

Scuola di Scienze  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

## Determinazione della massa in astrofisica

Relatore:  
Prof. Daniele Dallacasa

Presentata da:  
Valeria Manzini

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Massa in astrofisica</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Massa delle stelle</b>	<b>4</b>
3.1	Sistemi binari . . . . .	4
3.1.1	Binarie visuali . . . . .	4
3.1.2	Binarie spettroscopiche . . . . .	5
3.2	Stelle Singole . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Massa delle galassie</b>	<b>9</b>
4.1	Galassie a spirale . . . . .	9
4.2	Galassie ellittiche . . . . .	11

# 1 Introduzione

Il concetto di massa è uno dei più intuitivi, e, allo stesso tempo, uno dei più difficili da definire. La massa di un oggetto ha a che fare con la quantità di materia che lo compone (da non confondere con la quantità di sostanza, misurata in moli). Spesso si usa questo termine per indicare due grandezze potenzialmente distinte: la massa inerziale e la massa gravitazionale. La massa inerziale fa riferimento alla resistenza posta da un corpo nei confronti di una forza esterna che, agendo su di esso, tenta di modificare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme. Questo concetto viene espresso dal secondo principio della dinamica

$$F = ma$$

La massa gravitazionale, invece, dà luogo ad una forza di gravità  $F$  che viene esercitata su un altro corpo (anch'esso dotato di massa gravitazionale) così com'è espresso nella legge di gravitazione

$$F = G \frac{(m_1 m_2)}{r^2}$$

Tuttavia, massa inerziale e massa gravitazionale, pur descrivendo due proprietà completamente diverse della materia, hanno in realtà lo stesso identico valore.

Storicamente, secondo quella che oggi è definita fisica classica, la massa di un oggetto è sempre stata considerata una proprietà intrinseca della materia, che resta costante nel tempo e nello spazio se un sistema è isolato. Un'importante rivoluzione in questo senso è avvenuta in seguito alla teoria della relatività, che, invece, presenta la massa di un corpo come una quantità strettamente legata alla sua energia. In questo contesto perciò, la massa di un oggetto non sarebbe più una sua proprietà intrinseca, ma il suo valore dipende dallo stato di moto in cui la materia si trova e dal sistema di riferimento in cui la si osserva.

## 2 Massa in astrofisica

Determinare la massa degli oggetti celesti presenta notevoli difficoltà, dovute principalmente al fatto che le informazioni acquisibili osservativamente non sono molte. Tuttavia, risalire a tale valore è importante, poiché l'informazione sulla massa di un oggetto ci permette di conoscerne altre caratteristiche.

Ad esempio, la massa di un oggetto, se ne conosciamo le dimensioni, permette di ricavare la densità media: una misura che, anche se rozza, aiuta a determinare una possibile composizione chimica dell'oggetto in questione e ad avanzare ipotesi più mirate sulla sua struttura e dinamica interna.

Nel caso specifico di una stella, riuscire a conoscerne la massa aiuta a determinarne la velocità di evoluzione e quindi la durata della sua vita. Inoltre, permette di fare previsioni riguardo allo stadio che la stella potrà raggiungere.

La massa delle galassie è un'altra quantità di cui è importante avere una stima. Si tratta di un dato fondamentale per formulare una teoria più corretta e completa riguardo alla formazione ed evoluzione di questi sistemi.

Anche la cosmologia è interessata a conoscere le masse galattiche e a capire come queste strutture siano distribuite nell'universo.

Esistono diversi modi per determinare la massa di oggetti astrofisici. Alcuni sono più accurati, altri permettono di raggiungere risultati in maniera più approssimativa. In generale, l'unico metodo che abbiamo per poter avere una stima diretta della massa di un oggetto è studiarne l'interazione gravitazionale con un altro corpo. Questo è possibile farlo nel caso delle stelle, che spesso si presentano sottoforma di sistemi binari o addirittura multipli.

Anche le galassie solitamente non si trovano isolate, ma tendono a riunirsi in gruppi, all'interno dei quali è possibile, mediante lo studio delle reciproche interazioni, risalire alle masse individuali.

In questo elaborato, ci si occuperà solamente di metodi per la determinazione di masse stellari e galattiche. Gli oggetti di cui è interessante ricavare la massa in ambito astrofisico sono molti di più e i metodi utilizzati generalmente variano sulla base delle informazioni acquisibili.

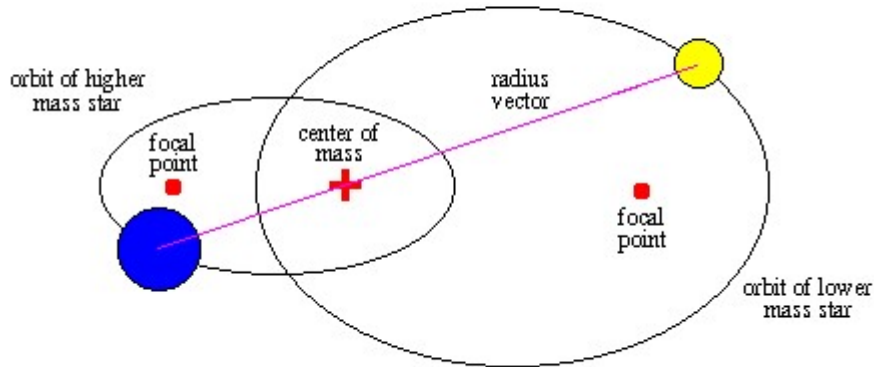


Figura 1: Orbita di un sistema binario

## 3 Massa delle stelle

### 3.1 Sistemi binari

Un sistema binario è un sistema composto da due stelle legate gravitazionalmente, che orbitano attorno ad un comune centro di massa e che sono chiaramente soggette alle leggi di Keplero. Si stima che meno della metà di tutte le stelle siano stelle singole, come il Sole. Più del 50%, infatti, appartiene a sistemi composti da due o più stelle. I sistemi binari rivestono un ruolo di importanza cruciale per lo studio delle masse stellari. L'analisi delle loro orbite, infatti, fornisce l'unico metodo per poter determinare in maniera diretta le masse delle stelle.

Se ci poniamo nel sistema di riferimento del centro di massa, il baricentro del sistema apparirà come un punto fisso nel piano dell'orbita. Come si nota dalla Figura 1, le orbite delle due stelle sono ellissi simili, con un fuoco comune che corrisponde al centro di massa. La dimensione relativa delle orbite dipende dal rapporto delle masse.

Le stelle binarie vengono classificate sulla base del metodo attraverso il quale sono state scoperte.

#### 3.1.1 Binarie visuali

Le binarie visuali sono sistemi nei quali le due componenti possono essere visivamente risolte al telescopio. Pertanto, ciò che si vede è una coppia di stelle la cui posizione relativa varia al passare degli anni. Monitorandole per un tempo sufficiente è possibile ricostruire l'intera orbita. In realtà, ciò che si osserva è la proiezione dell'orbita sul piano del cielo. Se però consideriamo l'orbita relativa, ovvero una componente che orbita attorno all'altra fissa, quest'ultima deve trovarsi in uno dei

fuochi dell'orbita ellittica descritta dalla compagna. La distanza di questa stella dal fuoco dell'ellisse rende possibile risalire alla reale orientazione dell'orbita.

Ricaviamo le masse delle due componenti facendo uso della legge del baricentro  $a_1 m_1 = a_2 m_2$ , ricavata dalla definizione di centro di massa, e della terza legge di Keplero

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

In queste formule,  $a_1$  e  $a_2$  sono rispettivamente i semiassi maggiori delle orbite delle due stelle, mentre  $a = a_1 + a_2$  è il semiasse maggiore dell'orbita relativa. Queste grandezze, insieme al periodo  $P$ , sono deducibili dalle osservazioni.

Nella legge del baricentro, poniamo

$$m_2 = m_1 \frac{a_1}{a_2}$$

e sostituiamo quest'espressione nella legge di Keplero. Così facendo, quest'ultima dipende da un unico parametro incognito,  $m_1$ , che è possibile ricavare. Una volta noto  $m_1$ , il valore di  $m_2$  si trova facilmente dalla legge del baricentro.

Questo metodo è l'unico che permette di stimare con buona precisione la massa delle stelle che compongono un sistema binario, però funziona solo per le binarie visuali. La maggior parte dei sistemi binari osservati, però, non sono visuali, per cui il numero di casi in cui si può avere stime precise delle masse è abbastanza ristretto.

### 3.1.2 Binarie spettroscopiche

Un altro caso importante è costituito dalle binarie spettroscopiche. Spesso si tratta di casi in cui al telescopio non è possibile distinguere le due stelle, ma analizzando lo spettro si nota uno sdoppiamento periodico delle righe spettrali. Lo spettro complessivo risulta quindi essere la combinazione degli spettri di due stelle distinte, e le rispettive righe appaiono shiftate verso il blu o verso il rosso a seconda che la componente di velocità radiale della stella che la genera sia diretta verso la Terra o nella direzione opposta. In alcuni casi però, tutto ciò che si riesce ad osservare è un singolo spettro oscillante avanti e indietro, dal momento che la compagna di cui si inferisce la presenza è troppo debole perché il suo spettro possa essere osservato. In questi casi è possibile ricavare la velocità radiale per la sola stella che genera lo spettro.

Anche in questo caso possiamo mostrare il calcolo che porta alla stima delle masse, considerando però le orbite circolari, per semplicità.

Supposto di riuscire a vedere le righe spettrali di una sola delle componenti, riusciremo a stabilire soltanto la sua velocità radiale

$$v_1 = v_{0_1} \sin \theta$$

dove  $v_{0_1}$  è la velocità totale e  $\theta$  è l'angolo tra la linea di vista e la normale al piano dell'orbita. Ma, per orbite circolari, posso scrivere  $v_{0_1}$  anche come

$$v_{0_1} = \frac{2\pi a_1}{P} \quad \text{quindi} \quad v_1 = \frac{2\pi a_1}{P} \sin \theta$$

Ricordando che  $m_1 a_1 = m_2 a_2$  e  $a = a_1 + a_2$  (dove, qui,  $a_i$  sono i raggi delle orbite) possiamo scrivere

$$a_2 = a_1 \frac{m_1}{m_2} \quad \Rightarrow \quad a = a_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{m_2 a}{m_1 + m_2}$$

Sostituendo questa espressione per  $a_1$  nella formula di  $v_1$  si ottiene

$$v_1 = \frac{2\pi a m_2}{P(m_1 + m_2)} \sin \theta \quad \text{quindi} \quad a = \frac{P v_1 (m_1 + m_2)}{2\pi m_2 \sin \theta}$$

e inserendo questo valore di  $a$  nella terza legge di Keplero troviamo infine

$$\frac{m_2^3 \sin^3 \theta}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

Nel caso in cui si riescano ad osservare righe provenienti da una sola delle componenti, questo è il massimo dell'informazione ottenibile circa la massa del sistema. Il termine che compare a primo membro nell'equazione è chiamato *funzione di massa* ed è combinazione delle masse di entrambe le stelle e dell'inclinazione del piano orbitale.

Se invece sono visibili le righe prodotte da entrambe le componenti, è possibile derivare due equazioni, utili per il calcolo di entrambe le masse. Valutando lo spostamento Doppler delle righe spettrali è possibile conoscere le velocità radiali delle due stelle

$$v_1 = v_{0_1} \sin \theta \quad v_2 = v_{0_2} \sin \theta$$

dove  $v_{0_i}$  sono le velocità totali e  $\theta$  è l'angolo tra la linea di vista e la normale al piano dell'orbita. Ma, per orbite circolari, posso scrivere  $v_{0_i}$  anche come

$$v_{0_i} = \frac{2\pi a_i}{P} \quad \text{quindi} \quad v_i = \frac{2\pi a_i}{P} \sin \theta$$

Facendo il rapporto tra le espressioni di  $v_1$  e  $v_2$  si ottiene

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Dove l'ultima uguaglianza deriva dalla legge del baricentro.

Ora, scrivendo

$$m_1 = \frac{m_2 v_2}{v_1}$$

e inserendo questo valore all'interno della funzione di massa, è possibile risolverla e ricavare così un'equazione per  $m_2$ . Una volta noto  $m_2$ , è immediato ricavare un'equazione analoga per  $m_1$ . Le due equazioni sono

$$m_1 \sin^3 \theta = \left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right)^3 \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

$$m_2 \sin^3 \theta = \left(1 + \frac{v_2}{v_1}\right)^2 \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

In questo secondo caso, è possibile quindi ottenere un risultato più accurato, in quanto si riescono ad ottenere stime per entrambe le masse. Tuttavia, è da notare

come il termine  $\sin\theta$  compaia ancora in entrambe le equazioni, il che implica che non è possibile conoscere i valori effettivi delle due masse a meno dell'incertezza dell'inclinazione del piano orbitale.

Comunque, si ricorda che nella trattazione appena conclusa si è fatto uso di alcune approssimazioni, che non la rendono direttamente applicabile ai casi reali. Prima di tutto, le orbite, in un sistema binario, sono ellittiche e non circolari. Questo, oltre ad invalidare parte del ragionamento fatto, fa sì che le velocità delle stelle lungo le rispettive orbite, non siano costanti, come sono state considerate, ma variano a seconda della posizione della stella lungo l'orbita, in accordo con la seconda legge di Keplero.

## 3.2 Stelle Singole

Condizione necessaria per la determinazione diretta delle masse di pianeti, stelle e altri oggetti cosmici è l'osservazione di moti orbitali dovuti all'interazione gravitazionale reciproca. In assenza di moti direttamente osservabili si ricorre a metodi indiretti opportunamente calibrati.

Mediante l'osservazione e lo studio dei sistemi binari possiamo costruire un grafico in cui analizzare il legame tra la luminosità intrinseca di un campione di stelle e le loro masse. In diagrammi di questo tipo i punti rappresentativi delle stelle non si trovano sparpagliati, senza alcun ordine, ma distribuiti lungo una linea (o, meglio, una fascia) e questo indica un fatto decisamente interessante: esiste una correlazione tra la luminosità di una stella e la sua massa. In particolare, si osserva che stelle più massicce sono anche intrinsecamente più brillanti. Luminosità e massa non aumentano però di pari passo; mentre i valori delle luminosità stellari cadono in un intervallo molto ampio, da qualche millesimo a centinaia di migliaia di volte quella del Sole, le masse corrispondenti spaziano su un range decisamente più ridotto: da qualche centesimo ad alcune decine di masse solari. Questa relazione, nota appunto come relazione Massa – Luminosità, mostra infatti che le due grandezze sono legate dalla legge di potenza

$$L \propto M^n \tag{1}$$

dove l'esponente  $n$  non è costante, ma varia di poco a seconda del tipo di stella che si sta considerando.

La diversa pendenza della retta M-L nel grafico implica perciò che la produzione di energia è più efficiente nelle stelle di massa maggiore. Questo trova riscontro nei modelli teorici, dai quali risulta che la fusione dei nuclei di idrogeno per sintetizzare elio avviene mediante il ciclo CNO che è più efficiente e più rapido della catena protone-protone, operante nelle stelle di più piccola massa.

Il fatto, quindi, che esista una relazione tra la luminosità di una stella, cioè l'energia che questa produce per unità di tempo, e la sua massa è ragionevole. La massa di una stella, infatti, determina la pressione gravitazionale che viene esercitata verso il centro. Questa pressione, contrastata dalla pressione del gas e dalla pressione di radiazione, determina le condizioni di densità e temperatura nel nucleo della stella, cioè nella regione in cui avviene la produzione di energia, che a sua volta determina la luminosità stellare. Non è dunque strano che esista una correlazione tra queste due quantità.



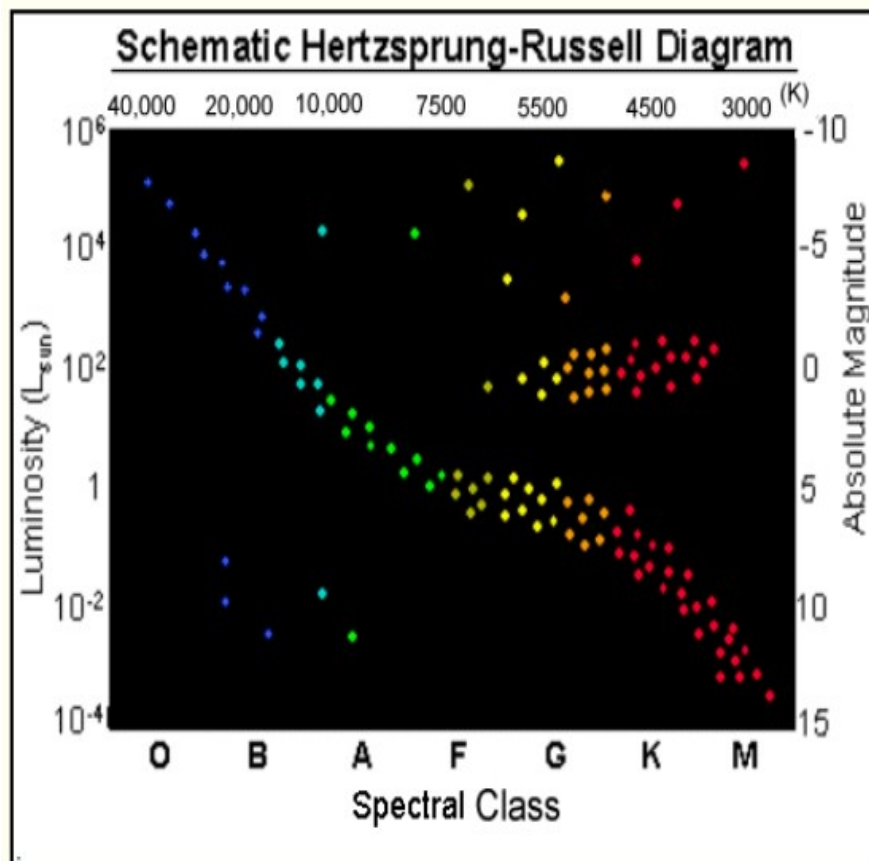


Figura 2: Diagramma di Hertzsprung-Russell. La fascia che attraversa diagonalmente il diagramma è la sequenza principale, alla quale si applica meglio la relazione  $M - L$ .

La relazione Massa - Luminosità, tuttavia, non è valida per qualsiasi stella ma è applicabile soltanto a quelle stelle che, nel diagramma di Hertzsprung-Russell, occupano la *sequenza principale*. Le stelle fuori da questa sequenza, come le stelle giganti o le nane bianche, non si trovano nella stessa fase evolutiva delle stelle di sequenza principale e il meccanismo attraverso il quale producono l'energia che misuriamo sottoforma di luminosità è diverso.

## 4 Massa delle galassie

Altri oggetti astrofisici di cui è importante conoscere la massa sono le galassie. La stima della massa delle galassie e la sua distribuzione all'interno della stessa sono quantità fondamentali sia per chi si occupa di cosmologia, che per chi sviluppa teorie riguardanti la loro formazione ed evoluzione.

Le galassie sono i costituenti fondamentali dell'universo. Le loro dimensioni (e quindi le loro masse) variano su un intervallo decisamente ampio. Alcune galassie presentano una struttura semplice; alcune sono composte quasi solo da stelle e non presentano particolari caratteristiche individuali, altre sono prevalentemente costituite da gas neutro. D'altra parte, esistono galassie descrivibili come sistemi complessi, con composizione mista di stelle di varie età, gas ionizzato, gas neutro, nubi molecolare e polveri, raggi cosmici e altro.

Dal momento in cui le galassie furono scoperte, molti hanno cercato di classificarle sulla base di vari criteri. La classificazione morfologica proposta da Edwin Hubble si dimostrò quella che, nel tempo, ha avuto maggiore successo, il che risiede nel fatto che galassie dall'aspetto simile finiscono spesso per avere proprietà fisiche simili o addirittura la stessa origine o le medesime vicende evolutive. Hubble classificò le galassie in base alla loro forma, collocandole in un diagramma, all'interno del quale possiamo distinguere tre classi principali: le *galassie ellittiche*, *a spirale* e *lenticolari*.

Le galassie ellittiche appaiono nel cielo come ellissi più o meno eccentriche, la loro distribuzione di luminosità non mostra l'esistenza di caratteristiche strutturali. La maggior parte della loro luminosità è prodotta da stelle giganti e stelle di piccola massa ancora in sequenza principale. In questo tipo di galassie non vi è pressoché traccia di polvere e gas freddo, e quindi recente formazione stellare.

Le galassie a spirale sono composte da un bulge centrale, strutturalmente simile ad una galassia ellittica, e da un disco stellare. Inoltre, sono presenti una serie di bracci, dalla caratteristica forma a spirale, che contengono la maggior parte del gas freddo e della polvere e nei quali avviene la formazione di nuove stelle.

Le galassie lenticolari, chiamate anche galassie S0, sono formate da un luminoso disco stellare, ma non contengono significative quantità di materiale interstellare come gas neutro, gas molecolare e polvere. Nel diagramma di Hubble si trovano, per questi motivi, tra le galassie ellittiche e le spirali.

Il problema della determinazione delle masse galattiche è decisamente complesso e ciò è dovuto al fatto che, come si vedrà tra poco, le galassie contengono un'importante quantità di materia di natura ignota e che non interagisce con la radiazione elettromagnetica.

Premesso questo, ci proponiamo, in questa sezione, di presentare due metodi (uno per galassie a spirale e uno per galassie ellittiche) che consentono di ricavare una stima, seppur non molto precisa, delle masse galattiche.

### 4.1 Galassie a spirale

Il metodo principale utilizzato per avere una stima della massa di una galassia a disco consiste nell'analisi della forma della sua curva di rotazione: un grafico che mostra

l'andamento della velocità di rotazione della materia in funzione della distanza dal centro della galassia.

Come si è detto in precedenza, le galassie a spirale contengono, in generale, una buona frazione di gas (dal 5% al 20% della massa totale), la maggior parte del quale è idrogeno allo stato neutro. Lo spin dell'elettrone e quello del protone, all'interno di un atomo di idrogeno neutro che si trova nello stato fondamentale, possono essere, uno rispetto all'altro, paralleli o anti-paralleli. La differenza di energia tra questi due stati corrisponde ad una frequenza di 1420.4 MHz. Perciò, le transizioni tra questi due livelli energetici di struttura iperfine danno luogo ad una riga spettrale alla lunghezza d'onda di 21.044 cm. Gli studi della riga a 21 cm hanno permesso di indagare molto più a fondo le proprietà fisiche e dinamiche del mezzo interstellare, per questo riveste un ruolo di estrema importanza in astrofisica. Nel caso specifico della determinazione della massa, è noto che le galassie a spirale sono costituite da un sottile disco di idrogeno neutro, che si estende molto oltre il disco stellare. Dalle osservazioni di questo disco è possibile, mediante lo spostamento Doppler della riga a 21 cm, risalire alla velocità con cui il gas ruota attorno al centro della galassia e conoscere quindi la forma della curva di rotazione per distanze alle quali non sono più effettuabili misurazioni delle velocità radiali stellari.

Dal momento che le galassie possono essere considerate sistemi dinamicamente stabili, è ragionevole supporre che la materia al loro interno sia soggetta a due accelerazioni, tra loro in equilibrio: l'accelerazione centripeta e quella gravitazionale, rispettando dunque l'equazione

$$\frac{v_{rot}^2}{r} = \frac{GM(r)}{r^2} \quad \text{da cui} \quad M(r) = \frac{v_{rot}^2}{G} r$$

Possiamo discutere il caso specifico della nostra galassia, dal momento che si sono ottenuti risultati del tutto simili per le altre galassie a spirale.

L'andamento della velocità di rotazione dipende dalla distribuzione di densità all'interno della galassia. Supponendo che la distribuzione di materia segua quella della luminosità, ci si aspetta che la velocità aumenti linearmente con la distanza dal centro in corrispondenza del bulge, e che raggiunga un valore massimo e si mantenga più o meno costante nelle regioni che corrispondono al disco stellare, fin quasi all'orbita solare.

Nella nostra galassia, la densità del disco decresce secondo una legge esponenziale, per cui gran parte della massa si trova entro il raggio dell'orbita solare. Oltre l'orbita del Sole ci si aspetta di osservare una caduta *Kepleriana* della curva di rotazione, ovvero una decrescita di  $v_{rot}(r)$  come  $r^{-1/2}$ . Le osservazioni indicano però una cosa molto diversa: la curva di rotazione appare piatta fino oltre 30 Kpc. Ciò implica che, anche molto oltre la fine del disco di stelle, la massa continua ad aumentare linearmente con la distanza. Questo fatto sembra indicare l'esistenza di materia non visibile che contribuisce però alla massa totale della galassia. Un simile risultato è emerso anche dalle osservazioni delle altre galassie a spirale e ciò porta a concludere che queste strutture siano circondate da un alone, di forma sferoidale, composto per lo più da materia di natura sconosciuta, che interagisce gravitazionalmente ma non con la radiazione. Tale materia di cui si ipotizza l'esistenza è chiamata *materia oscura*.

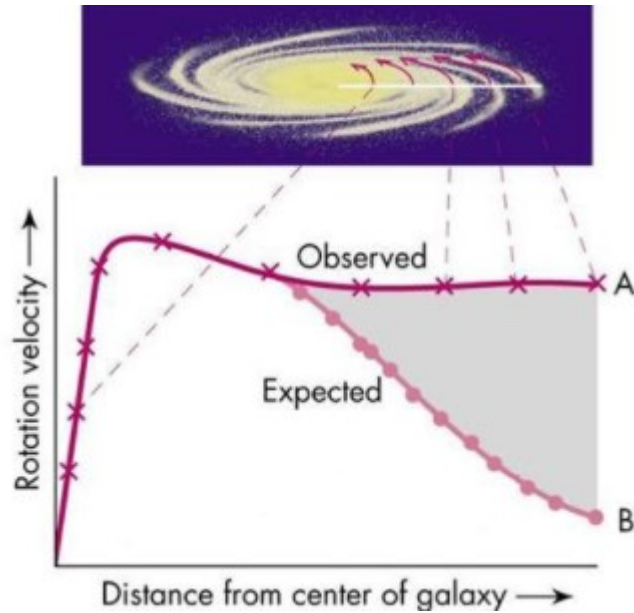


Figura 3: Differenza tra la curva di rotazione osservata e quella prevista, tenendo conto della sola distribuzione di stelle e gas

Riguardo alla composizione della materia oscura sono state fatte diverse ipotesi. In particolare, si pensa che almeno una parte di tale massa sia composta da materia barionica, probabilmente oggetti non visibili che si trovano nell'alone. A questi oggetti ci si riferisce mediante l'acronimo MACHOs (*M*Assive *C*ompact *H*alo *O*bjects). Si tratterebbe di oggetti come stelle di neutroni, stelle nane brune e altri corpi dotati di massa ma non luminosi, che è però possibile osservare mediante l'effetto del *microlensing gravitazionale*, monitorando sorgenti luminose di background. Tutti questi oggetti, insieme a eventuali nubi di polvere o gas neutro difficile da osservare, costituirebbero solo una minima percentuale della massa che occorre per spiegare la forma delle curve di rotazione.

Tra gli scienziati, non tutti sono convinti dell'esistenza della materia oscura, nonostante diversi fatti sembrano indicarne la presenza. Alcuni, per spiegare la discrepanza tra previsioni teoriche e dati sperimentali, hanno proposto una teoria della gravitazione modificata, sostenendo quindi che la gravitazione Newtoniana non sarebbe ovunque valida ma necessiti di una correzione (trascurabile nell'ambito di fenomeni comuni sulla Terra).

Preso atto di questo, l'ultima equazione ci permette quindi, in base alla forma della curva di rotazione, di ricavare la massa entro un determinato raggio. Dai calcoli emerge che la massa della nostra galassia entro il raggio dell'orbita solare (8.5 Kpc) è pari a circa  $10^{11} M_{\odot}$ , mentre la massa della materia oscura sembra essere circa 10 volte superiore.

## 4.2 Galassie ellittiche

Le galassie ellittiche sono formate, per lo più, da gas molto caldo e stelle vecchie, dalla luce tipicamente rossa. Il fatto che non siano presenti stelle giovani è dovuto alla scarsa presenza di gas freddo. A causa di questo fatto, non è possibile utilizzare, per

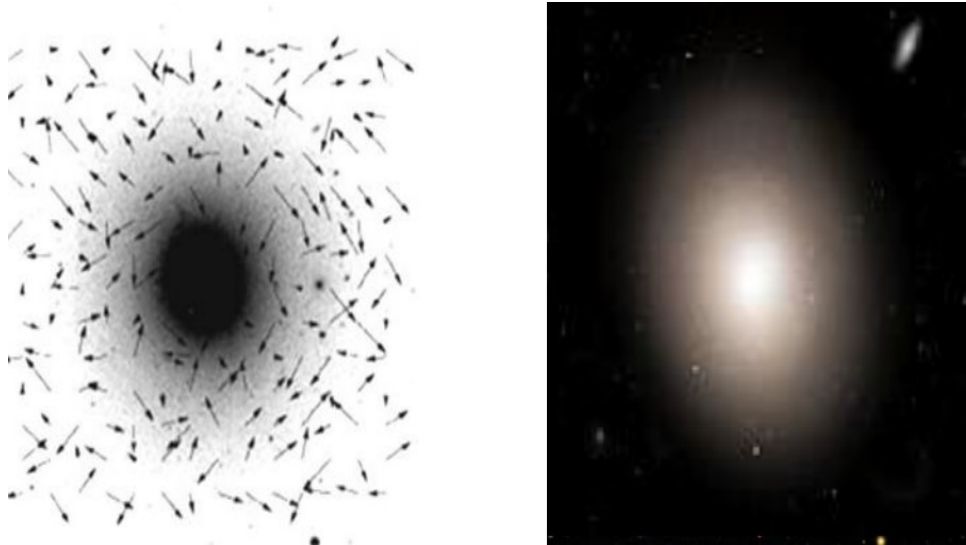


Figura 4: Le frecce mostrano le direzioni dei vettori delle velocità stellari. Non c'è un piano orbitale preferenziale.

le galassie ellittiche, l'osservazione della forma della curva di rotazione come metodo per la determinazione della loro massa, come si è visto per le galassie a spirale.

In generale, determinare la massa di una galassia ellittica è più complicato che per una galassia a disco. È doveroso specificare che esistono diversi modi per stimare la massa di galassie ellittiche, alcuni molto sofisticati e specifici, la cui scelta varia a seconda delle caratteristiche della galassia in questione. In questa sezione, vogliamo limitarci a presentare un metodo più semplice, valido in linea di principio per tutte le galassie ellittiche, tramite il quale, però, si raggiungono risultati più approssimati.

Per prima cosa, si noti come le galassie, specie quelle ellittiche, siano sistemi per i quali si può tranquillamente supporre che abbiano raggiunto l'equilibrio dinamico, ed è noto che un qualunque sistema all'equilibrio obbedisce al *teorema del viriale*. Per un sistema autogravitante, la forma scalare del teorema del viriale si può scrivere

$$2T = -U \quad \text{ovvero} \quad T = \frac{1}{2}|U|$$

A questo punto, occorre introdurre una quantità fondamentale per lo studio di queste galassie. Due sono le grandezze con cui si analizza la cinematica di una galassia: la dispersione di velocità, quantità che misura i moti disordinati delle stelle, e la velocità di rotazione. Nelle galassie a spirale, le stelle orbitano attorno al centro galattico percorrendo traiettorie ellittiche, che giacciono più o meno tutte sul piano del disco. Il moto di rotazione ordinato prevale quindi sui moti caotici delle singole stelle. Nelle galassie ellittiche invece non c'è un piano orbitale; le stelle sono distribuite su orbite di forme e inclinazioni diverse, da cui scaturisce un'elevata dispersione delle velocità. Questa differenza risulta evidente dal confronto delle Fig. 4 e 5, in cui appaiono una galassia ellittica e una galassia a disco nelle quali sono state messe in risalto le velocità delle stelle lungo le rispettive traiettorie.

La dispersione delle velocità stellari, indicata con  $\sigma$ , è una quantità caratterizzante delle galassie ellittiche ed esprime la dispersione statistica delle velocità delle stelle attorno al valore medio. Nelle galassie a disco questo valore è molto basso,

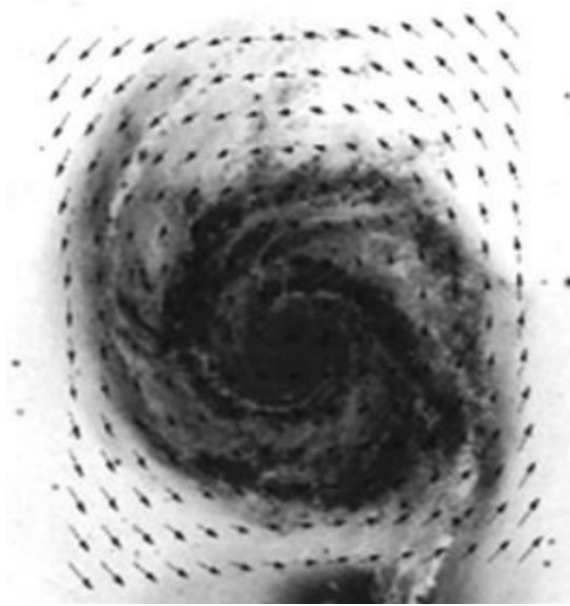


Figura 5: La figura mostra una galassia a spirale osservata perpendicolarmente al disco, che è chiaramente il piano su cui giacciono tutte le orbite stellari. In galassie di questo tipo, quindi, la dispersione delle velocità è nettamente inferiore alla velocità media di rotazione

intorno ai 20 Km/s, mentre nelle galassie ellittiche varia da 100 a 400 Km/s. La dispersione di velocità aumenta proporzionalmente con il potenziale gravitazionale, quindi con la massa. Perciò, dallo studio della dispersione di velocità è possibile, attraverso il teorema del viriale, avere una stima della massa della galassia.

Se si osserva una riga in assorbimento, questa sarà la sovrapposizione dei contributi individuali delle singole stelle, ognuna delle quali genera una riga shiftata proporzionalmente alla sua velocità radiale. La riga nello spettro è la somma di tutti i contributi lungo a linea di vista. Il profilo di tale riga può essere, in prima approssimazione, rappresentato mediante una funzione gaussiana, la cui FWHM rappresenta la dispersione delle velocità delle stelle lungo la linea di vista.

Tornando al teorema del viriale, possiamo notare che, siccome le galassie ellittiche, specie quelle di dimensioni maggiori, sono sistemi che ruotano lentamente, l'energia cinetica  $T$  delle stelle può essere espressa come

$$T = \sum_i m_i \frac{v_i^2}{2}$$

Nella maggior parte dei casi però, non è possibile conoscere le velocità delle singole stelle, e comunque spesso ciò che si osserva è soltanto la componente radiale delle velocità (tramite effetto Doppler), perciò la formula così scritta non è direttamente applicabile ai casi astrofisici. Generalmente, è necessario fare delle assunzioni, che permettono di scrivere l'energia cinetica in modo diverso. Ad esempio, si può supporre che la distribuzione delle velocità delle stelle all'intero della galassia sia isotropa, ovvero di avere la stessa dispersione di velocità che si misura lungo la linea di vista anche nelle due direzioni ortogonali. A questo punto si può affermare che

$$T = \sum_i m_i \frac{v_i^2}{2} = \frac{3}{2} M_{tot} \langle v_{\parallel}^2 \rangle$$

L'ultima espressione può essere utilizzata per galassie ellittiche, utilizzando  $\sigma^2$  misurata lungo la linea di vista. In questo modo, dal teorema del viriale, si ottiene

$$3M_{tot}\sigma^2 = \frac{G(M_{tot})^2}{R_{cl}}$$

ovvero

$$M_{tot} = \frac{3\sigma^2 R_{cl}}{G}$$

dove  $R_{cl}$  è una stima del raggio medio della galassia. Se la galassia con cui si lavora è approssimabile ad un sistema sferico, si potrà inserire un valore medio  $R_{cl}$  appropriato.

In certi casi, la geometria del sistema non permette di (o non è ragionevole) approssimare la galassia ad un oggetto sferico. In queste situazioni si preferisce inserire nella formula il parametro  $R_e$ , noto come *raggio effettivo* e definito come il raggio entro il quale viene emessa metà della luminosità totale della galassia (per la quale andrà specificato l'intervallo di lunghezze d'onda di riferimento).

È particolarmente importante far notare che, il metodo qui illustrato, oltre ad essere decisamente semplice, è approssimativo e basato su alcune assunzioni, prima fra tutte la richiesta di avere una distribuzione isotropa delle velocità stellari. Studi degli anni precedenti hanno dimostrato come, in generale, le galassie ellittiche siano sistemi triassiali, ovvero non schiacciati dalla rotazione, pertanto l'isotropia della distribuzione di velocità delle stelle è una condizione che deve essere volta per volta verificata tramite osservazioni.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Appunti corso Astronomia, Prof. Cimatti.
- [2] Appunti corso Astrofisica Extragalattica, Prof. Ciotti.
- [3] Karttunen, *Fundamental Astronomy*, Springer, 2006.
- [4] J. Gribbin, *Enciclopedia di Astronomia e Cosmologia*, Garzanti, 1998.
- [5] Enciclopedia Cambridge, *Astronomia*, Editori Laterza, 1981.
- [6] Treccani, *Enciclopedia delle scienze fisiche, vol. 3*, 1995.
- [7] Treccani, *Enciclopedia delle scienze fisiche, vol. 5*, 1995.
- [8] K. Lang, *Essential Astrophysics*, Springer, 2013.
- [9] M. Longair, *Galaxy Formation*, Springer, 2008.
- [10] *Galactic Structure*, University of Chicago, 1965
- [11] Peter Schneider, *Extragalactic Astronomy*, Springer, 2006.