

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA CIVILE**

**DICAM**

*Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali*

**TESI DI LAUREA**

in

Calcolo Automatico delle Strutture L.S.

**ANALISI LINEARE E NON LINEARE**

**DI SILOS SPIRALATI IN ACCIAIO**

**PER IL CONTENIMENTO DI**

**MATERIALI SCIOLTI**

CANDIDATO

Alberto Capellari

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Ing. Francesco Ubertini

CORRELATORI:

Dott. Ing. Stefano de Miranda

Ing. Luca Carnevali

Anno Accademico 2009/10

Sessione II



# Indice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUZIONE.....</b>   | <b>7</b>  |
| <b>1. PROBLEMATICHE STRUTTURALI DI SILOS METALLICI<br/>SPIRALATI PER LO STOCCAGGIO DI MATERIALI SCIOLTI.....</b> | <b>9</b>  |
| 1.1. LIPP SILOS, “SPIRALLY RING STIFFENED SILOS” .....   | 9         |
| 1.2. ALTRE TIPOLOGIE DI SILOS .....  | 13        |
| 1.2.1. Silos con pareti lisce in acciaio, “Rolled steel plate silos” .....                                       | 13        |
| 1.2.2. Silos con irrigidimenti verticali o circonferenziali, “Stringer or ring<br>stiffened silos” .....         | 13        |
| 1.2.3. Silos con pareti ondulate, “Corrugated silos” .....   | 14        |
| 1.2.4. Silos a pianta rettangolare .....   | 15        |
| 1.3. PROBLEMATICHE PROGETTUALI GENERALI.....   | 17        |
| 1.3.1. Aspetti strutturali critici .....   | 17        |
| 1.3.2. Pressioni sulle pareti verticali dei silos .....  | 21        |
| 1.3.2.1. Aspetti fenomenologici e di ricerca per la loro definizione .....                                       | 21        |
| 1.3.2.2. Aspetti progettuali .....   | 23        |
| <b>2. INTERAZIONE TRA INSILATO E STRUTTURA.....</b>  | <b>31</b> |
| 2.1. AZIONE DELL’INSILATO.....   | 31        |
| 2.1.1. Proprietà meccaniche dell’insilato .....  | 31        |
| 2.1.2. Azioni sulle pareti verticali dei silos snelli .....  | 34        |
| 2.1.2.1. Pressioni simmetriche durante il processo di riempimento e<br>scarico .....                             | 34        |
| 2.1.2.2. Pressioni non simmetriche durante il processo di riempimento e<br>scarico .....                         | 36        |
| 2.1.3. Azioni sulle pareti verticali dei silos mediamente snelli e tozzi.....                                    | 40        |
| 2.1.3.1. Pressioni simmetriche durante il processo di riempimento e<br>scarico .....                             | 40        |
| 2.1.3.2. Pressioni non simmetriche durante il processo di riempimento e<br>scarico .....                         | 42        |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.1.4. Azioni sulle pareti verticali dei silos molto tozzi.....  | 43        |
| 2.1.5. Definizione analitica delle azioni sulle pareti verticali dovute<br>all'insilato .....  | 44        |
| 2.1.5.1. Pressioni dovute all'insilato su silos snelli.....  | 44        |
| 2.1.5.1. Pressioni dovute all'insilato su silos mediamente snelli .....  | 48        |
| 2.2. AZIONE DEL VENTO .....  | 51        |
| 2.2.1. Aspetti normativi .....   | 51        |
| 2.2.2. Definizione analitica della sollecitazione del vento.....   | 54        |
| 2.2.2.1. Pressione del vento per silos snelli.....   | 54        |
| 2.2.2.2. Pressione del vento per silos mediamente snelli .....   | 55        |
| 2.3. AZIONE DELLA NEVE .....   | 58        |
| 2.4. AZIONE SISMICA.....   | 58        |
| 2.4.1. Pressione addizionale normale alla parete dovuta al sisma.....  | 58        |
| 2.4.2. Valutazione della sicurezza e azione sismica.....   | 60        |
| 2.4.3. Spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti<br>orizzontali.....  | 62        |
| 2.4.4. Definizione analitica della pressione addizionale $\Delta p_{h,s}$ .....  | 65        |
| 2.4.4.1. Pressione addizionale per silos snelli .....  | 65        |
| 2.4.4.2. Pressione addizionale per silos mediamente snelli.....  | 68        |
| 2.5. COMBINAZIONI DI CARICO.....   | 70        |
| 2.5.1. Silos pieno a inizio scarico [I-SLU].....   | 70        |
| 2.5.2. Silos vuoto sollecitato dall'azione del vento [II-SLU].....   | 70        |
| 2.5.3. Silos pieno sollecitato dall'azione sismica [III-SLV] .....   | 71        |
| <b>3. SILOS SPIRALATI: ANALISI STRUTTURALE LINEARE E<br/>VALIDAZIONE ANALITICA.....</b>  | <b>73</b> |
| 3.1. SILOS SPIRALATI SNELLI .....  | 73        |
| 3.1.1. Analisi statica della struttura e verifica di resistenza.....   | 77        |
| 3.1.2. Analisi sismica della struttura e verifica di resistenza .....  | 83        |
| 3.2. SILOS SPIRALATI MEDIAMENTE SNELLI.....  | 85        |
| 3.2.1. Analisi statica della struttura e verifica di resistenza.....   | 87        |
| 3.2.2. Analisi sismica della struttura e verifica di resistenza .....  | 91        |
| 3.3. VALIDAZIONE ANALITICA DEI RISULTATI NUMERICI OTTENUTI DALL'ANALISI<br>F.E.M. ....   | 95        |
| 3.3.1. Risultati numerici ottenuti dall'analisi F.E.M. di un guscio cilindrico<br>perfetto con materiale elastico lineare e isotropo ..... | 95        |
| 3.3.1.1. Influenza dei Lipp.....   | 97        |
| 3.3.1.2. Taratura di un modello isotropo equivalente.....  | 99        |
| 3.3.2. Validazione analitica: gusci cilindrici sollecitati in regime di<br>assialsimmetria.....  | 103       |

|   |            |
|---|------------|
| 3.3.2.1. Equazione differenziale della linea elastica di ogni generatrice.  | 103        |
| 3.3.2.2. Integrale generale e integrali particolari.....  | 108        |
| <b>4. PROBLEMATICHE DI STABILITÀ GLOBALE DELL'EQUILIBRIO</b>  | <b>117</b> |
| 4.1. VALUTAZIONE DELLA TENSIONE DI MERIDIANO CRITICA DI PROGETTO .....  | 117        |
| 4.1.1. <i>Stabilità dei gusci in parete sottile compressi uniformemente secondo l'asse.....</i>                                     | <i>118</i> |
| 4.1.2. <i>Tensione critica di progetto .....</i>  | <i>125</i> |
| 4.2. VALUTAZIONE DELLA TENSIONE DI PARALLELO CRITICA DI PROGETTO .....  | 127        |
| 4.2.1. <i>Stabilità dei gusci in parete sottile compressi uniformemente secondo il parallelo.....</i>                               | <i>127</i> |
| 4.2.2. <i>Tensione critica di progetto .....</i>  | <i>130</i> |
| 4.2.3. <i>Instabilizzazione delle pareti sotto il carico del vento.....</i>   | <i>131</i> |
| 4.3. STABILITÀ DI GUSCI CILINDRICI SOLLECITATI DA CARICHI COMBINATI.....  | 133        |
| 4.4. TOLLERANZE GEOMETRICHE RELATIVE ALL'INSTABILITÀ .....  | 135        |
| 4.3.1. <i>Ovalizzazione .....</i>   | <i>135</i> |
| 4.3.2. <i>Eccentricità accidentali e imperfezioni.....</i>  | <i>136</i> |
| <b>5. ANALISI DI STABILITÀ LOCALE PER SILOS SPIRALATI.....</b>  | <b>137</b> |
| 5.1. PREMESSA .....   | 137        |
| 5.2. MODELLAZIONE NUMERICA AGLI ELEMENTI FINITI (F.E.M.).....   | 138        |
| 5.2.1. <i>Definizione del Local Shell Model .....</i>   | <i>138</i> |
| 5.2.2. <i>Applicazione dei carichi per la definizione del criterio di verifica....</i>  | <i>142</i> |
| 5.3. METODOLOGIA DI ANALISI .....   | 145        |
| 5.4. DOMINI DI INTERAZIONE RESISTENTI.....  | 148        |
| 5.4.1. <i>Domini di interazione <math>\sigma_x - \sigma_y</math> .....</i>  | <i>149</i> |
| 5.4.2. <i>Domini di interazione <math>\tau - \sigma_y</math> e <math>\tau - \sigma_x</math> .....</i>                               | <i>155</i> |
| 5.4.3. <i>Verifica di stabilità locale per stati tensionali ottenuti da diversi valori di accelerazione al suolo.....</i>           | <i>157</i> |
| 5.4.4. <i>Sviluppo tridimensionale dei domini di interazione.....</i>   | <i>163</i> |
| 5.5. VALUTAZIONE DELLA SENSIBILITÀ DEL MODELLO NEI CONFRONTI DELLA TIPOLOGIA DI CARICO: CARICO CONSERVATIVO E NON CONSERVATIVO..... | 164        |
| 5.6. INFLUENZA DELLA NON LINEARITÀ GEOMETRICA E DEL LEGAME COSTITUTIVO.....   | 169        |
| 5.7. SENSIBILITÀ DEL L.S.M. ALLE IMPERFEZIONI.....  | 172        |
| 5.8. VALUTAZIONE DEL CONTRIBUTO RESISTENTE FORNITO DALLA CURVATURA.....   | 175        |
| 5.9. INFLUENZA SUL L.S.M. DEGLI IRRIGIDIMENTI VERTICALI .....   | 177        |
| <b>CONCLUSIONE.....</b>   | <b>185</b> |
| <b>RINGRAZIAMENTI .....</b>   | <b>187</b> |

**BIBLIOGRAFIA ..... 189**

# Introduzione

Tale elaborato di tesi si prefigge di studiare attraverso analisi in ambito lineare e non lineare un particolare tipo di silos metallici a pianta circolare definiti “Lipp silos” o “Spirally ring stiffened silos”. Le tappe fondamentali dell’itinerario che hanno portato a nuovi risultati scientifici spendibili in un processo di verifica strutturale di tali silos, mai studiati così nello specifico fin al giorno d’oggi, hanno previsto un approfondimento preliminare sulla tipologia di azioni, seguendo le più aggiornate normative europee, per passare alla più precisa valutazione di quale sia lo schema strutturale più idoneo per rappresentare tali silos. Validati analiticamente i risultati numerici ottenuti, si è passati allo studio della loro principale problematica, ovverosia, la stabilità delle volute in fase di scarico dell’insilato. Lo scopo pertanto di questa tesi è quello di ottenere degli strumenti di verifica completi che riguardino tutte le problematiche strutturali dei silos spiralati e in particolar modo nei confronti della stabilità locale.

Entrando nello specifico:

- Il *Primo Capitolo* presenta in primo luogo le caratteristiche e le modalità costruttive dei Lipp silos elencandone i pregi e confrontando tale tipologia strutturale con quelle probabilmente di maggior impiego. Si passa, quindi, a trattare delle problematiche strutturali generali e di definizione del carico relativamente all’insilato, valide per qualsiasi tipologia di silos.
- Il *Secondo Capitolo* presenta la metodologia di definizione di tutte le azioni che lo stesso comporta sulle pareti e sulla eventuale tramoggia. Vengono quindi definiti i carichi dovuti al vento e alla neve. Infine si riporta uno studio dettagliato sull’azione sismica e si definiscono le diverse combinazioni di carico. Tali analisi vengono infine applicate su due tipologie di silos di interesse, quali un silo snello e uno mediamente snello.
- Il *Terzo Capitolo* presenta l’analisi lineare statica computazionale della struttura e la verifica sia in ambito statico che sismico per lo stesso silo snello e mediamente snello. Si è valutata l’influenza irrigidente fornita dai Lipp e si è tarato un modello isotropo di spessore equivalente. Si è passati infine alla giustificazione

analitica dei risultati numerici relativamente al caso di un guscio cilindrico ideale a spessore uniforme realizzato con materiale omogeneo ed isotropo delle dimensioni relative ai silos citati in precedenza.

– Il *Quarto Capitolo* presenta un preliminare studio sull'instabilità di gusci cilindrici ideali sollecitati da carichi lungo il meridiano, circonferenziali e combinati. Tale analisi ha permesso quindi di acquisire familiarità con tale problematica strutturale fornendo una guida concettuale per la definizione della strategia da seguire per la definizione della tipologia di verifica per il particolare caso dei silos spiralati. Di particolare importanza è risultato lo studio dei gusci cilindrici sollecitati da carichi combinati come nel caso dei silos.

– Il *Quinto Capitolo* presenta l'attività di ricerca svolta per capire quale fosse, in primo luogo, lo schema strutturale e di carico più idonei per cogliere la problematica di stabilità locale delle volute d'acciaio e in un secondo momento lo strumento di verifica, trovando la soluzione nei domini di interazione. Si sono pertanto condotte analisi non lineari in grandi spostamenti valutando i diversi aspetti che influiscono sulla forma degli stessi. Nello specifico si è valutato in primo luogo lo schema strutturale e le tipologie di carico da applicare idonei a cogliere i fenomeni di instabilità sia in condizioni di carico assialsimmetriche che non assialsimmetriche. A tale scopo quindi si sono considerate tre spire pensando di cogliere tale problematica nella voluta centrale mentre le volute superiore e inferiore hanno la sola funzionalità di fornire la condizione al contorno. Il fenomeno di instabilità infatti avviene in una generica voluta non nota a priori. Si è quindi individuata la metodologia di analisi trovando risposta nell'analisi non lineare statica. Tale analisi incrementale pertanto si fonda sul metodo di Newton – Raphson. Si sono quindi realizzati domini di iterazione congiungendo quei punti sui piani  $\sigma_x - \sigma_\theta$ ,  $\tau - \sigma_x$  e  $\tau - \sigma_\theta$  corrispondenti alla situazione in cui si formano delle plasticizzazioni che portano la struttura a diventare labile. Si è infine valutata la sensibilità del modello a diversi fattori quali la tipologia di carico, l'imperfezione sulla parte centrale delle volute, il raggio di curvatura, la presenza di irrigidimenti verticali. Inoltre si è valutata la forma del dominio nel caso venga rimossa l'ipotesi di piccoli spostamenti mantenendo la sola non linearità del legame costitutivo e viceversa.

# 1. Problematiche strutturali di silos metallici spiralati per lo stoccaggio di materiali sciolti

## 1.1. Lipp silos, “Spirally ring stiffened silos”

Il silo spiralato, detto anche Lipp, è un silo metallico e circolare realizzato direttamente sul luogo d’installazione grazie ad uno speciale sistema costruttivo a spirale che realizza un’aggraffatura a doppia piegatura esterna ed una parete interna liscia, figura 1.



**Figura 1:** Processo di realizzazione dell’aggraffatura

Il silo Lipp viene costruito *in situ* con l'uso di macchine speciali che, grazie alla loro tecnologia, possono realizzare i diametri dei corpi cilindrici dei silos da 2,70 [m] fino a 25,00 [m] e fino a 40 [m] di altezza. Tali macchine speciali, figura 2, eseguono automaticamente la calandratura e l’aggraffatura dei bordi dei rotoli di acciaio e formano il mantello cilindrico elicoidalmente, mediante lo srotolamento di bobine di acciaio. Le macchine speciali Lipp uniscono i bordi dei rotoli di acciaio, formando il cilindro con all’esterno un’aggraffatura a doppia piegatura e all’interno una parete diritta e liscia. Il tetto del silo viene costruito direttamente in officina ed è costituito da una struttura metallica in lamiera di acciaio

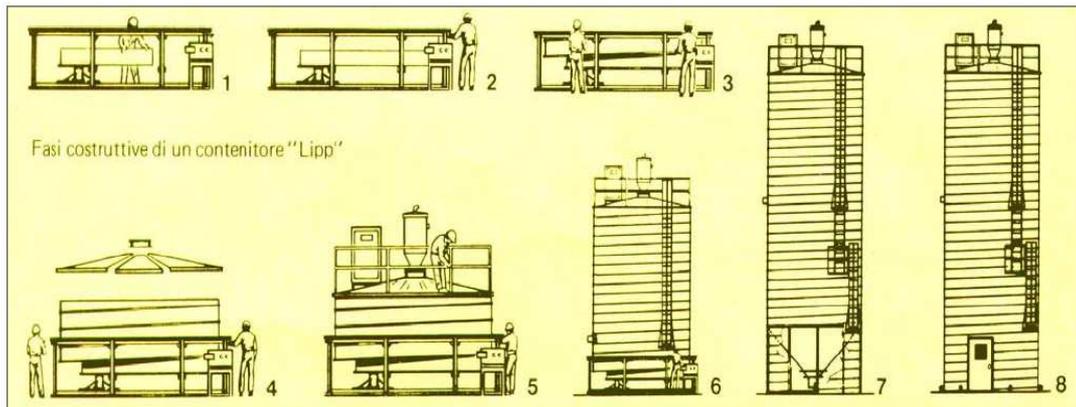
pressopiegata. Esso viene opportunamente dimensionato e calcolato in modo da sopportare anche i sovraccarichi accidentali.



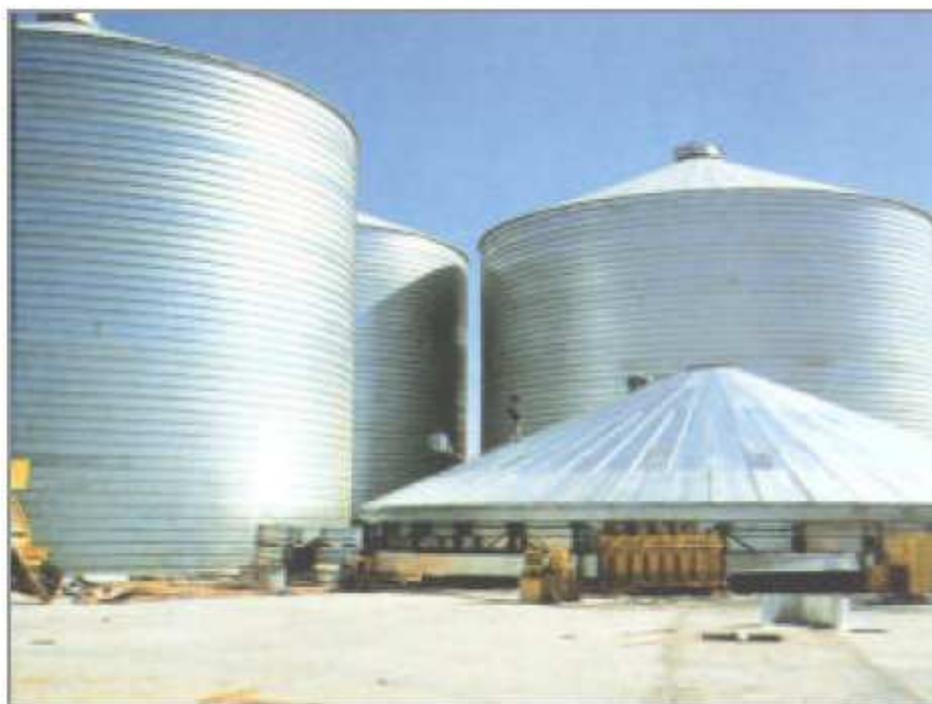
**Figura 2:** Macchina per la realizzazione dei silos spiralati

Nel dettaglio le fasi costruttive, riportate anche in figura 3, sono

- *Fase 1:* srotolamento del rotolo di lamiera.
- *Fase 2:* introduzione del foglio di lamiera nella macchina profilatrice che una volta avviata fa scorrere il foglio di lamiera profilando in modo spiroidale il coil lungo l'anello circonferenziale di diametro predeterminato.
- *Fase 3:* scorrendo lungo l'anello, il bordo inferiore della prima spirale si aggancia con il bordo superiore della spirale che segue, senza nessun fermo nel processo di costruzione, una seconda macchina, procede alla aggraffatura a doppia piegatura, formando il cilindro.
- *Fase 4 e 5:* montaggio della copertura e delle infrastrutture previste sulla copertura stessa (bocchelli, boccaporti, sistemi di filtrazione, tubazioni, ecc.), figura 4.
- *Fase 6:* innalzamento del silo così formato fino all'altezza desiderata, continuando nella costruzione spirale la formazione del mantello cilindrico del silo. Dopodiché il silo viene fatto scendere a terra dal telaio e fissato al basamento in cemento.
- *Fase 7 e 8:* montaggio di eventuali tramogge metalliche di scarico poste sottogonna od eventuali attrezzature se previste.



**Figura 3:** Fasi costruttive



**Figura 4:** Fasi costruttiva 4 e 5

Il silo spiralato Lipp non impiega bulloni sul suo mantello cilindrico, pertanto l'eventuale ruggine che generalmente si forma nei punti in cui si avvita il bullone sul pannello di lamiera, viene completamente eliminata. Il fissaggio per i pannelli del tetto pressopiegati e per l'attacco degli stessi al mantello cilindrico è stato studiato in modo che i bulloni non siano esposti agli agenti atmosferici.

In generale lo spessore dell'acciaio utilizzato nella realizzazione dei corpi cilindrici dei silos Lipp va da un minimo di 1,5 [mm] ad un massimo di 4,0 [mm] e questa possibilità è dovuta alla particolare profilatura costruttiva della spirale che permette

l'impiego di spessori così alti che naturalmente vanno a vantaggio della robustezza del manufatto e della possibilità di poter realizzare contenitori più capaci. I silos ondulati non possono utilizzare spessori così alti perché la profilatura dei pannelli e la successiva calandratura intaccherebbero tutta la zincatura riportata sul nastro di lamiera.

Il silo Lipp presenta all'interno la parete liscia e questo riveste grande importanza in quanto si evitano i ristagni di polvere e prodotto, che generalmente si formano sulle onde dei silos grecati, che sono fonte di muffe contaminanti e nidi di insetti di ogni tipo. Si può, infatti, passare dallo stoccaggio del grano a quello dell'orzo a quello del mais, della segale, dell'avena, della soia senza dover fare costosissimi e laboriosi lavori di lavaggio all'interno dei silos. Inoltre, fatto estremamente importante, si può passare addirittura allo stoccaggio di polveri come farine, cruscami, zucchero, caffè, semi di cotone, inerti ecc. senza particolari modifiche, basta attrezzare il silo di un apposito estrattore. Il silo Lipp, infine, a differenza del silo con pannelli ondulati si presta ad essere usato in qualsiasi settore dello stoccaggio alla rinfusa; vale a dire non solo agro-alimentare ma anche inerti (come cemento, carbone, gesso e carbonati), fanghi, biomasse, prodotti chimico - plastici e liquidi in genere.

Il silo Lipp può essere realizzato a completa tenuta stagna, questo vantaggio, oltre a darci la possibilità di poter insilare anche prodotti liquidi è molto importante anche se si pensa alla disinfestazioni dei cereali. Infatti, la disinfestazione dei cereali con "gas tossici" (tipo "photoxin") è proibita per gli effetti nocivi che essi avrebbero sul prodotto e pertanto è sempre più adottato, in tutto il mondo, il sistema di conservazione di cereali con gas inerti tipo azoto o anidride carbonica.

Con il sistema di costruzione dei silos a spirale si possono usare indifferentemente tutte le leghe metalliche pressopiegabili: acciaio inossidabile, acciaio zincato, acciaio nero verniciato, alluminio; perciò oltre ad offrire la possibilità all'utilizzatore di scegliersi il tipo di metallo con cui crede più opportuno realizzare il contenitore (vedi aspetto estetico, licenze edilizie, belle arti, caratteristiche chimico-fisiche del prodotto da insilare ecc.) dà la possibilità di impiegare questi contenitori davvero per tutti i prodotti stoccabili alla rinfusa siano liquidi che solidi. La praticità, inoltre, del sistema costruttivo permette interventi rapidi in qualsiasi luogo a costi decisamente competitivi.

## 1.2. Altre tipologie di silos

### 1.2.1. Silos con pareti lisce in acciaio, “Rolled steel plate silos”

Le più comuni strutture per lo stoccaggio di materiali sciolti sono realizzate con pareti in acciaio lisce ottenute da *coils* saldati. Allo stesso modo vengono anche realizzate le tramogge anche nel caso in cui le pareti siano invece realizzate da lamiere ondulate dette “*corrugated sheets*”. In genere le tramogge sono realizzate da lamiere di acciaio molto sottili e in stato tensionale biassiale.



**Figura 5:** Silos con pareti lisce saldate

### 1.2.2. Silos con irrigidimenti verticali o circonferenziali, “Stringer or ring stiffened silos”

Spesso sono utilizzati sia irrigidimenti verticali che circonferenziali. In generale si può verificare come gli irrigidimenti verticali, *stringer stiffened silos*, siano molto più efficaci rispetto ai *ring stiffened silos* al fine di prevenire i problemi di stabilità dell’equilibrio causati dai carichi di compressione che nascono per attrito tra insilato e pareti.



**Figura 6:** “*Stringer stiffened silos*”

Da risultati di ricerche scientifiche [41] si ha che i gusci cilindrici rinforzati all'esterno sono maggiormente sensibili alle imperfezioni rispetto a quelli che prevedono degli irrigidimenti verticali interni.

La presenza di tali irrigidimenti verticali consente al silos di essere apprezzabilmente molto meno sensibile alle imperfezioni tale per cui si giunge al  $70 \div 95$  % del valore ottenuto dalla teoria classica dei gusci cilindrici.

### ***1.2.3. Silos con pareti ondulate, “Corrugated silos”***

I silos di media o piccola dimensione sono spesso realizzati con lamiere ondulate, *corrugated silos*. Le più comuni applicazioni prevedono l'impiego di tali lamiere in cui l'ondulazione è nella direzione circonferenziale. Generalmente si impiegano gli irrigidimenti verticali, come mostrato in figura, tranne nei casi in cui le altezze siano minori di 6 [m]. Nel momento in cui si utilizzano irrigidimenti verticali, devono essere in grado di sostenere integralmente i carichi verticali in quanto la lamiera collaserebbe per valori molto inferiori rispetto al carico massimo che dovrebbero sopportare. Per silos molto tozzi, negli ultimi anni, sono state realizzate pareti con lamiere ondulate, in cui l'ondulazione è nella direzione verticale. In questi casi sono richiesti dei rinforzi circonferenziali per sostenere i carichi interni, mentre la resistenza a carichi di compressione viene di poco incrementata.



**Figura 7:** “*Corrugated silos*” con irrigidimenti verticali

#### ***1.2.4. Silos a pianta rettangolare***

Il progetto e la *performance* dei silos metallici a pianta rettangolare sono molto differenti da quelli cilindrici. Innanzitutto il progetto di tali silos è spesso a favore di sicurezza a causa del fatto che non si riesce a definire in modo analitico la soluzione di tale problema strutturale, in altri termini non è ben nota la relazione carico – spostamento e la loro interazione. Ciò che maggiormente sottolinea la mancanza di conoscenza è che da prove sperimentali si ottengono risultati in termini di resistenza migliori di quelli di calcolo.

Si può affermare che tale forma non è quella maggiormente efficiente poiché le azioni esterne sono equilibrate non da sforzi membranali, come nel caso di silos cilindrici, ma da azioni flessionali. Questo fatto comporta che a parità di spessore della parete, i silos a pianta rettangolare mostrano una minore resistenza e rigidità di quelli cilindrici. Per ottenere la stessa resistenza si necessitano pertanto di spessori maggiori che ne incrementano il costo che tuttavia risulta in parte compensato dal processo produttivo e di trasporto poiché le lamine di acciaio non necessitano di ulteriori lavorazioni come invece avviene nel caso di quelli cilindrici.

Si fa notare infine che la peculiarità di tali silos sono gli angoli. In corrispondenza degli stessi sesso si ha accumulo di insilato e la possibile conseguente corrosione. Questo fatto può diventare un importante criterio di progetto. Nonostante tali aspetti negativi spesso sono usati in quanto si riesce ad ottimizzare l'occupazione dello spazio.

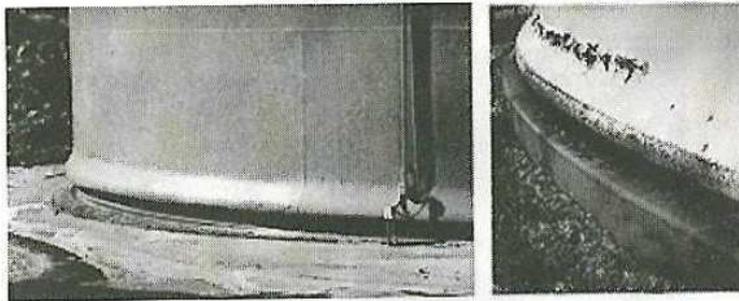


**Figura 8:** Silos a pianta rettangolare

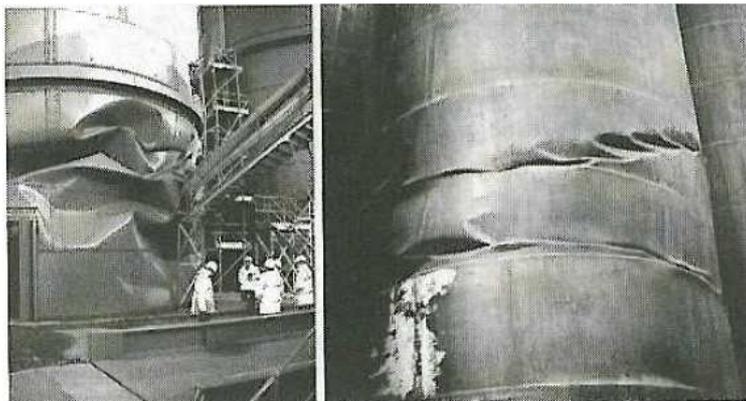
## 1.3. Problematiche progettuali generali

### 1.3.1. Aspetti strutturali critici

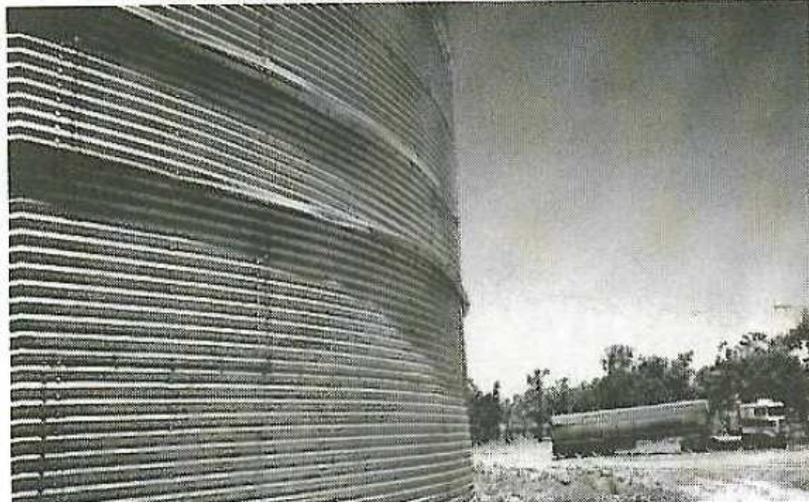
I silos metallici sono una tipologia strutturale, all'interno della classe delle strutture a guscio, che riveste particolare interesse dal punto di vista della ricerca scientifica proprio per la loro complessità. Sono infatti l'unione di diverse tipologie di guscio, quali le pareti cilindriche, la copertura e la tramoggia coniche che portano a correlare diverse problematiche strutturali. Basti pensare che le sole pareti dei silos sono sollecitate da azioni abbastanza incerte e ancora scarsamente note soprattutto per gli aspetti sismici. Entrando maggiormente nello specifico, esse sono sollecitate da azioni di tipo tangenziale a causa della presenza di attrito tra parete e grani che comportano problemi di stabilità dell'equilibrio per le stesse, essendo, come noto, tali strutture sensibili alle imperfezioni. In particolare le diverse forme di instabilità riscontrate *in situ* per diverse tipologie di silos possono essere individuate da zone concentrate in prossimità del vincolo alla base, ad esempio per silos con pareti isotrope, figure 9 e 10, oppure collassi locali come nel caso di silos con pareti ondulate o dei Lipp silos, figura 11 e 12.



**Figura 9:** Collasso per instabilità [19]



**Figura 10:** Collasso per instabilità sotto carichi di compressione [19]



**Figura 11:** Collasso per instabilità per silos con pareti ondulate [19]

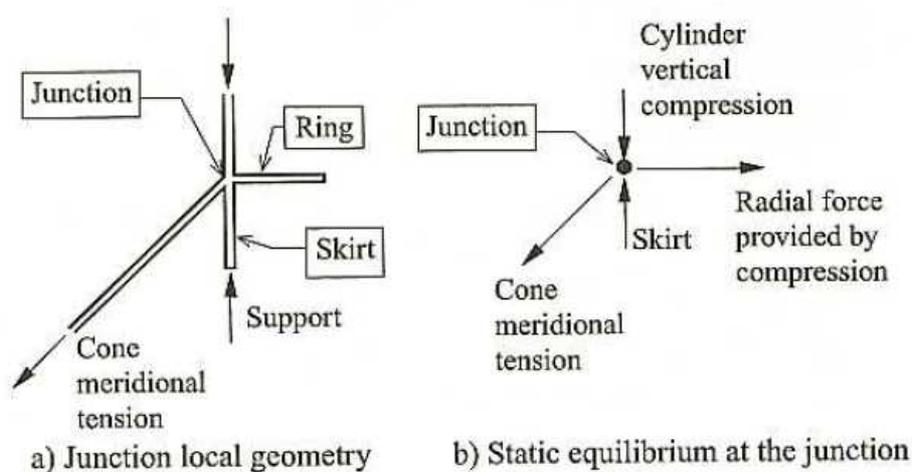


**Figura 12:** Collasso locale per instabilità per Lipp silos [19]

Tuttavia, la pressione interna e la rigidezza dell'insilato nel caso in cui rimanga in una condizione di stazionarietà riducono tale sensibilità quando è presente anche un carico di compressione. Spesso può accadere che i carichi perdano la loro assialsimmetria portando a problemi non-standard di stabilità a cui si aggiungono carichi concentrati essendo spesso tramoggiati e pertanto sostenuti da pilastri in acciaio. Infine la grande varietà delle soluzioni progettuali attuate al fine di ottenere un prodotto economicamente sostenibile senza venir meno alle esigenze strutturali, comporta lo studio di un grande *range* di problematiche relative alla meccanica delle strutture di interesse per la ricerca scientifica.

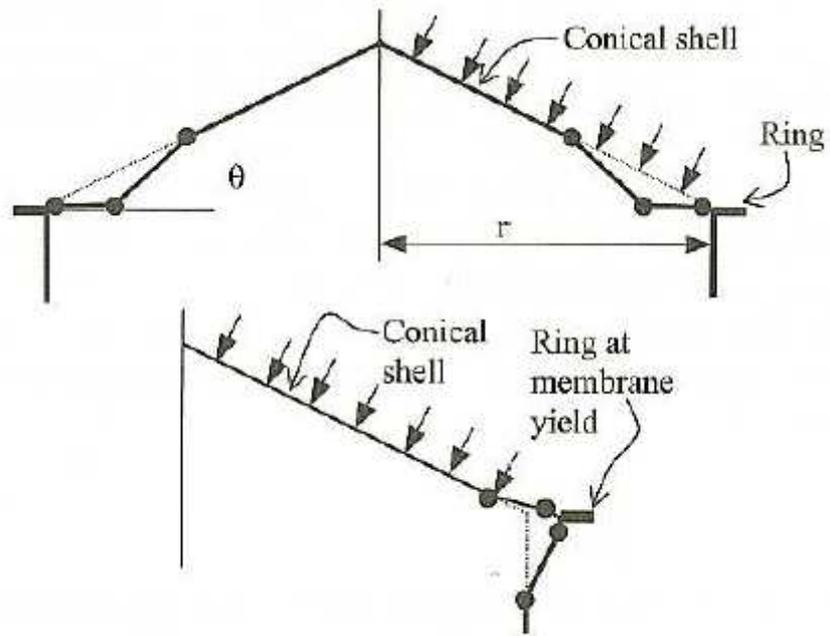
Nonostante, in genere, siano le pareti del silo a destare la maggiore attenzione anche la tramoggia, la copertura, le strutture ad anello di collegamento tra tramoggia e pareti rivestono particolare importanza in fase progettuale e di verifica.

In particolare la tramoggia è soggetta a uno stato di tensione biassiale essendo sollecitata da pressioni interne e di tipo attritivo per lo scorrimento dell'insilato sulla sua superficie interna stessa. Risulta essere un elemento strutturale molto efficiente in quanto sollecitato solamente in regime membranale. La pressione normale alla parete del silo induce sia tensioni circonferenziali che dirette secondo il meridiano, mentre l'azione dovuta all'attrito induce solo azioni dirette secondo il meridiano. Nella parte più bassa della tramoggia tutti i carichi sono di minore intensità. Leggermente più elevati sono i valori di tensione circonferenziale. Tutti i carichi verticali devono passare per la tramoggia sollecitando le unioni della trave ad anello dalle azioni dirette secondo il meridiano. Infatti il collegamento tra le pareti verticali e la tramoggia è realizzato tramite un anello che ha lo scopo di assorbire le tensioni radiali di trazione a cui è soggetta la tramoggia, portando alla formazione di tensioni circonferenziali di compressione nell'anello stesso, figura 13 rendendolo così suscettibile a problemi di instabilità, e di ridistribuire le forze concentrate provenienti dai pilastri.



**Figura 13:** Sollecitazioni sulla trave ad anello [19]

Infine la copertura è realizzata con una semplice lamiera per silos di piccoli diametri e con lamiere pressopiegate per silos e serbatoi di grande diametro. Tali strutture presentano diversi potenziali modi di collassare, figura 14, e può partecipare attivamente ai problemi di instabilità dovuti al vento quando il silo è vuoto, figura 15.



**Figura 14:** Potenziali modalità di collasso della copertura [19]

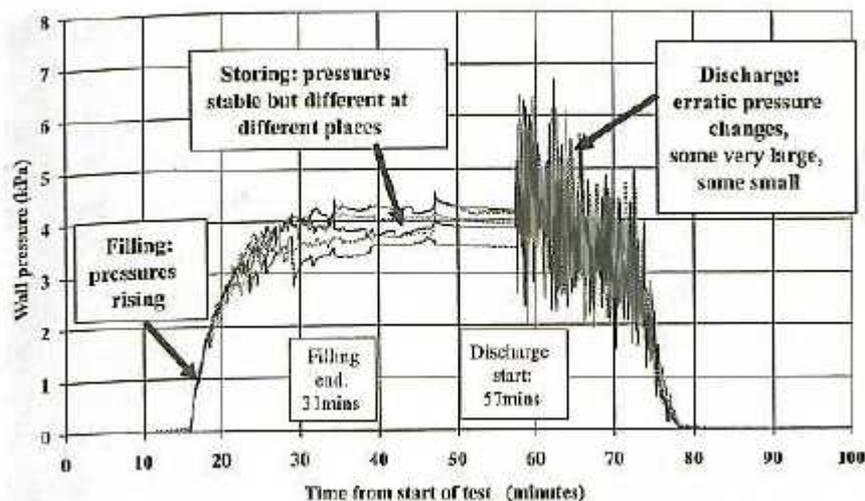


**Figura 15:** Buckling dovuto al vento in cui è coinvolta anche la copertura [19]

### 1.3.2. Pressioni sulle pareti verticali dei silos

#### 1.3.2.1. Aspetti fenomenologici e di ricerca per la loro definizione

Nella maggior parte dei casi, le cause di collasso delle pareti dipendono dallo stato tensionale indotto in zone concentrate dall'insilato. Da questa considerazione discende la necessità di conoscere gli aspetti fenomenologici riguardanti la pressione sulla parete dei silos. In primo luogo è possibile distinguere una fase stazionaria in seguito al riempimento, in cui, pertanto, l'insilato si trova in condizioni statiche, e una fase di scarico in cui l'insilato è invece in movimento, rappresentabile nel tempo come in figura 16.

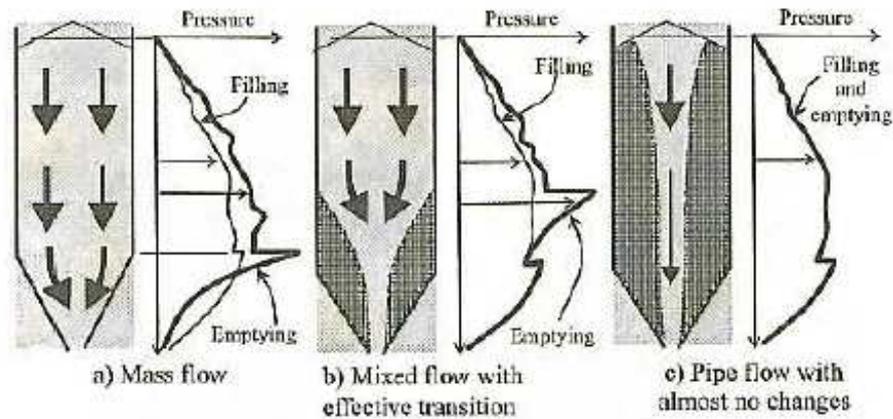


**Figura 16:** Andamento delle pressioni sulle pareti verticali nel tempo [19]

Si fa presente inoltre che il valore delle pressioni dovute al processo di scarico sono fortemente dipendenti dalla fenomenologia dello stesso processo, come rappresentato nella seguente figura 17 e riportate nel dettaglio nel seguente paragrafo, comportando delle difficoltà nella loro definizione, rimanendo così spesso una questione insoluta.

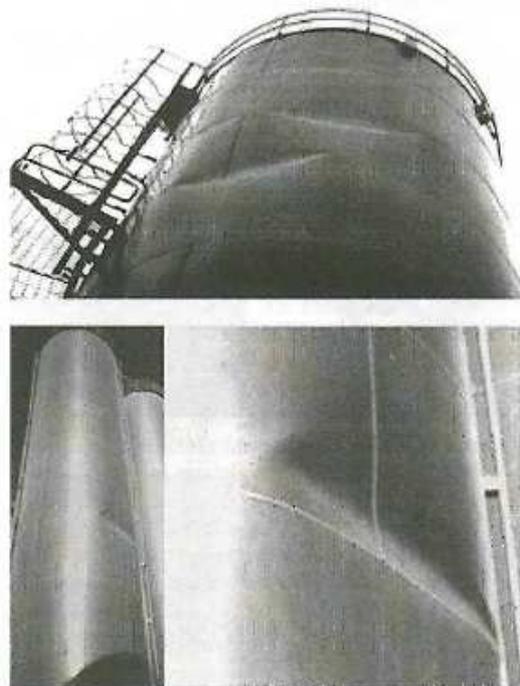
La ricerca scientifica sulla definizione dell'andamento delle pressioni fa uso sia di campagne sperimentali che di metodi analitici e computazionali ma ciascuno di questi metodi spesso non sono in grado di cogliere alcuni importanti aspetti. Le prime difficoltà si riscontrano per la difficoltà di riprodurre in laboratorio strutture in scala reale che comporta dei limiti nella definizione delle azioni stesse. Largamente utilizzati sono i modelli computazionali sia agli elementi finiti, che trattano di problemi al continuo, che *discret element*, che considerano la singola particella di insilato, ma in entrambi i casi non sono in grado di definire in modo completo la fenomenologia del processo di scarico e quindi la definizione completa

delle pressioni sulle pareti. Infine i modelli analitici che servono per descrivere le pressioni sono molto semplificativi ma costituiscono una base importante anche per le normative.



**Figura 17:** Fenomenologia dello scarico [19]

Infine è importante sottolineare i problemi relativi allo scarico eccentrico dell'insilato. Infatti quando lo scarico avviene in adiacenza alla parete si generano pressioni non simmetriche che costituiscono la causa principale dei diversi problemi di buckling, figura 18.



**Figura 18:** Buckling dovuto allo scarico eccentrico [19]

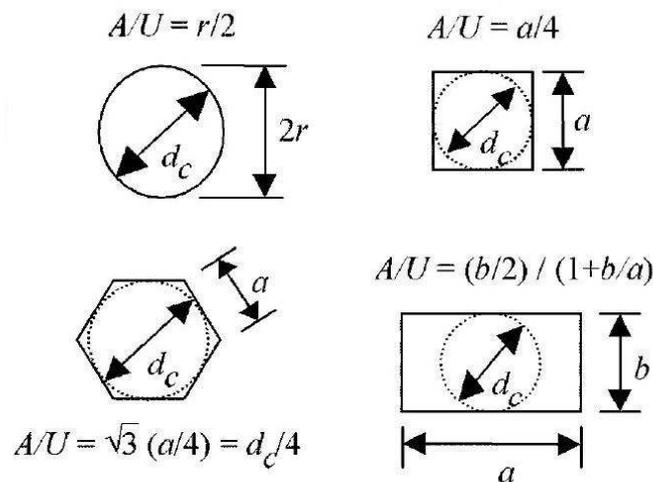
### 1.3.2.2. Aspetti progettuali

Affinché sia assicurato il corretto dimensionamento e progetto dei silos, è necessario che vengano rispettate le seguenti restrizioni per quanto concerne

a. *caratteristiche geometriche*: la forma della sezione trasversale del silo deve rispettare le indicazioni riportate in figura 19, tuttavia può essere accettata una piccola variazione delle stesse purché siano considerate le conseguenze strutturali legate a tale cambiamento. Si devono inoltre applicare le seguenti limitazioni geometriche

$$\begin{aligned} h_b/h_c &< 10 \\ h_b &< 100m \\ d_c &< 60m \end{aligned} \quad (1)$$

Gli standard identificati nelle normative per il progetto di tali strutture sono validi se la tramoggia è di forma conica (condizione assial-simmetrica), piramidale con base quadrata oppure a forma di cuneo, infatti per altre tipologie e per silos che presentano un'elevata asimmetria dal punto di vista geometrico si rendono necessari criteri progettuali studiati *ad hoc*;

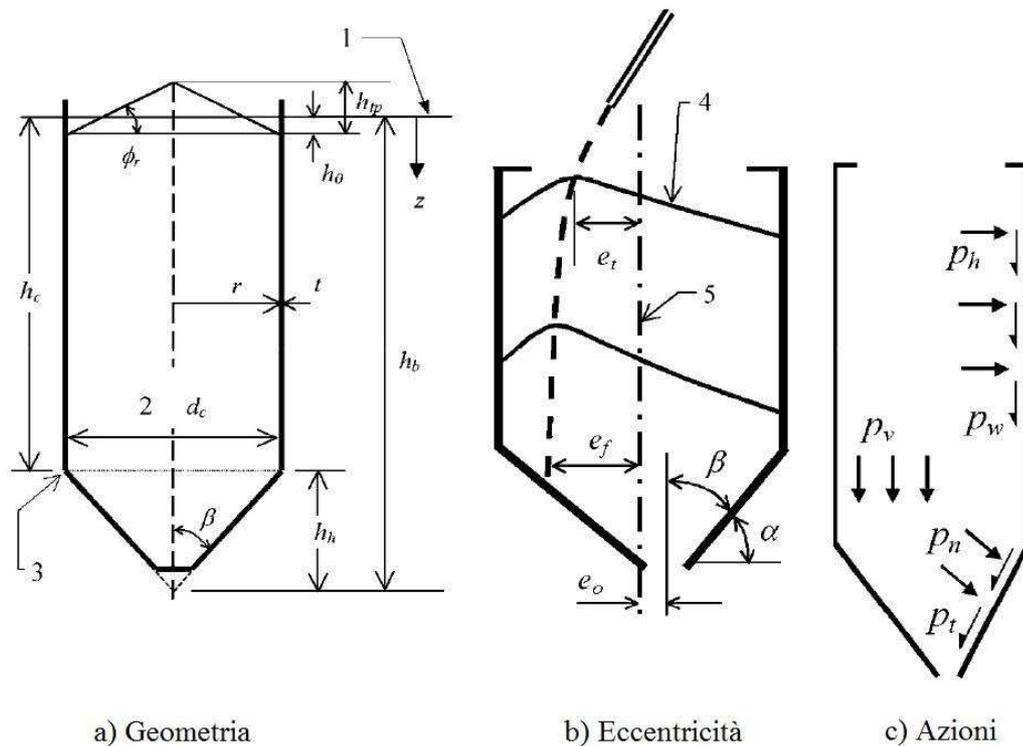


**Figura 19:** Forma della sezione trasversale [5]

Dove:

A = area della sezione trasversale del silo;

U = perimetro interno della sezione trasversale del silo;



**Figura 20:** Caratteristiche geometriche e aspetti di notazione [5]

- b. *materiali immagazzinati*: ogni silo è progettato per una definita tipologia di materiale insilato. Si deve garantire che esso possa fluire liberamente all'interno del silo come da progetto. Inoltre si deve verificare che il diametro maggiore del materiale insilato non sia maggiore a  $0,03d_c$  (figura 19), infatti, qualora la dimensione delle particelle abbiano una larghezza comparabile con lo spessore della parete del silo, risulta necessario tenere in conto della pressione locale delle stesse;
- c. *metodi di riempimento e scarico*: il riempimento deve comportare pressioni e effetti inerziali sulle pareti trascurabili.

Le azioni sui silos possono essere determinate tenendo conto della struttura del silos, delle proprietà del materiale insilato e in base a che forma assume lo stesso durante lo scarico, figura 21. Si devono inoltre tenere in conto delle incertezze concernenti le forme in cui defluisce il materiale durante lo scarico, dell'influenza delle eccentricità che si creano durante i processi di carico e scarico, dell'influenza della forma del silo sul tipo di forma di deflusso del materiale e infine delle pressioni variabili nel tempo legate al riempimento e scarico. I carichi simmetrici sono espressi attraverso una pressione orizzontale  $p_h$  nella parte interna del silo

sulle pareti verticali, una pressione normale alla superficie della tramoggia  $p_n$ , da un'azione tangenziale di tipo attritivo sulle pareti verticali,  $p_w$ , e sulle pareti della tramoggia  $p_t$  e infine una pressione verticale  $p_v$ . Quando i carichi sulle pareti verticali dei silos, dovuti al riempimento o allo scarico del materiale insilato, hanno piccole eccentricità, si possono rappresentare attraverso un carico simmetrico e un carico anti-simmetrico correttivo in termini di pressione locale orizzontale  $p_h$  sulla parte interna del silo stesso. Se invece le eccentricità sono elevate, i carichi possono essere rappresentati da distribuzione di pressione non simmetriche, attraverso pressioni orizzontali  $p_h$  e azioni tangenziali di tipo attritivo sulle pareti  $p_w$  come definito nei seguenti paragrafi.

Il valore caratteristico delle azioni sui silos è preso pari al valore che ha la probabilità del 2% di essere superato in un periodo di riferimento di un anno e non viene preso in base ad analisi statistiche formali poiché ad oggi non sono ancora disponibili.

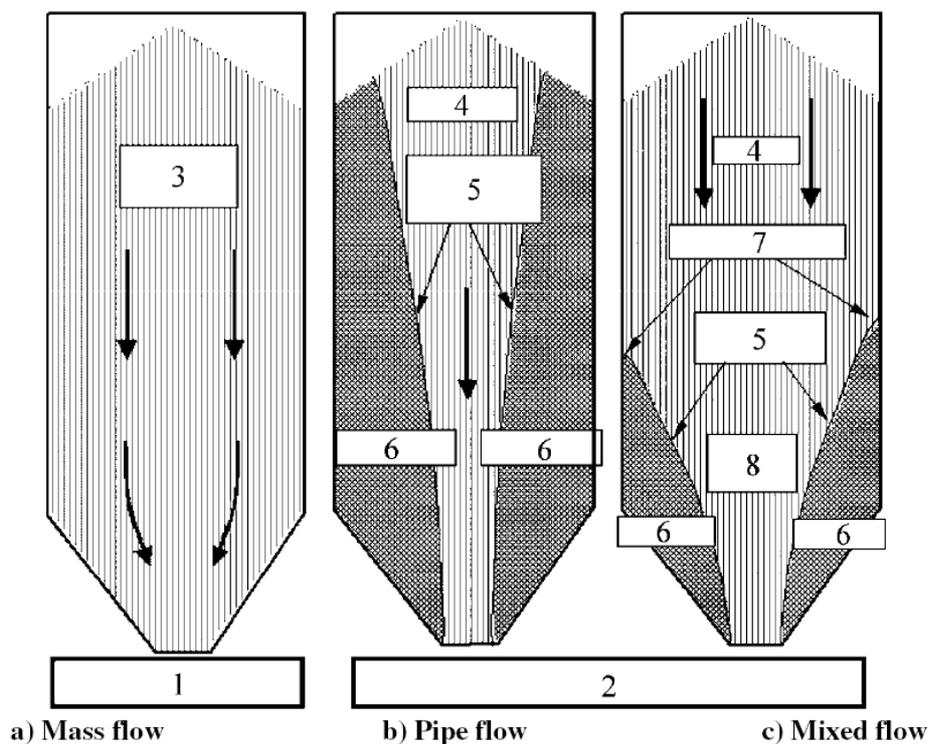
Il carico dovuto al materiale insilato viene classificato come carico variabile. I carichi eccentrici dovuti al riempimento o allo scarico eccentrico e i carichi simmetrici sono classificati come carichi variabili ma invariabili spazialmente mentre le azioni associate ai processi di riempimento e scarico sono assunte come carichi variabili anche spazialmente. Inoltre, per il corretto dimensionamento dei silos è necessario realizzare ulteriori accertamenti sull'affidabilità delle scelte strutturali e sulla sensibilità degli stessi silos, a differenti modi di rottura della struttura stessa. Infatti il loro progetto può essere portato a termine seguendo le richieste riportate nelle tre "Action Assessment Classes", AAC, che mirano a realizzare progetti in cui in ciascuna loro parte si cerca di avere lo stesso livello di rischio e a considerare il costo e le procedure necessarie per ridurre tale rischio per diverse strutture.

|       |  |
|-------|--|
| AAC 3 | <p>Silos con capacità maggiore a 10000 tonnellate<br/>           Silos con capacità maggiore a 1000 tonnellate che rispettano questi requisiti:</p> <p>a. scarico eccentrico con <math>\frac{e_0}{d_c} &gt; 0,25</math></p> <p>b. silos tozzi (<math>0,4 &lt; \frac{h_c}{d_c} \leq 1,0</math>) con eccentricità <math>\frac{e_t}{d_c} &gt; 0,25</math></p> |
| AAC 2 | Silos che non rientrano un altre categorie   |
| AAC 1 | Silos con capacità minore di 100 tonnellate  |

**Tabella 1:** Classificazione dei silos per l'imposizione delle azioni [5]

Esistono diverse situazioni progettuali di carico da considerare in relazione alle condizioni in cui si trova il materiale insilato:

- a. *silo completamente pieno;*
- b. *condizioni di carico definite dai processi di riempimento e scarico.* Si devono considerare le forme con cui defluisce il materiale durante lo scarico. Tali tipologie possono essere classificate nelle seguenti categorie
  - *mass flow:* deflusso in massa
  - *pipe flow:* deflusso cilindrico
  - *mixed flow:* deflusso di materiale di tipo intermedio tra quello cilindrico e in massa



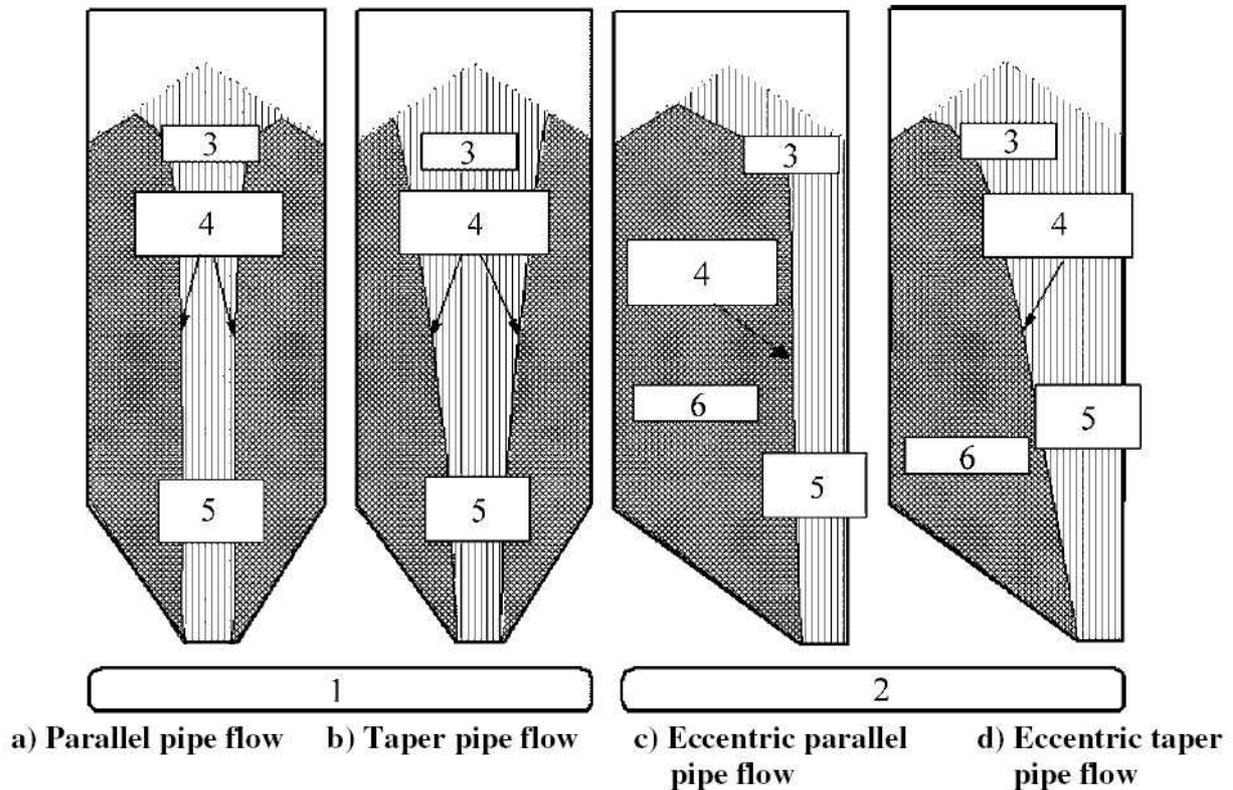
**Figura 21:** Tipologie di deflusso del materiale insilato [5]

Dove i numeri riportati in figura 21 hanno il seguente significato

- 1: deflusso in massa;
- 2: deflusso cilindrico;
- 3: materiale in moto;
- 4: deflusso;
- 5: superficie di confine;
- 6: materiale fermo;
- 7: zona di transizione effettiva;

8: tramoggia effettiva.

Qualora si verifichi un *pipe flow* possono essere trascurate le pressioni interne. Ne esistono di diversi tipi:



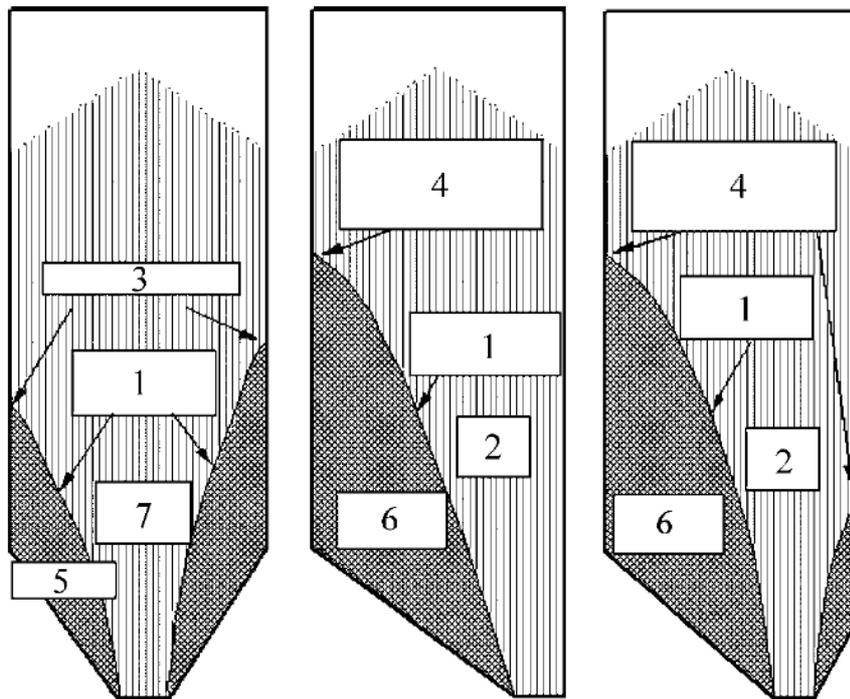
**Figura 22:** Tipologie di *pipe flow* [5]

Dove i numeri riportati in figura 22 hanno il seguente significato

- 1: deflusso cilindrico centrale;
- 2: deflusso cilindrico eccentrico;
- 3: deflusso;
- 4: superficie di confine;
- 5: canale di deflusso;
- 6: materiale fermo.

Quando si vengono a realizzare delle conformazioni non simmetriche, nel progetto si devono considerare speciali provvedimenti a causa del fatto che tali eccentricità portano alla formazione di carichi non simmetrici la cui trattazione specifica viene realizzata nel seguente capitolo.

Nel caso di *mixed flow* le configurazioni di deflusso che si possono venire a creare sono



a) Concentric mixed flow

b) Fully eccentric mixed flow

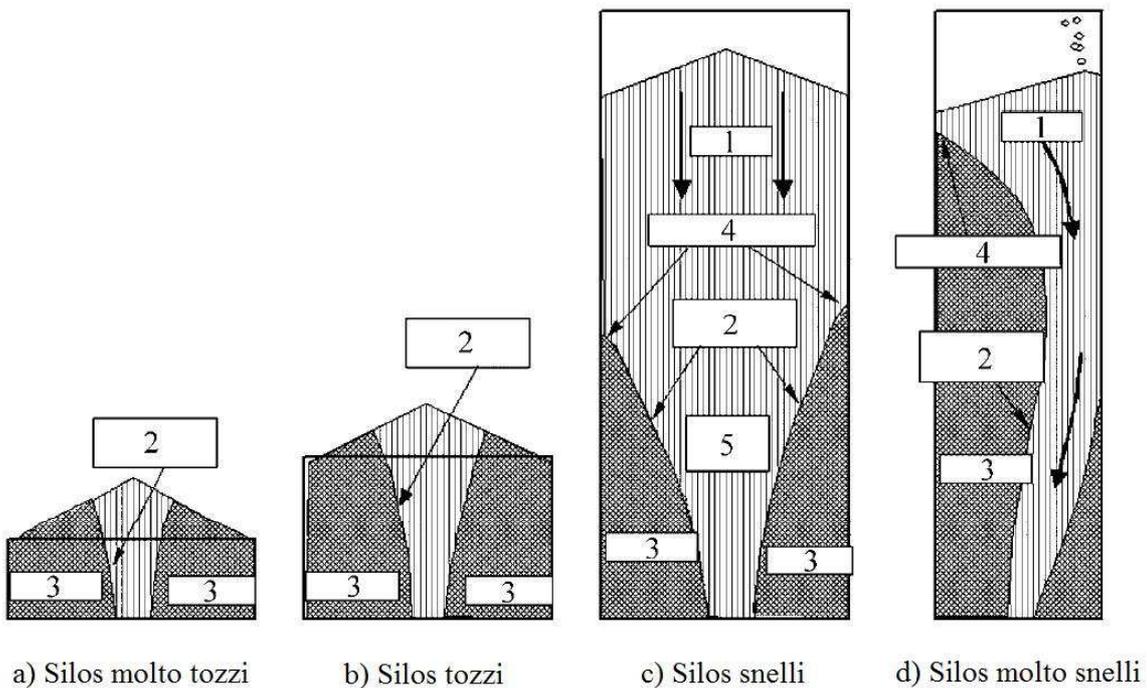
c) Partially eccentric mixed flow

**Figura 23:** Tipologie di *mixed flow* [5]

Dove:

- 1: superficie di confine;
- 2: area di deflusso;
- 3: area di transizione;
- 4: area di transizione che varia lungo la circonferenza del silo;
- 5: materiale fermo;
- 6: materiale fermo;

Quando i silos molto snelli sono caricati eccentricamente o dove, la segregazione porta ad avere diverse densità del materiale insilato in diverse parti del silo, si possono creare *pipe flow* o *mixed flow* asimmetrici, figura 24, di cui se ne deve tenere conto con apposite pressioni asimmetriche come riportato nel capitolo seguente.



**Figura 24:** Tipologie di deflusso per diverse tipologie di silos [5]

Dove:

- 1: area di deflusso;
- 2: superficie di confine;
- 3: materiale fermo;
- 4: zona di transizione effettiva;
- 5: tramoggia effettiva.

Le condizioni di carico principali, per il progetto ai diversi stati limite, sono definite dal carico e dallo scarico del materiale insilato. Tali situazioni sono

- massima pressione normale sulle pareti del silo;
- massima azione tangenziale dovuta all'attrito sulle pareti del silo;
- massima pressione verticale sul fondo del silo;
- massimo carico sulla tramoggia.

c. *Effetto della fatica:* si devono tenere in conto gli effetti della fatica qualora si debbano progettare silos che presentano più cicli di carico e scarico all'interno della stessa giornata. Un ciclo di carico corrisponde a un completo riempimento e svuotamento oppure per i silos in cui è prevista l'areazione, un ciclo di carico corrisponde alla completa areazione dei vari settori. Si deve considerare l'effetto della fatica anche quando i silos sono sollecitati da macchinari che vibrano.

d. *Azioni aggiuntive dovute al trasporto e al montaggio* (silos prefabbricati).



## **2. Interazione tra insilato e struttura**

### **2.1. Azione dell'insilato**

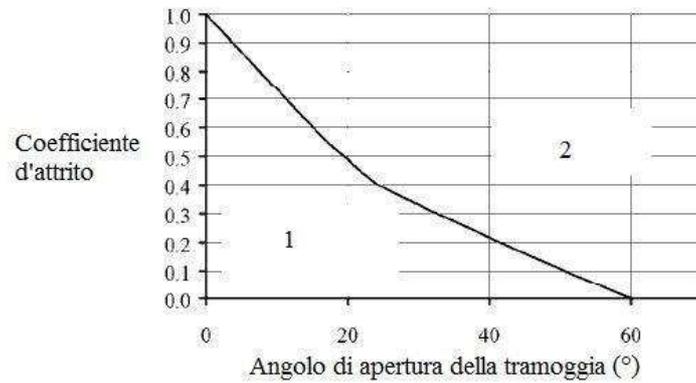
In questa trattazione si farà riferimento a silos metallici aventi struttura cilindrica. Sotto le usuali condizioni di carico, le pareti dei silos sono soggette ad azioni normali e tangenziali per effetto del materiale insilato. A seconda delle diverse tipologie di carico o di scarico, le azioni possono dare sollecitazioni molto differenti e di conseguenza anche la risposta strutturale subirà delle variazioni in accordo con esse.

#### ***2.1.1. Proprietà meccaniche dell'insilato***

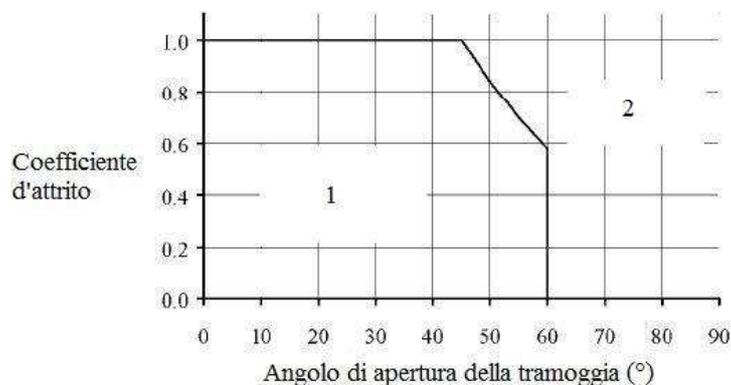
Per la valutazione delle azioni sui silos, si deve tenere in conto

- a. delle proprietà del materiale insilato;
- b. della variazione del coefficiente di attrito sulla parete del silo;
- c. della geometria del silo;
- d. dei metodi di riempimento e di scarico.

A favore di sicurezza non è lecito considerare eventuali contributi stabilizzanti sulle pareti del silo, forniti dalla rigidità del materiale insilato. Si possono inoltre trascurare in condizioni di esercizio gli effetti della deformazione sulle pareti provocati dal materiale insilato. Trascurando l'attrito interno del materiale, è possibile determinare la tipologia di deflusso in base al coefficiente di attrito tra il materiale e tramoggia e l'angolo di apertura della tramoggia stessa



a) Tramoggia di tipo conico



b) Tramoggia a cuneo

**Figura 25:** Variazione del coefficiente di attrito tra grano e tramoggia [5]

Dove

- 1: deflusso in massa;
- 2: deflusso cilindrico.

Note le proprietà meccaniche e fisiche dei materiali che verranno immagazzinati nei silos, in aggiunta si devono tenere in considerazione le seguenti problematiche

- a. non tutti i parametri sono costanti ma che in realtà dipendono dal livello tensionale o dalla tipologia di deformazione;
- b. effetti dipendenti dal tempo;
- c. variazione dei livelli di umidità, temperatura e cambiamenti chimico-fisici (fermentazione);
- d. effetti dinamici delle azioni;
- e. la duttilità o la fragilità dei materiali immagazzinati;
- f. effetti di corrosione e di abrasione del materiale sulla parete del silo;
- g. accumulo di depositi oleosi sulle pareti.

Il peso specifico  $\gamma$  può essere determinato in corrispondenza della situazione in cui in materiale si trova, dopo il riempimento, sollecitato dal massimo valore di pressione verticale  $p_{vft}$  (la cui espressione è definita in seguito). Per ottenere il valore caratteristico si deve moltiplicare tale valore per un coefficiente  $a_\gamma > 1,10$  .

Il coefficiente di attrito  $\mu$  tra materiale insilato e parete laterale può essere determinato in corrispondenza della situazione in cui in materiale si trova, dopo il riempimento, sollecitato dal massimo valore di pressione orizzontale  $p_{hfb}$  (la cui espressione è indicata definita in seguito). Per ottenere il valore caratteristico si deve moltiplicare tale valore per un coefficiente  $a_\mu > 1,10$  .

Il coefficiente di attrito interno  $\phi$  del materiale può essere determinato in corrispondenza della situazione in cui in materiale si trova, dopo il riempimento, sollecitato dal massimo valore di pressione verticale  $p_{vft}$  . Per ottenere il valore caratteristico si deve moltiplicare tale valore per un coefficiente  $a_\phi > 1,10$  .

Il coefficiente di spinta laterale  $K$  può essere determinato in corrispondenza della situazione in cui in materiale si trova, dopo il riempimento, sollecitato dal massimo valore di pressione verticale  $p_{vft}$  . Un valore approssimato dello stesso può essere determinato dalla relazione

$$K_m = 1,1(1 - \text{sen}\phi_m) \quad (2)$$

Per ottenere il valore caratteristico si deve moltiplicare tale valore per un coefficiente  $a_K > 1,10$  .

La coesione  $c$  del materiale insilato varia con la tensione di consolidamento applicata allo stesso. Essa può essere determinata in corrispondenza della situazione in cui in materiale si trova, dopo il riempimento, sollecitato dal massimo valore di pressione verticale  $p_{vft}$  .

Il coefficiente  $C_{op}$  per i carichi agenti su aree localizzate delle pareti dei silos, può essere determinato attraverso la tabella E1 [5]. In alternativa, per materiali che non rientrano in quella classificazione si può utilizzare la relazione:

$$C_{op} = 3,5a_\mu + 2,5a_k - 6,2 \quad (3)$$

In particolare i valori medi nel caso di mais e grano sono

|       | $\gamma$<br>[kN/m <sup>3</sup> ] | $\phi$<br>[°] | $a_\phi$ | $K$  | $a_K$ | $\mu$ | $a_\mu$ | $C_{op}$ |
|-------|----------------------------------|---------------|----------|------|-------|-------|---------|----------|
| Mais  | 8                                | 35            | 1,14     | 0,53 | 1,14  | 0,22  | 1,24    | 0,9      |
| Grano | 9                                | 34            | 1,12     | 0,54 | 1,11  | 0,24  | 1,16    | 0,5      |

**Tabella 2:** Valori medi delle caratteristiche meccaniche dell'insilato[5]

Pertanto, applicando le relazioni presentate all'interno di questo paragrafo si ha che i valori di progetto assumono i valori

|       | $\gamma$<br>[kN/m <sup>3</sup> ] | $\phi$<br>[°] | $K$    | $\mu$  | $C_{op}$ |
|-------|----------------------------------|---------------|--------|--------|----------|
| Mais  | 8                                | 35            | 0,6042 | 0,4464 | 0,9      |
| Grano | 9                                | 34            | 0,5994 | 0,4408 | 0,5      |

**Tabella 3:** Valori di progetto delle caratteristiche meccaniche dell'insilato [5]

### 2.1.2. Azioni sulle pareti verticali dei silos snelli

I carichi sulle pareti dei silos possono essere valutate in modo diverso in base alla snellezza del silos stesso. Per questo motivo vengono classificati come segue:

- a. *silos snelli:*  $2,0 \leq h_c/d_c$  ;
- b. *silos mediamente snelli:*  $1,0 < h_c/d_c \leq 2,0$  ;
- c. *silos tozzi:*  $0,4 < h_c/d_c \leq 1,0$  ;
- d. *silos molto tozzi:*  $h_c/d_c \leq 0,4$ .

In generale possiamo considerare che il carico sulle pareti verticali sia composto da una quotaparte di carico permanente, considerato simmetrico, e da una quotaparte di carico variabile che agisce su una specifica area della parete verticale contemporaneamente a quello permanente.

Le condizioni di carico relative ad elevate eccentricità vanno considerate non simultanee alla presenza dei carichi simmetrici e degli effetti localizzati e pertanto rappresentano una condizione di carico separata dalle precedenti.

#### 2.1.2.1. Pressioni simmetriche durante il processo di riempimento e scarico

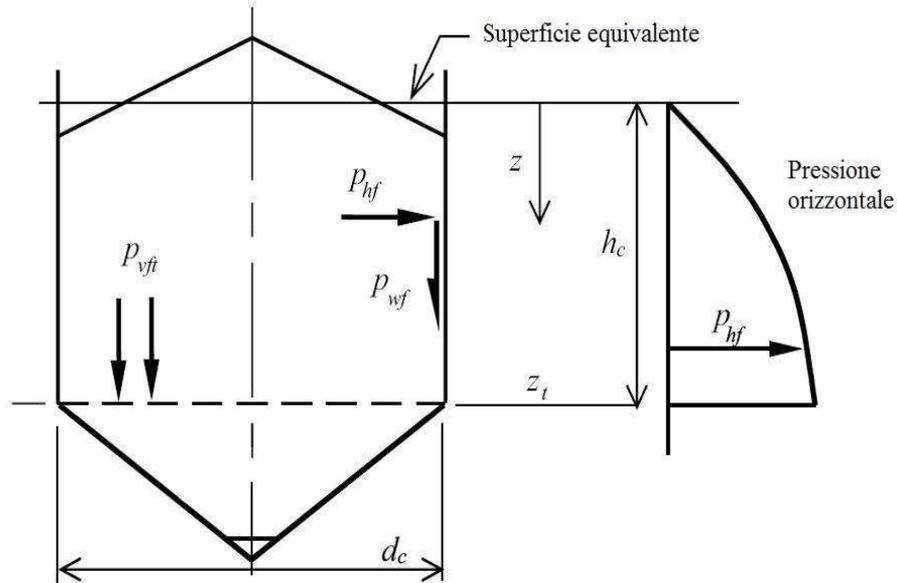
- a. *Processo di riempimento:* con riferimento alla figura 26, ai coefficienti e alle grandezze relativi ai materiali immagazzinati riportati nel paragrafo precedente, si

possono determinare i carichi simmetrici dovuti al materiale insilato e durante il processo di carico come segue

$$p_{hf}(z) = \gamma \cdot K z_0 (1 - e^{-z/z_0}) \quad (4)$$

$$p_{wf}(z) = \mu \cdot \gamma K z_0 (1 - e^{-z/z_0}) \quad (5)$$

$$p_{vfi}(z) = \gamma z_0 (1 - e^{-z/z_0}) \quad (6)$$



**Figura 26:** Carichi simmetrici dovuti al materiale insilato [5]

dove

$$z_0 = \frac{1}{K\mu} \frac{A}{U} \quad (7)$$

$A$  = area della sezione trasversale del silo;

$U$  = perimetro interno della sezione trasversale del silo;

Ne consegue dunque che sotto carichi simmetrici, la pressione normale del materiale insilato contro la parete del silo provoca una tensione circonferenziale nella stessa, mentre le azioni tangenziali dovute all'attrito comportano un incremento della tensione verticale che cresce progressivamente con la profondità e spesso sono tali da instabilizzarla. Infatti le tensioni nella parete del silo possono cambiare durante il deflusso del materiale e sebbene le pressioni normali alla parete possano crescere considerevolmente, le tensioni assiali verticali crescono molto

meno. Tuttavia tale piccola crescita può portare alla formazione di carichi non simmetrici o a concentrazioni di sforzo che conducono a rotture o a fenomeni di instabilizzazione locali ma non meno importanti.

Il valore risultante caratteristico delle forze verticali di compressione nella parete per unità di lunghezza si può determinare attraverso la relazione

$$N_x = n_{z,Sk} = \mu p_{h0} \left[ z - z_0 \left( 1 - e^{-z/z_0} \right) \right] \quad (8)$$

b. *Processo di scarico*: durante lo scarico le pressioni simmetriche sono sia orizzontali (9) che legate all'attrito tra parete del silo e materiale (10).

$$p_{he} = C_h p_{hf} \quad (9)$$

$$p_{we} = C_w p_{wf} \quad (10)$$

I corrispettivi coefficienti di scarico per silos snelli sono definiti in base alle seguenti relazioni

$$C_h = 1,15 + 1,5(1 + 0,4e/d_c)C_{op} \quad (11)$$

$$C_w = 1,4(1 + 0,4e/d_c) \quad (12)$$

dove

$$e = \max(e_f, e_o) \quad (13)$$

instabilizzazione locali ma non meno importanti.

Il valore risultante caratteristico delle forze verticali di compressione nella parete per unità di lunghezza si può determinare attraverso la relazione

$$N_x = n_{z,Sk} = C_w \mu p_{h0} \left[ z - z_0 \left( 1 - e^{-z/z_0} \right) \right] \quad (14)$$

### 2.1.2.2. Pressioni non simmetriche durante il processo di riempimento e scarico

I carichi localizzati o una loro appropriata alternativa, possono essere utilizzati per rappresentare carichi accidentali non simmetrici o carichi associati a imperfezioni o eccentricità dovute a

a. *Processo di riempimento*: si assume che tali carichi non vadano ad incrementare le azioni tangenziali sulla parete ma che quindi contribuiscano solo ad incrementare la pressione normale. L'intensità della pressione verso l'esterno dovuta ai carichi esterni  $p_{pf}$  può essere determinata in funzione del valore

massimo di eccentricità  $e_f$ , indicato in figura 24, durante tutto il processo di carico. Tale pressione viene identificata dalla relazione

$$p_{pf} = C_{pf} p_{hf} \quad (15)$$

dove

$$C_{pf} = 0,21C_{op} \left[ 1 + 8 \left( \frac{e_f}{d_c} \right)^2 \right] \left[ 1 - \exp\{-1,5[(h_c/d_c) - 1]\} \right] \quad (16)$$

Nel caso in cui  $C_{pf} < 0$  allora lo si può assumere nullo.

$p_{hf}$  rappresenta il valore locale della pressione orizzontale all'altezza in cui è applicata l'azione concentrata come mostrato in figura 27. L'altezza su cui tale carico agisce assume l'espressione

$$s = \pi d_c / 16 \cong 0,2d_c \quad (17)$$

La forma con cui si assume che agisca tale pressione dipende dalla forma del silos e dallo spessore delle sue pareti:

- *silos circolari con pareti verticali sottili (silos in acciaio):* l'espressione della pressione locale si può estendere tenendo conto della variazione circonferenziale secondo la relazione:

$$p_{pfs} = p_{pf} \cos \vartheta \quad (18)$$

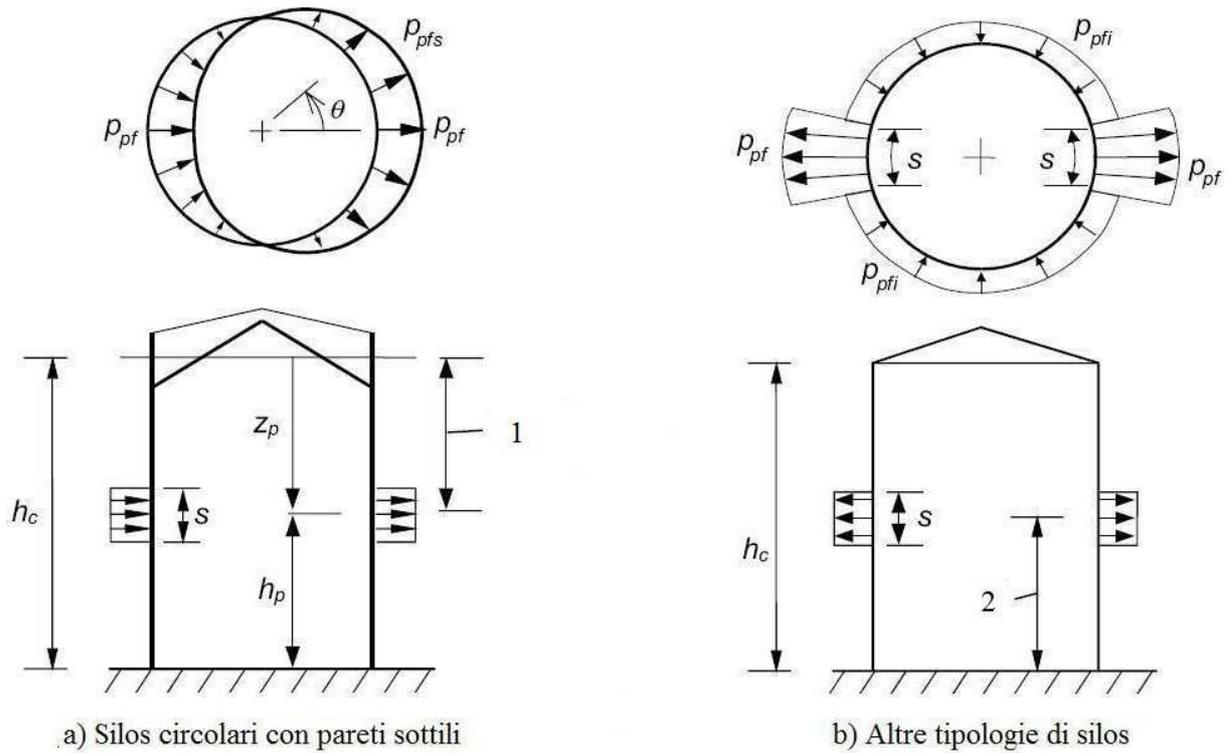
La risultante di tali forze può essere determinata attraverso la relazione

$$F_{pf} = \frac{\pi}{2} s d_c p_{pf} \quad (19)$$

- *silos circolari con pareti spesse (silos in calcestruzzo):* in questo caso l'azione della pressione può essere assunta come indicato in figura 27 a cui si deve aggiungere un'ulteriore pressione diretta verso l'interno definita dalla relazione

$$p_{pfi} = p_{pf} / 7 \quad (20)$$

- *silos quadrati [5].*



**Figura 27:** Patch load dei processi di riempimento [5]

dove:

1: per silos saldati tale distanza deve essere il  $\min(z_0, h_c/2)$ . Per le altre tipologie di silos con pareti sottili può essere posizionato ovunque;

2: per le tipologie di silos non in parete sottile può essere posizionato ovunque.

b. *Processo di scarico*: per effetto dello scarico si possono considerare incrementi di pressione sulle pareti dei silos rappresentati da carichi localizzati che rappresentano l'asimmetria del carico durante i processi di scarico. Tali sollecitazioni possono essere considerate come un'ulteriore condizione di carico se avviene che l'eccentricità  $e_o$  supera il valore critico  $e_{ocr} = 0,25d_c$  oppure se l'eccentricità  $e_f > e_{fer} = 0,25d_c$  e la snellezza del silo supera il valore  $h_c/d_c = 4$ . In questi casi, per silos in AAC 2, si può assumere nelle relazioni seguenti  $\vartheta = 35^\circ$ . In generale invece il valore di tale pressione si determina attraverso la relazione

$$p_{pe} = C_{pe} p_{he} \quad (21)$$

dove, per silos in cui si verifica che  $h_c/d_c > 1,2$

$$C_{pe} = 0,42C_{op} \left[ 1 + 8 \left( \frac{e}{d_c} \right)^2 \right] \left[ 1 - \exp\{-1,5[(h_c/d_c) - 1]\} \right] \quad (22)$$

mentre per silos in cui si ha che  $h_c/d_c \leq 1,2$

$$C_{pe} = 0,272C_{op} \{h_c/d_c - 1 + 2e/d_c\} \quad (23)$$

dove  $e$  assume il valore riportato nella relazione (14)

Tali carichi danno contributo alle sole pressioni normali trascurando quindi gli eventuali cambiamenti sulle azioni di tipo attritivo. Analogamente a quanto visto per i processi di riempimento, anche in questo caso si può estendere la relazione (20) per silos con pareti sottili o spesse, esemplificati in figura 28. In particolare si avrà che per i silos con pareti verticali sottili (20) diventa

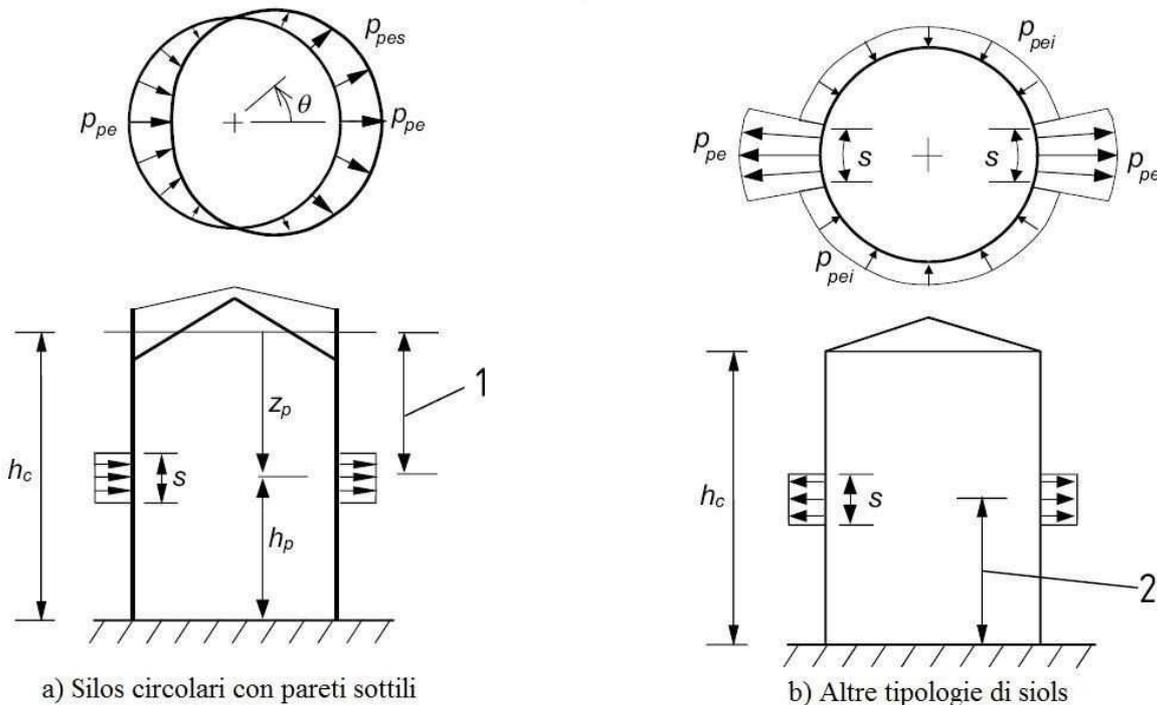
$$p_{pes} = p_{pe} \cos \vartheta \quad (24)$$

la cui risultante si può determinare come

$$F_{pe} = \frac{\pi}{2} s d_c p_{pe} \quad (25)$$

Per silos con pareti spesse invece la relazione (20) diventa

$$p_{pei} = p_{pe} / 7 \quad (26)$$



**Figura 28:** Patch loads nei processi di scarico [5]

dove

1 e 2 hanno lo stesso significato di figura 26

$$z_p = \min(z_0, h_c/2)$$

Tuttavia nel caso di studio in cui ci poniamo, ovvero silos con pareti sottili in acciaio nella classe AAC 2, si può usare un approccio semplificato considerando a favore di sicurezza, che tali carichi non simmetrici agiscano a metà altezza del silos e utilizzando la loro risultante per dedurre valori approssimati dello stato tensionale all'interno della parete. Ovvero si può sostituire ai carichi non simmetrici, equivalenti carichi simmetrici orizzontali  $p_{hf,u}$  per il riempimento,  $p_{he,u}$  per lo scarico e infine tangenziali sia durante il processo di carico  $p_{wf,u}$  che di scarico  $p_{we,u}$ , valutate secondo le relazioni di seguito riportate

$$p_{hf,u} = p_{hf} (1 + 0,5C_{pf}) \quad (27)$$

$$p_{wf,u} = p_{wf} (1 + C_{pf}) \quad (28)$$

$$p_{he,u} = p_{he} (1 + 0,5C_{pe}) \quad (29)$$

$$p_{we,u} = p_{we} (1 + C_{pe}) \quad (30)$$

### 2.1.3. Azioni sulle pareti verticali dei silos mediamente snelli e tozzi

#### 2.1.3.1. Pressioni simmetriche durante il processo di riempimento e scarico

a. *Processo di riempimento*: i carichi simmetrici forniti dal materiale insilato durante la fase di riempimento, si possono calcolare secondo la relazione

$$p_{hf}(z) = \gamma \cdot K z_0 \left\{ 1 - \left[ \left( \frac{z - h_0}{z_0 - h_0} \right) + 1 \right]^n \right\} \quad (31)$$

dove

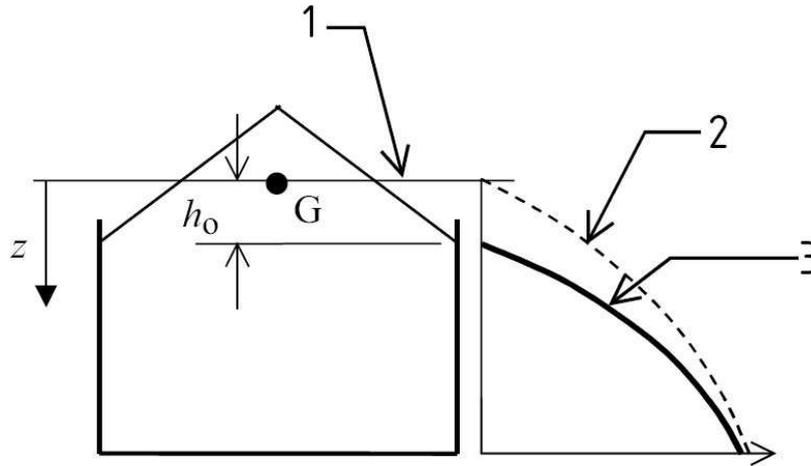
$z_0$  assume il valore indicato dalla relazione (7);

$$n = -(1 + \tan \phi_r)(1 - h_0/z_0);$$

$$h_0 = \frac{r}{3} \tan \phi_r \text{ (figura 29);}$$

mentre la pressione legata all'attrito con la parete del silo è

$$p_{wf}(z) = \mu \cdot p_{hf}(z) \quad (32)$$



**Figura 29:** Andamento delle pressioni normali alla parete nei silos tozzi e mediamente snelli [5]

dove

- 1: superficie equivalente
- 2: come viene calcolato il carico per i silos snelli
- 3: come viene calcolato il carico per i silos tozzi

Il valore risultante caratteristico delle forze verticali di compressione nella parete per unità di lunghezza si può determinare attraverso la relazione

$$N_x = n_{z,Sk} = \mu p_{h_0} (z - z_v) \quad (33)$$

Dove  $z_v$  è definito in [5].

- b. *Processo di scarico*: gli incrementi di carico simmetrici dovuti al processo di scarico possono essere usati dove necessario per rappresentare dove possibile incrementi transitori di pressione durante il processo di carico.
  - Per i silos tozzi i carichi simmetrici dovuti allo scarico si possono considerare uguali a quelli durante il processo di carico.
  - Per i silos mediamente snelli gli incrementi di carico dovuti a scarichi simmetrici possono essere determinati come

$$p_{he} = [1 + 0,15(h_c/d_c - 1)]p_{hf} \quad (34)$$

$$p_{we} = [1 + 0,1(h_c/d_c - 1)]p_{wf} \quad (35)$$

Il valore risultante caratteristico delle forze verticali di compressione nella parete per unità di lunghezza si può determinare attraverso la relazione

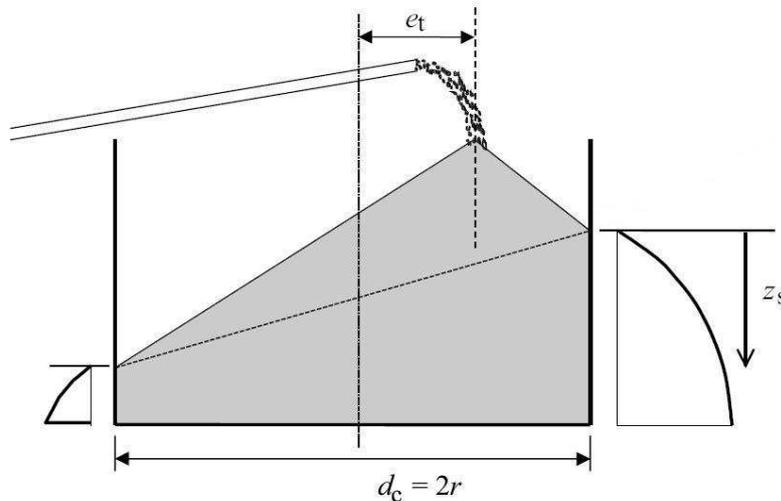
$$N_x = n_{z,Sk} = C_w \mu p_{h0} (z - z_v) \quad (36)$$

### 2.1.3.2. Pressioni non simmetriche durante il processo di riempimento e scarico

a. *Processo di carico*: le azioni non simmetriche legate al processo di riempimento si possono considerare agenti a qualsiasi altezza della parete del silo. Tali pressioni hanno solo una componente normale alla parete e per il progetto si possono trascurare le variazioni dell'azione tangenziale d'attrito.

Per silos tozzi tali carichi non vanno considerati.

Per silos mediamente snelli in AAC 2, la pressione è fornita dall'espressione (15) nel caso in cui le eccentricità siano modeste. Se invece le eccentricità sono maggiori del valore critico  $e_f > e_{fer} = 0,25d_c$ , si devono considerare come un'ulteriore condizione di carico sia per i silos tozzi che per quelli mediamente snelli. In tale caso infatti l'effetto dell'asimmetria induce forze verticali aggiuntive nelle pareti del silo, come indicato in figura 30, la cui risultante (valore caratteristico) è valutabile secondo la relazione (37)



**Figura 30:** Pressioni dovute al riempimento con elevate eccentricità [5]

$$n_{zSk} = 0,04 \frac{\gamma A}{\mu U} z_s \operatorname{tg} \phi_r \left( \frac{e_t}{r} \right) \cdot (6 + 7Z - Z^2) \quad (37)$$

dove

$$Z = \frac{z_s}{B}$$

$$B = \frac{r}{2\mu K} - h_0$$

$$h_0 = rtg\phi_r \left[ 1 - (e_r/r)^2 \right] / 3$$

$r$  = raggio della sezione del silo

b. *Processo di scarico*: per la valutazione dell'intensità e la forma dei carichi non simmetrici si possono utilizzare tutte le regole adottate per i silos snelli e quindi anche le loro approssimazioni sia per i silos mediamente snelli che per quelli tozzi. Nel caso di silos mediamente snelli, nel caso in cui ci siano eccentricità che superino il valore critico, i carichi che ne conseguono costituiscono una separata condizione di carico che si può valutare come nel caso dei silos snelli.

Nel caso di silos tozzi in cui le eccentricità sono minori del valore critico, tali carichi non simmetrici si possono trascurare. Se invece si supera il valore critico, analogamente a quanto visto per i silos snelli, anche in questi casi, per silos in AAC 2, è consentito studiare i carichi non simmetrici localizzati con azioni simmetriche equivalenti con le stesse relazioni.

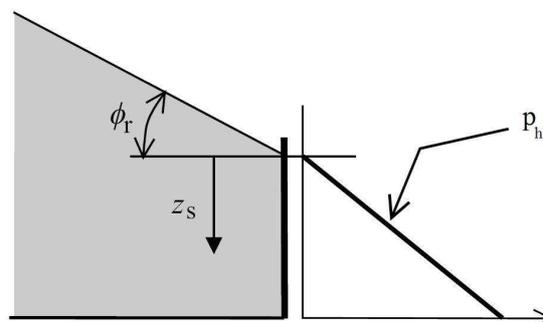
#### 2.1.4. Azioni sulle pareti verticali dei silos molto tozzi

Per la valutazione del carico dovuto al riempimento sulla parete verticale del silo si deve considerare la forma del cumulo di materiale insilato e dove è appropriato anche la curvatura della parete del silo.

Il valore caratteristico della pressione orizzontale sulla parete verticale può essere determinata dalla relazione

$$p_h = \gamma K (1 + \text{sen}\phi_r) z_s \quad (38)$$

dove  $\phi_r$  e  $z_s$  sono indicati in figura 31



**Figura 31:** Pressioni dovute al riempimento con elevate eccentricità [5]

Il valore caratteristico della risultante delle azioni verticali per unità di larghezza, si determina attraverso la relazione

$$n_{z,sk} = \gamma \frac{\mu K}{2} (1 + \text{sen} \phi_r) z_s^2 \quad (39)$$

Per le sollecitazioni dovute allo scarico si possono considerare valori minori di quelli dovuti al processo di riempimento.

### **2.1.5. Definizione analitica delle azioni sulle pareti verticali dovute all'insilato**

#### **2.1.5.1. Pressioni dovute all'insilato su silos snelli**

Si consideri un *silo snello*, in cui l'insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15$  [m]
- $d_c = 5$  [m]

In questo caso i parametri geometrici che compaiono nelle relazioni precedenti assumono i seguenti valori

|                   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| $z_0 = 4,634$ [m] | $e = e_{cr} = 1,25$ [m] |
| $C_h = 2,8$       | $C_w = 1,54$            |

**Tabella 4:** Valori dei parametri geometrici

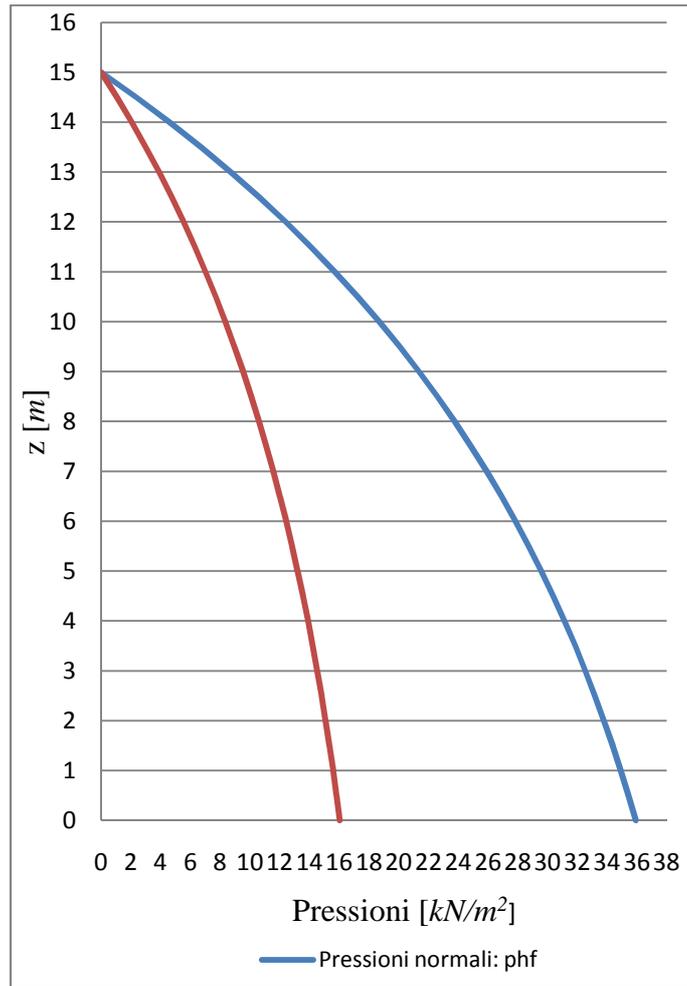
La pressione normale alla parete e di tipo attritivo dovute al riempimento assumono i valori riportati nella seguente tabella al variare di  $z$ .

| $z$ [m] | $p_{hf}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | $p_{wf}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|---------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0       | 0                             | 0                             |
| 0,5     | 2,29                          | 1,02                          |
| 1       | 4,35                          | 1,94                          |
| 1,5     | 6,19                          | 2,77                          |
| 2       | 7,85                          | 3,50                          |
| 2,5     | 9,34                          | 4,17                          |
| 3       | 10,68                         | 4,77                          |
| 3,5     | 11,87                         | 5,30                          |
| 4       | 12,95                         | 5,78                          |
| 4,5     | 13,92                         | 6,21                          |
| 5       | 14,79                         | 6,60                          |
| 5,5     | 15,56                         | 6,95                          |

|      |       |      |
|------|-------|------|
| 6    | 16,26 | 7,26 |
| 6,5  | 16,89 | 7,54 |
| 7    | 17,45 | 7,79 |
| 7,5  | 17,96 | 8,02 |
| 8    | 18,41 | 8,22 |
| 8,5  | 18,82 | 8,40 |
| 9    | 19,19 | 8,57 |
| 9,5  | 19,52 | 8,71 |
| 10   | 19,81 | 8,84 |
| 10,5 | 20,08 | 8,96 |
| 11   | 20,31 | 9,07 |
| 11,5 | 20,53 | 9,16 |
| 12   | 20,72 | 9,25 |
| 12,5 | 20,89 | 9,33 |
| 13   | 21,05 | 9,39 |
| 13,5 | 21,18 | 9,46 |
| 14   | 21,31 | 9,51 |
| 14,5 | 21,42 | 9,56 |
| 15   | 21,52 | 9,61 |

**Tabella 5:** Valori delle pressioni di carico al variare dell'altezza

L'andamento è infine rappresentato nel seguente grafico 1.



**Grafico 1:** Andamento delle pressioni  $p_{hf}$  e  $p_{wf}$

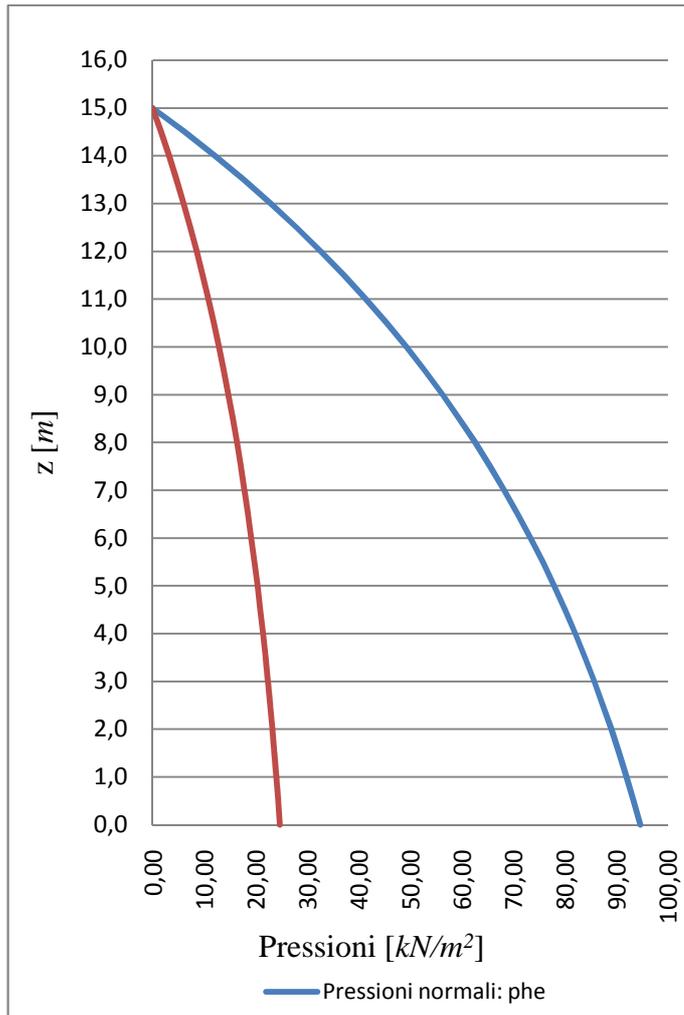
La pressione di scarico al variare dell'altezza, definita dall'ascissa  $z$  (figura 26), assume i seguenti valori

| $z$ [m] | $p_{he}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | $p_{we}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|---------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0,00    | 0,00                          | 0,00                          |
| 0,50    | 6,04                          | 1,57                          |
| 1,00    | 11,46                         | 2,99                          |
| 1,50    | 16,32                         | 4,26                          |
| 2,00    | 20,69                         | 5,40                          |
| 2,50    | 24,61                         | 6,42                          |
| 3,00    | 28,13                         | 7,34                          |

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| 3,50  | 31,29 | 8,16  |
| 4,00  | 34,13 | 8,90  |
| 4,50  | 36,67 | 9,57  |
| 5,00  | 38,96 | 10,16 |
| 5,50  | 41,01 | 10,70 |
| 6,00  | 42,85 | 11,18 |
| 6,50  | 44,51 | 11,61 |
| 7,00  | 45,99 | 12,00 |
| 7,50  | 47,33 | 12,35 |
| 8,00  | 48,52 | 12,66 |
| 8,50  | 49,60 | 12,94 |
| 9,00  | 50,56 | 13,19 |
| 9,50  | 51,43 | 13,42 |
| 10,00 | 52,20 | 13,62 |
| 10,50 | 52,90 | 13,80 |
| 11,00 | 53,53 | 13,97 |
| 11,50 | 54,09 | 14,11 |
| 12,00 | 54,60 | 14,24 |
| 12,50 | 55,05 | 14,36 |
| 13,00 | 55,46 | 14,47 |
| 13,50 | 55,82 | 14,56 |
| 14,00 | 56,15 | 14,65 |
| 14,50 | 56,44 | 14,73 |
| 15,00 | 56,71 | 14,79 |

**Tabella 6:** Valori delle pressioni di scarico al variare dell'altezza

L'andamento è infine rappresentato nel seguente grafico 2.



**Grafico 2:** Andamento delle pressioni  $p_{he}$  e  $p_{we}$

### 2.1.5.1. Pressioni dovute all'insilato su silos mediamente snelli

Si consideri un *silo mediamente snello* in cui l'insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15 [m]$
- $d_c = 10 [m]$

In questo caso i parametri geometrici che compaiono nelle relazioni precedenti assumono i seguenti valori

|                   |              |               |
|-------------------|--------------|---------------|
| $z_0 = 9,269 [m]$ | $n = -1,486$ | $h_0 = 1,167$ |
|-------------------|--------------|---------------|

**Tabella 7:** Valori dei parametri geometrici

La pressione di riempimento al variare dell'altezza, definita dall'ascissa  $z$ , figura 28, assume i seguenti valori

| $z$ [m] | $p_{hf}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | $p_{wf}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|---------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0       | 0                             | 0                             |
| 0,5     | 3,365105624                   | 1,50218315                    |
| 1       | 6,327768682                   | 2,82471594                    |
| 1,5     | 8,95237451                    | 3,996339981                   |
| 2       | 11,2906355                    | 5,040139688                   |
| 2,5     | 13,38451313                   | 5,974846662                   |
| 3       | 15,2683756                    | 6,815802868                   |
| 3,5     | 16,97061294                   | 7,575681616                   |
| 4       | 18,51486115                   | 8,265034016                   |
| 4,5     | 19,92094064                   | 8,892707904                   |
| 5       | 21,20558333                   | 9,466172397                   |
| 5,5     | 22,38300133                   | 9,991771793                   |
| 6       | 23,46533599                   | 10,47492599                   |
| 6,5     | 24,46301523                   | 10,92029                      |
| 7       | 25,38504018                   | 11,33188194                   |
| 7,5     | 26,23921691                   | 11,71318643                   |
| 8       | 27,03234481                   | 12,06723872                   |
| 8,5     | 27,77037096                   | 12,3966936                    |
| 9       | 28,45851721                   | 12,70388208                   |
| 9,5     | 29,10138545                   | 12,99085847                   |
| 10      | 29,70304535                   | 13,25943944                   |
| 10,5    | 30,26710766                   | 13,51123686                   |
| 11      | 30,79678603                   | 13,74768528                   |
| 11,5    | 31,29494908                   | 13,97006527                   |
| 12      | 31,76416465                   | 14,1795231                    |
| 12,5    | 32,20673751                   | 14,37708763                   |
| 13      | 32,62474156                   | 14,56368463                   |
| 13,5    | 33,02004749                   | 14,7401492                    |
| 14      | 33,39434662                   | 14,90723633                   |
| 14,5    | 33,7491715                    | 15,06563016                   |
| 15      | 34,08591374                   | 15,21595189                   |

**Tabella 8:** Valori delle pressioni di riempimento al variare dell'altezza

L'andamento delle pressioni è qualitativamente uguale a quello dei silos snelli.

La pressione dovuta al processo di scarico al variare dell'altezza, definita dall'ascissa  $z$ , figura 29, assume i seguenti valori

| $z$ [m] | $p_{he}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | $p_{we}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|---------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0       | 0                             | 0                             |
| 0,5     | 3,61748855                    | 1,57729231                    |
| 1       | 6,80235133                    | 2,96595174                    |
| 1,5     | 9,6238026                     | 4,19615698                    |
| 2       | 12,1374332                    | 5,29214667                    |
| 2,5     | 14,3883516                    | 6,273589                      |
| 3       | 16,4135038                    | 7,15659301                    |
| 3,5     | 18,2434089                    | 7,9544657                     |
| 4       | 19,9034757                    | 8,67828572                    |
| 4,5     | 21,4150112                    | 9,3373433                     |
| 5       | 22,7960021                    | 9,93948102                    |
| 5,5     | 24,0617264                    | 10,4913604                    |
| 6       | 25,2252362                    | 10,9986723                    |
| 6,5     | 26,2977414                    | 11,4663045                    |
| 7       | 27,2889182                    | 11,898476                     |
| 7,5     | 28,2071582                    | 12,2988457                    |
| 8       | 29,0597707                    | 12,6706007                    |
| 8,5     | 29,8531488                    | 13,0165283                    |
| 9       | 30,592906                     | 13,3390762                    |
| 9,5     | 31,2839894                    | 13,6404014                    |
| 10      | 31,9307737                    | 13,9224114                    |
| 10,5    | 32,5371407                    | 14,1867987                    |
| 11      | 33,106545                     | 14,4350695                    |
| 11,5    | 33,6420703                    | 14,6685685                    |
| 12      | 34,146477                     | 14,8884993                    |
| 12,5    | 34,6222428                    | 15,095942                     |
| 13      | 35,0715972                    | 15,2918689                    |
| 13,5    | 35,496551                     | 15,4771567                    |
| 14      | 35,8989226                    | 15,6525981                    |
| 14,5    | 36,2803594                    | 15,8189117                    |
| 15      | 36,6423573                    | 15,9767495                    |

**Tabella 9:** Valori delle pressioni di scarico al variare dell'altezza

## 2.2. Azione del vento

### 2.2.1. Aspetti normativi

La variazione della pressione attorno alla circonferenza può risultare importante per il progetto della struttura per resistere all'azione del vento. In particolare le azioni verticali nella parete non hanno un andamento lineare lungo il diametro come si potrebbe attendere dalla teoria classica. Si avrà quindi in generale che la parte frontale del silo si farà carico di quasi tutta la componente orizzontale dell'azione del vento e il valore massimo di compressione verticale nelle pareti si sviluppa rispetto alla posizione del vento all'incirca a  $70^\circ$ . In realtà tale posizione è funzione, in estrema sintesi, del numero di Reynolds ovvero della velocità del vento, come esemplificato in figura 32. Sia il valore di tensione che di compressione e di trazione massima, sono quindi influenzate da tale tipologia di carico.

La pressione del vento agente sulle superfici esterne viene valutata attraverso l'espressione

$$p = q_b c_e c_p c_d \quad (40)$$

dove

- $q_b$  è la pressione cinetica di riferimento che si determina attraverso la relazione

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 \quad (41)$$

dove  $v_b$  è la velocità di riferimento del vento in  $[m/s]$  determinabile in funzione dell'area geografica in cui si andrà a costruire e dell'altitudine del sito stesso [1].

- $c_e$  è il coefficiente di esposizione. Tale coefficiente dipende dall'altezza del punto considerato rispetto al suolo, dalla topografia del terreno dalla categoria di esposizione del sito dove sorge la costruzione [1].
- $c_p$  è il coefficiente di forma o aerodinamico o di pressione. Tale coefficiente è funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento. In particolare si può affermare che tale coefficiente dipende dal numero di Reynolds, ovvero dalla velocità dell'aria, definito dall'equazione

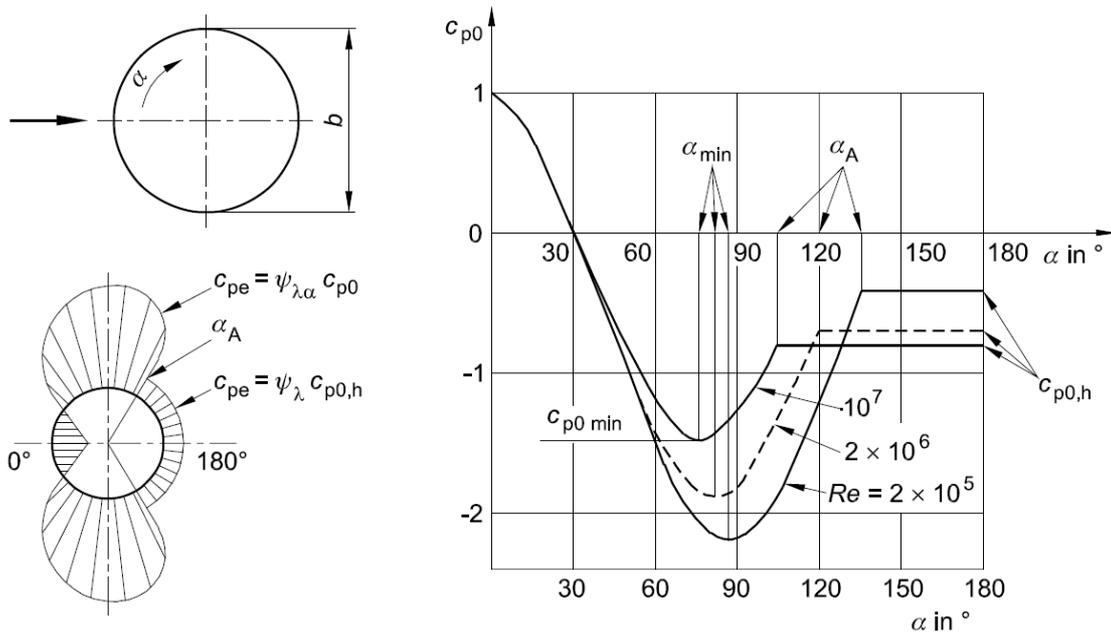
$$Re = \frac{b \cdot v}{\nu} \quad (42)$$

dove  $\nu = 15 \times 10^{-6} [m^2/s]$  è la viscosità cinematica dell'aria, mentre  $v$  è la velocità dell'aria stessa.

Per i cilindri circolari  $c_p$  assume la forma

$$c_p = c_{p0} \times \psi_{\lambda\alpha} \quad (43)$$

Il valore di  $c_{p0}$ , coefficiente di pressione esterna in assenza di flusso di estremità libera, viene valutato in funzione del numero di Reynolds e in funzione dell'angolo  $\alpha$ , come indicato in figura 32



**Figura 32:** Distribuzione della pressione per cilindri circolari per diversi valori di Reynolds senza effetti di estremità [4]

Il fattore dell'effetto di estremità si valuta attraverso le seguenti espressioni in funzione di  $\alpha$ :

per  $0 \leq \alpha \leq \alpha_{\min}$   $\psi_{\lambda\alpha} = 1$  (44)

per  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_A$

$$\psi_{\lambda\alpha} = \psi_{\lambda} + (1 + \psi_{\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\alpha - \alpha_{\min}}{\alpha_A - \alpha_{\min}}\right)\right) \quad (45)$$

per  $\alpha_A \leq \alpha \leq 180$   $\psi_{\lambda\alpha} = \psi_\lambda$   
(46)

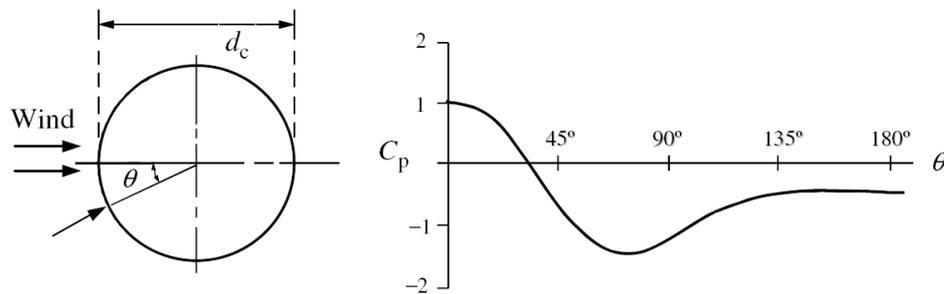
valori tipici per la distribuzione di pressione nel caso di cilindri circolari per diversi valori di Reynolds, ovvero di velocità, si possono leggere da figura 32 oppure alternativamente vengono esplicitati nella seguente tabella

| Re              | $\alpha_{\min}$ | $c_{p0\min}$ | $\alpha_A$ | $c_{p0,h}$ |
|-----------------|-----------------|--------------|------------|------------|
| $5 \times 10^5$ | 85              | -2,2         | 135        | -0,4       |
| $2 \times 10^6$ | 80              | -1,9         | 120        | -0,7       |
| $10^7$          | 75              | -1,5         | 105        | -0,4       |

**Tabella 10:** Valori tipici per la distribuzione di pressione nel caso di cilindri circolari per diversi valori di Reynolds [4]

$\psi_\lambda$  rappresenta il fattore di effetto di estremità e si valuta in funzione della snellezza  $\lambda$  (cfr.[4]).

In alternativa alla relazione (43), si può valutare tale coefficiente attraverso una relazione approssimata definita in termini della coordinata  $\theta$ , figura 33



**Figura 33:** Variazione di  $c_p$  in funzione del parametro  $\theta$  [11]

Tale parametro è funzione dell'altezza e del diametro del silo secondo la relazione

$$\begin{aligned}
 c_p = & -0,54 + 0,16(d_c / H) + \{0,28 + 0,04(d_c / H)\} \cos \vartheta + \\
 & + \{1,04 - 0,20(d_c / H)\} \cos 2\vartheta + \{0,36 - 0,5(d_c / H)\} \cos 3\vartheta - \\
 & - \{0,14 - 0,05(d_c / H)\} \cos 4\vartheta
 \end{aligned}
 \tag{47}$$

- $c_d$  è il coefficiente dinamico con cui si tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alle vibrazioni strutturali. In genere si può assumere che sia uguale a uno nelle strutture di tipologia corrente.

### 2.2.2. Definizione analitica della sollecitazione del vento

Il sito che si prende in considerazione è Bologna. Per tale sito si ha che

|                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| $q_b = 0,375 [kN/m^2]$ | $k_r = 0,19$          |
| $v_b = 25 [m/s]$       | $z_0 = 0,05$          |
| $c_t = 1$              | $z_{min} = 4 [m]$     |
| $c_d = 1$              | $\rho = 1,2 [kg/m^3]$ |

**Tabella 11:** Valori dei coefficienti per il calcolo della pressione del vento

#### 2.2.2.1. Pressione del vento per silos snelli

Si consideri un silo snello in cui l'insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15 [m]$
- $d_c = 5 [m]$

L'andamento delle pressioni in  $z$  è definito dalla variabilità del coefficiente di esposizione. In particolare avremo che, anche in funzione dell'angolo  $\vartheta$

| $z [m]$ | $\theta [^\circ]$<br>$c_e(z)$ | $p [kN/m^2]$ |          |          |         |         |
|---------|-------------------------------|--------------|----------|----------|---------|---------|
|         |                               | 0            | 45       | 90       | 135     | 180     |
| 0       | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 0,5     | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 1       | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 1,5     | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 2       | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 2,5     | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 3       | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 3,5     | 1,8                           | 0,57375      | -0,19752 | -1,06875 | -0,293  | -0,0833 |
| 4       | 1,80054                       | 0,57392      | -0,19758 | -1,06907 | -0,2931 | -0,0833 |

|      |         |         |          |          |         |         |
|------|---------|---------|----------|----------|---------|---------|
| 4,5  | 1,86807 | 0,59545 | -0,20499 | -1,10916 | -0,3041 | -0,0864 |
| 5    | 1,92932 | 0,61497 | -0,21171 | -1,14553 | -0,314  | -0,0892 |
| 5,5  | 1,98542 | 0,63285 | -0,21787 | -1,17885 | -0,3232 | -0,0918 |
| 6    | 2,03721 | 0,64936 | -0,22355 | -1,2096  | -0,3316 | -0,0942 |
| 6,5  | 2,08534 | 0,6647  | -0,22883 | -1,23817 | -0,3394 | -0,0964 |
| 7    | 2,13031 | 0,67904 | -0,23377 | -1,26487 | -0,3467 | -0,0985 |
| 7,5  | 2,17253 | 0,69249 | -0,2384  | -1,28994 | -0,3536 | -0,1005 |
| 8    | 2,21234 | 0,70518 | -0,24277 | -1,31358 | -0,3601 | -0,1023 |
| 8,5  | 2,25001 | 0,71719 | -0,2469  | -1,33594 | -0,3662 | -0,1041 |
| 9    | 2,28576 | 0,72859 | -0,25082 | -1,35717 | -0,372  | -0,1057 |
| 9,5  | 2,3198  | 0,73944 | -0,25456 | -1,37738 | -0,3776 | -0,1073 |
| 10   | 2,35229 | 0,74979 | -0,25813 | -1,39667 | -0,3829 | -0,1088 |
| 10,5 | 2,38337 | 0,7597  | -0,26154 | -1,41513 | -0,3879 | -0,1102 |
| 11   | 2,41316 | 0,7692  | -0,2648  | -1,43282 | -0,3928 | -0,1116 |
| 11,5 | 2,44178 | 0,77832 | -0,26794 | -1,44981 | -0,3974 | -0,1129 |
| 12   | 2,46931 | 0,78709 | -0,27097 | -1,46615 | -0,4019 | -0,1142 |
| 12,5 | 2,49584 | 0,79555 | -0,27388 | -1,4819  | -0,4062 | -0,1154 |
| 13   | 2,52144 | 0,80371 | -0,27669 | -1,4971  | -0,4104 | -0,1166 |
| 13,5 | 2,54618 | 0,81159 | -0,2794  | -1,51179 | -0,4144 | -0,1178 |
| 14   | 2,57012 | 0,81922 | -0,28203 | -1,52601 | -0,4183 | -0,1189 |
| 14,5 | 2,59331 | 0,82662 | -0,28457 | -1,53978 | -0,4221 | -0,1199 |
| 15   | 2,61579 | 0,83378 | -0,28704 | -1,55313 | -0,4258 | -0,121  |

**Tabella 12:** Andamento della pressione in funzione dell'altezza e dell'angolo  $\vartheta$ .  
Silos snelli

L'andamento della pressione è esemplificato nel seguente grafico 3.

Per i calcoli successivi si considera un andamento costante equivalente assumendo come intensità il valore medio della pressione reale del vento.

|                 |         |         |          |          |         |
|-----------------|---------|---------|----------|----------|---------|
| $\vartheta$ [°] | 0       | 45      | 90       | 135      | 180     |
| $\forall_z$     | 0,68767 | -0,2367 | -1,28095 | -0,35115 | -0,0998 |

**Tabella 13:** Andamento della pressione equivalente in funzione dell'angolo  $\vartheta$

### 2.2.2.2. Pressione del vento per silos mediamente snelli

Si consideri un silo mediamente snello in cui l'insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

$$- h_c = 15 [m]$$

$$- d_c = 10 [m]$$

L'andamento delle pressioni in  $z$  è definito dalla variabilità del coefficiente di esposizione. In particolare avremo che, anche in funzione dell'angolo  $\vartheta$

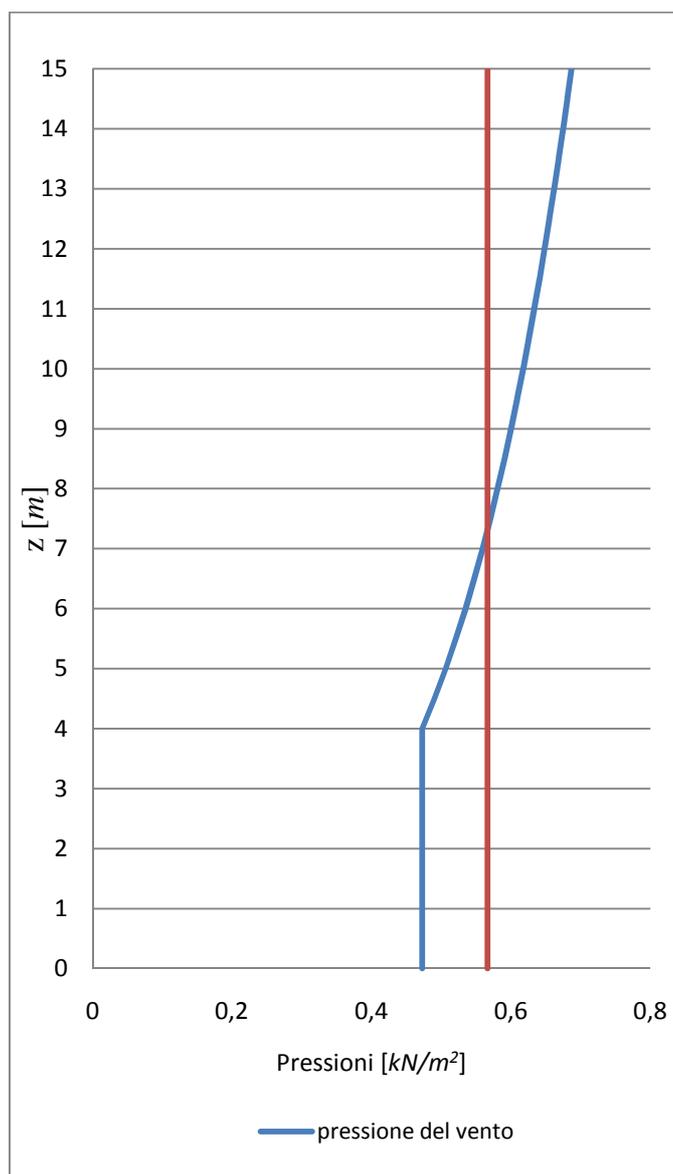
| z [m] | $\theta [^\circ]$<br>$c_e(z)$ | p<br>[kN/m <sup>2</sup> ] |          |          |         |         |
|-------|-------------------------------|---------------------------|----------|----------|---------|---------|
|       |                               | 0                         | 45       | 90       | 135     | 180     |
| 0     | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 0,5   | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 1     | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 1,5   | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 2     | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 2,5   | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 3     | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 3,5   | 1,8                           | 0,4725                    | -0,08686 | -0,9765  | -0,3541 | 0,0225  |
| 4     | 1,800536                      | 0,47264                   | -0,08688 | -0,97679 | -0,3542 | 0,02251 |
| 4,5   | 1,8680651                     | 0,49037                   | -0,09014 | -1,01343 | -0,3675 | 0,02335 |
| 5     | 1,9293206                     | 0,50645                   | -0,0931  | -1,04666 | -0,3796 | 0,02412 |
| 5,5   | 1,9854234                     | 0,52117                   | -0,0958  | -1,07709 | -0,3906 | 0,02482 |
| 6     | 2,0372139                     | 0,53477                   | -0,0983  | -1,10519 | -0,4008 | 0,02547 |
| 6,5   | 2,0853393                     | 0,5474                    | -0,10063 | -1,1313  | -0,4103 | 0,02607 |
| 7     | 2,1303089                     | 0,55921                   | -0,1028  | -1,15569 | -0,4191 | 0,02663 |
| 7,5   | 2,172531                      | 0,57029                   | -0,10483 | -1,1786  | -0,4274 | 0,02716 |
| 8     | 2,2123382                     | 0,58074                   | -0,10675 | -1,20019 | -0,4353 | 0,02765 |
| 8,5   | 2,2500052                     | 0,59063                   | -0,10857 | -1,22063 | -0,4427 | 0,02813 |
| 9     | 2,2857617                     | 0,60001                   | -0,1103  | -1,24003 | -0,4497 | 0,02857 |
| 9,5   | 2,3198015                     | 0,60895                   | -0,11194 | -1,25849 | -0,4564 | 0,029   |
| 10    | 2,35229                       | 0,61748                   | -0,11351 | -1,27612 | -0,4628 | 0,0294  |
| 10,5  | 2,3833694                     | 0,62563                   | -0,11501 | -1,29298 | -0,4689 | 0,02979 |
| 11    | 2,4131627                     | 0,63346                   | -0,11644 | -1,30914 | -0,4748 | 0,03016 |
| 11,5  | 2,4417773                     | 0,64097                   | -0,11783 | -1,32466 | -0,4804 | 0,03052 |
| 12    | 2,4693077                     | 0,64819                   | -0,11915 | -1,3396  | -0,4858 | 0,03087 |
| 12,5  | 2,4958369                     | 0,65516                   | -0,12043 | -1,35399 | -0,491  | 0,0312  |
| 13    | 2,5214389                     | 0,66188                   | -0,12167 | -1,36788 | -0,4961 | 0,03152 |
| 13,5  | 2,5461793                     | 0,66837                   | -0,12286 | -1,3813  | -0,501  | 0,03183 |
| 14    | 2,5701172                     | 0,67466                   | -0,12402 | -1,39429 | -0,5057 | 0,03213 |
| 14,5  | 2,5933055                     | 0,68074                   | -0,12514 | -1,40687 | -0,5102 | 0,03242 |
| 15    | 2,615792                      | 0,68665                   | -0,12622 | -1,41907 | -0,5146 | 0,0327  |

**Tabella 14:** Andamento della pressione equivalente in funzione dell'angolo  $\vartheta$ .

Per i calcoli successivi si considera un andamento costante equivalente assumendo come intensità il valore medio della pressione reale del vento.

| $\vartheta$ [°] | 0        | 45      | 90       | 135      | 180     |
|-----------------|----------|---------|----------|----------|---------|
| $\nabla_z$      | 0,566316 | -0,1041 | -1,17039 | -0,42446 | 0,02697 |

**Tabella 15:** Andamento della pressione equivalente in funzione dell'angolo  $\vartheta$



**Grafico 3:** Andamento delle pressioni del vento reale e equivalente per  $\vartheta = 0$

## 2.3. Azione della neve

Il carico provocato dalla neve viene valutato dalla relazione definita in normativa [1]. Per la zona di Bologna per  $a_s \leq 200$  [m] si assumono pertanto i seguenti valori

| $q_{sk}$ [ $kN/m^2$ ] | $\mu_i$ | $C_E$ | $C_t$ | $q_s$ [ $kN/m^2$ ] |
|-----------------------|---------|-------|-------|--------------------|
| 1,50                  | 0,8     | 0,9   | 1     | 1,08               |

**Tabella 16:** Carico da neve

## 2.4. Azione sismica

Per evitare di progettare in campo non elastico, si può fare in modo di esprimere la capacità della struttura di dissipare energia, fornendo così un comportamento duttile, utilizzando analisi elastiche lineari basate sullo spettro di risposta elastico scalato del coefficiente di struttura  $q$ , detto spettro di progetto.

Una prima distinzione nei riguardi della resistenza sismica va fatta in base al fatto che essi siano direttamente appoggiati al suolo oppure che siano collegati al terreno attraverso pilastri e una trave ad anello. Il maggiore effetto delle azioni sismiche su silos appoggiati direttamente al terreno, “*on-ground silos*” sono le azioni dovute al materiale insilato. Per quanto riguarda invece i silos sostenuti da pilastri, “*elevated silos*”, le maggiori preoccupazioni riguardano i pilastri stessi, la loro duttilità e la loro capacità a dissipare l’energia. Sotto le azioni sismiche il valore della pressione esercitata dal materiale insilato sulle pareti può crescere per effetto delle forze di inerzia. Per silos in condizioni di carico assialsimmetriche si può considerare solo una delle due componenti orizzontali del sisma insieme a quella verticale; negli altri casi vanno invece considerate entrambe. Se le risposte strutturali a ciascuna componente del sisma, sono valutate separatamente, si deve valutare quale sia la combinazione di carico più sfavorevole.

### 2.4.1. Pressione addizionale normale alla parete dovuta al sisma

L’analisi strutturale dei silos nei confronti della resistenza sismica si deve fare considerando che il comportamento sia elastico sia per quanto riguarda la parete che per i pilastri (nel caso di “*elevated silos*”).

I maggiori effetti dell'azione sismica sui silos riguardano l'incremento delle tensioni nelle pareti del guscio cilindrico dovute al movimento del materiale insilato e quindi alla spinta addizionale radiale sulle pareti. A meno di accurate valutazioni effettuate nel caso specifico, la risposta sismica globale e gli effetti dell'azione sismica sul guscio cilindrico possono essere calcolate assumendo che il materiale granulare contenuto si muova assieme al silo, per cui è necessario modellare la struttura e l'insilato come una unica massa efficace concentrata nel proprio baricentro. In assenza di accurate valutazioni, il materiale contenuto nel silo può essere considerato con una massa efficace pari all' 80% della sua massa totale.

In assenza di accurate indagini riguardo le proprietà meccaniche e la risposta dinamica del materiale granulare, l'effetto della risposta dell'insilato sulle pareti alla componente orizzontale dell'azione sismica può essere rappresentata come una pressione addizionale normale alle pareti cilindriche. La pressione addizionale, indicata con  $\Delta p_{h,s}$ , deve essere applicata solo sulla parte di parete a contatto con il materiale insilato. Nei silos circolari la pressione normale addizionale sulla parete si assume pari a:

$$\Delta p_{h,s} = \Delta p_{h,s0} \cos \vartheta \quad (48)$$

dove

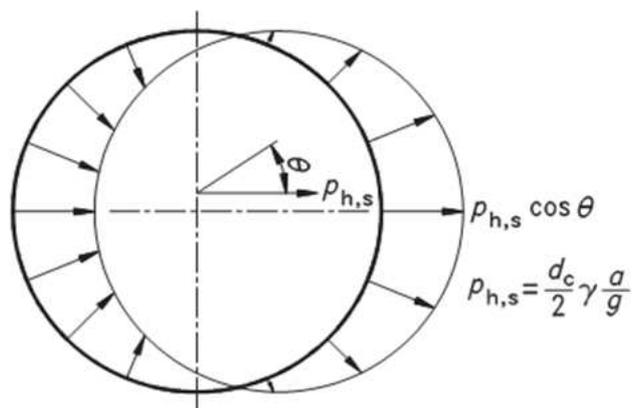
- $\vartheta$  è l'angolo compreso tra la direzione radiale al punto di interesse sulla parete e la direzione della componente orizzontale dell'azione sismica.
- $\Delta p_{h,s0}$  è il valore di riferimento di pressione. Per un punto delle pareti del silo posto a distanza  $x$  dal fondo o dalla tramoggia tale valore si calcola attraverso la relazione

$$\Delta p_{h,s0} = \alpha(z) \gamma \min(r_s^*, 3x) \quad (49)$$

dove

- $\alpha(z) = S_d \frac{z}{h_g}$  è il rapporto tra l'accelerazione di riferimento subita dal silo, alla distanza verticale  $z$  dalla superficie equivalente del materiale insilato, e l'accelerazione di gravità. Tale rapporto è univocamente determinato se si dispone della risposta sismica in accelerazione dell'ammasso di materiale insilato nel suo baricentro.
- $\gamma$  è il peso specifico del materiale insilato (tabella 2);
- $r_s^* = \min(h_b, d_c/2)$

In nessun punto della parete del silo la somma tra la pressione statica dovuta all'insilato e quella dovuta all'azione sismica deve essere minore di zero. Questo implica che non è possibile il verificarsi di pressioni interne negative di aspirazione. In questo caso la (48) si può non applicare e si può agire ridistribuendo la pressione addizionale normale alla parete dovuta al sisma sul guscio in modo tale che sulla parete non si abbiano pressioni risultanti negative mantenendo però la stessa forza risultante delle sovrappressioni  $\Delta p_{h,s}$  nello stesso piano orizzontale alla quota  $z$ .



**Figura 34:** Distribuzione della pressione addizionale a causa del sisma alla generica quota  $z$  [15]

#### 2.4.2. Valutazione della sicurezza e azione sismica

Si definisce l'accelerazione orizzontale di riferimento che subisce la struttura a partire dai parametri spettrali su sito di riferimento rigido orizzontale. Si deve individuare periodo di riferimento per la struttura e tempo di ritorno dell'azione sismica con i quali ricavare i parametri spettrali del sito di riferimento.

- Vita nominale dell'opera  $V_n$  :

$$V_n = 50 \text{ anni} \quad (50)$$

- Classe d'uso II. Coefficiente d'uso  $c_u$  :

$$c_u = 1 \quad (51)$$

- Periodo di riferimento per l'azione sismica  $V_R$  :

$$V_R = V_n c_u = 50 \text{ anni} \quad (52)$$

Le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla “pericolosità sismica di base” del sito di costruzione. Essa costituisce l’elemento di conoscenza primario per la determinazione delle azioni sismiche.

La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa  $a_g$  in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale, nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente  $S_e(T)$ , con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza  $P_{VR}$ , nel periodo di riferimento  $V_R$ . In alternativa è ammesso l’uso di accelerogrammi, purché correttamente commisurati alla pericolosità sismica del sito. Ai fini della presente normativa, [1], le forme spettrali sono definite, per ciascuna delle probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{VR}$ , a partire dai valori dei seguenti parametri su sito di riferimento rigido orizzontale:

- $a_g$ : accelerazione orizzontale massima al sito;
- $F_o$ : valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale;
- $T_C^*$ : periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

In questo contesto si considera la sola verifica agli stati limite ultimi che si traduce nel rispetto dello stato limite di salvaguardia della vita (SLV).

Le probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{VR}$ , cui riferirsi per individuare l’azione sismica agente allo SLV è

$$P_{VR} = 10\% \quad (53)$$

Per la definizione dell’azione sismica si può fare riferimento all’individuazione di categorie di sottosuolo di riferimento definite in tabella 17.

Poiché le forme spettrali previste dalle NTC sono caratterizzate da prescelte probabilità di superamento, è conveniente utilizzare come parametro caratterizzante la pericolosità sismica, il periodo di ritorno dell’azione sismica  $T_R$  espresso in anni.

$$T_R = - \frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})} \quad (54)$$

| Categoria | Descrizione  |
|-----------|--|
| <b>A</b>  | <i>Ammassi rocciosi affioranti o terreni molto rigidi</i> caratterizzati da valori di $V_{s,30}$ superiori a 800 m/s, eventualmente comprendenti in superficie uno strato di alterazione, con spessore massimo pari a 3 m.   |
| <b>B</b>  | <i>Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti</i> con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ compresi tra 360 m/s e 800 m/s (ovvero $N_{SPT,30} > 50$ nei terreni a grana grossa e $c_{u,30} > 250$ kPa nei terreni a grana fina).      |
| <b>C</b>  | <i>Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti</i> con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ compresi tra 180 m/s e 360 m/s (ovvero $15 < N_{SPT,30} < 50$ nei terreni a grana grossa e $70 < c_{u,30} < 250$ kPa nei terreni a grana fina). |
| <b>D</b>  | <i>Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o di terreni a grana fina scarsamente consistenti</i> , con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ inferiori a 180 m/s (ovvero $N_{SPT,30} < 15$ nei terreni a grana grossa e $c_{u,30} < 70$ kPa nei terreni a grana fina).                |
| <b>E</b>  | <i>Terreni dei sottosuoli di tipo C o D per spessore non superiore a 20 m</i> , posti sul substrato di riferimento (con $V_s > 800$ m/s).  |

**Tabella 17:** Categorie di sottosuolo [1]

### 2.4.3. Spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti orizzontali

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione è espresso da una forma spettrale (spettro normalizzato) riferita ad uno smorzamento convenzionale del 5%, moltiplicata per il valore della accelerazione orizzontale massima  $a_g$  su sito di riferimento rigido orizzontale. Sia la forma spettrale che il valore di  $a_g$  variano al variare della probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{VR}$ .

Quale che sia la probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{VR}$  considerata, lo spettro di risposta elastico della componente orizzontale è definito dalle espressioni seguenti

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_g S \eta F_o \left[ \frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_o} \left( 1 - \frac{T}{T_B} \right) \right] \quad (55)$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_g S \eta F_o \quad (56)$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_g S \eta F_o \left( \frac{T_C}{T} \right) \quad (57)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g S \eta F_o \left( \frac{T_C T_D}{T^2} \right) \quad (58)$$

Nelle quali  $T$  e  $S_e$  sono, rispettivamente, periodo di vibrazione ed accelerazione spettrale orizzontale. Inoltre

- $S$  è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche mediante la seguente relazione

$$S = S_S S_T \quad (59)$$

essendo  $S_S$  il coefficiente di amplificazione stratigrafica e  $S_T$  di amplificazione topografica. Tali valori cfr. tabella 3.2V [1] e 3.2VI [1].

- $\eta$  è il fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi convenzionali  $\xi$  diversi dal 5%, mediante la relazione

$$\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0,55 \quad (60)$$

Nel nostro caso si adotta uno smorzamento strutturale per lo stato limite di salvaguardia della vita SLV pari al 5 %, ciò comporta che il fattore di alterazione dello smorzamento risulti unitario:  $\eta = 1$ .

- $F_o$  è il fattore che quantifica l'amplificazione spettrale massima, su sito di riferimento rigido orizzontale, e ha valore minimo pari a 2,2. Tale parametro è definito in allegato di [1].
- $T_C$  è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro. Tale parametro è definito da

$$T_C = C_C T_C^* \quad (61)$$

dove  $T_C^*$  è definito in allegato di [1], mentre  $C_C$  è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo (cfr. tabella 3.2V [1]).

- $T_B$  è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante

$$T_B = T_C / 3 \quad (62)$$

- $T_D$  è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro, espresso in secondi mediante la relazione

$$T_D = 4 \frac{a_g}{g} + 1,6 \quad (63)$$

- Per gli “*on-ground silos*” senza isolatori sismici posti alla base, si può fare riferimento ad un progetto secondo un comportamento strutturale poco dissipativo “*low-dissipative structural behaviour*” (DCL). Per tale tipologia di silos, gli effetti delle azioni sismiche sui silos possono essere calcolate basandosi su analisi elastiche globali senza tenere in conto del comportamento non lineare del materiale stesso. In questo caso, quindi, si potrà usare lo spettro di progetto facendo riferimento a un coefficiente di struttura

$$q \leq 1,5 \quad (64)$$

- Per gli “*elevated silos*” si deve progettare in modo che i pilastri che sostengono il silos abbiano un comportamento duttile sotto le azioni sismiche. In questo caso il coefficiente di struttura, in funzione che le classe di duttilità considerata sia media o alta, deve assumere valori

$$q \geq 1,5 \quad (65)$$

Nell'ottica di eseguire una analisi statica lineare del silo, applicando delle forze orizzontali statiche equivalenti alle forze di inerzia indotte dal sisma, si può stimare il periodo del modo di vibrare principale della struttura con delle espressioni semplificate. Secondo il paragrafo 7.3.3.2 della [1] è possibile calcolare il primo periodo proprio della struttura per costruzioni civili ed industriali che non superino i 40 metri di altezza e la cui massa sia approssimativamente uniformemente distribuita lungo l'altezza (silo al massimo livello di riempimento o vuoto) con la formula:

$$T_1 = C_1 H^{3/4} \quad (66)$$

dove per strutture non intelaiate si ha che  $C_1=0,050$ .

L'accelerazione di riferimento che subisce il materiale insilato insieme al silo e che si applica al baricentro la si ricava dallo spettro di progetto  $S_d$ , ottenuto da quello elastico definito nelle relazioni (55)-(58) dividendo per il fattore di struttura, in corrispondenza del periodo  $T_1$ . L'entità delle forze pertanto si ottiene da tale valore di accelerazione e la loro distribuzione sulla struttura segue la forma del modo di vibrare principale nella direzione in esame, valutata in modo approssimato.

Per il silo in esame, data l'uniformità di distribuzione delle masse lungo l'altezza del silo al massimo riempimento, si assume una distribuzione delle accelerazioni lineare lungo l'altezza del silo. Pertanto, si hanno accelerazioni nulle alla base, all'altezza del baricentro l'accelerazione subita sarà esattamente pari a quella di riferimento calcolata sullo spettro di progetto  $S_d(T_1)$ , mentre in sommità all'altezza  $h_c$  dal fondo del silo l'accelerazione subita sarà il doppio di quella sul baricentro della struttura.

Si osserva infine che la coordinata  $z$  ha origine sulla superficie equivalente del materiale insilato e arriva fino al fondo del silo, la coordinata  $x$  ha invece origine dal fondo del silo.

#### 2.4.4. Definizione analitica della pressione addizionale $\Delta p_{h,s}$

##### 2.4.4.1. Pressione addizionale per silos snelli

Si consideri un silo snello in cui il materiale insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

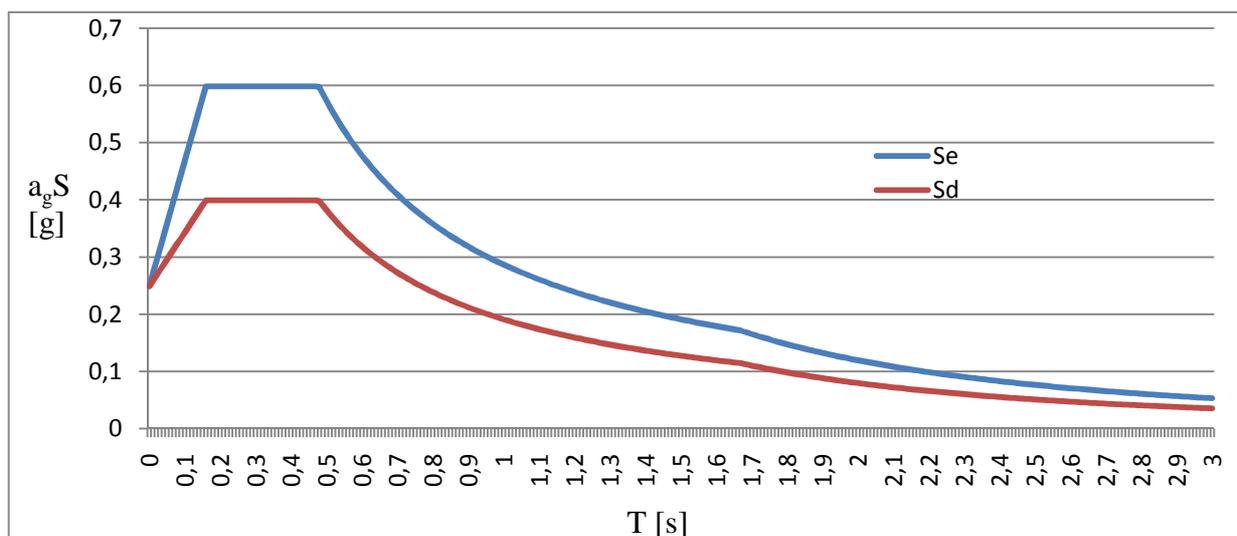
- $h_c = 15 [m]$
- $d_c = 5 [m]$

In base alle considerazioni fatte, si ha che per il sito di Bologna (44,50°N; 11,35°E) le quantità di interesse assumono i seguenti valori

|                       |                     |                     |
|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $a_g = 0,166 [m/s^2]$ | $F_o = 2,404$       | $T_C^* = 0,31 [s]$  |
| $T_R = 474,5 [anni]$  | $S_s = 1,5$         | $S_t = 1$           |
| $S = 1,5$             | $T_b = 0,15969 [s]$ | $T_c = 0,47907 [s]$ |
| $T_d = 1,66769 [s]$   | $T_I = 0,3811 [s]$  | $C_1 = 0,05$        |

**Tabella 18:** Parametri spettrali

Riportando in grafico le relazioni (55)-(58), si ricava lo spettro di risposta elastico e di progetto



**Grafico 4:** Spettro di risposta elastico e di progetto in termini di accelerazione

In particolare si ha che in corrispondenza del periodo proprio della struttura i valori di accelerazione sono

|        |        |         |
|--------|--------|---------|
| $T_l$  | $S_e$  | $S_d$   |
| 0,3811 | 0,5986 | 0,39906 |

**Tabella 19:** Accelerazioni di progetto

La pressione addizionale fornita dal sisma, definita dalla relazione (48) è funzione sia dell'ascissa  $z$ , misurata dal pelo libero dell'insilato, che dell'angolo  $\vartheta$ . In particolare l'andamento della pressione di riferimento e del rapporto  $\alpha(z) = S_d \frac{z}{h_g}$

in funzione di  $z$  è definito nella seguente tabella

| $z$ [m] | $\alpha(z)$ | $\Delta p_{h,so}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|---------|-------------|--|
| 0       | 0,798       | 15,96                                  |
| 0,5     | 0,772       | 15,44                                  |
| 1       | 0,745       | 14,9                                   |
| 1,5     | 0,718       | 14,36                                  |
| 2       | 0,692       | 13,84                                  |
| 2,5     | 0,665       | 13,3                                   |
| 3       | 0,639       | 12,78                                  |
| 3,5     | 0,612       | 12,24                                  |
| 4       | 0,585       | 11,7                                   |
| 4,5     | 0,559       | 11,18                                  |
| 5       | 0,532       | 10,64                                  |
| 5,5     | 0,505       | 10,1                                   |
| 6       | 0,479       | 9,58                                   |
| 6,5     | 0,452       | 9,04                                   |
| 7       | 0,426       | 8,52                                   |
| 7,5     | 0,399       | 7,98                                   |
| 8       | 0,372       | 7,44                                   |
| 8,5     | 0,346       | 6,92                                   |
| 9       | 0,319       | 6,38                                   |
| 9,5     | 0,293       | 5,86                                   |
| 10      | 0,266       | 5,32                                   |
| 10,5    | 0,239       | 4,78                                   |
| 11      | 0,213       | 4,26                                   |
| 11,5    | 0,186       | 3,72                                   |
| 12      | 0,16        | 3,2                                    |
| 12,5    | 0,133       | 2,66                                   |
| 13      | 0,106       | 2,12                                   |

|      |       |       |
|------|-------|-------|
| 13,5 | 0,08  | 1,6   |
| 14   | 0,053 | 1,06  |
| 14,5 | 0,027 | 0,324 |
| 15   | 0     | 0     |

**Tabella 20:** Andamento di  $\alpha(z)$  e  $\Delta p_{h,so}$  in funzione dell'ascissa  $z$

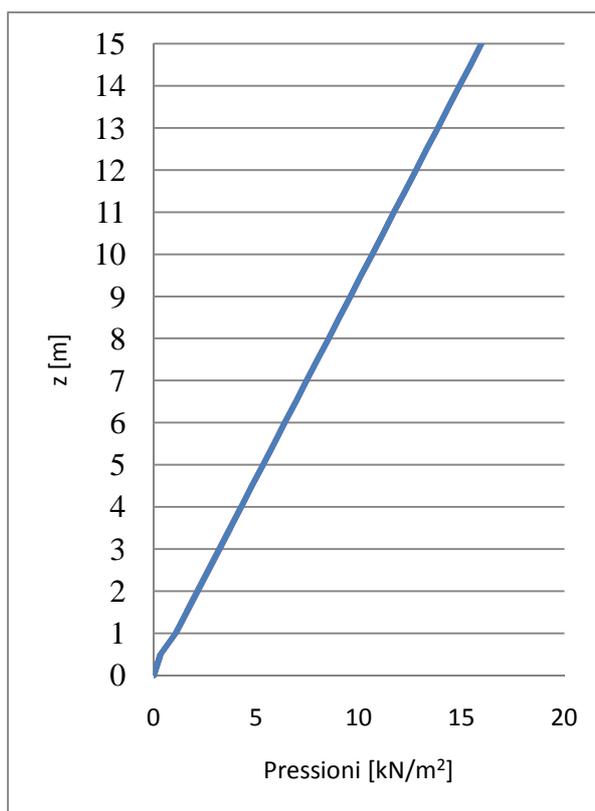
Pertanto la pressione addizionale, il cui andamento alla generica altezza  $z$  è riportato nel grafico 5, assume i seguenti valori

| $\Delta p_{h,s} [\text{kN/m}^2]$ |       |         |             |         |        |
|----------------------------------|-------|---------|-------------|---------|--------|
| $\theta$<br>$z [\text{m}]$       | 0     | 45      | 90          | 135     | 180    |
| 0                                | 0     | 0       | 0           | 0       | 0      |
| 0,5                              | 0,324 | 0,2291  | 1,98474E-17 | -0,2291 | -0,324 |
| 1                                | 1,06  | 0,74953 | 6,49329E-17 | -0,7495 | -1,06  |
| 1,5                              | 1,6   | 1,13137 | 9,80119E-17 | -1,1314 | -1,6   |
| 2                                | 2,12  | 1,49907 | 1,29866E-16 | -1,4991 | -2,12  |
| 2,5                              | 2,66  | 1,8809  | 1,62945E-16 | -1,8809 | -2,66  |
| 3                                | 3,2   | 2,26274 | 1,96024E-16 | -2,2627 | -3,2   |
| 3,5                              | 3,72  | 2,63044 | 2,27878E-16 | -2,6304 | -3,72  |
| 4                                | 4,26  | 3,01227 | 2,60957E-16 | -3,0123 | -4,26  |
| 4,5                              | 4,78  | 3,37997 | 2,9281E-16  | -3,38   | -4,78  |
| 5                                | 5,32  | 3,76181 | 3,25889E-16 | -3,7618 | -5,32  |
| 5,5                              | 5,86  | 4,14365 | 3,58968E-16 | -4,1436 | -5,86  |
| 6                                | 6,38  | 4,51134 | 3,90822E-16 | -4,5113 | -6,38  |
| 6,5                              | 6,92  | 4,89318 | 4,23901E-16 | -4,8932 | -6,92  |
| 7                                | 7,44  | 5,26087 | 4,55755E-16 | -5,2609 | -7,44  |
| 7,5                              | 7,98  | 5,64271 | 4,88834E-16 | -5,6427 | -7,98  |
| 8                                | 8,52  | 6,02455 | 5,21913E-16 | -6,0245 | -8,52  |
| 8,5                              | 9,04  | 6,39225 | 5,53767E-16 | -6,3922 | -9,04  |
| 9                                | 9,58  | 6,77408 | 5,86846E-16 | -6,7741 | -9,58  |
| 9,5                              | 10,1  | 7,14178 | 6,187E-16   | -7,1418 | -10,1  |
| 10                               | 10,64 | 7,52362 | 6,51779E-16 | -7,5236 | -10,64 |
| 10,5                             | 11,18 | 7,90545 | 6,84858E-16 | -7,9055 | -11,18 |
| 11                               | 11,7  | 8,27315 | 7,16712E-16 | -8,2731 | -11,7  |
| 11,5                             | 12,24 | 8,65499 | 7,49791E-16 | -8,655  | -12,24 |
| 12                               | 12,78 | 9,03682 | 7,8287E-16  | -9,0368 | -12,78 |
| 12,5                             | 13,3  | 9,40452 | 8,14724E-16 | -9,4045 | -13,3  |
| 13                               | 13,84 | 9,78636 | 8,47803E-16 | -9,7864 | -13,84 |

|      |       |         |             |         |        |
|------|-------|---------|-------------|---------|--------|
| 13,5 | 14,36 | 10,1541 | 8,79657E-16 | -10,154 | -14,36 |
| 14   | 14,9  | 10,5359 | 9,12736E-16 | -10,536 | -14,9  |
| 14,5 | 15,44 | 10,9177 | 9,45815E-16 | -10,918 | -15,44 |
| 15   | 15,96 | 11,2854 | 9,77668E-16 | -11,285 | -15,96 |

**Tabella 21:** Andamento di  $\Delta p_{h,s}$  in funzione dell'ascissa  $z$  e dell'angolo  $\vartheta$

Come esemplificato in tabella 21 e nel grafico 5, le pressioni hanno un andamento triangolare con valore massimo in corrispondenza del pelo libero,  $z = 0$  m, e valore nullo alla base,  $z = 15$  m.



**Grafico 5:** Andamento di  $\Delta p_{h,s}$  in funzione dell'ascissa  $z$ , misurata dal pelo libero, per  $\vartheta = 0$

#### 2.4.4.2. Pressione addizionale per silos mediamente snelli

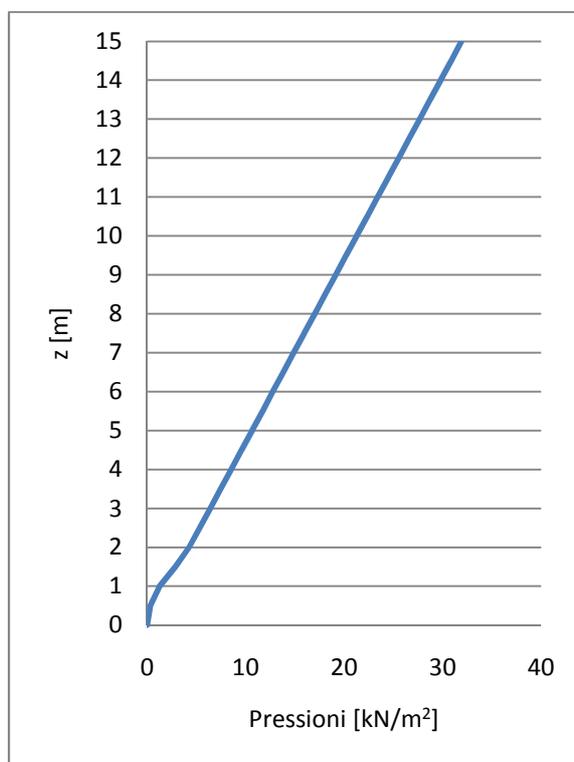
Si consideri un silo mediamente snello in cui il materiale insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15$  [m]
- $d_c = 10$  [m]

Analogamente a quanto visto per il silo snello, in questo caso si avrà

| T1     | Se    | Sd    |
|--------|-------|-------|
| 0,3811 | 0,598 | 0,399 |

**Tabella 22:** Accelerazioni di progetto



**Grafico 6:** Andamento di  $\Delta p_{h,s}$  in funzione dell'ascissa  $z$ , misurata dal pelo libero, per  $\vartheta = 0$

## 2.5. Combinazioni di carico

Per ciascuna tipologia di silo, ovvero per silos snelli, mediamente snelli, tozzi e molto tozzi si devono considerare le varie condizioni di carico individuate nei seguenti paragrafi. Le combinazioni di carico sono definite in accordo con la normativa vigente [4]. Le combinazioni previste sono destinate al controllo di sicurezza della struttura ed alla verifica degli spostamenti e delle sollecitazioni.

### 2.5.1. Silos pieno a inizio scarico [I-SLU]

Come azioni di progetto vanno considerate in questo caso

- Il peso proprio del silo  $G_1$  [ $kN/m^2$ ]

$$G_1 = \gamma_{steel} H + 0,1\gamma_{steel} H \quad (67)$$

dove  $H$  è l'altezza della parete del silo e  $\gamma_{steel} = 78 \text{ kN/m}^3$  è il peso specifico dell'acciaio. Il secondo termine tiene conto del peso della copertura. Il coefficiente parziale di sicurezza che si prende in questo caso è  $\gamma_{G1} = 0,9$ .

- Il carico dovuto al materiale in fase di inizio scarico  $Q_{k1}$  è definito dalle relazioni (9) e (10). Il coefficiente parziale di sicurezza in questo caso è  $\gamma_{Q1} = 0,9$ .
- Il carico dovuto alla neve  $Q_{k2}$  è definito in [1]. Il coefficiente parziale di sicurezza in questo caso è  $\gamma_{Q1} = 1$  e il coefficiente di combinazione è  $\psi_{0,2} = 0,5$ .

La combinazione delle azioni si realizza attraverso la relazione

$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \gamma_{Q2} \psi_{0,2} Q_{k2} \quad (68)$$

### 2.5.2. Silos vuoto sollecitato dall'azione del vento [II-SLU]

Come azioni di progetto vanno considerate in questo caso

- Il peso proprio del silo  $G_1$  [ $kN/m^2$ ] definito in relazione (67).
- Il carico dovuto al vento  $Q_{k1}$  è definito in relazione (40). Il coefficiente parziale di sicurezza in questo caso è  $\gamma_{Q1} = 1$ .

- Il carico dovuto alla neve  $Q_{k2}$  è definito in [1]. Il coefficiente parziale di sicurezza in questo caso è  $\gamma_{Q1}=1$  e il coefficiente di combinazione è  $\psi_{0,2} = 0,5$ .

La combinazione delle azioni si realizza attraverso la relazione

$$F_d = \gamma_{G1}G_1 + \gamma_{Q1}Q_{k1} + \gamma_{Q2}\psi_{0,2}Q_{k2} \quad (69)$$

### 2.5.3. Silos pieno sollecitato dall'azione sismica [III-SLV]

Come azioni di progetto vanno considerate in questo caso

- Il peso proprio del silo  $G_1$  [ $kN/m^2$ ] definito in relazione (67).
- Il carico  $E$  dovuto al sisma è definito da (48).
- Il carico  $Q_{k1}$  dovuto al materiale insilato nella fase di riempimento definito dalle relazioni (4), (5), (31), (32) e (38). Il coefficiente parziale di sicurezza in questo caso è  $\psi_{2,1} = 0,8$ .

La combinazione delle azioni si realizza attraverso la relazione

$$F_d = E + \gamma_{G1}G_1 + \psi_{2,1}Q_{k1} \quad (70)$$

Riassumendo si avrà

| Combinazione | Descrizione                                  | Azioni permanenti $G_{k1}$ | Azioni variabili $Q_{k1}$ | Azioni variabili $Q_{k2}$ | $\Psi_{0,2}$                   |
|--------------|--|----------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| [I-SLU]      | <i>Silos pieno in fase di inizio scarico</i> | Peso proprio struttura     | Scarico materiale         | Neve                      | 0,5                            |
| [II-SLU]     | <i>Silos vuoto con vento</i>                 | Peso proprio struttura     | Vento                     | Neve                      | 0,5                            |
|              |  |                            | <b>E</b>                  | <b>Q<sub>k1</sub></b>     | <b><math>\Psi_{2,1}</math></b> |
| [III-SLV]    | <i>Silos pieno con azione sismica</i>        | Peso proprio struttura     | Sisma                     | Riempimento               | 0,8                            |

**Tabella 23:** Combinazioni di carico



### 3. Silos spiralati: analisi strutturale lineare e validazione analitica

#### 3.1. Silos spiralati snelli

Si consideri un silo snello spiralato in cui il materiale insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15$  [m]
- $d_c = 5$  [m]

Si assume inoltre uno spessore variabile lungo l'altezza del silo come riportato in tabella 24 ed esemplificato nella seguente figura 35. Si fa presente che si è tenuto conto della presenza di irrigidimenti verticali interni, figura 36, attraverso un incremento di 0,5 [mm] dello spessore stesso.

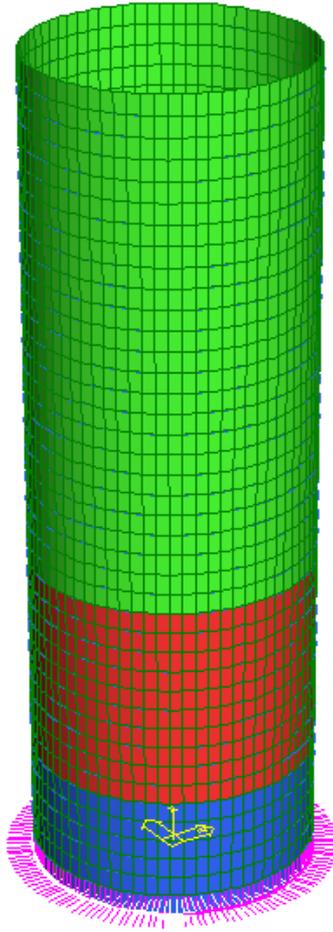
| Altezza silo spiralato | Spessore lamiera |
|------------------------|------------------|
| 0 ÷ 7 [m]              | 2 [mm]           |
| 8 ÷ 12 [m]             | 2,5 [mm]         |
| 13 ÷ 15 [m]            | 3 [mm]           |

**Tabella 24:** Spessori lamiera al variare dell'altezza del silo

Come materiale si utilizza un acciaio S350 GD Z 350 NAC con le seguenti caratteristiche meccaniche

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| Tensione di snervamento $f_y$                           | 345 [MPa]                            |
| Modulo di elasticità normale (Young) $E$                | 210000 [MPa]                         |
| Coefficiente di contrazione trasversale (Poisson) $\nu$ | 0,3                                  |
| Modulo di elasticità tangenziale $G$                    | 80769 [MPa]                          |
| Peso specifico $\gamma$                                 | 78 [kN/m <sup>3</sup> ]              |
| Coefficiente di dilatazione termico $\alpha$            | 10 <sup>-5</sup> [°C <sup>-1</sup> ] |

**Tabella 25:** Caratteristiche meccaniche acciaio S320 GD Z 350 NAC



**Figura 35:** Spessori lamiera al variare dell'altezza del silo

L'analisi statica e sismica della struttura è stata svolta attraverso un modello agli elementi finiti (F.E.M.) in cui si è assunto:

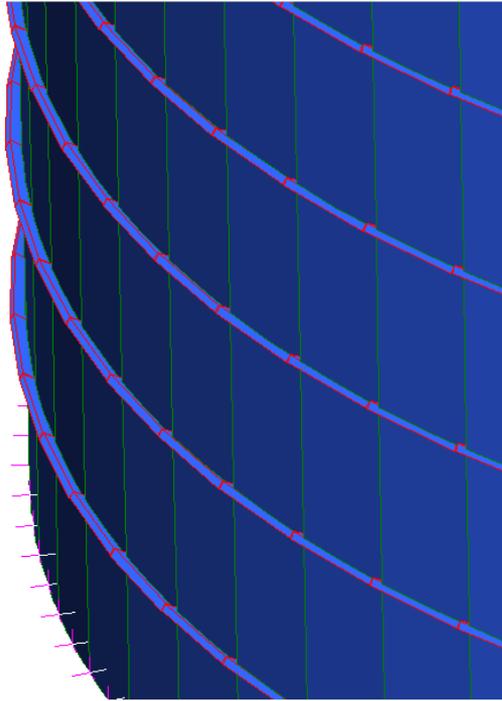
- *modellazione delle volute in acciaio*: elementi finiti di tipo shell quad 8, di dimensioni  $h = 365$  [mm] e  $l = 430$  [mm] ( $\vartheta = 5^\circ$ );
- *modellazione delle aggraffature*: elementi finiti di tipo beam 3, quadratici, di dimensioni  $h = 30$  [mm] e  $l = 15$  [mm], figura 38;
- *modellazione della copertura* (figura 39): si assumono due casi limite. In un primo caso si assume l'estremità superiore libera, mentre in un secondo caso si assume la copertura infinitamente rigida modellata attraverso link rigidi.



**Figura 36:** Particolare irrigidimenti verticali interni



**Figura 37:** Particolare aggraffature o Lipp e singola voluta



**Figura 38:** Particolare modellazione delle aggraffature attraverso elementi beam

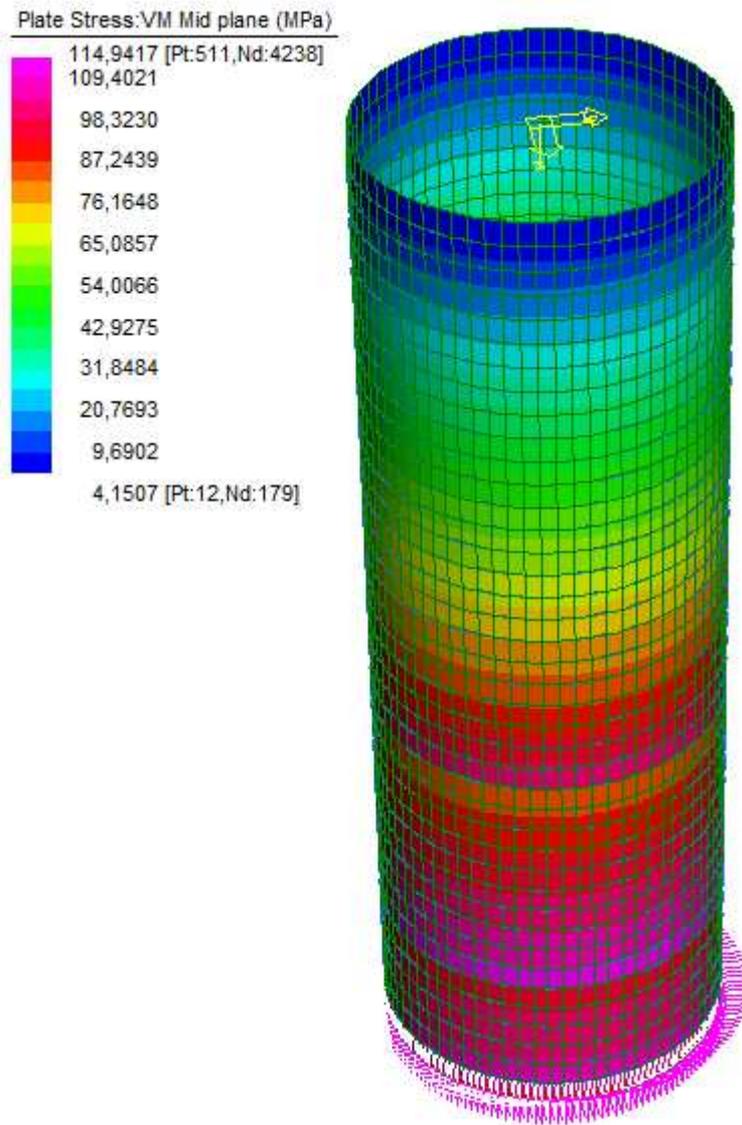


**Figura 39:** Particolare copertura

### 3.1.1. Analisi statica della struttura e verifica di resistenza

a. *Analisi statica*: In base alle combinazioni di carico definite nel precedente capitolo [I-SLU] e [II-SLU], si ricavano i seguenti stati tensionali al variare della coordinata di meridiano e circonferenziale.

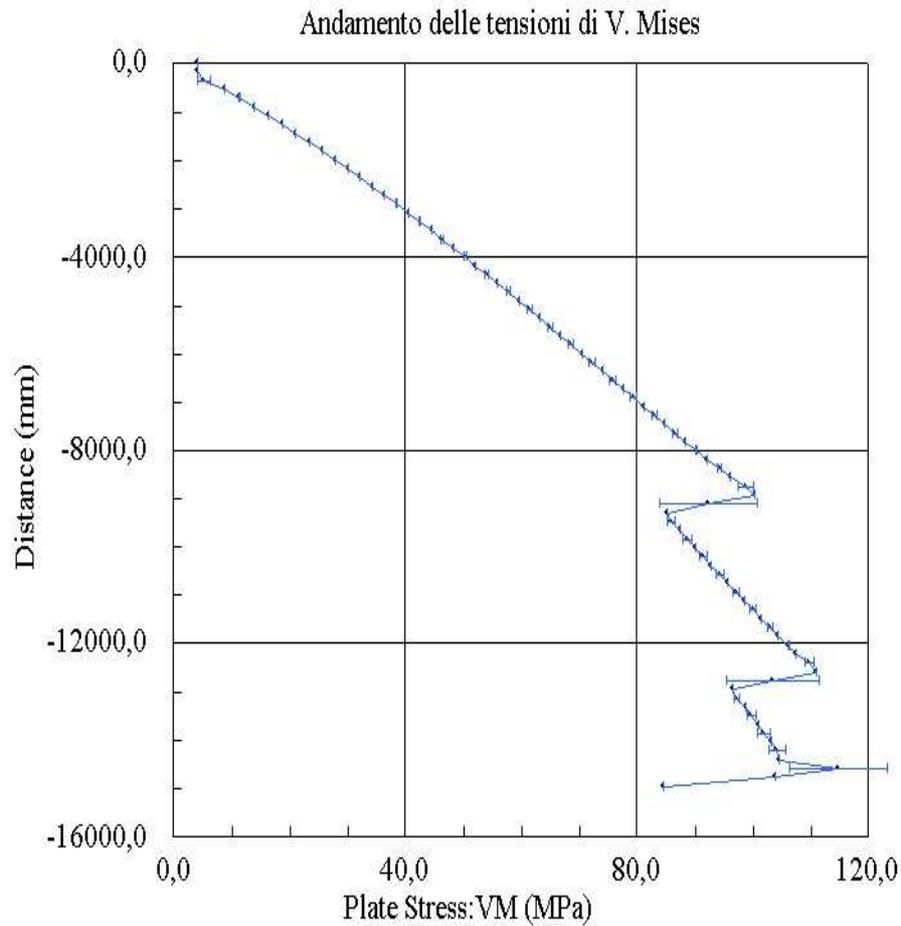
- [I-SLU]: mappatura delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza.



**Figura 40:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]

Poiché la condizione di carico è assialsimmetrica le tensioni tangenziali risultano nulle e pertanto le tensioni di V. Mises risultano combinazione delle sole tensioni circonferenziali e assiali come individuato dalla relazione (71) assumendo nulli i

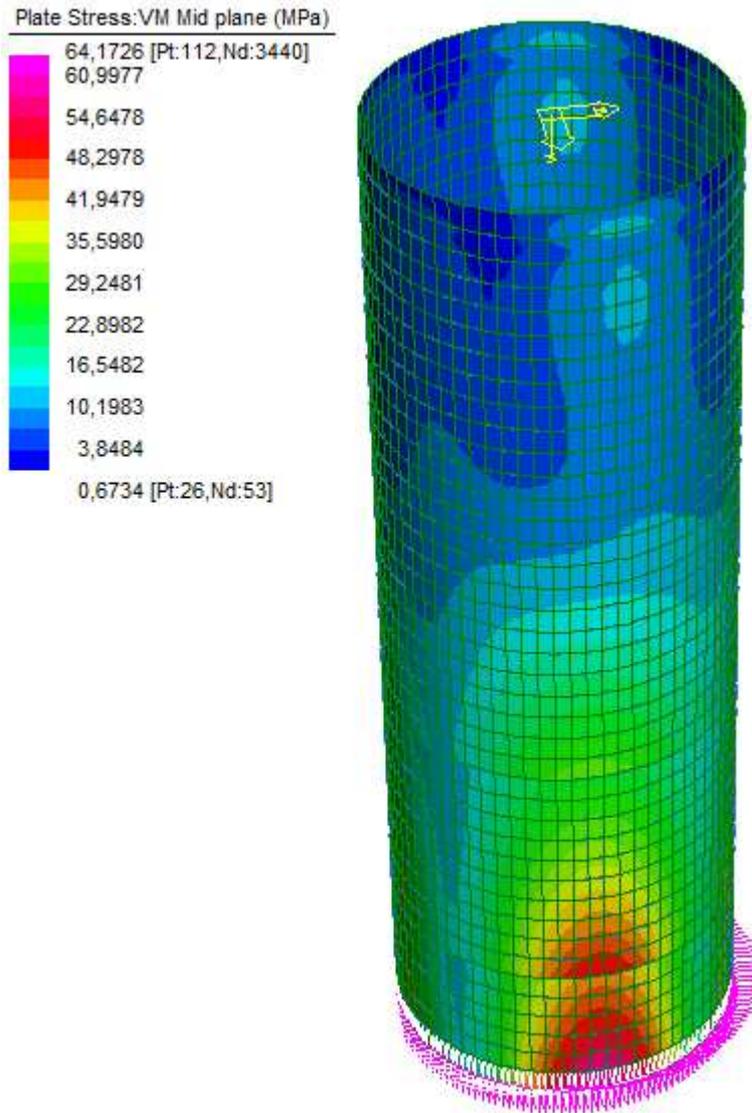
termini relativi alle tensioni tangenziali  $N_{x\theta}$ . Si riporta infine per completezza l'andamento delle tensioni di V. Mises lungo l'altezza nel seguente grafico



**Grafico 7:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]

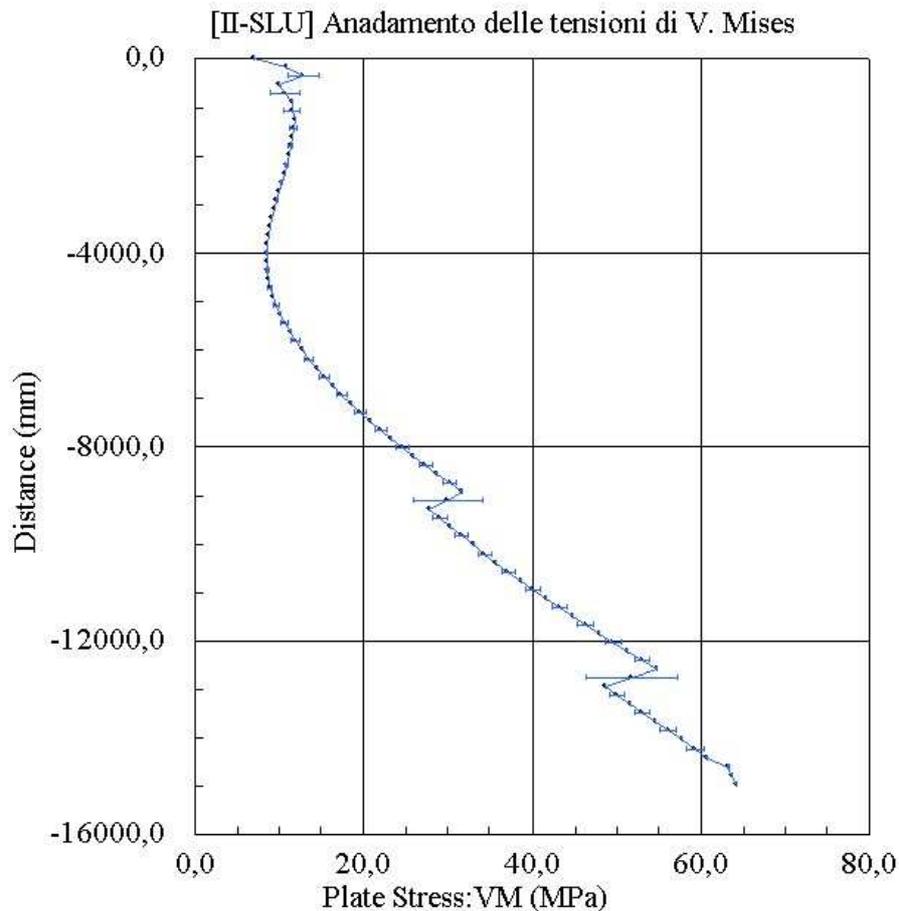
L'andamento delle tensioni lungo l'altezza è discontinuo in quanto risulta discontinuo lo spessore. In particolare si nota che in parte l'incremento di tensioni dovute all'insilato viene assorbito dall'incremento di spessore. In prossimità della base si risente della condizione di vincolo di incastro con un picco di tensione che in accordo con la teoria classica dei gusci si smorza molto rapidamente secondo la funzione  $e^{-x}$ .

- [II-SLU]: mappatura delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza.



**Figura 41:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]

Si riporta infine l'andamento delle tensioni di V. Mises lungo l'altezza nel seguente grafico.



**Grafico 8:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]

b. *Verifica di resistenza:* per quanto riguarda le verifiche agli SLE per la limitazione del danno si può fare riferimento alle relazioni generali valide per le strutture in calcestruzzo. Inoltre per i silos in acciaio si deve verificare che abbiano un'adeguata resistenza ai fenomeni di instabilizzazione sotto le azioni sismiche in modo tale che sotto tali azioni non vengano superati i limiti di deformabilità.

Allo SLU si deve verificare che il valore massimo delle azioni indotte dal sisma sino minori del valore di resistenza. Queste verifiche devono includere tutti i tipi di rottura, quali

- *Collasso di tipo plastico (snervamento);*
- *Instabilizzazione per azioni di taglio;*
- *Instabilizzazione per compressione verticale e contemporanee azioni trasversali.*

Se si utilizzano sistemi di ancoraggio con le fondazioni o con il terreno si calcolano in campo elastico anche sotto le azioni sismiche anche se si deve verificare che siano sufficientemente duttili per evitare rotture fragili.

Per i silos, oltre alle generiche regole per la corretta progettazione, verifica e mantenimento, si devono applicare specifiche verifiche per particolari problemi strutturali come l'instabilità sia globale che locale.

I silos rientrano nella classe delle strutture a guscio. Per la progettazione agli stati limite nell'ambito della teoria membranale si deve verificare che

- i vincoli siano tali da trasferire solamente azioni nel piano della parete del silo senza indurre effetti flessionali;
- le pareti abbiano spessore costante senza brusche variazioni;
- non ci siano carichi concentrati.

Come principali criteri di calcolo si possono utilizzare

- a. analisi elastica lineare (LA);
- b. analisi elastica con biforcazione (LBA);
- c. analisi non lineare dal punto di vista geometrico (GNA);
- d. analisi non lineare dal punto di vista del materiale (MNA);
- e. analisi non lineare dal punto di vista geometrico e del materiale (GMNA).
- f. analisi non lineare dal punto di vista geometrico e del materiale con imperfezioni (GMNIA).

Per il calcolo allo SLU si devono considerare diversi stati.

- a. *Stato limite di plasticità ciclica*: è la condizione in cui i cicli ripetuti di carico e scarico producono snervamento nel materiale sia in trazione che in compressione provocandone anche la rottura. I metodi di analisi che si possono adottare sono LA, GNA, MNA e GMNA. Quando si usa un'analisi LA o GNA, il valore di progetto delle azioni si può rappresentare attraverso la tensione equivalente di von Mises

$$\Delta\sigma_{eq} = \sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 - \Delta\sigma_x\Delta\sigma_y + 3(\Delta\tau_{xy}^2 + \Delta\tau_{xn}^2 + \Delta\tau_{yn}^2)} \quad (71)$$

Il *range* tensionale di resistenza può essere determinato attraverso la relazione

$$\Delta f_{eq,Rd} = 2f_{yd} \quad (72)$$

La verifica è soddisfatta per

$$\Delta\sigma_{eq} \leq \Delta f_{eq,Rd} \quad (73)$$

b. *Stato limite di fatica*: è la condizione in cui cicli ripetuti di carico anche al di sotto del limite di snervamento portano a rottura il materiale. I metodi di analisi che si possono adottare sono LA e GNA.

I valori di progetto delle tensioni possono essere determinate da un'analisi elastica lineare della struttura soggetta ai valori di progetto delle azioni cicliche.

Tuttavia come già sottolineato tali condizioni si devono considerare solo quando all'interno di una stessa giornata si supera un numero molto elevato di cicli di carico e scarico [4] risultando di secondario interesse.

c. *Stato limite plastico*: è la condizione in cui la capacità della struttura a resistere alle azioni è definita dallo snervamento del materiale. In tali condizioni, la resistenza della struttura viene comunque valutata facendo riferimento ai piccoli spostamenti. I metodi di analisi che si possono adottare sono LA, MNA, GMNA.

Quando si usa come analisi la teoria dei gusci in regime membranale (cfr. 2.1), lo stato tensionale definito dalle risultanti  $N_x$ ,  $N_\vartheta$  e  $N_{x\vartheta}$  può essere rappresentato dall'equivalente tensione di progetto definita dalla relazione

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{t} \sqrt{N_x^2 + N_\vartheta^2 - N_x N_\vartheta + 3N_{x\vartheta}^2} \quad (74)$$

dove  $t$  è lo spessore della parete.

Quando si usa un'analisi LA o GNA, lo stato tensionale si può rappresentare attraverso la tensione equivalente di von Mises

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_\vartheta^2 - \sigma_x \sigma_\vartheta + 3(\tau_{x\vartheta}^2 + \tau_{xn}^2 + \tau_{\vartheta n}^2)} \quad (75)$$

in cui i valori delle tensioni riportate all'interno di quest'ultima relazione possono calcolarsi in questo modo

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N_x}{t} \pm \frac{M_x}{t^2/4} & \sigma_\vartheta &= \frac{N_\vartheta}{t} \pm \frac{M_\vartheta}{t^2/4} \\ \tau_{x\vartheta} &= \frac{N_{x\vartheta}}{t} \pm \frac{M_{x\vartheta}}{t^2/4} & \tau_{xn} &= \frac{T_x}{t} & \tau_{\vartheta n} &= \frac{T_\vartheta}{t} \end{aligned} \quad (76)$$

In generale si ha che le tensioni  $\tau_{xn}$  e  $\tau_{\vartheta n}$  sono molto piccole e pertanto il loro contributo non incide sulla resistenza plastica della struttura e possono essere ignorate.

Per quanto riguarda le resistenze di progetto si può fare riferimento alla relazione

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} \quad (77)$$

dove si può assumere  $\gamma_{M0} = 1$ . Affinché sia soddisfatta la verifica si deve avere che

$$\sigma_{eq} \leq f_{yd} \quad (78)$$

– [I-SLU]: In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che

$$\sigma_{eq} = 114 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (79)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta

– [II-SLU]: In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che

$$\sigma_{eq} = 64 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (80)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta

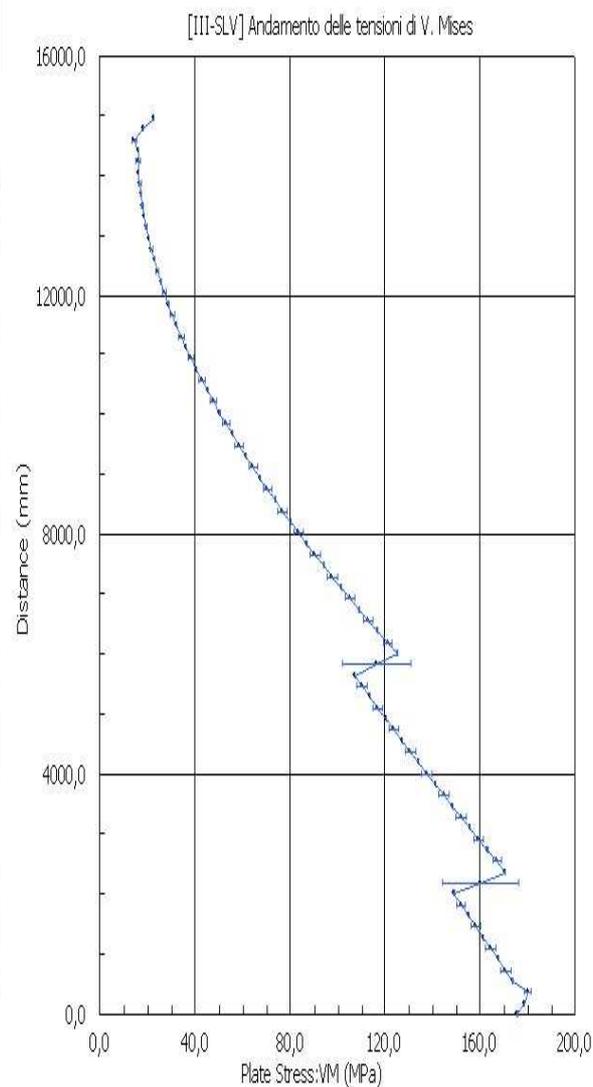
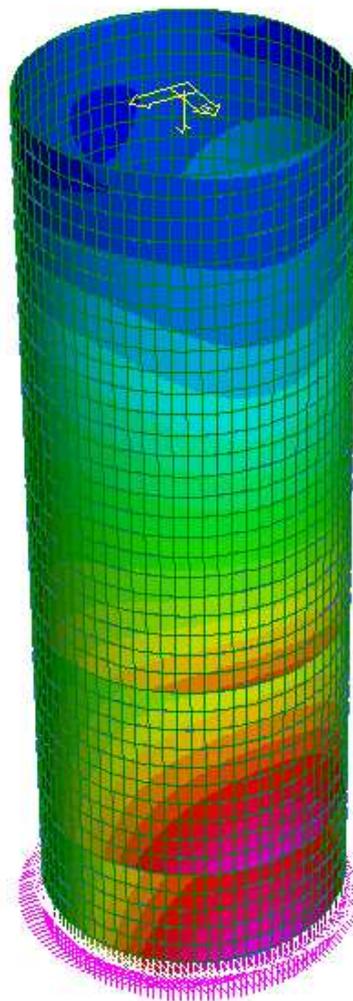
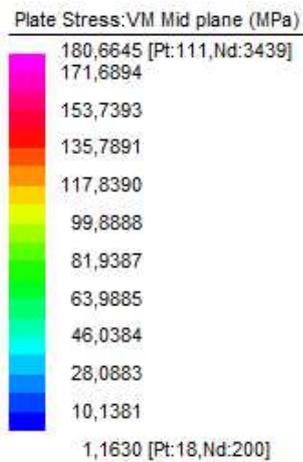
### **3.1.2. Analisi sismica della struttura e verifica di resistenza**

a. *Analisi sismica*: in base alla combinazione di carico [III-SLV] definita nel precedente capitolo in relazione al sito di Bologna, si ricavano i seguenti stati tensionali al variare della coordinata di meridiano e circonferenziale.

Nel caso di sollecitazione sismica l'influenza della copertura risulta essere determinante per lo stato tensionale nelle pareti. A dimostrazione di tale affermazione vengono riportati due casi limite, ovvero, nell'ordine, assenza di copertura e copertura infinitamente rigida nel proprio piano

Nella seguente figura 42 si riporta sia la mappatura che l'andamento delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza per un silo spiralato con l'estremità superiore libera.

In figura 43 si riporta infine sia la mappatura che l'andamento delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza, per un silo spiralato con la copertura infinitamente rigida nel proprio piano.



**Figura 42:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]. Estremità superiore libera

b. *Verifica di resistenza:* in accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che per il silo con estremità superiore libera

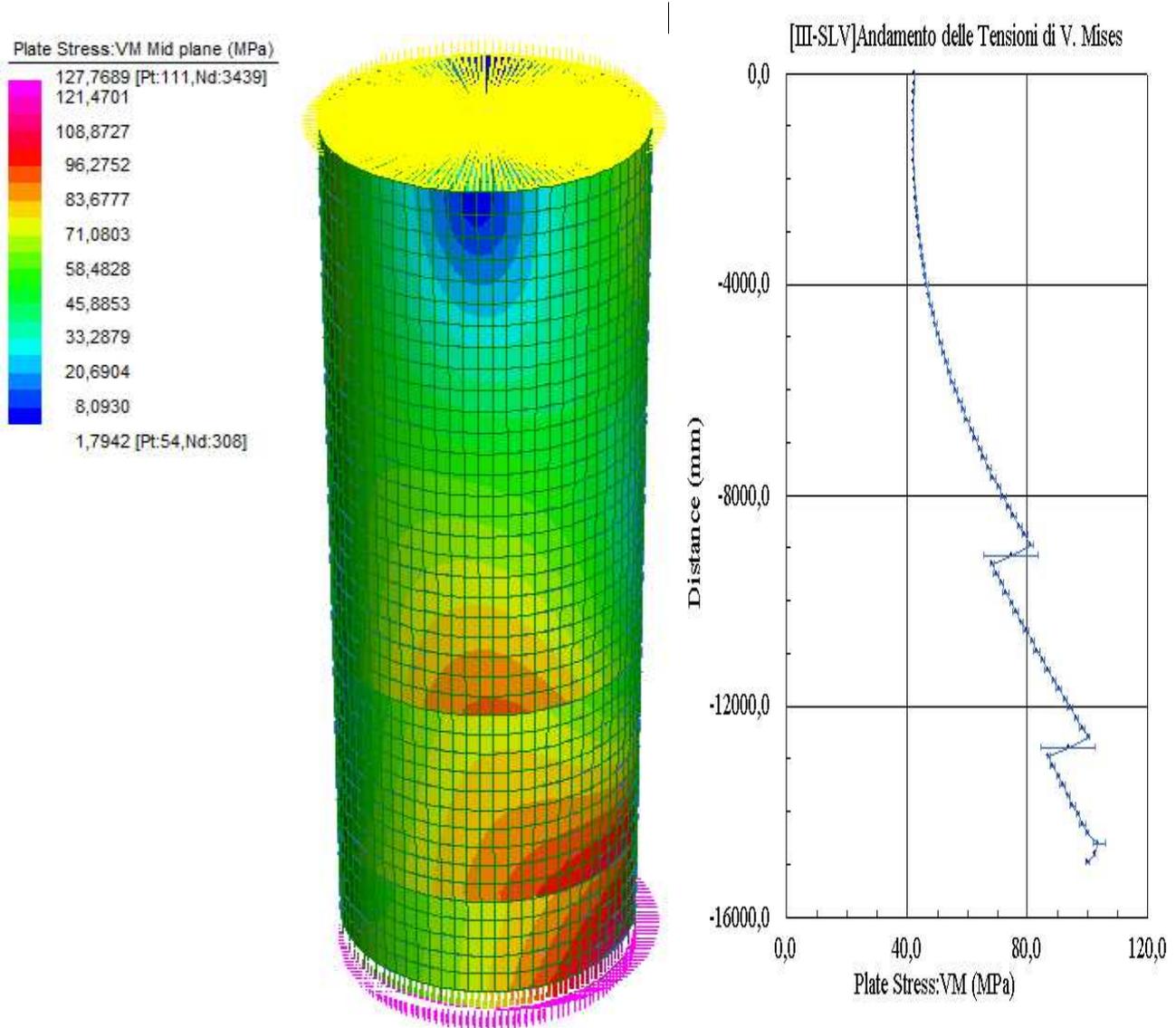
$$\sigma_{eq} = 180 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (81)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta.

In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha per il silo con copertura infinitamente rigida nel piano

$$\sigma_{eq} = 127 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (82)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta.



**Figura 43:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]. Copertura infinitamente rigida nel proprio piano

### 3.2. Silos spiralati mediamente snelli

Si consideri un silo mediamente snello spiralato in cui il materiale insilato è mais, con le seguenti caratteristiche geometriche

- $h_c = 15 [m]$

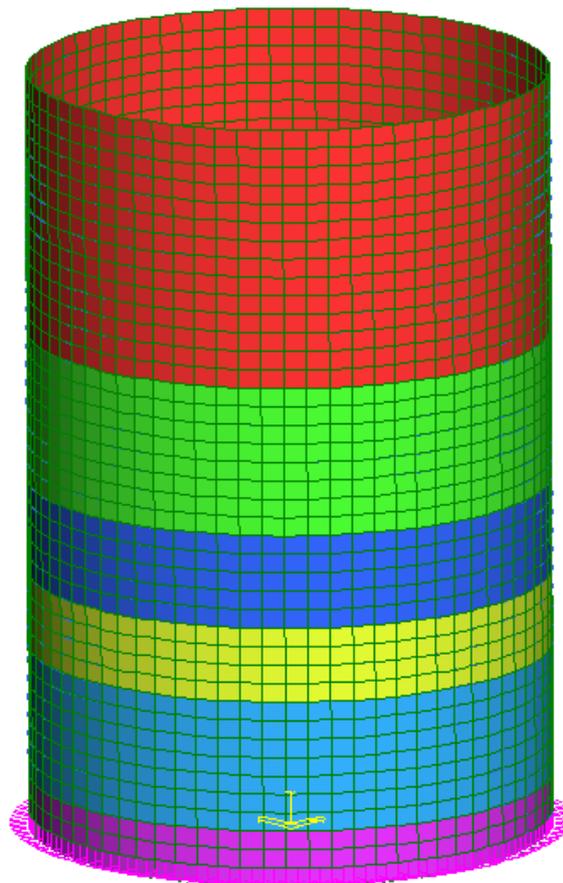
–  $d_c = 10 [m]$

Si assume inoltre uno spessore variabile lungo l'altezza del silo come riportato in tabella 26 ed esemplificato nella seguente figura 44. Come nel caso dei silos snelli, si fa presente che si è tenuto conto della presenza di irrigidimenti verticali interni, figura 36, attraverso un incremento di 0,5 [mm] dello spessore stesso.

| Altezza silo spiralato | Spessore lamiera |
|------------------------|------------------|
| 0 ÷ 5 [m]              | 2 [mm]           |
| 5 ÷ 8 [m]              | 2,5 [mm]         |
| 8 ÷ 10 [m]             | 3 [mm]           |
| 10 ÷ 11,5 [m]          | 3,5 [mm]         |
| 11,5 ÷ 14 [m]          | 4 [mm]           |
| 14 ÷ 15 [m]            | 4,5 [mm]         |

**Tabella 26:** Spessori lamiera al variare dell'altezza del silo

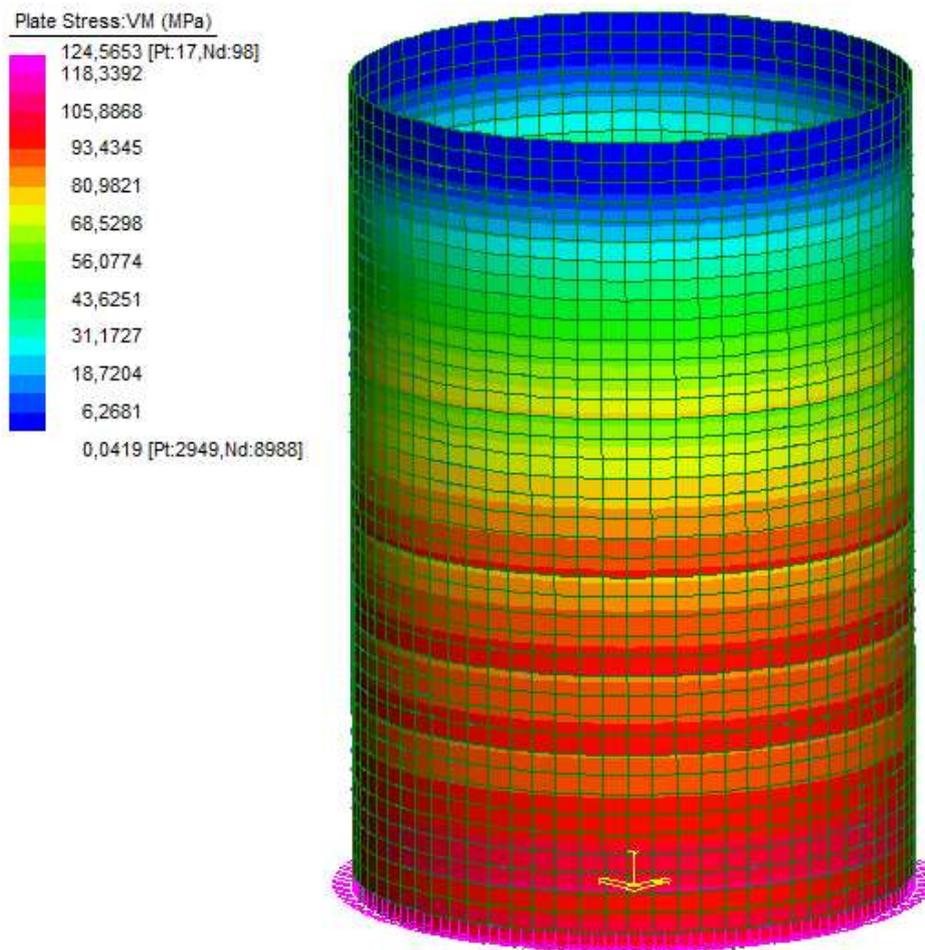
Come materiale si considera un acciaio S350 GD Z 350 NAC le cui caratteristiche meccaniche sono riportate in tabella 25.



**Figura 44:** Spessori lamiera al variare dell'altezza del silo

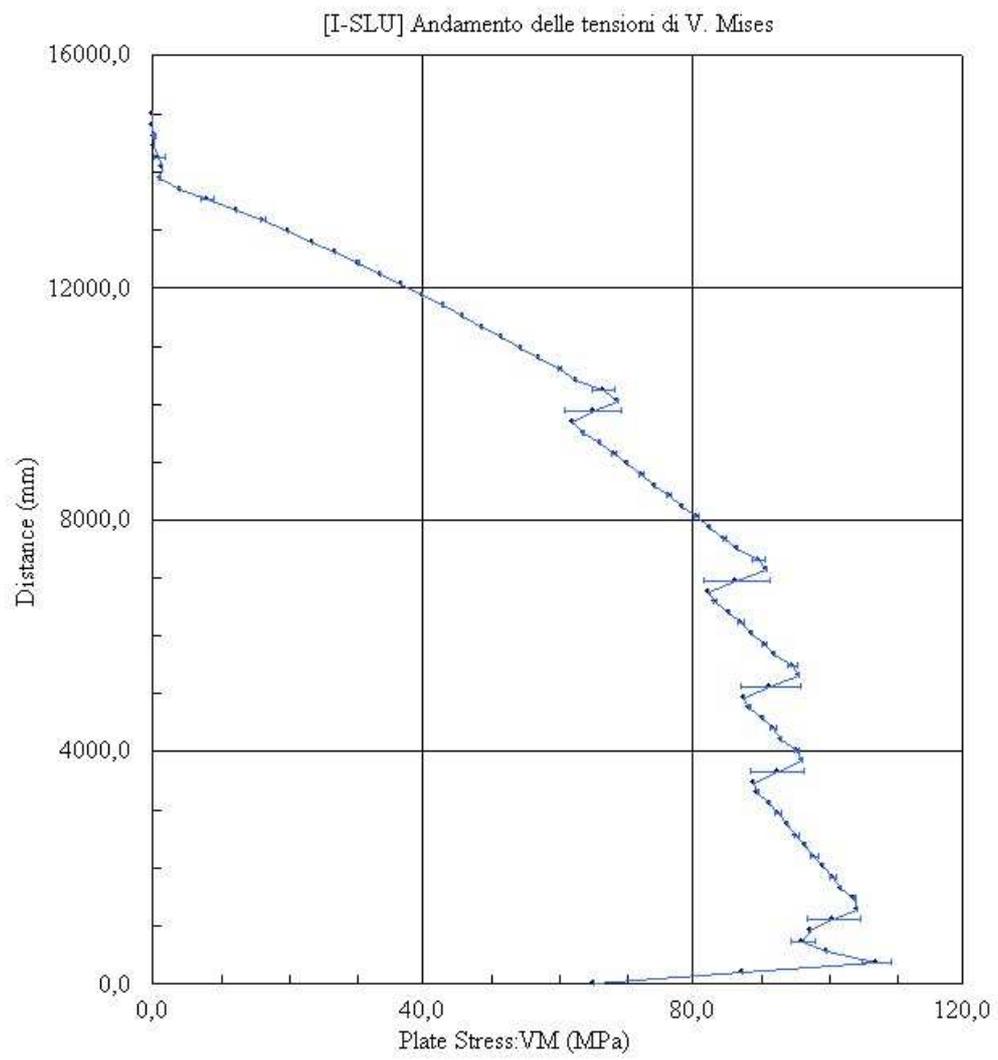
### 3.2.1. Analisi statica della struttura e verifica di resistenza

- a. *Analisi statica*: In base alle combinazioni di carico definite nel precedente capitolo [I-SLU] e [II-SLU], si ricavano i seguenti stati tensionali al variare della coordinata di meridiano e circonferenziale.
  - [I-SLU]: mappatura delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza.



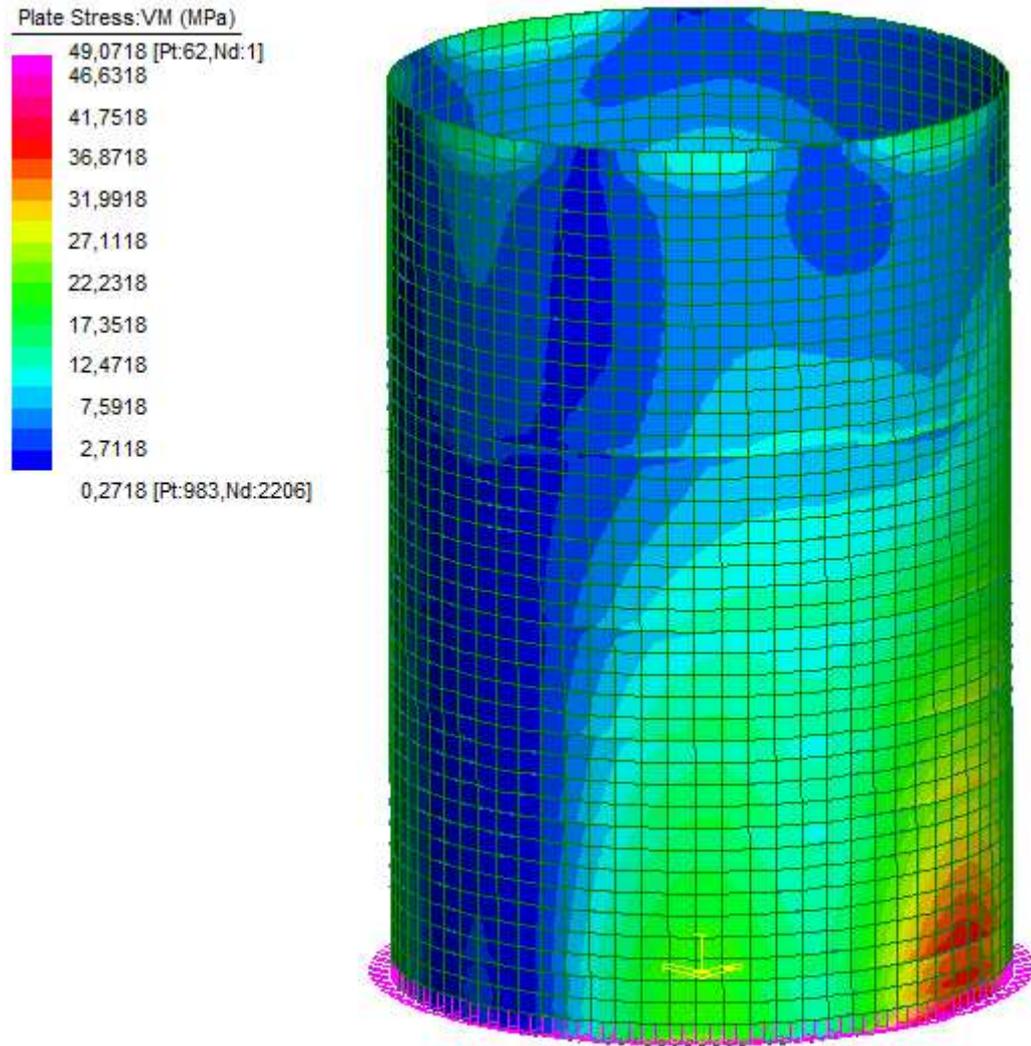
**Figura 45:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]

Si riporta infine l'andamento delle tensioni di V. Mises lungo l'altezza nel seguente grafico.



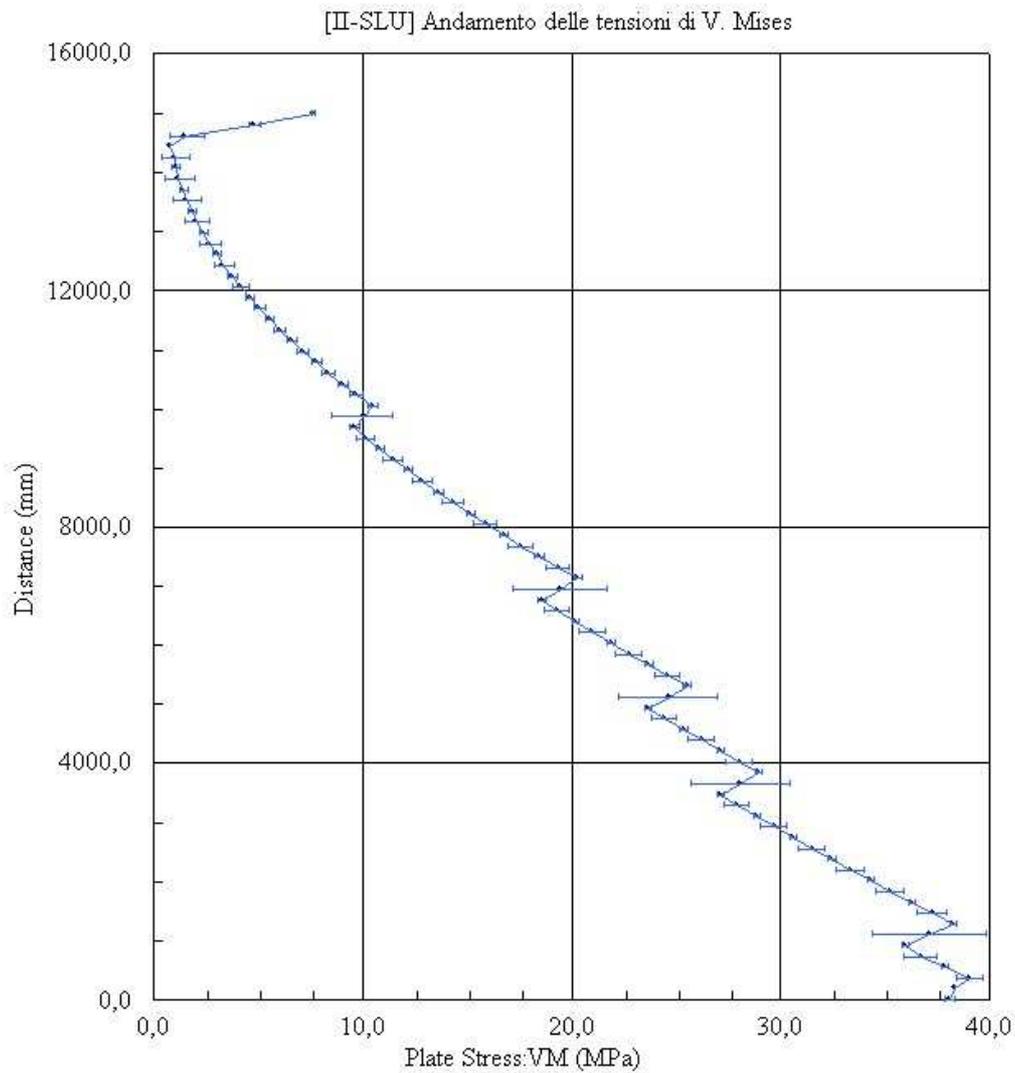
**Grafico 9:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]

– [II-SLU]: mappatura delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza.



**Figura 46:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]

Si riporta infine l'andamento delle tensioni di V. Mises lungo l'altezza nel seguente grafico.



**Grafico 10:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]

b. *Verifica di resistenza:*

- [I-SLU]: In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che

$$\sigma_{eq} = 125 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (83)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta

- [II-SLU]: In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che

$$\sigma_{eq} = 50 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (84)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta

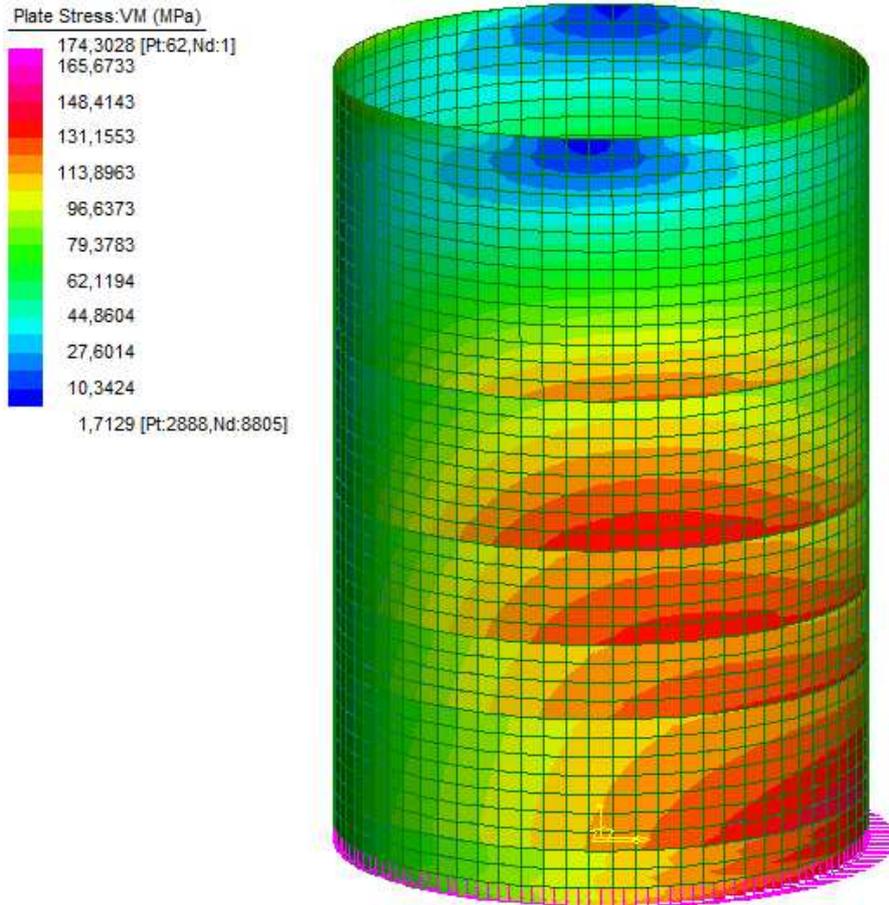
### 3.2.2. Analisi sismica della struttura e verifica di resistenza

a. *Analisi sismica*: in base alla combinazione di carico [III-SLV] definita nel precedente capitolo in relazione al sito di Bologna, si ricavano i seguenti stati tensionali al variare della coordinata di meridiano e circonferenziale.

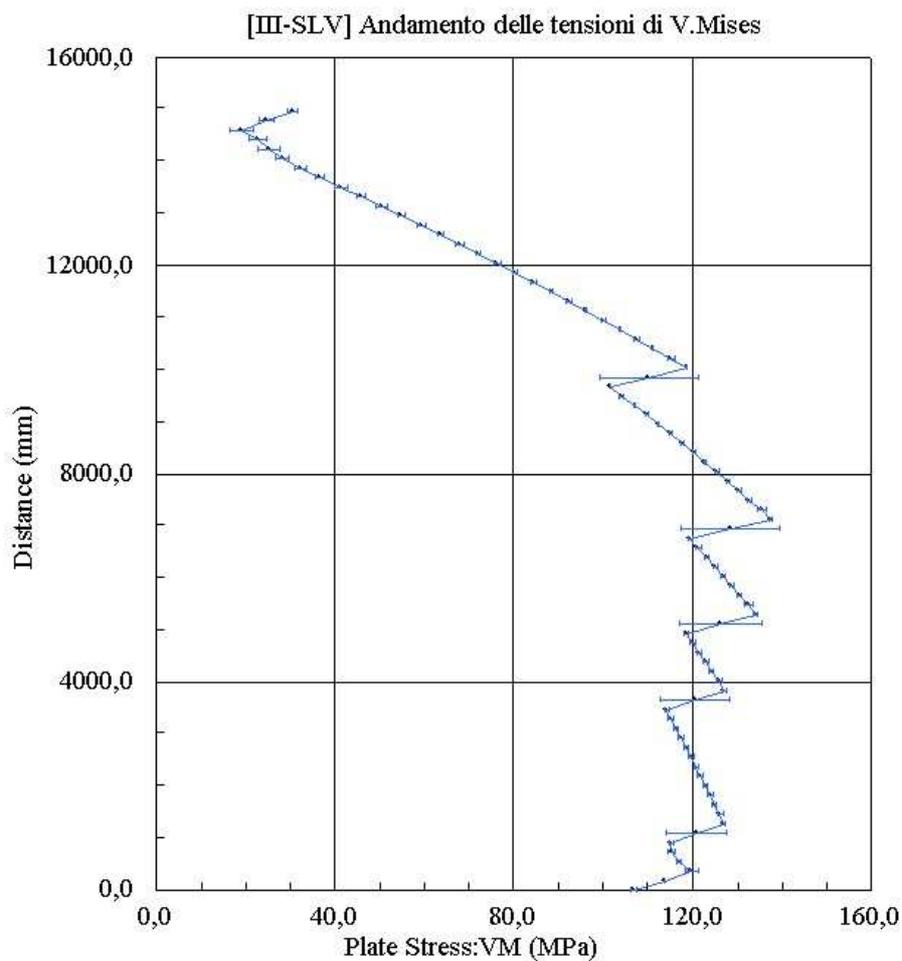
Nel caso di sollecitazione sismica l'influenza della copertura risulta essere determinante per lo stato tensionale nelle pareti. A dimostrazione di tale affermazione vengono riportati due casi limite, ovvero, nell'ordine, assenza di copertura e copertura infinitamente rigida nel proprio piano

Nella seguente figura 47 e nel grafico 11 si riportano la mappatura e l'andamento delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza per un silo spiralato con l'estremità superiore libera.

Infine in figura 48 e nel grafico 12 si riportano la mappatura e l'andamento delle tensioni di Von Mises lungo l'altezza, per un silo spiralato con la copertura infinitamente rigida nel proprio piano.

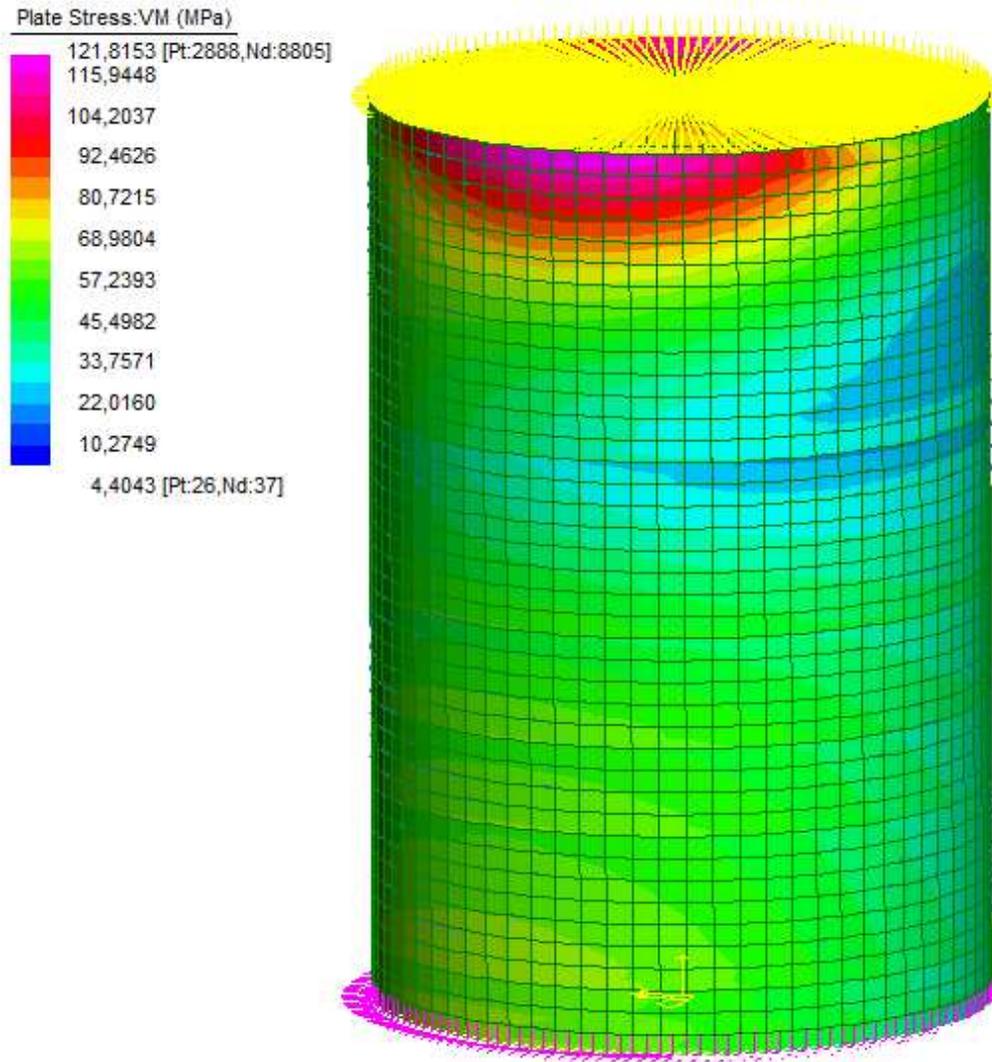


**Figura 47:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]. Estremità superiore libera



**Grafico 11:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]. Estremità libera

In figura 49 viene riportato infine un confronto tra le deformate dei silos per le due condizioni limite in copertura. Nel caso di tetto libero lo spostamento radiale massimo in sommità risulta pari a 19,7 [mm], mentre nel caso di copertura infinitamente rigida nel proprio piano si ha una riduzione dello stesso a 3,7 [mm]. Le deformate, largamente amplificate per coglierne le differenze, sono inoltre qualitativamente molto differenti in accordo con i diversi schemi strutturali adottati



**Figura 48:** Mappatura delle tensioni di Von Mises [MPa]. Copertura infinitamente rigida nel proprio piano

b. *Verifica di resistenza:* in accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha che per il silo con estremità superiore libera

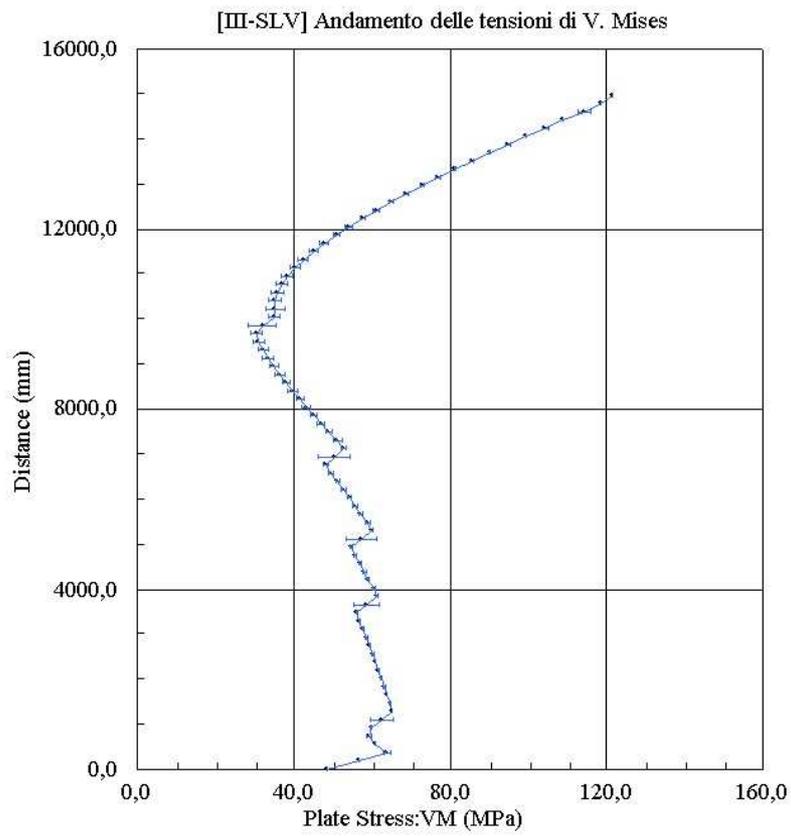
$$\sigma_{eq} = 174 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (85)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta.

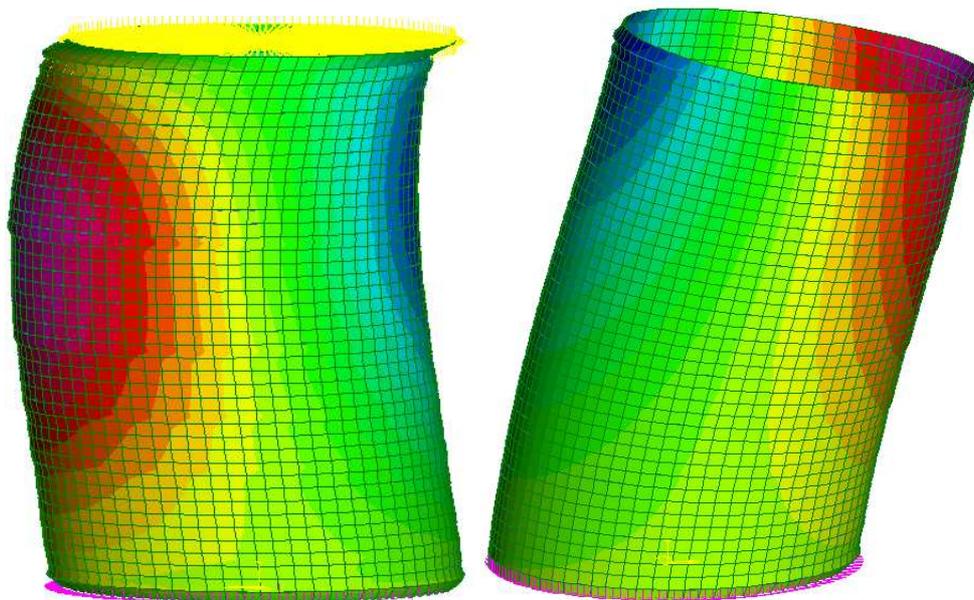
In accordo con la relazione (78) e i valori di tabella 25 si ha per il silo con copertura infinitamente rigida nel piano

$$\sigma_{eq} = 121 \text{ [MPa]} \leq f_{yd} = 345 \text{ [MPa]} \quad (86)$$

Pertanto la verifica risulta essere soddisfatta.



**Grafico 12:** Andamento delle tensioni di Von Mises [MPa]. Copertura infinitamente rigida nel proprio piano



**Figura 49:** Confronto tra deformate per le due condizioni limite del tetto

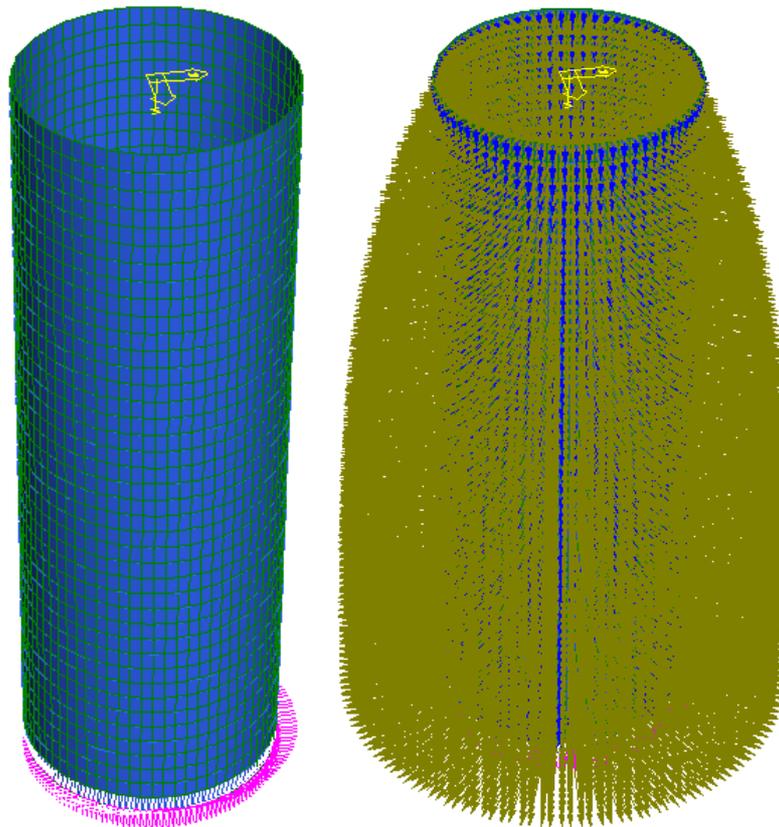
### 3.3. Validazione analitica dei risultati numerici ottenuti dall'analisi F.E.M.

#### 3.3.1. Risultati numerici ottenuti dall'analisi F.E.M. di un guscio cilindrico perfetto con materiale elastico lineare e isotropo

Al fine di validare analiticamente i risultati numerici ottenuti dall'analisi agli elementi finiti si assume

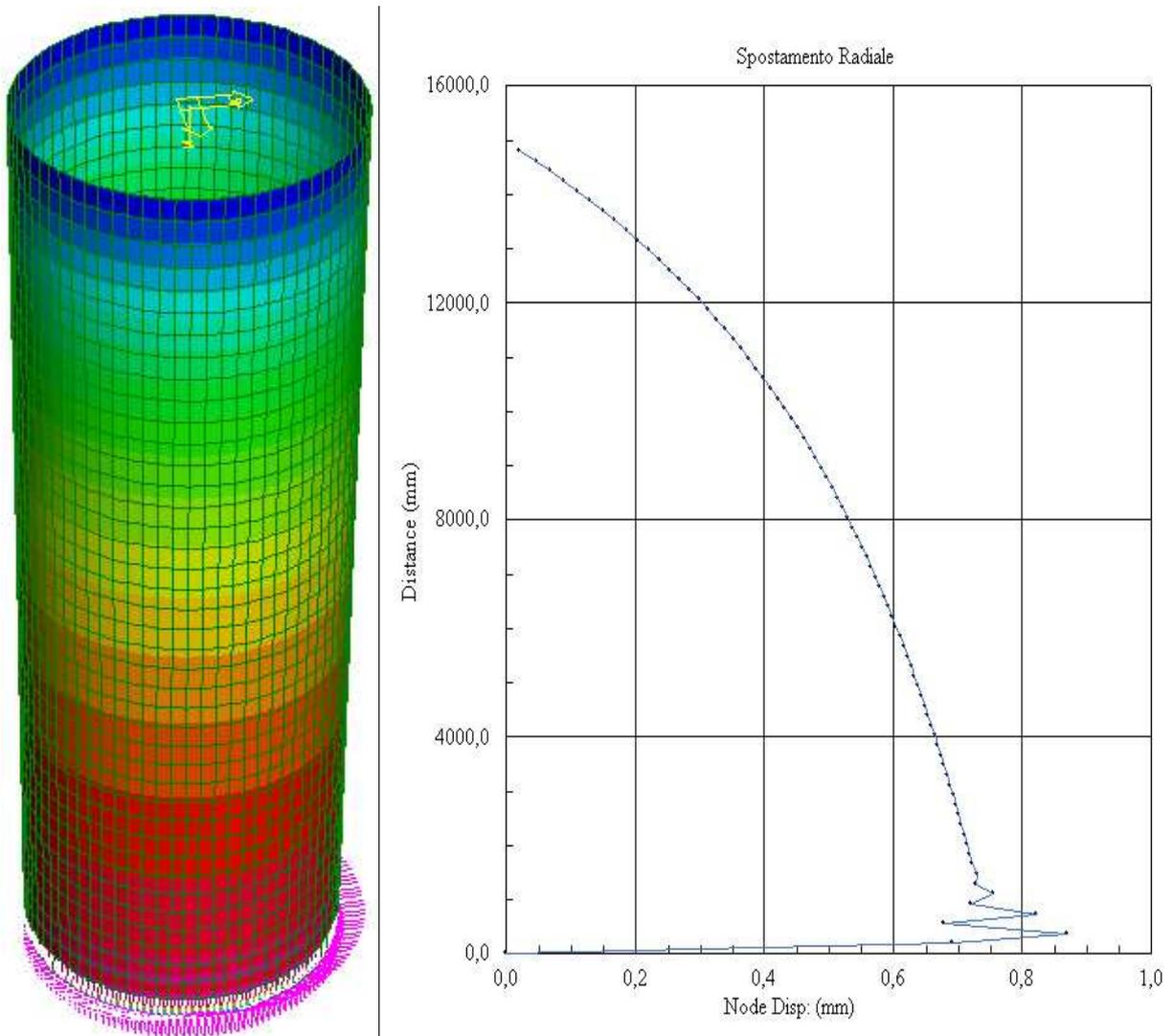
- condizione di carico assialsimmetrica fornita dall'insilato;
- spessore costante lungo l'altezza e pari al valore medio di 3 mm;
- assenza aggraffature.

Si consideri pertanto il silo snello con le caratteristiche geometriche descritte nei precedenti capitoli e sollecitato dalla pressione di scarico. In base alle ipotesi innanzi definite il modello numerico assume le caratteristiche esemplificate nella seguente figura.



**Figura 50:** Modello agli elementi finiti assunto per la validazione analitica

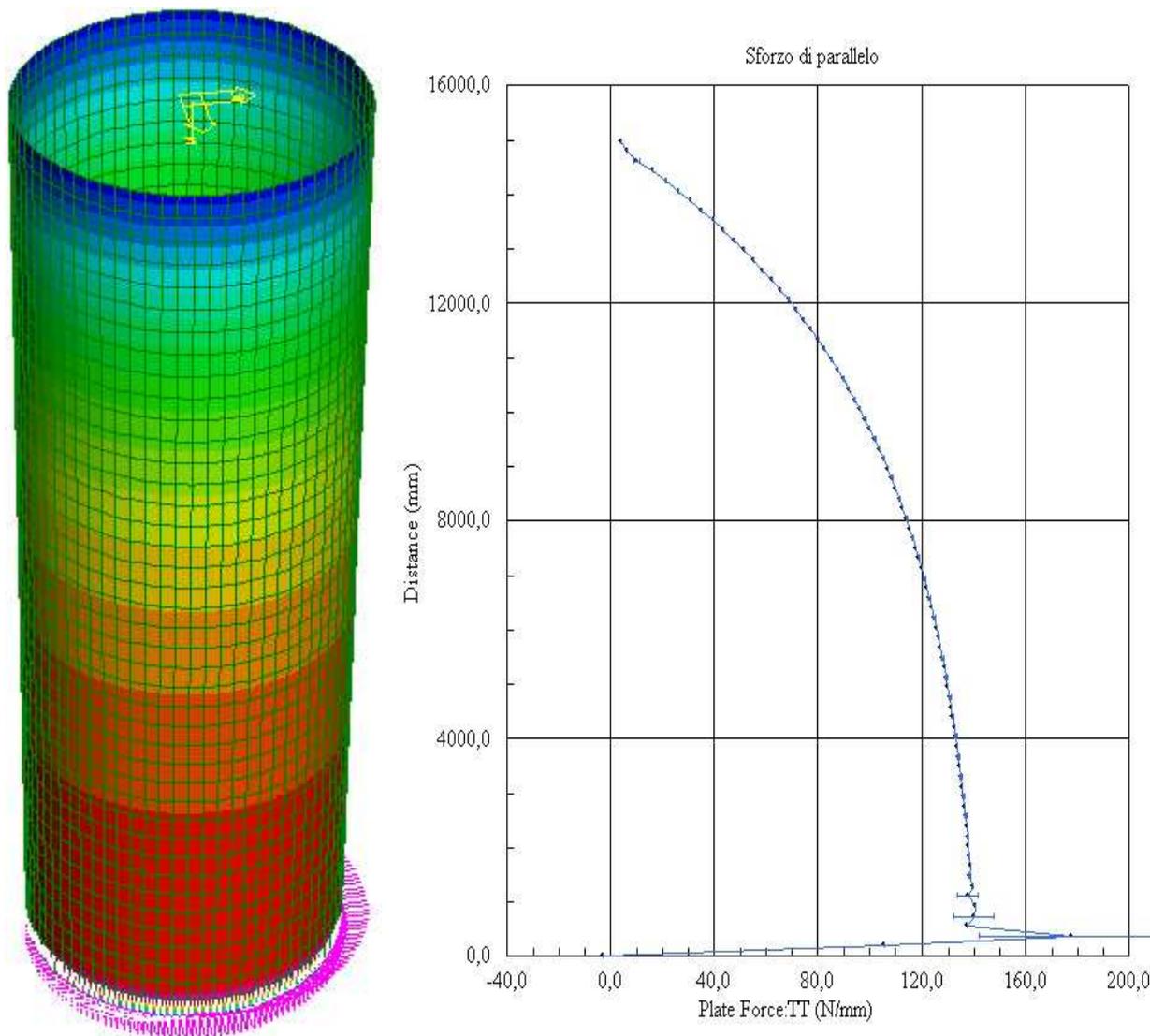
In particolare si avrà che gli spostamenti radiali hanno tale andamento



**Figura 51:** Mappatura e andamento dello spostamento radiale in funzione dell'altezza [mm]

In accordo con la teoria classica dei gusci si notano dei picchi di spostamento in corrispondenza del vincolo alla base che si smorzano molto rapidamente.

Tale situazione è pertanto confermata nell'andamento delle sollecitazioni interne il cui andamento e valori sono di seguito riportati

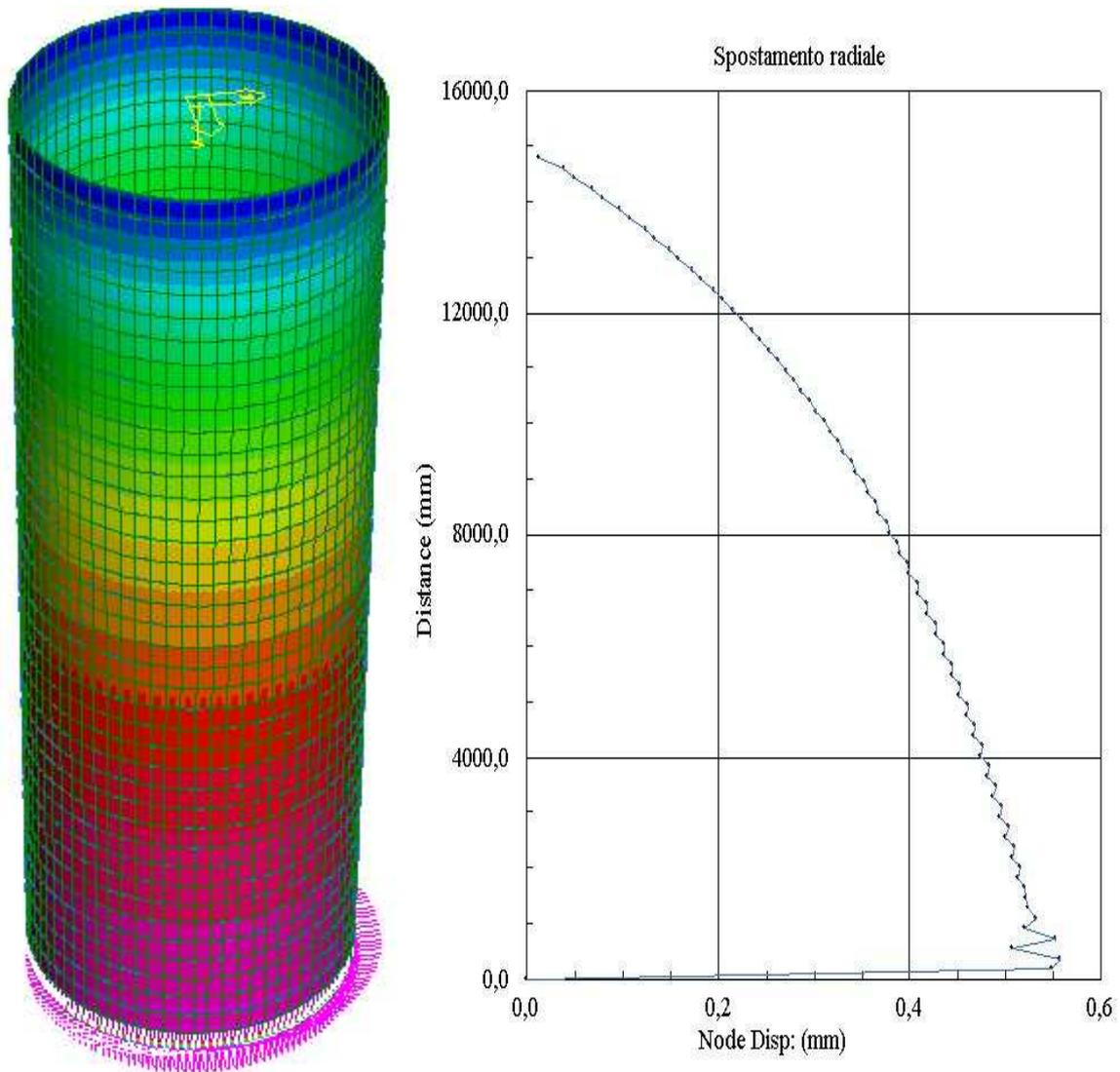


**Figura 52:** Mappatura e andamento dello sforzo membranale in direzione tangente al parallelo lungo l'altezza [MPa]

### 3.3.1.1. Influenza dei Lipp

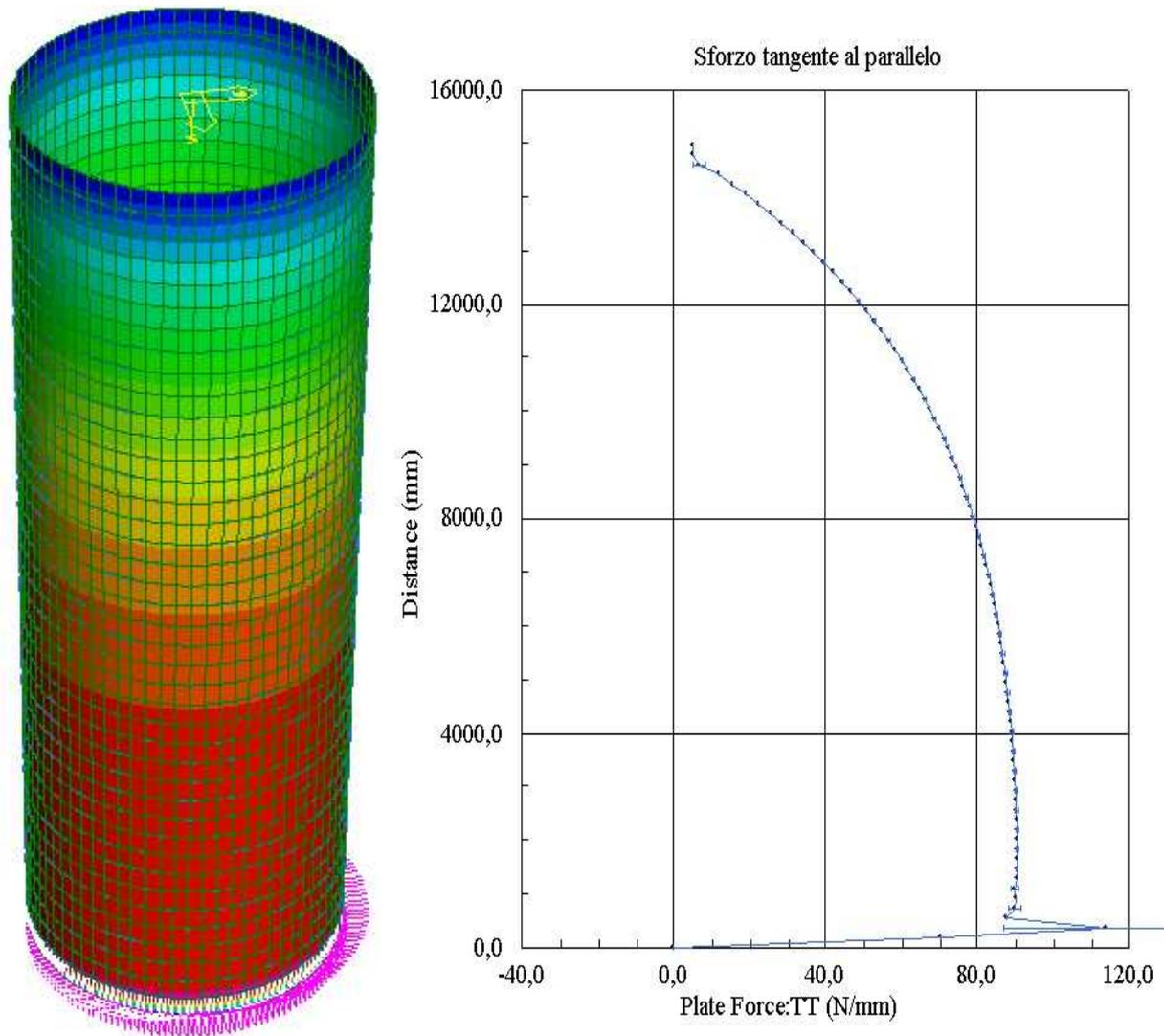
La presenza del Lipp comporta una diminuzione della deformabilità della struttura andando conseguentemente a ridurre le sollecitazioni interne.

In particolare, come mostra la seguente figura, si avrà che gli spostamenti hanno lo stesso andamento qualitativo rispetto al caso ideale, ma sono inferiori.



**Figura 53:** Mappatura e andamento dello spostamento radiale in funzione dell'altezza [mm]

Tale situazione è pertanto confermata nell'andamento delle sollecitazioni interne il cui andamento e valori sono di seguito riportati.



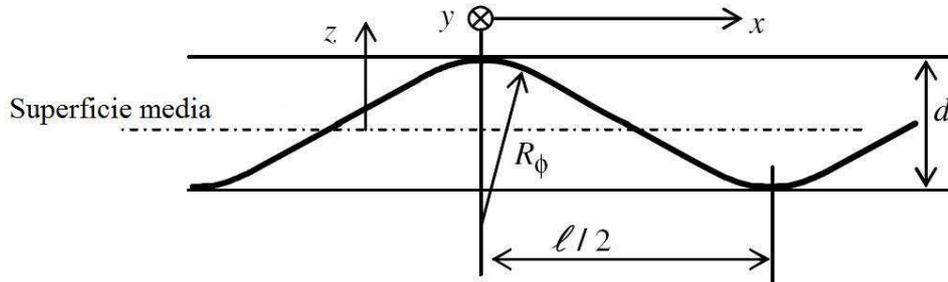
**Figura 54:** Mappatura e andamento dello sforzo membranale in direzione tangente al parallelo lungo l'altezza [MPa]

### 3.3.1.2. Taratura di un modello isotropo equivalente

a. Nel caso di *silos in cui le pareti vengano realizzate con lamiere ondulate* si può realizzare un'analisi attraverso la realizzazione di un modello in cui le proprietà del materiale sono ortotrope.

Le proprietà che di seguito verranno stilate possono essere utilizzate nell'ambito di un'analisi di resistenza e di instabilità a condizione che il profilo della lamiera ondolata sia descritto dalle funzioni seno o arcotangente. Nel caso in cui invece si

abbiano forme diverse, le corrispondenti proprietà possono comunque essere calcolate attraverso tali principi.



**Figura 55:** Aspetti di notazione per le lamiere ondulate [9]

Le proprietà delle lamiere ondulate possono essere definite in termini di coordinate locali  $x$  e  $y$  e dei parametri  $d$ ,  $l$  e  $R_\phi$  come mostrato in figura 55. Infine si studia il problema come monodimensionale non considerando l'effetto Poisson.

Definendo  $t_x$  e  $t_y$  il valore equivalente dello spessore per gli sforzi membranali in direzione rispettivamente normale, parallela alle ondulazioni e  $t_{xy}$  il valore equivalente dello spessore per gli sforzi membranali taglianti, le proprietà equivalenti del modulo elastico per le diverse direzioni, sono definite dalle relazioni (87). I valori di rigidezza flessionale, invece, sono definiti in modo analogo dalle relazioni (88). Nei silos circolari di nostro interesse le variabili  $x$  e  $y$ , che definiscono il sistema di riferimento locale, corrispondono alle direzioni  $z$  e  $\vartheta$ .

Il valore del modulo elastico tagliante si può considerare indipendente dall'orientazione delle onde e pari a  $G = 80800$  MPa.

$$\begin{aligned}
 C_x = Et_x &= E \frac{2t^3}{3d^2} \\
 C_y = Et_y &= Et \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right) \\
 C_{xy} = Gt_{xy} &= \frac{Gt}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)}
 \end{aligned}
 \tag{87}$$

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2}} \right)$$

$$D_y = 0,13Etd^2$$

$$D_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)$$
(88)

b. Nel caso dei *silos spiralati* non si riesce a definire una funzione che riesca a cogliere la forma delle volute, per questo motivo non si possono utilizzare le relazioni proposte in normativa. In alternativa alla realizzazione di un modello che riproduca fedelmente al geometria, come precedentemente realizzato, si può procedere tramite l'individuazione di proprietà equivalenti ortotrope, cercando un'equivalenza tra la situazione reale, figura 37, con gli spessori e le caratteristiche meccaniche reali e il modello ideale delle stesse dimensioni geometriche ma con spessore equivalente ottenuto per equivalenza di aree.

Si assume come sistema di riferimento locale individuato dalla terna destrogira di assi  $x, \theta, n$ . In particolare nella situazione reale si avrà per la singola voluta

$$E_{steel} = 210000 \text{ [MPa]}$$

$$s = 3 \text{ [mm]}$$

$$J_c = 24279410 \text{ mm}^4 = 2,42 \times 10^{-5} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$\Delta h = 364 \text{ [mm]}$$

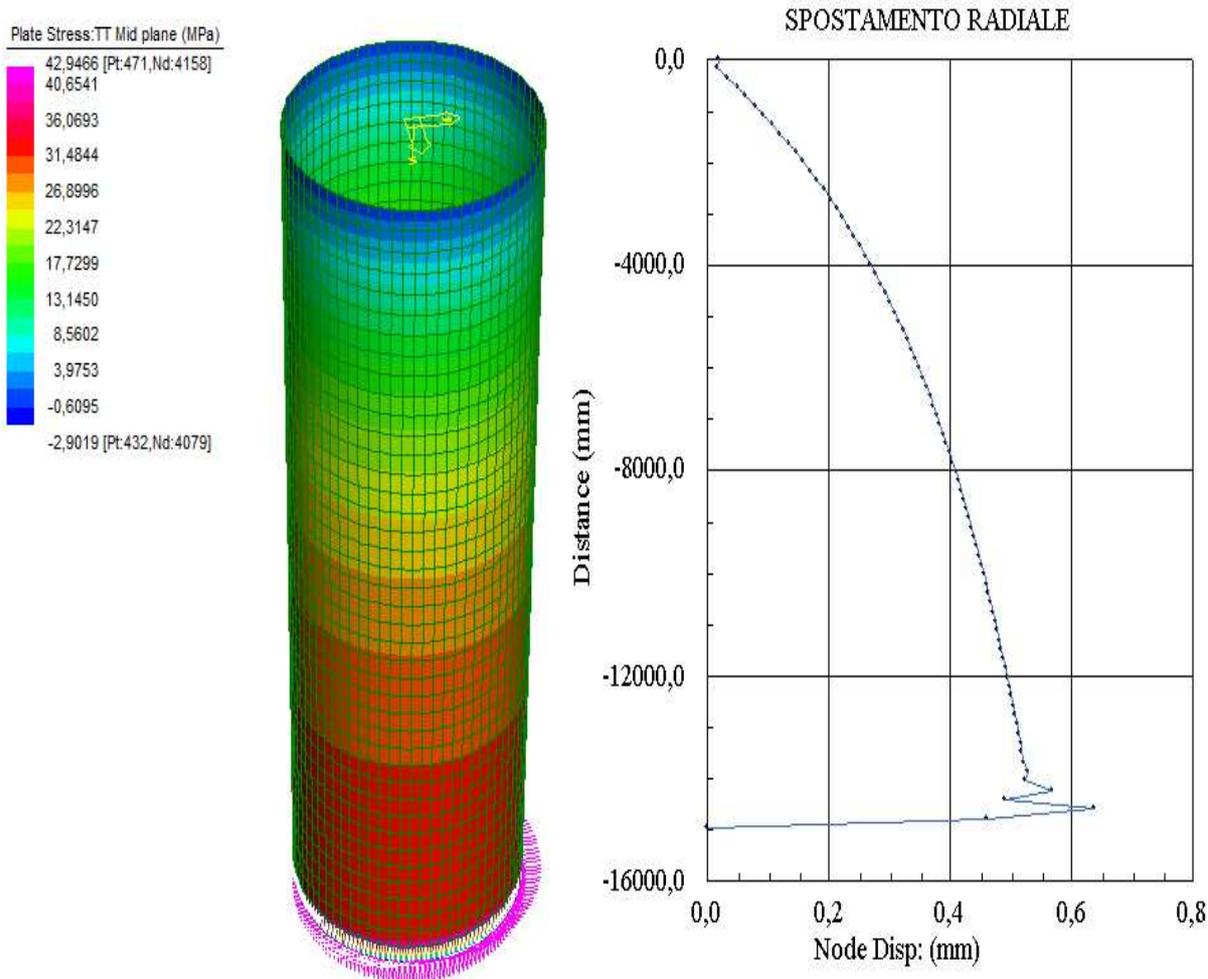
$$A_{tot} = 1507 \text{ [mm}^2\text{]}$$
(89)

Per ottenere i valori relativi al modello di lastra isotropa equivalente si assumono le seguenti quantità

$$E = 210000 \text{ MPa}$$

$$s_{eq} = \frac{A_{tot}}{\Delta h} = \frac{1507}{364} = 4,2 \text{ [mm]}$$
(90)

Si realizza pertanto un'analisi lineare statica da cui si ottengono i seguenti risultati



**Figura 56:** Mappatura delle tensioni di V. Mises e andamento dello spostamento radiale in funzione dell'altezza [mm]

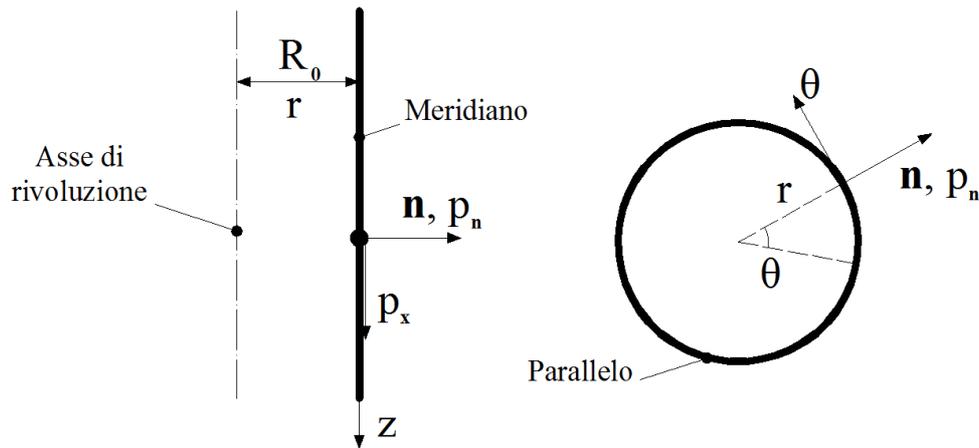
Confrontando tali risultati con quelli mostrati in figura 53 si ha conferma della validità di tale modello semplificato.

### 3.3.2. Validazione analitica: gusci cilindrici sollecitati in regime di assialsimmetria

#### 3.3.2.1. Equazione differenziale della linea elastica di ogni generatrice

Si consideri un guscio cilindrico sollecitato da carichi simmetrici rispetto al generico piano contenente l'asse del solido di rivoluzione

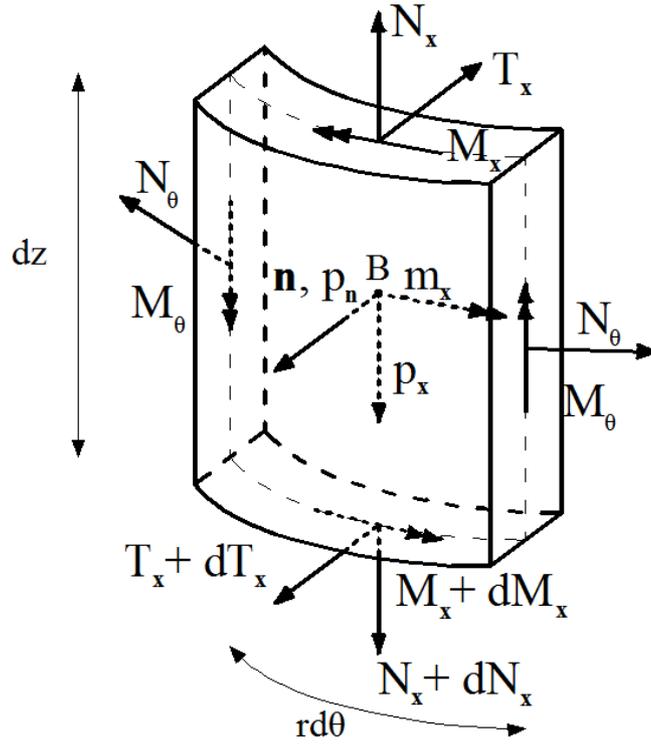
$$\begin{aligned} p_x &= p_x(z) & p_n &= p_n(z) & m_x &= m_x(z) \\ p_\vartheta &= 0 & m_\vartheta &= 0 \end{aligned} \quad (91)$$



**Figura 57:** Aspetti di notazione e azioni esterne

Le equazioni indefinite di equilibrio per il guscio cilindrico nel caso di sollecitazione generica assumono l'aspetto

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\vartheta}}{\partial \vartheta} + p_x &= 0 \\ \frac{\partial N_{x\vartheta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_\vartheta}{\partial \vartheta} + \frac{T_\vartheta}{r} + p_\vartheta &= 0 \\ \frac{\partial T_x}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_\vartheta}{\partial \vartheta} - \frac{N_\vartheta}{r} + p_n &= 0 \\ \frac{\partial M_x}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{x\vartheta}}{\partial \vartheta} - T_x + m_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{x\vartheta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_\vartheta}{\partial \vartheta} - T_\vartheta + m_\vartheta &= 0 \end{aligned} \quad (92)$$



**Figura 58:** Caratteristiche della sollecitazione

Nel caso di sollecitazione assialsimmetrica i carichi che risultano essere simmetrici rispetto al piano di simmetria radiale, sono

$$p_x = p_x(z) \quad p_n = p_n(z) \quad m_x = m_x(z) \quad (93)$$

mentre

$$p_\vartheta = 0 \quad m_\vartheta = 0 \quad (94)$$

Infatti,  $p_\vartheta$  risulta antisimmetrico rispetto al piano radiale, mentre  $m_\vartheta$ , è una coppia che risulta essere generata da forze antisimmetriche rispetto all'asse di simmetria.

Le tensioni interne simmetriche rispetto al piano radiale risultano essere

$$\sigma_x \quad \sigma_\vartheta \quad \tau_x \quad (95)$$

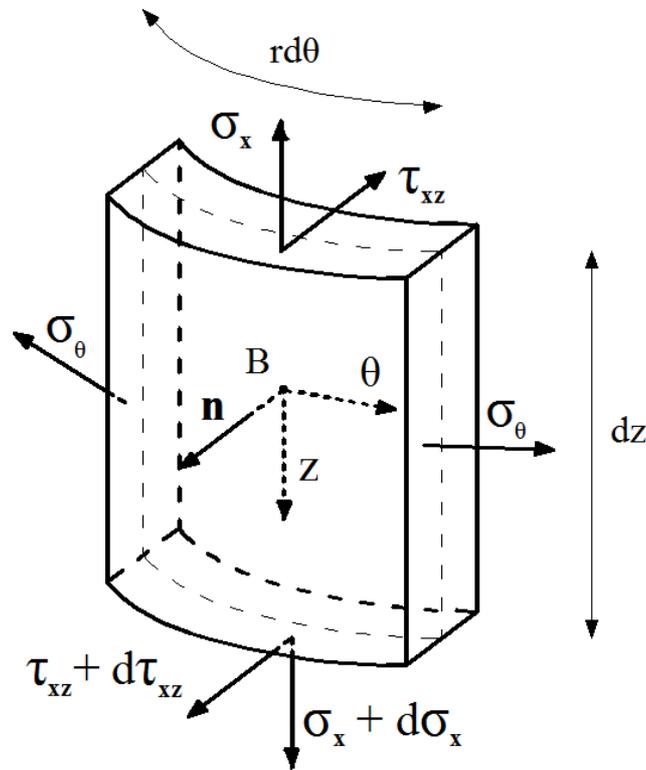
che generano, rispettivamente, le seguenti caratteristiche della sollecitazione interna

$$N_x, M_x; \quad N_\vartheta, M_\vartheta; \quad T_x = T_{x\vartheta} \quad (96)$$

Le tensioni interne

$$\tau_{x\vartheta} = \tau_{\vartheta x} \quad \tau_{z\vartheta} = \tau_{\vartheta z} \quad (97)$$

come pure le corrispondenti caratteristiche della sollecitazione interna  $N_{x\vartheta}$ ,  $M_{x\vartheta}$ ,  $T_{\vartheta} = T_{\vartheta z}$  sono antisimmetriche e quindi nulle.



**Figura 58:** Caratteristiche della sollecitazione

Il tensore degli sforzi  $\sigma$  assume questa forma

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \sigma_{\vartheta} & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (98)$$

Nell'ipotesi di assialsimmetria le grandezze risultano essere indipendenti da  $\vartheta$  che implica che le derivate parziali si trasformino in derivate totali rispetto alla sola variabile  $z$ . Quindi, le equazioni indefinite di equilibrio per la condizione di carico statico assialsimmetrico diventano

$$\begin{aligned}
\frac{dN_x}{dz} + p_x &= 0 \\
\frac{dT_x}{dz} - \frac{N_\vartheta}{r} + p_n &= 0 \\
\frac{dM_x}{dz} - T_x + m_x &= 0
\end{aligned} \tag{99}$$

Da tali equazioni di equilibrio si nota che la prima equazione risulta disaccoppiata rispetto alle altre, ovvero le caratteristiche di sollecitazione  $T_x$ ,  $M_x$  e  $N_\vartheta$  non dipendono da  $N_x$ . In base a questa osservazione si può ottenere un'unica equazione di equilibrio rilevando che è possibile ricavare dalla terza equazione il taglio  $T_x$  e sostituirlo nella seconda

$$T_x = \frac{dM_x}{dz} + m_x \Rightarrow \frac{d}{dz} \left( \frac{dM_x}{dz} + m_x \right) - \frac{N_\vartheta}{r} + p_n = 0 \tag{100}$$

Per  $m_x$  costante si ricava

$$\frac{d^2 M_x}{dz^2} - \frac{N_\vartheta}{r} + p_n = 0 \tag{101}$$

La deformazione assial-simmetrica coinvolge lo spostamento assiale  $u_x = u = u(z)$ , lo spostamento radiale  $w = w(z)$  e la rotazione  $\beta_x = \beta_x(z)$ , ma non lo spostamento  $u_\vartheta$  e la rotazione  $\beta_\vartheta$  che sono nulli,  $u_\vartheta = v = 0$ ,  $\beta_\vartheta = 0$ , poiché rappresentati da vettori antisimmetrici rispetto al piano di simmetria radiale. L'indipendenza da  $\vartheta$  fa sì che le derivate diventino totali rispetto all'unica variabile  $z$ . Attraverso le seguenti considerazioni le equazioni indefinite di congruenza assumono la forma

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial z} \\ \varepsilon_{\vartheta}^0 = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \vartheta} + \frac{w}{r} \\ \gamma_{x\vartheta}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} \\ k_x = \frac{\partial \beta_x}{\partial z} \\ k_{\vartheta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \beta_{\vartheta}}{\partial \vartheta} \\ k_{x\vartheta} = \frac{\partial \beta_{\vartheta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \beta_x}{\partial \vartheta} \\ \gamma_{xz} = \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \gamma_{\vartheta z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \beta_x}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^0 = \frac{du}{dz} \\ \varepsilon_{\vartheta}^0 = \frac{w}{r} \\ k_x = \frac{d\beta_x}{dz} \\ \gamma_{xz} = \beta_x + \frac{dw}{dz} \\ \gamma_{x\vartheta}^0 = 0 \\ k_{\vartheta} = 0 \\ k_{x\vartheta} = 0 \\ \gamma_{\vartheta z} = 0 \end{array} \right. \quad (102)$$

In notazione matriciale il vettore delle caratteristiche di deformazione  $\varepsilon$  risulta

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{du}{dz} \\ \frac{w}{r} \\ \frac{d\beta_x}{dz} \\ \beta_x + \frac{dw}{dz} \end{bmatrix} \quad (103)$$

Nell'ipotesi di scorrimento nullo  $\gamma_{xz}$ , la rotazione  $\beta_x$  uguaglia la derivata dello spostamento  $w$  cambiata di segno

$$\beta_x = -\frac{dw}{dz} \quad (104)$$

Le equazioni di legame elastico per le grandezze  $M_x$  e  $N_{\vartheta}$  riscritte in termini di spostamento radiale assumono questa forma

$$M_x = \Gamma k_x = \Gamma \frac{d\beta_x}{dz} = -\Gamma \frac{d^2 w}{dz^2} \quad (105)$$

$$N_{\vartheta} = K \varepsilon_{\vartheta} \Rightarrow \frac{N_{\vartheta}}{r} = \frac{K \varepsilon_{\vartheta}}{r} = \frac{Et}{(1-\nu^2)r^2} w = \beta w \quad (106)$$

dove si è posto

$$\beta = \frac{Et}{(1-\nu^2)r^2} \quad (107)$$

Sostituendo in (101) le espressioni (105) e (106), si ricava

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( -\Gamma \frac{d^2 w}{dz^2} \right) - \beta w + p_n = 0 \quad (108)$$

Oppure

$$\Gamma w'''' + \beta w = p_n \quad (109)$$

essendo la rigidezza flessionale

$$\Gamma = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (110)$$

La (108) esprime l'equazione differenziale della trave su suolo elastico a sezione variabile e la (109) quella della trave a sezione costante. Pertanto, i paralleli equivalgono ad un suolo elastico capace di reagire come un vicolo bilaterale.

Per la trave a sezione costante, ponendo

$$\frac{\beta}{\Gamma} = 4\alpha^4 \quad (111)$$

si ha

$$\frac{d^4 w(z)}{dz^4} + 4\alpha^4 w(z) = \frac{p_n}{\Gamma} \quad (112)$$

dove  $\alpha$  assume la seguente espressione

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4\Gamma}} = \sqrt[4]{\frac{Et}{4(1-\nu^2)r^2} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{Et^3}} = \sqrt[4]{\frac{3}{r^2 t^2}} \approx \frac{1,3}{\sqrt{rt}} \quad (113)$$

### 3.3.2.2. Integrale generale e integrali particolari

L'integrale generale dell'equazione omogenea associata

$$w(z)'''' + 4\alpha^4 w(z) = 0 \quad (114)$$

si può esprimere nella forma

$$w(z)_0 = A_1 e^{\alpha z} \sin \alpha z + A_2 e^{\alpha z} \cos \alpha z + A_3 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + A_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z \quad (115)$$

ed esprime l'effetto provocato da forze e coppie radiali uniformemente distribuite lungo i bordi del recipiente cilindrico. Nell'integrale generale compaiono quattro costanti  $A_1, A_2, A_3,$  e  $A_4$  poiché il problema differenziale è del quarto ordine. Tali costanti devono essere determinate in base alle condizioni al contorno sia di tipo statico che cinematico. La soluzione della (112) è del tipo

$$w(z) = w_0 + w_p \quad (116)$$

dove  $w_p$  è l'integrale particolare (la cui espressione è discussa in seguito). Nota la funzione  $w = w(z)$  si possono calcolare la rotazione, il momento e il taglio secondo le relazioni seguenti

$$\beta_x = -\frac{dw}{dz} \quad M_x = -\Gamma \frac{d^2w}{dz^2} \quad T_x = \frac{dM_x}{dz} = -\Gamma \frac{d^3w}{dz^3} \quad (117)$$

I termini della (115) che sono moltiplicati per il fattore  $e^{\alpha z}$  non hanno senso fisico, poiché le sollecitazioni crescerebbero esponenzialmente in modo sinusoidale. Ne consegue che le costanti  $A_1$  e  $A_2$  sono nulle,  $A_1 = A_2 = 0$ . L'effetto dal bordo sollecitato, quindi, si smorza rapidamente secondo la funzione  $e^{-\alpha z}$ , con andamento oscillatorio. Il motivo fisico di tale smorzamento è dovuto al fatto che la deformazione delle strisce di meridiano del guscio cilindrico richiede che aumenti o diminuisca il raggio delle strisce di parallelo, le quali perciò reagiscono, opponendosi alla deformazione delle prime e smorzandola a breve distanza dalla causa esterna stessa che la produce.

Infatti se in corrispondenza del bordo inferiore caricato si ha  $e^{-\alpha z} = e^{-\alpha 0} = 1$ . Alla distanza  $z = \lambda/2$  risulta

$$e^{-\alpha z} = e^{-\alpha \lambda / 2} = e^{-\pi} = 0,043 \quad (118)$$

alla distanza  $z = \lambda$  si ha

$$e^{-\alpha z} = e^{-\alpha \lambda} = e^{-2\pi} \approx 0,002 \quad (119)$$

ovvero alle distanze di mezza lunghezza d'onda e di una lunghezza d'onda, le varie quantità diventeranno all'incirca 1/20 e 1/500, rispettivamente dei valori che hanno al bordo.

Pertanto, la soluzione dell'omogenea associata (114) si può scrivere nella seguente forma

$$w(z)_0 = A_3 e^{-\alpha z} \operatorname{sen} \alpha z + A_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z = e^{-\alpha z} (A_3 \operatorname{sen} \alpha z + A_4 \cos \alpha z) \quad (120)$$

che si può anche riscrivere

$$w(z)_0 = A e^{-\alpha z} \operatorname{sen}(\alpha z + \alpha_0) \quad (121)$$

Da quanto visto, si può osservare che tutti gli effetti che si hanno su una trave su suolo elastico hanno un andamento armonico smorzato. Si può anche definire la lunghezza d'onda  $\lambda$ , come la distanza tra due punti nei quali l'argomento della funzione periodica incrementa di  $2\pi$ , ovvero rappresenta la distanza tra due massimi della stessa funzione periodica. Si consideri, ad esempio, la funzione  $\cos \alpha z$ . Essendo tale funzione periodica, essa assume gli stessi valori per distanze  $\Delta z = \lambda$ . Per  $\Delta z = \lambda$  si ha

$$\cos[\alpha(z + \Delta z)] = \cos(\alpha z + 2\pi) \quad (122)$$

Affinché tali funzioni siano uguali, deve essere uguale il loro argomento, per cui risulta

$$\begin{aligned} \alpha z + \alpha \Delta z &= \alpha z + 2\pi \\ \Delta z = \lambda &= \frac{2\pi}{\alpha} \end{aligned} \quad (123)$$

Sostituendo in tale relazione l'espressione (113), si ricava

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{1,3/\sqrt{rt}} \approx 4,83\sqrt{rt} \quad (124)$$

Per la (124) la lunghezza d'onda  $\lambda$  è proporzionale a  $\sqrt{rt}$ . Pertanto, lo smorzamento è tanto più rapido quanto minori sono lo spessore  $t$  e il raggio  $r$ .

L'integrale particolare della (112) esprime l'effetto del solo carico radiale  $p_n$  agente sulla parete del guscio cilindrico ossia non tiene conto delle eventuali forze o coppie agenti lungo i bordi e assume la forma

$$w_p = \frac{p_n}{4\Gamma \alpha^4} = \frac{p_n}{\beta} = \frac{p_n \cdot (1-\nu^2) \cdot r^2}{Et} \approx \frac{p_n r^2}{Et} \quad (125)$$

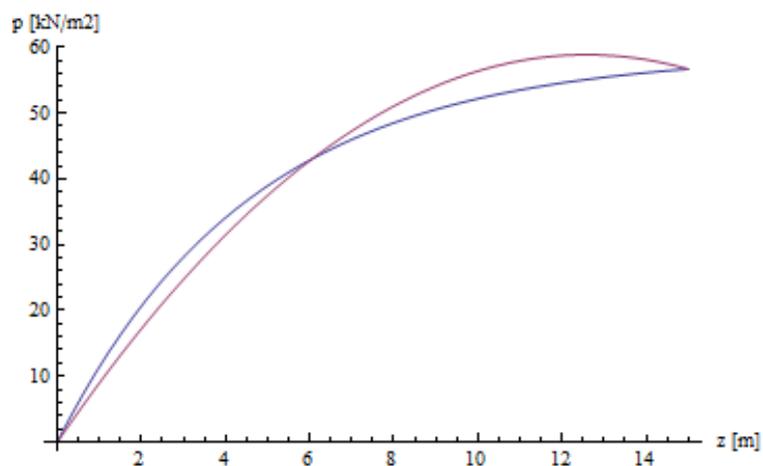
sia nel caso in cui la pressione sia costante, oppure che vari attraverso una legge lineare, parabolica e cubica.

Nel caso di silos cilindrici riempiti da materiale di tipo granulare l'espressione del carico orizzontale in condizioni di assialsimmetria sia in fase di carico che di scarico è definita nel capitolo 2, a seconda del fatto che il silo sia snello, mediamente snello o tozzo e molto tozzo.

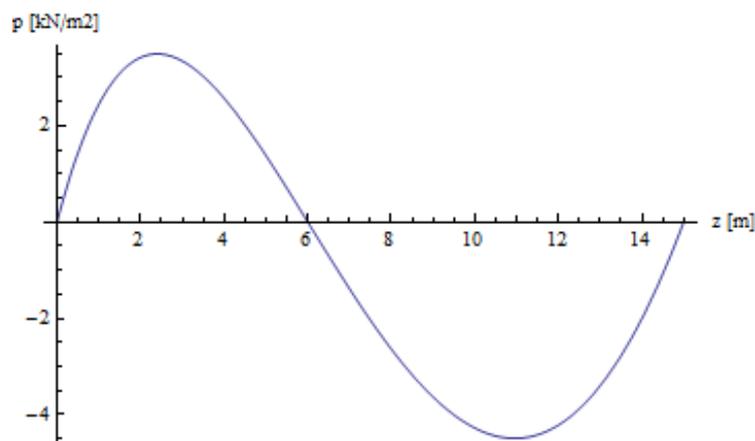
Considerando il silo snello preso in considerazione nei capitoli precedenti. Per riuscire a calcolare la soluzione particolare è necessario approssimare la funzione che definisce l'andamento del carico con una parabola di equazione

$$p_n = p_{he} = 9,36 \cdot z - 0,372 \cdot z^2 \quad (126)$$

rappresentata nel grafico 13.



**Grafico 13:** Approssimazione del carico con una parabola



**Grafico 14:** Andamento dell'errore in  $[kN/m^2]$ , dovuto all'approssimazione in funzione dell'altezza

In base a tale assunzione e a (125), si ha che l'integrale particolare assume la forma

$$w_p = \frac{r^2}{Et} (9,36 \cdot z - 0,372 \cdot z^2) \quad (127)$$

ovvero

$$w_p = 9,28 \cdot 10^{-5} z - 3,69 \cdot 10^{-6} z^2 \quad (128)$$

ricordando infine che

$$\beta = \frac{Et}{(1-\nu^2)r^2} = 110770 \quad (129)$$

$$\Gamma = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = 0,519$$

Per le relazioni (105)-(106) e (128)-(129) si ha che

$$M_x = -\Gamma \frac{d^2 w}{dz^2} = 0,0038 \text{ [Nm / m]} \quad (130)$$

$$N_y = \beta w = 10,3z - 0,4z^2 \text{ [kN / m]} \quad (131)$$

Nel caso di silos in cui l'altezza è maggiore del diametro il comportamento della parte superiore, per quanto detto in precedenza, non risente dell'influenza delle reazioni al bordo inferiore. Le costanti che compaiono nella (121) si determinano pertanto attraverso le condizioni di vincolo al bordo inferiore perché quelle al bordo superiore non hanno sensibile influenza sui valori di  $A_3$  e  $A_4$  e sul regime statico in prossimità del fondo.

Se il bordo inferiore è incastrato le condizioni sono

$$\begin{aligned} w(z=0) &= 0 \\ w'(z=0) &= 0 \end{aligned} \quad (132)$$

ovvero

$$\begin{aligned} w(z=0) &= 0 = A_4 \\ w'(z=0) &= 0 = \alpha A_3 + 9,28 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (133)$$

pertanto

$$\begin{aligned} A_4 &= 0 \\ A_3 &= -6,18 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \quad (134)$$

La soluzione pertanto assume la forma

$$w(z) = -6,18 \cdot 10^{-6} e^{-15,01z} \text{sen}15,01z + 9,28 \cdot 10^{-5} z - 3,69 \cdot 10^{-6} z^2 \quad (135)$$

Confrontando i risultati ottenuti dall'analisi F.E.M. riportati in figura 51 e nella seguente tabella con quelli ottenuti applicando la relazione (128) si nota che i risultati sono pienamente concordanti. Si notano maggiori differenze nella parte inferiore del silo dove il carico approssimato si discosta maggiormente da quello reale, come mostra il grafico 14. Ulteriori scostamenti, nell'ordine del decimo di millimetro e pertanto trascurabili, si notano nelle strette vicinanze del vincolo inferiore. Per quanto riguarda le sollecitazioni, poiché esse risultano proporzionali agli spostamenti, confermeranno tale risultato. Si può quindi affermare che i risultati numerici sono validati dalle relazioni analitiche definite dalla teoria classica dei gusci cilindrici.

| $z$ [m] | $w$ [m]     | $w$ [mm]    | $w$ [mm] F.E.M. |
|---------|-------------|-------------|-----------------|
| 15      | 0           | 0           | 0               |
| 14,7825 | 0,000566209 | 0,566209346 | 0,5485          |
| 14,6    | 0,000569052 | 0,569052381 | 0,5571          |
| 14,4175 | 0,00057165  | 0,571649584 | 0,5077          |
| 14,235  | 0,000574001 | 0,574000955 | 0,5523          |
| 14,0525 | 0,000576106 | 0,576106495 | 0,521           |
| 13,87   | 0,000577966 | 0,577966202 | 0,5328          |
| 13,6875 | 0,00057958  | 0,579580078 | 0,5237          |
| 13,505  | 0,000580948 | 0,580948122 | 0,5214          |
| 13,3225 | 0,00058207  | 0,582070334 | 0,5208          |
| 13,14   | 0,000582947 | 0,582946714 | 0,5137          |
| 12,9575 | 0,000583577 | 0,583577263 | 0,5156          |
| 12,775  | 0,000583962 | 0,583961979 | 0,5071          |
| 12,5925 | 0,000584101 | 0,584100864 | 0,5098          |
| 12,41   | 0,000583994 | 0,583993917 | 0,5007          |
| 12,2275 | 0,000583641 | 0,583641138 | 0,5035          |
| 12,045  | 0,000583043 | 0,583042527 | 0,4944          |
| 11,8625 | 0,000582198 | 0,582198084 | 0,4971          |
| 11,68   | 0,000581108 | 0,58110781  | 0,4879          |
| 11,4975 | 0,000579772 | 0,579771703 | 0,4903          |
| 11,315  | 0,00057819  | 0,578189765 | 0,4812          |
| 11,1325 | 0,000576362 | 0,576361995 | 0,4835          |
| 10,95   | 0,000574288 | 0,574288393 | 0,4743          |
| 10,7675 | 0,000571969 | 0,571968959 | 0,4763          |

|         |             |             |        |
|---------|-------------|-------------|--------|
| 10,585  | 0,000569404 | 0,569403693 | 0,4672 |
| 10,4025 | 0,000566593 | 0,566592596 | 0,469  |
| 10,22   | 0,000563536 | 0,563535667 | 0,4599 |
| 10,0375 | 0,000560233 | 0,560232906 | 0,4613 |
| 9,855   | 0,000556684 | 0,556684313 | 0,4523 |
| 9,6725  | 0,00055289  | 0,552889888 | 0,4534 |
| 9,49    | 0,00054885  | 0,548849631 | 0,4444 |
| 9,3075  | 0,000544564 | 0,544563542 | 0,4452 |
| 9,125   | 0,000540032 | 0,540031622 | 0,4362 |
| 8,9425  | 0,000535254 | 0,53525387  | 0,4367 |
| 8,76    | 0,00053023  | 0,530230286 | 0,4277 |
| 8,5775  | 0,000524961 | 0,52496087  | 0,4277 |
| 8,395   | 0,000519446 | 0,519445622 | 0,4189 |
| 8,2125  | 0,000513685 | 0,513684542 | 0,4185 |
| 8,03    | 0,000507678 | 0,507677631 | 0,4096 |
| 7,8475  | 0,000501425 | 0,501424888 | 0,4088 |
| 7,665   | 0,000494926 | 0,494926313 | 0,3999 |
| 7,4825  | 0,000488182 | 0,488181906 | 0,3987 |
| 7,3     | 0,000481192 | 0,481191667 | 0,3898 |
| 7,1175  | 0,000473956 | 0,473955596 | 0,388  |
| 6,935   | 0,000466474 | 0,466473693 | 0,3792 |
| 6,7525  | 0,000458746 | 0,458745959 | 0,3769 |
| 6,57    | 0,000450772 | 0,450772393 | 0,3681 |
| 6,3875  | 0,000442553 | 0,442552995 | 0,3652 |
| 6,205   | 0,000434088 | 0,434087765 | 0,3564 |
| 6,0225  | 0,000425377 | 0,425376703 | 0,3529 |
| 5,84    | 0,00041642  | 0,41641981  | 0,344  |
| 5,6575  | 0,000407217 | 0,407217084 | 0,3399 |
| 5,475   | 0,000397769 | 0,397768527 | 0,331  |
| 5,2925  | 0,000388074 | 0,388074138 | 0,3262 |
| 5,11    | 0,000378134 | 0,378133917 | 0,3173 |
| 4,9275  | 0,000367948 | 0,367947864 | 0,3117 |
| 4,745   | 0,000357516 | 0,357515979 | 0,3028 |
| 4,5625  | 0,000346838 | 0,346838263 | 0,2964 |
| 4,38    | 0,000335915 | 0,335914714 | 0,2875 |
| 4,1975  | 0,000324745 | 0,324745334 | 0,2801 |
| 4,015   | 0,00031333  | 0,313330122 | 0,2712 |
| 3,8325  | 0,000301669 | 0,301669078 | 0,2629 |
| 3,65    | 0,000289762 | 0,289762202 | 0,2539 |

|        |             |             |        |
|--------|-------------|-------------|--------|
| 3,4675 | 0,000277609 | 0,277609495 | 0,2446 |
| 3,285  | 0,000265211 | 0,265210955 | 0,2356 |
| 3,1025 | 0,000252567 | 0,252566584 | 0,2252 |
| 2,92   | 0,000239676 | 0,239676381 | 0,2161 |
| 2,7375 | 0,00022654  | 0,226540346 | 0,2045 |
| 2,555  | 0,000213158 | 0,213158479 | 0,1954 |
| 2,3725 | 0,000199531 | 0,199530781 | 0,1825 |
| 2,19   | 0,000185657 | 0,18565725  | 0,1733 |
| 2,0075 | 0,000171538 | 0,171537888 | 0,1591 |
| 1,825  | 0,000157173 | 0,157172693 | 0,1497 |
| 1,6425 | 0,000142562 | 0,142561667 | 0,134  |
| 1,46   | 0,000127705 | 0,12770481  | 0,1244 |
| 1,2775 | 0,000112602 | 0,11260212  | 0,1074 |
| 1,095  | 9,72536E-05 | 0,097253599 | 0,0974 |
| 0,9125 | 8,16592E-05 | 0,081659238 | 0,0792 |
| 0,73   | 6,58192E-05 | 0,065819167 | 0,0683 |
| 0,5475 | 4,97315E-05 | 0,049731485 | 0,0492 |
| 0,365  | 3,34198E-05 | 0,033419783 | 0,0387 |
| 0,1825 | 1,66672E-05 | 0,016667179 | 0,013  |
| 0      | 0           | 0           | 0      |

**Tabella 27:** Validazione del modello: andamento degli spostamenti radiali lungo l'altezza.

infine

$$M_x = -\Gamma \frac{d^2 w}{dz^2} = -0,519 \cdot (-7,38 \cdot 10^{-6} + 0,00278 \cdot e^{-15,01z} \cos(15,01z) + 0,00278 \cdot e^{-15,01z} \operatorname{sen}(15,01z)) [kNm] \quad (136)$$

$$N_z = \beta w = 0,684 e^{-15,01z} \operatorname{sen} 15,01z + 10,27z - 0,408z^2 [kN] \quad (137)$$



## **4. Problematiche di stabilità globale dell'equilibrio**

### **4.1. Valutazione della tensione di meridiano critica di progetto**

Nel caso di problemi di instabilità si sviluppano enormi deformazioni in direzione trasversale alla parete del silo provocando la rottura per perdita di stabilità sotto carichi di compressione. A tal fine devono essere considerate tutte le combinazioni di carico che comportano elevati valori di tensione di compressione nella parete. I metodi di analisi che si possono adottare sono LA LBA, MNA. Tale problematica risulta quella che costituisce il più comune modo di collasso per tali strutture sia dal punto di vista globale che locale.

La grande rigidità di cui godono le lastre curve, e soprattutto quelle a doppia curvatura, rende queste strutture non solo molto resistenti, ma anche poco esposte a pericoli di instabilità. Infatti, nella maggior parte dei casi, ossia quando lo spessore ha i valori usualmente adottati (non piccolissimi), esse diventano instabili soltanto sotto l'azione di forze esterne molto elevate, cioè tali da generare delle tensioni interne di gran lunga maggiori di quelle consentite dalla resistenza del materiale. Così che le usuali condizioni di resistenza, che limitano le tensioni del carico di sicurezza, garantiscono di solito largamente anche la stabilità. Ciò è vero specialmente per le lastre a doppia curvatura, che sono molto rigide perché dotate di forma propria, così che le deformazioni di flessione, necessarie per l'instabilità, sono possibili solo se accompagnate da considerevoli dilatazioni positive o negative della superficie media. Tanto più che queste lastre sono sollecitate quasi esclusivamente da sforzi normali agenti nella superficie media, qualunque sia la distribuzione delle forze esterne; cioè sono circa esenti da flessione. Invece per le lastre a semplice curvatura ciò è vero solo nel caso di forze esterne distribuite con simmetria radiale, cioè in modo da generare soltanto sforzi di membrana. Tuttavia per strutture aventi spessori estremamente ridotti può accadere che l'instabilità si manifesti quando le tensioni hanno ancora i valori consueti. Per cui in questi casi è

necessario determinare i valori critici delle forze esterne o delle tensioni interne, per poter valutare il margine di sicurezza.

Lo studio della stabilità di queste strutture riesce semplice nel caso di gusci cilindrici sottili compressi assialmente. Invece lo studio degli altri casi richiede l'impiego delle equazioni generali alle derivate parziali dell'equilibrio e della deformazione delle lastre curve. I risultati in questione valgono nell'ipotesi che il comportamento rimanga elastico fino all'instabilità, e dunque nel caso delle lastre di spessore piccolissimo. Quando invece lo spessore non è abbastanza piccolo, l'instabilità avviene quando il regime non è più elastico.

#### **4.1.1. Stabilità dei gusci in parete sottile compressi uniformemente secondo l'asse**

Si consideri un guscio cilindrico circolare di raggio  $R$ , lunghezza  $h_c = l$ , e di spessore  $t$  molto piccolo, compresso uniformemente alla due estremità nella direzione dell'asse con forze di intensità  $p$  per unità di lunghezza del contorno. In funzione dei diversi rapporti di  $R$ ,  $l$  e  $t$  sono possibili vari fenomeni d'instabilità. Uno di questi si manifesta con una deformazione della lastra simmetrica rispetto all'asse, che trasforma le generatrici in sinusoidi tutte uguali e la lastra stessa in una specie di fisarmonica. In questo caso è possibile determinare il valore di tensione critica notando che ogni striscia di meridiano è nelle stesse condizioni di una trave immersa in un mezzo elastico costituito dalle strisce di parallelo, anulari, che cerchiano le prime. Poiché si considera il regime di sollecitazione assialsimmetrico, ogni striscia longitudinale si deforma nello stesso modo, per cui basta studiarne una qualunque. Supponendo quindi che la pressione  $p$  sia supportata da queste strisce, la deformazione di ciascuna di esse è contrastata dalle strisce anulari che servono da appoggio continuo alle prime. Le strisce anulari reagiscono su quelle longitudinali con delle forze radiali  $r$  proporzionali allo spostamento trasversale  $\Delta R = w$  che subiscono

$$r = \beta \cdot w \quad (138)$$

dove  $\beta$  è il coefficiente di proporzionalità e definisce la rigidità alla inflessione trasversale. La dilatazione di ciascun anello diventa

$$\varepsilon = \frac{2\pi(R+w) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{w}{R} \quad (139)$$

La corrispondente tensione risulta pertanto

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{Ew}{R} \quad (140)$$

e lo sforzo in un anello di lunghezza unitaria risulta

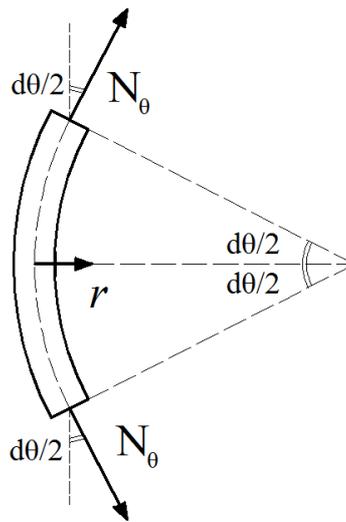
$$N_{\vartheta} = \sigma \cdot 1 \cdot t = \frac{E \cdot w \cdot t}{R} \quad (141)$$

Sulle due facce laterali della striscia longitudinale agiscono dunque, per unità di lunghezza, i due sforzi  $N_{\vartheta}$  diretti tangenzialmente al parallelo la cui risultante  $r$  è diretta secondo il parallelo, figura 60, e legata alle precedenti quantità dalla relazione

$$N_{\vartheta} = Rr \Rightarrow r = \frac{E \cdot w \cdot t}{R^2} \quad (142)$$

Uguagliando tra loro l'espressione (138) e (142) si ricava l'espressione della rigidezza alla traslazione trasversale

$$\beta = \frac{Et}{R^2} \quad (143)$$



**Figura 60:** Azioni sulla generica striscia di meridiano [34]

Per la presenza delle strisce longitudinali contigue a quella considerata si è in regime di contrazione trasversale impedita, ovvero a causa della geometria del sistema l'effetto Poisson, che si sviluppa nella deformazione flessionale, è impedito. A causa di questo fatto la rigidezza flessionale della striscia di meridiano non è  $EJ$  come quello di una trave singola, ma risulta essere  $EJ/(1-\nu^2)$ , ovvero essendo una striscia di larghezza unitaria,  $Et^3/12(1-\nu^2)$ .

Nota la relazione (143), si può passare alla determinazione del carico critico per la trave su suolo elastico caricata di punta utilizzando il metodo energetico tale per cui calcolato il lavoro attivo, ovvero il lavoro compiuto dai carichi esterni, e il lavoro reattivo, ovvero il lavoro compiuto dalle tensioni interne, la configurazione di equilibrio è stabile se e solo se, in ogni moto cinematicamente ammissibile il lavoro esterno è minore di quello interno.

In questo caso, quindi, la flessione della trave non richiede solamente il lavoro di flessione  $L_{im}$ , ma anche il lavoro per deformare il mezzo circostante. Se  $\beta$  è la reazione del mezzo sul tratto di trave lungo 1 [cm] quando lo spostamento  $w = 1$  [cm], la reazione sul tratto  $dz$  che si sposta di  $w$  è  $\beta w dz$ . Se quindi  $\beta$  è costante il lavoro per deformare il mezzo circostante è

$$L_{im} = \frac{1}{2} \beta \int_0^l w^2 dz \quad (144)$$

Dall'applicazione di tale criterio si ricava che l'equilibrio è indifferente se

$$\frac{P}{2} \int_0^l w'^2 dz = \frac{EJ}{2} \int_0^l w''^2 dz + \frac{\beta}{2} \int_0^l w^2 dz \quad (145)$$

ovvero

$$P_{cr} = \frac{EJ \int_0^l w''^2 dz + \beta \int_0^l w^2 dz}{\int_0^l w'^2 dz} \quad (146)$$

Se il mezzo elastico circonda la trave da ogni parte e se le cerniere alle estremità sono sferiche e impediscono di spostarsi lateralmente, si può assumere per  $w(z)$  la sinusoide

$$w(z) = c \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi z}{l} \right) \quad (147)$$

Che soddisfa le condizioni di vincolo all'estremità, e il cui numero  $n$  di semionde è per ora indeterminato. Gli integrali pertanto risultano

$$P_{cr} = \frac{EJc^2 \frac{n^4 \pi^4}{2l^3} + \beta c^2 \frac{l}{2}}{c^2 \frac{n^2 \pi^2}{2l}} = n^2 \pi^2 \frac{EJ}{l^2} + \frac{\beta l^2}{n^2 \pi^2} \quad (148)$$

Osservando che il prodotto dei due addendi che compaiono nella (148) è costante e pari a  $\beta EJ$ , si riconosce che la loro somma, ossia il carico critico, è minima

quando essi sono uguali tra loro e uguali alla radice  $\sqrt{\beta EJ}$  del loro prodotto. Infatti se  $\frac{EJ}{l^2}$  è grande rispetto a  $\beta l^2$ , il primo addendo della (148) risulta circa uguale al secondo termine se si ha  $n$  piccolo. In altri termini, se  $\beta l^2$  è piccolo rispetto a  $\frac{EJ}{l^2}$ , cioè se il mezzo elastico reagisce poco e la stabilità è affidata prevalentemente alla rigidità della trave,  $P_{cr}$  risulta minimo per  $n$  piccolo, in accordo con i risultati ottenuti nel caso di trave sollecitata da carico assiale. Se invece  $\frac{EJ}{l^2}$  è piccolo rispetto a  $\beta l^2$ , cioè se la stabilità è affidata prevalentemente alla rigidità del mezzo,  $P_{cr}$  risulta minimo per  $n$  grande. Perciò contrariamente al caso di Eulero, qui l'instabilità si manifesta di solito con più di una semionda.

In base a tali osservazioni si calcola in valore di  $n$  tale per cui  $P_{cr}$  è minimo

$$\frac{dP_{cr}}{dn} = \frac{d\left(n^2 \pi^2 \frac{EJ}{l^2} + \frac{\beta l^2}{n^2 \pi^2}\right)}{dn} = 0 \quad (149)$$

ovvero

$$n^4 = \frac{\beta l^4}{\pi^4 EJ} \Rightarrow n = \frac{l}{\pi} \sqrt[4]{\frac{\beta}{EJ}} \quad (150)$$

Elevando al quadrato l'espressione (148)

$$P_{cr}^2 = n^4 \pi^4 \frac{E^2 J^2}{l^4} + \frac{\beta^2 l^4}{n^4 \pi^4} + 2n^2 \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \frac{\beta l^2}{n^2 \pi^2} \quad (151)$$

E sostituendo in (151) l'espressione (150) si ricava

$$P_{cr}^2 = 2EJ\beta + 2EJ\beta = 4EJ\beta \quad (152)$$

Ossia

$$P_{cr} = 2\sqrt{EJ\beta} \quad (153)$$

Definendo

$$\lambda = l/n \quad (154)$$

lunghezza della semionda, per la (150) si definisce lunghezza della semionda naturale

$$\lambda_0 = \pi \sqrt[4]{EJ/\beta} \quad (155)$$

Il valore del carico critico definito in (151) è il minimo possibile e si verifica quando la lunghezza  $l$  è un multiplo della semionda naturale  $\lambda_0$ . Inoltre si osserva che il carico critico è indipendente dalla lunghezza  $l$  della trave. Se  $l$  non è un multiplo di  $\lambda_0$ , dovendo il numero  $n$  di semionde essere intero, la semionda risulta  $\lambda \neq \lambda_0$ . Di conseguenza i due addendi che compaiono nella (148) non possono essere uguali, e quindi  $P_{cr}$  risulta un po' maggiore del valore minimo definito in (153).

Ricordando l'espressione (143) e che nel nostro caso la contrazione laterale è impedita, il carico critico assume la forma

$$P_{cr} = 2\sqrt{\frac{Et}{R^2} \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}} = \frac{Et^2}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (156)$$

Dividendo per lo spessore si giunge infine al valore della tensione critica

$$\sigma_{x,cr} = \frac{E}{\sqrt{3-(1-\nu^2)}} \frac{t}{R} = 0,605 \frac{Et}{R} \quad (157)$$

Infine la relazione (113) per i gusci sollecitati a compressione lungo il meridiano, diventa

$$\lambda_0 = \frac{\pi\sqrt{rt}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} = 1,73\sqrt{rt} \quad (158)$$

Per quanto detto in precedenza il valore del carico critico (156) è il minimo possibile e si verifica quando  $l$  è un multiplo di  $\lambda_0$  e in tal caso il carico critico è indipendente da  $l$ . Se  $l$  ha altri valori, si ha una lunghezza d'onda  $\lambda \neq \lambda_0$ , e il carico critico è un po' maggiore del valore minimo. In particolare si ha che se  $l < \sqrt{2}\lambda_0 = 2,44\sqrt{rt}$  si ha una sola semionda.

Per la validità di tali relazioni deve essere che  $\sigma_{x,cr} \leq f_y$  ossia

$$\frac{R}{t} \geq 0,605 \frac{E}{f_y} \quad (159)$$

Considerando il silo snello di cui si è discusso in precedenza si ha che

$$1666,67 \geq 368,26 \quad (160)$$

Pertanto le precedenti relazioni risultano applicabili nel caso di interesse.

Si osserva infine che se il guscio cilindrico è molto snello si può avere prima l'instabilità dell'intero tubo che si comporta come una trave caricata di punta. In tal caso si può dimostrare che

$$\sigma_{x,cr} = \frac{\pi^2 ER^2}{2l^2} \quad (161)$$

Se invece il guscio cilindrico è molto tozzo così che l'effetto cerchiante diventi insensibile, il carico critico tende al valore corrispondente a una striscia larga 1 considerata isolata. Ciò comporta che nella (148) il secondo termine diventi trascurabile rispetto al primo, ovvero, in tale caso si ha

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EJ}{(1-\nu^2)l^2} \quad (162)$$

ovvero

$$\sigma_{x,cr} = 0,9 \frac{Et^2}{l^2} \quad (163)$$

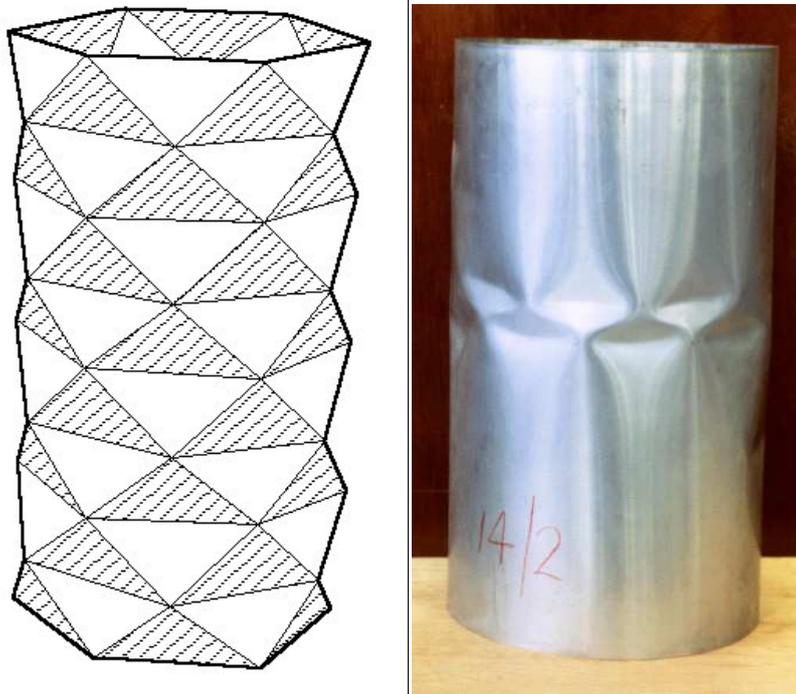
Per studiare l'instabilità che si manifesta con deformazioni non simmetriche rispetto all'asse del tubo, si parte dalle equazioni generali alle derivate parziali dell'equilibrio e della deformazione delle lastre cilindriche e da ne deduce un sistema di tre equazioni contenenti come incognite gli spostamenti  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Le espressioni di questi che soddisfano il sistema e le condizioni ai bordi sono del tipo

$$w(x, \vartheta) = C \operatorname{senn} \frac{m\pi x}{l} \operatorname{senn} \vartheta \quad (164)$$

Essendo  $m$  e  $n$  due numeri interi. Perciò la deformazione della lastra cilindrica si manifesta con  $m$  semionde nella lunghezza e con  $n$  semionde nella circonferenza, e quindi con la formazione di bozze a scacchiera, come schematicamente riportato nella seguente figura. Procedendo in maniera analoga al caso precedente si ottiene l'espressione del carico critico in funzione di raggio, lunghezza, spessore e di  $m$  e  $n$ . I numeri che rendono minimo il carico critico variano coi valori dei rapporti di  $R$ ,  $l$  e  $t$ .

Nel caso generale, ossia quando si manifestano le  $mn$  bozze suddette, si ritrova per il carico critico la stessa espressione (156) del caso simmetrico. La formazione delle bozze, ossia delle  $n$  semionde anche nella circonferenza, avviene quando  $l$  non è esattamente multiplo di  $\lambda_0$  e fa sì che il carico critico si mantenga circa uguale al valore minimo (156) cioè che non subisca quei piccoli aumenti di cui si è discusso in precedenza. Pertanto, si potrebbe accettare in ogni caso il risultato (156). Tuttavia, per effetto delle inevitabili imperfezioni della lastra sottile, sono

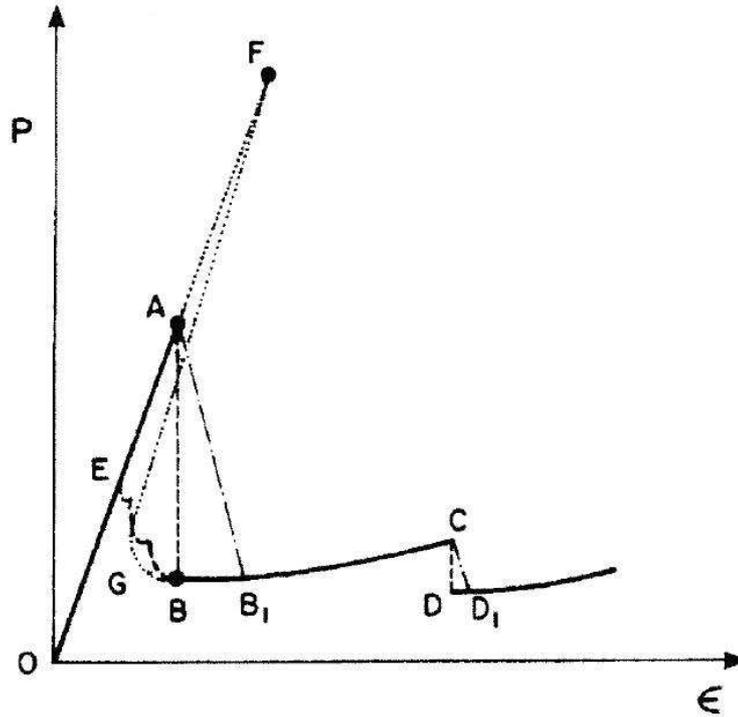
possibili anche deformazioni con  $m$  semionde non tutte della stessa lunghezza d'onda  $\lambda$ .



**Figura 60:** Formazione delle bozze a scacchiera

Nelle varie esperienze intese a verificare i risultati teorici, il carico critico (156) trovato risulta assai inferiore di quella calcolata, circa il 20 ÷ 60 % in meno, e il disaccordo aumenta col diminuire di  $t/R$ .

Le curve di post-buckling che si ottengono sperimentalmente con prove in controllo di spostamento sono rappresentate nella seguente figura. Tali prove consistono nell'applicazione del carico via via crescente finché giunti nel punto A avviene il fenomeno di instabilizzazione e rapidamente va in B dove si forma la diamantatura. In B o B' il cilindro ha assunto il suo primo stato di equilibrio stabile dopo il buckling. Operando uno scarico si arriva ad E e da tale punto fino a 0. Se invece in B aumento il carico si ha un andamento instabile fino a C.



**Figura 62:** Curve di post-buckling [21]

#### 4.1.2. Tensione critica di progetto

$$\sigma_{x.Ed} = \frac{E}{\sqrt{3-(1-\nu^2)}} \frac{t}{R} = 0,605 \cdot C_x \frac{Et}{R} \quad (165)$$

All'interno della (157) la normativa [8] introduce un parametro  $C_x$  per tenere conto dell'altezza del guscio cilindrico definita dal parametro adimensionale  $\omega = \frac{h_c}{\sqrt{Rt}}$ .

Tale parametro viene definito nella seguente tabella

|          | Gusci cilindrici bassi                                     | Gusci cilindrici di media altezza      | Gusci cilindrici alti   |
|----------|--|--|---|
| $\omega$ | $\omega \leq 1,7$  | $1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{R}{t}$ | $\omega > 0,5 \frac{R}{t}$  |
| $C_x$    | $C_x = 1,36 - \frac{1,83}{\omega} + \frac{2,07}{\omega^2}$ | $C_x = 1,0$                            | $C_x = \max \left\{ 1 + \frac{0,2}{C_{xb}} \left[ 1 - 2\omega \frac{t}{r} \right]; 0,60 \right\}$ |

**Tabella 28:** Valori di  $C_x$  in funzione dell'altezza del guscio cilindrico [8]

Dove il parametro  $C_{xb}$  viene definito in funzione delle condizioni al contorno [7]. Il valore effettivo di resistenza all'instabilizzazione per gusci cilindrici reali dipende da molti fattori che dipendono dall'imperfezione dei giunti, dalle condizioni di vincolo e dalla rigidità del materiale insalato. Per tali problematiche strutturali, inoltre, si deve fare riferimento a spostamenti incrementali durante il processo di instabilizzazione e non allo spostamento totale provocato dall'applicazione delle forze prima dell'instabilizzazione stessa.

Il valore di resistenza di progetto all'instabilizzazione delle strisce di meridiano, si ricava dalla relazione

$$\sigma_{xRd} = \frac{\sigma_{xRk}}{\gamma_{M1}} = \frac{\chi_x \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \quad (166)$$

dove  $\gamma_{M1} > 1,1$ .

Il valore del fattore di riduzione  $\chi_x$  per instabilità si può determinare in funzione della snellezza relativa del guscio  $\bar{\lambda}_x = \sqrt{f_{yk}/\sigma_{x,cr}}$ . In particolare si avrà

|   |   |
|---|---|
| Per $\bar{\lambda}_x < \lambda_0$             | $\chi = 1$  |
| Per $\lambda_0 < \bar{\lambda}_x < \lambda_p$ | $\chi = 1 - 0,6 \left( \frac{\bar{\lambda}_x - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0} \right)$ |
| Per $\lambda_p < \bar{\lambda}_x$             | $\chi = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}_x^2}$   |

**Tabella 29:** Valori del coefficiente di riduzione per instabilità [8]

Dove le grandezze che compaiono in tabella 29, rappresentano

- $\lambda_0$  parametro di snellezza limite;
- $\alpha$  è il coefficiente di riduzione a causa delle imperfezioni [8];
- $\lambda_p = \sqrt{\alpha/0,4}$  è il valore di snellezza al limite plastico.

Sebbene l'instabilità non è un fenomeno di rottura legato solamente alle tensioni, si conduce la verifica dando una limitazione sulle tensioni, secondo la relazione

$$\sigma_{x,Ed} < \sigma_{xRd} \quad (167)$$

dove  $\sigma_{x,Ed}$  è il valore di tensione di progetto ricavata con un'analisi elastica.

## 4.2. Valutazione della tensione di parallelo critica di progetto

### 4.2.1. Stabilità dei gusci in parete sottile compressi uniformemente secondo il parallelo

Le strutture cilindriche compresse radialmente dall'esterno possono inflettersi ovalizzandosi nel piano di parallelo. Al fine di valutare il valore del carico critico si considera una trave di sezione circolare di raggio  $R$  compressa da forze radiali uniformemente distribuite di intensità  $q$  per unità di lunghezza dell'asse. La curva delle pressioni è circolare e coincide con l'asse dell'anello pertanto  $M = 0$  mentre  $N = qR$ . La configurazione è quindi equilibrata; ma se  $q$  supera un certo valore detto critico  $q_{cr}$ , l'equilibrio diventa instabile e l'anello si ovalizza. Pensiamo all'anello leggermente ovalizzato e indichiamo con  $w$  lo spostamento di un punto dell'asse in direzione radiale a partire dal cerchio iniziale. Se ammettiamo che la curva delle pressioni sia rimasta circolare e che sia ancora  $N = qR$ , il momento flettente esterno vale  $M_e = Nw = qRw$ . Se  $q$  ha il valore critico, l'equilibrio è indifferente, ossia è equilibrata anche la configurazione ovalizzata per cui deve essere  $M_e = M_i$ . Nota l'equazione della linea elastica per una trave ad asse curvo

$$\frac{w}{R^2} + \frac{1}{R^2} \frac{d^2 w}{d\vartheta^2} = -\frac{M}{EJ} \quad (168)$$

(per  $R \rightarrow \infty$  si ha che  $Rd\vartheta = ds \rightarrow dx$  e si ricava l'equazione della linea elastica per la trave inflessa ad asse rettilineo)

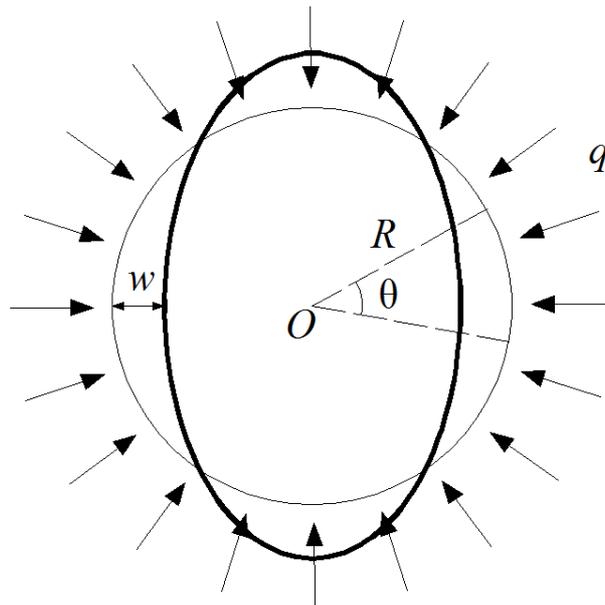
Ossia si ricava

$$\frac{d^2 w}{d\vartheta^2} + w = -\frac{qR^3 w}{EJ} \quad (169)$$

Ovvero

$$\frac{d^2 w}{d\vartheta^2} = -k^2 w \quad (170)$$

dove  $k^2 = \frac{qR^3}{EJ} + 1$



**Figura 63:** Trave di sezione costante compressa uniformemente dall'esterno [34]

L' integrale generale della (170) diventa

$$w = C_1 \operatorname{sen} k\vartheta + C_2 \operatorname{cos} k\vartheta \quad (171)$$

Per determinare il carico critico non è necessario determinare le costanti  $C_1$  e  $C_2$ . Basta infatti osservare che la deformata è una linea chiusa e che perciò  $w$  riprende lo stesso valore se si aumenta  $\omega$  di  $2\pi$ , e questo fatto richiede che il coefficiente  $k$  sia un numero intero  $n$ . Si ottiene quindi

$$k^2 = \frac{qR^3}{EJ} + 1 = n^2 \quad (172)$$

Da cui si ricava il carico critico

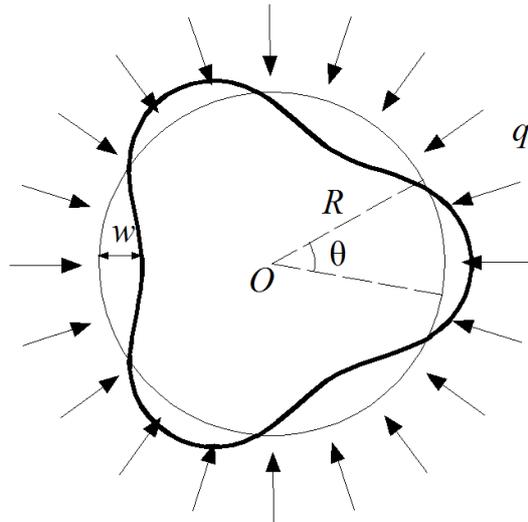
$$q_{cr} = (n^2 - 1) \frac{EJ}{R^3} \quad (173)$$

Non può essere  $n = 1$ , perché risulterebbe  $q_{cr} = 0$ . Perciò deve essere  $n = 2, 3, 4, \dots$

Per  $n = 2$  risulta

$$q_{cr} = 3 \frac{EJ}{R^3} \quad (174)$$

A cui corrisponde la deformata a due lobi indicata in figura 63. Per  $n$  crescenti corrisponde un numero di lobi crescente. Ad esempio, per  $n = 3$  si hanno tre lobi, come mostrato in figura 64



**Figura 64:** Deformata a 3 lobi [34]

La deformata a 3, 4,... lobi si possono realizzare soltanto se si dispongono dei vincoli atti impedire le instabilità di ordine più basso.

Si osserva inoltre che è facile riconoscere l'analogia col carico di punta delle travi rettilinee. In queste l'asse geometrico coincide inizialmente con la retta d'azione delle due forze P agenti alle estremità, per cui si ha  $M = 0$ ; l'incurvamento fa poi sorgere anche un momento flettente. Nelle travi ad anello l'asse circolare coincide inizialmente con la curva delle pressioni, anch'essa circolare, per cui sia ha che  $M = 0$ . L'ovalizzazione fa poi sorgere anche un momento flettente.

Lo sforzo normale critico vale

$$N_{cr} = q_{cr} R = 3 \frac{EJ}{R^2} \quad (175)$$

Nel caso di gusci cilindrici di lunghezza illimitata, compressi esternamente da una pressione  $p$  uniforme lungo la circonferenza agente su un tronco di lunghezza unitaria, a causa della contrazione trasversale impedita, come già fatto notare nel paragrafo precedente, si ha che l'espressione del carico critico fornita dalla (176) si modifica come segue

$$p_{cr} = 3 \frac{E}{R^3} \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (176)$$

ovvero

$$p_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{R} \right)^3 \quad (177)$$

Questa pressione provoca l'ovalizzazione del tubo, seguita dal collasso per schiacciamento.

La tensione corrispondente all'interno dello spessore del tubo sarà pertanto

$$\sigma_{cr} = \frac{p_{cr}R}{t} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{R} \right)^2 \quad (178)$$

#### 4.2.2. Tensione critica di progetto

La relazione (178) vale nel caso di tubi di lunghezza indefinita. Ne consegue che tanto più il guscio cilindrico è corto tanto più l'espressione della tensione critica subirà delle modifiche. Gli Eurocodici dunque forniscono relazioni diverse in funzione della lunghezza del guscio cilindrico e solamente quella relativa a quelli più lunghi si avvicinerà all'espressione appena ricavata.

Analogamente al paragrafo precedente, si definisce un coefficiente adimensionale

$$\omega = \frac{h_c}{\sqrt{Rt}} \text{ che tiene conto della lunghezza del guscio cilindrico e in base a questo si}$$

va a definire il valore di tensione critica.

|                         | Gusci cilindrici bassi   | Gusci cilindrici di media altezza  | Gusci cilindrici alti   |
|-------------------------|--|--|---|
| $\omega$                | $\frac{\omega}{C_{\vartheta}} < 20$  | $20 \leq \frac{\omega}{C_{\vartheta}} \leq 1,63 \frac{R}{t}$   | $\frac{\omega}{C_{\vartheta}} > 1,63 \frac{R}{t}$   |
| $\sigma_{\vartheta,cr}$ | $\sigma_{\vartheta,cr} = 0,92E \left( \frac{C_{\vartheta s}}{\omega} \right) \left( \frac{t}{R} \right)$ | $\sigma_{\vartheta,cr} = 0,92E \left( \frac{C_{\vartheta}}{\omega} \right) \left( \frac{t}{R} \right)$ | $\sigma_{\vartheta,cr} = E \left( \frac{t}{R} \right)^2 \left[ 0,275 + 2,03 \left( \frac{C_{\vartheta}R}{\omega t} \right)^4 \right]$ |

**Tabella 30:** Valori della tensione di parallelo critica di progetto

dove i coefficienti  $C_{\vartheta}$  e  $C_{\vartheta s}$  sono definiti in funzione di diverse condizioni al contorno [10].

Il valore di resistenza di progetto all'instabilizzazione delle strisce di parallelo, si ricava dalla relazione

$$\sigma_{\vartheta,Rd} = \frac{\sigma_{\vartheta,Rk}}{\gamma_{M1}} = \frac{\chi_{\vartheta} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \quad (179)$$

dove  $\gamma_{M1} > 1,1$ .

Il valore del fattore di riduzione  $\chi_\vartheta$  per instabilità si può determinare attraverso i valori di tabella 30. Analogamente a quanto visto per l'instabilità delle fibre di meridiano, si conduce la verifica dando una limitazione sulle tensioni, secondo la relazione

$$\sigma_{\vartheta,Ed} < \sigma_{\vartheta,Rd} \quad (180)$$

dove  $\sigma_{\vartheta,Ed}$  è il valore di tensione di progetto ricavata con un'analisi elastica.

Nel caso in cui lo stato di sollecitazione coinvolga una o più delle diverse caratteristiche di tensione, è necessario realizzare la verifica considerando la loro combinazione come segue

$$\left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \right)^{k_x} - k_i \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{\vartheta,Ed}}{\sigma_{\vartheta,Rd}} \right) + \left( \frac{\sigma_{\vartheta,Ed}}{\sigma_{\vartheta,Rd}} \right)^{k_\vartheta} + \left( \frac{\tau_{x\vartheta,Ed}}{\tau_{x\vartheta,Rd}} \right)^{k_\tau} \leq 1 \quad (181)$$

dove i coefficienti  $k_x$ ,  $k_\vartheta$ ,  $k_i$  e  $k_\tau$  sono definiti come segue

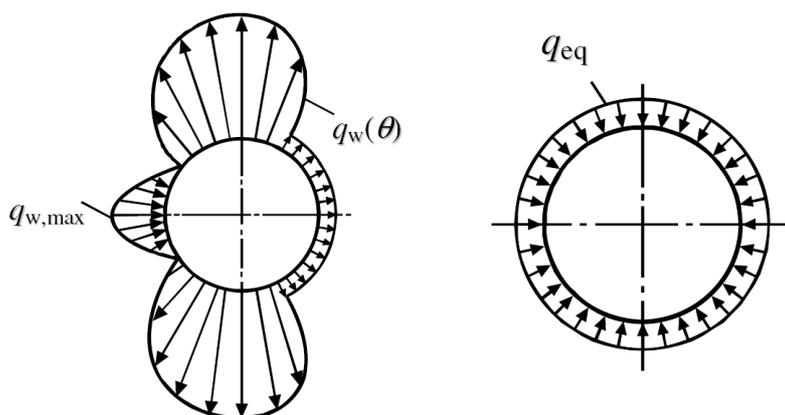
$$\begin{aligned} k_x &= 1,25 + 0,75\chi_x \\ k_\vartheta &= 1,25 + 0,75\chi_\vartheta \\ k_i &= (\chi_x \chi_\vartheta)^2 \\ k_\tau &= 1,5 + 0,5\chi_\tau^2 \end{aligned} \quad (182)$$

#### **4.2.3. Instabilizzazione delle pareti sotto il carico del vento**

Il problema dell'instabilizzazione dei silos metallici sotto il carico del vento costituisce un importante problema per il progetto dei silos metallici a causa della loro snellezza. Tale problematica si verifica quando il silo è vuoto oppure parzialmente pieno e in generale provoca imbozzature locali e non chiama in causa problemi di instabilità locale.

La distribuzione non uniforme di pressione del vento  $q_w$ , al fine del calcolo dell'instabilità, può essere sostituita da una equivalente pressione uniforme

$$q_{eq} = 0,46 \left( 1 + 0,1 \sqrt{\frac{C_\vartheta R}{\omega t}} \right) \cdot q_{w,max} \quad (183)$$



**Figura 65:** Pressione del vento [8]

Il valore della tensione circonferenziale di progetto legata alla pressione del vento diventa

$$\sigma_{\vartheta,Ed} = (q_{eq} + q_s) \left( \frac{R}{t} \right) \quad (184)$$

dove  $q_s$  è il valore della pressione interna causata dalla ventilazione, vuoti o altri fenomeni. Nel nostro caso si assume  $q_s = 0$ .

In particolare, si consideri in primo luogo il silo snello. In tale caso si ha

$$q_{eq} = 0,46 \left( 1 + 0,1 \sqrt{\frac{1}{173,2} \frac{2,5}{0,003}} \right) \cdot 0,57375 = 0,3218 \text{ [kN/m}^2\text{]} \quad (185)$$

La verifica risulta essere soddisfatta in quanto

$$\sigma_{\vartheta,Ed} = 0,0003218 \left( \frac{2500}{3} \right) = 0,26 \text{ [MPa]} < \sigma_{\vartheta,Rd} = 1,13 \text{ [MPa]} \quad (186)$$

Essendo

$$\sigma_{\vartheta,cr} = 0,92E \left( \frac{C_{\vartheta s}}{\omega} \right) \left( \frac{t}{R} \right) = 1,669 \text{ MPa} \quad (187)$$

Si consideri infine il silo mediamente snello le cui caratteristiche geometriche sono state discusse in precedenza. In tale caso si ha

$$(188)$$

$$q_{eq} = 0,46 \left( 1 + 0,1 \sqrt{\frac{1}{173,2} \frac{5}{0,003}} \right) \cdot 0,4725 = 0,285 \text{ [kN/m}^2 \text{]}$$

La verifica risulta essere soddisfatta in quanto

$$\sigma_{\vartheta,Ed} = 0,000285 \left( \frac{5000}{3} \right) = 0,475 \text{ [MPa]} < \sigma_{\vartheta,Rd} = 0,81 \text{ [MPa]} \quad (189)$$

Essendo

$$\sigma_{\vartheta,cr} = 0,92E \left( \frac{C_{\vartheta s}}{\omega} \right) \left( \frac{t}{R} \right) = 1,18 \text{ MPa} \quad (190)$$

### 4.3. Stabilità di gusci cilindrici sollecitati da carichi combinati

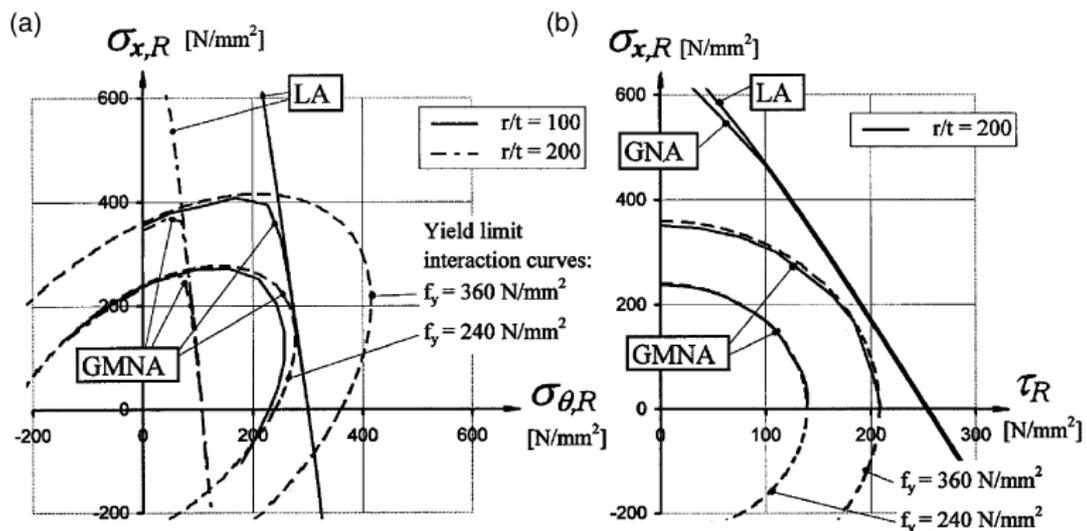
Molto spesso, nelle applicazioni ingegneristiche in ambito civile, le strutture cilindriche in parete sottile sono caricate non solo semplicemente da soli carichi di compressione assiale membranale, compressione circonferenziale o taglianti, ma da una loro combinazione. Per questo motivo in fase progettuale o di verifica si deve tenere conto di tale aspetto. Inoltre non è a favore di sicurezza prendere i massimi di tali sollecitazioni calcolate separatamente e realizzare la verifica di stabilità dell'equilibrio facendo la verifica con i loro valori massimi tranne che nel caso in cui esse non si verificano in punti diversi nella parete nella struttura.

Da evidenze sperimentali di comprovata validità scientifica [42] riguardanti prove di buckling su gusci cilindrici, si può dedurre che esiste dipendenza da parte del buckling con la snellezza del cilindro stesso. L'approccio seguito per risolvere tale problematica è quello di ottenere dei domini di interazione che leghino tra loro le diverse tensioni. Quello che si nota dalle prove sperimentali è che tali curve per cilindri tozzi si avvicinano molto alla curva limite di snervamento di Huber-Hencky-V. Mises, molto convessa, mentre per cilindri snelli tendono ad essere più rettilinee. Inoltre quello che si può vedere è come la tensione di trazione ad esempio circonferenziale addizionale a quella di compressione assiale o viceversa, diminuisca la resistenza all'instabilità per carichi assiali nei silos tozzi (a causa di effetti destabilizzanti dovuti alla plasticizzazione della parete per la presenza di uno stato tensionale piano non favorevole), mentre aumenti la resistenza a

compressione per gusci molto snelli poiché va a fornire una sorta di effetto stabilizzante elastico dovuto alla riduzione dell'influenza alle imperfezioni.

Realizzando analisi di tipo elastico lineare oppure geometricamente non lineari ma col materiale elastico lineare, rispettivamente classificate dagli eurocodici come LA e GNA, quello che si ottiene è

- l'interazione tra  $\sigma_x$  e  $\sigma_\theta$  è circa lineare figura 66-(a);
- l'influenza delle tensioni circonferenziali di trazione non fanno aumentare il valore della tensione critica di compressione assiale;
- le tensioni di trazione in direzione assiale aumentano i valori di tensioni critiche di buckling di compressione circonferenziale e tangenziale legata alla torsione.
- l'interazione tra  $\sigma_x$  e  $\tau$  è circa lineare figura 66-(b).



**Figura 66:** Domini di interazione [42]

Nel caso di gusci cilindrici tozzi si deve includere anche l'effetto della plasticizzazione. In questo caso si parla di GMNA ovvero di analisi non lineari per geometria e materiale. La precedente figura esemplifica la loro forma. Nel caso in cui si considerino le imperfezioni si parla di GMNIA. Tali imperfezioni possono essere

- “Realistic geometric imperfections” quando si riproduce la reale geometria della struttura
- “Stimulating geometric imperfections” quando si calibra un modello in cui vengono inserite apposite imperfezioni per simulare il reale comportamento della struttura.

Vengono infine riportati alcuni risultati numerici, figura 67, in funzione della snellezza della struttura cilindrica definita in base al rapporto R/t

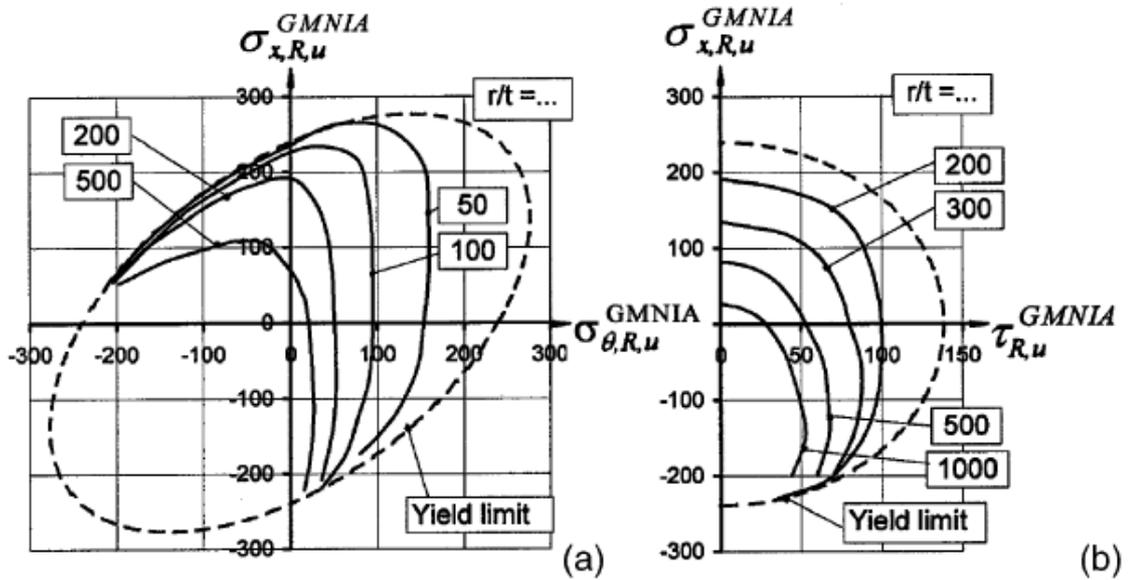


Figura 67: Domini di interazione in funzione della snellezza [42]

#### 4.4. Tolleranze geometriche relative all'instabilità

##### 4.3.1. Ovalizzazione

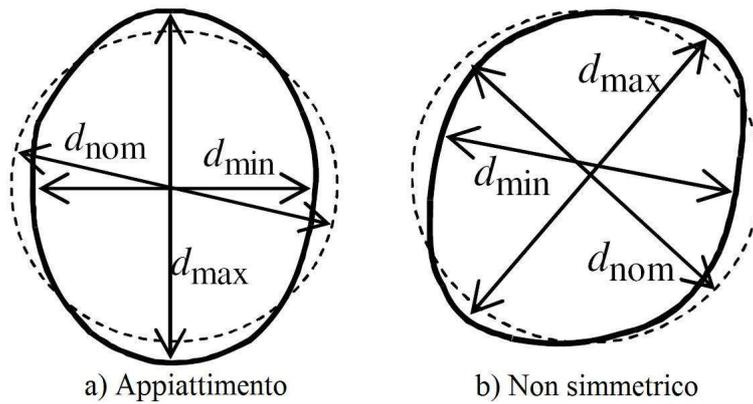
La valutazione dell'ovalizzazione si può esprimere attraverso il parametro  $U_r$

$$U_r = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\text{nom}}} \quad (191)$$

Si deve soddisfare la relazione

$$U_r \leq U_{r,\max} \quad (192)$$

Il valore di tolleranza è definito da valori tabellati [8].



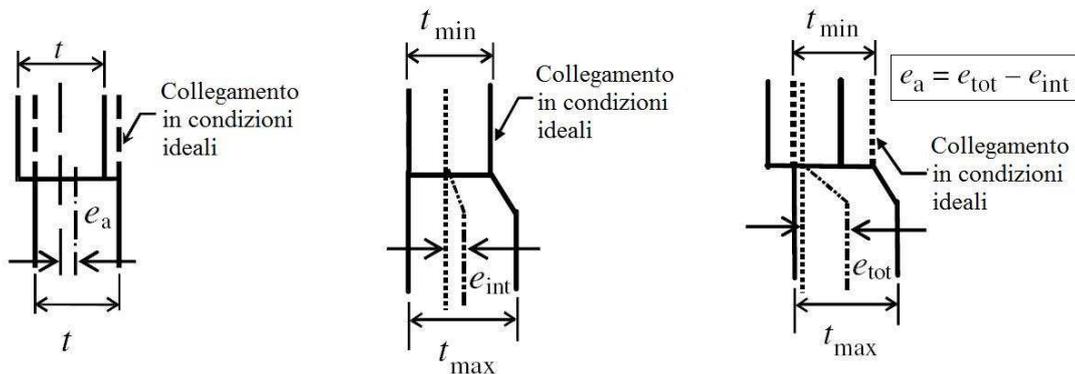
**Figura 68:** Ovalizzazione [8]

#### 4.3.2. Eccentricità accidentali e imperfezioni

Si può valutare l'eccentricità accidentale  $e_a$  secondo la relazione

$$e_a = e_{tot} - e_{int} \quad (193)$$

dove tali grandezze sono definite in figura 69



**Figura 69:** Eccentricità accidentali [8]

L'eccentricità può essere definita anche in termini adimensionali [8].

La misurazione delle imperfezioni si può fare sia in direzione circonferenziale che del meridiano. I criteri di misurazione e verifica che le imperfezioni rimangano all'interno di determinati parametri vengono forniti in [8].

## 5. Analisi di stabilità locale per silos spiralati

### 5.1. Premessa

Dalla teoria della stabilità dell'equilibrio elastico per cilindri sottili compressi assialmente l'espressione della tensione critica è definita in relazione (157).

Tuttavia per studiare l'instabilità dei silo spiralati è necessario creare un modello locale in quanto la presenza delle aggraffature vincola la lunghezza d'onda della forma modale di buckling, all'altezza dei coils. Pertanto si ha che il meccanismo di instabilizzazione preponderante per tale tipologia di silo è quello mostrato nella seguente figura.



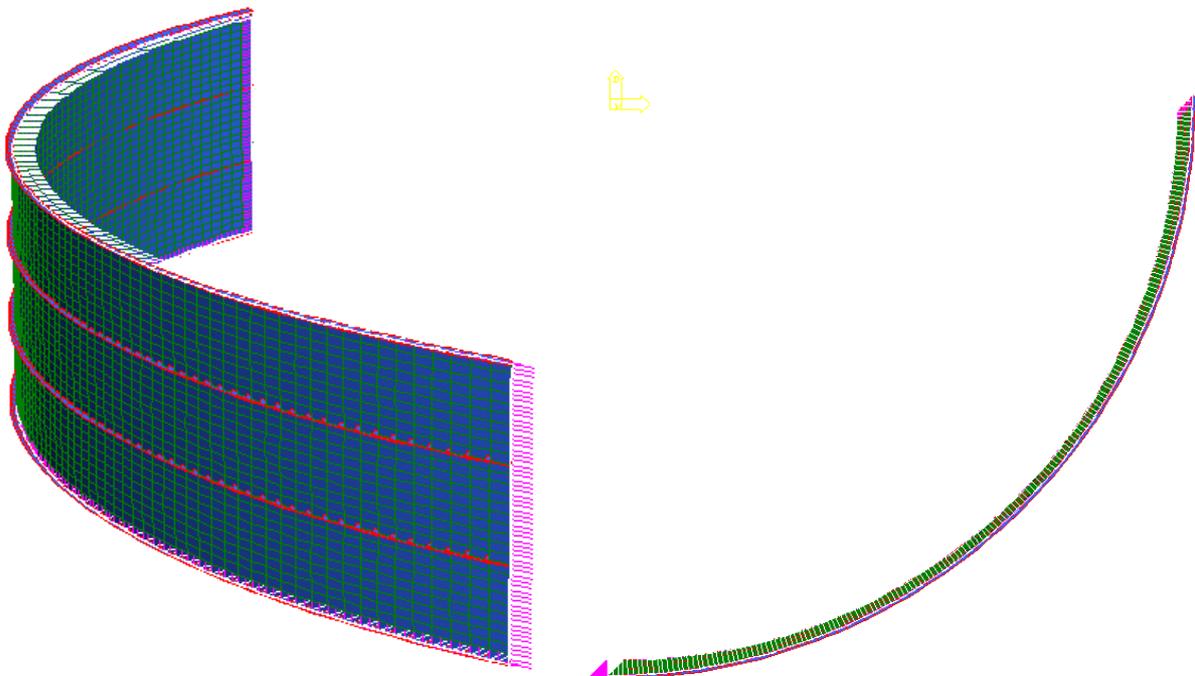
**Figura 70:** Collasso locale di silos spiralati

## 5.2. Modellazione numerica agli Elementi Finti (F.E.M.)

### 5.2.1. Definizione del Local Shell Model

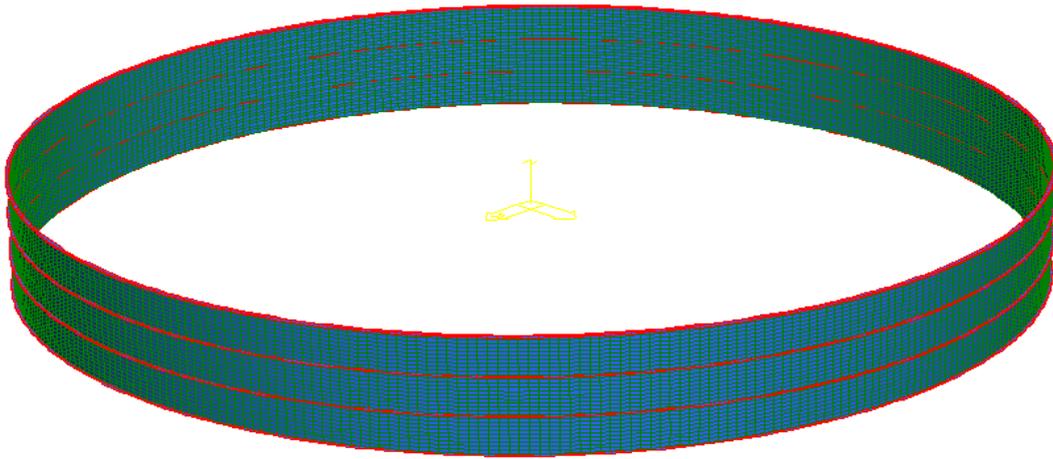
Come struttura di riferimento si considera un silo spiralato mediamente snello le cui caratteristiche geometriche sono state definite nei capitoli precedenti. La verifica di stabilità locale si esegue per tutte le combinazioni di carico definite al secondo capitolo.

Al tal scopo si è realizzato un modello F.E.M. il cui sviluppo circonferenziale è solamente di un quarto della struttura, avvalendosi delle ipotesi di assialsimmetria, figura 71, mentre come sviluppo assiale si sono considerate tre spire pensando di cogliere la problematica di instabilità nella voluta centrale mentre le volute superiore e inferiore hanno la sola funzionalità di fornire la condizione al contorno.



**Figura 71:** Local Shell Model (L.S.M.): vista 3D e in pianta

Questa scelta comporta un minore onere computazionale rispetto all'intero sviluppo circonferenziale della struttura, figura 72. I risultati, come verrà dimostrato successivamente, sono equivalenti. Per le condizioni di carico non assialsimmetriche si utilizza tale modello in quanto il precedente è stato dedotto dall'assunzione di assialsimmetria.



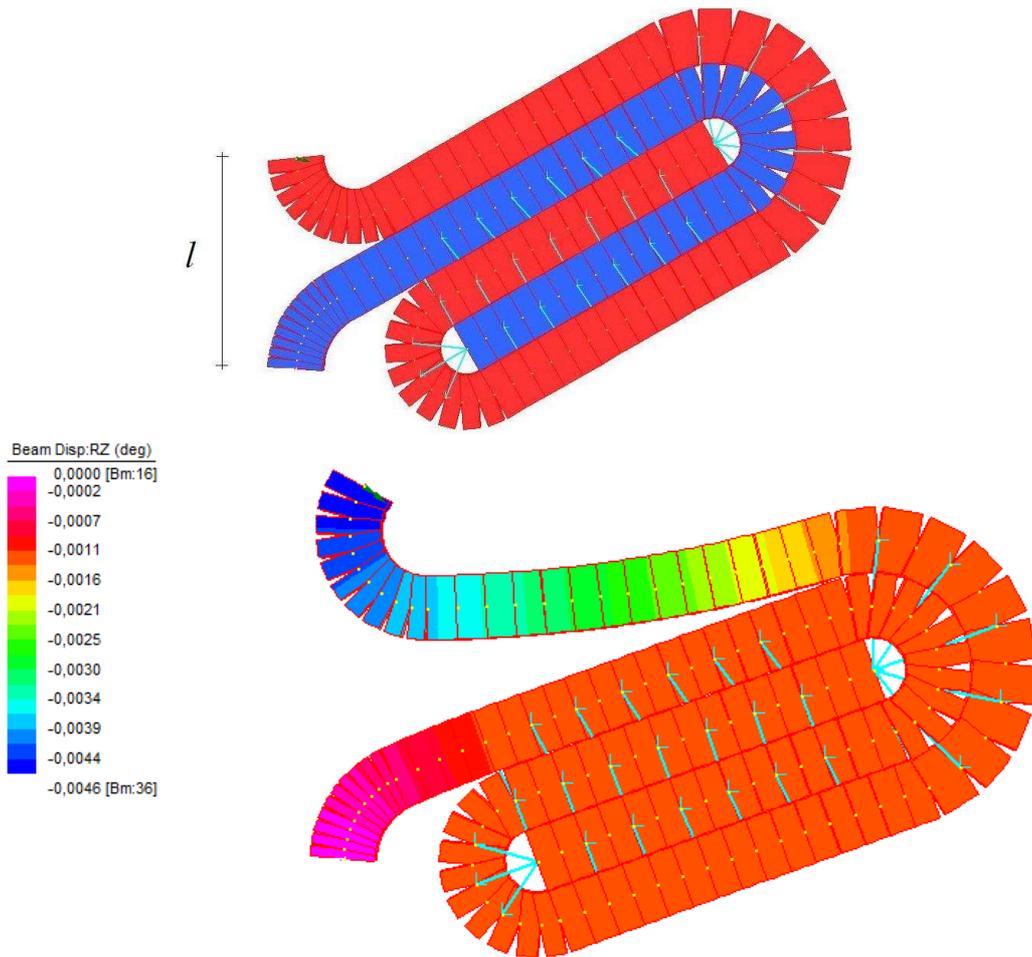
**Figura 72:** Intero sviluppo circonferenziale del Local Shell Model (L.S.M.)

A tale modellazione viene dato il nome di Local Shell Model (L.S.M.). In particolare per tale modello sono state assunte queste ipotesi

- *modellazione delle volute in acciaio:* elementi finiti di tipo shell quad 8, di dimensioni  $h = 36,5 [mm]$  (10 elementi lungo lo sviluppo in altezza per ogni coil) e  $l = 87 [mm]$  ( $\vartheta = 1^\circ$ ). La lamiera compresa tra due successive aggraffature presenta un' imperfezione geometrica  $\eta$  dovuta principalmente alla calandratura del coil. Poiché non è possibile stimare l'imperfezione tramite il "flange curling" si assume che sia paragonabile allo spessore  $\eta \cong t$ .
- *Modellazione delle aggraffature* (figura 38): elementi finiti di tipo beam 3, quadratici, di dimensioni  $h = 30 [mm]$  e  $l = 15 [mm]$  per  $t = 3 [mm]$ ,  $h = 30 [mm]$  e  $l = 10 [mm]$  per  $t = 2 [mm]$  e infine  $h = 30 [mm]$  e  $l = 20 [mm]$  per  $t = 4 [mm]$ .

È da notare, infine, che tutta la zona in prossimità del Lipp, proprio per la modalità di realizzazione di tali silos, presenta una propria rigidità alla rotazione che risulterà di valore intermedio tra la continuità materiale tra le volute e la cerniera cilindrica. In particolare al fine di stimare tale rigidità è stata condotta un'analisi agli elementi finiti riproducendo in modo accurato la geometria del Lipp, figura 73. Sono stati adottati, pertanto, elementi finiti beam di profondità unitaria e spessore  $3 [mm]$  a cui è stata applicata una coppia  $M = 1 [Nmm]$  e incastrato alla base. Da tali risultati del modello F.E.M. si ottiene una rotazione in sommità  $\varphi = 0,0046 [^\circ] = 0,000080285 [rad]$ . Noto il momento applicato e la rotazione in sommità si ha che la rigidità del Lipp risulta

$$K_{lipp} = \frac{M}{\varphi} = 12455 \left[ \frac{Nmm}{rad} \right] \quad (194)$$



**Figura 73:** Calcolo della rigidità alla rotazione del Lipp

Considerando ora una trave a mensola di lunghezza  $l = 11,65$  [mm], ovvero pari alla distanza tra le estremità del Lipp stesso, figura 73, si ha che la rigidità alla rotazione è definita dalla nota relazione

$$K_{tr} = \frac{EJ}{l} = \frac{210000 \cdot 2,25}{11,65} = 40557 \left[ \frac{Nmm}{rad} \right] \quad (195)$$

In accordo con quanto detto in precedenza, il Lipp ha una rigidità alla rotazione intermedia rispetto alla condizione limite di cerniera,  $K_{cern} = 0$ , e quella di continuità materiale, infatti, si ha che

$$K_{lipp} = 0,30K_{tr} \quad (196)$$

Nelle analisi successivamente condotte si farà riferimento a tali condizioni limite.

– *Vincolamento*: in accordo con l'ipotesi di assialsimmetria, sui lati verticali si ha nel sistema di riferimento locale destrogiro R- $\theta$ -Z, riportato nella precedente figura, l'assegnazione di tale vincolamento

$$\begin{aligned}
 DR &\neq 0 \\
 DT &= 0 \\
 DZ &\neq 0 \\
 RR &= 0 \\
 RT &\neq 0 \\
 RZ &= 0
 \end{aligned}
 \tag{197}$$

Sul lato curvo superiore

$$\begin{aligned}
 DR &\neq 0 \\
 DT &= 0 \\
 DZ &\neq 0 \\
 RR &= 0 \\
 RT &= 0 \\
 RZ &\neq 0
 \end{aligned}
 \tag{198}$$

Sul lato curvo inferiore

$$\begin{aligned}
 DR &\neq 0 \\
 DT &= 0 \\
 DZ &= 0 \\
 RR &= 0 \\
 RT &= 0 \\
 RZ &\neq 0
 \end{aligned}
 \tag{199}$$

Per le condizioni di carico non assialsimmetriche si adotta, invece, il seguente vincolamento. In particolare, per il lato superiore si ha

$$\begin{aligned}
 DR &\neq 0 \\
 DT &\neq 0 \\
 DZ &\neq 0 \\
 RR &= 0 \\
 RT &= 0 \\
 RZ &= 0
 \end{aligned}
 \tag{200}$$

Per il lato inferiore

$$\begin{aligned}DR &\neq 0 \\DT &= 0 \\DZ &= 0 \\RR &= 0 \\RT &= 0 \\RZ &= 0\end{aligned}\tag{201}$$

### **5.2.2. Applicazione dei carichi per la definizione del criterio di verifica**

Per le condizioni di carico assialsimmetriche si applica una pressione radiale  $p$  [MPa]

$$p = 0,002 \text{ [MPa]}\tag{202}$$

e una pressione assiale  $\sigma_x$  [MPa] scelta in modo tale che è possibile definire un rapporto tra esse come di seguito riportato

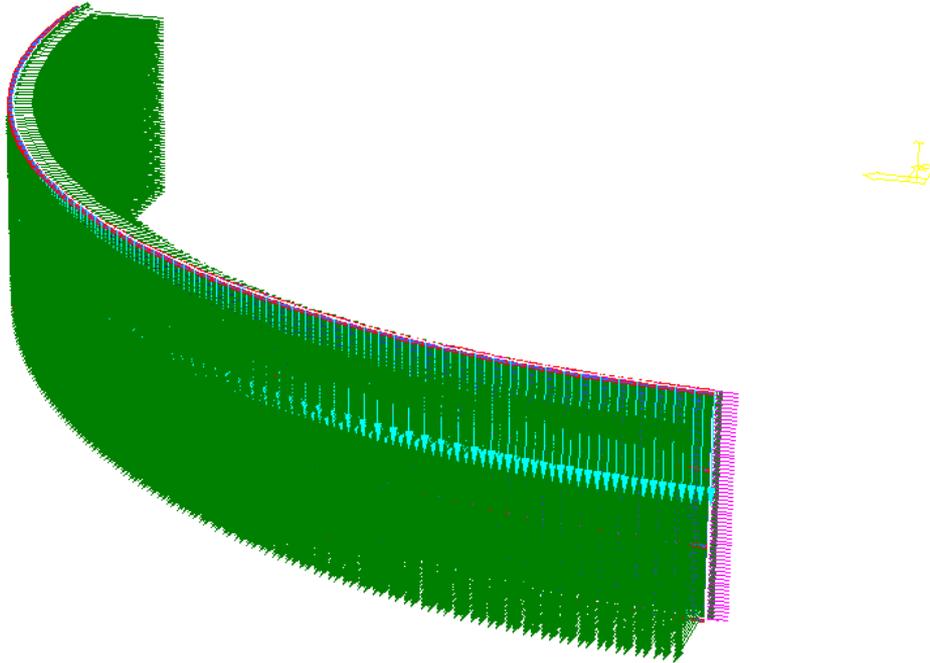
$$\bar{R} = \frac{\sigma_x}{\sigma_\vartheta}\tag{203}$$

Dove per equilibrio

$$\sigma_\vartheta = \frac{pr}{t}\tag{204}$$

dove  $r = d_c/2$  e  $t$  è lo spessore.

Il carico applicato è di tipo conservativo ovvero si mantiene parallelo a sé stesso anche nella configurazione deformata.



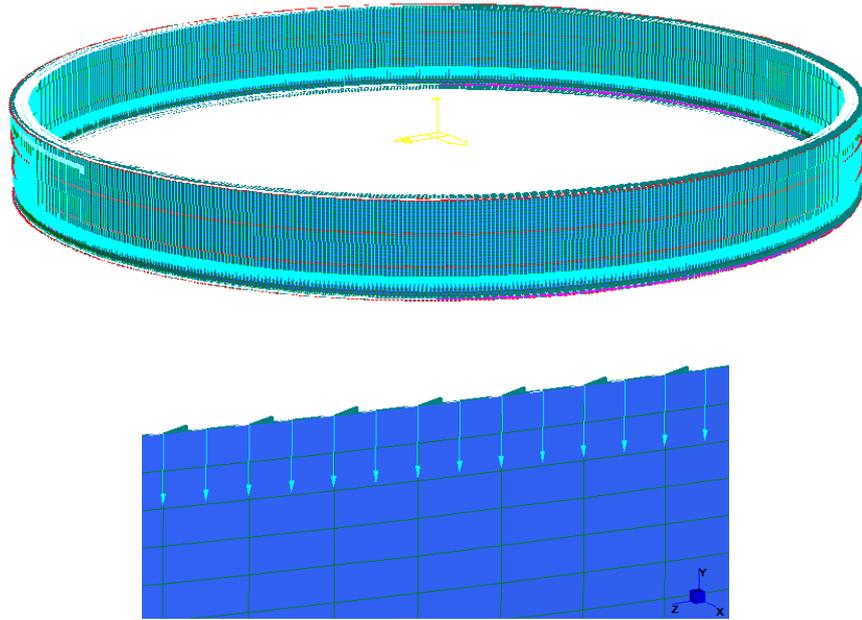
**Figura 74:** Carichi applicati in condizioni assialsimmetriche

Per le condizioni di carico non assialsimmetriche si applica in un primo caso una tensione tangenziale  $\tau$  [MPa] e una pressione assiale  $\sigma_x$  [MPa], figura 75, scelta in modo tale che è possibile definire un rapporto tra esse come di seguito riportato.

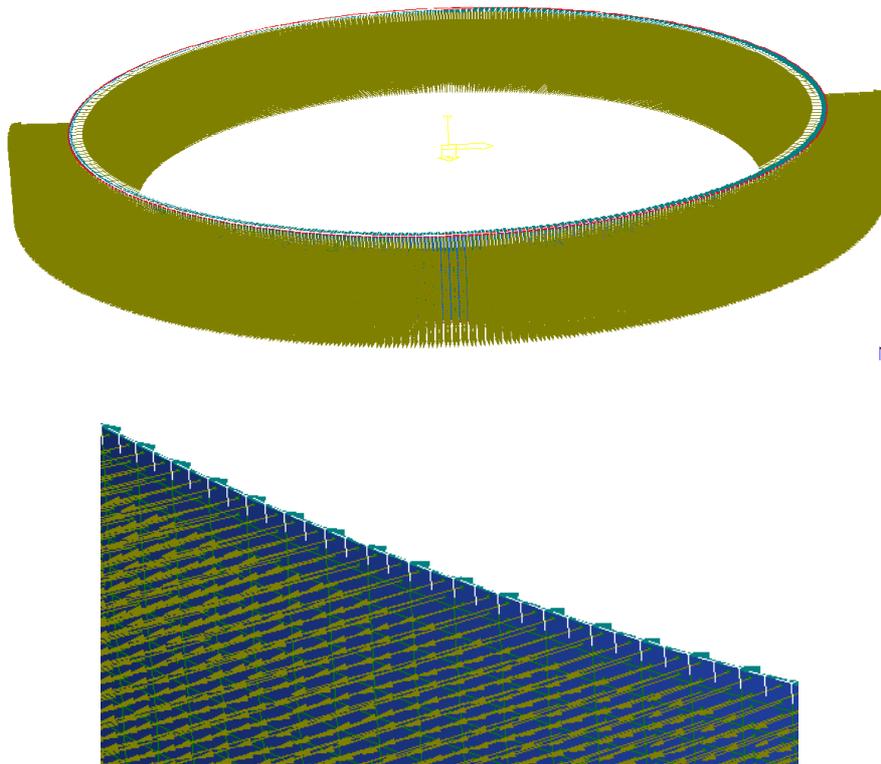
$$\bar{R} = \frac{\tau}{\sigma_x} \quad (205)$$

Nel secondo caso si applica una tensione tangenziale  $\tau$  [MPa] e una pressione radiale  $p$  [MPa], figura 76, tale che è possibile definire un rapporto tra la tensione tangenziale e quella circonferenziale come di seguito riportato.

$$\bar{R} = \frac{\tau}{\sigma_\vartheta} \quad (206)$$



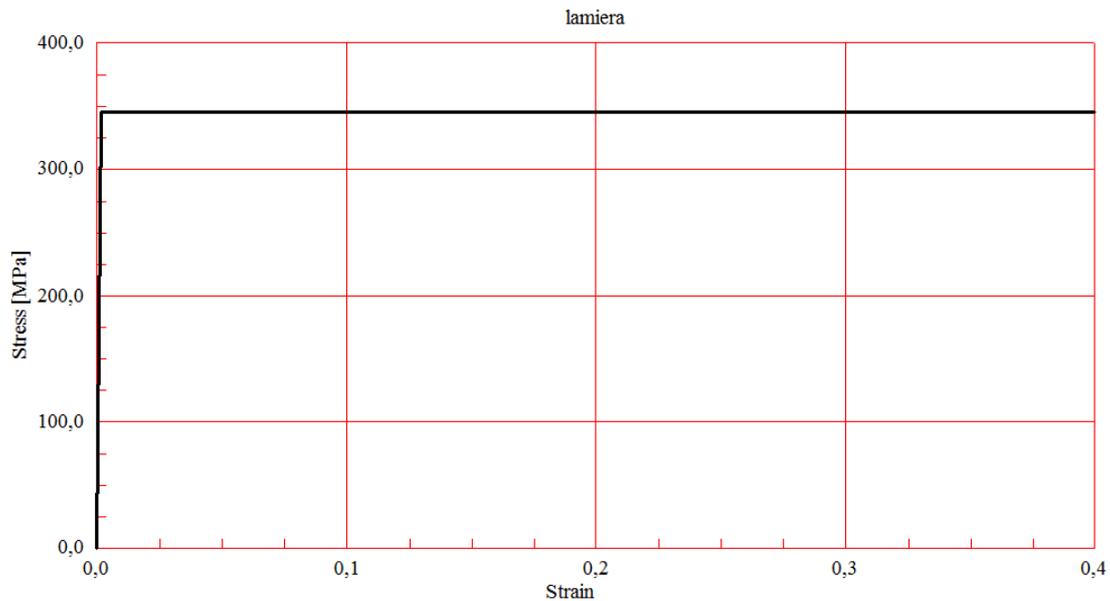
**Figura 75:** Carichi applicati in condizioni non assialsimmetriche:  $\tau$  [MPa] e una pressione assiale  $\sigma_x$  [MPa]



**Figura 76:** Carichi applicati in condizioni non assialsimmetriche:  $\tau$  [MPa] e una pressione assiale  $\sigma_\theta$  [MPa]

### 5.3. Metodologia di analisi

La metodologia di analisi seguita è definita come “analisi non lineare statica”. Nello specifico, si tratta di un’analisi che non è lineare sia per geometria, dove pertanto è rimossa l’ipotesi di piccoli spostamenti, sia per quanto riguarda il materiale, per il quale viene assunto un legame costitutivo con andamento elastico perfettamente plastico, grafico 15.



**Grafico 15:** Legame costitutivo elastico perfettamente plastico

Quindi, tenendo conto dell’effetto dello stato di spostamento sullo stato di sollecitazione, diviene possibile individuare configurazioni di equilibrio instabile in corrispondenza delle quali l’analisi viene arrestata. Infatti quando le azioni superano il limite elastico gli elementi strutturali presentano deformazioni permanenti che non vengono recuperate al momento della rimozione dei carichi, e risultano quindi plasticizzati. Tale situazione comporta la formazione di cerniere plastiche, la cui diffusione può ridurre la struttura iniziale ad un cinematismo incapace di sostenere oltre i carichi esterni. In questi casi si parla pertanto di collasso elasto-plastico. La presenza della non linearità del materiale comporta la mancanza di biunivocità tra tensione e deformazione tale per cui la forma olonoma del legame costitutivo va sostituita da quella anolonoma, ovvero che lega gli incrementi di tensione a quelli di deformazione, in quanto lo stato finale di una struttura dipende non soltanto dallo stato iniziale e dall’entità dei carichi applicati, ma anche dalle modalità e dalla sequenza cronologica con cui quegli stessi carichi vengono applicati (storia di carico).

Al momento del collasso gli spostamenti a cui è soggetta la struttura risultano essere molto elevati, come si vedrà dell'ordine di grandezza del centimetro, tale per cui l'ipotesi di piccoli spostamenti non risulta più ammissibile.

La soluzione di tale problema non lineare viene ricercata tramite una procedura di tipo incrementale attraverso l'applicazione del metodo di Newton-Raphson. Oltre al limite elastico, pertanto, i carichi vengono assegnati attraverso incrementi piccoli ma di entità finita.

Nel caso specifico del L.S.M. al fine di costruire un dominio di interazione  $\sigma_x - \sigma_y$ , sono state condotte analisi non lineari in grandi spostamenti imponendo inizialmente il rapporto  $\bar{R} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  e incrementando la pressione tramite un moltiplicatore dei carichi.

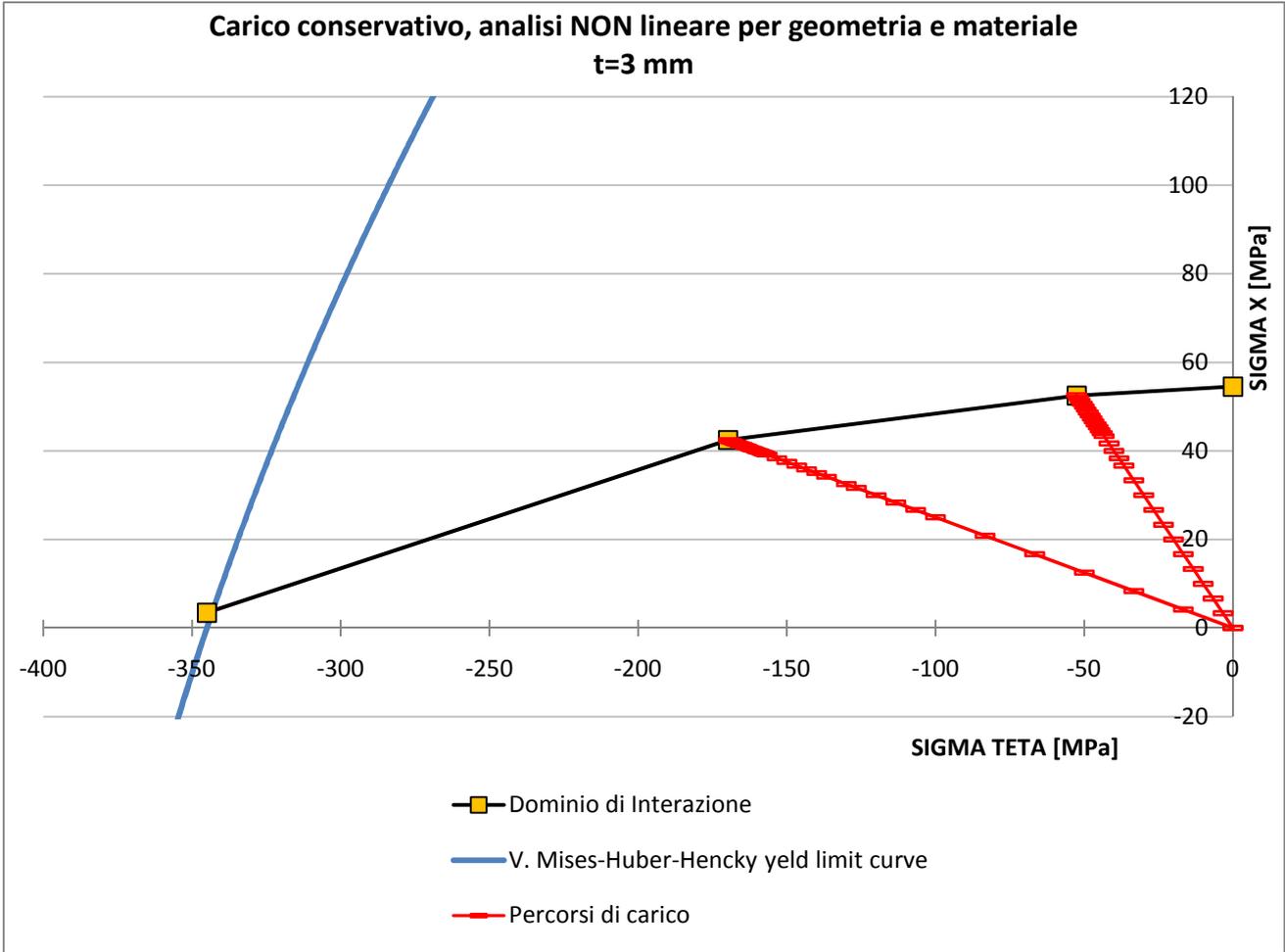
Tale procedura si esemplifica sul suddetto piano con una retta il cui coefficiente angolare è definito da  $\bar{R}$  stesso, grafico 16. Come innanzi descritto l'analisi si arresta quando l'algoritmo solutore non giunge più a convergenza ovvero quando l'equilibrio diviene instabile per la diffusione delle cerniere plastiche che portano la struttura a diventare labile. Ripetendo tali analisi per i diversi valori di  $\bar{R}$  si ottengono a rottura diversi punti che collegati tra loro concorrono alla definizione del dominio di interazione che assume la seguente forma.

Nei seguenti domini si è assunto come positiva la tensione assiale e circonferenziale di compressione, mentre negative quelle di trazione.

Nel nostro caso particolare sono stati scelti, nell'ordine, i seguenti rapporti per il primo, il secondo ed il quarto quadrante

- $\bar{R} = \infty$ ;
- $\bar{R} = 1$ ;
- $\bar{R} = 0,25$ ;
- $\bar{R} = 0,01$ .

Per il terzo quadrante invece il collasso strutturale viene governato dal dominio limite di V. Mises-Huber-Hencky poiché la struttura è sollecitata da uno stato tensionale di pura trazione.



**Grafico 16:** Procedura di definizione del dominio d'interazione  $\sigma_x - \sigma_\theta$

## 5.4. Domini di interazione resistenti

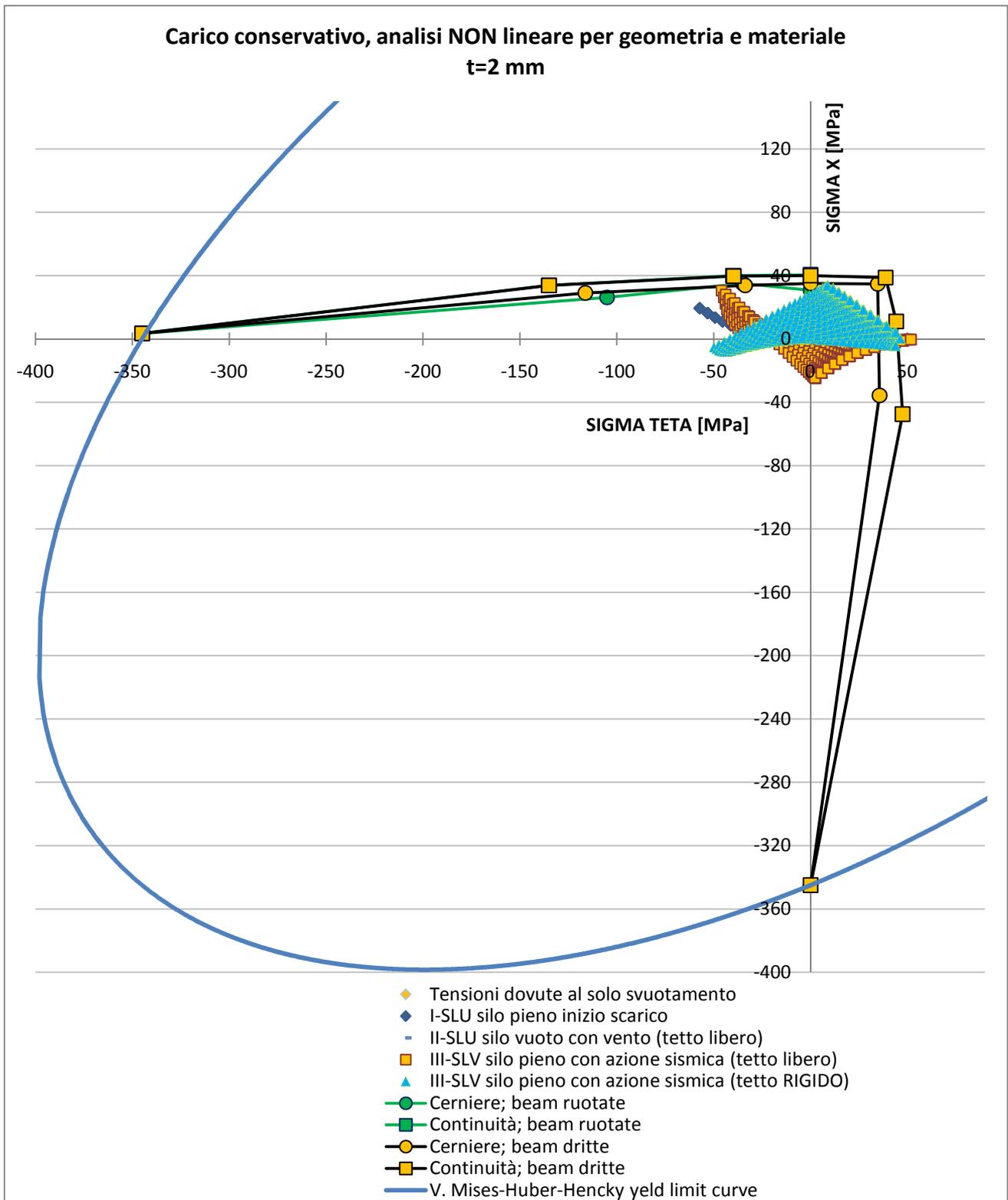
Si consideri il silo mediamente snello nel sito di Bologna le cui caratteristiche geometriche sono state descritte completamente nei capitoli precedenti. Dalla risoluzione numerica statica lineare della struttura si è ottenuto il valore delle tensioni in ciascun punto della parete del silo stesso. Tale stato tensionale viene pertanto rappresentato da un punto sui piani  $\sigma_x - \sigma_\theta$ ,  $\tau - \sigma_\theta$ ,  $\tau - \sigma_x$ . In particolare in tali piano viene riportato lo stato tensionale relativo a

- Solo svuotamento;
- [I-SLU] silo pieno a inizio scarico;
- [II-SLU] silo vuoto sollecitato dall'azione del vento;
- [III-SLV] silo pieno sollecitato dall'azione sismica;

Per ciascuno dei seguenti domini vengono riportati i due casi limite relativamente alla rigidità alla rotazione dell'aggraffatura, come precedentemente descritto. In accordo col fatto che la presenza delle cerniere riduca la rigidità del modello, il dominio risulta essere meno ampio rispetto al secondo caso limite. Si nota inoltre che la rotazione dei Lipp non influisce sensibilmente sulla forma del dominio soprattutto nel caso limite di continuità materiale.

Vengono infine riportati i domini di interazione sul piano  $\sigma_x - \sigma_\theta$  relativamente agli spessori di 2, 3 e 4 [mm] ed eseguita la verifica di instabilità locale per il silo nel sito in esame. I domini sui piani  $\tau - \sigma_\theta$  e  $\tau - \sigma_x$  si riportano solamente per lo spessore 3 [mm].

### 5.4.1. Domini di interazione $\sigma_x - \sigma_\vartheta$



**Grafico 17:** Dominio di interazione per t= 2 [mm]

Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale  
t=3 mm

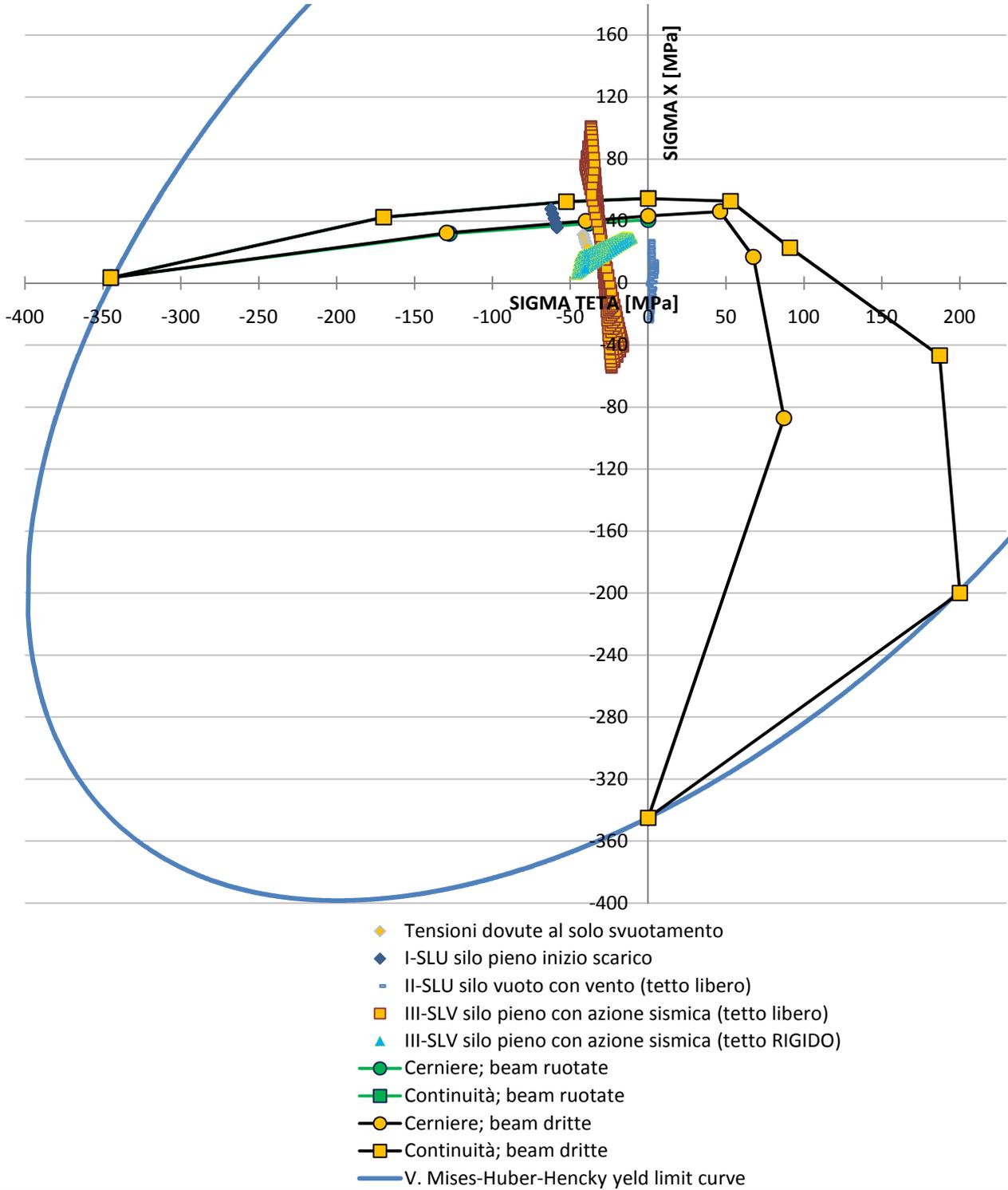
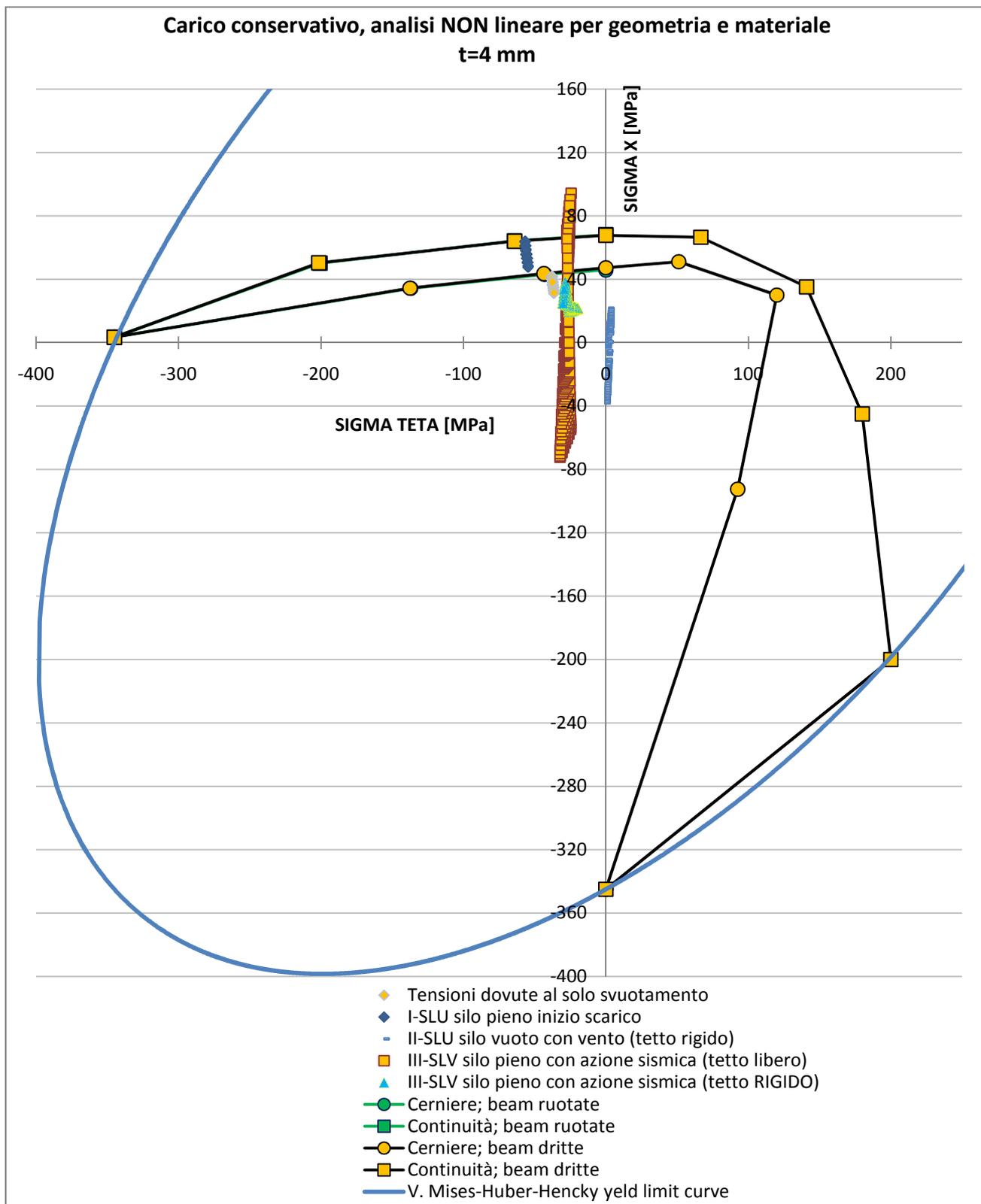


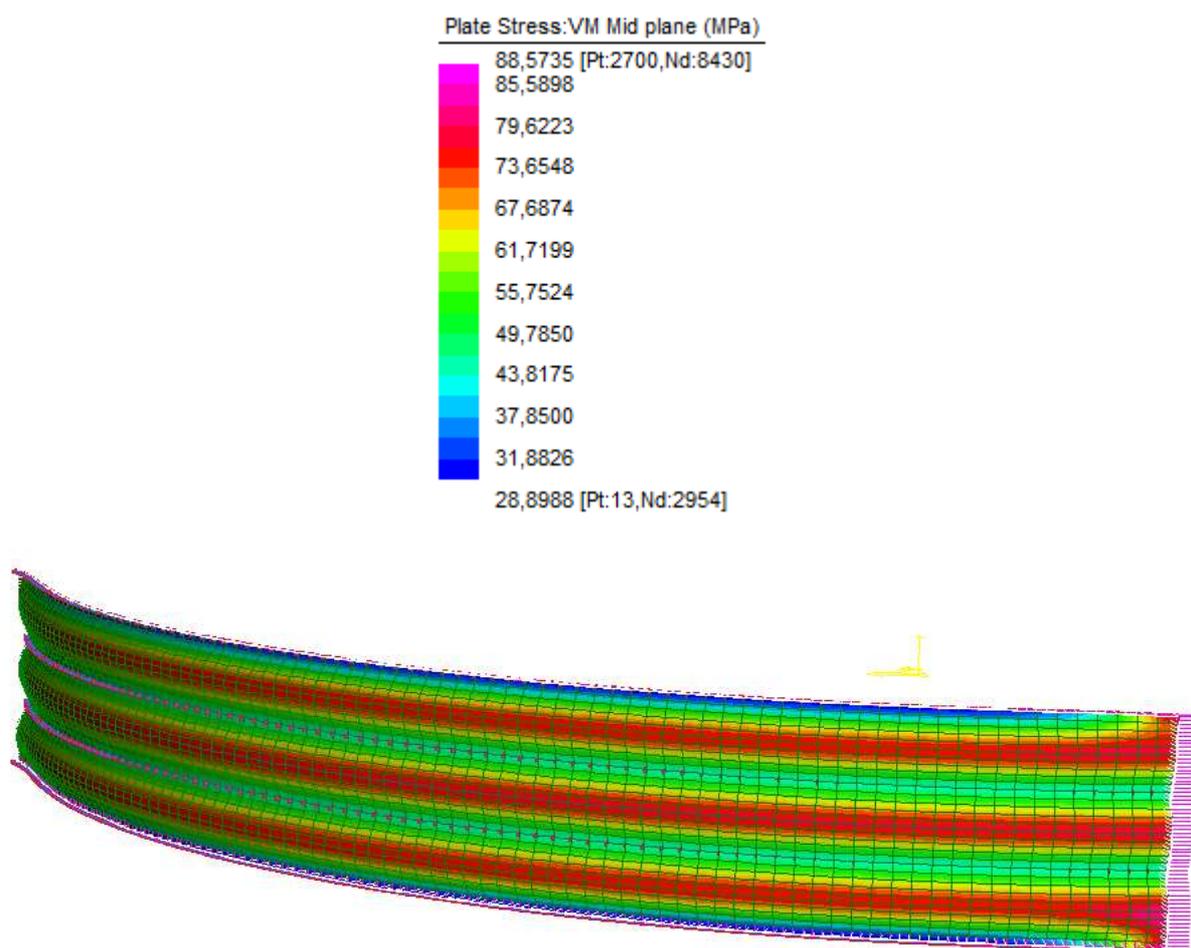
Grafico 18: Dominio di interazione per t= 3 [mm]



**Grafico 19:** Dominio di interazione per t= 4 [mm]

Da tali domini si nota l'importanza di avere un tetto infinitamente rigido nel proprio piano perché comporta una notevole riduzione delle tensioni all'interno della parete del silo e consente che sia verificata la stabilità dell'equilibrio delle volute quale che sia lo spessore considerato. Le verifiche maggiormente gravose, tuttavia, risultano quelle relative allo svuotamento in accordo con l'esperienza pratica.

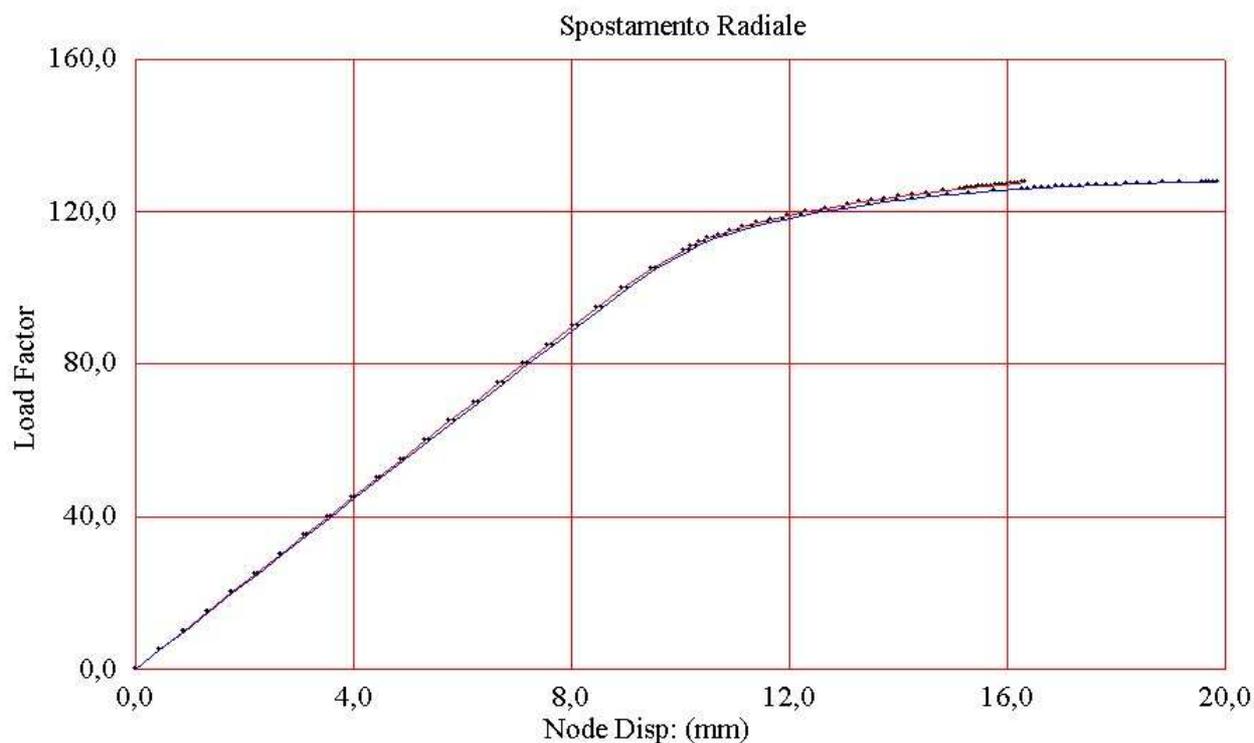
La mappatura delle tensioni di V. Mises, figura 77, mostra che esiste una fascia centrale della voluta in cui le tensioni sono maggiormente elevate. In tale zona, all'incrementare del carico, le tensioni aumenteranno fino alla tensione di snervamento. Nel momento in cui tale area plasticizzata riduce la struttura a un meccanismo, per la formazione di cerniere plastiche, l'analisi si arresta perché non giunge più a convergenza.



**Figura 77:** Andamento delle tensioni nel L.S.M. ad un generico passo di carico intermedio

Tali risultati numerici mostrano pertanto la formazione di una cerniera plastica che coinvolge la parte centrale della voluta intermedia in accordo con quanto è visibile chiaramente da figura 70.

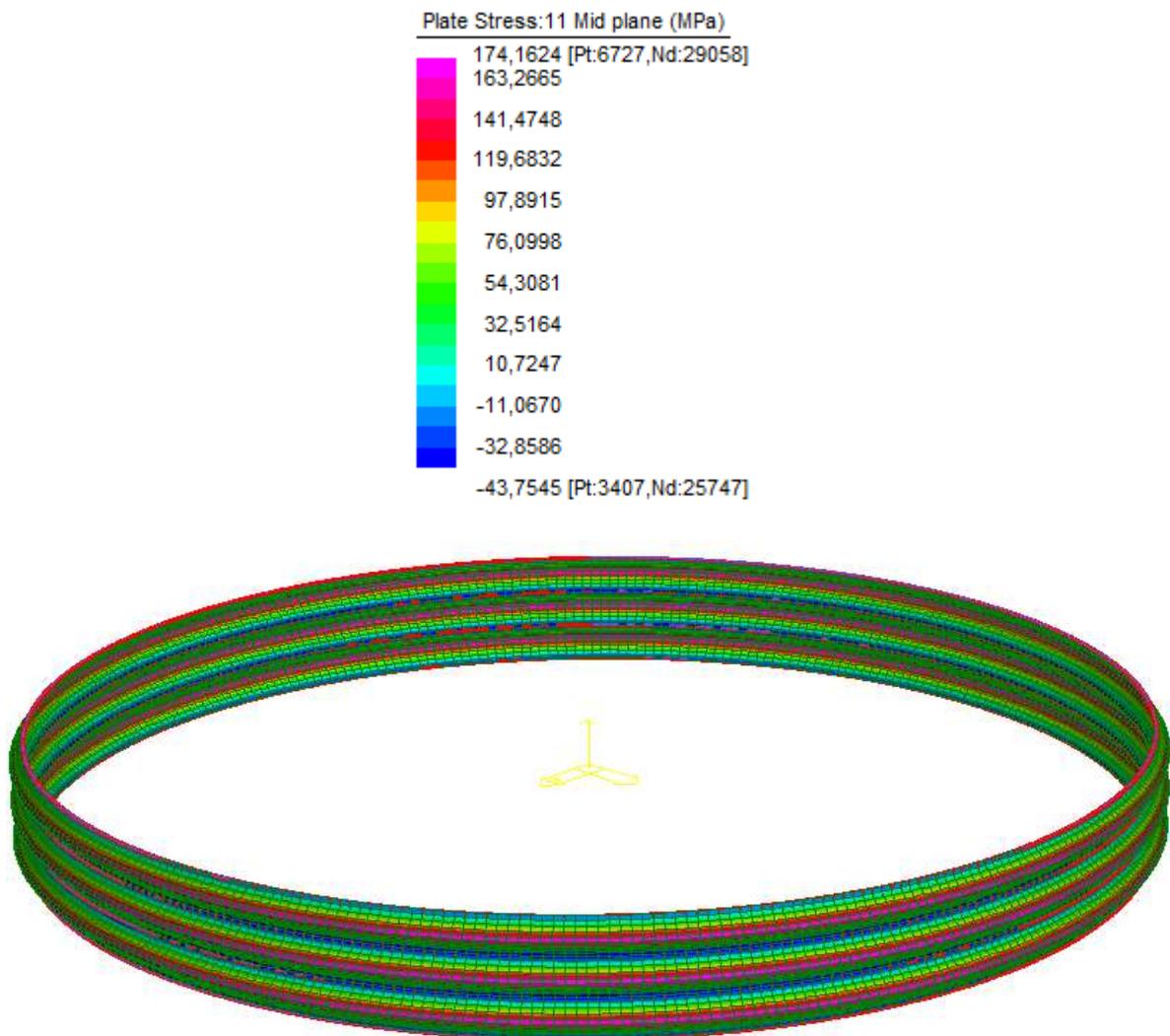
Si mostra inoltre l'andamento dello spostamento radiale in mezzeria delle volute per ciascuna di esse all'aumentare del carico stesso.



**Grafico 20:** Spostamento radiale in mezzeria delle volute

Da tale grafico si mette in evidenza la spiccata non linearità del problema e mette in mostra come tale modello riesca a cogliere in modo corretto la reale problematica di instabilità delle volute, come mostra figura 70. Infatti è la voluta centrale che subisce lo spostamento maggiore, circa 2 [cm], giungendo per prima a collasso, mentre le altre a collasso hanno raggiunto lo stesso spostamento ma minore in modulo. Si fa notare che i punti presenti sulla curva rappresentano gli *step* di carico. In particolare, per rendere l'analisi meno onerosa dal punto di vista computazionale sono stati scelti più elevati quando il problema è ancora lineare e maggiormente ravvicinati dove il problema diventa non lineare e la soluzione con *step* di carico ampi sarebbe andata a convergenza con maggiore difficoltà. Inoltre, come già sottolineato nel precedente paragrafo, si è analizzato un quarto di silo in quanto la condizione di carico assialsimmetrica consente di ridurre l'onere computazionale. I risultati che si ottengono sono analoghi al caso analizzato

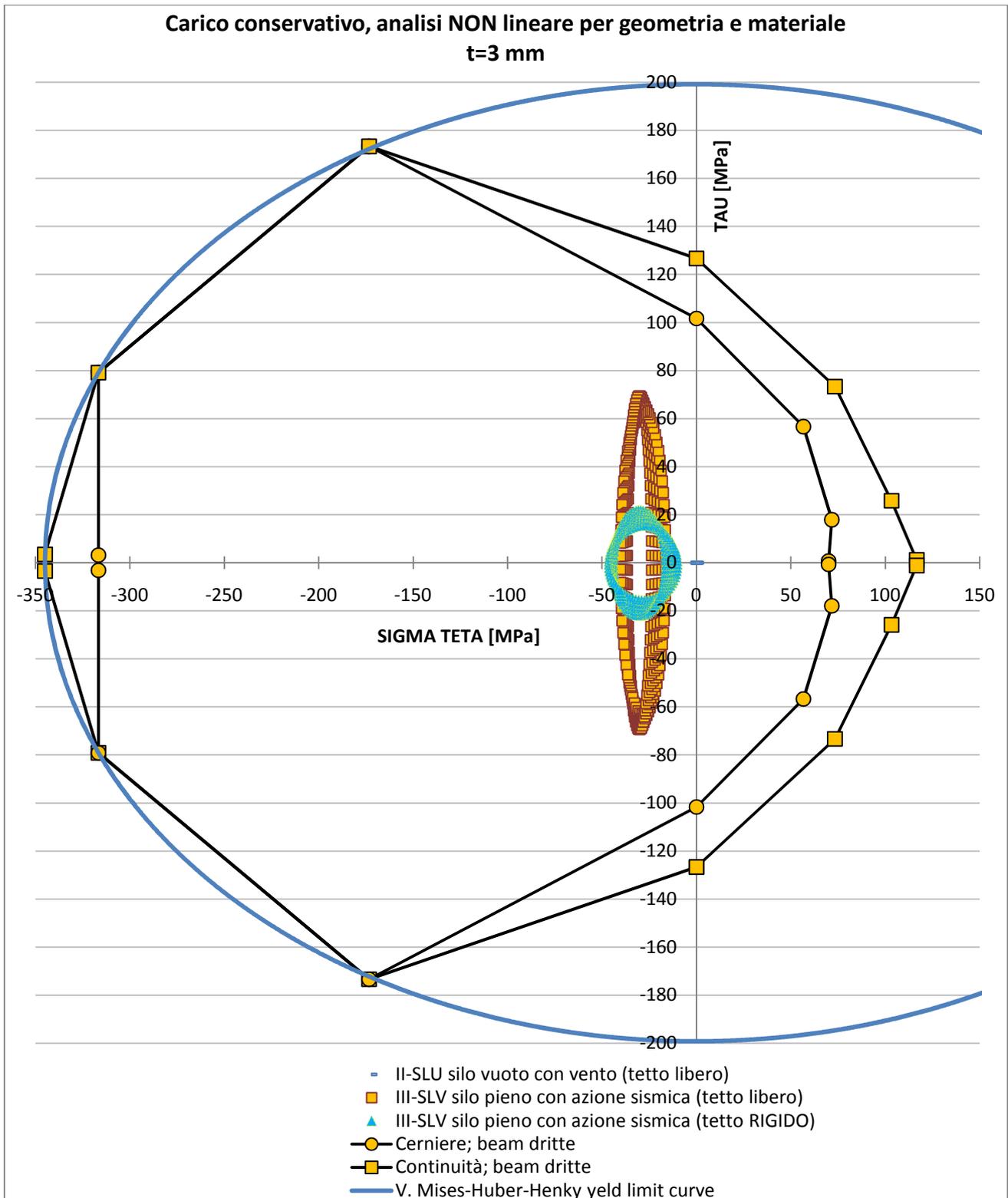
precedentemente, sia qualitativamente come viene mostrato nella seguente deformata, sia analiticamente per il valore del moltiplicatore dei carichi che nel particolare rapporto  $\bar{R} = 1$  nel caso di spessore  $t = 3$  [mm] assume il valore  $\lambda = 15,75$ .



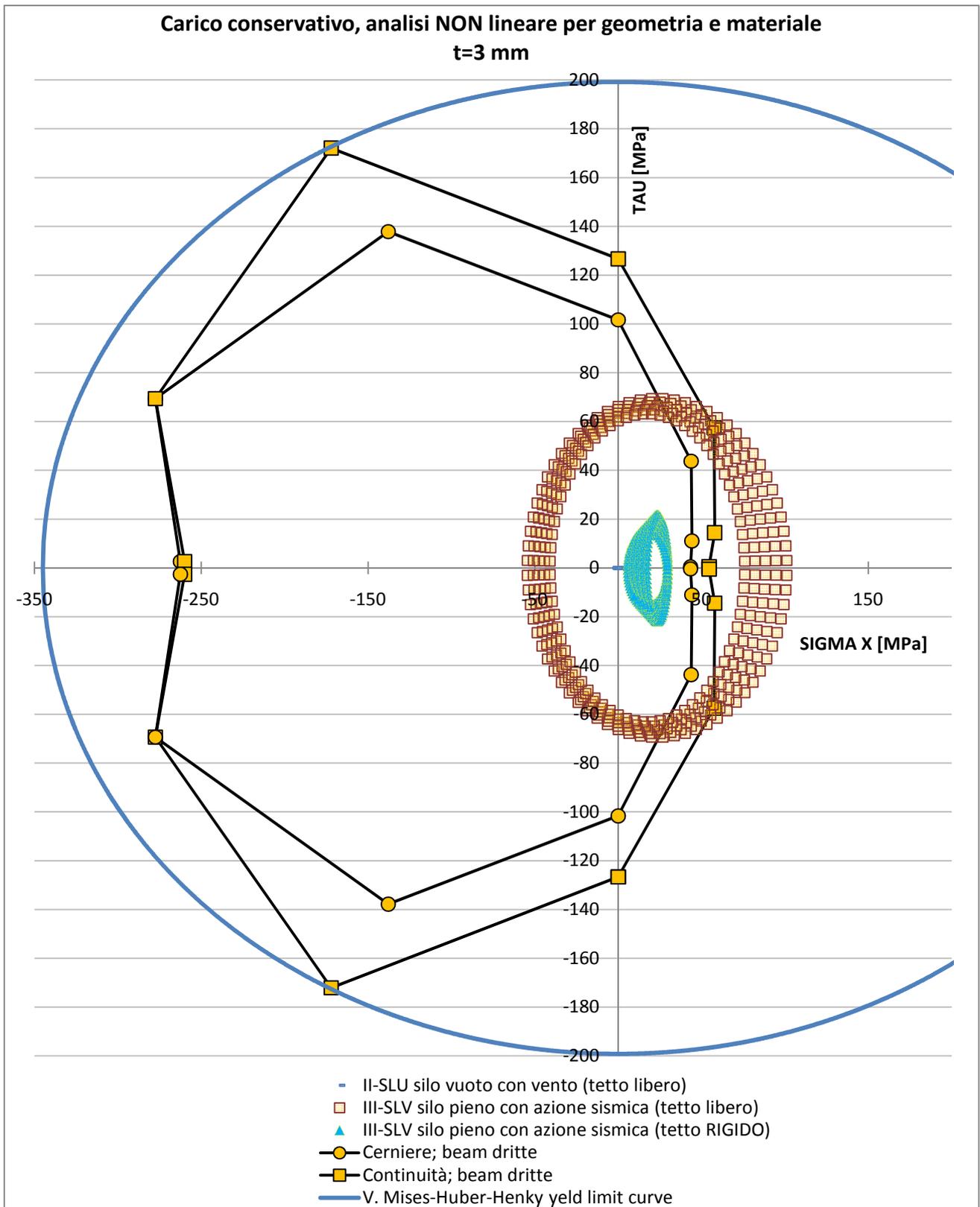
**Figura 78:** Andamento delle tensioni nel L.S.M. completo ad un generico passo di carico intermedio

Infine si effettua la verifica per le tensioni tangenziali mostrando sempre i due casi limite relativi alla rigidità della copertura e alla rigidità rotazionale delle aggraffature solamente per lo spessore di 3 [mm].

### 5.4.2. Domini di interazione $\tau - \sigma_\vartheta$ e $\tau - \sigma_x$



**Grafico 21:** Dominio di interazione per t= 3 [mm]



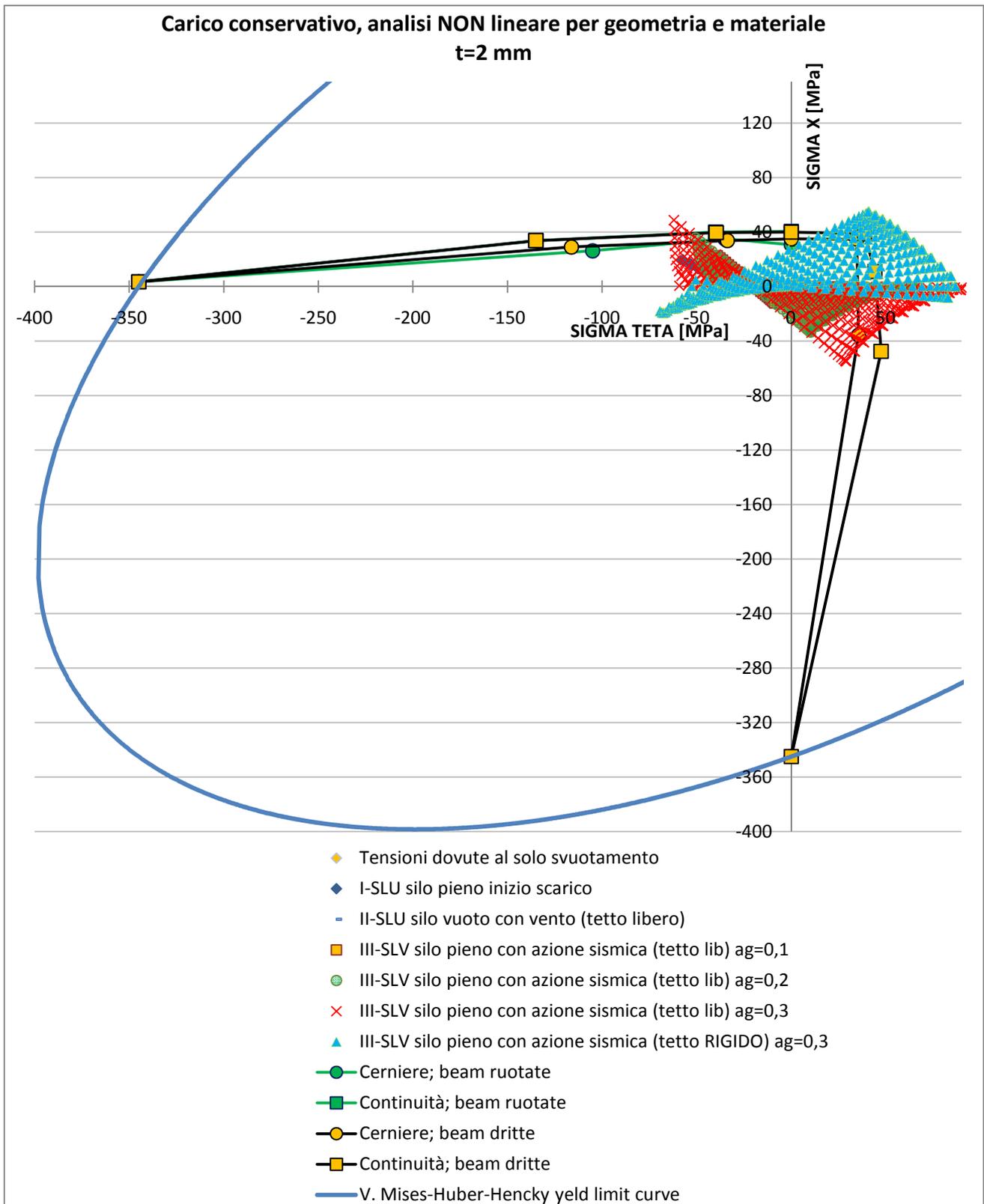
**Grafico 22:** Dominio di interazione per t= 3 [mm]

### ***5.4.3. Verifica di stabilità locale per stati tensionali ottenuti da diversi valori di accelerazione al suolo***

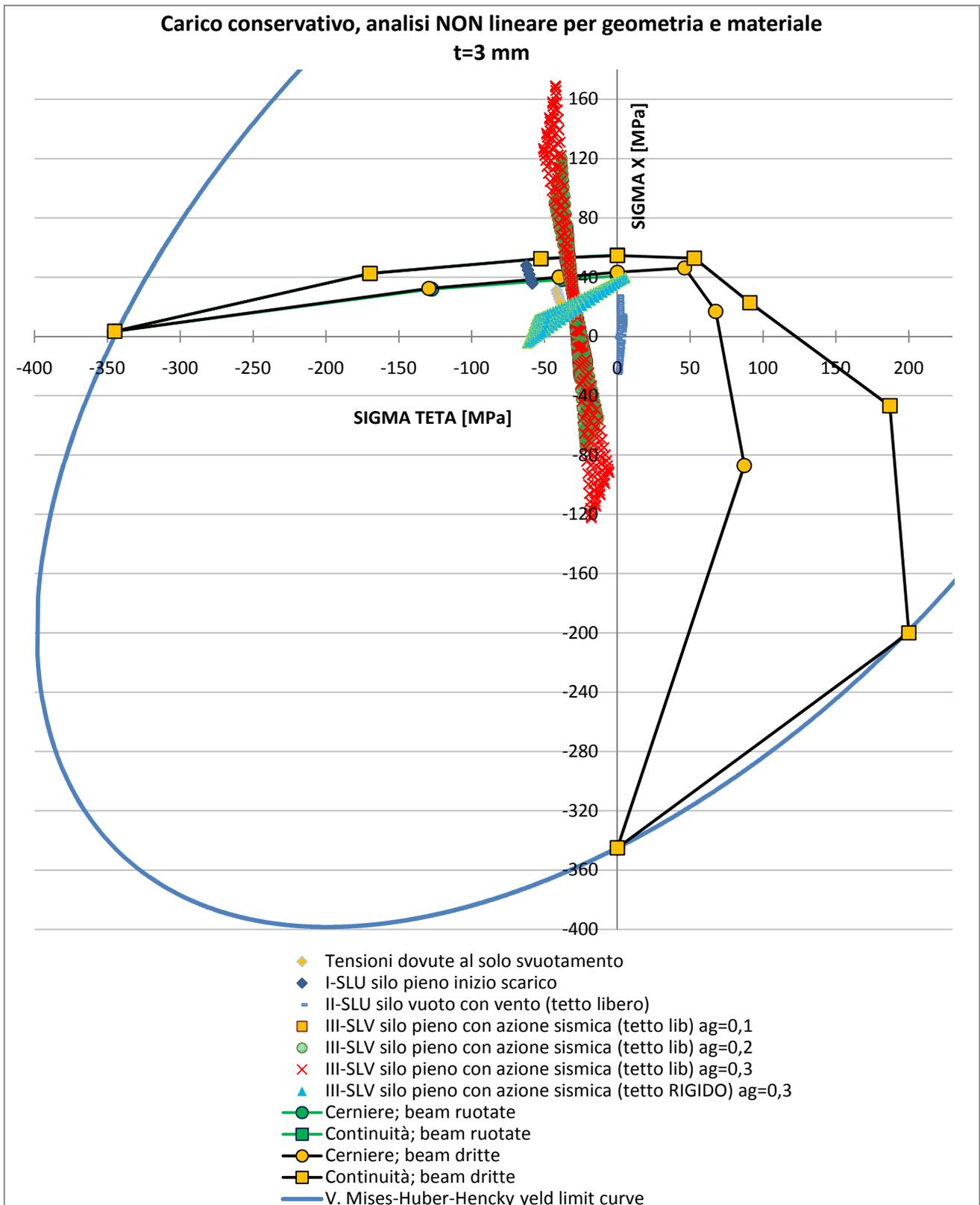
Si vuole infine mostrare come cambia lo stato tensionale nella parete al variare del valore dell'accelerazione al suolo degli eventi sismici. In particolare sono stati scelti tre valori di accelerazioni al suolo

- $a_g = 0,1$ ;
- $a_g = 0,2$ ;
- $a_g = 0,3$ .

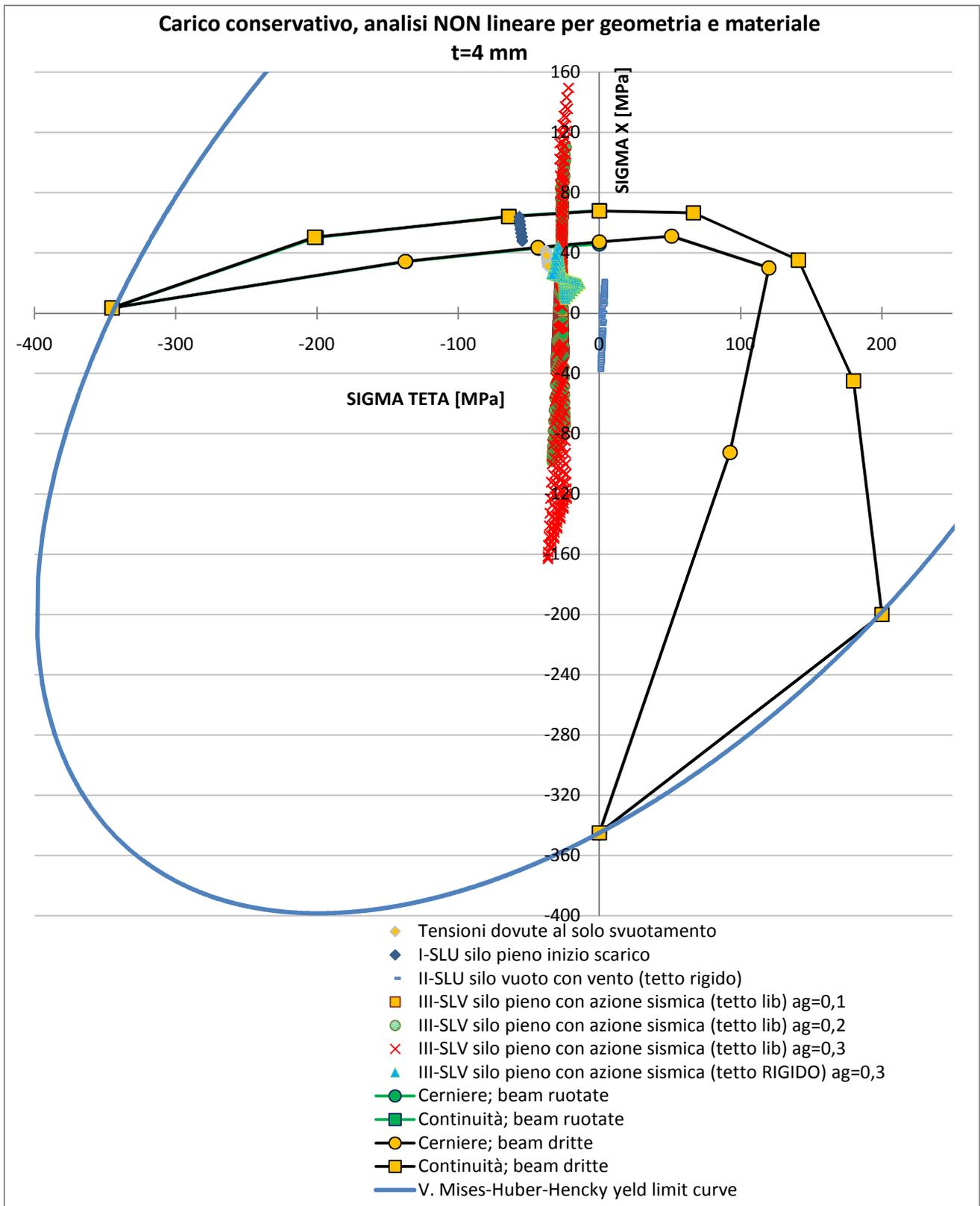
Quello che si nota dai seguenti grafici è come al crescere della sollecitazione sismica i punti che definiscono lo stato tensionale nella parete del silo rimangano molto sensibili alla rigidità del tetto.



**Grafico 24:** Dominio di interazione per t= 2 [mm]



**Grafico 25:** Dominio di interazione per  $t= 3 [mm]$



**Grafico 26:** Dominio di interazione per t= 4 [mm]

Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale  
 t=3 mm

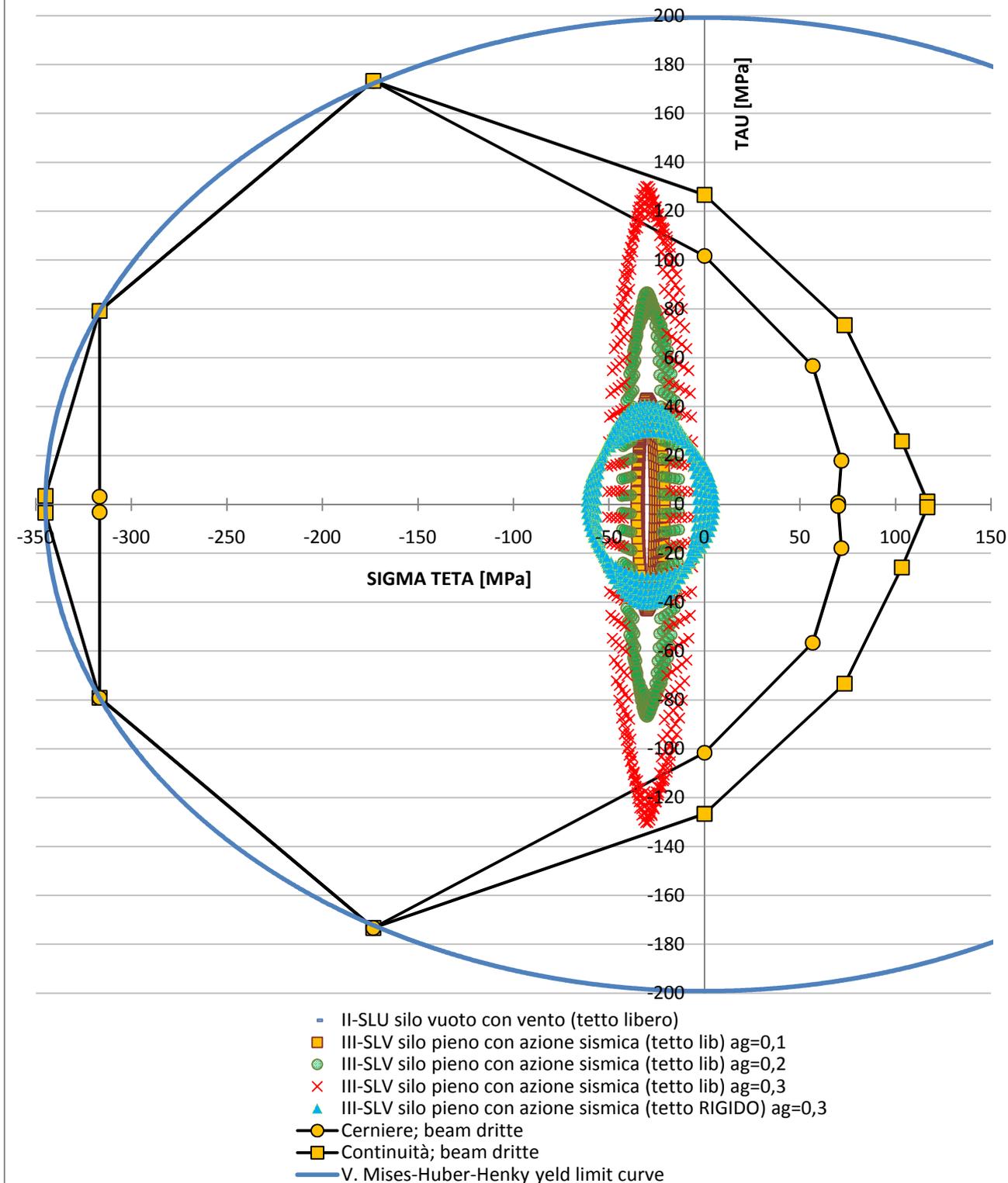
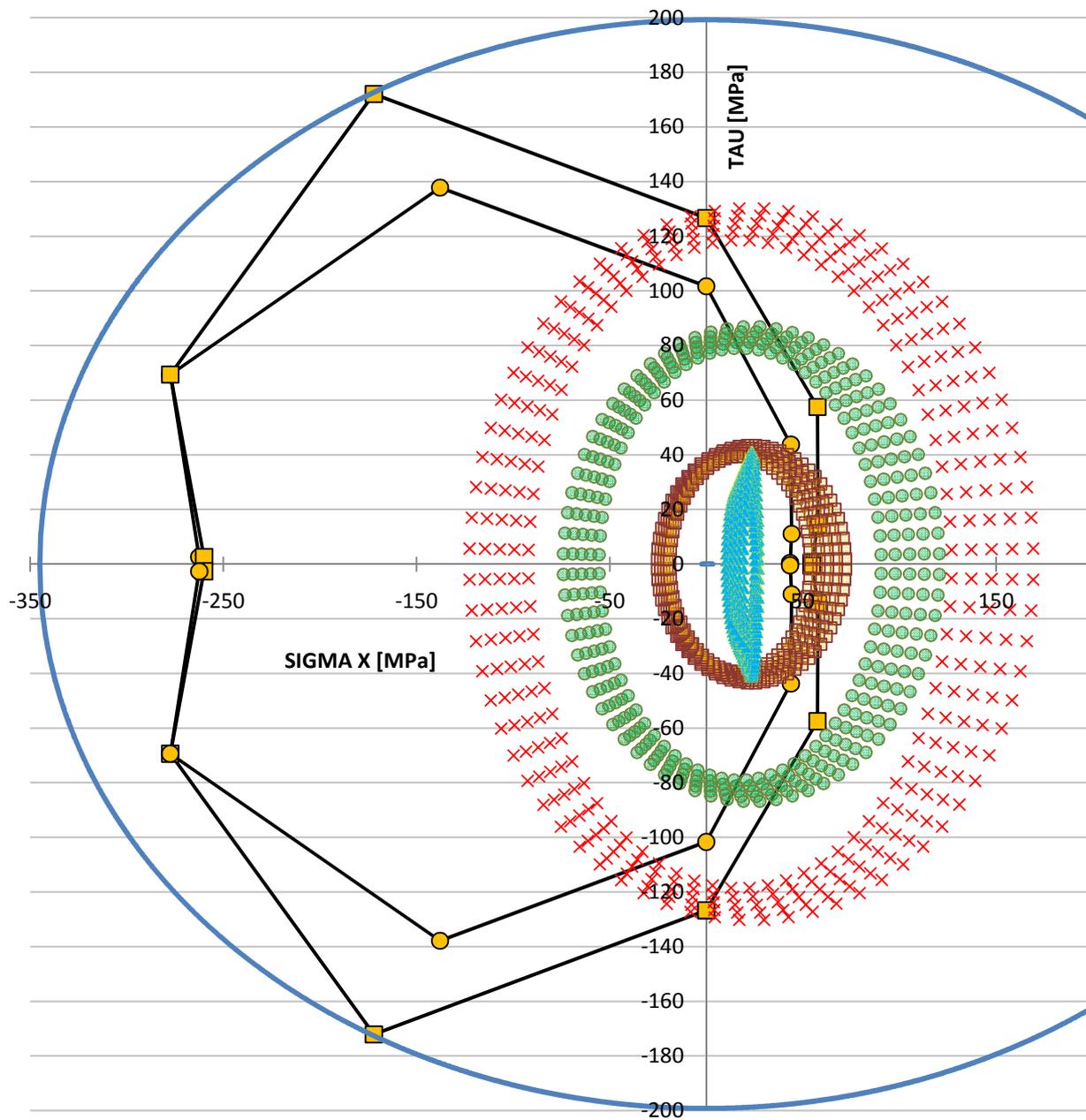


Grafico 27: Dominio di interazione per  $t= 3$  [mm]

Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale  
 t=3 mm

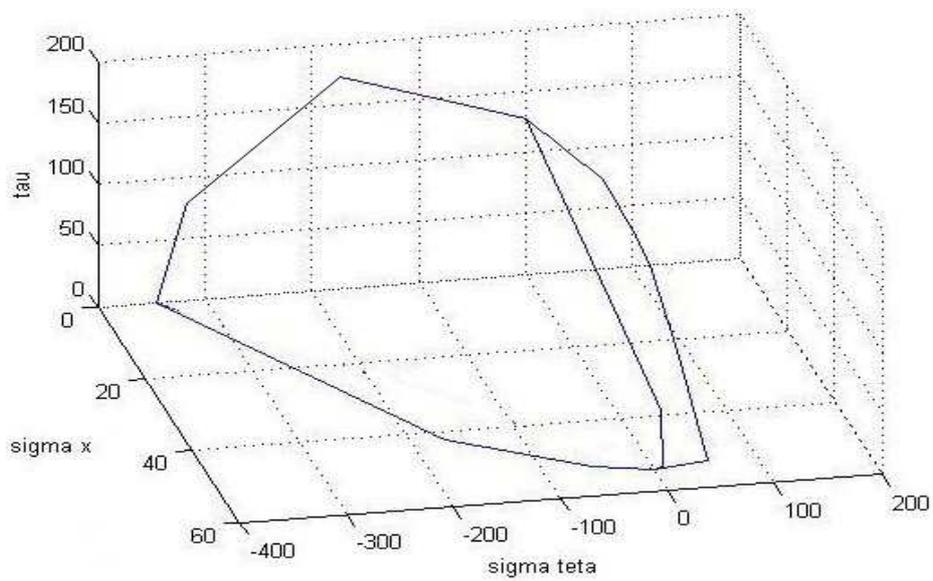


- II-SLU silo vuoto con vento (tetto libero)
- III-SLV silo pieno con azione sismica (tetto lib) ag=0,1
- III-SLV silo pieno con azione sismica (tetto lib) ag=0,2
- × III-SLV silo pieno con azione sismica (tetto lib) ag=0,3
- ▲ III-SLV silo pieno con azione sismica (tetto RIGIDO) ag=0,3
- Cerniere; beam dritte
- Continuità; beam dritte
- V. Mises-Huber-Henky yield limit curve

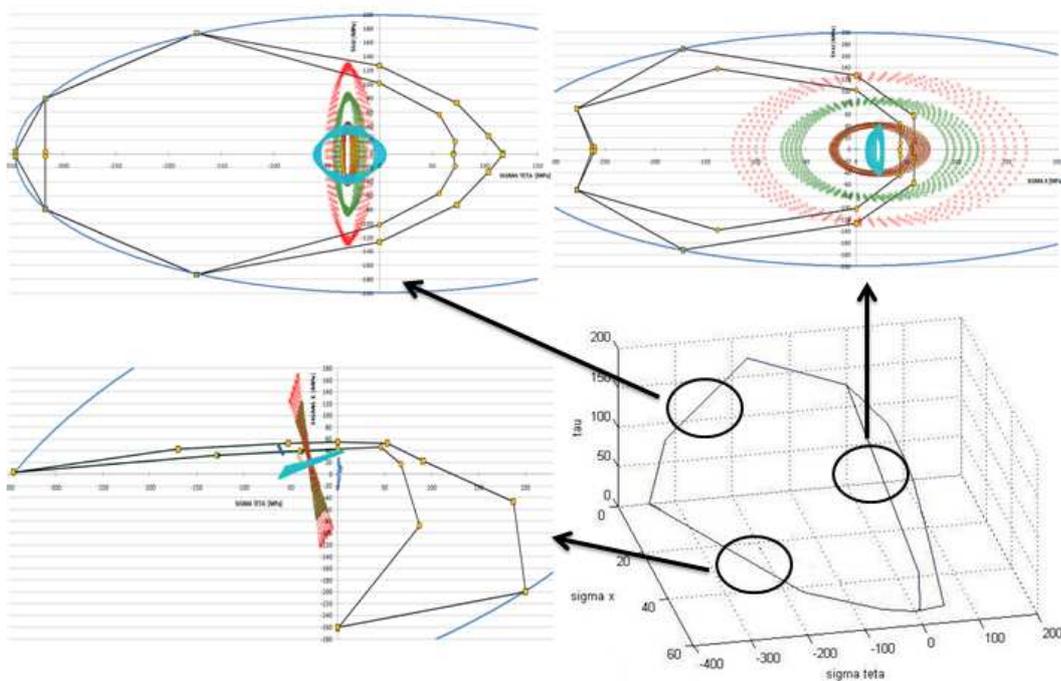
Grafico 28: Dominio di interazione per t= 3 [mm]

#### 5.4.4. Sviluppo tridimensionale dei domini di interazione

Si vuole quindi osservare l'andamento tridimensionale del dominio di interazione i cui i precedenti grafici risultano essere delle particolari sezioni come di seguito raffigurato.



**Grafico 23:** Sviluppo tridimensionale del dominio di interazione

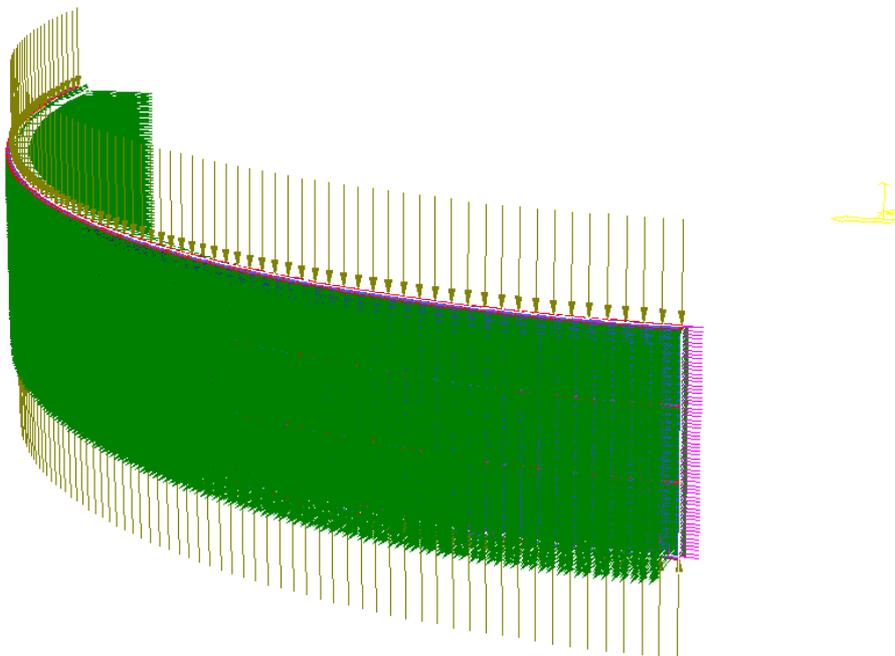


**Figura 79:** Sviluppo tridimensionale del dominio di interazione e definizione delle sezioni

## 5.5. Valutazione della sensibilità del modello nei confronti della tipologia di carico: carico conservativo e non conservativo

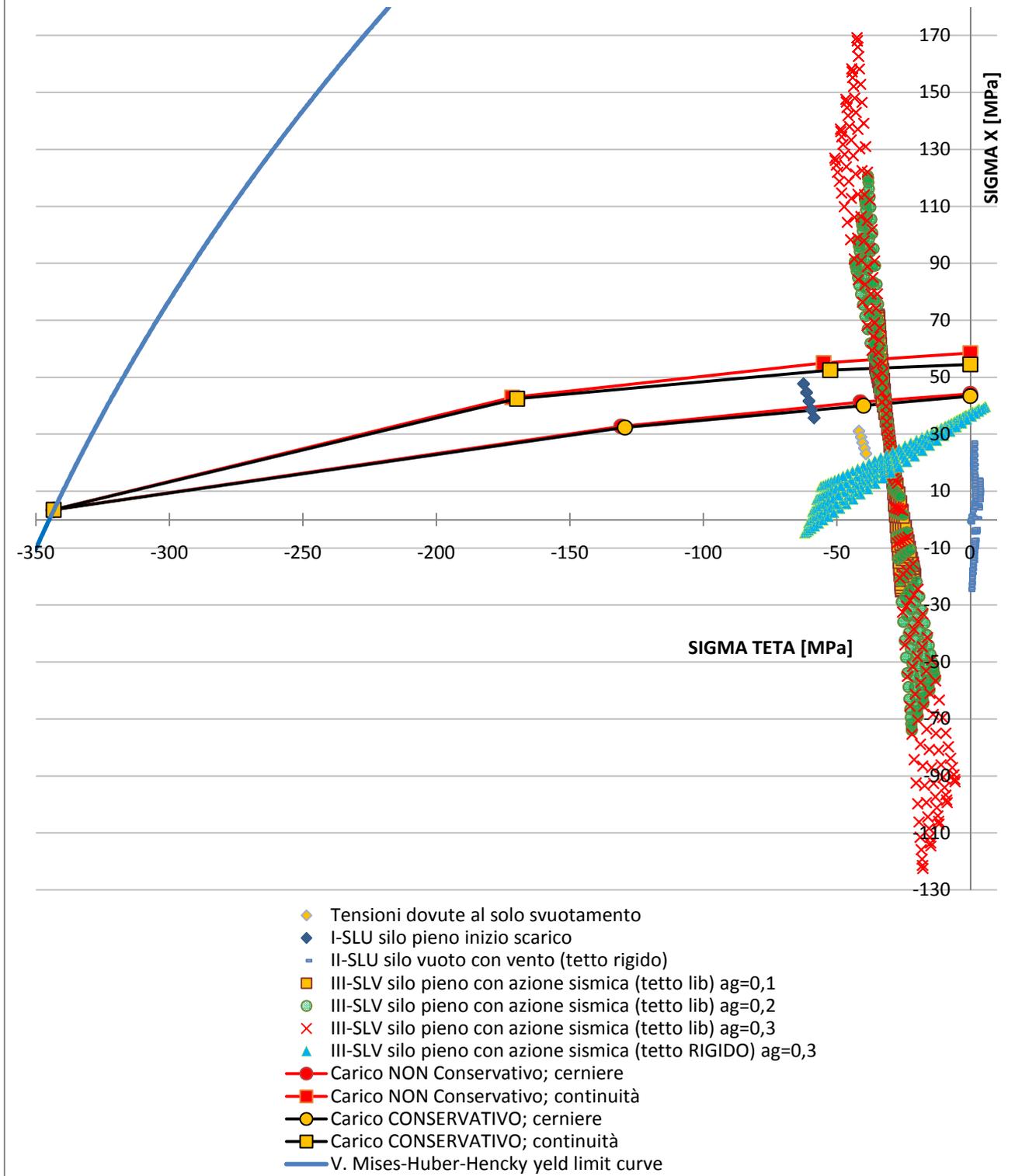
Le analisi precedentemente svolte prevedono l'applicazione di un carico conservativo ovvero che mantiene sempre la stessa direzione quale che sia la deformazione degli elementi shell in accordo con quanto accade nella realtà di tale specifico problema fisico. Si è valutato ora l'influenza che ha tale tipologia di applicazione di carico sulla definizione dei domini di interazione confrontando i risultati precedentemente ottenuti con quelli relativi a un carico che agisce sempre nel piano medio dell'elemento shell. Questa seconda tipologia di carico è detta non conservativa in quanto il carico non si mantiene parallelo a sé stesso nella configurazione deformata.

Ciò che ci si attende dai risultati è che il dominio resistente diventi di maggiori dimensioni perché all'aumentare della deformazione dell'elemento shell, in particolare della sua rotazione, la quota parte di carico verticale che concorre all'instabilizzazione del L.S.M. diventa sempre minore. Tale fenomeno è riscontrato anche dai risultati numerici anche se non in maniera molto evidente in quanto l'ampiezza delle deformazioni non sono molto elevate. Vengono infine riportati per completezza i risultati relativi a ciascun spessore e al variare dell'accelerazione al suolo.

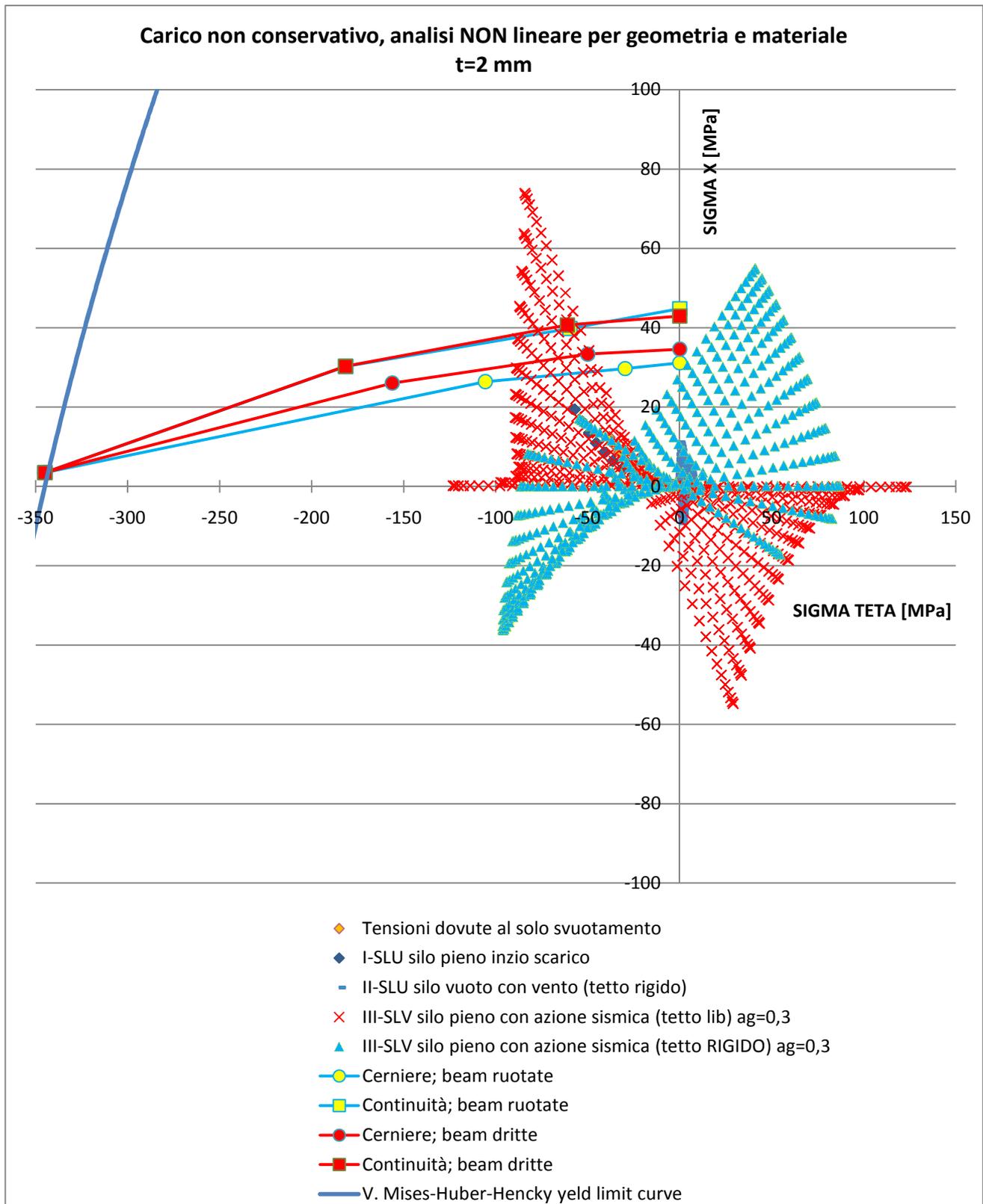


**Figura 80:** Applicazione del carico non conservativo

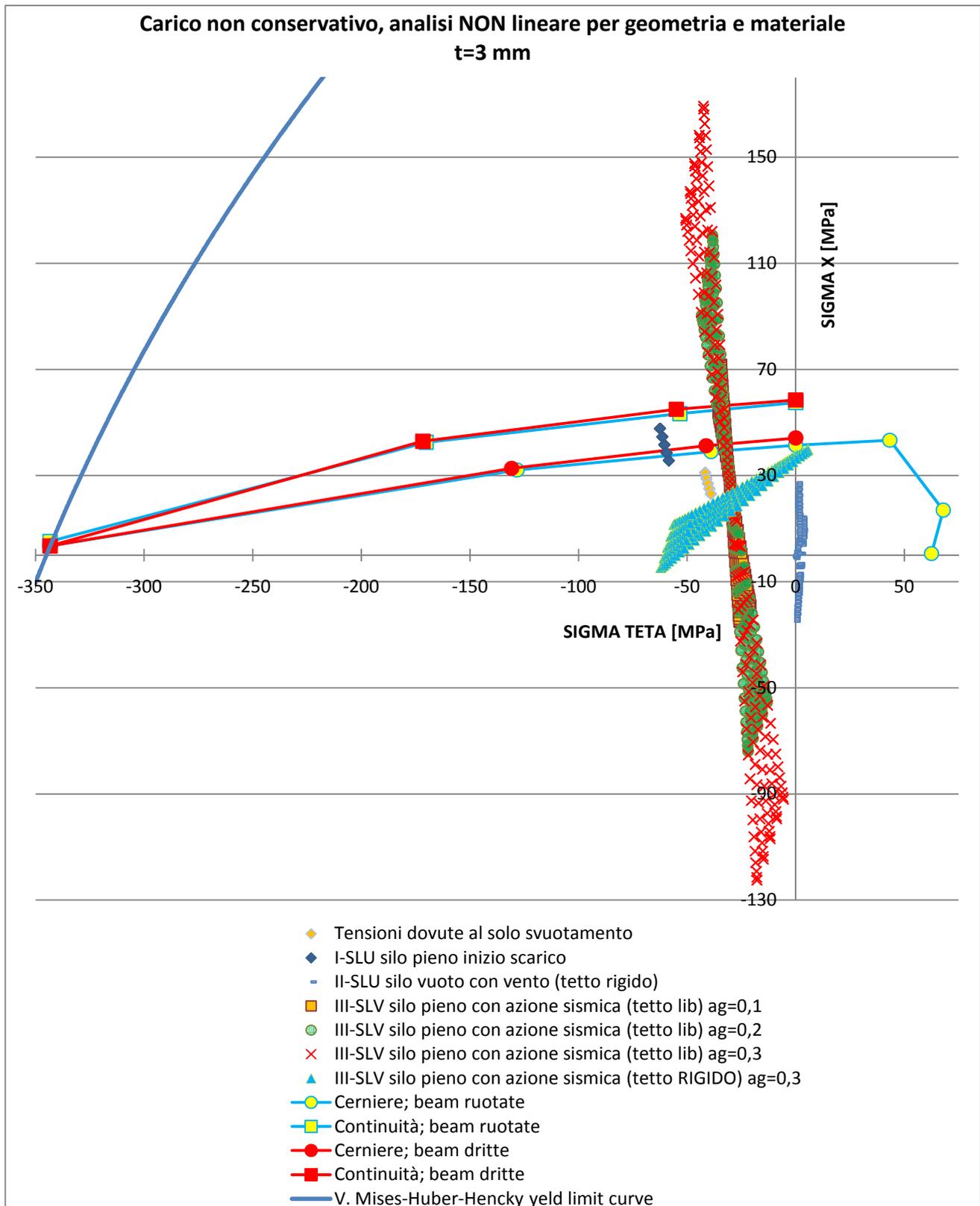
**Confronto tra carico conservativo e NON conservativo  
analisi NON lineare per geometria e materiale, t=3mm, beam dritte**



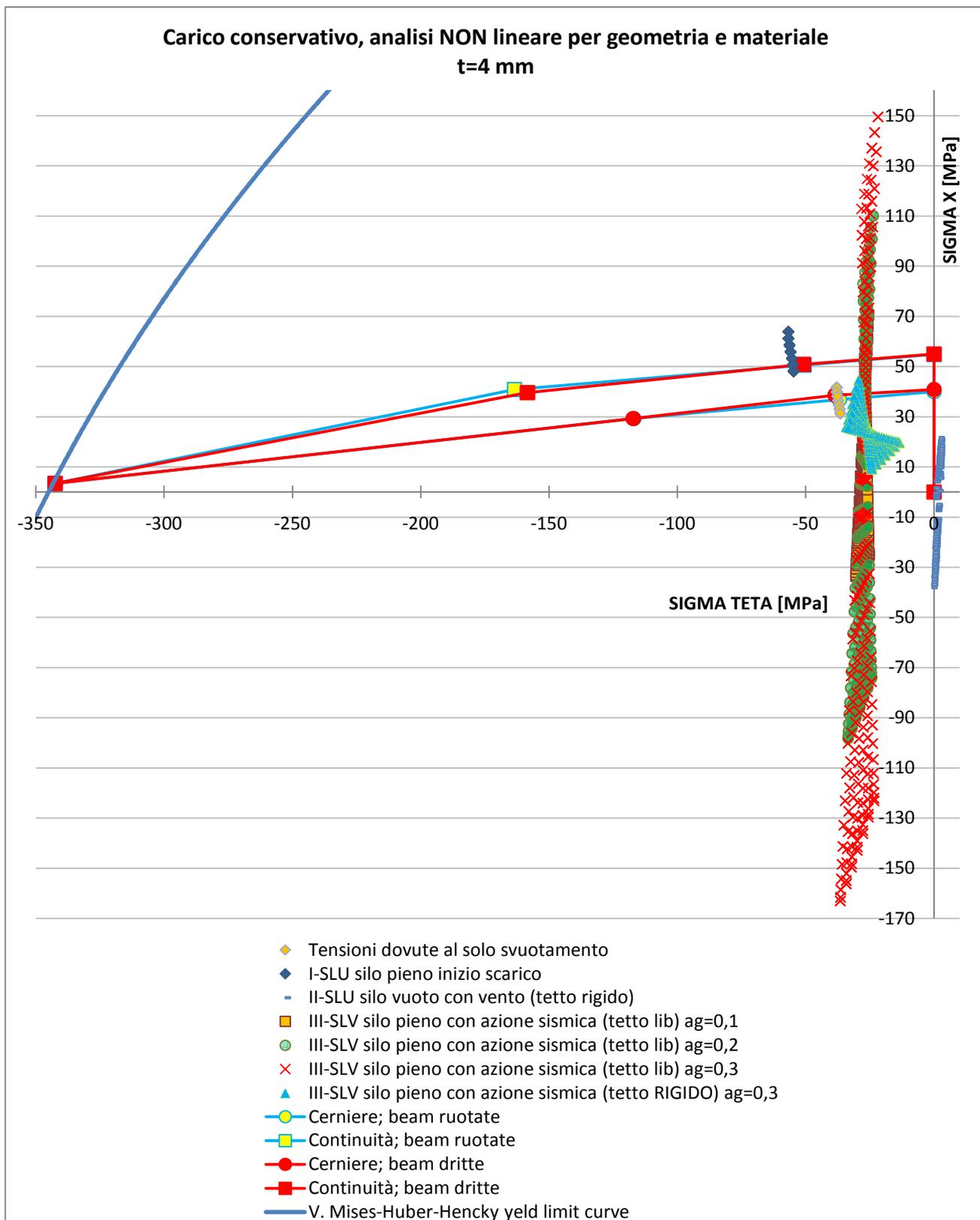
**Grafico 29:** Influenza sul dominio della tipologia di carico



**Grafico 30:** Carico non conservativo. Dominio di interazione per  $t= 2$  [mm]



**Grafico 31:** Carico non conservativo. Dominio di interazione per t= 3 [mm]



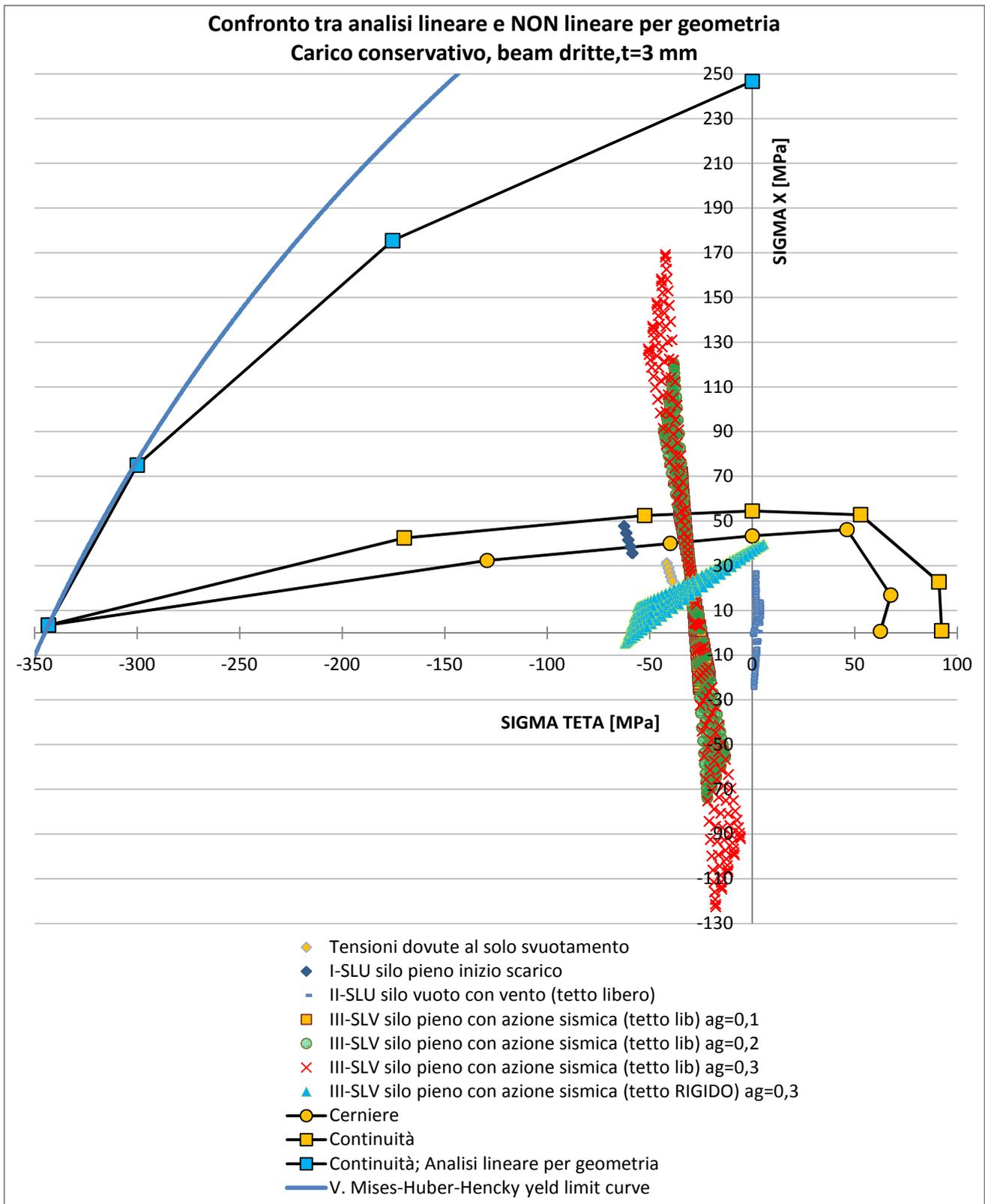
**Grafico 32:** Carico non conservativo. Dominio di interazione per t= 4 [mm]

## 5.6. Influenza della non linearità geometrica e del legame costitutivo

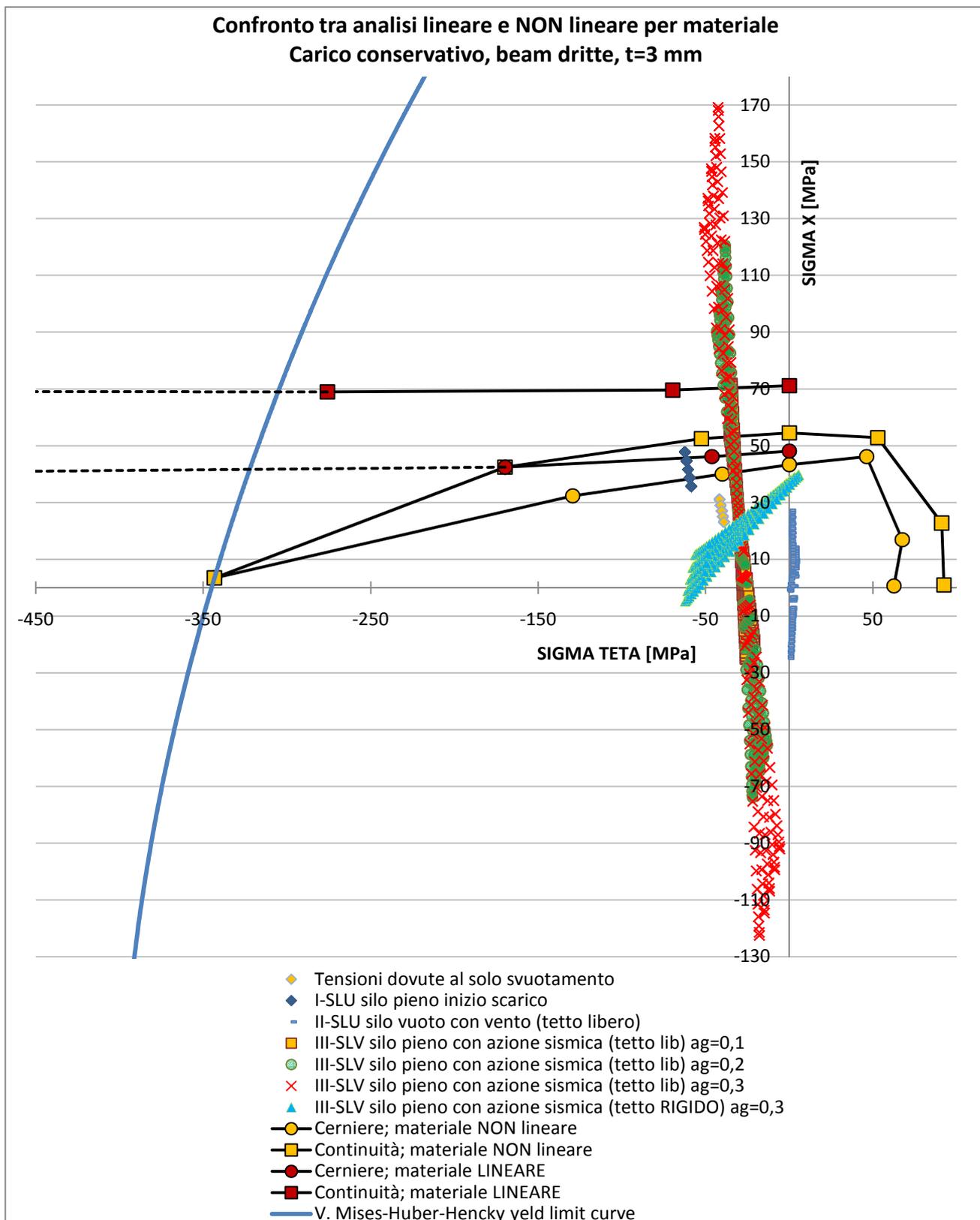
Molti problemi dell'ingegneria possono essere affrontati con un approccio linearizzato ovvero nell'ipotesi sia che il materiale si mantenga elastico, sia che gli spostamenti della struttura risultino talmente contenuti da poter essere considerati infinitesimi. Tale tipo di approssimazione è ammissibile quando si voglia analizzare la risposta strutturale in esercizio, quindi in condizioni molto lontane da quelle in cui la struttura giungerà a collasso. L'analisi del comportamento strutturale sotto condizioni di carico prossime a quella di collasso richiede che vengano rimosse entrambe le ipotesi di linearità. Infatti, se da un lato il materiale esibisce un comportamento ben lontano da quello lineare, dall'altro anche gli spostamenti divengono di entità finita e lo stato di sollecitazione non risulta più funzione unicamente dei carichi applicati della geometria della struttura, ma viene a dipendere anche dallo stato di deformazione [27].

Pertanto nel momento in cui si conduce un'analisi non lineare dal punto di vista del materiale e si valuta l'equilibrio nella configurazione indeformata, ciò che ci si attende, nel caso specifico della definizione dei domini di interazione, è che essi si innalzino notevolmente, grafico 28, in quanto le forze di compressione instabilizzanti che agiscono presentano un braccio che rimane sempre molto ridotto. Per la validazione del modello pertanto è stata condotta una prova con queste caratteristiche anche se, come già sottolineato in precedenza, nel momento in cui si fa riferimento ad un'analisi non lineare a collasso si dovrebbero rimuovere anche l'ipotesi di piccoli spostamenti e studiare l'equilibrio nella configurazione deformata.

Se invece si conduce un'analisi non lineare per geometria considerando un materiale indefinitamente elastico ciò che accade è che non va in crisi per raggiungimento della tensione ultima del materiale per effetto P- $\Delta$ . In questo caso pertanto i domini di interazione tenderanno a crescere modestamente e a mantenersi costanti perché al raggiungimento della tensione di snervamento l'analisi non lineare continua a procedere sopportando incrementi di tensione ulteriori, grafico 29.



**Grafico 33:** Confronto tra analisi lineare e non lineare per geometria



**Grafico 34:** Confronto tra analisi lineare e non lineare per materiale

## 5.7. Sensibilità del L.S.M. alle imperfezioni

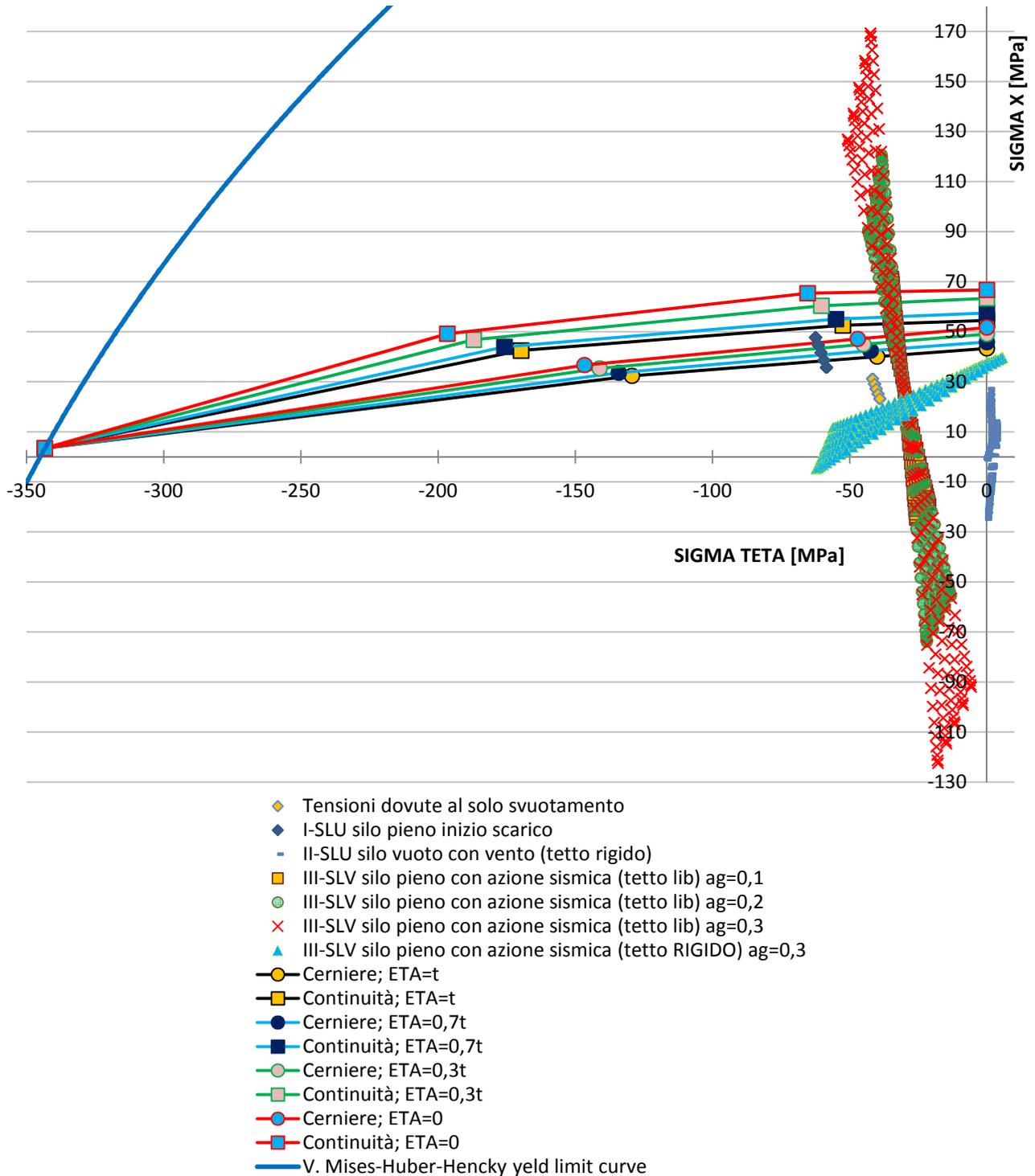
Per valutare la sensibilità del modello alle imperfezioni indotte dal processo di calandratura e montaggio in opera, sono stati realizzati dei L.S.M. con diversa imperfezione  $\eta$  in mezzeria alla voluta. In particolare si è considerato

- $\eta = t$ ;
- $\eta = 0,7 \cdot t$ ;
- $\eta = 0,3 \cdot t$ ;
- $\eta = 0$ .

In accordo con le aspettative il modello risulta essere sensibile all'imperfezione. In particolare al diminuire dell'imperfezione il modello diventa più rigido, in quanto si riduce il braccio della coppia instabilizzante, e pertanto i domini di interazione tendono a crescere in dimensione. In particolare, preso come riferimento il rapporto  $\bar{R} = \infty$ , si ha un incremento di 12 [MPa].

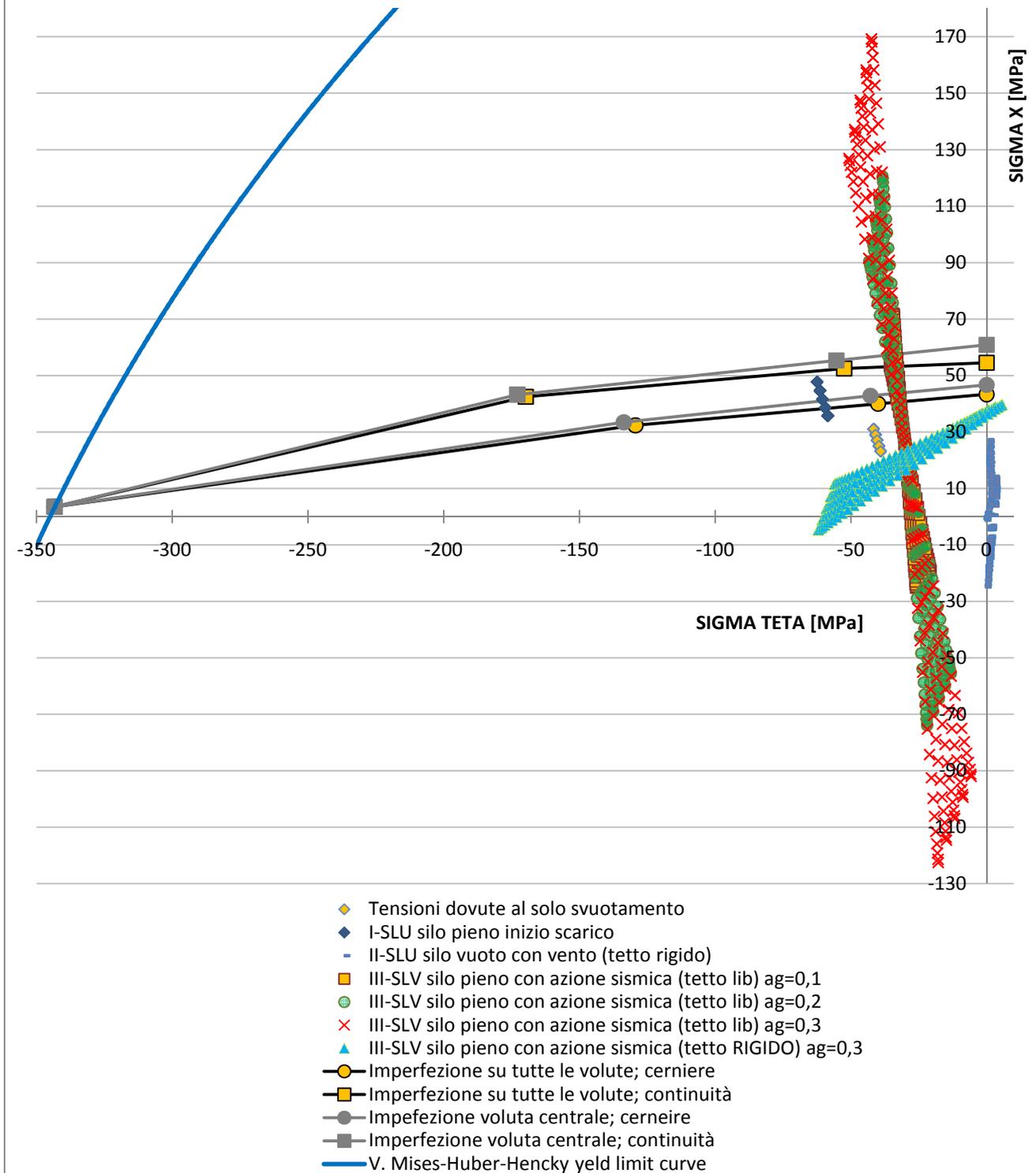
Infine si è considerato un modello in cui si è cercato di innescare l'instabilizzazione nella voluta centrale realizzando un L.S.M. in cui si ha l'imperfezione sulla sola voluta centrale. Anche in questo caso, la presenza delle volute superiore e inferiore rettilinee provoca un irrigidimento del modello comportando una crescita del dominio stesso.

**Influenza dell'imperfezione**  
**Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale, t=3mm,**  
**beam dritte**



**Grafico 35:** Influenza dell'imperfezione

**Confronto tra imperfezione sulla sola voluta centrale e su tutte**  
**Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale, t=3mm,**  
**beam dritte**



**Grafico 36:** Confronto domini per imperfezione sulla voluta centrale e su tutte

## 5.8. Valutazione del contributo resistente fornito dalla curvatura

Per valutare l'influenza del raggio di curvatura si considerano tre modelli diversi con i seguenti diametri

- $d_c = 5 [m]$ ;
- $d_c = 10 [m]$ ;
- $d_c = 16 [m]$ ;

che corrispondono ai diametri commerciali rispettivamente minimo, intermedio e massimo.

Dai risultati numerici ottenuti si evince che per diametri elevati, ovvero per curvature modeste, la tensione verticale di compressione risulta debolmente dipendente dalla tensione circonferenziale, come mostra il domino essendo per gran parte pseudo-orizzontale. Questo è giustificabile attraverso la teoria che riguarda l'instabilità delle piastre, infatti, facendo un ragionamento al limite, per  $d_c \rightarrow \infty$  si tende ad avere un comportamento a piastra in cui l'influenza delle tensioni circonferenziali diventa trascurabile per la tipologia di carico applicato.

Al diminuire del diametro l'effetto della curvatura da un contributo irrigidente. Infatti considerando a titolo d'esempio  $\bar{R} = \infty$ , si ha un incremento di circa 50 [MPa] e corrispondentemente anche una riduzione delle code del dominio che va a definire una maggiore pendenza e quindi tende a non essere più pseudo-orizzontale. Per diametri molto piccoli il contributo della curvatura diventa ancora più importante confermando la tendenza della riduzione delle code e dell'incremento della pendenza come mostra il grafico 32.

Influenza della curvatura,  
Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale, t=3 mm,  
beam dritte

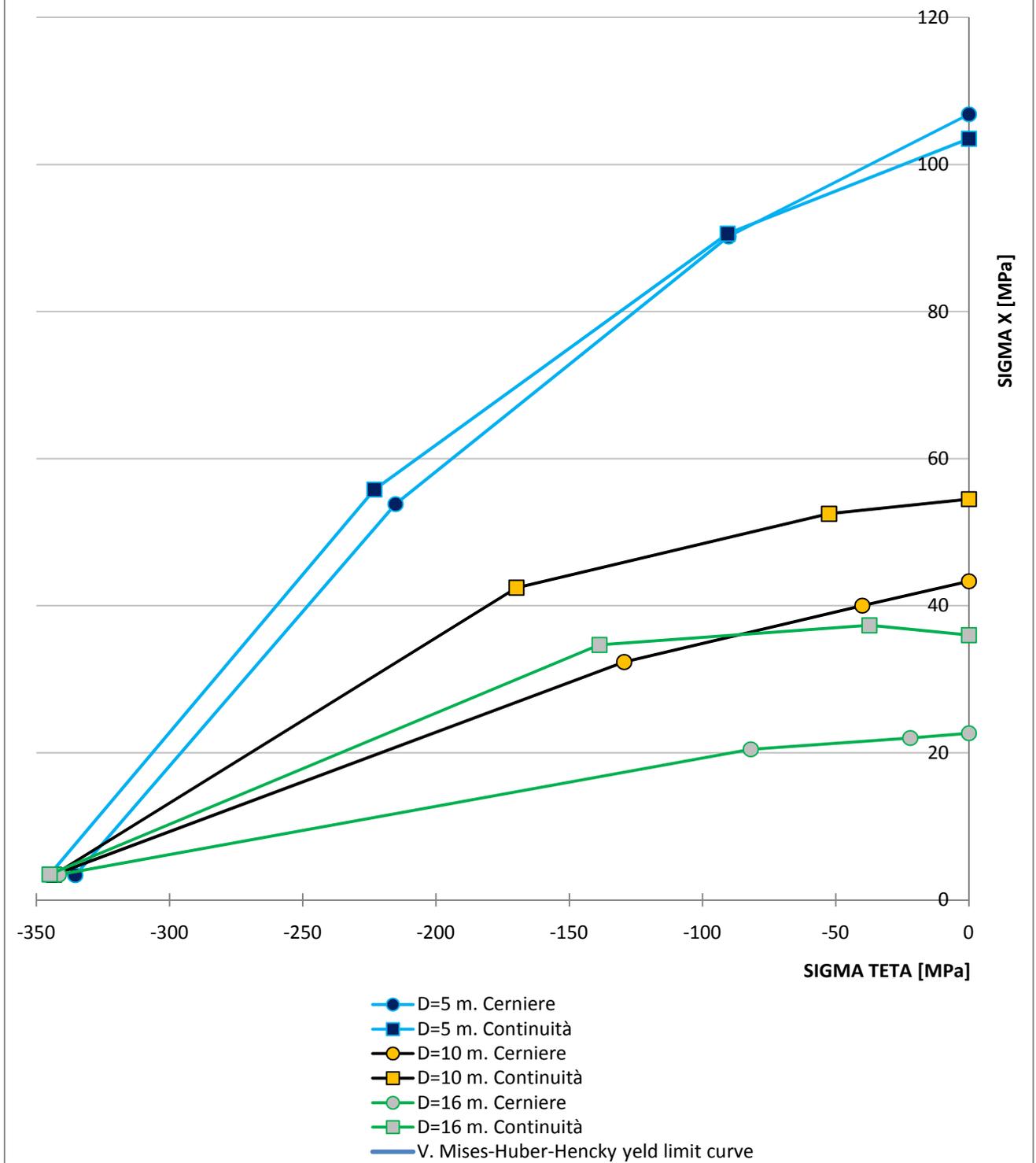


Grafico 37: Influenza della curvatura

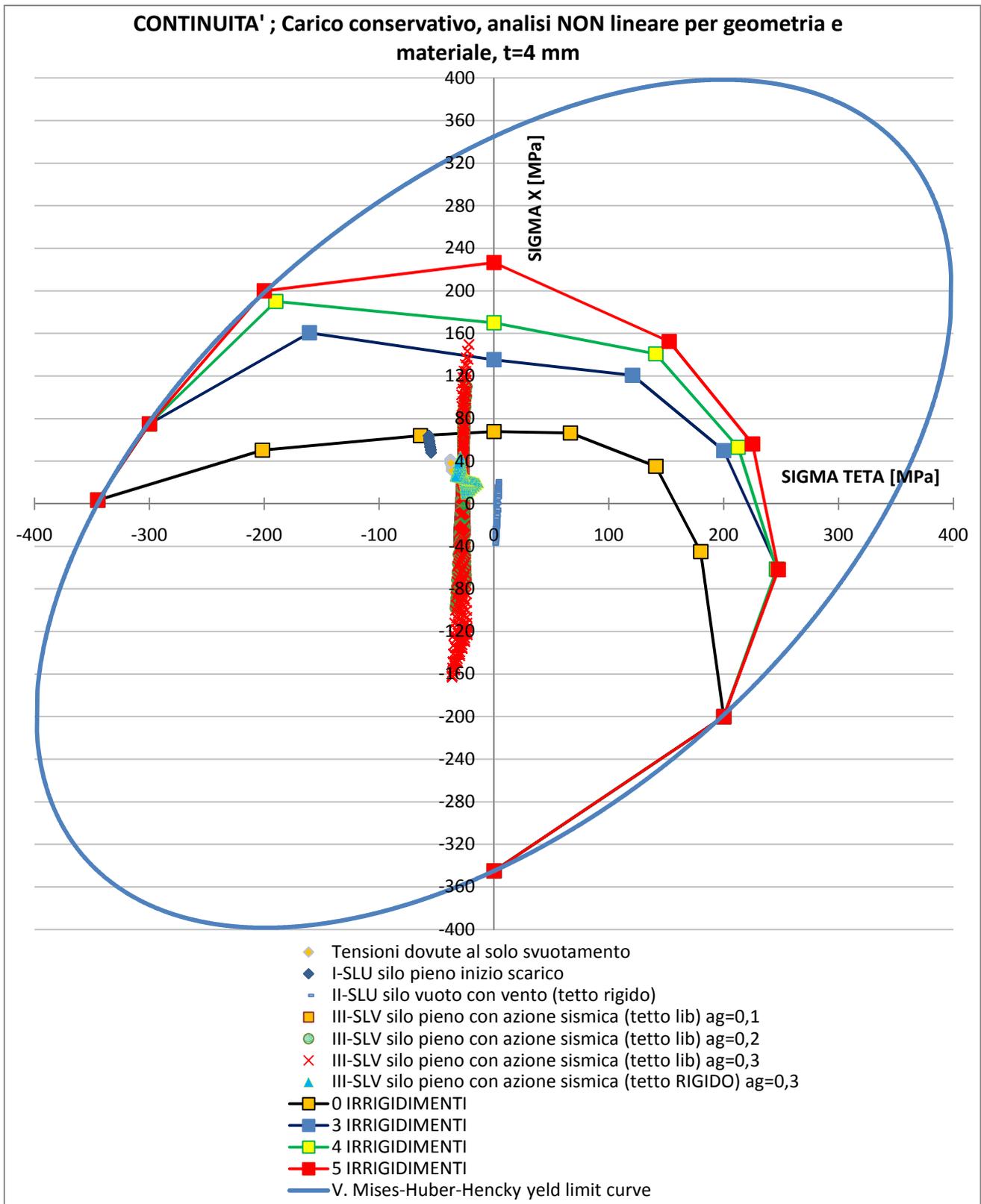
## 5.9. Influenza sul L.S.M. degli irrigidimenti verticali

Si valuta infine il contributo resistente apportato dalla presenza degli irrigidimenti verticali, figura 36. Tale intervento viene realizzato in genere solo nella parte inferiore del silo dove lo stato tensionale è elevato e si hanno i maggiori problemi di instabilizzazione delle volute. Tale soluzione progettuale consente di incrementare la resistenza della struttura nei confronti dei fenomeni di instabilità che si esemplifica nel criterio di verifica adottato in un incremento non omotetico del dominio di interazione resistente.

In particolare si sono considerati tre modelli locali in cui in ciascuno di essi era presente un numero progressivamente maggiore di irrigidimenti verticali. Infatti nella fattispecie rispettivamente sono stati analizzati L.S.M. con 3, 4 e 5 irrigidimenti verticali. Gli elementi strutturali adottati come irrigidimenti sono dei profilati in acciaio UPN 100 rivettati alla parete del silo.

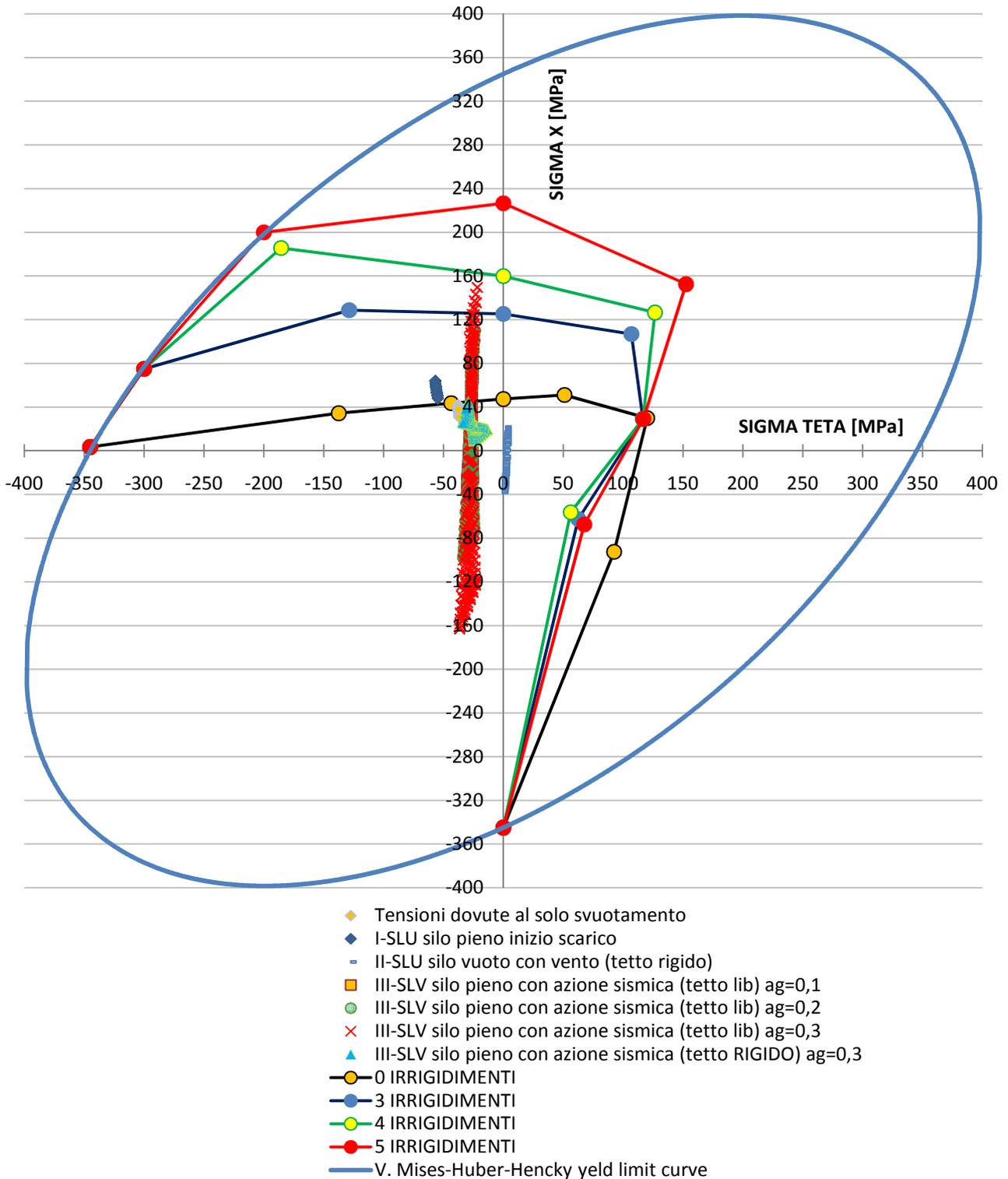
Come mostrato dai seguenti grafici, in accordo con le aspettative, la presenza degli irrigidimenti comporta un incremento della resistenza della struttura nei confronti dei problemi di stabilità testimoniata da un innalzamento del dominio stesso. La presenza degli irrigidimenti verticali riduce infatti la deformabilità della struttura comportando una diminuzione delle zone di diffusione delle plasticizzazioni come mostrato nelle figure 80 ÷ 85 per i diversi L.S.M.. Nel caso limite più a favore di sicurezza, ovvero nel caso in cui si trascura la rigidità rotazionale dei Lipp, il numero minimo di irrigidimenti per un quarto di silo risultano 4 ovvero si devono posizionare gli irrigidimenti ogni 2,5 [m] lungo lo sviluppo circonferenziale.

Infine si riportano l'andamento delle tensioni di V. Mises e degli spostamenti radiali. Come si può notare sia dalle suddette figure sia, nel dettaglio in figura 80, gli spostamenti radiali della voluta centrale sono maggiori rispetto a quelli delle volute superiore e inferiore, in accordo con i risultati precedenti in assenza di irrigidimenti, tale per cui è essa stessa che governa il fenomeno di instabilizzazione del L.S.M..

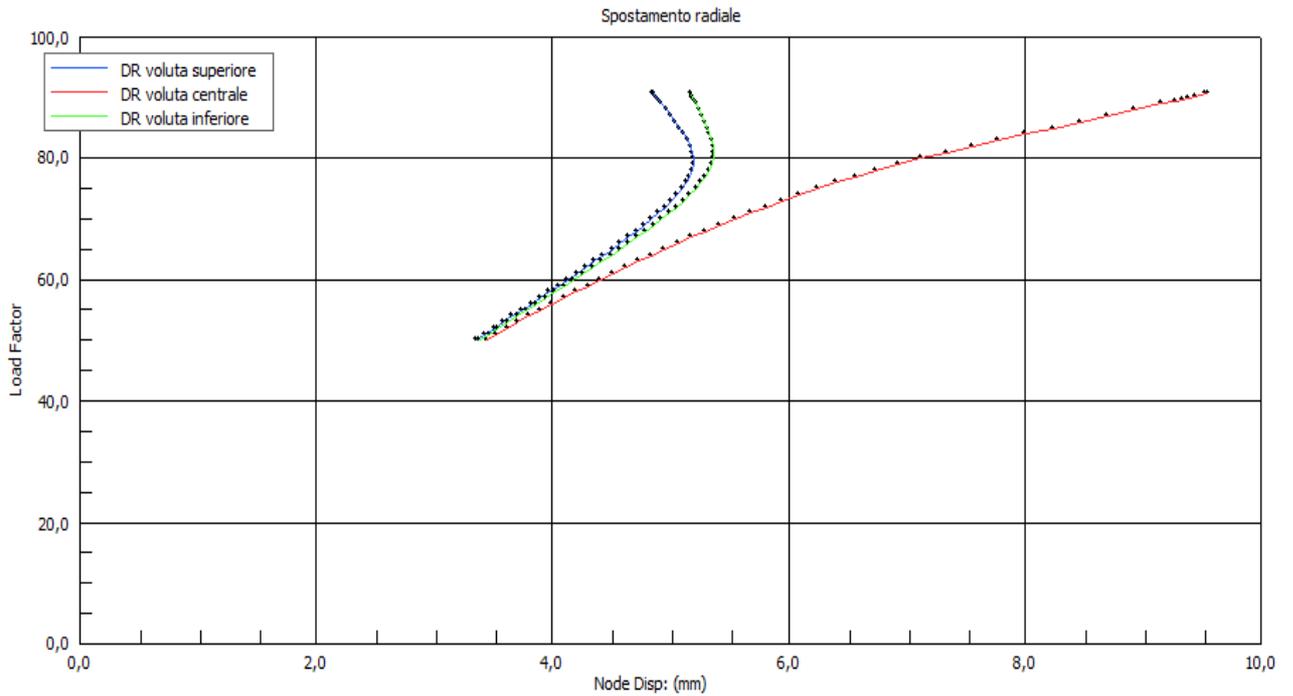


**Grafico 38:** Influenza del numero di irrigidimenti sul dominio di interazione

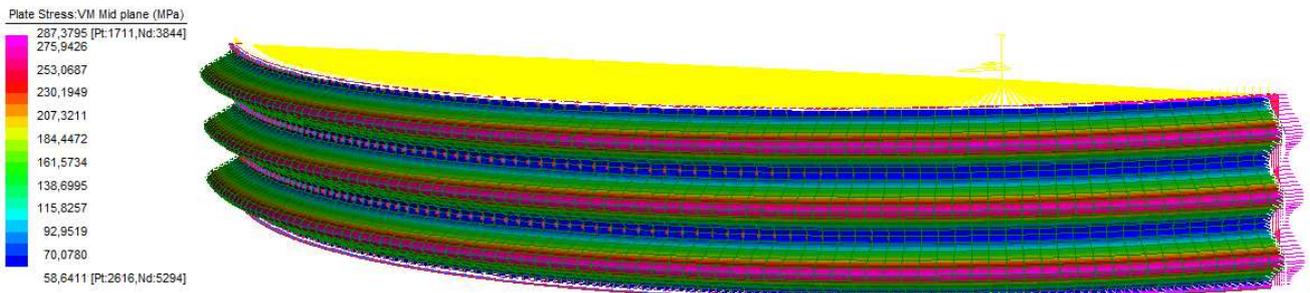
**CERNIERE; Carico conservativo, analisi NON lineare per geometria e materiale, t=4 mm**



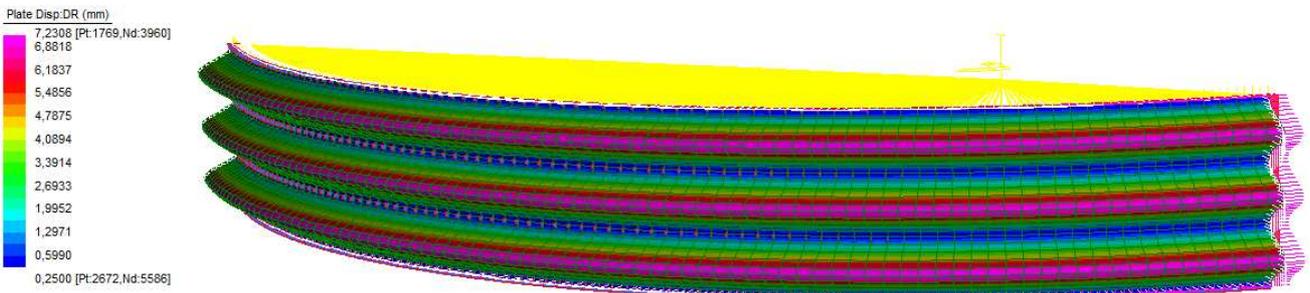
**Grafico 39:** Influenza del numero di irrigidimenti sul dominio di interazione



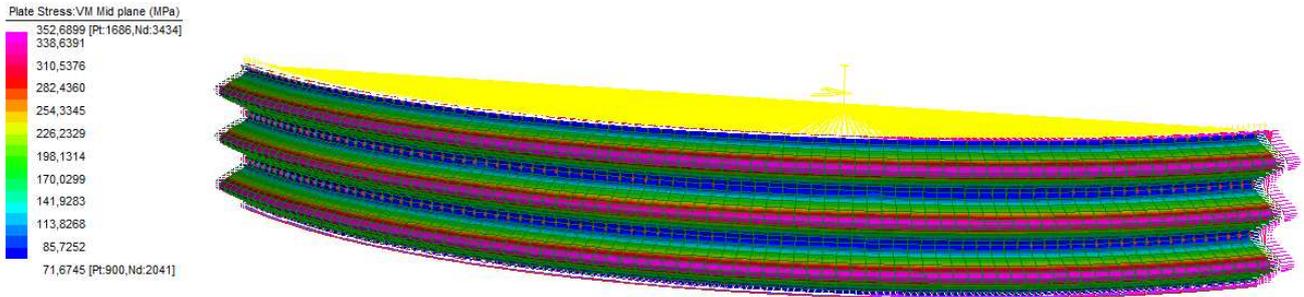
**Figura79:** Spostamenti radiali a confronto per le diverse volute



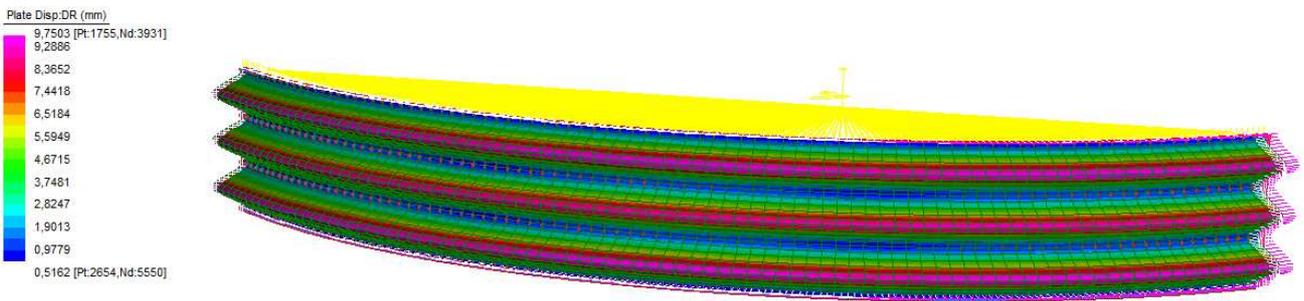
**Figura 80:** Andamento delle tensioni di V. Mises e configurazione deformata ad un generico *step* di carico, 3 irrigidimenti



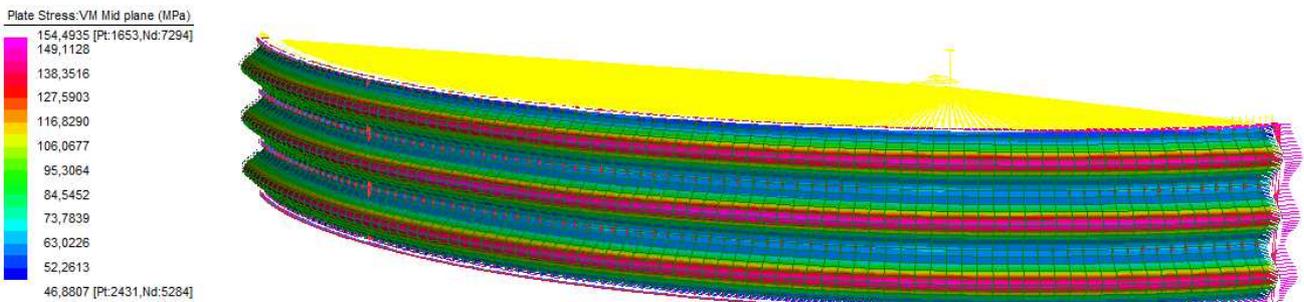
**Figura 81:** Andamento degli spostamenti radiali ad un generico *step* di carico, 3 irrigidimenti



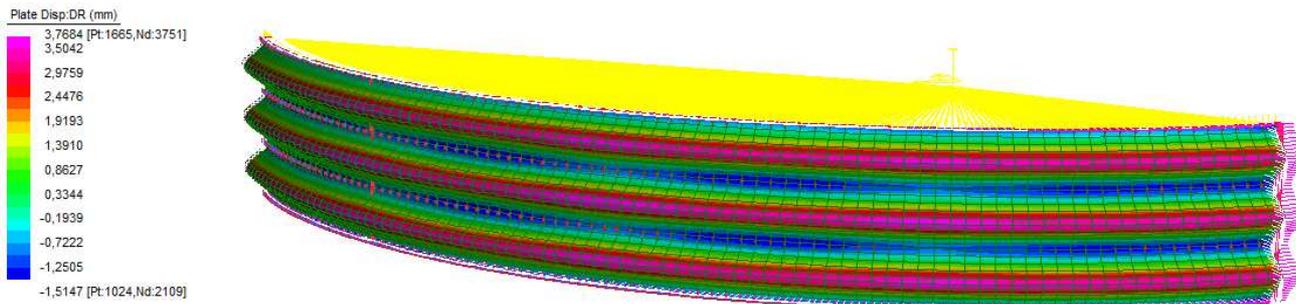
**Figura 82:** Andamento delle tensioni di V. Mises e configurazione deformata ad un generico *step* di carico, 4 irrigidimenti



**Figura 83:** Andamento degli spostamenti radiali ad un generico *step* di carico, 4 irrigidimenti

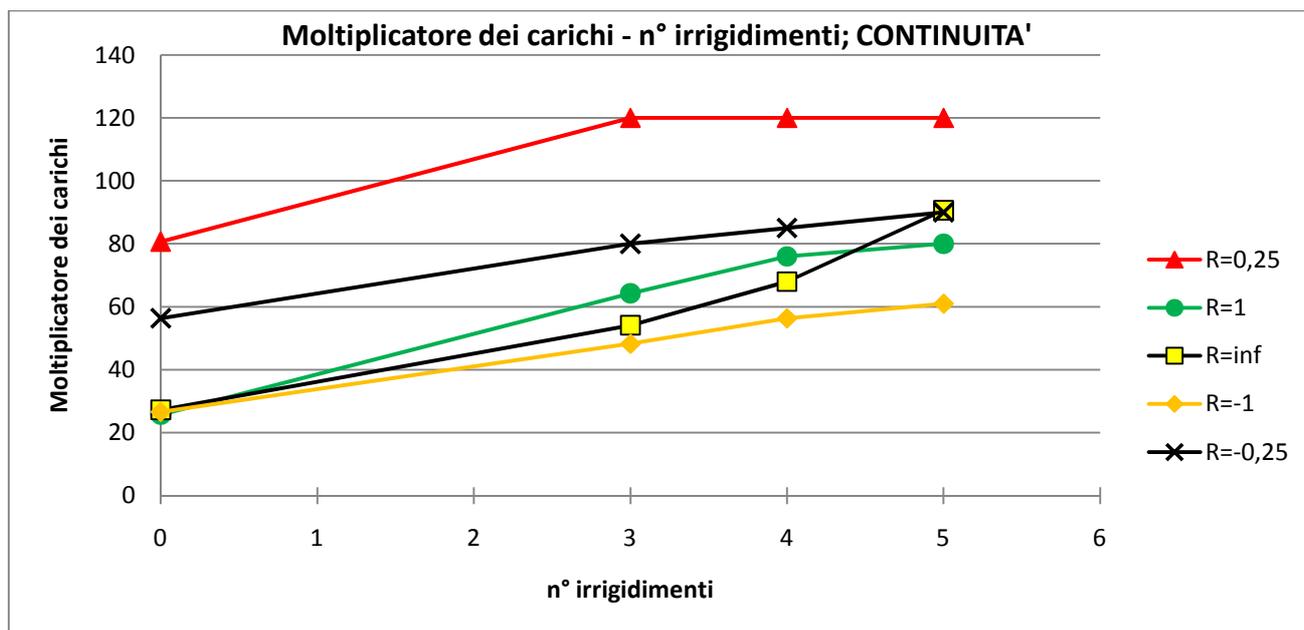


**Figura 84:** Andamento delle tensioni di V. Mises e configurazione deformata ad un generico *step* di carico, 5 irrigidimenti

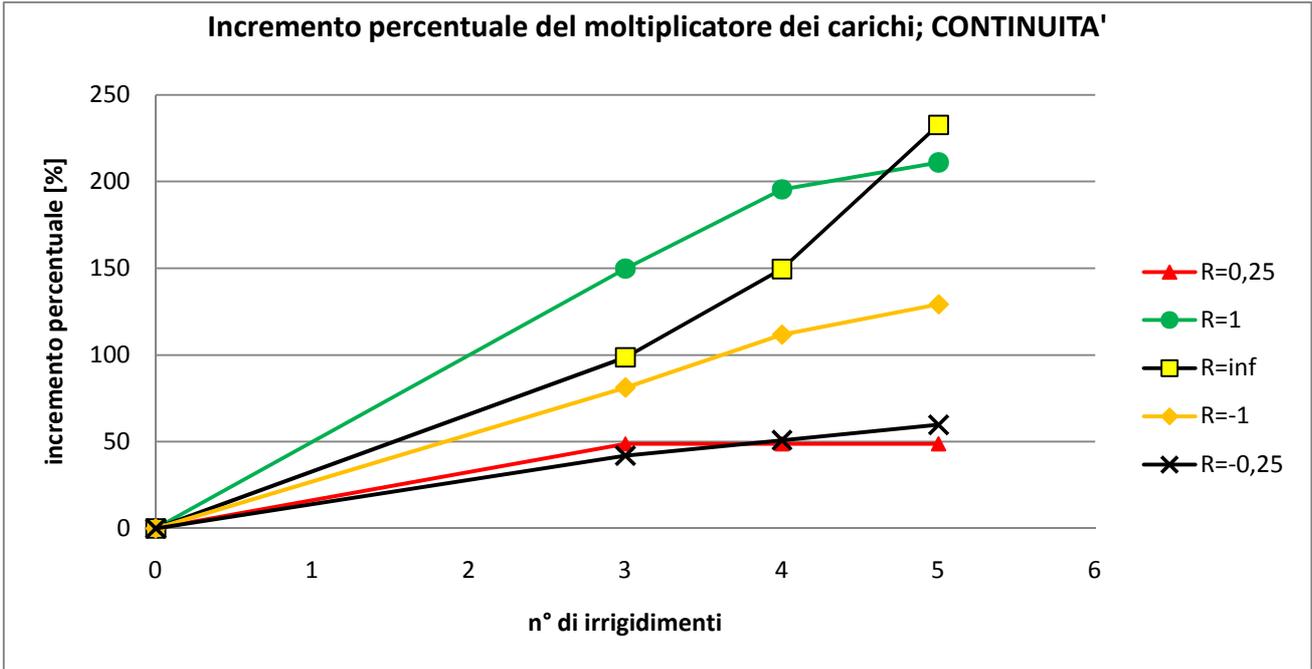


**Figura 85:** Andamento degli spostamenti radiali ad un generico *step* di carico, 5 irrigidimenti

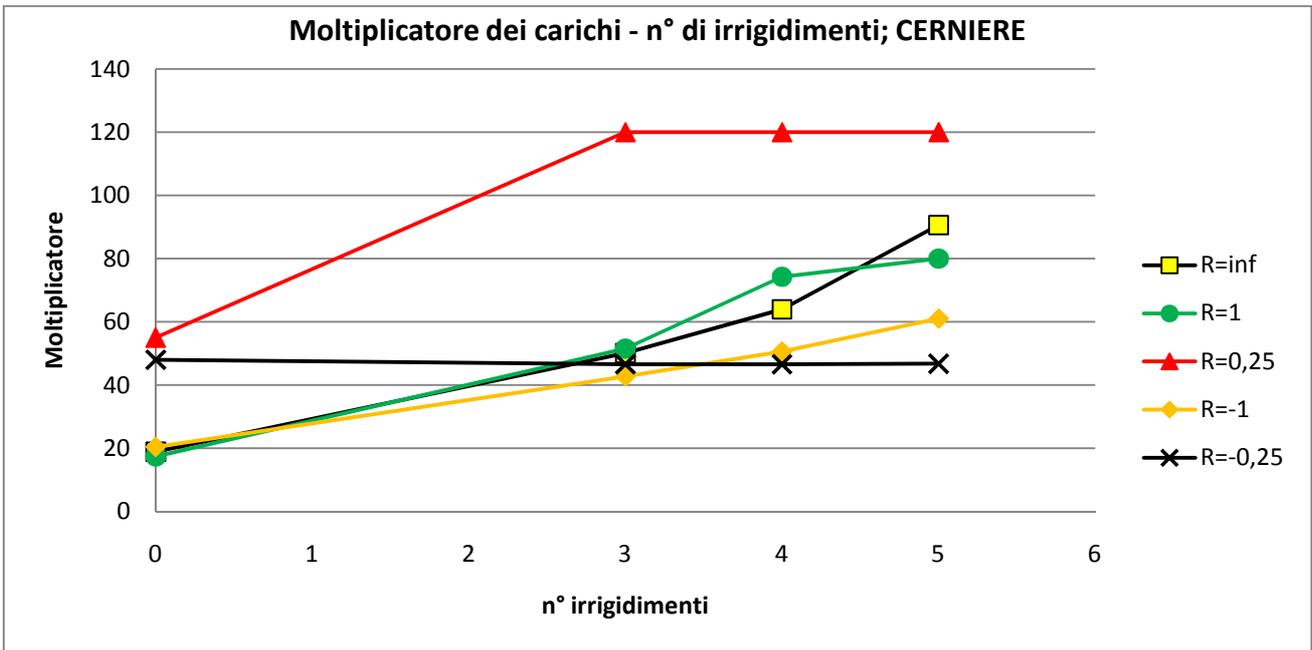
Si mostra infine come varia il valore del moltiplicatore dei carichi ottenuto in corrispondenza della formazione della labilità, al variare del numero di irrigidimenti, grafico 40. Si riporta anche il valore di incremento percentuale dello stesso rapportato al caso di assenza di irrigidimenti, sempre al variare del numero di irrigidimenti, grafico 41. Entrambi i casi sono riferiti sia al caso limite di continuità materiale sia a quello di assenza di rigidità rotazionale del Lipp.



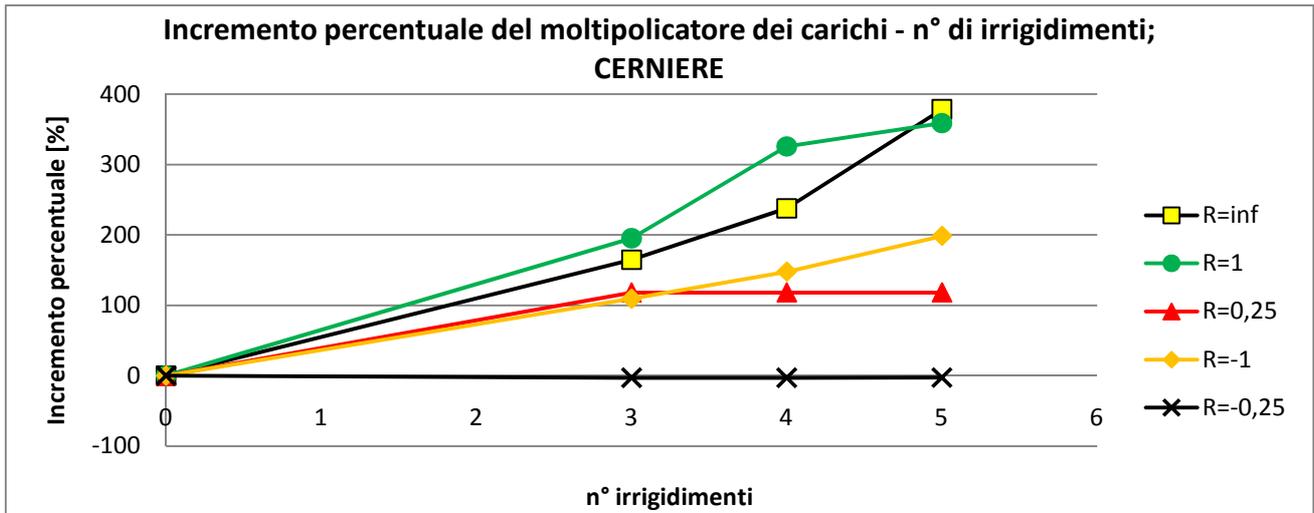
**Grafico 40:** Valori del moltiplicatore dei carichi al variare del numero di irrigidimenti per i diversi rapporti considerati nelle analisi



**Grafico 41:** Incremento percentuale del moltiplicatore dei carichi rispetto al caso di assenza di irrigidimenti al variare del numero di irrigidimenti



**Grafico 42:** Valori del moltiplicatore dei carichi al variare del numero di irrigidimenti per i diversi rapporti considerati nelle analisi



**Grafico 43:** Incremento percentuale del moltiplicatore dei carichi rispetto al caso di assenza di irrigidimenti al variare del numero di irrigidimenti

# Conclusione

Lo studio sui silos metallici spiralati condotto in questo elaborato di tesi è legato alla identificazione di una metodologia di verifica idonea a cogliere i fenomeni di instabilità che si instaurano durante la fase di scarico dell'insilato e ad individuare tutti quei parametri che influenzano tale strumento di verifica valutando quali siano quegli aspetti o interventi che consentono di rendere più largamente soddisfatte le verifiche.

Studiato preliminarmente la problematica relativa all'interazione insilato – struttura, capitolo 1, si è passati a valutare le azioni agenti sulla struttura, capitolo 2, e in particolar modo le azioni tangenziali legate all'attrito tra grani e parete laterale. Valutate le sollecitazioni interne per via numerica in ambito elastico lineare e validati analiticamente tali risultati, capitolo 3, si è passati allo studio di stabilità delle singole volute tramite analisi non lineari statiche guidate dal metodo di Newton – Raphson modificato che hanno portato alla definizione di domini di interazione come spiegato nel capitolo 5. In particolare si è individuato come criterio di verifica il confronto del suddetto stato tensionale con dei domini di interazione resistenti sui piani  $\sigma_x - \sigma_\vartheta$ ,  $\tau - \sigma_\vartheta$  e  $\tau - \sigma_x$ .

Nello specifico, dalle analisi lineari statiche si è individuato il valore puntuale delle sollecitazioni nelle pareti verticali del silos dove si è riscontrato una grande dipendenza dalla rigidità nel piano della copertura per le azioni non assialsimmetriche come quelle sismiche. Dalle analisi non lineari statiche in cui si è discusso l'equilibrio nell'ambito dei grandi spostamenti, tenendo conto anche della non linearità del materiale, si è giunti alla definizione dei domini di interazione che risultano molto sensibili alla presenza delle imperfezioni presenti nella voluta a causa del processo di realizzazione e alla presenza di irrigidimenti verticali che comportano un irrigidimento del modello e un conseguente innalzamento dei domini stessi consentendo una verifica più agevole. Infine per le verifiche si è sempre tenuto conto di due casi limite relativamente alla rigidità rotazionale dei Lipp riscontrandone anche in questo caso una notevole sensibilità.

Una minore sensibilità del modello invece si riscontra nei confronti dell'inclinazione dei Lipp rispetto al piano orizzontale e alla tipologia di carico. In questo ultimo caso infatti il carico non conservativo non comporta una notevole riduzione del dominio essendo le deformazioni in gioco non molto elevate.

In conclusione, quello che si può affermare è che, in accordo con l'esperienza progettuale pratica che conferma la bontà dei risultati ottenuti, le verifiche di stabilità sono verificate al limite nel caso di svuotamento del materiale. Affinché le verifiche di stabilità vengano soddisfatte, o soddisfatte più ampiamente, si deve procedere alla realizzazione di rinforzi verticali con i criteri individuati nel quinto capitolo o alla riduzione dell'imperfezione nella parte centrale della voluta.

# Ringraziamenti

Prima di concludere mi è gradito ringraziare Alessandra e la mia famiglia che grazie al loro sostegno, mi hanno permesso di condurre e concludere questi studi.

Un ringraziamento sincero va anche al Professor Ing. Francesco Ubertini, nonché all'Ing. Stefano de Miranda, all'Ing. Luca Carnevali e all'Ing. Rosario Miletta che mi hanno guidato in questo percorso di approfondimento.



# Bibliografia

## Normative

- [1] Decreto Ministeriale 14/01/2008: “Norme tecniche per le costruzioni”
- [2] Circolare 2/02/2009, n. 617 del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici
- [3] UNI EN 1990: Eurocodice 0. Criteri generali di progettazione strutturale
- [4] UNI EN 1991-4: Eurocodice 1. Azioni sulle strutture. Parte 1-4: Azioni in generale – Azioni del vento
- [5] UNI EN 1991-4: Eurocodice 1. Azioni sulle strutture. Parte 4: Azioni su silos e serbatoi
- [6] UNI EN 1992-1: Eurocodice 2. Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: regole generali e regole per gli edifici
- [7] UNI EN 1992-1: Eurocodice 2. Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 3: strutture di contenimento liquidi
- [8] UNI EN 1993-1-3: Eurocodice 3. Progettazione delle strutture in acciaio. Parte 1-3: Regole generali – Regole supplementari per l’impiego dei profilati e delle lamiere sottili piegati a freddo
- [9] UNI EN 1993-1-5: Eurocodice 3. Progettazione delle strutture in acciaio. Parte 1-5: Elementi strutturali a lastra
- [10] UNI EN 1993-1-6: Eurocodice 3. Progettazione delle strutture in acciaio. Parte 1-6: resistenza e stabilità delle strutture a guscio
- [11] UNI EN 1993-4-1: Eurocodice 3. Progettazione delle strutture in acciaio. Parte 4-1: Silos

- [12] UNI EN 1998-1: Eurocodice 8. Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici
- [13] UNI EN 1998-4: Eurocodice 8. Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. Parte 4: Silos, serbatoi e condotte
- [14] ECCS: European Convention for Constructional Steelwork. Manual of Stability of Steel Structures. N°22, 1976
- [15] ECCS: European Convention for Constructional Steelwork. European recommendation for steel construction buckling of shells. N°29, 1984
- [16] ECCS: European Convention for Constructional Steelwork. Buckling of Steel Shell. European Recommendation. N°56, 1988

### **Libri di testo**

- [17] “Silos, fundamentals of theory, behaviour and design”, C.J. Brown, J. Nielsen, Taylor&Francis, London and New York
- [18] “Circular Storage Tanks and Silos”, A. Ghali, Taylor&Francis, London and New York
- [19] “Structures and Granular Solids. From scientific principles to Engineering Application”, J.F. Chen, J.Y. Oai, J.G. Teng, CRC Press
- [20] “Buckling experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled Structures” Vol.1, Josef Singer, Johann Arbocz, Thanchum Weller, Wiley and sons Inc.
- [21] “Buckling experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled Structures” Vol.2, Josef Singer, Johann Arbocz, Thanchum Weller, Wiley and sons Inc.
- [22] “La validazione del calcolo strutturale eseguito con il computer” Vittorio Peretti, Aurelio Ghersi, Paolo Sattamino, Alessandro Brenna, Maggioli Editore, 2007

- [23] “Esercizi di Analisi Matematica” Volume primo, V. E. Bononcini, L. Onofri, CEDAM, Padova, 1956
- [24] “Esercizi di Analisi Matematica” Volume secondo, V. E. Bononcini, CEDAM, Padova, 1968
- [25] “Lezioni di Scienza delle Costruzioni”, Erasmo Viola, Pitagora, Bologna
- [26] “Fondamenti di Analisi Matriciale delle Strutture”, Erasmo Viola, Pitagora, Bologna
- [27] “Analisi non-lineare delle Strutture”, Alberto Carpinteri, Pitagora, Bologna
- [28] “Teoria delle Strutture. Volume secondo: Gusci di rivoluzione”, Erasmo Viola, Pitagora, Bologna, 2010
- [29] “Fondamenti di Dinamica e Vibrazione delle Strutture”, Vol. 1, Erasmo Viola, Pitagora, Bologna
- [30] “Fondamenti di Dinamica e Vibrazione delle Strutture”, Vol. 1, Erasmo Viola, Pitagora, Bologna
- [31] “Scienza delle Costruzioni” Vol. 1, Odone Belluzzi, Zanichelli, Bologna
- [32] “Scienza delle Costruzioni” Vol. 2, Odone Belluzzi, Zanichelli, Bologna
- [33] “Scienza delle Costruzioni” Vol. 3, Odone Belluzzi, Zanichelli, Bologna
- [34] “Scienza delle Costruzioni” Vol. 4, Odone Belluzzi, Zanichelli, Bologna
- [35] “Teoria e Tecnica delle Strutture” Vol. 1, Piero Pozzati, UTET, Torino
- [36] “Teoria e Tecnica delle Strutture” Vol. 2\*, Piero Pozzati, UTET, Torino
- [37] “Teoria e Tecnica delle Strutture” Vol. 2\*\*, Piero Pozzati, UTET, Torino
- [38] “Teoria e Tecnica delle Strutture” Vol. 3\*, Piero Pozzati, UTET, Torino

- [39] “Raccolta di scritti”, Piero Pozzati, Istituto di Tecnica delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Bologna, 1992

### **Articoli scientifici**

- [40] “Buckling and ultimate strength criteria of stiffened shells under combined loading for reliability analysis”, P.K. Das, A. Thavalingam, Y. Bai, Elsevier Science 2002
- [41] “Imperfection-Sensitivity of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells”, John W. Hutchinson and John C. Amazigo, Harvard University; Cambridge, 1987
- [42] “Stability of circular cylindrical steel shells under combined loading”, Th. A. Winterstetter, H. Schmidt, University of Essen, Germany, 2002