

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI  
BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*DICAM*

Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica, Ambientale e dei Materiali

*Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile  
Curriculum Strutture*

**TESI DI LAUREA**

in

Progetti di Strutture M

**Valutazione delle incertezze sulla risposta sismica di telai in  
C.A. al variare di Modello Costitutivo e Modalità di Collasso**

CANDIDATO  
Stefano Popolizio

RELATORE:  
Chiar.mo Prof. Marco Savoia

CORRELATORE/CORRELATORI  
Dott. Ing. Marco Bovo

Anno Accademico 2016/2017  
Sessione II



*alla mia famiglia...*



## Sommario

<b>Capitolo 1</b> .....	<b>1</b>
<b>Introduzione</b> .....	<b>1</b>
<b>Capitolo 2</b> .....	<b>5</b>
<b>Descrizione del Caso Studio</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1 Descrizione della Struttura</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2 Definizione dell'Input Sismico</b> .....	<b>9</b>
<b>Capitolo 3</b> .....	<b>13</b>
<b>Descrizione dei modelli costitutivi e delle modalità di collasso</b> .....	<b>13</b>
<b>3.1 Definizione Modelli Costitutivi</b> .....	<b>13</b>
3.1.1 Modello Isteretico Senza Degrado .....	14
3.1.2 Modello Isteretico con degrado della Rigidezza in Scarico – Unloading Stiffness Degradation .....	16
3.1.3 Modello Isteretico con degrado della Resistenza – Strength Degradation .....	19
3.1.4 Modello Isteretico con effetto Pinching .....	24
3.1.5 Modello Isteretico con Mix di degrado .....	27
<b>3.2 Definizione delle Modalità di Collasso</b> .....	<b>28</b>
3.2.1 1° Modalità di Collasso: Trave Forte – Pilastro Debole (Crisi a Flessione) .....	28
3.2.2 2° Modalità di Collasso: Trave Debole – Pilastro Forte (Gerarchia delle resistenze) .....	29
3.2.3 3° Modalità di Collasso: Trave Forte-Pilastro Debole (Crisi a Taglio).....	30
<b>Capitolo 4</b> .....	<b>39</b>
<b>Analisi Dinamica Non Lineare</b> .....	<b>39</b>
<b>4.1 Definizione Analisi Dinamica Incrementale (IDA)</b> .....	<b>39</b>
<b>4.2 Definizione Curve di Fragilità</b> .....	<b>61</b>
<b>4.3 Definizione Analisi Anova</b> .....	<b>75</b>
<b>Conclusioni</b> .....	<b>85</b>
<b>Bibliografia</b> .....	<b>87</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

Al fine di migliorare la caratterizzazione del rischio sismico e la risposta sismica dei sistemi strutturali, in questa tesi si pone l'obiettivo di valutare quanto incida l'incertezza data dalla scelta del legame costitutivo nei risultati di un'analisi sismica per un edificio in cemento armato ideale, in tre diverse modalità di collasso.

Si studia, quindi, l'importanza della scelta di un legame costitutivo, per la descrizione delle cerniere plastiche di travi e pilastri, al fine di ottenere una maggiore precisione nella risposta strutturale.

Molti studi riscontrati in letteratura analizzano l'incertezza derivante dalla forma dell'accelerogramma applicato, detta "record to record variability"; altri valutano l'incertezza data dalla scelta degli elementi finiti utilizzati per la modellazione della struttura; altri ancora indagano sull'incertezza legata alla stima dei parametri che definiscono i modelli costitutivi.

Perciò risulta mancare uno studio che determini l'incertezza legata al legame costitutivo.

In particolare fino ad oggi il rischio sismico più rilevante è insito nelle incertezze indotte dall'input sismico.

Quest'ultime sono messe, di solito, in conto in un'analisi dinamica di risposta sismica, del modello numerico d'interesse, attraverso un elevato numero di accelerogrammi.

Attualmente non ci sono studi che hanno messo a confronto i risultati ottenuti utilizzando differenti legami costitutivi.

L'assenza di un tale studio è dovuta per una prima ragione, al fatto che la caratterizzazione delle incertezze insite nei legami costitutivi richiede l'uso di prove sperimentali. Una seconda ragione può essere invece, il fatto che mentre l'incertezza nell'input sismico viene trattata in maniera semplificata tramite previsioni empiriche di tipo statistico degli accelerogrammi, quindi, già affette da incertezze, le analisi di risposta sismica utilizzando metodi di simulazione del sistema specifici, per cui,

l'incertezza nella modellazione numerica è significativamente più difficile da quantificare.

Inoltre, in precedenti studi, si è affermato che l'incertezza nella risposta sismica data dagli accelerogrammi sia più grande rispetto a quella dovuta alla modellazione numerica della risposta sismica.

Ma questa conclusione risulta errata per due semplici motivi:

1. Il concetto è stato verificato per quei casi in cui l'analisi di risposta sismica è stata condotta con accelerogrammi non coerenti con il rischio sismico;
2. Sono state considerate le incertezze sui parametri del legame costitutivo ma non le incertezze sui legami costitutivi stessi.

Una considerazione eccessiva delle incertezze a scapito di una rappresentazione fisicamente più realistica del problema porta a commettere un errore significativo nella stima delle performance.

Lo scopo dell'analisi delle incertezze per quantificare la performance sismica non è semplicemente quella di ricavare valori numerici ma anzi dovrebbe portare ad avere informazioni aggiuntive per capire il sistema, in modo da migliorarne le performance.

Quindi, nel secondo capitolo di questa tesi è stata riportata la descrizione del caso studio, definendo le caratteristiche strutturali del telaio in cemento armato utilizzato e la serie di accelerogrammi utili a catturare con precisione la fisica base del problema.

Nel terzo capitolo sono stati descritti gli 11 modelli costitutivi utilizzati, e le relative modalità di collasso a cui sottoporre la struttura.

Nel quarto ed ultimo capitolo è stata svolta l'analisi vera e propria di questa tesi: in particolare è stata definita l'analisi incrementale dinamica (IDA) e relativi risultati, che ha permesso di indagare la performance strutturale a differenti livelli d'intensità, scalando gli accelerogrammi in maniera crescente sino al raggiungimento del collasso.

Successivamente, sono state costruite le curve di fragilità in modo da valutare la vulnerabilità della struttura, cioè definire la probabilità che la struttura stessa raggiunga un particolare stato limite definito (SLD, SLV, SLC).



E infine, è stata descritta l'analisi ANOVA, che ci ha permesso di confrontare le varianze presenti nell'input sismico e nei legami costitutivi, in modo da poter ottenere e quantificare le incertezze sulla risposta sismica del telaio in c.a.



## Capitolo 2

### Descrizione del Caso Studio

#### 2.1 Descrizione della Struttura

Da ben noti studi passati si è potuto riscontrare come le incertezze siano state suddivise in due sezioni principali:

- Incertezza legate all'evento sismico;
- Incertezza legate alla modellazione della struttura.

La prima, ampiamente studiata, definisce l'incertezza presente negli accelerogrammi, in quanto, la forma dell'accelerogramma non è conosciuta a priori, la seconda, invece, è ben più ampia e riguarda il tipo di modellazione considerato, come per esempio un modello elastico-lineare piuttosto che non lineare, un tipo di elemento finito o ancora un tipo di legame costitutivo.

La maggior parte dei lavori svolti da diversi ricercatori, considera, per la determinazione del secondo tipo di incertezza, una differente modellazione degli elementi strutturali o anche differenti valori dei parametri che definiscono il legame costitutivo, tenendo sempre in conto un unico legame costitutivo.

In questa trattazione invece, si considera un set di accelerogrammi e un tipo struttura in termini di geometria, massa, vincoli e tipo di elementi finiti, variando però la definizione del legame costitutivo in funzione del tipo di degradazione e della modalità di collasso.

La struttura di seguito descritta è già stata impiegata da diversi autori, in questo modo si rimane fedeli al tipo di analisi effettuato e in più si ha un efficace confronto dei risultati.

Quindi, è stato considerato un telaio piano in calcestruzzo armato di tre piani e tre campate, di cui se ne trascura la profondità (Figura 1).

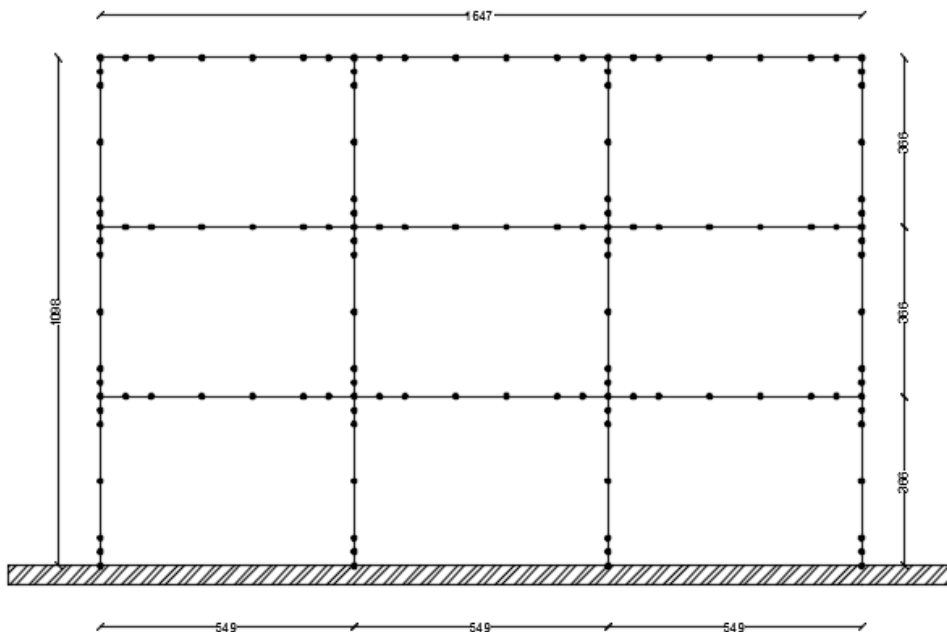


Figura 1 - Geometria del Telaio.

Caratteristiche geometriche della struttura:

- Numero Piani: 3
- Numero Campate: 3
- Altezza Totale Telaio: 10,98 m
- Altezza Interpiano: 3,66 m
- Lunghezza Totale Telaio: 16,47 m
- Lunghezza Campata: 5,49 m

È stato utilizzato un calcestruzzo di classe C28/35 con i seguenti parametri:

- Resistenza Caratteristica Cubica a Compressione:  $R_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza Caratteristica Cilindrica a Compressione:  $f_{ck} = 28 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza a Compressione Cilindrica Media:  $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 36 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza a Trazione Assiale Media:  $f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2,77 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza Caratteristica a Trazione Assiale:  $f_{ctk} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 1,94 \text{ N/mm}^2$
- Modulo Elastico:  $E_{cfm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 32308,25 \text{ N/mm}^2$

- Resistenza di Calcolo a Compressione:  $f_{cd} = 0,85 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1,5}\right) = 14,17 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza di Calcolo a Trazione:  $f_{cd} = \left(\frac{f_{ctk}}{1,5}\right) = 1,196 \text{ N/mm}^2$

Notare come nella progettazione della struttura si siano utilizzati i valori medi resistenti anziché quelli caratteristici e più cautelativi, in modo da portare la struttura nella condizione di collasso mediante analisi dinamiche.

Per l'armatura invece è stato utilizzato un acciaio B450C con i seguenti parametri caratteristici:

- Resistenza a Snervamento:  $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza a Rottura:  $f_{tk} = 540 \text{ N/mm}^2$
- Resistenza di Progetto:  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,5} = 391,3 \text{ N/mm}^2$
- Modulo Elastico:  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

I diagrammi di Tensione-Deformazione dei due rispettivi materiali sono:

diagramma Parabola-Rettangolo con valore della tensione  $f_{cd}$  costante nei limiti  $\varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$  e  $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ :

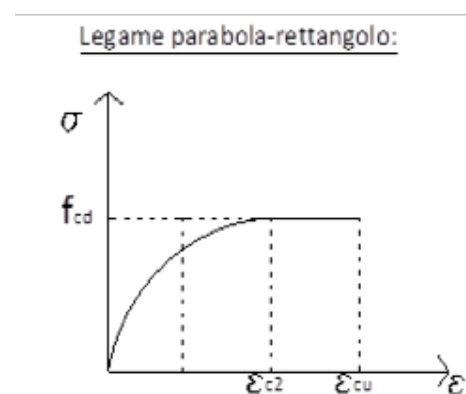


Figura 2 - Diagramma Tensione-Deformazione Calcestruzzo

e legame costitutivo Elastico Perfettamente Plastico in cui non viene limitata la deformazione ultima dell'acciaio:

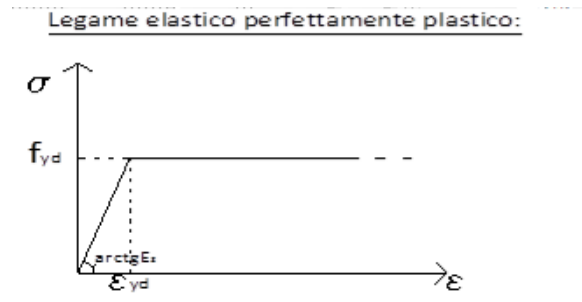


Figura 3 – Diagramma Tensione-Deformazione Acciaio

Da una precedente tesi di laurea è stato possibile far riferimento a quelle che sono le sollecitazioni di calcolo agenti sulla struttura ricavate mediante software di calcolo (Straus7, Gelfi) e utilizzate per dimensionare gli elementi strutturali come travi e pilastri.

#### Massime sollecitazioni Trave

	Appoggio	Campata
$M_{max}$ [KNm]	202,5	130
$T_{max}$ [KN]	220	/

#### Massime sollecitazioni Pilastro

	Piano	$N_{MAX}$ [KN]	$M_{MAX}$ [KNm]
Pilastro Ext.	0	543,3	64,8
	1	362,1	70,3
	2	176,2	85,8
Pilastro Int.	0	1234,1	3,2
	1	822,9	13,3
	2	416,2	17,2

Le travi hanno dimensione 23 cm x 46 cm e sono armate con 4+4  $\phi$ 20 in appoggio mentre 4  $\phi$ 16 +2  $\phi$ 14 in campata; mentre i pilastri hanno dimensione unica 30cm x 30cm dalla base fino alla sommità e sono armati con 3+3  $\phi$ 20;

Le caratteristiche strutturali appena descritte sono state ulteriormente implementate nel software di calcolo OpenSees (*Open System for Earthquake Engineering Simulation*) al fine di simulare l'azione sismica sul modello strutturale.

## **2.2 Definizione dell'Input Sismico**

A scapito di catturare con precisione la fisica di base dei problemi considerati e l'ampiezza delle incertezze presenti, appare esserci una propensione a considerare un elevato numero di analisi, per esempio un ampio numero di accelerogrammi o un ampio numero di modelli di risposta sismica.

Per cui, per poter svolgere un'analisi dinamica non lineare, discussa più avanti in questa tesi, è necessario definire un set di accelerogrammi in input cui sottoporre la struttura, e uno degli obiettivi dell'analisi di risposta sismica è quello di valutare la relazione tra l'intensità dell'accelerogramma e i numerosi parametri che descrivono la risposta sismica del sistema considerato.

Il problema è riuscire a capire quanto rappresentativo sia, di un rischio sismico in un certo sito, un singolo insieme di accelerogrammi amplificati in un certo range di intensità e che impatto abbia sui risultati delle analisi di risposta sismica.

I risultati delle analisi di risposta sismica sono influenzati dal modo in cui vengono selezionati gli stessi accelerogrammi, quindi una singola misura di intensità dell'accelerogramma sarà sempre insufficiente per rappresentare la moltitudine di parametri di risposta sismica che caratterizzano la risposta del sistema.

La selezione di differenti accelerogrammi, per diversi livelli di intensità, richiede che le loro registrazioni siano coerenti con il rischio sismico del sito in esame.

Per ridurre, quindi, questo tipo di incertezza, la soluzione è stata di aumentare l'insieme di accelerogrammi considerati. Ciò porta, infatti, ad una riduzione della varianza, ma ad una potenziale crescita dell'errore nella stima della risposta sismica.

Sono stati selezionati i seguenti 30 accelerogrammi:

<b>Evento</b>	<b>Stazione</b>	<b><math>\varphi^\circ</math></b>	<b>Terreno</b>	<b>M</b>	<b>R (km)</b>	<b>PGA (g)</b>
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Agnews State Hospital	090	C,D	6,9	28,2	0,159
<b>Northridge, 1994</b>	LA, Baldwin Hills	090	B,B	6,7	31,3	0,239
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Compuertas	285	C,D	6,5	32,6	0,147
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Plaster City	135	C,D	6,5	31,7	0,057
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Hollister Diff. Array	255	C,D	6,9	25,8	0,279
<b>San Fernando, 1971</b>	LA, Hollywood Stor. Lot	180	C,D	6,6	21,2	0,174
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Anderson Dam Downstrm	250	B,D	6,9	21,4	0,244
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Coyote Lake Dam Downstrm	285	B,D	6,9	22,3	0,179
<b>Imperial Valley, 1979</b>	El Centro Array #12	140	C,D	6,5	18,2	0,143
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Cucapah	085	C,D	6,5	23,6	0,309
<b>Northridge, 1994</b>	LA, Hollywood Storage FF	360	C,D	6,7	25,5	0,358
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Sunnyvale Colton Ave	270	C,D	6,9	28,8	0,207
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Anderson Dam Downstrm	340	B,D	6,9	21,4	0,24
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Chihuahua	012	C,D	6,5	28,7	0,27
<b>Imperial Valley, 1979</b>	El Centro Array #13	140	C,D	6,5	21,9	0,117
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Westmoreland Fire Station	090	C,D	6,5	15,1	0,074
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Hollister South & Pine	000	C,D	6,9	28,8	0,371
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Sunnyvale Colton Ave	360	C,D	6,9	28,8	0,209
<b>Superstition Hills, 1987</b>	Wildlife Liquefaction Array	090	C,D	6,5	24,4	0,18



<b>Imperial Valley, 1979</b>	Chihuahua	282	C,D	6,5	28,7	0,254
<b>Imperial Valley, 1979</b>	El Centro Array #13	230	C,D	6,5	21,9	0,139
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Westmoreland Fire 6,5ZStation	180	C,D	6,5	15,1	0,11
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Halls Valley	090	C,C	6,9	31,6	0,103
<b>Loma Prieta, 1989</b>	W AHO	000	C,D	6,9	16,9	0,37
<b>Superstition Hills, 1987</b>	Wildlife Liquefaction Array	360	C,D	6,5	24,4	0,2
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Compuertas	015	C,D	6,5	32,6	0,186
<b>Imperial Valley, 1979</b>	Plaster City	045	C,D	6,5	31,7	0,042
<b>Loma Prieta, 1989</b>	Hollister Diff. Array	165	C,D	6,9	25,8	0,269
<b>San Fernando, 1971</b>	LA, Hollywood Stor. Lot	090	C,D	6,6	21,2	0,21
<b>Loma Prieta, 1989</b>	W AHO	090	C,D	6,9	16,9	0,638



## Capitolo 3

# Descrizione dei modelli costitutivi e delle modalità di collasso

### 3.1 Definizione Modelli Costitutivi

Per valutare quanto incida, nei risultati di un'analisi sismica, l'incertezza data dalla scelta del legame costitutivo, sono stati definiti dei legami costitutivi, per la descrizione delle cerniere plastiche di travi e pilastri, ai fini di una maggiore precisione nella risposta della struttura.

Per cui, per una descrizione più raffinata delle cerniere plastiche sono stati utilizzati dei legami che meglio rappresentano il reale comportamento di una sezione in C.A. ordinario: i legami **ISTERETICI**.

Definire un modello isteretico di un materiale significa definirne il legame costitutivo e, quindi, comprenderne la definizione dei cicli di carico e scarico.

Generalmente, quando si fa riferimento al comportamento globale di un elemento strutturale, tipo travi e pilastri, si fa uso di modelli con relazioni di tipo forza-spostamento.

In particolare sono stati utilizzati:

- Modello Isteretico senza degrado;
- Modello Isteretico con degrado della Rigidezza in Scarico;
- Modello Isteretico con degrado della Resistenza;
- Modello Isteretico con effetto Pinching;
- Modello Isteretico con Mix di degrado;

e per ognuno di essi è stata attuata una degradazione del 65% e 85%, definite di tipo intensa e moderata rispettivamente.

### 3.1.1 Modello Isteretico Senza Degrado

Questo modello si presenta come un modello isteretico del tipo riportato in figura 4:

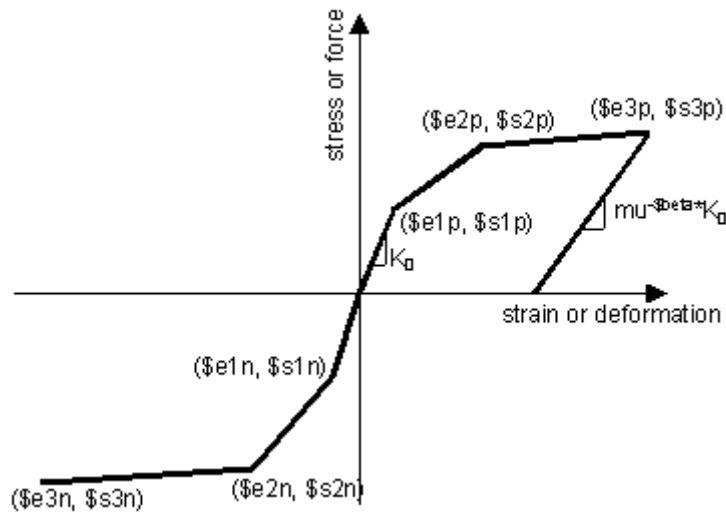


Figura 4 - Modello Costitutivo materiale isteretico (Manual OpenSees)

Per definirlo è necessario definire delle coppie di valori:

- Tensione di snervamento – Rotazione allo snervamento;
- Tensione ultima – Rotazione ultima;
- Tensione residua – Rotazione residua.

In questo primo caso, il parametro relativo alla tensione residua e la corrispondente rotazione, non sono stati presi in considerazione per cui il modello risulta essere molto simile ad un modello isteretico Hardening (Fig.5) o anche ad un modello isteretico Bilineare (Fig.6).

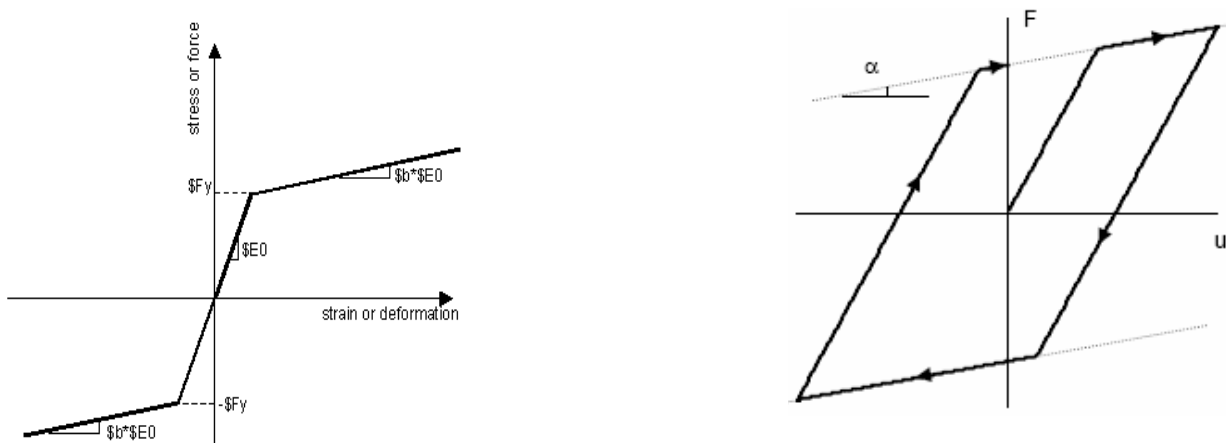


Figura 5 - Modello Isteretico Hardening e Bilineare (OpenSees)

Molto simile anche a quello elasto-plastico eccetto per il fatto che sopraggiunto lo snervamento, il materiale possiede ancora una rigidità tale per cui un ulteriore incremento della deformazione plastica produce un aumento dello stato tensionale.

Per la loro definizione si è sfruttato il capitolo della normativa americana FEMA 273, relativo al calcestruzzo, che illustra le linee guida per la riabilitazione sismica delle strutture.

Tale normativa definisce i parametri utili alla caratterizzazione del legame, sia per le travi, sia per i pilastri e sia per i nodi.

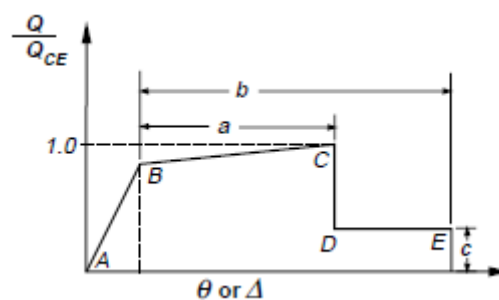


Figura 6 - Modello e parametri Normativa FEMA 273

I parametri a e b sono incrementi di rotazione in radianti da aggiungere alla rotazione allo snervamento. Il parametro c non è altro che il rapporto di rigidità residuo.

Questi parametri dipendono dalla modalità di collasso che ci si aspetta di avere, per esempio a flessione o a taglio.

Dipendono inoltre dal fatto che travi e pilastri siano adeguatamente o meno armati a taglio. Nel caso dei pilastri dipendono anche dallo sforzo normale agente oltre al taglio.

Il momento  $M_y$  e  $M_u$  si calcolano per i pilastri in funzione dello sforzo normale agente su di essi in combinazione sismica.

Si prosegue con la definizione delle deformazioni: la rotazione a snervamento è fissata ad un valore di 0,003 per tutti gli elementi; la rotazione ultima e residua sono definite tramite i parametri a e b da sommare al valore della rotazione a snervamento.

Il valore della rigidità elastica iniziale è dato dal rapporto tra momento allo snervamento e rotazione.

Inoltre, i cicli sono perfetti perché il legame isteretico non degrada ciclicamente, cioè scarica elasticamente e ricarica senza alcun degrado di rigidità e resistenza, raggiungendo nuovamente il livello massimo della curva di involucro (*Backbone Curve*).

I parametri di degrado dovuti al ricarico e legati alla tensione, deformazione, duttilità, energia, o rigidità, sono tutti nulli, come dimostra un estratto del codice di calcolo del programma OpenSees:

```
#parametri di default
```

```
set pinchX 1.0
```

```
set pinchY 1.0
```

```
set damage1 0.0
```

```
set damage2 0.0
```

```
set beta 0.0
```

Alla fine di questo capitolo sono stati riportati i valori utilizzati nell'analisi per la definizione del modello appena introdotto a seconda della modalità di collasso.

### **3.1.2 Modello Isteretico con degrado della Rigidità in Scarico – Unloading Stiffness Degradation**

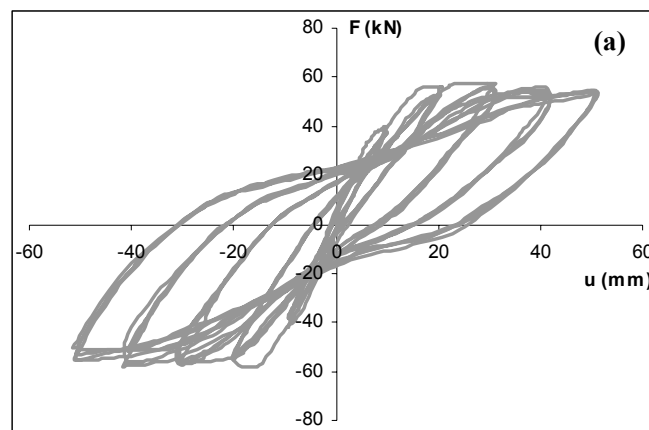


Figura 7 - Degradazione Rigidità in un elemento strutturale in n CA sotto carico ciclico. (Kurtman – 2007)

Diversi elementi strutturali, sottoposti ad azioni di carico e scarico ripetute nel tempo, mostrano un notevole degrado della rigidezza.

Molto evidente negli elementi in C.A., è dovuto al manifestarsi di vari fenomeni come la formazione delle fessure, il cedimento totale o parziale di uno o più vincoli, o anche l'interazione delle tensioni assiali con alti livelli di carico taglianti.

Il degrado della rigidezza è dovuto anche ad altri fattori come i materiali usati, la geometria dell'elemento, il tipo di connessione tra gli elementi, e anche dalla storia di carico a cui l'elemento strutturale è sottoposto (es. numero di cicli, intensità ad ogni ciclo, ecc).

Rispetto a prima inoltre, i cicli di carico e scarico non risulteranno più perfetti in quanto interverranno i fattori di danneggiamento.

In letteratura ci sono due approcci ampiamente utilizzati:

- Approccio basato sulla Duttilità;
- Approccio basato su un punto focale.

Alla base di entrambi gli approcci sussiste la regola che all'aumentare della degradazione della rigidezza in scarico aumenta lo spostamento massimo raggiunto in ogni ciclo di carico.

L'approccio basato sulla duttilità determina la rigidezza in scarico  $K_{un}$  come funzione della rigidezza  $K_0$  iniziale (o elastica) e un termine duttile:

$$K_{un} = K_0 \left( \frac{u_y}{u_m} \right)^a$$

dove  $u_m$  è lo spostamento massimo e  $u_y$  è lo spostamento allo snervamento nella direzione del carico. Il termine  $a$  è il parametro della duttilità compreso tra 0 e 1. Se  $a$  è uguale a zero, la rigidezza in scarico è uguale alla rigidezza iniziale o elastica.

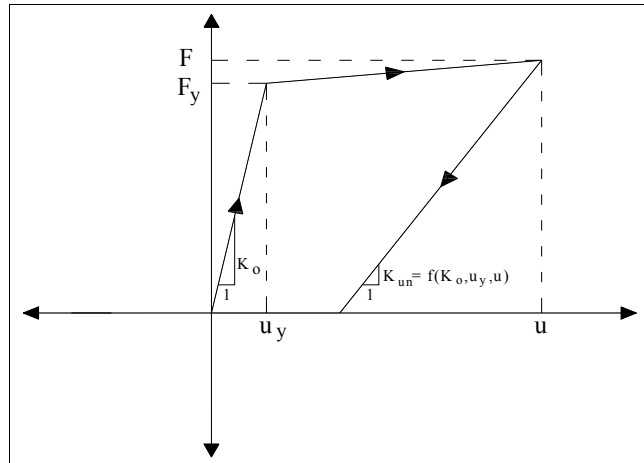


Figura 8 - Schema degradazione rigidezza in scarico basato sulla duttilità. (Kurtman – 2007)

L'approccio basato sul punto focale o regola del Pivot, invece, consiste nel puntare il ramo di scarico in un punto immaginario e stazionario posto ad una distanza  $\alpha F_y$  sull'estensione del ramo elastico nel quadrante negativo. In questo caso la rigidezza in scarico diminuisce all'aumentare dello spostamento duttile.

È calcolato nel seguente modo:

$$K_{un} = \frac{F + \alpha F_y}{u + \alpha u_y}$$

dove  $(u, F)$  è il punto di inversione del carico,  $u_y$  è lo spostamento allo snervamento,  $F_y$  è la forza di snervamento e  $\alpha$  è il parametro basato sul punto focale.

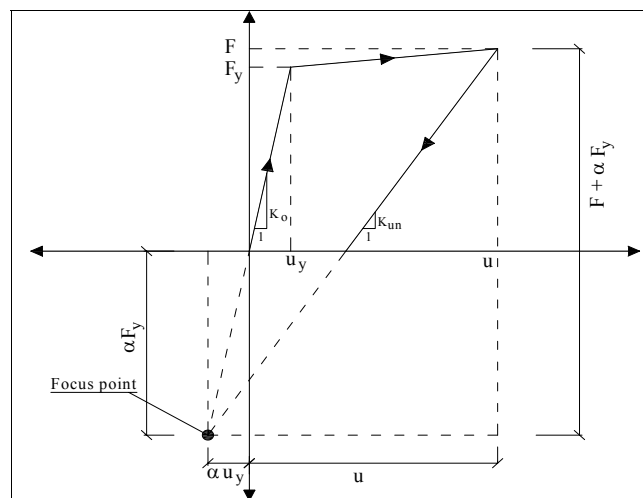


Figura 9 - Schema degradazione rigidezza in scarico basata sul punto focale. (Kurtman – 2007)



Come riportato nella sezione precedente, la procedura di definizione dei parametri che identificano il modello costitutivo è la stessa, ciò che cambia è la definizione dei parametri di degrado.

Alla fine di questo capitolo sono stati riportati i valori utilizzati nell'analisi per la definizione del modello appena introdotto a seconda della modalità di collasso.

### **3.1.3 Modello Isteretico con degrado della Resistenza – Strength Degradation**

Nella realtà quando gli elementi strutturali sono sottoposti a carichi ciclici, oltre alla degradazione della rigidità, si ha anche una riduzione della capacità resistente massima con conseguente riduzione della forza che conduce alla plasticizzazione.

Come in letteratura, così anche in questa tesi, sono stati distinti due comportamenti diversi che descrivono il degrado della resistenza:

- Cyclic Strength Degradation;
- In-Cycle Strength Degradation.

Cyclic Strength Degradation è definita dalla FEMA 440 come la perdita di resistenza laterale dovuta al continuo aumento dello spostamento massimo raggiunto ad ogni ciclo di carico successivo.

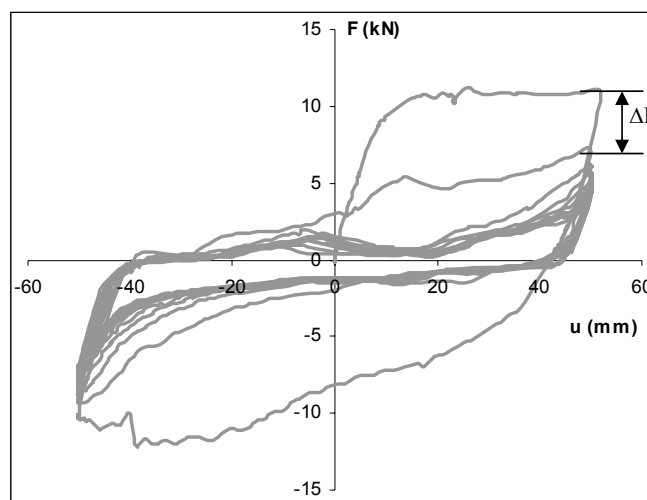


Figura 10 - Degradazione Ciclica della resistenza. (Kurtman – 2007)

Si può notare, dal grafico precedente, come il secondo mezzo ciclo nella direzione positiva del carico non raggiunga la capacità di resistenza del primo ciclo, provocando così una perdita di resistenza  $\Delta F$ . Tale perdita di resistenza ad ampiezza costante di spostamento, continua nei cicli successivi.

Inoltre, si può osservare dalla Figura 10 che la quantità di degradazione della resistenza è diversa per le direzioni di carico positivo e negativo di uno stesso elemento. Pertanto, nel calcolo dei parametri di degradazione della resistenza si tiene conto di entrambe le direzioni di carico.

Come conseguenza della dipendenza dallo spostamento massimo raggiunto, il comportamento appena descritto è definito come funzione della duttilità, in quanto è noto che quest'ultima è il rapporto tra il valore di picco di spostamento e quello alla plasticizzazione.

Per la degradazione della resistenza sono utilizzati due tipi di approcci: lineare (uniforme) e esponenziale. La degradazione della resistenza in caso lineare può essere espressa come:

$$\Delta F_i = C F_y \left( \frac{u_{mi}}{u_y} \right) N$$

dove  $F_i$  è la degradazione della forza al ciclo  $i$ -esimo,  $C$  è il parametro di degradazione della forza,  $F_y$  è la forza di snervamento,  $u_{mi}$  è lo spostamento massimo del ciclo  $i$ -esimo,  $u_y$  è lo spostamento della forza di snervamento ed  $N$  è il numero di cicli alla stessa ampiezza di spostamento. La formulazione lineare per la degradazione della resistenza fornisce la stessa quantità di degradazione tra i cicli di carico se i livelli di deformazione sono costanti (vale a dire  $u_m$  è costante).

Tuttavia, la degradazione della resistenza non è di solito lineare. I risultati sperimentali mostrano che nei primi cicli la resistenza si degrada più rapidamente e poi si stabilizza quasi ad un livello costante. La direzione di carico positiva della relazione forza-spostamento illustrata nella Figura 10 è un esempio in questo caso.

La formulazione esponenziale per la degradazione della forza ciclica è invece:

$$\Delta F_i = AF_y \left( 1 - e^{-BN \left( \frac{u_{mi}}{u_y} \right)} \right)$$

dove A e B sono i parametri di degradazione della resistenza. Il parametro A è correlato al grado di degradazione e il parametro B è correlato al rapporto di degradazione.

In-Cycle Strength Degradation è una particolare tipologia di degrado della resistenza molto diversa dal caso della Cyclic Strength Degradation, introdotta precedentemente. In questo tipo di degradazione, la resistenza si degrada durante il ciclo di carico, in particolare quando le deformazioni aumentano monotonicamente.

Pertanto, questo tipo di degradazione è correlato alla forma dell'involuppo monotonic forza-spostamento (*backbone curve*) delle curve di isteresi.

La figura 11 mostra un esempio di degradazione della resistenza in-cycle.

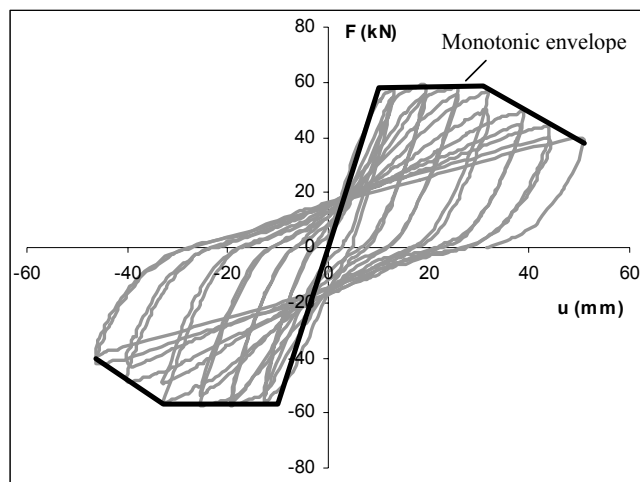


Figura 11 - Esempio di In-Cycle Strength Degradation.  
(Kurtman – 2007)

Si può notare dalla figura 11 che quando il materiale giunge a plasticizzarsi, si manifesta una riduzione della resistenza prima ancora che si inneschi lo scarico dell'elemento. Per cui dopo lo snervamento la rigidezza diventa negativa pur essendo in uno stesso ciclo di carico.

Ciò che potrebbe causare questo tipo di degrado è la rottura del calcestruzzo, l'instabilità o rottura delle barre di armatura longitudinale nonché avere una crisi per taglio.

I parametri di interesse sono riportati nelle seguente figura.

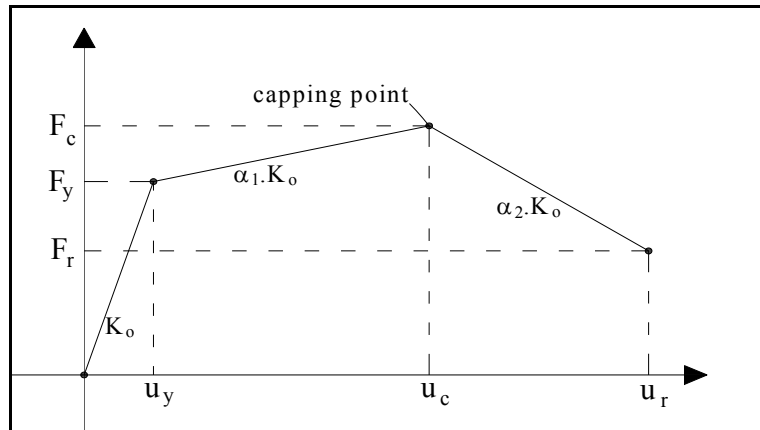


Figura 12 - Definizione dei parametri dell'involucro monotono forza-spostamento per una degradazione della resistenza in-cycle. (Kurtman – 2007)

$F_y$  e  $u_y$  sono rispettivamente la forza di snervamento e lo spostamento per snervamento, e  $u_c$  è il livello di spostamento del punto di *capping* (punto di massimo) in cui la forza si deteriorerà rapidamente oltre questo punto.  $F_r$  è la forza residua e  $u_r$  è il valore di spostamento per questo punto.  $\alpha_1 K_0$  e  $\alpha_2 K_0$  sono rispettivamente i valori di rigidezza del ramo post-snervamento e post-capping.

### Backbone Curve

I picchi delle curve di isteresi formano una curva d'inviluppo che viene chiamata *Backbone Curve*. I modelli di isteresi utilizzano una curva backbone basata sul rapporto forza-spostamento monotono con regole aggiuntive per simulare il comportamento ciclico di un elemento strutturale. Per la costruzione dei modelli di isteresi degli elementi in CA sono principalmente utilizzati due tipi di curve: curva d'inviluppo bilineare e trilineare (Figura 13).

La curva bilineare è composta da due rami lineari che sono un ramo di rigidezza iniziale (elastico) e un ramo di rigidezza post-snervamento.

Mentre, la curva trilineare considera il ramo di rigidezza iniziale in due rami separati che introducono il punto di fessurazione dell'elemento in CA.

L'inviluppo monotono forza-spostamento utilizzato per la determinazione delle caratteristiche di degradazione della resistenza in-cycle è una curva bilineare con l'aggiunta di un ramo di rigidezza post-capping.

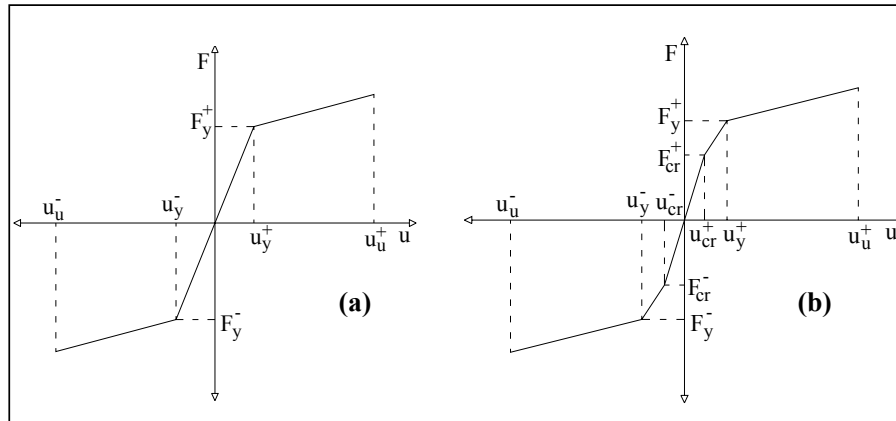


Figura 13 - Curva Backbone a) Bilineare b) Trilineare (Kurtman – 2007)

È bene, infine, notare la distinzione tra i due modelli di degradazione della resistenza. Generalmente la degradazione di tipo cyclic non provoca instabilità nei sistemi, mentre il tipo in-cycle può portare l'elemento strutturale all'instabilità con conseguente collasso.

Infatti, prendendo in considerazione il comportamento isteretico di due sistemi strutturali uno soggetto al cyclic degradation e il secondo all'in-cycle degradation, entrambi sottoposti alla stessa tipologia di carico se impongo uno spostamento laterale elevato, nel primo caso (cycle) l'elemento risulta ancora capace di sostenere il carico senza alcuna perdita di resistenza all'aumentare dello spostamento. Nel secondo caso (in-cycle), invece, appena l'elemento entra in fase plastica subisce una brusca perdita di capacità resistente, che via via tende ad essere nulla, arrivando così al collasso.

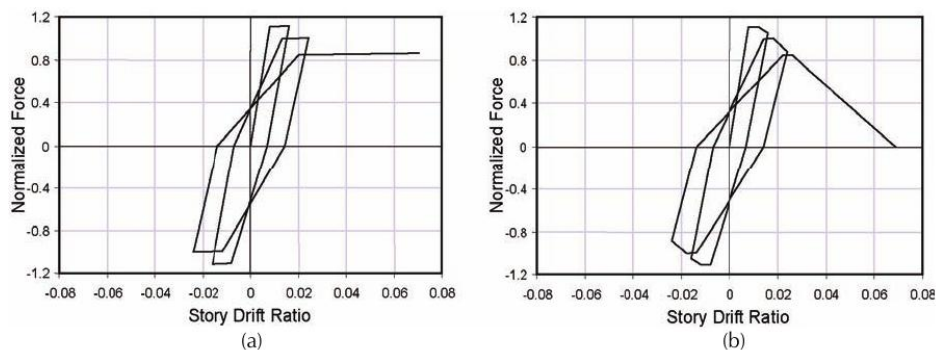


Figura 14 - Confronto tra a) Cycle e b) In-Cycle Degradation (Tesi B. De Fazio – 2012)

Alla fine di questo capitolo sono stati riportati i valori utilizzati nell'analisi per la definizione del modello appena introdotto a seconda della modalità di collasso.

### **3.1.4 Modello Isteretico con effetto Pinching**

Un altro tipo di degradazione di un elemento strutturale in CA è il Pinching.

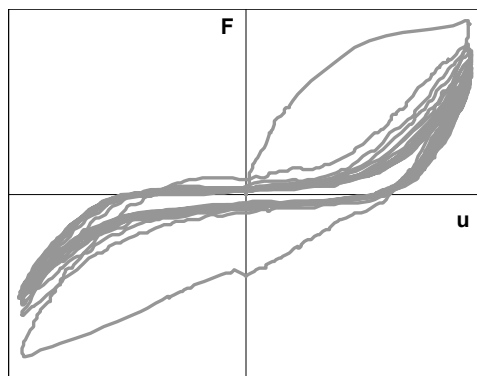


Figura 15 - Degradazione per Pinching

L'effetto pinching può essere definito come il restringimento dei cicli di isteresi dovuto principalmente al deterioramento del legame all'interfaccia acciaio-calcestruzzo.

Il fenomeno del pinching è particolarmente evidente nel cemento armato oltre che in certi tipi di murature e alcune connessioni delle strutture metalliche. Nel cemento armato esso è sostanzialmente dovuto alla formazione di fessure che si creano durante l'applicazione del carico. Parte della rigidezza persa è riacquistata quando il carico, essendo di natura ciclica, agisce nella direzione opposta a quella iniziale permettendo la chiusura delle fessure precedentemente formatesi, a tal punto da formare una curva forza-spostamento a forma di S (fig. 15).

Il richiudersi delle fessure permette, così, all'elemento di riacquisire rigidezza fino a quando non se ne formeranno delle nuove. Il processo si ripete per ogni ciclo di carico a cui è soggetta la struttura. Il grado di riduzione della rigidezza dipende, inoltre, da vari fattori come i materiali usati, la geometria dell'elemento, il tipo di connessione tra gli elementi e la loro duttilità, ma dipende anche dalla storia di carico cui l'elemento strutturale è soggetto (ad es. numero di cicli di carico, intensità ad ogni ciclo, ecc).

Tale fenomeno è molto importante, perché permette di stimare le prestazioni dell'elemento strutturale, in virtù del legame con le caratteristiche di dissipazione dell'energia dell'elemento stesso.

Ci sono diversi modelli di isteresi per i componenti strutturali in CA in letteratura che incorporano l'effetto Pinching. In particolare avremo:

- il modello Roufaiel e Meyer;
- il modello Park et al.

Roufaiel e Meyer proposero un modello matematico avanzato per gli elementi del telaio in CA. Valutando i dati di prova di diversi ricercatori, hanno osservato che il ramo di ricarica dà ai cicli di isteresi la caratteristica forma schiacciata (forma a S) associata alle rotture di taglio diagonale, e che il grado di pinching è correlato all'entità della forza di taglio. Di conseguenza, hanno proposto una regola empirica di pinching in funzione del rapporto ampiezza-profondità di taglio ( $a/d$ ):

$$F_p = \alpha_p F_n ; u_p = \alpha_p u_n$$

dove:

$$\begin{aligned} \alpha_p &= 0 && \rightarrow && \text{per } a/d < 1,5 \\ \alpha_p &= 0,4 (a/d) - 0,6 && \rightarrow && \text{per } 1,5 < a/d < 4 \\ \alpha_p &= 1 && \rightarrow && \text{per } a/d > 4 \end{aligned}$$

La curva di ricarica del modello è composta da due diversi rami (Figura 16); il primo punta al punto C ( $u_p, F_p$ ) che è determinato dall'equazione precedente.

Il punto B ( $u_n, F_n$ ) che si trova sul ramo elastico iniziale è chiamato "punto di non schiacciamento" (no pinching).

Il secondo ramo di ricarica mira, quindi, al punto A. Poi la curva di ricarica passa attraverso l'origine. Secondo questa regola, se il rapporto  $a/d$  è maggiore di 4.0, non si prevede alcuno schiacciamento a causa del basso effetto di taglio e il ramo di ricarica passa attraverso il punto B (punto di non schiacciamento)

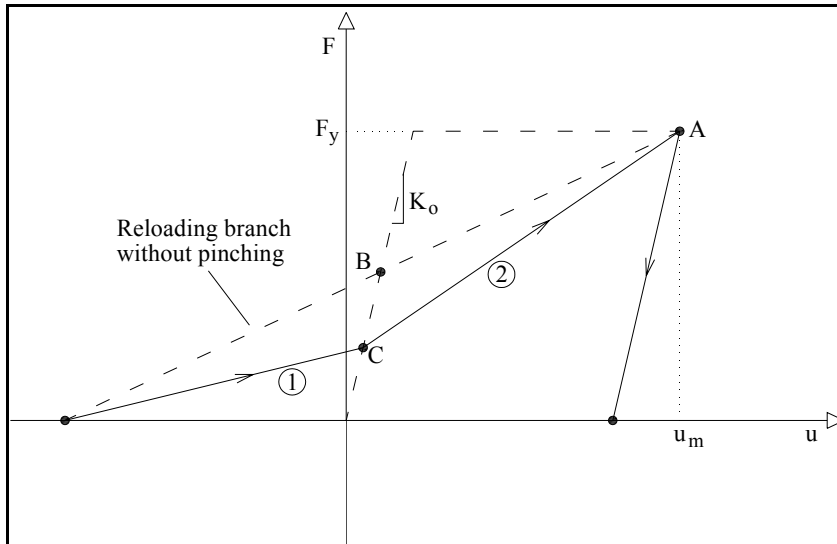


Figura 16 - Pinching Roufaiel - Meyer

La seconda regola di pizzicamento da esaminare è proposta da Park et al., i quali hanno esaminato diversi modelli di isteresi disponibili in letteratura e hanno riscontrato che la maggior parte di essi si è concentrata su un particolare tipo di componente come travi, pilastri o pareti di taglio.

Il comportamento di pinching è modellato introducendo due diversi pendii per la curva di ricarica. La prima linea di ricarica mira al punto B (Figura 17) sul precedente ramo di scarico che ha un livello di resistenza di  $\gamma F_y$ . Quando il ramo di ricarica raggiunge il livello di spostamento di  $u_s$ , che è il punto di chiusura della fessura (punto C), il ramo di ricarica mira al punto di destinazione iniziale A.

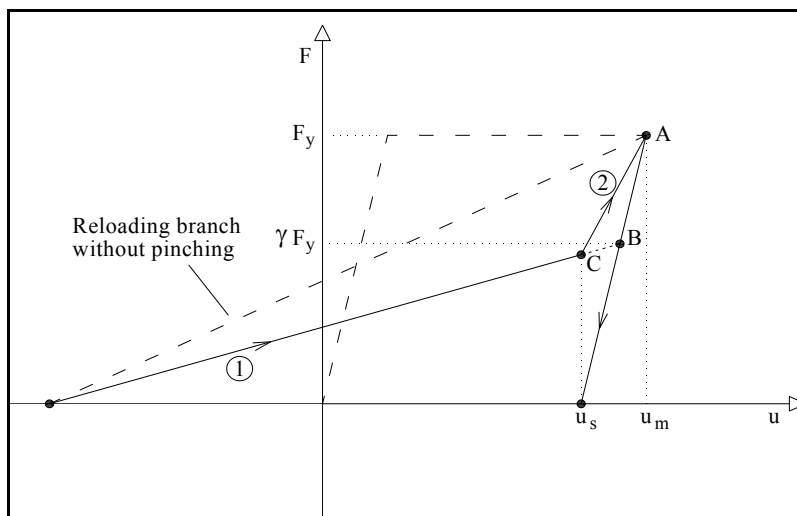


Figura 17 - Pinching Park et al



L'idea principale alla base di questo metodo di pinching è quella di ridurre l'area del ciclo di isteresi e ripristinare la rigidezza dopo il punto di chiusura della fessura per ottenere la relazione forza-spostamento a forma di S osservata.

Alla fine di questo capitolo sono stati riportati i valori utilizzati nell'analisi per la definizione del modello appena introdotto, a seconda della modalità di collasso.

### **3.1.5 Modello Isteretico con Mix di degrado**

Nella realtà gli elementi strutturali sono soggetti contemporaneamente ad entrambi i fenomeni di degrado della resistenza (cycle e in-cycle degradation), ossia la perdita di resistenza è funzione sia della duttilità che dell'energia isteretica dissipata.

È possibile inoltre, che questi due comportamenti combinino il loro effetto con quello dato dal degrado della rigidezza (unloading stiffness degradation)(figura 18).

Quindi, come ultimo modello di degrado è stato utilizzato un mix tra i modelli appena introdotti, in particolare una combinazione tra la degradazione della rigidezza e la degradazione della resistenza.

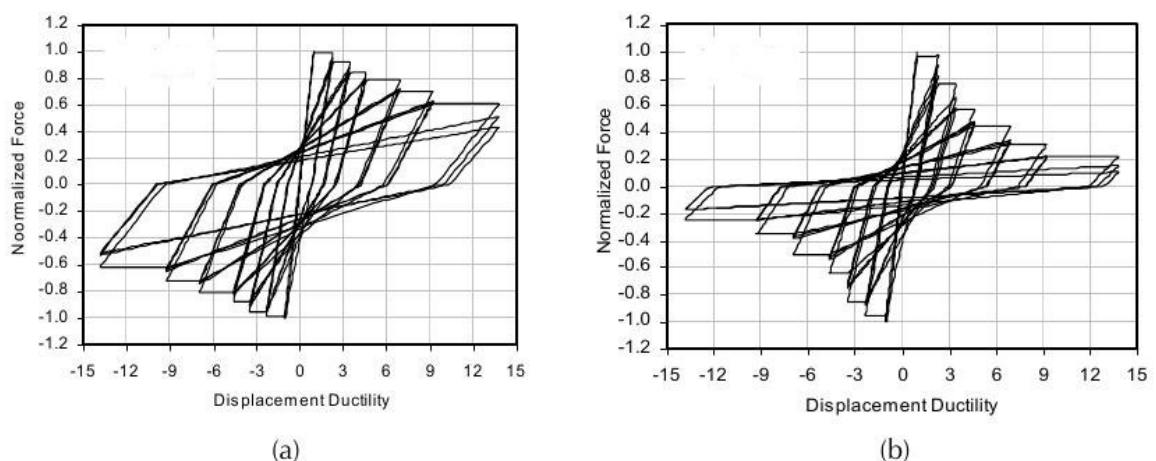


Figura 18 - Contemporaneo degrado di resistenza e rigidezza.

Alla fine di questo capitolo sono stati riportati i valori utilizzati nell'analisi per la definizione del modello appena introdotto a seconda della modalità di collasso.

## **3.2 Definizione delle Modalità di Collasso**

Durante un evento sismico di notevole entità, le strutture a telaio in cemento armato sono caratterizzate da un comportamento in cui le deformazioni in campo anelastico si concentrano alle estremità dei pilastri e delle travi, con formazione di cerniere plastiche e possibile coinvolgimento del nodo verso il quale convergono, in relazione ai quantitativi di armature longitudinali degli elementi strutturali interessati.

Infatti, la presenza di un'eccessiva quantità di armatura longitudinale rispetto alla disponibilità di armatura trasversale (staffe) può determinare negli elementi il verificarsi di una rottura fragile a taglio prima o contemporaneamente alla plasticizzazione duttile a flessione.

Sono state, quindi, definite delle modalità di collasso a cui sottoporre la struttura, e in ognuna di esse sono stati implementati i diversi legami costitutivi descritti nel precedente paragrafo.

### **3.2.1 1° Modalità di Collasso: Trave Forte – Pilastro Debole (Crisi a Flessione)**

I meccanismi di collasso a pilastri deboli – travi forti sono quelli più pericolosi e spesso più frequenti nelle costruzioni in cemento armato realizzate con la normativa antecedente alla attuale.

Si manifestano in edifici caratterizzati da travi di elevata resistenza su pilastri di resistenza sensibilmente inferiore, da intendersi nel loro rapporto relativo rispetto alla richiesta derivante dall'applicazione dell'azione sismica.

È stato, quindi, supposto che, indipendentemente dalla direzione e verso delle azioni sismiche agenti sulla struttura, i pilastri arrivino ad una plasticizzazione prematura rispetto alle travi, provocando così un meccanismo di collasso del tipo "Piano Soffice", come mostrato in figura.

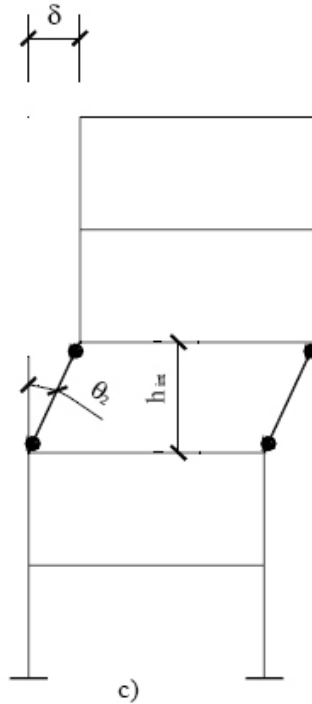


Figura 19 - Prima modalità di collasso -  
Trave Forte-Pilastro Debole,

### **3.2.2 2° Modalità di Collasso: Trave Debole – Pilastro Forte (Gerarchia delle resistenze)**

I meccanismi di rottura più favorevoli per le strutture in c.a. sono quelli in cui vengono evitate rotture fragili dei nodi e degli elementi strutturali per taglio, dunque meccanismi di collasso globale determinati dalla plasticizzazione delle travi a tutti i piani ed alla base dei pilastri al solo piano terra (“travi deboli e colonne forti”), ovvero meccanismi che coinvolgono il maggior numero possibile di cerniere plastiche.

Per cui, questa modalità di collasso prevede il soddisfacimento della Gerarchia delle Resistenze, in cui per ciascuna direzione e verso di applicazione del sisma, i pilastri vengono protetti dalla plasticizzazione prematura adottando opportuni momenti flettenti di calcolo.

Bisogna, quindi, prevedere che per ogni nodo trave-pilastro la resistenza complessiva dei pilastri sia maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata con un coefficiente  $\gamma_{Rd}$ :

$$\sum M_{C,Rd} \geq \gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd}$$

Notare che C sta per Column (Pilastro) e b sta per Beam (Trave)

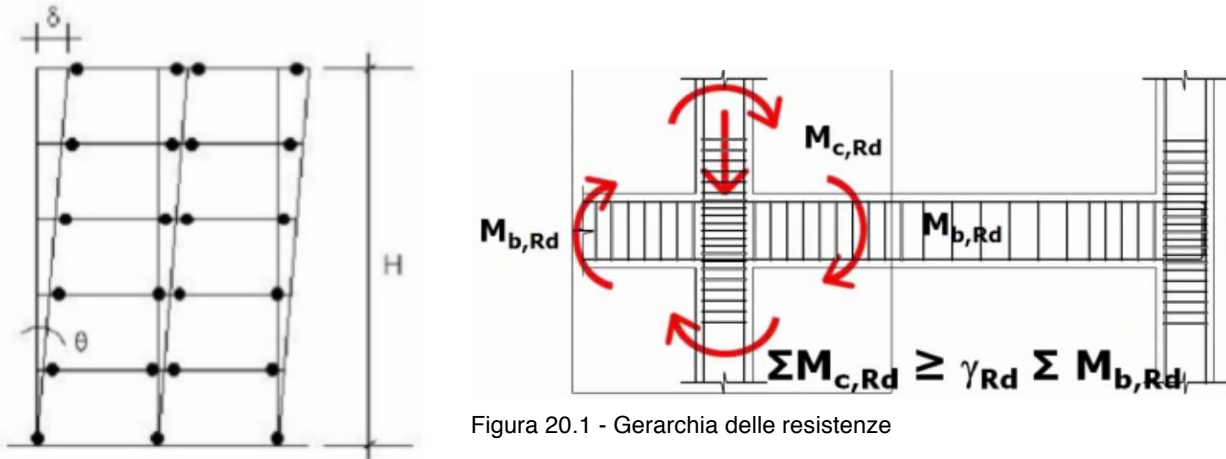


Figura 20 - Seconda modalità di collasso - Trave Debole-Pilastro Forte

Tutte le cerniere plastiche (zone in cui i materiali entrano in campo plastico) dovranno formarsi prima nelle travi, e soltanto quando tutte le travi saranno plasticizzate, potranno formarsi le cerniere plastiche al piede dei pilastri del primo livello, arrivando così al collasso della struttura.

### **3.2.3 3° Modalità di Collasso: Trave Forte-Pilastro Debole (Crisi a Taglio)**

Come ultima modalità di collasso è stata considerato il collasso dei pilastri a taglio, in cui si è arrivati alla formazione di meccanismi anelastici dovuti alle azioni taglianti. Tale meccanismo è molto comune, soprattutto negli edifici di vecchia costruzione, i quali, in passato, erano progettati prendendo in considerazione le sole azioni verticali e predisponendo una quantità insufficiente di armatura trasversale nei pilastri.

Per cui sottoponendo tale edificio ad una azione sismica orizzontale, il taglio nei pilastri aumenta notevolmente e l'armatura presente non sarà più in grado di resistere, provocando così una crisi fragile dei pilastri e successivo collasso della struttura.

Di seguito si riportano gli estratti delle sintassi di comando in OpenSees con cui sono stati definiti i diversi legami costitutivi nelle diverse modalità di collasso e i parametri di degrado calibrati per il 65% e 85% di degradazione.

La differenza sostanziale tra le diverse modalità di degradazione sta nella definizione dei parametri di degrado da inserire:

- **pinchx**: fattore di degrado per la rotazione durante la fase di ricarica;
- **pinchy**: fattore di degrado per il momento durante la fase di ricarica;
- **damage1**: degrado dovuto alla duttilità;
- **damage2**: degrado dovuto all'energia;
- **beta**: degrado della rigidezza nella fase di scarico.

#### ***Collapse Mode 1 – 65% di Degradazione***

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
<b>PinchX</b>	1	1	1	0,93	1
<b>PinchY</b>	1	1	1	0,20	1
<b>Damage1</b>	0	0	0	0	0
<b>Damage2</b>	0	0,95	0	0	0,29
<b>Beta</b>	0	0	0,70	0	0,50

#### ***Collapse Mode 1 – 85% di Degradazione***

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
<b>PinchX</b>	1	1	1	0,95	1
<b>PinchY</b>	1	1	1	0,68	1
<b>Damage1</b>	0	0	0	0	0
<b>Damage2</b>	0	0,26	0	0	0,13
<b>Beta</b>	0	0	0,45	0	0,25

***Collapse Mode 2 – 65% di Degradazione***

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
PinchX	1	1	1	0,93	1
PinchY	1	1	1	0,19	1
Damage1	0	0	0	0	0
Damage2	0	0,24	0	0	1,60
Beta	0	0	0,77	0	0,30

***Collapse Mode 2 – 85% di Degradazione***

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
PinchX	1	1	1	0,95	1
PinchY	1	1	1	0,67	1
Damage1	0	0	0	0	0
Damage2	0	0,90	0	0	0,60
Beta	0	0	0,52	0	0,20

***Collapse Mode 3 – 65% di Degradazione***

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
PinchX	1	1	1	0,93	1
PinchY	1	1	1	0,20	1
Damage1	0	0	0	0	0
Damage2	0	0,95	0	0	0,29
Beta	0	0	0,7	0	0,50

### Collapse Mode 3 – 85% di Degradazione

	Modalità di Degradazione				
	In-Cycle Strength	Cyclic Strength	Unloading Stiffness	Pinching	Mix
<b>PinchX</b>	1	1	1	0,95	1
<b>PinchY</b>	1	1	1	0,68	1
<b>Damage1</b>	0	0	0	0	0
<b>Damage2</b>	0	0,26	0	0	0,13
<b>Beta</b>	0	0	0,45	0	0,25

Come esempio, qui di seguito sono state riportate le sole sintassi riguardanti una sola tipologia di degradazione nelle tre diverse modalità di collasso.

COLLAPSE MODE 1 / IN-CYCLE STRENGTH DEGRADATION 85%	COLLAPSE MODE 2 / IN-CYCLE STRENGTH DEGRADATION 85%	COLLAPSE MODE 3 / IN-CYCLE STRENGTH DEGRADATION 85%
<pre># Define MATERIAL parameters # legami costitutivi setElzCol [expr \$E*\$IzCol]; setElzBeam [expr \$E*\$IzBeam]; ##### pilastri positivi sets1pColEX0 13400000.0; sets2pColEX0 14740000.0; sets3pColEX0 29480000.0; sete1pColEX0 0.003 sete2pColEX0[expr \$e1pColEX0+0.01]; sete3pColEX0[expr \$e1pColEX0+0.0230]; sets1pColIN0 17340000.0; sets2pColIN0 190740000.0; sets3pColIN0 38148000.0; sete1pColIN0 0.003; sete2pColIN0 [expr \$e1pColIN0+0.01]; sete3pColIN0 [expr \$e1pColIN0+0.0230]; sets1pColEX1 122300000.0; sets2pColEX1 134530000.0; sets3pColEX1 26906000.0;</pre>	<pre># Define MATERIAL parameters # legami costitutivi set ElzCol [expr \$E*\$IzCol]; set ElzBeam [expr \$E*\$IzBeam]; ##### pilastri positivi set s1pColEX0 13400000.0; set s2pColEX0 14740000.0; set s3pColEX0 29480000.0; set e1pColEX0 0.003; set e2pColEX0 [expr \$e1pColEX0+0.01]; set e3pColEX0 [expr \$e1pColEX0+0.0250]; set s1pColIN0 173400000.0; set s2pColIN0 190740000.0; set s3pColIN0 38148000.0; set e1pColIN0 0.003;</pre>	<pre># Define MATERIAL parameters # legami costitutivi set ElzCol [expr \$E*\$IzCol]; set ElzBeam [expr \$E*\$IzBeam]; ##### pilastri positivi set s1pColEX0 13400000.0; set s2pColEX0 14740000.0; set s3pColEX0 29480000.0; set e1pColEX0 0.003; set e2pColEX0 [expr \$e1pColEX0+0.01]; set e3pColEX0 [expr \$e1pColEX0+0.0230]; set s1pColIN0 173400000.0; set s2pColIN0 190740000.0; set s3pColIN0 38148000.0; set e1pColIN0 0.003; set e2pColIN0 [expr \$e1pColIN0+0.01]; set e3pColIN0 [expr \$e1pColIN0+0.0230];</pre>

```

sete1pColEX1 0.003;
sete2pColEX1 [expr $e1pColEX1+0.01];
sete3pColEX1 [expr
$e1pColEX1+0.0230];
sets1pColIN1 150900000.0;
sets2pColIN1 166000000.0;
sets3pColIN1 33200000.0;
sete1pColIN1 0.003;
sete2pColIN1 [expr $e1pColIN1+0.01];
sete3pColIN1 [expr $e1pColIN1+0.023];
sets1pColEX2 109800000.0;
sets2pColEX2 120780000.0;
sets3pColEX2 24156000.0;
sete1pColEX2 0.003;
sete2pColEX2 [expr $e1pColEX2+0.01];
sete3pColEX2 [expr
$e1pColEX2+0.0230];
sets1pColIN2 125800000.0;
sets2pColIN2 138380000.0;
sets3pColIN2 27676000.0;
sete1pColIN2 0.003;
sete2pColIN2 [expr $e1pColIN2+0.01];
sete3pColIN2 [expr $e1pColIN2+0.0230];
##### pilastri negativi
sets1nColEX0 -134000000.0;
sets2nColEX0 -147400000.0;
sets3nColEX0 -29480000.0;
sete1nColEX0 [expr 0.0-$e1pColEX0];
sete2nColEX0 [expr 0.0-$e2pColEX0];
sete3nColEX0 [expr 0.0-$e3pColEX0];
sets1nColIN0 -173400000.0;
sets2nColIN0 -190740000.0;
sets3nColIN0 -38148000.0;
sete1nColIN0 [expr 0.0-$e1pColIN0];
sete2nColIN0 [expr 0.0-$e2pColIN0];
sete3nColIN0 [expr 0.0-$e3pColIN0];
sets1nColEX1 -122300000.0;
sets2nColEX1 -134530000.0;
sets3nColEX1 -26906000.0;
sete1nColEX1 [expr 0.0-$e1pColEX1];
sete2nColEX1 [expr 0.0-$e2pColEX1];
sete3nColEX1 [expr 0.0-$e3pColEX1];

```

```

set e2pColIN0 [expr
$e1pColIN0+0.01];
set e3pColIN0 [expr
$e1pColIN0+0.0175];
set s1pColEX1 122300000.0;
set s2pColEX1 134530000.0;
set s3pColEX1 26906000.0;
set e1pColEX1 0.003;
set e2pColEX1 [expr
$e1pColEX1+0.01];
set e3pColEX1 [expr
$e1pColEX1+0.0250];
set s1pColIN1 150900000.0;
set s2pColIN1 166000000.0;
set s3pColIN1 33200000.0;
set e1pColIN1 0.003;
set e2pColIN1 [expr
$e1pColIN1+0.01];
set e3pColIN1 [expr
$e1pColIN1+0.0235];
set s1pColEX2 109800000.0;
set s2pColEX2 120780000.0;
set s3pColEX2 24156000.0;
set e1pColEX2 0.003;
set e2pColEX2 [expr
$e1pColEX2+0.01];
set e3pColEX2 [expr
$e1pColEX2+0.0250];
##### pilastri
negativi
set s1nColEX0 -134000000.0;
set s2nColEX0 -147400000.0;
set s3nColEX0 -29480000.0;
set e1nColEX0 [expr 0.0-
$e1pColEX0];
set e2nColEX0 [expr 0.0-
$e2pColEX0];
set e3nColEX0 [expr 0.0-
$e3pColEX0];

```

```

$e1pColIN0+0.0230];
set s1pColEX1 122300000.0;
set s2pColEX1 134530000.0;
set s3pColEX1 26906000.0;
set e1pColEX1 0.003;
set e2pColEX1 [expr
$e1pColEX1+0.01];
set e3pColEX1 [expr
$e1pColEX1+0.0230];
set s1pColIN1 150900000.0;
set s2pColIN1 166000000.0;
set s3pColIN1 33200000.0;
set e1pColIN1 0.003;
set e2pColIN1 [expr
$e1pColIN1+0.01];
set e3pColIN1 [expr
$e1pColIN1+0.023];
set s1pColEX2 109800000.0;
set s2pColEX2 120780000.0;
set s3pColEX2 24156000.0;
set e1pColEX2 0.003;
set e2pColEX2 [expr
$e1pColEX2+0.01];
set e3pColEX2 [expr
$e1pColEX2+0.0230];
set s1pColIN2 125800000.0;
set s2pColIN2 138380000.0;
set s3pColIN2 27676000.0;
set e1pColIN2 0.003;
set e2pColIN2 [expr
$e1pColIN2+0.01];
set e3pColIN2 [expr
$e1pColIN2+0.0230];
##### pilastri
negativi
set s1nColEX0 -134000000.0;
set s2nColEX0 -147400000.0;
set s3nColEX0 -29480000.0;
set e1nColEX0 [expr 0.0-
$e1pColEX0];
set e2nColEX0 [expr 0.0-
$e2pColEX0];

```



<b>set</b> s1nCollIN1 -150900000.0; <b>set</b> s2nCollIN1 -166000000.0; <b>set</b> s3nCollIN1 -33200000.0; <b>set</b> e1nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN1]; <b>set</b> e2nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN1]; <b>set</b> e3nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN1]; <b>set</b> s1nColEX2 -109800000.0; <b>set</b> s2nColEX2 -120780000.0; <b>set</b> s3nColEX2 -24156000.0; <b>set</b> e1nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pColEX2]; <b>set</b> e2nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX2]; <b>set</b> e3nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX2]; <b>set</b> s1nCollIN2 -125800000.0; <b>set</b> s2nCollIN2 -138380000.0; <b>set</b> s3nCollIN2 -27676000.0; <b>set</b> e1nCollIN2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN2]; <b>set</b> e2nCollIN2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN2]; <b>set</b> e3nCollIN2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN2]; <b>#####BEAMS positivi</b> <b>set</b> s1pBeamApp 213500000.0; <b>set</b> s2pBeamApp 234850000.0; <b>set</b> s3pBeamApp 46970000.0; <b>set</b> e1pBeamApp 0.003; <b>set</b> e2pBeamApp [ <b>expr</b> \$e1pBeamApp+0.02]; <b>set</b> e3pBeamApp [ <b>expr</b> \$e1pBeamApp+0.03]; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b> s1pBeamCam 200000000.0; <b>set</b> s2pBeamCam 220000000.0; <b>set</b> s3pBeamCam 44000000.0; <b>set</b> e1pBeamCam 0.003; <b>set</b> e2pBeamCam [ <b>expr</b> \$e1pBeamCam+0.02]; <b>set</b> e3pBeamCam [ <b>expr</b> \$e1pBeamCam+0.03]; <b>#####BEAMS negativi</b> <b>set</b> s1nBeamApp -213500000.0; <b>set</b> s2nBeamApp -234850000.0; <b>set</b> s3nBeamApp -46970000.0; <b>set</b> e1nBeamApp [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pBeamApp];	<b>set</b> e1pColEX0]; <b>set</b> e2nColEX0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX0]; <b>set</b> e3nColEX0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX0]; <b>set</b> s1nCollIN0 -173400000.0; <b>set</b> s2nCollIN0 -190740000.0; <b>set</b> s3nCollIN0 -38148000.0; <b>set</b> e1nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN0]; <b>set</b> e2nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN0]; <b>set</b> e3nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN0]; <b>set</b> s1nColEX1 -122300000.0; <b>set</b> s2nColEX1 -134530000.0; <b>set</b> s3nColEX1 -26906000.0; <b>set</b> e1nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pColEX1]; <b>set</b> e2nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX1]; <b>set</b> e3nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX1]; <b>set</b> s1nCollIN1 -150900000.0; <b>set</b> s2nCollIN1 -166000000.0; <b>set</b> s3nCollIN1 -33200000.0; <b>set</b> e1nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN1]; <b>set</b> e2nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN1]; <b>set</b> e3nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN1]; <b>set</b> s1nColEX2 -109800000.0; <b>set</b> s2nColEX2 -120780000.0; <b>set</b> s3nColEX2 -24156000.0; <b>set</b> e1nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pColEX2]; <b>set</b> e2nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX2]; <b>set</b> e3nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX2]; <b>set</b> s1nCollIN2 -125800000.0;	<b>set</b> e3nColEX0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX0]; <b>set</b> s1nCollIN0 -173400000.0; <b>set</b> s2nCollIN0 -190740000.0; <b>set</b> s3nCollIN0 -38148000.0; <b>set</b> e1nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN0]; <b>set</b> e2nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN0]; <b>set</b> e3nCollIN0 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN0]; <b>set</b> s1nColEX1 -122300000.0; <b>set</b> s2nColEX1 -134530000.0; <b>set</b> s3nColEX1 -26906000.0; <b>set</b> e1nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pColEX1]; <b>set</b> e2nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX1]; <b>set</b> e3nColEX1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX1]; <b>set</b> s1nCollIN1 -150900000.0; <b>set</b> s2nCollIN1 -166000000.0; <b>set</b> s3nCollIN1 -33200000.0; <b>set</b> e1nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN1]; <b>set</b> e2nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pCollIN1]; <b>set</b> e3nCollIN1 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pCollIN1]; <b>set</b> s1nColEX2 -109800000.0; <b>set</b> s2nColEX2 -120780000.0; <b>set</b> s3nColEX2 -24156000.0; <b>set</b> e1nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pColEX2]; <b>set</b> e2nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e2pColEX2]; <b>set</b> e3nColEX2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e3pColEX2]; <b>set</b> s1nCollIN2 -125800000.0; <b>set</b> s2nCollIN2 -138380000.0; <b>set</b> s3nCollIN2 -27676000.0; <b>set</b> e1nCollIN2 [ <b>expr</b> 0.0-\$e1pCollIN2];
---	---	--

<pre> <b>set</b>e2nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamApp]; <b>set</b>e3nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e3pBeamApp]; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b>s1nBeamCam -20000000.0; <b>set</b>s2nBeamCam -22000000.0; <b>set</b>s3nBeamCam -4400000.0; <b>set</b>e1nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e1pBeamCam]; <b>set</b>e2nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamCam]; <b>set</b>e3nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e3pBeamCam]; <b># legame costitutivo 9 inserito negli</b> <b>appoggi esterni;</b> <b>uniaxialMaterial Hysteretic 1</b> \$s1pColEX0 \$e1pColEX0 \$s2pColEX0 \$e2pColEX0 \$s3pColEX0 \$e3pColEX0 \$s1nColEX0 \$e1nColEX0 \$s2nColEX0 \$e2nColEX0 \$s3nColEX0 \$e3nColEX0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta <b>uniaxialMaterial Hysteretic 2</b> \$s1pCollIN0 \$e1pCollIN0 \$s2pCollIN0 \$e2pCollIN0 \$s3pCollIN0 \$e3pCollIN0 \$s1nCollIN0 \$e1nCollIN0 \$s2nCollIN0 \$e2nCollIN0 \$s3nCollIN0 \$e3nCollIN0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta <b>uniaxialMaterial Hysteretic 3</b> \$s1pColEX1 \$e1pColEX1 \$s2pColEX1 \$e2pColEX1 \$s3pColEX1 \$e3pColEX1 \$s1nColEX1 \$e1nColEX1 \$s2nColEX1 \$e2nColEX1 \$s3nColEX1 \$e3nColEX1 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta <b>uniaxialMaterial Hysteretic 4</b> \$s1pCollIN1 \$e1pCollIN1 \$s2pCollIN1 \$e2pCollIN1 \$s3pCollIN1 \$e3pCollIN1 \$s1nCollIN1 \$e1nCollIN1 \$s2nCollIN1 \$e2nCollIN1 \$s3nCollIN1 \$e3nCollIN1 </pre>	<pre> <b>set</b> s2nCollIN2 -138380000.0; <b>set</b> s3nCollIN2 -27676000.0; <b>set</b> e1nCollIN2 [<b>expr</b> 0.0- \$e1pCollIN2]; <b>set</b> e2nCollIN2 [<b>expr</b> 0.0- \$e2pCollIN2]; <b>set</b> e3nCollIN2 [<b>expr</b> 0.0- \$e3pCollIN2]; <b>#####BEAMS positivi</b> <b>set</b> s1pBeamApp 90000000.0; <b>set</b> s2pBeamApp 100000000.0; <b>set</b> s3pBeamApp [<b>expr</b> 0.2*\$s2pBeamApp]; <b>set</b> e1pBeamApp 0.0012; <b>set</b> e2pBeamApp 0.0048; <b>set</b> e3pBeamApp 0.012; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b> s1pBeamCam 64000000.0; <b>set</b> s2pBeamCam 70000000.0; <b>set</b> s3pBeamCam [<b>expr</b> 0.2*\$s2pBeamCam]; <b>set</b> e1pBeamCam 0.0012; <b>set</b> e2pBeamCam 0.0048; <b>set</b> e3pBeamCam 0.012; <b>#####BEAMS negativi</b> <b>set</b> s1nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$s1pBeamApp]; <b>set</b> s2nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$s2pBeamApp]; <b>set</b> s3nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$s3pBeamApp]; <b>set</b> e1nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e1pBeamApp]; <b>set</b> e2nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamApp]; <b>set</b> e3nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e3pBeamApp]; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b> s1nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$s1pBeamCam]; <b>set</b> s2nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- </pre>	<pre> \$e1pCollIN2]; <b>set</b> e2nCollIN2 [<b>expr</b> 0.0- \$e2pCollIN2]; <b>set</b> e3nCollIN2 [<b>expr</b> 0.0- \$e3pCollIN2]; <b>#####BEAMS positivi</b> <b>set</b> s1pBeamApp 213500000.0; <b>set</b> s2pBeamApp 234850000.0; <b>set</b> s3pBeamApp 46970000.0; <b>set</b> e1pBeamApp 0.003; <b>set</b> e2pBeamApp [<b>expr</b> \$e1pBeamApp+0.02]; <b>set</b> e3pBeamApp [<b>expr</b> \$e1pBeamApp+0.03]; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b> s1pBeamCam 200000000.0; <b>set</b> s2pBeamCam 220000000.0; <b>set</b> s3pBeamCam 44000000.0; <b>set</b> e1pBeamCam 0.003; <b>set</b> e2pBeamCam [<b>expr</b> \$e1pBeamCam+0.02]; <b>set</b> e3pBeamCam [<b>expr</b> \$e1pBeamCam+0.03]; <b>#####BEAMS negativi</b> <b>set</b> s1nBeamApp -213500000.0; <b>set</b> s2nBeamApp -234850000.0; <b>set</b> s3nBeamApp -46970000.0; <b>set</b> e1nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e1pBeamApp]; <b>set</b> e2nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamApp]; <b>set</b> e3nBeamApp [<b>expr</b> 0.0- \$e3pBeamApp]; <b>##travi appoggi esterni</b> <b>set</b> s1nBeamCam -200000000.0; <b>set</b> s2nBeamCam -220000000.0; <b>set</b> s3nBeamCam -44000000.0; <b>set</b> e1nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e1pBeamCam]; <b>set</b> e2nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamCam]; <b>set</b> e3nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- </pre>
--	--	--

<p>\$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 5</b></p> <p>\$\$s1pColEX2 \$e1pColEX2 \$\$s2pColEX2 \$e2pColEX2 \$\$s3pColEX2 \$e3pColEX2 \$\$s1nColEX2 \$e1nColEX2 \$\$s2nColEX2 \$e2nColEX2 \$\$s3nColEX2 \$e3nColEX2 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 6</b></p> <p>\$\$s1pColIN2 \$e1pColIN2 \$\$s2pColIN2 \$e2pColIN2 \$\$s3pColIN2 \$e3pColIN2 \$\$s1nColIN2 \$e1nColIN2 \$\$s2nColIN2 \$e2nColIN2 \$\$s3nColIN2 \$e3nColIN2 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 7</b></p> <p>\$\$s1pBeamApp \$e1pBeamApp \$\$s2pBeamApp \$e2pBeamApp \$\$s3pBeamApp \$e3pBeamApp \$\$s1nBeamApp \$e1nBeamApp \$\$s2nBeamApp \$e2nBeamApp \$\$s3nBeamApp \$e3nBeamApp \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 9</b></p> <p>\$\$s1pBeamCam \$e1pBeamCam \$\$s2pBeamCam \$e2pBeamCam \$\$s3pBeamCam \$e3pBeamCam \$\$s1nBeamCam \$e1nBeamCam \$\$s2nBeamCam \$e2nBeamCam \$\$s3nBeamCam \$e3nBeamCam \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p>	<p>\$\$s2pBeamCam]; <b>set</b> s3nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$\$s3pBeamCam]; <b>set</b> e1nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e1pBeamCam]; <b>set</b> e2nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e2pBeamCam]; <b>set</b> e3nBeamCam [<b>expr</b> 0.0- \$e3pBeamCam]; <b># legame costitutivo 9</b> <b>inserito negli appoggi</b> <b>esterni;</b> <b>uniaxialMaterial Hysteretic 1</b> \$\$s1pColEX0 \$e1pColEX0 \$\$s2pColEX0 \$e2pColEX0 \$\$s1nColEX0 \$e1nColEX0 \$\$s2nColEX0 \$e2nColEX0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 2</b> \$\$s1pColIN0 \$e1pColIN0 \$\$s2pColIN0 \$e2pColIN0 \$\$s1nColIN0 \$e1nColIN0 \$\$s2nColIN0 \$e2nColIN0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 3</b> \$\$s1pColEX1 \$e1pColEX1 \$\$s2pColEX1 \$e2pColEX1 \$\$s1nColEX1 \$e1nColEX1 \$\$s2nColEX1 \$e2nColEX1 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 4</b> \$\$s1pColIN1 \$e1pColIN1 \$\$s2pColIN1 \$e2pColIN1 \$\$s1nColIN1 \$e1nColIN1 \$\$s2nColIN1 \$e2nColIN1 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 5</b> \$\$s1pColEX2 \$e1pColEX2 \$\$s2pColEX2 \$e2pColEX2 \$\$s1nColEX2 \$e1nColEX2 \$\$s2nColEX2 \$e2nColEX2 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 6</b> \$\$s1pColIN2 \$e1pColIN2 \$\$s2pColIN2 \$e2pColIN2 \$\$s1nColIN2 \$e1nColIN2</p>	<p>\$e3pBeamCam]; <b># legame costitutivo 9 inserito</b> <b>negli appoggi esterni;</b> <b>uniaxialMaterial Hysteretic 1</b> \$\$s1pColEX0 \$e1pColEX0 \$\$s2pColEX0 \$e2pColEX0 \$\$s1nColEX0 \$e1nColEX0 \$\$s2nColEX0 \$e2nColEX0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 2</b> \$\$s1pColIN0 \$e1pColIN0 \$\$s2pColIN0 \$e2pColIN0 \$\$s1nColIN0 \$e1nColIN0 \$\$s2nColIN0 \$e2nColIN0 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 3</b> \$\$s1pColEX1 \$e1pColEX1 \$\$s2pColEX1 \$e2pColEX1 \$\$s1nColEX1 \$e1nColEX1 \$\$s2nColEX1 \$e2nColEX1 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 4</b> \$\$s1pColIN1 \$e1pColIN1 \$\$s2pColIN1 \$e2pColIN1 \$\$s1nColIN1 \$e1nColIN1 \$\$s2nColIN1 \$e2nColIN1 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 5</b> \$\$s1pColEX2 \$e1pColEX2 \$\$s2pColEX2 \$e2pColEX2 \$\$s1nColEX2 \$e1nColEX2 \$\$s2nColEX2 \$e2nColEX2 \$pinchX \$pinchY \$damage1 \$damage2 \$beta</p> <p><b>uniaxialMaterial Hysteretic 6</b> \$\$s1pColIN2 \$e1pColIN2 \$\$s2pColIN2 \$e2pColIN2 \$\$s1nColIN2 \$e1nColIN2</p>
---	---	--

<p> <math>s_{2p}ColEX2</math> <math>e_{2p}ColEX2</math>  <math>s_{1n}ColEX2</math> <math>e_{1n}ColEX2</math>  <math>s_{2n}ColEX2</math> <math>e_{2n}ColEX2</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 6</b>  <math>s_{1p}ColIN2</math> <math>e_{1p}ColIN2</math>  <math>s_{2p}ColIN2</math> <math>e_{2p}ColIN2</math>  <math>s_{1n}ColIN2</math> <math>e_{1n}ColIN2</math>  <math>s_{2n}ColIN2</math> <math>e_{2n}ColIN2</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 7</b>  <math>s_{1p}BeamApp</math> <math>e_{1p}BeamApp</math>  <math>s_{2p}BeamApp</math> <math>e_{2p}BeamApp</math>  <math>s_{1n}BeamApp</math> <math>e_{1n}BeamApp</math>  <math>s_{2n}BeamApp</math> <math>e_{2n}BeamApp</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 9</b>  <math>s_{1p}BeamCam</math> <math>e_{1p}BeamCam</math>  <math>s_{2p}BeamCam</math> <math>e_{2p}BeamCam</math>  <math>s_{1n}BeamCam</math> <math>e_{1n}BeamCam</math>  <math>s_{2n}BeamCam</math> <math>e_{2n}BeamCam</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 9</b>  <math>s_{1p}BeamCam</math> <math>e_{1p}BeamCam</math>  <math>s_{2p}BeamCam</math> <math>e_{2p}BeamCam</math>  <math>s_{1n}BeamCam</math> <math>e_{1n}BeamCam</math>  <math>s_{2n}BeamCam</math> <math>e_{2n}BeamCam</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math> </p>	<p> <math>s_{2n}ColIN2</math> <math>e_{2n}ColIN2</math> <math>pinchX</math>  <math>pinchY</math> <math>damage1</math> <math>damage2</math>  <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 7</b>  <math>s_{1p}BeamApp</math> <math>e_{1p}BeamApp</math>  <math>s_{2p}BeamApp</math> <math>e_{2p}BeamApp</math>  <math>s_{1n}BeamApp</math> <math>e_{1n}BeamApp</math>  <math>s_{2n}BeamApp</math> <math>e_{2n}BeamApp</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial Hysteretic 9</b>  <math>s_{1p}BeamCam</math> <math>e_{1p}BeamCam</math>  <math>s_{2p}BeamCam</math> <math>e_{2p}BeamCam</math>  <math>s_{1n}BeamCam</math> <math>e_{1n}BeamCam</math>  <math>s_{2n}BeamCam</math> <math>e_{2n}BeamCam</math>  <math>pinchX</math> <math>pinchY</math> <math>damage1</math>  <math>damage2</math> <math>beta</math>  <b>uniaxialMaterial ElasticPP 10</b>  150000 0.35  <b>uniaxialMaterial ElasticPP 11</b>  150000 0.49 </p>
--	--

## Capitolo 4

### Analisi Dinamica Non Lineare

#### 4.1 Definizione Analisi Dinamica Incrementale (IDA)

L'analisi dinamica non lineare è un tipo di analisi in cui la struttura è sottoposta ad un evento sismico (naturale o artificiale) e rappresenta uno dei metodi più accurati per la valutazione della risposta strutturale.

Inoltre, essendo un'analisi evolutiva nel tempo, permette di comprendere i fenomeni dinamici che si innescano ed evolvono durante un sisma, divenendo così un'utile ed apprezzata analisi in campo sismico.

Questa è sicuramente una tipologia di analisi completa che consente di conoscere sollecitazioni e deformazioni delle parti strutturali nel tempo, ma risulta essere anche molto complessa, richiedendo così una particolare attenzione soprattutto nella progettazione pratica.

Sono due gli aspetti significativi a cui prestare attenzione: il primo risiede nella necessità di definizione di un insieme di accelerogrammi compatibili con il rischio sismico specifico del sito; il secondo invece risiede nel fatto che un'analisi dinamica non lineare risulta essere onerosa a livello computazionale, quindi, è necessaria l'individuazione di un modello che sia in grado di descrivere il comportamento post-elastico sotto carichi ciclici e la conseguente dissipazione di energia.

Uno degli obiettivi di questa tesi è di indagare il comportamento dinamico di una struttura a diversi livelli di intensità sismica.

Per far ciò è stata utilizzata *l'Analisi Dinamica Incrementale IDA*, presentata da D. Vamvatsikos e C.A. Cornell, metodologia parametrica iterativa d'indagine strutturale, la quale sancisce l'opportunità di valutare, con appropriata accuratezza, propria di un'analisi dinamica non lineare, il comportamento intrinseco della struttura sotto carichi sismici.

Un'analisi di questo tipo ha offerto, rispetto a una singola analisi dinamica non lineare, il vantaggio di indagare la performance strutturale a differenti livelli d'intensità, scalando un accelerogramma in maniera crescente, sino a raggiungere il collasso della struttura o un prefissato livello di deformazione o spostamento.

Quindi, ci ha permesso di osservare l'evoluzione del comportamento strutturale dell'edificio al crescere della forzante sismica.

Si è compreso in che modo la struttura raggiunge la crisi, il tipo di crisi, l'individuazione delle debolezze strutturali e la formazione di cerniere plastiche e altro ancora.

Sono state ottenute una serie di curve IDA parametrizzate con il livello di intensità sismica e messe in relazione con un parametro di risposta sismica che in questa tesi risulta essere l'Interstory Drift, ovvero lo *Spostamento Massimo Di Interpiano*.

L'analisi è stata svolta in termini di:

- PGA (Peak Ground Acceleration): accelerazione massima al suolo;
- PSA (Peak Spectral Acceleration) accelerazione calcolata sullo spettro dell'accelerogramma.

Entrambi gli accelerogrammi sono stati scalati, in particolare il primo in funzione del suo picco, il secondo andando a prendere il valore di PSA misurato nello spettro di risposta del singolo accelerogramma in corrispondenza del periodo proprio della struttura oggetto di studio.

Di solito, se le strutture rispondono vicino all'ambito elastico, e quindi pseudo-elastico, vuol dire che lo spettro elastico è rappresentativo del comportamento della struttura e l'analisi in termini di PSA dovrebbe dare minore dispersione rispetto alla PGA.

Dai risultati ottenuti dalle analisi è stato notato, che in condizioni di collasso, impostato per un valore di Interstory Drift del 5%, i risultati in termini di PSA, per ogni legame costitutivo scelto, sono più raccolti rispetto a quelli in termini di PGA. Questa dispersione è legata alla variabilità dell'input sismico, detta "record to record variability".

Per effettuare l'analisi IDA sono stati utilizzati i trenta accelerogrammi introdotti nel secondo capitolo.

Il sisma utilizzato è monodimensionale, quindi, agirà solo secondo una direzione di ingresso. Inoltre la componente verticale del sisma è stata trascurata in quanto la normativa sostiene che va tenuto in conto solo in certe circostanze ed essendo la struttura regolare, il trascurarlo non comporta alcuna perdita di informazioni significative.

Per effettuare l'analisi è necessario che lo spettro medio dei trenta accelerogrammi rimanga intorno allo spettro di riferimento fissato.

#### Procedimento Costruzione Curve IDA:

- Adimensionalizzazione dell'accelerogramma: si divide per la sua PGA o PSA diventando un accelerogramma che ha un'accelerazione di picco che sarà 1,0g;
- Definizione del valore di amplificazione iniziale, in termini di PGA e PSA, da cui far partire l'analisi rispetto al valore di picco adimensionalizzato: 5/100 di g
- Questo valore iniziale verrà scalato per un coefficiente di amplificazione  $\alpha$  fino ad arrivare alla condizione di collasso della struttura. Più fitto è il passo di analisi, più preciso sarà il grafico della curva IDA.

Nasce però un il problema che una discretizzazione troppo fitta rende lo studio troppo oneroso dal punto di vista computazionale, mentre la scelta di un passo poco fitto genera una curva descritta da punti molto radi e quindi troppo grezza.

Quindi, per ogni passo di analisi si è incrementato dello 0,005g.

Eseguendo un'analisi time history per il primo accelerogramma, si ricavano i valori di interstory drift per ogni passo di amplificazione di PGA e PSA fino al collasso. L'interpolazione di questi punti permette di ricavare la curva IDA per il primo accelerogramma. Questo procedimento si ripete per tutti e 30 gli accelerogrammi e per ogni legame costitutivo, ovviamente nelle tre diverse modalità di collasso. Da notare che per le analisi con degrado sono state considerate due differenti percentuali di degradazione (65% e 85%).

Ricapitolando, sono state condotte le seguenti analisi IDA, mediante software di calcolo OpenSees:

Tipo di Degradazione	% Degrad.	Tipo di Analisi	
		PSA	PGA
No Degradazione - Base	/	■	■
In-Cycle Degradation	65%	■	■
	85%	■	■
Cyclic Degradation	65%	■	■
	85%	■	■
Unloading Stiffness Degra.	65%	■	■
	85%	■	■
Pinching Degradation	65%	■	■
	85%	■	■
Mix Degradation	65%	■	■
	85%	■	■
	<b>Collapse Mode 1</b>	<b>11</b>	<b>11</b>
	<b>Collapse Mode 2</b>	<b>11</b>	<b>11</b>
	<b>Collapse Mode 3</b>	<b>11</b>	<b>11</b>
<b>TOTALE</b>	<b>66 Analisi =</b>	<b>33</b>	<b>33</b>

Di seguito si riportano i risultati ottenuti dall'analisi IDA.

In ogni grafico sono stati riportati, oltre alle curve ida dei 30 accelerogrammi, anche la Media (50%) e la misura della Dispersione come differenza fra i due frattili al 16% e 84%, in particolare, la figura illustra la massima variazione nel caso in cui ai parametri siano assegnati rispettivamente i valori al 16% e 84% frattile, con i quali si ottiene rispettivamente la minima o massima dissipazione. Notare come ogni coppia di grafici si differenzia per la percentuale di degradazione (sx 65% - dx 85%) prevista. Le curve IDA con degradazione di tipo intenso (65%) risultano avere un andamento più schiacciato rispetto alla degradazione di tipo moderato (85%).



*1° Modalità di Collasso - PGA*

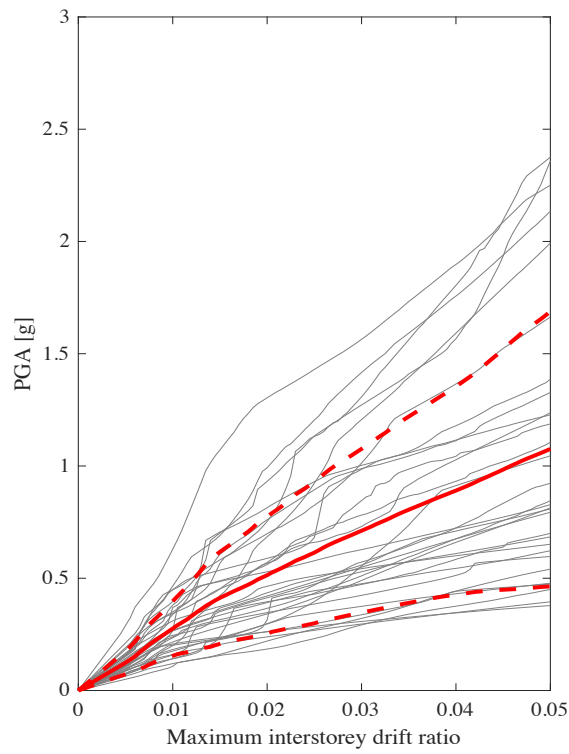


Figura 22 - Analisi Base No Degradation

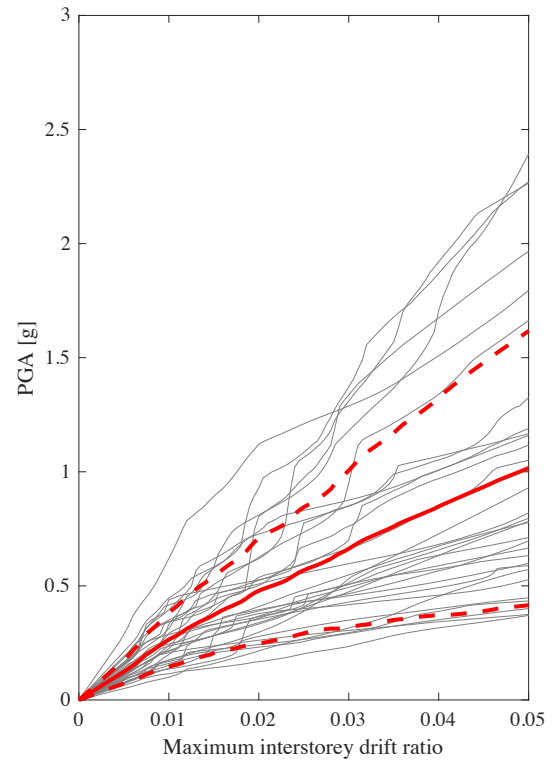
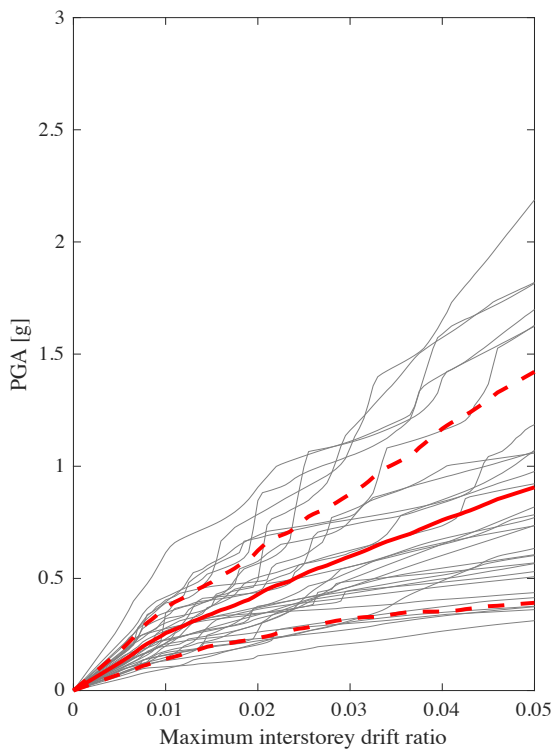


Figura 22 - In-Cycle Strength Degradation 65% - 85%

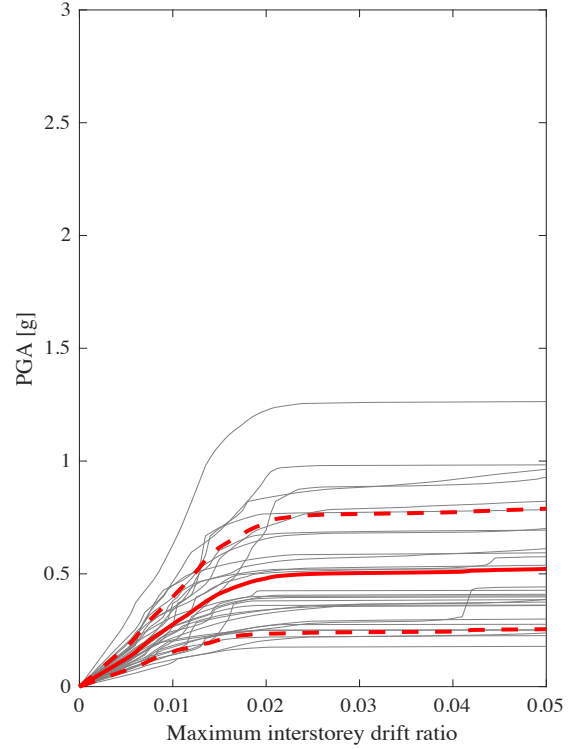
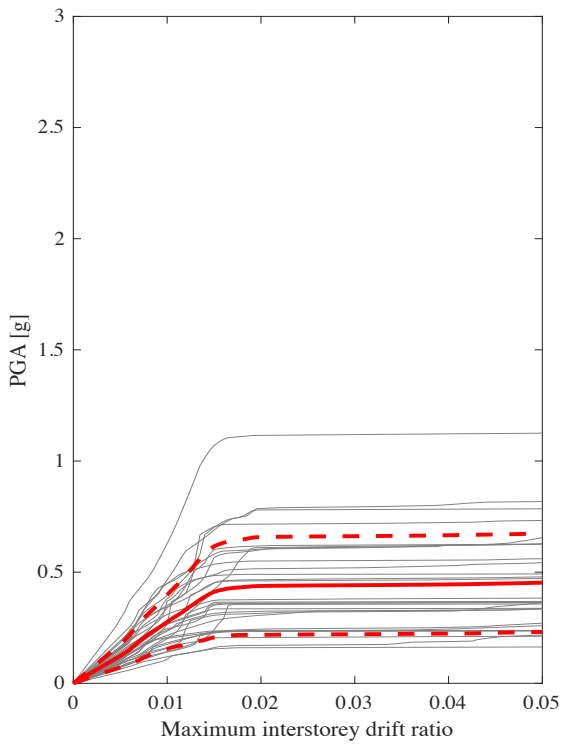


Figura 24 - Cyclic Strength Degradation 65% - 85%

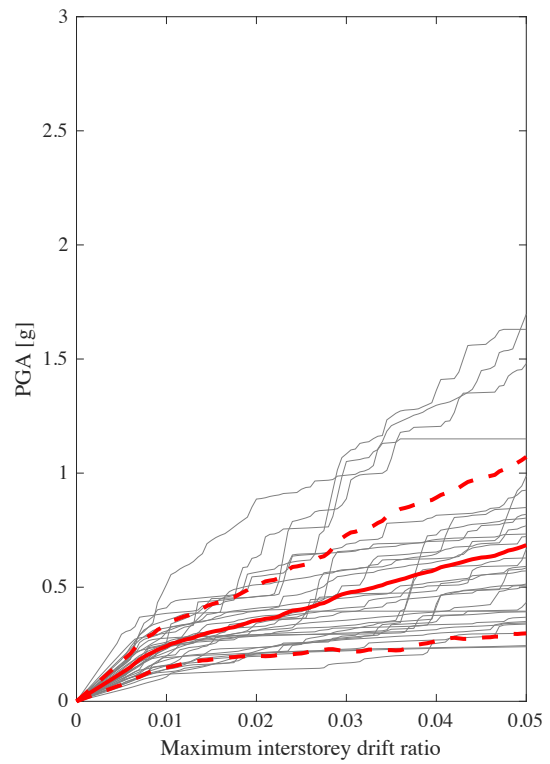
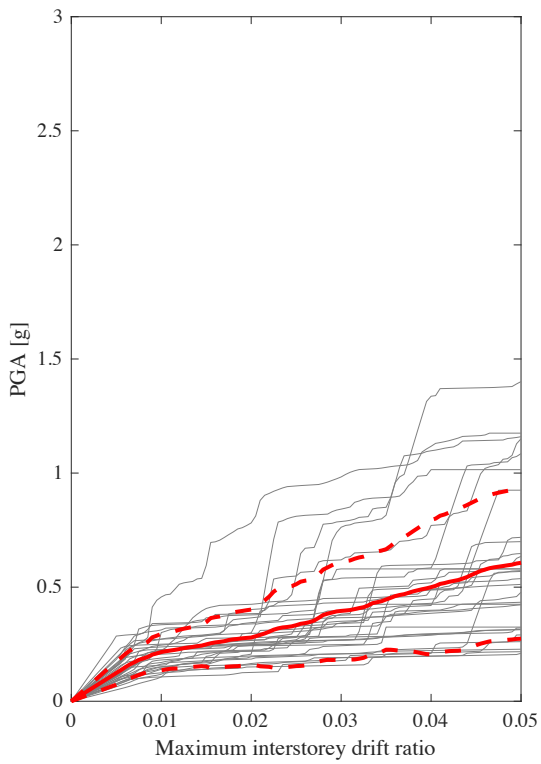


Figura 24 - Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%

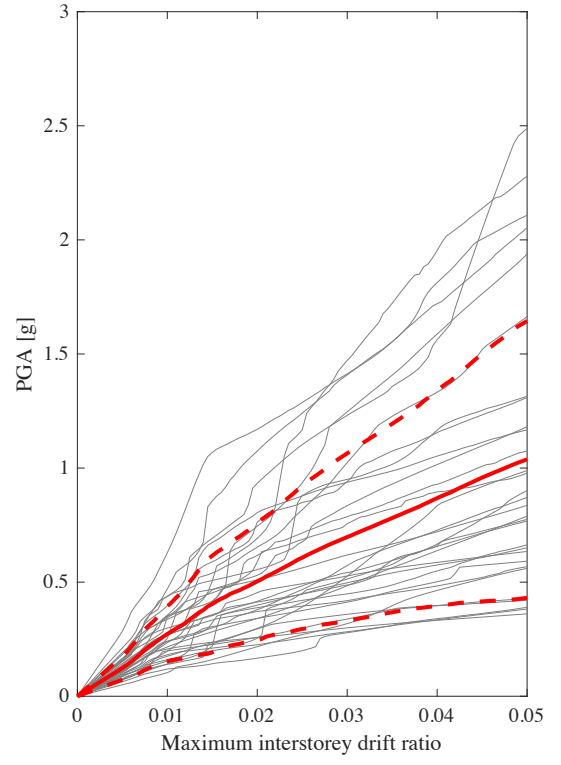
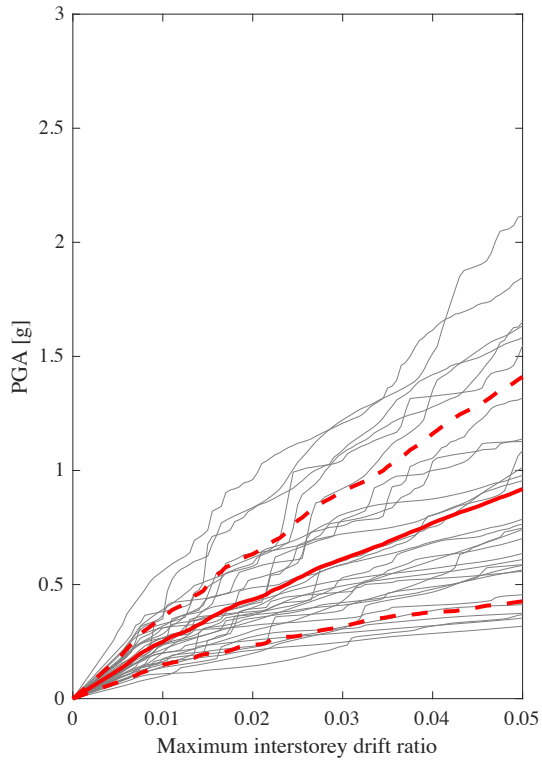


Figura 26 - Pinching Degradation 65% - 85%

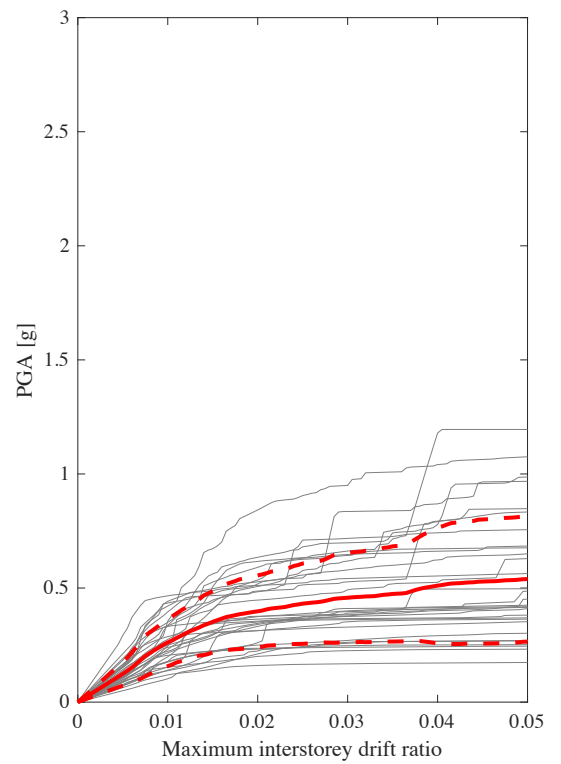
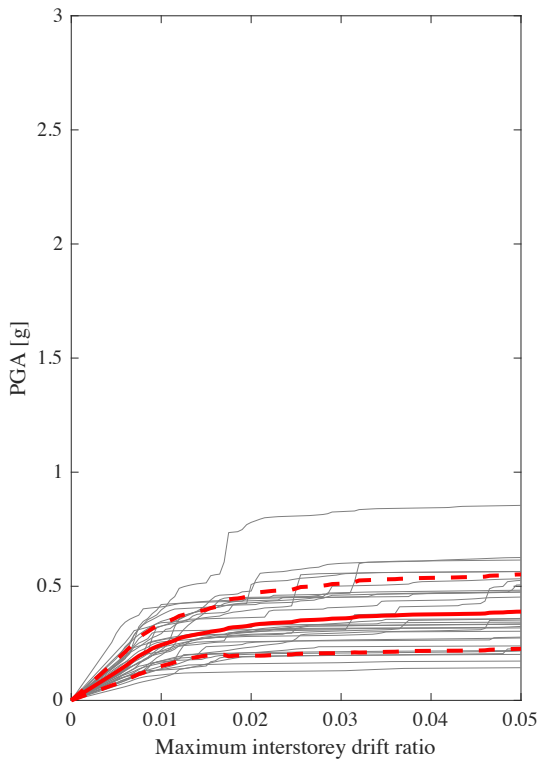


Figura 26 - Mix Degradation 65% - 85%

1° Modalità di Collasso – PSA

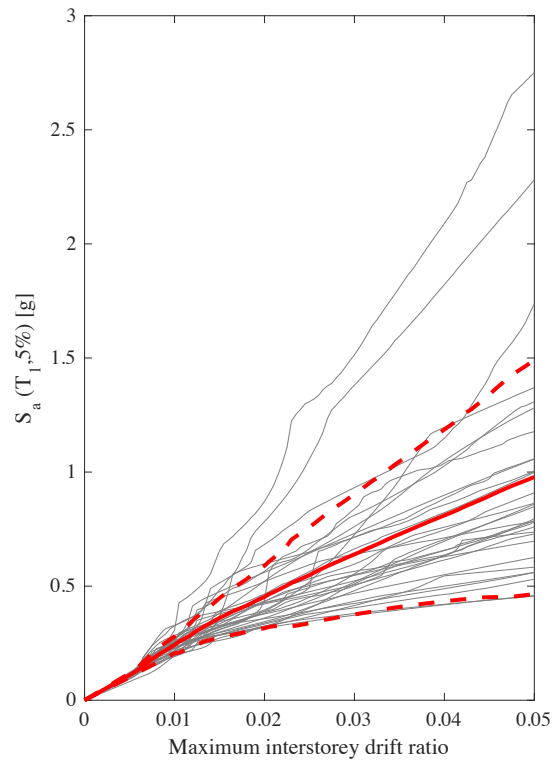


Figura 28 - Analisi Base No Degradation

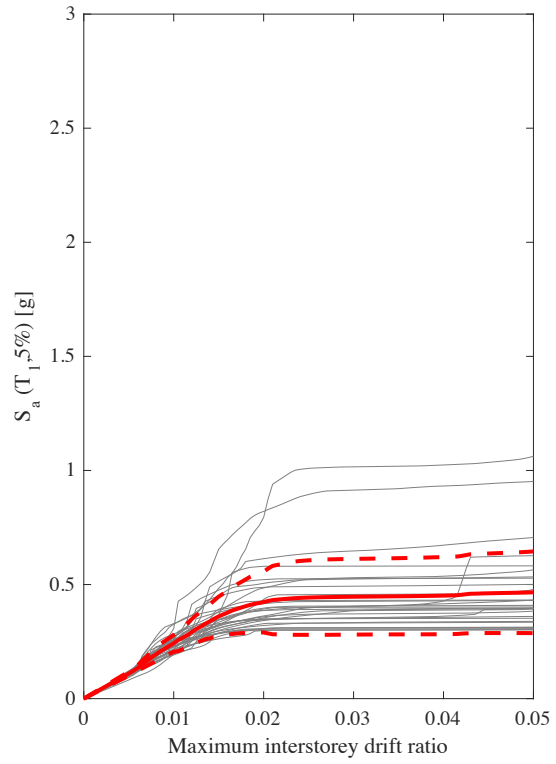
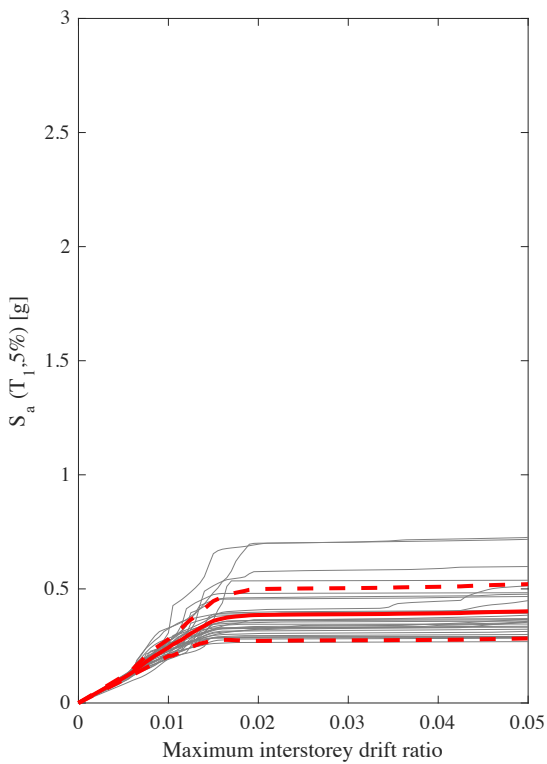


Figura 27 - In-Cycle Strength Degradation 65% - 85%

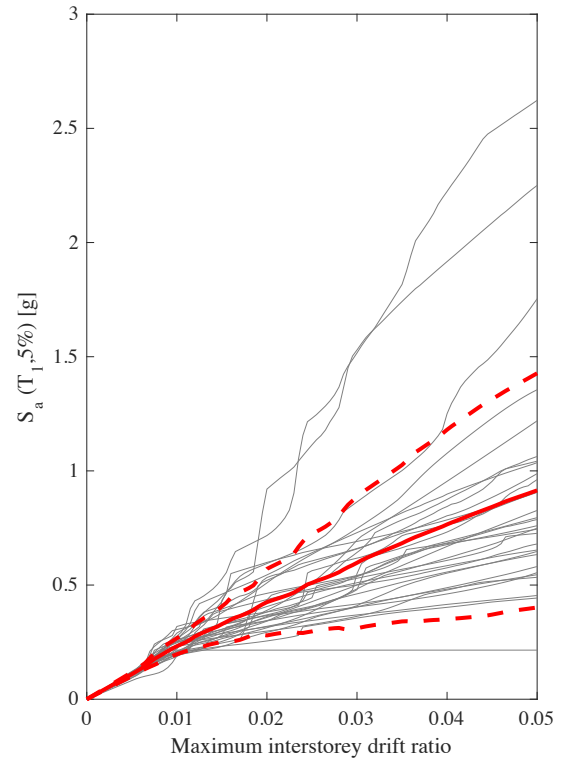
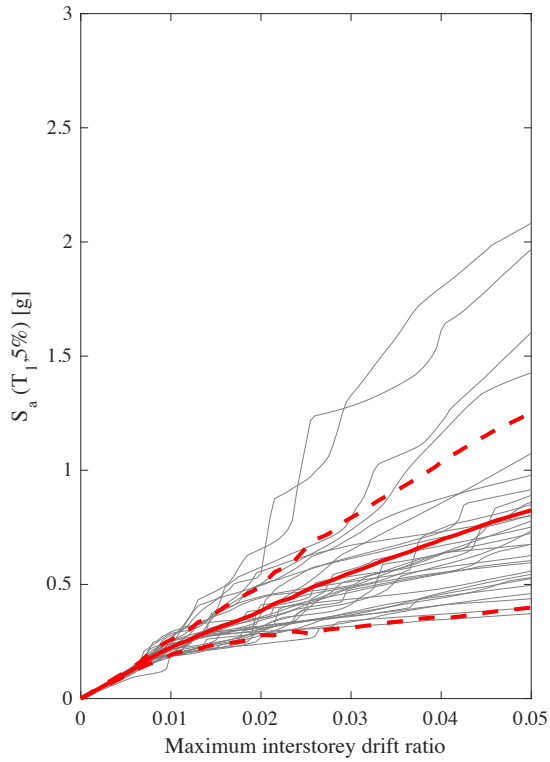


Figura 30 - Cyclic Strength Degradation 65% - 85%

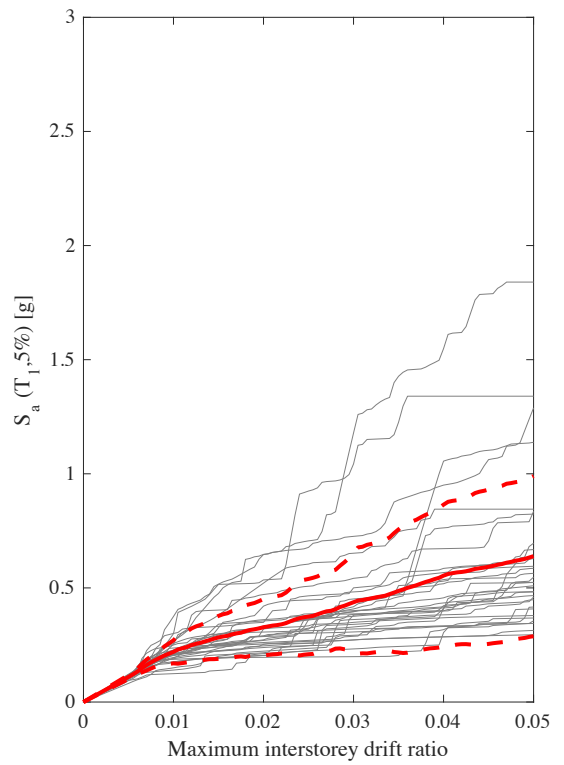
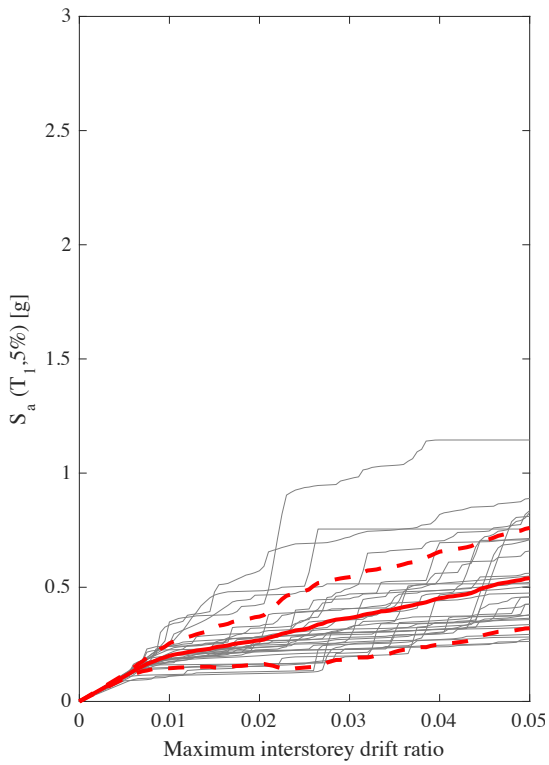


Figura 29 - Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%

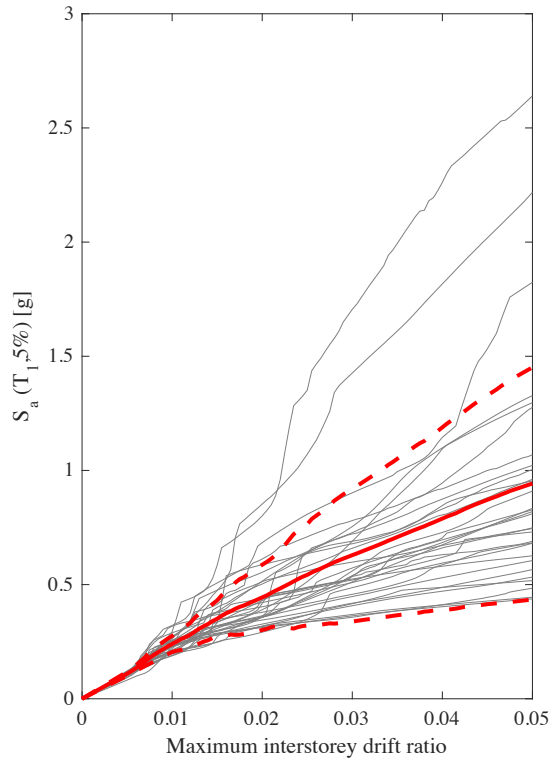
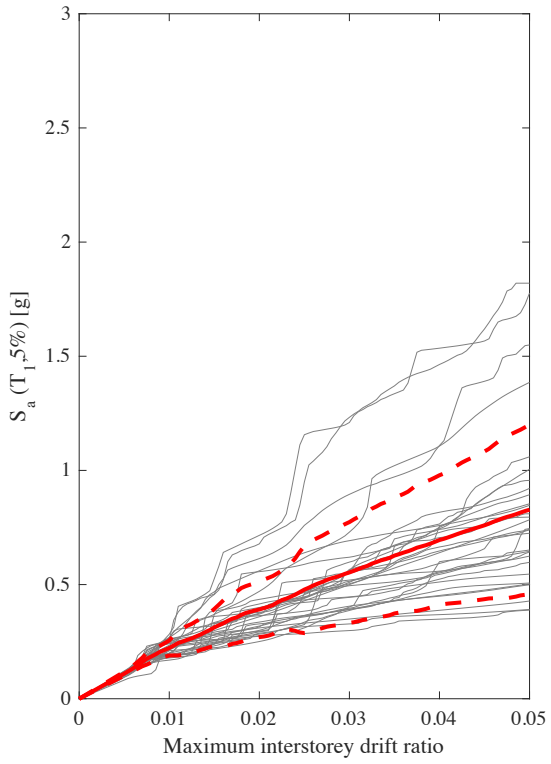


Figura 32 - Pinching Degradation 65% - 85%

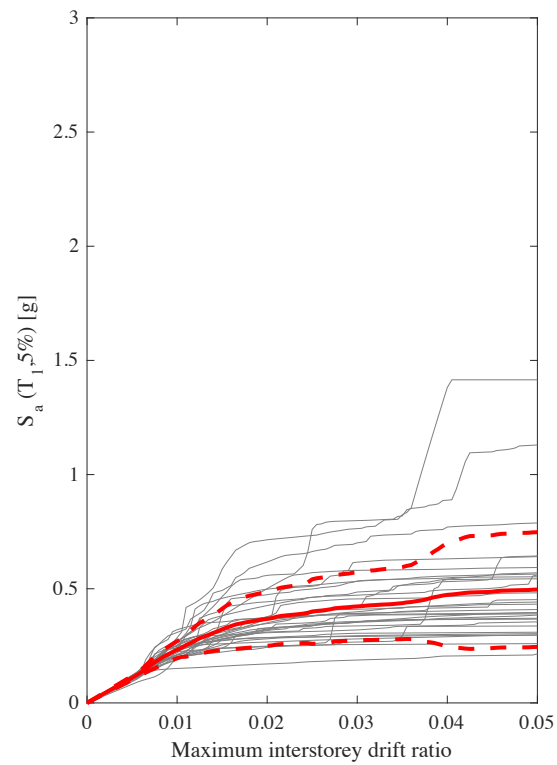
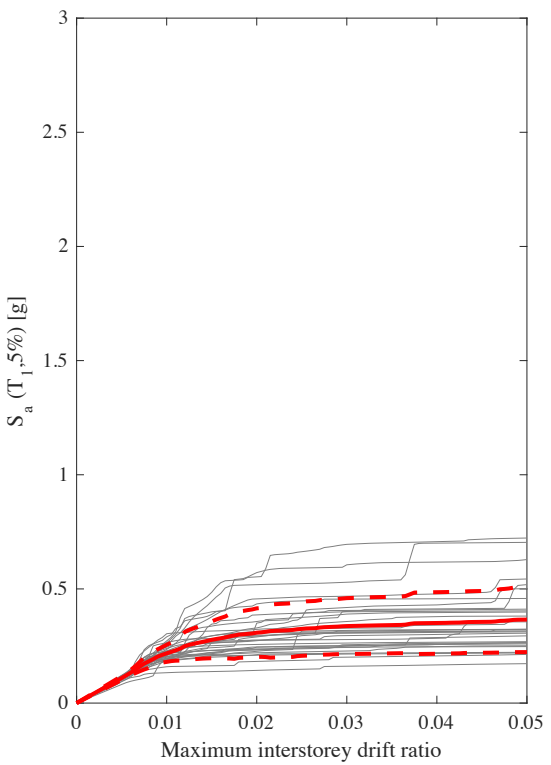


Figura 31 - Mix Degradation 65% - 85%

*2° Modalità di Collasso - PGA*

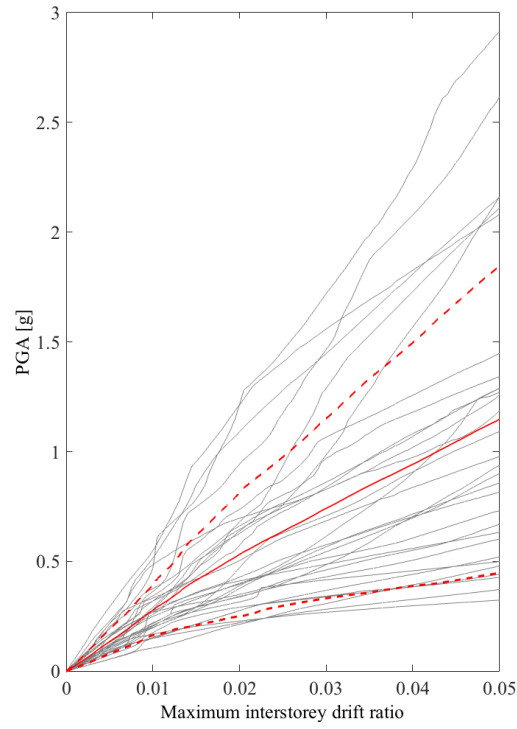


Figura 34 - Analisi Base No Degradation

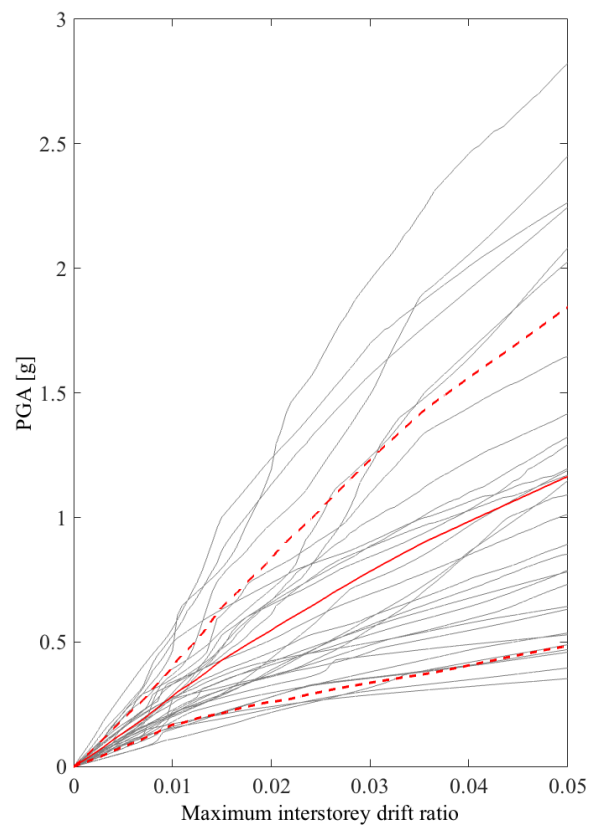
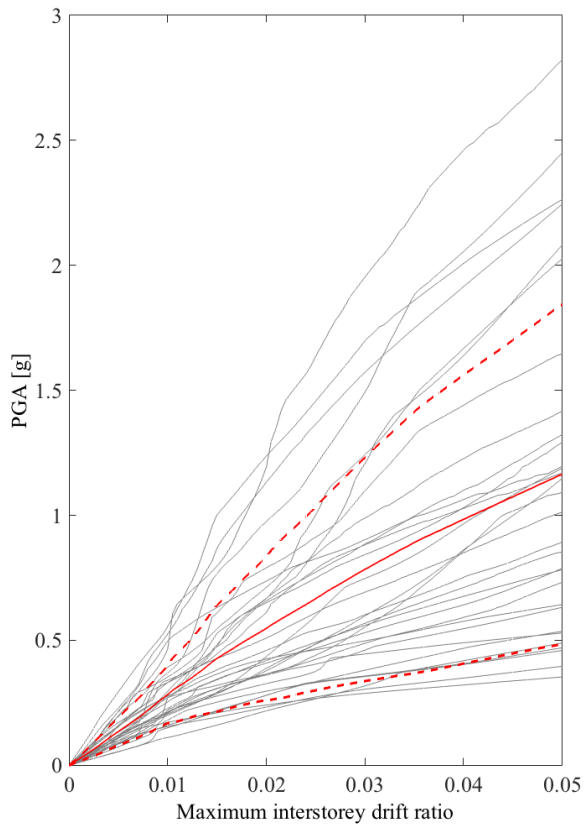


Figura 34 - In-Cycle Strength Degradation 65% - 85%

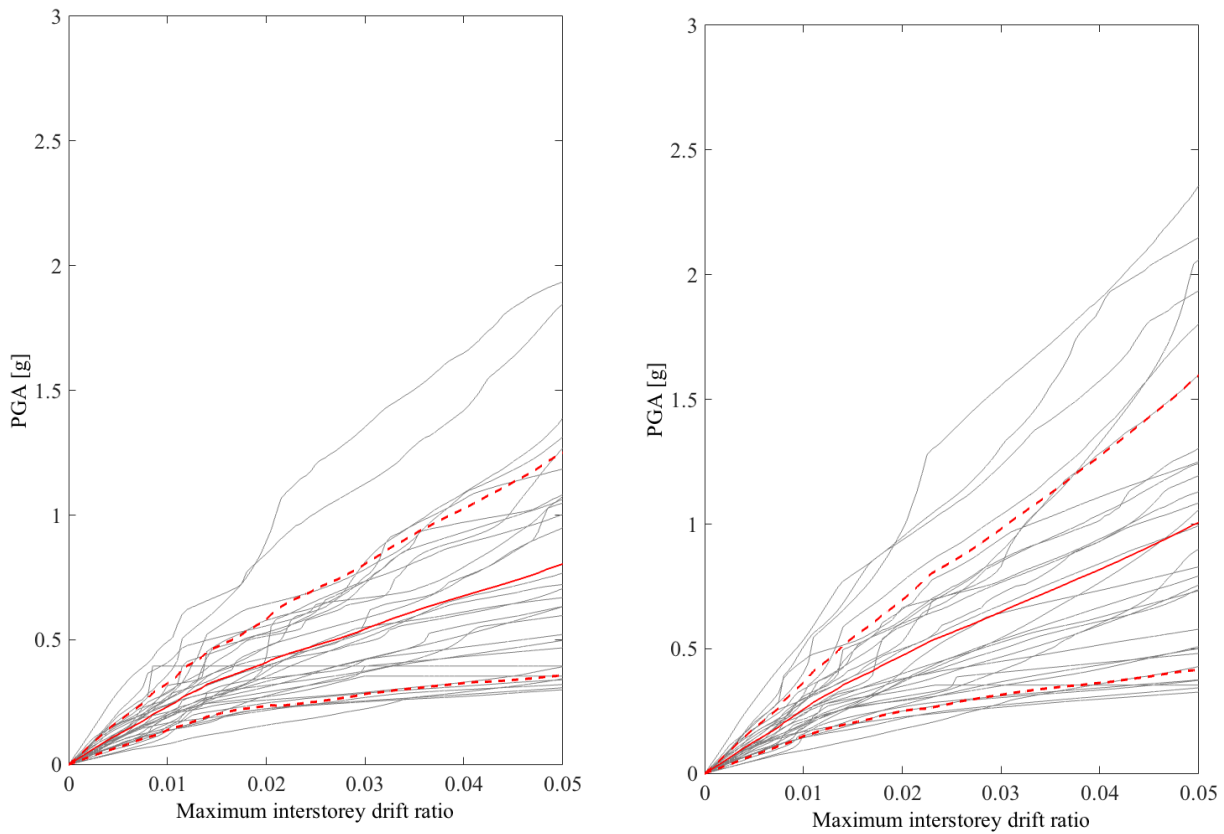


Figura 36 – Cyclic Strength Degradation 65% - 85%

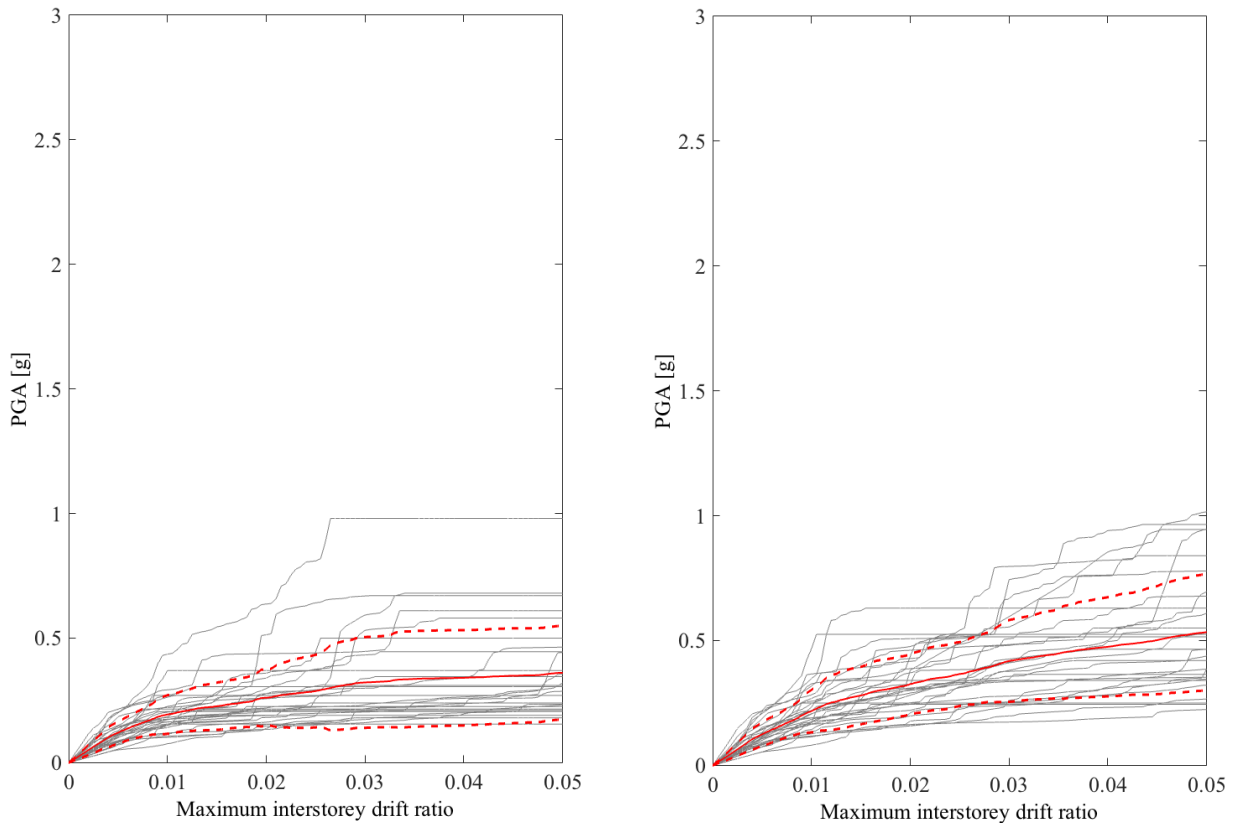


Figura 36 – Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%



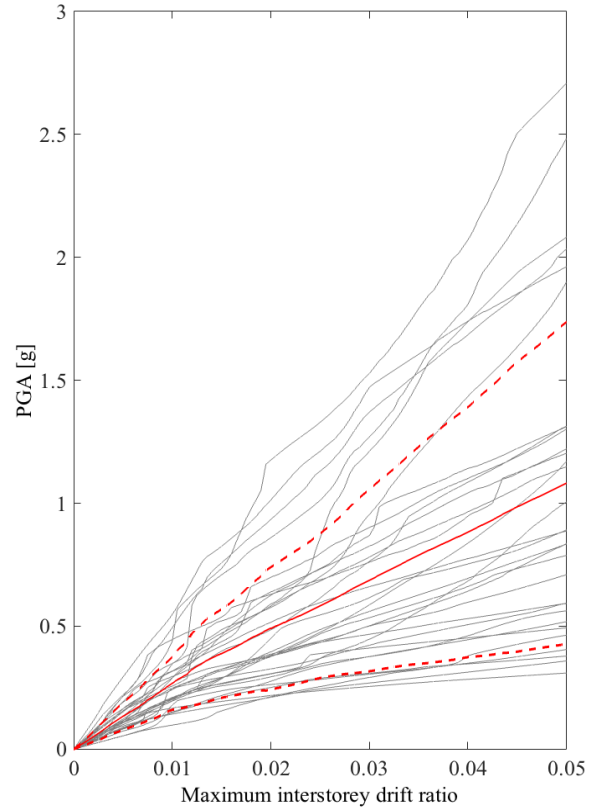
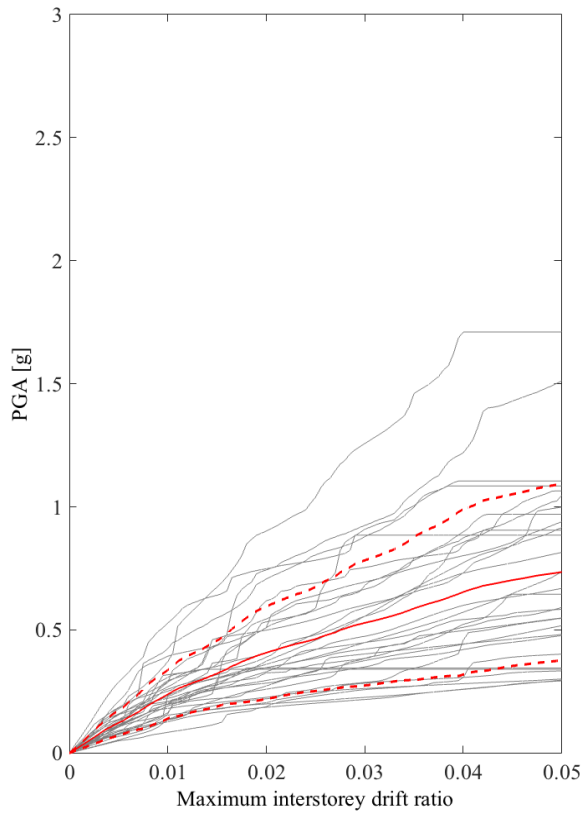


Figura 37 - Pinching Degradation 65% - 85%

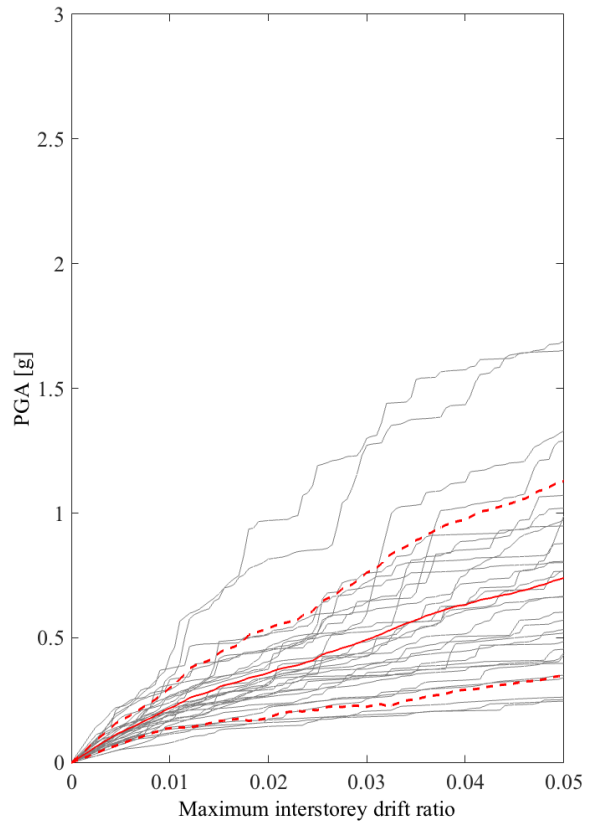
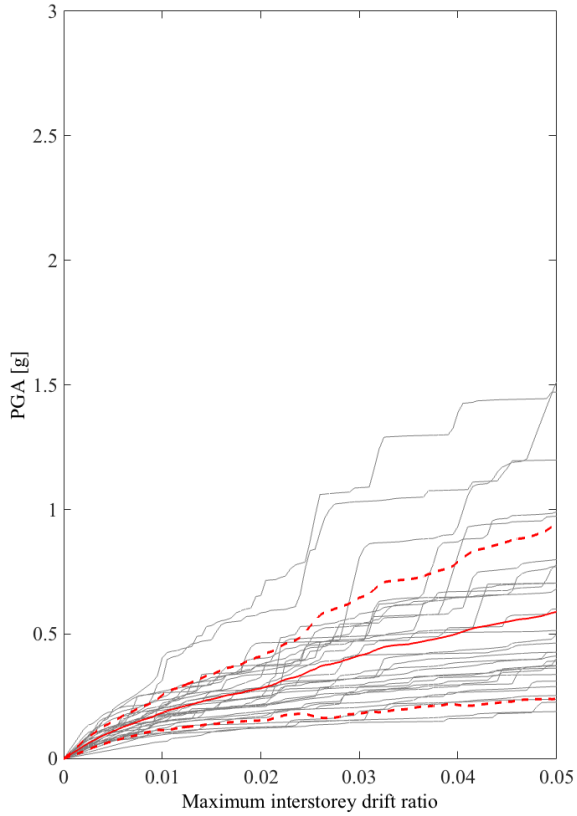


Figura 38 - Mix Degradation 65% - 85%

2° Modalità di Collasso - PSA

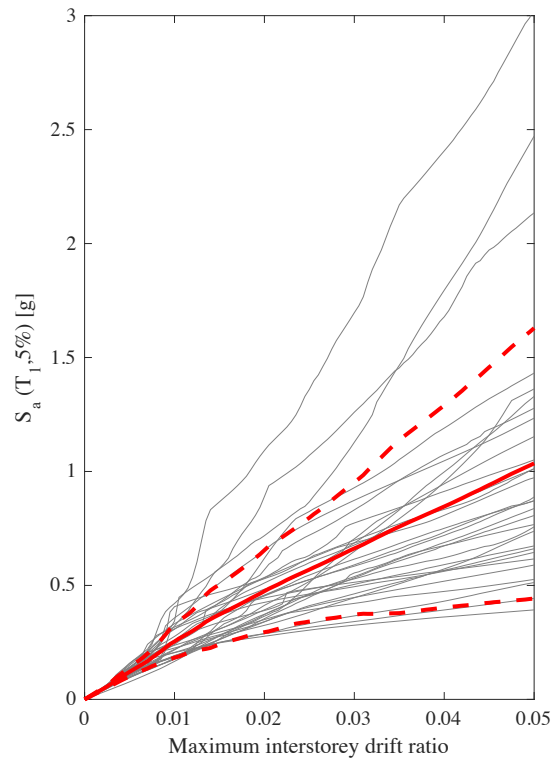


Figura 39 – Analisi Base No Degradation

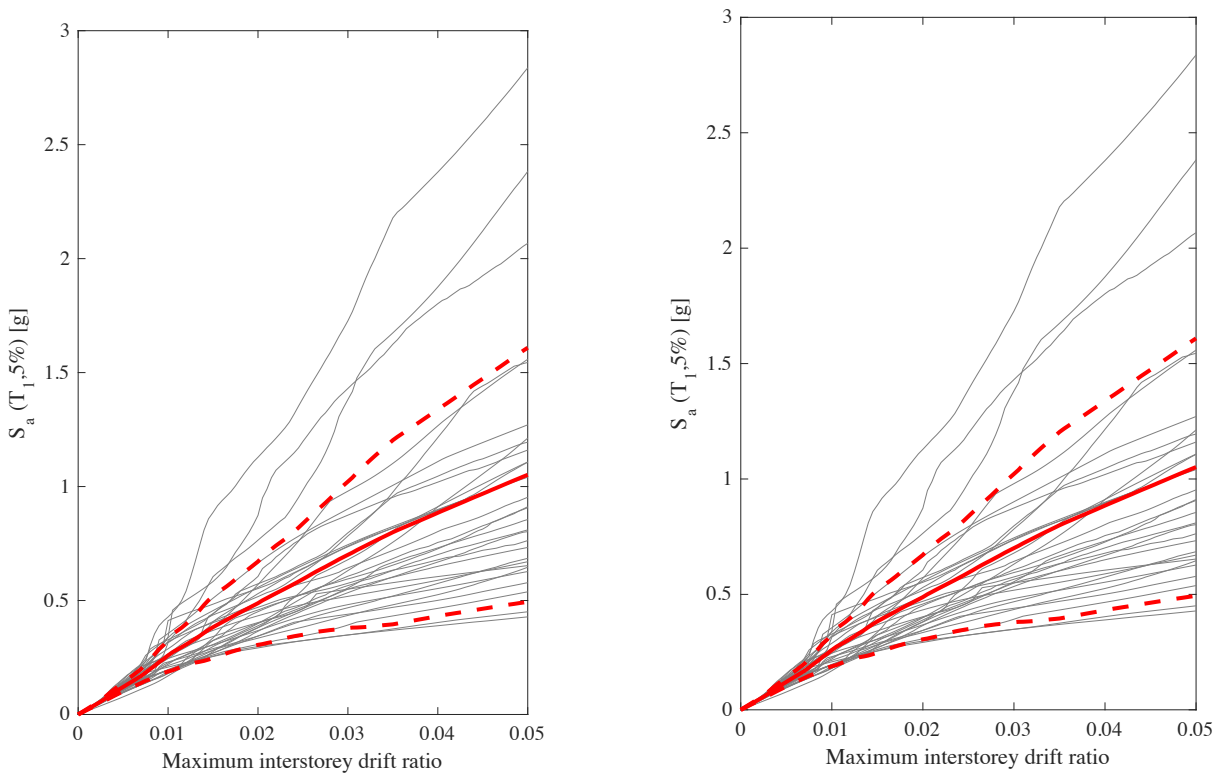


Figura 40 – In-Cycle Degradation 65% - 85%

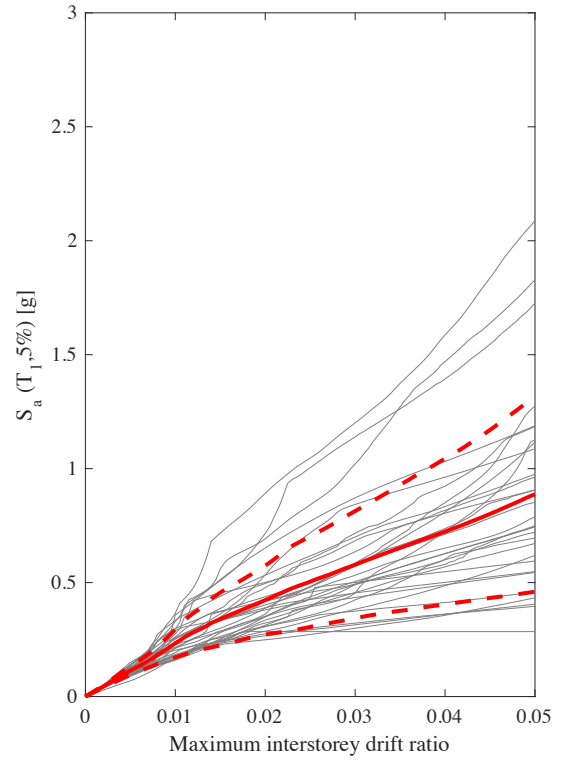
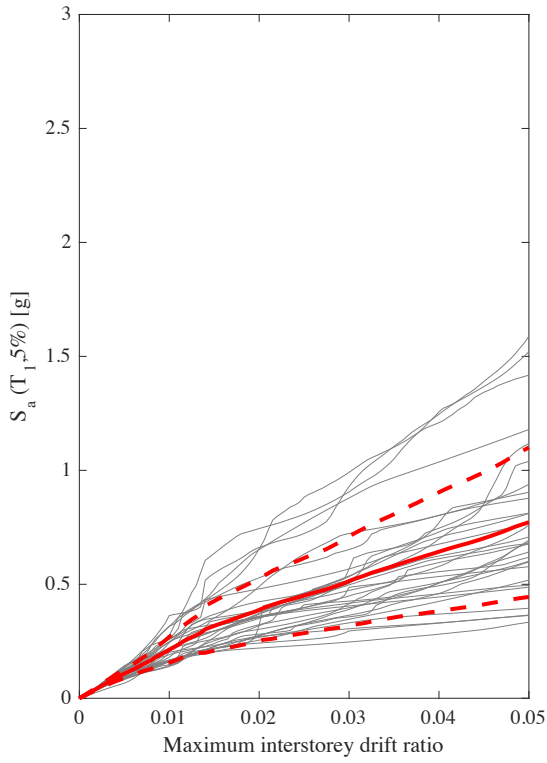


Figura 41 – Cyclic Strength Degradation 65% - 85%

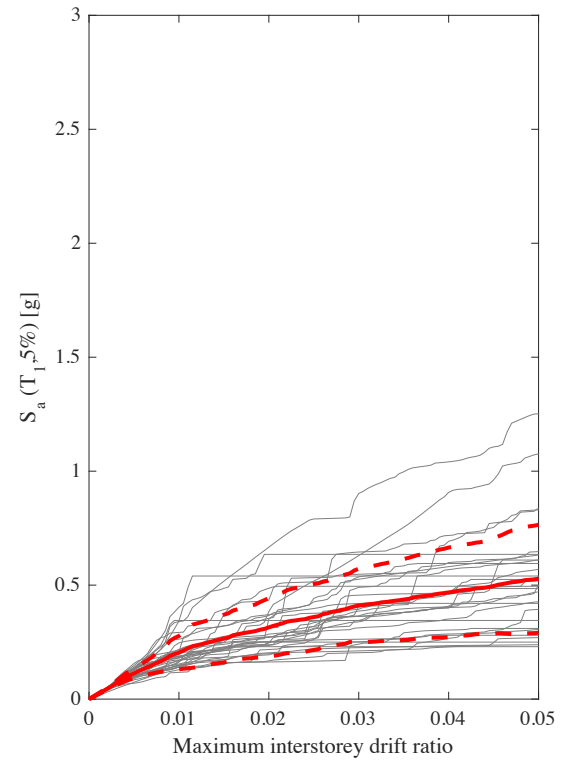
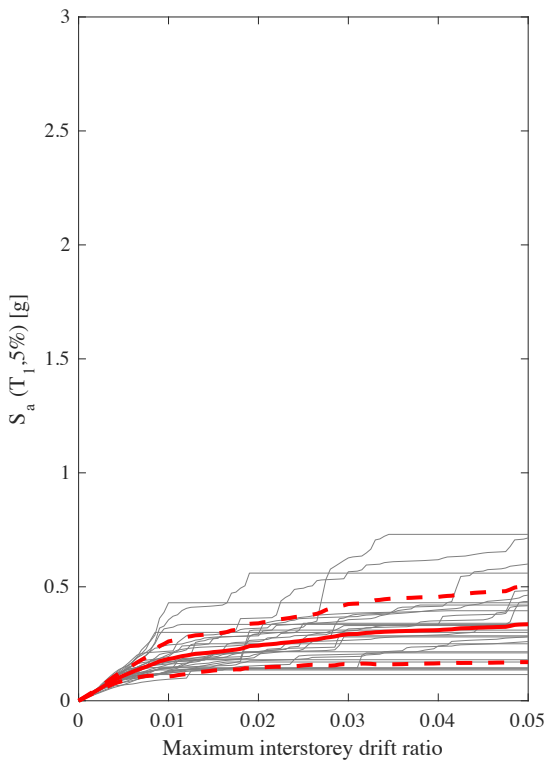


Figura 42 – Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%

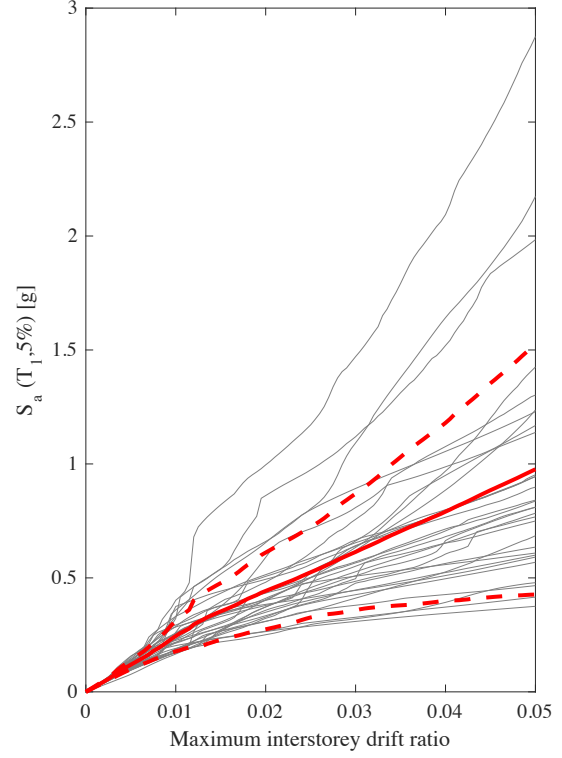
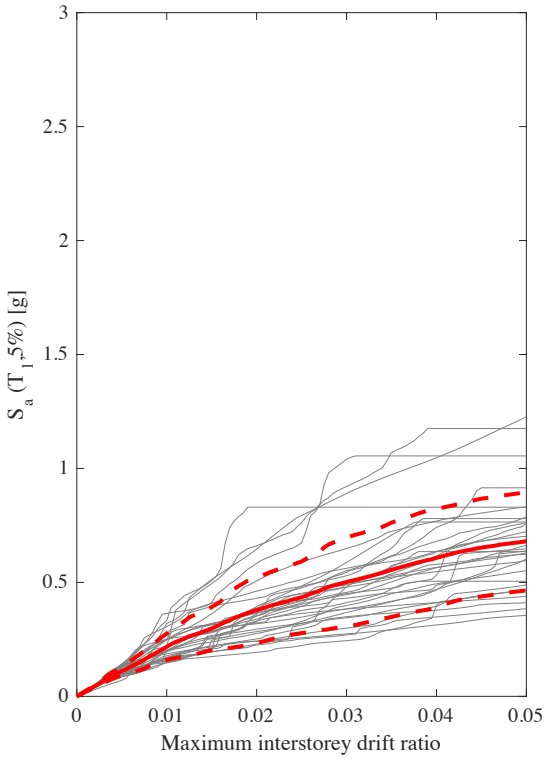


Figura 43 – Pinching Degradation 65% - 85%

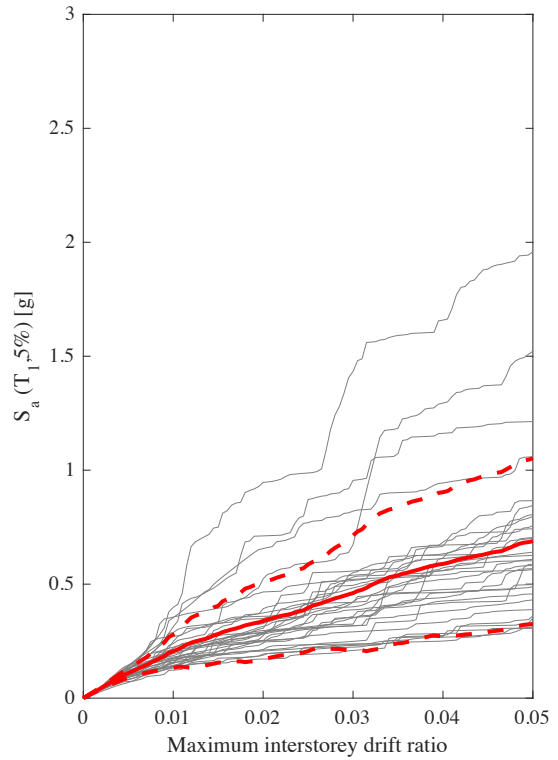
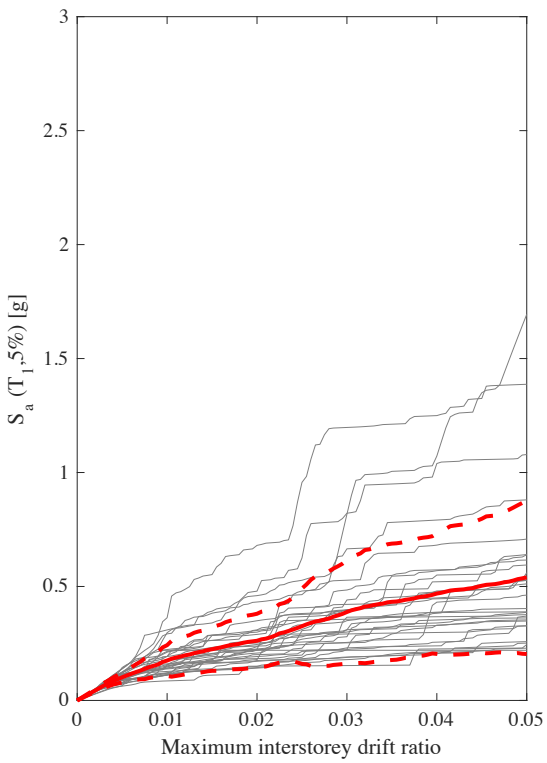


Figura 44 - Mix Degradation 65% - 85%

3° Modalità di Collasso - PGA

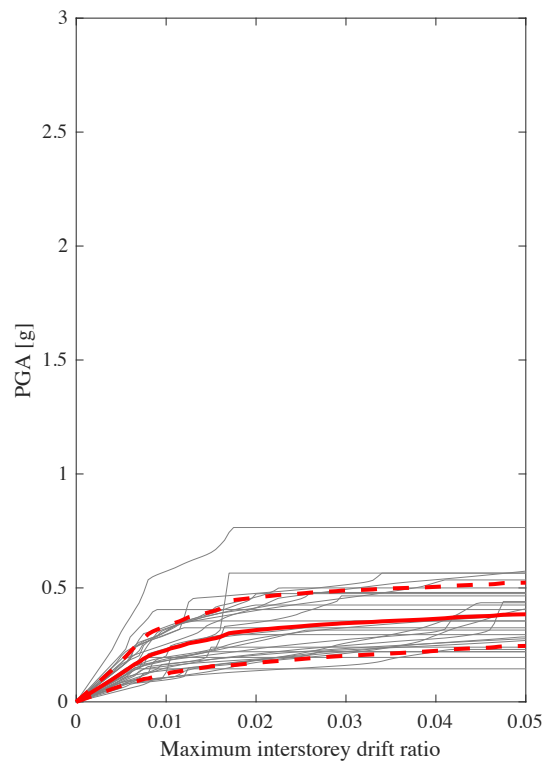


Figura 45 - Analisi Base No Degradation

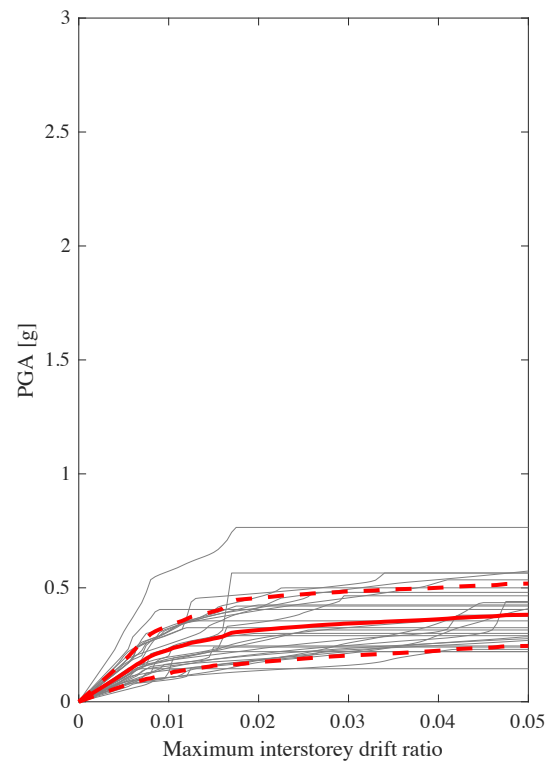
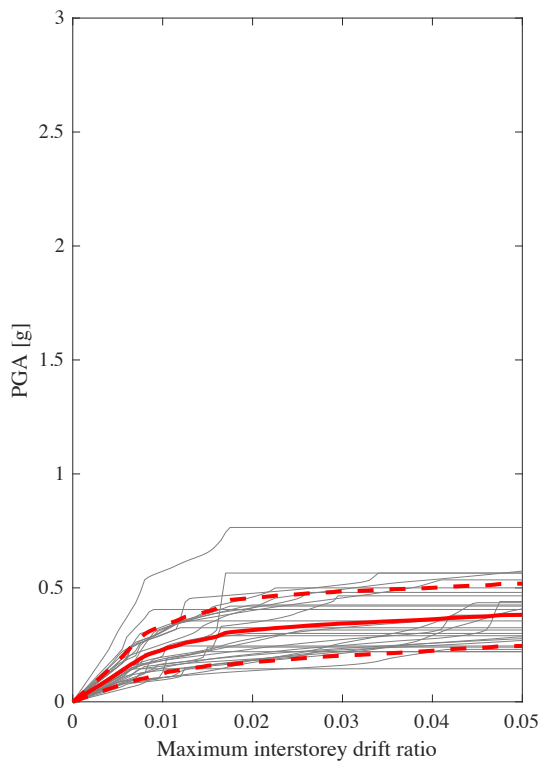


Figura 46 - In-Cycle Degradation 65% - 85%

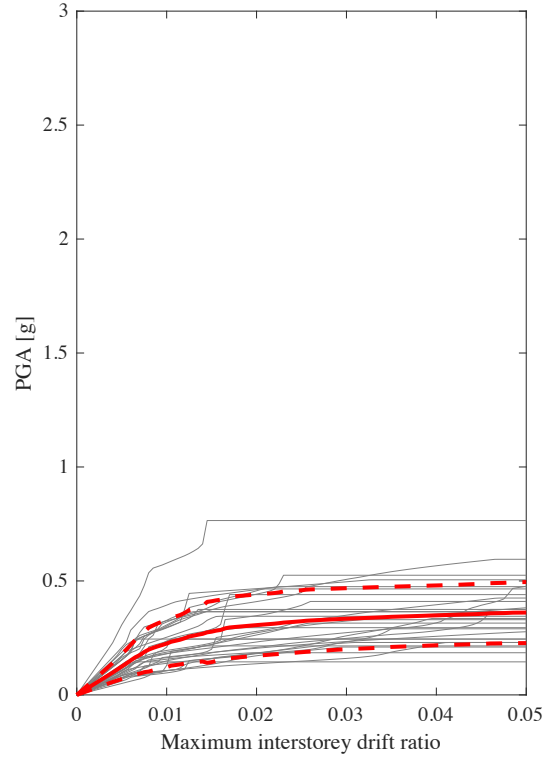
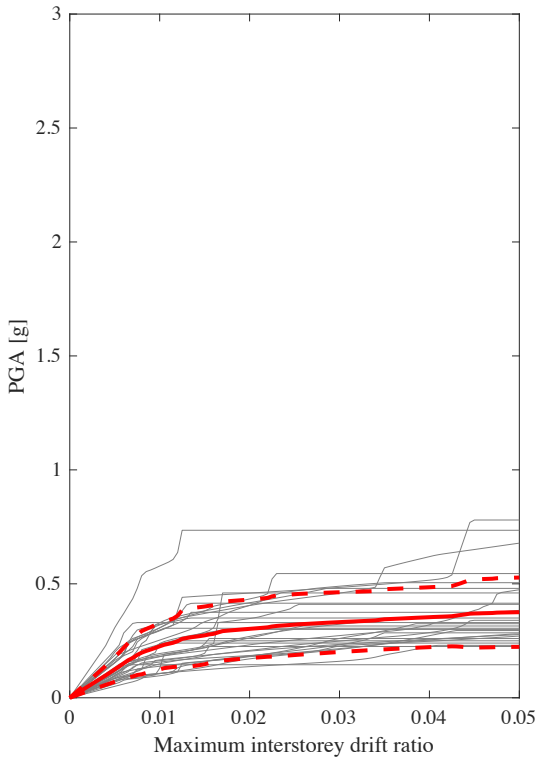


Figura 47 - Cycle Strength Degradation 65% - 85%

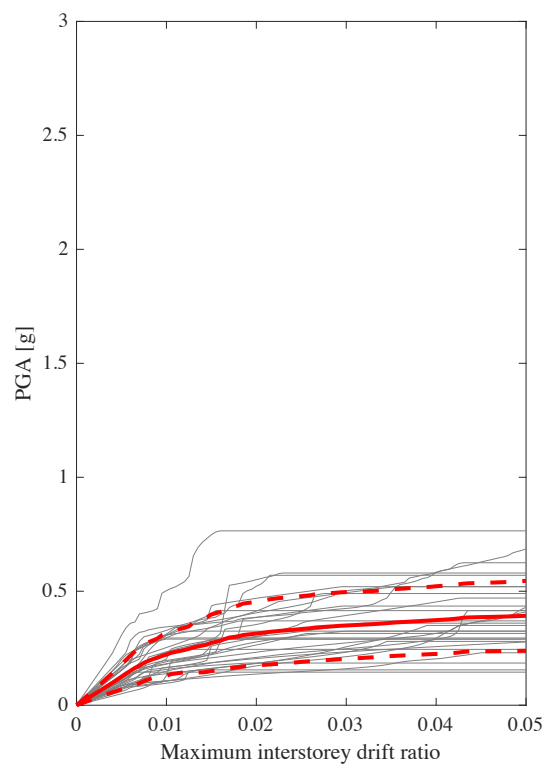
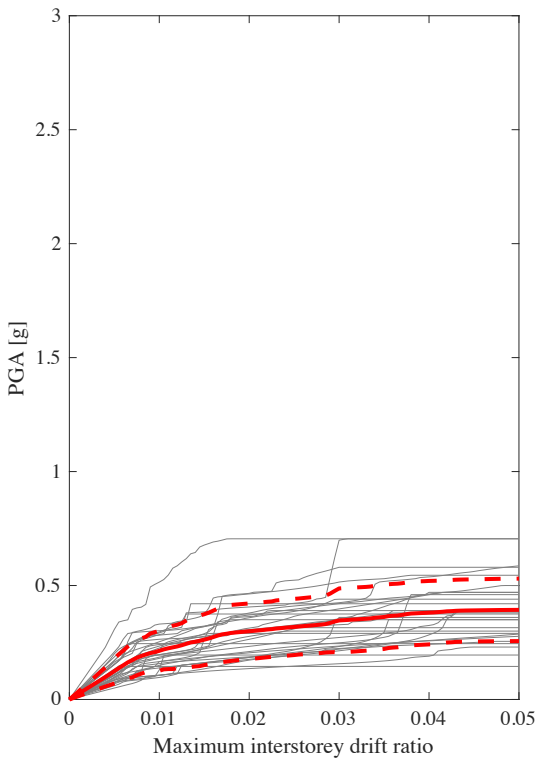


Figura 48 - Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%

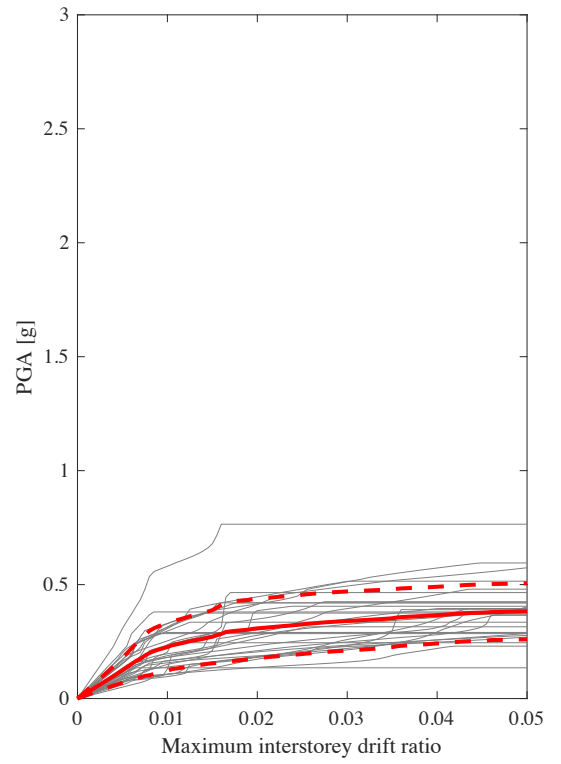
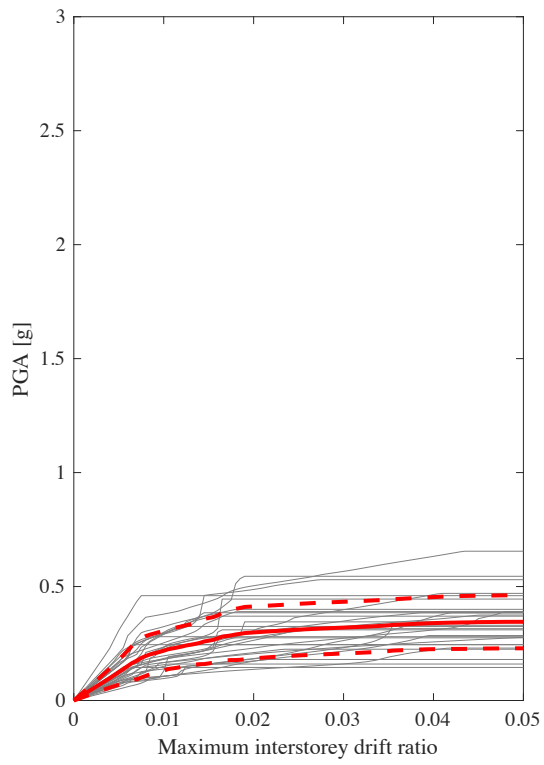


Figura 49 - Pinching Degradation 65% - 85%

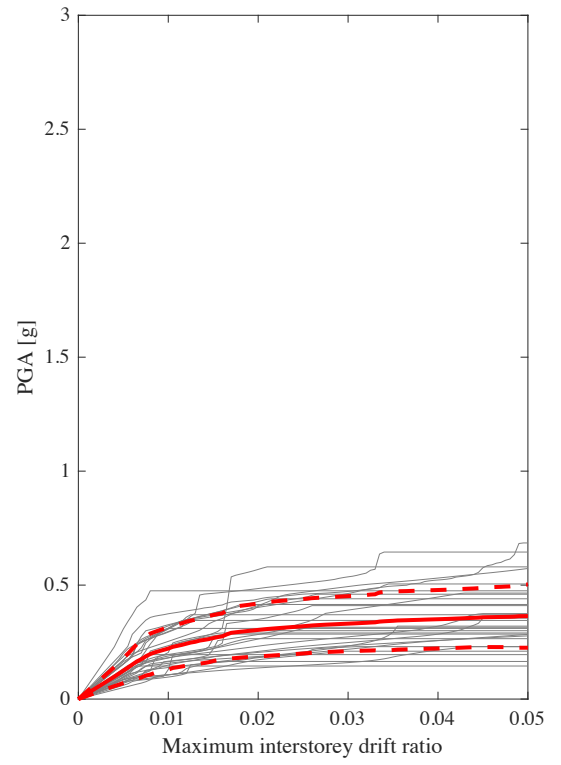
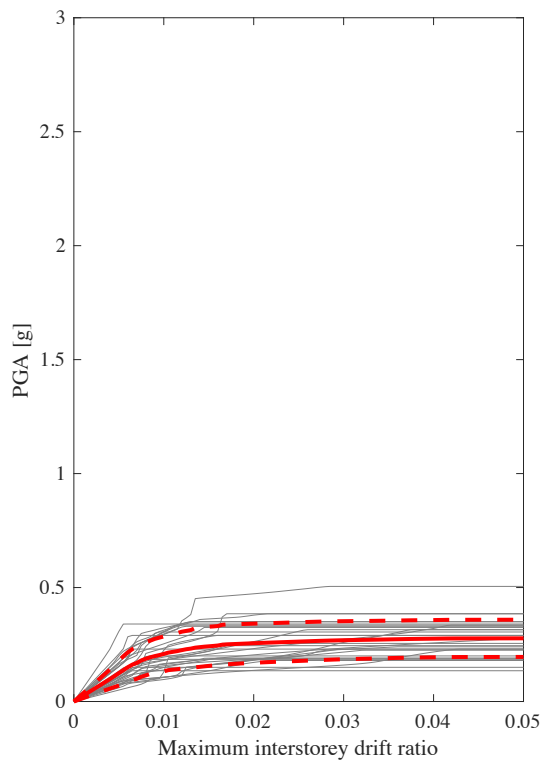


Figura 50 - Mix Degradation 65% - 85%

3° Modalità di Collasso - PSA

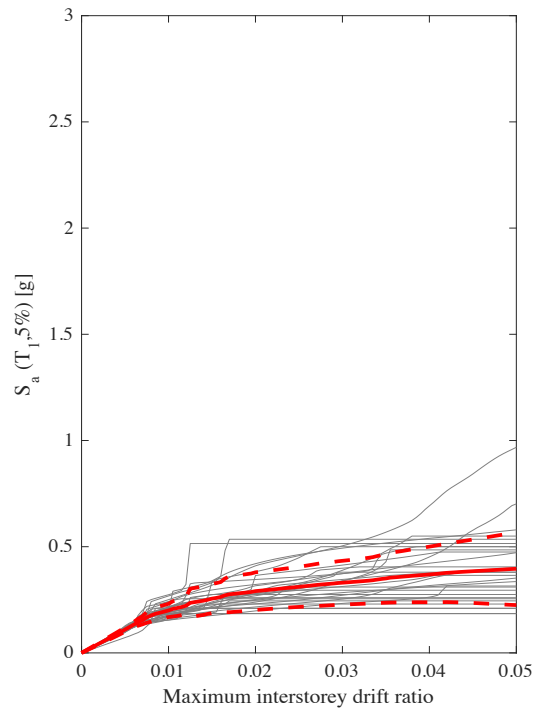


Figura 51 - Analisi Base No Degradation

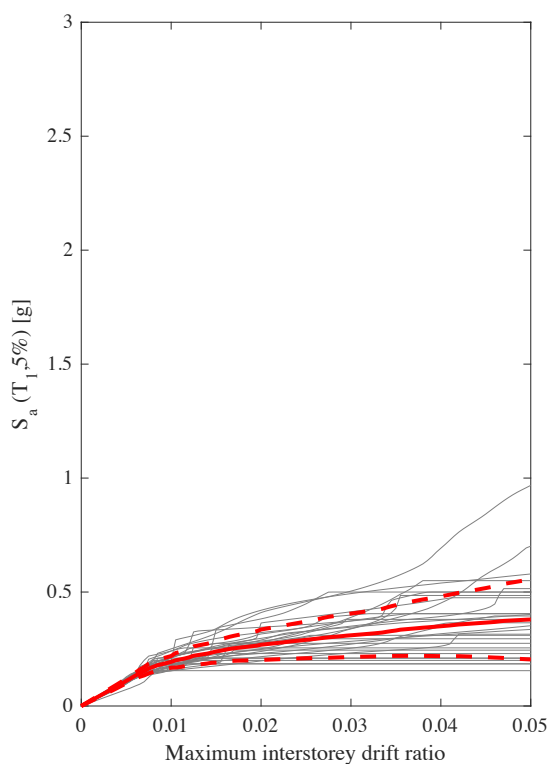
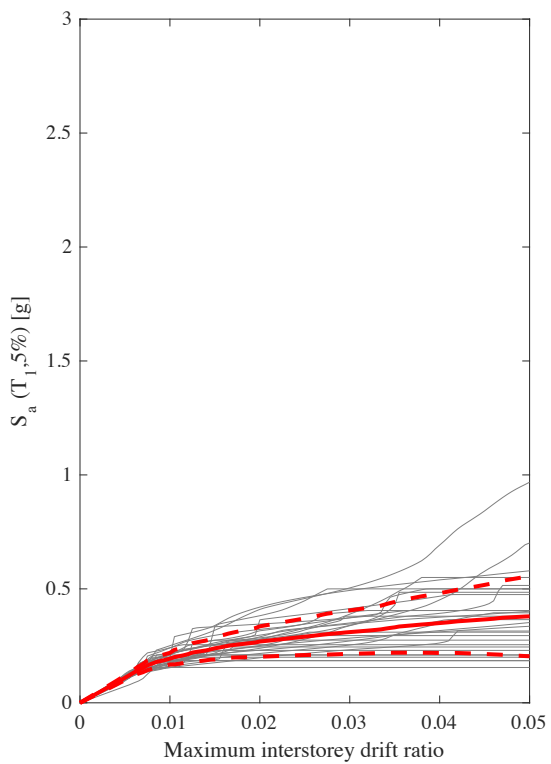


Figura 52 - In-Cycle Strength Degradation 65% - 85%



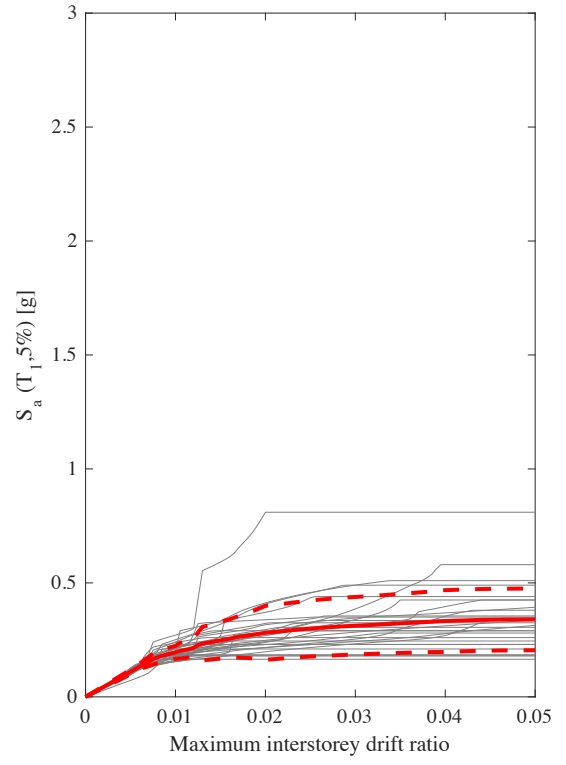
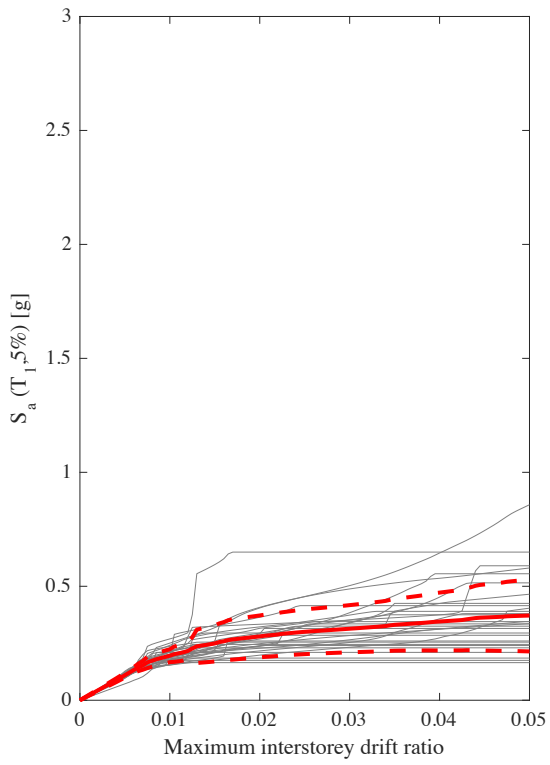


Figura 53 - Cycle Strength Degradation 65% - 85%

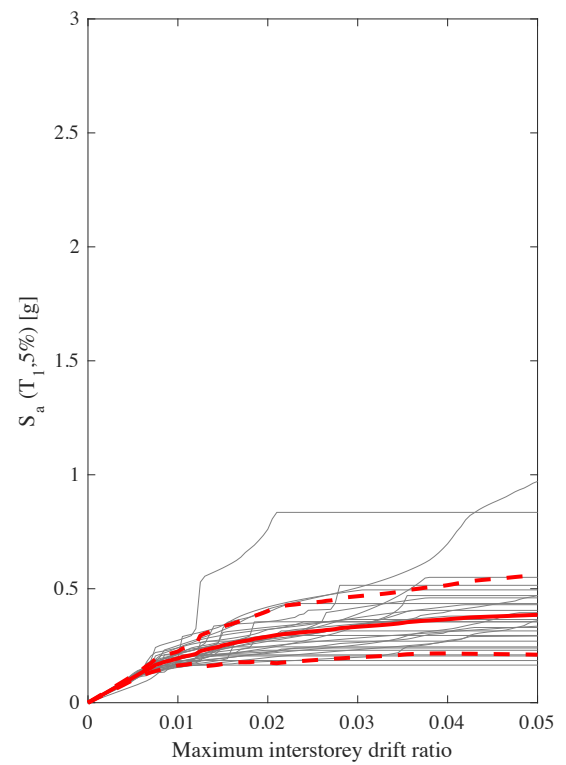
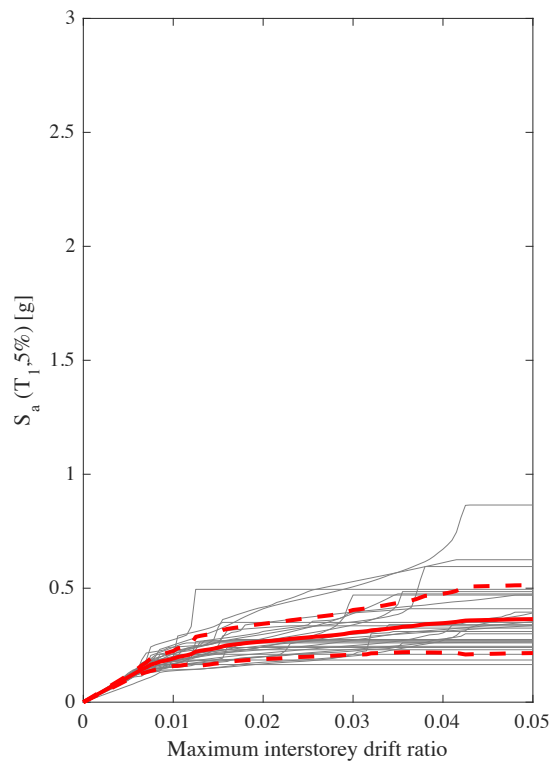


Figura 54 - Unloading Stiffness Degradation 65% - 85%

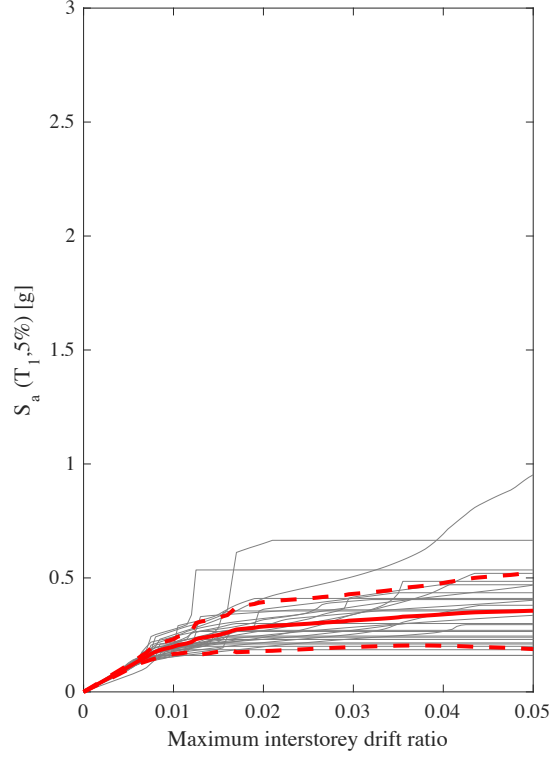
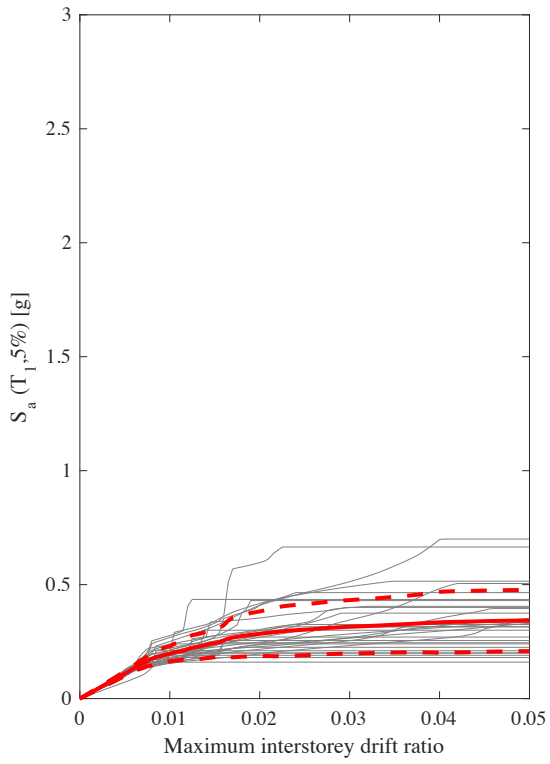


Figura 55 - Pinching Degradation 65% - 85%

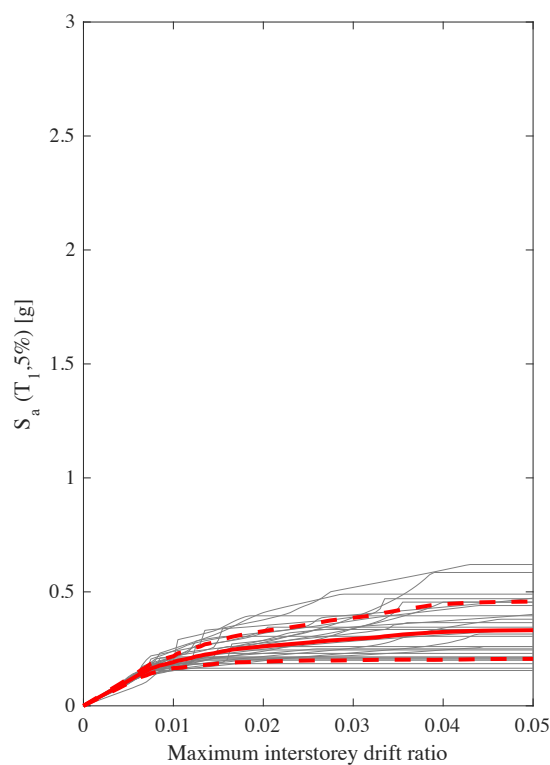
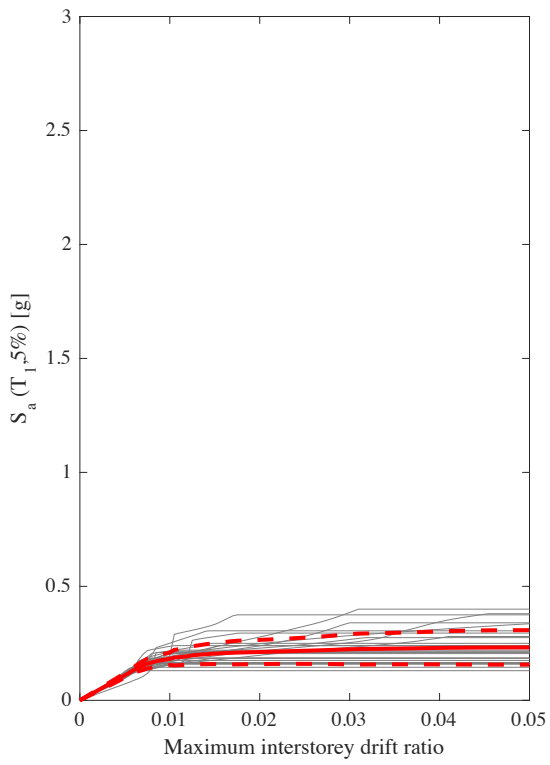


Figura 56 - Mix Degradation 65% - 85%

Dal confronto di questi risultati è possibile fare una prima osservazione, in particolare in corrispondenza della condizione di collasso pari al 5% di interstory drift.

Si può notare che per la prima modalità di collasso i valori in termini di PGA e PSA si attestano intorno ad un valore circa pari allo 0,70g con una dispersione delle curve IDA abbastanza accentuata.

Lo stesso può dirsi per la seconda modalità di collasso in cui i valori si attestano intorno allo 0,8g con dispersione ancor più accentuata. Per la terza modalità di collasso invece, i valori sono nettamente inferiori dato il meccanismo di collasso preventivato.

Inoltre, in termini di PGA si ha una dispersione molto più ampia rispetto a quella in termini di PSA. Quindi, la PSA dà risultati in termini di variabilità legata all'input sismico, record to record variability, i quali hanno una varianza minore rispetto alla PGA.

## **4.2 Definizione Curve di Fragilità**

In questo ulteriore paragrafo si vuole andare a valutare la vulnerabilità della struttura. Ciò che meglio ci permette di stimare, in modo concettualmente più chiaro e completo, tale vulnerabilità è la costruzione delle *Curve di Fragilità*.

Quest'ultime, in generale, rappresentano per un edificio, al variare dell'intensità sismica, la probabilità che l'edificio stesso raggiunga un particolare stato limite definito.

Quindi, la determinazione del livello prestazionale delle strutture è fortemente collegata alla probabilità che una generica domanda (DM) ecceda un soglia limite rappresentativa di un danno strutturale.

Se questa probabilità viene correlata ad una misura d'intensità dell'azione sismica (Intensity measure IM) quale ad esempio l'accelerazione di picco al suolo (PGA), il risultato è la funzione probabilistica detta appunto Curva di fragilità, che fornisce la base per valutare l'affidabilità sismica delle strutture.

Le curve di fragilità vengono generalmente rappresentate dalla probabilità di superamento di uno stato limite, nelle ordinate, e dall'intensità di misura dell'azione sismica  $IM$ , per esempio la PGA o la pseudo-accelerazione spettrale del periodo principale della struttura  $Sa(T_1)$ , nelle ascisse.

La costruzione delle curve di fragilità può avvenire mediante l'uso di diversi metodi e la scelta è correlata alle tecniche di analisi necessarie per calcolare la risposta strutturale. Tra i metodi disponibili in letteratura quello di Jalayer, Franchin e Pinto (Jalayer, et al., 2007), basato sull'analisi probabilistica per la valutazione della risposta strutturale (PSDA), segue l'approccio probabilistico di (Cornell & Jalayer, 2003) determinando la risposta strutturale mediante l'uso di analisi dinamiche incrementali. In termini matematici vuol dire utilizzare una funzione di probabilità condizionata  $P[SL|I]$ , in cui  $SL|I$  esprime il raggiungimento di uno stato limite prefissato (soglia di danno prefissata) per il valore dell'intensità sismica  $I$ , rappresentata in questa tesi in termini di PGA e PSA.

Per la struttura in questione sono state definite le seguenti condizioni limite facendo riferimento alla comune pratica normativa e progettuale:

- SLC: 5% di Interstory Drift → Stato Limite di Collasso della Struttura;
- SLV: 3% di Interstory Drift → Stato Limite di Salvaguardia della Vita Umana;
- SLD: 1% di Interstory Drift → Stato Limite di Danno Limitato;

Quindi, un metodo per valutare la  $P[SL|I]$  è quello proposto da Jalayer (Jalayer, et al., 2007) che consiste nel valutare la curva di fragilità  $P[SL|I]$  mediante la seguente funzione di distribuzione cumulata log-normale riferita ai diversi stati limite definiti:

$$P(SL|I) = \Phi\left(\frac{\ln I - \ln \eta_{SL|I}}{\beta_{SL|I}}\right)$$

in cui  $\eta_{SL|I}$  e  $\beta_{SL|I}$  sono la media e la deviazione standard rispettivamente. Il termine  $\Phi$  è la funzione continua di distribuzione cumulata normale o Gaussiana.

Per ovviare alle instabilità numeriche, insite nelle curve IDA, per ricavare i parametri di media logaritmica, deviazione standard logaritmica e di probabilità sono stati usati i frattili riferiti al 16%, 50% e 84%.

Per cui, per una prefissata PGA, la lettura della curva di fragilità esprime la percentuale dei legami costitutivi adottati che superano gli stati limite prefissati ovvero per i quali la capacità sia inferiore alla domanda.

È stata calcolata la probabilità di eccedenza al variare della PGA, considerando i 30 accelerogrammi, quindi variando il valore di PGA degli stessi ottengo i valori di probabilità di superamento riferiti ad ogni stato limite considerato.

La costruzione delle curve di fragilità è stata prodotta mediante uno script in Matlab, scritto ad hoc per il caso studio, in cui sono state definite in primis le curve di fragilità empiriche seguite da quelle interpolate log-normali, e infine messe a confronto in unico grafico.

Di seguito si riportano le curve di fragilità, le quali faranno riferimento, ovviamente, alle 11 tipologie di modelli costitutivi, definiti nei paragrafi precedenti, nelle 3 diverse modalità di collasso, in termini di PGA e PSA.

In ultimo si riportano le curve di fragilità finali adattate globalmente ai 3 stati limite con relativi intervalli di confidenza al 95% (5% di probabilità di superamento) valutati con riferimento alla distribuzione log-normale e per fornire una misura della loro variabilità.

In particolare si riporta il confronto tra i diversi grafici nelle diverse modalità di collasso.

## CURVE DI FRAGILITÀ OSSERVATE (EMPIRICHE) - PGA

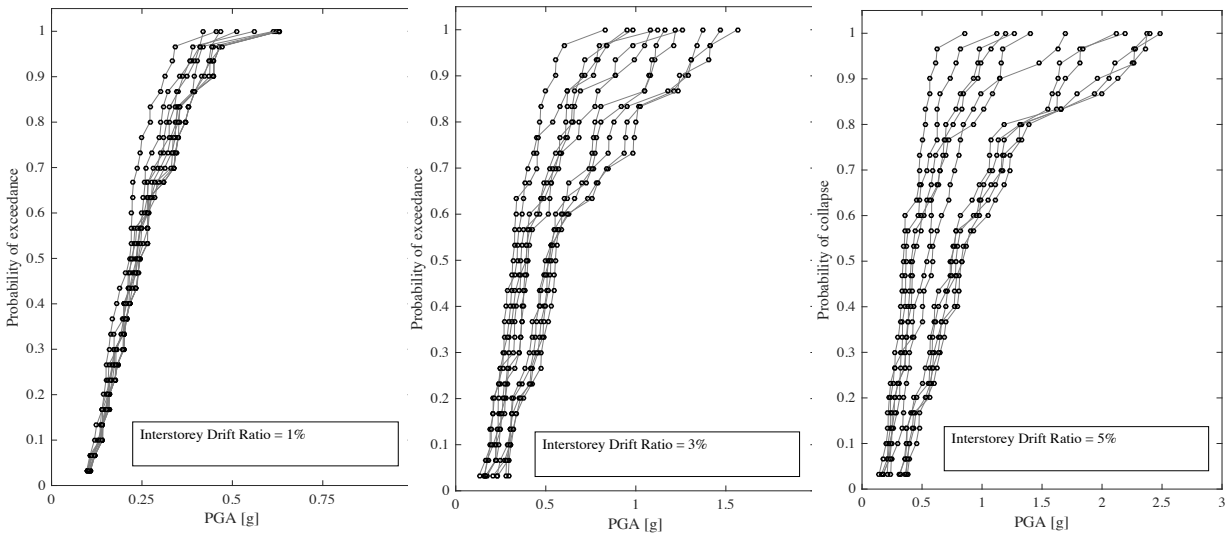


Figura 57 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5%, nella 1° modalità di collasso

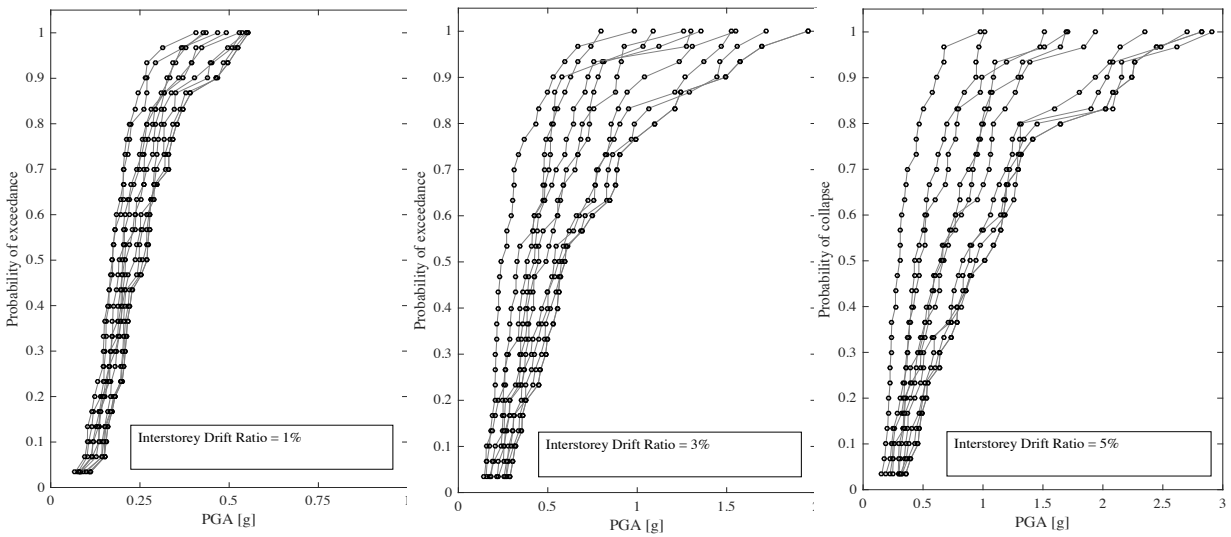


Figura 58 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5%, nella 2° modalità di collasso

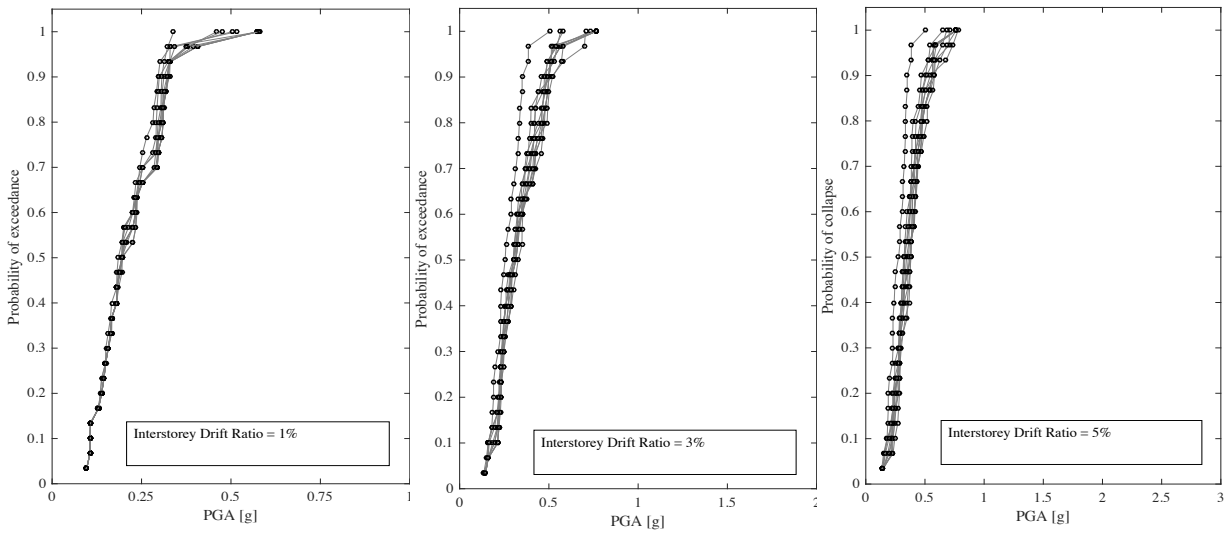


Figura 59 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5%, nella 3° modalità di collasso

## CURVE DI FRAGILITÀ OSSERVATE (EMPIRICHE) - PSA

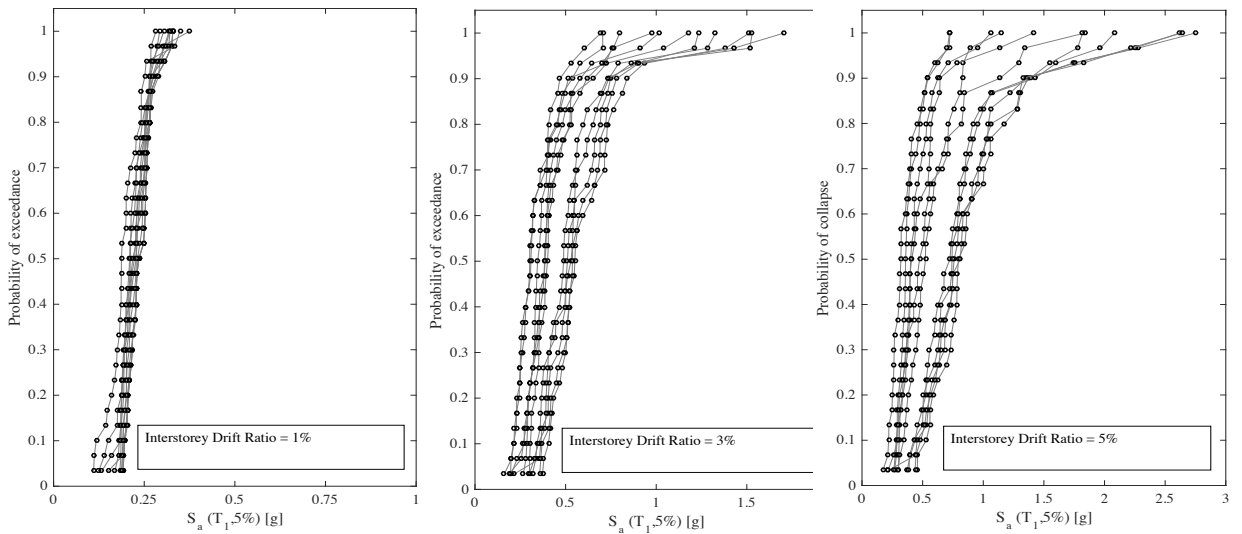


Figura 60 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5% - 1° modalità di collasso

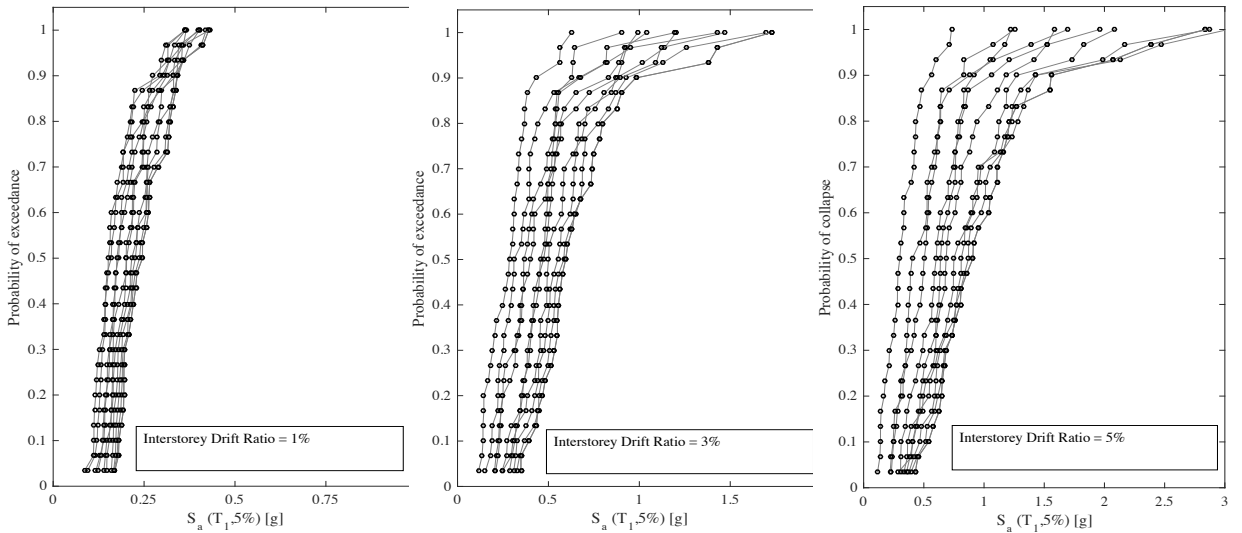


Figura 61 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5% - 2° modalità di collasso

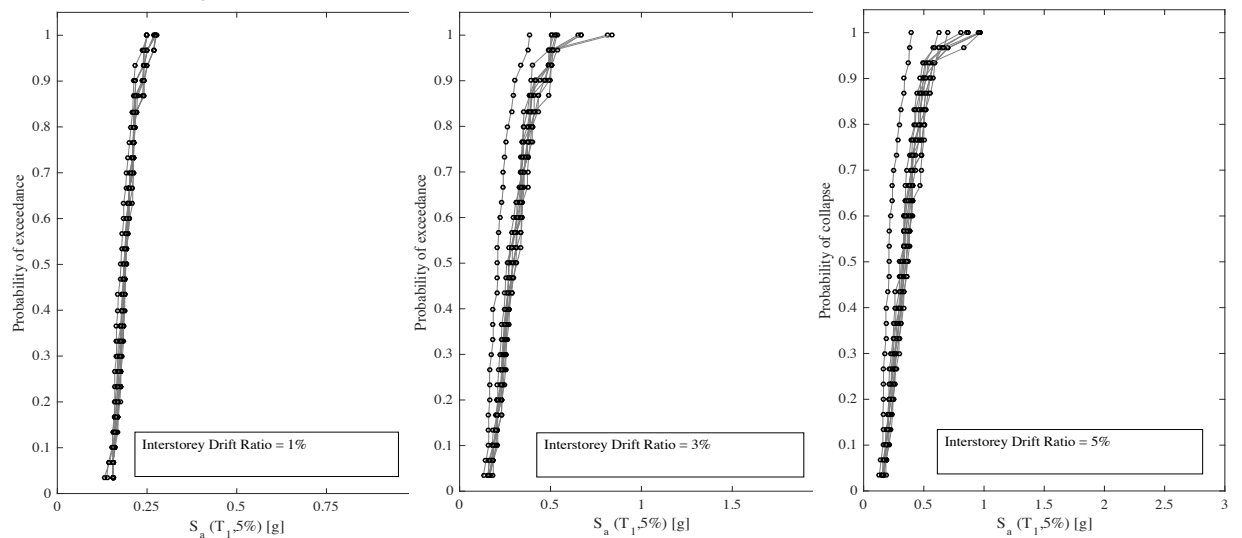


Figura 62 - Curve di Probabilità di Eccedenza 1%, 3%, 5% - 3° modalità di collasso

## CURVE DI FRAGILITÀ EMPIRICHE - PGA

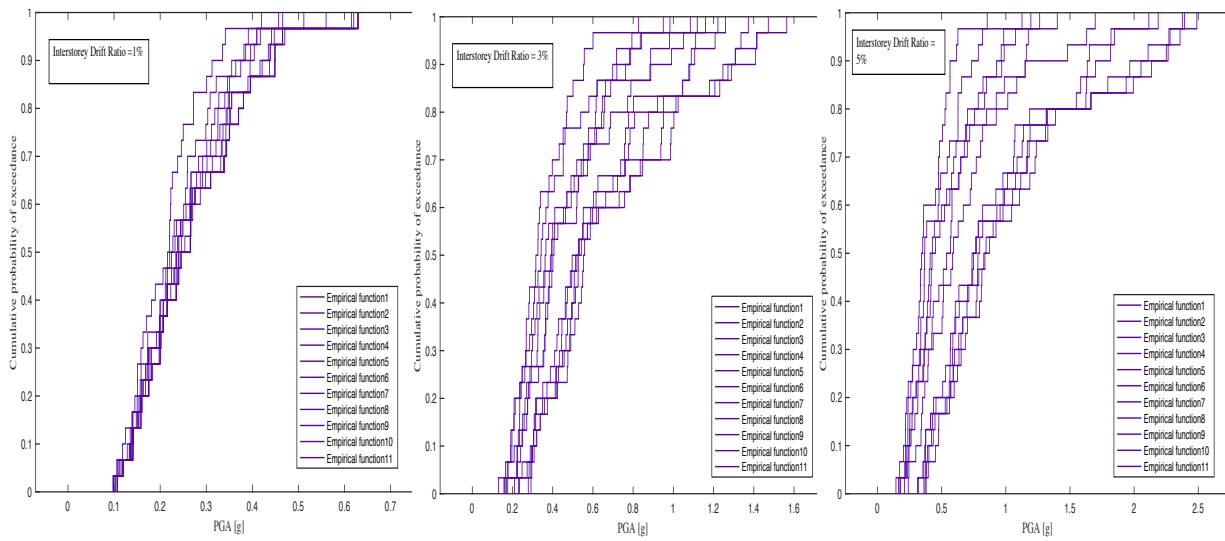


Figura 63 – Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

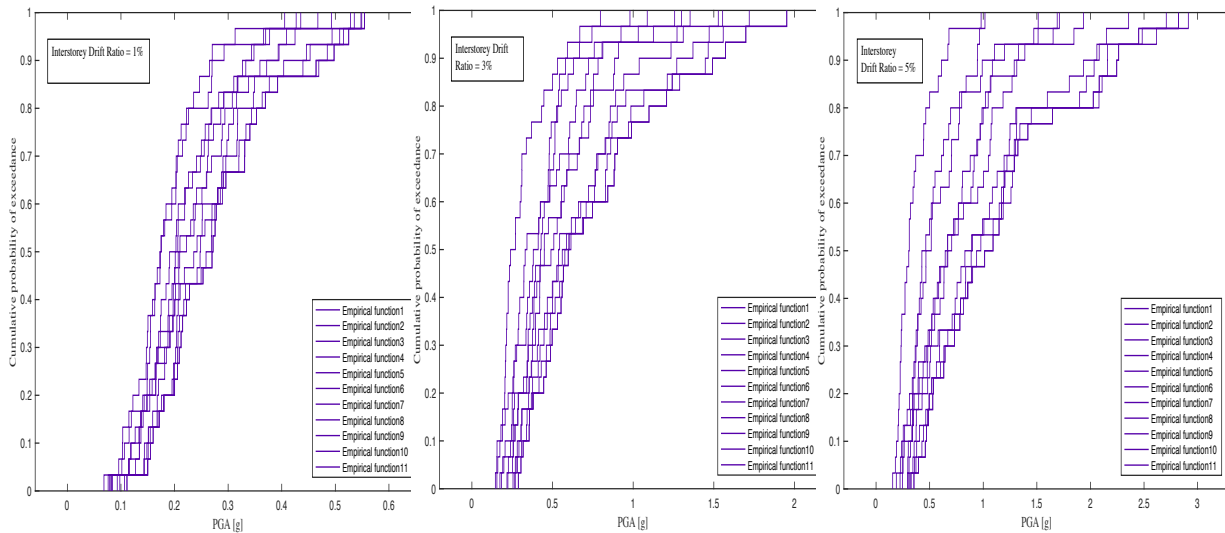


Figura 64 - Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

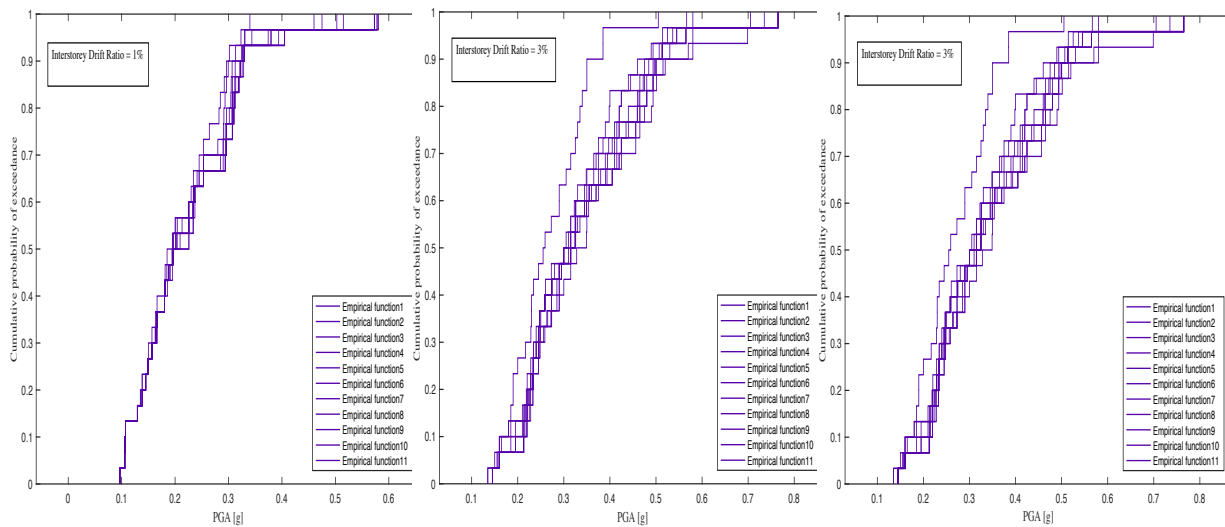


Figura 65 - Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso



## CURVE DI FRAGILITÀ EMPIRICHE - PSA

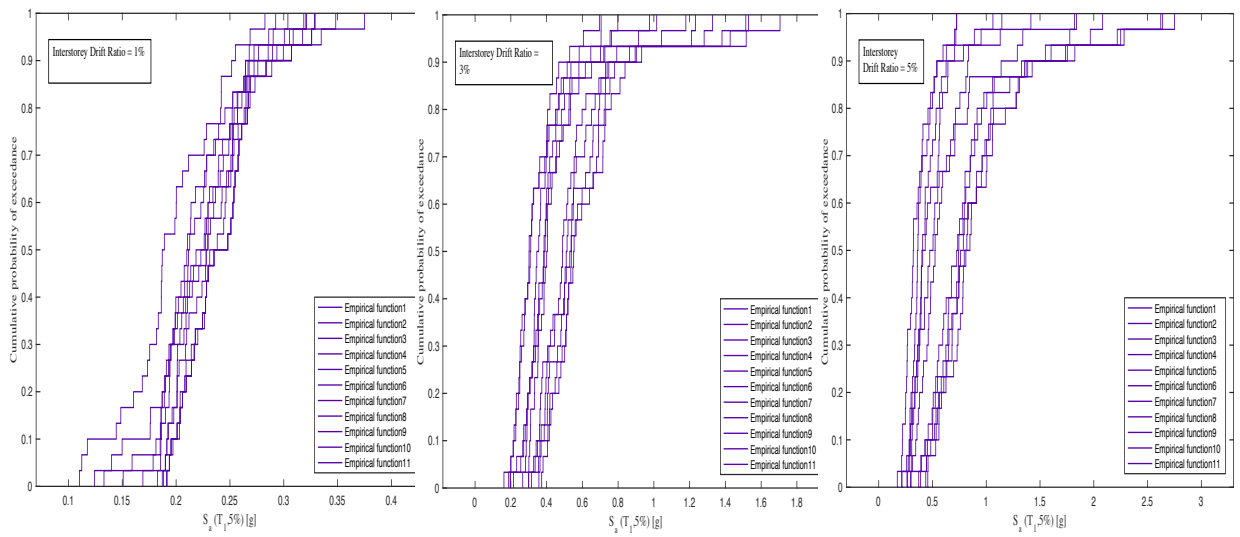


Figura 66 - Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

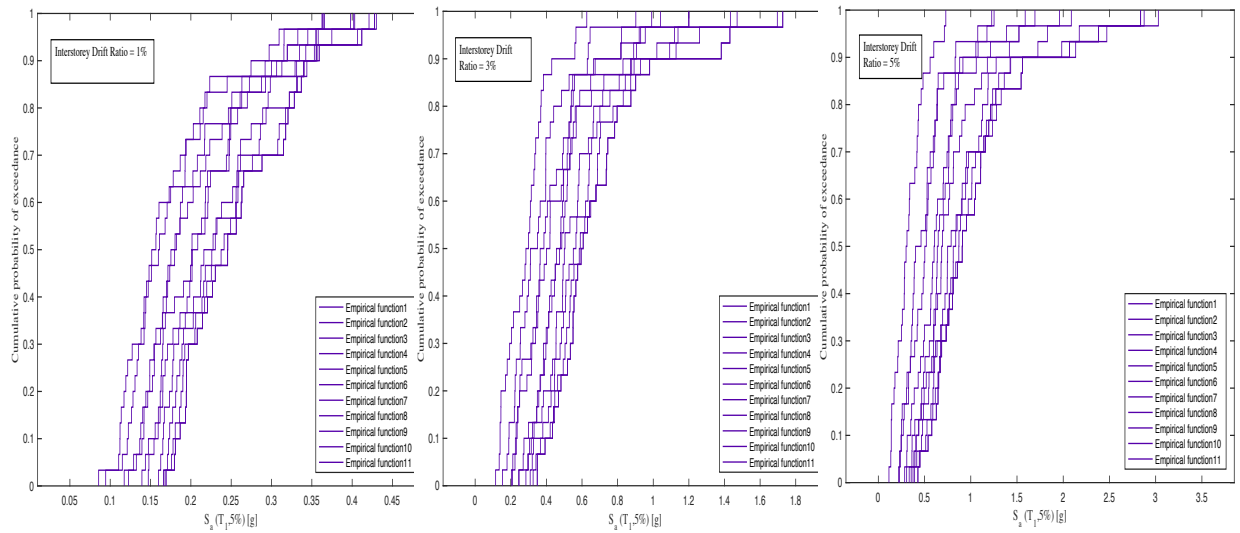


Figura 67 - Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

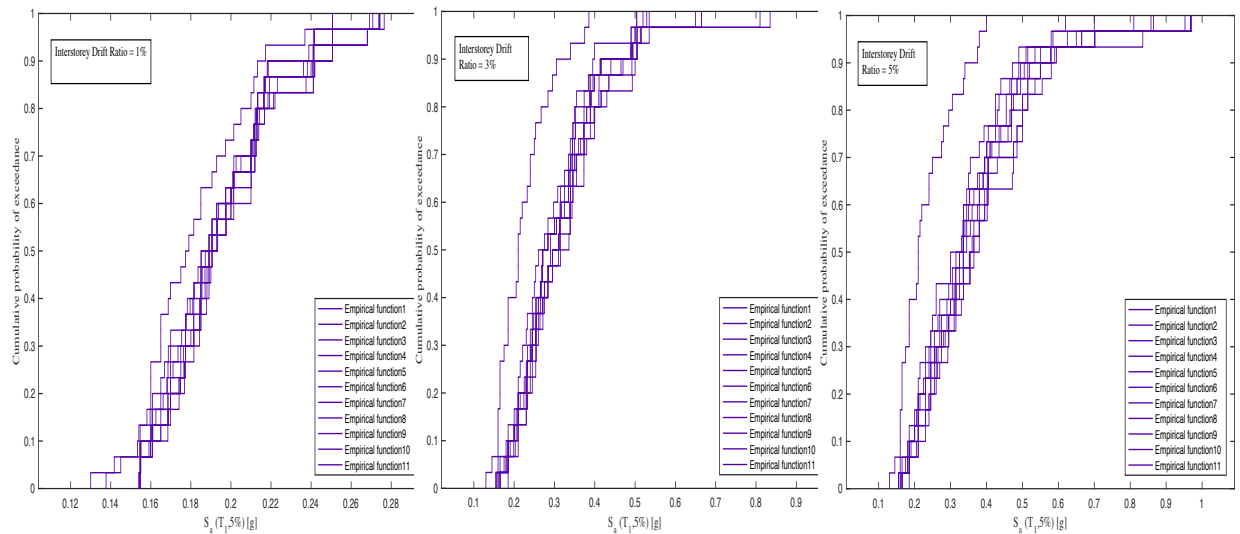


Figura 68 - Curve di Fragilità Empiriche 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso

## CURVE DI FRAGILITÀ LOG-NORMALI (FITTING) - PGA

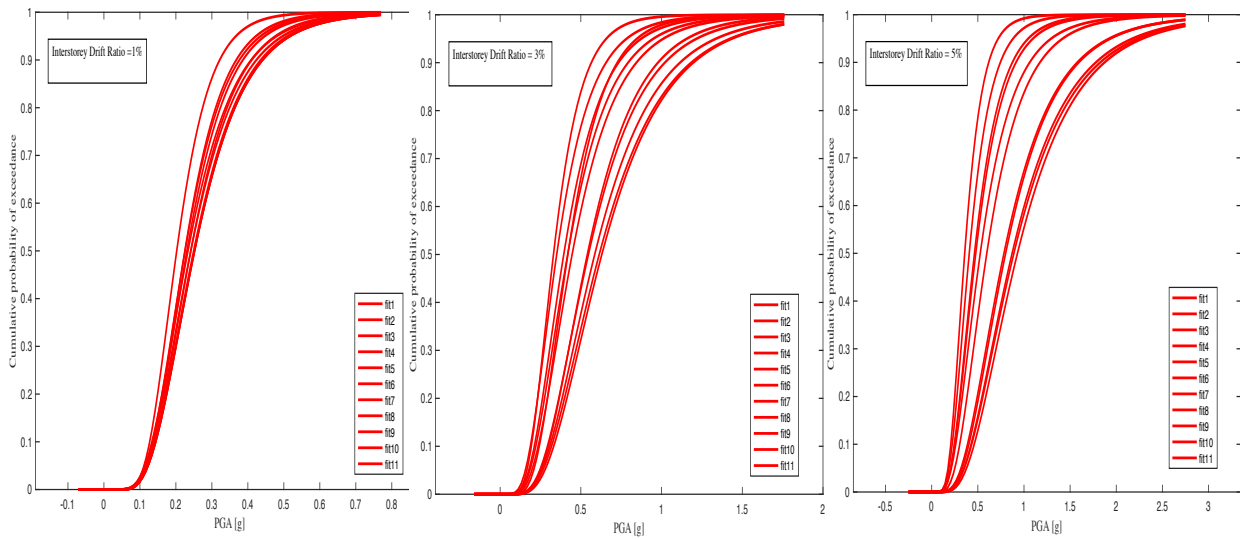


Figura 69 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

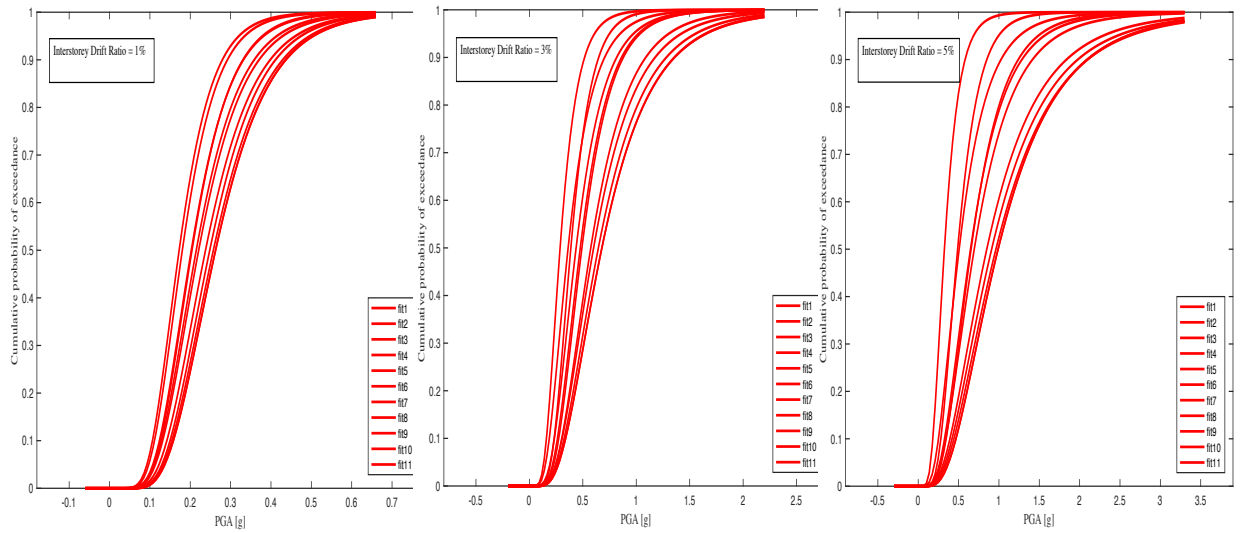


Figura 70 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

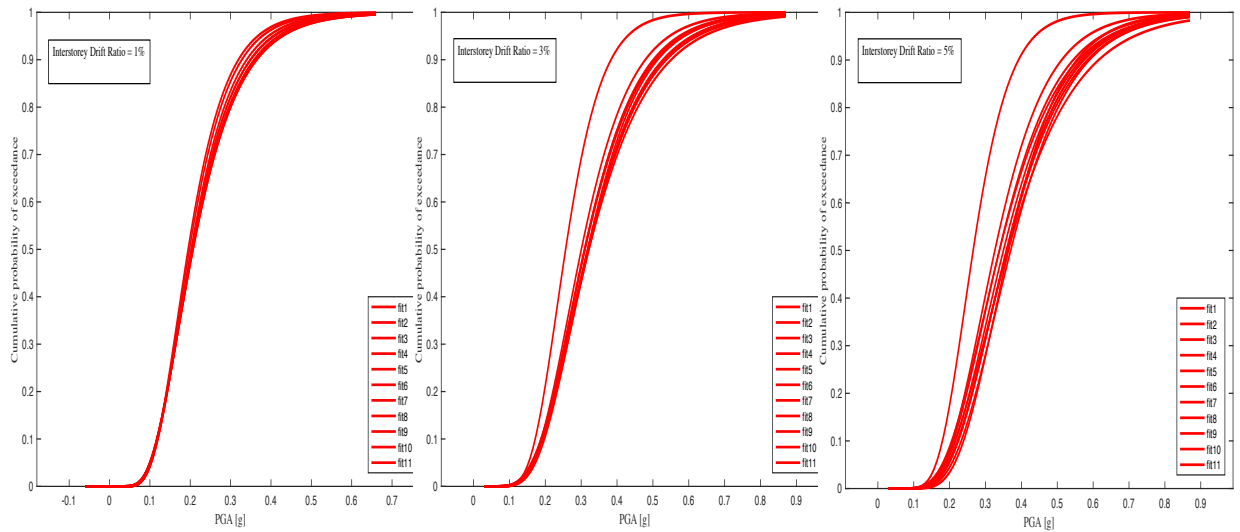


Figura 71 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso

## CURVE DI FRAGILITÀ LOG-NORMALI (FITTING) - PSA

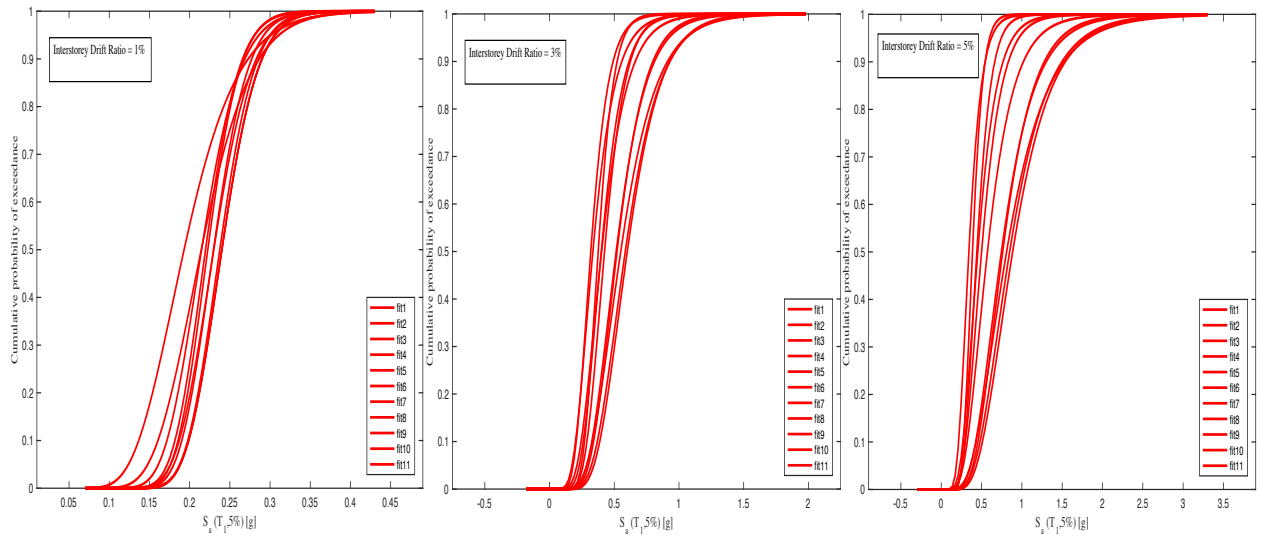


Figura 72 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

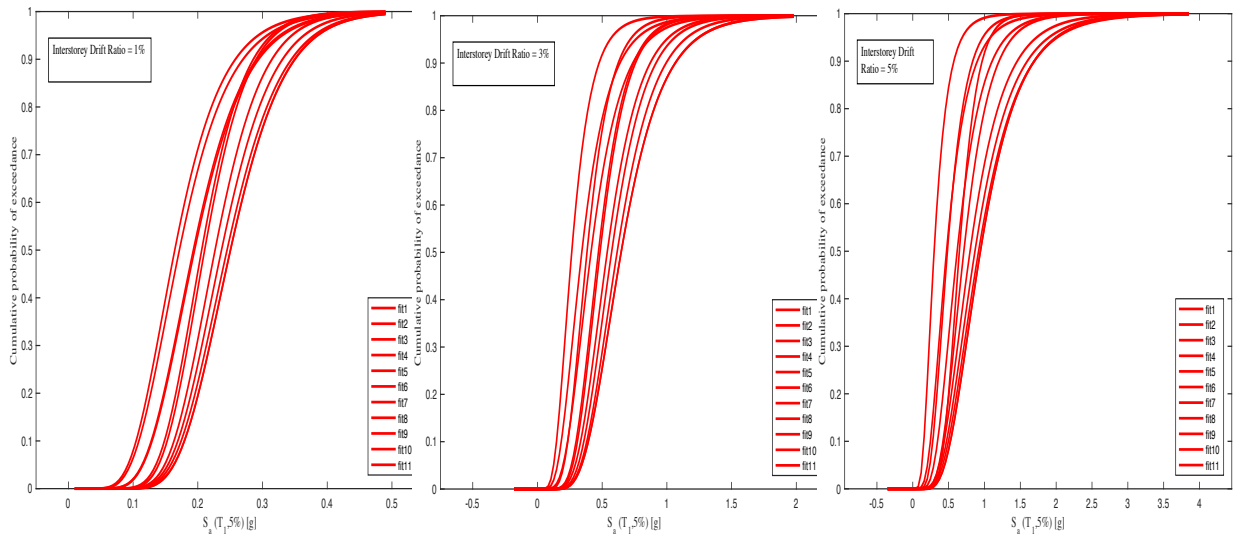


Figura 73 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

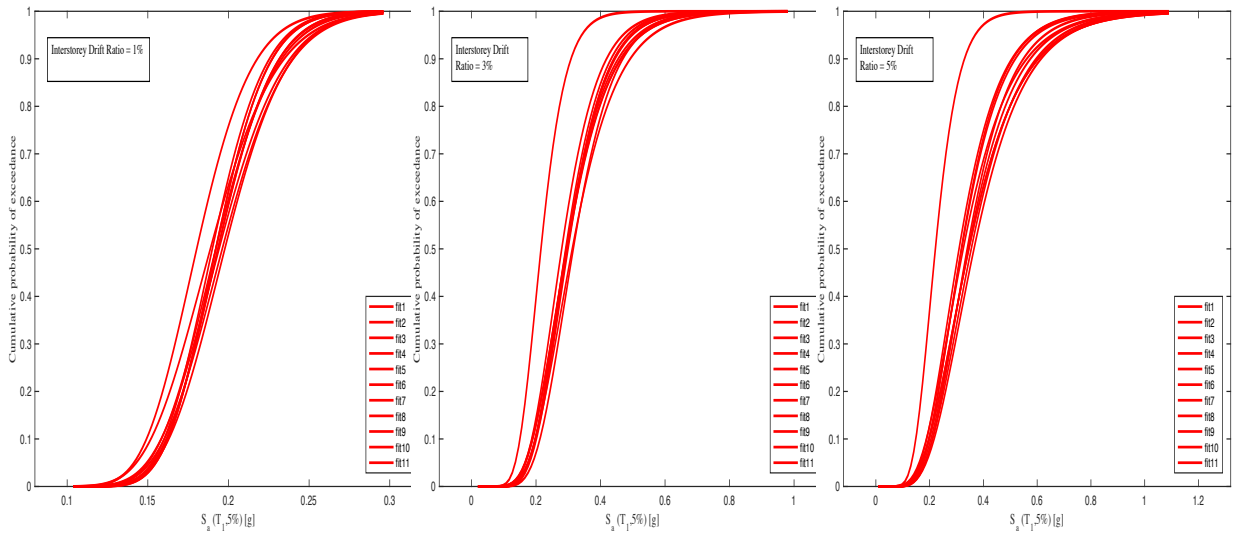


Figura 74 - Curve di Fragilità Log-Normali 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso

## SOVRAPPOSIZIONE CURVE EMPIRICHE E LOG-NORMALI (FITTING) - PGA

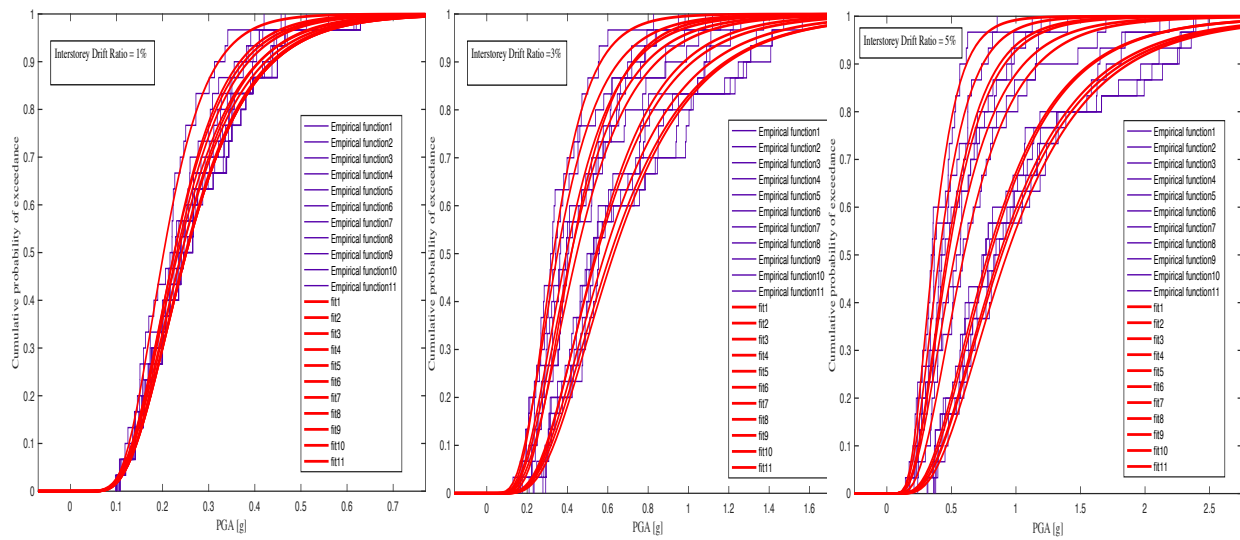


Figura 75 - Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

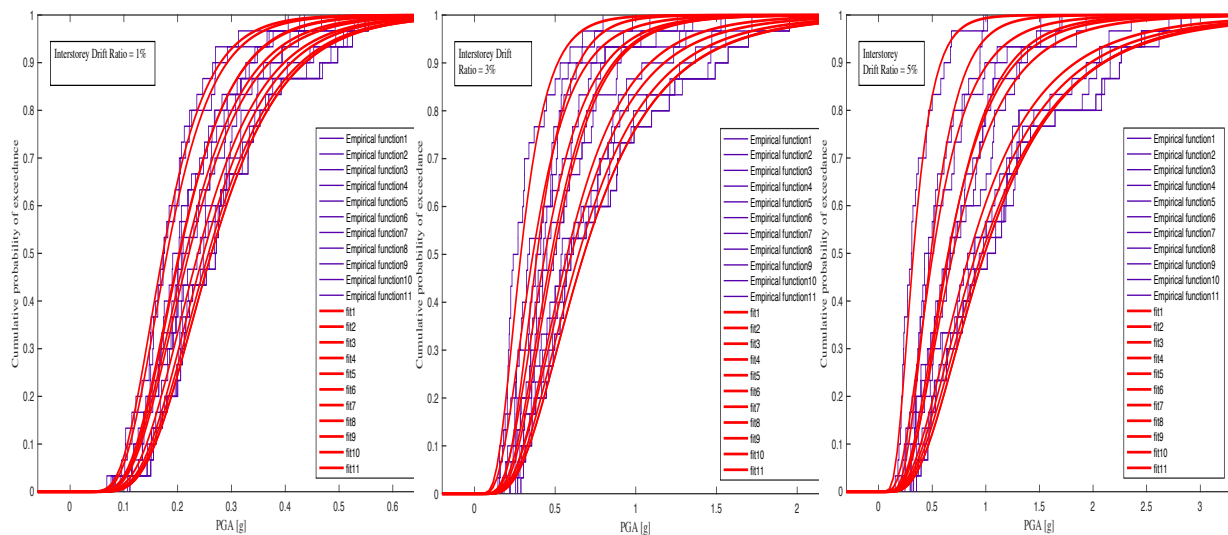


Figura 76 – Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

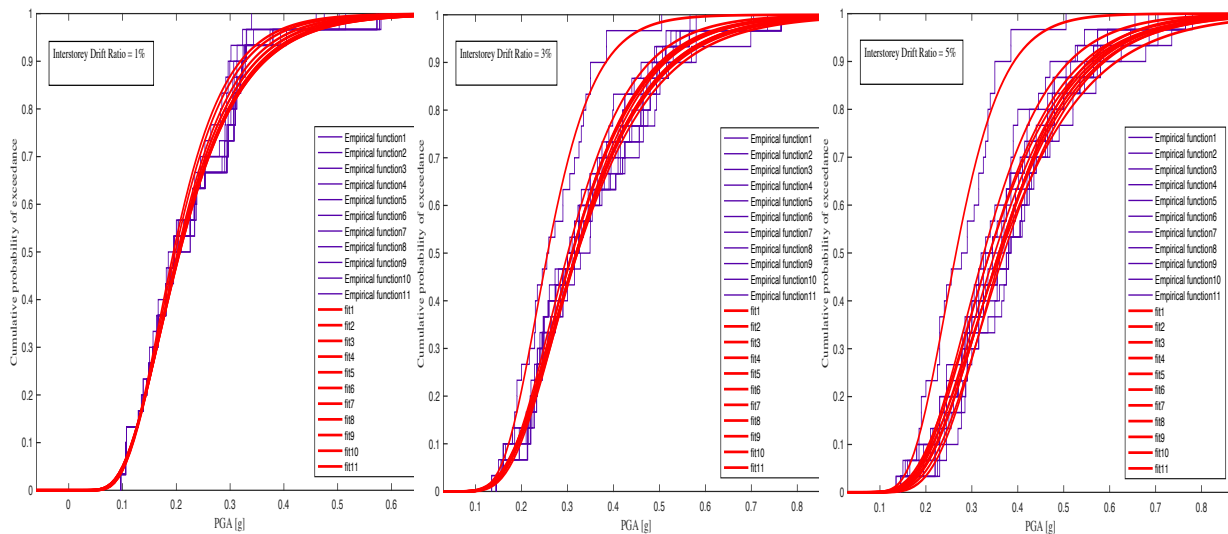


Figura 77 - Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso

## SOVRAPPOSIZIONE CURVE EMPIRICHE E LOG-NORMALI (FITTING) - PSA

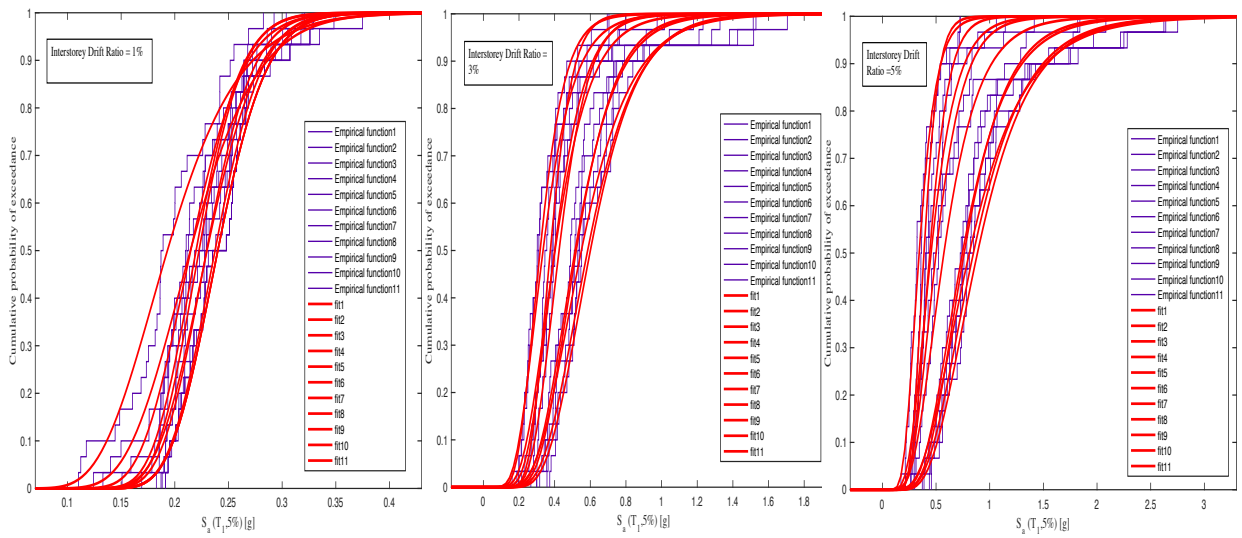


Figura 78 - Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 1° Modalità di Collasso

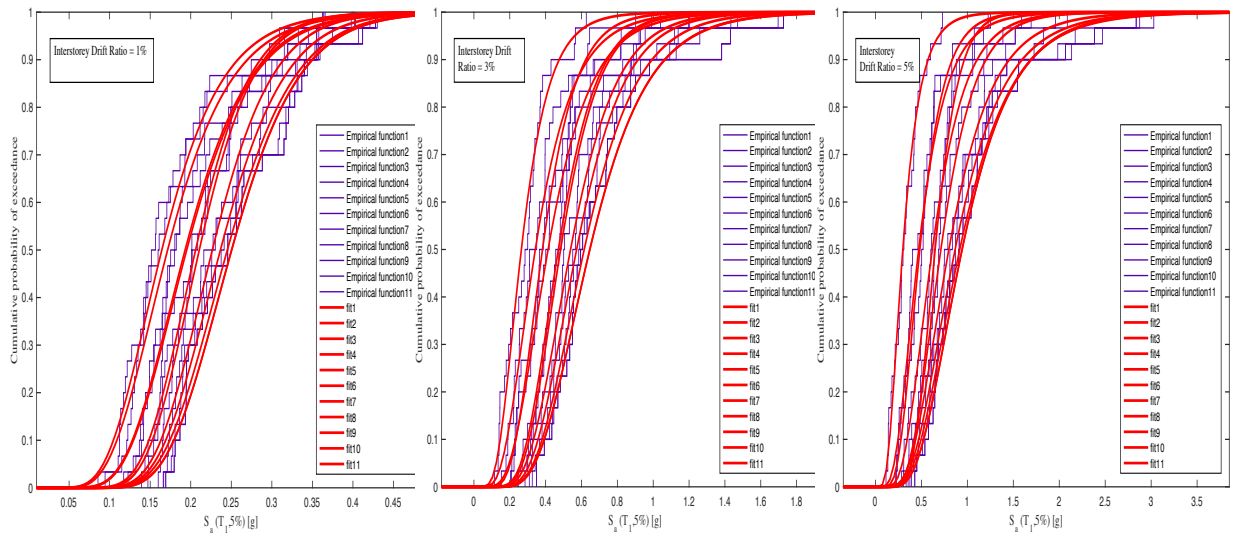


Figura 79 - Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 2° Modalità di Collasso

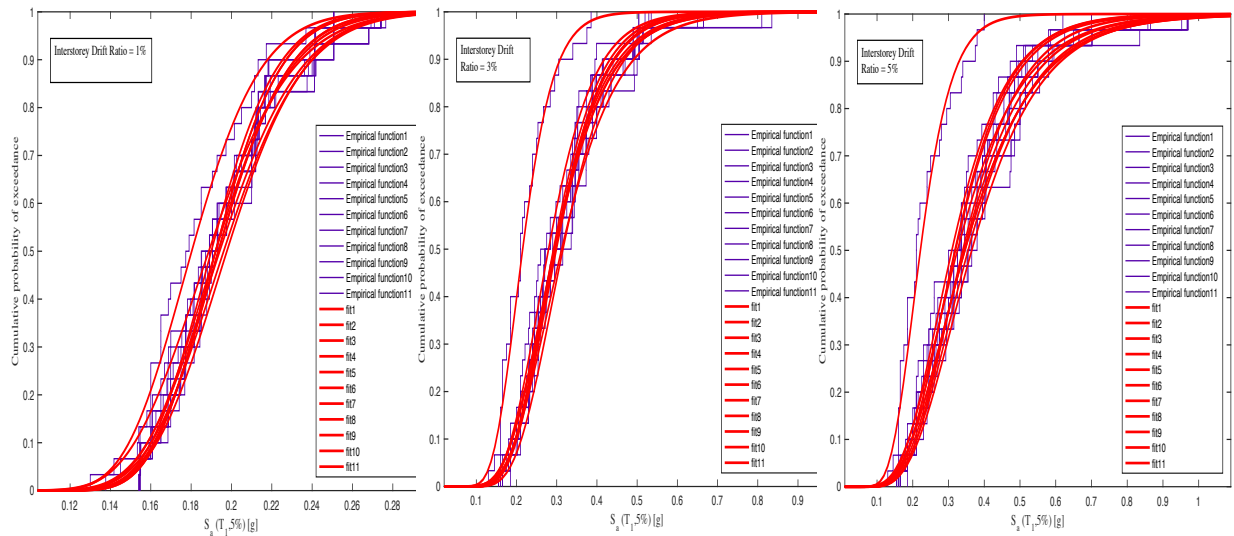


Figura 80 - Sovrapposizione Curve Empiriche e Interpolate Log-Normali 1%, 3%, 5% - 3° Modalità di Collasso

## FITTING GLOBALE CON INTERVALLO DI CONFIDENZA AL 95% - PGA

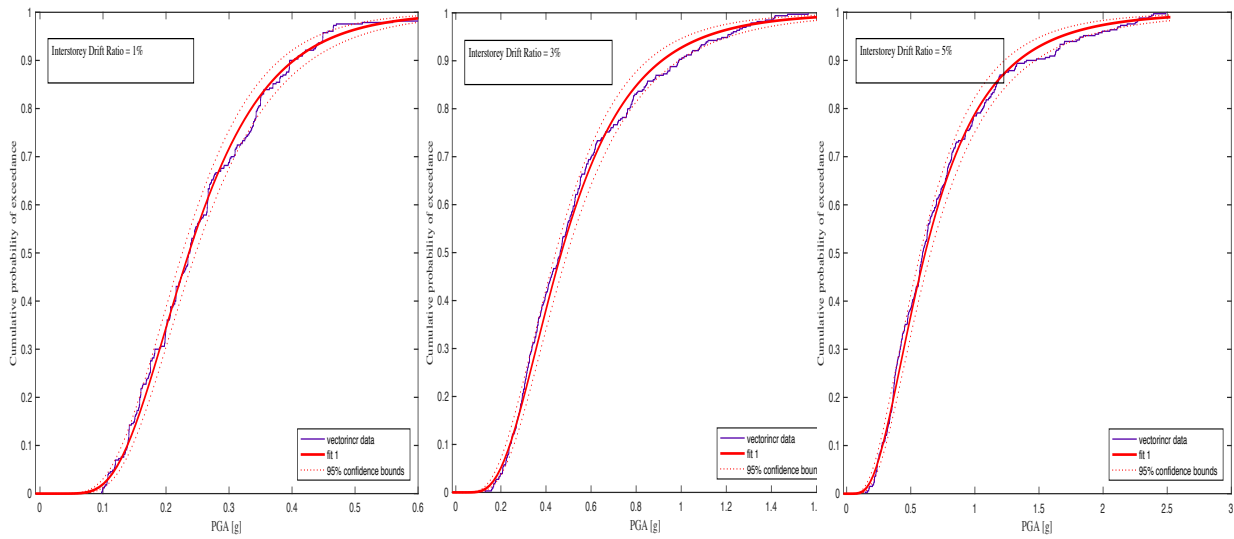


Figura 81 – Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 1° Modalità di Collasso

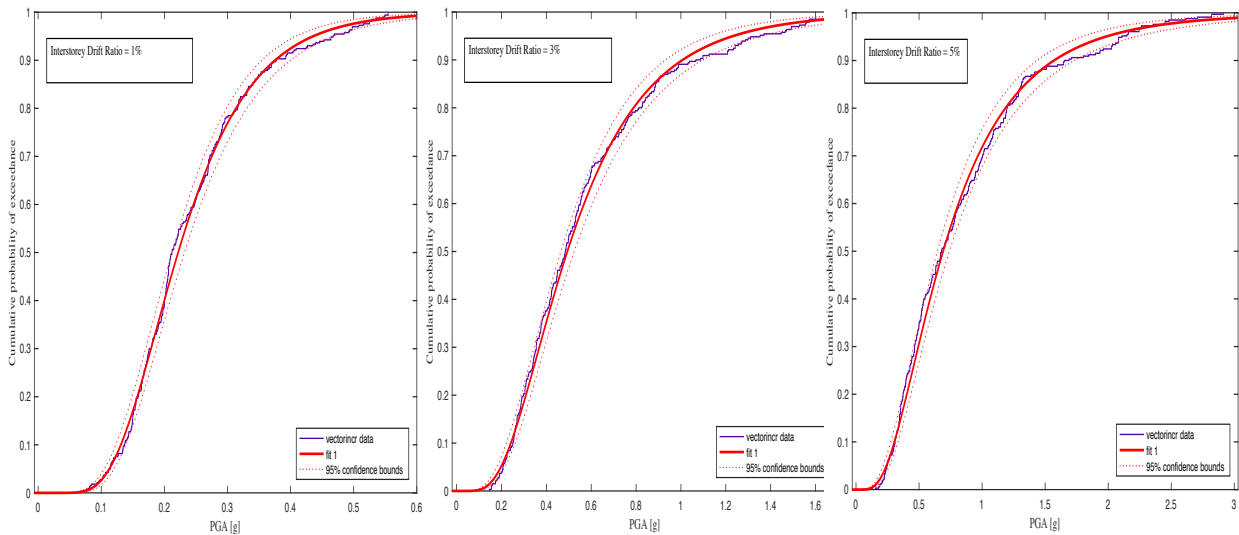


Figura 82 - Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 2° Modalità di Collasso

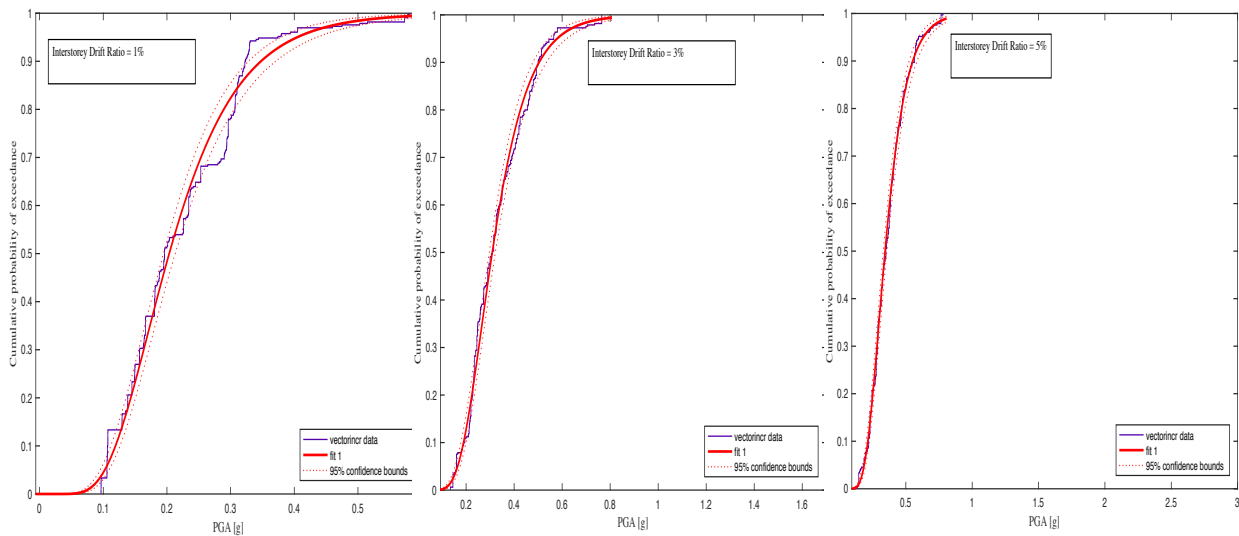


Figura 83 - Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 3° Modalità di Collasso

## FITTING GLOBALE CON INTERVALLO DI CONFIDENZA AL 95% - PSA

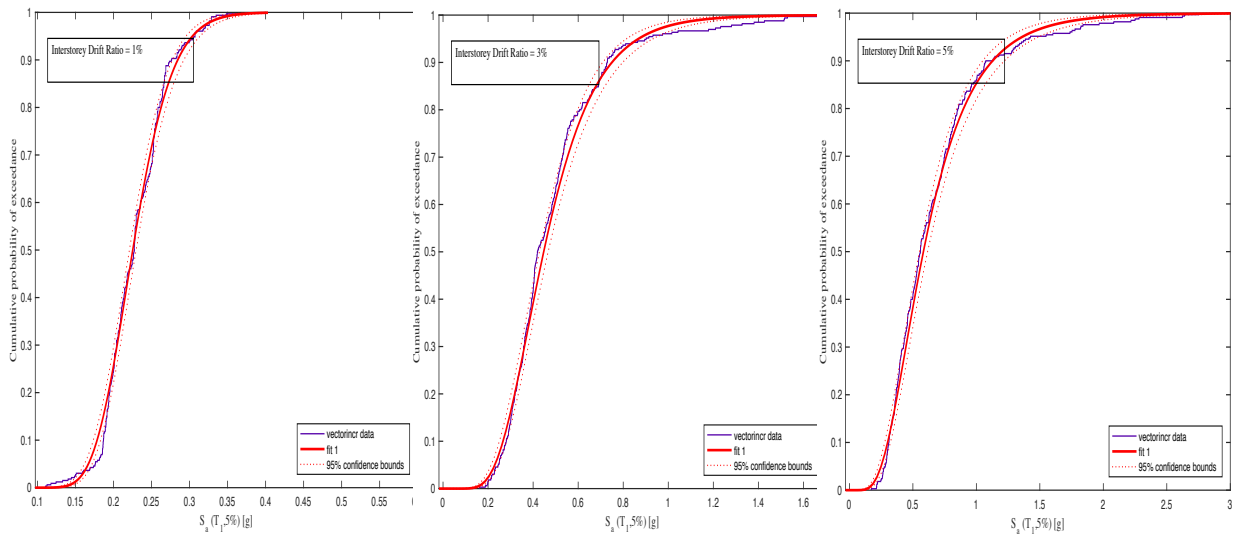


Figura 84 - Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 1° Modalità di Collasso

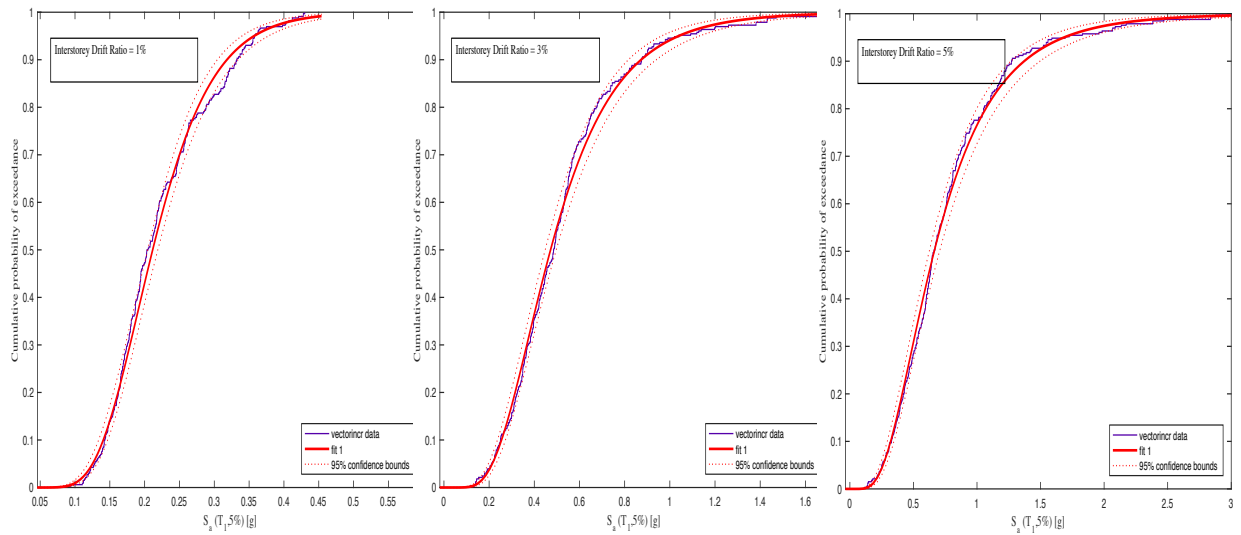


Figura 85 - Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 2° Modalità di Collasso

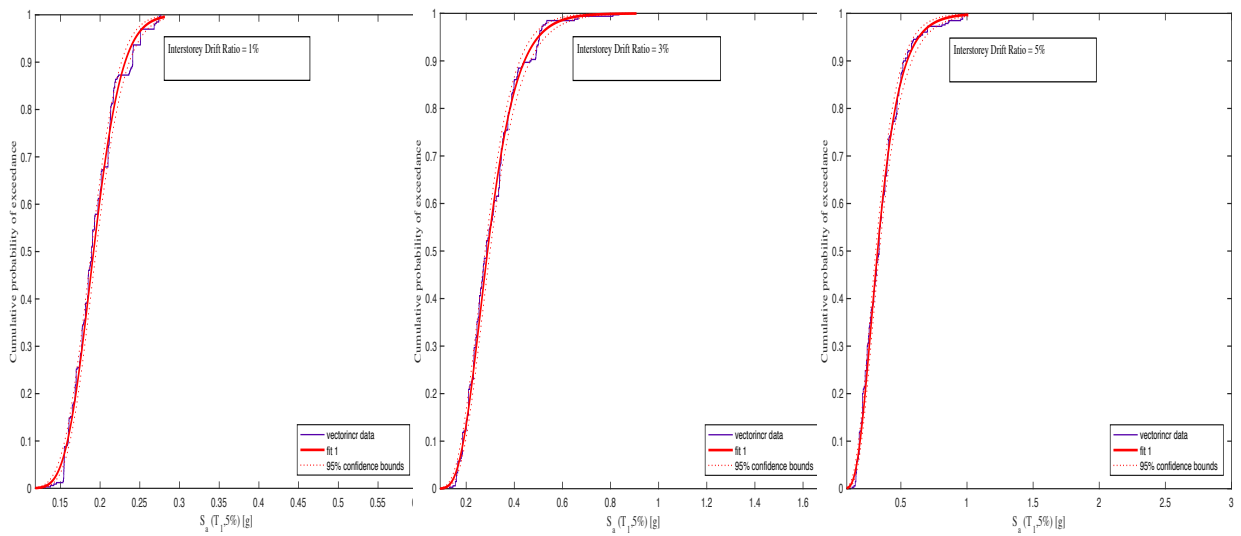


Figura 86 - Confronto tra distribuzione di probabilità osservata e log-normale - 3° Modalità di Collasso

Sono state appena costruite e messe a confronto le curve di fragilità relative agli 11 legami costitutivi in riferimento ai 3 stati limite considerati, nelle 3 diverse modalità di collasso, sia in termini di PGA che PSA.

Ogni punto della curva rappresenta, quindi, la probabilità del parametro di risposta sismica della struttura di superare il valore limite corrispondente al livello di prestazione sismica considerato per effetto di un input sismico di assegnata intensità (PGA o PSA).

Dai risultati ottenuti si può osservare che:

- In termini di PGA, se considerassi un probabilità di superamento via via crescente, la divergenza fra le curve di fragilità incrementa proporzionalmente, accentuandosi notevolmente allo stato limite ultimo e per alti valori di probabilità di superamento. Questo vale per le prime due modalità di collasso.

Lo stesso non può dirsi per la terza modalità di collasso in cui le curve risultano essere praticamente coincidenti (bassa divergenza) sia per l'interstory drift all'1% che al 3%, con un leggero aumento per lo stato limite di collasso con interstory drift al 5%.

- Anche in termini di PSA, la divergenza fra le curve può considerarsi sensibilmente crescente ma meno accentuata rispetto alla PGA per le prime due modalità di collasso, mentre per la terza modalità si ha circa la stessa divergenza delle curve della PGA.

Perciò da queste osservazioni è possibile dedurre che i legami costitutivi utilizzati condizionano in modo significativo la prestazione sismica della struttura per le prime due modalità di collasso e per valori di intensità sismica via via crescente in termini di PGA mentre in termini di PSA il condizionamento dei legami è meno accentuato ma comunque significativo. Mentre per la terza modalità sia che si tratti di sismicità bassa o alta i legami condizionano meno la prestazione sismica della struttura sia in termini di PGA che PSA ma con evidenza meno accentuata.



### 4.3 Definizione Analisi Anova

In questo ultimo step è stata eseguita un'analisi della varianza, detta ANOVA, insieme di tecniche statistiche, che permette di confrontare due o più gruppi di dati, che nel nostro caso sarebbero gli 11 legami costitutivi, confrontando la varianza tra i gruppi (between) con la varianza interna ai gruppi (within), intendendo per varianza la misura di quanto i dati si discostano dal valore medio, senza aumentare la probabilità di errore. La media e la varianza sono i parametri su cui si basa ANOVA e sono validi solo se applicati ad una popolazione che segue una distribuzione normale. Si parte mettendo a confronto due ipotesi contrarie tra loro: l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa. L'ipotesi nulla prevede che i dati di tutti i gruppi abbiano la stessa origine e che le differenze osservate tra i gruppi siano dovute solo al caso. Il fattore che distingue i vari gruppi sperimentali non influenza il risultato. L'ipotesi alternativa è l'ipotesi contraria alla precedente.

L'ipotesi nulla viene rifiutata nel momento in cui si constata che la varianza tra i gruppi supera, oltre un determinato valore critico, la varianza interna ai gruppi. Quest'ultima viene stimata sommando le varianze dei gruppi e dividendo il risultato per il numero dei gruppi. Successivamente, il calcolo dell'errore standard della media (SEM) ci permette di stimare anche la varianza tra i gruppi, espressa come il prodotto della numerosità dei gruppi per il quadrato dell'errore standard.

La varianza tra i gruppi viene infine rapportata alla varianza interna ai gruppi e tale rapporto ci permette di effettuare il test F. Il valore critico di F ( $F_c$ , per  $\alpha$  0,05 o 0,01) dipende essenzialmente da tre fattori: il numero dei gruppi, la numerosità di ciascun gruppo e la distribuzione della popolazione d'origine (che deve seguire un andamento normale).

La dipendenza del valore critico dal numero dei gruppi a confronto e dalla loro numerosità è espressa da due parametri, detti gradi di libertà ( $V_{Ne}$  e  $V_D$ ).

Per questo genere di analisi, il numero dei gradi di libertà tra i gruppi ( $V_N$ ) è dato da  $m-1$ , dove  $m$  è il numero dei gruppi messi a confronto. Il numero dei gradi di libertà entro i gruppi ( $V_D$ ) è dato da  $m(n-1)$ , dove  $n$  rappresenta la numerosità di ciascun gruppo.

La singola misura può essere schematizzata in questo modo:

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

dove

- $\mu$  è la media generale dei punteggi sul campione totale;
- $\alpha_i$  è l'effetto dovuto al trattamento ed è un fattore costante;
- $\varepsilon_{ij}$  è una componente residua o di errore casuale specifica per ogni soggetto.

Affinché i risultati dell'analisi possano essere interpretati in maniera affidabile, è necessario soddisfare alcune assunzioni:

- gli errori  $\varepsilon_{ij}$  devono seguire una distribuzione normale ed avere media uguale a zero;
- condizione di omoschedasticità: la varianza degli errori  $\sigma_\varepsilon$  deve essere uguale in ogni gruppo;
- gli errori  $\varepsilon_{ij}$  devono essere indipendenti;
- gli effetti hanno una natura additiva, cioè la variabile sperimentale aggiunge qualcosa alla condizione base e lo fa in maniera identica per tutti i soggetti.

Sempre mediate uno script Matlab è stata eseguita l'analisi ANOVA.

Quindi, ottenute le curve IDA riferite ai 30 accelerogrammi, agli 11 legami costitutivi nelle 3 diverse modalità di collasso, si è voluto valutare la situazione nelle tre condizioni limite definite: 1%, 3%, 5%.

Sono state ricavate delle distribuzioni di tipo statistico-normale o Gaussiana, con valore medio  $\mu$  e dispersione  $\sigma$ .

Per cui, per ogni legame costitutivo è stato calcolato il valore medio  $\mu_i$  e la varianza  $\sigma_i^2$  per i 3 differenti valori di drift, in modo da effettuare un confronto su come variano i parametri in funzione dello spostamento, ottenendo una distribuzione normale, centrata sul valore medio e con dispersione che rende la campana più distesa o appuntita. Inoltre, ognuna di queste operazioni è stata eseguita nelle tre diverse modalità di collasso.

## Rielaborazione Dati

Un'ulteriore passo è stato quello di determinare la media totale, cioè la media delle medie dei singoli legami costitutivi o delle curve IDA ricavate precedentemente, di cui se ne riportano i grafici ottenuti.

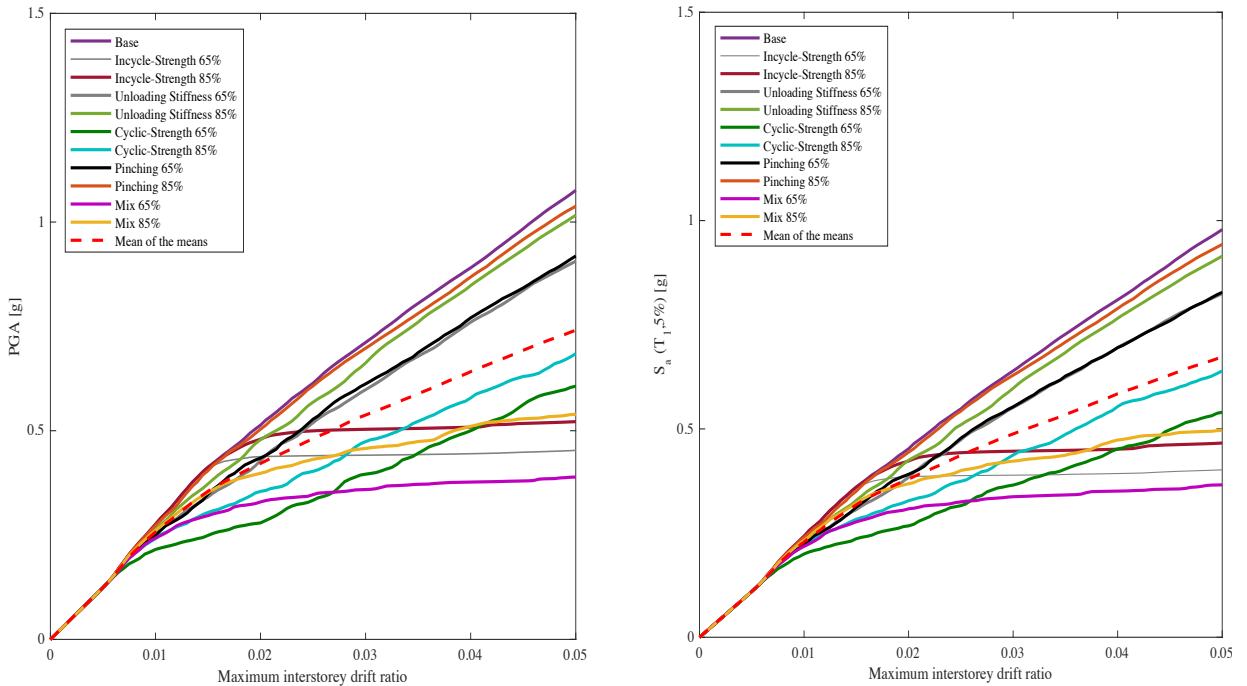


Figura 87 - Media delle Medie Legami Costitutivi in PGA, PSA - 1° Modalità di Collasso

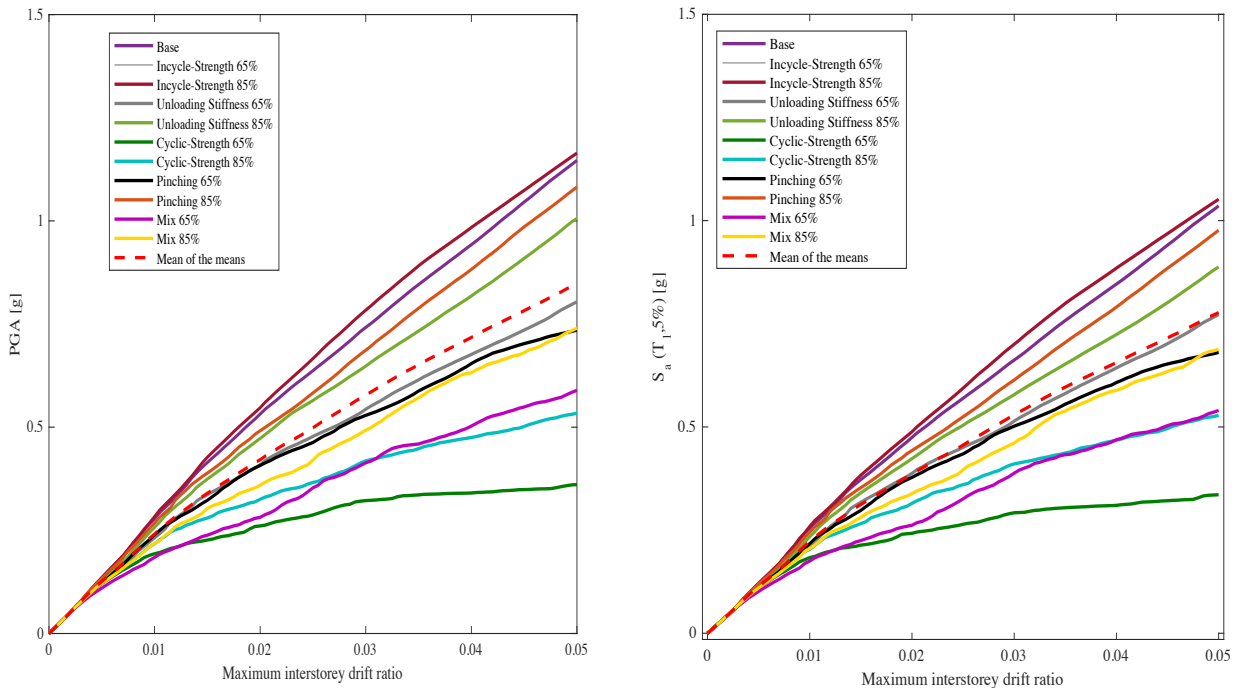


Figura 88 - Media delle Medie Legami Costitutivi in PGA, PSA - 2° Modalità di Collasso

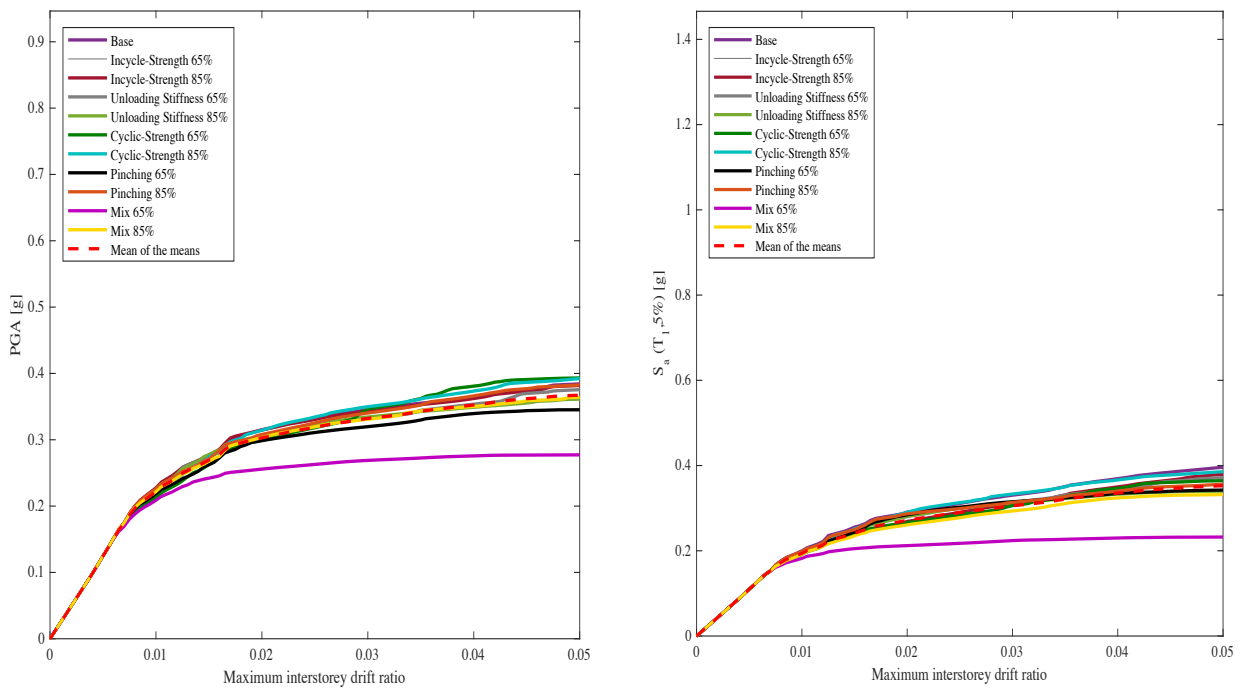


Figura 89 - Media delle Medie Legami Costitutivi in PGA, PSA - 3° Modalità di Collasso

Una volta ricavata la media totale degli 11 legami costitutivi è stata eseguita l'analisi nei seguenti termini:

$$\log(PSA)_{ij} = \mu_{tot} + s_i + \varepsilon_{ij}$$

con  $i$ ,  $i$ -esimo legame costitutivo e  $j$ ,  $j$ -esimo accelerogramma.

È stato eseguito il logaritmo naturale della PSA o PGA in modo tale da trasformare in valori logaritmici i 30 valori di accelerazione di ciascun legame costitutivo risultanti nei 3 differenti stati limite considerati.

I valori  $s$  ed  $\varepsilon$  sono degli indici di errore che indicano quanto è lontana la singola osservazione dal valore medio centrale  $\mu_{tot}$ .

In particolare  $s$  è definito lo scarto mancante da  $\mu_{tot}$  per arrivare al valore medio dei singoli legami costitutivi, mentre il fattore  $\varepsilon_{ij}$  considera il contributo delle singole registrazioni, ossia la distanza aggiuntiva che intercorre tra il valore medio  $\mu_i$  e i singoli valori delle 30 curve IDA di uno stesso legame costitutivo, entrambi relativi ad uno stesso stato limite considerato.

Per riassumere si può dire che il logaritmo naturale della PSA o PGA è dato dalla somma di tre contributi:

- media complessiva dei 180 campioni,
- scarto che permette di arrivare al valore della media di un legame costitutivo
- scarto che è il residuale che permette di arrivare alla singola osservazione.

Inoltre, ipotizziamo che i due scarti,  $s_i$  e  $\varepsilon_{ij}$ , abbiano una distribuzione normale con media nulla e varianza  $\sigma_s^2$  e  $\sigma_{RTR}^2$  rispettivamente.

La media di  $s$  deve risultare nulla poiché  $\mu_{tot}$  è stata ricavata come media delle medie degli 11 legami costitutivi, quindi, il valor medio degli errori deve essere un valore nullo perché corrisponde proprio alla media totale.

Il valore medio delle singole osservazioni, fatte rispetto a ciascun gruppo, deve essere ancora un valore nullo perché la media degli errori di ciascun legame costitutivo corrisponde alla media generata dalle 30 osservazioni di ciascun gruppo.

Il vantaggio di fare il logaritmo sta nel fatto di avere tutti gli scarti positivi rispetto al valor medio, permettendo che la media di  $s$  ed  $\varepsilon$  torni proprio zero.

Nel calcolo della  $\sigma_s^2$  l'unico parametro che varia è il legame costitutivo, in quanto gli accelerogrammi utilizzati sono sempre i soliti 30, per cui significa che la dispersione è tanto più grande quanto più lontani sono i risultati che si ottengono utilizzando legami costitutivi diversi.

Invece, la varianza  $\sigma_{RTR}^2$  corrisponde alla varianza legata alla record to record variability, ovvero all'input sismico. Si calcola infatti come varianza dei valori residuali, ottenuti come distanza delle trenta osservazioni dei singoli legami costitutivi dalla media del singolo legame costitutivo.

Fino ad oggi non è mai stato usato più di un legame costitutivo per effettuare le analisi di risposta sismica, per cui il parametro  $s$  è sempre stato nullo in quanto  $\mu_{tot}$  corrispondeva alla media dell'unico legame costitutivo in esame.

Questo conferma che l'unica varianza che era stata presa in considerazione corrispondeva alla  $\sigma_{RTR}^2$ , ovvero alla variabilità dell'input sismico.

Quindi, l'obiettivo è stato quello di ottenere il valore della dispersione legata alla variabilità del legame costitutivo e valutare se sia confrontabile con quella generata dai diversi accelerogrammi utilizzati.

Per questo confronto sono state considerate solo le varianze  $\sigma_{RTR}^2$  e  $\sigma_s^2$  che sono i parametri che danno informazioni sulla dispersione del campione.

A questo punto si procede con il calcolo della varianza totale del sistema mediante la seguente formula:

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_s^2 + \sigma_{RTR}^2$$

Dopodiché si verifica se la varianza totale risulta un valore di poco o tanto maggiore di quella data dalla dispersione legata solamente all'input sismico.

Per tale confronto è stato fatto uso della radice della varianza totale ovvero la *Deviazione Standard*.

La deviazione standard è un indice di dispersione di una serie di valori. Quanto più la deviazione standard è alta, tanto più la curva di distribuzione statistica è distesa e quindi meno affidabile in termini di risultati.

Infatti, quando la curva è molto distesa si ha una maggiore probabilità di ottenere valori distanti dal valor medio. Quanto più la deviazione standard è un valore basso, tanto più la curva statistica è appuntita e questo porta ad ottenere risultati più affidabili. La deviazione standard  $\sigma_{RTR}$  corrisponde alla variabilità che è presente in un'analisi di risposta sismica in cui l'unico parametro che varia è il tipo di accelerogramma.

La deviazione standard  $\sigma_s$  corrisponde, invece, alla variabilità legata alla scelta del legame costitutivo, in quanto è stata considerata la varianza dei residuali delle 11 medie dei legami costitutivi e non quella delle singole registrazioni di ciascun legame costitutivo.

Qualora  $\sigma_s$  risultasse un valore confrontabile o maggiore di  $\sigma_{RTR}$  significherebbe che è importante porre attenzione alla scelta del legame costitutivo, perché corrisponderebbe ad avere dei risultati delle analisi di risposta sismica che variano maggiormente rispetto ai risultati che considerano la sola variabilità dell'input sismico.

Se  $\sigma_s$  risulta maggiore di  $\sigma_{RTR}$ , una stima sbagliata del legame costitutivo porta ad avere risultati, in termini di risposta sismica, più distanti dai risultati reali rispetto alla stima sbagliata dell'input sismico agente.

Per cui l'obiettivo finale di questo paragrafo è di studiare la varianza, e riuscire a capire quanto il campione sia disperso in funzione del parametro che si è scelto di far variare. Nel caso in esame il parametro che varia è il legame costitutivo.

Di seguito si riportano i risultati dell'analisi.

		<b>PGA</b>			<b>PSA</b>		
		$\sigma_{RTR}$	$\sigma_s$	$\sigma_{tot}$	$\sigma_{RTR}$	$\sigma_s$	$\sigma_{tot}$
<b>1° Modalità di Collasso</b>	<b>1% Inter. Drift</b>	0,41	0,06	<b><u>0,42</u></b>	0,17	0,06	<b><u>0,18</u></b>
	<b>3% Inter. Drift</b>	0,47	0,22	<b><u>0,52</u></b>	0,34	0,21	<b><u>0,40</u></b>
	<b>5% Inter. Drift</b>	0,51	0,33	<b><u>0,61</u></b>	0,40	0,33	<b><u>0,51</u></b>
<b>2° Modalità di Collasso</b>	<b>1% Inter. Drift</b>	0,38	0,14	<b><u>0,41</u></b>	0,28	0,14	<b><u>0,32</u></b>
	<b>3% Inter. Drift</b>	0,49	0,27	<b><u>0,56</u></b>	0,39	0,27	<b><u>0,48</u></b>
	<b>5% Inter. Drift</b>	0,54	0,34	<b><u>0,64</u></b>	0,45	0,35	<b><u>0,57</u></b>
<b>3° Modalità di Collasso</b>	<b>1% Inter. Drift</b>	0,42	0,02	<b><u>0,42</u></b>	0,14	0,02	<b><u>0,15</u></b>
	<b>3% Inter. Drift</b>	0,38	0,06	<b><u>0,38</u></b>	0,32	0,10	<b><u>0,33</u></b>
	<b>5% Inter. Drift</b>	0,36	0,09	<b><u>0,37</u></b>	0,39	0,13	<b><u>0,41</u></b>

Si osserva come primo risultato che effettuare delle analisi in termini di PSA fornisce risultati meno dispersi rispetto a quelli che si ottengono in termini di PGA.

Si può quindi affermare che un'analisi in termini di PSA risulta più precisa che in termini di PGA, infatti i valori della deviazione standard totale risultano molto più bassi.

Questa osservazione vale non solo al collasso ma anche negli altri due stati limite di danno, severo e limitato.

Come seconda osservazione si nota che nel passaggio da un comportamento anelastico ad una condizione di collasso, la dispersione diventa sempre più alta.

Infatti, dalla tabella precedente è possibile notare un aumento dei valori passando dall'1% al 3% fino ad arrivare al 5%, e questo vale sia in termini di PSA che PGA, ma solo con riferimento alle prime due modalità di collasso.

Per quanto riguarda la terza modalità si nota, infatti, una diminuzione di valori in particolare in termini di PGA.

			1% I.D.		3% I.D.		5% I.D.
<u>1° M.C.</u>	<u>PGA</u>	$\sigma_{tot}$	0,42	<	0,52	<	0,61
	<u>PSA</u>	$\sigma_{tot}$	0,18	<	0,40	<	0,51
<u>2° M.C.</u>	<u>PGA</u>	$\sigma_{tot}$	0,41	<	0,56	<	0,64
	<u>PSA</u>	$\sigma_{tot}$	0,32	<	0,48	<	0,57
<u>3° M.C.</u>	<u>PGA</u>	$\sigma_{tot}$	0,42	>	0,38	>	0,37
	<u>PSA</u>	$\sigma_{tot}$	0,15	<	0,33	<	0,41

Come terza e ultima osservazione è stato valutato quanto incide la deviazione standard del modello costitutivo rispetto alla deviazione standard dell'input sismico, nel calcolo della deviazione standard totale.



		1% I.D			3% I.D			5% I.D		
		$\sigma_{RTR}$	$\sigma_{tot}$	$\sigma_s$	$\sigma_{RTR}$	$\sigma_{tot}$	$\sigma_s$	$\sigma_{RTR}$	$\sigma_{tot}$	$\sigma_s$
<b>1° M.C.</b>	<b>PGA</b>	0,41	0,42	2%	0,47	0,52	18%	0,51	0,61	29%
	<b>PSA</b>	0,17	0,18	11%	0,34	0,40	28%	0,40	0,51	42%
<b>2° M.C.</b>	<b>PGA</b>	0,38	0,41	12%	0,49	0,56	23%	0,54	0,64	28%
	<b>PSA</b>	0,28	0,32	19%	0,39	0,48	32%	0,45	0,57	38%
<b>3° M.C.</b>	<b>PGA</b>	0,42	0,42	0%	0,38	0,38	2%	0,36	0,37	6%
	<b>PSA</b>	0,14	0,15	2%	0,32	0,33	9%	0,39	0,41	10%

Innanzitutto, è possibile osservare come primo risultato, che effettuare delle analisi in termini di PSA fornisce risultati meno dispersi rispetto a quelli che si ottengono in termini di PGA.

Inoltre, dai risultati riportati in tabella, è possibile notare che all'1% di Interstory Drift, la deviazione standard  $\sigma_{tot}$  risulta essere paragonabile alla varianza legata all'input sismico  $\sigma_{RTR}$ , sia in termini di PGA che di PSA e nelle tre differenti modalità di collasso.

Quindi, è possibile affermare che ad uno stato limite di danno limitato (SLD) le strutture sono solitamente in ambito elastico e il comportamento degradante della cerniera plastica incide molto poco. Per cui per bassi livelli di azione sismica l'effetto legato ai legami costitutivi non è rilevante rispetto alla variabilità legata all'input sismico, come dimostra la percentuale di incidenza della  $\sigma_s$  riportata in tabella.

Per cui, per effettuare un'analisi di risposta sismica, che abbia maggior precisione, risulta non essere di fondamentale importanza la scelta del legame costitutivo.

La situazione cambia leggermente per un interstory drift al 3%, in particolare nelle prime due modalità di collasso, in cui la scelta del legame costitutivo inizia a far sentire il suo effetto rispetto alla sola incidenza dell'input sismico, sia in termini di PGA che di PSA. Perciò, in uno stato limite di salvaguardia della vita umana (SLV) si ha

un'incertezza che dipende sia dalla scelta dell'input sismico che del legame costitutivo.

L'incertezza rimane invariata e con bassi valori di incidenza del legame costitutivo sulla risposta sismica nella terza modalità di collasso.

Infine, nella condizione di collasso al 5% di interstory drift si osserva che, l'incertezza data dal legame costitutivo ricopre un ruolo importante in un'analisi di risposta sismica, come lo dimostra, anche in questo caso la percentuale di incidenza del legame costitutivo sulla risposta strutturale.

Quindi, la scelta del legame costitutivo inizia ad avere un maggiore peso sull'incertezza finale. Anche in questo caso, le differenze si notano nelle prime due modalità di collasso mentre nella terza modalità l'incertezza legata alla scelta del legame costitutivo non è rilevante.

## Conclusioni

In questa tesi è stata valutata l'incertezza sulla risposta sismica di un telaio in cemento armato al variare del legame costitutivo e della modalità di collasso.

L'esito finale di questa tesi può concludersi riassumendo le principali considerazioni e osservazioni ricavate durante l'elaborazione dei risultati.

L'analisi di risposta sismica eseguita sulla struttura in esame, prendendo in considerazione le 11 tipologie differenti di legami costitutivi, che meglio rappresentano il reale comportamento degli elementi in cemento armato, ha portato ad avere una maggior dispersione dei risultati, soprattutto nelle condizioni di collasso al 5% di interstory drift e in termini di PGA, con riferimento alle prime due modalità di collasso.

Mentre, le analisi svolte in termini di PSA hanno fornito dei risultati con minor dispersione, risultando più precisi rispetto ai precedenti in PGA.

Inoltre, si è osservato che la dispersione dei risultati aumenta sempre più all'aumentare dell'interstory drift, perciò nelle condizioni di collasso si avrà il valore massimo.

Successivamente, dall'analisi delle curve di fragilità, che stimano la probabilità che l'edificio raggiunga un particolare stato limite definito, è stato osservato che l'utilizzo di differenti legami costitutivi condiziona in modo significativo la prestazione sismica della struttura, soprattutto nelle prime due modalità di collasso e per valori di intensità sismica via via crescente in termini di PGA mentre in termini di PSA il condizionamento dei legami è meno accentuato ma comunque significativo. Mentre per la terza modalità sia che si tratti di sismicità bassa o alta la scelta dei legami condiziona meno la prestazione sismica della struttura.

Infine, con un'analisi ANOVA sono state confrontate le varianze scaturite dalla scelta dell'input sismico e dalla scelta dei legami costitutivi. Da quest'analisi è risultato che la scelta del legame costitutivo, che ci permette di capire quale sia l'adeguato comportamento ciclico delle cerniere plastiche, è sensibilmente importante nella risposta sismica della struttura.

Infatti, per stati limiti di danno limitato la loro scelta può ritenersi trascurabile in virtù della scarsa incidenza nei risultati della risposta sismica, mentre per i restanti stati

limiti tale incidenza, risulta essere più marcata, portando a considerare di maggior importanza la scelta del legame costitutivo.

Quindi, anche se una selezione raffinata dell'input sismico porta a definire con certezza l'evento sismico in un determinato sito, l'incertezza insita nel legame costitutivo rimarrebbe legata al problema strutturale.

Anche se si riuscisse a migliorare l'incertezza legata all'input sismico, l'incertezza sui modelli costitutivi rimane e assume un ruolo importante e confrontabile con quello assunto dall'input sismico.

Tuttavia, è fondamentale considerare l'analisi dell'incertezza come una semplice quantificazione numerica delle prestazioni sismiche, ma anche come un'ulteriore analisi del sistema, contribuendo così nel processo decisionale. In particolare, i risultati dell'analisi dell'incertezza forniscono informazioni complementari, ma non sostitutive di quella che è la risposta sismica del sistema a livello globale, come l'elemento in sé, la sezione e il materiale.

Dai risultati ottenuti in questa tesi è bene, quindi, osservare che negli anni a venire, bisognerà porre maggiore attenzione al miglioramento della definizione dei legami costitutivi per poter inserire modelli che siano effettivamente vicini al comportamento reale di una struttura.

## Bibliografia

- [1] ACI 318-11 (American Concrete Institute), *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, 2011
- [2] H. Aslani, E. Miranda, *Probabilistic earthquake loss estimation and loss disaggregation in buildings*, 2005
- [3] Jack W. Baker, Ting Lin, Shrey K. Shahi, *New Ground Motion Selection Procedures and Selected Motions for the PEER Transportation Research Program*, 2011
- [4] M. Barni, *Valutazione delle incertezze derivanti dall'impiego di diversi modelli costitutivi per la valutazione della risposta sismica di telai in c.a.*, 2016
- [5] M. Bella, *Modellazione numerica di strutture sismo-resistenti e analisi probabilistica tipo Montecarlo*, 2009
- [6] Brendon A. Bradley, Dominic S. Lee, *Accuracy of approximate methods of uncertainty propagation in seismic loss estimation*, 2010
- [7] Brendon A. Bradley, *A critical examination of seismic response uncertainty analysis in earthquake engineering*, 2013
- [8] B. Calderoni, A. Sandoli, V. Andolfo, L. Migliaccio, *Analisi non-lineari statiche e dinamiche: l'utilizzo per la valutazione della vulnerabilità sismica di un edificio reale GLD in c.a.*, 2017-09-25
- [9] J. Devooght, *Model uncertainty and model inaccuracy*, 1997

- [10] M. Dolsek, *Incremental dynamic analysis with consideration of modeling uncertainties*, 2008
- [11] Luis. I. Ibarra, H. Krawinkler, *Global Collapse of Frame Structures under Seismic Excitations*, 2005
- [12] I. Iervolino, G. Manfredi, *A review of ground motion record selection strategies for dynamic structural analysis*, 2009
- [13] D. Jaffe, J. Snow, O. Cooper, *Communicating with Uncertainty: A Critical Issue with Probabilistic Seismic Hazard Analysis*, 2003
- [14] B. Kurtman, *A detailed analysis for evaluation of the degradation characteristics of simple structural systems*, 2007
- [15] Giuseppe Maddaloni, Gennaro Magliulo, Edoardo Cosenza, *Effect of the Seismic Input on Non-Linear Response of R/C Building Structures*, 2012
- [16] G. Magliulo, *Comportamento sismico degli edifici intelaiati in c.a. con irregolarità in pianta*, 2000
- [17] A. Masi, M. Vona, A. Digrisolo, *Costruzione di curve di fragilità di alcune tipologie strutturali rappresentative di edifici esistenti in c.a. mediante analisi dinamiche non lineari*, 2008
- [18] D. Vamvatsikos, M. Fragiadakis, *Incremental dynamic analysis for estimating seismic performance sensitivity and uncertainty*, 2009
- [19] Y. K. Wen, B. R. Ellingwood, D. Veneziano, J. Bracci, *Uncertainty Modeling in Earthquake Engineering*, 2003

[20] B. Ugurhan, J.W. Baker, G. G. Deierlein, *Uncertainty estimation in seismic collapse assessment of modern reinforced concrete moment frame buildings*, 2014