a taglio del nucleo dipende in parte dal parametro “ a^2 ” e in parte dalla luce di carico “ L ”; tale effetto diventa piccolo per valori elevati di “ a^2 ” e di “ L ”.

Per ottenere le soluzioni nel caso della trave sandwich su appoggi semplici è necessario ovviamente introdurre le condizioni al contorno, per il calcolo delle costanti di integrazione. Vista la simmetria geometrica e di carico verrà considerata solo metà trave a mensola lunghezza “ $L/2$ ” e sbalzo “ L_1 ”, come illustrato nella seguente figura.

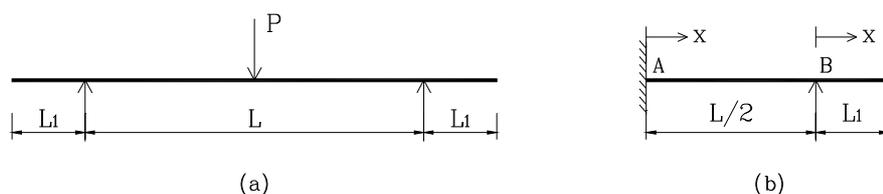


Figura 4.14 Trave sandwich su appoggi semplici con sbalzi e carico concentrato in mezzeria [ALLEN69].

Per il tratto di trave incastrata \overline{AB} , con la coordinata “ x ” che parte dal punto “ A ”, il valore del taglio è $T = -P/2$, da cui discende la soluzione dell’equazione (4.96) per il tratto considerato:

$$-T_1 = C_1 \cdot \cosh(a \cdot x) + C_2 \cdot \sinh(a \cdot x) + \frac{P}{2} \quad (4.98)$$

dalla quale, per successive integrazioni si ottiene:

$$E \cdot I \cdot w_b = \frac{C_1}{a^3} \cdot \sinh(a \cdot x) + \frac{C_2}{a^3} \cdot \cosh(a \cdot x) + \frac{P}{12} \cdot x^3 + \frac{C_3}{2} \cdot x^2 + C_4 \cdot x + C_5 \quad (4.99)$$

Riscrivendo l’equazione (4.95) in questa forma più compatta:

$$E \cdot I_f \cdot w_s' = \frac{T_1}{a^2} \quad (4.100)$$

e prendendo in considerazione anche l’equazione (4.98), è possibile ottenere un’equazione per w_s' , la quale integrata una volta fornisce:

$$-E \cdot I_f \cdot w_s = \frac{C_1}{a^3} \cdot \sinh(a \cdot x) + \frac{C_2}{a^3} \cdot \cosh(a \cdot x) + \frac{P}{2 \cdot a^2} \cdot x + C_6 \quad (4.101)$$

Possono ora essere scritte cinque semplici condizioni al contorno per iniziare ad ottenere le sei costanti di integrazione $C_1 - C_6$, ossia:

- 1) $w_b(x=0) = 0$ (Vincolo) $\longrightarrow C_5 + \frac{C_2}{a^3} = 0$;
- 2) $w_b'(x=0) = 0$ (Simmetria) $\longrightarrow \frac{C_1}{a^2} + C_4 = 0$;
- 3) $w_b'''(x=0) = 0$ (Simmetria) $\longrightarrow C_1 + \frac{P}{2} = 0$;
- 4) $M(x=0) = \frac{P \cdot L}{4}$ (Siccome: $-M = E \cdot I \cdot w_b'' + E \cdot I_f \cdot w_s''$) $\longrightarrow -\frac{P \cdot L}{4} = C_3$;
- 5) $w_s(x=0) = 0$ (Vincolo) $\longrightarrow \frac{C_2}{a^3} + C_6 = 0$;

così che le costanti di integrazione possono essere scritte in questo modo, con “ C_2 ” ancora incognita:

$$C_1 = -\frac{P}{2}; \quad C_3 = -\frac{P \cdot L}{4}; \quad C_4 = +\frac{P}{2 \cdot a^2}; \quad C_5 = C_6 = -\frac{C_2}{a^3} \quad (4.102)$$

Considerando ora la porzione di trave a mensola \overline{BC} , prendendo stavolta come origine della coordinata “ x ” il punto “ B ”, si può notare che su tale tratto lo sforzo di taglio “ T ” è nullo, e su di esso varranno ancora le equazioni (4.98) e (4.99), senza però i termini contenenti il carico “ P ”, ed ovviamente sostituendo le costanti di integrazione $C_1 - C_6$ con $B_1 - B_6$.

Per tale tratto possono essere scritte le quattro seguenti condizioni al contorno:

- 6) $w_b(x=0) = 0$ (Vincolo) $\longrightarrow B_5 + \frac{B_2}{a^3} = 0$;
- 7) $w_s(x=0) = 0$ (Vincolo) $\longrightarrow B_6 + \frac{B_2}{a^3} = 0$;
- 8) $w_b''(x=L_1) = 0$ $\longrightarrow \frac{B_1}{a} \sinh(a \cdot L_1) + \frac{B_2}{a} \cosh(a \cdot L_1) + 2 \cdot B_3 = 0$;
- 9) $w_s''(x=L_1) = 0$ $\longrightarrow \frac{B_1}{a} \sinh(a \cdot L_1) + \frac{B_2}{a} \cosh(a \cdot L_1) = 0$;

Le ultime due condizioni nascono dall’aver assunto che i due momenti flettenti “ M_1 ” e “ M_2 ” si annullino separatamente al bordo libero “ $x = L_1$ ”; ciò è vero purché le facce, all’estremità, siano libere di ruotare, ovvero non sia presente nessun

dispositivo di irrigidimento atto a tenere la sezione terminale piana. Dalle condizioni al contorno appena scritte si ottengono le seguenti espressioni delle costanti di integrazione per il tratto \overline{BC} :

$$B_2 = -B_1 \tanh(a \cdot L_1); \quad B_3 = 0; \quad B_5 = B_6 = \frac{B}{a^2} \cdot \tanh(a \cdot L_1) \quad (4.103)$$

Dopo aver considerato distintamente i due tratti di trave \overline{AB} e \overline{BC} occorre ristabilire la continuità nel punto "B", ossia in tale punto dovranno essere continue le grandezze w_b' , w_s' , w_b'' , w_s'' e di conseguenza, dall'equazione (4.95) saranno continue anche w_b''' , w_b^{IV} . Le uniche condizioni al contorno che forniscono delle equazioni indipendenti per garantire tale continuità sono:

10) Continuità di w_b' del punto "B":

$$\frac{C_1}{a^2} \cdot \cosh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + \frac{C_2}{a^2} \cdot \sinh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + \frac{P \cdot L^2}{16} + C_3 \cdot L + C_4 = \frac{B_1}{a^2} + B_4;$$

11) Continuità di w_s' del punto "B":

$$C_1 \cdot \cosh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + C_2 \cdot \sinh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + \frac{P}{2} = B_1;$$

12) Continuità di w_b'' del punto "B":

$$C_1 \cdot \sinh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + C_2 \cdot \cosh\left(\frac{a \cdot L}{2}\right) + \left(\frac{P \cdot L}{4} + 2 \cdot C_3\right) \cdot a = B_2 + 2 \cdot B_3 \cdot a.$$

In queste equazioni le costanti B_2 , B_3 , C_1 , C_3 possono essere sostituite con le loro espressioni riportate nelle (4.102) e (4.103), mentre le condizioni 11) e 12) forniscono due equazioni per ottenere le costanti di integrazione C_2 e B_1 . Di queste due solo C_2 è di immediato interesse, mentre se fosse necessario trovare anche l'espressione della costante B_1 si dovrebbe usare la condizione 10):

$$C_2 = \beta_1 \cdot \frac{P}{2} \quad (4.104)$$

$$\beta_1 = \frac{\sinh(\vartheta) - [1 - \cosh(\vartheta)] \cdot \tanh(\phi)}{\sinh(\vartheta) \cdot \tanh(\phi) + \cosh(\vartheta)}; \quad \vartheta = a \cdot \frac{L}{2}; \quad \phi = a \cdot L_1 \quad (4.105)$$

A questo punto sono note le costanti $C_1 - C_6$, le quali possono essere scritte all'interno delle equazioni (4.99) e (4.101). Lo spostamento totale "w" può essere espresso ora come funzione della coordinata "x" per il tratto di trave \overline{AB} , mentre mediante l'equazione (4.93) è possibile definire la tensione tangenziale sul nucleo (costante) sempre in funzione della coordinata "x" sul medesimo tratto \overline{AB} . Inoltre la tensione normale massima "σ" sulla sezione, in funzione della coordinata "x" sarà:

$$\sigma(x) = M_1(x) \cdot \frac{c + 2 \cdot t}{2 \cdot I} + M_2(x) \cdot \frac{t}{2 \cdot I_f} \quad (4.106)$$

dove $M_1(x)$ e $M_2(x)$ sono date rispettivamente dalla doppia derivazione delle equazioni (4.99) e (4.101), ovviamente sempre sul tratto \overline{AB} . Di seguito vengono riassunti i risultati di tali operazioni:

(4.107)

$$w(x) = -\frac{P \cdot L}{24 \cdot E \cdot I} \cdot x^2 \cdot \left(3 - \frac{2}{L} \cdot x\right) - \frac{P \cdot L}{4 \cdot A \cdot G} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right)^2 \cdot \left\{ \frac{2}{L} \cdot x - \frac{2}{a \cdot L} \cdot [\sinh(a \cdot x) + \beta_1 \cdot (1 - \cosh(a \cdot x))] \right\}$$

$$\tau(x) = -\frac{P}{2 \cdot b \cdot d} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \cdot \{1 - \cosh(a \cdot x) + \beta_1 \cdot \sinh(a \cdot x)\} \quad (4.108)$$

(4.109)

$$\sigma(x) = \frac{P \cdot L}{4} \cdot \left\{ \left[\left(1 - \frac{2}{L} \cdot x\right) - \frac{2}{a \cdot L} \cdot (\beta_1 \cdot \cosh(a \cdot x) - \sinh(a \cdot x)) \right] \cdot \frac{c + 2 \cdot t}{2 \cdot I} + \frac{2}{a \cdot L} \cdot (\beta_1 \cdot \cosh(a \cdot x) - \sinh(a \cdot x)) \cdot \frac{t}{2 \cdot I_f} \right\}$$

I valori massimi di "w", "τ", "σ" si avranno rispettivamente per i valori della coordinata "x" seguenti: $x = L/2$, $x = (1/a) \cdot \tanh^{-1}(\beta_1)$, $x = 0$.

$$w_{\max} = -\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} - \frac{P \cdot L}{4 \cdot A \cdot G} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right)^2 \cdot \Psi_1 \quad (4.110)$$

$$\tau_{\max} = -\frac{P}{2 \cdot b \cdot d} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \cdot \Psi_2 \quad (4.111)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P \cdot L}{4} \left\{ \frac{c + 2 \cdot t}{2 \cdot I} \cdot \psi_3 + \frac{t}{2 \cdot I_f} \cdot (1 - \psi_3) \right\} \quad (4.112)$$

dove:

$$\psi_1 = 1 - \frac{\sinh(\vartheta) + \beta_1 \cdot [1 - \cosh(\vartheta)]}{\vartheta} \quad (4.113)$$

$$\psi_2 = 1 - \sqrt{1 - \beta_1^2} \quad (4.114)$$

$$\psi_3 = 1 - \frac{\beta_1}{\vartheta} \quad (4.115)$$

Può essere utile considerare la forma e valori che queste equazioni e coefficienti prendono per i seguenti casi limite, tenendo a mente che il caso reale si collocherà all'interno di questo "range". È bene ricordare inoltre che per un buon funzionamento meccanico dei pannelli sandwich è necessario minimizzare il comportamento delle facce come due elementi separati, ossia far comportare la sezione nella maniera più composita possibile, massimizzando cioè la rigidità a taglio "AG" del nucleo (senza però appesantire l'elemento); tali casi limite possono essere utilizzati per definire quanto la trave si comporti in maniera più o meno composita.

Per un comportamento ottimale perciò una faccia dovrebbe essere soggetta principalmente a compressione e l'altra ovviamente a trazione; nel libro di Allen viene anche sottolineato come dei valori di " $\vartheta < 20$ " indicano un insufficiente comportamento composito della sezione.

- CASO I : ($G \rightarrow 0$) Il nucleo è come se non esistesse, e le due facce si comportano come due travi indipendenti;
- CASO II: ($G \rightarrow \infty$) Il nucleo ha una rigidità a taglio infinita, la trave non si deforma a taglio ma solo a flessione come se la sezione fosse uniforme;
- CASO III: ($t \rightarrow 0$) Le facce si comportano come due membrane sottili, si ricade nel caso di trave sandwich con facce sottili appunto.

	VALORI LIMITE		
	CASO I: ($G \rightarrow 0$)	CASO II: ($G \rightarrow \infty$)	CASO III: ($t \rightarrow 0$)
a	0	∞	∞
ϑ	0	∞	∞
β_1	0	1	1
Ψ_1	$\vartheta^3/3$	1	1
Ψ_2	0	1	1
Ψ_3	0	1	$1-1/\vartheta$
W_{\max}	$-\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_f}$	$-\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$	$-\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} - \frac{P \cdot L}{4 \cdot b \cdot d \cdot G}$
τ_{\max}	0	$-\frac{P}{2 \cdot b \cdot d} \left(1 - \frac{I_f}{I}\right)$	$-\frac{P}{2 \cdot b \cdot d}$
σ_{\max}	$\frac{P \cdot L}{4} \cdot \frac{t}{2 \cdot I_f}$	$\frac{P \cdot L}{4} \cdot \frac{c+2 \cdot t}{2 \cdot I}$	$\frac{P \cdot L}{4} \cdot \frac{c+2 \cdot t}{2 \cdot I} + \frac{P \cdot L}{4} \cdot \frac{t}{2 \cdot I_f} \cdot \frac{1}{\vartheta}$

Figura 4.15 Tabella dei casi limite per una trave sandwich su due appoggi semplici agli estremi e carico concentrato in mezzeria [ALLEN69].

TRAVI SANDWICH CON FACCE DI SPESSORE DIVERSO E NUCLEO “ANTIPLANE”

Nel caso in cui le facce della trave sandwich siano di spessore diverso, ma con valori dello spessore diverso, è necessario fare delle modifiche ad alcune equazioni precedentemente esposte.

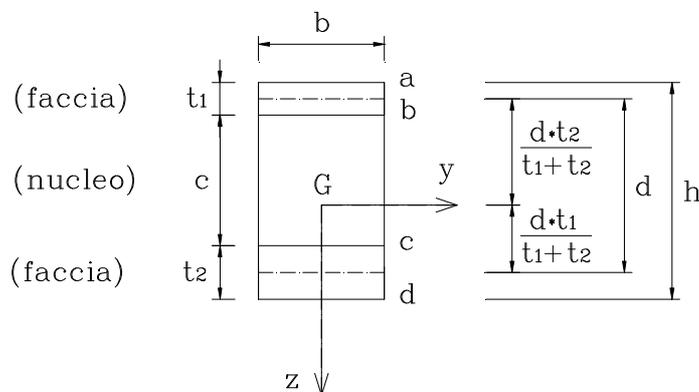


Figura 4.16 Dimensioni di una trave sandwich con le facce di spessore diverso [ALLEN69].

Le espressioni dei momenti d'inerzia della sezione trasversale considerata come un elemento unico "I", e quello delle due facce attorno al proprio asse baricentrico "I_f", non saranno più quelle date dalle equazioni (4.84) e (4.85), ma le seguenti:

$$I = \frac{b \cdot d^2 \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} + \frac{b}{12} \cdot (t_1^3 + t_2^3) \quad (4.116)$$

$$I_f = \frac{b}{12} \cdot (t_1^3 + t_2^3) \quad (4.117)$$

Il secondo cambiamento invece riguarda l'espressione della tensione normale "σ" sulle facce (4.106) (sul nucleo "antiplane" tale tensione è considerata nulla come già detto), in cui i coefficienti "α₁" e "α₂" sostituiscono rispettivamente le quantità "(c+2·t)/2·I" e "t/2·I_f":

$$\sigma(x) = M_1(x) \cdot \alpha_1 + M_2(x) \cdot \alpha_2 \quad (4.118)$$

I coefficienti "α₁" e "α₂" assumono valori diversi a seconda della coordinata "z" considerata, i cui valori per i punti segnati in Fig. 4.16 sono riportati nella seguente tabella, in cui sono stati considerati positivi il momento flettente che tende le fibre inferiori e le tensioni normali di trazione.

Livello	α ₁	α ₂
a	$-\frac{1}{I} \cdot \left(\frac{d \cdot t_2}{t_1 + t_2} + \frac{t_1}{2} \right)$	$-\frac{1}{I_f} \cdot \frac{t_1}{2}$
b	$-\frac{1}{I} \cdot \left(\frac{d \cdot t_2}{t_1 + t_2} - \frac{t_1}{2} \right)$	$+\frac{1}{I_f} \cdot \frac{t_1}{2}$
c	$+\frac{1}{I} \cdot \left(\frac{d \cdot t_1}{t_1 + t_2} - \frac{t_2}{2} \right)$	$-\frac{1}{I_f} \cdot \frac{t_2}{2}$
d	$+\frac{1}{I} \cdot \left(\frac{d \cdot t_1}{t_1 + t_2} + \frac{t_2}{2} \right)$	$+\frac{1}{I_f} \cdot \frac{t_2}{2}$

Figura 4.17 Tabella dei coefficienti "α₁" e "α₂" per diversi livelli sulla sezione trasversale [ALLEN69].

Le stesse modifiche apportate all'equazione (4.106) vengono fatte anche sulle equazioni (4.109) e (4.112) che diventano rispettivamente:

$$(4.119)$$

$$\sigma(x) = \frac{P \cdot L}{4} \cdot \left\{ \left[\left(1 - \frac{2}{L} \cdot x \right) - \frac{2}{a \cdot L} \cdot (\beta_1 \cdot \cosh(a \cdot x) - \sinh(a \cdot x)) \right] \cdot \alpha_1 + \frac{2}{a \cdot L} \cdot (\beta_1 \cdot \cosh(a \cdot x) - \sinh(a \cdot x)) \cdot \alpha_2 \right\}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P \cdot L}{4} \{ \alpha_1 \cdot \psi_3 + \alpha_2 \cdot (1 - \psi_3) \} \quad (4.120)$$

Tutte le altre equazioni precedentemente esposte per il caso di facce spesse rimangono identiche, mentre per il caso di facce sottili la differenza di spessore delle facce ovviamente non è sentita.

INFLUENZA DELLA LARGHEZZA DELLA SEZIONE TRASVERSALE DELLA TRAVE SANDWICH

Considerando sempre la trave su due appoggi semplici ed i restanti bordi liberi (in modo cioè da subire una deformazione cilindrica), possono essere distinti due casi in funzione della larghezza della sezione trasversale “b”:

TRAVE “STRETTA” ($b \leq c$) : in questo caso la dilatazione e contrazione laterale, ossia in direzione “y” (associata alla tensione membranale in direzione “x”) è libera e non si generano stati tensionali tangenziali sul nucleo nel piano “y-z”. Le facce sono in uno stato di tensione unidirezionale e il rapporto tra tensione e deformazione è dato dal modulo elastico “E”. A rigore ciò non può essere applicato alle facce quando esse abbiano una propria rigidità a flessione non trascurabile (facce spesse), in quanto esse si comporteranno come delle piastre spesse ed il rapporto tensione/deformazione in direzione “x” sarà perciò dato da $E/(1-\nu^2)$. Nonostante ciò la teoria di Allen propone di prendere “E” al posto di quest’ultimo anche nel caso in cui le facce siano da considerare spesse, senza così causare ulteriori complicazioni e non introducendo allo stesso tempo errori significativi.

TRAVE “LARGA” ($b \gg c$) : in questo caso il pannello sandwich non si comporterà più come una trave ma come una “PIASTRA”, ossia l’espansione e contrazione laterale in direzione “y” è impedita dal materiale stesso che costituisce la trave; ciò è tanto più vero quanto più la trave è larga. In tal caso perciò il rapporto tensione/deformazione in direzione “x”, ossia “E”, dev’essere sostituito con $E/(1-\nu^2)$ in tutte le equazioni precedentemente esposte (in quanto fino ad ora la trattazione è stata svolta considerando il caso di “trave stretta”).

4.4 Applicazione delle Teorie ai solai composti

In questo paragrafo vengono applicate le Teorie di Pantema e di Allen ai provini di solai composti sottoposti alle Prove di carico a Taglio e a Flessione, allo scopo di capire se e quanto riescano ad interpretare anche il comportamento di tali solai, confermandone così l'appartenenza alla tipologia strutturale del "Pannello Sandwich". Verranno quindi calcolate le caratteristiche meccaniche e i vari coefficienti che queste due Teorie prevedono, considerando la configurazione di vincolo coincidente con quella delle prove di carico eseguite, ossia trave su due appoggi con carico concentrato in mezzera. Tramite implementazione con foglio di calcolo EXCEL sono state applicate le teorie alle due tipologie di prove di carico; si può già anticipare che queste teorie hanno dato praticamente i medesimi risultati, per questa ragione è stato deciso di approfondire l'applicazione della Teoria di Allen, in quanto fornisce molti più dettagli sullo stato tensionale e sollecitativo dei singoli elementi di cui la sezione è composta. I risultati ottenuti serviranno per interpretare, nel Capitolo 5, i comportamenti riscontrati durante l'esecuzione delle Prove di carico e riportate dettagliatamente nel Capitolo 3.

4.4.1 CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE DELLA SEZIONE COMPOSTA

Dal precedente Paragrafo 4.2 saranno ora calcolati i coefficienti e le caratteristiche meccaniche necessarie per l'implementazione in EXCEL della Teoria di Pantema, e più precisamente le formule (4.8), (4.13), (4.15), (4.16), (4.42), (4.43), (4.44), (4.46), (4.52), adattandole per tener conto che le facce hanno uno spessore diverso e trascurando la deformabilità a taglio delle facce stesse.

Per poter svolgere questi calcoli è necessario anticipare un risultato trovato nel Capitolo 5, ossia quello relativo alle caratteristiche (modulo elastico normale " E_n " e tangenziale " G_n ") del materiale MATERIALE FITTIZIO OMOGENEO costituente il nucleo; a tale capitolo si rimanda per ogni chiarimento su come tali caratteristiche sono state trovate. Inoltre si ricorda che momenti d'inerzia e rigidità sono calcolati, sempre nella Teoria di Pantema, per UNITA' DI LARGHEZZA, motivo per cui, per poter essere confrontate con quanto detta la Teoria di Allen, verranno successivamente moltiplicate per la larghezza della sezione trasversale "b".

Prima però bisogna calcolare la quota del baricentro della sezione dall'intradosso, coincidente con la traccia dell'asse neutro del provino di solaio e con cui si fa coincidere anche l'asse "x" del sistema di riferimento del provino stesso.

Tale calcolo è noto dalla Geometria delle Masse, riportata nel volume [1ESVIOLA85]:

$$\bar{x} = \frac{(b \cdot t_1) \cdot (h - t_1/2) + (b \cdot t_2) \cdot (t_2/2)}{(b \cdot t_1) + (b \cdot t_2)} = \frac{(60 \cdot 7) \cdot (25 - 7/2) + (60 \cdot 3) \cdot (3/2)}{(60 \cdot 7) + (60 \cdot 3)} = 15,4 \text{ cm} \quad (4.121)$$

Nel calcolo si è trascurato sia il nucleo, avendo un coefficiente di omogeneizzazione del materiale decisamente trascurabile, sia l'acciaio, ottenendo comunque la precisione del millimetro, come si è visto dai calcoli con foglio EXCEL.

CONTRIBUTI ALLA RIGIDEZZA FLESSIONALE DELLA SEZIONE

Faccia superiore (soletta):

$$B_{f1} = \frac{1}{12} \cdot E_f \cdot t_1^3 = \frac{1}{12} \cdot 339.850 \cdot 7^3 = 9.714.045 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} \quad (4.122)$$

Faccia inferiore (fondello):

$$B_{f2} = \frac{1}{12} \cdot E_f \cdot t_2^3 = \frac{1}{12} \cdot 339.850 \cdot 3^3 = 764.663 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} \quad (4.123)$$

Contributo del trasporto della soletta:

$$B_1 = E_f \cdot t_1 \cdot (h - \bar{x} - t_1/2)^2 = 339.850 \cdot 7 \cdot (25 - 15,4 - 7/2)^2 = 88.520.730 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} \quad (4.124)$$

Contributo del trasporto del fondello:

$$B_2 = E_f \cdot t_2 \cdot (\bar{x} - t_2/2)^2 = 339.850 \cdot 3 \cdot (15,4 - 3/2)^2 = 196.987.256 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} \quad (4.125)$$

RIGIDEZZA FLESSIONALE PER FACCE SOTTILI (per unità di larghezza)

$$B = B_1 + B_2 = 285.507.986 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} = 28.550.798.600 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \quad (4.126)$$

RIGIDEZZA FLESSIONALE PER FACCE SPESSE (per unità di larghezza)

$$B_0 = B_{f1} + B_{f2} + B_1 + B_2 = 295.986.694 \frac{\text{Kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} = 29.598.669.400 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \quad (4.127)$$

RIGIDEZZA FLESSIONALE PER FACCE SOTTILI “D” (tutta la sezione) (4.128)

$$D = B \cdot b = 285.507.986 \cdot 60 = 17.130.479.160 \text{Kg} \cdot \text{cm}^2 = 17.130.479.160.000 \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

RIGIDEZZA FLESSIONALE PER FACCE SPESSE “D₀” (tutta la sezione) (4.129)

$$D_0 = B_0 \cdot b = 295.986.694 \cdot 60 = 17.759.201.640 \text{Kg} \cdot \text{cm}^2 = 17.759.201.640.000 \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

COEFFICIENTE “C_f” (tiene conto dello spessore delle facce, considerate uguali e dello spessore medio ($t = (t_1 + t_2)/2 = (7 + 3)/2 = 5 \text{cm}$):

$$c_f = \frac{1}{3 \cdot [1 + (c/t)]^2} = \frac{1}{3 \cdot [1 + (15/5)]^2} = 0,021 \quad (4.130)$$

RIGIDEZZA A TAGLIO PER FACCE SOTTILI “S” (per unità di larghezza):

$$S = \frac{(c+t)^2}{c} \cdot G_n = \frac{(15+5)^2}{15} \cdot 90 = 2.400 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}} = 2.400 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (4.131)$$

RIGIDEZZA A TAGLIO PER FACCE SPESSE “S₀” (per unità di larghezza):

$$S_0 = S \cdot (1 + c_f)^2 = 2.400 \cdot (1 + 0,021)^2 = 2.500 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}} = 2.500 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (4.132)$$

RIGIDEZZA A TAGLIO PER FACCE SPESSE “A·G” (tutta la sezione):

$$A \cdot G = S_0 \cdot b = 2.500 \cdot 60 = 150.000 \text{Kg} = 1.500.000 \text{N} \quad (4.133)$$

COEFFICIENTE “α²” (calcolato secondo la formula (4.52)):

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{S}{B_{f1} + B_{f2}} = \frac{2.400}{9.714.045 + 764.663} = 0,000229 \frac{1}{\text{cm}^2} = 0,00000229 \frac{1}{\text{mm}^2} \\ \alpha &= \sqrt{\alpha^2} = \sqrt{0,000229} = 0,01513 \frac{1}{\text{cm}} = 0,001513 \frac{1}{\text{mm}} \end{aligned} \right\} \quad (4.134)$$

Ora invece saranno calcolati i coefficienti e le caratteristiche meccaniche secondo la Teoria di Allen, la quale considera tali caratteristiche riferendosi direttamente a tutta la larghezza della sezione. Tale Teoria fornisce inizialmente delle formule per valutare se le facce possano essere considerate sottili, trascurando così la propria

rigidezza flessionale, oppure spesse. Dalla formula (4.60) si può calcolare la distanza tra gli assi baricentrici delle facce, distanza riportata in Fig. 4.8 :

$$d = h - \frac{t_1 + t_2}{2} = 25 - \frac{7+3}{2} = 20\text{cm} \quad (4.135)$$

Con cui calcolare il seguente rapporto, per le due facce:

$$\frac{d}{t_1} = \frac{20}{7} = 2,86 < 5,77 \xrightarrow{(4.57)} \text{FACCIA SUPERIORE SPESSA} \quad (4.136)$$

$$100 > \frac{d}{t_2} = \frac{20}{3} = 6,67 > 5,77 \xrightarrow{(4.56)} \text{FACCIA INFERIORE SOTTILE} \quad (4.137)$$

La soletta può essere considerata spessa, mentre il fondello, per quanto ricadente nel caso di faccia sottile, è decisamente vicino al limite inferiore, per cui la sua rigidezza flessionale verrà comunque considerata. Nella seguente Figura sono riportati i contributi alla rigidezza flessionale delle singole parti costituenti la sezione, espressi anche in percentuale. Il riferimento al calcolo è la formula (4.59), e tali valori sono calcolati sempre secondo la geometria delle masse [IESVIOLA85].

CONTRIBUTO RIGIDEZZA FLESSIONALE “D”	Kg*cm²	PERC.
Faccia superiore attorno al proprio asse baricentrico	582.842.750	3,18%
Trasporto faccia superiore all'asse baric. della sezione	5.271.088.374	28,72%
Faccia inferiore attorno al proprio asse baricentrico	45.879.750	0,25%
Trasporto faccia inferiore all'asse baric. della sezione	11.858.557.372	64,61%
Acciaio estradosso	120.453	0,00%
Trasporto acciaio estradosso all'asse baric. della sezione	114.037.673	0,62%
Acciaio intradosso	38.656	0,00%
Trasporto acciaio intradosso all'asse baric. della sezione	479.592.646	2,61%
Nucleo	1.414.436	0,01%
Trasporto nucleo all'asse baric. dell'intera sezione	1.828.352	0,01%

Figura 4.18 Tabella dei contributi alla rigidezza flessionale dei singoli elementi costituenti la sezione trasversale del provino di solaio composito.

RIGIDEZZA FLESSIONALE FACCE SPESSE “D”

$$D = 18.355.400.462\text{Kg} \cdot \text{cm}^2 = 18.355.400.462.000\text{N} \cdot \text{mm}^2 \quad (4.138)$$

Dalla Fig.4.18 si vede come il contributo del nucleo e delle armature sia decisamente trascurabile, mentre le componenti principali, ossia quelle date dal momento di trasporto delle facce, costituiscano oltre il 90% dell'intera rigidità flessionale.

Nei calcoli dei prossimi paragrafi verrà considerato il valore totale di tale rigidità, ossia la (4.138), la quale, come si può notare da un confronto con la (4.128), è praticamente dello stesso ordine di grandezza.

I momenti d'inerzia, della sezione intera "I" e delle due facce "I_f", sono calcolati secondo le formule (4.116) e (4.117), considerando cioè i soli contributi delle due facce:

MOMENTO D'INERZIA DELLA SEZIONE INTERA "I"

$$I = \frac{b \cdot d^2 \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} + \frac{b}{12} \cdot (t_1^3 + t_2^3) = \frac{60 \cdot 20^2 \cdot 7 \cdot 3}{7 + 3} + \frac{60}{12} \cdot (7^3 + 3^3) = 52.250 \text{cm}^4 = 522.500.000 \text{mm}^4 \quad (4.139)$$

MOMENTO D'INERZIA PROPRI DI ENTRAMBE LE FACCE "I_f"

$$I_f = \frac{b}{12} \cdot (t_1^3 + t_2^3) = \frac{60}{12} \cdot (7^3 + 3^3) = 1.850 \text{cm}^4 = 18.500.000 \text{mm}^4 \quad (4.140)$$

Per quanto riguarda la Rigidezza a Taglio "A·G", sarà calcolata nel prossimo Capitolo, attraverso i grafici delle prove di carico a taglio. Tramite l'equazione (4.79) invece è possibile calcolare quella che è l'Area a taglio "A" (potendo così calcolare il modulo elastico tangenziale "G = G_n" del MATERIALE OMOGENEO FITTIZIO costituente il nucleo, come si vedrà).

$$A = \frac{b \cdot d^2}{c} = \frac{60 \cdot 20^2}{15} = 1.600 \text{cm}^2 = 160.000 \text{mm}^2 \quad (4.141)$$

Si può anticipare che la rigidità a taglio media delle tre prove a taglio ha seguente valore:

$$A \cdot G = 150.198 \text{Kg} = 1.501.984 \text{N} \quad (4.142)$$

Ossia praticamente ha lo stesso valore di quella ottenuta dalla Teoria di Pantema nell'equazione (4.121), la quale sfrutta comunque il valore "G = G_n" ottenuto dai valori sperimentali delle prove a taglio e anche mediante l'uso della (4.141) secondo quanto appena descritto.

Infine dall'equazione (4.97) si calcola il coefficiente “ a^2 ”, che ha lo stesso significato del coefficiente “ α^2 ” delle Teoria di Pantema:

COEFFICIENTE “ a^2 ”

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \frac{A \cdot G}{E \cdot I_f \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right)} = \frac{150.198}{339.850 \cdot 1.850 \cdot \left(1 - \frac{1.850}{52.250}\right)} = 0,000247 \frac{1}{\text{cm}^2} = 0,00000247 \frac{1}{\text{mm}^2} \\ a &= \sqrt{a^2} = \sqrt{0,000247} = 0,0157 \frac{1}{\text{cm}} = 0,00157 \frac{1}{\text{mm}} \end{aligned} \right\} \quad (4.143)$$

Un semplice confronto di queste ultime con le equazioni (4.134) ne mettono in mostra lo stesso ordine di grandezza.

4.4.2 APPLICAZIONE ALLE PROVE A TAGLIO

Allo scopo di confrontare come le due teorie riescano a interpretare il comportamento sperimentale delle prove a taglio, verranno calcolati gli spostamenti in mezzzeria per una configurazione identica a quella delle prove di carico stesse, ossia provino su due appoggi e carico concentrato in mezzzeria. Saranno considerati inoltre, per ogni Teoria, i due casi di FACCE SPESSE e FACCE SOTTILI.

Secondo la Teoria di Pantema, ed in particolare per quanto dettato dalle equazioni (4.31) e (4.32) nel il caso di FACCE SOTTILI, saranno di seguito calcolati gli spostamenti in mezzzeria dovuti alla deformazione a flessione “ W_b ” e a quella a taglio “ W_s ”. In riferimento alla configurazione generale riportata in Fig. 4.6, il “layout” delle prove di carico può essere ottenuto considerando:

$$\left\{ \begin{aligned} q &= 0 \\ R &= 0 \\ \varphi &= 1 \\ V &= P/2 \\ L &= 350\text{mm} = 0,35\text{m} \end{aligned} \right. \quad (4.144)$$

Le formule (4.31) e (4.32) andranno inoltre divise per la larghezza della sezione trasversale “ b ”, in maniera tale da riferirsi alle dimensioni effettive della sezione (questo ovviamente quando si usa la rigidezza flessionale “ B ” e quella a taglio “ S ”):

$$w_b(x=L) = \frac{q \cdot L^4}{8 \cdot B} + \varphi^2 \cdot (3 - \varphi) \cdot \frac{V \cdot L^3}{6 \cdot B} - \frac{R \cdot L^3}{3 \cdot B} = \frac{P \cdot L^3}{6 \cdot B \cdot b} \quad (4.145)$$

$$w_s(x=L) = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot q \cdot L^2 + V \cdot \varphi \cdot L - R \cdot L \right) = \frac{P \cdot L}{2 \cdot S \cdot b} \quad (4.146)$$

Attraverso l'implementazione in un foglio di calcolo EXCEL si sono ottenuti gli spostamenti in mezzeria per diversi valori del carico applicato "P", considerando il VALORE MEDIO del modulo di elasticità tangenziale del nucleo "G = G_n":

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0004	0,1118	0,1122
10	0,0040	1,1181	1,1221
20	0,0080	2,2362	2,2443
40	0,0161	4,4725	4,4886
70	0,0282	7,8269	7,8550
PERC.	0,36%	99,64%	100,00%

Figura 4.19 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la TEORIA DI PANTEMA e per il caso di FACCE SOTTILI (Per confronti con le Prove a Taglio).

Per quanto riguarda l'ipotesi di facce spesse, sempre secondo la Teoria di Pantema, sarà come al solito trascurata la deformabilità a taglio delle facce, ed il calcolo sarà eseguito in conformità alle formule (4.42), (4.44), (4.46) e (4.51), considerando lo spostamento in mezzeria e le posizioni fatte in (4.144). Per il momento saranno considerati ancora i VALORI MEDI delle caratteristiche del nucleo.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0004	0,0004	0,0008
10	0,0037	0,0041	0,0079
20	0,0075	0,0083	0,0157
40	0,0149	0,0166	0,0315
70	0,0261	0,0290	0,0551
PERC.	47,39%	52,61%	100,00%

Figura 4.20 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la TEORIA DI PANTEMA e per il caso di FACCE SPESSE (Per confronti con le Prove a Taglio).

Per quanto riguarda l'applicazione della Teoria di Pantema alle singole prove a taglio, saranno considerate le caratteristiche del materiale fittizio costituente il nucleo

dei singoli provini, anticipando così ancora una volta i risultati del prossimo Capitolo. Con tali caratteristiche saranno calcolati i relativi coefficienti, mentre per ragione di brevità non saranno riportate le tabelle con i valori di spostamento, poiché non aggiungono nessuna ulteriore informazione a quanto fornito dalle Fig. 4.19 e Fig.4.20; i risultati saranno perciò direttamente graficati in seguito.

VALORI	1° PROVA	2° PROVA	3° PROVA	VALORE MEDIO
AG [N]	1.873.662	1.707.317	924.703	1.501.894
G _n [MPa]	12	11	6	9
α ² [1/mm ²]	0,00000311	0,00000283	0,00000153	0,00000249
α [1/mm]	0,00176226	0,00168221	0,00123801	0,00157777
x [mm]	350	350	350	350
f(x) [mm]	311,47	314,47	329,62	318,29

Figura 4.21 Coefficienti dalla TEORIA DI PANTEMA per il calcolo degli spostamenti in mezzeria, per le diverse prove a taglio. Le prime due righe riguardano le caratteristiche del nucleo di materiale fittizio omogeneo, calcolate secondo la TEORIA DI ALLEN, sempre dalle prove a taglio.

Per quanto riguarda la Teoria di Allen, sarà sempre fatta la distinzione tra FACCE SOTTILI e FACCE SPESSE, considerando sia i valori medi del nucleo sia i valori riferiti a ogni prova di carico a taglio, come precedentemente fatto con la Teoria di Pantema. In riferimento alla Fig. 4.12, gli spostamenti in mezzeria per il caso di facce sottili sono calcolati attraverso l'equazione (4.81a), essendo $x = L/2 = 700/2 = 350\text{mm} = 0,35\text{m}$. Di seguito si riportano gli spostamenti con riferimento ai VALORI MEDI delle proprietà del nucleo.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w = w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0004	0,1165	0,1169
10	0,0039	1,1652	1,1691
20	0,0078	2,3304	2,3381
40	0,0155	4,6608	4,6763
70	0,0271	8,1564	8,1835
PERC.	0,33%	99,67%	100,00%

Figura 4.22 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la TEORIA DI ALLEN e per il caso di FACCE SOTTILI (Per confronti con le Prove a Taglio).

Per ottenere gli spostamenti nel caso di FACCE SPESSE è necessario il calcolo dei coefficienti descritti dalle formule (4.105), (4.113), mentre gli spostamenti in

mezzeria sono dati dalla formula (4.110). Anche stavolta gli spostamenti per le singole prove non saranno tabellati, ma riportati direttamente nei successivi grafici.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0004	0,0087	0,0091
10	0,0040	0,0865	0,0906
20	0,0080	0,1731	0,1811
40	0,0161	0,3462	0,3623
70	0,0282	0,6058	0,6340
PERC.	4,44%	95,56%	100,00%

Figura 4.23 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la **TEORIA DI ALLEN** e per il caso di **FACCE SPESSE** (Per confronti con le Prove a Taglio).

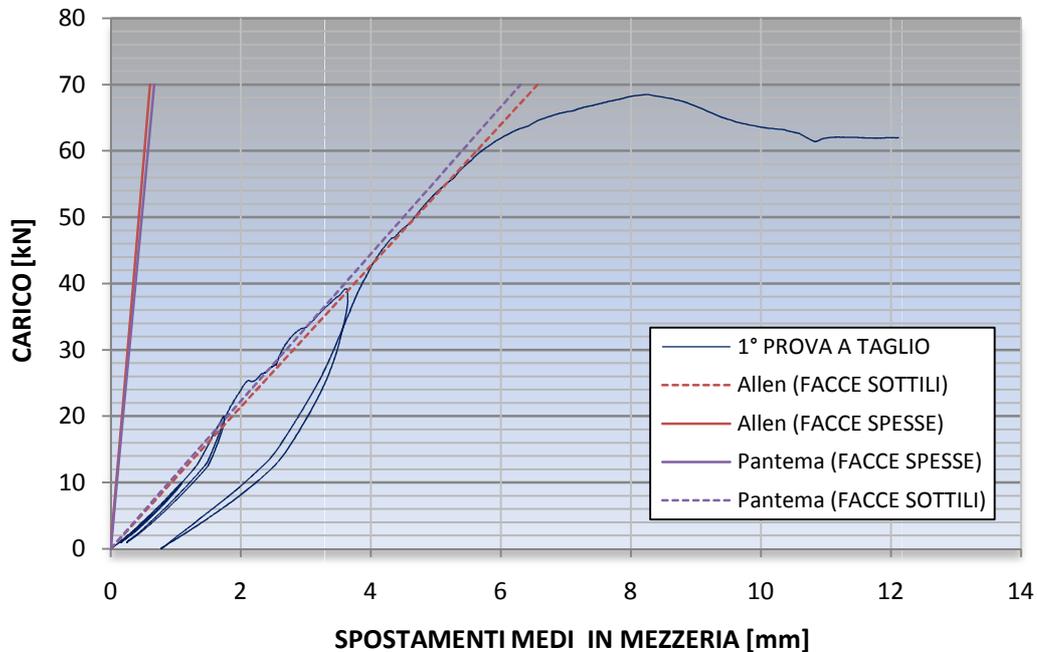
COEFFICIENTI	1°PROVA	2°PROVA	3° PROVA	VALORI MEDI
a ² [1/mm ²]	0,00000309	0,00000282	0,00000152	0,00000248
a [1/mm]	0,00175770	0,00167787	0,00123481	0,00157369
L ₁ [mm]	250	250	250	250
θ [-]	0,62	0,59	0,43	0,55
φ [-]	0,44	0,42	0,31	0,39
β ₁ [-]	0,50	0,49	0,39	0,46
Ψ ₁ [-]	0,09	0,09	0,05	0,08
Ψ ₁ *(1-I/I) ² [-]	0,09	0,08	0,05	0,07

Figura 4.24 Coefficienti dalla **TEORIA DI ALLEN** per il calcolo degli spostamenti in mezzeria, per le diverse prove a taglio.

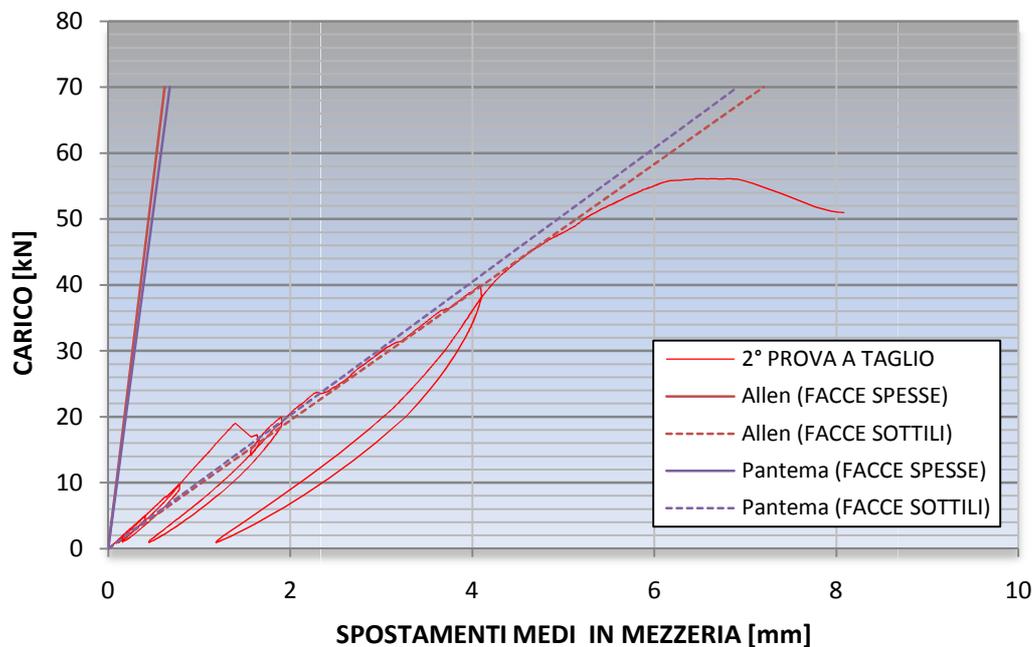
Si noti come la Teoria di Allen, per tener conto dello spessore delle facce, vada a considerare, per una luce tra gli appoggi di $L = 0,70\text{m}$, mediamente solo il 7% degli spostamenti dovuti alla deformazione a taglio, come si può leggere nell'ultima riga in Fig. 4.24 e considerando l'equazione (4.110). Dai grafici successivamente riportati si può notare come entrambe le teorie forniscano praticamente gli stessi risultati, venendo quasi a coincidere; esse però non riescono ad interpretare il comportamento dei provini soggetti a Prove a Taglio, i quali si ricorda ricadono nella categoria di PANNELLI SANDWICH a FACCE SPESSE. La coincidenza pare esserci invece, per entrambe le Teorie, se si considera l'ipotesi di Facce Sottili. Tale coincidenza però è da reputarsi al fatto che entrambe in questo caso prevedono uno spostamento in mezzeria, dovuto alla deformazione a taglio, maggiore del 95%

Si può concludere quindi che entrambe le Teorie non riescano a interpretare il comportamento delle Prove a Taglio. In effetti ciò ce lo si poteva aspettare, dato che

sia Pantema sia Allen partono dall'ipotesi della trave elastica alla Eulero-Bernoulli [VIOLA03], in qui è noto che la deformazione a taglio viene trascurata. Ciò ovviamente è vero quando la trave ha una lunghezza tra gli appoggi adeguata.. Il fatto di avere una luce tra gli appoggi ridotta, ossia $L^* = 700\text{mm} = 0,70\text{m}$, non mette le prove a taglio nelle stesse condizioni per le quali le due teorie sono state calibrate.



(a)



(b)

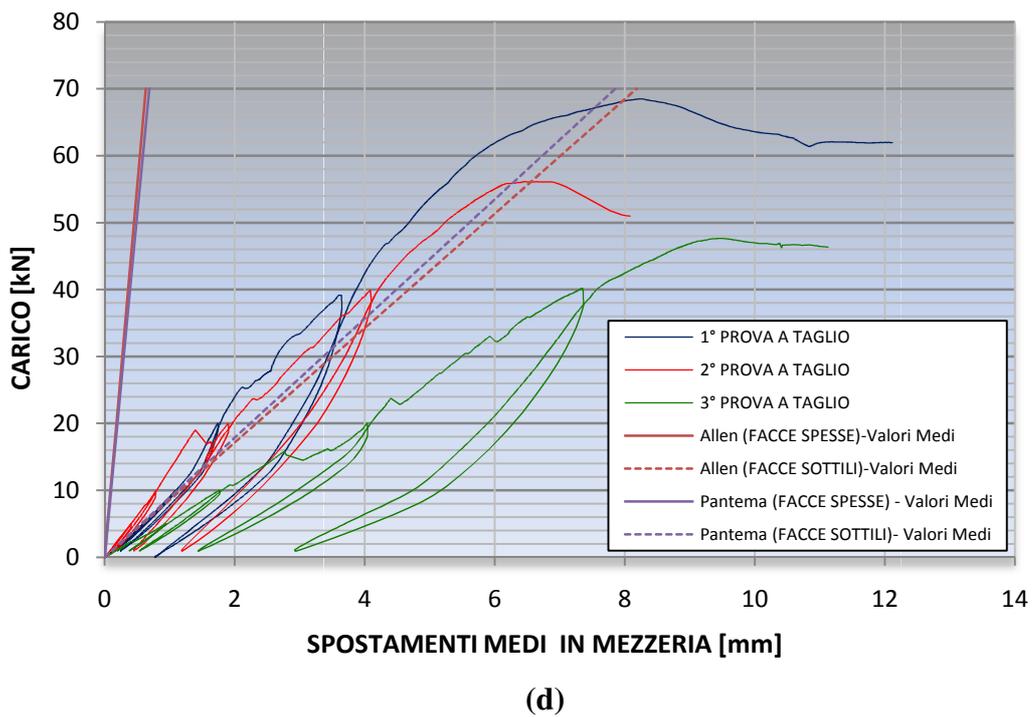
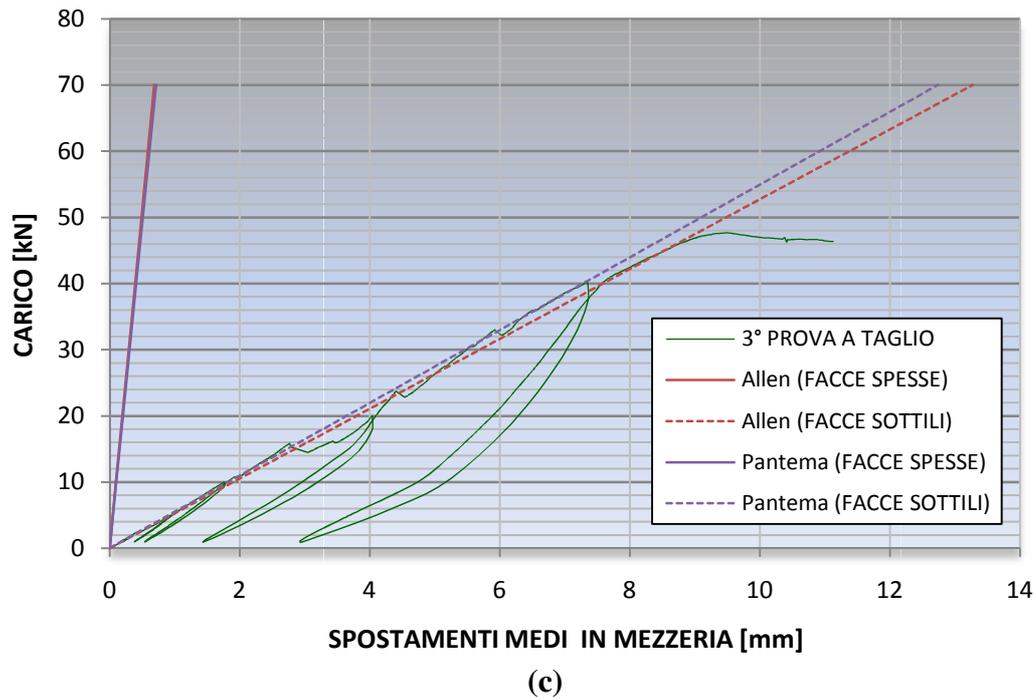


Figura 4.25 Grafici delle Prove a Taglio. (a): 1° PROVA A TAGLIO ed interpretazioni teoriche, (b): 2° PROVA A TAGLIO ed interpretazioni teoriche, (c): 3° PROVA A TAGLIO ed interpretazioni teoriche, (d): Prove a taglio ed interpretazioni teoriche riferite ai valori medi.

4.4.3 APPLICAZIONE ALLE PROVE A FLESSIONE

Come per le prove a taglio, ora le Teorie di Pantema e di Allen saranno applicate alle prove a flessione, tenendo sempre la distinzione tra FACCE SPESSE e FACCE SOTTILI. La differenza stavolta sta nel fatto che saranno considerati solamente i VALORI MEDI delle caratteristiche del materiale fittizio costituente il nucleo, poiché queste prove vengono effettuate su altri tre provini, e tale distinzione perderebbe perciò il proprio senso. Secondo la Teoria di Pantema, e in particolare per quanto dettato dalle equazioni (4.31) e (4.32) nel caso di FACCE SOTTILI, saranno di seguito calcolati gli spostamenti in mezzeria dovuti alla deformazione a flessione “ w_b ” e a quella a taglio “ w_s ”. In riferimento alla configurazione generale riportata in Fig. 4.6, il “layout” delle prove di carico può essere ottenuto considerando:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = 0 \\ R = 0 \\ \varphi = 1 \\ V = P/2 \\ L = 1250\text{mm} = 1,25\text{m} \end{array} \right. \quad (4.147)$$

Le formule (4.31) e (4.32) andranno anche stavolta divise per la larghezza della sezione trasversale “ b ”, in maniera tale da riferirsi alle dimensioni effettive della sezione (ovviamente quando si usa la rigidezza flessionale “ B ” e quella a taglio “ S ”). In pratica saranno utilizzate nuovamente le equazioni (4.145) e (4.146), ma utilizzando stavolta le posizioni (4.147).

Attraverso l’implementazione in un foglio di calcolo EXCEL si sono ottenuti gli spostamenti in mezzeria per diversi valori del carico applicato “ P ”, riferiti, come già detto, al VALORE MEDIO del modulo di elasticità tangenziale del nucleo “ $G = G_n$ ”:

P [KN]	w_b [mm]	w_s [mm]	$w = w_b + w_s$ [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0183	0,3993	0,4177
10	0,1833	3,9933	4,1766
20	0,3666	7,9866	8,3532
40	0,7332	15,9732	16,7064
PERC.	4,39%	95,61%	100,00%

Figura 4.26 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la TEORIA DI PANTEMA e per il caso di FACCE SOTTILI (Per confronti con le Prove a Flessione).

Per quanto riguarda l'ipotesi di FACCE SPESSE, sempre secondo la Teoria di Pantema, sarà anche stavolta trascurata la deformabilità a taglio delle facce, ed il calcolo sarà eseguito in conformità alle formule (4.42), (4.44), (4.46) e (4.51), considerando lo spostamento in mezzeria con le posizioni fatte però in (4.147).

COEFFICIENTI	VALORI
AG [N]	1.501.894
G _n [MPa]	9
α ² [1/mm ²]	0,00000249
α [1/mm]	0,00157777
x [mm]	1250
f(x) [mm]	609,73

Figura 4.27 Coefficienti dalla TEORIA DI PANTEMA per il calcolo degli spostamenti in mezzeria, per le diverse Prove a Flessione. Le prime due righe sono i VALORI MEDI delle caratteristiche del nucleo di materiale fittizio omogeneo, calcolate secondo la TEORIA DI ALLEN, dalle Prove a Taglio.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0038	0,2045	0,2084
10	0,0385	2,0454	2,0839
20	0,0769	4,0909	4,1678
40	0,1539	8,1818	8,3356
PERC.	1,85%	98,15%	100,00%

Figura 4.28 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la TEORIA DI PANTEMA e per il caso di FACCE SPESSE (Per confronti con le Prove a Flessione).

Anche per quanto riguarda la Teoria di Allen, sarà sempre fatta la distinzione tra FACCE SOTTILI e FACCE SPESSE, come precedentemente fatto con la Teoria di Pantema. In riferimento alla Fig. 4.12, gli spostamenti in mezzeria per il caso di facce sottili sono calcolati attraverso l'equazione (4.81a), essendo stavolta $x = L/2 = 2.500/2 = 1.250\text{mm} = 1,25\text{m}$. Di seguito si riportano gli spostamenti, utilizzando ovviamente i VALORI MEDI delle proprietà del nucleo.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0177	0,4161	0,4339
10	0,1773	4,1614	4,3388
20	0,3547	8,3228	8,6775
40	0,7094	16,6457	17,3550
70	1,2414	29,1299	30,3713
PERC.	4,09%	95,91%	100,00%

Figura 4.29 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la **TEORIA DI ALLEN** e per il caso di **FACCE SOTTILI** (Per confronti con le Prove a Flessione).

Per ottenere gli spostamenti nel caso di facce spesse è necessario come sempre il calcolo dei coefficienti descritti dalle formule (4.105), (4.113), mentre gli spostamenti in mezzeria sono dati dalla formula (4.110).

COEFFICIENTI		VALORI
a ²	[1/mm ²]	0,00000248
a	[1/mm]	0,00157369
L ₁	[mm]	150
θ	[-]	1,97
φ	[-]	0,24
β ₁	[-]	0,92
Ψ ₁	[-]	0,46
Ψ ₁ *(1-If/I) ²	[-]	0,43

Figura 4.30 Coefficienti dalla **TEORIA DI ALLEN** per il calcolo degli spostamenti in mezzeria, per le diverse Prove a Flessione.

P [KN]	w _b [mm]	w _s [mm]	w= w _b + w _s [mm]
0	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,0177	0,1786	0,1963
10	0,1774	1,7859	1,9633
20	0,3547	3,5719	3,9266
40	0,7095	7,1437	7,8532
70	1,2416	12,5015	13,7431
PERC.	9,03%	90,97%	100,00%

Figura 4.31 Tabella degli spostamenti in mezzeria per le diverse tipologie di deformazione, con la rispettiva percentuale sullo spostamento totale, secondo la **TEORIA DI ALLEN** e per il caso di **FACCE SPESS**E (Per confronti con le Prove a Flessione).

Dall'ultima riga della Fig. 4.30 e considerando l'equazione (4.110), si vede come nelle Prove di Carico a Flessione, per tener conto della rigidità flessionale propria delle facce spesse, la Teoria di Allen consideri solo il 43% dello spostamento in

mezzeria dovuto alla deformazione a taglio; tale valore aumenta rispetto alle Prove a Taglio, in cui veniva considerato mediamente solo un 7% (Fig. 4.24). L'effetto della rigidità flessionale propria delle facce, la quale, come visto nel Par.4.3, tende a ridurre la deformazione a taglio (Fig. 4.12 (d)), si riduce quindi man mano che la luce tra gli appoggi "L" cresce, in accordo a quanto dettato dalla Teoria di Allen stessa [ALLEN69].

Successivamente viene riportato un solo grafico che contiene i risultati sperimentali ottenuti dalle Prove di Carico a Flessione, ai quali sono stati sovrapposti i risultati teorici delle Teorie di Pantema e di Allen, con entrambi i casi di FACCE SPESSE e FACCE SOTTILI. La scelta di riportare tutto su un solo grafico è dettata dalla similarità dei risultati delle prove a flessione, cosa che, come si è già potuto osservare, non si è verificata nelle prove a taglio.

Dalla Fig. 4.32 si può notare come anche stavolta le due Teorie forniscano sostanzialmente gli stessi risultati; inoltre esse interpretano perfettamente il comportamento sperimentale dei provini (i quali si ricorda ricadono nella tipologia a FACCE SPESSE), fino almeno al valore di carico di $P = 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, valore per cui si è udito un suono di frattura in tutte e tre le prove a flessione, come si è già avuto modo di spiegare al Par. 3.5 .

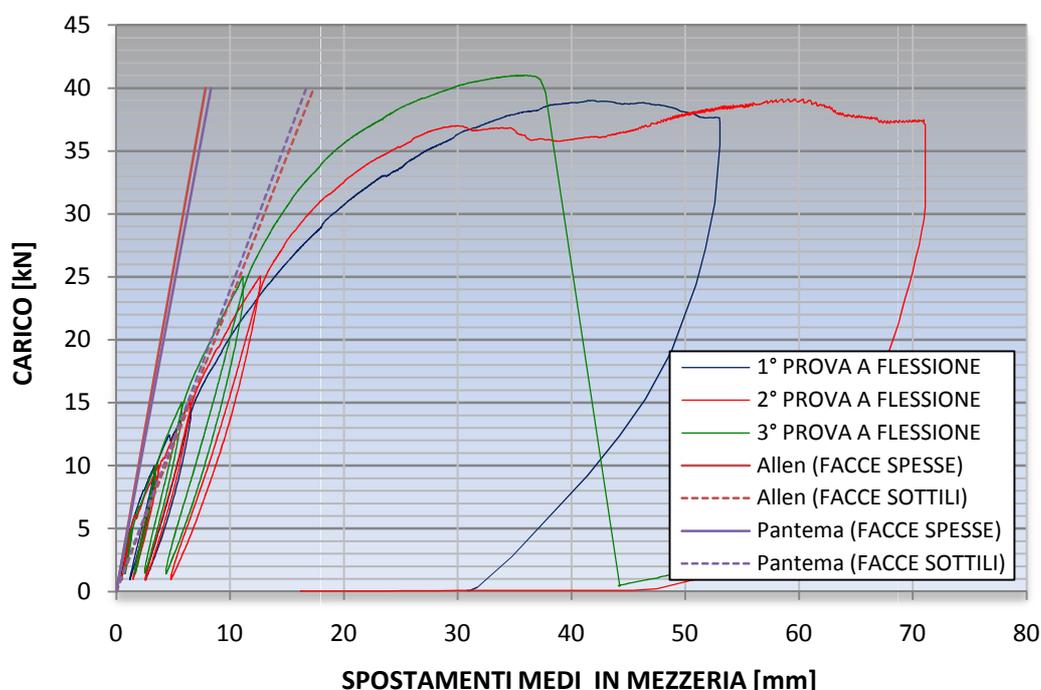


Figura 4.32 Grafici sperimentali delle Prove a Flessione con le interpretazioni teoriche delle Teorie di Pantema e di Allen.

4.4.4 SVILUPPO DELLA TEORIA DI ALLEN

Dato che entrambe le Teorie forniscono i medesimi risultati, si è scelto di approfondire la Teoria di Allen, la quale riporta molti più dettagli riguardo lo stato tensionale e sollecitativo della provino, sulla sua sezione trasversale e lungo il suo sviluppo longitudinale, come si vedrà in questo Sottoparagrafo. Tale sviluppo per quanto già enunciato, riguarderà l'interpretazione del comportamento dei soli provini sottoposti a Prove a Flessione, i quali hanno una lunghezza tra gli appoggi adeguata a soddisfare le condizioni per cui tale teoria è stata calibrata. Come si vedrà nel prossimo Capitolo invece, le Prove a Taglio saranno utilizzate per ottenere la Rigidezza a Taglio "AG" (risultati già utilizzati nei precedenti paragrafi), e per capire come si siano comportati i diagonali dei tralicci metallici presenti nel nucleo.

Per quanto detto al precedente Sottoparagrafo, la Teoria di Allen riesce a interpretare correttamente il comportamento dei provini a FACCE SPESSE, soggetti a Prove a Flessione, fino al carico limite di $P = 6\text{KN} = 0,6\text{t}$. Si è deciso perciò di implementare in EXCEL quelle formule che consentono di ottenere l'andamento di:

- Spostamenti verticali "w" del provino, suddivisi secondo i contributi dovuti alla deformazione a flessione " w_b " e quello dovuto alla deformazione a taglio " w_s ", lungo l'asse longitudinale "x". Per tale operazione è stata implementata la formula (4.107), riconoscendo nella sua struttura i due contributi citati;
- Andamento della Sollecitazione di Momento Flettente "M", suddivisa nella componente agente sulle facce " M_2 " e sull'intera sezione " M_1 ", lungo l'asse longitudinale "x". Per ottenere ciò sono state utilizzate ed effettuate semplici integrazioni (secondo quanto precedentemente detto al Par. 4.3), sulle equazioni (4.87), (4.87a), (4.90), (4.98), (4.102) e (4.104), implementando come sempre tutto in EXCEL. Si ricorda inoltre che, dalla Scienza delle Costruzioni [VIOLA03], il momento flettente massimo in mezzeria è $M = P \cdot L/4$;
- Andamento della Sollecitazione di Taglio "T", suddivisa nella componente agente sulle facce " T_2 " e sull'intera sezione " T_1 ", lungo l'asse longitudinale "x". Per tale operazione sono state implementate le equazioni (4.89), (4.98), (4.102), (4.104) e

considerando che, dalla Scienza delle Costruzioni [VIOLA03], lo sforzo di taglio “T” sarà dato da: $T = P/2$;

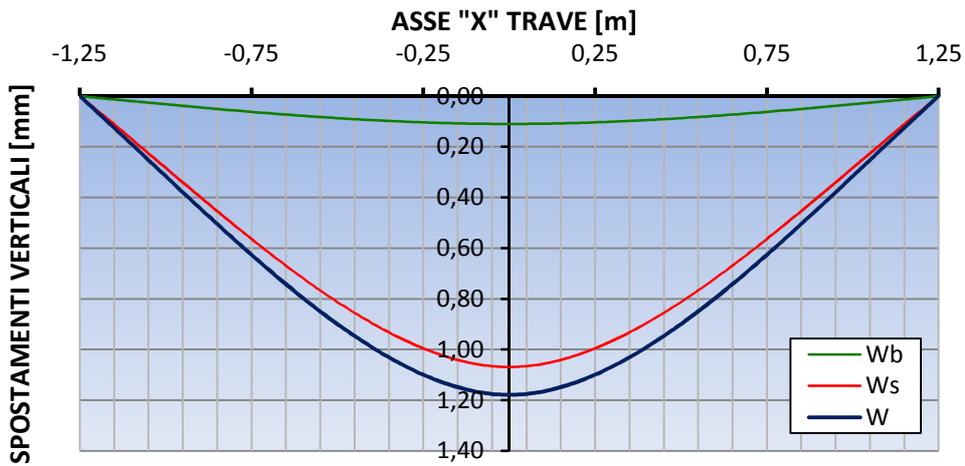
- Andamento delle Tensioni Tangenziali sul nucleo “ τ_c ” lungo lo sviluppo longitudinale del provino “x”. Per fare ciò è stata implementata la formula(4.108);
- Andamento delle Tensioni Normali “ σ ”, a diversi livelli della sezione trasversale, indicati in Fig. 4.16 , lungo l’asse longitudinale “x”, implementando le equazioni (4.119) e utilizzando i coefficienti di Fig. 4.17;
- Distribuzione delle Tensioni normali ” σ ” lungo le sezioni trasversali di mezzeria, agli appoggi, e dove la tensione tangenziale sul nucleo “ τ_c ” è massima, punto che coincide all’ascissa in cui le tensioni normali ” σ ” sono minime. Per ottenere ciò si sono implementate le equazioni (4.118) e quelle riportate in Fig. 4.17;
- Distribuzioni delle Tensioni tangenziali “ τ ” lungo la sezione trasversale in cui la tensione tangenziale sul nucleo “ τ_c ” è massima, implementando l’equazione (4.66), (4.67) e (4.68), adattandole ovviamente al caso presente;

Per effettuare queste operazioni sono stati calcolati i coefficienti della Teoria di Allen descritti nelle equazioni (4.105), (4.113), (4.114) e (4.115), per la luce di $L/2 = 1250\text{mm} = 1,25\text{m}$, in accordo quindi allo schema di Fig. 4.14 (b).

COEFFICIENTI		VALORI
a^2	[1/mm ²]	0,00000248
a	[1/mm]	0,00157369
L_1	[mm]	150
θ	[-]	1,97
ϕ	[-]	0,24
β_1	[-]	0,92
Ψ_1	[-]	0,46
Ψ_2	[-]	0,62
Ψ_3	[-]	0,53
$\Psi_1*(1-I_f/I)^2$	[-]	0,43

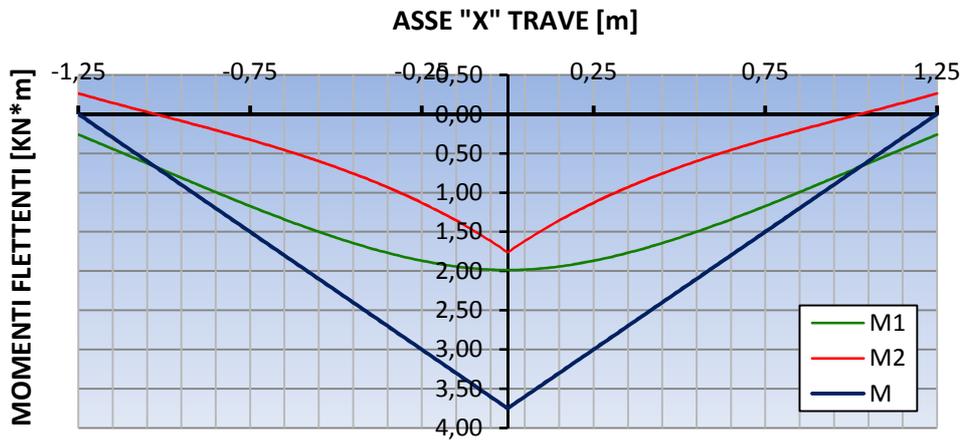
Figura 4.33 Coefficienti dalla TEORIA DI ALLEN per il calcolo degli spostamenti verticali, degli sforzi e delle tensioni lungo la sezione e lungo l’asse longitudinale “x” dei provini soggetti alle Prove a Flessione.

SPOSTAMENTI VERTICALI



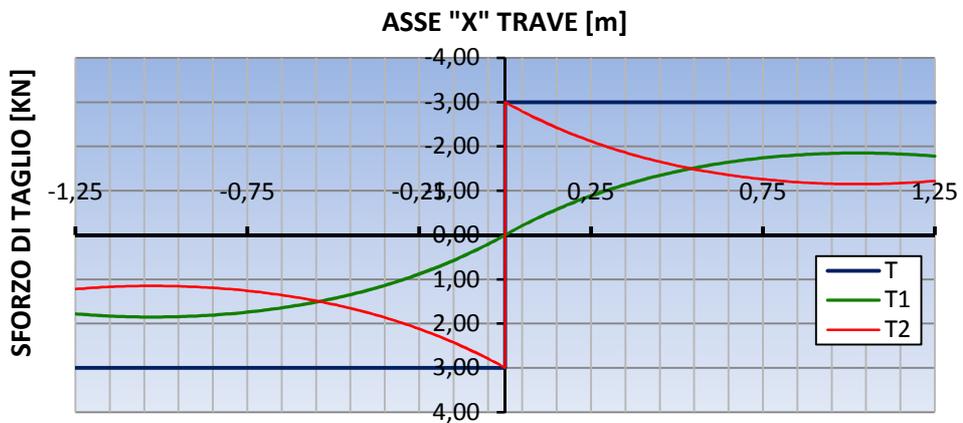
(a)

MOMENTI FLETTENTI



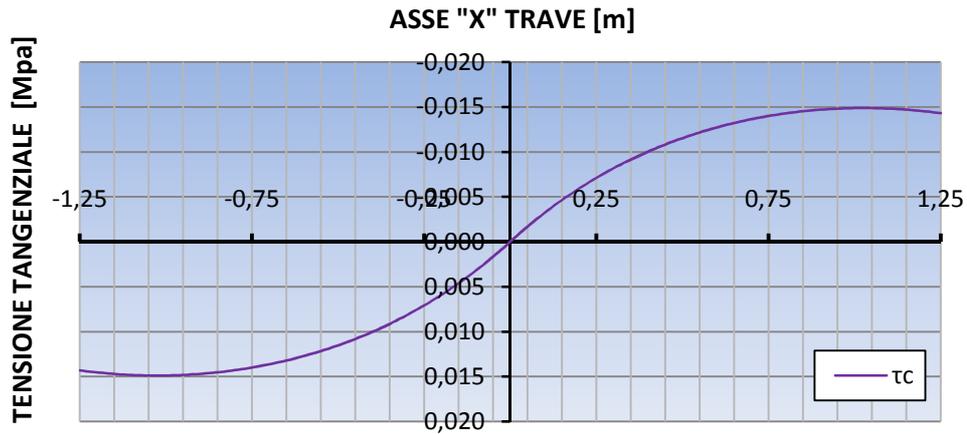
(b)

SFORZI DI TAGLIO



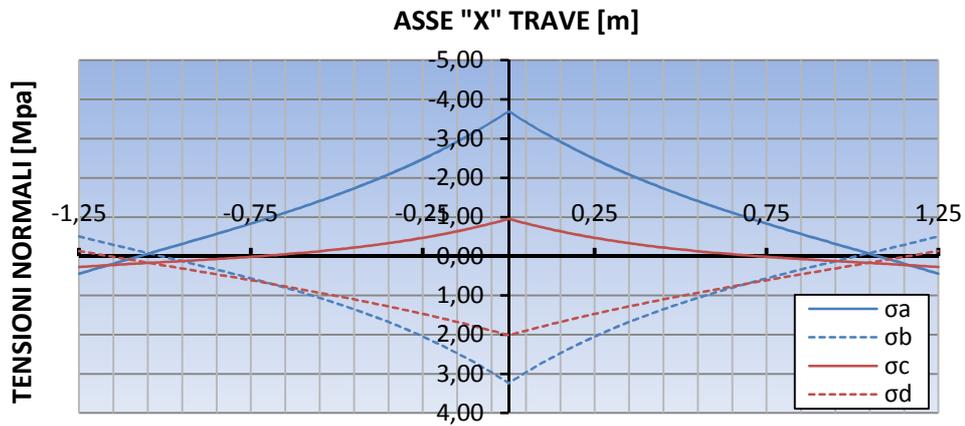
(c)

TENSIONE TANGENZIALE SUL NUCLEO " τ_c "



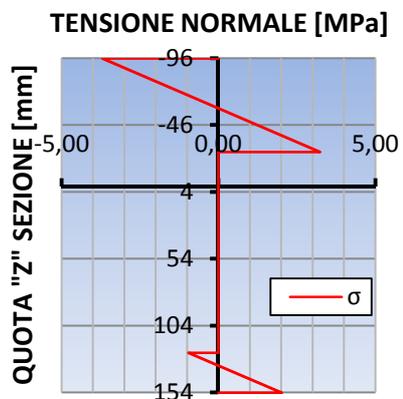
(d)

TENSIONI NORMALI " σ "



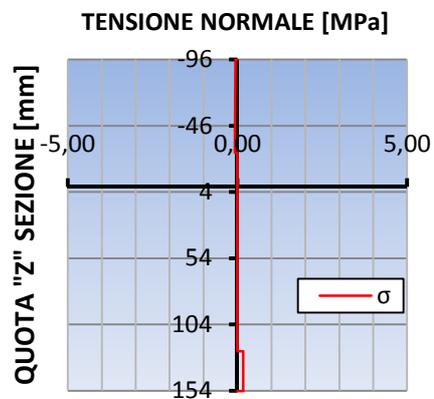
(e)

SEZIONE (X=0 m)



(f)

SEZIONE (X=1,05 m)



(g)

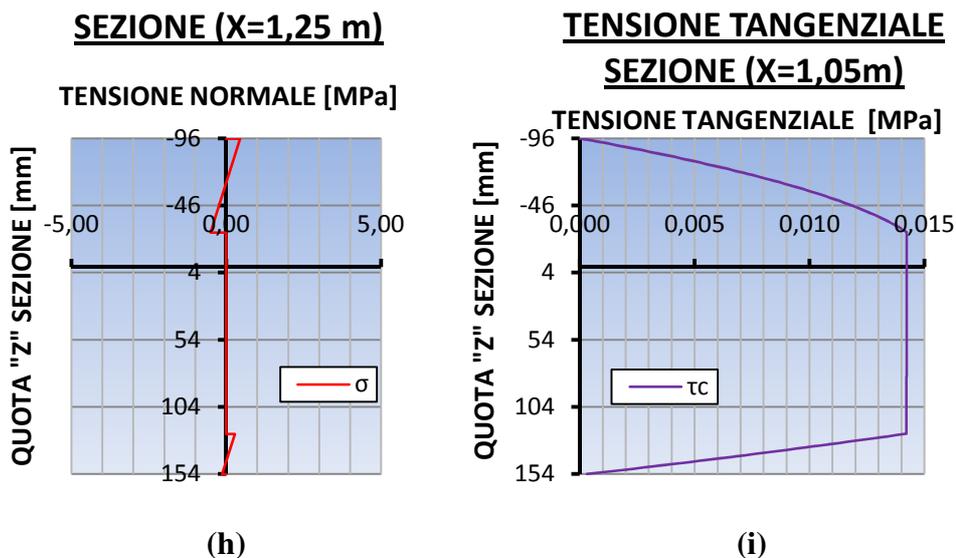


Figura 4.34 Grafici degli Spostamenti, stati tensionali e sforzi lungo le sezioni trasversali e lungo l'asse longitudinale "x" dei provini soggetti a Prove a Flessione, secondo la TEORIA DI ALLEN.

Si ricorda ancora una volta come i grafici riportati in Fig.4.34 interpretino il comportamento dei provini per un LIVELLO DI CARICO $P \leq 6\text{KN} = 0,6\text{t}$.

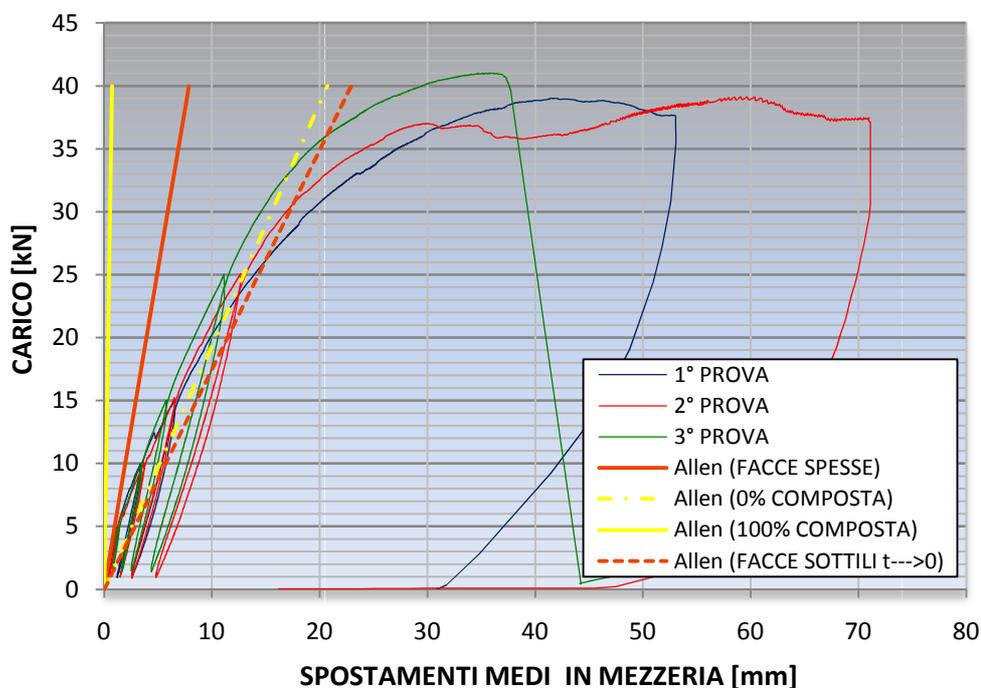


Figura 4.35 Grafici delle Prove a Flessione con i CASI LIMITE di comportamento della TEORIA DI ALLEN.

Per interpretare il comportamento dei provini soggetti a Prove a Flessione, per un valore di carico $P > 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, si sono considerati i diversi casi limite contemplati dalla Teoria di Allen, e illustrati nel Par. 4.3 in Fig. 4.15. Oltre ai comportamenti già visti nel caso di FACCE SOTTILI e FACCE SPESSE, sono stati riportati quindi i comportamenti nel caso le due facce siano perfettamente collegate tra loro (sezione 100% COMPOSTA) e nel caso in cui siano completamente scollegate (sezione 0% COMPOSTA); i risultati sono riportati in Fig. 4.35 .

4.4.5 OSSERVAZIONI

Per quanto riguarda il comportamento dei provini soggetti a Prove a Flessione, per valori del carico $P \leq 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, la Fig. 4.34 (a) illustra le diverse deformate, riferite alle modalità di deformazione a flessione e a taglio; si può vedere come questo comportamento sia in accordo con quanto illustrato in Fig. 4.12 e nelle fotografie delle deformate per le relative prove nel Paragrafo 3.5.

Le Fig. 4.34 (a), (b), mostrano rispettivamente i momenti flettenti e gli sforzi a taglio sulle facce e sull'intera sezione; si noti l'inversione del momento " M_2 " sulle facce all'ascissa $x = 1,05\text{m}$, in corrispondenza cioè del punto dove le tensioni normali " σ " sono massime e quelle tangenziali sul nucleo " τ_c " sono minime. Gli sforzi di taglio invece sono principalmente sostenuti dalle facce, vicino alla sezione di mezzeria, mentre, allontanandosi da essa, il nucleo progressivamente si carica e contemporaneamente le facce si scaricano, raggiungendo una situazione pressoché stabile in prossimità degli appoggi.

La Fig. 4.34 (c) illustra l'andamento delle tensioni tangenziali sul nucleo " τ_c " lungo l'ascissa " x " dalla quale si vede, come già detto, il punto di massimo per $x = 1,05\text{m}$, in accordo sempre con quanto detto al Par. 4.3.

La Fig. 4.34 (e) rappresenta le tensioni normali " σ " a diversi livelli della sezione trasversale, lungo tutta la lunghezza della trave; la cosa più importante è notare come il punto di minimo sia in corrispondenza di $x = 1,05\text{m}$.

Le Fig. 4.34 (f), (g) e (h) illustrano invece le tensioni normali lungo diverse sezioni trasversali; esse confermano il valore di tensione nullo sul nucleo. La (h) afferma anche l'inversione di momento una volta superato $x = 1,05\text{m}$, mentre la (g) mostra i

valori minimi di tensione in corrispondenza di tale sezione, valori pressoché dello stesso ordine di grandezza a tutti e quattro gli estremi delle facce. La sezione di mezzeria ($x = 0,00\text{m}$) è confermata essere la più sollecitata, come illustrato in (f); inoltre l'andamento a farfalla delle tensioni sulle facce è segno che il nucleo non fornisce un ottimale collegamento delle stesse, come si può osservare dal confronto con la Fig. 1.1 .

Infine la Fig.4.34 (i) illustra l'andamento delle tensioni tangenziali “ τ ” sulla sezione trasversale, in corrispondenza dell'ascissa $x = 1,05\text{m}$, in qui si ha il valore massimo di della tensione tangenziale stessa sul nucleo. Si può osservare che le scarse caratteristiche del materiale del nucleo diano un andamento pressoché costante di tali tensioni sul nucleo, mentre lo spessore delle facce fornisce un andamento parabolico dello stesso. C'è da dire che tale andamento parabolico è più spiccato per la faccia superiore, mentre per la faccia inferiore tale andamento tende quasi al lineare, a conferma del fatto che tale faccia è al limite di essere considerata sottile come visto nei paragrafi precedenti; a dimostrazione di ciò si confronti questo grafico con la Fig. 4.11 .

Per quanto riguarda il comportamento dei provini per un valore del carico $P > 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, la Fig. 4.35 illustra come tale comportamento tenda al caso di provino con FACCE SOTTILI, molto prossimo comunque anche al caso di sezione 0% COMPOSTA. La conferma di quale caso rappresenti meglio tale situazione sarà data nel prossimo Capitolo, poiché è necessario ancora analizzare affondo il comportamento di tali prove nonché delle Prove a Taglio, per meglio capire quale dei due casi si è più probabilmente verificato. In tale Capitolo infatti verrà studiata tutta l'evoluzione comportamentale dei provini sottoposti alle Prove a Taglio e dei provini sottoposti alle Prove di Flessione, interpretando quanto illustrato nei precedenti Capitoli, alla luce anche dei risultati Teorici ottenuti nel presente Capitolo 5.

CAPITOLO 5 – Interpretazioni teoriche delle prove di carico

5.1 Considerazioni iniziali

Al fine di interpretare il comportamento dei provini soggetti alle Prove di carico a Taglio e dei provini soggetti alle Prove di carico a Flessione, lungo tutto il percorso di carico, sono necessarie alcune considerazioni sul comportamento dei singoli componenti costituenti i provini stessi. Tali informazioni andranno ad aggiungersi a quelle teoriche già svolte nel precedente Capitolo 5, ed utilizzeranno le caratteristiche dei materiali ricavate sperimentalmente ed esposte nel Capitolo 2.

Sarà in particolare considerato il comportamento dei diagonalini dei tralicci metallici, i quali si trovano in condizione di compressione e di trazione, inoltre saranno valutate le capacità portanti in termini di momento flettente e sforzo di taglio, alla luce di quanto riportato nel D.M. 14/01/2008 “Norme Tecniche per le Costruzioni”. Inoltre saranno fatte delle considerazioni sul peso proprio dei provini, in modo tale da capire se tale contributo nelle prove di carico sia trascurabile o meno.

5.1.1 INSTABILITA' DEI DIAGONALI DEL TRALICCIO

Nel Capitolo 2 sono stati ricavati, attraverso il metodo della barra equipesante, i diametri effettivi degli elementi costituenti il traliccio metallico, e in particolare i diagonalini sono realizzati con dei ferri lisci $\phi_d = 4,7\text{mm}$ continui, piegati e saldati ai ferri di intradosso e di estradosso secondo quanto rappresentato in Fig.1.2 .

I diagonalini inclinati verso la mezzeria del provino risultano compressi, mentre quelli inclinati verso gli appoggi risultano tesi. È necessario perciò calcolare quali sono i carichi d'instabilizzazione e di snervamento per i quali tali elementi vanno in crisi, in particolare in questo sottoparagrafo sarà trattato il problema dell'instabilizzazione, ossia relativo ai diagonalini compressi.

Un primo problema è stato capire se e come il cemento cellulare presente nel nucleo fornisce una sorta di confinamento laterale ai diagonalini stessi; inoltre è stato necessario capire come le facce, in cui tali elementi si innestano, vincolassero i diagonalini alle estremità. Per capire ciò è stato effettuato un esame visivo dei provini una volta terminate le prove, i quali, come già sottolineato più volte, hanno mostrato un'instabilizzazione dei diagonalini dei tralicci più esterni, che hanno espulso durante

tale fenomeno il sottile strato di cemento cellulare che li ricopriva, lasciando così vedere il tipo di deformata che essi hanno subito.

Dalla Fig. 3.14 (b) si può notare come lo spessore della faccia superiore sia sufficiente per fornire un vincolo d'incastro a diagonale, mentre lo scarso spessore della faccia inferiore fornisce una condizione di vincolo molto più simile a una cerniera. Il cemento cellulare, in prima analisi, pare non aver contribuito in alcun modo al vincolamento laterale, in quanto ha una consistenza estremamente friabile e la sua espulsione non fa pensare ad un suo contributo, contrariamente quindi a quanto preventivamente ipotizzato prima dell'esecuzione delle prove di carico; questa ipotesi sarà confermata nei successivi calcoli. Le osservazioni appena fatte hanno portato a considerare un coefficiente (per il calcolo della lunghezza libera di inflessione) $\beta=0,7$, il quale è verosimilmente quello che si è riscontrato sperimentalmente nelle prove. Per la lunghezza dei diagonali "l" invece è stata considerata solo la parte di essi presente nello spessore del nucleo "c". A puro titolo di confronto è stato calcolato anche il caso di vincolamento peggiore, ossia quello in cui $\beta=1$. Come è noto dalla Scienza delle Costruzioni [VIOLA03], il Carico Critico di Instabilizzazione "H_{cr}" dipende solo dalla geometria dell'elemento, e non dalle sue proprietà meccaniche, inoltre, come si può vedere dalla sua espressione, il suo valore è molto sensibile alle variazioni geometriche stesse. Si ricorda inoltre come in ogni traliccio i diagonali compressi siano a coppie di due, ragion per cui il valore di riferimento sarà quello della coppia, ossia "H_{cr,TR}". Sono infine riportati i valori della snellezza "λ", valore utile per capire se per tale elemento il carico di snervamento sia maggiore ($\lambda < 70$) del carico critico di instabilizzazione, facendo così prevalere la crisi del materiale (snervamento) piuttosto a una crisi di tipo "geometrico" (instabilizzazione).

LUNGHEZZA DEI DIAGONALI:

$$l = c / \cos \vartheta = 15 / \cos 19^\circ = 15,9 \text{ cm} = 159 \text{ mm} \quad (5.1)$$

MOMENTO D'INERZIA:

$$I = \pi \cdot \frac{\phi_d^4}{64} = \pi \cdot \frac{4,7^4}{64} = 23,95 \text{ mm}^4 \quad (5.2)$$

RAGGIO D'INERZIA:

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{A_s}} = \sqrt{\frac{23,95}{17,35}} = 1,17 \text{mm} \quad (5.3)$$

CARICHI INSTABILIZZANTI E SNELLEZZE PER I VARI “ β ”

$$\boxed{\beta = 1} \rightarrow \begin{cases} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 23,95}{(1 \cdot 159)^2} = 1936 \text{N} = 1,94 \text{KN} = 194 \text{Kg} = 0,2 \text{t} \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{t} \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{1 \cdot 159}{1,17} = 136 \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\boxed{\beta = 0,7} \rightarrow \begin{cases} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 23,95}{(0,7 \cdot 159)^2} = 4007 \text{N} = 4,00 \text{KN} = 400 \text{Kg} = 0,4 \text{t} \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{t} \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{0,7 \cdot 159}{1,17} = 95 \end{cases} \quad (5.5)$$

Come si può osservare dai valori della snellezza, tali elementi compressi si instabilizzeranno piuttosto che snervarsi.

5.1.2 SERVAMENTO DEI DIAGONALI DEL TRALICCIO

Le coppie dei diagonali tesi ovviamente non hanno problemi di instabilizzazione, e la loro crisi dipenderà dal raggiungimento del carico di snervamento del materiale, crisi che subentra anche nei diagonali compressi qualora il loro valore di snellezza $\lambda < 70$.

Per il calcolo di tale valore di carico saranno ancora utilizzati i risultati sperimentali ottenuti nel Capitolo 2. Anche stavolta il valore di carico di snervamento di riferimento è quello della coppia di diagonali del singolo traliccio “ $H_{y,TR}$ ”.

CARICO DI SNERVAMENTO DEL SINGOLO DIAGONALE

$$H_y = A_s (1\phi 4,7) \cdot f_{ym} = 17,35 \cdot 596 = 10340 \text{N} = 103,4 \text{KN} = 1034 \text{Kg} = 1,0 \text{t} \quad (5.6)$$

CARICO DI SNERVAMENTO DELLA COPPIA DI DIAGONALI

$$\boxed{H_{y,TR} = 2 \cdot H_y = 2 \cdot 1 = 2 \text{t}} \quad (5.7)$$

5.1.3 CONSIDERAZIONI SUL PESO PROPRIO DEI PROVINI

Per ben interpretare il comportamento dei provini sottoposti alle prove di carico è necessario considerare anche il peso dei provini stessi, in modo da capire in che misura questo possa aver contribuito al raggiungimento dei fenomeni di crisi locali (instabilizzazione e snervamento dei diagonali, fessurazioni delle facce) e globali dell'intero provino (raggiungimento delle capacità portanti della sezione, in termini di momento flettente e sforzo di taglio). Saranno perciò calcolati momenti flettenti "M" e sforzi di taglio "T" per diverse luci tra gli appoggi "L", considerando il peso proprio "G₁" come un carico distribuito linearmente; tali calcoli ovviamente saranno eseguiti secondo quanto dettato dalla Scienza delle Costruzioni per le strutture isostatiche [ES1VIOLA85]. Tali sollecitazioni saranno infine tradotte in carichi sui diagonali "H", considerando quindi l'effetto combinato di momento flettente e taglio, ragion per cui tale carico sarà valutato per la sezione di mezzeria "H_{TR} (L/2)", dove tale combinazione è presente, e per le sezioni agli appoggi "H_{TR} (L)", dove è presente solo lo sforzo di taglio.

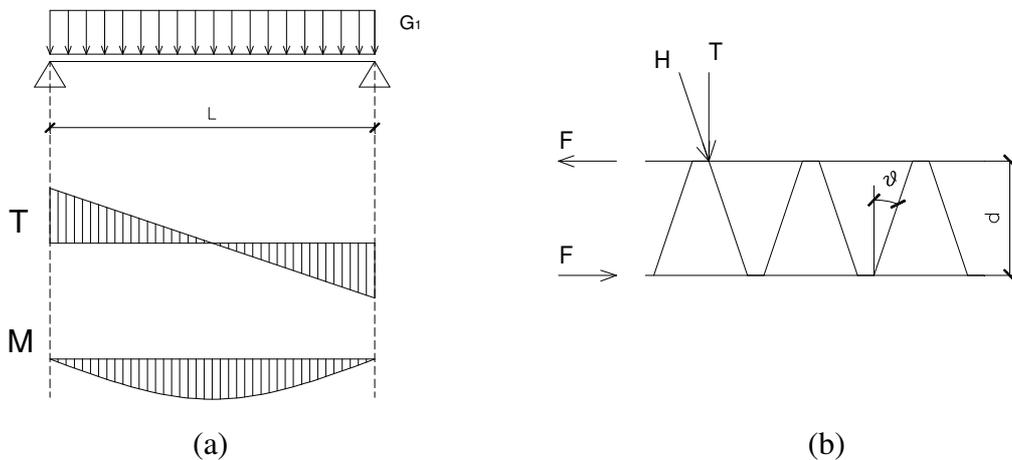


Figura 5.1 (a): Configurazione di carico per il calcolo delle sollecitazioni dovute al peso proprio del solaio, (b): schema per il calcolo delle sollecitazioni indotte sui diagonali da parte del peso proprio del solaio.

PESO PROPRIO DEL SOLAIO:

$$g_1 = \gamma_{ca} \cdot (t_1 + t_2) + \gamma_{cc} \cdot c = 2500 \cdot (0,07 + 0,03) + 355 \cdot 0,15 = 300 \text{ Kg/m}^2 \quad (5.8)$$

$$G_1 = g_1 \cdot b = 300 \cdot 0,60 = 180 \text{ Kg/m} \quad (5.9)$$

SOLLECITAZIONI PER LUCE TRA GLI APPOGGI $L=0,70$ m :

$$M_{\max} = \frac{G_1 \cdot L^2}{8} = \frac{180 \cdot 0,70^2}{8} = 11\text{Kg} \cdot \text{m} = 0,1\text{KN} \cdot \text{m} = 0,01\text{t} \cdot \text{m} \quad (5.10)$$

$$T_{\max} = \frac{G_1 \cdot L}{2} = \frac{180 \cdot 0,70}{2} = 63\text{Kg} = 0,63\text{KN} = 0,06\text{t} \quad (5.11)$$

$$H_{\text{TOT}}(L) = T_{\max} \cdot \cos \vartheta = 63 \cdot \cos 19^\circ = 59\text{Kg} = 0,60\text{KN} = 0,06\text{t} \quad (5.12)$$

$$H_{\text{TOT}}(L/2) = (M_{\max}/d) \cdot \sin \vartheta = (11/0,21) \cdot \sin 19^\circ = 17\text{Kg} = 0,17\text{KN} = 0,02\text{t} \quad (5.13)$$

$$H_{\text{TR}}(L) = H_{\text{TOT}}(L)/3 = 59/3 = 20\text{Kg} = 0,20\text{KN} = 0,02\text{t} \quad (5.14)$$

$$H_{\text{TR}}(L/2) = H_{\text{TOT}}(L/2)/3 = 17/3 = 6\text{Kg} = 0,06\text{KN} = 0,01\text{t} \quad (5.15)$$

SOLLECITAZIONI PER LUCE TRA GLI APPOGGI $L=2,50$ m :

$$M_{\max} = \frac{G_1 \cdot L^2}{8} = \frac{180 \cdot 2,50^2}{8} = 141\text{Kg} \cdot \text{m} = 1,40\text{KN} \cdot \text{m} = 0,14\text{t} \cdot \text{m} \quad (5.16)$$

$$T_{\max} = \frac{G_1 \cdot L}{2} = \frac{180 \cdot 2,50}{2} = 225\text{Kg} = 2,25\text{KN} = 0,23\text{t} \quad (5.17)$$

$$H_{\text{TOT}}(L) = T_{\max} \cdot \cos \vartheta = 225 \cdot \cos 19^\circ = 212\text{Kg} = 2,12\text{KN} = 0,20\text{t} \quad (5.18)$$

$$H_{\text{TOT}}(L/2) = (M_{\max}/d) \cdot \sin \vartheta = (141/0,21) \cdot \sin 19^\circ = 220\text{Kg} = 2,20\text{KN} = 0,22\text{t} \quad (5.19)$$

$$H_{\text{TR}}(L) = H_{\text{TOT}}(L)/3 = 212/3 = 71\text{Kg} = 0,70\text{KN} = 0,07\text{t} \quad (5.20)$$

$$H_{\text{TR}}(L/2) = H_{\text{TOT}}(L/2)/3 = 220/3 = 73\text{Kg} = 0,73\text{KN} = 0,07\text{t} \quad (5.21)$$

SOLLECITAZIONI PER LUCE TRA GLI APPOGGI $L=5,00$ m :

$$M_{\max} = \frac{G_1 \cdot L^2}{8} = \frac{180 \cdot 5,00^2}{8} = 560\text{Kg} \cdot \text{m} = 5,60\text{KN} \cdot \text{m} = 0,56\text{t} \cdot \text{m} \quad (5.22)$$

$$T_{\max} = \frac{G_1 \cdot L}{2} = \frac{180 \cdot 5,00}{2} = 450\text{Kg} = 4,50\text{KN} = 0,45\text{t} \quad (5.23)$$

$$H_{\text{TOT}}(L) = T_{\max} \cdot \cos \vartheta = 450 \cdot \cos 19^\circ = 425\text{Kg} = 4,25\text{KN} = 0,43\text{t} \quad (5.24)$$

$$H_{\text{TOT}}(L/2) = (M_{\max}/d) \cdot \sin \vartheta = (560/0,21) \cdot \sin 19^\circ = 870\text{Kg} = 8,7\text{KN} = 0,87\text{t} \quad (5.25)$$

$$H_{\text{TR}}(L) = H_{\text{TOT}}(L)/3 = 425/3 = 142\text{Kg} = 1,42\text{KN} = 0,14\text{t} \quad (5.26)$$

$$H_{\text{TR}}(L/2) = H_{\text{TOT}}(L/2)/3 = 870/3 = 290\text{Kg} = 2,90\text{KN} = 0,29\text{t} \quad (5.27)$$

Da tali calcoli si può dedurre come il non considerare l'effetto del peso proprio dei provini per il calcolo delle sollecitazioni, non indurrà degli errori sensibili sul calcolo e l'interpretazione delle Prove di Carico a Taglio (L=0,70m) e a Flessione (L=2,50m). Per le luci tipiche dei solai (L=5,00m) tale contributo non è di certo trascurabile, come si può vedere dall'ordine di grandezza dei valori di sollecitazione, perciò in fase di progetto e di eventuali successive prove di carico su luci dell'ordine di L=5,00m , il peso proprio non può certo essere trascurato.

5.1.4 CAPACITA' PORTANTI DELLA SEZIONE

Il calcolo delle capacità portanti della sezione trasversale del provino si solaio composito sarà svolto in termini di Momento Flettente "M" e di sforzo di Taglio "T". Tali calcoli saranno effettuati secondo riportato dall'attuale normativa D.M. 14/01/2008, alla luce quindi degli STATI LIMITE. Saranno ovviamente utilizzati i valori medi delle caratteristiche meccaniche dei materiali, ricavati sperimentalmente nel Capitolo 2, in quanto tali valori di capacità portante saranno utilizzati per interpretare il reale comportamento delle Prove di Carico effettuate, e non hanno quindi nessun fine Progettuale. I valori sono riferiti all'intera sezione trasversale, composta di 3 tralicci metallici, considerando come riferimento i due casi limite di sezione 100% COMPOSTA e di sezione 0%COMPOSTA, in modo da definire un "range" entro cui la resistenza effettiva si colloca.

MOMENTO DI SNERVAMENTO E ROTTURA (SEZIONE 100% COMPOSTA):

Tale calcolo sarà effettuato considerando la sezione perfettamente composta, il quale coincide col considerare la capacità portante dei tralicci metallici "nudi".

$$A_s = 6 \cdot \pi \frac{\phi_i^2}{4} = 6 \cdot \pi \frac{5^2}{4} = 117,8 \text{mm}^2 = 1,18 \text{cm}^2 \quad (5.28)$$

$$(5.29)$$

$$M_{Ry,m(100\%)} = d \cdot A_s \cdot f_{ym} = 21 \cdot 1,18 \cdot 5960 = 147700 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 14,8 \text{KN} \cdot \text{m} = 1,48 \text{t} \cdot \text{m}$$

$$(5.30)$$

$$M_{Rt,m(100\%)} = d \cdot A_s \cdot f_{tm} = 21 \cdot 1,18 \cdot 6640 = 164.540 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 16,5 \text{KN} \cdot \text{m} = 1,65 \text{t} \cdot \text{m}$$

MOMENTO DI SNERVAMENTO E ROTTURA (SEZIONE 0% COMPOSTA):

Saranno considerate le due facce, superiore e inferiore, come due travi in calcestruzzo armato agenti singolarmente, armate reciprocamente dai ferri di estradosso e intradosso dei tralicci metallici.

Faccia Superiore

$$A_{S,1} = 3 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_s^2}{4} = 3 \cdot 3,14 \cdot \frac{7,9^2}{4} = 147 \text{mm}^2 = 1,47 \text{cm}^2 \quad (5.31)$$

$$d_1 = h - d - t_2/2 = 250 - 210 - 30/2 = 25 \text{mm} = 2,5 \text{cm} \quad (5.32)$$

$$(5.33)$$

$$M_{Ry,m,SUP} = d_1 \cdot A_{S,1} \cdot f_{ym} = 2,5 \cdot 1,47 \cdot 5960 = 21.900 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 2,2 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,22 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.34)$$

$$M_{Rt,m,SUP} = d_1 \cdot A_{S,1} \cdot f_{tm} = 2,5 \cdot 1,47 \cdot 6640 = 24.400 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 2,4 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,24 \text{t} \cdot \text{m}$$

Faccia Inferiore

$$A_{S,2} = A_S = 6 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_i^2}{4} = 6 \cdot 3,14 \cdot \frac{5^2}{4} = 118 \text{mm}^2 = 1,18 \text{cm}^2 \quad (5.35)$$

$$d_2 = t_2/2 = 30/2 = 15 \text{mm} = 1,5 \text{cm} \quad (5.36)$$

$$(5.37)$$

$$M_{Ry,m,INF} = d_2 \cdot A_{S,2} \cdot f_{ym} = 1,5 \cdot 1,18 \cdot 5960 = 10.550 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 1,1 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,11 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.38)$$

$$M_{Rt,m,INF} = d_2 \cdot A_{S,2} \cdot f_{tm} = 1,5 \cdot 1,18 \cdot 6640 = 11.750 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 1,2 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,12 \text{t} \cdot \text{m}$$

Sommando i due contributi si ottiene:

$$\boxed{M_{Ry,m(0\%)} = M_{Ry,m,SUP} + M_{Ry,m,INF} = 2,2 + 1,1 = 3,3 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,33 \text{t} \cdot \text{m}} \quad (5.39)$$

$$\boxed{M_{Rt,m(0\%)} = M_{Rt,m,SUP} + M_{Rt,m,INF} = 2,4 + 1,2 = 3,6 \text{KN} \cdot \text{m} = 0,36 \text{t} \cdot \text{m}} \quad (5.40)$$

RESISTENZA A TAGLIO (SEZIONE 100% COMPOSTA)

Questo calcolo è stato eseguito utilizzando le formule dettate dal D.M. 14/01/2008 per quanto riguarda il caso di travi in calcestruzzo senza apposita armatura a taglio.

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/235)^{1/2} = 1,92 < 2 \\ v_{\min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{cm}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,92^{3/2} \cdot 43^{1/2} = 0,61 \text{MPa} = 6,1 \text{Kg/cm}^2 \\ d &= h - t_2/2 = 250 - 30/2 = 235 \text{mm} = 23,5 \text{cm} \\ b_w &= b = 600 \text{mm} = 60 \text{cm} \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1,18}{60 \cdot 23,5} = 0,0008369 \end{aligned} \right\} (5.41)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Rm} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{cm})^{1/3} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{\min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rm} &= \left\{ 0,18 \cdot 1,92 \cdot (100 \cdot 0,0008396 \cdot 43)^{1/3} \right\} \cdot 600 \cdot 235 = 74.600 \text{N} \geq 0,61 \cdot 600 \cdot 235 = 86.010 \text{N} \end{aligned} \right\} (5.42)$$

$$\boxed{V_{Rm(100\%)} = 86 \text{KN} = 8,6 \text{t}} \quad (5.43)$$

RESISTENZA A TAGLIO (SEZIONE 0% COMPOSTA)

Saranno considerati i contributi singoli delle due facce agenti separatamente, mentre sarà trascurato il contributo di resistenza fornito dal nucleo.

Faccia Superiore

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/25)^{1/2} = 3,83 < 2 \rightarrow k = 2 \\ v_{\min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{cm}^{1/2} = 0,035 \cdot 2^{3/2} \cdot 43^{1/2} = 0,65 \text{MPa} = 6,5 \text{Kg/cm}^2 \\ d &= d_1 = h - d_{tr} - t_2/2 = 250 - 210 - 30/2 = 25 \text{mm} = 2,5 \text{cm} \\ b_w &= b = 600 \text{mm} = 60 \text{cm} \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1,18}{60 \cdot 2,5} = 0,007867 \end{aligned} \right\} (5.44)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Rm,SUP} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{cm})^{1/3} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{\min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rm,SUP} &= \left\{ 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,007867 \cdot 43)^{1/3} \right\} \cdot 600 \cdot 25 = 17.500 \text{N} \geq 0,65 \cdot 600 \cdot 25 = 9.750 \text{N} \end{aligned} \right\} (5.45)$$

$$V_{Rm,SUP} = 17,5 \text{KN} = 1,8 \text{t} \quad (5.46)$$

Faccia Inferiore

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/15)^{1/2} = 4,65 < 2 \rightarrow k = 2 \\ v_{\min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{\text{cm}}^{1/2} = 0,035 \cdot 2^{3/2} \cdot 43^{1/2} = 0,65 \text{MPa} = 6,5 \text{Kg/cm}^2 \\ d &= d_2 = t_2/2 = 30/2 = 15 \text{mm} = 1,5 \text{cm} \\ b_w &= b = 600 \text{mm} = 60 \text{cm} \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1,18}{60 \cdot 1,5} = 0,01311 \end{aligned} \right\} (5.47)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{Rm,INF}} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{\text{cm}})^{1/3} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{\min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{\text{Rm,INF}} &= \left\{ 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,01311 \cdot 43)^{1/3} \right\} \cdot 600 \cdot 15 = 12,400 \text{N} \geq 0,65 \cdot 600 \cdot 15 = 5,850 \text{N} \end{aligned} \right\} (5.48)$$

$$V_{\text{Rm,INF}} = 12,4 \text{KN} = 1,2 \text{t} \quad (5.49)$$

Dalla somma dei due contributi si ottiene:

$$\boxed{V_{\text{Rm}(0\%)} = V_{\text{Rm,SUP}} + V_{\text{Rm,INF}} = 18 + 12 = 30 \text{KN} = 3 \text{t}} \quad (5.50)$$

Questi valori, come già detto, saranno utilizzati nei successivi paragrafi per interpretare il comportamento dei provini sottoposti alle prove di carico.

5.2 Interpretazione delle Prove a Taglio

5.2.1 CONSIDERAZIONI SUL COMPORTAMENTO DEI PROVINI

In questo paragrafo saranno analizzati i fenomeni riscontrati durante l'esecuzione delle Prove a Taglio, alla luce delle considerazioni teoriche svolte nei precedenti capitoli e paragrafi. Per fare ciò saranno calcolati il momento flettente in mezzeria "M", lo sforzo di taglio "T", il carico su i diagonali di tutta la sezione trasversale (per tutti e tre i tralicci) di mezzeria " $H_{TOT}(L/2)$ " e agli appoggi " $H_{TOT}(L)$ ". Tali sollecitazioni sono state calcolate per i valori medi (sulle tre prove a taglio) di carico "P" per cui si sono manifestati i fenomeni più significativi; inoltre sono state considerate diverse ipotesi di ripartizione di tali sforzi sui singoli tralicci, in maniera tale da poter valutare se sono efficacemente collegati trasversalmente tra loro dai ferri trasversali legati all'estradosso.

P [t]	M [t*m]	T [t]	$H_{TOT}(L/2)$ [t]	$H_{TOT}(L)$ [t]
1,80	0,32	0,90	1,11	0,89
2,40	0,42	1,20	1,49	1,19
3,20	0,56	1,60	1,98	1,58
4,80	0,84	2,40	2,97	2,37
6,00	1,05	3,00	3,72	2,97
6,80	1,19	3,40	4,21	3,36

Figura 5.2 Tabella delle sollecitazioni nel provino per i livelli di carico più significativi per le Prove a Taglio.

P[t]	$H_{TR}(L/2)$ [t]			$H_{TR}(L)$ [t]		
	25%	33%	50%	25%	33%	50%
1,80	0,28	0,37	0,56	0,22	0,29	0,44
2,40	0,37	0,49	0,74	0,30	0,39	0,59
3,20	0,50	0,65	0,99	0,40	0,52	0,79
4,80	0,74	0,98	1,49	0,59	0,78	1,19
6,00	0,93	1,23	1,86	0,74	0,98	1,48
6,80	1,05	1,39	2,11	0,84	1,11	1,68

Figura 5.3 Carichi sulle coppie di diagonali dei singoli tralicci, secondo diverse ripartizioni a seconda del grado di vincolamento offerto dal loro grado di collegamento trasversale offerto dai ferri trasversali legati all'estradosso degli stessi.

Considerando il livello di carico $P = 60\text{KN} = 6,0\text{t}$ (valore per cui si è avuta la perdita di rigidità nella 1° Prova a Taglio), il carico sui diagonali agli appoggi ha superato il valore del carico critico, per $\beta=0,7$, riportato in (5.5), ossia $H_{cr,TR} = 0,8\text{t}$, e questo

sia nel caso in cui i tralicci si ripartiscano equamente il carico (33% ognuno) sia che si carichino in funzione della propria area di influenza (50% il traliccio centrale e 25% i due tralicci laterali); i diagonali in mezzeria, essendo più carichi, si sono ovviamente instabilizzati per primi. La perdita di rigidezza è quindi avvenuta ben dopo la crisi per instabilità di tutti i diagonali compressi, unita con l'inizio dello snervamento di una prima coppia di diagonali tesi. Da tale momento le sollecitazioni saranno ripartite solo su questi diagonali, i quali si caricano sempre di più, sentenziando la rottura del 1° Provino per un carico $P = 68\text{KN} = 6,8\text{t}$, valore per cui presumibilmente si sono tutti snervati (vedi Fig.5.3).

Per le altre due prove a taglio la rottura è avvenuta senza che si sia manifestata una progressiva e significativa perdita di rigidezza. Ciò potrebbe essere dovuto al fatto che in questi provini il coefficiente β è molto probabilmente più prossimo a $\beta=1$, ossia con un carico critico, dalla formula (5.4), di $H_{cr,TR} = 0,4\text{t}$; l'instabilizzazione prematura di tutti i diagonali compressi, che di per se non causa perdita di rigidezza, potrebbe aver anticipato il maggiore caricamento dei diagonali tesi, i quali possono essersi snervati quasi simultaneamente, provocandone la rottura.

Si osserva comunque come lo snervamento dei diagonali tesi sia sempre postumo all'instabilizzazione di tutti i diagonali compressi, in qualsiasi ipotesi di coefficiente "β" o di ripartizione del carico tra i tralicci. Inoltre i valori di momento flettente "M" e sforzo di taglio "T" sono inferiori, a rottura avvenuta, dei valori di capacità portante illustrati nel Sottoparagrafo 5.1.4, praticamente per tutti i livelli di compostezza. Ciò a conferma che con tale configurazione di prova, i provini non rispondano alle ipotesi di base del comportamento di trave alla Eulero-Bernoulli, ipotesi da cui partono anche le Teorie sui Pannelli Sandwich, come si è avuto modo di vedere nel Capitolo 5.

Volendo identificare un meccanismo in tutte e tre le prove, si può notare come all'incrementarsi dei carichi, i diagonali si siano progressivamente caricati, andando prima in crisi quelli compressi, in particolare nella fila più prossima alla mezzeria, in quanto in tale sezione ($L/2$) si ha l'azione combinata di taglio e momento. I diagonali instabilizzati ovviamente non possono più incrementare il loro carico, il quale resta costante, mentre le sollecitazioni continueranno a ripartirsi tra i restanti diagonali, tesi e compressi. Dopo che tutti i diagonali si sono instabilizzati, gli sforzi saranno sostenuti solo dai diagonali tesi, i quali snervandosi provocano perdita di rigidezza ed

infine la rottura. Tutto ciò ovviamente è indice di quanto la rigidezza a taglio di sia fortemente influenzata dalla geometria dei provini, e di come piccole variazioni negli spessori possano provocare forti variazioni delle caratteristiche meccaniche di tali elementi strutturali. C'è da dire però che i comportamenti riscontrati in tutte e tre le prove, nonostante queste forti variabilità, mostrino un grafico Carico-Spostamento estremamente lineare, motivo per cui tali Prove a Taglio sono utili per ricavare sperimentalmente la Rigidezza a Taglio “AG” (come si vedrà nel prossimo Sottoparagrafo), mentre si rimandano alle Prove a Flessione le valutazioni sul comportamento dei provini intesi come veri e propri elementi strutturali di solai compositi.

5.2.2 CALCOLO DELLA RIGIDEZZA A TAGLIO

Come annunciato nel precedente sottoparagrafo, le Prove a Taglio saranno utilizzate principalmente per calcolare la RIGIDEZZA A TAGLIO “AG”, che altro non è che il prodotto dell'Area a Taglio “A”, calcolata secondo la Teoria di Allen nella formula (4.79), per il modulo elastico tangenziale “ $G = G_n$ ” del MATERIALE FITTIZIO OMOGENEO COSTITUENTE IL NUCLEO, ossia un materiale con le stesse proprietà del cemento cellulare combinato con i diagonal metallici del traliccio d'armatura. La rigidezza a taglio rappresenta in pratica la pendenza dei grafici Carichi-Spostamenti delle Prove a Taglio, in quanto la componente di spostamento dovuta alla deformazione a flessione “ w_b ” è decisamente trascurabile, come confermato dall'applicazione delle due teorie nel Paragrafo 4.4 .

Il concetto di calcolo di tale rigidezza quindi non è altro che l'applicazione in forma inversa della formula (3.1), qui riportata per chiarezza

$$w = w_b + w_s = \frac{P \cdot (L^*)^3}{48 \cdot E \cdot I} + \frac{P \cdot L^*}{4 \cdot A \cdot G} \cong w_s = \frac{P \cdot L^*}{4 \cdot A \cdot G} \quad (5.51)$$

e dalla quale si ottiene:

RIGIDEZZA A TAGLIO “AG”

$$\boxed{A \cdot G = \frac{P \cdot L^*}{4 \cdot w}} \quad (5.52)$$

Una volta calcolate dai grafici di Fig.3.12 le rigidezze a taglio “AG”, si ottenere semplicemente il modulo di elasticità tangenziale “G”.

	A [mm²]	AG [N]	G [MPa]
1°PROVA A TAGLIO	160.000	1.873.662	12
2°PROVA A TAGLIO	160.000	1.707.317	11
3°PROVA A TAGLIO	160.000	924.703	6
VALORI MEDI	160.000	1.501.894	9

	A [cm²]	AG [Kg]	G [Kg/cm²]
1°PROVA A TAGLIO	1.600	187.366	120
2°PROVA A TAGLIO	1.600	170.731	110
3°PROVA A TAGLIO	1.600	92.470	60
VALORI MEDI	160.000	150.189	90

Figura 5.4 Caratteristiche meccaniche del nucleo ricavate dai risultati sperimentali delle Prove di carico a Taglio, in differenti unità di misura.

Tali valori medi saranno utilizzati nell'interpretazione delle Prove di carico a Flessione del successivo paragrafo come caratteristiche meccaniche del nucleo.

Infine, sempre per il suddetto materiale fittizio, può essere calcolato, come valore di riferimento di questi specifici provini, il modulo di elasticità “ $E = E_c$ ” del nucleo (avendo ipotizzato in (2.14) un Coefficiente di Poisson $\nu_n = 0,20$), dall'inversione della formula nota dalla Scienza delle Costruzioni [VIOLA03]:

MODULO DI ELASTICITA' “ E_n ”

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \longrightarrow \boxed{E_n = 2 \cdot G_n \cdot (1 + \nu_n)} \quad (5.53)$$

	En [MPa]	En [Kg/cm²]
1°PROVA A TAGLIO	28	281
2°PROVA A TAGLIO	26	256
3°PROVA A TAGLIO	14	139
VALORI MEDI	23	225

Figura 5.5 Moduli di elasticità (di Young) del nucleo per le diverse Prove a Taglio, in diverse unità di misura.

5.3 Interpretazione delle Prove a Flessione

In questo paragrafo saranno analizzati i fenomeni riscontrati durante l'esecuzione delle Prove a Flessione, alla luce delle considerazioni teoriche svolte nei precedenti capitoli e paragrafi. Per fare ciò saranno calcolati anche stavolta il momento flettente in mezzeria "M", lo sforzo di taglio "T", il carico sui diagonali di tutta la sezione trasversale (per tutti e tre i tralicci) di mezzeria " $H_{TOT}(L/2)$ " e agli appoggi $H_{TOT}(L)$. Tali sollecitazioni sono state calcolate per i valori medi (sulle tre prove a taglio) di carico "P" per cui si sono manifestati i fenomeni più significativi.

P [t]	M [t*m]	T [t]	$H_{TOT}(L/2)$ [t]	$H_{TOT}(L)$ [t]
0,60	0,38	0,30	0,56	0,30
3,00	1,88	1,50	2,82	1,48
4,00	2,50	2,00	3,76	1,98

Figura 5.6 Tabella delle sollecitazioni nel provino per i livelli di carico più significativi per le Prove a Flessione.

P[t]	$H_{TR}(L/2)$ [t]			$H_{TR}(L)$ [t]		
	25%	33%	50%	25%	33%	50%
0,60	0,14	0,19	0,28	0,07	0,10	0,15
3,00	0,71	0,93	1,41	0,37	0,49	0,74
4,00	0,94	1,24	1,88	0,49	0,65	0,99

Figura 5.7 Carichi sulle coppie di diagonali dei singoli tralicci, secondo diverse ripartizioni a seconda del grado di vincolamento offerto dai ferri trasversali legati all'estradosso degli stessi.

In queste prove si è notato innanzitutto il comportamento molto simile dei tre provini, fino almeno al valore di $30\text{ KN}=3\text{t}$, valore per il quale si registrano differenze di spostamento "w" dell'ordine dei 2mm. Si è riscontrata una prima perdita di rigidezza mediamente attorno ai $6\text{KN}=0,6\text{t}$, dopodiché, arrivati ai 30 KN, la perdita di rigidezza è stata più spiccata fino ad arrivare alla rottura, avvenuta mediamente attorno ai $40\text{ KN}=4\text{t}$.

Per capire cosa sia successo è stata applicata, nei Sottoparagrafi 4.4.3 e 4.4.4, la Teoria di Allen riguardante i Pannelli Sandwich per i diversi casi limite previsti dalla teoria stessa, i cui risultati sono stati riportati nel grafico di Fig. 4.35; da esso si vede come per un valore di carico inferiore a $P = 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, il comportamento delle prove a flessione sia perfettamente interpretato dal caso di Pannelli Sandwich a FACCE SPESSE.

Utilizzando i casi limite di sezione 100% COMPOSTA e sezione 0% COMPOSTA, tramite una semplice proporzione tra gli spostamenti di questi ultimi e del caso di FACCE SPESSA, è possibile definire quella che è la COMPOSTEZZA, ossia un indice percentuale che definisce quanto il nucleo sia in grado di collegare efficacemente tra loro le due facce. Ovviamente tale parametro ha una sua valenza finché il provino si mantiene perfettamente integro, ossia per $P \leq 6\text{KN} = 0,6\text{t}$.

$$\text{COMPOSTEZZA} = \frac{W_{0\% \text{COMP}} - W_{\text{F.SPESSA}}}{W_{0\% \text{OMP}} - W_{100\% \text{COMP}}} = \frac{3,11 - 1,18}{3,11 - 0,11} = 64,4\% \quad (5.54)$$

Oltre tale valore i grafici mostrano una spiccata perdita di rigidità; come si può vedere dalla Fig. 5.7 però, per tale livello non è stato raggiunto un carico sui diagonali tale da provocarne l'instabilizzazione e tantomeno lo snervamento (vedi valori delle formule (5.4) e (5.5)). Osservando poi la Fig. 4.34 (f), la quale riporta l'andamento della tensione normale lungo la sezione trasversale di mezzaria per il valore di carico di $P = 6\text{KN} = 0,6\text{t}$, si può notare come si sia praticamente raggiunto il valore di resistenza a trazione a flessione della malta, ossia $f_{\text{cm}} = 3,50\text{MPa} = 35\text{Kg/cm}^2$ come da formula (2.11). Questo fatto ha portato alla conclusione che, oltre tale livello di carico, il provino perda la rigidità flessionale delle facce, essendosi ormai fessurate ed avendo inoltre l'armatura longitudinale all'incirca a metà del loro spessore, la quale non limita così l'apertura delle fessure stesse (vedi Fig. 1.2). Si ipotizza perciò che oltre tale livello di carico, fino ad un valore di $P = 30\text{KN} = 3\text{t}$, il comportamento delle prove a flessione sia meglio interpretato dal caso di Pannelli Sandwich a FACCE SOTTILI (piuttosto che dal caso limite di sezione 0% Composta, non essendosi verificati inoltre fenomeni che facciano pensare ad una separazione dei diversi strati).

Oltre i $P = 30\text{KN} = 3\text{t}$ si nota un ulteriore perdita di rigidità, (a detta anche del tecnico di laboratorio, dovuta allo snervamento dell'armatura tesa all'intradosso) avvenuta per un valore di momento flettente di $M = 1,88\text{t} \cdot \text{m} > M_{\text{Ry,m}(100\%)} = 1,48\text{t} \cdot \text{m}$, come si vede dalla Fig.5.6 e dall'equazione (5.29), la quale si mantiene pressoché costante fino a rottura per il valore di carico di $P = 40\text{KN} = 4\text{t}$, punto in cui $M = 2,50\text{t} \cdot \text{m} > M_{\text{Rt,m}(100\%)} = 1,65\text{t} \cdot \text{m}$ (vedi equazione (5.30)).

Questi valori di momenti sollecitanti maggiori dei momenti resistenti sono indice di come la rete portaintonaco a cui sono fissati i tralicci metallici all'intradosso, abbia in realtà considerevolmente contribuito alla resistenza della sezione; ciò può essere compreso osservando le spesse nervature di cui è composta, come si può vedere dalla Fig. 1.4 (d). Ovviamente tale contributo, in fase di Progetto e Verifica, non sarà computato.

Il superamento da parte dei momenti sollecitanti dei valori di resistenza per sezione 100% COMPOSTA, mostra inoltre come dopo la fessurazione delle facce ($P \geq 6\text{KN} = 6\text{t}$), il meccanismo flessionale sia attribuito ai tralicci metallici, dei quali l'intradosso e l'estradosso si comportano ora come delle "FACCE SOTTILI", caricandosi rispettivamente a trazione e a compressione. Da tale comportamento discende che è possibile calcolare la capacità portante della sezione, (ossia agli Stati Limite Ultimi), facendo riferimento ai soli tralicci metallici, potendo utilizzare così il tradizionale metodo di calcolo per le travi in calcestruzzo armato. Gli risultati ottenuti dall'applicazione della Teoria di Allen serviranno invece per le verifiche agli Stati Limite di Esercizio, ossia le verifiche tensionali e di deformazione, stati per il quale l'elemento strutturale deve conservare la sua perfetta integrità.

Si nota infine come fino al carico di rottura $P = 40\text{KN} = 4\text{t}$, il valore del taglio "T" (Fig. 5.6) sia ben al di sotto della capacità portante a taglio della sezione per entrambi i casi limite riportati nelle formule (5.43) e (5.50); ciò significa che la rottura a taglio è ben lontana dal verificarsi, fatto osservato anche sperimentalmente dalla mancanza di punzonamento in prossimità degli appoggi sull'intradosso dei provini.

Inoltre i valori del carico sui diagonali metallici, come si può vedere dalla tabella di Fig. 5.7, sono lontani, per tutte le tipologie di ripartizione dei carichi tra i tralicci, dai valori che portano allo snervamento degli stessi, ossia $H_{y,TR} = 20\text{KN} = 2\text{t}$ (come da formula (5.7)), mentre i diagonali compressi si sono instabilizzati, come è stato possibile vedere anche in Fig. 3.24 (c). Ciò è indice di come le perdite di rigidità, ed in particolare la rottura, riscontrate in queste prove a flessione, non sia dovuta, come invece è accaduto per le prove a taglio, allo snervamento dei diagonali tesi; inoltre il fenomeno dello "spezzamento" della trave in mezzzeria, riscontrato nella 3° Prova a Flessione, ha ulteriormente confermato la rottura di tipo Flessionale avvenuta per queste tipologie di prove.

Alla luce di tutte queste considerazioni, il comportamento dei provini sottoposti alle prove a flessione possono essere considerati del tutto simili a quelli che si riscontrerebbero nella realtà, utilizzando tali elementi strutturali come solai, con le luci tipiche degli stessi. I grafici di tali prove possono perciò essere approssimati con una spezzata, i cui tratti sono paralleli agli andamenti dei casi teorici illustrati in Fig. 4.35 e commentati fino ad ora in questo paragrafo.

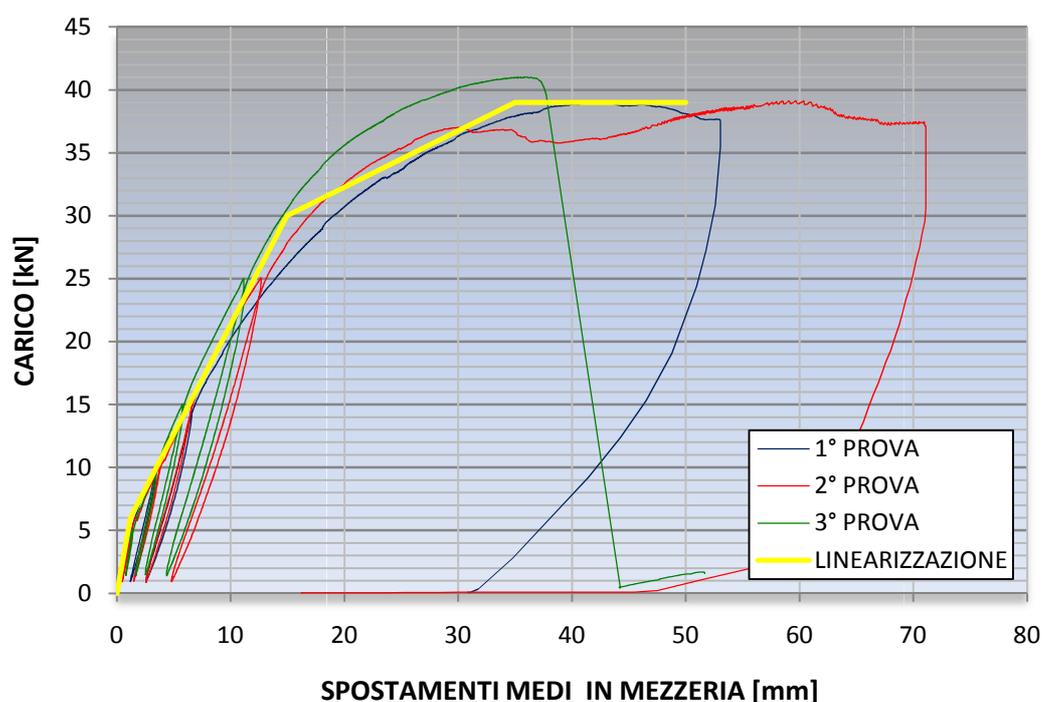


Figura 5.8 Approssimazione (lineare) dei grafici delle Prove a flessione mediante una spezzata, i cui segmenti sono le pendenze dei casi limite che ne interpretano il comportamento.

Da questa figura si può osservare come la prima perdita di rigidità avvenga, come già detto, per un valore molto basso del carico. Il momento massimo in mezzzeria, provocato dal peso proprio del provino su due appoggi con una luce di $L=5,00\text{m}$, dato dall'equazione (5.22), è $M = 0,56t \cdot \text{m} > 0,36t \cdot \text{m}$. Tale sollecitazione "M" quindi è maggiore di quella provocata dal carico concentrato $P = 6\text{KN} = 0,6\text{t}$ (Fig.5.6) e che provoca la fessurazione delle facce (su di una luce di $L=2,50\text{m}$), facendo così perdere il loro contributo di rigidità flessionale. In parole povere, se si realizzasse un solaio con una luce di $L=5,00\text{m}$, con questi elementi strutturali così armati, le facce si fessurerebbero sotto l'effetto del solo peso proprio.

Si può notare infine come tale tipologia strutturale presenti comunque un comportamento globale molto duttile, evidenziato dalla progressiva perdita di rigidità, il che è assolutamente benefico nei confronti degli Stati Limite Ultimi.

5.4 Proposte per il miglioramento dei solai compositi

5.4.1 PREMESSA

Da quanto si è visto dalle Prove di Carico a Flessione, sarebbe bene migliorare il comportamento composito della sezione, così da sfruttare al meglio l'idea che sta alla base dell'utilizzo della tecnologia del Pannello Sandwich. Inoltre occorrerebbe che la perdita di rigidità per fessurazione delle facce avvenisse per combinazioni di carico maggiori di quelle necessarie per la verifica degli Stati Limite di Esercizio (SLE), così come l'inizio dell'instabilizzazione dei diagonali compressi.

Questi obiettivi si raggiungono entrambi aumentando il diametro dei ferri costituenti i diagonali del traliccio, azione che migliorerebbe contemporaneamente la rigidità a taglio e il comportamento composito, garantendo così che le facce siano il più possibile soggette a compressione (estradosso) e trazione (intradosso). In tal modo si garantisce che i ferri longitudinali inizino subito a lavorare in maniera sensibile a trazione e compressione, e non solo dopo che le facce si siano fessurate, vista la loro posizione centrale sullo spessore delle stesse.

Un'altra idea sarebbe stata quella di spostare i ferri longitudinali in una posizione più bassa, in maniera tale che le facce abbiano un braccio proprio "d" maggiore, sfruttando così al meglio le facce come sezioni in calcestruzzo armato. In realtà però è preferibile tenere la loro posizione centrale sullo spessore delle stesse, in quanto tale effetto del posizionamento si perderebbe qualora si abbia inversione del momento (quando si ha un vincolo di incastro o un appoggio intermedio ad esempio).

D'altra parte il progressivo snervarsi dei diagonali e la fessurazione delle facce garantisce al solaio una certa duttilità, cosa positiva, come già osservato, nei confronti degli stati Limite Ultimi ovviamente. Tale perdita di rigidità andrebbe quindi semplicemente posticipata, oltre i livelli di carico previsti per le verifiche agli Stati Limite di Esercizio. In poche parole in fase di esercizio il provino deve rimanere intergo in tutte le sue parti, evitando ogni tipo di crisi, seppur locale.

Sarebbe bene inoltre, data la forte dipendenza della Rigidità a Taglio "AG" dalla geometria del provino e osservata nelle Prove di Carico a Taglio, aumentare il diametro dei diagonali del traliccio ad un livello tale che anche i diagonali compressi vadano in crisi per snervamento, ossia abbiano una snellezza $\lambda < 70$, in maniera tale da svincolare tale caratteristica dalla geometria stessa del solaio, facendola solo

dipendere dalle caratteristiche del materiale (il cui valori sono decisamente più stabili e controllabili).

Il fatto di avere l'interasse tra i tralicci di $i=25\text{cm}$ e la larghezza della sezione di $b=60\text{cm}$, ha posto dei dubbi sul fatto che i ferri trasversali legati all'estradosso, disposti ogni 50 cm per collegare i tralicci tra loro, siano stati efficaci e abbiano realmente contribuito a caricare equamente i tralicci, anziché caricare maggiormente quello centrale, cosa quest'ultima che molto probabilmente è avvenuta. Inoltre l'aver i tralicci laterali molto vicini al bordo (i quali una volta caricati tendono ovviamente ad aprirsi) ha provocato l'espulsione da parte del ferro d'intradosso più esterno del calcestruzzo del fondello, facendo inizialmente credere che quest'ultimo si stesse rompendo per taglio, cosa che non è avvenuta, lavorando anch'esso a flessione (vedi Fig. 3.13). Per svincolarsi dal problema del collegamento dei tralicci, garantire un buon confinamento dei ferri longitudinali di intradosso dentro il fondello, e per rendere le prove valide indipendentemente dal fatto di voler produrre tali solai con più di tre tralicci sempre con lo stesso interasse, sarebbe bene che la larghezza della sezione sia sempre un multiplo intero dell'interasse tra i tralicci stessi. In questo modo è possibile effettuare tutti i ragionamenti, inclusa la Progettazione e la Verifica, riferendosi al singolo traliccio, o meglio a una striscia di solaio di larghezza $i = 0,25\text{m}$ contenente un solo traliccio.

Come proposta di miglioramento, nei successivi paragrafi sarà dimensionata l'armatura di tali solai, costituita sempre dai tralicci metallici, considerando di utilizzare tali elementi strutturali per realizzare solai di civili abitazioni, sulle luci tipiche di $L=5,00\text{m}$. In questi calcoli, per quanto appena detto, si farà riferimento al SINGOLO TRALICCIO.

5.4.2 ANALISI DEI CARICHI E FATTORIZZAZIONE AGLI STATI LIMITE

L'analisi dei carichi sarà eseguita secondo quanto dettato dal D.M. 14/01/2008 "Norme Tecniche per le Costruzioni", utilizzando, per i materiali tradizionali, i pesi propri in esso riportato, nonché i valori dei carichi portati non strutturali e variabili.

- PESI PROPRI MATERIALI STRUTTURALI (SOLAIO SANDWICH):

$$g_1 = \gamma_{ca} \cdot (t_1 + t_2) + \gamma_{cc} \cdot c = 2500 \cdot (0,07 + 0,03) + 355 \cdot 0,15 = 300 \text{ Kg/m}^2 \quad (5.55)$$

- **CARICHI PORTATI NON STRUTTURALI (TRAMEZZI):**

Si ipotizza che venga realizzata una tramezzatura dello spessore di $B=15\text{cm}$ e dell'altezza tipica di $H=3,00\text{m}$ (altezza interpiano) in mattoni forati, il quale ha un peso di:

$$G_2 = \gamma_{MF} \cdot H \cdot B = 1100 \cdot 3,00 \cdot 0,15 = 495 \text{ Kg/m} < 500 \text{ Kg/m} \quad (5.56)$$

Ossia, secondo quanto riportato dal D.M. 14/01/2008 appena citate, tale carico lineare sarà considerato attraverso un carico uniforme per unità di superficie equivalente di:

$$g_2 = 200 \text{ Kg/m}^2 \quad (5.57)$$

- **CARICHI VARIABILI:**

ipotizzando, come detto, di utilizzare questi solai per edifici di Categoria A (Ambienti ad uso residenziale), o equivalentemente Categoria B1 (Uffici non aperti al pubblico), il D.M. 14/01/2008 impone di considerare il seguente carico uniforme per unità di superficie:

$$q_{1k} = 200 \text{ Kg/m}^2 \quad (5.58)$$

Questi carichi uniformi per unità di superficie saranno ora fattorizzati secondo quanto previsto sempre dalle Norme Tecniche (D.M.14/01/2008), per i diversi STATI LIMITE da considerare per le fasi di Progetto e Verifiche.

- **STATI LIMITE ULTIMI (SLU)**

Combinazione Fondamentale: utilizzata generalmente per gli SLU, considerando **STR, Approccio 2** (ossia un'unica combinazione di carico).

$$\gamma_{G1} \cdot g_1 + \gamma_{G2} \cdot g_2 + \gamma_{Q1} \cdot q_{1k} = 1,3 \cdot 300 + 1,5 \cdot 200 + 1,5 \cdot 200 = 990 \text{ Kg/m}^2 = 1\text{t/m}^2 \quad (5.59)$$

- **STATI LIMITE DI ESERCIZIO (SLE)**

Combinazione Caratteristica (Rara): generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili di cui al § 2.7 della suddetta Normativa.

$$g_1 + g_2 + q_{1k} = 300 + 200 + 200 = 700 \text{ Kg/m}^2 = 0,7\text{t/m}^2 \quad (5.60)$$

Combinazione Frequente: generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili.

$$g_1 + g_2 + \psi_{11} \cdot q_{1k} = 300 + 200 + 0,5 \cdot 200 = 600 \text{ Kg/m}^2 = 0,6 \text{ t/m}^2 \quad (5.61)$$

Combinazione Quasi Permanente: generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$g_1 + g_2 + \psi_{21} \cdot q_{1k} = 300 + 200 + 0,3 \cdot 200 = 560 \text{ Kg/m}^2 = 0,56 \text{ t/m}^2 \quad (5.62)$$

5.4.3 CALCOLO SOLLECITAZIONI PER DIVERSE CONFIGURAZIONI

In questo Sottoparagrafo saranno calcolate le sollecitazioni di Momento Flettente “M” e Sforzo di Taglio “T”, considerando le diverse configurazioni di vincolo che i solai sopra descritti possono comunemente avere. Tale ragionamento ricade in un’ottica di prefabbricazione e standardizzazione del prodotto, pensando cioè di realizzare una tipologia di solaio la cui armatura dipenda solo dalla Categoria di edificio e dalla luce di carico “L”. Scopo di questo calcolo è il dimensionamento (Progetto) dell’armatura dei solai, in modo da conferirgli la necessaria Capacità Portante in termini di Momento Flettente e Sforzo di Taglio, motivo per cui per i carichi verrà considerata la **COMBINAZIONE FONDAMENTALE (SLU)**.

Per il dimensionamento dei diagonali dei tralicci invece, bisognerebbe considerare, per quanto precedentemente detto, le combinazioni di carico agli **Stati Limite di Esercizio**. Considerando però che dalla loro dimensione dipende anche la Rigidezza a Taglio “AG”, nonché il livello di Compostezza e quindi la fessurazione stessa delle facce, in via cautelativa saranno considerate sempre le sollecitazioni ottenute dalla Combinazione Fondamentale di carico, ossia allo Stato Limite Ultimo. Così facendo ci si attende che la duttilità dell’elemento strutturale diminuisca, a favore però di una maggiore rigidezza a taglio della sezione e un maggior livello di compostezza, parametri decisamente più importanti per questa tipologia strutturale.

Il segno negativo presente in alcuni valori dei momenti sta solo a identificare convenzionalmente quelli che tendono l’estradosso della sezione, ma il loro confronto con le capacità portanti sarà fatto sempre rispetto al valore assoluto degli stessi.

Carico Lineare allo Stato Limite Ultimo:

$$Q = 990 \cdot i = 990 \cdot 0,25 = 250 \text{ Kg/m} = 0,25 \text{ t/m} \quad (5.63)$$

SCHEMA A DUE APPOGGI:

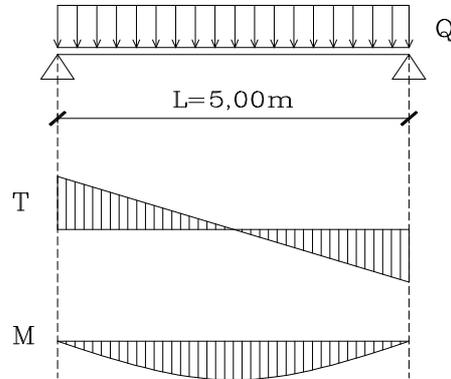


Figura 5.9 Schema di solaio su due appoggi.

$$M_{Sd}^+ (L/2) = \frac{Q \cdot L^2}{8} = \frac{250 \cdot 5^2}{8} = 780 \text{ Kg} \cdot \text{m} = +0,78 \text{ t} \cdot \text{m} \quad (5.64)$$

$$T_{Sd} (L) = \frac{Q \cdot L}{2} = \frac{250 \cdot 5}{2} = 625 \text{ Kg} = 0,63 \text{ t} \quad (5.65)$$

$$H_{TR} (L/2) = \frac{M_{Sd} (L/2)}{d} \cdot \text{sen} \vartheta = \frac{0,78}{0,21} \cdot \text{sen} 19^\circ = 1,21 \text{ t} \quad (5.66)$$

$$H_{TR} (L) = T_{Sd} (L) \cdot \text{cos} \vartheta = 0,63 \cdot \text{cos} 19^\circ = 0,60 \text{ t} \quad (5.67)$$

SCHEMA A DUE INCASTRI:

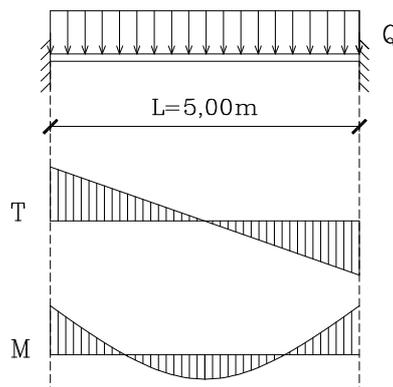


Figura 5.10 Schema di solaio su due incastri.

$$M_{Sd}^+ (L/2) = \frac{Q \cdot L^2}{24} = \frac{250 \cdot 5^2}{24} = 260 \text{ Kg} \cdot \text{m} = +0,26 \text{ t} \cdot \text{m} \quad (5.68)$$

$$M_{Sd}^-(L) = \frac{Q \cdot L^2}{12} = \frac{250 \cdot 5^2}{12} = -520 \text{Kg} \cdot \text{m} = -0,52 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.69)$$

$$T_{Sd}(L) = \frac{Q \cdot L}{2} = \frac{250 \cdot 5}{2} = 625 \text{Kg} = 0,63 \text{t} \quad (5.70)$$

$$H_{TR}(L/2) = \frac{M_{Sd}(L/2)}{d} \cdot \text{sen} \vartheta = \frac{0,26}{0,21} \cdot \text{sen} 19^\circ = 0,40 \text{t} \quad (5.71)$$

$$H_{TR}(L) = \frac{M_{Sd}(L)}{d} \cdot \text{sen} \vartheta + T_{Sd}(L) \cdot \text{cos} \vartheta = \frac{0,52}{0,21} \cdot \text{sen} 19^\circ + 0,63 \cdot \text{cos} 19^\circ = 1,40 \text{t} \quad (5.72)$$

SCHEMA INCASTRO-APPOGGIO:

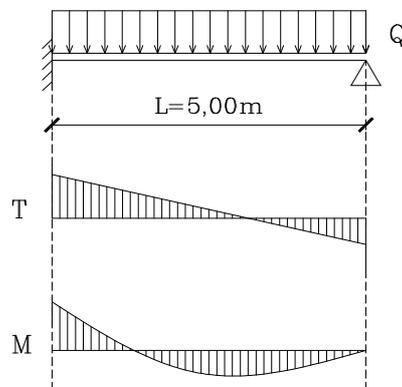


Figura 5.11 Schema di solaio su un incastro e un appoggio

$$M_{Sd}^-(0) = \frac{Q \cdot L^2}{8} = \frac{250 \cdot 5^2}{8} = -780 \text{Kg} \cdot \text{m} = -0,78 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.73)$$

$$T_{Sd}(0) = \frac{5}{8} \cdot Q \cdot L = \frac{5}{8} \cdot 250 \cdot 5 = 780 \text{Kg} = 0,78 \text{t} \quad (5.74)$$

$$T_{Sd}(L) = \frac{3}{8} \cdot Q \cdot L = \frac{3}{8} \cdot 250 \cdot 5 = 470 \text{Kg} = 0,47 \text{t} \quad (5.75)$$

$$H_{TR}(0) = \frac{M_{Sd}(0)}{d} \cdot \text{sen} \vartheta + T_{Sd}(0) \cdot \text{cos} \vartheta = \frac{0,78}{0,21} \cdot \text{sen} 19^\circ + 0,78 \cdot \text{cos} 19^\circ = 1,95 \text{t} \quad (5.76)$$

$$H_{TR}(L) = T_{Sd}(L) \cdot \text{cos} \vartheta = 0,47 \cdot \text{cos} 19^\circ = 0,44 \text{t} \quad (5.77)$$

In funzione delle sollecitazioni massime appena calcolate, saranno dimensionati, nel successivo sottoparagrafo, tutti gli elementi costituenti il traliccio metallico.

5.4.4 PROGETTO E VERIFICA

Per il calcolo delle capacità portanti, essendo ora in fase di Progetto e Verifica, saranno utilizzati i VALORI CARATTERISTICI delle proprietà meccaniche dei materiali. In particolare per la verifica dell'attuale sezione dei provini, saranno utilizzati i valori caratteristici ottenuti mediante le prove sui materiali descritte nel Capitolo 2, mentre per il Progetto della nuova sezione (si anticipa quindi che l'armatura attuale è insufficiente a soddisfare tali verifiche), saranno utilizzati i valori minimi dettati dal D.M. 14/01/2008 per le categorie di materiali che saranno utilizzati. Dai valori caratteristici si passerà poi ai VALORI DI PROGETTO, attraverso l'applicazione di opportuni coefficienti di sicurezza dettati sempre dal D.M. 14/01/2008 per gli appositi materiali. Anche stavolta i ragionamenti saranno effettuati sul SINGOLO TRALICCIO, ossia considerando una striscia di solaio composito di larghezza pari all'interasse $i=0,25\text{m}$ tra gli stessi. Il momento negativo e positivo saranno indicati con il relativo segno, disposti come apice della sigla del momento.

- **VERIFICA**

Momento Flettente

TENSIONE DI SNERVAMENTO DI PROGETTO DELL'ACCIAIO:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{5370}{1,15} = 4.670 \text{Kg/cm}^2 \quad (5.78)$$

MOMENTO RESISTENTE POSITIVO:

$$M_{Rd}^+ = 2 \cdot A_s (1\phi5) \cdot d \cdot f_{yd} = 2 \cdot 0,19 \cdot 21 \cdot 4670 = 37.300 \text{Kg} \cdot \text{cm} = 0,37 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.79)$$

MOMENTO RESISTENTE NEGATIVO:

$$M_{Rd}^- = A_s (1\phi7,9) \cdot d \cdot f_{yd} = 0,50 \cdot 21 \cdot 4670 = -49.035 \text{Kg} \cdot \text{cm} = -0,49 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.80)$$

$$M_{Rd}^+ = 0,37 \text{t} \cdot \text{m} < \max \{ M_{Sd}^+ \} = 0,78 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.81)$$

$$|M_{Rd}^-| = 0,49 \text{t} \cdot \text{m} < \max \{ |M_{Sd}^-| \} = 0,78 \text{t} \cdot \text{m} \quad (5.82)$$

Si può dire perciò che la VERIFICA di capacità portante a momento flettente NON È SODDISFATTA, risultando le attuali armature insufficienti sia all'intradosso. sia all'estradosso.

Sforzo di Taglio

La Capacità portante per Sforzo di Taglio, sarà calcolata anche stavolta come già fatto nel Sottoparagrafo 5.4.1, ossia seguendo quanto dettato dal D.M. 14/01/2008 per le travi senza apposita armatura a taglio, considerando i due casi limite di sezione 100% Composta e di sezione 0% Composta (cioè trascurando, in quest'ultimo caso, il contributo del nucleo).

RESISTENZA A TAGLIO (SEZIONE 100% COMPOSTA)

Questo calcolo è stato eseguito utilizzando le formule dettate dal D.M. 14/01/2008 per quanto riguarda il caso di travi in calcestruzzo senza apposita armatura a taglio.

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/235)^{1/2} = 1,92 < 2 \\ v_{\min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,92^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,51 \text{MPa} = 5,1 \text{Kg/cm}^2 \\ d &= h - t_2/2 = 250 - 30/2 = 235 \text{mm} = 23,5 \text{cm} \\ b_w &= b = 600 \text{mm} = 60 \text{cm} \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{2 \cdot 0,50}{60 \cdot 23,5} = 0,0007092 \end{aligned} \right\} (5.83)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Rd} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{\min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rd} &= \left\{ 0,18 \cdot 1,92 \cdot (100 \cdot 0,0007092 \cdot 30)^{1/3} / 1,5 \right\} \cdot 600 \cdot 235 = 41.800 \text{N} \geq 0,51 \cdot 600 \cdot 235 = 71.910 \text{N} \end{aligned} \right\} (5.84)$$

$$\boxed{V_{Rd(100\%)} = 72 \text{KN} = 7,2 \text{t}} \quad (5.85)$$

RESISTENZA A TAGLIO (SEZIONE 0% COMPOSTA)

Saranno considerati i contributi singoli delle due facce agenti separatamente, mentre sarà trascurato il contributo di resistenza fornito dal nucleo.

Faccia superiore

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/25)^{1/2} = 3,83 < 2 \rightarrow k = 2 \\ v_{\min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 2^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,54 \text{MPa} = 5,4 \text{Kg/cm}^2 \\ d &= d_1 = h - d_{tr} - t_2/2 = 250 - 210 - 30/2 = 25 \text{mm} = 2,5 \text{cm} \\ b_w &= b = 600 \text{mm} = 60 \text{cm} \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1,13}{60 \cdot 2,5} = 0,008513 \end{aligned} \right\} (5.86)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Rm,SUP} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_C \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rm,SUP} &= \left\{ 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,008513 \cdot 30)^{1/3} / 1,5 \right\} \cdot 600 \cdot 25 = 10.600N \geq 0,54 \cdot 600 \cdot 25 = 8.100N \end{aligned} \right\} \quad (5.87)$$

$$V_{Rm,SUP} = 10,6KN = 1,1t \quad (5.88)$$

Faccia inferiore

$$\left. \begin{aligned} k &= 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/15)^{1/2} = 4,65 < 2 \rightarrow k = 2 \\ v_{min} &= 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 2^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,54MPa = 5,4Kg/cm^2 \\ d &= d_2 = t_2/2 = 30/2 = 15mm = 1,5cm \\ b_w &= b = 600mm = 60cm \\ \rho_L &= \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1,13}{60 \cdot 1,5} = 0,01256 \end{aligned} \right\} \quad (5.89)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Rm,INF} &= \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_C \right\} \cdot b_w \cdot d \geq v_{min} \cdot b_w \cdot d \\ V_{Rm,INF} &= \left\{ 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,01256 \cdot 30)^{1/3} / 1,5 \right\} \cdot 600 \cdot 15 = 7.240N \geq 0,54 \cdot 600 \cdot 15 = 4.860N \end{aligned} \right\} \quad (5.90)$$

$$V_{Rm,INF} = 7,2KN = 0,7t \quad (5.91)$$

La capacità portante a taglio perciò sarà data dalla somma delle (5.88) e (5.91):

$$\boxed{V_{Rm(0\%)} = V_{Rm,SUP} + V_{Rm,INF} = 10,6 + 7,2 = 17,8KN = 1,8t} \quad (5.92)$$

$$\min \{ V_{Rd(100\%)}; V_{Rd(0\%)} \} = 1,8t > \max \{ T_{Sd} \} = 0,78t \quad (5.93)$$

Anche nel caso in cui solo le facce si prendano il taglio, la VERIFICA di capacità portante per Sforzo di Taglio È SODDISFATTA. D'altronde anche dalle prove di carico non si è riscontrata nessuna rottura per taglio o a punzonamento agli appoggi.

Un'altra Verifica da fare secondo il D.M. 14/01/2008, è quella di garantire che agli appoggi le armature longitudinali forniscano un carico di snervamento maggiore dello sforzo di taglio all'appoggio stesso.

$$F_{yd} = 2 \cdot A_s (1\phi8) \cdot f_{yd} = 2 \cdot 0,50 \cdot 3910 = 3910Kg = 39,1KN = 3,9t > \max \{ T_{Sd} \} = 0,78t \quad (5.94)$$

Anche tale VERIFICA è SODDISFATTA.

- **PROGETTO:**

Momento Flettente

Non essendo soddisfatta solo la verifica di capacità portante a Momento Flettente, saranno ora calcolate le armature longitudinali minime necessarie per il soddisfacimento di tale verifica, considerando ovviamente i momenti positivi e negativi massimi. Sarà inoltre utilizzato il valore minimo della tensione di snervamento fornito dal D.M. 14/01/2008 per l'acciaio da armatura, ossia il B450.

TENSIONE DI SNERVAMENTO DI PROGETTO DELL'ACCIAIO:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{4.500}{1,15} = 3.910 \text{ Kg/cm}^2 \quad (5.95)$$

INTRADOSSO:

$$A_{S,TOT,min} = \frac{M_{Sd,max}}{d \cdot f_{yd}} = \frac{78.000}{21 \cdot 3910} = 0,94 \text{ cm}^2 \xrightarrow{2\text{ferri}} A_{S,min} = \frac{A_{S,TOT,min}}{2} = 0,47 \text{ cm}^2 \quad (5.96)$$

$$\phi_{min} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{S,min}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,47}{3,14}} = 7,7 \text{ mm} \longrightarrow \phi 8 \text{ mm} \quad (5.97)$$

$$M_{Rd}^+ = 2 \cdot A_S(1\phi 8) \cdot d \cdot f_{yd} = 2 \cdot 0,50 \cdot 21 \cdot 3910 = 82.110 \text{ Kg} \cdot \text{cm} = 0,82 \text{ t} \cdot \text{m} > M_{Sd,max}^+ = 0,78 \text{ t} \cdot \text{m} \quad (5.98)$$

ESTRADOSSO:

$$A_{S,TOT,min} = \frac{M_{Sd,max}}{d \cdot f_{yd}} = \frac{78.000}{21 \cdot 3910} = 0,94 \text{ cm}^2 \xrightarrow{1\text{ferro}} A_{S,min} = A_{S,TOT,min} = 0,94 \text{ cm}^2 \quad (5.99)$$

$$\phi_{min} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{S,min}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,94}{3,14}} = 10,9 \text{ mm} \longrightarrow \phi 12 \text{ mm} \quad (5.100)$$

$$|M_{Rd}^-| = A_S(1\phi 12) \cdot d \cdot f_{yd} = 1,13 \cdot 21 \cdot 3910 = 92.800 \text{ Kg} \cdot \text{cm} = 0,93 \text{ t} \cdot \text{m} > |M_{Sd,max}^-| = 0,78 \text{ t} \cdot \text{m} \quad (5.101)$$

Utilizzando i suddetti ferri per la realizzazione del traliccio metallico, si può vedere dalle (5.98) e (5.101) come le VERIFICHE di capacità portante per Momento flettente siano ora SODDISFATTE.

DIAGONALI DEL TRALICCIO:

I diagonali del traliccio metallico saranno progettati modificando solo il diametro dei ferri, mantenendo invariata la loro posizione e tutte le caratteristiche geometriche del traliccio, come illustrato in Fig. 1.2 . La scelta del diametro sarà dettata dal fatto di voler ottenere una crisi per snervamento anche nei diagonali compressi, ossia portando la snellezza $\lambda < 70$. Nei seguenti calcoli sono riportati anche l'area della sezione trasversale del singolo ferro "A_s", il momento d'inerzia "I" e il raggio d'inerzia "ρ", così come noto dalla Geometria delle Masse [1ESVIOLA85].

Diametro Diagonali φ=6mm

$$\phi 6\text{mm} \left\{ \begin{array}{l} A_s = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} = 3,14 \cdot \frac{6^2}{4} = 28,27\text{mm}^2 = 0,28\text{cm}^2 \\ I = \pi \cdot \frac{\phi_d^4}{64} = \pi \cdot \frac{6^4}{64} = 63,62\text{mm}^4 \\ \rho = \sqrt{\frac{I}{A_s}} = \sqrt{\frac{63,62}{28,27}} = 1,50\text{mm} \\ H_{y_d,TR} = 2 \cdot A_s \cdot f_{y_d} = 2 \cdot 0,28 \cdot 3910 = 2.190\text{Kg} = 2,2\text{t} \end{array} \right. \quad (5.102)$$

$$\boxed{\beta=1} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 63,62}{(1 \cdot 159)^2} = 5215\text{N} = 5,22\text{KN} = 522\text{Kg} = 0,5\text{t} \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 0,5 = 1\text{t} \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{1 \cdot 159}{1,50} = 106 \end{array} \right. \quad (5.103)$$

$$\boxed{\beta=0,7} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 63,62}{(0,7 \cdot 159)^2} = 10.664\text{N} = 10,66\text{KN} = 1.066\text{Kg} = 1,1\text{t} \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 1,1 = 2,2\text{t} \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{0,7 \cdot 159}{1,50} = 74 \end{array} \right. \quad (5.104)$$

Diametro Diagonali φ=8mm

$$\phi 8\text{mm} \left\{ \begin{array}{l} A_s = \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} = 3,14 \cdot \frac{8^2}{4} = 50,27\text{mm}^2 = 0,50\text{cm}^2 \\ I = \pi \cdot \frac{\phi_d^4}{64} = \pi \cdot \frac{8^4}{64} = 201,06\text{mm}^4 \\ \rho = \sqrt{\frac{I}{A_s}} = \sqrt{\frac{201,06}{50,27}} = 2,00\text{mm} \\ H_{y_d,TR} = 2 \cdot A_s \cdot f_{y_d} = 2 \cdot 0,50 \cdot 3.910 = 3.910\text{Kg} = 3,9\text{t} \end{array} \right. \quad (5.105)$$

$$\boxed{\beta=1} \rightarrow \begin{cases} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 201,06}{(1 \cdot 159)^2} = 16.500N = 16,5KN = 1.650Kg = 1,7t \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 1,7 = 3,3t \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{1 \cdot 159}{2,00} = 80 \end{cases} \quad (5.106)$$

$$\boxed{\beta=0,7} \rightarrow \begin{cases} H_{cr} = \pi^2 \frac{E_s \cdot I}{(\beta \cdot l)^2} = \pi^2 \frac{210.000 \cdot 201,06}{(0,7 \cdot 159)^2} = 33.640N = 33,64KN = 3.364Kg = 3,4t \\ H_{cr,TR} = 2 \cdot H_{cr} = 2 \cdot 3,4 = 6,8t \\ \lambda = \frac{\beta \cdot l}{\rho} = \frac{0,7 \cdot 159}{2,00} = 56 \end{cases} \quad (5.107)$$

Dalle formule appena scritte si può vedere come la scelta migliore sia quella di utilizzare dei diagonali del diametro del $\phi=8mm$, il quale fornisce una snellezza tale da garantire la crisi per snervamento anche per i diagonali compressi, anche se il coefficiente per il calcolo della lunghezza libera di inflessione fosse, nella peggiore delle ipotesi, “ $\beta=1$ ”. Ciò potrebbe accadere, in quanto con l’aumento del diametro lo spessore delle facce potrebbe non essere più sufficiente a fornire le condizioni di vincolo precedentemente descritte e che fornivano un “ $\beta=0,7$ ”.

TRALICCIO METALLICO:

Alla luce dei calcoli appena svolti, si può concludere dicendo che i pannelli per solai compositi di edifici ad uso residenziale, con luci massime di $L=5,00m$, dovranno essere armati con tralici metallici che conservano la stessa geometria descritta in Fig. 1.2, lo stesso interasse $i=0,25m$, ma le cui barre sono d’acciaio B450 dei seguenti diametri:

- ESTRADOSSO: $\longrightarrow 1\phi 12$ (Aderenza Migliorata)
- INTRADOSSO: $\longrightarrow 2\phi 8$ (Aderenza Migliorata)
- DIAGONALI: $\longrightarrow 2\phi 8$ (Lisci o Aderenza Migliorata)

Anche il pannello mantiene la stessa geometria di Fig. 1.2, ad eccezione del fatto che la larghezza della sezione trasversale sarebbe bene che fosse, per quanto precedentemente detto, un multiplo intero dell’interasse tra i tralici “ i ”, ossia, nel caso si utilizzino sempre 3 tralici a pannello, $b=0,75m$.

CONCLUSIONI

- Dalle PROVE A TAGLIO si è visto come la RIGIDEZZA A TAGLIO “AG” sia molto sensibile alle modalità esecutive del provino, in quanto essa dipende principalmente dall’instabilizzazione dei diagonali dei tralicci, fenomeno molto sensibile alla geometria del provino stesso. I valori molto diversi di questa rigidità hanno infatti confermato tale sensibilità, ulteriormente confermata dal fatto che, da misurazioni dirette sui provini integri, si è riscontrato come essi siano stati realizzati con variazioni degli spessori dei singoli strati anche di 0,5cm. Per svincolare la Rigidità a Taglio del nucleo dalla geometria, difficilmente controllabile, è necessario utilizzare dei diagonali del diametro $\phi=8\text{mm}$, in maniera tale che anche per diagonali compressi la crisi avvenga per snervamento, legando così tale caratteristica meccanica del provino solo alle proprietà fisiche dell’acciaio, parametro decisamente più stabile e controllabile.
- Dalle PROVE A FLESSIONE e dall’applicazione delle TEORIE SUI PANNELLI SANDWICH, si è osservato innanzitutto come questi provini rientrino in tale tipologia strutturale, e come continuino principalmente a deformarsi a taglio (**91,0%** dello spostamento in mezzeria è dovuto ad esso, per $P < 6\text{KN}$). Si è visto inoltre un calo della rigidità per valori medi del carico concentrato di $P > 6\text{KN}$, dovuto alla fessurazione delle facce del provino, le quali inizialmente si comportano come travi inflesse, riducendo così lo spostamento in mezzeria grazie al contributo fornito dalla rigidità flessionale degli stessi; dopo la fessurazione tale contributo ovviamente si perde. Visto inoltre che i ferri longitudinali che costituiscono l’armatura si trovano a metà dello spessore delle facce, le altezze utili “d” saranno fortemente ridotte, non sfruttando pienamente le facce come sezioni in calcestruzzo armato. Fino alla loro fessurazione infatti tali armature lavorano poco, mentre dopo la fessurazione si comportano come un corrente teso (intradosso) e uno compresso (estradosso), degenerando così al caso di pannello sandwich con facce sottili, perdendo cioè il vantaggio di avere le facce spesse. Tale problema si evita, o meglio si posticipa, aumentando il comportamento composito della sezione, il quale dipende dalla capacità del nucleo di collegare efficacemente le due facce, ossia dalla propria Rigidità a Taglio “AG”. Si è

stimato che prima della fessurazione tale comportamento composito è del **64,4%**. Per conseguire questi risultati, è necessario anche in questo caso aumentare il diametro dei diagonali. Per riuscire a stimare l'aumento apportato alla Rigidezza a Taglio, sarà necessario effettuare un'ulteriore serie di Prove a Taglio sui nuovi provini, non essendo possibile stimare questo parametro se non sperimentalmente.

- È necessario aumentare anche i diametri dei ferri longitudinali, in quanto l'attuale armatura non è idonea per quanto riguarda le verifiche agli SLU, passando a $2\phi 8$ all'intradosso e a $1\phi 12$ all'estradosso. Dalle prove eseguite si è osservato come la rete portaintonaco contribuisca sensibilmente ad aumentare la capacità portante a momento flettente; tale contributo ovviamente non può però essere tenuto in conto ai fini progettuali. Sarebbe bene inoltre che la perdita di rigidezza e l'instabilizzazione e/o snervamento dei diagonali avvenisse per valori di carico superiori a quelli forniti per gli SLE. Anche tale obiettivo si raggiunge aumentando il comportamento composito, ossia ancora una volta il diametro dei diagonali. Da tale modifica ci si attende una diminuzione della duttilità, ma tale conseguenza è decisamente meno importante rispetto al miglioramento del Comportamento Composito e della Rigidezza a Taglio appena citati.
- Il fatto di avere l'interasse tra i tralicci di $i=25\text{cm}$ e la larghezza della sezione di $b=60\text{ cm}$, ha posto dei dubbi sul fatto che i ferri trasversali legati all'estradosso, ogni 50 cm, per collegare i tralicci tra loro, siano stati efficaci e abbiano realmente contribuito a caricare equamente i tralicci anziché caricare maggiormente quello centrale, cosa quest'ultima che molto probabilmente è avvenuta. Inoltre l'aver i tralicci laterali molto vicini al bordo (che una volta caricati tendono ovviamente ad aprirsi) ha provocato l'espulsione, da parte del ferro d'intradosso più esterno, del calcestruzzo del fondello, facendo inizialmente credere che si stesse rompendo per taglio, cosa che non è avvenuta, lavorando anch'esso a flessione. Per svincolarsi dal problema del collegamento dei tralicci, per garantire un buon confinamento dei ferri longitudinali di intradosso dentro il fondello, per rendere le prove valide indipendentemente dal fatto di voler produrre tali solai con più di tre tralicci sempre con lo stesso interasse, e per una produzione "modulare" dell'elemento strutturale da porre in commercio, sarebbe bene che la larghezza della sezione sia sempre un multiplo intero dell'interasse tra i tralicci stessi.

- Si propone quindi di realizzare altri 6 PROVINI da sottoporre alle Prove di Carico a Taglio e a Flessione, realizzati però con le seguenti dimensioni e armature:

- N°3 PROVINI $b=0,75m \times L=1,20m$

- N°3 PROVINI $b=0,75m \times L=2,80m$

TRALICCIO: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Estradosso} \longrightarrow 1\phi 12 \\ \text{Intradosso} \longrightarrow 2\phi 8 \\ \text{Diagonali} \longrightarrow 2\phi 8 \end{array} \right.$

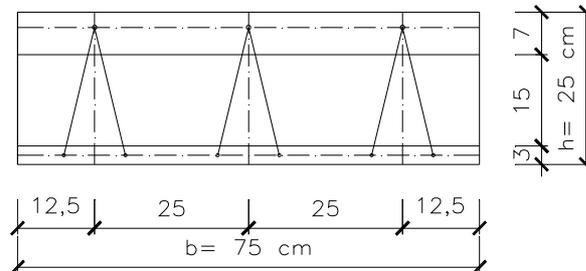
L'interasse tra i tralicci sarà sempre di $i=25cm$; all'estradosso i diagonali devono essere sempre collegati trasversalmente da dei ferri $\phi 8$ ogni $50cm$ e i materiali costituenti le facce e il nucleo gli stessi precedentemente utilizzati. Saranno utilizzate anche la stessa rete portaintonaco all'intradosso e la rete elettrosaldata all'estradosso. L'altezza della sezione deve essere sempre di $h=25cm$ e devono essere mantenuti i singoli spessori:

SPESSORE FONDELLO: $t_2 = 3cm$

SPESSORE NUCLEO: $c = 15cm$

SESSORE SOLETTA: $t_1 = 7cm$

SEZIONE TRASVERSALE



- Sarebbe bene inoltre realizzare, assieme ai provini, i seguenti campioni di materiale, da sottoporre eventualmente a prove di caratterizzazione meccanica:

- N°3 cubetti $15cm \times 15cm$ del cemento utilizzato per lo stesso getto di fondello e soletta dei nuovi provini;
- N°3 cubetti $15cm \times 15cm$ del cemento cellulare utilizzato per lo stesso getto del nucleo dei nuovi provini;
- N°1 spezzone del nuovo traliccio metallico, della lunghezza di $1m$, per l'eventuale realizzazione di campioni di acciaio.

BIBLIOGRAFIA

- [ALLEN69]** - HOWARD G. ALLEN - “Analysis and Design of Structural Sandwich Panels”, Pergamon Press, 1969;
- [PANTEMA66]** - FREDERIK J. PANTEMA - “Sandwich Construction: The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates, and Shells”, Nicholas J. Hoff Editor, 1966;
- [VIOLA03]** - ERASMO VIOLA - “Lezioni di Scienza delle Costruzioni”, Pitagora Editrice, 2003;
- [1ESVIOLA85]** - ERASMO VIOLA - “Esercitazioni di Scienza delle Costruzioni 1- Strutture Isostatiche e Geometria delle Masse”, Pitagora Editrice, 1985;
- [2ESVIOLA85]** - ERASMO VIOLA - “Esercitazioni di Scienza delle Costruzioni 2- Strutture Iperstatiche e Verifiche di Resistenza”, Pitagora Editrice, 1985.

PUBBLICAZIONI SCIENTIFICHE

- [ES91] - EINEA, SALMON - “State of the Art of Precast Concrete Sandwich Panels”, PCI JOURNAL, 1991;
- [ES94] - EINEA, SALMON - “A New Structurally and Thermally Efficient Precast Sandwich Panel System”, PCI JOURNAL, 1994;
- [BS94] - BUSH, STINE – “Flexural Behavior of Composit Precast Concrete Sandwich Wall Panels”, PCI JOURNAL, 1994;
- [ES97] - EINEA, SALMON - “Full scale testing of precast concrete sandwich panels”, ACI STRUCTURAL JOURNAL, 1997;
- [BW98] - BUSH, WU - “Flexural Analysis of Prestressed Concrete Sandwich Panels with Truss Connectors”, PCI JOURNAL, 1998;
- [NI98] - NIJHAWAN - “Insulated Wall Panels-Interface Shear Panels”, PCI JOURNAL, 1998;
- [PM03] - POKHAREL, MAHENDRAN - “Finite element analysis and design of sandwich panels subject to local buckling effects”, ELSEVIER, 2003;
- [BC03] - BUANNIC, CARTRAUD, QUESNEL - “Homogenization of corrugated core sandwich panels”, ELSEVIER, 2003;
- [PM04] - POKHAREL, MAHENDRAN - “An investigation of lightly profiled sandwich panels subject to local buckling and flexural wrinkling effects”, ELSEVIER, 2004;
- [KA05] - KABIR - “Structural Performance of 3-D Sandwich Panels Under Shear and Flexural Loading”, SCIENTIA IRANICA, 2005;
- [MS07] - MEMON, SUMADI, RAMLI - “Ferrocement encased lightweight aerated concrete”, ELSEVIER, 2007;

- [ST07]** - SAMAD, TRIKHA, ALI - “Flexural behaviour of pre-cast concrete sandwich composite panel”, ELSEVIER, 2007;
- [KW08]** - KOLSTERS, WENNHAGE - “Optimisation of laser-welded sandwich panels with multiple design constraints”, ELSEVIER, 2008;
- [PS08]** - PANTELIDES, SURAPANENI - “Structural Performance of Hybrid GFRP/Steel Concrete Sandwich Panels”, JOURNAL OF COMPOSITES FOR CONSTRUCTION © ASCE, 2008;
- [MA10]** - MANALO, ARAVINTHAN, KARUNASENA - ”In-plane shear behaviour of fibre composite sandwich beams using asymmetrical beam shear test”, ELSEVIER, 2010.

NORMATIVE DI RIFERIMENTO

D.M. 14/01/2008	“Norme Tecniche per le Costruzioni”;
UNI EN 13747: 2010	“Prodotti prefabbricati di calcestruzzo, Lastre per solai”;
UNI EN 13369: 2008	“Regole comuni per prodotti prefabbricati di calcestruzzo”;
UNI EN 12390-1: 2002	“Prove sul calcestruzzo indurito - Forma, dimensioni ed altri requisiti per provini e per casseforme”;
UNI EN 12390-2: 2009	“Prove sul calcestruzzo indurito - Confezione e stagionatura dei provini per prove di resistenza”;
UNI EN 12390-3: 2009	“Prove sul calcestruzzo indurito - Resistenza alla compressione dei provini”;
UNI EN 12390-4: 2002	“Prove sul calcestruzzo indurito - Resistenza alla compressione, Specifiche per la macchina di prova”;
UNI EN 12390-7: 2009	“Prove sul calcestruzzo indurito - Massa volumica del calcestruzzo indurito”;
UNI EN ISO 15630-1: 2004	“Acciaio per calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso, Metodi di prova - Barre, rotoli e fili per calcestruzzo armato”;
UNI EN ISO 12504-1: 2009	“Prove sul calcestruzzo nelle strutture - Carote: prelievo, esame e prova a compressione”;
prEN 15037-4: 2006	“Precast concrete products — Beam-and-block floor systems — Part 4: Expanded polystyrene blocks”.

SITI INTERNET CONSULTATI

www.isoltech.it

www.gasbeton.it

www.ytong.it

www.softwareparadiso.it

www.solaioinlaterizio.it

www.unibo.it

www.ing.unibo.it

www.distart.unibo.it

www.larm.ing.unibo.it

www.tdc.ing.unibo.it

www.biblioteche.unibo.it

www.ingegneri.info

www.wikipedia.org

www.yahoo.it

www.google.it

www.lexicool.com

RINGRAZIAMENTI

Voglio ringraziare il Prof. Tomaso Trombetti e l'Ing. Giada Gasparini per il loro aiuto nell'elaborazione di questa Tesi, l'Ing. Ilaria Ricci per il materiale fornitomi e l'ISOLTECH per la sua collaborazione. Il DICAM e tutti i tecnici dei laboratori LaPS-LaRM che mi hanno seguito durante l'esecuzione delle prove di carico. Un saluto particolare e un ricordo va al Prof. Claudio Ceccoli, le cui lezioni e aneddoti rimarranno nella storia.

Dedico infine questa Tesi alla mia Famiglia, che mi ha supportato e sopportato sempre in tutte le mie scelte. Ai miei amici di sempre e ai nuovi incontrati in questo lungo percorso. A Bologna, che mi ha accolto e fatto crescere in questi anni e soprattutto alla mia splendida terra, la Sardegna.

Luca Minnai