

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

Tracciamento di particelle con filtro di Kalman

Relatore:
Prof. Angelo Carbone

Presentata da:
Mattia Agozzino

Correlatore:
Dott. Umberto Marconi

Anno Accademico 2015/2016

*"O frati," dissi, "che per cento milia
perigli siete giunti a l'occidente,
a questa tanto picciola vigilia*

*de' nostri sensi ch'è del rimanente
non vogliate negar l'esperienza,
di retro al sol, del mondo senza gente.*

*Considerate la vostra semenza:
fatti non foste a viver come bruti,
ma per seguir virtute e canoscenza".*

Inferno, **XXVI**, vv. 112-120.

Abstract

Un problema fondamentale nello studio delle particelle elementari è disporre di misure più accurate possibile delle traiettorie che queste seguono all'interno dei rivelatori. La precisione di misura dei parametri di traccia è importante per poter descrivere accuratamente gli eventi e le interazioni che avvengono all'interno dei rivelatori. LHCb è un esempio di esperimento progettato con lo scopo di ottenere misure di precisione dei parametri della cinematica delle particelle per poter studiare la violazione delle simmetrie.

Rivelatori come quello dell'esperimento LHCb utilizzano avanzate tecniche di tracciamento per individuare le traiettorie. Queste sono influenzate da fattori di rumore dovuti all'interazione tra le particelle e il materiale del rivelatore stesso. Nell'analisi delle misure effettuate quindi occorre tenere conto che sia la sensibilità del rivelatore che i fattori di rumore contribuiscono nella determinazione dell'incertezza sulla misura.

Uno strumento matematico usato per ottenere precise stime dei parametri di traccia è il filtro di Kalman, che implementato su un campione di misure di una determinata grandezza, consente di minimizzare gli effetti dovuti a rumori statistici. In questo lavoro di tesi sono stati studiati la struttura e il funzionamento del rivelatore dell'esperimento LHCb e dei sistemi di tracciamento che lo caratterizzano e che ne costituiranno il futuro aggiornamento. Inoltre è stata analizzata l'azione del filtro di Kalman, implementandolo in una simulazione di tracciamento al calcolatore.

Indice

1	Rivelatori di particelle: l'esempio di LHCb	6
1.1	VELO	8
1.2	Silicon Tracker	9
1.3	RICH	11
1.4	Calorimetri	13
1.5	Sistema Muonico	13
1.6	Trigger e acquisizione a 1 MHz.	14
1.7	Il nuovo rivelatore di LHCb	14
1.7.1	VELO Pixel	15
1.7.2	Upstream Tracker	16
1.7.3	Rivelatore a fibre scintillanti	18
1.7.4	RICH	19
1.7.5	Calorimetri	20
1.7.6	Sistema Muonico	21
1.7.7	Trigger e acquisizione a 40 MHz	21
2	Rivelatori al Silicio e tracciamento	23
2.1	Funzionamento e Caratteristiche	24
2.1.1	Semiconduttori	24
2.1.2	Rivelatori	25
2.2	Interazione con la materia e risoluzione spaziale	28
2.3	Il filtro di Kalman	30
2.3.1	Funzionamento generale	30
2.3.2	Esempio	33
2.3.3	Formalismo multidimensionale	33
2.4	Il filtro di Kalman nel tracciamento	35

Introduzione

Lo studio delle proprietà delle particelle subnucleari è uno dei campi di ricerca più affascinanti della fisica fondamentale. Le proprietà e le interazioni delle particelle sono descritte nel Modello Standard, che rappresenta ad oggi la conoscenza più profonda che si ha delle leggi della natura. Le interazioni delle particelle sono analizzate negli acceleratori, dove esse sono prodotte per effetto di collisioni di alta energia e studiate mediante complessi sistemi di rivelazione.

Un problema sperimentale di fondamentale importanza è quello di determinare con maggior precisione possibile la traiettoria delle particelle nel rivelatore, per poterne poi misurare impulso e carica elettrica. Per questo scopo sono utilizzati rivelatori traccianti: strumenti in grado di determinare, con precisione di pochi micron o decine di micron, i punti di passaggio delle particelle nel rivelatore. Per poter poi determinare i parametri di traccia sono necessarie procedure di adattamento di modelli teorici della traccia ai dati sperimentali.

Un metodo particolarmente efficace è il filtro di Kalman. Questo è un processo matematico iterativo che consente di ottenere una stima precisa di una grandezza soggetta a rumore di tipo gaussiano effettuando varie misure e valutando l'influenza che lo stesso rumore ha avuto su ciascuna di esse. Nella fisica delle alte energie questo si rivela essere uno strumento molto efficace, poiché le maggiori fonti di rumore nelle misure di tracciamento sono dovute a interazioni di natura casuale con i materiali che costituiscono il rivelatore.

In questa tesi ho riportato una descrizione essenziale della struttura dei rivelatori di particelle utilizzati al Large Hadron Collider del CERN, facendo riferimento in particolare al caso dell'esperimento LHCb. L'esperimento LHCb del Large Hadron Collider offre un chiaro esempio dell'importanza del sistema di tracciamento di precisione delle particelle. L'esperimento infatti è stato progettato per ottenere misure di grande precisione della violazione della simmetria fra materia e antimateria, mediante l'osservazione dei decadimenti deboli degli adroni contenenti quark charm e quark beauty.

Una volta descritte le proprietà fondamentali dei rivelatori di particelle e dei rivelatori traccianti in particolare, ho presentato il lavoro che ho realizzato per lo studio del filtro di Kalman. Allo scopo ho implementato una simulazione del funzionamento di un rivelatore tracciante a strip di Silicio e ho poi ricostruito le traiettorie delle particelle nel rivelatore

mediante il filtro, per determinare la precisione raggiungibile nella misura dei parametri di traccia.

Capitolo 1

Rivelatori di particelle: l'esempio di LHCb

LHCb è un esperimento dell'acceleratore LHC del CERN, progettato per studiare la violazione della simmetria CP nella fisica dei quark beauty e charm, utilizzando i decadimenti dei mesoni B e D. La struttura dell'apparato è quella di uno spettrometro a singolo braccio posto in avanti rispetto alla zona di interazione (IP8) con una copertura angolare da 10 mrad a 300 (250) mrad nel piano orizzontale (verticale). A differenza di detector cilindrici come CMS e ATLAS, impegnati nella ricerca di particelle pesanti come il bosone di Higgs (127 GeV), LHCb è studiato per rivelare particelle che vengono generate nell'interazione con massa relativamente minore (il mesone B è nell'ordine di 5 GeV) la cui sezione d'urto è massima ad angoli piccoli. Il fatto che la produzione di coppie $b - \bar{b}$ avvenga prevalentemente nella stessa direzione spaziale rispetto al punto di interazione permette l'utilizzo di un rivelatore che si sviluppa in una sola direzione.

Per osservare i decadimenti e le oscillazioni delle particelle B_s^0 è essenziale disporre di una buona risoluzione nella misura del tempo di decadimento, e occorre quindi realizzare una misura precisa delle traiettorie e dei parametri di impatto (distanza delle traiettorie dal vertice di origine o dal vertice primario). La risoluzione nella misura del momento e della massa invariante, sono parametri importanti per poter ridurre il fondo e distinguere decadimenti interessanti da eventi con topologie simili. L'identificazione delle particelle cariche è essenziale per riconoscere i decadimenti e selezionare quelli riguardanti le particelle costituite da quark beauty. La rivelazione dei fotoni permette la ricostruzione di decadimenti di particelle che decadono in fotoni nello stato finale. Infine per permettere l'elaborazione della grande quantità di dati prodotti ad LHC è necessario utilizzare un sistema di acquisizione con grande capacità di trasmissione dati e un trigger veloce e selettivo. Per soddisfare queste richieste il rivelatore è costituito da diversi sotto-rivelatori differenti che svolgono funzioni specifiche. Nell'ordine in cui si susseguono a partire dalla regione di interazione essi sono:

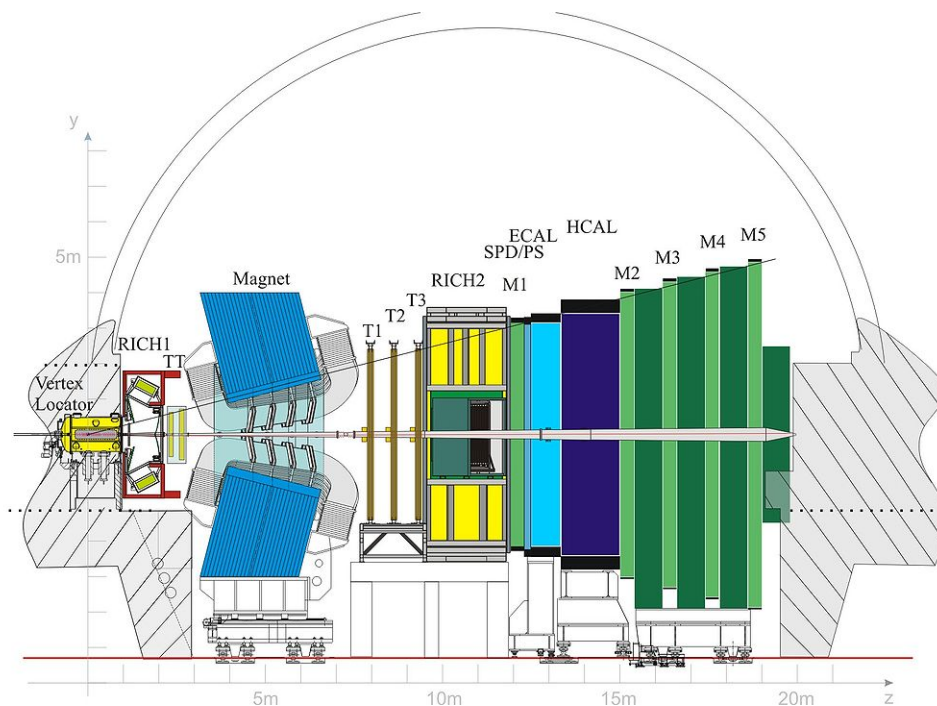


Figura 1.1: Schema del rivelatore LHCb.

- VELO
- Silicon Tracker
- RICH
- Magnete
- Calorimetri
- Rivelatore di muoni

Il sistema di tracciamento di LHCb consiste di un rivelatore di vertici (VELO) e quattro stazioni traccianti: il Trigger Tracker (TT) posizionato a monte del magnete e le stazioni T1-T3 posizionate subito dopo. Il VELO e il TT usano microstrip di silicio, mentre nei T1-T3 le microstrip sono usate solo nella regione interna (più vicina alla beam pipe) denominata Inner Tracker (IT) mentre nella regione esterna sono impiegate le straw tubes (Outer Tracker, OT). Il TT e gli IT sono stati sviluppati da un progetto comune chiamato Silicon Tracker (ST).

L'identificazione delle particelle (PID) è un requisito fondamentale per LHCb. È essenziale per gli obiettivi dell'esperimento poter separare i pioni dai kaoni nei decadimenti

selezionati degli adroni B. Il sistema di identificazione delle particelle consiste di due rivelatori Cherenkov Ring-Imaging Cerenkov (RICH1 e RICH2), da due calorimetri e dal rivelatore di muoni [5].

1.1 VELO

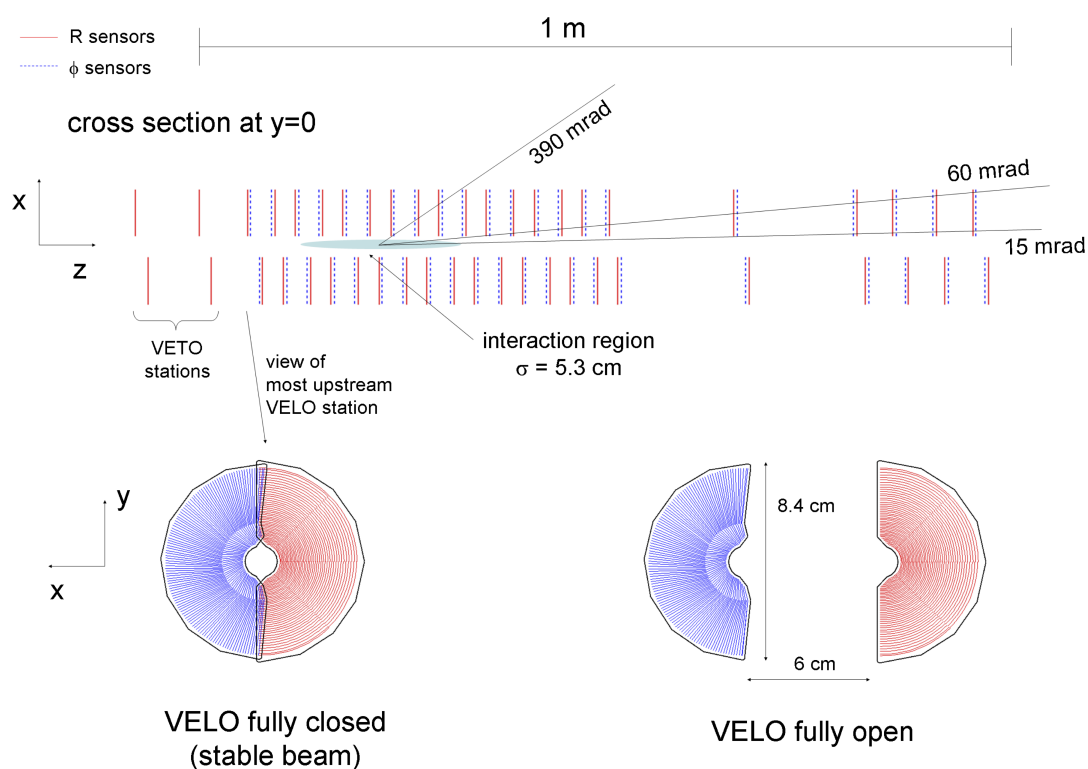


Figura 1.2: Sensori al silicio del VELO nel piano xz . In basso le due possibili configurazioni del VELO: Fully Closed e Fully Open sul piano xy .

Il VERTex LOcator (VELO) è un detector a microstrip al silicio che ha la funzione di rivelare le tracce delle particelle nelle immediate vicinanze della zona di interazione e quindi permettere di ricostruire i vertici primari e secondari dell'evento. Per identificare le tracce si utilizza un sistema di coordinate cilindriche (r, ϕ, z) . A differenza di tutti gli altri rivelatori, il VELO oltre a ricoprire l'intera accettazione angolare in avanti, copre parzialmente anche l'emisfero all'indietro. Questo consente una precisione maggiore nel

determinare la posizione del vertice pur senza poter descrivere le particelle prodotte nella zona all'indietro.

Il VELO è costituito da 42 moduli di tracciamento di forma semicircolare con un'apertura al centro (dove passano liberamente i fasci di LHC) e con uno spessore di 0.3 mm. Ogni modulo è composto di due sensori: uno per la misura del raggio (R-sensor) e uno per la misura della coordinata angolare (ϕ -sensor). I sensori di tipo R sono segmentati in strisce di silicio concentriche con un passo che varia tra 38 e 102 μm , mentre i sensori ϕ sono segmentati radialmente con un passo che varia tra 38 e 78 μm nella regione interna e tra 39 e 97 μm nella regione esterna. A monte rispetto alle 42 stazioni si aggiungono 4 R-sensors, usati come sistema di veto sul pile up.

Come si può vedere dalla Fig. (1.2) esistono due configurazioni per il VELO: Fully Closed e Fully Open. La prima rappresenta la configurazione di lavoro, mentre la seconda rappresenta la fase di attesa di stabilizzazione del fascio o la fase di manutenzione. Per evitare il danneggiamento dei sensori, quando i fasci di LHC non sono stabili, vengono ritratti all'indietro per ottenere uno spazio di 6 cm in cui i protoni possono passare. Quando vengono dichiarate condizioni di stabilità i moduli vengono avvicinati al fascio fino ad una distanza di 7 mm [6, 7].

1.2 Silicon Tracker

Il Silicon Tracker comprende due detector: il Trigger Tracker e l'Inner Tracker.

Il Trigger Tracker è posizionato dopo il RICH1 e di fronte all'entrata del magnete. Esso utilizza sensori a microstrip di silicio con un passo di $\sim 200 \mu\text{m}$ e un'efficienza superiore al 99.8%. Questo rivelatore ha due funzioni principali: è utilizzato dal trigger di primo livello per assegnare l'informazione del momento trasverso alle tracce con alto parametro di impatto e viene successivamente usato nell'analisi offline per ricostruire le traiettorie delle particelle neutre ad alta vita media che decadono fuori il volume visibile dal VELO, ma anche delle particelle a basso momento che sono deflesse fuori dall'accettanza dell'esperimento prima di raggiungere le stazioni T1-T3. Il trigger tracker è costituito da 4 strati di rivelatore. Il primo e il quarto sono strisce di lettura orientate verticalmente, mentre il secondo e il terzo hanno strip sfasate rispettivamente di $+5^\circ$ e -5° .

L'Inner Tracker, mostrato nella Fig. (1.3), è la parte interna delle Tracking Stations. È posizionato dopo il magnete ed è diviso in tre stazioni (T1, T2, T3), tra loro equidistanti e posizionati alla coordinata z uguale 7.67 m, 8.36 m e 9.05 m, rispettivamente, come mostrato in Fig. (1.1). Ognuna delle stazioni è suddivisa in 4 strati di rivelatori. Il primo e l'ultimo strato hanno celle verticali, mentre il secondo e il terzo sono composti da celle sfasate di un angolo stereo di 5° rispettivamente in senso orario e antiorario. Questa disposizione assicura una misura precisa dell'impulso e una risoluzione sufficiente

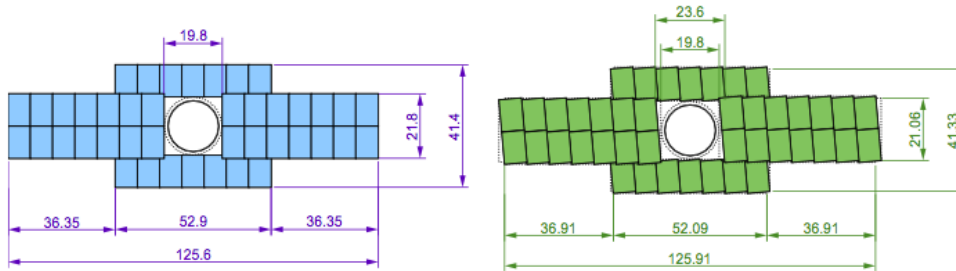


Figura 1.3: A sinistra è riportata la struttura del primo e del quarto strato dell'Inner Tracker. A destra quella del secondo e del terzo strato della stazione. Entrambe le figure sono sul piano xy e le dimensioni sono in cm.

per la ricostruzione delle tracce nel piano verticale. L'Inner Tracker ha una superficie di circa 120×40 cm a forma di croce attorno alla beam pipe.

Il Silicon Tracker ha questa configurazione per le seguenti ragioni:

- Risoluzione spaziale. Sia per il TT che per l'IT è richiesta una risoluzione sul singolo hit di $50 \mu\text{m}$ per avere una misura dell'impulso abbastanza precisa.
- Affollamento del rivelatore. Il flusso di particelle nella regione interna del TT è di circa 5×10^{-2} per cm^2 e si riduce di due ordini di grandezza nella regione esterna allo stesso.
- Formazione del Segnale. Il segnale viene formato in un tempo dell'ordine della frequenza di collisione di LHC (25 ns) per evitare principalmente il pile up di eventi originati da collisioni consecutive.
- Efficienza di singola hit. Per avere la massima efficienza su ogni singolo hit il rapporto tra segnale e rumore S/N deve essere maggiore di ~ 10 .

L'Outer Tracker (OT), mostrato nella Fig. (1.4), è un rivelatore di deriva ed è costituito da 2 strati di 64 straw tubes (progettato come un array di moduli). Ogni tubo a deriva ha un diametro interno di 4.9 mm e pareti spesse $75 \mu\text{m}$, ed è riempito con una miscela gassosa composta da Argon (70%) e CO_2 (30%). Con questi requisiti il tempo di deriva è inferiore all'intervallo temporale tra due collisioni a LHC, (< 50 ns), e la risoluzione della coordinata di drift è di $200 \mu\text{m}$. Ogni modulo è composto da 3 stazioni ciascuna con un'area totale attiva di $5971 \times 4850 \text{ mm}^2$.

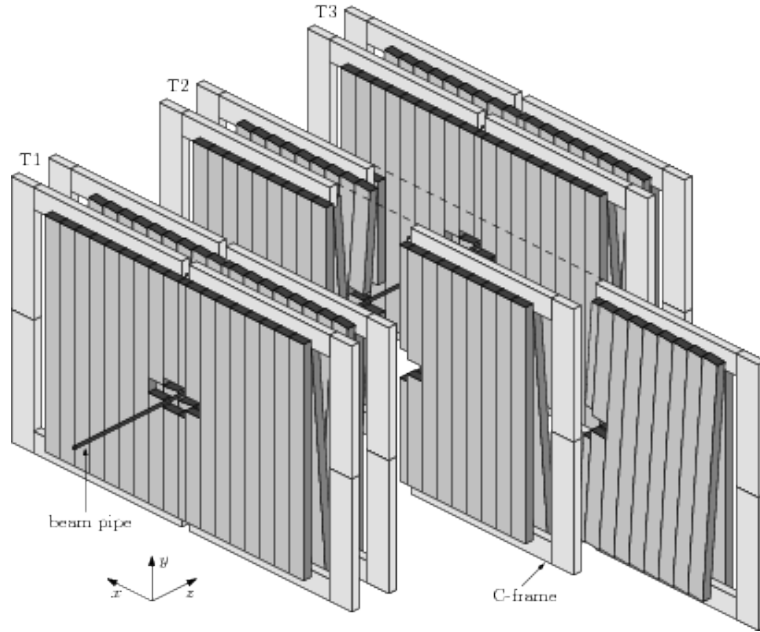


Figura 1.4: Riproduzione della disposizione e dell'orientamento degli OT.

1.3 RICH

I rivelatori RICH, la cui struttura è riportata in Fig. (1.5), misurano l'emissione di radiazione Cherenkov delle particelle cariche che passano attraverso un mezzo, nel nostro caso gas denso, con una velocità superiore a quella della luce in quel mezzo. Attraverso l'analisi della radiazione emessa si può distinguere con precisione quali siano le tracce di protoni, kaoni e pioni che servono per ricostruire i decadimenti dei mesoni B e D. Tutto questo apparato serve per calcolare l'angolo di Cherenkov θ_c attraverso la formula:

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n \frac{v}{c}}, \quad (1.1)$$

dove v è la velocità della particella, n è l'indice di rifrazione del mezzo e c è la velocità della luce.

Il primo Cherenkov RICH1, posizionato subito dopo il VELO e prima del TT, rivela particelle con momento da ~ 1 a 60 GeV usando aerogel e C_4F_{10} (fluorobutano). È allineato con gli assi coordinati di LHCb e occupa la regione $990 < z < 2165$ mm. Nei RICH i fotoni Cherenkov sono osservati con degli Ibridi Photon Detectors (HPDs) in un range di 200-600 nm. La geometria del RICH1 è tale da rispettare le seguenti condizioni e caratteristiche:

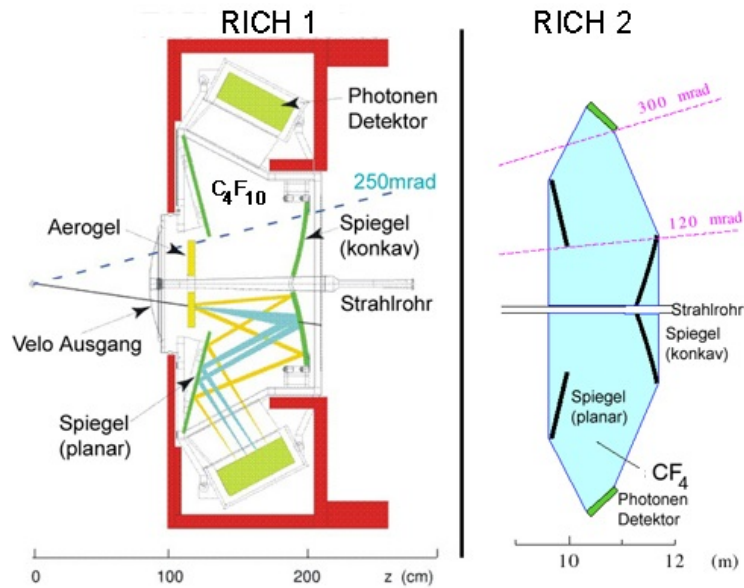


Figura 1.5: Struttura dei rivelatori Cherenkov RICH1 e RICH2.

- Minimizzare la presenza di materiale nell'accettazione di particelle di RICH1 rende necessario dotare il detector di specchi sferici e altri sistemi ottici di rilevamento di fotoni posizionati fuori dall'angolo di accettazione. La lunghezza totale di radiazione all'intero del RICH1 è di $\sim 8\% X_0$.
- L'angolo minimo di accettazione di RICH1 è limitato dai 25 *mrad* della sezione della beam pipe di LHCb che attraversa il detector.
- I HPDs del RICH devono essere schermati dal campo del dipolo di LHCb. Oltre agli scudi locali di lega ad alta permeabilità installati per ogni HPD è necessaria un'armatura in ferro che rinchiuda l'intero detector.

Il secondo Cherenkov (RICH2), installato dopo i T1-T3, rivela particelle con momento superiore a ~ 15 GeV fino a oltre 100 GeV usando CF_4 . RICH2 ha un angolo di accettazione di ± 120 mrad (nel piano orizzontale) e ± 100 mrad (nel piano verticale). È allineato verticalmente con la faccia anteriore a 9500 mm dal punto di interazione e ha uno spessore di 2332 mm. L'intero dispositivo deve soddisfare le seguenti condizioni:

- La struttura di supporto e i detector dei fotoni devono essere posizionati al di fuori dell'accettazione dello spettrometro, infatti i HPDs si trovano alla destra e alla sinistra della beam pipe insieme allo schermo di ferro. I fotoni sono convogliati verso i HPDs utilizzando prima specchi sferici e successivamente specchi piatti. Il

fatto che i rivelatori di fotoni siano all'esterno determina le dimensioni laterali del RICH2.

- L'angolo minimo è limitato a 15 mrad a causa della presenza della beam pipe.
- Come per RICH1 i HPDs sono collocati in un contenitore di ferro per essere schermati dal campo del dipolo di LHCb.

1.4 Calorimetri

Il sistema di calorimetri è composto da Scintillating Pad Detector (SPD), Preshower (PS), un calorimetro elettromagnetico di tipo shashlik (ECAL) e un calorimetro adronico (HCAL). Provvede all'identificazione di elettroni, fotoni, e adroni, e alla misura delle loro energie e posizioni e seleziona candidati con grande energia trasversa per il trigger di primo livello (L0). L'SPD consente la separazione di elettroni e fotoni. Una lastra convertitrice con uno spessore di 2.5 lunghezze di radiazione (X_0) è collocata tra i piani degli scintillatori rettangolari di SDP e PS. Il fondo dovuto a pioni carichi è ridotto distinguendo la produzione elettromagnetica nel detector PS dalla sezione principale di ECAL. L'ECAL è costituito da materiale scintillatore e piombo per uno spessore totale di 25 X_0 . Il sistema di calorimetri ha una segmentazione laterale variabile che tiene conto della variazione di densità di interazione di due ordini di grandezza allontanandosi dal centro. È utilizzata una segmentazione in tre sezioni differenti per tutti i calorimetri. Il calorimetro adronico è un dispositivo di campionamento costituito da ferro e piastre scintillanti, come assorbitore e materiale attivo rispettivamente. La particolarità di questo dispositivo è l'orientazione delle piastre che è parallela all'asse del fascio.

1.5 Sistema Muonico

Il rivelatore serve all'identificazione dei muoni e contribuisce con i suoi segnali al trigger L0. È composto da cinque stazioni (M1-M5) di forma rettangolare equipaggiate principalmente con Multi Wire Proportional Chambers (MWPC), eccetto nella regione più alta di M1, dove sono usati Gas Electron Multiplier (GEM). L'intero sistema comprende 1380 camere e copre un'area totale di 435 m². Le stazioni dalla M2 alla M5 sono posizionate dopo i calorimetri e intervallate da assorbitori spessi 80 cm di ferro per selezionare muoni penetranti. Il momento minimo che un muone deve avere per attraversare le cinque stazioni è approssimativamente di 6 GeV. M1 è installato di fronte ai calorimetri ed è usato per migliorare la misura di p_T nel trigger. La geometria delle cinque stazioni consiste di quattro regioni concentriche (R1-R4). Le dimensioni lineari delle quattro regioni R1, R2, R3 e R4 hanno un rapporto di 1:2:4:8. Con questa geometria ognuna delle quattro stazioni possiede un'occupanza comparabile con le altre.

1.6 Trigger e acquisizione a 1 MHz.

Il sistema di Trigger di LHCb è usato per selezionare e immagazzinare gli eventi per gli studi di fisica. Il Trigger di primo livello (L0) è di tipo hardware. La risposta del trigger L0 è basata sulle informazioni del calorimetro e del sistema di muoni. Entrambi i sistemi forniscono informazioni sulla molteplicità, e sull'energia trasversa E_T o sul momento trasverso p_T delle singole particelle. Utilizzando queste informazioni L0 identifica adroni, elettroni e fotoni con maggiore E_T ; ricostruisce coppie di muoni con impulso trasverso elevato e calcola il numero di interazioni primarie pp usando il sistema di pile up del VELO. Il High Level Trigger (HLT) è il trigger di secondo livello di LHCb. HLT è realizzato utilizzando algoritmi di selezione degli eventi, in esecuzione su una farm di calcolo di grandi dimensioni, chiamata Event Filter Farm (EFF). È realizzato in due fasi successive (HLT1 e HLT2) che riducono il rate di acquisizione da 1 MHz di L0 a circa 3 KHz. HLT1 riduce il rate da 1 MHz a 50 KHz, esegue la ricostruzione dell'evento della particella nel VELO e ne determina la posizione del vertice primario e i parametri di impatto (IP). Gli eventi vengono selezionati in base alla presenza di particelle che soddisfano i requisiti di minima qualità della traccia, dei parametri di impatto, del momento, e del momento trasverso. Queste selezioni sono basate sulla cinematica del decadimento degli adroni con quark beauty e charm. HLT2 riduce il rate da 50 KHz a 3 KHz ed è basato principalmente su procedure di selezione che identificano la maggior parte dei decadimenti B con vertici opportunamente distanti dal vertice primario di produzione. Inoltre HLT2 contiene linee di trigger basate sulla presenza di muoni, e mira a selezionare decadimenti esclusivi dei mesoni B.

1.7 Il nuovo rivelatore di LHCb

Il rivelatore dell'esperimento LHCb sarà aggiornato durante il Long Shutdown 2 (2018-2019) per accrescere la frequenza di registrazione delle collisioni protone-protone a $\sqrt{s} = 14$ TeV. Il rivelatore funzionerà ad una luminosità istantanea di $2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ cinque volte maggiore che in precedenza. In meno di dieci anni l'esperimento aggiornato collezionerà un campione di almeno 50 fb^{-1} . L'analisi di questi dati farà raggiungere una precisione mai ottenuta in precedenza nei settori dei quark b e c . La struttura è schematizzata in Fig. (1.6) L'aggiornamento del rivelatore di LHCb riguarda due cambiamenti principali. Il read out totale dell'elettronica front-end, che attualmente è limitato a 1 MHz dal trigger L0, sarà rimpiazzata con un sistema di trigger a 40 MHz. Sarà quindi possibile acquisire un evento completo ogni 25 ns e applicare un trigger interamente basato su procedure software applicate ad ogni evento. Ci si aspetta di conseguenza un miglioramento considerevole dell'efficienza di selezione di molti segnali importanti per il programma di fisica di LHCb. Il nuovo sistema di acquisizione richiede la sostituzione dell'elettronica di front-end e pure di alcuni sotto-rivelatori, in particolare dei sistemi di

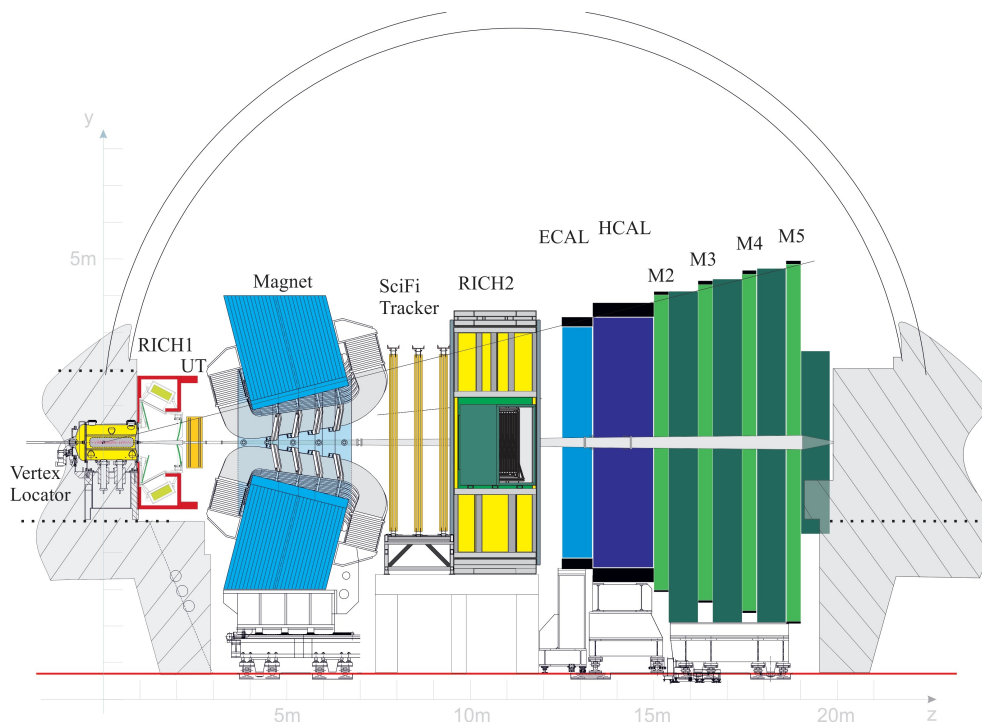


Figura 1.6: Schema del rivelatore aggiornato LHCb.

tracciamento al silicio. Nel seguito saranno elencate le principali differenze del nuovo rivelatore sistema rispetto all'attuale.

1.7.1 VELO Pixel

Il VELO aggiornato utilizzerà la stessa camera a vuoto esistente e lo stesso sistema di movimento utilizzato per spostare i sensori durante la fase di iniezione di LHC. Tuttavia la completa sostituzione dei sensori del VELO è necessaria per poter effettuare campionamenti a 40MHz e per resistere alla dispersione di calore dovuta al maggiore irraggiamento. Il principale problema riguarda il processo stesso di rivelazione: l'attuale velo funziona a strip, è quindi pensato per poter tracciare la posizione di una particella per volta. Due particelle troppo vicine, infatti, provocherebbero un unico segnale nelle strip che incontrano e quindi genererebbero ambiguità. Questo fatto non si verifica attualmente in quanto nel vertice primario avviene mediamente un solo urto protone-protone. Con l'aumento della luminosità il numero di eventi medio atteso crescerà fino a 7.6 per ogni incrocio. Questo rende più probabile trovare due particelle troppo vicine rispetto al pitch delle strip. La soluzione è quella di superare la tecnologia a strip con dei sensori a pixel. Usando dei rivelatori al silicio composti da pixel quadrati o romboi-

dali di silicio con lato nell'ordine dei μm si minimizza la probabilità che due particelle vicine non vengano distinte. Questa nuova tecnologia a pixel dovrà essere controllata da un'adeguata elettronica di read out che possa gestire la totalità dei pixel in un tempo inferiore a 25 ns. Un'ulteriore problema è il surriscaldamento dovuto alle correnti emesse dal sensore nel processo di rivelazione delle particelle. Ad una maggiore presenza di particelle consegue una maggiore presenza di correnti e quindi di calore. Il nuovo sistema di raffreddamento del VELO dovrà portare l'apparato a -20°C invece che solo a -5°C come quello attuale, sempre usando CO_2 e mantenendo minima la presenza di materiale nell'accettazione del rivelatore. Il VELO aggiornato sarà composto di due metà retrattili, ognuna di 26 moduli a forma di L, riportati in Fig.(1.7) [8].

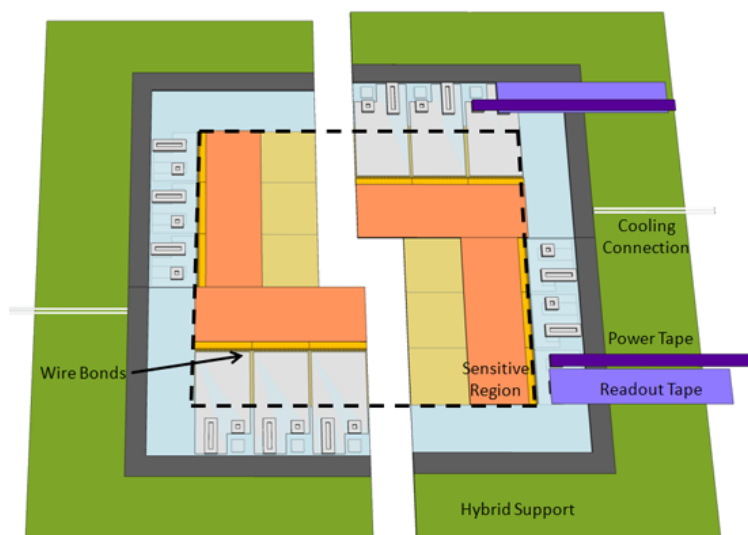


Figura 1.7: Struttura di un sensore del nuovo rivelatore di vertice VELO.

Ogni modulo contiene quattro sensori, due per lato, con uno spessore di $200\ \mu\text{m}$ e un'area attiva di $42.46 \times 14.08\ \text{mm}^2$.

1.7.2 Upstream Tracker

Tra i detector che necessitano di essere sostituiti nel nuovo sistema aggiornato di LHCb, ci sono i sistemi di tracciamento, il Trigger Tracker (TT) e le T-stations, collocati immediatamente prima e dopo il magnete. I quattro piani di TT saranno rimpiazzati dai nuovi piani a microstrip di silicio ad alta granularità con una migliore copertura dell'accettazione di LHCb. Questo nuovo sistema è chiamato Upstream Tracker (UT). L'attuale

Downstream Tracker (T-stations) è composto da due detector con tecnologie differenti: L'IT a microstrip di silicio e l'OT a straw tubes. I tre OT/IT saranno rimpiazzati da Scintillating Fibre Tracker (SFT), composti da fibre lunghe 2.5 m e da un sistema di lettura di fotomoltiplicatori al silicio fuori dall'accettazione (SiPMs).

Nonostante l'ottimo rendimento, il TT necessita di essere sostituito per diverse ragioni. I sensori al silicio impiegati non sono stati progettati per resistere al danno da radiazioni previsto con l'aumento della luminosità, in particolare nella regione più interna, vicino alla beam pipe. Inoltre l'attuale geometria delle strip condurrebbe a un'occupazione troppo elevata per le condizioni previste. Per quanto riguarda l'elettronica di read out i chip Beetle non sono compatibili con la lettura a 40 MHz, e quindi verranno rimpiazzati. Il nuovo detector UT occuperà lo stesso spazio dell'attuale TT.

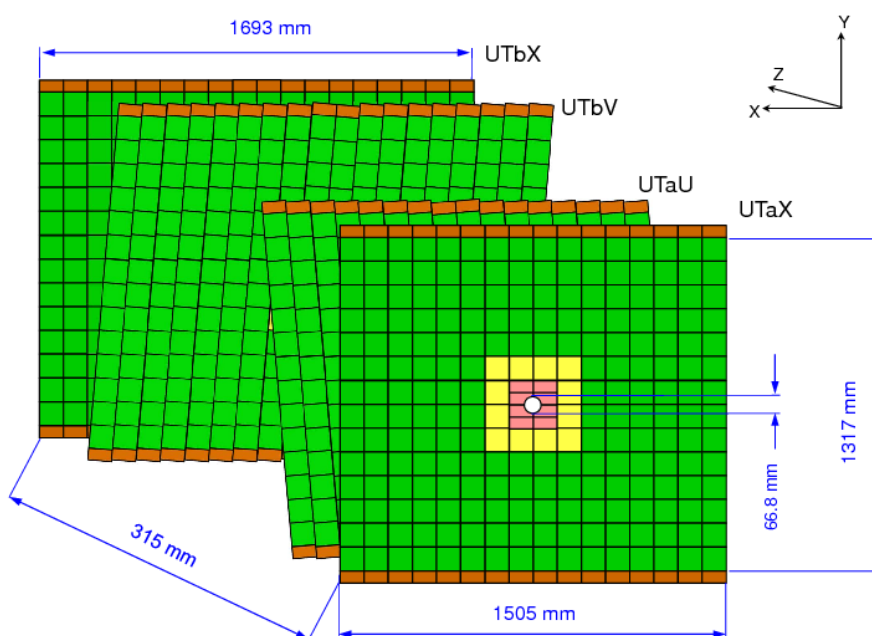


Figura 1.8: Geometria delle stazioni traccianti del rivelatore UT. Ogni stazione è costituita da quattro moduli di strip di Silicio.

UT, in Fig. (1.8), sarà costituito di quattro piani di strip al silicio (chiamati UTaX, UTaU, UTbV e UTbX), come TT, ma con sensori più sottili, segmentazione più fine e copertura maggiore. Il campo magnetico piega le tracce sul piano orizzontale (X), quindi per misurare il momento le strip funzionano verticalmente nella direzione Y. I piani mediani chiamati U e V saranno inclinati di un angolo di $\pm 5^\circ$ rispetto alla

verticale in modo da determinare la coordinata Y. Ogni piano sarà composto di sedici doghe sfalsate (staves) verticali per il detector anteriore e diciotto per quello successivo, ognuna sovrapposta alle adiacenti nella direzione X. Ogni dogha farà da supporto a dei sensori al silicio di $10 \times 10 \text{ cm}^2$. I sensori saranno montati su entrambe le facce delle doghe alternatamente, permettendo la sovrapposizione nella direzione Y. Ogni piano sarà composto da tre aree concentriche, contenenti, procedendo dall'esterno verso il centro, sensori di tipo A, B, C o D. I sensori di tipo A e B avranno una superficie di $10 \times 10 \text{ cm}^2$ e rispettivamente 512 e 1024 strips. I sensori di tipo C avranno 1024 strips su una superficie di $10 \times 5 \text{ cm}^2$. I sensori di tipo D saranno uguali ai C ma con una superficie minore: presenteranno una convessità per consentire il passaggio della beam pipe. I sensori avranno un pitch che varia tra $190 \mu\text{m}$ e $75 \mu\text{m}$. La beam pipe attraverserà ogni modulo nel centro, attraverso un buco circolare che migliora l'accettazione rispetto all'attuale buco quadrato. Il centro di UT sarà collocato alla quota 2485 mm dal punto di interazione, e la distanza tra il primo e l'ultimo piano sarà di 315 mm [10].

1.7.3 Rivelatore a fibre scintillanti

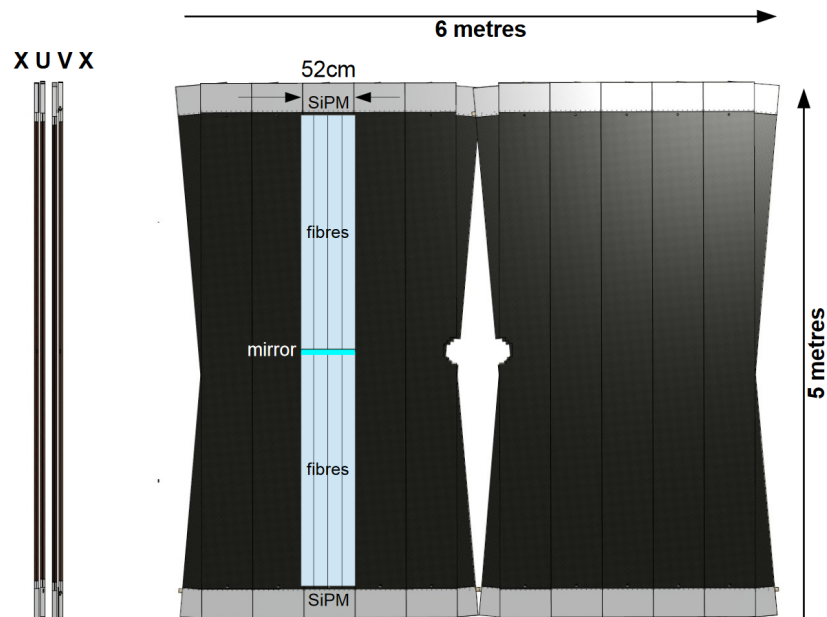


Figura 1.9: Geometria dello Scintillating Fibre Tracker.

L'attuale sistema di tracking ha una geometria tale che la massima occupanza nella regione esterna (OT) equivale al 10% per una luminosità istantanea di $2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

Sono stati fatti miglioramenti negli algoritmi di ricostruzione delle tracce che hanno consentito di portare LHCb a collezionare dati ad una luminosità di $5 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. In questo caso l'occupanza degli OT aumenta fino al 25% senza perdita di efficienza. Ciononostante l'occupanza di questa regione sarebbe troppo alta nelle condizioni di luminosità del rivelatore aggiornato, di conseguenza gli OT necessitano di essere sostituiti, così come l'elettronica di read out sia di TT che di OT per consentire la lettura a 40 MHz. Il detector aggiornato deve soddisfare alcuni requisiti. L'efficienza deve essere più alta possibile ($\approx 99\%$), per poter minimizzare il rumore nella ricostruzione delle tracce. La risoluzione spaziale del singolo evento nel piano inclinato del magnete deve essere $\leq 100 \mu\text{m}$, una risoluzione migliore non è necessaria considerando che l'estrapolazione della traccia dal VELO sarebbe compromessa da scattering multipli nei detector prima del magnete. Occorre minimizzare la presenza del materiale proprio per evitare ulteriori scattering multipli, la lunghezza di radiazione deve essere $X/X_0 \leq 1\%$. L'elettronica di read out deve soddisfare la lettura a 40MHz, e l'intero apparato deve poter funzionare rispettando queste condizioni per una luminosità integrata di 50 fb^{-1} . Lo Scintillating Fibre Tracker consiste di tre stazioni (T1, T2, T3) che saranno collocate tra il magnete e RICH2. Come mostrato in Fig. (1.9), ognuna delle tre stazioni di tracciamento dello SciFi sarà composta di quattro strati. La geometria degli strati sarà la stessa degli altri tracker: il primo e l'ultimo strato allineati con la coordinata Y, mentre i centrali avranno una sfasatura di $\pm 5^\circ$. Tutti gli strati delle tre stazioni saranno centrati nello stesso punto degli attuali OT. Le fibre scintillanti sono il materiale attivo di questo detector. Il funzionamento consiste nel rivelare un segnale di fotoni ottici prodotto in un processo a più step. L'energia di ionizzazione è depositata nel polimero al centro della fibra; è richiesta un deposito di energia di pochi eV per produrre un eccitamento del polimero (in particolare di un elettrone di un anello benzene di una catena di polimeri aromatici). Tuttavia il rendimento del materiale base è minimo. Alla base di polistirene verrà aggiunta una struttura con un colorante organico fluorescente con energia di eccitamento abbinata, per migliorare l'efficienza del meccanismo di scintillazione. Le fibre plastiche avranno una sezione circolare dal diametro di $250 \mu\text{m}$ e saranno rivestite da due strati di materiale con indice di rifrazione crescente, come evidenziato in Fig.(1.10). I fotoni prodotti nella scintillazione verranno rivelati dai Silicon Photomultipliers (SiPMs).

1.7.4 RICH

La struttura generale dei RICH rimarrà invariata nel rivelatore aggiornato, verranno riutilizzati gli specchi, le strutture di supporto e di schermaggio del campo magnetico, ci saranno tuttavia importanti modifiche di RICH1. La struttura ad aerogel, infatti, avrà una perdita di efficacia con l'aumento della luminosità. L'aggiornamento del RICH1 consisterà nella rimozione dell'aerogel e quindi nel liberare circa un terzo dello spazio interno al detector. Verranno sostituiti i sistemi ottici adeguati all'osservazione dell'effetto Cherenkov dovuto alla sola presenza del gas, senza aerogel. I detector di fotoni

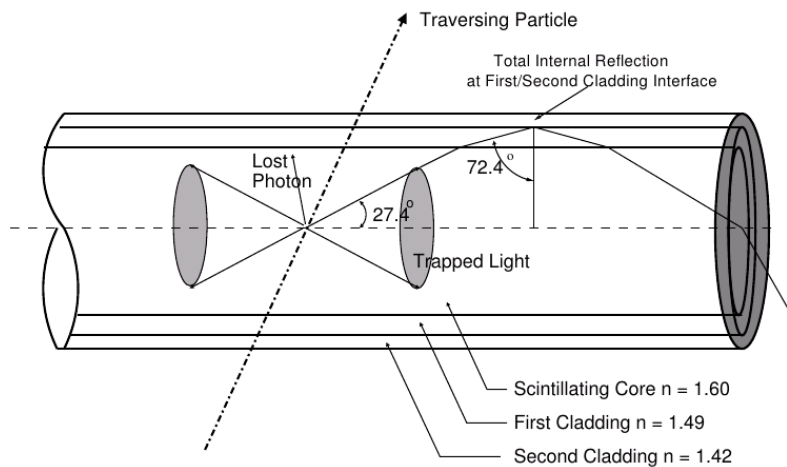


Figura 1.10: Struttura interna di una fibra dello SciFi.

dovranno essere sensibili a fotoni Cherenkov con lunghezza d'onda da 200 nm a 600 nm, data l'importanza della risoluzione spaziale la grandezza dei pixel non potrà superare i $3 \times 3 \text{ mm}^2$. Nel caso di RICH2 la differenza più grande consiste nella sostituzione dei fotomoltiplicatori. In entrambi i RICH verranno utilizzati dei MaPMT (Multianode Photomultipliers) con elettronica di read out esterna, anch'essa aggiornata per poter operare a 40 MHz.

1.7.5 Calorimetri

Il sistema dei calorimetri ha avuto un rendimento molto alto nei primi anni di operazioni di LHC. L'aggiornamento è necessario per garantirne una maggior durata nel tempo, resistenza a luminosità aumentata e read out conforme ai 40 MHz. Il sistema dei calorimetri è di fondamentale importanza nel funzionamento del nuovo trigger LLT e dovrà rispettarne i parametri. Le principali modifiche saranno regolazioni dei sistemi di PMT. Uno studio in simulazione ha inoltre confermato che alcuni moduli dei calorimetri necessiteranno di essere sostituiti per via del danneggiamento accumulato negli anni (è il caso dei rivelatori della regione più interna dell'ECAL). Una differenza sostanziale con l'attuale sistema è che nel nuovo rivelatore verranno rimossi SPD e PS. Il principale motivo del loro utilizzo è il trigger L0, quando quest'ultimo verrà rimosso non saranno più indispensabili. Senza SPD/PS il sistema di calorimetri ne guadagnerà in semplicità, facilità di calibrazione e costi. Ovviamente la mancanza della discriminazione di SPD/PS dovrà essere compensata opportunamente durante le ricostruzioni degli eventi nella fase offline.

1.7.6 Sistema Muonico

Il sistema muonico di LHCb avrà le stesse funzioni che già svolge attualmente. Dovrà garantire una grande efficienza nella ricostruzione delle tracce dei muoni, distinguendo pioni e altre particelle, anche a luminosità aumentata. La performance dell'attuale sistema, comunque è in grado di rispettare e superare i parametri imposti dal nuovo rivelatore. L'aggiornamento consisterà nella rimozione della stazione M1, l'unica delle stazioni non in grado di reggere il flusso di particelle a luminosità aumentata. Anche l'attuale sistema di elettronica di read out è in grado di lavorare a 40 MHz, e non verrà sostituita.

1.7.7 Trigger e acquisizione a 40 MHz

Una delle limitazioni maggiori dell'esperimento è che il rate delle collisioni deve essere limitato per soddisfare il read out rate di 1.1 MHz. Questa riduzione è raggiunta usando il trigger hardware L0. L'inefficienza maggiore della catena del trigger, specialmente per decadimenti puramente adronici, è data dalla decisione di L0. Perciò uno degli obiettivi principali dell'aggiornamento di LHCb è di implementare un sistema di lettura senza trigger. Il sistema di read out sarà composto dal costruttore di eventi, dal Time and Fast Control (TFC), dal Experiment Control System (ECS), e dal Event Filter Farm (EFF). Questo sistema consentirà di processare le collisioni totalmente inelastiche a 30 MHz utilizzando un trigger esclusivamente software. Il trigger software sarà fatto girare sul LHCb EFF. Le selezioni applicate devono essere più simili possibile a quelle applicate nel sistema offline per massimizzare l'efficienza del trigger e minimizzare le incertezze sistematiche. Sono richiesti entrambi questi aspetti per misurare le osservabili dei quark b e c con precisione. Saranno impiegati algoritmi sofisticati per ottenere un incremento nel rendimento dell'evento adronico di un fattore dieci rispetto a RUN1.

Il rate di collisione rappresenta il numero di eventi protone-protone per unità di tempo. È definito come:

$$\frac{dN}{dt} = L\sigma = f\nu \quad (1.2)$$

dove L è la luminosità, σ è la sezione d'urto (nel nostro caso dei protoni), f è la frequenza di incrocio dei fasci (che per LHC vale 40 MHz), e ν è il numero medio di collisioni primarie. Per LHCb la luminosità è mantenuta ad un valore di $L = 4 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Il numero medio di eventi che posso trovare per ogni incrocio dei fasci è dato da:

$$\nu = \frac{L\sigma}{f} \quad (1.3)$$

Nel caso di LHC la sezione d'urto totale della collisione pp è dell'ordine di 100 mb. Facendo il semplice conto troviamo un numero medio di una collisione per incrocio dei fasci.

Per aumentare il numero di eventi utili, data la sezione d'urto di quello stesso evento, l'unica variabile su cui si può agire è la luminosità, essendo la frequenza dei fasci una caratteristica intrinseca dell'apparato LHC. Nell'attuale layout ad LHCb è mantenuta una luminosità ridotta rispetto a CMS e ATLAS, questo per rispettare i parametri di lavoro del trigger. Il tempo di calcolo tra due incroci è infatti di $25 \mu\text{s}$. Nell'aggiornamento sarà possibile superare questa limitazione e aumentare la luminosità di 5 volte fino a $L = 2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, ottenendo un numero di interazioni per incrocio dei fasci di $\nu = 3.8 \div 7.6$.

Il trigger presentato nel Technical Design Report del 2011 [11] è stato progettato per gestire la luminosità istantanea di $2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. La sua architettura, che è simile a quella usata durante il RUN1, è composta da due blocchi principali: il Low Level Trigger (LLT) e il High Level Trigger (HLT). Il LLT è essenzialmente il trigger L0 del RUN1 modificato per girare con la nuova architettura di read out. Il LLT seleziona eventi contenenti cluster con grande energia trasversa nei calorimetri o tracce con grande energia trasversa nel Muon System. Il HLT è diviso in due parti, HLT1 e HLT2, che sono eseguiti in sequenza. HLT1 effettua una ricostruzione parziale e HLT2 effettua selezioni inclusive e esclusive. Il tempo di processo stimato per evento è di 20 ms e l'output è fissato a $20 \text{ KHz} \times 100 \text{ KBytes} = 2 \text{ GBytes/s}$.

Capitolo 2

Rivelatori al Silicio e tracciamento

La ricostruzione di un evento di collisione in un rivelatore richiede l'elaborazione di una grande mole d'informazioni, prodotta dalla risposta di tutti i sotto-rivelatori elementari che costituiscono il rivelatore. I moderni rivelatori di particelle sono dotati di molti elementi sensibili, nei quali le particelle lasciano traccia del loro passaggio, depositando parte o tutta la loro energia. La perdita di energia di una particella carica avviene per ionizzazione del mezzo, o per effetto di processi discreti d'irraggiamento di fotoni. La rivelazione di fotoni è realizzabile misurando l'energia depositata nel volume sensibile di un calorimetro elettromagnetico.

La procedura impiegata per stabilire quali informazioni corrispondono ad una determinata particella è chiamata *pattern recognition*. Una volta che sia stato realizzato il *pattern recognition* si può procedere alla ricostruzione delle proprietà cinematiche delle particelle e determinare la loro natura (ad esempio, la loro massa). Per misurare l'impulso di una particella carica si utilizza una componente del rivelatore chiamata spettrometro. Esso consiste di un sistema di tracciamento della traiettoria e da un campo di induzione magnetica di intensità nota. Il moto nel campo è determinato dalla forza di Lorentz ($\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$). La forza causa la curvatura della traiettoria, il cui raggio di curvatura risulta inversamente proporzionale all'impulso. La misura della curvatura della traiettoria consente dunque di ottenere una misura non distruttiva dell'impulso della particella.

I rivelatori a semiconduttore sono strumenti ideali per realizzare il tracciamento con grande precisione. Essi sono largamente impiegati negli esperimenti di fisica delle particelle, oltrechè per la grande precisione di misura del punto di passaggio delle particelle, anche per la loro velocità di risposta. Tra le caratteristiche vantaggiose di questo tipo di rivelatore è da considerare inoltre la bassa energia di ionizzazione. Occorre cioè un'energia di pochi eV per generare una coppia elettrone-lacuna nel materiale. Questo è un elemento molto favorevole rispetto al caso dei rivelatori a gas, per i quali sono necessari 20-40 eV per la produzione di una coppia e-ione, o degli scintillatori, per cui servono 400-1000 eV per la creazione di un fotoelettrone. Inoltre, sono molto importanti la bassa diffusione dei portatori, che si traduce in una migliore risoluzione spaziale; la possibilità

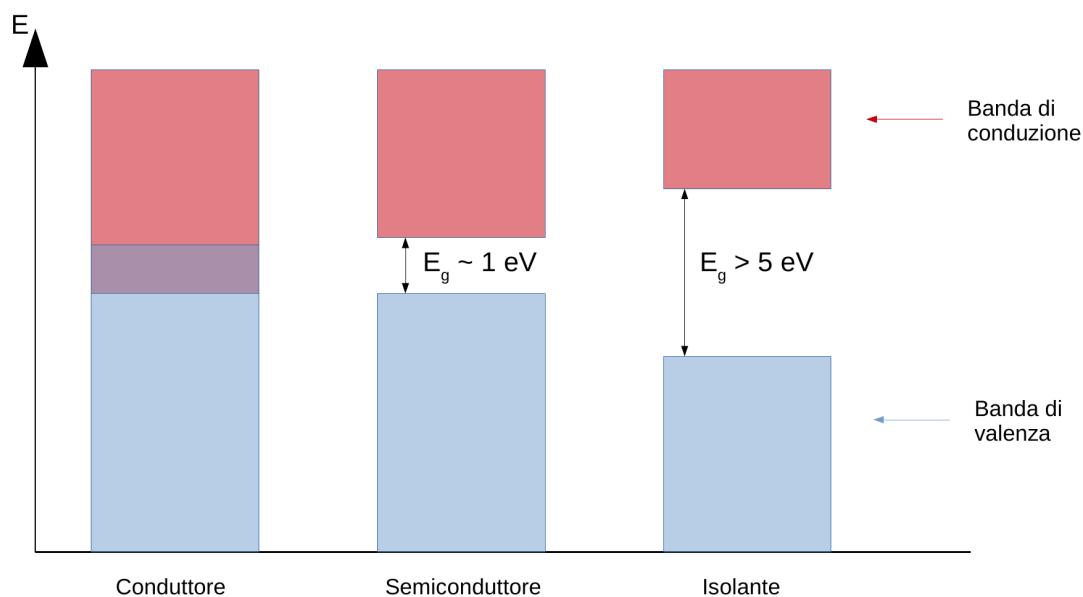


Figura 2.1: Differenza tra conduttori e isolanti. Nei primi agli elettroni è permesso essere nella banda di conduzione. Negli isolanti invece l'elettrone non è in condizione di oltrepassare il *band gap*, maggiore di 5 eV.

di integrazione miniaturizzata dell'elettronica di lettura e, infine, i costi relativamente ridotti.

2.1 Funzionamento e Caratteristiche

2.1.1 Semiconduttori

I livelli di energia accessibili ad un elettrone che si trova all'interno di un solido corrispondono a bande di energia ben determinate. Le bande energetiche ammesse possono essere determinate risolvendo l'equazione di Schrödinger per gli elettroni nel potenziale periodico del reticolo cristallino. Risolvendo l'equazione si verifica l'esistenza di intervalli di energia permessi, e di intervalli proibiti, che separano la banda di valenza dalla banda di conduzione, illustrati in Fig. (2.1). L'esistenza di bande di energia spiega le proprietà conduttive dei materiali e la classificazione in isolanti e conduttori. I primi presentano un'intervallo energetico di separazione delle bande di valenza e conduzione elevato, il che rende praticamente impossibile per un elettrone compiere il salto nella banda di conduzione (per eccitazione termica); nei secondi, invece, la conduzione è possibile essendo le

due bande sovrapposte. A questi due tipi di materiale si aggiunge quello dei semiconduttori, per i quali il *gap* energetico è dell'ordine dell'eV, e inferiore al caso degli isolanti. Silicio, germanio e Arseniuro di Gallio sono i semiconduttori più utilizzati nelle applicazioni tecniche, e tra questi tre il silicio è sicuramente predominante. I semiconduttori puri sono detti "intrinseci". Ad essi sono aggiunti elementi droganti. I semiconduttori hanno valenza chimica 4 e se drogati con atomi pentavalenti si comportano come donatori di elettroni. Il materiale complessivamente è neutro, con la caratteristica di una maggiore frazione di elettroni di conduzione del semiconduttore intrinseco. Allo stesso modo è possibile utilizzare un drogaggio con atomi trivalenti, In questo caso il semiconduttore si comporta come accettore di elettroni, e tende a formare "buchi" o "lacune" negli orbitali di legame del reticolo. Queste lacune agiscono come portatori di cariche positive, con una mobilità inferiore a quella degli elettroni, dovuta all'interazione con il reticolo. I semiconduttori che si comportano come donatori di elettroni sono detti di tipo n, mentre quelli che si comportano come accettori sono detti di tipo p [3].

2.1.2 Rivelatori

I rivelatori a stato solido presentano una struttura costituita da una giunzione di semiconduttori diversamente drogati. La più semplice è la giunzione p-n. La composizione e il funzionamento di questi rivelatori è simile a quella del diodo a giunzione. I due semiconduttori, di tipo p e di tipo n, presentano un gradiente di concentrazione di lacune e di elettroni. Quando i due conduttori sono posti a contatto tra i due materiali ha luogo un processo di diffusione di lacune dal lato p al lato n e viceversa una diffusione di elettroni dal lato n al lato p.

Questo movimento di portatori genera una zona di svuotamento priva di cariche mobili, come schematizzato in Fig. (2.2), dovuta alla ricombinazione delle lacune con gli elettroni nel lato n, e degli elettroni con le lacune nel lato p. La larghezza della zona di svuotamento dipende dalla costante dielettrica del materiale, dalla sua resistività e dal potenziale di contatto. Il ricombinarsi di lacune e elettroni nei pressi della zona di svuotamento carica i semiconduttori, inizialmente neutri, positivamente (il lato p) e negativamente (il lato n). Il principio di funzionamento del rivelatore è il seguente: quando una particella attraversa la regione di svuotamento rilascia energia a causa delle interazioni con la materia e, di conseguenza, genera coppie elettrone-lacuna che vengono raccolte dalle due armature p e n rispettivamente per effetto del campo elettrico. A questo punto è possibile acquisire un segnale in corrente proporzionale all'energia rilasciata dalla particella.

Lo strumento come è stato descritto presenta però dei problemi: il potenziale di contatto è troppo piccolo per permettere un campionamento efficiente del segnale, inoltre le piccole dimensioni della regione di svuotamento non consentono di sottrarre alla particella considerevoli quantità di energia, e questo a discapito della sensibilità del ri-

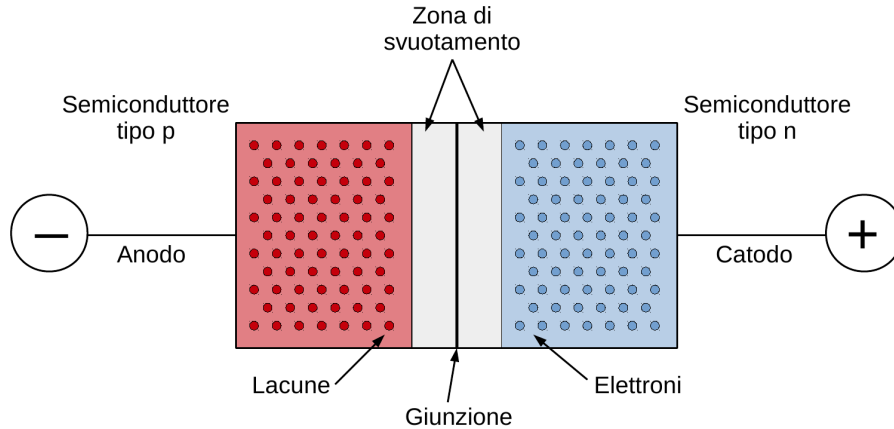


Figura 2.2: Illustrazione della regione di svuotamento nel diodo.

velatore. Una soluzione consiste nel polarizzare inversamente la giunzione aumentando la larghezza della regione di svuotamento e di conseguenza la sensibilità del sensore.

Il voltaggio inverso che si può applicare alla giunzione non può essere aumentato a piacere, ma è limitato dalla resistenza del semiconduttore. Se è sottoposto a tensione eccessiva può essere soggetto a scariche elettriche interne: il semiconduttore in questo caso diventa conduttore, il fenomeno è chiamato *breakdown*. Per risolvere questo problema si utilizzano materiali di grande purezza e alta resistività.

Per ottimizzare le prestazioni è importante produrre una regione di svuotamento più ampia possibile, cosa che oltre a aumentare la sensibilità, diminuisce la presenza delle correnti di leakage, ossia delle correnti che interferiscono con il processo di misura. Queste possono essere correnti di diffusione generate dai portatori minoritari vicino alla zona di svuotamento, o possono derivare dalla creazione di coppie elettrone-lacuna per agitazione termica (si possono controllare solo raffreddando il rivelatore) e dalla generazione superficiale di cariche nella zona del contatto ohmico, (per cui si utilizza ossido di silicio che evita la presenza di legami non chiusi, e anelli di guardia che modellano il campo magnetico).

Un importante parametro di funzionamento di un rivelatore è la risposta temporale. I rivelatori al silicio sono tra i più veloci, e hanno un tempo di raccolta nell'ordine di ~ 10 ns. La geometria più utilizzata nei rivelatori al silicio è quella delle microstrip, Fig. (2.3). Questa consiste nella definizione di una trama fine di strisce di silicio di tipo p su un substrato di tipo n per generare la giunzione. Solitamente per la realizzazione di questi rivelatori sono usate tecniche di fotolitografia, esponendo il materiale a radiazioni

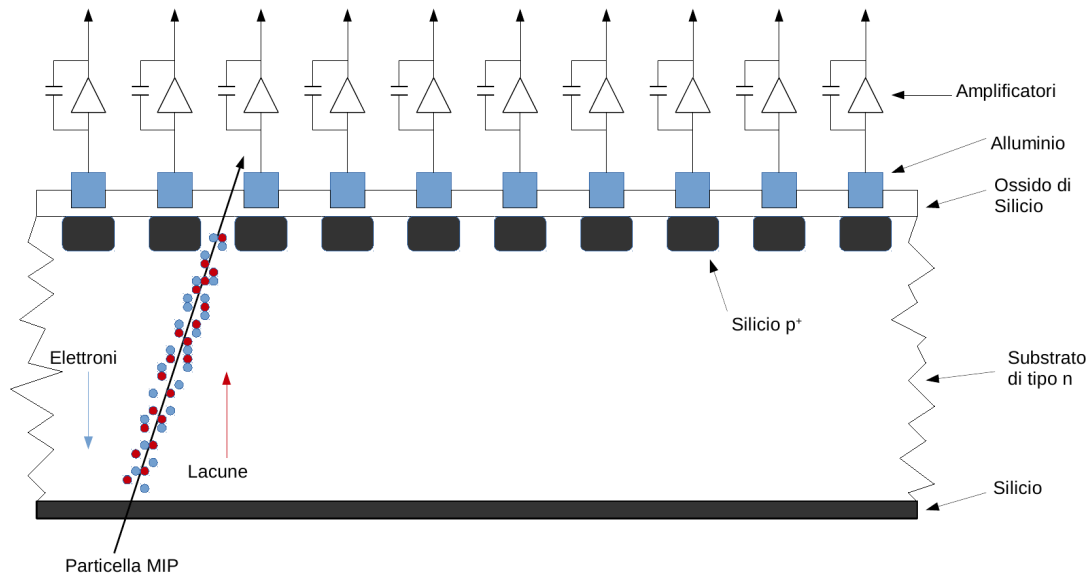


Figura 2.3: Schema del funzionamento delle strip.

elettromagnetiche con delle maschere fotoresistenti per poter ottenere la figura voluta. Ogni strip quindi si comporta come un diodo ed è in grado di rivelare la presenza delle particelle che le passano vicino. Usando più strati di materiale con strip incrociate in diverse direzioni si è in grado di determinare la posizione della particella e quindi ricostruirne la traiettoria. Nell'attraversare un rivelatore a microstrip una particella rilascia coppie elettrone-lacuna in tutto lo spessore dello strato di silicio. Sono circa 25000 coppie per una particella al minimo di ionizzazione, per uno spessore di $300 \mu\text{m}$. Le coppie generate all'interno della zona svuotata derivano poi verso gli elettrodi. La corrente indotta dal moto di deriva delle cariche genera il segnale, che viene successivamente amplificato da un amplificatore esterno connesso a ciascuna strip. Da questo segnale amplificato si può dedurre la posizione di transito della particella ionizzante.

Nella geometria di LHCb la regione di interazione è situata in uno spazio privo di campo magnetico. In tal caso la scelta più naturale per i parametri che descrivono la traccia, assumendo sia z la direzione di propagazione dei fasci e x, y le coordinate nel piano trasverso è di utilizzare:

- x_0 la coordinata x nel punto z_0 ;
- y_0 la coordinata y nel punto z_0 ;
- $t_x = \tan \theta_x$ coefficiente angolare della traccia nel piano xz ;

- $t_y = \tan \theta_y$ coefficiente angolare della traccia nel piano yz ;
- Q/p il momento inverso della particella con segno dipendente dalla carica;

dove z_0 denota la posizione di un piano di riferimento trasversale al fascio.

2.2 Interazione con la materia e risoluzione spaziale

La risoluzione spaziale dei rivelatori a microstrip di silicio dipende da vari fattori, alcuni legati al comportamento delle particelle ionizzanti, altri al design del rivelatore. Tra i parametri che influenzano la precisione della misura del punto di passaggio di una particella i più importanti sono:

- Fluttuazioni statistiche della perdita di energia;
- diffusione dei portatori;
- scattering multiplo.
- geometria del rivelatore.

Il ruolo dei diversi parametri elencati, che influenzano le prestazioni del rivelatore tracciante, sono esaminati e discussi nel seguito.

I rivelatori al silicio, essendo piuttosto sottili (300-500 μm), assorbono una piccola quantità di energia dalle particelle che li attraversano. La perdita di energia dE/dx dipende dal momento della particella e dalle proprietà del mezzo, e segue la distribuzione di Landau. La perdita di energia per particelle pesanti è data prevalentemente dalla ionizzazione del materiale e da raggi delta: vengono prodotti δ -elettroni in collisioni rare fra particella incidente e elettroni del materiale; i δ -elettroni possono a loro volta produrre coppie elettrone-lacuna nel mezzo e influenzare ulteriormente la ricostruzione delle tracce. Nel caso di elettroni e fotoni, la massima perdita di energia è dovuta rispettivamente alla radiazione di bremmstrahlung (radiazione emessa da particelle cariche che subiscono un'accelerazione) e alla produzione di coppie (elettrone-positrone). La perdita di energia specifica media di una particella è descritta dalla formula di Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right] \quad (2.1)$$

dove T_{max} è la massima energia trasferibile dalla particella in un solo urto, Z/A è la densità numerica di elettroni, I è il potenziale di ionizzazione della struttura atomica del bersaglio, $\delta(\beta\gamma)$ è una correzione di densità, che limita la crescita esponenziale della perdita di energia per grandi valori di γ [4]. La perdita di energia tipica per una particella

al minimo di ionizzazione in 300 μm di Silicio è dell'ordine di 0.1 MeV. Nelle nostre simulazioni riterremo tale perdita trascurabile.

Quando una particella attraversa il sensore, per effetto della ionizzazione i portatori sono creati in una regione di circa 1 μm attorno alla traccia della particella. Durante il loro moto di migrazione verso gli elettrodi, elettroni e lacune diffondono per via delle collisioni multiple con il mezzo. La distribuzione è gaussiana:

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right) dx \quad (2.2)$$

con

$$D = \frac{kT}{e} \mu \quad (2.3)$$

D è il coefficiente di diffusione, T la temperatura, μ la mobilità dei portatori di carica, k la costante di Boltzmann, t il tempo di drift. La diffusione allarga la distribuzione della carica, tuttavia questo effetto può essere utilizzato per aumentare la risoluzione spaziale. La carica si distribuisce su più di una strip, per cui calcolando il baricentro della distribuzione si ottiene in generale una misura precisa della posizione di transito della particella.

Un altro importante fattore di interazione tra particella e materia riguarda il multiplo scattering. Mentre attraversa il rivelatore la particella compie urti coulombiani con i nuclei del materiale del reticolo cristallino, come illustrato in Fig. (2.4). Se gli urti avvengono in numero maggiore di ~ 20 è conveniente eseguire una trattazione del processo di collisione di tipo statistico, come nella teoria di Molière. Secondo la teoria statistica la distribuzione dell'angolo di scattering dovuto allo scattering multiplo è descritta da una distribuzione normale di Gauss, di media nulla, con una deviazione standard:

$$\theta_M = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{x/X_0} (1 + 0.0038 \ln(x/X_0)) \quad (2.4)$$

dove z è la carica della particella, mentre x/X_0 è il rapporto tra lo spessore del rivelatore e la lunghezza di radiazione della particella nel materiale [12]. La proprietà dei rivelatori a microstrip di Silicio sono dunque caratterizzate dalla distanza fra strip adiacenti (pitch), che nei moderni rivelatori può variare da 20 μm a 240 μm ; dallo spessore del sensore, compreso tipicamente fra 300-500 μm ; e anche dalla larghezza delle strip, tipicamente dell'ordine di qualche μm . I rivelatori al Silicio consentono di raggiungere una precisione di misura dell'ordine o inferiore a 100 μm , corrispondente alla distanza tra le strip (pitch). Considerando il caso di una densità di probabilità uniforme di incidenza delle particelle sulla superficie del sensore, è possibile determinare la deviazione standard della distribuzione di probabilità della distanza dal punto medio fra due strip come:

$$\sigma^2 = \int_0^a \frac{1}{a} \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 dx = \frac{a^2}{12} \quad (2.5)$$

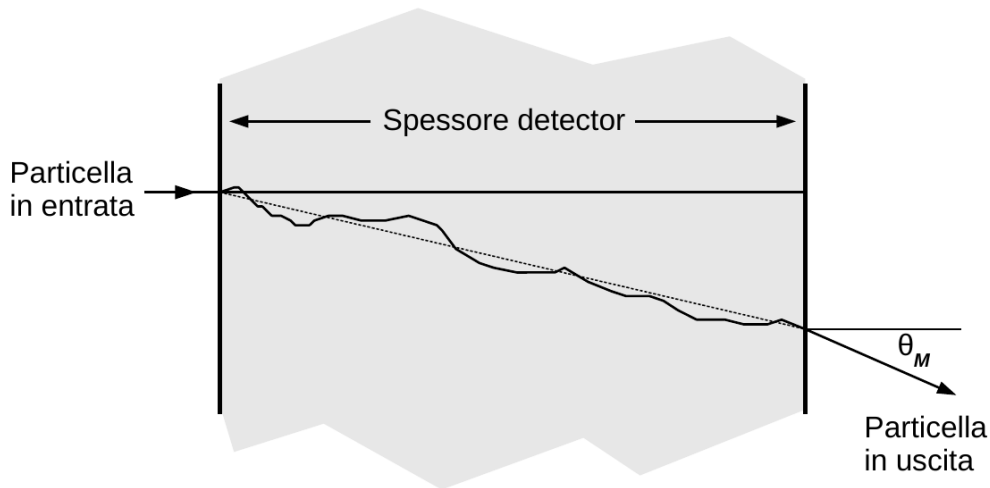


Figura 2.4: Traiettoria tipica di una particella in uno strato di materiale del detector.

Dove, la regione che separa le strip si estende fra tra 0 e a , e quindi la coordinata del valore medio della distanza fra i due punti estremi è $a/2$. La risoluzione di un rivelatore a strip è dipende quindi essenzialmente dalla passo delle strip d , secondo la relazione $\sigma = d/\sqrt{12}$ [2].

2.3 Il filtro di Kalman

2.3.1 Funzionamento generale

Il filtro di Kalman è una procedura matematica ricorsiva che permette di descrivere e prevedere l'evoluzione dello stato di un sistema dinamico soggetto a leggi deterministiche e a rumore, utilizzando misure successive dello stato del sistema. Il filtro è impiegato nel tracciamento in quanto consente di definire la migliore traiettoria per i punti di passaggio di una particella senza dover disporre dell'informazione globale sullo sviluppo della traiettoria. In generale il filtro opera con tempi di esecuzione ridotti rispetto a procedure di adattamento globali. Si può dimostrare che in molte circostanze i risultati dell'applicazione del filtro di Kalman equivale al tracciamento mediante metodo di adattamento e minimizzazione realizzato con il metodo dei minimi quadrati. Questa procedura prende il

nome dal suo inventore Rudolf E. Kalman, primo realizzatore di un'applicazione pratica basata su questo approccio (studi teorici su un problema analogo erano stati fatti da T. H. Thiele e P. Swerling). Il filtro fu usato anche nella determinazione delle traiettorie del programma Apollo, e successivamente incluso nel computer di bordo delle navicelle spaziali.

Questo processo consiste nell'utilizzare la stima iniziale di una grandezza, l'errore stimato iniziale e i dati misurati sperimentalmente per calcolare volta per volta un nuovo valore stimato. Procedendo nell'iterazione e nell'utilizzo di nuove misure, l'errore valutato nel processo diventa via via più piccolo e la stima sempre più prossima al valore vero della grandezza in esame. Questo perché il filtro tende a minimizzare il "peso" del rumore casuale sulla stima della grandezza. Si considera un generico sistema in cui una grandezza x subisce variazioni dovute a un'evoluzione temporale (ax_{k-1}) e al rumore dovuto alla natura del processo (w_k). Contemporaneamente si prende in esame la misura che è possibile ottenere di questa grandezza (z_k), anch'essa dipendente da un rumore che identifica l'imprecisione della misura.

$$x_k = ax_{k-1} + w_k \quad (2.6)$$

$$z_k = x_k + v_k \quad (2.7)$$

Il filtro di Kalman consiste di tre principali operazioni:

- Calcolo del gain;
- Calcolo della stima corrente;
- Calcolo del nuovo errore nella stima.

Il gain di Kalman è termine che determina quale sia l'importanza della stima effettuata nel ciclo precedente, e l'influenza della misura sperimentale sulla nuova stima del valore. Per determinarne il valore sono necessari l'errore stimato nel ciclo precedente e l'errore attuale sul valore misurato. Nel caso si tratti del primo ciclo si utilizza l'errore stimato iniziale. In termini analitici il gain si calcola facendo il rapporto tra l'errore stimato nel ciclo precedente (indicato con x_{k-1}) e la somma di quest'ultimo con l'errore nella misura sperimentale (r).

$$g_k = \frac{p_{k-1}}{p_{k-1} + r} \quad (2.8)$$

Il gain può assumere un valore compreso nell'intervallo compreso tra 0 e 1, a seconda del valore degli errori sulla stima e sulla misura. Quando il gain è prossimo a 1 significa che le misure sono accurate, mentre i valori stimati sono instabili, perciò il "peso" della misura sulla nuova stima dovrà essere grande. Nel caso estremo opposto, in cui il gain è prossimo a 0, le misure sono inaccurate e i valori stimati sono stabili, perciò il "peso" della misura sulla stima dovrà essere piccolo.

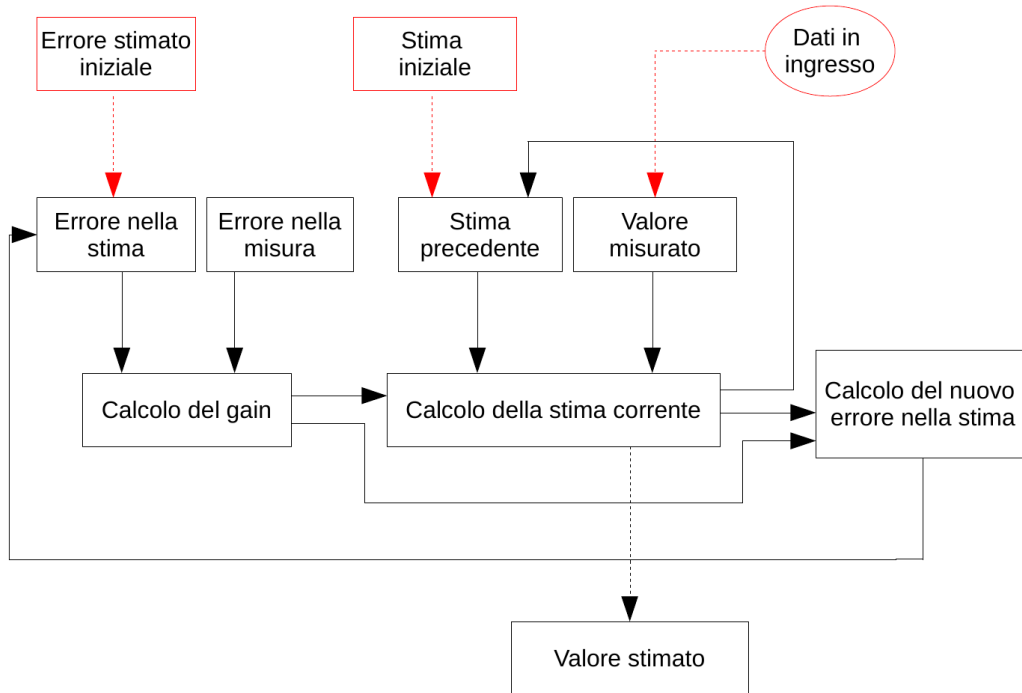


Figura 2.5: Schema a blocchi sul funzionamento del filtro di Kalman.

Come secondo passaggio della procedura viene calcolata la nuova stima della grandezza in esame (\hat{x}_k), cercando di minimizzare l'effetto del rumore statistico sulla misura sperimentale. Per ottenere questo risultato si utilizzano la stima calcolata nel ciclo precedente (\hat{x}_{k-1}) e il valore misurato attuale (z_k). La nuova stima sarà utilizzata poi nel ciclo successivo, e confrontata con una nuova misura sperimentale. Nel caso si stia effettuando il primo ciclo dell'algoritmo si utilizza la stima originale.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + g_k(z_k - \hat{x}_{k-1}) \quad (2.9)$$

Il valore della stima \hat{x}_k varia tra \hat{x}_{k-1} e z_k in base al valore del gain, che come spiegato assegna maggiore o minore peso ai due termini.

Il terzo passaggio della procedura consiste nel calcolare un nuovo errore stimato (p_k), da associare alla stima della grandezza. Vengono per questo utilizzati il gain e l'errore calcolato nel ciclo precedente (p_{k-1}):

$$p_k = (1 - g_k)p_{k-1} \quad (2.10)$$

In questo ultimo passaggio si vede che l'azione del gain g_k è invertita rispetto a quella che ha nella determinazione della nuova stima. Un valore del gain elevato implica una

rapida riduzione dell'errore, perchè ho una misura molto precisa. Un valore del gain piccolo, invece, provoca il fatto che il nuovo errore è prossimo al precedente: infatti un gain piccolo è dovuto a un errore significativo sulla misura. In ogni caso, l'errore stimato nel nuovo ciclo sarà minore dell'errore del ciclo precedente e la stima sempre più precisa. In Fig. (2.5) è riportato uno schema che illustra il funzionamento del filtro.

2.3.2 Esempio

Consideriamo come esempio il caso della misura della temperatura di un determinato oggetto. Supponiamo di eseguire misure ripetute della temperatura e di avere una determinazione iniziale del valore di $(68 \pm 2)^\circ\text{C}$. Questo dato ci serve come stima iniziale del valore e come errore stimato iniziale. La prima misura ipotizziamo fornisca il valore di 72°C , con un errore grande, dovuto alla scarsa precisione del termometro, di 4°C . Implementiamo il filtro di Kalman, determinando dapprima il valore del gain:

$$g_k = \frac{p_{k-1}}{p_{k-1} + r} = \frac{2}{2 + 4} = 0.33 \quad (2.11)$$

poi calcoliamo il valore della nuova stima:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + g_k(z_k - \hat{x}_{k-1}) = 68 + 0.33[75 - 68] = 70.33^\circ\text{C} \quad (2.12)$$

e infine calcoliamo il nuovo errore:

$$p_k = (1 - g_k)p_{k-1} = [1 - 0.33]2 = 1.33^\circ\text{C} \quad (2.13)$$

Si ottiene così una nuova stima del valore della temperatura di $(70.33 \pm 1.33)^\circ\text{C}$.

Iterando il ciclo un certo numero di volte si ottiene per la stima un valore progressivamente più preciso e vicino al valore vero. Nella tabella 2.1 sono riportati i risultati di altri tre cicli del filtro, realizzati utilizzando misure fittizie, che tuttavia servono ad illustrare il comportamento del filtro di Kalman. Come si vede, dopo appena quattro cicli il valore stimato si è avvicinato significativamente al valore vero rispetto alla prima stima, pur compiendo misure con uno strumento poco preciso, per effetto della progressiva riduzione del rumore casuale del processo.

2.3.3 Formalismo multidimensionale

Ordinando varie grandezze che descrivono il sistema in un vettore (x_k^{k-1}) è possibile passare ad una interpretazione matriciale del filtro di Kalman, in modo da implementarlo contemporaneamente su più variabili. Nell'equazione (2.14) viene illustrata la relazione tra la stima del sistema nel k-esimo stato (X_k^{k-1}) e quella nello stato precedente (X_{k-1}) , dove f_k^{k-1} rappresenta l'evoluzione del sistema.

	z_k	r	\hat{x}_k	p_{k-1}	g_k	p_k
k-1			68	2		
k	75	4	70.33		0.33	1.33
k+1	71	4	70.50		0.25	1.00
k+2	70	4	70.40		0.20	0.80
k+3	74	4	71		0.17	0.66

Tabella 2.1: Sono qui riportati i valori ottenuti implementando il filtro di Kalman su quattro misure sperimentali. Nella prima riga (contrassegnata con k-1) sono riportati il valore stimato iniziale con relativo errore. Dalla seconda riga sono riportati i valori ottenuti dal filtro per quattro misure. \hat{x}_k e p_{k-1} indicano i valori sperimentali, z_k la stima ottenuta, p_k l'errore stimato e g_k il gain.

$$X_k^{k-1} = f_k^{k-1}(X_{k-1}) \quad (2.14)$$

Nella notazione successiva vengono indicate con F_k^{k-1} e H_k le funzioni Jacobiane di f_k^{k-1} e h_k .

Si definisce la matrice di covarianza della stima (che ha la stessa funzione dell'errore della stima nel formalismo unidimensionale):

$$P_k^{k-1} = F_k^{k-1} P_{k-1} F_k^{(k-1)T} + Q_k \quad (2.15)$$

La matrice Q rappresenta il rumore statistico a cui è soggetto il sistema nel passaggio tra lo stato "k-1" e lo stato "k". Nel formalismo con le matrici il funzionamento del processo è analogo:

$$K_k = P_k^{k-1} H_k^T (V_k + H_k P_k^{k-1} H_k^T)^{-1} \quad (2.16)$$

$$X_k = X_k^{k-1} + K_k (M_k - h_k(X_k^{k-1})) \quad (2.17)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^{k-1} \quad (2.18)$$

In queste equazioni K_k è il gain di Kalman in forma matriciale, che svolge lo stesso compito descritto in precedenza. La funzione h_k è chiamata funzione del sensore e viene usata per gestire la risposta non lineare dei sensori sperimentali, H_k è il suo Jacobiano. V_k è la matrice che definisce il rumore casuale sulla misura. Nella seconda equazione, che definisce il rapporto tra il valore stimato in precedenza e l'attuale valore stimato, il gain attribuisce più o meno "peso" alla misura sperimentale (M_k) rispetto alla stima (X_k^{k-1}) fatta nell'equazione (2.14). Nell'ultima equazione viene aggiornato l'errore sulla stima (matrice di covarianza), anche questa volta facendo agire il gain in modo inverso ($I - K_k H_k$), cioè considerando nel nuovo errore se la situazione è quella di una stima

stabile rispetto agli errori sperimentali, oppure se l'instabilità della stima è maggiore delle incertezze sulla misura.

2.4 Il filtro di Kalman nel tracciamento

Per studiare il problema del tracciamento di particelle elementari con il filtro di Kalman ho immaginato di avere a disposizione un rivelatore a microstrip di Silicio. Questi, con un pitch di $100 \mu\text{m}$, commettono un errore di misura della coordinata spaziale $x(\text{hit})$ dato da $\delta x = 100/\sqrt{12} \simeq 30 \mu\text{m}$.

Per simulare il multiplo scattering dovuto all'attraversamento dello spessore del materiale sensibile ho usato la teoria di Molière dello scattering multiplo. Per quanto visto lo scattering multiplo provoca una variazione che statisticamente si distribuisce secondo la distribuzione normale di Gauss, con media nulla e deviazione standard data dalla formula seguente:

$$\theta_M = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{x/X_0} (1 + 0.0038 \ln(x/X_0)) \quad (2.19)$$

dove X_0 è la lunghezza di radiazione del Silicio pari a 9.370 cm .

Assumendo per ipotesi di utilizzare un rivelatore di Silicio di spessore $x = 500 \mu\text{m}$, in unità di lunghezza di radiazione lo spessore risulta pari a:

$$\frac{x}{X_0} = \frac{500 \times 10^{-6}}{9.370 \times 10^{-2}} = 5.33 \times 10^{-3} \quad (2.20)$$

Utilizzando l'equazione di Molière, definita in (2.19), nel caso di una particella di energia $E = 1 \text{ GeV}$, che attraversi lo spessore di silicio di $500 \mu\text{m}$, otteniamo che la deflessione angolare è caratterizzata da una deviazione standard di $6.51 \times 10^{-4} \text{ rad}$. Si suppone inoltre che la carica della particella sia unitaria $z = 1$, e si utilizza l'approssimazione $pc \gg m_0 c^2$, e di conseguenza $E = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} \simeq pc$, con $\beta \simeq 1$. Possiamo quindi stabilire che la precisione di misura della direzione della traiettoria di una particella è affetta da due diversi errori:

- L'errore dovuto alla precisione di misura del sensore utilizzato;
- l'errore dovuto allo scattering multiplo.

Consideriamo il caso in cui una particella di impulso noto, procedendo parallelamente all'asse z , attraversi 20 piani di Silicio, ciascuno di spessore $500 \mu\text{m}$, posti a una distanza relativa L di 1 cm l'uno dall'altro, con pitch di $100 \mu\text{m}$. La precisione di misura della coordinata spaziale y consentita dal rivelatore (definita nel piano trasversale alla direzione

di propagazione della particella), provoca un errore sulla misura della coordinata angolare che si può stimare dell'ordine di:

$$\delta\theta = \frac{\sigma_y}{L} = \frac{100}{\sqrt{12}} \times 10^{-4} \simeq 3 \times 10^{-3} \text{ rad} \quad (2.21)$$

L'errore di misura dovuto al multiplo scattering, Eq.(2.19) risulta essere:

$$\delta\theta_M = 13.6 \cdot 10^{-3} \times \sqrt{5.33 \times 10^{-3}} \times (1 + 0.0038 \cdot \ln(5.33 \cdot 10^{-3})) = 0.65 \times 10^{-3} \text{ rad} \quad (2.22)$$

Osserviamo che l'errore dovuto al multiplo scattering, nel caso in cui la particella abbia una energia considerevole, almeno dell'ordine di 1 GeV, è considerevolmente minore dell'errore dovuto alla risoluzione nella misura della posizione della hit dell'apparato di misura.

Per studiare le prestazioni del filtro ho implementato prove ripetute su un grande numero di eventi simulati. Ho applicato il filtro di Kalman a un insieme di 1000 eventi di particelle di energia di 1 GeV che attraversino completamente il rivelatore. In tal caso si ottiene una distribuzione dei risultati di misura della coordinata angolare calcolata con il filtro Kalman, visibile in Fig. (2.6), che risulta avere una deviazione standard pari a 1.37×10^{-4} rad. L'errore restituito dall'algoritmo che implementa il filtro è dello stesso ordine della dispersione delle misure angolari realizzate sull'intero campione. Notiamo che l'errore restituito dall'algoritmo è il medesimo per tutti gli eventi perché esso dipende deterministicamente da quello iniziale, che è per tutte le particelle lo stesso. In corrispondenza dell'ultimo piano di misura del rivelatore esso è pari a 1.67×10^{-4} rad. Inoltre, fatto importantissimo, l'errore che si ottiene applicando il filtro risulta minore di quello che si avrebbe utilizzando soltanto due piani di rivelazione. Abbiamo visto infatti che se si utilizzassero soltanto due piani di misura l'errore atteso sarebbe dell'ordine di $\simeq 3 \times 10^{-3}$ rad,

La risposta del filtro di Kalman cambia quando si considerino particelle con energie maggiori. In questo caso ci aspettiamo che l'effetto del multiplo scattering si riduca a causa della dipendenza inversa dall'energia, del tipo $1/E$ e che la precisione di misura dipenda prevalentemente o soltanto dalla risoluzione strumentale. Lo scattering di Molière nel caso l'energia sia pari a 10 GeV è più piccolo di un fattore 10 rispetto al caso precedente, secondo la formula di Molière si ha: $\theta_M = 6.51 \times 10^{-5}$ rad.

Per studiare la dipendenza della precisione del filtro dall'energia consideriamo 1000 eventi corrispondenti all'energia di 10 GeV. In tal caso, come mostrato in Fig. (2.8), la distribuzione degli angoli calcolati dal filtro di Kalman, dopo che la particella ha attraversato l'intero rivelatore, ha una deviazione standard di 1.34×10^{-5} rad, molto minore rispetto al caso precedente di energia 1 GeV. L'errore restituito dal filtro è di 1.40×10^{-4} rad. In questo caso il filtro restituisce un errore che è maggiore della deviazione standard della distribuzione angolare. Questa è una conseguenza del fatto che il rumore gaussiano dovuto allo scattering multiplo è molto minore rispetto all'incertezza dovuta

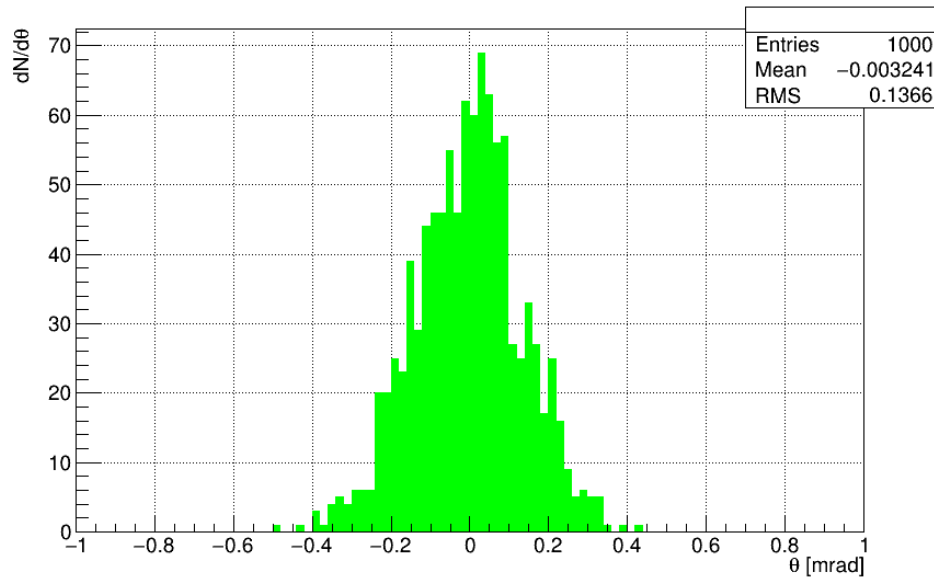


Figura 2.6: Distribuzione dei valori dell'angolo di propagazione delle particelle di energia 1 GeV calcolato dal filtro. Le particelle entrano nel rivelatore con con angolo $\theta = 0$.

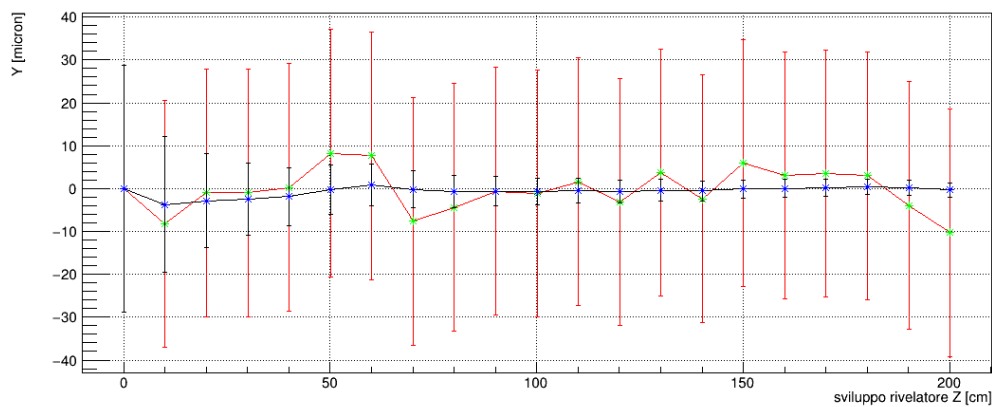


Figura 2.7: In figura è rappresentata l'azione del filtro nel caso di una particella di energia 1 GeV, in funzione del numero dei piani di rivelatore impiegato. In verde sono i punti nei quali il rivelatore ha localizzato la particella, in rosso è indicato l'errore di misura, dovuto alla risoluzione finita del rivelatore. Di colore blu sono i punti della traiettoria stimati dal filtro e in nero l'errore stimato dal filtro.

alla risoluzione del rivelatore. Il filtro comunque permette di migliorare la precisione di misura al crescere del numero dei piani di misura attraversati dalla particella.

Continuando ad aumentare l'energia delle particelle il filtro ricostruisce i parametri della traiettoria con un errore che dipende esclusivamente dalla risoluzione dello strumento. Ad esempio, ad un'energia $E = 100$ GeV, corrisponde un angolo di multiplo scattering $\theta_M = 6.51 \times 10^{-6}$ rad, che è tre ordini di grandezza minore della sensibilità del detector. In questo caso l'errore restituito dal filtro è maggiore della deviazione standard della distribuzione dei valori degli angoli ottenuti. Questo ci mostra che aumentando l'energia il rumore dovuto allo scattering multiplo diminuisce e le deviazioni subite dalla particella diventano sempre meno influenti nell'azione del filtro.

Eseguendo la simulazione con particelle con energia minore di 1 GeV si ottengono risultati opposti: in questo caso le prestazioni del filtro di Kalman dipendono fortemente dal multiplo scattering che, diminuendo l'energia, diventa un fattore molto più influente nella determinazione della traiettoria e non può più essere considerato semplicemente "rumore". Nel caso di una particella di 100 MeV (il cui angolo di Molière è 6.51×10^{-3} rad) la distribuzione dei risultati di misura ha una deviazione standard di 1.30×10^{-3} rad, mentre l'errore stimato dal filtro è 4.04×10^{-4} rad.

In Fig. (2.12) si vede l'andamento dell'errore restituito dal filtro nella misura della coordinata angolare θ , in corrispondenza dei diversi piani del rivelatore, nel caso in cui non vi sia multiplo scattering, caso che corrisponde al limite di energia infinita, e nel caso di particelle ad energia 10 MeV, 100 MeV e 1 GeV. Per energie maggiori di 1 GeV gli errori restituiti dal filtro sono sempre più prossimi al caso limite di energia infinita. Questo andamento descrive come il filtro, pur aumentando in ogni caso la precisione di misura, sia maggiormente efficace quando il rumore gaussiano è più piccolo. Più è grande il rumore, infatti, più misure occorrono per raggiungere la stessa precisione: nella figura si vede, per esempio, che nel caso di una particella a 1 GeV si può ottenere un errore di ~ 1.1 mrad alla seconda iterazione del filtro, mentre per una particella a 100 MeV (meno energetica e soggetta a un rumore maggiore dovuto allo scattering multiplo) lo stesso errore può essere ottenuto solo dopo cinque cicli del filtro, questo nonostante le due misure siano inizialmente ottenute con la medesima precisione angolare (data dalla struttura del rivelatore).

Nella tabella (2.2) sono trascritti i valori caratteristici corrispondenti ai tre eventi a 100 MeV, 1 GeV, 10 GeV. Risulta chiaro come il filtro non riesce ad effettuare una stima efficace per particelle a energie basse (e quindi con angolo di Molière grande rispetto alla sensibilità del detector), mentre restituisce stime precise quando l'energia aumenta e il rumore dato dallo scattering multiplo diminuisce di conseguenza.

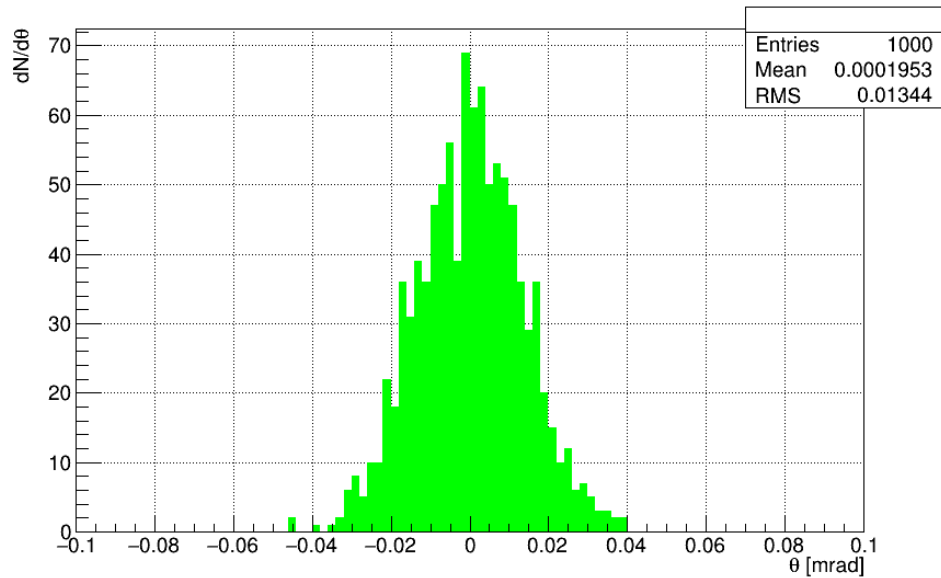


Figura 2.8: Distribuzione dei valori dell'angolo di propagazione delle particelle di energia 10 GeV calcolato dal filtro. Le particelle entrano nel rivelatore con con angolo $\theta = 0$.

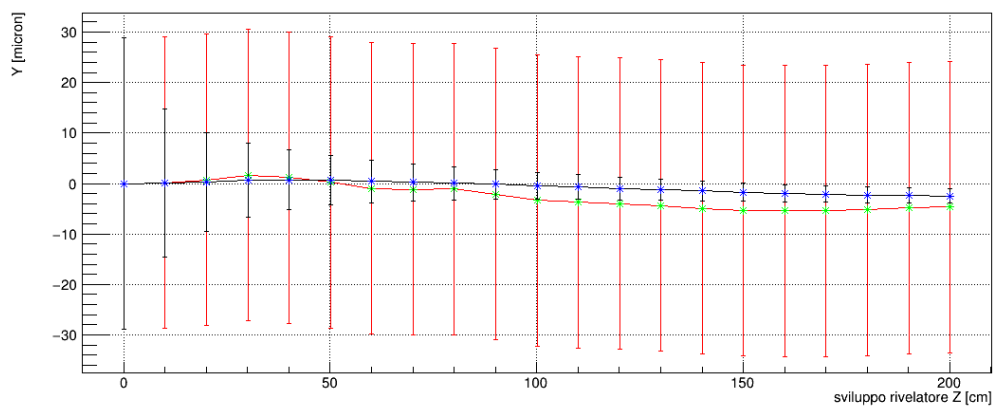


Figura 2.9: In figura è rappresentata l'azione del filtro nel caso di una particella di energia 10 GeV, in funzione del numero dei piani di rivelatore impiegato. In verde sono i punti nei quali il rivelatore ha localizzato la particella, in rosso è indicato l'errore di misura, dovuto alla risoluzione finita del rivelatore. Di colore blu sono i punti della traiettoria stimati dal filtro e in nero l'errore stimato dal filtro.

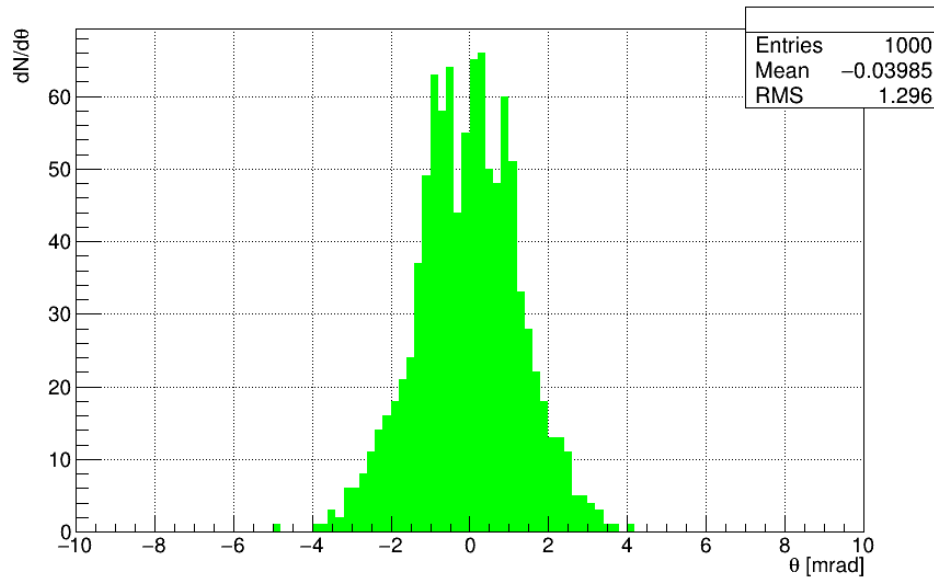


Figura 2.10: Distribuzione dei valori dell'angolo di propagazione delle particelle di energia 100 MeV calcolato dal filtro. Le particelle entrano nel rivelatore con con angolo $\theta = 0$.

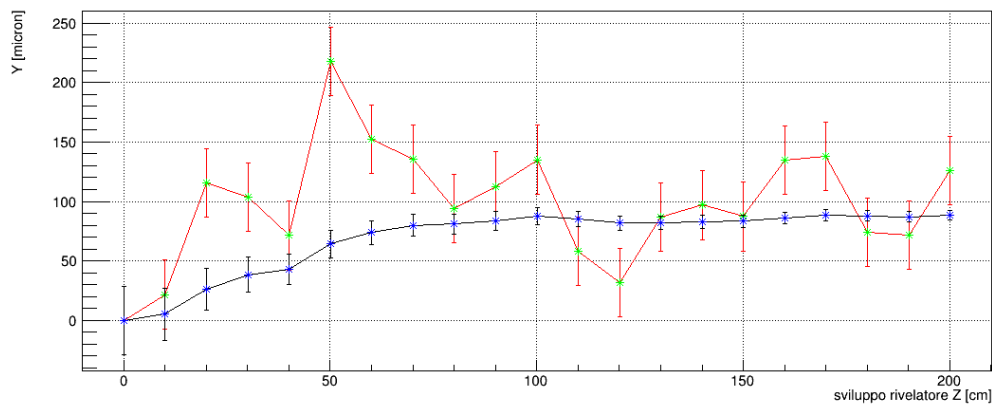


Figura 2.11: In figura è rappresentata l'azione del filtro nel caso di una particella di energia 100 MeV, in funzione del numero dei piani di rivelatore impiegato. In verde sono i punti nei quali il rivelatore ha localizzato la particella, in rosso è indicato l'errore di misura, dovuto alla risoluzione finita del rivelatore. Di colore blu sono i punti della traiettoria stimati dal filtro e in nero l'errore stimato dal filtro.

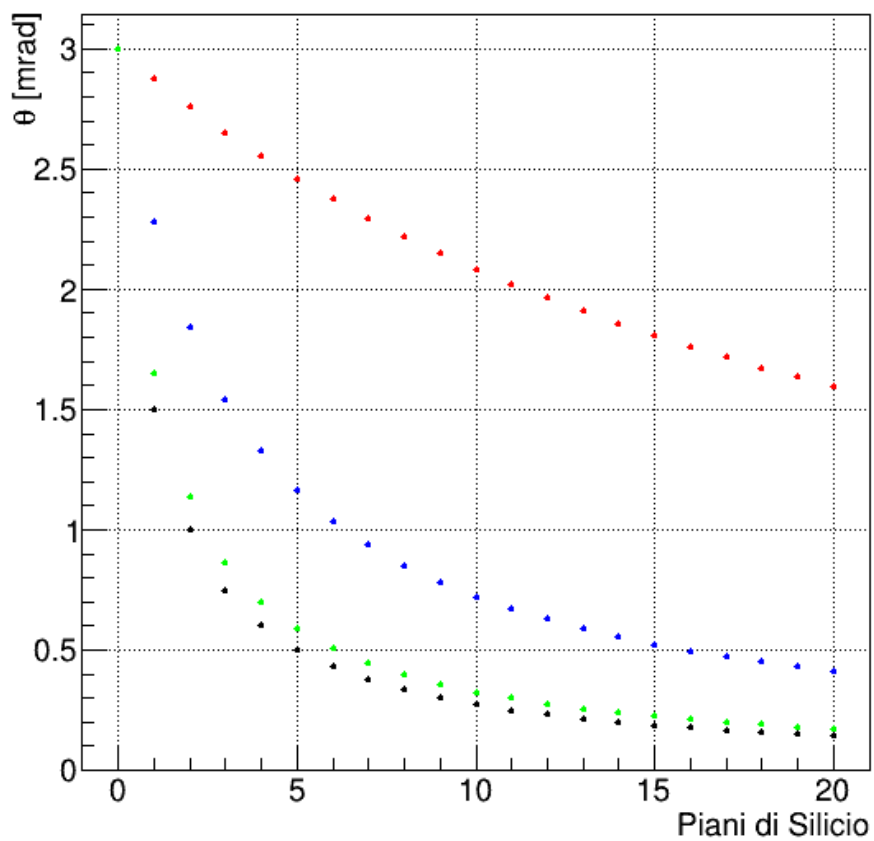


Figura 2.12: Distribuzione dell'errore di misura della coordinata angolare restituito dal filtro di Kalman nel caso in cui l'effetto del multiplo scattering sia trascurabile (in nero), nel caso di multiplo scattering per particelle di energia 10 MeV (in rosso), 100 MeV (in blu) , 1 GeV (in verde).

	θ_M [rad]	$\sigma_{distribuzione}$ [rad]	σ_{Kalman} [rad]
100 MeV	6.51×10^{-3}	1.30×10^{-3}	4.04×10^{-4}
1 GeV	6.51×10^{-4}	1.37×10^{-4}	1.67×10^{-4}
10 GeV	6.51×10^{-5}	1.34×10^{-5}	1.40×10^{-4}

Tabella 2.2: Sono qui riportati i valori discussi nella precedente trattazione. Nella prima colonna l'angolo di Molière dovuto all'attraversamento di uno solo piano di rivelazione di Silicio dello spessore di $500 \mu\text{m}$. Nella seconda ho riportato il valore della deviazione standard della distribuzione delle misure angolare realizzate con il filtro analizzando un campione di 1000 eventi. Infine, nella terza colonna ho riportato l'errore restituito dal filtro. I valori corrispondono ad eventi di energia 100 MeV, 1 GeV e 10 GeV.

Conclusioni

Per realizzare questo lavoro ho studiato come sono fatti e come funzionano i rivelatori di particelle più moderni, oggi operanti al Large Hadron Collider del CERN, e quali sono le caratteristiche dei sistemi di tracciamento delle particelle realizzati mediante sensori al Silicio. Ho quindi individuato i parametri fondamentali di funzionamento di un rivelatore al Silicio, e appreso quali sono i fenomeni che limitano la precisione raggiungibile nella misura della traiettoria con questi strumenti.

Mi sono dedicato allo studio del filtro di Kalman, per stabilire quale precisione di misura sia possibile ottenere nella misura dei parametri di traccia di particelle energetiche per LHC (almeno 1 GeV). Per realizzare questo studio ho simulato un rivelatore tracciante, con cui ho ottenuto un insieme di traiettorie campione. Ho determinato poi quali sono le prestazioni del filtro di Kalman realizzando una implementazione originale del filtro al calcolatore. Anche da un lavoro simulato si può comprendere l'importanza di questo strumento. Nel campo della fisica delle particelle è essenziale disporre di metodi che consentano di minimizzare il rumore, data la precisione di misura richiesta e la ridotta scala spaziale a cui operano i rivelatori. Con questa simulazione sono riuscito a visualizzare l'effetto del filtro e come è possibile ottenere con esso stime precise delle misure delle coordinate angolari delle particelle, arrivando anche a ridurre l'errore sulla traiettoria di un ordine di grandezza rispetto alla sensibilità del rivelatore.

Nel caso di particelle di energia tra 1 e 100 GeV, intervallo in cui si collocano la maggior parte degli eventi studiati dall'esperimento LHCb, il filtro di Kalman consente di ottenere, dopo poche misure, un miglioramento della stima e dell'errore considerevole, anche disponendo di una incertezza dovuta all'apparato molto maggiore rispetto al rumore causato dallo scattering multiplo.

Bibliografia

- [1] S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio, *Particelle e interazioni fondamentali*, Milano, Springer, I edizione, 2009.
- [2] J. R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*, Bologna, Zanichelli, 2015.
- [3] J. Millman, *Elettronica di Millman*, Milano, McGraw-Hill, 2008.
- [4] D. H. Perkins, *Elettronica di Millman*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000.
- [5] LHCb Collaboration, *LHCb Detector Performance*, CERN-PH-EP-2014-290.
- [6] LHCb Collaboration, *LHCb VELO Technical Design Report*, CERN/LHCC 2001-0011.
- [7] LHCb VELO Group, *Performance of the LHCb Vertex Locator*, CERN-LHCb-DP-2014-001.
- [8] LHCb Collaboration, *LHCb VELO Upgrade Technical Design Report*, CERN/LHCC 2013-021.
- [9] LHCb Collaboration, *LHCb Particle Identification Upgrade Technical Design Report*, CERN/LHCC 2013-022.
- [10] LHCb Collaboration, *LHCb Tracker Upgrade Technical Design Report*, CERN/LHCC 2014-001.
- [11] LHCb Collaboration, *LHCb Trigger and Online Upgrade Technical Design Report*, CERN/LHCC 2014-016.
- [12] R. Mankel, *Pattern Recognition and Event Reconstruction in Particle Physics Experiments*, arXiv:physics/0402039v1.