

ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Sede di Forlì

Corso di Laurea in  
INGEGNERIA MECCANICA

Classe L-9

ELABORATO DI LAUREA  
in Termofluidodinamica Applicata

CONDUTTANZE DIPENDENTI DALLA TEMPERATURA  
NEL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI DI UN  
FORNO DOMESTICO

CANDIDATO

Federico Colonna

RELATORE

Prof. Marco Lorenzini

Anno Accademico 2017/2018



# Indice

<b>Introduzione .....</b>	<b>5</b>
<b>Capitolo 1: Introduzione allo scambio termico .....</b>	<b>7</b>
1.1 La conduzione .....	7
1.2 La convezione naturale e forzata .....	11
1.3 L'irraggiamento .....	12
1.4 I modelli a parametri concentrati .....	13
1.5 L'analogia elettrica .....	14
<b>Capitolo 2: Il forno .....</b>	<b>17</b>
2.1 Struttura del forno .....	18
2.2 Elementi riscaldanti e di diffusione .....	19
2.3 Punti rappresentativi .....	22
<b>Capitolo 3: Sistema di acquisizione e modello .....</b>	<b>24</b>
3.1 Disposizione delle termocoppie .....	25
3.2 Bilancio energetico ai nodi .....	26
3.3 Modello Simulink del forno .....	27
3.4 Simulazione e valutazione dell'errore di previsione .....	30
<b>Capitolo 4: Implementazioni .....</b>	<b>32</b>
4.1 Ampliamento del modello Simulink per il ciclo ventilato .....	33
4.1.1 Pregi e difetti dell'ampliamento del modello .....	35
4.2 Principio di funzionamento dell'ottimizzatore .....	35
4.2.1 Ottimizzazione iterativa multi-esperimento .....	38
<b>Capitolo 5: Risultati .....</b>	<b>43</b>
5.1 Post-processing .....	44
<b>Conclusioni e sviluppi futuri .....</b>	<b>59</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>61</b>

<b>Sitografia .....</b>	<b>61</b>
<b>Ringraziamenti .....</b>	<b>63</b>

## Introduzione

Questo lavoro di tesi si pone come il naturale prosieguo e ampliamento di un'esperienza di tirocinio realizzata (non solo) presso il laboratorio di termofluidodinamica applicata.

Il lavoro è stato svolto con l'ausilio di Professori e dottorandi dell'Università, nell'ambito di un finanziamento erogato da Electrolux, portatrice di interessi nei confronti dei risultati di questo e di altri lavori attinenti.

Obiettivo principale di questo lavoro è di dimostrare come, inserendo una dipendenza lineare - perciò semplice da implementare - all'interno di valori fittizi di conduttanza fra zone di un forno elettrico ad incasso per uso domestico, è possibile effettuare (e migliorare le preesistenti) previsioni dei valori di temperatura in molti punti caratteristici, con un differenziale fra valori reali e valori previsti estremamente basso. Gli errori di previsione si attestano su pochi punti percentuali.

Nei primi capitoli si farà un dovuto riepilogo delle conoscenze acquisite durante il corso di Termofluidodinamica Applicata, tenuto dal Prof. Marco Lorenzini, mio relatore, che siano spendibili ai fini di questo esperimento di ottimizzazione delle previsioni.

Si prenderanno poi in esame le caratteristiche tecniche del forno utilizzato, esame dal quale discendono le riflessioni sul modello e sulla validità di quest'ultimo.

Conseguentemente a tali riflessioni, e in particolare a quelle sul limite dovuto all'ipotesi semplificativa di assumere come costanti una serie di valori che nella realtà sono ben distanti da esserlo, si spiegherà cosa, di originale, si è introdotto nel modello e come lo si è fatto.

Nella parte finale di questo elaborato si darà conto dei risultati del lavoro svolto e di come essi siano decisamente validanti nei confronti di quello che si è fatto.

Si accennerà, infine, a quali potrebbero essere le implicazioni pratiche dei risultati e delle riflessioni contenute in queste pagine.

## Capitolo 1: Introduzione allo scambio termico

La trasmissione di calore avviene, in natura, solo qualora due corpi siano dotati di valori di temperatura differenti tra loro. In tal caso, il trasferimento di energia termica da un corpo all'altro può avere una natura radiante o vibratoria.

Agli scambi di natura vibratoria afferiscono conduzione e convezione, rispettivamente fra mezzi entrambi solidi o fluidi e fra un solido e un fluido. È il caso, per esempio, di una lastra metallica e di una lastra di polistirolo, entrambe alla stessa temperatura, portate a contatto con la pelle: l'evoluzione non ci ha potuti dotare di termometri, ma è stata sufficientemente intelligente da selezionarci affinché potessimo avere percezione di quanto calore viene condotto fuori o verso il nostro corpo. La lastra metallica conduce bene, quindi può facilmente farci percepire estremo freddo o estremo caldo, anche con piccole differenze di temperatura. Il viceversa vale per la lastra di polistirolo: potrebbe essere molto fredda senza che ne avessimo cognizione, perché siamo in grado di distinguerne le basse potenzialità conduttive. E così, quando la stessa pelle è lambita da aria fredda, un implicito e spiccato senso per la convezione ci avvisa della possibilità di perdere molto del calore corporeo, specie se l'aria fosse in moto sostenuto, cedendolo dalla solida pelle alla fluida aria.

Lo scambio termico di natura radiante, più semplicemente irraggiamento, avviene invece per mezzo di onde elettromagnetiche, nel vuoto, in assenza di mezzi interposti. È grazie ad esso che può esistere la trasmissione di calore dal caldissimo sole alla "freddissima" Terra, ed è alle frequenze dotate di maggiore intensità radiante che abbiamo sviluppato una grande sensibilità figlia di un sensore multifunzione: l'occhio.

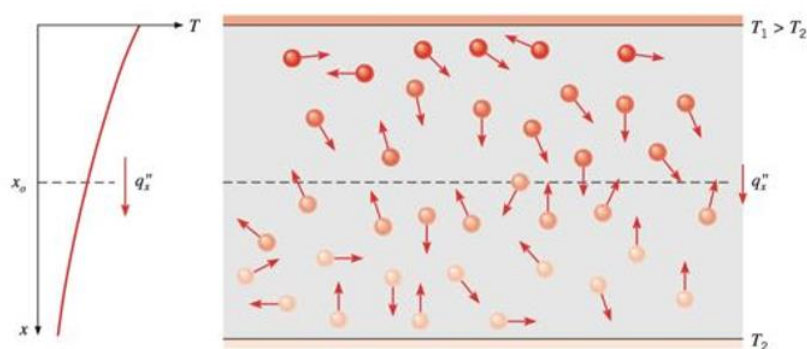
### 1.1 La conduzione

L'energia termica si manifesta a livello microscopico sotto forma di oscillazione delle molecole del materiale; tale oscillazione aumenta all'aumentare dell'energia termica accumulata nel corpo (cioè aumenta con la temperatura).

Le oscillazioni di ciascuna molecola, causate dall'energia termica immagazzinata, avvengono intorno alla posizione inizialmente occupata dalla molecola: in un determinato intervallo di tempo la posizione media delle molecole è sempre la stessa, per cui nella conduzione termica non si ha trasporto di materia, ma solo trasmissione di urti molecolari.

Secondo la teoria cinetica dei gas, si può ricondurre il valore della temperatura globale (e dunque macroscopica) di un corpo all'energia delle sue singole molecole; energia che si palesa nella vibrazione di queste.

A titolo di esempio si può considerare un gas in un recipiente, sotto certe ipotesi: se le particelle superiori si trovano a temperatura superiore, con la parete superiore a temperatura maggiore di quella inferiore, allora si può dire con certezza che vi sarà trasferimento di energia termica dall'alto verso il basso, cioè secondo gradiente negativo di temperatura, ovvero dalla temperatura maggiore alla temperatura minore.



*Figura 1.1 : urti fra particelle a temperature differenti*

Allora lo studio delle caratteristiche della conduzione richiede, in primo luogo, la conoscenza del campo di temperatura all'interno del corpo:



$$T = f(x, y, z, t)$$

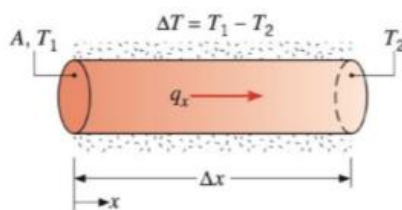
L'equazione costitutiva della conduzione termica è il famoso postulato di Fourier:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} = -K_{\mu\nu} \nabla T$$

Tale postulato, se  $K_{\mu\nu}$  rappresenta il tensore conducibilità termica, che diviene una semplice costante di conducibilità termica  $k$  se il mezzo soggetto a tale campo di temperature è isotropo ovvero indipendente dalla direzione per la determinazione di una relazione fra temperatura e flusso di calore, esprime che il flusso di calore avviene in virtù di un gradiente di temperature.

Si parla propriamente di “Legge di Fourier”, poiché costituisce una legge fenomenologica ricavata sperimentalmente e mai contraddetta.

Nei solidi, tale relazione può essere semplificata giungendo ai casi notevoli: per esempio, quello di conduzione in geometria cilindrica.



Considerato un cilindro di lunghezza  $\Delta x$ , di area di base  $A$ , isolato lateralmente e con temperature superficiali  $T_1$  e  $T_2$  tali che  $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$ , allora si può legare la potenza termica trasmessa alla differenza di temperatura esistente; introdotta la costante di proporzionalità  $\kappa$  detta conducibilità termica, proprietà termofisica legata al tipo di materiale, si può scrivere:

$$\dot{Q}_x = \kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Nella quale  $\dot{Q}_x$  esprime la potenza termica scambiata in direzione “x”, in questo particolare caso monodimensionale; tale potenza, divisa per l’area, restituisce il flusso termico: una grandezza vettoriale ortogonale al gradiente di temperatura, significante la potenza scambiata in una certa direzione (la direzione del vettore flusso termico) per metro quadro di superficie scambiante.

Altro risultato fondamentale e spendibile ai fini di questo elaborato di tesi è ottenibile applicando l’equazione di bilancio energetico termico ad un volume infinitesimo, detta “equazione del calore” o “di diffusione del calore”:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = q''' + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Nella quale si dà conto della variazione nel tempo dell’energia termica accumulata in un corpo di densità “ $\rho$ ” e capacità termica “ $c$ ”.

Tale equazione consente di determinare la distribuzione della temperatura all’interno dei corpi, cioè permette considerazioni sul campo di temperatura interno al corpo: omogeneo, non omogeneo, etc.

## 1.2 La convezione naturale e forzata

La convezione descrive il trasporto di energia tra un fluido e una superficie lambita da quello stesso fluido. Tale fenomeno comprende, allora, sia una componente macroscopica o “adduttiva”, di vero e proprio spostamento di particelle con temperature differenti, sia una componente microscopica o “diffusiva”, di oscillazione e urto casuale delle molecole.

Si parla, a questo proposito, di strato limite: all’interno di esso si verificano (in percentuale convenzionalmente assunta pari al 99%) le variazioni di velocità e temperatura del fluido responsabile della convezione.

Nel caso semplice di lastra piana a temperatura  $T_s$  lambita, da un lato, da un flusso di fluido in moto, all’interno del cosiddetto strato limite dinamico si ha la porzione di fluido avente velocità minore del 99% di quella di flusso indisturbato, “ $u_\infty$ ”.

Analogamente, all’interno del cosiddetto strato limite termico si troverà la porzione di fluido avente temperatura che soddisfi la seguente relazione:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} \leq 0,99$$

Fatte queste premesse, possiamo definire la potenza termica scambiata per convezione come:

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_\infty)$$

Dove  $h$  rappresenta il coefficiente di scambio termico convettivo,  $A$  l’area della superficie lambita dal fluido,  $T_s$  la temperatura della superficie lambita e infine  $T_\infty$  la temperatura del fluido misurata in un punto di flusso indisturbato dalla superficie, ovvero al di fuori dello strato limite.

Si parla di convezione *forzata* qualora il fluido sia mantenuto in moto da agenti esterni (nel caso di un forno, un sistema di ventilazione), mentre si parla di convezione *naturale* nel caso in cui il fluido sia mantenuto in moto (tipicamente, più blando) da forze di volume, quali quella di galleggiamento o centrifuga.

### 1.3 L'irraggiamento

L'irraggiamento è la modalità di scambio termico che avviene per propagazione di onde elettromagnetiche, naturale conseguenza dei microscopici moti roto-vibrazionali delle molecole dotate di temperatura superiore allo zero assoluto, e quindi delle correnti elettriche tempo-variabili che si originano dagli elementi portatori di carica (protoni ed elettroni), in accordo con le leggi di Maxwell. L'entità del fenomeno radiante dipende dalla temperatura: l'intensità e la frequenza dei fotoni emessi, ovvero dell'onda elettromagnetica, aumenta all'aumentare della temperatura, in conseguenza dell'aumentato moto molecolare, ovvero delle correnti elettriche originatesi negli atomi.

Tale fenomeno non prevede contatto diretto tra i corpi che si scambiano calore, al contrario di conduzione e convezione. Per tale motivo l'irraggiamento interessa ogni aggregato materiale, sia esso liquido, gassoso o solido, e avviene anche e soprattutto nel vuoto. Per quanto detto sopra, l'irraggiamento avviene ad ogni temperatura non nulla e per ogni tipo di aggregato materiale, che assorbe energia radiante e ne emette a sua volta. Il contributo netto radiante sarà allora diretto dai corpi a temperatura maggiore ai corpi a temperatura minore.

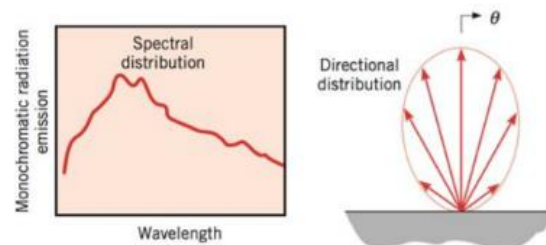
L'entità del contributo radiante, però, diviene significativa solo qualora le temperature diventino "sufficientemente" elevate: operativamente, spesso lo si può trascurare rispetto ai contributi convettivi e conduttivi, cosa che accadrà –quando possibile – anche in questo lavoro di tesi. La potenza termica scambiata vale:

$$\dot{Q}_{irr} = \varepsilon A \sigma (T_p^4 - T_{sur}^4)$$

Dove  $\varepsilon$  rappresenta l'emissività della superficie considerata,  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann,  $A$  è l'area della superficie emettente radiazione,  $T_p$  è la temperatura della superficie emettente,  $T_{sur}$  è la temperatura delle pareti dell'ambiente.

L'intensità della radiazione termica possiede una distribuzione non uniforme sullo spettro, ovvero dipendente con continuità dalla lunghezza d'onda: come si accennava nell'introduzione, la radiazione solare

è particolarmente intensa proprio nella zona di lunghezze d'onda del visibile all'occhio umano.



## 1.4 I modelli a parametri concentrati

L'adozione, per questo lavoro di tesi, di un modello cosiddetto "a parametri concentrati" ha molte implicazioni positive ed alcune negative.

Un modello a parametri concentrati è di particolare utilità quando, in presenza di variazioni nel tempo delle grandezze di interesse, il problema dovesse diventare particolarmente complicato da risolvere: la temperatura, come le altre grandezze di interesse in un problema di termofluidodinamica, avrebbe in generale dipendenza dal tempo e dalle tre coordinate spaziali. Esistono situazioni in cui si possono fare ipotesi che semplifichino in modo significativo la soluzione dei problemi, trattandoli agevolmente per via analitica.

È frequente, nella pratica, la situazione in cui un pezzo (o, più in generale, un aggregato di materiale in qualunque stato fisico) venga sottoposto ad un mutamento repentino delle condizioni ambientali. Il metodo a parametri concentrati ipotizza allora che il corpo generico abbia –ad ogni istante– una temperatura uniforme in ogni suo punto, il che equivale a supporre che non vi siano gradienti termici in esso. Dalla legge di

Fourier si conclude che ciò equivale ad ipotizzare una conducibilità termica infinita all'interno di tale parte.

Ovviamente, questo metodo 0-dimensionale risulta accettabile qualora l'errore prodotto dall'ipotesi di cui sopra risulti relativamente contenuto: nel nostro caso, per esempio, si supporrà che il “centro forno” abbia una temperatura uniforme, senza ulteriormente specificare il campo di temperatura nello spazio contiguo al centro geometrico del forno. E così, ogni singola parte del forno verrà modellata come un unico “nodo” discreto e a temperatura uniforme: per esempio, la parete destra, abbreviata  $RW$ , sarà dotata in ogni istante di una unica temperatura, uguale in ogni suo punto.

Tutto questo ci porta a definire capacità termiche e conduttanze, che ci apprestiamo a spiegare, dai valori non fisici, ma fittizi; detti valori sono molto efficaci ai fini della previsione di temperatura e non hanno pretesa di riscontro fisico con i reali valori di capacità termica e “conduttanza” fra le varie parti del forno. In ogni parte così modellata si potrà operare un bilancio energetico nel tempo, indipendente dalle coordinate spaziali, del tipo:

$$-hA(T_s - T_\infty) = \rho V c \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

Tale espressione sarà valida quando trascurabili i contributi radiativo e conduttivo.

## 1.5 L'analogia elettrica

Nella trattazione analitica dei sistemi termici, un metodo diffusamente utilizzato è quello di sfruttare la forte analogia tra questi ultimi e i circuiti elettrici: in ambedue, un ente motore – sia essa differenza di potenziale elettrico ovvero voltaggio, o di temperatura – provoca il passaggio di una corrente – intesa come flusso di elettroni attraverso una sezione o come potenza termica scambiata per unità di superficie – che può essere valutato in modulo introducendo un coefficiente di proporzionalità fra i due:

la resistenza, sia essa termica o elettrica. Equivalentemente, e per ragioni pratiche, si può parlare spesso del reciproco della resistenza: la conduttanza. Come in questo lavoro.

Due sono le analogie e relazioni fondamentali per questo modo di procedere:

$$C \frac{dV(\tau)}{d\tau} = i(\tau)$$

$$mc \frac{dT(\tau)}{d\tau} = \dot{Q}(\tau)$$

Nella quale si descrivono, rispettivamente, la carica del condensatore e l'energia accumulata in un corpo: per provocare una variazione di carica, è necessario che fra i capi del condensatore vi sia una variazione del voltaggio nel tempo, dovuta ad una corrente elettrica  $i$  che risulta proporzionale alla capacità  $C$  del condensatore; allo stesso modo, una potenza termica scambiata  $\dot{Q}$  può far variare l'energia accumulata in un corpo, in ragione della sua massa  $m$ , del suo calore specifico  $c$  e della variazione della sua temperatura  $T$  nel tempo.

La seconda coppia di equazioni fondamentali è:

$$\frac{V(\tau)}{R} = i(\tau)$$

$$\frac{kA}{L} \Delta T(\tau) = \dot{Q}(\tau)$$

Che ci permette di comparare, come si diceva sopra, la legge di Ohm con la legge di Fourier (e l'analogo si può fare per la convezione, mentre risulterebbe un'approssimazione forte fare un'operazione simile per l'irraggiamento).

In particolare, la potenza termica scambiata  $\dot{Q}$  risulta proporzionale alla conducibilità termica  $\kappa$ , all'area di scambio  $A$ , e inversamente proporzionale alla distanza  $L$  che insiste, per esempio, fra i due capi di un corpo a temperature diverse.

Risulta abbastanza chiara l'analogia: la costante  $\frac{\kappa A}{L}$  è la conduttanza del sistema, che avrà espressione del tipo  $hA$  nel caso della convezione.

Per semplicità, il prodotto fra il coefficiente di scambio termico convettivo  $h$  e la superficie scambiante  $A$  sarà, in questo lavoro, indicato con la lettera  $G$ , ad esprimere una conduttanza complessiva; volta per volta, tale conduttanza sarà riferita ad una delle pareti del forno, al centro forno –come si diceva- , etc.



## Capitolo 2: Il forno

Si prenderanno rapidamente in esame le caratteristiche del forno elettrico di Electrolux; l'esatta referenza è *Electrolux-EOB6850BOX*, un forno ad incasso dalla capienza di 72 litri.



*Figura 1: il forno in esame*

Ai fini delle prove e della costruzione del modello analitico, sarebbe stato di interesse poter valutare, spessore per spessore, parte per parte, con l'ausilio dei disegni CAD del forno, i valori di conducibilità termica di ciascuno degli strati di materiale componenti ciascuna delle parti, ed i valori dei coefficienti di convezione - sfortunatamente, molto variabili con le temperature e con le condizioni di moto dell'aria, cioè con la scelta del tipo di ciclo di cottura- per poter dare valutazione approssimativa delle potenze scambiate tra le varie zone del forno.

Per quanto verosimile possa essere l'ipotesi di valutare la conducibilità termica per ciascuna parte, lo è in misura molto minore quella di valutare i coefficienti di scambio termico convettivo: la sola variazione del set-point, ovvero della temperatura che si chiede al forno di raggiungere entro un tempo ragionevole per poi iniziare la cottura

desiderata, farebbe variare largamente il valore del coefficiente di scambio termico convettivo. Nella modalità di funzionamento non statica, ovvero ventilata, tale problema sarebbe perfino amplificato: in condizione di convezione forzata, l'ordine di grandezza dei coefficienti di scambio termico convettivo è superiore rispetto a quello degli stessi coefficienti in convezione naturale; cosa che, peraltro, ci consentirà senza troppa rinuncia di fare ipotesi semplificative sullo scambio radiante, almeno per la modalità di funzionamento ventilata.

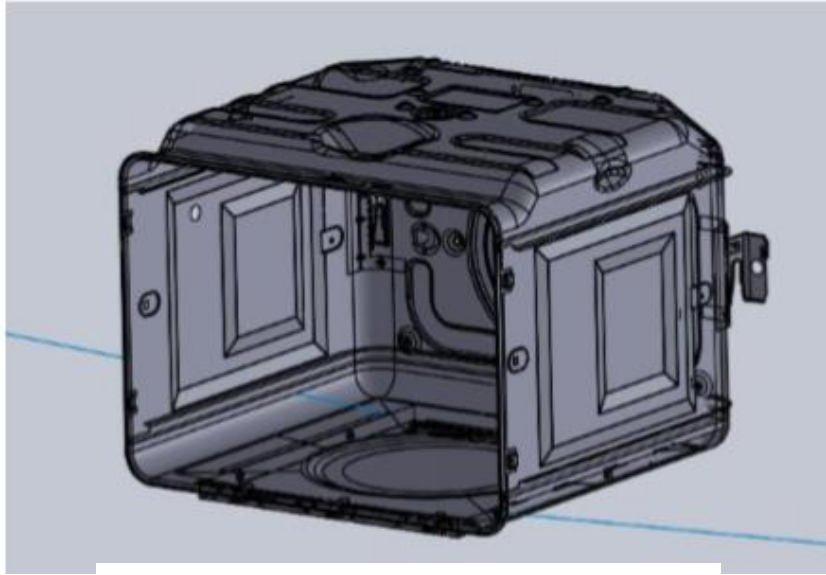
## **2.1 Struttura del forno**

Gli accorgimenti costruttivi principali sono ovviamente scelte di equilibrio fra un isolamento ottimale, dunque la possibilità di garantire una buona classe energetica in fase di certificazione e una certa conseguente appetibilità commerciale, e la minimizzazione del costo totale.

Una lamiera variamente lavorata racchiude tutta quanta la struttura e la zona di cottura, gli alloggi per i sistemi di riscaldamento e di ventilazione, per la centralina di controllo, la termoresistenza in grado di controllare la temperatura realizzata in testa al forno, le guide per le griglie di cottura e tutti i componenti di minore rilievo.

Un'eccezione alla lamiera è ovviamente la parete frontale, con funzione di sportello, realizzata come una serie di strati di vetro separati, ai fini dell'isolamento, da intercapedini di aria: all'interno di queste intercapedini si dovrebbe impedire il moto dell'aria, ovvero la parte consistente della convezione, perché non vi siano eccessive perdite termiche. Questo tuttavia contrasta con la funzione delle intercapedini, che servono appunto per far circolare l'aria che raffredda la superficie vetrata, in modo da evitare ustioni all'utente.

Un sottile strato di alluminio circonda la lamiera ed è a sua volta circondato da un sottile strato di lana di vetro. Una ulteriore lamiera metallica funge da telaio per il forno e racchiude tutto ciò, venendo solitamente collocata all'interno di un mobile di legno: una aggiunta estetica ed un aggiuntivo isolamento termico.



*Figura 2: CAD della muffola.*

In figura, un disegno al CAD della cosiddetta “muffola”, ovvero la lamiera che avvolge l’ambiente di cottura nella sua interezza, fatta eccezione per lo sportello frontale.

## **2.2 Elementi riscaldanti e di diffusione**

Il riscaldamento dell’ambiente di cottura è demandato a tre resistenze elettriche che assolvono a tipi di cottura diversi, in funzione della velocità del transitorio di riscaldamento che realizzano e del loro collocamento rispetto alle griglie per il posizionamento del cibo: una doratura superficiale potrà essere ottenuta con un brusco transitorio di riscaldamento proveniente dalla testa del forno; una cottura ideale per panificazione dovrà invece rispettare i tempi della lievitazione, realizzando, con l’ausilio del sistema di ventilazione, una temperatura quanto più omogenea nell’ambiente e sulle superfici di appoggio del cibo, favorendo la trasmissione del gradiente di temperatura fra resistenza e ambiente con un transitorio lento e diffusivo.

Gli elementi riscaldanti sono alimentati da una tensione di 230 V, ma la loro resistenza elettrica (e, parallelamente, dimensione) è differente, così come è differente la potenza elettrica assorbita e la logica e la durata con cui vengono reclutati dalla centralina di

controllo, che li attacca e stacca monitorando la temperatura, variabile con continuità, tramite una termoresistenza posta sulla testa del forno.

Il primo elemento è quello che ai fini dell'esperimento è stato chiamato *Top Heater* e siglato come *TH*, e realizza la temperatura desiderata in cavità principalmente con azione radiante dalla parete superiore della muffola; l'elemento è realizzato come un ramo resistivo della lunghezza complessiva di 2 metri, con sezione circolare e diametro nell'ordine dei 5 mm. La potenza nominale assorbita si attesta sui 2300 W.



Figura 3: *Top Heater*, per funzione "grill"

Un secondo elemento è una resistenza circolare, qui di seguito *Ring Heater* o *RH*, collocato nella parete posteriore e strategicamente concentrico ad una ventola. La potenza nominale è di 1900 W. Il combinato delle due è ovviamente volto a realizzare le cotture ventilate e i transitori di temperatura più rapidi.



Figura 4: *Ring Heater*, per cotture ventilate

La presenza di queste pone questo forno nella categoria dei forni cosiddetti "a convezione forzata".

Un terzo ed ultimo elemento riscaldante è una resistenza collocata nella parte inferiore del forno, all'interno di un intercapedine, qui di seguito *Bottom Heater* o *BH*, dall'ingombro e dalla potenza minore, che assolve a una funzione perlopiù ausiliaria. Come si accennava, i cicli di cottura possono perseguire differenti obiettivi.



Figura 5: *Bottom Heater*

La resistenza *Bottom Heater* è presente in ragione della necessità di poter realizzare cicli di cottura di tipo *bake*, ovvero cuocendo in maniera meno aggressiva e più uniforme, realizzando il contributo principale in tale ciclo, che coinvolge anche la *Top Heater*.

Una differente cottura non ventilata può essere un ciclo di tipo *broil*, che promuove un riscaldamento rapido e superficiale del cibo, principalmente imputato alla *Top Heater* ma con un contributo –seppur minore– della *Bottom Heater*.

Le cotture di tipo ventilato sono invece interamente demandate alla *Ring Heater*, che realizza condizioni di convezione forzata grazie all'azione della ventola, dotata di una “bocca” di aspirazione dell'aria secca situata sul fondo del forno.

## 2.3 Punti rappresentativi

Come detto, il modello analitico adottato sarà del tipo “a parametri concentrati”: la parete destra verrà modellata con un’unica temperatura uniforme, e così lo sportello del forno, la parete inferiore, etc.

L’ipotesi che la temperatura sui vari elementi sia omogenea è forte solo in linea di principio: le temperature stesse realizzate dal forno soffrono dell’incertezza di qualche grado senza che ciò –come è ovvio- costituisca un problema per le cotture; le misure stesse, sia quelle realizzate in laboratorio con termocoppie che quella realizzata dalla termoresistenza del forno, sono incerte di uno o due gradi.

Quello che si rileva sperimentalmente è che, a seconda del ciclo di cottura scelto, collocando tre termocoppie lungo la diagonale di una parete si può apprezzare un gradiente di temperatura di qualche grado: l’idea è quella di attrezzare il forno con più di una termocoppia per ciascuna misurazione che si desidera realizzare, salvando, con un software di acquisizione, il valore medio delle acquisizioni sullo stesso nodo, istante per istante. Questo minimizzerà le incertezze dovute al modello a parametri concentrati, rendendolo estremamente accurato, dopo il processo di ottimizzazione, nelle previsioni realizzate.

Di più grande interesse sarà il nodo rappresentativo dell’ambiente di cottura, qui di seguito *Oven Center* o *OC*, la cui temperatura sarà una media delle misurazioni effettuate in zone realisticamente adibite alla cottura di cibo (o, come nel ciclo di certificazione energetica, alla cottura di un mattone di materiale standard e dalle condizioni iniziali di temperatura e umidità standard).

**Punti caratteristici sono:**

Centro forno	<i>Oven Center</i>	OC
Resistenza superiore	<i>Top Heater</i>	TH
Resistenza inferiore	<i>Bottom Heater</i>	BH
Resistenza ad anello	<i>Ring Heater</i>	RH
Parete destra	<i>Right Wall</i>	RW
Parete sinistra	<i>Left Wall</i>	LW
Parete posteriore	<i>Posterior Wall</i>	PW
Parete superiore	<i>Top Wall</i>	TW
Parete inferiore	<i>Bottom Wall</i>	BW
Sportello	<i>Door</i>	D
Sportello interno	<i>Door Cavity</i>	DC

## Capitolo 3: Sistema di acquisizione e modello

Per una realistica rappresentazione, attraverso il modello Simulink del forno, delle situazioni di cottura reali, è stato scelto di raccogliere le misurazioni di temperatura a dei set-point di temperatura che fossero rappresentativi delle funzioni assolate volta per volta.

In questa logica, i dati disponibili per i processi di ottimizzazione di cui si tratterà sono alle temperature di 160-180-200 °C per i cicli di cottura ventilati.

La simulazione, in ambiente Simulink, del comportamento dinamico del forno, non potrà prescindere dal significato dei dati acquisiti: è stata scelta una opportuna durata delle acquisizioni che potesse risultare equilibrata tra la necessità di modellare il comportamento al transitorio di riscaldamento e quello a regime. Durata delle acquisizioni, cioè, che non fornisse all'ottimizzatore troppi scostamenti fra previsione del modello e valore reale di temperatura valutati in misurazioni a regime, né troppi in transitorio.

Un power meter permette di acquisire i dati di consumo dei singoli moduli del forno, istante per istante.

A fine esplicativo si riporta un esempio di previsione realizzata dal modello al set-point di 160°C, in modalità ventilata.



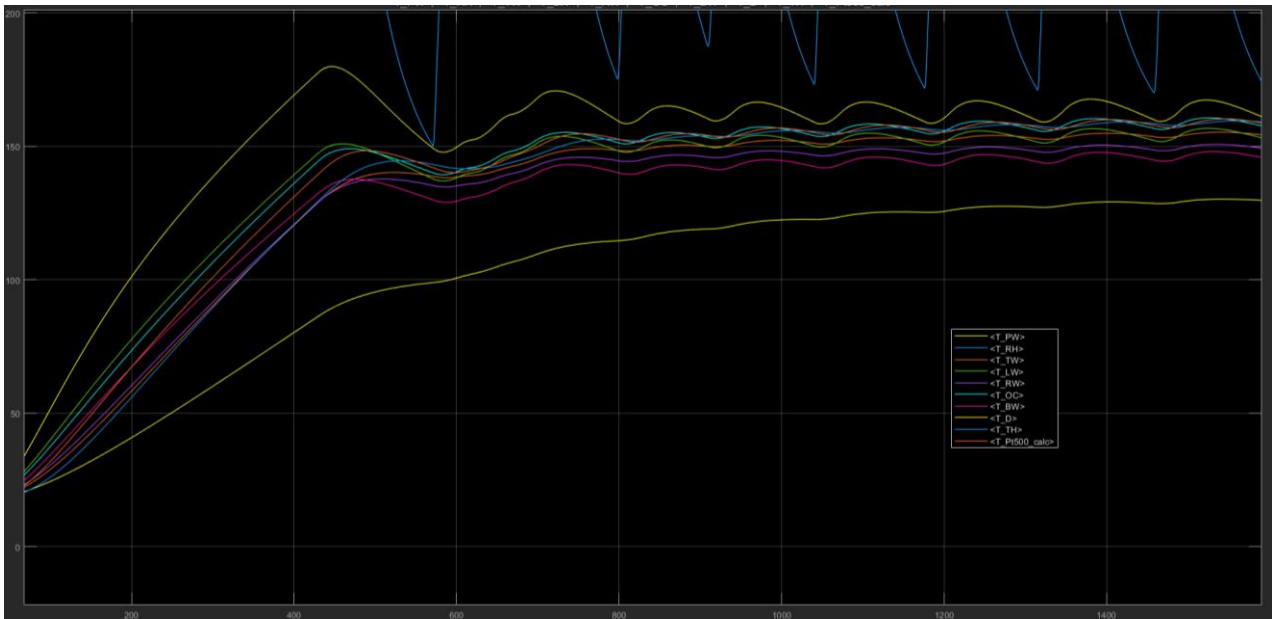


Figura 6: simulazione a 3600 secondi: dopo circa 800 secondi, il comportamento è oscillatorio intorno alla temperatura di set- point.

### 3.1 Disposizione delle termocoppie

Il numero e la disposizione delle termocoppie è una scelta di equilibrio fra la riduzione dell'onere di acquisizione, elaborazione, montaggio e acquisto e l'ottenimento di un numero sufficientemente elevato di informazioni –tutte originali e non ridondanti– sulla temperatura nei vari nodi del modello.

Tendenzialmente, tre termocoppie sono state utilizzate per ottenere una misura di temperatura in ogni nodo fittizio del modello, eseguendo l'operazione di media.

Da segnalare alcuni montaggi particolari:

- Una termocoppia è stata montata anche in corrispondenza della termoresistenza del forno, per verificare che le due misure ottenute fossero simili nei limiti delle rispettive incertezze.
- Una termocoppia è stata montata nell'intercapedine del vetro, per ottenere un'idea di massima delle dispersioni termiche attraverso lo sportello.
- Ciascuna delle resistenze scaldanti ha subito il montaggio di almeno due termocoppie.

- La temperatura dell'aria nell'ambiente delle prove è stata anch'essa misurata, costituendo elemento che influenza le dispersioni termiche: quanto più grande la differenza di temperatura fra ambiente e ambiente del forno, tanto maggiori le dispersioni.

### 3.2 Bilancio energetico ai nodi

Si è già parlato di come ciascuna parte del forno venga modellata in maniera concentrata. L'equazione di bilancio energetico in ciascun nodo, dunque, non conterrà dipendenze dalle coordinate spaziali, ma soltanto dal tempo. In linea del tutto generale, si dovrebbero considerare contributi generativi interni a ciascun nodo (se ne esistessero), così come molti contributi minori di vario genere.

L'utilizzo di valori fittizi di conduttanza (ovvero il reciproco della resistenza termica) tra un nodo e l'altro del sistema permette proprio, pur non ottenendo valori di conduttanza di valori comparabile a quelli reali, di realizzare delle previsioni accurate trascurando le molte fisiche coinvolte, specie per quanto riguarda il ciclo di certificazione energetica che prevede la cottura di un mattone umido, con evaporazione e dunque sottrazione di calore latente, diffusione di acqua nell'aria dell'ambiente di cottura, etc.

L'equazione di bilancio in un singolo nodo (a scopo di esempio, privo di contenuto radiante) sarà allora della forma:

$$\begin{aligned}
 C_{OC} \frac{dT_{OC}}{dt} = & G_{OC_{RW}} \cdot (T_{RW} - T_{OC}) + G_{OC_{LW}} \cdot (T_{LW} - T_{OC}) + G_{OC_D} \cdot (T_D - T_{OC}) \\
 & + G_{OC_{BW}} \cdot (T_{BW} - T_{OC}) + G_{OC_{PW}} \cdot (T_{PW} - T_{OC}) + G_{OC_{TW}} \cdot (T_{TW} - T_{OC}) \\
 & + G_{OC_{TH}} \cdot (T_{TH} - T_{OC}) + G_{OC_{RH}} \cdot (T_{RH} - T_{OC}) + G_{OC_{Pt}} \cdot (T_{Pt} - T_{OC})
 \end{aligned}$$

Come si spiegherà successivamente, il limite di questo approccio - che si è superato in parte col lavoro di questa tesi - è l'invarianza dei valori di conduttanza a tutti i set-point di temperatura.



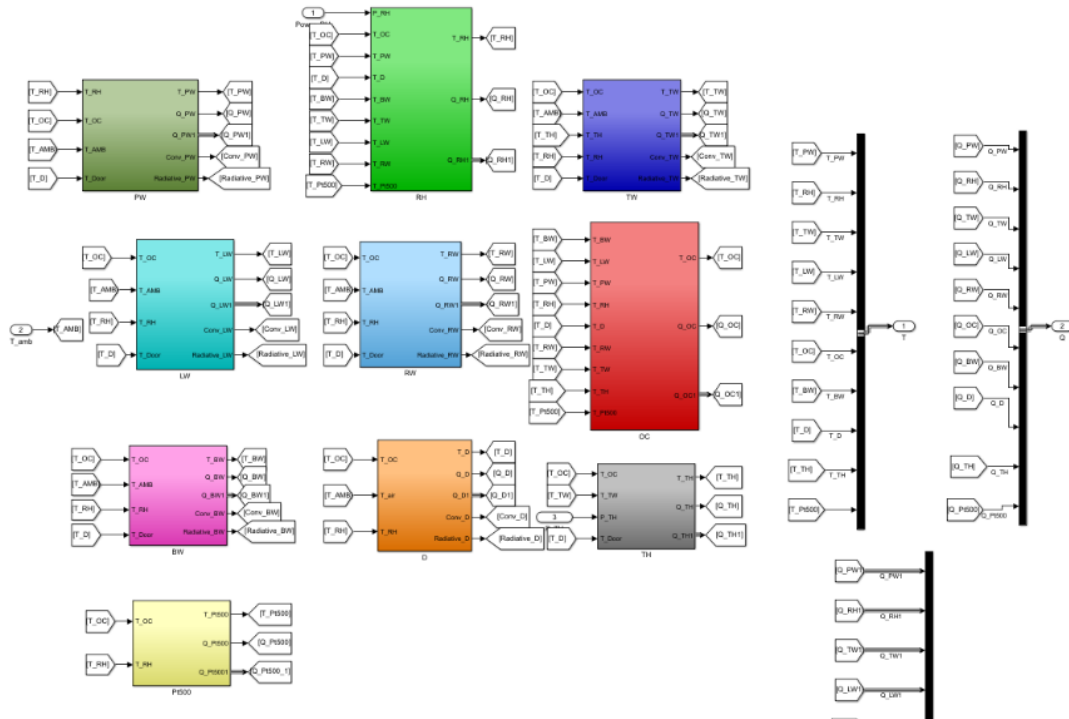


Figura 8: all'interno del blocco sinistro di cui sopra, è modellato ciascun nodo.

I nodi di cui in fig. 8 ricevono, in ingresso, le temperature degli altri nodi con cui scambiano (calcolate dal modello stesso, variabili con continuità e relative all'istante precedente).

In output da ciascun nodo, il modello fornisce i risultati di somme e integrazioni: la potenza che ciascun nodo scambia con gli altri, la temperatura di tale nodo nel tempo per integrazione dell'equazione di bilancio energetico e dei valori di potenza scambiata totale per tipologia di scambio termico: potenza radiativa e potenza convettiva. In questo specifico caso, la potenza radiativa è risultata trascurabile. Tali nodi ricevono, in ingresso, le temperature degli altri nodi con cui scambiano (calcolate dal modello stesso, variabili con continuità e relative all'istante precedente).

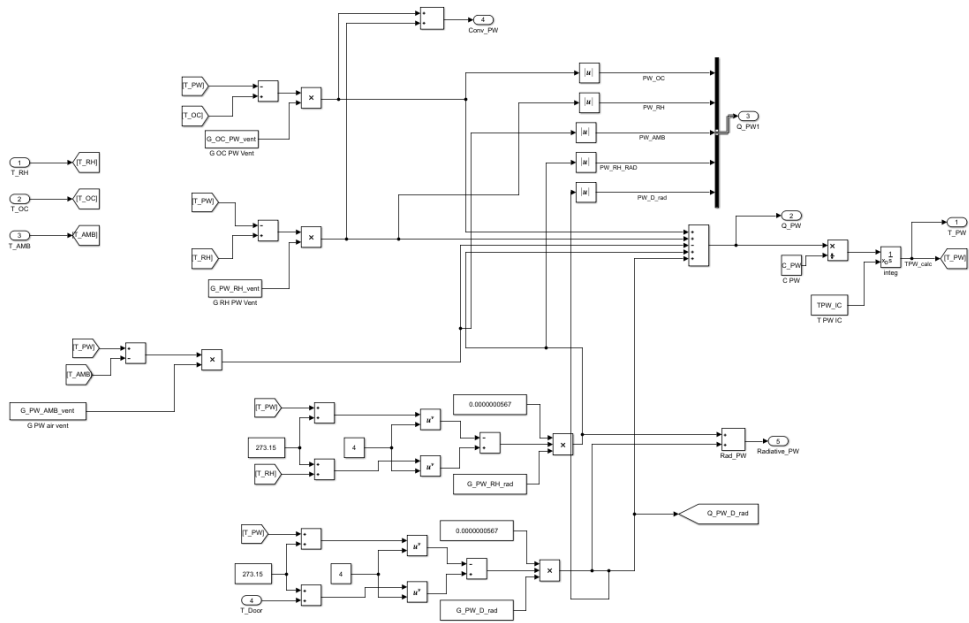


Figura 9: diagramma a blocchi di un singolo nodo

### 3.4 Simulazione e valutazione dell'errore di previsione

Uno script in ambiente MATLAB permette di caricare nel workspace i dati di capacità termiche e conduttanze, ambedue fittizie e figlie del processo di ottimizzazione (spiegato in seguito). Ai fini delle previsioni numeriche il modello si servirà, poi, della potenza assorbita dai diversi corpi scaldanti (a seconda del ciclo di cottura, uno oppure due potrebbero essere inattivi) e della temperatura ambiente, necessaria alla valutazione delle dispersioni.

A questo punto, il modello non necessita di altro per realizzare le proprie valutazioni. In input al modello vengono forniti anche i dati reali di temperatura, istante per istante, set-point per set-point, diversi a seconda del ciclo di cottura, per valutare l'errore commesso. Visualizzando gli errori si può sostanzialmente validare il modello ed in particolare la sua adattabilità ai vari set-point ed al comportamento dinamico del forno:

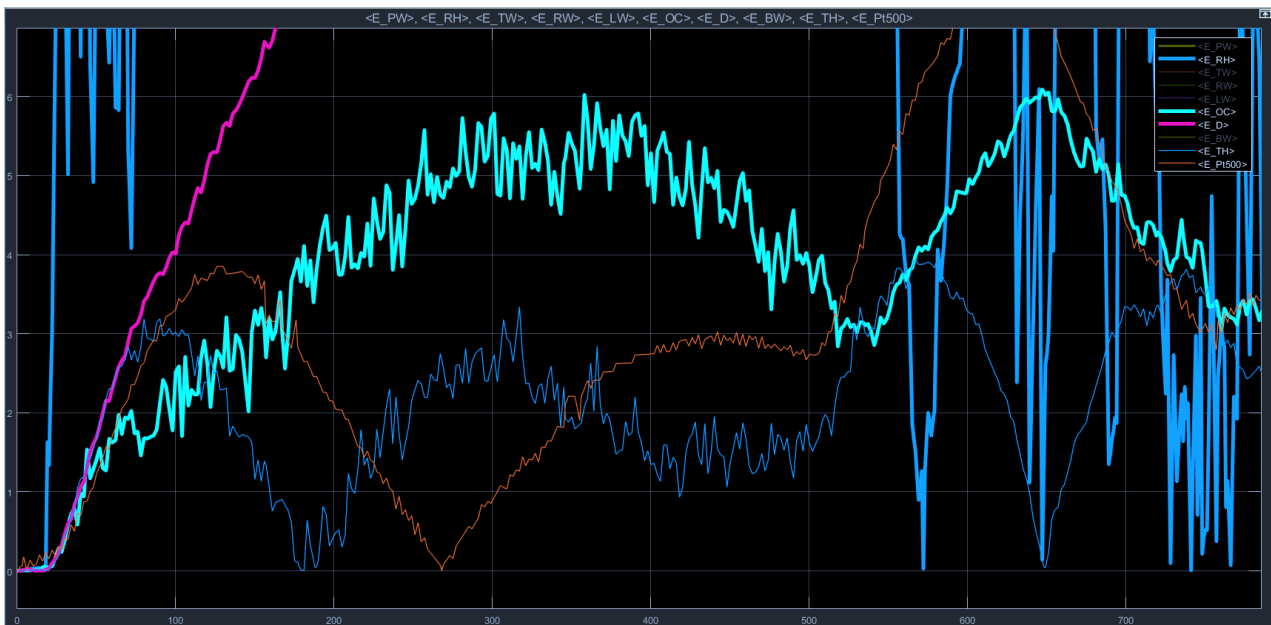


Figura 10: errori in °C commessi in valutazione delle temperature, set-point a 180 °C, ciclo ventilato a vuoto.

In asse delle ascisse, i valori di tempo trascorso dall'inizio della rilevazione e, ugualmente, dall'inizio della fase di riscaldamento; in ordinate, i valori di errore assoluto commesso come differenza fra temperature reali e temperature previste dal modello.

Come si deduce dal grafico, anche durante il transitorio, durante il quale ci si potrebbero aspettare scostamenti fra previsione e realtà piuttosto rilevanti, l'errore commesso nel prevedere –per esempio- la temperatura di centro forno *OC* (linea color verde acqua) è dell'ordine di qualche grado centigrado, e cioè supera di poco l'incertezza di misura delle termocoppie utilizzate (circa 2°C, a seconda del valore delle temperature misurate), senza mai sfiorare per più di pochi secondi il tetto dei 6°C di errore commesso. Il modello è già accurato.

## Capitolo 4: Implementazioni

Ci si è domandati se le previsioni realizzate dal modello, come visto già affidabili, si potessero ulteriormente affinare fino al tetto teorico dell'incertezza degli strumenti di misura della temperatura.

Fra le ipotesi più semplificative del modello sta ovviamente quella di supporre un valore costante per le conduttanze, per quanto già spiegato: non ha senso fisico che conducibilità termiche (non presenti nel modello analitico perché non presente disomogeneità di temperatura nei nodi, ma comunque aventi un effetto sulla complessiva conduttanza) e coefficienti di scambio termico convettivi siano esattamente costanti al variare delle condizioni di temperatura.

Ha senso chiedersi, allora, se inserire una dipendenza (per una bassa onerosità di calcolo, lineare) delle conduttanze complessive fra due nodi dalla temperatura possa portare miglioramenti significativi nella previsione del campo di temperatura, dunque nella logica di controllo implementata nella centralina del forno, dunque nella possibilità di risparmiare energia prevedendo con migliore esattezza gli effetti di attacchi/stacchi delle diverse resistenze scaldanti e/o della ventilazione.

L'equazione di bilancio energetico in un nodo generico era del tipo:

$$\begin{aligned} C_{OC} \frac{dT_{OC}}{d\tau} = & G_{OC_{RW}} \cdot (T_{RW} - T_{OC}) + G_{OC_{LW}} \cdot (T_{LW} - T_{OC}) + G_{OC_D} \cdot (T_D - T_{OC}) \\ & + G_{OC_{BW}} \cdot (T_{BW} - T_{OC}) + G_{OC_{PW}} \cdot (T_{PW} - T_{OC}) + G_{OC_{TW}} \cdot (T_{TW} - T_{OC}) \\ & + G_{OC_{TH}} \cdot (T_{TH} - T_{OC}) + G_{OC_{RH}} \cdot (T_{RH} - T_{OC}) + G_{OC_{Pt}} \cdot (T_{Pt} - T_{OC}) \end{aligned}$$

Nella quale ciascuna conduttanza è dotata di due pedici ad indicare i due nodi dei quali essa rappresenta la possibilità di trasmettere calore reciprocamente. Prendendo, per esempio, il primo termine a secondo membro:



$$G_{OC_{RW}} \cdot (T_{RW} - T_{OC})$$

Lo si è trasformato in uno dotato di una parte del valore di conduttanza dipendente da una certa temperatura significativa per lo scambio termico rappresentato da quella stessa conduttanza. È stato immediato scegliere tale temperatura come la media fra le temperature dei due nodi “collegati”:

$$(G_{OC_{RW}} + a_{OC_{RW}} \cdot \frac{T_{RW} - T_{OC}}{2}) \cdot (T_{RW} - T_{OC})$$

Iterando questo procedimento per tutti gli scambi fra tutti i nodi del sistema, si è ottenuto un sistema poco più complesso e dipendente dalla temperatura come è logico che fosse.

È logico che tali valori dei coefficienti  $a$  risultino positivi, a significare un incremento dello scambio termico con l’incremento di temperatura: maggiori energie di vibrazione, maggiori moti dell’aria, etc.

Ad ogni modo, si è scelto di lasciare libertà al software di ottimizzazione anche sulla decisione del segno di tali coefficienti: trattandosi di valori di conduttanza fittizi, potrebbe persino avvenire che la correlazione fra temperatura e conduttanza complessiva, ove per “conduttanza complessiva” si intende la somma  $(G_{ij} + a_{ij} \cdot \frac{T_j - T_i}{2})$ , sia negativa.

## 4.1 Ampliamento del modello Simulink per il ciclo ventilato

Si è proceduto ad implementare la logica descritta sopra nei diagrammi a blocchi:

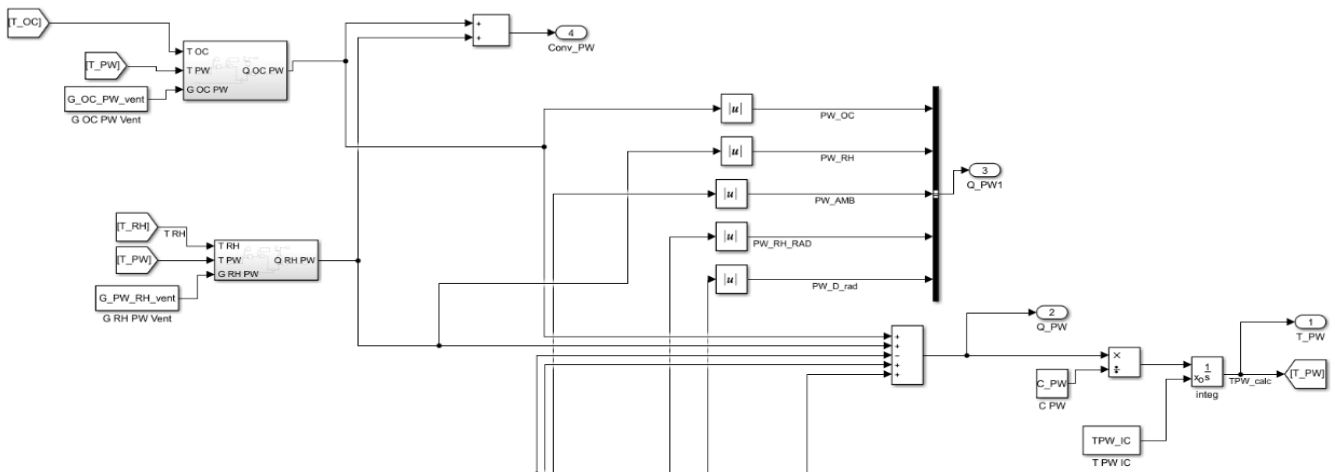


Figura 11: rispetto al modello precedente, il valore di potenza scambiata fra due nodi non viene ottenuto con una singola operazione.

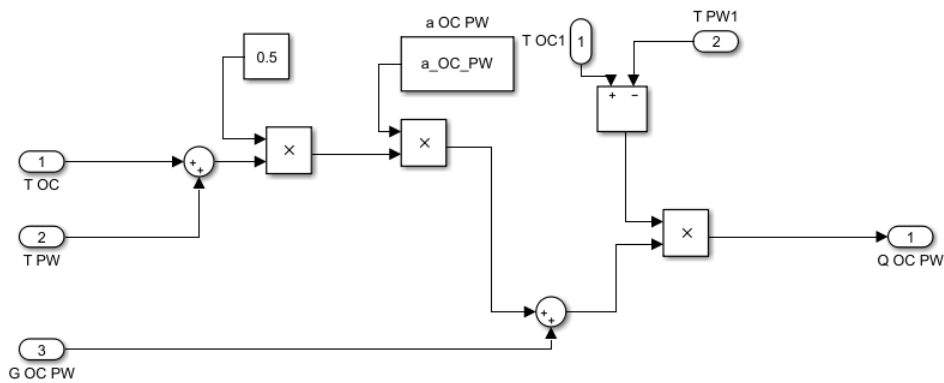


Figura 12: sottosistema di calcolo.

In figura 11 e 12, rispettivamente, il blocco rappresentante un nodo ed i suoi sottosistemi e il sottosistema di calcolo della potenza scambiata fra due nodi; tale sottosistema calcola la potenza scambiata fra due nodi così come descritto nell'introduzione al capitolo: parte del valore complessivo di conduttanza dipende dalla temperatura media fra i due nodi. Perché tutto funzioni, allora, si dovranno modificare i vettori  $G_{ij}$  in input ai sottosistemi: se prima consistevano in una matrice 1x1 col solo valore costante di conduttanza, ora possiedono due colonne, la seconda delle quali è il coefficiente angolare  $a$  introdotto. Di quali possano essere valori realistici dei

coefficienti  $a$  si dirà più avanti, così come si dirà come si è ottimizzato il loro valore in abbinamento ad una nuova ottimizzazione dei valori costanti  $G_{ij}$ , ora, tendenzialmente, minori di prima poiché meno influenti.

#### **4.1.1 Pregi e difetti dell'ampliamento del modello**

Quello che è certo è che questa operazione, quali che ne siano i risultati, non può essere ottenuta senza un prezzo da pagare: la reale centralina di un forno elettrico ad uso domestico è uno strumento piccolo e con scarsa capacità computazionale, con logiche di controllo relativamente elementari e facilmente comprensibili, basate sull'attacco/stacco periodico delle resistenze scaldanti al superamento di una temperatura limite (inferiore o superiore) dettata dal set-point di cottura.

Il modello a conduttanze dipendenti dalla temperatura richiede di effettuare il triplo delle operazioni di moltiplicazione, e di modificare ulteriormente il modello analitico, da utilizzare per linearizzare le equazioni di bilancio ai nodi, per poterlo implementare nella centralina del forno.

Come si vedrà in seguito, è un'operazione degna di essere fatta: gli errori di previsione subiscono diminuzioni nette, anche del 30-40%, in ragione dell'aggiunta della dipendenza dalla temperatura nei valori di conduttanza.

Tale miglioramento delle previsioni può sicuramente portare benefici in termini di precisione della logica di controllo, dunque di ottimizzazione energetica e, in ultima analisi, di riscontro commerciale.

#### **4.2 Principio di funzionamento dell'ottimizzatore**

Il processo di ottimizzazione segue una logica molto classica e relativamente semplice:

- È necessario dare una stima iniziale dei valori di conduttanza (e dei relativi coefficienti angolari  $a$ ) e delle capacità termiche dei singoli nodi.
- È necessario individuare una determinata funzione obiettivo, per esempio la somma quadratica degli errori fra previsione di temperatura e temperatura reale, che andrà –in questo caso– minimizzata.

- È necessario stabilire la logica secondo la quale si minimizzerà tale funzione: qui, sarà la funzione *lsqnonlin* di MATLAB ad occuparsene.
- È pratico e utile stabilire campi di variabilità per le variabili coinvolte e una massima variazione consentita a ciascuna variabile per ciascuna iterazione del programma: se non è detto che le previsioni migliorino fra una iterazione e la successiva, è però realistico che lo facciano, a patto di scegliere le stime iniziali sufficientemente verosimili, per variazioni non enormi delle variabili. Una scelta arbitraria è stata di imporre una variazione massima di  $\pm 80\%$ .
- Si lascia che il programma possa iterare molte decine di volte (l'ottimizzazione del ciclo di cottura ventilato ha richiesto attorno alle 300 iterazioni) e, periodicamente, si ferma il processo per analizzare la bontà e veridicità dei risultati.

La scelta dei valori di stima iniziale per conduttanze, coefficienti angolari e capacità termiche è importante, anche se un eventuale errore verrebbe sanato da maggiori iterazioni. Questi ultimi sono tutti quanti valori fittizi, dunque tutti quanti scelti *ad hoc* per la minimizzazione dell'errore di previsione e senza altra logica.

È realistico che il prodotto fra coefficiente angolare  $a_{ij}$  e la media delle temperature fra i due nodi collegati abbia un ordine di grandezza che rispecchi la sua funzione di correzione sul valore costante di conduttanza fra i due stessi nodi, i cui valori iniziali verranno invece mutuati dalle precedenti ottimizzazioni per il modello semplificato.

Allora i prodotti  $a_{ij} \cdot \frac{T_j - T_i}{2}$  dovranno avere valore paragonabile –o di un ordine di grandezza inferiore– a quello delle conduttanze  $G_{ij}$ .

Name ^	Value
C_BH	194.4271
C_BW	40.5174
C_D	4.8213e+03
C_LW	176.1035
C_OC	2.6940e+03
C_Pt500	1.7543
C_PW	234.2435
C_RH	198.0856
C_RW	82.4553
C_TH	246.6096
C_TW	159.6776
G_BH_AMB_vent	0.0467
G_BH_D_vent	[0.7325 1.0000e-03]
G_BH_LW_vent	[0.0719 1.0000e-04]
G_BH_PW_vent	[0.0751 1.0000e-04]
G_BH_RW_vent	[0.0144 1.0000e-04]
G_Brick_Sur_Core	0.4481
G_BW_AMB_vent	0.0053
G_BW_BH_rad	0.0012
G_BW_BH_vent	[0.2255 1.0000e-03]
G_BW_brick_rad	0.0128
G_BW_D_rad	0
G_BW_RH_vent	[0 0]
G_D_AMB_vent	3.8604
G_D_RH_vent	[0 0]
G_Door_brick_rad	0.0090
G_LW_AMB_vent	0.0236
G_LW_D_rad	0
G_LW_RH_vent	[0 0]
G_OC_BH_vent	[0.1599 1.0000e-03]
G_OC_BW_vent	[2.4823 0.0100]
G_OC_D_vent	[3.9919 0.0100]
G_OC_LW_vent	[3.4157 0.0100]
G_OC_Pt500_vent	[0.0056 1.0000e-04]
G_OC_PW_vent	[1.3036 0.0100]
G_OC_RH_vent	[0.2132 1.0000e-03]
G_OC_RW_vent	[0.5923 1.0000e-03]
G_OC_TH_vent	[1.2227 0.0100]
G_OC_TW_vent	[0.9553 0.0100]
G_PW_AMB_vent	1.0593e-05
G_PW_brick_rad	0.0090
G_PW_D_rad	0
G_PW_Pt500_vent	[0.0110 1.0000e-04]
G_PW_RH_rad	0
G_PW_RH_vent	[0 0]
G_RH_AMB_vent	0.0302

Figura 13: scelta dei valori di guess per l'ottimizzazione.

```

%% PARAMETER OPTIMIZATION TOOLBOX
[Par0] = FromObjToPar(ParData, [], 'DefinePar');
FinDiffStep(1:size(Par0.Value,1)) = 1E-6;
load_system(SLXmodel)
options = optimoptions(@lsqnonlin, 'Algorithm', 'trust-region-reflective', ...
    'Display', 'iter', ...
    'Typical', Par0.Typic, ...
    'TolX', 1E-6, ...
    'TolFun', 1E-6, ...
    'FinDiffType', 'forward', ...
    'FinDiffRelStep', FinDiffStep, ...
    'MaxIter', 40);
Par = lsqnonlin(@ObFun, Par0.Value, Par0.LB, Par0.UB, options);
[ParData] = FromObjToPar(ParData, Par, 'DefineObj');

```

Figura 14: richiamo della funzione lsqnonlin e scelta dei parametri.

Quanto detto sopra si traduce nei valori in figura: i coefficienti  $a_{ij}$  vengono scelti come sopra, le capacità  $C_i$  e le conduttanze  $G_{ij}$  vengono mutate dalle ottimizzazioni fatte per il modello senza conduttanze dipendenti dalla temperatura.

Alla voce “MaxIter” si decide un numero verosimile di iterazioni dopo le quali sia ragionevole controllare che i risultati non prendano la deriva sbagliata. Per esempio, 40.

## 4.2.1 Ottimizzazione iterativa multi-esperimento

Una prima e più elementare ottimizzazione potrebbe essere condotta confrontando gli output di una simulazione con i dati delle misurazioni di un singolo esperimento ad un singolo set-point. Quello che si è fatto è di più e permette di ottenere risultati molto precisi, quasi al limite dell'apprezzabile: come già si diceva, incertezze “virtuali” minori di qualche grado non avrebbero grande significato fisico; le stesse termocoppie utilizzate per definire i dati cosiddetti “reali” hanno incertezze paragonabili.

```
34 - Par = lsqnonlin(@ObFun, Par0.Value, Par0.LB, Par0.UB, options);
35 - [ParData] = FromObjToPar(ParData, Par, 'DefineObj');
36 - %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
37 - %% OBJECTIVE FUNCTION CALCULATION
38 - function F = ObFun(Par);
39 - [ParData] = FromObjToPar(ParData, Par, 'DefineObj');
40 - C_BH = ParData.C_BH.Value;
41 - C_BW = ParData.C_BW.Value;
42 - C_D = ParData.C_D.Value;
43 - C_LW = ParData.C_LW.Value;
44 - C_OC = ParData.C_OC.Value;
45 - C_Pt500 = ParData.C_Pt500.Value;
46 - C_PW = ParData.C_PW.Value;
47 - C_RH = ParData.C_RH.Value;
48 - C_RW = ParData.C_RW.Value;
49 - C_TH = ParData.C_TH.Value;
50 - C_TW = ParData.C_TW.Value;
51 - G_BH_AMB_vent = ParData.G_BH_AMB_vent.Value;
52 - G_BH_D_vent = ParData.G_BH_D_vent.Value(1); a_BH_D = ParData.G_BH_D_vent.Value(2)
53 - G_BH_LW_vent = ParData.G_BH_LW_vent.Value(1); a_BH_LW = ParData.G_BH_LW_vent.Value(2)
54 - G_BH_PW_vent = ParData.G_BH_PW_vent.Value(1); a_BH_PW = ParData.G_BH_PW_vent.Value(2)
55 - G_BH_RW_vent = ParData.G_BH_RW_vent.Value(1); a_BH_RW = ParData.G_BH_RW_vent.Value(2)
```

Figura 15: richiamo dei parametri da ottimizzare ai fini del calcolo della funzione obiettivo.

Il processo di ottimizzazione consiste in uno script di MATLAB che, definita una struttura contenente tutte e sole le variabili da ottimizzare, con possibilità di scelta di queste ultime per adattarsi all'utilizzo in vari cicli di cottura e con modelli analitici sia statici che ventilati, utilizza tali variabili all'interno del modello Simulink, scelto volta per volta dall'utente, simulando i valori delle temperature ottenibili in ciascun istante ed in ciascun nodo.

```

389 - ParData.G_TH_D_rad.Value      = G_TH_D_rad;
390 - ParData.G_TH_D_vent.Value     = G_TH_D_vent;
391 - ParData.G_TH_LW_vent.Value    = G_TH_LW_vent;
392 - ParData.G_TH_PW_vent.Value    = G_TH_PW_vent;
393 - ParData.G_TH_RW_vent.Value    = G_TH_RW_vent;
394 - ParData.G_TW_AMB_vent.Value   = G_TW_AMB_vent;
395 - ParData.G_TW_D_rad.Value      = G_TW_D_rad;
396 - ParData.G_TW_Pt500_vent.Value = G_TW_Pt500_vent;
397 - ParData.G_TW_RH_vent.Value    = G_TW_RH_vent;
398 - ParData.G_TW_TH_rad.Value     = G_TW_TH_rad;
399 - ParData.G_TW_TH_vent.Value    = G_TW_TH_vent;
400 - %
401 - ParData.Weight.BH      = 0.0;
402 - ParData.Weight.BW     = 1.0;
403 - ParData.Weight.D      = 1.0;
404 - ParData.Weight.LW     = 1.0;
405 - ParData.Weight.OC     = 1.0;
406 - ParData.Weight.Pt500  = 1.0;
407 - ParData.Weight.PW     = 1.0;
408 - ParData.Weight.RH     = 1.0;
409 - ParData.Weight.RW     = 1.0;
410 - ParData.Weight.TH     = 1.0;

```

Figura 16: viene definita la struttura *ParData*.

In figura 16 viene definita la struttura *ParData* contenente capacità termiche, conduttanze e pesi (modificabili in fase di lancio dell'ottimizzatore) da attribuire a ciascuna delle variabili da ottimizzare ai fini del calcolo dell'errore quadratico totale.

Sommando i quadrati degli errori fra tali simulazioni e le misurazioni sperimentali, quello che si ottiene è uno scostamento totale da minimizzare, agendo sulle variazioni dei parametri in corso di ottimizzazione.

Command Window				
9	470	298732	0.000544277	3.3e+06
10	517	298462	0.000136069	4.71e+06
11	564	298462	0.000136069	4.71e+06
12	611	298462	3.40173e-05	4.71e+06
13	658	298420	8.50432e-06	4.33e+05
14	705	298397	8.50432e-06	4.33e+05
15	752	298349	1.70086e-05	4.33e+05
16	799	298258	3.40173e-05	4.26e+05
17	846	298081	6.80346e-05	4.12e+05
18	893	297745	0.000136069	4e+05
19	940	297130	0.000272138	3.95e+05
20	987	297130	0.000544277	3.95e+05
21	1034	297130	0.000136069	3.95e+05
22	1081	297130	3.40173e-05	3.95e+05
23	1128	297115	8.50432e-06	3.5e+05
24	1175	297096	8.50432e-06	3.48e+05
25	1222	297059	1.70086e-05	3.46e+05
26	1269	296986	3.40173e-05	3.39e+05
27	1316	296843	6.80346e-05	3.31e+05
28	1363	296568	0.000136069	3.22e+05
29	1410	296568	0.000272138	3.22e+05
30	1457	296474	6.80346e-05	4.75e+05
31	1504	296356	6.80346e-05	3.15e+05
32	1551	296100	0.000136069	2.57e+05
33	1598	295808	0.000272138	7.37e+06
34	1645	295808	0.000272138	7.37e+06
35	1692	295808	6.80346e-05	7.37e+06
36	1739	295808	1.70086e-05	7.37e+06
37	1786	295749	4.25216e-06	3.37e+06

Solver stopped prematurely.

fx lsqnonlin stopped because it exceeded the iteration limit,

Figura 17: finestra di controllo del processo iterativo.

La **funzione obiettivo**, **terza colonna** da sinistra, ha andamento decrescente al progredire delle iterazioni. Come si vede, esistono righe adiacenti i cui valori della funzione obiettivo sono identici: il solutore tenta “passi” di variabilità dei parametri da ottimizzare anche di uno o due ordini di grandezza diversi fra un’iterazione e l’altra, comportando alcuni tentativi improduttivi.

Quello che ci si può aspettare e che si verifica con puntualità è che la funzione obiettivo converga ad un certo valore di minimo, non ulteriormente migliorabile.

Dato il valore iniziale della funzione obiettivo dell’ordine di grandezza di  $10^9$ , si è deciso che fosse realisticamente arrivata ad asintoto nelle ultime decine di iterazioni, la cui variazione della funzione obiettivo si è attestata su qualche centinaio di unità.



```

153 -         PTC_IC      = Test160.PTC_IC;
154 -         TBH_IC      = Test160.TBH_IC;
155 -         TBW_IC      = Test160.TBW_IC;
156 -         TDcavity_IC = Test160.TDcavity_IC;
157 -         TID_IC      = Test160.TID_IC;
158 -         TLW_IC      = Test160.TLW_IC;
159 -         TOC_IC      = Test160.TOC_IC;
160 -         TPW_IC      = Test160.TPW_IC;
161 -         TRH_IC      = Test160.TRH_IC;
162 -         TRW_IC      = Test160.TRW_IC;
163 -         TTH_IC      = Test160.TTH_IC;
164 -         TTW_IC      = Test160.TTW_IC;
165 -     end
166 -     if TestID(n,:) == Test180.TestCase
167 -         tf          = Test180.TimeFinal;
168 -         Data_PowerBH = Test180.PowerBH;
169 -         Data_PowerRH = Test180.PowerRH;
170 -         Data_PowerTH = Test180.PowerTH;
171 -         Data_PTC     = Test180.PTC;
172 -         Data_Tair    = Test180.Tair;
173 -         Data_TBH     = Test180.TBH;
174 -         Data_TBW     = Test180.TBW;

```

*Figura 18: definizione della struttura di dati in input al modello.*

Quello che si intende, per ottimizzazione “multi-esperimento”, è la possibilità, come detto, di costruire tale funzione obiettivo con i dati di diverse rilevazioni: la struttura dei dati da fornire in input al modello che si procede a simulare contiene potenze assorbite e condizioni iniziali relativamente ad ognuno dei set-point di temperatura.

Nel prossimo ed ultimo capitolo si vedrà se questo sforzo sia stato utile.



## Capitolo 5: Risultati

Come detto precedentemente, il nodo di maggiore interesse è senza dubbio quello denominato *OC* e corrispondente al centro del forno, pur essendo il meno reale fra i nodi del modello illustrati nei capitoli precedenti, perchè rappresentativo della possibilità di cottura del cibo e, prima di ciò, della possibilità per l'ambiente del forno di assecondare le variazioni di potenza termica introdotta dai corpi scaldanti.

Quello che si vede è che l'errore commesso risulta estremamente contenuto: se all'inizio di questo lavoro si è parlato di errori che sfioravano i sei gradi Celsius, già proporzionalmente molto pochi, ora ulteriormente ridotti.

Molte aspettative sono state confermate: il miglioramento nella previsione di temperatura c'è stato, l'ordine di grandezza dei coefficienti angolari  $a_{ij}$  si è attestato

Name ^	Value
C_PT500	0.4596
C_PW	69.2595
C_RH	206.0131
C_RW	36.1949
C_TH	228.6288
C_TW	136.5743
G_BH_AMB_vent	0
G_BH_D_vent	[0 0]
G_BH_LW_vent	[0 0]
G_BH_PW_vent	[0 0]
G_BH_RW_vent	[0 0]
G_BW_AMB_vent	0.1002
G_BW_BH_rad	0
G_BW_BH_vent	[0 0]
G_BW_D_rad	0
G_BW_RH_vent	[1.0096e-04 9.4679e-05]
G_D_AMB_vent	3.0042
G_D_RH_vent	[0.2987 0.0101]
G_LW_AMB_vent	0.0491
G_LW_D_rad	0
G_LW_RH_vent	[0.0057 1.5014e-04]
G_OC_BH_vent	[0 0]
G_OC_BW_vent	[0.6418 0.0016]
G_OC_D_vent	[1.3527 0.0080]
G_OC_LW_vent	[0.5868 0.0021]
G_OC_PT500_vent	[0.0859 8.3982e-04]
G_OC_PW_vent	[0.8354 0.0012]
G_OC_RH_vent	[0.9505 2.1560e-04]
G_OC_RW_vent	[0.9137 0.0011]
G_OC_TH_vent	[5.2910 0.0016]
G_OC_TW_vent	[2.6381 0.0031]
G_PW_AMB_vent	0.0583
G_PW_D_rad	0
G_PW_PT500_vent	[0 0]
G_PW_RH_rad	0
G_PW_RH_vent	[0.1299 1.8090e-04]
G_RH_AMB_vent	0.0302
G_RH_PT500_vent	[0 0]
G_RW_AMB_vent	0.0756
G_RW_D_rad	0
G_RW_RH_vent	[0.0044 5.4664e-05]
G_TH_D_rad	0
G_TH_D_vent	[0 0]
G_TH_LW_vent	[0 0]

non molto distante da quello di stima, i vettori  $G_{ij}$  - contenenti i coefficienti angolari in seconda colonna - sono risultati tutti sempre positivi, nonostante la possibilità che tali  $a_{ij}$ , fittizi e dunque privi della quasi certezza dettata dal senso fisico, diventassero negativi.

Figura 19: parte del workspace di MATLAB alla fine del processo di ottimizzazione nel ciclo di cottura ventilato e senza mattone.

## 5.1 Post-processing

Non è stato necessario fare molto oltre a porre su grafico i risultati ottenuti. Si è valutato, cosa che lo script di ottimizzazione avrebbe consentito, se attribuire maggiore peso ai nodi di maggiore interesse. Per esempio, si sarebbe potuto attribuire maggiore peso alle capacità termiche di sportello, significativo per le dispersioni termiche, e “centro forno”, significativo per le cotture, a scapito delle capacità delle pareti, delle resistenze scaldanti e così via.

Non lo si è fatto per mantenere errori di previsione ai vari nodi coerenti fra loro, ovvero paragonabili in valore assoluto e non sproporzionati verso determinati nodi.

Vediamo cosa si è ottenuto, prima nel caso intermedio (il ventilato a 180 °C) e poi per gli altri set-point di temperatura:

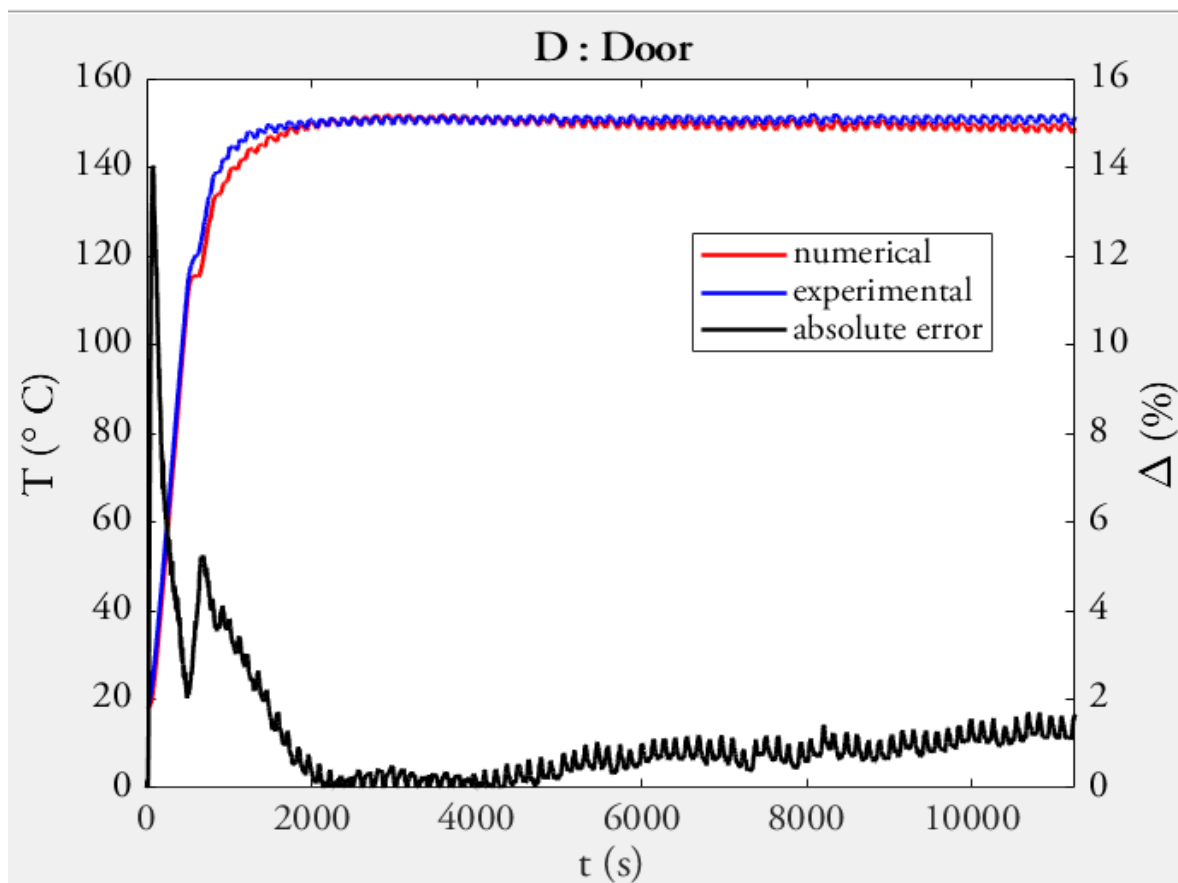


Figura 20: Confronto fra temperatura dello sportello prevista e temperatura dello sportello reale, con curva dell'errore percentuale (linea nera).

Quella dello sportello è la più critica delle temperature da prevedere (fig. 20), assieme a quella delle resistenze scaldanti di volta in volta reclutate dalla logica di riscaldamento e mantenimento della temperatura: lo sportello è soggetto a forti dispersioni termiche, la cui entità assume importanza relativa soprattutto al transitorio di riscaldamento, quando tali dispersioni passano da valori nulli a valori rilevanti. Ciò non impedisce, ad ogni modo, di contenere gli errori entro un buon 14% e solo per un breve lasso di tempo, con errori medi (ottimi) entro il 2% . Si noti come le dispersioni mantengono la temperatura misurata della porta ben sotto il set-point di 180 °C.

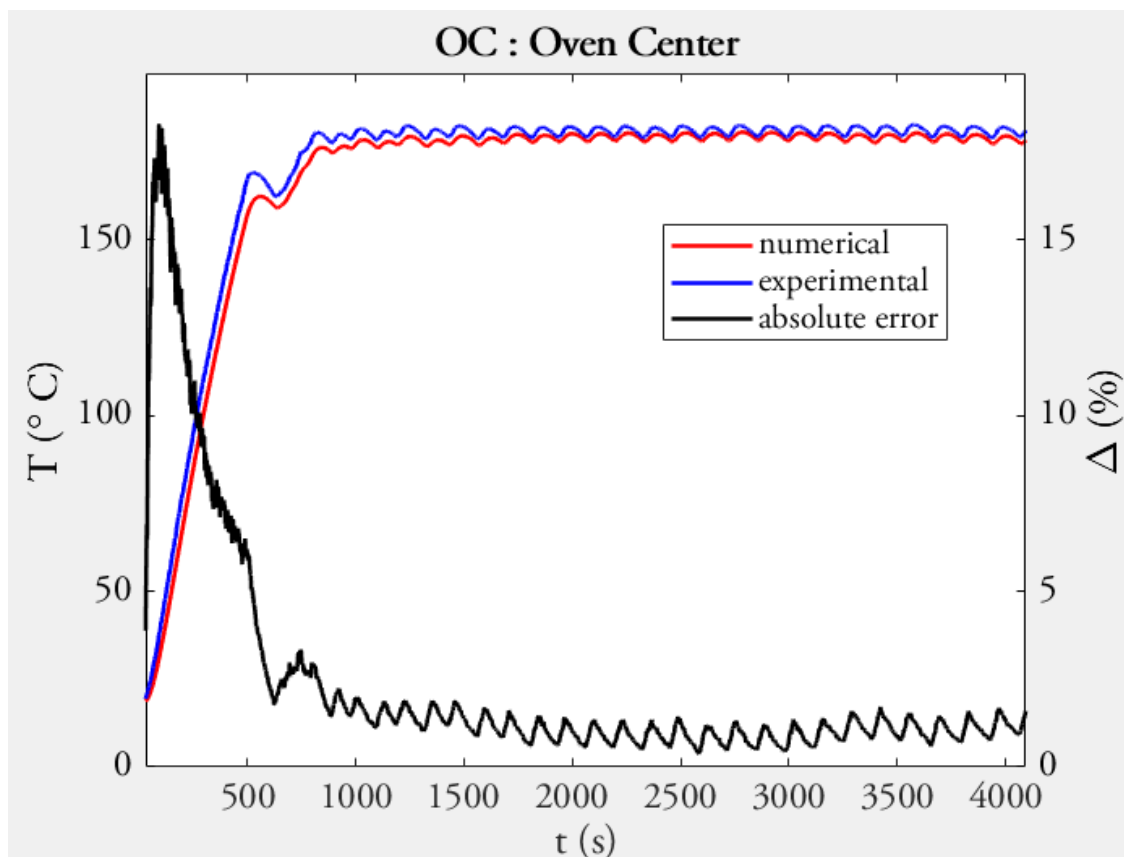


Figura 21: Confronto fra previsione numerica e rilevazione sperimentale per la temperatura di centro forno.

Si noti come, in fig. 21, l'asse delle ascisse sia stato riscalato per facilitare la lettura: la durata complessiva dell'esperimento è di 10500 secondi. La previsione realizzata dal modello con conduttanze dipendenti dalla temperatura risulta praticamente perfetta: a parte un comportamento poco assecondante nei primi secondi, con errori assoluti

comunque molto contenuti e riguardanti soltanto il transitorio, a regime il modello commette un errore dell'1,5 %, come da asse destro delle ordinate. La previsione numerica (e così l'errore) hanno comportamento oscillatorio con uguale periodo all'oscillazione reale; ciò è parziale conferma dell'esattezza analitica del modello. Il risultato al centro forno può dirsi soddisfacente.

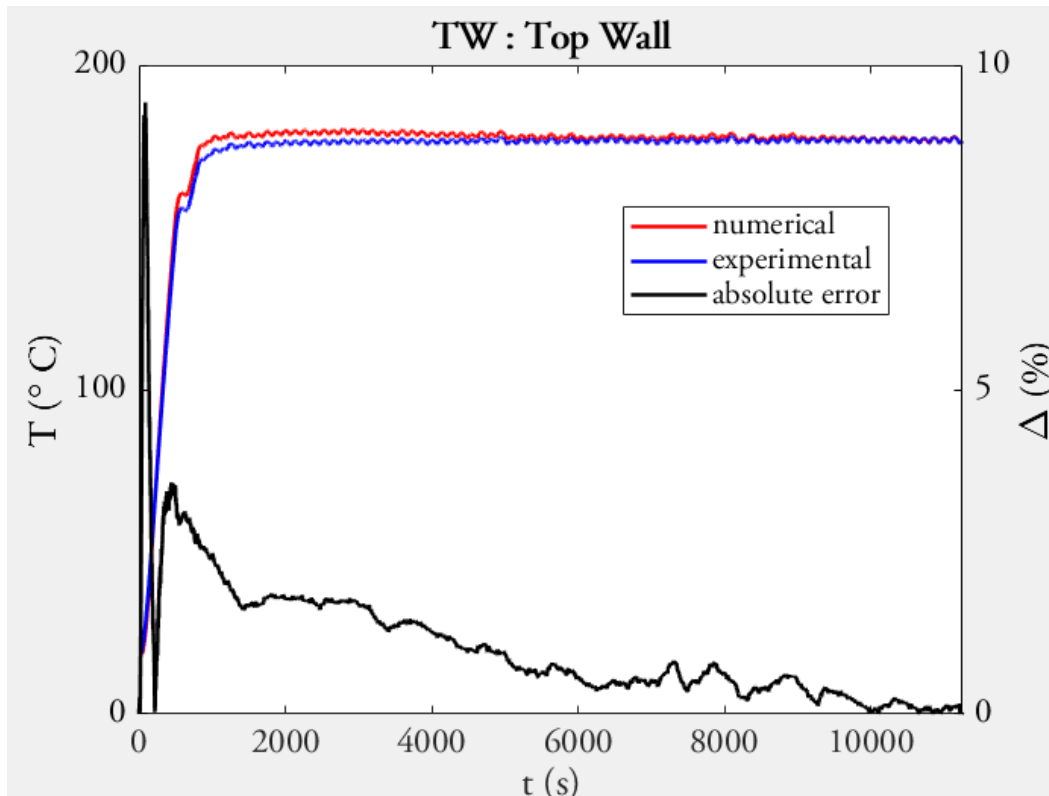


Figura 22: Top Wall.

Quanto più un nodo risulti essere lontano dagli elementi riscaldanti e dalla parte più consistente delle dispersioni, come nel caso della parete superiore, lontano dalla resistenza circolare (unica attiva nel ciclo ventilato) e dallo sportello, tanto più la previsione risulta essere accurata. Per la parete superiore *Top Wall* di figura 22, a regime l'errore commesso è trascurabile.

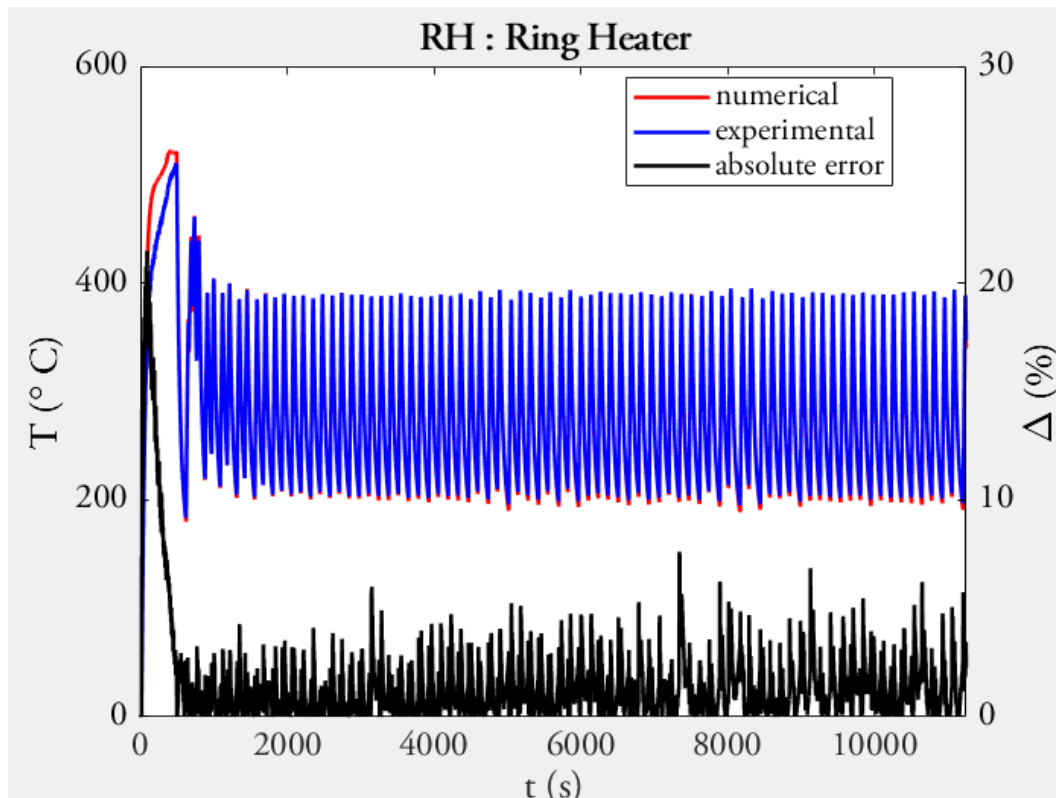


Figura 23: confronto fra previsione e rilevazione per l'elemento scaldante Ring Heater.

Degna di nota e delicata è la previsione della temperatura dell'elemento riscaldante: la logica di controllo che lo attacca e stacca ne fa variare bruscamente e spesso la temperatura. Anche per la resistenza circolare *Ring Heater*, il modello si comporta bene.

Si è detto dell'errore percentuale commesso con il modello ampliato. Si noti ora l'errore in valore assoluto, ricordando che un valore di riferimento per l'errore assoluto commesso con il modello a conduttanze non dipendenti dalla temperatura può essere fra  $5^{\circ}\text{C}$  e  $6^{\circ}\text{C}$ .

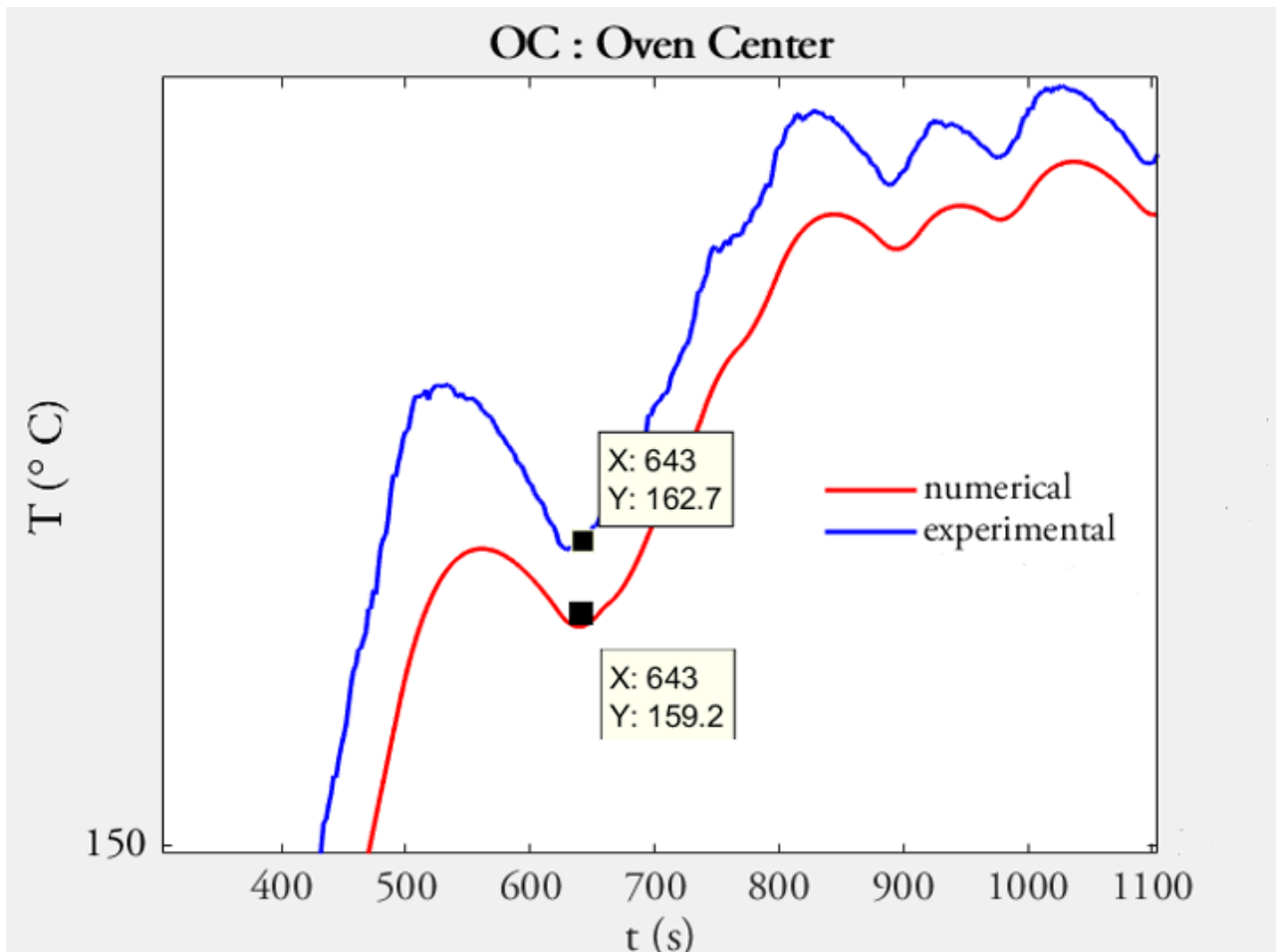


Figura 24: *Oven Center* al transitorio di riscaldamento.

Al transitorio, l'errore commesso (fig. 24) nella previsione al centro forno si attesta, in valore assoluto, sempre attorno ai 3-4 °C. L'errore all'istante corrispondente commesso nel modello senza dipendenza delle conduttanze dalla temperatura si attestava intorno ai 6°C (si veda al cap. 3.4).

Una riduzione dell'errore di circa il 30%, che giustifica il lavoro fatto fino a qui.



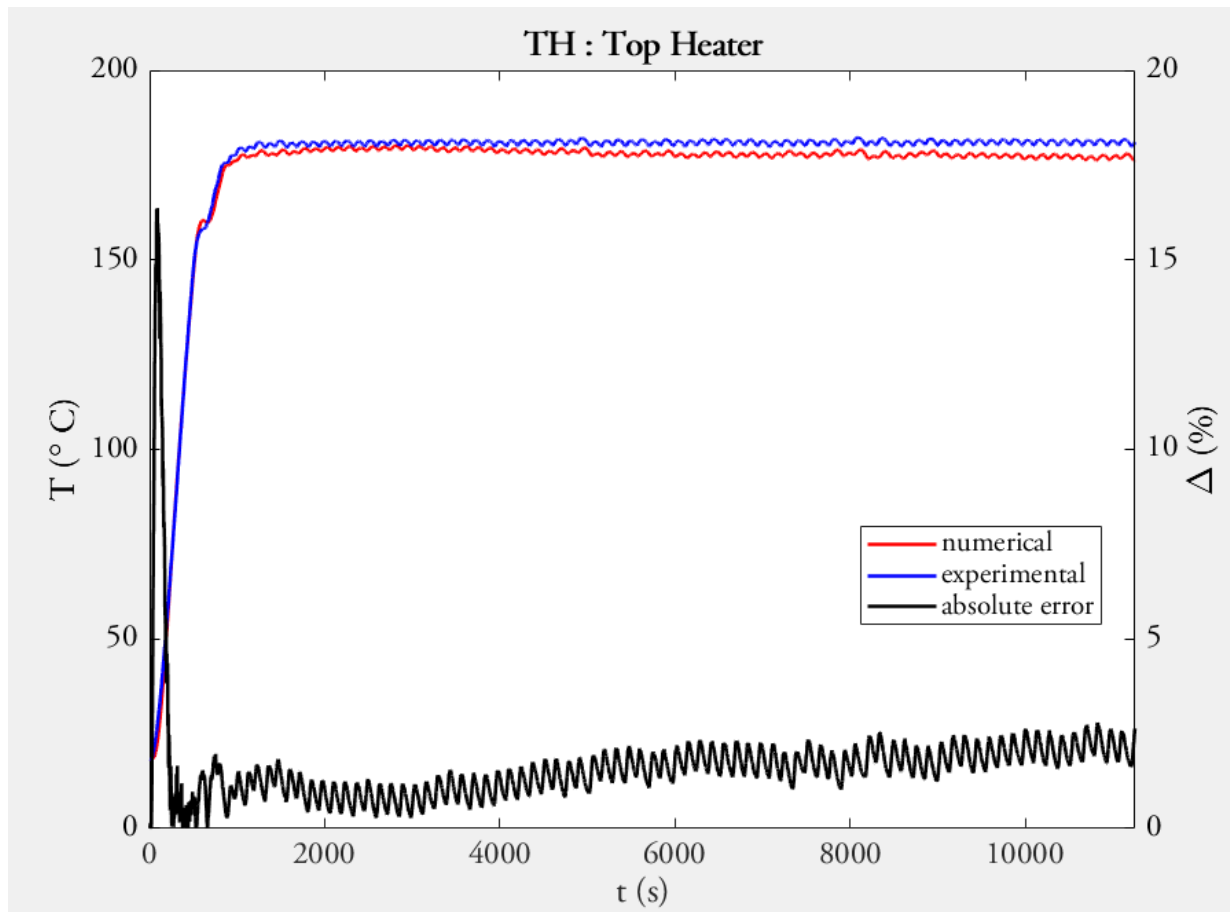


Figura 25: confronto per la resistenza (spenta) Top Heater.

In figura 25, il confronto fra previsione e misurazione sperimentale al riscaldatore *Top Heater*, non coinvolto nel riscaldamento per il ciclo di cottura ventilato. Visto lo stato inattivo del riscaldatore in questo ciclo, non vi è il tipico andamento fortemente oscillatorio dovuto all'azione di attacco e stacco dettata dalla centralina. L'ottimizzazione (senza che si intervenisse su di essa) è andata nella direzione di minimizzare i forti (in valore assoluto) scostamenti al transitorio. Ciò ha significato perdere leggermente in precisione a regime: dopo molti secondi, si nota un andamento blandamente crescente dell'errore commesso, ovvero della distanza fra le curve di temperatura blu e rossa.

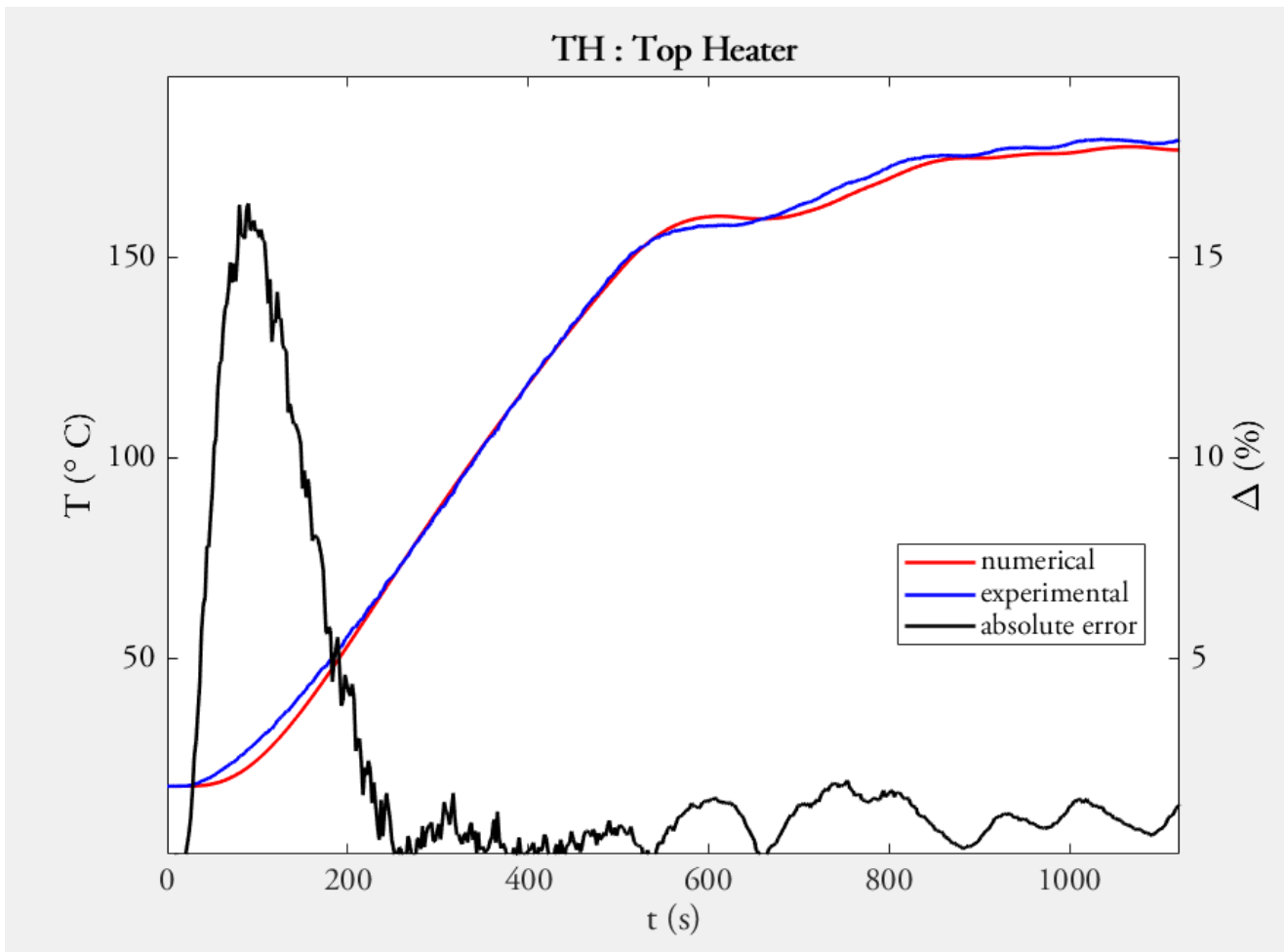


Figura 26: lo scarso errore percentuale commesso in transitorio vale, talora, meno del 2%.

In figura 26, il picco della **curva nera** di errore percentuale sul riscaldatore *Top Heater* è relativo ai primissimi istanti di transitorio: in tali istanti, l'errore assoluto e non percentuale è comunque perlopiù contenuto entro i 3°C. L'asse delle ascisse è stato riscalato per visualizzare solo i primi minuti di esperimento.

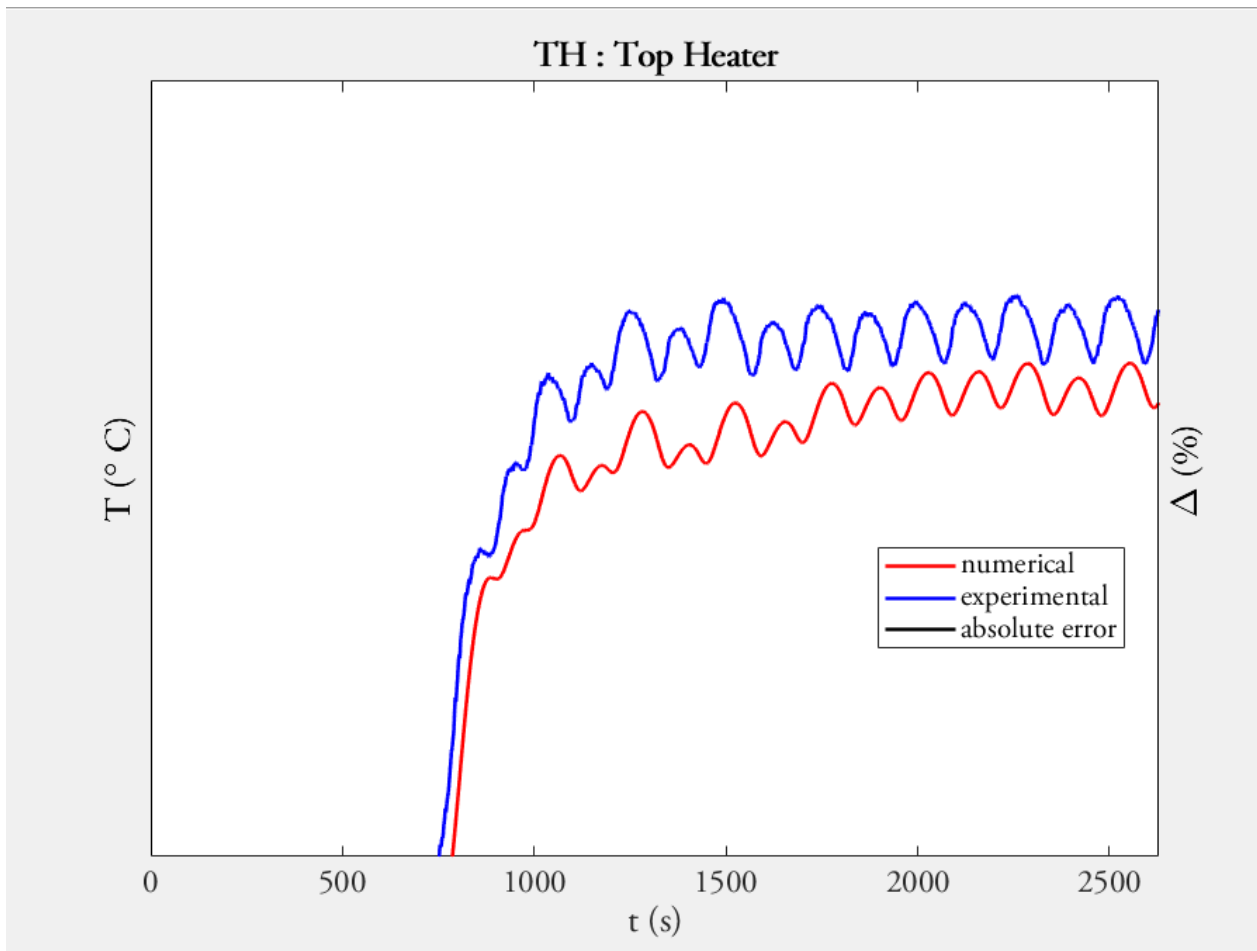


Figura 27: transitorio per il riscaldatore *Top Heater*.

Come si vede in fig. 27, l'ottimo comportamento nei primissimi minuti viene parzialmente bilanciato da una fase in cui l'errore assoluto commesso aumenta, per poi diminuire nuovamente.



*Figura 28: l'errore assoluto commesso nel modello ottimizzato ma con conduttanze perfettamente costanti è complessivamente maggiore.*

In figura 28 si nota come ottimizzazioni differenti abbiano portato a comportamenti dinamici leggermente differenti del modello: l'errore assoluto commesso sulla valutazione della temperatura della porta (linea **magenta**, valore in ordinata) ha un andamento fortemente crescente nel tempo (asse delle ascisse); andamento che cresce in maniera decisamente più blanda nel modello ampliato (si veda a pag. 40). Anche l'errore commesso nella previsione di centro forno, di particolare interesse, mostra ottimi risultati: come si vede alle pagg. 41 e 43, l'errore commesso in transitorio dal modello ampliato vale sempre attorno ai 3-4 °C, contro i 5-6 °C del modello precedente (linea **verde acqua**), mentre a regime il divario diviene ancora più evidente; a regime, il modello "vecchio" commette errori nell'ordine dei 3-4 °C e con andamento leggermente crescente nel tempo, mentre il modello ampliato si attesta, praticamente costante, attorno all'1% di errore, pari a circa 1,8 °C.

Si è visto come il modello ampliato ed ottimizzato, per il set-point di 180 °C e per il ciclo di cottura ventilato, sia molto performante.

I risultati per gli altri due set-point di temperatura, ovvero 160°C e 200°C, come è ovvio non si discostano di molto:

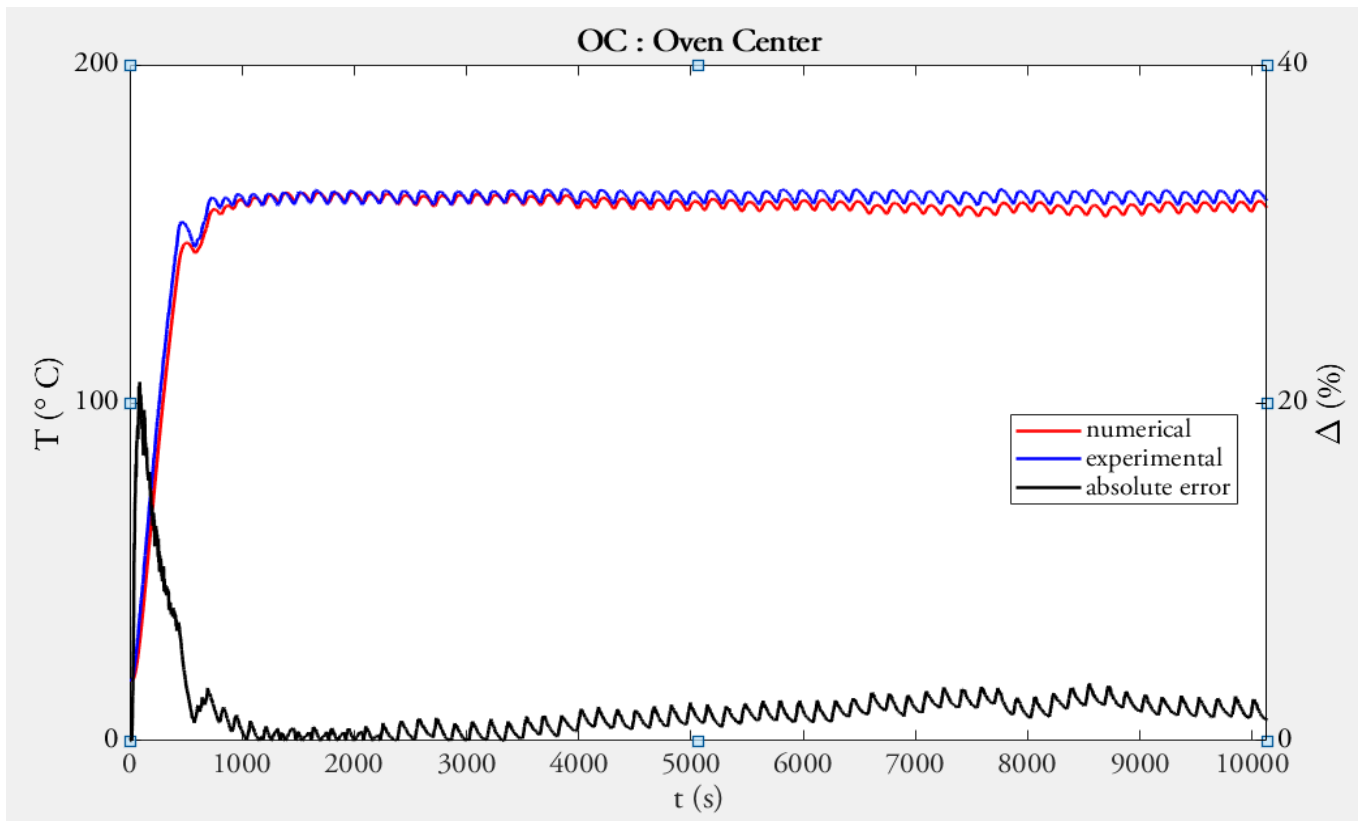
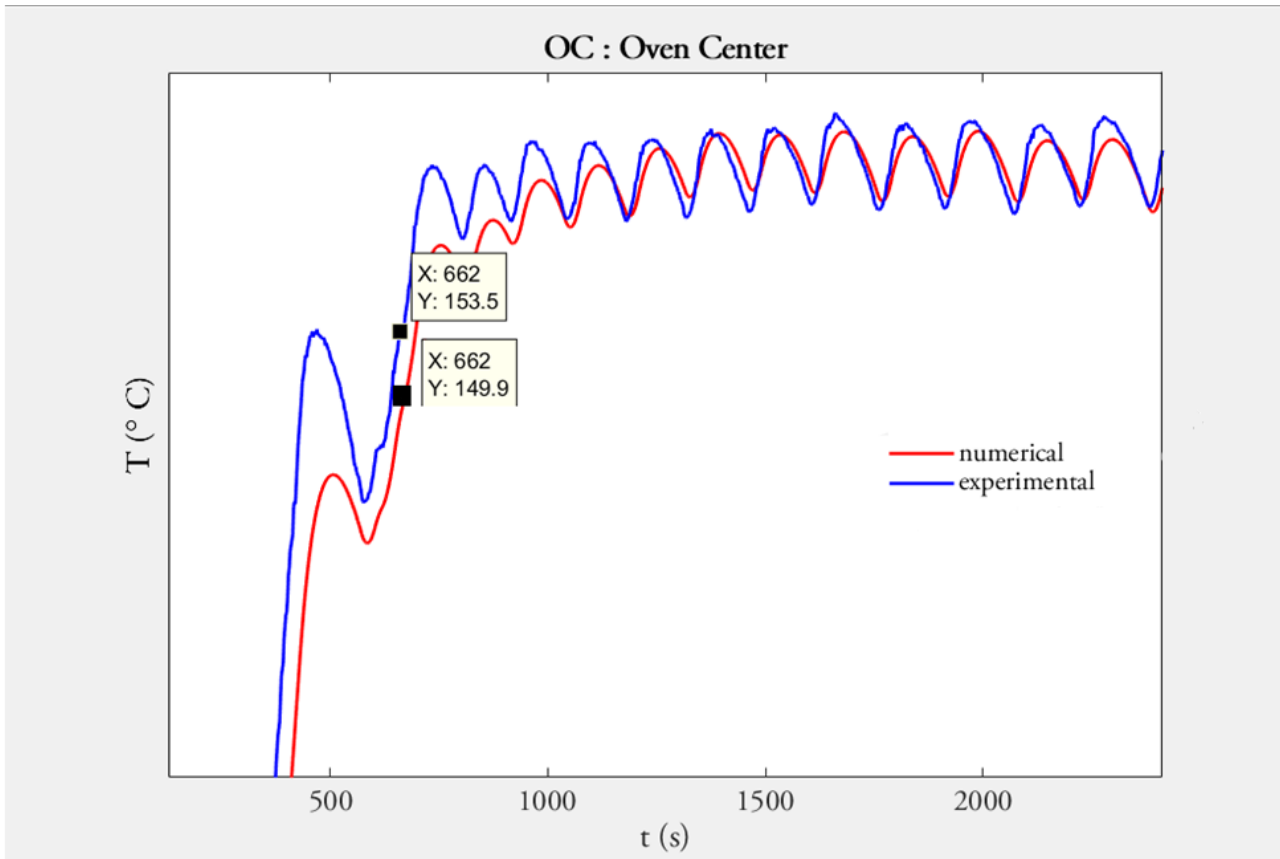


Figura 29: temperatura di centro forno, sperimentale e prevista numericamente, nel ciclo di cottura ventilato a temperatura obiettivo di 160°C.

L'errore commesso è perlopiù paragonabile o minore a quello relativo al set-point di 180°C. Un risultato che supera un altro risultato già ottimo.



*Figura 30: al centro forno e a 160°C, l'errore è paragonabile o minore a quello commesso nel ciclo a 180°C.*

Come si intuisce in fig. 30 e specialmente nella parte destra, l'errore per il centro forno e per il set-point di 160 °C è praticamente in ogni istante contenuto entro (o poco oltre) i 3°C.

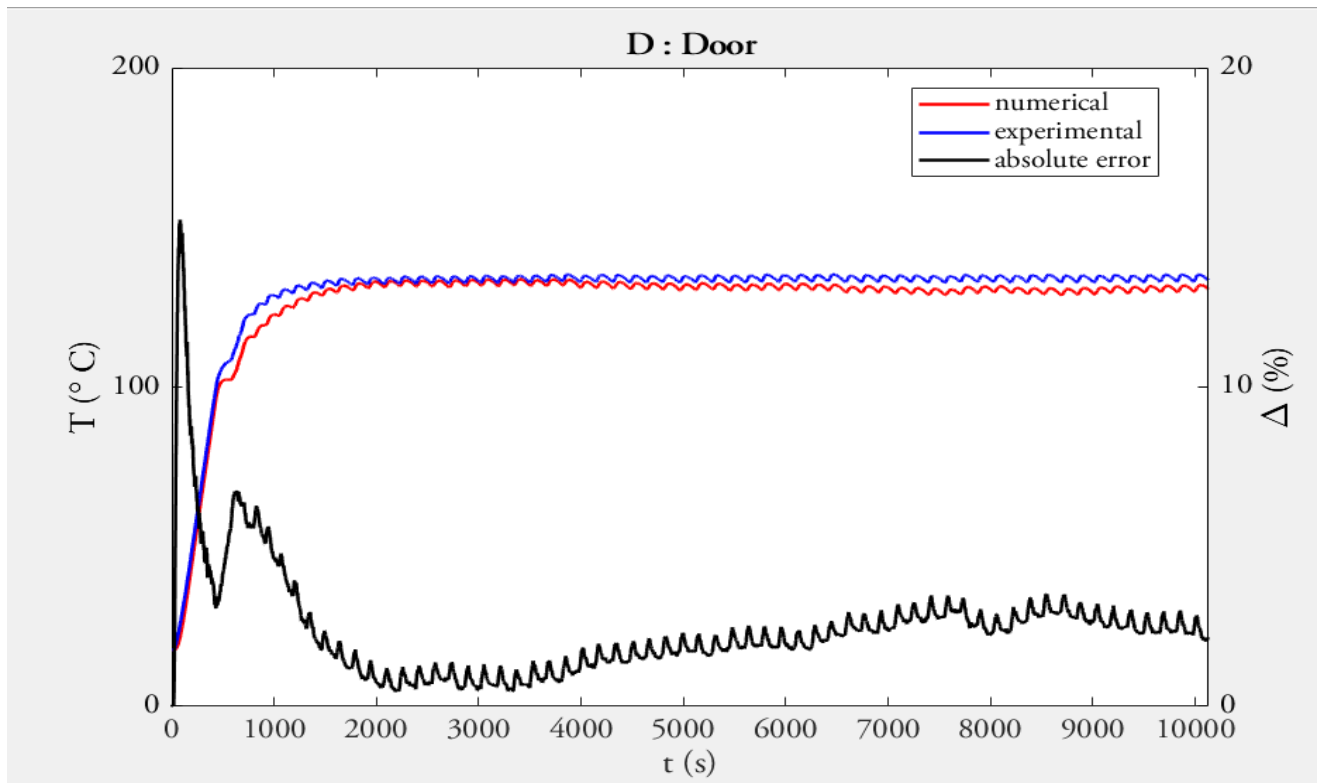


Figura 31: confronto fra temperatura prevista e temperatura reale per lo sportello del forno.

Anche al set-point di  $160^{\circ}\text{C}$  si conferma l'unico vero (piccolo) limite di questo approccio: la temperatura sperimentale dello sportello viene assecondata dal modello con una certa latenza, a causa delle dispersioni termiche. In valore assoluto, l'errore rimane accettabile e, se misurato, entro i  $4^{\circ}\text{C}$  per la maggior parte dei punti.

Infine, i risultati relativi al set-point di 200°C:

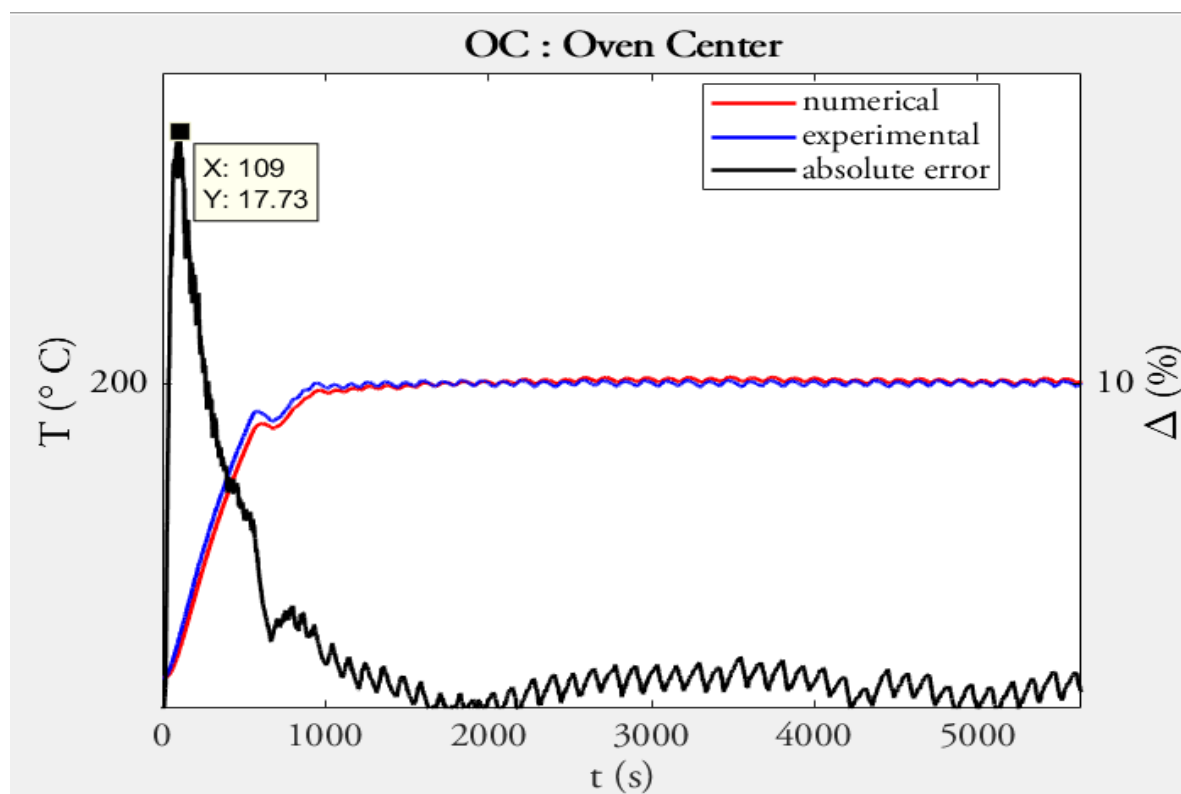


Figura 32: centro forno al set-point di 200°C.

Come si vede in fig. 32, per il centro forno al set-point di 200°C si rileva un errore percentuale apparentemente preoccupante per quanto riguarda il transitorio (breve picco del 17,7%). Tale errore si può spiegare per due ragioni: una prima ragione è il maggiore tasso di crescita della temperatura al set-point di 200°C, che amplifica la già menzionata latenza del modello rispetto alle rilevazioni sperimentali. Una seconda ragione è il maggiore valore assoluto delle temperature coinvolte, dunque dell'errore assoluto commesso in transitorio, dunque dell'errore percentuale.

È di interesse notare come, ad ogni modo, a regime l'errore sia sempre molto e perlopiù inferiore a due punti percentuali (cioè gli stessi circa 4°C di cui si parlava per gli altri set-point):



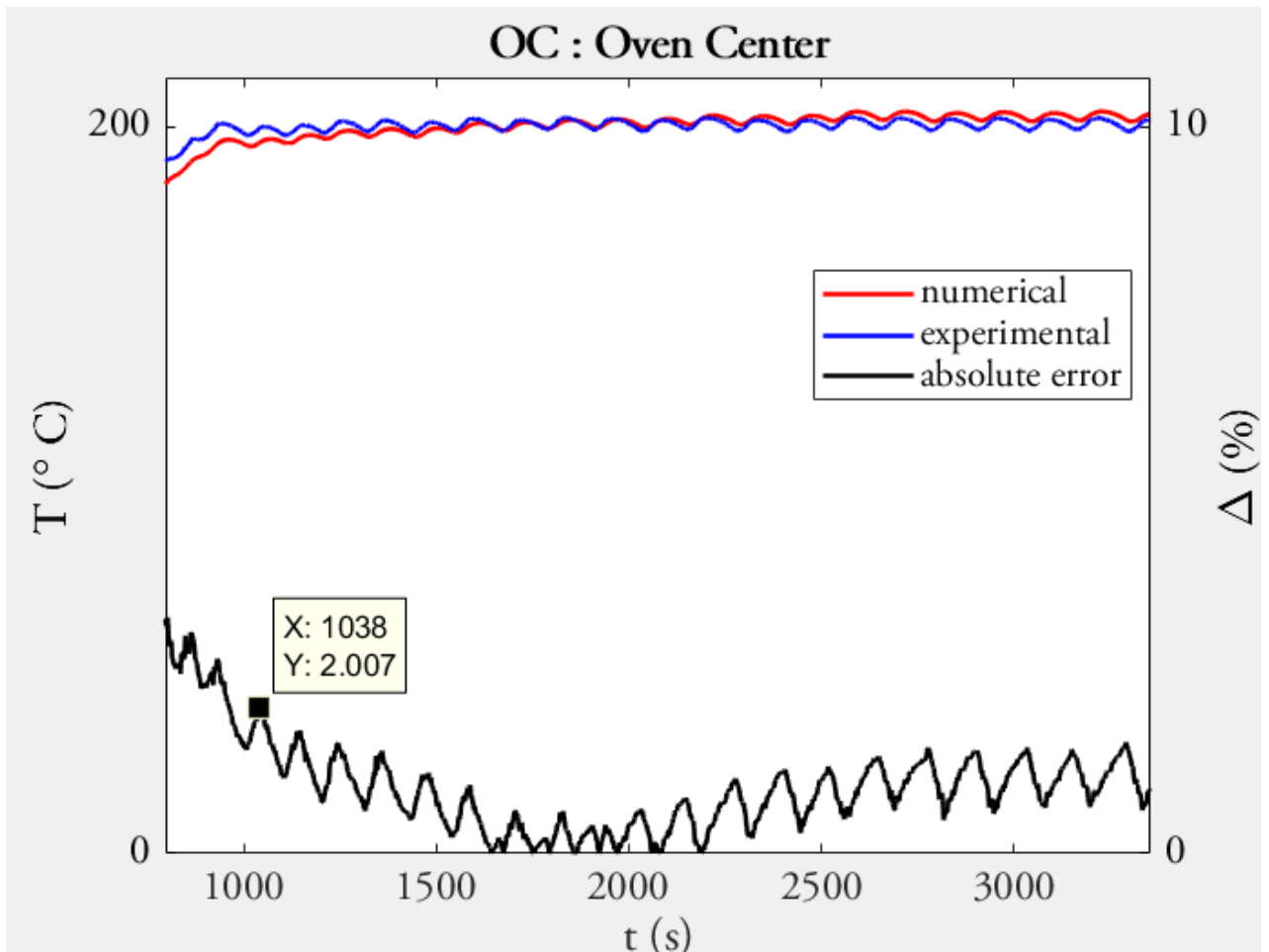


Figura 33: al centro forno e a regime, errori entro il 2%.

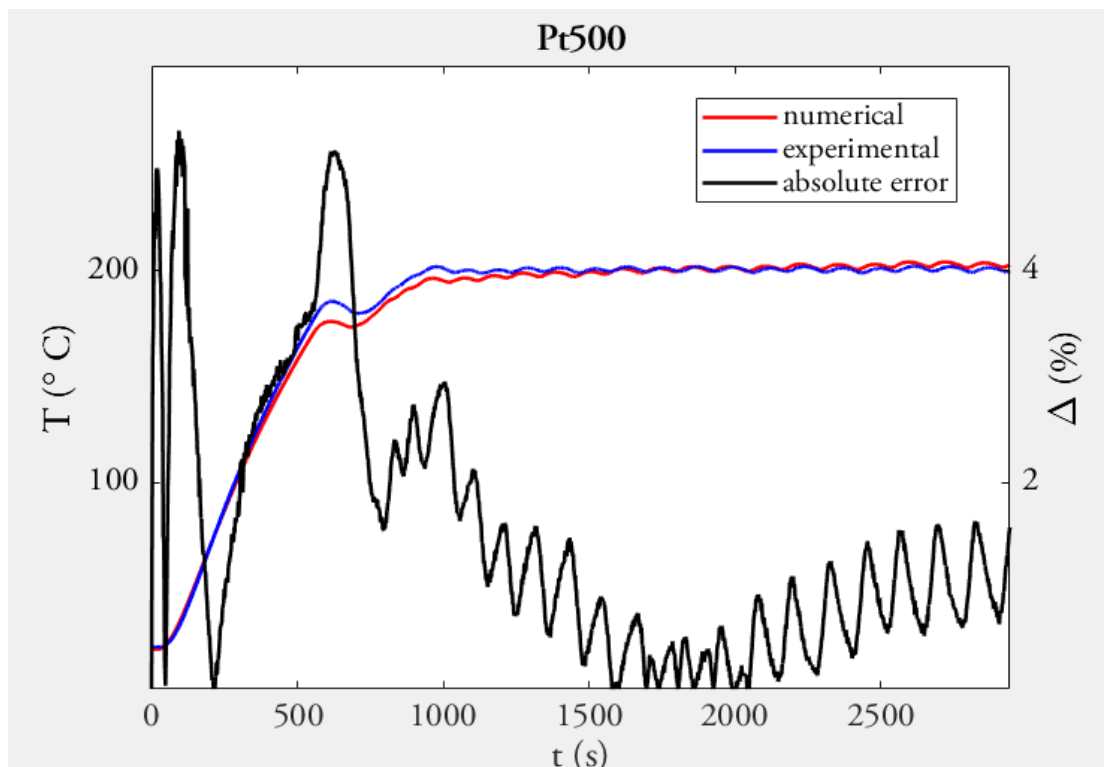


Figura 34: la misura di temperatura della termoresistenza che controlla il forno, al set-point di 200°C.

La temperatura della termoresistenza che si occupa del controllo del forno (misurata anch'essa con una termocoppia) viene "inseguita" con buona precisione da quella elaborata dal modello, fatto salvo l'effetto di latenza in transitorio comune a tutti i nodi e particolarmente evidente per il set-point di 200°C: l'errore si attesta sotto il 2% a partire da poco più del millesimo secondo e proseguendo fino ai 10500 secondi di durata dell'esperimento.

Questo effetto è comune a tutti i set-point di temperatura. L'importanza di questo fatto risiede nella necessità che vi sia corrispondenza fra le uniche misure di temperatura realizzabili dal forno (per l'appunto, con la termoresistenza) e le misure prese come riferimento in fase di implementazione della logica di accensione e spegnimento dei corpi scaldanti.

## Conclusioni e sviluppi futuri

L'obiettivo di miglioramento delle previsioni di temperatura effettuate dal modello può dirsi pienamente raggiunto: come si è visto, rispetto al modello a conduttanze costanti, il modello con dipendenza di queste ultime dalle temperature dei nodi collegati permette di ridurre gli errori commessi in fase di previsione di percentuali variabili fino al 30-40%, a seconda della buona riuscita dell'ottimizzazione su un nodo piuttosto che su un altro, senza mai superare l'errore commesso dal modello precedente.

Gli sviluppi futuri dipendono dalla volontà di Electrolux e dalla valutazione sul ritorno economico dell'implementazione delle misure discusse in questa tesi: qualora, specialmente in fase di certificazione energetica, essere in grado di predire la temperatura nelle varie zone del forno con almeno un paio di gradi di incertezza in meno possa costituire un solido vantaggio ai fini del risparmio energetico, ampliare il modello come si è qui sopra descritto sarebbe da considerare.

Ci si aspetta che, per la modalità di funzionamento statico, i benefici ottenibili possano essere anche maggiori: nella modalità di funzionamento statico, i contributi radiativi non sono più trascurabili. Data la dipendenza di tali contributi dalla quarta potenza della temperatura dei nodi coinvolti (e cioè una dipendenza molto più forte di quella lineare), introdurre un valore di conduttanza variabile con le temperature dovrebbe costituire un forte vantaggio.



## **Bibliografia**

T. L. Bergman, A. S. Lavine, F. P. Incropera, D. P. Dewitt, “Fundamentals of Heat and Mass Transfer”, Seventh Edition, John Wiley & Sons

Dispense dal corso di Termofluidodinamica Applicata, di proprietà intellettuale del Prof. Marco Lorenzini

## **Sitografia**

[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/lsgnonlin.html>



## Ringraziamenti

Le persone cui devo la mia crescita sono molte: alcune ne sono responsabili senza che io possa averne cognizione, altre sono state vere e proprie colonne portanti, altre ancora sono state di passaggio ma non senza scrivere qualcosa di significativo prima di andarsene. L'equilibrio, perso e ritrovato un'infinità di volte in questi anni, si è svelato a me come una somma misuratissima di piccole cose: pazienza, tenacia, follia, coraggio di sperimentare, talvolta irresponsabilità. Non credo esista qualcuno che possa imparare e interiorizzare tutte le lezioni che sento di avere fatto mie negli ultimi anni senza le suggestioni di altri, più ricchi di lui o diversi da lui. Per questo, le persone importanti per me sono tante e spero di non dimenticarne.

Al Prof. Lorenzini, vero esempio di etica del lavoro e di genuinità; persona dall'onestà e dalla tenacia sempre più rara. Vero insegnante fra tanto pressapochismo.

Agli ingegneri Michael Lucchi e Nicola Suzzi: il vostro lavoro per me vi è costato tempo, e la vostra diversità di termofluidodinamici, quasi *outsiders* fra puristi e "praticoni" nell'ingegneria meccanica, è stata con ogni probabilità l'ambiente che cercavo. Grazie dei vostri consigli e della vostra disponibilità.

A mia mamma e a mio babbo, cui devo tutto e non saprei nemmeno da dove cominciare.

A Gigliola e Pippo: siete due nonni leggendari, dispensatori di saggezza, bontà e altruismo esemplare, buonumore.

Ai miei amici, compagni di vita, cresciuti ogni giorno con me, figli dello stesso cielo, della stessa ignoranza, degli stessi sentimenti, delle stesse difficoltà, qui di seguito elencati in codice, senza ordine e senza pretesa di elencarli tutti: i Paccari, Foresta di Mangrovie (*alias* Team Locasto), Serate a BO e gli altri colleghi di Forlì, Casa

Bogattati, quelli del Merendero, Djanluca Manuzzi, Gruppo vacanze Misano, i Doblò, Barbacarlo e tutti quelli che potrei dimenticare ora, dopo qualche mese di reclusione.

A Minghi, ti menziono fuori dallo schemino di cui sopra; mi hai restituito la voglia di farcela.

A tutti voi, grazie.