

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Laurea in Matematica

**STEREOSCOPIA ED
AUTOSTEREOGRAMMI**

Tesi di Laurea in Geometria

Relatore:
Prof. Massimo Ferri

Presentata da:
Claudia Agosti

Sessione II
Anno Accademico 2015/2016

“Quando c’è una meta anche il deserto diventa strada.”

Proverbio tibetano

Introduzione

Interagire con lo spazio tridimensionale, essere in grado di percepire, riconoscere e catalogare gli oggetti sono compiti facilmente eseguibili persino da un bambino di pochi anni.

Costruire un robot capace di adempiere agli stessi compiti non è tuttavia così semplice, in quanto ciò equivale a costruire un robot capace di “vedere” lo spazio che lo circonda. Questo è strettamente legato all'estrazione di determinate informazioni da un'immagine e, a questo scopo, una strada efficace può essere quella di prendere spunto (e quindi analizzare) il sistema visivo umano.

In questa tesi studierò come il sistema visivo umano riesca ad ottenere informazioni della scena tridimensionale utilizzando le due immagini riprese dai nostri occhi, ed analizzerò come, ingannandolo, si riesca a “vedere” una figura tridimensionale partendo da un'immagine bidimensionale.

In particolare, nel primo capitolo studierò come, attraverso una coppia di immagini riprese da due posizioni leggermente diverse (esattamente come le immagini riprese dall'occhio destro e dall'occhio sinistro), si riesca a calcolare l'esatta profondità di un punto P della scena. Per fare ciò andrò incontro al “problema della corrispondenza dei punti”: non sarà semplice riuscire ad indicare lo stesso oggetto in entrambe le immagini, in quanto si presenta in modi leggermente differenti, proprio perchè “fotografato” da angolazioni diverse.

Nel secondo capitolo analizzerò, quindi, i due metodi grazie ai quali il siste-

ma visivo umano risolve questo problema: il procedimento *top-down* ed il procedimento *bottom-up*. In quest'ultimo risulterà molto utile introdurre e studiare gli stereogrammi a punti casuali, ovvero una coppia di immagini stereoscopiche composte da quadratini bianchi e neri.

Nel terzo ed ultimo capitolo analizzerò i diversi tipi di autostereogrammi, ossia singole immagini con particolari caratteristiche, e descriverò come questi riescano a creare un'incredibile illusione di tridimensionalità, se guardati convergendo o divergendo i nostri occhi.

Indice

Introduzione	ii
1 Stereoscopia	1
1.1 Soggetto puntiforme	3
1.2 Soggetto composto da più punti	4
1.2.1 Immagine digitale	6
1.2.2 Corrispondenza	6
2 Top-down e Bottom-up	11
2.1 Top-down	11
2.2 Bottom-up	14
2.2.1 Stereogrammi a punti casuali (RDS)	15
3 Autostereogrammi (SIS)	19
3.1 Tecniche di visualizzazione	19
3.1.1 Metodo wall-eyed	19
3.1.2 Metodo cross-eyed	20
3.2 Wall-paper autostereograms	21
3.3 Autostereogrammi a punti casuali (SIRDS)	22
3.3.1 Costruzione di un SIRDS	24
3.4 Magic-eye autostereograms	26
Conclusioni	30
Bibliografia	31

Capitolo 1

Stereoscopia

La *stereoscopia*, dal greco “stereòs” = solido, tridimensionale e “skopein” = vedere, è una tecnica che permette di restituire una singola immagine tridimensionale della scena, mediante due o più immagini riprese da posizioni leggermente diverse.

Essa viene utilizzata dal sistema visivo umano: le immagini vengono riprese dai due occhi e le relative informazioni vengono elaborate dal cervello, il quale ci restituisce una singola immagine tridimensionale, grazie alla quale possiamo percepire la profondità dei vari oggetti della scena. (Figura 1.1)

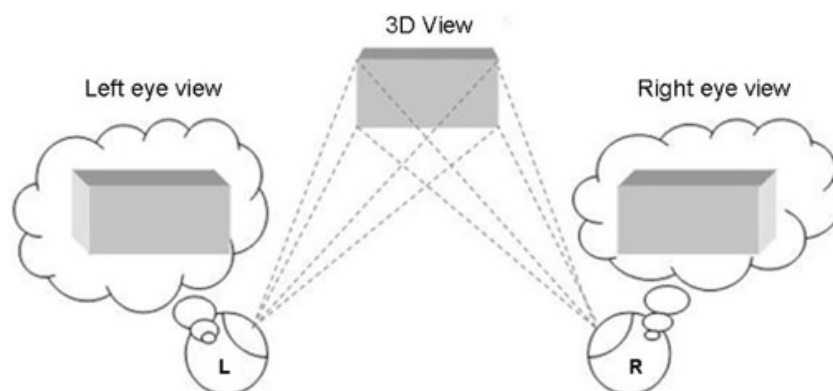


Figura 1.1: Immagine tridimensionale

Per capire meglio come questo avvenga, ci soffermiamo su come viene creata un'immagine.

Ad esempio, in una macchina fotografica, i raggi luminosi vengono diffusi dal soggetto della foto, convergono nel foro dell'obiettivo fotografico (*centro ottico*), e resistuiscono un'immagine capovolta del nostro soggetto sulla pellicola fotografica (*piano immagine*).

Ai nostri fini, conviene semplificare il modello posizionando il piano immagine tra il centro ottico e il soggetto. La distanza tra il piano immagine e il centro ottico è chiamata *focale* f .

Preso $P = (X_P, Y_P, Z_P)$ un punto nello spazio e $p = (x, y, f)$ la sua proie-

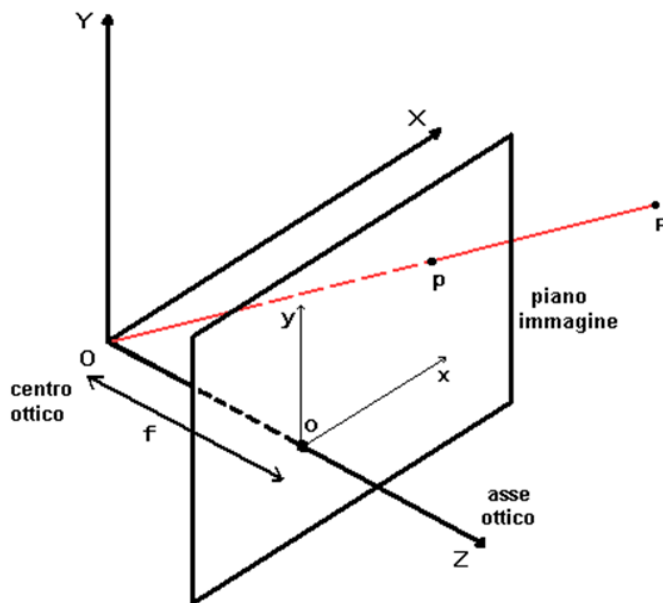


Figura 1.2: Proiezione del punto P sul piano immagine $z = f$

zione sul piano immagine (Figura 1.2), la relazione tra le coordinate è data da

$$x = f \frac{X_P}{Z_P} \quad \text{e} \quad y = f \frac{Y_P}{Z_P}$$

in quanto la retta dello spazio passante per P e il centro ottico $O = (0, 0, 0)$,

di equazione

$$\begin{cases} x = z \frac{X_P}{Z_P} \\ y = z \frac{Y_P}{Z_P} \end{cases}$$

individua un unico punto p , che appartiene alla retta stessa, sul piano $z = f$.

1.1 Soggetto puntiforme

Ci concentriamo per prima cosa sul caso in cui il nostro soggetto sia un singolo punto luminoso P e consideriamo un sistema stereoscopico composto da due fotocamere con assi ottici paralleli, relativi piani immagine coplanari e che abbiano la stessa distanza focale f .

Fissiamo, all'interno di ognuna delle due macchine, un sistema di riferimento cartesiano che abbia origine in O_l e O_r centri ottici rispettivamente di sinistra e di destra, con asse delle ordinate il relativo asse ottico e, per entrambi, l'asse delle ascisse coincidente con la retta che congiunge O_l e O_r . Chiamiamo: *base telemetrica* T la distanza tra O_l e O_r , c_l e c_r le intersezioni tra gli assi ottici e i rispettivi piani immagine e, infine, p_l e p_r le proiezioni del punto P sui piani immagine.

Notiamo che, andando a sovrapporre i due piani immagine, i punti p_l e p_r giacciono sulla stessa retta orizzontale, di conseguenza le ordinate dei due punti sono uguali, mentre le ascisse sono diverse. Chiamiamo quindi x_l e x_r le ascisse di p_l e p_r rispetto ai punti c_l e c_r , e *disparità* la quantità $d = x_r - x_l$ (Figura 1.3).

Come si evince dalla Figura 1.3, facendo intersecare le rette passanti per i centri ottici e le rispettive proiezioni del punto P , la ricerca della profondità di P si concretizza nella ricerca dell'altezza Z del triangolo $O_l \widehat{P} O_r$.

Notiamo che il triangolo $p_l \widehat{P} p_r$ è simile al triangolo $O_l \widehat{P} O_r$. Di conseguenza:

$$\frac{T + x_l - x_r}{Z - f} = \frac{T}{Z}$$

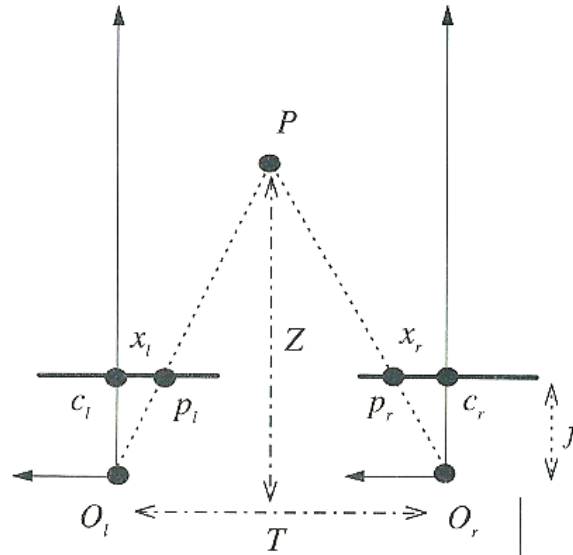


Figura 1.3: Vista dall'alto del sistema stereoscopico con assi ottici paralleli

da cui

$$Z = f \frac{T}{d}.$$

Si evince quindi che la profondità Z del punto P è inversamente proporzionale alla disparità d .

1.2 Soggetto composto da più punti

Il problema precedentemente descritto appare elementare, ma prima di poter applicare la formula bisogna essere sicuri di star osservando lo stesso punto P in entrambe le immagini.

Ciò potrebbe non essere sempre semplice, in quanto la scena potrebbe presentare una struttura ripetitiva (si pensi ad un edificio con tante finestre uguali), e quindi si avrebbe solo l'illusione di star studiando lo stesso punto.

Inoltre, se distendiamo un braccio e alziamo il dito indice, notiamo che, chiudendo il solo occhio destro, la parte della scena coperta dal dito è leggermente diversa dalla parte di scena coperta se si chiude solamente l'occhio sinistro. Questo ci fa capire come alcuni punti potrebbero comparire in una delle due immagini, ma non nell'altra.

Dalle precedenti osservazioni deduciamo che la corrispondenza dei due punti sui piani immagine, proiezioni dello stesso punto P , potrebbe rappresentare un grosso problema per lo studio della profondità del punto.

Infatti, da diverse corrispondenze, derivano diversi punti nello spazio. Ad esempio, date due proiezioni su ognuno dei piani immagine: p_l, q_l e p_r, q_r , se

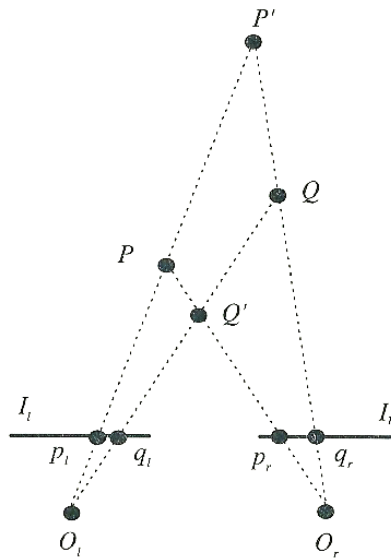


Figura 1.4: Da diverse corrispondenze derivano diversi punti

consideriamo le coppie (p_l, p_r) e (q_l, q_r) , utilizzando il metodo della triangolazione, otteniamo P e Q ; se consideriamo invece le coppie (p_l, q_r) e (q_l, p_r) , otteniamo i punti P' e Q' (si veda Figura 1.4).

1.2.1 Immagine digitale

Nel prossimo argomento sar  utile sapere cosa sia esattamente un'*immagine digitale*.

Essa consiste in una matrice di grandezza variabile di numeri interi compresi tra 0 e 255, che, se rappresentati da un quadratino (pixel) uniformemente colorato con un tono di grigio proporzionale al numero (0 = nero, 255 = bianco), d  vita ad un'immagine.

Ad esempio, dalla matrice della Figura 1.5, ricaviamo l'immagine della Figura 1.6.

```

117 125 133 127 130 130 133 121 116 115 100 91 93 94 99 103 112 105 109 106
134 133 138 138 132 134 130 133 128 123 121 113 106 102 99 106 113 109 109 113
146 147 138 140 125 134 124 115 102 96 93 94 99 96 99 100 103 110 109 110
144 141 136 130 120 108 88 74 53 37 31 37 35 39 53 79 93 100 109 116
139 136 129 119 102 85 58 31 41 77 51 53 53 33 37 41 69 94 105 108
132 127 117 102 87 57 49 77 42 28 17 15 13 13 17 41 53 69 88 100
124 120 108 94 72 74 72 31 35 31 15 13 15 11 15 13 46 75 83 96
125 115 102 93 88 82 42 79 113 41 19 100 82 11 11 17 31 91 99 100
124 116 109 99 91 113 99 140 144 57 20 20 15 11 15 17 63 87 119 124
136 133 133 135 138 133 132 144 150 120 24 17 15 15 17 20 115 113 88 150
158 157 157 154 149 145 133 127 146 150 116 35 20 19 28 105 124 128 141 171
155 154 156 155 146 155 154 154 147 139 148 150 138 120 128 129 130 151 156 165
150 151 154 162 166 167 169 174 172 167 177 166 164 140 134 120 121 120 127 172
145 149 151 157 165 169 173 179 176 166 166 157 145 136 129 124 120 136 163 168
144 148 153 160 159 158 165 172 165 169 157 151 149 141 130 140 151 162 169 167
144 141 147 155 154 149 156 151 157 157 151 144 147 147 149 159 158 159 166 165
139 140 140 150 153 151 150 146 140 139 138 140 145 151 149 156 156 162 162 161
136 134 138 146 156 164 153 146 145 136 139 139 140 141 149 157 159 161 169 166
136 133 136 135 144 159 168 159 151 142 141 145 139 146 153 156 164 167 172 168
133 129 140 142 146 159 167 165 154 151 146 141 147 154 156 160 161 157 153 154

```

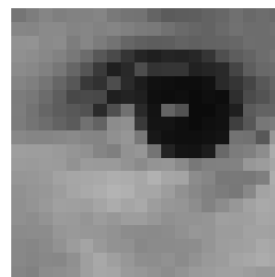


Figura 1.5:

Figura 1.6:

1.2.2 Corrispondenza

Cerchiamo quindi di risolvere il problema della corrispondenza esposto nella sezione 1.2.

Assi ottici paralleli

Continuiamo a considerare il sistema stereoscopico con gli assi ottici paralleli (Figura 1.3).

Preso un punto p_l sul piano immagine sinistro, andiamo a cercare il punto associato p_r sul piano immagine destro, ovvero la proiezione dello stesso punto P della scena.

Sappiamo che, avendo considerato gli assi ottici paralleli e i piani immagine coplanari, i due punti giacciono sulla stessa retta orizzontale, e quindi la ricerca non si effettua su tutto il piano immagine destro, ma si limita alla retta orizzontale passante per p_l .

Chiamiamo π_l e π_r rispettivamente il piano immagine sinistro e destro, e $p_{i,j}^l$ il punto di π_l di coordinate i,j (ossia $p_{i,j}^l = \pi_l(i, j)$). Analogamente $p_{i,j}^r = \pi_r(i, j)$. Notiamo che, per costruzione, la disparità è nulla (infatti, sovrapponendo i piani immagine, i punti coincidono). Consideriamo inoltre un intorno (un quadrato di lato $2W + 1$) di $p_{i,j}^l$, e un intorno di $p_{i,j}^r$ con le stesse dimensioni. Definiamo $\psi(u, v) = -(u - v)^2$ una funzione dei toni di grigio u e v dei due pixel di uguale posizione nei piani immagine. Definiamo, infine, la *misura di correlazione relativa a $p_{i,j}^l$ a disparità $d = 0$* :

$$c(0) = \sum_{k=-W}^W \sum_{h=-W}^W \psi(\pi_l(i+k, j+h), \pi_r(i+k, j+h)).$$

Ripetiamo lo stesso ragionamento considerando una disparità $d=1$, prendendo un intorno di $p_{i,j}^l$ di dimensione $2W + 1$ ed un intorno di $p_{i+1,j}^r$ con le stesse dimensioni e calcoliamo quindi:

$$c(1) = \sum_{k=-W}^W \sum_{h=-W}^W \psi(\pi_l(i+k, j+h), \pi_r(i+k+1, j+h)).$$

In generale, considerando una disparità d e due quadrati di dimensione $2W + 1$ (Figura 1.7), avremo:

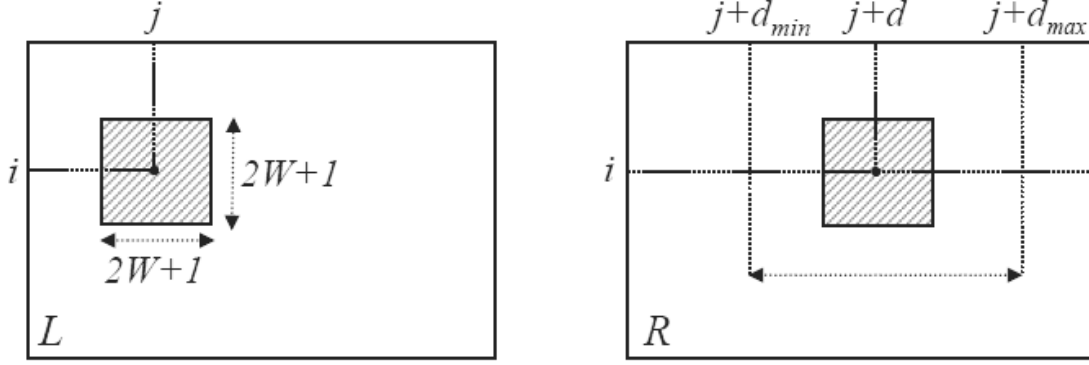


Figura 1.7: Disparità d

$$\forall (i, j) \in \pi_l, \forall d \in [d_{min}, d_{max}] \quad c(d) = \sum_{k=-W}^W \sum_{h=-W}^W \psi(\pi_l(i+k, j+h), \pi_r(i+k+d, j+h)).$$

Preso

$$\bar{d} = \arg \max_{d \in R} c(d)$$

diciamo che $p_{i,j}^l$ ha disparità \bar{d} e, di conseguenza, che a $p_{i,j}^l \in \pi_l$ corrisponde $p_{i+\bar{d},j}^r \in \pi_r$.

Assi ottici non paralleli

Nel caso in cui gli assi ottici non siano paralleli, non possiamo assumere che i due punti p_l e p_r abbiano la stessa ordinata, e quindi, in linea teorica, dovremmo cercare il corrispondente di p_l in tutto π_r .

In realtà possiamo comunque restringere la ricerca ad una particolare retta: la retta epipolare.

Chiamiamo *asse epipolare* la retta che congiunge i centri ottici O_l e O_r , la quale incontra i due piani immagine π_l e π_r in due punti detti *epipoli*, e_l e e_r . Inoltre un qualsiasi punto P della scena, non appartenente all'asse

epipolare, determina con quest'ultimo uno e un solo piano, chiamato *piano epipolare passante per P* . Questo particolare piano interseca π_l e π_r in due rette, le *rette epipolari*, che, per costruzione, contengono il rispettivo epipolo (Figura 1.8).

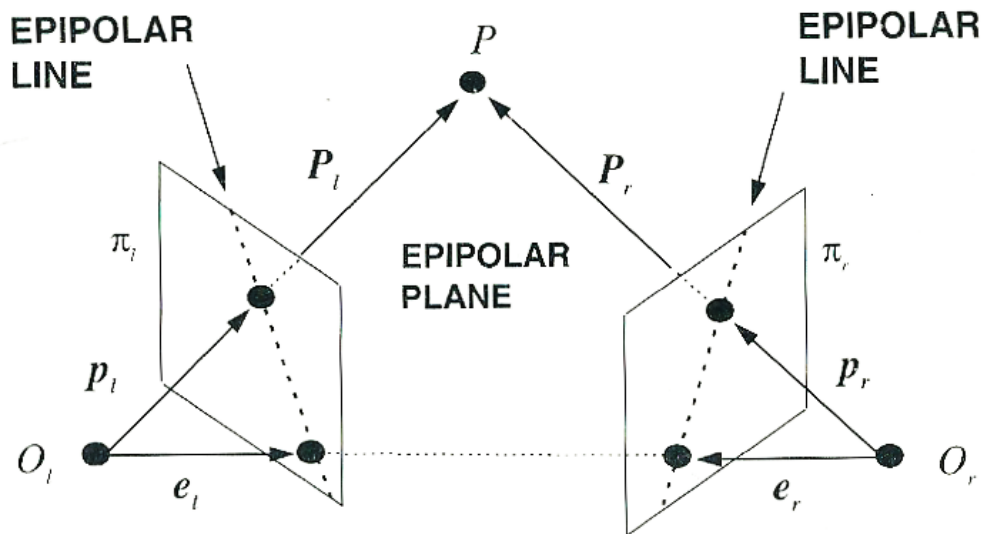


Figura 1.8: Vista dall'alto del sistema stereoscopico con assi ottici non paralleli

Quindi se vogliamo trovare il punto corrispondente a p_l , tracciamo la retta passante per p_l e l'epipolo e_l , andiamo a cercare la retta epipolare coniugata appartenente a π_r , passante per l'epipolo e_r , e, utilizzando lo stesso metodo precedentemente descritto, andiamo a trovare il punto p_r su questa retta.

Capitolo 2

Top-down e Bottom-up

2.1 Top-down

Inizialmente si pensò che il cervello risolvesse il problema della corrispondenza seguendo un procedimento *top-down*, ovvero, per prima cosa venivano riconosciuti gli oggetti in entrambi i piani immagine, e successivamente venivano associati.

Per fare un esempio, prendiamo sui piani immagine le proiezioni di un albero e cerchiamo in ognuna delle due immagini la proiezione del tronco (e li associamo), successivamente il ramo destro più basso (e li associamo), così via fino ad avere una corrispondenza tra tutti i piccoli dettagli delle immagini.

Il sistema visivo cerca, all'interno della scena, delle figure particolari, come ad esempio quelle geometriche (angoli retti, rette e poligoni) oppure di animali. Ne sono un esempio i *Triangoli di Kanisza* (Figura 2.1): nell'immagine non sono disegnati triangoli, ma il nostro cervello ne riesce a riconoscere senza ambiguità uno bianco al centro di ciascuna delle due immagini.

Un altro esempio, è rappresentato dalla Figura 2.2: il nostro sistema visivo rileva un dalmata vicino ad un albero, nonostante esso non sia disegnato in modo chiaro ed esplicito.



Figura 2.1: Triangoli di Kanisza



Figura 2.2: Dalmata vicino ad un albero

È importante sottolineare che se non avessimo ben definito il concetto di triangolo o di cane, non riusciremmo a riconoscerli nelle due immagini.

Il fatto che il nostro sistema visivo riconosca facilmente immagini geometriche regolari, è stato sfruttato dallo scienziato americano Adelbert Ames Jr.: progettò una stanza con la parete di fondo che si abbassa e si accorcia da sinistra verso destra, in modo tale che, adattando anche finestre e mattonelle ad hoc, vista attraverso un buco dal lato opposto della stanza, essa sembri perfettamente rettangolare (Figura 2.3).

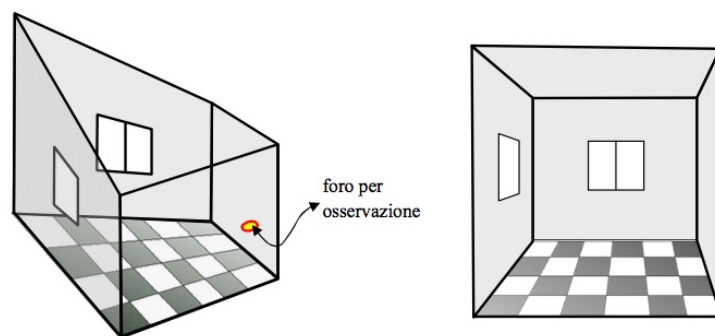


Figura 2.3: Stanza di Ames: a sinistra la costruzione, a destra la vista con un solo occhio attraverso il foro per l'osservazione

Se due sorelle gemelle (stessa altezza) si posizionano ai lati opposti della parete di fondo, l'effetto che si ottiene è sorprendente (Figura 2.4).

Ciò è reso possibile da due fattori:

1. il cervello considera realmente regolare ogni immagine che appare regolare, e quindi considera ogni punto della parete di fondo equidistante dall'osservatore.
2. La gemella a destra in realtà è molto più vicina all'osservatore rispetto a quella sinistra, e quindi si ha, sul piano immagine, una proiezione molto più grande rispetto a quella della gemella a sinistra.

Quindi, avendo le proiezioni dimensioni molto diverse, ma essendo noi convinti che esse siano equidistanti dall'osservatore, la sorella di destra ci sembrerà decisamente più alta e grande rispetto a quella di sinistra, che appare esattamente come dovrebbe.



Figura 2.4: Stanza di Ames: illusione ottica creata

2.2 Bottom-up

Il pensiero che il cervello umano seguisse un procedimento top-down fu messo in crisi da un'altra stanza creata da Ames. Egli decorò con milioni di foglie una normale stanza rettangolare, fino a ricoprirne il pavimento, i muri ed il soffitto.

Se si osserva la stanza con un solo occhio, questa appare come un informe mare di foglie verdi, mentre se essa viene osservata tenendo entrambi gli occhi aperti, si riescono a riconoscere distintamente gli angoli della stanza, i lati ed in generale tutta la struttura tridimensionale.

Questo esperimento fece capire che il cervello non necessariamente in primo luogo riconosce gli oggetti e poi li associa, e che quindi esso possa utilizzare anche un procedimento *bottom up*.

Infatti il sistema visivo percepisce la tridimensionalità della stanza sebbene in entrambi i piani immagine vi siano soltanto tante foglie apparentemente tutte uguali.

2.2.1 Stereogrammi a punti casuali (RDS)

Fu lo psicologo Bela Julesz a dimostrare che il cervello riesce a risolvere la corrispondenza tra i punti sui due piani immagine senza dover prima riconoscere gli oggetti.

Egli costruì uno stereogramma (coppia di immagini stereoscopiche) chiamato *Stereogramma a punti casuali* o *Random-Dot Stereograms (RDS)*.

Per l'occhio sinistro una tabella di punti bianchi e neri (Figura 2.5), e per l'occhio destro, la stessa tabella ottenuta però muovendo di un posto verso sinistra un quadrato di punti e riempiendo in modo casuale la striscia destra vuota (Figura 2.6).

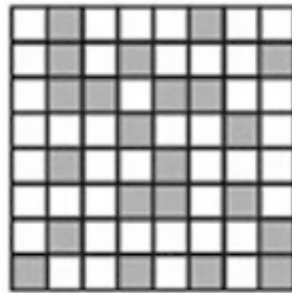


Figura 2.5: Immagine relativa all'occhio sinistro

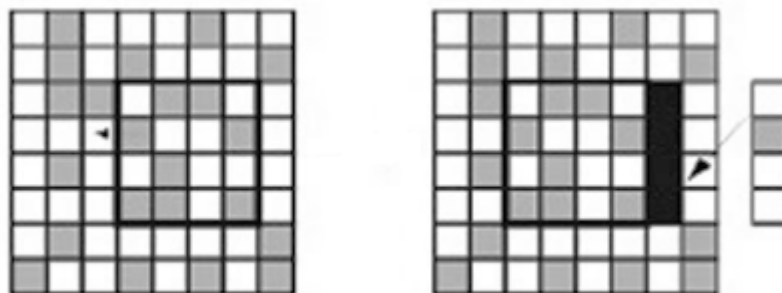


Figura 2.6: Immagine relativa all'occhio destro

Ottenendo quindi lo stereogramma della Figura 2.7.

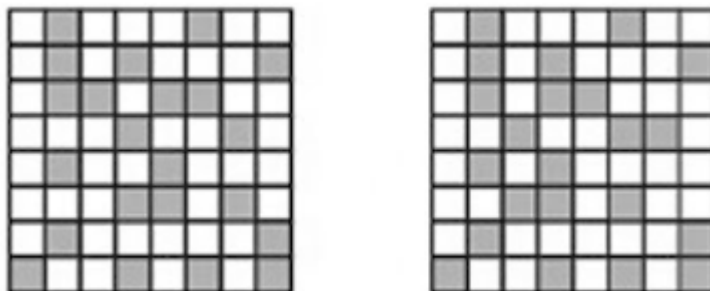


Figura 2.7: Stereogramma a punti casuali

Entrambe le immagini non presentano una particolare struttura e risulta difficile trovare il corrispondente di un preciso punto.

Nonostante ciò, se guardiamo queste immagini attraverso uno stereoscopio, vediamo distintamente il quadrato spostato sollevarsi dal foglio, e percepiamo quindi una tridimensionalità nell'immagine (Figura 2.8).

Ancora una volta abbiamo quindi dimostrato che il cervello non deve neces-

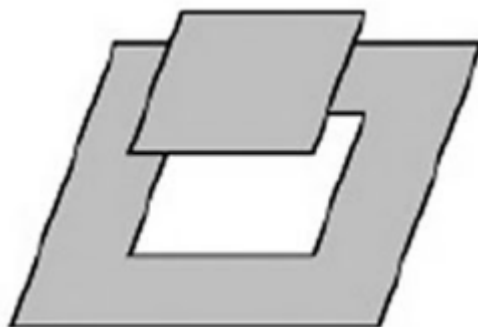


Figura 2.8: Vista dello stereogramma attraverso uno stereoscopio

sariamente riconoscere una struttura precisa all'interno delle due immagini, per poter percepire una tridimensionalità della scena.

È interessante sottolineare che, grazie ad una coppia di immagini stereografiche, si riescano ad identificare oggetti mimetizzati, ad esempio un oggetto nel cielo, tra le nuvole (proprio di questo si occupava Bela Julesz quando lavorò negli Stati Uniti come ingegnere radar).

Un oggetto mimetizzato è colorato in modo tale da confondersi con lo sfondo, e questo lo rende invisibile se osservato in una fotografia. Tuttavia, l'oggetto non potrà essere piatto, e quindi scattando un'altra foto da una posizione leggermente differente, le due foto non saranno esattamente uguali. L'oggetto risulterà, infatti, in una posizione sullo sfondo leggermente diversa rispetto a quella precedente.

Se si guardano queste due immagini attraverso uno stereoscopio, l'oggetto mimetizzato si solleverà dallo sfondo esattamente come il quadrato negli stereogrammi a punti casuali, e questo permetterà di trovarlo molto facilmente.

Capitolo 3

Autostereogrammi (SIS)

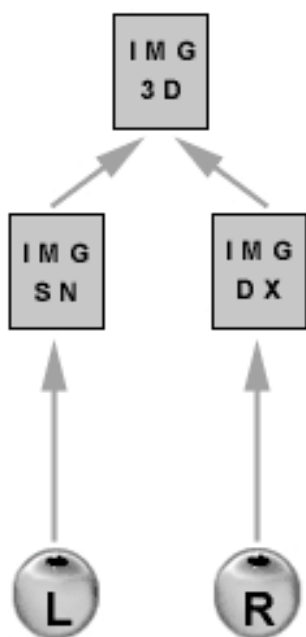
Una sottospecie degli stereogrammi sono gli *autostereogrammi* o *Single Image Stereograms (SIS)*: essi sono costituiti da una sola immagine e non più da due immagini stereoscopiche affiancate.

3.1 Tecniche di visualizzazione

Prima di analizzarli nel particolare, sottolineiamo che non è necessario avere uno stereoscopio per visualizzare gli stereogrammi. Ci sono, infatti, due tecniche: “*metodo wall-eyed*” (“*metodo della visione parallela*”) e “*metodo cross-eyed*” (“*metodo dello sguardo incrociato*”).

3.1.1 Metodo wall-eyed

Questo metodo consiste nel porsi davanti alle due immagini e cercare di mettere a fuoco un punto al di là della pagina, cosicché le linee di visione dei due occhi, a livello della pagina, siano quasi parallele.



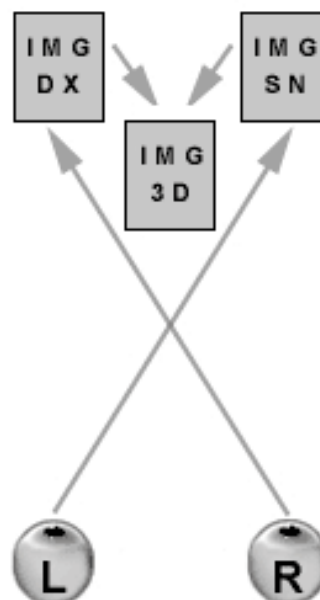
Per fare ciò si possono chiudere gli occhi, avvicinare il viso alle immagini fino a che il naso non tocchi la pagina, e infine aprire gli occhi. In questo modo l'occhio sinistro guarderà l'immagine sinistra, l'occhio destro quella di destra. Quindi ci si allontani, tenendo gli occhi rilassati e senza rimettere a fuoco la scena. Ognuna delle immagini si sdoppierà ed improvvisamente le due immagini centrali si fonderanno dando vita ad una terza immagine tridimensionale che sembrerà apparire tra noi e la pagina.

3.1.2 Metodo cross-eyed

Questo metodo, invece, consiste nel cercare di mettere a fuoco un punto tra noi e la pagina.

In questo modo l'occhio sinistro si concentra sull'immagine destra e l'occhio destro si concentra su quella sinistra, e, quindi, le linee di visione dei due occhi si incrociano. Per questo motivo le due immagini sul foglio sono "scambiate" rispetto al metodo precedente.

Per fare ciò possiamo usare il dito indice e spostarlo vicino e lontano dalla pagina, finché non vedremo apparire l'immagine tridimensionale.



3.2 Wall-paper autostereograms

Guardando un pavimento o un muro decorato con motivi ripetitivi (come ad esempio fiorellini tutti identici), può capitare di avere la percezione che i fiorellini si trovino al di là del muro. Questo fenomeno si verifica quando il cervello “sbaglia corrispondenza”, ovvero ad una proiezione sul piano immagine di destra di un fiorellino associa la proiezione sul piano immagine sinistro di quello accanto. Quello che succede è che intersecando i raggi visivi dei due occhi, viene identificato un unico fiorellino dietro alla superficie reale (Figure 3.1 e 3.2). Inoltre quest’ultimo fiorellino ci sembrerà più grande rispetto alle proiezioni, in quanto il cervello calcola le dimensioni che l’oggetto dovrebbe avere per avere esattamente quelle determinate proiezioni.

Se i fiorellini sono disposti in modo più ravvicinato, i raggi visivi si andranno

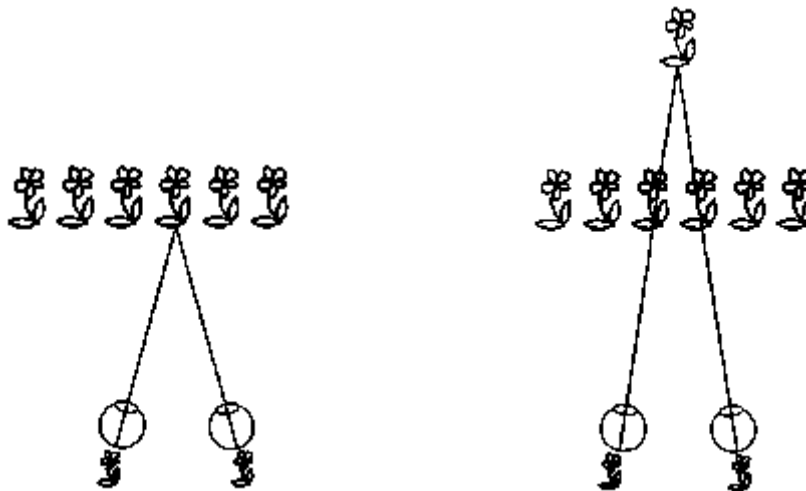


Figura 3.1: Corrispondenza corretta Figura 3.2: Corrispondenza sbagliata che crea l’illusione

ad intersecare in un punto più vicino a noi, e quindi vedremo l’oggetto meno distante rispetto a prima. Al contrario, se i fiorellini sono più distanziati, i raggi visivi si intersecheranno in un punto più lontano da noi e quindi vedremo l’oggetto leggermente più distante.

I *wall-paper autostereograms* prendono proprio spunto da ciò che avviene con la carta da parati (“wall-paper”). Un semplice esempio è rappresentato dalla Figura 3.3.

In questo caso notiamo che oggetti diversi sono posizionati a distanze diverse

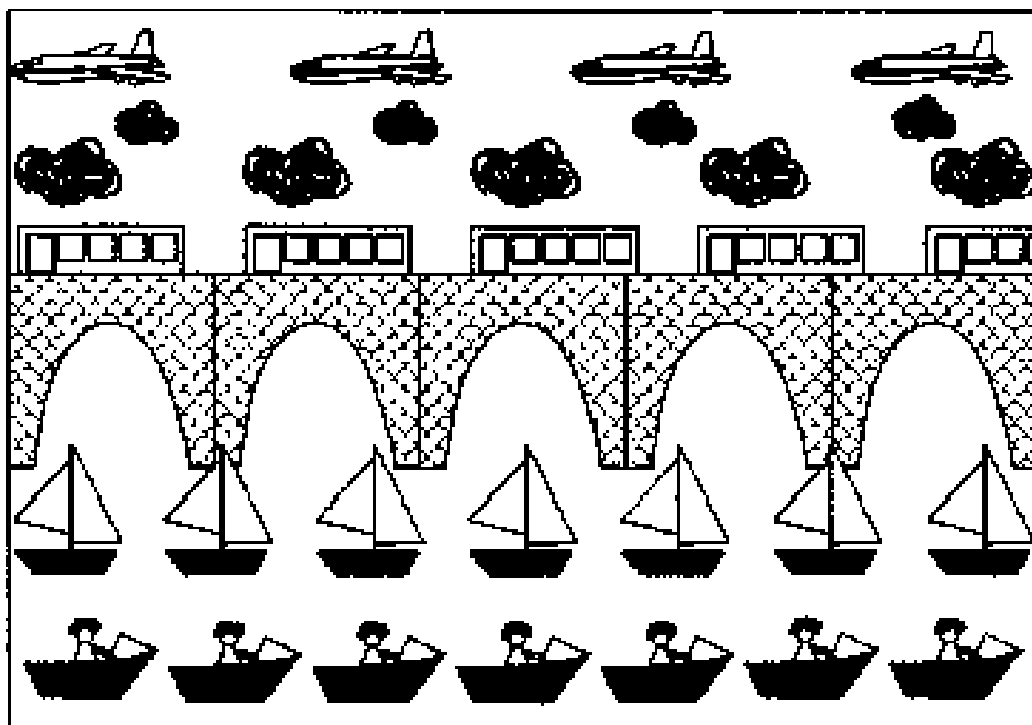


Figura 3.3: Wall-paper autostereogram

tra loro, e quindi, guardando al di là del foglio, vedremo prima le barchette (a distanza ravvicinata una dall'altra), poi, più in profondità, gli archi (più distanziati), ed infine gli aerei (molto distanziati).

3.3 Autostereogrammi a punti casuali (SIRDS)

Gli *autostereogrammi a punti casuali* o *Single Image Random-Dot Stereograms (SIRDS)* nascono dall'unione degli stereogrammi a punti casuali (RDS) e con i wall-paper autostereograms. Ne è un esempio la Figura 3.4.

Per visualizzare correttamente l'immagine, si utilizzi il metodo wall-eyed

* *

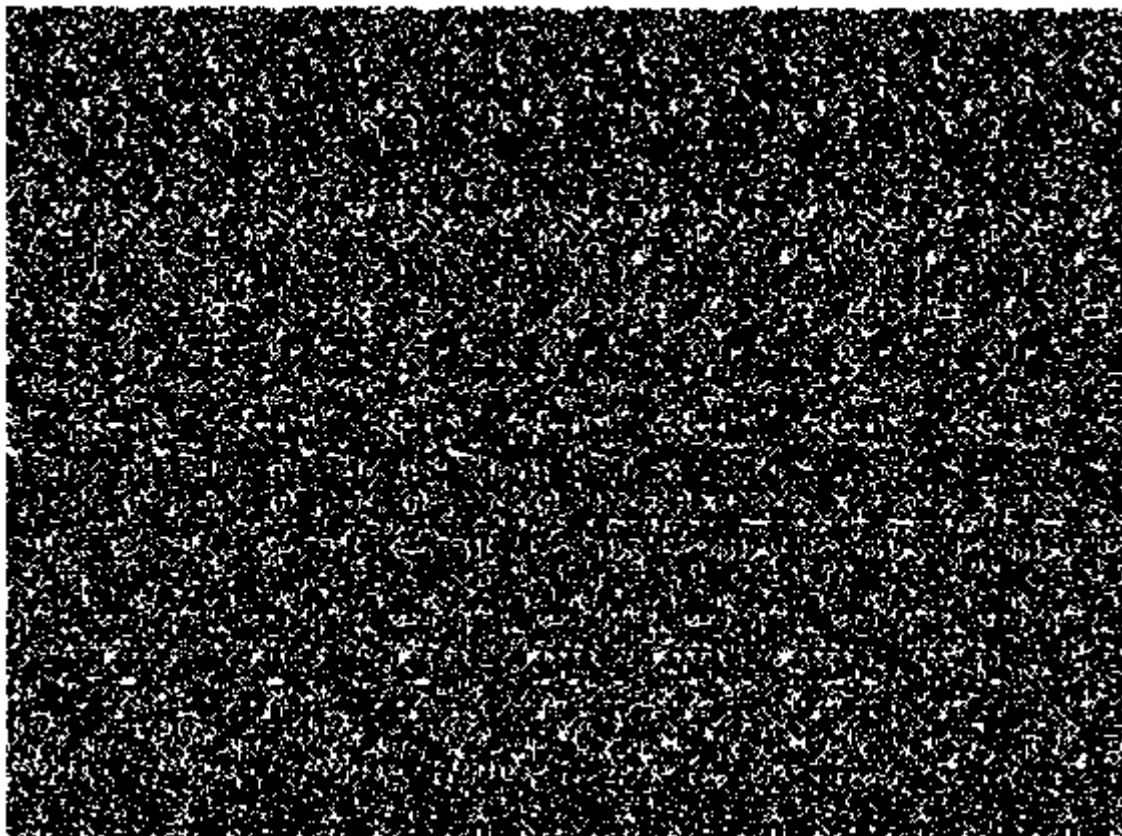


Figura 3.4: SIRDS

esposto ad inizio capitolo: si deve far in modo che i due asterischi al di sopra dell'immagine si sdoppino, e che i due centrali si accavallino. In questo modo la figura nascosta "uscirà" dalla pagina.

3.3.1 Costruzione di un SIRDS

Per capire come questo incredibile fenomeno sia possibile, costruiamo uno di questi particolari autostereogrammi (utilizzando i numeri da 0 a 9) che faccia “saltare fuori” un rettangolo.

Costruiamo delle strisce verticali di numeri e le affianchiamo.

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
```

Ogni gruppetto di numeri (ad esempio “5678”) viene ripetuto, in ogni riga, ogni sei numeri.

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
```

Per il fenomeno descritto dalle Figure 3.1 e 3.2, se guardiamo queste righe con il metodo delle linee parallele, le vedremo al di là della pagina.

Allo stesso modo se accorciamo le distanze tra un gruppetto di numeri e l’altro, questo ci sembrerà più vicino a noi rispetto al piano degli altri numeri, ed avremo l’impressione che “galleggi” sulle altre righe.

Volendo far emergere un rettangolo, togliamo due volte il numero “4” da alcune righe consecutive: in esse il gruppetto “5678” si ripete ogni cinque o sei numeri.

(NB: eliminare tutti i “4” farebbe avvicinare l’intero piano delle righe, e non solo un blocco di numeri).

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
```


Ottenendo quindi:

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
12345678901234567890123456789012356789012356789012345678901234567890
```

Abbiamo così realizzato un autostereogramma e vedremo “galleggiare” un rettangolo.

Seguendo un ragionamento analogo, creiamo un autostereogramma che faccia “infossare” lo stesso rettangolo. Andiamo ad aggiungere delle X all’interno di alcune righe: in esse il gruppetto “5678” si ripete ogni sei o sette numeri.

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
1234567890123456789012345678901234X5678901234X56789012345678901234567890
```

Ottenendo quindi:

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
1234567890123456789012345678901234X5678901234X56789012345678901234567890
1234567890123456789012345678901234X5678901234X56789012345678901234567890
1234567890123456789012345678901234X5678901234X56789012345678901234567890
1234567890123456789012345678901234X5678901234X56789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
```

3.4 Magic-eye autostereograms

I *magic-eye autostereograms* sono gli autostereogrammi a punti casuali a colori. Essi sono i più famosi e sorprendenti, in quanto, da essi si rileva un'immagine nascosta tridimensionale, totalmente differente dalla prima osservata “normalmente” (Figure 3.5 e 3.7).

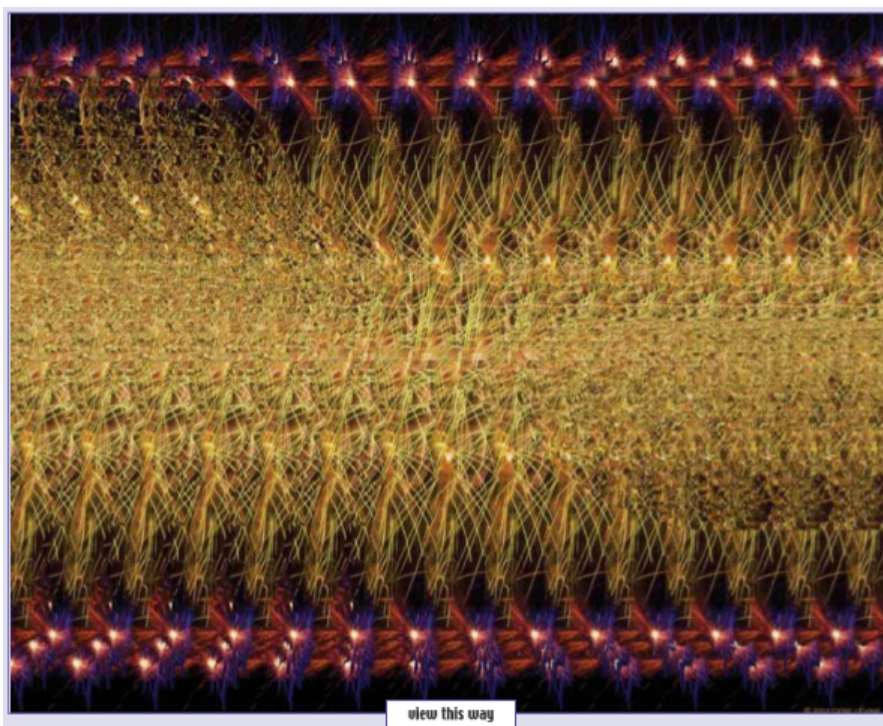


Figura 3.5: Autostereogramma 1



Figura 3.6: Immagine nascosta 1

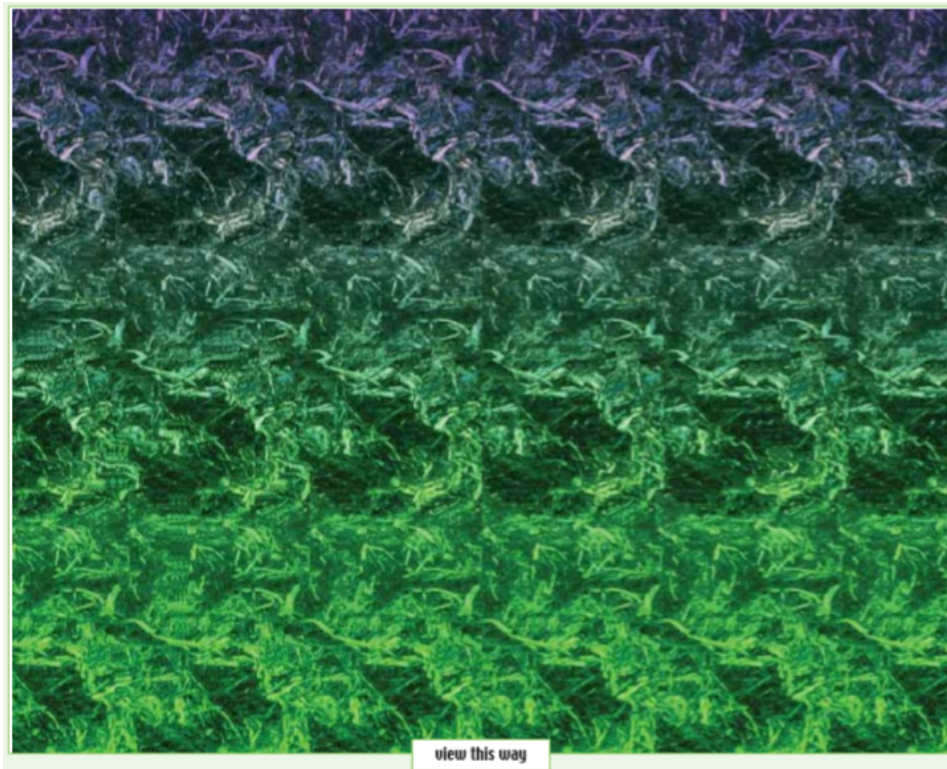


Figura 3.7: Autostereogramma 2



Figura 3.8: Immagine nascosta 2

Conclusioni

In questa tesi ho affrontato il problema della stereoscopia ponendo maggiore attenzione sugli autostereogrammi.

Per prima cosa ho calcolato, grazie a due immagini stereoscopiche, la profondità Z di un punto P della scena. Per fare ciò risulta fondamentale sapere l'esatta corrispondenza tra la proiezione nell'immagine sinistra del punto P della scena, e quella nell'immagine destra dello stesso punto P . La ricerca di questa corrispondenza non è banale in quanto le due immagini, seppur simili, sono riprese da angolazioni differenti, e questo fa sì che le due proiezioni non sempre giacciono sulla stessa coordinata (i,j) dei due piani immagini.

Ho però sottolineato il fatto che, sia nel caso in cui le due immagini siano complanari, sia che giacciono su diversi piani, si riesca a restringere la ricerca dei punti associati ad una coppia di rette: nel primo caso le due rette erano parallele, mentre nel secondo caso ho introdotto le rette proiettive, e grazie ad uno studio basato sulle gradazioni di grigio, ho descritto come si riesca a trovare la corrispondenza esatta.

Ho poi studiato i due metodi grazie ai quali il sistema visivo umano risolve il problema della corrispondenza: procedimento *top-down*, secondo il quale vengono inizialmente riconosciuti gli oggetti ripresi dalle due immagini, e successivamente associati in base alla tipologia di oggetto; ed il procedimento *bottom-up* introdotto dallo psicologo Bela Julesz secondo il quale il sistema visivo umano riesce a trovare una corretta associazione anche in immagini prive di una struttura, nella quali, quindi, il riconoscimento di oggetti risulta impossibile.

Ho infine studiato gli autostereogrammi, partendo dai più semplici come i *wall-paper autostereograms*, fino ad arrivare ai più sorprendenti *magic-eye autostereograms*. Essi, sfruttando un'errata corrispondenza dei punti ottenuta attraverso il metodo wall-eyed o cross-eyed, riescono a creare un'incredibile illusione di profondità permettendoci di veder "galleggiare" tra i nostri occhi e la pagina un rettangolo ed una libellula.

Bibliografia

- [1] E. Trucco, A. Verri, *Introductory techniques for 3-D computer vision*, Prentice Hall (1998)
- [2] M. Ferri, *Visione delle macchine: una sfida anche per i matematici*, Bollettino dell'Unione Matematica Italiana (2001)
- [3] F. Tombari, *3D Computer Vision*, http://didattica.arces.unibo.it/file.php/59/Elaborazione_dellImmagine_L-S/CVIP/12_3D_computer_vision.pdf
- [4] F. Franceschi, *Stereogrammi*, <http://www.ffranceschi.com/midima/steteit1.html>
- [5] S. Pinker, *How the mind works*, W. W. Norton & Company (2009)
- [6] D. Marr, *Vision*, W. H. Freeman and Company (1982)
- [7] G.W. Priester, G. Levine, *Eye Tricks: Incredible 3D Stereograms*, Arcturus Publishing Limited (2006)