## Alma Mater Studiorum Università di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE Corso di Laurea in Astronomia Dipartimento di Fisica e Astronomia

# EMISSIONE DI BREMSSTRAHLUNG E APPLICAZIONI ASTROFISICHE

Tesi di laurea

Relatore: Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa Candidato: Giorgio Lesci

Sessione I Anno Accademico 2016/2017

# Indice

Sommario			1
1	Des	scrizione fisica del processo	<b>2</b>
	1.1	Bremsstrahlung termica	2
		1.1.1 Singola interazione elettrone-ione	3
		1.1.2 Il fenomeno complessivo: emissività specifica	4
		1.1.3 Emissività totale	$\overline{7}$
		1.1.4 Tempo di raffreddamento	$\overline{7}$
		1.1.5 Autoassorbimento	8
	1.2	Bremsstrahlung relativistica	9
<b>2</b>	App	plicazioni astrofisiche 1	<b>1</b>
	2.1	Applicazioni generali	11
		2.1.1 Accrescimento di nane bianche	11
		2.1.2 Ammassi di galassie	11
		2.1.3 Regioni HII	12
		2.1.4 Galassie ellittiche	13
	2.2	Cassiopeia A	14

## Sommario

La Bremsstrahlung, o radiazione di frenamento, è un processo di emissione nel continuo su un intervallo di frequenze che va dal radio ai raggi  $\gamma$ . Come per gran parte dei processi di emissione in astrofisica, essa si basa sulla perdita di energia da parte di cariche accelerate. È noto infatti dalle equazioni di Maxwell che cariche accelerate emettono radiazione. In particolare, nel singolo processo, un elettrone subisce una decelerazione entrando nel campo coulombiano di uno ione o un protone. La formula di Larmor infatti suggerisce che il contributo dell'energia emessa dagli ioni risulta trascurabile in confronto a quella irradiata dagli elettroni. Tale processo è dunque fondamentale all'interno dei plasmi, e in particolare si suddivide in Bremsstrahlung termica e Bremsstrahlung relativistica. Il primo caso ha luogo all'interno di un plasma termico, in cui gli elettroni seguono una distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità. Nel caso della Bremsstrahlung relativistica, invece, lo spettro degli elettroni segue una legge di potenza.

Oltre alla trattazione fisica del processo, verranno inoltre illustrati alcuni casi astrofisici in cui esso ha una particolare rilevanza, concentrando infine l'attenzione su una ricerca condotta da G. E. Allen, M. D. Stage e J. C. Houck sull'emissione di Bremsstrahlung da parte del resto di supernova Cas A.

# Capitolo 1

## Descrizione fisica del processo

### 1.1 Bremsstrahlung termica

La Bremsstrahlung, o radiazione di frenamento, è il processo di emissione presente in ogni gas caldo ionizzato. Tale fenomeno consiste in transizioni libero-libero: un elettrone libero entra nel campo coulombiano di uno ione positivo (o di un protone), viene decelerato ed emette radiazione elettromagnetica, e alla fine dell'interazione subisce una transizione in un altro stato non legato. Si tratta dunque di un processo che produce uno spettro continuo di radiazione, poiché corrisponde a transizioni energetiche non quantizzate. La Bremsstrahlung, inoltre, risulta essere non polarizzata in quanto il singolo fotone emesso è per definizione polarizzato linearmente, ma il fenomeno complessivo non può avere una direzione privilegiata dell'emissione.

Nel caso generale si assume che il gas sia otticamente sottile (ovvero con spessore ottico  $\tau \ll 1$ ), in modo tale che i fotoni emessi in ogni singolo processo fuoriescano dal gas senza subire alcun assorbimento o interazione. Una ulteriore assunzione è quella di studiare il fenomeno in modo classico, imponendo

$$h_p \nu \ll \varepsilon \tag{1.1}$$

dove  $h_p$  è la costante di Planck,  $\nu$  è la frequenza del fotone emesso, e  $\varepsilon$  l'energia cinetica dell'elettrone. Tuttavia la (1.1) non è valida per la Bremsstrahlung, o comunque è al limite di validità. Ciò implicherebbe la necessità di uno studio del fenomeno nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica, ma la trattazione classica si può comunque affrontare introducendo dei fattori correttivi variabili (fattori di Gaunt).

Nel caso specifico della *Bremsstrahlung termica*, che verrà qui affrontato per primo, si assume inoltre un regime non relativistico, cioè si impone che le particelle abbiano velocità molto inferiori a quella della luce e che quindi seguano la distribuzione in velocità di Maxwell-Boltzmann. Questo implica che il gas sia all'equilibrio termico. La Bremsstrahlung termica è, infatti, il processo che avviene all'interno di un plasma non relativistico, ovvero un *plasma termico*.

Un plasma termico di elettroni e ioni possiede una temperatura T sufficientemente alta da mantenere ionizzati gli atomi, tramite urti fra particelle. In un gas monoatomico con la distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann, infatti, la temperatura fornisce l'energia cinetica media delle particelle tramite la relazione

$$\frac{3}{2}kT = \left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle \tag{1.2}$$

dove m e v sono rispettivamente la massa e la velocità della singola particella. La (1.2) si applica separatamente agli elettroni e agli ioni in un plasma. Se le due tipologie di particelle sono all'equilibrio termico, i valori delle loro energie cinetiche medie coincidono. La temperatura necessaria a mantenere ionizzato il gas risulta essere dipendente anche dalla densità delle particelle, oltre che dal tipo di atomi, poiché un elettrone può subire un processo di ricombinazione con uno ione o un protone. Per i plasmi di idrogeno a basse densità che si incontrano in astrofisica, il gas risulta essere totalmente ionizzato a  $T \simeq 20000K$ . In generale, si definisce come plasma un gas con  $T > 10^4 K$ .

#### 1.1.1 Singola interazione elettrone-ione



Figura 1.1: Bremsstrahlung termica: raffigurazione schematica del processo elementare.

Il plasma termico si assume totalmente ionizzato, composto da elettroni di carica -e e ioni di carica +Ze, dove Z è il numero atomico. Siccome il plasma è all'equilibrio termico, l'energia cinetica media degli ioni è uguale a quella degli elettroni. Dalla (1.2) si nota che, poiché la massa dell'elettrone è 1836 volte più piccola di quella del protone, gli elettroni in un plasma di idrogeno si muovono circa 40 volte più velocemente dei protoni. Questa differenza di velocità aumenta in presenza di ioni più pesanti. Dunque gli ioni verranno considerati stazionari, con elettroni che si muovono ad alte velocità. Nella trattazione che segue sarà allora ragionevole porsi in un sistema di riferimento solidale allo ione (o protone).

Dalle equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo discende la *Formula di Larmor*, la quale mette in evidenza il fatto che se una carica viene accelerata emette energia:

$$P_{br} = -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{c^3} = \frac{2}{3} \frac{\mathbf{d}^2}{c^3}$$
(1.3)

dove  $P_{br}$  è la potenza emessa,  $\varepsilon$  l'energia della particella, q la carica, a l'accelerazione, e  $\mathbf{d} = \sum_{i} q_i \mathbf{r_i}$  il momento di dipolo. Da qui si nota che le interazioni tra particelle identiche (ad es. elettrone-elettrone) danno contributo nullo, poiché il momento di dipolo  $\mathbf{d}$  risulta essere proporzionale al centro di massa  $\sum_{i} m_i \mathbf{r_i}$ , che è una costante del moto.

Inoltre se x è la distanza ione-elettrone,  $a = (Ze^2)/(m_ex^2)$  è l'accelerazione coulombiana. Dunque, data la dipendenza di  $P_{br}$  da  $x^{-4}$  (eq. (1.3)), è evidente che viene irradiata energia in quantità apprezzabile solo finchè l'elettrone si trova a distanze dallo ione dell'ordine di b, detto parametro d'impatto (Fig 1.1). Esso corrisponde alla distanza proiettata del maggiore avvicinamento dell'elettrone allo ione. In un plasma di particelle che si muovono randomicamente, il parametro d'impatto varia da collisione a collisione da un  $b_{min}$  a un  $b_{max}$ .

Assumendo  $x\simeq b,$ la durata effettiva della collisione sarà quindi dell'ordine di

$$\Delta t \sim 2\frac{b}{v} \tag{1.4}$$

L'energia totale irradiata durante tutta la collisione è quindi

$$P_{br}\Delta t \sim \frac{4}{3} \left(\frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2}\right) \left(\frac{1}{b^3 v}\right) \tag{1.5}$$

come se la radiazione venisse emessa in impulsi di durata  $\Delta t$ . Ciò che si evince da questa relazione è che più l'elettrone passa vicino allo ione, più il fotone emesso è energetico. D'altro canto, quello che risulta essere meno intuitivo è che più l'elettrone è veloce meno perde energia.

La distribuzione spettrale della radiazione emessa, in funzione della frequenza, si ottiene effettuando l'analisi di Fourier del moto della carica. Essa risulta essere piuttosto piatta fino ad una frequenza massima:

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b} \tag{1.6}$$

oltre la quale crolla esponenzialmente. Approssimando lo spettro con una distribuzione in frequenza di tipo rettangolare, con larghezza pari a v/4b, si ottiene

$$\frac{P_{br}\Delta t}{\Delta\nu} \simeq \frac{P_{br}\Delta t}{\nu_{max}} = 2P_{br}(\Delta t)^2 \simeq \frac{16}{3} \left(\frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2}\right) \frac{1}{b^2 v^2}$$
(1.7)

che corrisponde all'energia irradiata in una collisione su un intervallo unitario di frequenza.

#### 1.1.2 Il fenomeno complessivo: emissività specifica

Il fine delle considerazioni che seguono è quello di ottenere l'emissività specifica di Bremsstrahlung termica, cioè la potenza per unità di volume a frequenza  $\nu$ . Si



Figura 1.2: Flusso di elettroni verso un singolo ione.

assuma inizialmente un singolo ione immerso in un fascio di elettroni con velocità parallele di modulo v e densità  $n_e$  (Fig 1.2). Per il singolo ione, il numero di collisioni in un secondo con parametro d'urto compreso tra b e b + db è dato da  $2\pi b db \times n_e \times v$ . Se ora si considera una distribuzione di ioni con densità  $n_z$ , la prima espressione per l'emissività specifica si ottiene moltiplicando la (1.7) per il numero di urti in un secondo e per  $n_z$ , e integrando su  $b^{-1}$ :

$$J_{br}(v,\nu) = 2\pi n_e n_z v \int_{b_{min}}^{b_{max}} (2P_{br}(\Delta t)^2) b \, db \simeq \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{v} n_e n_z Z^2 \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.8)$$

dove si definisce il fattore di Gaunt  $g_{ff} = \sqrt{3}/\pi \ln(b_{max}/b_{min})$ .

Dato che si parla di particelle in un plasma termico, gli elettroni avranno una distribuzione Maxwelliana delle velocità. La probabilità che un elettrone abbia velocità compresa tra  $v \in v + dv$  è data da:

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_e v^2/2kT} v^2 dv$$
(1.9)

Il numero di elettroni per unità di volume con velocità comprese tra  $v \in v + dv$  è dato da  $n_e(v) = n_e f(v) dv$ . Ora si va a sostituire  $n_e(v)$  a  $n_e$  nella (1.8), e si integra su tutte le velocità possibili:

$$J_{br}(\nu,T) = \int_{v_{min}}^{+\infty} J_{br}(\nu,v)f(v) \, dv$$
 (1.10)

Si osservi che l'estremo inferiore nell'integrale è un certo  $v_{min}$ . Ciò è dovuto al fatto che l'energia cinetica degli elettroni non può essere inferiore a quella dei fotoni emessi, dunque si impone  $\frac{1}{2}m_e v_{min}^2 \ge h_p \nu$ , da cui  $v_{min} \ge \sqrt{\frac{2h_p \nu}{m_e}}$ .

Inoltre nella (1.10) la  $J_{br}$  non dipende più da  $(\nu, v)$ , ma data la distribuzione di Maxwell-Boltzmann e la conseguente integrazione sulle velocità essa sviluppa la nuova dipendenza da  $(\nu, T)$ . Sviluppando i calcoli nella (1.10) si ottiene, dunque, la relazione per l'*emissività specifica* a una certa temperatura T:

$$J_{br}(\nu,T) = (6.8 \times 10^{-38}) T^{-1/2} e^{-h_p \nu/kT} n_e n_z Z^2 \overline{g_{ff}(\nu,T)}$$
(1.11)

con unità di misura in CGS pari a erg cm $^{-3}$  s $^{-1}$  Hz $^{-1}.$ 

Il fattore  $g_{ff}(\nu, T)$  è il fattore di Gaunt medio, e dipende dalla temperatura e dalla frequenza. Per  $h_p\nu/kT \gg 1$ ,  $\overline{g_{ff}}$  conta poco e si può approssimare all'unità. I fattori di Gaunt sono più alti nella banda radio, ma non superano comunque i valori di 10-15.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Il valore massimo del parametro d'impatto si ottiene imponendo che a una data frequenza  $\nu$ contribuiscano in modo apprezzabile solo quegli elettroni il cui parametro d'impatto corrisponde a una  $\nu_{max} > \nu$ , per cui  $b_{max} \leq v/4\nu$ . Il valore di  $b_{min}$ , invece, deriva dal confronto tra un  $(b_{min})_{class}$  e un  $(b_{min})_{quant}$ . Il  $b_{min}$  classico si determina dal valor medio delle velocità. Quello quantistico si ottiene applicando il principio di indeterminazione di Heisenberg, la cui implicazione qualitativa è che per distanze elettrone-ione  $\Delta x$  molto piccole, lo scarto sull'impulso  $\Delta p$  è molto grande. Dunque si può confondere il valore di p con la sua indeterminazione. La scelta tra  $(b_{min})_{class}$  e  $(b_{min})_{quant}$  risulta dipendere dalla temperatura: nelle regioni HII  $(T \sim 10^4 K)$ si usa quello classico, mentre negli ammassi di galassie  $(T \sim 10^7 K)$  si ha  $(b_{min})_{quant}$ .

Dalla (1.11) si osserva che l'emissività specifica decresce esponenzialmente all'aumentare della frequenza. In realtà tale esponenziale si può considerare quasi costante per un largo intervallo di frequenze, tale per cui  $\nu$  sia apprezzabilmente minore di  $kT/h_p$ . L'emissione interessa un'ampia zona dello spettro elettromagnetico, ed è osservabile tipicamente nella banda radio a temperature non troppo elevate, mentre si estende fino alla banda X alle temperature tipiche del mezzo intergalattico. Per  $h_p\nu \simeq kT$  si ha la condizione per definire la frequenza di cutoff, cioè la frequenza oltre la quale domina il fattore esponenziale e si ha la decrescita. In altri termini è la frequenza oltre la quale iniziano a diminuire drasticamente le emissioni degli elettroni. Essa, sostituendo le costanti, è (in Hz):



(1.12)

Figura 1.3: Spettro teorico di Bremsstrahlung termica. In evidenza l'effetto del fattore correttivo di Gaunt (linea continua). La linea tratteggiata è piatta fino alla frequenza di cutoff.

In Figura 1.3 è mostrato l'andamento teorico dell'emissività specifica a una fissata T. Il caso in questione è quello di un plasma di idrogeno (Z = 1) a temperatura  $T = 5 \times 10^7$  K con  $n_z = n_e = 10^6$  m<sup>-3</sup>. L'emissività va dal radio ai raggi X, con un cutoff a  $\nu \simeq 10^{18}$  Hz come previsto dalla (1.12). Si osserva che il fattore di Gaunt modula apprezzabilmente la risposta esponenziale a basse frequenze, alzando lo spettro; d'altra parte il suo effetto scompare ad alte  $\nu$ .



Figura 1.4: Emissività specifica a T differenti, con  $T_2 > T_1$ .

La Figura 1.4 mostra invece qualitativamente l'andamento dell'emissività specifica, al variare della temperatura  $(T_2 > T_1)$ . Il cutoff si ha a  $\nu$  maggiori per  $T_2$  rispetto a  $T_1$ . Tuttavia per  $T_2$  l'emissività specifica è minore, perché a basse frequenze la  $J_{br}(\nu, T)$  è dominata dal fattore  $T^{-1/2}$ . Dunque al crescere della temperatura lo spettro si allarga, ma allo stesso tempo si abbassa.

#### 1.1.3 Emissività totale

L'emissività totale si ottiene integrando quella specifica (eq. (1.11)) su tutte le frequenze:

$$J_{br}(T) = \int_0^{+\infty} J_{br}(\nu, T) \, d\nu \simeq (1.4 \times 10^{-27}) T^{1/2} n_e n_z Z^2 \overline{g_{ff}(T)}$$
(1.13)

in erg cm<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>.

Risulta dunque una dipendenza da  $T^{1/2}$ , a differenza dell'emissività specifica per la quale si aveva  $T^{-1/2}$ . All'atto pratico ciò implica che, a parità degli altri parametri fisici, un gas caldo rispetto a uno più freddo abbia un'emissività bolometrica maggiore, ma specifica minore. Questo risulta più plausibile analizzando attentamente la (1.11). All'aumentare della temperatura, infatti, il fattore  $T^{-1/2}$  risulta meno influente di  $e^{-h_p\nu/kT}$ . Ciò significa che la frequenza di cutoff ha uno spostamento verso destra più pronunciato rispetto all'abbassamento del valore massimo di  $J_{br}(\nu, T)$ . Siccome l'emissività totale non è altro che l'area sottesa dalla funzione  $J_{br}(\nu, T)$ , l'aumento di temperatura risulta in un aumento di  $J_{br}(T)$ .

#### 1.1.4 Tempo di raffreddamento

In un plasma la cui composizione è quella tipica incontrata in astrofisica, la Bremsstrahlung rappresenta il principale processo di raffreddamento per  $T \geq 10^7$ . Il tempo di raffreddamento (o tempo di cooling) è un tempo caratteristico, definito come il rapporto fra l'energia termica del plasma, per unità di volume, e quella irradiata per Bremsstrahlung. Supponendo di avere un plasma di elettroni e protoni, con  $n_e \simeq n_p$ , si ha

$$t_{br} \sim \frac{3/2(n_e + n_p)kT}{J_{br}(T)} \sim \frac{3n_e kT}{J_{br}(T)}$$
 (1.14)

che, andando a sostituire i valori numerici, fornisce:

$$t_{br} \sim \frac{1.8 \times 10^{11}}{n_e g_{ff}} T^{1/2} \ sec \simeq \frac{6 \times 10^3}{n_e g_{ff}} T^{1/2} \ anni \tag{1.15}$$

Si ha che  $t_{br}$  dipende più dalla densità del mezzo che dalla sua temperatura.

Nelle regioni HII, dove  $n_e \simeq 10^2 - 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T \simeq 10^3 - 10^4 \text{ K}$ , si ha  $t_{br} \simeq 100$ - 1000 anni. Negli ammassi di galassie ( $n_e \simeq 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T \simeq 10^8 \text{ K}$ ), si ha invece  $t_{br} \simeq 10^{10}$  anni. Questo risultato, a causa del fatto che la Bremsstrahlung è la principale fonte di raffreddamento per gli ammassi di galassie, suggerisce che questi ultimi non si raffreddino mai in quanto possiedono un tempo di raffreddamento dell'ordine dell'età dell'universo. Oltre all'elevata temperatura, infatti, il peso maggiore risiede nella bassissima densità presente.

#### 1.1.5 Autoassorbimento

In una nube, gli elettroni che emettono radiazione per Bremsstrahlung possono anche assorbirla. Questo è un modo che ha il plasma termico per recuperare energia, ed è un fenomeno dipendente dalla densità: più è alta la densità maggiore sarà l'assorbimento, perché cresce l'opacità  $\tau$ .

È possibile calcolare il *coefficiente di assorbimento*  $\mu(\nu, T)$  di un plasma all'equilibrio termico applicando la legge di Kirchhoff:

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T) B_{BB}(\nu, T)$$
(1.16)

dove  $j(\nu, T)$  è l'emissività di Bremsstrahlung su  $4\pi$  steradianti, mentre il termine  $B_{BB}(\nu, T) = (2h_p\nu^3/c^2)(e^{h_p\nu/kT} - 1)^{-1}$  corrisponde alla brillanza di corpo nero. Dalla (1.16):

$$\mu(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi B_{BB}(\nu, T)} = \frac{1}{4\pi} \frac{J_{br}(\nu, T)}{2h_p \frac{\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h_p \nu/kT} - 1}} \simeq$$
$$\simeq \frac{1}{4\pi} \times 6.6 \times 10^{-38} T^{-1/2} n_e n_z Z^2 \overline{g_{ff}(\nu, T)} \times \frac{c^2}{2h_p \nu^3} \times (1 - e^{-h_p \nu/kT})$$
$$\propto n_e n_z T^{-1/2} (1 - e^{-h_p \nu/kT}) \nu^{-3}$$
(1.17)

Il coefficiente di assorbimento diminuisce fortemente al crescere della frequenza, per cui una nube che irradia per Bremsstrahlung risulta essere otticamente sottile all'aumentare di  $\nu$ . Nel radio invece, dove  $h_p\nu/kT \ll 1$ , si può sviluppare in serie il termine esponenziale e il coefficiente d'assorbimento è approssimabile a:

$$\mu(\nu, T) \simeq 0.018 \, T^{-3/2} n_e n_z Z^2 \nu^{-2} \overline{g_{ff}} \tag{1.18}$$

Dall'equazione del trasporto radiativo si ha

$$B_{nube}(\nu,T) = \frac{J_{br}(\nu,T)}{4\pi\mu(\nu,T)}(1-e^{-\tau}) = B_{BB}(\nu,T)(1-e^{-\tau}) \propto \frac{\nu^3}{e^{h_p\nu/kT}-1}(1-e^{-\tau})$$
(1.19)

dove  $\tau = \mu(\nu, T)l_0$  è il coefficiente di opacità, e  $l_0$  lo spessore della nube.



Figura 1.5: Spettro autoassorbito di Bremsstrahlung termica.

Dalla (1.19), nell'intervallo di frequenza e temperatura in cui è valida l'approssimazione di Rayleigh-Jeans per il corpo nero, si può scrivere:

$$B_{nube}(\nu, T) \propto T\nu^2 \qquad \tau \gg 1 \qquad (regime \ otticamente \ spesso) \qquad (1.20)$$

$$B_{nube}(\nu, T) \propto T\nu^0 \qquad \tau \ll 1 \qquad (regime otticamente sottile)$$
(1.21)

In regime otticamente spesso, dunque, lo spettro cresce proporzionalmente a  $\nu^2$  (Fig 1.5), poi si appiattisce quando si entra nel regime otticamente sottile. Infine si ha il crollo esponenziale oltre la frequenza di cutoff.



Figura 1.6: Spettro complessivo di Bremsstrahlung in presenza di autoassorbimento.

## 1.2 Bremsstrahlung relativistica

Nel caso di un plasma relativistico, con velocità degli elettroni  $v \simeq c$ , l'espressione (1.8) per l'emissività specifica si può ottenere introducendo un opportuno fattore di Gaunt. Si ha:

$$J_{br,rel}(v,\nu) = \frac{32\pi e^6}{3m_e^2 c^3 v} n_e n_z Z(Z+1.3) \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$
(2.1)

dove, tenendo conto delle abbondanze cosmiche (< Z >= 1.3), si ottiene (in erg $\rm s^{-1}~Hz^{-1})$ 

$$J_{br,rel}(\nu) \simeq (5 \times 10^{-42}) n_e n_H$$
 (2.2)

Per quanto riguarda la derivazione delle altre relazioni, il metodo è equivalente a quello utilizzato nei paragrafi precedenti.

Gli elettroni assumono una distribuzione in energia descritta da una legge di potenza, del tipo  $N(\varepsilon) = N_0 \varepsilon^{-\delta}$  dove  $\varepsilon$  è l'energia. L'emissività, integrata su tutti gli elettroni con energia  $\varepsilon \ge \varepsilon_{\nu} = h_p \nu$ , risulta essere:

$$J_{br,rel}(\nu) \simeq (5 \times 10^{-42}) n_H \int_{\varepsilon_{\nu}}^{+\infty} N(\varepsilon) \, d\varepsilon \propto \nu^{-(\delta-1)}$$
(2.3)

Si nota dunque che lo spettro è descritto da una legge di potenza, ed è determinato dall'esponente  $\delta$  derivante dalla distribuzione in energia degli elettroni. Poiché gli elettroni sono relativistici, l'emissione si estende a frequenze pari all'energia degli elettroni diviso  $h_p$ , ossia tipicamente fino alla banda  $\gamma$ .

# Capitolo 2 Applicazioni astrofisiche

Nel seguente capitolo verranno trattati in modo qualitativo alcuni casi astrofisici che prevedono un'emissione di Bremsstrahlung, focalizzando infine l'attenzione sul caso in particolare del resto di supernova Cassiopeia A.

## 2.1 Applicazioni generali

#### 2.1.1 Accrescimento di nane bianche

Si consideri il caso di una nana bianca che accresce la sua massa da una stella compagna. Cadendo verso la nana, la massa viene accelerata a energie molto elevate. Poco prima della superficie essa può incontrare uno shock, che frena improvvisamente il materiale causando un aumento di densità. Il materiale, dunque, diventa un plasma caldo e otticamente sottile, che lentamente si deposita sulla superficie della nana bianca. Questo plasma irradia per Bremsstrahlung, e allo stesso tempo riceve continuamente energia dal flusso di massa in caduta verso la stella. All'equilibrio, l'energia irradiata dal plasma è uguale a quella depositata dal materiale in caduta, e in effetti la temperatura arriva al valore necessario al plasma per irradiare esattamente l'ammontare di energia che riceve.

#### 2.1.2 Ammassi di galassie

Le galassie non sono distribuite casualmente nell'universo, ma si localizzano in gruppi o in ammassi entro i quali sono legate l'un l'altra dalla forza gravitazionale. I gruppi contengono relativamente poche galassie (dell'ordine delle decine), mentre gli ammassi possono arrivare a contenerne migliaia.

Il gas intergalattico negli ammassi ha temperature dell'ordine di  $10^7 - 10^8$  K. Come già illustrato nella Sezione 1.1.4, a queste temperature la Bremsstrahlung è il principale processo di raffreddamento, ma a causa della bassissima densità il tempo di cooling risulta essere dell'ordine dell'età dell'universo.

In Figura 2.1 è mostrato uno spettro teorico per un plasma a  $10^7$  K, che mostra le righe di emissione aspettate. Confronti con spettri reali di ammassi di galassie permettono di dedurre le quantità attuali di diversi elementi e specie ionizzate nel plasma. L'emissione a queste temperature arriva nell'X, e solo negli ultimi anni sono stati ottenuti spettri in questa banda con una risoluzione sufficiente per distinguere queste righe strette.



**Figura 2.1:** Grafico semilogaritmico del calcolo teorico dell'emissività specifica di Bremsstrahlung, diviso per il quadrato della densità degli elettroni, per un plasma a  $T = 10^7$  K con abbondanze cosmiche degli elementi in funzione di  $h_p \nu/kT$ . Le linee tratteggiate mostrano l'effetto dell'assorbimento dei raggi X da parte del gas interstellare.

#### 2.1.3 Regioni HII

L'energia di ionizzazione dell'atomo di idrogeno corrisponde a ~ 13.6 eV, quindi sono necessari fotoni ultravioletti ( $\lambda < 916 \text{ Å}$ ) per strappare l'elettrone dal nucleo. Le stelle attorno alle quali si sviluppano le regioni HII infatti sono tipicamente di tipo spettrale O e B, le quali hanno temperature superficiali  $\geq 10^4$  K. L'idrogeno ionizzato è dunque un tracciante delle stelle di formazione recente.

I fotoni ultravioletti ionizzano gli atomi di idrogeno formando delle coppie elettrone-protone, e tali elettroni possono irraggiare per Bremsstrahlung se frenati dai campi coulombiani dei protoni, oppure possono ricombinarsi con questi ultimi formando atomi eccitati che, decadendo a livelli di energia inferiori, emettono fotoni con energie quantizzate. L'emissione dunque produce sia uno spettro continuo, per Bremsstrahlung termica, che delle righe per i processi di ricombinazione. Si noti che si possono ottenere anche righe di altri elementi aggiuntivi all'idrogeno, per i quali le energie di ionizzazione sono però maggiori.

In particolare gli spettri radio delle regioni HII mostrano chiaramente lo spettro piatto di una sorgente termica otticamente sottile. Un esempio è illustrato in Figura 2.2, in cui è rappresentata la distribuzione spettrale di due regioni HII nel complesso W3. Il picco è dovuto all'emissione dei grani di polvere, i quali sono molto presenti nelle regioni di formazione stellare, e una volta termalizzati emettono per corpo nero principalmente nel far-infrared ( $\sim 50 - 100 \ \mu$ m). A basse frequenze il plasma diventa otticamente spesso, e presenta un andamento proporzionale a  $\nu^2$  fino a diventare pressoché piatto (emissione di Bremsstrahlung termica autoassorbita).



Figura 2.2: Spettro continuo delle regioni HII W3(A) e W3(OH).

#### 2.1.4 Galassie ellittiche

Le galassie ellittiche presentano un basso quantitativo di gas interstellare. Esse si sono probabilmente formate dal merging di galassie a spirale, il quale ha causato un'intensa formazione stellare per via dell'alta densità raggiunta dal gas. Quest'ultimo si è dunque esaurito in breve tempo, e ciò che ne rimane è un gas estremamente rarefatto ad elevate temperature ( $T \ge 10^6$  K), che emette radiazione per Bremsstrahlung fino all'X. Da quanto visto nella sezione 1.1.4, tale gas interstellare ha tempi di cooling elevatissimi nonostante l'alta temperatura, a causa della bassa densità.



Figura 2.3: La galassia ellittica gigante M87.

## 2.2 Cassiopeia A

Cassiopeia A (Cas A) è un resto di supernova nella costellazione di Cassiopea. La natura dell'emissione ad alte energie (raggi X) da parte di Cas A è da molti anni una fonte di controversie. In alcuni casi si parla di un'emissione dominata da radiazione di sincrotrone, in altri si asserisce la prevalenza dell'emissione di Bremsstrahlung non termica, cioè dovuta a elettroni che hanno energie leggermente più alte rispetto a quelle degli elettroni termici. La ricerca ([7]) si basa sull'analisi dei dati di Chandra ACIS (Advanced CCD Imaging Spectrometer), e su quelli dell'RXTE PCA (Rossi X-ray Timing Explorer, Proportional Counter Array). In primo luogo vengono elaborati i dati di ACIS, per poi applicare un confronto coi risultati del PCA.

I dati di ACIS nel range 0.3-7 keV vengono utilizzati per identificare le regioni dominate dalla radiazione di sincrotrone. Lo spettro in tale regione è stato fittato con un modello che include, oltre alla componente di sincrotrone, anche una componente di assorbimento interstellare. Lo spettro di sincrotrone composito dell'intero remnant è stato quindi ottenuto sommando i modelli spettrali di best-fit per ognuna delle regioni dominate da tale emissione. Queste regioni hanno un'ampia frazione della loro emissione tra i 4 e i 6 keV (filamenti blu in Figura 2.4).



**Figura 2.4:** Immagine in falsi colori del resto di supernova Cas A (ACIS). Le parti in rosso corrispondono alla banda 0.5-1.5 keV (righe in emissione di O, Fe, Ne e Mg), quelle in verde a 1.5-2.5 keV (righe in emissione di Si e S), mentre le zone in blu corrispondono alla banda 4-6 keV (continuo).

Tale modello composito è stato poi comparato con lo spettro a 10-32 keV dato dal PCA<sup>1</sup>. Un'eventuale emissione termica diventa trascurabile a energie maggiori di 10 keV. Oltre i 32 keV, inoltre, i dati non vengono considerati a causa del rapporto segnale-rumore minore di uno. Comparando lo spettro composito di sincrotrone con i dati del PCA, il risultato indica che solo una piccola parte del flusso

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Si noti che il PCA non fornisce immagini.

del PCA è prodotta dal sincrotrone. Perciò per i dati del PCA è stato utilizzato un fit che includeva sia la componente di sincrotrone che quella di Bremsstrahlung non termica; in particolare l'emissione in eccesso dal sincrotrone ha seguito un fit di Bremsstrahlung. In Figura 2.5 sono graficati i dati (istogramma nero) e il modello (istogramma rosso) per il PCA. Gran parte dell'istogramma nero è coperta dal rosso, in quanto essi sono quasi identici. L'istogramma rosso è dato dalla somma delle componenti verde (background strumentale), azzurra (modello di sincrotrone) e blu (modello di Bremsstrahlung non termica). Come si vede, dai due terzi ai tre quarti dell'emissione a 10-30 keV è prodotta da Bremsstrahlung non termica.



**Figura 2.5:** Nella parte superiore sono graficati lo spettro dei dati del PCA (nero), quello composito di sincrotrone (azzurro), lo spettro di Bremsstrahlung non termica (blu), e quello di background strumentale (verde). In basso sono rappresentate le differenze tra i quasi identici istogrammi nero e rosso, diviso per la radice quadrata dell'istogramma nero.

Combinando i risultati per il modello della Bremsstrahlung non termica, coi risultati di un'analisi separata di Bremsstrahlung termica ( $kT \simeq 1 \text{ keV}$ ), si possono dedurre le proprietà dello spettro globale degli elettroni.

Lo spettro in Figura 2.6 mostra, innanzitutto, una transizione dalla Maxwelliana (termica) a una distribuzione non termica in corrispondenza di E = 5.3 keV (p = 73 keV/c). Inoltre più del 5% degli elettroni hanno energie maggiori di 5.3 keV, e questi elettroni non termici posseggono circa il 30% dell'energia dell'intera distribuzione (che corrisponde a  $2 \times 10^{49}$ erg).



Figura 2.6: Distribuzione degli elettroni.

## Bibliografia

- [1] H. Bradt, Astrophysics processes, Cambridge University Press, 2008.
- [2] M. S. Longair, *High energy astrophysics*, Cambridge University Press, 2011.
- [3] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di radioastronomia*, dispense, 2012.
- [4] S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio, Particelle e interazioni fondamentali, Springer, 2012.
- [5] G. B. Rybicki, A. P. Lightman, *Radiative processes in astrophysics*, WILEY-VHC, 2004.
- [6] D. Dallacasa, Processi di radiazione e MHD, dispense, 2016.
- [7] G. E. Allen, M. D. Stage, J. C. Houck, *Nonthermal Bremsstrahlung vs. Synchrotron Radiation: Cas A*, 30th international cosmic ray conference, 2008.
- [8] M. L. Kutner, Astronomy A physical perspective, Cambridge University Press, 2003.