

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*DIPARTIMENTO DELL'ENERGIA ELETTRICA E DELL'INFORMAZIONE*

*LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE*

**TESI DI LAUREA**

in

**DIAGNOSIS AND CONTROL**

**OSSERVATORE E CONTROLLORE SENSORLESS AD  
ELEVATE PRESTAZIONI PER PROPULSIONE  
ELETTRICA DI UNMANNED AERIAL VEHICLES**

**CANDIDATO:**

Alessandro Bosso

**RELATORE:**

Prof. Ing. Andrea Tilli

**CORRELATORE**

Dr. Ing. Christian Conficoni

Anno Accademico 2015/16

Sessione II



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Analisi comparativa delle tecniche di controllo</b>	<b>5</b>
2.1	Presentazione del modello dei PMSM . . . . .	5
2.2	Analisi degli algoritmi di controllo <i>sensorless</i> . . . . .	9
2.2.1	Controllo BLDC . . . . .	10
2.2.2	Controllo ad orientamento di campo (FOC) . . . . .	11
2.2.3	Applicazioni per UAV . . . . .	12
2.3	Attuazione ideale in corrente . . . . .	15
2.4	Attuazione ideale in tensione . . . . .	20
2.5	Attuazione tramite inverter . . . . .	22
2.5.1	Perdite di conduzione - BLDC a 1 Mos . . . . .	25
2.5.2	Perdite di conduzione - BLDC a 2 Mos . . . . .	25
2.5.3	Perdite di conduzione - FOC . . . . .	26
2.5.4	Perdite di <i>spike</i> . . . . .	27
2.5.5	Perdite di <i>switching</i> - BLDC a 1 Mos . . . . .	36
2.5.6	Perdite di <i>switching</i> - BLDC a 2 Mos . . . . .	37
2.5.7	Perdite di <i>switching</i> - FOC . . . . .	38
2.6	Considerazioni conclusive . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Architettura funzionale e tecnologica del sistema di controllo</b>	<b>43</b>
<b>4</b>	<b>Algoritmo principale: osservatore <i>sensorless</i></b>	<b>49</b>
4.1	Parte 1 - osservatore PLL in coordinate polari . . . . .	51
4.1.1	Teoria delle <i>singular perturbations</i> . . . . .	51
4.1.2	Soluzione implementativa . . . . .	54
4.2	Parte 2 - osservatore " $\alpha - \beta$ " . . . . .	59
4.2.1	Sistemi adattativi . . . . .	59
4.2.2	Sviluppo dell'algoritmo . . . . .	65
4.2.3	Soluzione implementativa . . . . .	69
4.3	Parte 3 - osservatore esteso . . . . .	72

---

4.3.1	Filtri complementari . . . . .	72
4.3.2	Estensione degli osservatori classici . . . . .	76
4.3.3	Compensazione della velocità in alta frequenza . . . . .	81
4.3.4	Compensazione di FEM e velocità in alta frequenza . . . . .	88
4.3.5	Compensazione della velocità tramite l'errore angolare . . . . .	95
4.3.6	Considerazioni conclusive . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Fase <i>standstill</i>: operazioni funzionali all'avviamento</b>	<b>99</b>
5.1	Allineamento del rotore . . . . .	100
5.2	Identificazione della posizione iniziale . . . . .	101
5.2.1	Tecniche HFRV . . . . .	102
5.2.2	Tecniche HFPV . . . . .	105
5.2.3	Identificazione della polarità . . . . .	106
5.2.4	Soluzione dell'equazione di Sylvester . . . . .	107
5.2.5	Identificazione in presenza di moto del rotore . . . . .	115
5.3	Modelli implementativi e prove di simulazione . . . . .	116
5.4	Algoritmi di Self-Commissioning . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Traduzione degli algoritmi di controllo in codice per micro- controllore</b>	<b>123</b>
6.1	Aritmetica e codifica <i>fixed-point</i> . . . . .	124
6.2	Generazione automatica di codice ottimizzato . . . . .	127
<b>7</b>	<b>Attività implementativa e sperimentale</b>	<b>131</b>
7.1	Descrizione del setup sperimentale . . . . .	132
7.2	Risultati sperimentali e confronto con attese di simulazione . . . . .	137
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>141</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

Negli ultimi anni, si è sviluppato un interesse sempre crescente nei confronti di alcune tecnologie precedentemente considerate esclusivo appannaggio di alcuni ristretti ambiti applicativi, come quello militare od hobbistico. Tra queste, una sicuramente di spicco è quella dei droni, dispositivi tradizionalmente noti come *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV) [1], [2], [3]. Questi strumenti sono, come indica già il termine, dei velivoli progettati per essere pilotati in maniera autonoma o guidati da un operatore da remoto. Il termine “drone”, di derivazione anglosassone, è divenuto il modo tipico per riferirsi a questa tecnologia; la nascita della parola è comunque ambigua, visto che il termine può indicare sia “ronzio”, che richiama al tipico suono emesso da questi dispositivi, che “fuco”, legato al concetto di passività che ha caratterizzato i droni agli inizi della loro storia militare (venivano infatti soprattutto usati come bersagli per le esercitazioni). Con l’avvento degli anni 2000, l’esplosione di nuovi strumenti tecnologici, soprattutto la sempre maggiore diffusione dell’elettronica di consumo, ha permesso l’inizio della diffusione degli UAV anche in campi civili, inizialmente a scopo di svago, ultimamente sempre più anche in ambiti agricoli, di monitoraggio e sorveglianza e ricerca e salvataggio.

Prima di addentrarsi nell’obiettivo di questa tesi, è d’obbligo prima presentare una breve tassonomia dei droni, il tutto al fine di meglio comprendere la varietà e la complessità raggiunta dalla tecnologia. I droni possono essere classificati sia sulla base dell’ambito applicativo, che sul raggio di azione. Allo scopo di contestualizzare alla tesi, tuttavia, in questa sede si preferisce invece dare spazio alle differenze nell’architettura: per questa ragione, si compie la distinzione tra droni ad ala fissa e multirotori (si veda Fig. 1.1 per un esempio di questi ultimi). Mentre la prima tipologia viene comunemente pilotata da uno o più motori a combustione o a reazione, la seconda viene controllata tramite l’uso di azionamenti elettrici. Il motivo di questa grande differenza è molteplice: innanzitutto vi sono rilevanti problematiche di spazio e costo,



**Figura 1.1:** Esempio di quadrirotore.

vista la struttura dei multirotori tipicamente molto ristretta (la dimensione non supera il metro di lunghezza) e la necessità dunque di ridurre al minimo gli ingombri, oltre al dover limitare l'uso di strumenti eccessivamente onerosi; come secondo aspetto non indifferente vi è poi l'obiettivo di avere a disposizione degli attuatori facilmente controllabili ed efficienti. I multirotori, infatti, sono concepiti per eccellere in manovrabilità, soprattutto in spazi molto ristretti e spesso anche al chiuso. Un problema centrale nell'uso degli azionamenti elettrici, tuttavia, è che il voler limitare ingombro e costo rende impossibile l'uso di strumenti tipicamente sfruttati per il controllo dei motori, tra cui sensori di velocità e posizione (come gli *encoder*). L'assenza di informazioni di questo tipo provenienti dal motore rende necessario, al fine di regolare la velocità, l'uso di algoritmi di ricostruzione/stima dello stato interno del sistema. Quando ci si trova in queste condizioni, ci si riferisce alle tecniche usate come algoritmi di controllo *sensorless*, i quali sono attualmente oggetto di ricerca scientifica vista la loro grande importanza pratica, non solo per l'ambito dei droni, ma dovunque sia necessario inserire attuatori particolarmente piccoli, performanti ed economici.

Per le sopracitate motivazioni, questa tesi è nata allo scopo di fornire una visione d'insieme molto approfondita del controllo *sensorless* applicato ad una certa categoria di motori elettrici (brushless a magneti permanenti) e proporre nuovi strumenti, sia metodologici che applicativi, per migliorare lo stato dell'arte in questo campo. Per quanto riguarda la metodologia, verranno introdotti vari strumenti di analisi che possono consentire di meglio comprendere le problematiche e i gradi di libertà che possono essere sfruttati per incrementare la qualità del controllo. Dal lato delle soluzioni, invece, si proporranno nuovi algoritmi di stima e regolazione che, a seguito delle verifiche sia simulative che sperimentali, risultano essere validi strumenti da implementare in un'architettura come quella dei droni. Vista la vastità e la complessità dell'argomento, è d'obbligo doversi limitare alla descrizione degli strumenti ritenuti maggiormente cruciali per comprendere appieno il lavoro affrontato per questa tesi, dunque si anticipa che alcuni temi tratta-

---

ti ampiamente in letteratura scientifica verranno trascurati o solo parzialmente toccati. Poichè l'obiettivo finale consiste nel fornire algoritmi per il comportamento ritenuto essenziale del motore durante il moto, massima attenzione verrà dedicata alle tematiche dei controlli automatici necessarie a giustificarne l'effettiva efficacia.

A titolo di introduzione delle problematiche fisiche e tecnologiche nel controllo *sensorless* degli UAV, oltre a una legittima giustificazione metodologica del lavoro avviato, si inizierà nel Capitolo 2 con un'analisi comparativa quanto più esaustiva possibile degli algoritmi di controllo *sensorless* quasi universalmente adottati per i droni, oltre a individuare in maniera chiara quello che si intende implementare nella propria soluzione. Una volta dimostrata la significatività di una transizione a una versione attualmente ritenuta alternativa, verrà fornita nel Capitolo 3 una visione d'insieme degli strumenti tecnologici e funzionali esistenti o necessari per procedere nell'implementazione. Il Capitolo 4 rappresenta invece il punto centrale di tutta la tesi: in questo infatti verranno descritti per esteso i dettagli dell'algoritmo di osservazione essenziale per la costruzione di un controllo di coppia e velocità per il motore. Nel Capitolo 5 si esporranno invece elementi secondari rispetto al filone centrale, ma comunque essenziali al fine di garantire il funzionamento complessivo: si parla di inizializzazione della posizione del rotore (sia tramite allineamento che con stima dell'orientamento), identificazione dei parametri, nota come *self-commissioning*, e procedura di avviamento usata per portare il motore ad una velocità sufficiente a garantire un passaggio robusto all'algoritmo *sensorless*. Il Capitolo 6 viene invece dedicato ai metodi suggeriti per l'implementazione in codice di ciò che è stato precedentemente esposto, fornendo accorgimenti pratici per garantire una buona funzionalità pur mantenendo contenuta la complessità implementativa. I Capitoli 7 e 8 sono infine dedicati ai risultati sperimentali e alle conclusioni che possono essere tratte dal lavoro svolto, con una breve visione in prospettiva di successivi sviluppi sia paratici che metodologici.

Attraverso tutta la trattazione verranno presentati, oltre al prodotto dell'analisi teorica, anche tutti gli opportuni risultati di simulazione, ottenuti tramite l'ambiente di modellazione *Matlab/Simulink*. Per garantire maggiore organicità e per una migliore fruizione delle informazioni contenute, si è optato di non separare le simulazioni dal nucleo metodologico dei capitoli: questo per avere un maggiore riscontro e una più facile intuizione dei concetti.

Come ultima nota di rilievo, all'interno del testo si possono trovare brevi

---

riquadri di approfondimento per elementi che possono risultare ostici o degni di interesse. In alternativa, per letture approfondite, si rimanda ai riferimenti bibliografici, opportunamente citati all'interno della tesi.

# Capitolo 2

## Analisi comparativa delle tecniche di controllo

### 2.1 Presentazione del modello dei PMSM

Per iniziare a descrivere le problematiche affrontate nel corso di questa tesi, l'obiettivo di questa prima sessione consiste nell'andare ad introdurre, molto sinteticamente, il modello e le caratteristiche dei motori utilizzati per i multirotori.



**Figura 2.1:** Tipico PMSM usato per i *propeller* dei quadricotteri.

La classe di appartenenza è generalmente quella dei PMSM, acronimo di *Permanent-Magnet-Synchronous-Motor*, ovvero motori *brushless* a magneti permanenti e FEM (forza contro-elettromotrice) sinusoidale [4]. Queste caratteristiche sono molto rilevanti in quanto vanno a determinare molte specifiche di grande interesse per applicazioni ad alta efficienza che richiedano spazi particolarmente limitati (si veda la Fig. 2.1), infatti la densità energeti-

---

ca di questi componenti è maggiore rispetto a molti altri, tuttavia presentano anche delle serie difficoltà tecniche che verranno messe in evidenza.

A livello elettrico i PMSM possono essere visti come carichi trifase a stella, aspetto testimoniato dal numero di morsetti e dalla tipologia di circuito data dagli avvolgimenti per realizzare la struttura dello statore. Se si indicano, come da tipica convenzione, le tre fasi con  $a$ ,  $b$  e  $c$ , allora le equazioni che determinano il comportamento elettrico sono, supponendo una struttura isotropa e lineare:

$$\begin{aligned} u_a &= R_s i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + \frac{d\varphi_a}{dt} \\ u_b &= R_s i_b + L_s \frac{di_b}{dt} + \frac{d\varphi_b}{dt} \\ u_c &= R_s i_c + L_s \frac{di_c}{dt} + \frac{d\varphi_c}{dt} \end{aligned} \quad (2.1)$$

dove  $u_a$ ,  $u_b$  e  $u_c$  sono le tensioni relative al nodo di centro stella,  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  sono le correnti che scorrono attraverso le fasi e  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  e  $\varphi_c$  sono i flussi di rotore (prodotti dai magneti permanenti) concatenati nelle tre fasi. A livello di parametri, invece,  $R_s$  rappresenta la resistenza statorica, mentre  $L_s$  è il coefficiente di autoinduzione delle fasi. Il significato fisico delle precedenti equazioni è immediato: la tensione che viene a generarsi ai capi del motore è prodotta dalle cadute ohmiche del rame e dagli effetti di autoinduzione e mutua induzione con i magneti di rotore e gli altri flussi di statore. Il risultato complessivo dei termini di induzione sono il risultato della legge di Faraday sugli avvolgimenti del circuito di statore, inoltre, convenzionalmente la parte di mutua induzione viene riferita nella letteratura legata agli azionamenti elettrici come forza contro-elettromotrice (FEM, o *back-EMF* in inglese). L'elemento che rende quindi il motore effettivamente PMSM è che le FEM siano segnali sinusoidali, risultato dell'aver un flusso al traferro anch'esso sinusoidale.

Un aspetto di grande rilievo è che il modello introdotto è contemporaneamente una generalizzazione ed un caso particolare. Esso rappresenta, da un lato, una generalizzazione perché tramite le stesse formule è possibile ottenere anche motori a FEM non sinusoidale: per questa ragione è opportuno specificare anche la forma della FEM. Dall'altro lato, tuttavia, l'assunzione di isotropia è una forte idealizzazione dei casi reali, e pertanto sarà considerata, ai fini della maggior parte della trattazione, come un utile compromesso tra semplicità ed efficacia di descrizione. Nel Capitolo 5 questa assunzione andrà a cadere, in quanto alcuni algoritmi di identificazione richiedono necessariamente una struttura anisotropa. Ad ogni modo, indipendentemente dal fatto che se ne tenga conto, l'anisotropia dei motori per i propeller dei

---

droni risulta particolarmente bassa, dunque in questa prima fase di analisi non deve destare alcuna preoccupazione di mancanza di generalità.

Richiamando alcuni risultati della teoria classica degli azionamenti elettrici, si sfrutta la proprietà di somma di tensioni, correnti e flussi nulla per ridurre il numero di equazioni: questo è lecito perché ci si accorge facilmente, dalla precedente assunzione, che per tutte le grandezze elettriche coinvolte ve n'è una linearmente dipendente dalle altre (sempre vero, a meno di guasti, per le correnti; valido solo per PMSM per quanto riguarda i flussi). Si sceglie dunque solitamente un sistema di riferimento alternativo per la rappresentazione che sfrutta solo due equazioni, detta bifase (in contrasto con la rappresentazione trifase precedente), ovvero sia una coppia di versori ortonormali, con in particolare il primo versore allineato con l'asse  $a$  del motore. Indicando convenzionalmente questa coppia di versori con  $\alpha$  e  $\beta$ , si ottiene il seguente modello:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R_s i_\alpha + L_s \frac{di_\alpha}{dt} + \frac{d\varphi_\alpha}{dt} \\ u_\beta &= R_s i_\beta + L_s \frac{di_\beta}{dt} + \frac{d\varphi_\beta}{dt} \end{aligned} \quad (2.2)$$

A scopo di chiarimento, le grandezze qui presenti, a parte i parametri che restano gli stessi, non hanno ampiezze combacianti con quelle del sistema di riferimento di base: l'equivalenza dei due modelli è a livello di flusso di statore complessivo generato, tenendo conto di un accoppiamento dato da un rapporto di trasformazione pari a  $2 : 3$  (dunque il vettore corrente nel sistema  $\alpha - \beta$  risulta essere  $2/3$  di quello in  $a, b$  e  $c$ ). Complessivamente la trasformazione dal sistema trifase a quello bifase è dato dalla seguente matrice:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

dove il numero di componenti del sistema trifase è già stato ridotto ad  $a$  e  $b$ .

Esiste una terza possibile rappresentazione, infine, molto conveniente per quanto riguarda la semplicità di visualizzazione del flusso e dell'espressione della coppia. L'intuizione, in questo caso, consiste nell'applicare una rotazione in senso convenzionalmente antiorario al sistema di riferimento  $\alpha - \beta$ . Per realizzare questa trasformazione, evidentemente risulta necessario applicare una matrice della seguente struttura:

$$\begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix}$$

questa corrisponde ad una rotazione in senso orario, infatti è facile accorgersi che un sistema di riferimento ruotato in senso antiorario "vede" i vettori

---

nel sistema di riferimento fisso come spostati nel verso opposto. Di base, è possibile applicare una rotazione arbitraria al sistema di riferimento di partenza: se l'angolo  $\vartheta$  è fisso si otterrà una nuova espressione equivalente a quella in  $\alpha - \beta$ , in alternativa l'angolo può essere variabile.

La rappresentazione a cui ci si riferiva consiste nello scegliere un riferimento sincronizzato con il rotore, con in particolare il primo versore allineato con il flusso dei magneti permanenti. Questo sistema di riferimento prende il nome, in letteratura, di sistema di riferimento sincrono  $d - q$ :

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - \omega L_s i_q \\ u_q &= R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + \omega \varphi_e + \omega L_s i_d \end{aligned} \quad (2.3)$$

Il grande vantaggio di queste equazioni è che la FEM ora può essere scomposta in un termine prodotto dal flusso di rotore costante ed i termini di mutua induzione tra gli avvolgimenti, riducendo notevolmente la complessità nell'analisi.

Aspetto finora trascurato consiste nell'espressione della coppia prodotta dal sistema. Vista la convenienza di rappresentazione, si opta per presentare esclusivamente la formula nel sistema di riferimento  $d - q$ :

$$T = \frac{3}{2} p \varphi_e i_q \quad (2.4)$$

dove  $p$  è il numero di coppie polari, parametro che dipende dalla struttura meccanica scelta per il motore.

Non verrà introdotto alcun modello del carico, poiché un obiettivo minore, ma altrettanto rilevante rispetto agli altri enunciati nel capitolo precedente, consiste nell'arrivare a strutture di controllo indipendenti dal carico. Questo è un grande passo in avanti, sia in termini metodologici che ingegneristici, viste le variabilità potenziali del carico e le difficoltà intrinseche nella modellazione: si può in questo modo ottenere una struttura, con conseguente taratura, praticamente indipendente dalla meccanica del sistema, con conseguente aumento della versatilità, velocità di allestimento e semplicità di progettazione.

Come ultima nota, se vi fosse la necessità di introdurre, nella trattazione, versioni alternative o più dettagliate del modello, queste verranno trattate sempre nella sezione corrispondente e, per continuità dello scritto, saranno valide solamente della zona in cui sono impiegate.



---

## 2.2 Analisi degli algoritmi di controllo *sensorless*

In luce della precedente trattazione, risulta non solo profittevole indagare quale sia il più adeguato algoritmo di controllo *sensorless* per PMSM a fem sinusoidale, ma addirittura necessario. Il motivo di ciò risiede nel fatto che sono già esistenti algoritmi ben consolidati nel campo delle applicazioni *sensorless*, pertanto è giusto chiedersi, in un'ottica ingegneristica, quanto sia conveniente dedicare un considerevole sforzo sia metodologico che implementativo ad un nuovo algoritmo. Questo capitolo consiste pertanto in una giustificazione, quanto più completa possibile, dell'intero lavoro che sarà presentato a valle: per questo l'indagine verrà qui condotta con tutte le opportune giustificazioni formali, in maniera da risultare oltremodo convincente ai lettori. Un esempio di confronto simile, ma basato su criteri diversi e di scarsa utilità in questo contesto, è fornita da [5].

Al fine di chiarire la terminologia, per “controllo” in questo contesto (sottintendendo il fatto che sia riferito alla coppia) ci si riferisce all'algoritmo utilizzato per generare, a partire da un riferimento di coppia e dalla conoscenza dello stato del sistema, il corrispondente opportuno riferimento di corrente/tensione da applicare alle fasi del motore. È importante sottolineare la questione della grandezza elettrica d'attuazione poichè, come visto nella sezione 2.1 e come noto dalla teoria delle macchine elettriche, la coppia dipende esclusivamente dalle correnti che circolano nello statore, il tutto in funzione della posizione angolare del rotore. Ciononostante, nella quasi totalità dei casi, per motivi tecnologici, è la tensione ad essere applicata al sistema: nel caso di questa tesi gli attuatori più comunemente sfruttati sono i *Voltage-Source-Inverter* (VSI), che producono un segnale di tensione tipicamente tramite modulazione *PWM*, e per questa motivazione nel resto dello scritto l'attuazione in tensione sarà assunta implicitamente. Risulta altresì vero comunque che la retroazione viene universalmente compiuta determinando l'errore di corrente.

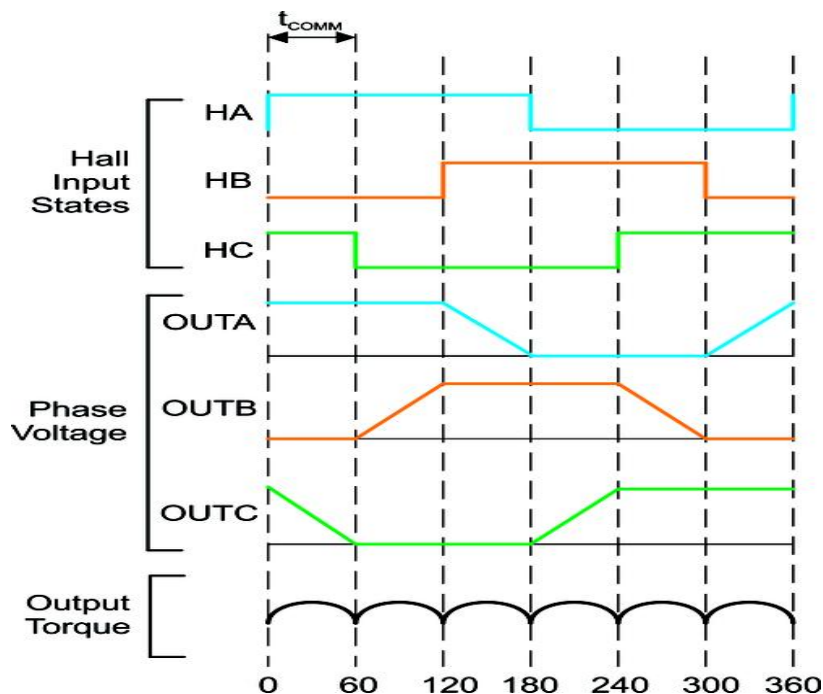
L'algoritmo di regolazione può presentare grande variabilità di design, anche se generalmente la scelta ricade su un regolatore PID (Proporzionale-Integrativo-Derivativo), o anche un semplice PI, con eventuali compensazioni della FEM o su un regolatore a isteresi (questo implementato molte volte per via *hardware*). Delineata dunque la natura della scelta del controllo precedentemente introdotto, per evidenziare ulteriormente gli aspetti critici si vanno ad individuare i gradi di libertà dell'architettura nella scelta delle fasi da alimentare e nella tipologia del segnale di riferimento (o tecnica di pilotaggio) applicato sulle singole fasi.

---

Nel caso specifico dei PMSM gli algoritmi che verranno presi in esame sono due: il controllo *Brushless-DC* (BLDC) e le tecniche *Field-Oriented-Control* (FOC).

### 2.2.1 Controllo BLDC

Il controllo BLDC, nato e concepito per applicazioni in cui la FEM sia trapezoidale, è basato sull'idea di alimentare due fasi in modo da imporre corrente costante, da una parte positiva (entrante nel carico) e dall'altra negativa (uscente), e lasciare la terza aperta, ovvero sia non attraversata da corrente (vedi Fig. 2.2).



**Figura 2.2:** Forme d'onda tipiche del controllo BLDC. In ordine, lo stato di una sonda a effetto Hall pensata per andare a leggere la FEM, le tensioni e la coppia risultante. Si noti che quest'ultima presenta un certo *ripple* (oscillazione): questo è dovuto sia alle commutazioni della tecnica di pilotaggio, che a non idealità della FEM effettivamente presente nel motore. Notare, infine, che l'andamento a rampa delle tensioni non è effettivamente imposta tramite pilotaggio, bensì si tratta dell'andamento aspettato prodotto sulla fase aperta dalla FEM.

Il fine di questa tecnica consiste nell'andare a generare un flusso magnetico di statore con allineamento ben definito e di ampiezza costante che, in luce delle possibili combinazioni di alimentazione delle fasi, può assumere sei differenti configurazioni (ancora in Fig. 2.2). Dividendo pertanto l'angolo giro per

---

la rappresentazione elettrica dell'armonica fondamentale del flusso di rotore in sestanti, diviene immediata la scelta di andare a selezionare la configurazione del flusso di statore che garantisca la massima ortogonalità possibile e il verso corrispondente al segno della coppia desiderata, ricordando che il flusso di rotore viene "trascinato" da quello di statore, dunque un'alimentazione sfasata in anticipo genera coppia di senso antiorario, un'alimentazione sfasata in ritardo genera coppia di senso orario.

Nel caso in cui la FEM sia esattamente trapezoidale sulle tre fasi e opportunamente sfasata di un terzo di periodo, allora l'errore di quadratura di  $\pm 30^\circ$  non incide minimamente sulla coppia generata, che pertanto risulta costante al di fuori delle zone di commutazione (le non idealità sono qui dovute agli effetti dei transistori non nulli della corrente di statore). Discorso molto diverso, e tema centrale della trattazione di questo capitolo, consiste nell'applicazione di questa tecnica a delle FEM sinusoidali.

Dal punto di vista dell'attuazione elettrica, questo pilotaggio viene realizzato in genere regolando attivamente una delle due fasi attraversate da corrente, mantenendo a tensione costante opportuna (nulla o pari alla tensione di alimentazione) quella complementare, e lasciando completamente passiva quella a corrente desiderata nulla. Anche su questo punto esistono parecchie versioni dello stesso principio. Per alcune varianti sulle possibili tecniche e le relative motivazioni, oltre alla scelta consigliata per garantire la massima efficienza nello sfruttamento di motore e convertitore, si rimanda alla sezione 2.5.

### 2.2.2 Controllo ad orientamento di campo (FOC)

Per quanto riguarda invece le tecniche FOC, il principio di funzionamento consiste nello sfruttare direttamente l'espressione della coppia nel sistema di riferimento rotante, utilizzando dunque l'informazione di posizione del rotore (questo punto risulta particolarmente critico, e in seguito verrà mostrato il motivo) per generare una corrente istantaneamente in quadratura con l'armonica fondamentale del flusso di rotore. Questo metodo, a differenza del BLDC, è stato pensato per motori con flusso al traferro sinusoidale (PMSM), visto come risulta intuitivamente evidente che l'obiettivo è quello di massimizzare la coppia a parità di corrente iniettata. Altro aspetto che rende il FOC molto diverso dal BLDC consiste nel pilotaggio delle fasi, visto che queste sono sempre regolate in maniera attiva. Vi è un ulteriore grado di libertà nel design, oltretutto, visto che è possibile assegnare grazie ad algoritmi appropriati la tensione di centro stella del motore (riferita al *negative*, ovvero al terminale negativo, del *DC-link*), riuscendo in questo modo ad ottenere uno sfruttamento del convertitore più efficiente e meno vincolato

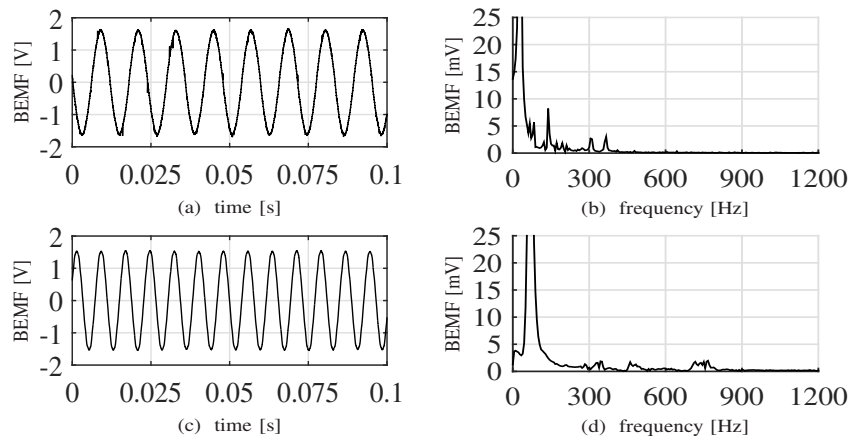
---

dalle saturazioni. Per riassumere, intuitivamente il FOC tenta di esprimere la massima ottimalità nell'uso del modello del motore, compensando questo con la necessità di un modello dettagliato e di uno sfruttamento più intenso del convertitore.

### 2.2.3 Applicazioni per UAV

Nell'ambito specifico dei multirotori, i propeller vengono attualmente quasi universalmente pilotati in BLDC, anche se bisogna riconoscere che i controlli usati per l'anello di velocità sono molto meno standard. L'aspetto del controllo di velocità, comunque, risulta un aspetto secondario e per questo non verrà affrontato: generalmente questo si basa sul concetto di struttura a cascata, e pertanto non dipende se non in aspetti legati ai tempi di risposta per la stabilità dall'anello più interno di corrente. Se infatti sia FOC che BLDC si comportassero in maniera ideale, la sola conoscenza dei parametri del motore e del regolatore PID permetterebbe la corretta scelta e taratura dell'anello di velocità; questo ovviamente viene complicato dalle non idealità dei singoli controllori, tuttavia il principio pratico di design solitamente non varia notevolmente dalle considerazioni basate sul caso ideale.

La motivazione per la scelta del BLDC è dettata dalla relativa semplicità nel contesto di un ostacolo tecnico rilevante: come già anticipato nel capitolo 1, i sistemi UAV di taglia medio/piccola come i multirotori sono vincolati al controllo *sensorless* dei propeller, ovvero sia il completo abbandono di qualsiasi forma di sensore che permetta di ricevere informazioni dirette della posizione/velocità del rotore degli azionamenti (encoder, sonde a effetto Hall e molte altre tipologie). Per sopperire alla mancanza di informazioni, si ricorre dunque a strategie più o meno evolute di stima della posizione sulla base delle informazioni provenienti dai sensori delle grandezze elettriche: in questo ambito, l'approccio *sensorless* BLDC risulta in genere estremamente semplice perché richiede una quantità di informazioni sullo stato del sistema e sui suoi parametri molto limitata [6], [7]. La strategia probabilmente più popolare per ricostruire l'informazione di velocità per il BLDC consiste nello *zero-crossing*, che sfrutta la proprietà strutturale del pilotaggio di avere sempre una fase aperta. Grazie a questo aspetto, su questa fase è possibile misurare (a patto che ovviamente la velocità non sia nulla) la FEM della fase corrispondente, opportunamente traslata del valore mobile del centro stella; questo fenomeno, combinato alla tensione oscillante dovuta al PWM, consente di individuare degli eventi in cui il valore filtrato della tensione letta attraversa determinati valori di soglia: queste occorrenze permettono di schedare con opportuna scelta dei tempi di attesa i successivi cambi di sestante, oltre a individuare il verso di rotazione del motore. In un certo



**Figura 2.3:** Risultati sperimentali dell’analisi della FEM: (a) è un motore *custom* e (b) è un *Tiger Motor MT2212-16 - KV 750*. (c) e (d) sono le relative FFT (*Fast-Fourier-Transform*), opportunamente focalizzate nella zona di ampiezze prossime allo zero per poter apprezzare le armoniche di ordine superiore.

senso, il controllo *sensorless* BLDC può essere considerato completamente “parameterless”, nel senso che non solo sono scarsamente utili le informazioni legate ai parametri del motore, ma anche la ricostruzione della velocità nasce da un accorgimento pratico, quando invece una stima senza un simile pilotaggio necessiterebbe un approccio “basato sul modello” (*model-based*).

Come già anticipato, il controllo BLDC non è in sè e per sè la scelta ottimale per qualunque tipo di applicazione, bensì risulta conveniente se la struttura del motore presenta realmente una FEM trapezoidale come presupposto dalla legge di controllo, aspetto che va opportunamente appurato prima di dedicarsi a questa architettura. Analizzando con opportuna strumentazione (oscilloscopi) le tensioni concatenate di vari motori per UAV mentre questi sono mantenuti in circuito aperto e trascinati da un altro motore (pilotato a velocità costante), risulta evidente come la FEM sia tendenzialmente molto prossima alla completa sinusoidalità: con questo semplice esperimento è possibile individuare il motivo centrale che giustifichi la messa in discussione del controllo BLDC (si veda la Fig. 2.3). L’ipotesi che dunque si avanza è che sia necessario ricorrere ad un controllo FOC per meglio adeguarsi alla struttura dei motori per UAV.

Una volta concluse le dovute descrizioni introduttive si inizierà ora l’analisi comparativa di tutti gli aspetti quantitativi che distinguono FOC e controllo BLDC. L’analisi viene condotta, per chiarezza della trattazione e visto l’intento di disaccoppiare i fenomeni, partendo da un caso fortemente idealizzato per gli attuatori e introducendo gradualmente le principali non

---

idealità che si manifestano nei casi reali. La pretesa non è chiaramente quella di voler catturare ogni singolo aspetto di confronto, visto che elementi come le perdite nel ferro o le anisotropie della struttura magnetica non sono analizzati (anche perché fenomeni del secondo ordine rispetto a quelli descritti), ma fornire soddisfacenti prove quantitative a supporto della tesi avanzata.

---

## 2.3 Attuazione ideale in corrente

Il primo caso in esame consiste in un modello generale, sia dal punto di vista dell'erogazione dell'azione di controllo, sia da quello del modello del motore stesso, molto semplificato. Si suppone in questa sezione infatti che esista un modo di pilotare il motore in maniera tale che questo insegua istantaneamente i riferimenti di corrente: questo non è fisicamente possibile per svariati motivi. Innanzitutto, le strategie quasi esclusivamente usate per pilotare i motori elettrici sono basate sul generare segnali in ingresso di tensione (vedi VSI), mentre fisicamente una variazione istantanea di corrente in un sistema per sua natura induttivo sarebbe possibile solo fornendo potenza infinita al sistema. Nonostante queste dovute considerazioni, i sistemi di controllo dei PMSM possono essere approssimati, soprattutto se le dinamiche elettriche sono molto rapide e con un errore comunque accettabile, con questo semplice modello. I benefici nella scelta di usare una forma così depurata da ogni non idealità sono diversi: la possibilità di gestire il problema per via analitica e delineare così la natura che intercorre nelle differenze tra i due algoritmi di controllo e, aspetto forse ancora più rilevante, avere a disposizione un punto di riferimento strutturale per aggiungere non idealità più vicine al caso reale e poterne interpretare gli effetti.

Prima di iniziare l'elaborazione, risulta dovuto introdurre un criterio, interpretabile come vero e proprio metro di valutazione, per eseguire il confronto tra le due tecniche di controllo. Si è valutato, a tal proposito, come il modo più trasparente e significativo per ottenere il confronto sia paragonare i due metodi a parità di posizionamento medio nel tempo del motore all'interno del piano coppia-velocità: in altre parole, a valori mediamente confrontabili di coppia e velocità. Poiché non strettamente rilevante al fine del confronto, la velocità viene assunta costante in ogni contesto. La coppia, invece, dipenderà esplicitamente dalla forma della corrente che viene assunta dal motore in funzione del pilotaggio

Iniziando dal controllo BLDC, per poter giungere alla rappresentazione della coppia è utile sfruttare la rappresentazione nel sistema di riferimento statico bifase. Utilizzando solo la seconda riga della matrice di trasformazione si giunge alla seguente relazione:

$$i_q = -i_\alpha \sin \vartheta + i_\beta \cos \vartheta \quad (2.5)$$

dalla rappresentazione generica della coppia nella rappresentazione bifase

---

rotante si può così passare alla versione nel sistema  $\alpha - \beta$ :

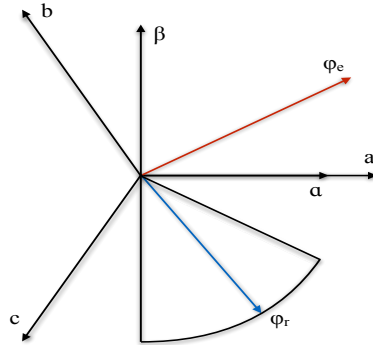
$$\begin{aligned} T &= \frac{3}{2} p \varphi_e i_q \\ &= \frac{3}{2} p \varphi_e (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ora, per ricordare brevemente, il controllo BLDC fa uso di correnti idealmente costanti sulle tre fasi, di cui sempre una positiva, una negativa ed una nulla. Il valore dipende dalla posizione in cui si trova il rotore. A titolo di esempio, l'associazione tra rappresentazione trifase e corrispondente bifase per uno dei sestanti (Fig. 2.4) assumerà la seguente forma:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} i_{max}$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} i_{max}$$

Questa relazione evidentemente vale fintanto che il controllore stima il flusso di rotore nel sestante corretto, che risulta essere quello tale che la FEM, disposta sull'asse  $q$ , sia allineata con il flusso di statore con un errore angolare al più di  $\pm 30^\circ$ . Nel caso specifico l'angolo formato dalla corrente rispetto al riferimento della terna fissa (asse  $a$ ) è pari a  $30^\circ$ .



**Figura 2.4:** Esempio di configurazione dei flussi di eccitazione ( $\varphi_e$ ) e rotore ( $\varphi_r$ ) in un sestante del controllo BLDC. Come si può apprezzare dall'intervallo di angoli messo in evidenza per il flusso di rotore, la condizione di perfetta ortogonalità è idealmente rispettata solo nel passaggio per il punto medio.

La coppia assume dunque la seguente forma:

$$T = \frac{3}{2} p \varphi_e \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \vartheta - \sin \vartheta \right) i_{max} \quad \vartheta \in \left[ -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6} \right] \quad (2.7)$$


---



---

Questa espressione risulta corrispondente a quella ottenuta proiettando le componenti  $i_\alpha$  e  $i_\beta$  sul vettore rotante  $q$ , corrispondente alla direzione della FEM. Ora la coppia media si ricava calcolando il valor medio del valore istantaneo di coppia. Da notare il fatto che si stia supponendo velocità di rotazione costante, da cui la possibilità di integrare direttamente sull'angolo.

$$\begin{aligned}
T_m &= \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} T(\vartheta) d\vartheta \\
&= \frac{3}{\pi} \cdot \frac{3}{2} p\varphi_e i_{max} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \vartheta - \sin \vartheta \right) d\vartheta \\
&= \frac{3}{\pi} \cdot \frac{3}{2} p\varphi_e i_{max} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \vartheta + \cos \vartheta \right] \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{6}} \quad (2.8) \\
&= \frac{3}{\pi} \cdot \frac{3}{2} p\varphi_e i_{max} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \\
T_m &= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} p\varphi_e i_{max}
\end{aligned}$$

L'ultima relazione, oltre ad essere utile per l'analisi, fornisce anche un metodo pratico applicabile ai PMSM per ricavare un riferimento di corrente a partire da un riferimento di coppia media desiderata.

$$i_{ref} = \frac{T_m \pi}{3\sqrt{3} p\varphi_e} \quad (2.9)$$

A livello di simulazione i dati sono coerenti con il risultato presentato, pertanto lo si assumerà corretto nelle ulteriori trattazioni senza motivo di presentare risultati di simulazione.

Per quanto riguarda invece il FOC, la corrente risulta trivialmente dall'inversione dell'espressione della coppia nel riferimento  $d - q$ :

$$i_q = \frac{2T}{3p\varphi_e} \quad (2.10)$$

Si noti l'uso di  $T$  al posto di  $T_m$ , significativo vista la valenza istantanea dell'espressione. Per questa ragione, in questo caso non vi è neppure da indagare alcunchè sulle variazioni di coppia, visto che questa risulta idealmente costante (a meno delle non-idealità non ancora considerate del convertitore).

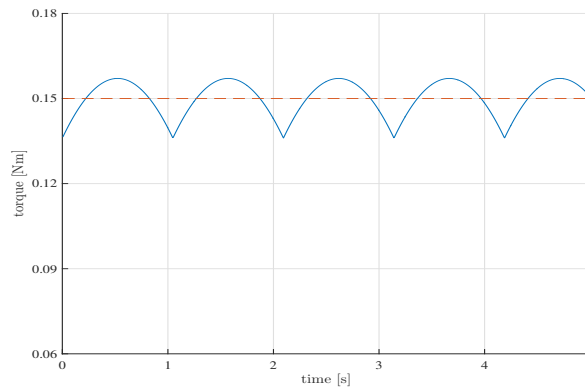
Ora il confronto tra potenze dissipate per effetto delle cadute ohmiche tra algoritmo BLDC e FOC, ricordando l'ipotesi di velocità equivalente e coppia

---

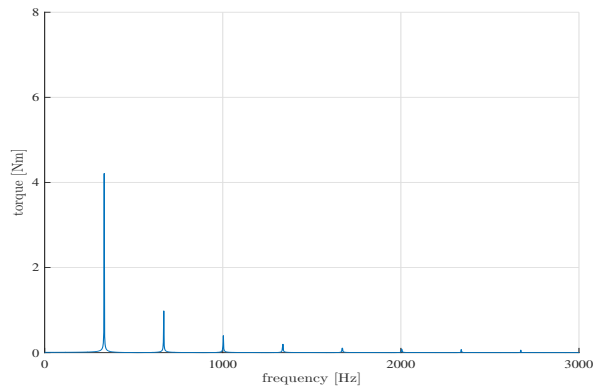
media desiderata coincidente:

$$\begin{aligned}
P_{Cu,BLDC} &= 2R_s i_{max}^2 = 2R_s \left( \frac{T_m \pi}{3\sqrt{3}p\varphi_e} \right)^2 \\
P_{Cu,FOC} &= \frac{3}{2}R_s i_q^2 = \frac{3}{2}R_s \left( \frac{2T}{3p\varphi_e} \right)^2 \\
\rho_{Cu} &= \frac{P_{Cu,BLDC}}{P_{Cu,FOC}} = 2 \cdot \frac{2R_s}{3R_s} \left( \frac{\pi}{\sqrt{3}} \right)^2 \left( \frac{1}{2} \right)^2 \\
\rho_{Cu} &= \frac{\pi^2}{9} \approx 1.097
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Da questo risulta che il controllo BLDC, a parità di coppia media, dissipa più potenza in termini di perdite nel rame del motore. Questo rapporto è tuttavia il risultato di una componente molto specifica della somma di effetti che conducono alle perdite totali, e nemmeno talvolta tra gli elementi maggiormente rilevanti, viste alcune potenziali caratteristiche critiche nell'uso dei convertitori di potenza. Aspetto interessante, ad ogni modo, è che il margine, in percentuale, tra le potenze dissipate nei due casi è prossimo al 10%, valore che si vedrà incrementare a valle delle successive ipotesi di complicazione del modello. Ultimo elemento di interesse è che per ora la relazione risulta costante, dunque vale indipendentemente dal punto di lavoro per i due algoritmi di controllo. Si ricordi che, in questo contesto, la potenza dissipata cresce con il quadrato della coppia media imposta, mentre è invariante rispetto alla velocità: questo permette di dedurre che la differenza di rendimenti cresce quadraticamente con l'aumentare della coppia.



**Figura 2.5:** Coppia risultante da PMSM pilotato con controllo BLDC ideale in corrente per valori medi di riferimento pari a  $50\text{rad/s}$  e  $1\text{Nm}$ : il valore blu continuo corrisponde alla coppia istantanea, il segnale rosso tratteggiato è invece il valor medio, corrispondente all'output del FOC.



**Figura 2.6:** FFT (*Fast-Fourier-Transform*) del segnale di coppia del controllo BLDC a meno della componente costante, per una velocità elettrica pari a  $50\text{rad/s}$  (Il numero delle coppie polari è 7).

Altra questione da trattare è la qualità dei segnali in uscita, misurabile attraverso l'analisi del *ripple* di coppia. Per questa ragione sono presentate le due versioni del segnale di coppia per controllo BLDC e FOC (Fig. 2.5), con analisi nel dominio delle frequenze del segnale del controllo BLDC (Fig. 2.6) per poter meglio apprezzare dove si posizionino e quanto siano rilevanti le varie armoniche. Allo scopo di precisazione, la presenza di *ripple* di coppia è un elemento cruciale nella qualità del sistema di attuazione, specialmente in un ambito come quello degli UAV: le componenti armoniche evidenziate, inevitabilmente presenti nel controllo BLDC, inducono delle dannose vibrazioni nella struttura meccanica, in special modo se questa è particolarmente esile come nei droni. Il risultato può essere, dunque, una diminuzione delle proprietà di volo, fino ad una riduzione della vita utile dei componenti meccanici. Da notare, infine, che i grafici ottenuti sono stati ricavati dalla diretta elaborazione delle equazioni precedenti, quindi non è contemplata alcuna simulazione.

---

## 2.4 Attuazione ideale in tensione

Questa sezione è dedicata ad un'analisi relativamente breve, ma cruciale per riuscire a giungere alle conclusioni finali. Si suppone, ora, di non avere più a disposizione un modello ad attuazione ideale in corrente, ma che l'attuazione sia in tensione (come nei convertitori reali) e che il motore abbia dei tempi di risposta non nulli sulla salita della corrente: in altre parole si introduce il sempre presente comportamento induttivo del carico. Un aspetto che per ora viene completamente eliminato consiste nella non idealità del convertitore stesso; per questa ragione, per il momento, lo si può pensare come un sistema di generatori di tensione ideali pilotati.

La prima considerazione da compiere è sicuramente che ora il controllo, indipendentemente dalla sua forma, richiederà del tempo prima di garantire il raggiungimento del valore di riferimento da parte della coppia. A parte questo, il comportamento a regime del FOC risulta del tutto equivalente a quello della sezione precedente, infatti la rappresentazione in  $d - q$  del modello del motore permette di vedere ogni riferimento di coppia costante come riferimento di corrente costante. Dall'altro lato, se si visualizza il sistema nel riferimento statico trifase, e dunque coincidente con il sistema di attuazione, il vettore rotante di tensione punta a garantire che il carico risponda con un vettore di corrente orientato a  $90^\circ$  rispetto al flusso di rotore: in questo contesto la regolazione della coppia si limita ad essere il controllo sull'ampiezza del vettore, azione ancora una volta equivalente al caso ideale.

Il controllo BLDC presenta ora invece un elemento particolarmente critico, ovvero sia l'insieme di transistori che va a caratterizzare la commutazione di fase. Questo aspetto è maggiormente complicato dalla presenza della fase aperta, visto che il comportamento per quella parte del modello è passivo, pertanto dipendente dalle caratteristiche del convertitore e dallo stato del motore. Per garantire coerenza con la struttura del convertitore reale, si introduce il seguente modello:

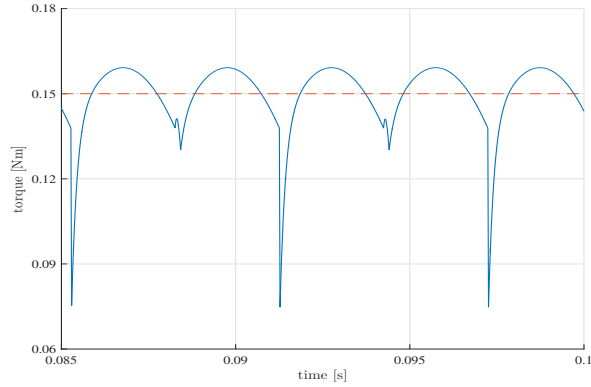
$$u_k + v_N = \begin{cases} 0, & i_k > 0 \\ V_{DC}, & i_k < 0 \\ v_N + \frac{d\varphi_k}{dt}, & i_k = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

dove  $u_k$ ,  $k = a, b, c$  è la tensione di fase,  $v_N$  è la tensione di centro stella del motore,  $V_{DC}$  è la tensione massima erogabile dal convertitore e infine  $i_k$  è la corrente di fase. Si ricorda, inoltre:

$$v_N = \frac{1}{3} \sum_{k=a,b,c} v_k \quad (2.13)$$

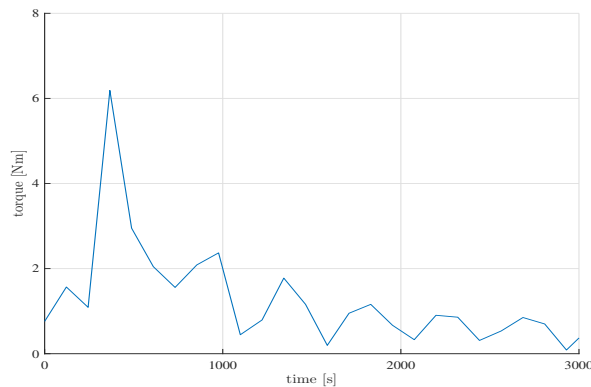
---

Quest'ultima espressione è evidentemente possibile perché il motore è a FEM sinusoidale, dunque è facile verificare che la somma delle tensioni di fase è nulla, così come per le correnti e i flussi.



**Figura 2.7:** Segnali di coppia per controllo BLDC con attuazione di tensione ideale e FOC a confronto. Il segnale blu continuo è la coppia del controllo BLDC, mentre il segnale rosso tratteggiato rappresenta il segnale del FOC.

Così come per il caso di attuazione ideale di corrente, anche in questo contesto vengono presentati alcuni significativi risultati grafici. Per ottenere le rappresentazioni di Fig. 2.7 e 2.8 sono stati sfruttati dei modelli di simulazione realizzati per l'ambiente di sviluppo *Simulink*, vista la convenienza nella rappresentazione della fase aperta all'interno di questo ambiente di sviluppo.



**Figura 2.8:** FFT (*Fast-Fourier-Transform*) del segnale di coppia del controllo BLDC con attuazione ideale di tensione a meno della componente costante, per una velocità elettrica pari a  $50\text{rad/s}$  (Il numero delle coppie polari è 7).

---

## 2.5 Attuazione tramite inverter

Questa sezione, infine, sarà dedicata all'analisi dei risultati derivanti dall'uso di un modello più realistico del convertitore di potenza. Come già introdotto, la scelta tecnologica ricade sui VSI, pilotati da segnali *PWM* (*Pulse-Width-Modulation*) su tre rami al fine di fornire una tensione che, ai morsetti del motore, risulti mediamente corrispondente al valore desiderato. I segnali *PWM*, per chiarirne il significato, sono segnali modulati ad onda quadra ottenuti dal confronto tra il segnale di riferimento e un'onda triangolare, detta portante: questi segnali, così ottenuti, vengono sfruttati come valori logici per il pilotaggio (tramite *driver*) degli interruttori elettronici, in questo caso dei *Mosfet*, usati nella struttura degli inverter. La considerazione critica sul valor medio richiederebbe un approfondimento formale nell'ottica delle tecniche controllistiche nel dominio del tempo, vista la possibile interpretazione del fenomeno tramite la teoria dell'*averaging*, tuttavia basti in questa sede la considerazione per cui la distorsione prodotta dal segnale PWM, posizionata a multipli interi della frequenza della portante, sia sufficientemente al di fuori della banda passante del motore: in questo modo, per tutte le successive trattazioni, si può assumere contemporaneamente (in base all'uso maggiormente conveniente) che il valore di tensione attuato sia mediamente quello desiderato, ma istantaneamente soggetto a modifiche quasi a gradino che producono distorsioni e fenomeni peculiari.

Ciò che pertanto diventa causa delle non idealità risulta essere di duplice natura: da un lato gli effetti di distorsione risultanti dalla commutazione dei *Mosfet*, in particolar modo nel caso in cui si verificano eventi particolari come le commutazioni di fase del controllo BLDC, dall'altro gli effetti dissipativi dei componenti del circuito. Optando per un modello circuitale a parametri concentrati, gli elementi che provocano dissipazione risultano essere i *Mosfet* e diodi di libera circolazione: per questi la potenza dissipata assume delle semplici espressioni, basate su modelli fortemente semplificati di questi componenti al silicio:

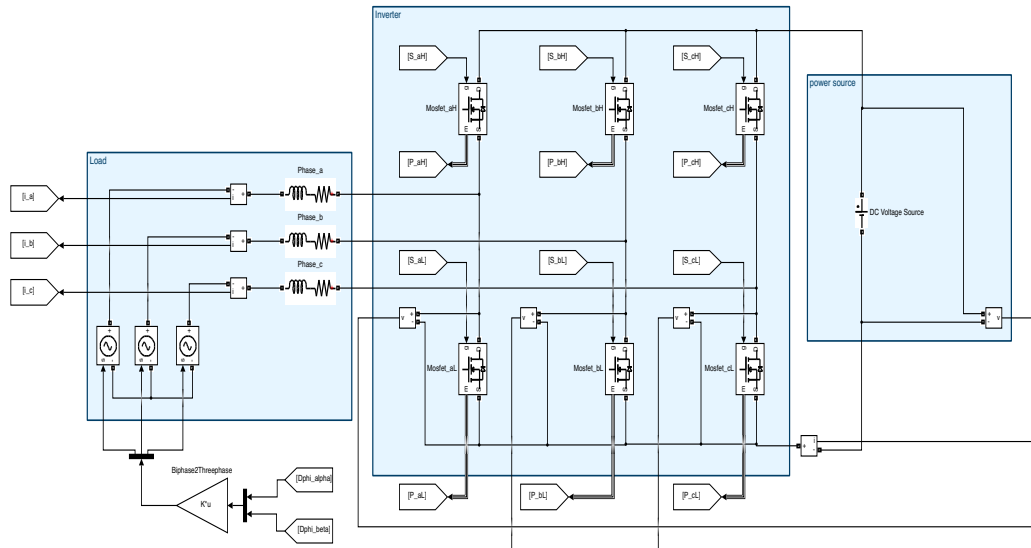
$$\begin{aligned} P_{mos} &= r_{DS(ON)} i^2 \\ P_{diodo} &= V_{\gamma} i \end{aligned} \tag{2.14}$$

Dove  $r_{DS(ON)}$  è la resistenza che modella il comportamento resistivo dei *Mosfet* nello stato *ON*, mentre  $V_{\gamma}$  è la tensione di soglia del diodo, ovvero il minimo valore di tensione associato allo stato di conduzione (in pratica si approssimano anche tensioni superiori sempre con  $V_{\gamma}$ , visto che la caratteristica tensione corrente dei diodi è tipicamente molto ripida). Queste espressioni saranno determinanti, sulla base della tipologia di pilotaggio, per ottenere le

perdite di conduzione. Da notare, ad ogni modo, che la corrente  $i$  indicata in queste espressioni risulta scorrere su diversi componenti in base allo stato di pilotaggio e a quello del carico visto dal ramo coinvolto. Aspetto fortemente determinante, a questo proposito, risulta essere il comportamento dei *Mosfet*, che nello stato *ON* sono capaci di condurre corrente in entrambe le direzioni: questo garantisce che rappresentino un punto di passaggio preferenziale per la corrente, anche in presenza del diodo di ricircolo.

Vi è, oltre alle perdite di conduzione, un altro fenomeno non trascurabile, ovvero la perdita energetica prodotta da accensioni e spegnimenti dei componenti attivi, dando luogo alle perdite di *switching* (commutazione, anche se, per evitare confusioni, ci si riferirà con il termine “commutazioni” esclusivamente ai cambi di fase di pilotaggio del controllo BLDC). Per proseguire con ordine, verranno innanzitutto analizzate le perdite di conduzione nelle regioni di funzionamento nominale, dopodichè si passerà ad un fenomeno di conduzione unico del BLDC, e infine si analizzeranno le perdite di commutazione.

Per completezza, si mostra lo schema *Simulink* adottato per la simulazione del comportamento dell'*inverter* in Fig. 2.9.



**Figura 2.9:** Schema per la simulazione tramite *Simulink* del convertitore di potenza. A sinistra è presente anche il modello elettrico del carico.

Dal lato della qualità della coppia, invece, non sono da segnalare particolari variazioni rispetto a Fig. 2.7 e 2.8, se non nell’aggiunta del *ripple* dovuto alla presenza del PWM. Per questo motivo, l’analisi della coppia non

---

verrà ulteriormente approfondita visto che si tratterebbe di una semplice riproposizione dei risultati simulativi della parte precedente.



---

### 2.5.1 Perdite di conduzione - BLDC a 1 Mos

Dalla scelta di separare in due parti l'analisi per il controllo BLDC, nasce la necessità di chiarirne il motivo: la fase controllata attivamente può essere pilotata ad uno solo oppure ad entrambi i *gate*. La scelta, anche se non rappresenta la regola, è quella di pilotare attivamente sempre il *Mosfet* alto, mentre quello basso rappresenta il grado di libertà nel design. A livello di segnali in uscita, il comportamento funzionale non subisce alcuna modifica rilevante, infatti la corrente, positiva visto il ramo, scorrerà inevitabilmente per il diodo di libera circolazione. Vista l'equivalenza funzionale, la relativa convenienza in luce della semplicità (non serve introdurre i *dead-time* per proteggere il circuito) e, stando ad alcuni autori, la possibilità di implementare con maggiore precisione le tecniche di *zero-crossing*, l'uso del pilotaggio a 1 Mos risulta molto popolare, anche e soprattutto nel mondo degli UAV.

Per giungere a un'espressione significativa, si sfrutta la tecnica di media che è stata giustificata in precedenza: indicando con  $\rho$  il *duty-cycle* impostato, ovvero la percentuale (espressa come valore da 0 a 1) di mantenimento del Mos alto attivo, producendo una tensione media di  $\rho V_{DC}$ , si giunge ad una formulazione della potenza. Per la fase attiva:

$$P_{pos} = \rho r_{DSOn} i^2 + (1 - \rho) V_{\gamma} i \quad (2.15)$$

La fase mantenuta bassa per l'attraversamento della corrente viene, di default, mantenuta con Mos basso costantemente acceso:

$$P_{neg} = r_{DSOn} i^2 \quad (2.16)$$

Infine, la potenza di conduzione è idealmente nulla sulla terza fase.

$$P_{null} = 0 \quad (2.17)$$

La potenza totale risulta pertanto:

$$P_{cond, BLDC} = (\rho + 1) r_{DSOn} i^2 + (1 - \rho) V_{\gamma} i \quad (2.18)$$

### 2.5.2 Perdite di conduzione - BLDC a 2 Mos

Per brevità si saltano le considerazioni, perfettamente analoghe al caso precedente, per giungere direttamente al risultato:

$$\begin{aligned} P_{pos} &= r_{DSOn} i^2 \\ P_{neg} &= r_{DSOn} i^2 \\ P_{null} &= 0 \\ P_{cond, BLDC} &= 2r_{DSOn} i^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

---

È semplice verificare come nel caso ideale di assenza di *dead-time* il ramo controllato con *PWM* abbia sempre un Mos in conduzione: il diodo basso, anche se potenzialmente in grado di condurre visto il verso della corrente, sarà in stato *OFF* perchè il punto di assestamento della tensione viene fortemente influenzato dal Mos in conduzione.

Unica considerazione di spicco è il fatto che le perdite di conduzione saranno sempre, se non per strutture tecnologiche particolari, fortemente a favore di questa seconda versione del controllo BLDC, infatti  $V_\gamma$  risulterà sempre molto maggiore di  $r_{DSOn}i$ , per qualunque valore attuabile della corrente.

### 2.5.3 Perdite di conduzione - FOC

In questo caso il pilotaggio è di tipo PWM su tutte le fasi contemporaneamente, senza oltretutto la possibilità di non attivare il Mos basso dei rami. È chiaro che per andare a calcolare la potenza media occorre passare al valore rms (*root-mean-square*) delle correnti (assumendo sempre condizioni stazionarie, dunque segnali sinusoidali):

$$P_{cond,FOC} = 3r_{DSOn}i_{rms}^2 \quad (2.20)$$

Supponendo poi che il sistema sia effettivamente in orientamento di campo, ovverosia con  $i_d = 0$ :

$$P_{cond,FOC} = \frac{3}{2}R_{DSOn}i_q^2 \quad (2.21)$$

Inevitabile a questo punto il confronto con il metodo più efficiente per il controllo BLDC, ovverosia il pilotaggio a 2 Mos. Sfruttando le (2.19), (2.21) e imponendo parità di coppia media:

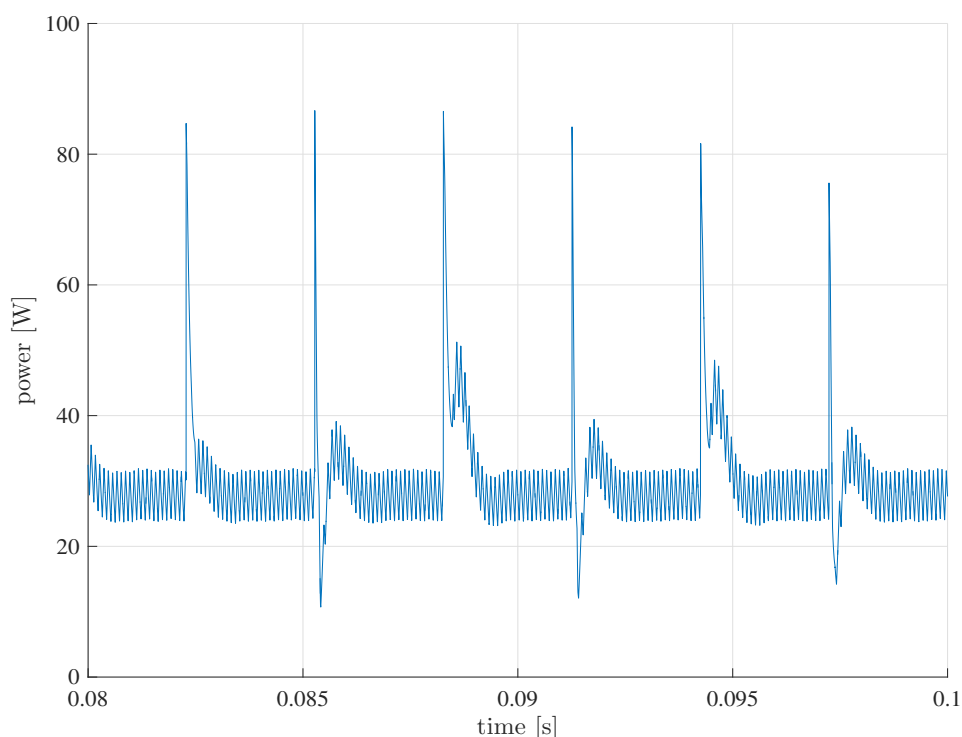
$$\rho_{cond} = \frac{P_{cond,BLDC}}{P_{cond,FOC}} = \frac{\pi^2}{9} \quad (2.22)$$

Chiaramente il confronto con la versione di pilotaggio a 1 Mos fornisce risultati molto più a sfavore per il controllo BLDC; per questa ragione si opta per non indagare ulteriormente la relazione in questo caso, visto che si tratterebbe di utilizzare un criterio potenzialmente meno oggettivo (perché utilizzabile in maniera pretestuosa) rispetto a quello scelto.

---

## 2.5.4 Perdite di *spike*

Questa trattazione ha come oggetto un fenomeno molto peculiare caratteristico del controllo BLDC, dovuto alla natura discontinua del segnale di riferimento in relazione alla struttura del convertitore di potenza. Il passaggio per cui la fase che precedentemente si trovava in stato attivo o mantenuta bassa viene portata in stato aperto, in cui le grandezze elettriche sono unicamente vincolate dal carico e dallo stato di conduzione dei due diodi di libera circolazione, è la causa di un fenomeno distruttivo di breve durata, che assume la forma di un picco di potenza. Vista la forma assunta, ci si riferirà a tale fenomeno con l'espressione *spike* di potenza (per avere un'idea grafica, si veda la Fig. 2.10).



**Figura 2.10:** Perdite di conduzione e *spike* per inverter soggetto a pilotaggio del controllo BLDC. I fenomeni di *spike*, come si può notare, hanno un'entità molto maggiore delle perdite di conduzione. Ai fini della simulazione, si è scelto un punto di lavoro pari a  $1Nm$  alla velocità elettrica di  $350rad/s$ . La tecnica di pilotaggio è a due Mos. Si precisa, infine, che il *ripple* di potenza nelle zone di conduzione è dovuto al PWM.

La motivazione di tali *spike* è l'inevitabile scarica della corrente che si trovava sul ramo aperto al momento della commutazione (quando la fase era ancora in conduzione), il tutto corrisposto alla relativamente elevata caduta di tensione  $V_\gamma$  dei diodi di ricircolo.

---

Per poter osservare in maniera dettagliata le cause e gli effetti degli eventi di *spike*, verrà in seguito compiuta una dettagliata elaborazione teorica per ottenere valori da utilizzare come confronto durante le simulazioni. Si è scelto, a livello arbitrario, di presentare in maniera estesa ciò che risulta dalla commutazione da fase pilotata attivamente ad aperta: il caso complementare, ovvero sia quello da fase a corrente negativa ad aperta può essere approssciato nella stessa maniera, e ne si presenterà soltanto il risultato conclusivo.

Per iniziare l'analisi può essere utile analizzare anche il comportamento nominale del carico, in particolar modo l'andamento della tensione di centro stella, in modo tale da poter rendere più veloce l'identificazione degli elementi in gioco nei fenomeni di *spike*. Per richiamare brevemente le equazioni che legano il convertitore al modello del PMSM, si indicano con  $a$ ,  $b$  e  $c$  le tre fasi del motore. In questo modo è possibile utilizzare questa rappresentazione:

$$\begin{aligned} v_a &= R_s i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + \frac{d\varphi_a}{dt} + v_N \\ v_b &= R_s i_b + L_s \frac{di_b}{dt} + \frac{d\varphi_b}{dt} + v_N \\ v_c &= R_s i_c + L_s \frac{di_c}{dt} + \frac{d\varphi_c}{dt} + v_N \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dove  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  sono le tensioni medie dei nodi centrali dei rami dell'inverter, riferite al *negative* del bus DC. Come già affrontato, è possibile ricavare la tensione di centro stella,  $v_N$ , eseguendo la media delle tre tensioni. Questo è un metodo che può essere attuato senza particolari problemi a livello sperimentale (andando a filtrare opportunamente i dati della fase aperta) tuttavia richiede particolare attenzione nella forma algebrica, soprattutto se si vuole vedere tale valore rappresentato facendo uso delle tensioni attuate. Per dimostrarlo, sia  $a$  la fase controllata attivamente,  $b$  la fase mantenuta negativa,  $c$  la fase aperta. Iniziando dalla situazione a regime, ovvero sia lontano dalle commutazioni:

$$\begin{aligned} v_a &= \rho V_{DC} = R_s i + \frac{d\varphi_a}{dt} + v_N \\ v_b &= 0 = -R_s i + \frac{d\varphi_b}{dt} + v_N \\ v_c &= \frac{d\varphi_c}{dt} + v_N \end{aligned} \quad (2.24)$$

La precedente assunzione è necessaria per garantire il valore della terza fase, dove infatti compare solamente la FEM.

$$v_N = \frac{\rho V_{DC} + \frac{d\varphi_c}{dt} + v_N}{3} \quad (2.25)$$


---

---

Risolvendo l'espressione di  $v_N$  implicita si ottiene:

$$v_N = \frac{\rho V_{DC} + \frac{d\varphi_c}{dt}}{2} \quad (2.26)$$

A questo punto si può sfruttare l'equazione della fase  $a$ , per ovvie ragioni, per ricavare la tensione della fase attiva in funzione della corrente e delle FEM:

$$\rho V_{DC} = 2R_s i + 2 \frac{d\varphi_a}{dt} + \frac{d\varphi_c}{dt} \quad (2.27)$$

Infine, si può ottenere la tensione di centro stella con l'uso degli stessi termini:

$$v_N = R_s i - \frac{d\varphi_b}{dt} \quad (2.28)$$

Quest'ultimo risultato diventa evidente se si percorre la fase  $b$  dal *negative* del bus DC al centro stella. La nuova espressione della FEM ha un grande vantaggio rispetto alla precedente: se si desidera analizzare gli eventi di commutazione in cui la fase a corrente negativa resta costante, la si può sfruttare senza modifiche per impostare una condizione iniziale.

Come altro aspetto di rilievo, ci si accorge che la tensione di centro stella risulta assumere una forma molto regolare, ovvero si appare come segnale "raddrizzato" ottenuto a partire dalle FEM, con un opportuno offset dato dalla corrente che scorre attraverso le armature:

$$v_N(t) = R_s i + \left| \min \left\{ \frac{d\varphi_a}{dt}(t), \frac{d\varphi_b}{dt}(t), \frac{d\varphi_c}{dt}(t) \right\} \right| \quad (2.29)$$

Grazie a questa rappresentazione è molto semplice andare a visualizzare la forma del centro stella, anche se a livello operativo è necessaria un'operazione di filtraggio per ottenere lo stesso risultato (si ricorda, infatti, l'operazione di *averaging*).

Grazie alle considerazioni di questi paragrafi, è possibile anche trovare le relazioni che permettono di ricavare lo *zero-crossing*. Per espandere il significato del termine, per *zero-crossing* (ZC) ci si riferisce al punto in cui la FEM della fase aperta, riferita al centro stella, vale zero. Inserendo questa proprietà nella (2.26), si ottiene pertanto:

$$v_{N,ZC} = \frac{\rho V_{DC}}{2} \quad (2.30)$$

Se si va, dunque, a misurare la tensione della fase aperta si ottiene il seguente valore:

$$v_{ZC} = \frac{\rho V_{DC}}{2} \quad (2.31)$$

---

Ovviamente a livello pratico non sarà mai possibile individuare il punto esatto in cui si verifica questo evento. Oltretutto, i segnali sono parzialmente deteriorati dalla presenza di cadute di tensione sui componenti dell'*inverter*, in particolare il valore  $r_{DSOn}$  si presenta come offset sui valori attuati, comparando rispettivamente positivo sulla fase a corrente negativa e viceversa, provocando così una riduzione del *duty-cycle*. A questo si aggiungono anche i *dead-time*, che vanno a peggiorare ulteriormente il segnale attuato. Poiché dunque non si può sfruttare in maniera affidabile la relazione teorica dello ZC, si ricorre ad un confronto sperimentale molto più robusto:

$$\begin{aligned} v_c &< \frac{v_a + v_c}{2}, & c \text{ precedentemente a corrente positiva} \\ v_c &> \frac{v_a + v_c}{2}, & c \text{ precedentemente a corrente negativa} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Quando il sistema di controllo rileva il passaggio, l'attraversamento viene riconosciuto e la commutazione di fase viene schedulata dopo l'opportuno tempo di attesa (di fatto un tempo pari a quello intercorso tra la commutazione precedente e lo ZC, tenendo conto però dell'eventuale accelerazione in atto). Si ricorda, come aspetto particolarmente rilevante, che i valori di tensione indicati devono essere opportunamente campionati e filtrati per evitare di vedere soltanto la distorsione indotta dal PWM.

Entrando ora maggiormente nel dettaglio degli eventi di *spike* si procede con l'analisi del transitorio di corrente al momento della commutazione. Si suppone, per mantenere la notazione coerente con i paragrafi precedenti, che la fase *b* sia mantenuta costante, mentre la *a* e la *c* si scambino di ruolo; in particolare, la fase *a* viene accesa a seguito della commutazione. Se si indica con 0 l'istante della commutazione, si ottengono le seguenti condizioni iniziali:

$$\begin{aligned} v_a(0) &= \rho V_{DC} = L_s \frac{di_a}{dt}(0) + \frac{d\varphi_a}{dt}(0) + v_N(0) \\ v_b(0) &= 0 \\ v_c(0) &= R_s i_{max} + L_s \frac{di_c}{dt}(0) + \frac{d\varphi_c}{dt}(0) + v_N(0) \\ i_a(0) &= 0 \\ i_b(0) &= -i_{max} \\ i_c(0) &= i_{max} \end{aligned} \quad (2.33)$$

L'espressione per la  $v_c$  è però facilmente determinabile all'inizio del nuovo sestante, infatti, poiché la corrente è nota, il comportamento passivo del circuito implica che sarà il diodo di ricircolo basso ad essere in stato di

---

conduzione. Pertanto, la tensione è così determinata:

$$v_c(t) = -V_\gamma, \quad i > 0 \quad (2.34)$$

Ricordando che la tensione di centro stella coincide con la tensione del ramo  $b$ , ovviamente cambiata di segno, si ricavano le seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} -V_\gamma &= R_s (i_c(t) - i_b) + L_s \left( \frac{di_c}{dt} - \frac{di_b}{dt} \right) + \frac{d\varphi_c}{dt}(t) - \frac{d\varphi_b}{dt} \\ \rho V_{DC} &= R_s (i_a(t) - i_b) + L_s \left( \frac{di_a}{dt} - \frac{di_b}{dt} \right) + \frac{d\varphi_a}{dt}(t) - \frac{d\varphi_b}{dt} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Una seconda formulazione, invece, consiste nell'utilizzare la media delle tre tensioni di fase, ottenendo così delle equazioni con i termini isolati tra loro:

$$\begin{aligned} -V_\gamma &= R_s i_c(t) + L_s \frac{di_c}{dt} + \frac{d\varphi_c}{dt}(t) + \frac{\rho V_{DC} - V_\gamma}{3} \\ \rho V_{DC} &= R_s i_a(t) + L_s \frac{di_a}{dt} + \frac{d\varphi_a}{dt}(t) + \frac{\rho V_{DC} - V_\gamma}{3} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Tra le due formule, chiaramente quella di interesse pratico è la prima, visto l'intento di individuare la durata del transitorio. Per questa ragione si procede con l'analisi della prima raccogliendo e portando in forma standard:

$$\frac{di_c}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_c(t) - \frac{1}{L_s} \frac{d\varphi_c}{dt}(t) - \frac{2}{3L_s} \left( \frac{\rho V_{DC}}{2} + V_\gamma \right) \quad (2.37)$$

L'equazione differenziale ottenuta risulta essere del primo ordine e alimentata da un segnale costituito da una componente costante ed una sinusoidale. In particolare modo, è ora necessario andare ad esplicitare la FEM di fase:

$$e_h(t) = E \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right), \quad E = \omega \varphi_e \quad (2.38)$$

Lo sfasamento pari a  $\pi/3$  permette di rappresentare correttamente il punto di inizio della FEM, ovvero il secondo sestante usando come riferimento il punto massimo della FEM per la fase  $c$ .

Per evitare di risolvere l'integrale di convoluzione per ottenere la soluzione, si ricorre alla ricerca diretta del segnale  $i_c$  attraverso una struttura in grado di risolvere, per sostituzione, l'equazione differenziale.

$$i_c(t) = a_1 e^{-\frac{R_s}{L_s} t} + a_2 + a_3 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + a_4 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) \quad (2.39)$$

---

Dove  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  sono delle costanti da determinare in base alle condizioni iniziali e alla forma dell'input. Indicando seno e coseno rispettivamente con  $S$  e  $C$ :

$$\begin{aligned} -\frac{R_s}{L_s}a_1e^{-\frac{R_s}{L_s}t} - a_3\omega S + a_4\omega C &= -\frac{R_s}{L_s}a_1e^{-\frac{R_s}{L_s}t} - \frac{R_s}{L_s}a_2 + \\ -\frac{R_s}{L_s}a_3C - \frac{R_s}{L_s}a_4S - \frac{1}{L_s}EC - \frac{2}{3L_s}\left(\frac{\rho V_{DC}}{2} + V_\gamma\right) \end{aligned}$$

Visto che questa relazione deve valere per ogni  $t$ , fintanto che la corrente è positiva, allora è possibile eguagliare i termini che moltiplicano la stessa funzione, ottenendo i seguenti valori:

$$\begin{aligned} a_2 &= -\frac{2}{3R_s}\left(\frac{\rho V_{DC}}{2} + V_\gamma\right) \\ a_3 &= -\frac{ER_s}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} \\ a_4 &= -\frac{EL_s\omega}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Imponendo la condizione iniziale sulla corrente si ottiene infine l'ultimo parametro:

$$\begin{aligned} a_1 &= i_{max} - a_2 - \frac{a_3}{2} - a_4\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= i_{max} + \frac{2}{3R_s}\left(\frac{\rho V_{DC}}{2} + V_\gamma\right) + \frac{1}{2}\frac{ER_s}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} + \frac{EL_s\omega}{R_s^2 + L_s^2\omega^2}\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (2.41)$$

A questo punto, per ottenere velocemente un risultato di rilievo, si linearizza la soluzione sull'intorno della condizione iniziale:

$$i_c \simeq i_{max} + \frac{di_c}{dt}(0)t \quad (2.42)$$

Grazie a questa espressione è possibile giungere velocemente al punto di attraversamento dello zero. La derivata della corrente nell'intorno della condizione iniziale risulta essere la seguente:

$$\frac{di_c}{dt}(0) = -\frac{R_s}{L_s}a_1 - a_3\omega\frac{\sqrt{3}}{2} + a_4\omega\frac{1}{2}$$

La corrente, dunque, si annulla in:

$$t_{fall_{low}} = \frac{i_{max}}{\frac{R_s}{L_s}i_{max} + \frac{2}{3L_s}\left(\frac{\rho V_{DC}}{2} + V_\gamma\right) + \frac{1}{2L_s}\frac{ER_s^2}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} + \frac{1}{2}\frac{EL_s\omega^2}{R_s^2 + L_s^2\omega^2}} \quad (2.43)$$



---

Prima di analizzare il risultato, si procede in maniera concettualmente analoga a presentare anche il caso complementare, così da avere a disposizione tutte le possibili formule di rilievo. Innanzitutto l'equazione differenziale:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}i - \frac{1}{L_s} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2}{3L_s} \left( V_{DC} + V_\gamma - \frac{\rho V_{DC}}{2} \right) \quad (2.44)$$

La struttura, come è facile notare, è quasi identica al caso precedente. Le differenze tecniche principali, oltre chiaramente al cambio di segno del termine costante, sono il cambio di segno della FEM e la condizione iniziale della corrente negativa ( $i(0) = -i_{max}$ ). Usando la stessa forma di soluzione per il caso precedente, si ricavano i seguenti coefficienti:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{2}{3R_s} \left( V_{DC} + V_\gamma - \frac{\rho V_{DC}}{2} \right) \\ a_3 &= \frac{ER_s}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} \\ a_4 &= \frac{EL_s\omega}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} \\ a_1 &= -i_{max} - a_2 - \frac{a_3}{2} - a_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Grazie a questo risultato, è possibile giungere al tempo di caduta:

$$t_{fall_{high}} = \frac{i_{max}}{\frac{R_s}{L_s}i_{max} + \frac{2}{3L_s} \left( V_{DC} + V_\gamma - \frac{\rho V_{DC}}{2} \right) + \frac{1}{2L_s} \frac{ER_s^2}{R_s^2 + L_s^2\omega^2} + \frac{1}{2} \frac{EL_s\omega^2}{R_s^2 + L_s^2\omega^2}} \quad (2.46)$$

È interessante il fatto che i due tempi di caduta differiscano per il solo termine costante: in base al valore di  $\rho V_{DC}$  dipende la relazione tra i due. Nei due casi estremi, se il *duty-cycle* è nullo la differenza risulta massima (la caduta per il diodo basso è la maggiore delle due), mentre se  $\rho$  arriva ad 1 i due tempi diventano uguali. È facile notare, per questa ragione, come in ogni situazione si abbia dunque  $t_{fall_{low}} \geq t_{fall_{high}}$ , in altre parole la corrente impiega meno tempo a scaricarsi quando è negativa.

Per passare alle considerazioni tecniche di rilievo, è doveroso ricordare come i risultati ottenuti siano solamente un'approssimazione dei valori reali e, per la precisione, tendano a stimare per difetto, vista la linearizzazione del transitorio: un andamento esponenziale devia rispetto all'andamento lineare nella parte finale della coda.

A questo punto è facile calcolare la potenza media. Sempre sfruttando la forma del segnale linearizzato, è immediato notare come l'energia dissipata

---

in uno spike sia corrispondente all'area sottesa dal triangolo della potenza:

$$\mathcal{E} = \frac{V_{\gamma} i_{max} t_{fall}}{2} \quad (2.47)$$

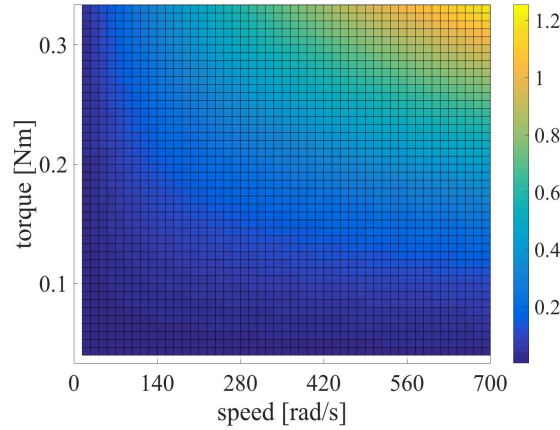
dove  $\mathcal{E}$  è da valutare con i tempi di caduta corrispondenti ai due casi. Poiché i fenomeni di *spike* si verificano in numero sempre combaciante in un periodo (tre per entrambi), è possibile sfruttare la potenza media tenendo conto della velocità del motore:

$$P_{spike} = 3 \frac{\mathcal{E}_{high} + \mathcal{E}_{fall}}{T} = 3 \frac{\mathcal{E}_{high} + \mathcal{E}_{low}}{2\pi} \omega \quad (2.48)$$

dove  $T$  è il periodo di rotazione elettrica. Volendo riportare l'espressione in una forma che metta meglio in evidenza la corrente:

$$P_{spike} = \frac{3}{4} \frac{V_{\gamma} i_{max}}{\pi} \omega (t_{fall_{high}} + t_{fall_{low}}) \quad (2.49)$$

Si giunge dunque ad una considerazione molto rilevante: a differenza del caso delle perdite di conduzione, le perdite di *spike* sono profondamente influenzate dalla velocità del motore, in due modi distinti: innanzitutto, una velocità maggiore comporta maggiori eventi di commutazione, dopodiché la FEM subentra nelle equazioni come termine a favore della scarica dei transistori. Non indifferente a questo punto è anche l'azione di controllo  $\rho V_{DC}$ , a sua volta influenzata dalla corrente di riferimento e dalle FEM, dunque affetta da entrambe le grandezze meccaniche.



**Figura 2.11:** Rappresentazione sul piano coppia-velocità del valor medio della potenza dissipata ([W]) dai fenomeni di *spike* di commutazione.

Infine, una valutazione per richiamare il significato dell'intera sezione: questi fenomeni di *spike* possono apparire trascurabili, tuttavia in realtà sono un elemento determinante, soprattutto ad alte velocità, condizione di

---

lavoro tipica degli azionamenti per droni. Per averne un'idea più dettagliata, si osservi il grafico 2D ottenuto calcolando i valori ricavati dalla (2.49) in Fig. 2.11. Il controllo BLDC, pertanto, risulta avere un grave elemento debilitante soprattutto perchè quasi inevitabile: un quesito che ci si può porre, anche se esula dagli scopi di questa trattazione, consiste nell'indagare se esistano tecniche per eliminare, o quantomeno attenuare, l'effetto di perdita di potenza. Intuitivamente, si potrebbe pensare di sfruttare l'accensione di uno dei Mos per ridurre la caduta di tensione, tuttavia ci sono due gravi problemi: innanzitutto potrebbe essere difficile prevedere online la durata di accensione (visto il grande numero di parametri), questione che potrebbe provocare degli *overshoot*, dopodichè vi è il rischio di un incremento del transitorio (si veda come  $V_\gamma$  ne riduca la durata), oltre a potenziali perdite aggiuntive dovute all'accensione/spegnimento dei Mos.

### 2.5.5 Perdite di *switching* - BLDC a 1 Mos

Queste successive sezioni legate all'analisi degli effetti di *switching*, ovvero sia i transistori di accensione/spegnimento dei Mos, saranno piuttosto brevi in quanto si è voluto evitare, per questioni innanzitutto di scarso interesse ai fini dei risultati di questa trattazione, di modellare i componenti al silicio tramite equazioni differenziali. Per ottenere buoni risultati di stima delle perdite, si può sfruttare la seguente equazione approssimata:

$$\mathcal{E}_{sw, BLDC} = \frac{1}{2} (V_{DS} I_{DSt_{rise}} + V_{DS} I_{DSt_{fall}}) \quad (2.50)$$

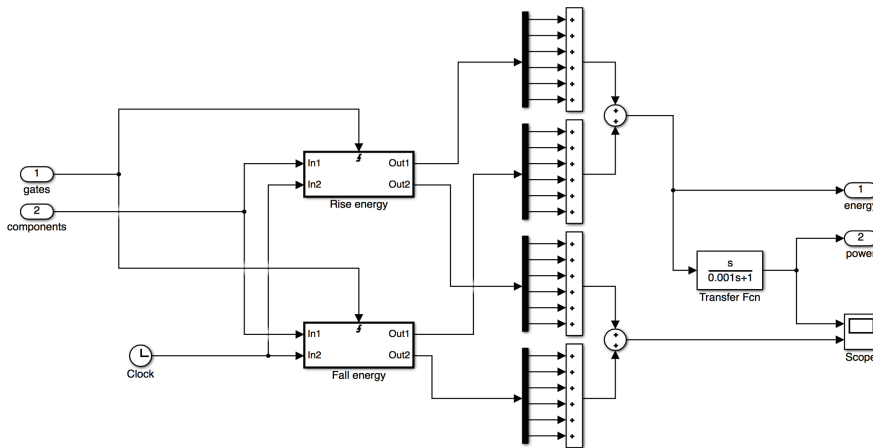
dove *DS* indica *drain-source*, cioè i morsetti di interesse dei Mos, mentre  $t_{rise}$  e  $t_{fall}$  sono i tempi di accensione e spegnimento del componente.

Risulta evidente come l'energia dissipata possa essere pensata distribuita su tutto il periodo della portante del PWM, quindi la potenza media teorica sia, nel caso in esame:

$$P_{sw, BLDC} = \frac{1}{2} \frac{(V_{DS} I_{DSt_{rise}} + V_{DS} I_{DSt_{fall}})}{T_s} \quad (2.51)$$

dove  $T_s$  è il periodo dell'onda triangolare.

In Fig. 2.12 viene presentato lo schema usato per le varie simulazioni.



**Figura 2.12:** Schema per la simulazione tramite *Simulink* dei fenomeni di *switching*. Il *clock* è stato sfruttato per ottenere l'intervallo di tempo che effettivamente intercorre tra un fenomeno di simulazione e quello successivo. Notare come sia stato utilizzato un filtro passa alto per implementare la potenza in modo alternativo: questo metodo è consigliato, a livello di qualità dei risultati, in quanto presenta un risultato più pulito (richiede tuttavia un'opportuna taratura per evitare di filtrare l'andamento della potenza).

---

Chiaramente nel caso scelto vi sarà sempre solo un Mos attivo, a parte gli eventi spuri di commutazione di fase, che comunque sono talmente pochi da essere senza problemi ritenuti trascurabili.

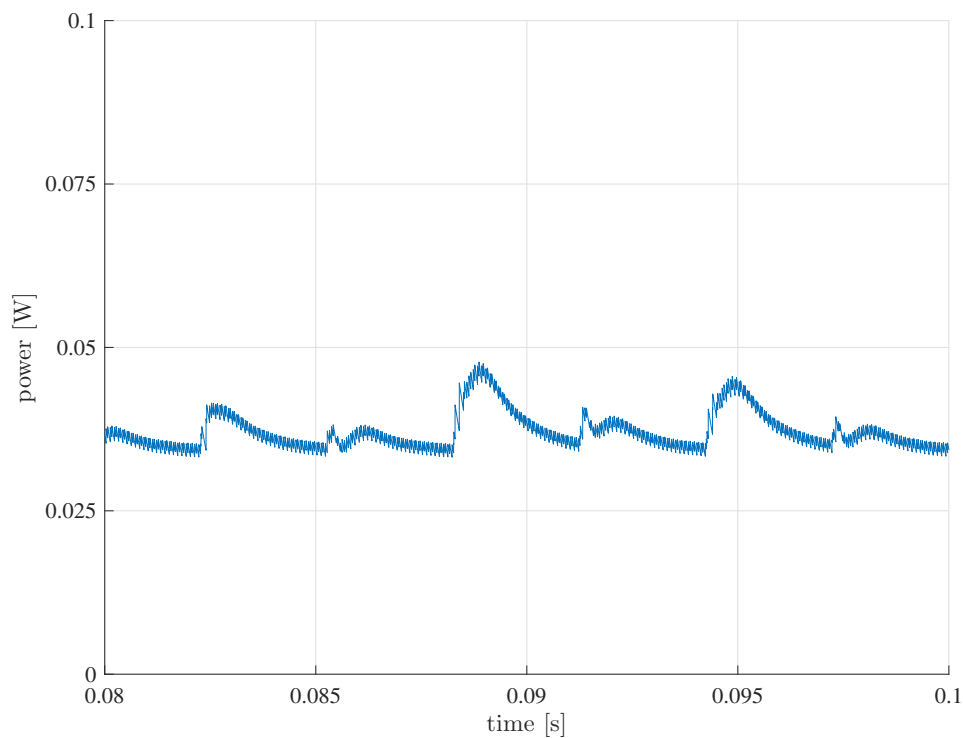
### 2.5.6 Perdite di *switching* - BLDC a 2 Mos

Riprendendo il risultato della sezione precedente, ora è sufficiente raddoppiarne il valore per ottenere la stima per il pilotaggio a due Mos:

$$P_{sw,BLDC} = \frac{(V_{DS}I_{DSt_{rise}} + V_{DS}I_{DSt_{fall}})}{T_s} \quad (2.52)$$

Quindi si è visto che il pilotaggio doppio è favorito nelle perdite di conduzione, ma incrementa la potenza dissipata nell'uso dei *transistor*.

Per avere una rappresentazione grafica del fenomeno, si guardi la Fig. 2.13, in cui si può vedere il risultato di simulazione per il motore preso in esame e parametri di *inverter* molto vicini a quelli reali. Come si può notare



**Figura 2.13:** Perdite di *switching* totali nel caso di BLDC con tecnica di pilotaggio a 2 Mos. La frequenza di commutazione è di  $10kHz$ , mentre la velocità elettrica del motore è di  $350rad/s$ .

dal confronto tra la Fig. 2.10 e la Fig. 2.13, l'impatto delle commutazioni

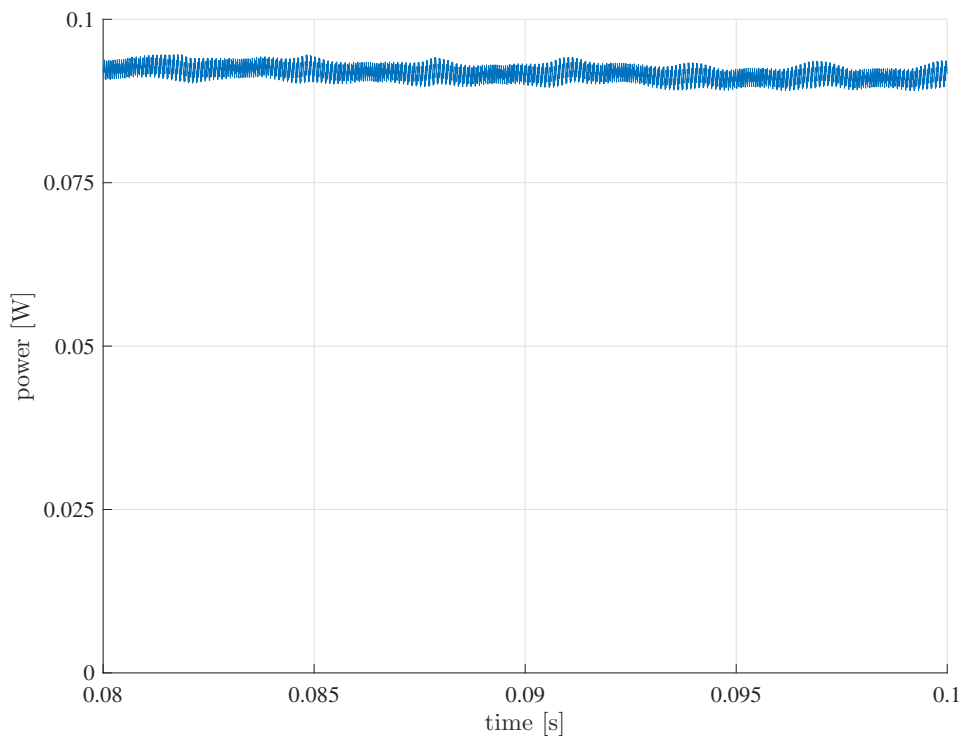
---

sulle perdite complessive è comunque estremamente basso. Questo è essenzialmente dovuto al bassissimo tempo di risposta dei Mos, che hanno come pregio proprio la velocità, nonostante non siano in grado di assorbire potenze particolarmente elevate (dunque adatti per motori di piccola taglia come quelli per le eliche per droni).

### 2.5.7 Perdite di *switching* - FOC

Quest'ultima sezione relativa alle perdite di *switching* presenta una difficoltà aggiuntiva per quanto riguarda la trattazione teorica, nel senso che il numero di componenti effettivamente in commutazione dipende fortemente dalla tecnica di selezione della tensione di centro stella. È possibile, infatti, ottenere una riduzione fino a soli 4 Mos in commutazione, tuttavia per rimanere nel caso generico si preferisce indicare il caso peggiore, ovverosia:

$$P_{sw,FOC} = 3 \frac{(V_{DS} I_{DS} t_{rise} + V_{DS} I_{DS} t_{fall})}{T_s} \quad (2.53)$$



**Figura 2.14:** Perdite di *switching* totali nel caso del controllo FOC con tutti i Mos coinvolti. La frequenza di campionamento è di  $10kHz$ , mentre la velocità elettrica del motore è di  $350rad/s$ .

---

Dunque le perdite di *switching* risultano favorevoli al controllo BLDC. Come si può apprezzare invece da una valutazione numerica di queste espressioni tenendo conto dei tempi di risposta molto diversi, l'uso di *Mosfet* invece che IGBT porta ad una riduzione drastica della rilevanza delle perdite di *switching* che, come si può notare nelle immagini, sono quasi trascurabili al confronto con tutti gli altri termini.

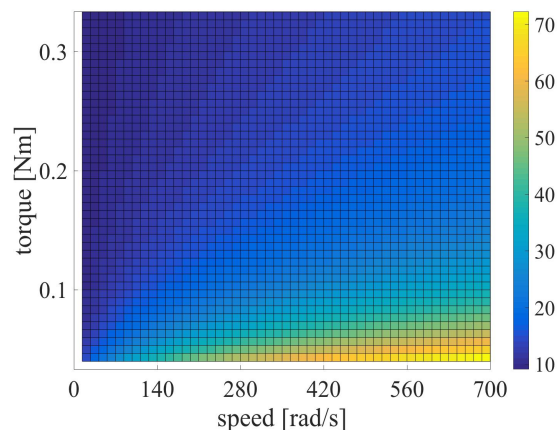
Anche a livello di simulazione è possibile apprezzare l'aumento di potenza dissipata tra la Fig. 2.13 e la Fig. 2.14, anche se l'ordine di grandezza rimane molto inferiore ai rimanenti effetti in azione nel convertitore di potenza.

---

## 2.6 Considerazioni conclusive

Questo capitolo ha permesso di entrare maggiormente nel dettaglio dei fenomeni che hanno luogo a livello elettrico nei motori quando controllati con le due tecniche esposte. Si può a questo punto comprendere, dato il numero di elementi a sostegno del FOC, come questo vada a migliorare apprezzabilmente le performance in termini di potenza dissipata e qualità dei segnali.

Non ci si è tuttavia occupati di fornire una rappresentazione complessiva di tutti gli effetti indicati. Intuitivamente, il rapporto tra le potenze dissipate pari a quasi il 10% ottenuto in linea teorica è destinato ad aumentare e diventare funzione non solo della coppia media applicata, ma anche della velocità di funzionamento: questo è dovuto alle perdite di *spike* che crescono proporzionalmente con la velocità.



**Figura 2.15:** Rappresentazione sul piano coppia-velocità della differenza di perdite, in percentuale sulle perdite del BLDC, tra controllo BLDC e FOC.

Si presenta, dunque, una raffigurazione complessiva della differenza teorica delle perdite in un grafico sul piano coppia velocità in Fig. 2.15. Il valore teorico pari al 10% si dimostra ora essere accettabile solamente per coppia elevata e bassa velocità, situazione tipicamente poco di rilievo perché utile solo nei transitori di accelerazione/decelerazione, mentre nelle tipiche condizioni di regime (alte velocità e basse coppie) l'approssimazione non è più accettabile. Con questa considerazione, aspetto che dovrà essere dimostrato di mantenersi anche a livello sperimentale a valle della progettazione, si giunge finalmente al punto decisivo che permette di giustificare un passaggio dal controllo BLDC alle tecniche FOC.



---

Scopo del resto della trattazione di questa tesi sarà mostrare strade percorribili e facili da implementare che giustifichino lo sforzo metodologico e progettuale che tutto ciò comporta.

---

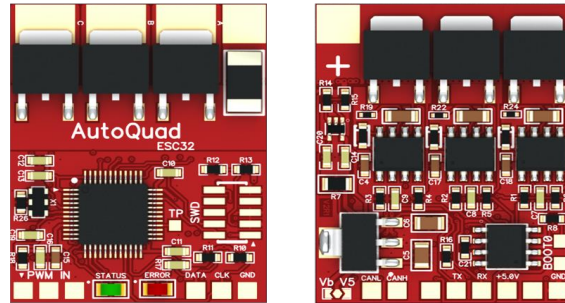
## Capitolo 3

# Architettura funzionale e tecnologica del sistema di controllo

Dopo aver giustificato in modo, ad opinione dell'autore, sufficientemente dettagliato il motivo di transizione dal controllo BLDC al FOC, il tutto con le relative problematiche metodologiche e di progettazione che vadano ad aggiungersi, è ora rilevante, prima di passare al nucleo della trattazione, introdurre anche gli elementi che costituiscono l'infrastruttura tecnologica e funzionale di partenza e, allo stato attuale dello sviluppo, quella destinata a sostituirla.

Per meglio inquadrare il contesto dell'azionamento, è significativo iniziare dal lato tecnologico. Attualmente, il microcontrollore usato per le prove sperimentali e di larga diffusione all'interno del mondo degli UAV è la board ESC32 (si è usata la versione V2 [8]) di *Autoquad* (Fig. 3.1), costituita da tutti i componenti di una scheda *STM32f103* [9], con l'aggiunta di inverter basato su Mosfet, partitori resistivi per la lettura delle tensioni di fase e *shunt* resistivo per la lettura della corrente a valle dell'inverter.

Come si può ben notare dalla descrizione della sensoristica di rilievo per le operazioni di controllo (sono infatti presenti anche vari sensori di temperatura, ma non sono di interesse in questo contesto), la scheda è perfettamente abilitata ad ospitare un controllo BLDC, ma non è adeguata alla migrazione al controllo FOC. Lo *shunt* resistivo, infatti, permette solamente di leggere la somma delle correnti uscenti dal motore dalla parte bassa del ramo, dunque presenta segnali di rilievo applicativo solo in un contesto di pilotaggio semplificato come il controllo BLDC, in cui è perfettamente possibile attribuire, in base al sestante in cui si trova il motore, la direzione della corrente e quindi, visto che una delle tre è nulla, anche il valore effettivo che scorre su di esse.



**Figura 3.1:** ESC32 di Autoquad.

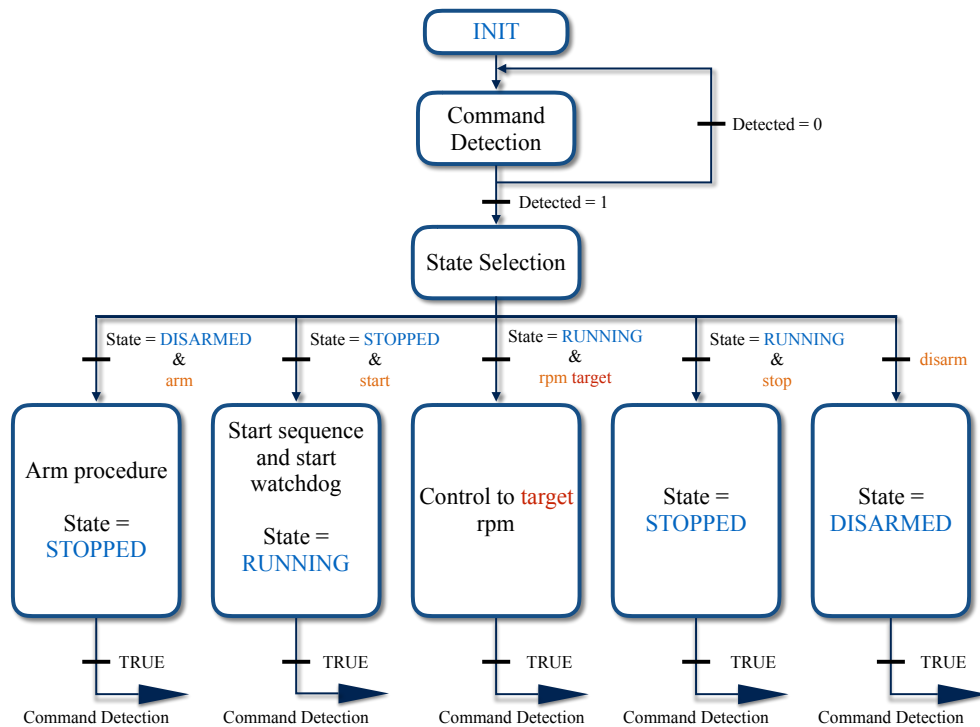
Per questa ragione è in fase di progettazione una nuova scheda elettronica che vada ad ospitare, oltre a tutti i sensori già presenti, un insieme aggiuntivo di sensori di corrente per le singole fasi dell'inverter: questo è infatti un elemento di importanza strutturale per riuscire a mettere in pratica il controllo desiderato.

La scheda ha un processore costituito da un Cortex M3, mentre la memoria Flash dichiarata è di  $64kB$  (anche se, a seguito di verifiche sulla scheda, in realtà la memoria è risultata essere  $128kB$ ). La board, dunque non ha un'unità *floating-point*, aspetto che rende l'implementazione di aritmetica a virgola mobile molto pesante ed inefficiente, visto che si deve necessariamente procedere in emulazione. Un modo per aggirare questa problematica verrà esposto nel Capitolo 6.

Sul lato firmware, invece, il codice di partenza risulta essere ancora una volta quello fornito da Autoquad, all'interno del quale è implementato un controllo di velocità BLDC rudimentale. L'architettura di partenza è stata, per aspetti legati soprattutto all'acquisizione dei segnali dall'ADC (*Analog-to-Digital-Converter*), modificata nel corso del tempo per meglio soddisfare alcune proprietà di efficienza sia di esecuzione che di spazio occupato in memoria. Importante sottolineare la *toolchain* usata per l'implementazione: l'IDE per la scrittura del codice è, a seconda della disponibilità e del sistema operativo usato per lo sviluppo, *CrossWorks* (compatibile per MacOS X e Windows ma a licenza) o *CoIde* (freeware, ma compatibile attualmente solo per Windows); per le operazioni di Flash si opta per il tool ST *STM Flash Loader*, molto più affidabile e ripetibile rispetto al tool di Autoquad (chiamato *qgroundcontrol*); infine, per quanto riguarda la comunicazione con la scheda per i test, si fa uso dell'interfaccia seriale *putty*.

Si passa, ora, alla descrizione funzionale del comportamento a grandi linee dell'attuale firmware, per poi in un secondo momento delineare le caratteristiche che presenterà idealmente il nuovo sistema di controllo. Si avverte

che comunque la descrizione funzionale qui presentata è estremamente semplificata, volendo andare a catturare il significato generale delle operazioni gestite. Per chiarire meglio le relazioni, si ricorre ad una rappresentazione a macchina a stati.

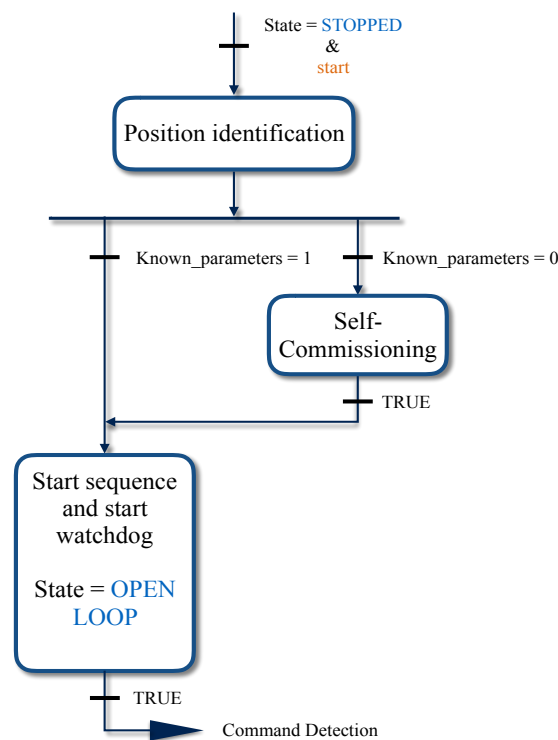


**Figura 3.2:** Diagramma della macchina a stati implementata su ESC32 con codice Autoquad.

All'interno della struttura rappresentata in Fig. 3.2 si è deciso di mettere in luce i task di controllo e quelli di diagnostica: da un lato vi è la possibilità di scegliere (non esplicitata in figura, visto che il funzionamento finale è pensato con una singola strategia) se assegnare direttamente il *duty-cycle* oppure assegnare una velocità target attraverso il controllore di velocità. Dal lato della diagnostica, invece, è presente un *watchdog* pensato per individuare anomalie nello *zero-crossing* o nel PWM. Rilevante sottolineare come il ramo di avviamento sfrutti, attualmente, un segnale a rampa con valutazione dell'agganciamento, determinato dal fatto che l'algoritmo di *zero-crossing* non superi una certa soglia di identificazioni di commutazione errate (*bad detects*).

La migrazione del controllo da una tecnica di pilotaggio BLDC a FOC richiede un'espansione di alcuni di questi rami e, dall'altro lato, consente

(soprattutto in luce della nuova sensoristica a bordo) di crearne di nuovi. Innanzitutto la Fig. 3.3 costituisce una ragionevole forma per la nuova procedura di avviamento, dove si mette in luce la necessità di compiere una procedura di stima dei parametri del PMSM, indicato con il termine standard *Self-Commissioning*, nel caso in cui questi non fossero già noti. Si presenta, grazie alle letture di corrente, la possibilità di raffinare l'allineamento del rotore e sostituirlo con una tecnica di identificazione da fermo, la quale risulta più rapida e non provoca, idealmente, fastidiosi spostamenti o incertezze dovute al cono d'attrito.



**Figura 3.3:** Diagramma della sequenza di avviamento pensata per l'architettura FOC *sensorless*.

Come si può notare, lo stato *RUNNING* è stato rinominato *OPEN-LOOP* per indicare come la fase di avviamento sia meglio condurla senza l'uso dell'informazione proveniente dall'osservatore dello stato: vista la regione di non osservabilità a rotore fermo è forse preferibile dunque passare in anello chiuso solo una volta raggiunta una certa velocità di soglia. In realtà, un attento design potrebbe consentire anche un avviamento in catena chiusa, tuttavia in figura si è voluto mostrare il caso più generale e più facilmente implementabile.

---

Il passaggio dallo stato *OPEN-LOOP* a *CLOSED-LOOP* richiederà, presumibilmente, una verifica sul fatto che si sia raggiunto il *tracking* dell'osservatore.

Il grande beneficio che una struttura simile consente di apportare, oltre ai già discussi aspetti legati all'incremento di efficienza e di qualità della coppia generata, è la possibilità di implementare funzioni di diagnostica, e quindi per estensione aprire la strada al *fault-tolerant-control*, aspetto cruciale per consentire alla tecnologia degli UAV di aumentare affidabilità e quindi diffusione su larga scala. Tutto questo, infatti, è consentito dall'abbandono di un approccio privo di parametri e, dall'altro lato, dall'introduzione di sensori in grado di monitorare lo stato elettrico del motore, così da individuare correttamente situazioni pericolose per il convertitore, alterazioni delle caratteristiche del PMSM e malfunzionamenti. Questa trattazione non si andrà ad occupare di problematiche relative alla diagnostica, tuttavia è doveroso metterle in evidenza come ulteriore aspetto che vada a sostenere questo cambio di architettura.

---



# Capitolo 4

## Algoritmo principale: osservatore *sensorless*

Per ricapitolare ed espandere le considerazioni già presentate nei precedenti capitoli, il punto centrale per riuscire ad implementare un controllo *sensorless* di velocità consiste non tanto nell'algoritmo di generazione dei segnali per gli attuatori (purché lo stato sia noto), i quali, come visto nella precedente trattazione, sono molto semplici nella struttura, quanto invece nella ricostruzione dei segnali non a disposizione dai sensori presenti sull'azionamento. Per questa ragione, si può affermare facilmente come questa parte sia il nodo cruciale per l'intero funzionamento della macchina, e pertanto riceverà particolare attenzione, soprattutto nei dettagli formali.

Il metodo di esposizione sarà il seguente: nelle prime sezioni si mostreranno i componenti strutturali o metodologicamente rilevanti dell'osservatore, con giustificazioni delle scelte e opportune prove di convergenza, successivamente si tenterà di sfruttare queste informazioni per ottenere una nuova, più performante struttura per la stima. Per quanto riguarda invece le prove sperimentali sulla validità dei risultati formali e simulativi ottenuti si rimanda ai successivi capitoli. Come nota di chiarimento, il termine osservatore, usato genericamente nella letteratura controllistica per riferirsi ad uno stimatore dello stato interno di un sistema, viene riferito in questo caso alla struttura complessiva che verrà presentata, anche se le successive due sezioni introdurranno delle equazioni che costituiscono già di per sé degli osservatori perfettamente funzionanti.

Prima di scendere nei dettagli, è interessante notare come, metodologicamente, si abbia optato per la costruzione di un algoritmo nato a partire da principi differenti, questo perché la natura del modello dei PMSM rende difficoltoso ottenere una descrizione in grado di sintetizzare strutture completamente soddisfacenti. In altre parole, la scelta di utilizzare più osservatori

---

nasce dalla considerazione pratica di sfruttare misure eterogenee tra loro al fine di rendere il risultato maggiormente robusto. In genere questo equivale anche nelle applicazioni ingegneristiche più “classiche” allo sfruttamento di sensori eterogenei tra loro: in questo caso tuttavia si tratta addirittura di usare modelli, e dunque osservatori, concepiti secondo prospettive diverse. Bisogna comunque chiarire, e questo sarà approfondito successivamente anche in maniera formale, che nel caso del controllo *sensorless* non c’è solo un’esigenza di robustezza, ma anche di funzionalità: poiché le strutture che verranno mostrate presentano un comportamento non-lineare, vi sono seri problemi legati alla convergenza del sistema complessivo. Nel mondo lineare, infatti, esiste quello che in letteratura prende il nome di “principio di separazione” (l’omonimo teorema è legato all’ottimalità della soluzione, ma la proprietà nasce anche per design non ottimi), ovvero sia la proprietà per cui è possibile realizzare il design di una struttura di controllo a partire dal modello in tempi (e con attività di design) separate: è possibile dunque progettare in un primo momento il controllore supponendo di avere a disposizione informazioni complete sullo stato interno del sistema, e successivamente affrontare in maniera svincolata la questione della costruzione dell’osservatore che, a partire dalle misure a disposizione, vada a stimare le informazioni legate allo stato. Nel mondo non-lineare (per ricordare: i sistemi sono non-lineari quando il comportamento non soddisfa il principio di sovrapposizione degli effetti) si possono trovare concetti analoghi, ma non equivalenti: esistono gli osservatori *high-gain* che consentono effettivamente di chiudere l’anello di *output feedback*, purché i guadagni siano sufficientemente elevati e con determinate caratteristiche nei valori reciproci.

In questo contesto, l’obiettivo è riuscire ad ottenere un’architettura che riesca ad essere tarabile in maniera tale da permettere proprio il desiderato *output feedback*. La determinazione delle condizioni per cui l’osservatore ottenuto consenta di ottenere effettivamente una retroazione stabile non è il focus di questa tesi, ma ne vuole costituire il punto di partenza.

---

## 4.1 Parte 1 - osservatore PLL in coordinate polari

La prima struttura che verrà presentata, e forse quella di importanza più cruciale ai fini della realizzazione finale, consiste in un osservatore adattativo non-lineare che, per la natura del comportamento che lo accomuna agli omonimi circuiti elettronici, è stato battezzato come osservatore PLL (*Phase-Locked-Loop*).

Per analizzare la terminologia sfruttata per l'inquadramento di questo osservatore, la non-linearità indica un comportamento, come si vedrà nell'analisi, fortemente svincolato dal principio di sovrapposizione degli effetti, mentre il fatto che sia adattativo indica la proprietà di modificare internamente alcuni parametri per meglio interagire con il sistema fisico "copiandone" la struttura. Poiché si ritiene che la natura adattativa dell'osservatore sia relativamente meno intuibile rispetto a quella della prossima sezione, si rimanda a quella per un approfondimento dettagliato del concetto; al contrario, per mostrare il principio di funzionamento, verrà qui introdotto un altro potente strumento di analisi non-lineare, ovvero sia la teoria delle *singular perturbations*.

### 4.1.1 Teoria delle *singular perturbations*

Questo tema può essere considerato uno degli strumenti metodologici più di rilievo nell'ambito del controllo non-lineare, sia per la versatilità nei vari contesti applicativi, che molte volte per la semplicità di analisi risultante. Il fatto che le *singular perturbations* siano sfruttate ampiamente è dovuto al significato intuitivo di ciò che avviene nei modelli che descrivono, ovvero sia sistemi in cui vi sia una qualche forma di separazione frequenziale tra le variabili di stato: questa considerazione è di significato evidente nel mondo lineare SISO (*Single-Input-Single-Output*), dove viene utilizzata ampiamente per realizzare tecniche di filtraggio dei segnali o per analisi e interpretazione semplificate del comportamento. È dunque chiaro che questo strumento ha sia una valenza di analisi, che di sintesi: laddove infatti non vi sia originariamente la presenza di dinamiche completamente separate, è talvolta possibile ottenere lo stesso effetto attraverso un'adeguata struttura di controllo.

L'estensione al contesto non-lineare richiede evidentemente l'inquadramento del concetto in un *framework* metodologico più rigido, basato sulla modellazione nel dominio del tempo anziché simbolico, con tutte le conseguenti difficoltà interpretative che questo può comportare. Intuitivamente, se le dinamiche delle variabili possono essere considerate separate frequenzial-

---

mente in due bande distinte (ovviamente questo si estende anche a casi più complessi), si possono individuare a livello temporale un sistema “lento” ed uno “veloce”: il sistema lento percepirà quello veloce come sempre al valore di assestamento (*steady-state*), mentre quello veloce vedrà quello lento come “congelato”. Si avverte, innanzitutto, che per brevità si introdurrà esclusivamente la tematica principale, senza dunque approfondire eccessivamente l’argomento o descrivere concetti antecedenti: per questi si rimanda a [10].

Sia innanzitutto assegnato il seguente sistema fisico:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, z, \varepsilon, t), & x(t_0) &= \xi(\varepsilon) \\ \varepsilon \dot{z} &= g(x, z, \varepsilon, t), & z(t_0) &= \eta(\varepsilon) \end{aligned} \quad (4.1)$$

dove  $x \in \mathcal{D}_x \subseteq \mathbb{R}^n$ ,  $z \in \mathcal{D}_z \subseteq \mathbb{R}^m$  ed  $\varepsilon$  è un parametro reale che rappresenta la perturbazione del modello. È evidente che, per  $\varepsilon = 0$ ,

$$0 = g(x, z, 0, t) \quad (4.2)$$

ovverosia la seconda equazione differenziale degenera in un’equazione algebrica. Assumendo che quest’ultima ammetta delle soluzioni, indicate con  $h(x, t)$ , si ottiene il seguente modello, definito come “modello di ordine ridotto”:

$$\dot{x} = f(x, h(x, t), 0, t), \quad x(t_0) = \xi(0) = \xi_0 \quad (4.3)$$

Dall’altro lato, se si definisce la nuova variabile di stato  $y = z - h(x, t)$ , si può andare ad impostare la seguente dinamica:

$$\varepsilon \dot{y} = g(x, y + h(x, t), \varepsilon, t) - \varepsilon \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial h(x, t)}{\partial x} f(x, y + h(x, t), \varepsilon, t) \quad (4.4)$$

Se ora si compie il seguente cambio di sistema di riferimento per la scala temporale:

$$t = \varepsilon \tau, \quad \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \quad (4.5)$$

dove  $\tau$  è il nuovo asse temporale, evidentemente relativo ad una rappresentazione temporale più piccola (sistema di riferimento più veloce), si può di conseguenza rivedere la precedente equazione:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} &= g(x, y + h(x, t), \varepsilon, t) - \varepsilon \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial h(x, t)}{\partial x} f(x, y + h(x, t), \varepsilon, t) \\ y(t_0) &= \eta(\varepsilon) - h(\xi(\varepsilon), t_0) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Se, infine, si pone  $\varepsilon = 0$  si ottiene il cosiddetto *boundary-layer model*:

$$\frac{dy}{d\tau} = g(x, y + h(x, t), 0, t) \quad (4.7)$$


---

---

Le equazioni (4.3), (4.7) forniscono la rappresentazione completa in un'ottica di separazione temporale delle variabili di stato: la prima parte costituisce il modello lento, la seconda quello veloce. A partire da questa struttura si può procedere ad enunciare alcuni importanti teoremi sull'approssimazione della soluzione delle equazioni (4.1) tramite la (4.3) e la (4.7), notevolmente più semplici da analizzare, soprattutto vista l'assenza del parametro ignoto  $\varepsilon$ . Quello di interesse nel caso pratico di questa tesi, consiste in quello presente in [11], che può essere così riassunto (si tralasciano alcuni tecnicismi matematici presenti nel riferimento):

1. il punto  $(0, 0)$  sia punto una soluzione per il sistema di ordine completo (4.1);
2. i domini di appartenenza delle funzioni  $f$  e  $g$  siano compatti e includano l'origine;
3. l'equazione  $g = 0$  ammetta soluzione (non necessariamente unica) doppiamente differenziabile;
4. le soluzioni dei sistemi (4.3) e (4.7) siano uniformemente asintoticamente stabili;

allora, per condizioni iniziali sufficientemente vicine ai punti di equilibrio, esiste una soluzione per  $t_0 \leq t < +\infty$  per il sistema (4.1). Inoltre, la soluzione del sistema completo si discosta per una costante positiva da quella ottenuta dai sistemi semplificati (rispettivamente  $x_0(t)$  e  $y(\tau) + h(x_0(t), t)$  per  $x$  e  $z$ , dove  $x_0$  e  $y$  sono le soluzioni del modello ridotto e del *boundary-layer-model*).

Prendendo come riferimento i risultati presentati in [10], tra cui il famoso teorema di Tikhonov e la sua estensione per intervalli temporali infiniti, la differenza sostanziale è il rilassamento delle ipotesi di stabilità da esponenziali ad asintotiche: questo consente una più semplice verifica pratica, tuttavia si perde la proprietà di approssimazione ad un  $O(\varepsilon)$  che caratterizza gli altri teoremi. La formulazione precedente mette infatti ben in evidenza che la costante che limita la dinamica errore sia limitata ma non degeneri a zero: a livello pratico questo permette comunque di garantire la stabilità pratica del sistema, anche se non asintotica. La successiva trattazione sfrutterà questo risultato per ottenere la convergenza della struttura.

---

### 4.1.2 Soluzione implementativa

Si procede ad esporre sinteticamente la struttura ed i risultati presenti in [12].

Si introduce innanzitutto una particolare rappresentazione del modello di PMSM, corrispondente ad un sistema rotante ad una velocità  $\omega_0$  differente da quella effettiva del motore  $\omega$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_u}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_u + \frac{1}{L_s}u_u + \omega_0 i_v + \frac{1}{L_s}\omega\varphi_v \\
 \frac{di_v}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_v + \frac{1}{L_s}u_v - \omega_0 i_u - \frac{1}{L_s}\omega\varphi_u \\
 \frac{d\varphi_u}{dt} &= -(\omega - \omega_0)\varphi_v \\
 \frac{d\varphi_v}{dt} &= (\omega - \omega_0)\varphi_u
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Per motivare brevemente, gli effetti di mutua induzione tra le due fasi equivalenti sono prodotti alla velocità a cui stanno ruotando i corrispettivi vettori che li generano (dunque  $\omega_0$  per le correnti e  $\omega$  per il flusso di rotore), mentre l'ampiezza dei flussi concatenati alle fasi è il prodotto di una rotazione data dalla differenza di velocità  $\omega - \omega_0$ . In altre parole, il flusso di rotore risulta non soggetto ad una rotazione solo se la velocità del sistema di riferimento porta questo a sincronizzarsi con il rotore: gli assi  $d - q$  sono il caso particolare per cui oltre ad essere sincronizzato, il sistema di riferimento è anche allineato.

L'obiettivo dell'osservatore comincia dunque a delinarsi: utilizzare un sistema di riferimento che, portandosi in rotazione, si sincronizzi e si allinei al moto del rotore. Sia dunque il sistema di riferimento stimato indicato dagli assi  $\hat{d} - \hat{q}$ , allora la struttura risulta essere la seguente:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\hat{i}_{\hat{d}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\hat{d}} + \hat{\omega}i_{\hat{q}} + \frac{1}{L_s}u_{\hat{d}} + k_p(i_{\hat{d}} - \hat{i}_{\hat{d}}) \\
 \frac{d\hat{i}_{\hat{q}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\hat{q}} - \hat{\omega}i_{\hat{d}} - \frac{1}{L_s}\hat{A} + \frac{1}{L_s}u_{\hat{q}} + k_p(i_{\hat{q}} - \hat{i}_{\hat{q}}) \\
 \hat{A} &= \nu_a = -L_s k_1 k_p (i_{\hat{q}} - \hat{i}_{\hat{q}}) \\
 \dot{\hat{\omega}} &= \eta_\omega = \gamma \frac{\hat{A}}{L_s k_p} (i_{\hat{d}} - \hat{i}_{\hat{d}}) \\
 \hat{\omega} &= \hat{\omega} + \nu_\omega, \quad \nu_\omega = k_2 \frac{\hat{A}}{L_s k_p} (i_{\hat{d}} - \hat{i}_{\hat{d}}) \\
 \hat{\theta} &= \hat{\omega}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

---

Da notare i termini presenti in fondo alle equazioni della stima, che costituiscono dei segnali in retroazione sulla stima delle correnti. Interessante notare come la struttura con cui si giunge alla ricostruzione della posizione sia di tipo PI: in realtà, per una questione legata alla struttura della dinamica errore e della qualità del segnale, la ricostruzione corretta della velocità va individuata in  $\hat{\omega}$ . Sia ora dato il modello del motore nel riferimento  $\hat{d} - \hat{q}$  utilizzando direttamente i segnali della FEM  $\chi_{\hat{d}} = \omega\varphi_{\hat{d}}$  e  $\chi_{\hat{q}} = \omega\varphi_{\hat{q}}$  (si noti, è solo una riformulazione della versione precedente):

$$\begin{aligned}
\frac{di_{\hat{d}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\hat{d}} + \frac{1}{L_s}u_{\hat{d}} + \hat{\omega}i_{\hat{q}} + \frac{1}{L_s}\chi_{\hat{q}} \\
\frac{di_{\hat{q}}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\hat{q}} + \frac{1}{L_s}u_{\hat{q}} - \hat{\omega}i_{\hat{d}} - \frac{1}{L_s}\chi_{\hat{d}} \\
\frac{d\chi_{\hat{d}}}{dt} &= -(\omega - \hat{\omega})\chi_{\hat{q}} + \frac{\dot{\omega}}{\omega}\chi_{\hat{d}} \\
\frac{d\chi_{\hat{q}}}{dt} &= (\omega - \hat{\omega})\chi_{\hat{d}} + \frac{\dot{\omega}}{\omega}\chi_{\hat{q}}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Grazie a questi due sistemi di equazioni è possibile impostare il modello errore. Prima di procedere si deve, ad ogni modo, supporre che  $\dot{\omega}$  sia nulla: questa ipotesi è, come si può immaginare, molto restrittiva, vista l'evidente necessità di dover lavorare anche sotto condizioni di velocità variabile. Per il momento comunque non verrà portato alla luce il problema di  $\dot{\omega}$  e ci si avvierà alla prova della convergenza.

Indicando gli errori come  $\tilde{\chi}_{\hat{d}} = \chi_{\hat{d}} - \hat{A}$ ,  $\tilde{\chi}_{\hat{q}} = \chi_{\hat{q}}$ ,  $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$ ,  $\tilde{i}_{\hat{d}} = i_{\hat{d}} - \hat{i}_{\hat{d}}$  e  $\tilde{i}_{\hat{q}} = i_{\hat{q}} - \hat{i}_{\hat{q}}$ , e inoltre attuando un conveniente cambio di variabile dato da  $\hat{\chi}_{\hat{d}1} = \hat{\chi}_{\hat{d}}/(L_s k_p)$ ,  $\hat{\chi}_{\hat{q}1} = \hat{\chi}_{\hat{q}}/(L_s k_p)$ ,  $\nu_{a1} = \nu_a/(L_s k_p)$ ,  $A_1 = A/(L_s k_p)$  ed  $\varepsilon = 1/k_p$ , il modello errore può essere formulato nella seguente forma compatta:

$$\begin{aligned}
\varepsilon\dot{\tilde{i}}_{\hat{d}} &= -\tilde{i}_{\hat{d}} + \tilde{\chi}_{\hat{q}1} \\
\varepsilon\dot{\tilde{i}}_{\hat{q}} &= -\tilde{i}_{\hat{q}} - \tilde{\chi}_{\hat{d}1} \\
\dot{\hat{\chi}}_{\hat{d}1} &= -(\tilde{\omega} - k_2\hat{A}_1\tilde{i}_{\hat{d}})\tilde{\chi}_{\hat{q}1} + k_1\tilde{i}_{\hat{q}} \\
\dot{\hat{\chi}}_{\hat{q}1} &= (\tilde{\omega} - k_2\hat{A}_1\tilde{i}_{\hat{d}})(\tilde{\chi}_{\hat{d}1} + \hat{A}_1) \\
\dot{\tilde{\omega}} &= -\gamma\hat{A}_1\tilde{i}_{\hat{d}}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Richiamando ora il modello delle *singular perturbations* è chiaro il metodo con cui è possibile procedere. Innanzitutto il *boundary-layer model* assume

---

---

la seguente forma:

$$\begin{aligned}\frac{dy_d}{d\tau} &= -y_d \\ \frac{dy_q}{d\tau} &= -y_q\end{aligned}\tag{4.12}$$

che è trivialmente globalmente esponenzialmente stabile. Un aspetto interessante è che l'errore sulle correnti risulta essere corrispondente alla stima della FEM con opportuno cambio di segno per l'errore sull'asse  $\hat{q}$ : questo non deve sconvolgere, infatti è come se l'osservatore utilizzasse il termine di aggiornamento per andare a compensare l'effetto non modellato della dinamica delle FEM del motore.

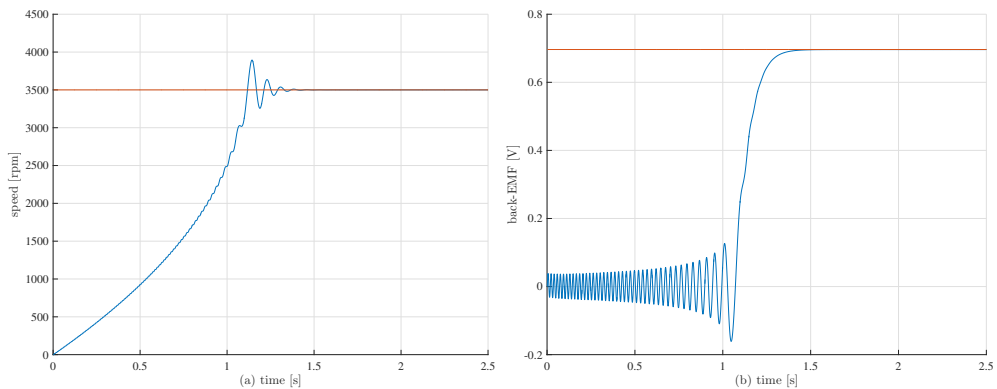
Se si ricava ora il modello di ordine ridotto (semplicemente per sostituzione, dunque si evita di riscrivere le equazioni sopra riportate), la seguente funzione candidata di Lyapunov permette di verificare la stabilità globale asintotica:

$$V = \frac{1}{2} \left( \tilde{\chi}_{\hat{d}1}^2 + \tilde{\chi}_{\hat{q}1}^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\omega}^2 \right)\tag{4.13}$$

Molto interessante notare che attraverso la sostituzione degli errori di stima di corrente si ottenga un'idea più precisa di ciò che comportano i termini delle leggi adattative: l'errore della FEM prodotta dall'asse  $\hat{d}$  viene sfruttato per la modifica della stima dell'ampiezza della FEM reale, mentre l'errore sull'asse  $\hat{q}$  viene utilizzato per accelerare/decelerare il sistema di riferimento. Per visualizzare il significato intuitivo di questo comportamento, se ci si pone nel caso in cui la velocità del sistema di riferimento sia prossima a quella effettiva, gli assi convergono (eventualmente oscillando) sull'orientamento  $d - q$  annullando la proiezione del flusso sull'asse  $\hat{q}$  (o rispettivamente della FEM sull'asse  $\hat{d}$ ). Chiaramente il comportamento risulta maggiormente non-lineare se le velocità sono molto distinte, tuttavia la struttura garantisce intuitivamente la convergenza esatta di  $\hat{v}$ .

La prova formale di stabilità asintotica del sistema di ordine ridotto viene condotta mediante il lemma di Barbalat, tramite il quale si riesce prima a verificare che  $\dot{V}$  tende a zero asintoticamente. Grazie a questo, il teorema di Hoppensteadt presentato poco sopra consente di verificare la stabilità pratica del sistema di ordine completo, visto che in base all'ultima considerazione, tutte le condizioni sono rispettate. Per un approfondimento sui dettagli dell'approssimazione del modello complessivo, si rimanda a [12], dove si giunge alla conclusione per cui le dinamiche degli errori di corrente e di stima di FEM e velocità risultano limitati superiormente da una funzione di classe  $\mathcal{KL}$  con l'aggiunta di una costante che, a differenza di come accade nei teoremi classici, non degenera per  $\varepsilon$  che tende a zero.

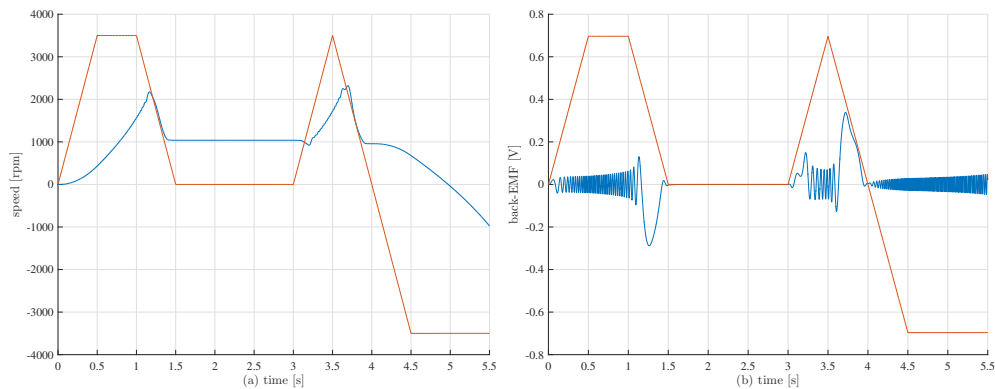




**Figura 4.1:** Esempio di inseguimento dell'osservatore per un riferimento di velocità costante. Si apprezzano l'andamento non esponenziale della convergenza della velocità in (a), come rilevato dall'analisi teorica. Un aspetto molto importante da notare è che per mettere in evidenza il transitorio si è scelto un riferimento sufficientemente lontano dall'origine (in base alla taratura assegnata). (b) è l'inseguimento dell'ampiezza della FEM (in blu  $\hat{A}$ , in rosso il valore reale): si noti come una velocità relativa considerevole tra i due sistemi di riferimento provochi un andamento oscillante, infatti il vettore errore risulta rotante con una periodicità superiore a quella recuperabile in mezzo giro dall'adattamento della velocità.

Conclusa questa breve trattazione sulla stabilità pratica del sistema, resta comunque aperta la questione della velocità variabile: questo dettaglio risulta essere presente in maniera strutturale nel modello dell'osservatore, e rappresenta un problema serio alla funzionalità della struttura nel caso in cui sia necessario garantire l'inseguimento di profili relativamente rapidi. Si vedano, per avere una chiara idea delle performance dell'osservatore per diverse condizioni di lavoro, le figure riportate lungo la sezione. Si noti, in particolare, la notevole differenza tra profili di velocità statici e variabili, con particolare criticità nei punti in cui il sistema diventa non osservabile. L'obiettivo al termine della costruzione di questo osservatore, infatti, consisterebbe nell'utilizzare l'informazione così ottenuta per la chiusura dell'anello di corrente in un'ottica FOC, tuttavia non vi è alcuna garanzia, con una banda così limitata, che si possa costruire un anello in retroazione stabile. È facile infatti verificare, a valle di anche poche simulazioni, che il feedback risulti stabile solo per guadagni estremamente contenuti. Un'ipotesi che si potrebbe avanzare consiste nell'andare a utilizzare guadagni più elevati, tuttavia sorgono problematiche tecniche, tra cui principalmente il tempo di campionamento che può indurre instabilità e la potenziale scarsa robustezza ai disturbi.

In virtù di questo motivo, e visto l'evidente limite strutturale che viene posto dall'osservatore PLL, le successive sezioni si andranno ad occupare di architetture in grado di colmare i difetti di questa struttura e che presen-



**Figura 4.2:** Esempio di inseguimento dell'osservatore per un riferimento di velocità variabile. Si noti come l'aggancio del sistema viene ostacolato dai punti a riferimento nullo (non osservabilità del sistema PMSM). È chiaro che una taratura migliore permetterebbe un inseguimento più raffinato, tuttavia con questa amplificazione è possibile apprezzare maggiormente la dinamica associata.

tano, dall'altro lato, carenze di natura diversa. Si anticipa già da ora che non tutto ciò che verrà affrontato risulterà parte dell'osservatore finale, ma per documentazione e per fornire spunti alternativi verrà fornito in maniera completa.

---

## 4.2 Parte 2 - osservatore “ $\alpha - \beta$ ”

Una possibile struttura alternativa all'osservatore *PLL* è costituita da un sistema adattativo sviluppato nel sistema di riferimento statico bifase allineato con la fase  $a$ , ovvero sia il sistema di riferimento  $\alpha - \beta$ . Proprio per questo, è chiara la ragione della scelta del nome per questo osservatore.

Come già anticipato dalla descrizione iniziale, la struttura dell'algoritmo è di tipo adattativo, termine che si riferisce ad una grande categoria di tecniche non-lineari ben consolidate nell'ambito dei controlli automatici. Prima di passare alla descrizione nel dettaglio della struttura e per comprenderne meglio le motivazioni, si compierà quindi una breve descrizione degli elementi utili all'analisi e alla sintesi degli osservatori adattativi, oltre a chiarire il significato intuitivo dietro a questa famiglia di tecniche.

### 4.2.1 Sistemi adattativi

La letteratura relativa ai sistemi adattativi è estesa e molto varia [13]. Il concetto di fondo di questo approccio alla teoria dei sistemi consiste nel realizzare una struttura caratterizzata da due elementi funzionali: da un lato un sistema dinamico, implementato secondo strategie più o meno classiche, utilizzato per il compito di stima o di controllo dello stato del sistema fisico, dall'altro una serie di leggi di aggiornamento per i parametri che entrano nel primo elemento. L'obiettivo generale dei metodi adattativi è, come evidente a partire dagli elementi descritti, quello di realizzare un normale comportamento di stima/controllo senza però avere una conoscenza a priori dei parametri del sistema (o, come in molti casi pratici, avendone una stima approssimata o senza averne a disposizione un sottoinsieme). Questa peculiare tipologia di comportamento non è altro che un'imitazione del modo in cui molti organismi modificano la propria forma o le proprie azioni per meglio adattarsi all'ambiente in cui vivono. Il secondo blocco dell'architettura descritta, ovvero sia l'insieme delle leggi di adattamento, consiste nella parte centrale e peculiare della strategia, e contiene al suo interno le principali problematiche di design di questi sistemi: innanzitutto vi è la necessità di individuare una legge che garantisca la convergenza della dinamica errore, tuttavia questo aspetto da solo non è sufficiente a garantire che le variabili stimate raggiungano il valore di quelle reali del sistema. Un aspetto molto peculiare è infatti che, sfruttando il teorema di Lyapunov, si può solo provare la convergenza asintotica dell'errore di stima dello stato, al contrario i parametri possono arrivare a valori anche molto distanti da quelli reali. Questo comportamento può essere accettabile a livello di controllo, visto che l'obiettivo finale è quello

---

che il *plant* inseguia un riferimento, ma se l'obiettivo è invece l'identificazione, allora diventa necessario che anche i parametri convergano ai valori corretti: questo in genere deve essere garantito con particolari proprietà assunte dai segnali in ingresso, note in generale come “condizione sulla persistenza delle eccitazioni”. La condizione per cui i segnali utilizzati siano persistentemente eccitanti viene per ora posta in secondo piano e verrà messa in evidenza in maniera esplicita solo una volta noto il principio di sintesi degli osservatori, per il momento si darà invece priorità alla parte strutturale dei sistemi adattativi.

A seguire si presentano i tipici algoritmi che possono essere trovati in letteratura tentando di fornire una visione d'insieme non dispersiva. A tal fine il punto di riferimento viene considerato [13], dove la questione viene trattata in maniera organica per la costruzione sia di osservatori che di controllori adattativi. La forma più semplice che consenta di sviluppare un osservatore adattativo è il caso di un sistema *Single-Input-Single-Output* (SISO) del primo ordine in cui la conoscenza dello stato sia disponibile. In questo caso, il sistema dinamico assume la forma:

$$\dot{x} = ax + bu, \quad x(t_0) = x_0 \quad (4.14)$$

dove  $x(t)$  e  $u(t)$  rappresentano rispettivamente lo stato e l'input, mentre  $a$  e  $b$  sono dei parametri ignoti. Il conseguente osservatore viene definito nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= a_m \hat{x} + (\hat{a} - a_m) x + \hat{b} u \\ \dot{\hat{a}} &= -e x \\ \dot{\hat{b}} &= -e u \end{aligned} \quad (4.15)$$

dove  $e = \hat{x} - x$  è l'errore di stima,  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$  sono le stime dei parametri, mentre  $a_m$  (chiaramente,  $a_m < 0$ ) è un parametro di tuning scelto dal progettista per garantire le volute prestazioni dinamiche del sistema (velocità di convergenza della stima). Per la dimostrazione della convergenza della stima, si rimanda all'approfondimento.

Le considerazioni esposte per il modello (4.14)-(4.15) devono essere necessariamente riviste nel caso in cui il sistema sia di ordine superiore ma input e output mantengano la stessa dimensione. In questo caso, dunque, si parla di sistemi SISO di ordine superiore al primo, in cui la problematica principale risulta ora essere la necessità di ricostruzione dello stato, oltre che quella dei parametri. Come noto dalla teoria dei sistemi, un sistema di ordine  $n$  è completamente caratterizzato nella sua relazione ingresso-uscita da  $2n$  parametri. Si ricorda infatti che la relazione tra input e output può

**Approfondimento: convergenza dei sistemi adattativi del primo ordine**

Si definiscono innanzitutto gli errori di stima di stato e parametri

$$e = \hat{x} - x \quad \phi = \hat{a} - a \quad \theta = \hat{b} - b$$

A questo punto si definisce un'opportuna funzione candidata di Lyapunov e si calcola la sua derivata rispetto al tempo

$$V(e, \phi, \theta) = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\phi^2 + \frac{1}{2}\theta^2$$

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt}(e, \phi, \theta) = a_m e^2 + \phi e x + \theta e u + \phi \dot{\phi} + \theta \dot{\theta}$$

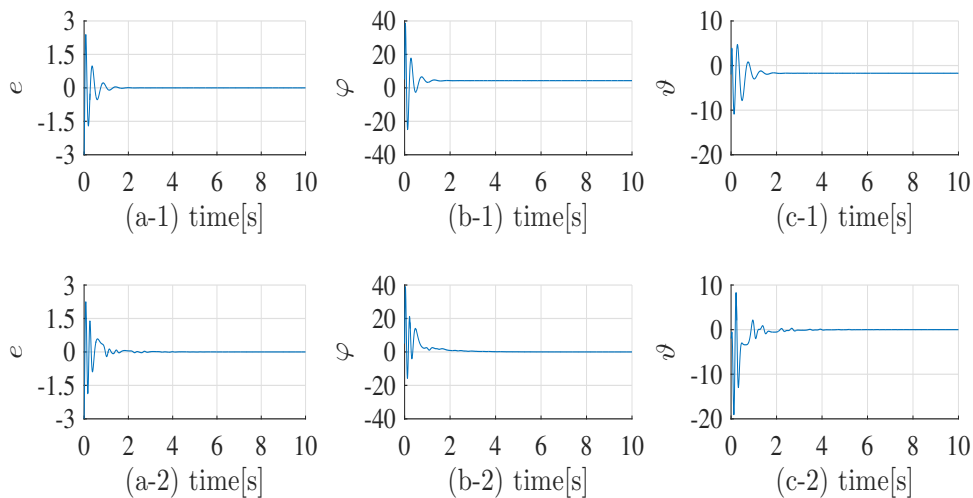
risulta evidente come la scelta di leggi di adattamento dei parametri (supponendo  $a$  e  $b$  costanti, o comunque caratterizzate da variazioni lente)  $\dot{\hat{a}} \equiv \dot{\phi} = -ex$  e  $\dot{\hat{b}} \equiv \dot{\theta} = -eu$  permette di ottenere

$$\dot{V} = a_m e^2 \leq 0 \quad \forall e, \phi, \theta$$

Grazie alla forma ottenuta si possono compiere due considerazioni:

1. I segnali coinvolti sono limitati nel tempo
2. poichè  $V(t_0) - V(\infty) < \infty$  (basta ricordare che  $V > 0$  per costruzione), l'integrale di  $e^2$  tra  $t_0$  e  $\infty$  è positivo e limitato, pertanto  $e \in \mathcal{L}^2$ .

In particolare, la seconda considerazione permette di concludere che  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ , infatti un segnale  $\mathcal{L}^2$  è per sua natura un segnale ad energia limitata, e dunque caratterizzato da un decadimento rapido a 0. Ciononostante, nessuna conclusione può essere raggiunta con questi strumenti sulla convergenza di  $\phi$  e  $\theta$ , ma solo che le loro derivate tendono a zero (attenzione che questo non implica che i parametri raggiungano valori costanti). Per garantire quest'ultimo aspetto, risulta necessario assumere verificata la condizione sulla persistenza delle eccitazioni. Come ultima nota, viene presentato un esempio di simulazione. Lo stesso sistema è stato simulato in differenti casi di input, a prova di ciò che è stato precedentemente esposto. Nel caso 1,  $u(t) = 1$ , nel caso 2 invece,  $u(t) = 2 \sin(5t) + \sin(10t)$ .



---

essere espressa attraverso le funzioni di trasferimento, in cui i due polinomi coinvolti (numeratore e denominatore) richiedono l'uso di  $n$  parametri. Per esempio, per sistemi puramente dinamici:

$$\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (4.16)$$

Nel passaggio dalla rappresentazione input-output a quella nello spazio degli stati, in generale vi è una discreta varietà di realizzazioni, tuttavia si può dimostrare che i gradi di libertà della struttura restano sempre  $2n$ . Il modo più conveniente di mettere in evidenza questo aspetto è porre il sistema nella forma di controllabilità o di osservabilità. Si può scegliere la seguente rappresentazione

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [a|\bar{A}]x + bu \\ y &= c^T x = x_1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

dove  $a = [a_{n-1}, \dots, a_0]^T$ ,  $b = [b_{n-1}, \dots, b_0]^T$ ,  $c = [1, 0, \dots, 0]^T$ , infine

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$$

dove  $I$  è la matrice identità di ordine  $n - 1$ . A partire dal precedente modello, tramite l'opportuna aggiunta e sottrazione del vettore  $kx_1$ , dove  $k$  è un vettore di termini noti tale che la matrice di stato risulti asintoticamente stabile, si ottiene una nuova e più conveniente forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [-k|\bar{A}]x + gy + bu \\ y &= c^T x = x_1 \end{aligned} \quad (4.18)$$

dove  $g = a + k$ . Con questa operazione è stato possibile ricondurre il sistema ad una rappresentazione simile a quella del modello 4.14. Il problema aggiuntivo, però, è che l'errore sullo stato non è più disponibile, dunque non è possibile andare a costruire strutture adattative semplici basate sul modello 4.15. Per ovviare a questo problema si ricorre all'aggiunta di vettori nell'equazione dell'osservatore, così facendo arrivando alla sintesi di una legge adattativa stabile: per riferimenti su questa struttura, chiamata "osservatore di ordine minimo", si guardi [13].

In questa sede, invece, si preferisce compiere un approfondimento su sistemi definiti "di ordine non minimo", questo perché la struttura è più semplice da concepire e molto più facile da analizzare. È possibile dimostrare che

---

ogni sistema di ordine  $n$  controllabile e osservabile può essere ricondotto alla seguente forma ( $\omega = [\omega_1 \ \omega_2]^T$ ):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\lambda x + \vartheta^T \omega \\ \dot{\omega}_1 &= \Lambda \omega_1 + l u \\ \dot{\omega}_2 &= \Lambda \omega_2 + l y \\ y &= x\end{aligned}\tag{4.19}$$

dove  $u$  e  $y$  sono rispettivamente input e output del sistema,  $\omega$  è un vettore di dinamica perfettamente nota, mentre  $\vartheta$  rappresenta l'insieme di tutti e soli i parametri che richiedono identificazione. Si giunge dunque alla struttura del sistema adattativo:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= -\lambda \hat{x} + \hat{\vartheta}^T \hat{\omega} \\ \dot{\hat{\omega}}_1 &= \Lambda \hat{\omega}_1 + l u \\ \dot{\hat{\omega}}_2 &= \Lambda \hat{\omega}_2 + l y \\ \hat{y} &= \hat{x}\end{aligned}\tag{4.20}$$

È facile dimostrare che se  $\Lambda$  è Hurwitz,  $\hat{\omega} \rightarrow \omega$ . Si definisce la seguente funzione candidata di Lyapunov ( $\varphi = \hat{\vartheta} - \vartheta$ ,  $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega$ ,  $e = \hat{x} - x$ ):

$$V = \frac{1}{2} (e_1^2 + \varphi^T \varphi + \beta \tilde{\omega}^T P \tilde{\omega})\tag{4.21}$$

con  $P$  simmetrica definita positiva,  $\beta$  scalare positivo. Grazie a queste, è facile giungere a questa legge adattativa:

$$\dot{\hat{\vartheta}} = \dot{\varphi} = -e \hat{\omega}\tag{4.22}$$

quest'ultima perfettamente in linea con i risultati del caso SISO.

Seguendo lo stesso procedimento, una struttura alternativa è quella proposta da Kreisselmeier [13]:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= F \omega_1 + g u \\ \dot{\omega}_2 &= F \omega_2 + g y \\ y &= \vartheta^T \omega\end{aligned}\tag{4.23}$$

Questo modello permette di ottenere direttamente il seguente osservatore:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}_1 &= F \hat{\omega}_1 + g u \\ \dot{\hat{\omega}}_2 &= F \hat{\omega}_2 + g y \\ \hat{y} &= \hat{\vartheta}^T \hat{\omega} \\ \dot{\hat{\vartheta}} &= -e \hat{\omega}\end{aligned}\tag{4.24}$$

---

Il principio di progettazione è oramai evidente: l'obiettivo delle architetture adattative (in particolare se di ordine non minimo) consiste nell'andare a far figurare i parametri ignoti da ricostruire come elementi che vadano a combinare linearmente solo la parte 'misurabile' del sistema (qui intesa come parte che non risulta, almeno in maniera esplicita, legata alla combinazione lineare degli stati interni non direttamente accessibili). Chiaramente le strutture usate assumono che il modello sia lineare nei parametri, tuttavia nonostante questa limitazione è comunque possibile estendere il principio anche a strutture multivariabile, elemento che verrà messo in evidenza con lo sviluppo dell'osservatore  $\alpha - \beta$ .

Ultimo aspetto cruciale è costituito dalla condizione sulla persistenza delle eccitazioni. Senza scendere nei dettagli matematici, è chiaro che le strutture precedentemente ottenute presentano una dinamica che effettivamente si assesta a errore dei parametri nullo solo se i segnali di ingresso, o elaborazioni di questi, hanno un comportamento "adeguato". L'esempio più lampante è la legge adattativa (4.22): la dinamica di  $\varphi$  è diversa da zero a patto che  $\hat{\omega}$  sia diversa da zero. Chiaramente affinché lo stato sia portato alla convergenza corretta sono richieste delle condizioni più forti, che passano intuitivamente attraverso il concetto di segnale "sufficientemente potente" con specifiche tempistiche. Nel caso della legge citata, la condizione sarà che la matrice di autocorrelazione del segnale  $\hat{\omega}$  esista e sia definita positiva o, in alternativa:

$$\int_t^{t+T} \hat{\omega}(\tau)\hat{\omega}^T(\tau)d\tau > \alpha I \quad \forall t \geq t_0 \quad (4.25)$$

per qualche  $T$ ,  $t_0$ ,  $\alpha > 0$ . Si vedrà in seguito come questa proprietà sarà applicabile in maniera diretta anche all'osservatore  $\alpha - \beta$ , visto che oltretutto si sceglierà la rappresentazione non minima con equazione dinamica in output.



---

## 4.2.2 Sviluppo dell'algoritmo

Per la descrizione del procedimento usato per giungere alla struttura dell'osservatore, risulta molto utile analizzare la costruzione del modello del sistema fisico. Questo aspetto non è di secondo piano rispetto all'osservatore stesso poiché, in generale (e su questo vi è una lunga trattazione scientifica e filosofica), una conveniente rappresentazione dello stesso sistema fisico può influire in maniera determinante sulla sua manipolabilità, la sua semplicità e il suo utilizzo in relazione ad altri elementi teorici. Bisogna notare, comunque, che non sempre il modello più semplice è anche, per estensione, quello fisicamente più diretto e intuibile: un esempio ne è la rappresentazione bifase rotante per i PMSM. Nel caso d'esame specifico le modifiche da apportare sono minime, ma rappresentano un modo molto conveniente per arrivare allo sfruttamento delle teorie standard dei sistemi adattativi.

Si parte innanzitutto dal modello fisico del PMSM nella rappresentazione  $\alpha - \beta$ , a cui è stata apportata un'importante modifica: il flusso di statore, normalmente mantenuto come termine unico (si ricordi che comunque è già composto da più termini:  $\phi = \varphi + Li$ , dove  $\varphi$  è il flusso di rotore, mentre  $\phi$  è quello di statore), è stato separato in parte mobile con condizioni iniziali nulle e parte ferma con condizioni iniziali non nulle.

$$\begin{aligned}
 \frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R}{L}i_\alpha + \frac{1}{L}u_\alpha - \omega i_\beta + \frac{\omega}{L}(\bar{\phi}_\beta + \phi_{\beta 0}) \\
 \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R}{L}i_\beta + \frac{1}{L}u_\beta + \omega i_\alpha - \frac{\omega}{L}(\bar{\phi}_\alpha + \phi_{\alpha 0}) \\
 \dot{\bar{\phi}}_\alpha &= u_\alpha - Ri_\alpha \quad \bar{\phi}_\alpha(0) = 0 \\
 \dot{\bar{\phi}}_\beta &= u_\beta - Ri_\beta \quad \bar{\phi}_\beta(0) = 0
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

A parte l'immediato significato dei soliti termini, in queste equazioni  $\bar{\phi}_k$  ( $k = \alpha, \beta$ ) denota la parte del flusso che subisce un'evoluzione durante il funzionamento, mentre  $\phi_{k0}$  ( $k = \alpha, \beta$ ) è la condizione iniziale. Non è necessario che  $\phi_{k0}$  sia espresso come sistema dinamico, si può passare direttamente ad interpretarlo come parametro ignoto. Da notare la notevole differenza rispetto alle strutture precedentemente esposte: in questo caso parte della dinamica del sistema risulta marginalmente stabile. Questo aspetto, associato al fatto che la dinamica in questione non è direttamente misurabile, rende il problema di osservazione chiaramente non standard. Per questa trattazione, al fine di diminuire drasticamente la difficoltà del problema, si suppone velocità costante. La motivazione di fondo è che, così facendo, il sistema ottenuto è *LTI* (lineare tempo-invariante), e pertanto non ci sono requisiti specifici sulla velocità di convergenza per stare al passo con le variazioni dei parametri (una velocità variabile è equivalente ad un problema di robustezza).

---

L'obiettivo è pertanto quello di arrivare ad un osservatore adattativo che vada a stimare correttamente lo stato e ogni singolo parametro del sistema. Per alleggerire la notazione, si adottano i seguenti cambi di variabile:

$$\frac{R}{L} = \lambda_m \quad \frac{1}{L} = k \quad \frac{\bar{\phi}_\alpha}{L} = \bar{\phi}_{\alpha 1} \quad \frac{\bar{\phi}_\beta}{L} = \bar{\phi}_{\beta 1}$$

Quello che interessa e che si vuole mettere in evidenza è che la variabile di interesse non è il flusso, bensì i segnali che moltiplicano la velocità del motore. Il modello precedente viene così tradotto:

$$\begin{aligned} \frac{di_\alpha}{dt} &= -\lambda_m i_\alpha + k u_\alpha - \omega i_\beta + \omega (\bar{\phi}_{\beta 1} + k \phi_{\beta 0}) \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\lambda_m i_\beta + k u_\beta + \omega i_\alpha - \omega (\bar{\phi}_{\alpha 1} + k \phi_{\alpha 0}) \\ \dot{\bar{\phi}}_{\alpha 1} &= k u_\alpha - \lambda_m i_\alpha \quad \bar{\phi}_{\alpha 1}(0) = 0 \\ \dot{\bar{\phi}}_{\beta 1} &= k u_\beta - \lambda_m i_\beta \quad \bar{\phi}_{\beta 1}(0) = 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Diventa conveniente ricordare la seguente notazione per la matrice identità di ordine 2 e la matrice di *skew* associata ad una rotazione di  $90^\circ$  in senso antiorario (questa può anche essere pensata come l'operazione di derivazione in notazione fasoriale):

$$I_2 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J_2 = J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Infine, si decide per semplicità di condensare i valori iniziali del flusso in singoli parametri

$$k\omega\phi_{\beta 0} = \vartheta_1 \quad -k\omega\phi_{\alpha 0} = \vartheta_2 \quad \vartheta = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{bmatrix}$$

Bisogna prestare attenzione che una notazione condensata nasconde un'insidia: per poter compiere una stima corretta dei singoli termini coinvolti (a patto che siano di interesse), bisogna isolarli algebricamente a valle della computazione nel modello adattativo. In altre parole, se l'obiettivo della stima è quella di utilizzarla esclusivamente per la chiusura del modello, da questo lato non è necessaria alcuna operazione. Se, al contrario, l'obiettivo finale consiste nel ricavare anche i parametri dotati di significato fisico, il tutto per poterli sfruttare in altri algoritmi o per eseguire diagnosi sul sistema, allora è necessario porre particolare attenzione a come ricavarli, sia per questioni numeriche, che per errori di stima che il sistema adattativo può introdurre.

---

Il modello infine assume la seguente configurazione compatta nello spazio degli stati ( $z = [i_\alpha \ i_\beta \ \bar{\phi}_{\alpha 1} \ \bar{\phi}_{\beta 1}]^T$ ,  $u = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ ,  $y = [i_\alpha \ i_\beta]^T$ ):

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{bmatrix} -\lambda_m I + \omega J & -\omega J \\ -\lambda_m I & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} kI \\ kI \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} I & | & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} z \end{aligned} \quad (4.28)$$

con  $0_{m \times n}$  si intende una matrice di tipo  $m \times n$  composta da soli zeri. L'introduzione di  $y$  è qui principalmente formale: serve a mettere in evidenza le variabili effettivamente misurabili. Può essere comodo vedere la (4.28) in forma sintetica, così da poterla subito interpretare nell'ottica della teoria dei sistemi.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A(\sigma)z + B(\sigma)u + \vartheta' \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (4.29)$$

$\sigma$  è in questo caso il vettore di parametri elettrici ( $\sigma = [\lambda_m \ k \ \omega]^T$ ).

La struttura, in base all'assunzione di  $\omega$  costante e alla ragionevole ipotesi che i parametri elettrici del motore subiscano variazioni molto lente, e quindi per il momento trascurabili, è di tipo *LTI*. La forma del modello (4.28)-(4.29) non è la rappresentazione canonica nello spazio degli stati: il termine  $\vartheta'$ , per essere assimilato ad una forma più tradizionale, può essere considerato o come parametro o come disturbo. Nel primo caso, utile in questa applicazione specifica vista la rilevanza di avere a disposizione le condizioni iniziali del rotore, si può pensare il vettore come la matrice che lega lo stato ad un input costante pari a 1. La seconda interpretazione può essere interessante a livello teorico, visto che potrebbe dar nascita ad una struttura di tipo *Unknown Input Observer* (UIO), tuttavia le condizioni formali per la sua esistenza devono essere verificate.

Per procedere al design, si deve innanzitutto notare come il vettore di stato non sia interamente disponibile, quindi bisogna innanzitutto verificare che sia ricostruibile. A questo fine, si costruisce la matrice di osservabilità:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0_{2 \times 2} \\ -\lambda_m I + \omega J & -\omega J \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

È inutile considerare i termini  $CA^2$  e  $CA^3$ , visto che aggiungono due righe identiche alle precedenti. A questo punto è palese come il sistema sia osservabile se  $\omega$  non è nulla (in tal caso,  $\text{rank}(\mathcal{O}) = 4$ ).

---

Le precedenti considerazioni consentono di sostenere la possibilità di costruire un osservatore adattativo anche se, principalmente a causa del comportamento non asintoticamente stabile di una parte della sua dinamica, diviene necessario adottare delle strategie specifiche per assicurarsi la convergenza dello schema. Per convenienza di rappresentazione nella sintesi (anzichè la semplice analisi), si adotta un cambio di notazione rispetto al modello (4.28), il tutto al fine di porre in evidenza lo stato accessibile da quello che invece deve essere ricostruito

$$x = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad \psi = J\omega \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{\alpha 1} \\ \bar{\phi}_{\beta 1} \end{bmatrix}$$

A questo punto, indicando  $\chi_\lambda = -\omega\lambda_m$  e  $\chi_k = \omega k$ , si perviene alla seguente forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\lambda_m x + ku + \omega Jx - \psi + \vartheta \\ \dot{\psi} &= \chi_\lambda Jx + \chi_k Ju, \quad \psi(0) = 0 \\ y &= x \end{aligned} \quad (4.30)$$

A questo punto la soluzione consiste nell'utilizzare una struttura ad osservatore di ordine non minimo con equazione differenziale legata ai parametri da stimare:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= -\lambda_{obs}\hat{x} + (\lambda_{obs} - \hat{\lambda}_m)y + \hat{k}u + \hat{\omega}Jy - \hat{\psi} + \hat{\theta} \\ \psi &= \hat{\chi}_\lambda \xi_\lambda + \hat{\chi}_k \xi_k \\ \dot{\xi}_\lambda &= Jy \\ \dot{\xi}_k &= Ju \end{aligned} \quad (4.31)$$

Attraverso considerazioni basate sul criterio di stabilità di Lyapunov, si perviene alle leggi adattative:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_m &= e^T y \\ \dot{\hat{k}} &= -e^T u \\ \dot{\hat{\omega}} &= -e^T Jy \\ \dot{\hat{\chi}}_\lambda &= e^T \xi_\lambda \\ \dot{\hat{\chi}}_k &= e^T \xi_k \\ \dot{\hat{\vartheta}} &= -e \end{aligned} \quad (4.32)$$

dove  $e = \hat{x} - x$ .

---

La dimostrazione si basa sul criterio di Lyapunov. Innanzitutto si indicano gli errori di stima dei parametri nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda}_m &= \hat{\lambda}_m - \lambda_m & \tilde{k} &= \hat{k} - k & \tilde{\omega} &= \hat{\omega} - \omega \\ \tilde{\chi}_\lambda &= \hat{\chi}_\lambda - \chi_\lambda & \tilde{\chi}_k &= \hat{\chi}_k - \chi_k & \tilde{\vartheta} &= \hat{\vartheta} - \vartheta\end{aligned}$$

A questo punto è possibile ricorrere alla seguente funzione candidata di Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_m^2 + \frac{1}{2}\tilde{k}^2 + \frac{1}{2}\tilde{\omega}^2 + \frac{1}{2}\tilde{\chi}_\lambda^2 + \frac{1}{2}\tilde{\chi}_k^2 + \frac{1}{2}\tilde{\vartheta}^2 \quad (4.33)$$

Osservando che la dinamica errore dell'osservatore è la seguente:

$$\dot{e} = -\lambda_{obs}e - \tilde{\lambda}y + \tilde{k}u + \tilde{\omega}Jy - \tilde{\chi}_\lambda\xi_\lambda - \tilde{\chi}_k\xi_k + \tilde{\vartheta} \quad (4.34)$$

risulta triviale verificare che inserendo le leggi adattative precedentemente introdotte e supponendo i parametri da stimare costanti (o caratterizzati da variazioni molto lente) porta ad avere  $\dot{V} \leq 0$ , pertanto il sistema converge purché venga rispettata la condizione sulla persistenza delle eccitazioni.

### 4.2.3 Soluzione implementativa

Diverse questioni, principalmente di carattere pratico legate alla decisione di voler mantenere buone proprietà di robustezza e convergenza, hanno portato a ridurre la struttura finale, rendendola strutturalmente equivalente a quella in [14]. La principale modifica rispetto alla sezione precedente consiste nell'assunzione, abbastanza valida nei casi pratici e avvalorata dalle tecniche di *self-commissioning* che ci si accingerà a descrivere, che i parametri della struttura siano noti a priori. È un fatto abbastanza tipico che maggiore sia il numero di parametri da stimare, dunque minore sia la conoscenza della dinamica effettiva del sistema, minore sia la velocità di convergenza, ovviamente supponendo che la necessità di guadagni elevati sia un fattore sfavorevole per la valutazione di un algoritmo (robustezza compromessa e stabilità a rischio nella conversione a tempo discreto). Per questa ragione, i soli termini ignoti sono a questo punto la velocità e le condizioni iniziali del rotore. In verità, anche quest'ultima coppia di parametri potrebbe essere già considerata stimata in una delle fasi precedenti, tuttavia si preferisce sfruttare una stima *online* in grado di gestire movimenti non individuati, fasi di arresto che non contemplino l'uso di identificazione della posizione, o semplicemente per maggiore robustezza dell'algoritmo.

---

Di seguito vengono presentati modello e osservatore, tenendo conto del fatto che la notazione della sezione precedente è stata alleggerita visto il minor numero di elementi da identificare.

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= -\lambda_m x + ku + \omega [Jx + \lambda_m \xi_\lambda - k\xi_k] + \vartheta \\
\dot{\xi}_\lambda &= Jx \\
\dot{\xi}_k &= Ju
\end{aligned} \tag{4.35}$$

È possibile semplificare ulteriormente la notazione:

$$\dot{x} = -\lambda_m x + ku + \Omega^T p \tag{4.36}$$

dove  $p = [\vartheta^T \ \omega]^T$ , mentre  $\Omega = [I_2 \ Jx + \lambda_m \xi_\lambda - k\xi_k]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ . A questo punto l'osservatore, comprensivo sia delle equazioni principali che delle leggi adattative, può essere così espresso:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= -\lambda_m \hat{x} + ku - \lambda_{obs} e + \Omega^T \hat{p} \\
\dot{\hat{p}} &= -\Omega e
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Ovviamente non è necessario dimostrare la convergenza del sistema, visto che si tratta di un caso particolare della (4.31). Un elemento di interesse che può essere qui aggiunto, visto il suo rilievo a livello pratico, consiste nella formulazione della condizione sulla persistenza delle eccitazioni:

$$\exists T > 0 \text{ t.c. } \int_t^{t+T} \Omega(\tau) \Omega^T(\tau) d\tau > 0, \quad \forall t \geq 0 \tag{4.38}$$

L'integrale, come si può facilmente intuire per sostituzione dell'equazione del modello collassata (cioè ponendo  $\omega = 0$ ), produce una matrice definita positiva se e solo se  $\omega \neq 0$ , come già ci si poteva aspettare vista la solita considerazione sulla non osservabilità.

Questo osservatore ha alcune caratteristiche molto interessanti, soprattutto in relazione all'algoritmo PLL mostrato nella sezione precedente: ponendo davanti alle leggi di adattamento dei guadagni adeguati (non necessariamente molto elevati), è possibile garantire un buon inseguimento dei parametri coinvolti, ottenendo così una convergenza relativamente più rapida rispetto all'altro sistema. Il problema, tuttavia, è che una parte della dinamica dell'osservatore risulta essere marginalmente stabile (ovverosia non asintoticamente stabile), in altre parole il sistema converge ad una soluzione costante o ad una traiettoria stazionaria, ma non al punto di equilibrio desiderato (in questo caso l'origine per l'errore di flusso). Le due azioni integrali per andare a stimare il flusso sono evidentemente dei segnali in catena aperta, aspetto

---

che richiede particolare attenzione, per motivi di convergenza e robustezza. Il fatto che dunque le variabili  $\xi$  ricostruite possano agganciarsi a quelle reali è possibile soltanto nel caso in cui due presupposti siano verificati:

1. le condizioni iniziali sono perfettamente coincidenti;
2. l'evoluzione della dinamica stimata risulta essere esatta.

La prima condizione viene strutturalmente rispettata, visto che si è deciso trasferire il flusso iniziale all'interno dei parametri da stimare, tuttavia la dinamica ideale dell'integrale non potrà, a livello pratico, risultare rispettata a causa degli errori legati alla misura in ingresso (quantizzazione, rumori e disturbi) e all'implementazione a tempo discreto, che richiede l'uso di somme finite al posto dell'effettiva operazione di integrazione. Una deviazione dalla dinamica effettiva del sistema risulta essere in questo caso, esattamente come per tutti i sistemi in catena aperta, irrimediabilmente presente nell'osservatore, dunque è inevitabile che il sistema subisca una deriva numerica continua. Se si vuole avere un'idea maggiormente pratica di questo comportamento, si pensi all'uso dell'odometria nell'ambito della robotica mobile: anche per brevi periodi di funzionamento, la posizione ricostruita del robot avrà subito considerevoli deviazioni rispetto a quella reale.

D'altro canto però la struttura scelta ha alcuni elementi particolarmente apprezzabili, elementi in grado di compensare, anche se solo in parte, le mancanze della struttura PLL. In realtà, però, l'aspetto di reale interesse che emerge da questa architettura si può ascrivere non tanto alla struttura adattativa, quanto al metodo con cui il sistema tenta di ottenere la ricostruzione del flusso del motore. A meno di un *bias* in lenta deriva, il flusso di statore (e quindi, anche se non esplicitamente, anche quello di rotore) viene ricostruito in maniera precisa con banda coincidente con quella del motore stesso, tutto questo in quanto combinazione lineare dei termini  $\xi$ . Si può dunque individuare un elemento di grande interesse non tanto nella velocità stimata, quanto nella posizione del rotore, anche se solo per la parte in alta frequenza del segnale.

Questa proprietà di buon funzionamento in una banda diversa da quella dell'osservatore PLL suggerisce l'uso delle tecniche che verranno introdotte ed utilizzate nella successiva sezione.

---

## 4.3 Parte 3 - osservatore esteso

Questa sezione può essere considerata sotto molti punti di vista il nucleo centrale della tesi, oltre ad essere a tutti gli effetti il principale aspetto di innovazione destinato ad essere presentato. Grazie ai risultati e alle strutture delle precedenti sezioni sarà qui possibile, in un'ottica relativamente diversa, ma probabilmente più organica, ottenere la sintesi di un'osservatore per la velocità e la posizione in grado di raggiungere una banda di funzionamento elevata e che non presenti caratteristiche di *bias* sui segnali. Per raggiungere questo scopo è necessario adottare strategie di condizionamento dei segnali eterogenee tra loro, e un naturale ambito dove questo trova particolare spazio è quello legato ai filtri complementari, usati specialmente nell'avionica vista la tipica necessità di dover integrare sensori differenti tra loro in un'unica struttura software.

Il passaggio preliminare è costituito, ancora una volta, dall'inquadramento del lavoro all'interno di un contesto metodologico adeguato; pertanto il primo passo consiste in una breve esposizione degli elementi teorici rilevanti sui filtri complementari.

### 4.3.1 Filtri complementari

La nascita dei filtri complementari è sicuramente da ascrivere al contesto delle applicazioni di volo, e tuttora questo continua ad essere l'ambito dove le tecniche nate continuano a riscuotere maggiore successo. In generale, quando si presenta la necessità di dover ricostruire un segnale a partire da differenti sorgenti, classicamente vari sensori che vadano a leggere in maniera eterogenea una grandezza fisica, si presenta la necessità di attuare un condizionamento atto a depurare l'informazione da disturbi e rumori e fornisca dunque un'uscita quanto più fedele possibile al segnale desiderato.

La tecnica che più tipicamente viene adottata consiste nel filtro di Kalman, che consiste in una particolare classe di stimatore a guadagno variabile costruito in maniera ottima sulla base del modello dei rumori agenti sull'ingresso (rumori di modello) e sull'uscita (rumori di misura). L'ipotesi che tipicamente viene assunta per questa struttura è tuttavia che il rumore sia di tipo gaussiano, aspetto che spesso non viene rispettato per i sensori di bassa qualità, e che il modello sia lineare: il filtro infatti garantisce ottimalità tra tutti gli stimatori se il rumore è gaussiano, ottimalità solo su tutte le strutture lineari se il rumore è generico. In questo ambito è evidente che esistono molte tecniche per riuscire a costruire un modello più complesso del rumore (trasformando un segnale nell'output di un modello pianificato appositamen-

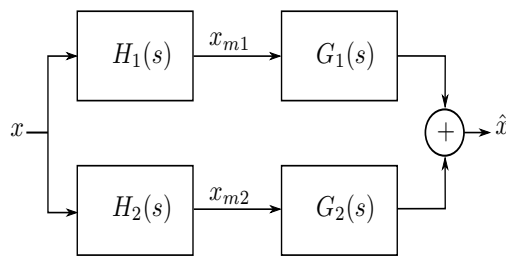


te), oppure per sopperire al problema della non-linearità con delle strutture estese, tuttavia molto spesso si compie la scelta di design di sfruttare un approccio alternativo, relativamente privo di assunzioni e molto più semplice da implementare. Tra queste strategie, quella dei “filtri complementari” può essere intuitivamente descritta come l’uso di funzioni di trasferimento che operino a bande separate tra loro (complementari perché a somma unitaria su tutto lo spettro del segnale). Il vantaggio nell’uso dei filtri complementari consiste dunque nella possibilità di applicazione facilitata in ambiti dove la modellazione o l’implementazione con Kalman sarebbe troppo pesante. Per questo motivo però, la letteratura sull’argomento risulta essere relativamente poco formale e più “orientata all’applicazione”, per questo l’impostazione potrà risultare alla lettura semplice e sbrigativa, ma consiste nel metodo espositivo più popolare tra i vari autori, che quasi sempre concentrano gli sforzi per la realizzazione della struttura sulla base del problema presentato.

Si parte dai filtri complementari definiti nel dominio delle frequenze, visto che consistono nella prima versione emersa storicamente e nel modo più semplice per introdurre formalmente il problema [15]. Si supponga di avere a disposizione due sistemi SISO che acquisiscano lo stesso segnale fisico, aventi però caratteristiche frequenziali distinte, e dunque descritti da due funzioni di trasferimento  $H_1$  e  $H_2$ . Per adesso si supponga di non essere in presenza di disturbi. In questo contesto un adeguato stimatore del segnale iniziale consiste essere, indicando  $x$  l’input e  $\hat{x}$  l’output (Fig. 4.3):

$$\hat{x} = G_1 H_1 x + G_2 H_2 x, \quad G_1 H_1 + G_2 H_2 = 1 \quad (4.39)$$

Dove  $G_1$  e  $G_2$  sono delle funzioni di trasferimento che garantiscano la relazione per ogni velocità. Questa struttura dimostra maggiormente la sua



**Figura 4.3:** Schema di riferimento per filtri complementari definiti nel dominio delle frequenze.

potenza applicativa se ci si pone nel più generale contesto in cui siano presenti disturbi e rumori: se infatti questi sono caratterizzati frequenzialmente

---

in maniera opposta alle funzioni di trasferimento (o semplicemente non sovrapposti sulla regione a guadagno unitario), allora è possibile ottenere con lo stesso algoritmo un'efficace reiezione delle non idealità. L'assunzione che i rumori siano colorati e presenti lontano dalla regione di funzionamento sono assunzioni che vengono solitamente rispettate (in realtà per ovvi motivi quasi sempre) da tutti i sensori. Se ora si indicano  $y_1 = x + d_1$  e  $y_2 = x + d_2$ , dove  $d_1$  è presente in maniera prevalente in alta frequenza e  $d_2$  in bassa frequenza, scegliendo  $G_1$  passa-basso e  $G_2$  passa-alto (e supponendo di leggere direttamente  $y_1$  e  $y_2$ ):

$$\hat{x} = G_1 y_1 + G_2 y_2 = x + G_1 d_1 + G_2 d_2 \quad (4.40)$$

Chiaramente l'esempio in questione supponeva sensori "passa-tutto": questo non è necessariamente il caso generale, tuttavia in molte applicazioni è possibile ottenere buoni risultati usando questo approccio *modeless*.

L'esempio applicativo che di solito viene addotto per spiegare l'utilità dei filtri complementari è quello della misura tramite due sensori di velocità e posizione della dinamica  $\dot{x} = u$  (si veda per ulteriori dettagli l'approfondimento).

Per dare un'idea quanto più ampia possibile della tematica dei filtri complementari nel dominio delle frequenze, si eviterà di scendere nei dettagli relativi alla scelta delle funzioni di trasferimento: si tratta di dettagli affrontati molto spesso in forma molto particolare, e generalmente la complessità strutturale non supera mai quella di sistemi del secondo ordine (anche per questioni di stabilità che diventeranno evidenti poco sotto).

Un metodo che consente il superamento, in parte, di criteri di design generalmente poco canonici, consiste in una rivisitazione dei filtri complementari in un contesto più prettamente controllistico. Una strategia emblematica di questo approccio, molto popolare in letteratura, consiste nel riformulare i filtri in un *framework* di controllo in catena chiusa per valutarne la convergenza: si veda l'approfondimento per rintracciare le esigenze pratiche che portano a una simile scelta. Nel caso in esame, un modello di riferimento a struttura di integratore permette di ricavare uno schema che ricalca molto bene la filosofia degli osservatori adattativi: in questo caso i parametri stimati vengono usati per annullare l'effetto di quelli presenti e consentire così una ricostruzione affidabile.

Chiaramente questo principio può essere esteso a modelli di riferimento che non siano solamente degli integratori. Grazie a questa generalizzazione è possibile intuire la necessità di spostare il design dal dominio delle frequenze al dominio del tempo: una modellazione nello spazio degli stati non è solamente più efficiente, ma anche più generale. Si apre così la possibilità

---

**Approfondimento: applicazione dei filtri complementari alla dinamica di un integratore**

Sia assegnata la seguente dinamica:

$$\dot{x} = u$$

l'obiettivo consiste nella ricostruzione della variabile di stato  $x$  a partire da letture provenienti da questi due sensori:

$$\begin{aligned}y_x &= F(s)x + \mu_x \\ y_u &= u + \mu_u + b(t)\end{aligned}$$

dove  $\mu_x$  e  $\mu_u$  sono rumori di misura,  $F(s)$  è un filtro passa basso e  $b(t)$  è un disturbo quasi costante (*bias* o lenta deriva). In questo caso, per ottenere effettivamente due letture della stessa grandezza fisica è necessario integrare il segnale  $y_u$ .

Avendo ora a disposizione due letture, si scelgano i seguenti due filtri complementari:

$$G_1(s) = \frac{C(s)}{C(s) + s} \quad G_2(s) = \frac{s}{C(s) + s}$$

Queste funzioni di trasferimento possono anche essere pensate come la funzione di sensitività e sensitività complementare di un anello in retroazione con controllore pari a  $C(s)$  e funzione d'impianto pari a  $1/s$  (ovverosia la dinamica di un integratore). Optando, come controllore, per un semplice guadagno proporzionale è già possibile ottenere un buon stimatore in grado di reiettare in parte i segnali  $\mu_x$  e  $\mu_u$ , anche se non è possibile eliminare il *bias*. Se si sceglie  $C(s) = k_p + k_i/s$  allora si ottiene la seguente rappresentazione nello spazio degli stati:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= y_u + k_p(y_x - \hat{x}) - \hat{b} \\ \dot{\hat{b}} &= -k_i(y_x - \hat{x})\end{aligned}$$

Approssimando  $F$  con un'identità (assunzione lecita: il comportamento del sensore è da considerarsi la lettura "lenta" del segnale) e sfruttando la Lyapunov  $V = 0.5(\hat{x} - x)^2 + 0.5(1/k_i)(\hat{b} - b)^2$  si ottiene la seguente  $\dot{V}$  (di indichi  $\tilde{x} = \hat{x} - x$ ,  $\tilde{b} = \hat{b} - b$ ):

$$\dot{V} = -k_p\tilde{x}^2 + \mu_u\tilde{x} + \mu_x(k_p\tilde{x} - \tilde{b})$$

È possibile verificare che se  $\mu_x$  e  $\mu_u$  sono assenti,  $\tilde{x}$  e  $\tilde{b}$  convergono a zero per il principio di invarianza di LaSalle. Da notare che con questa architettura è possibile stimare e rimuovere efficacemente il *bias* dalla stima. Si noti che la compensazione di  $b$  è coerente con la struttura di controllo: le componenti costanti che entrano come disturbo vengono eliminate da azioni integrali del controllore (purché sia garantita la stabilità).

---

di estensione dei filtri complementari anche a modelli non lineari o tempo varianti, con l'interesse in generale di mantenere l'approccio sufficientemente separato dalle tecniche vicine a Kalman (anche se alcune volte la differenza risulta molto sottile). Di questa seconda famiglia di filtri complementari fanno parte per esempio le strutture di Mahony [16], che si occupano della stima di sistemi di riferimento tridimensionali con l'uso di trasformazioni non-lineari, il tutto a partire dalla lettura proveniente da sensori eterogenei con differenti proprietà frequenziali. C'è però da puntualizzare un aspetto importante: il termine filtro complementare, soprattutto nelle strutture non-lineari, può essere molto spesso più un legame con il dominio applicativo o un'analogia con la forma degli algoritmi classici, mentre la vera proprietà di strutture complementari viene interpretata in forma più generalizzata.

### 4.3.2 Estensione degli osservatori classici

In virtù delle considerazioni portate avanti nell'introduzione metodologica precedente, è giusto domandarsi se il contesto applicativo di due osservatori non-lineari costruiti secondo i principi esposti nelle sezioni ad essi dedicate possa essere migliorato tramite l'uso di filtri complementari.

Per ricapitolare le caratteristiche delle due categorie di osservatori, partendo dalle loro problematiche, la struttura PLL è concepita e costruita assumendo la situazione particolare di  $\dot{\omega} = 0$ , mentre l'osservatore  $\alpha - \beta$  (o altre strutture ad esso ispirato che vadano ad individuare posizione/velocità, come meglio si avrà modo di apprezzare durante la trattazione) ha una parte della dinamica che è marginalmente stabile. Analizzandone quindi le strutture, è chiaro che le proprietà dei due algoritmi portano a precisione e a caratteristiche dinamiche dipendenti dalla frequenza di funzionamento: l'osservatore PLL è in grado di gestire efficientemente velocità costanti o con variazioni lente ed è in grado di mantenere l'errore angolare contenuto una volta raggiunta la convergenza; dall'altro lato la struttura con la dinamica ad integrazione pura può essere in grado di inseguire variazioni di configurazione del rotore in maniera esatta indipendentemente dall'accelerazione, tuttavia le condizioni iniziali non vengono individuate efficacemente e il sistema non è in grado di reiettare i disturbi di misura, provocando un offset costante o lentamente variabile di stima.

Intuitivamente, si potrebbe avanzare l'ipotesi di sfruttare un filtro passa-basso per estrarre le informazioni di rilievo dall'osservatore PLL e un filtro passa-alto per lo stimatore in  $\alpha - \beta$  mantenendo i due sistemi di partenza in catena aperta, tuttavia la scelta dell'ordine e dei parametri, una volta noti quelli relativi ai due componenti di partenza, risulta non essere un problema di immediata soluzione. I risultati di simulazione per il modello in *open-loop*,

---

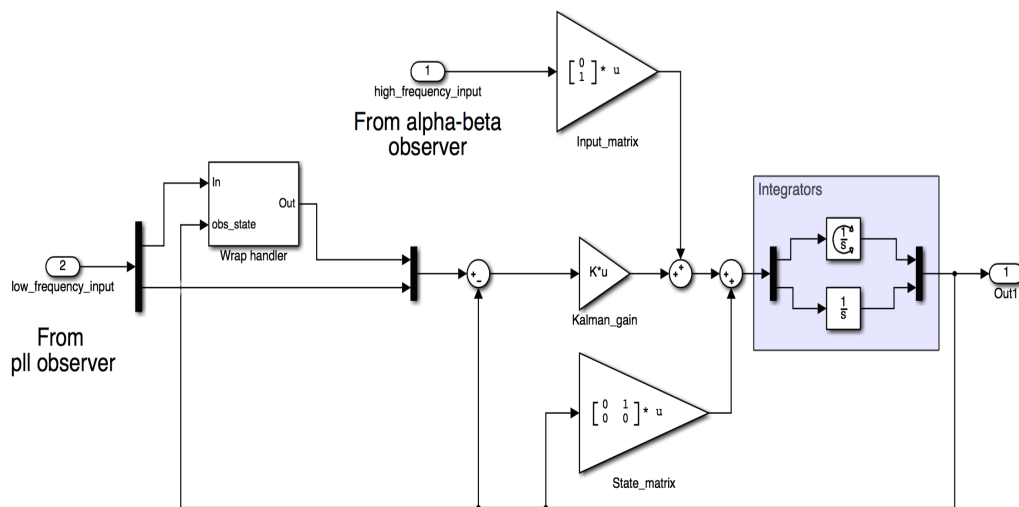
omessi per relativa scarsa rilevanza, non evidenziano un apprezzabile miglioramento delle performance: la scelta di attuare un algoritmo simile non paga per ragioni legate alla non linearità del modo in cui agiscono i disturbi e per la natura di una configurazione che non aggiorna le stime dei due osservatori. Oltre a queste osservazioni, sorge spontanea anche la domanda se la struttura  $\alpha - \beta$  sia effettivamente la più indicata per l'obiettivo posto, visto che l'elemento di miglioramento rispetto al PLL consiste nella velocità di stima della posizione del rotore. Un aspetto che può richiedere infatti una migliore analisi consiste nella caratterizzazione del disturbo effettivamente attivo nell'integrazione pura, elemento che si dimostrerà cruciale per la giungere alle versioni più performanti.

Prima di passare a questi aspetti si potrebbe tentare di impostare una modellazione nel dominio del tempo, e dunque spostarsi in un'ottica vicina a Kalman (per quanto i disturbi agenti non siano bianchi e oltretutto affetti da dinamiche di processo non-lineari), il tutto al fine di verificare che non fosse la struttura troppo semplice della modellazione nel dominio delle frequenze la causa della mancanza dei miglioramenti ricercati. La complessità di analisi con un simile approccio può risultare non indifferente, pertanto è lecito chiedersi ancora una volta se sia possibile percorrere invece una strategia alternativa, sempre garantendo però che il principio fondante dei filtri complementari possa essere utilizzato in maniera proficua. Procedendo ad ogni modo con la struttura modellata nel dominio del tempo, il punto di partenza consiste nelle equazioni esposte nell'approfondimento sui filtri complementari: si sfrutta uno schema in retroazione sulla dinamica riprodotta del sistema (in questo caso un doppio integratore) e si ricavano le stime di posizione e velocità sfruttando come segnali di ingresso le stime provenienti dai due osservatori. Si noti, comunque, che i due osservatori continuano ad essere utilizzati in *open-loop*. In Fig. 4.4 è mostrata la struttura scelta nella sua implementazione nell'ambiente Simulink.

Il modello considerato può essere espresso nella forma (indicando  $\hat{x} = [\hat{\vartheta} \ \hat{\omega}]^T$ ):

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{x}) \quad (4.41)$$

dove la dinamica fornita da  $A$  e  $B$  è quella di un doppio integratore, l'input  $u$  è l'accelerazione stimata dall'osservatore  $\alpha - \beta$  (il segnale che alimenta l'integratore nella legge adattativa della velocità), mentre  $y$  è costituito da segnali di posizione e velocità provenienti dall'osservatore PLL. Se si riuscisse a modellare correttamente il rumore di processo (la deriva numerica dovuta alla dinamica marginalmente stabile) e quello di misura (l'effetto prodotto da  $\dot{\omega}$  sul PLL), allora sarebbe possibile costruire un guadagno ottimo rispetto alla struttura ( $K = PC^T R^{-1}$ , con evidente significato dei simboli in riferimento



**Figura 4.4:** Struttura implementativa del filtro complementare definito nel dominio del tempo. Notare a sinistra un blocco di gestione della differente periodicità dell'angolo tra il sistema evidenziato (il *wrap* dell'angolo, come indicato simbolicamente nell'integratore a destra) e il segnale proveniente dall'osservatore PLL.

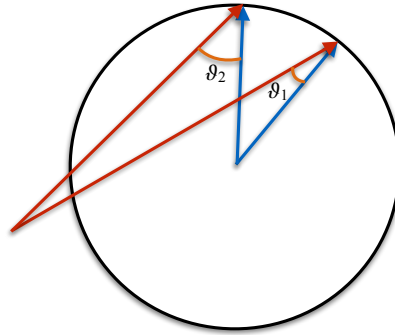
alla letteratura sui filtri di Kalman), tuttavia si può anche pensare di assegnare il guadagno in maniera opportuna basando la scelta su considerazioni di carattere prevalentemente pratico.

Ancora una volta, le performance risultano non essere adeguate, anche con l'incremento di gradi di libertà fornito dalla scelta di una matrice  $2 \times 2$ . I risultati sono anche in questo contesto non portati alla luce per brevità e per mancanza di interesse nell'analisi. Una strada possibile, anche se non percorsa durante lo sviluppo di questa trattazione, consisterebbe nello sfruttare una struttura estesa, ovverosia non-lineare: la grande obiezione che può però essere rivolta in questo caso consiste nel probabile eccessivo livello di complessità, soprattutto in vista di un'implementazione su hardware con risorse limitate.

Ci si chiede, a questo punto, se non sia necessario ristrutturare il design, valutando la necessità di integrare maggiormente i due osservatori in una forma più compatta. Si inizia pertanto ad indagare come si comportino le versioni in catena chiusa. La prima idea che può venire in mente, viste le migliori proprietà di allineamento al valore corretto della posizione se vi è agganciamento e velocità costante, oltre a migliore robustezza a seguito della conversione da tempo continuo a tempo discreto, è quella di aggiungere un termine correttivo nell'osservatore PLL basato sulla ricostruzione del sistema  $\alpha - \beta$ , mantenendo quest'ultimo invece in *open-loop*. Si può pertanto

---

pensare di inserire nell'equazione di aggiornamento di  $\hat{\omega}$  e  $\hat{\omega}$  dei termini correttivi, ovvero sia degli errori di stima con guadagni opportuni. Il problema, in questo caso, risiede nel fatto che non è possibile sfruttare la velocità, visto che l'osservatore nel sistema stazionario è affetto da un limite di banda: la ricostruzione esatta, a meno dell'errore non ancora caratterizzato, vale solo per la posizione del rotore; oltretutto, la convergenza dei sistemi adattativi è garantita per parametri costanti (se questi variano, bisogna garantire robustezza con guadagni adattativi sufficientemente alti). L'angolo dunque sembra un'opzione migliore, tuttavia c'è il dettaglio non ancora toccato in precedenza che assume una rilevanza pratica estremamente alta, ovvero sia la caratterizzazione dell'errore nell'integrazione. Se le condizioni iniziali sono errate, l'elemento costante additivo si presenta per ovvi motivi nella stima dei flussi di statore, tuttavia questo non si converte in un errore costante passando alla configurazione angolare (per avere una rappresentazione geometrica si veda Fig. 4.5).



**Figura 4.5:** Rappresentazione geometrica dell'effetto di un errore costante delle componenti del flusso sull'errore angolare. In blu è indicato il flusso di rotore reale, in rosso il flusso per integrazione.

È facile verificare che lo stesso effetto si verifica sulla deriva provocata dai disturbi di misura, ovvero sia l'errore angolare tra la configurazione reale e quella stimata è un segnale che varia nel tempo (in funzione della velocità angolare e alla frequenza del disturbo). Senza voler entrare troppo nei dettagli matematici, si giunge alla conclusione per cui l'errore tra la posizione angolare ottenuta per integrazione e quella stimata dal PLL non può essere filtrato in maniera efficace con un semplice passa-alto (servirebbe invece presumibilmente una struttura a modello interno). Il filtraggio passa-alto è dunque lecito solo se eseguito sulle componenti del flusso: la natura di filtro complementare si individua infine non tra le grandezze cinematiche del PMSM ma nel flusso di rotore.

---

Se l'unico elemento di interesse ottenibile dall'osservatore  $\alpha - \beta$  consiste nelle componenti in alta frequenza del flusso di rotore, è evidente come si possa far collassare la struttura nella semplice dinamica marginalmente stabile.

$$\begin{aligned}\varphi_\alpha &= \int (u_\alpha - R_s i_{i_\alpha}) dt - L_s i_\alpha \\ \varphi_\beta &= \int (u_\beta - R_s i_{i_\beta}) dt - L_s i_\beta\end{aligned}\tag{4.42}$$

Questa, riformulata con l'uso della derivata del flusso, non è altro che la legge di Faraday, e viene già sfruttata in numerosi algoritmi di controllo *sensorless* di derivazione elettrotecnica o basati su algoritmi *sliding-mode*, oltre a gettare le basi per l'impostazione del modello matematico dei PMSM. L'elemento aggiuntivo che l'osservatore  $\alpha - \beta$  riuscirebbe a garantire a questo punto è la stima delle condizioni iniziali, funzione già assolta in forma indiretta dal filtraggio sulle componenti: questo è vero fino a un certo punto, infatti lo si considera corretto per un andamento del flusso a valor medio nullo (attenzione però che una velocità particolarmente variabile potrebbe far nascere dei casi patologici).

Grazie a questa notevole semplificazione della struttura è possibile migliorare in modo più organico l'osservatore PLL per arrivare a strutture più performanti. Il passo finale consiste nell'inserire come termini di aggiornamento direttamente gli errori di flusso, senza dunque passare per il calcolo della posizione angolare. Verranno ora presentati approfonditamente tre differenti algoritmi, con studio dettagliato delle risposte per vari profili di velocità. Il giudizio su quale sia la versione preferibile verrà fornito solo a valle dell'esposizione, in modo da rendere più chiara la scelta per cui si è optato.



---

### 4.3.3 Compensazione della velocità in alta frequenza

La prima versione che si intende proporre consiste nell'uso dell'informazione sul flusso di statore per estendere le leggi adattative della velocità in maniera strutturalmente analoga alla forma del PLL. Si assuma dunque di avere a disposizione i seguenti segnali prodotti dalla dinamica di integrazione:

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_\alpha &= \varphi_\alpha + b_\alpha \\ \hat{\varphi}_\beta &= \varphi_\beta + b_\beta\end{aligned}\tag{4.43}$$

con evidente significato dei simboli. Il flusso ricostruito invece dall'osservatore PLL può essere espresso nella seguente forma, ricordando che la rappresentazione iniziale è riferita al sistema di riferimento  $\hat{d} - \hat{q}$ :

$$\hat{\varphi}_{PLL} = R(\hat{\vartheta}) \begin{bmatrix} \frac{\hat{A}}{\hat{\omega}} \\ 0 \end{bmatrix}\tag{4.44}$$

Si noti il particolare elemento problematico del calcolo del flusso attraverso la divisione, un aspetto che a livello pratico richiede particolare attenzione per velocità stimate prossime a zero: per gestire l'algoritmo anche in questi casi, si può imporre per piccole velocità stimate la commutazione ad una formula più semplice, come per esempio il mantenimento della precedente azione oppure un suo annullamento.

Per ricavare il termine di aggiornamento da inserire nelle equazioni a questo punto si calcola la differenza tra flusso ricostruito e flusso stimato, per poi sfruttare un filtro passa-alto per rimuovere l'errore costante tra i due vettori. Indicando il flusso ricostruito  $\hat{\varphi}_{\alpha\beta}$ :

$$e_\varphi = H_{HP}(s) (\hat{\varphi}_{\alpha\beta} - \hat{\varphi}_{PLL})\tag{4.45}$$

La pulsazione di *cutoff* del sistema è un grado di libertà di progettazione: intuitivamente è sufficiente scegliere una taratura che elimini la componente costante, quindi con un attraversamento posto in bassissima frequenza.

Ora è sufficiente riproiettare l'errore nel sistema di riferimento  $\hat{d} - \hat{q}$  per ottenere i termini di aggiornamento:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_d \\ \mu_q \end{bmatrix} = R^T(\hat{\vartheta}) e_\varphi\tag{4.46}$$

Il nuovo vettore  $\mu$  consiste nel termine in alta frequenza che si intende sfruttare nella struttura PLL esattamente come gli errori  $\tilde{\chi}$  ottenuti dalle *singular-perturbations*. Per questa ragione, la legge adattativa per la velocità diventa la seguente:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}} &= \eta_\omega + k_I \mu_q \\ \hat{\omega} &= \hat{\hat{\omega}} + \nu_\omega + k_P \mu_q\end{aligned}\tag{4.47}$$

---

È importante sottolineare che in questa sezione non verrà fornita alcuna prova formale di stabilità, volendo invece concentrare l'attenzione sui dettagli pratici e valutazioni di carattere qualitativo. Le dimostrazioni, nel caso in cui si desideri procedere in tal senso a seguito della definizione di una struttura particolarmente significativa, potranno essere tema di future trattazioni e pubblicazioni.

A seguito sono presentati i risultati di simulazione per parametri e condizioni di funzionamento molto vicini a quelle della configurazione sperimentale, in modo tale da ottenere risultati più aderenti a ciò che si può attendere dalle prove sperimentali. In particolare, si è scelto di mettere in particolare evidenza l'impatto sulle prestazioni della conversione a tempo discreto degli algoritmi utilizzati, questione particolarmente influente sulla scelta dei guadagni (e quindi, in un'ottica di sistema lineare SISO, un aumento della banda). Per queste motivazioni si analizzerà, laddove significativo, l'effetto sulla qualità di inseguimento del variare dei guadagni. Inoltre, per fornire un interessante spunto aggiuntivo, si mostreranno anche delle simulazioni di un PMSM controllato tramite FOC con retroazione diretta sulle grandezze cinematiche del motore (assumendo di avere dunque una lettura proveniente da sensori ideali): in questo modo è possibile osservare meglio i transitori degli osservatori in condizioni di bassa distorsione dei segnali elettrici. La presenza del convertitore di potenza porta a un'aggiunta di disturbi ai segnali di tensione e corrente, pertanto può essere interessante mostrare anche l'effetto risultante alla sua aggiunta sulle proprietà di inseguimento. Indipendentemente dalla strategia di controllo si è scelto di limitare la struttura ad un anello di corrente con velocità impostata con un profilo specifico per la simulazione (in altre parole, il motore deve essere pensato "trascinato" e con inerzia infinita). Tutte le varie condizioni verranno valutate confrontando osservatore corretto e originale, per poter così avere un'evidenza diretta dei miglioramenti/peggioramenti dovuti alle scelte di design.

Per tutti i casi, inoltre, si assume di avere a disposizione una piattaforma operante per il task di osservazione pari a  $1kHz$  e di controllo pari a  $10kHz$ . Per simulare più verosimilmente il controllo BLDC, visto che l'attuale sistema di sensori ESC32 non permette la lettura delle correnti di fase, si sfrutta la lettura della corrente di *shunt* per stimare i valori effettivi. A titolo di esempio, se la fase *a* è controllata, la *b* è attraversata da corrente negativa e la *c* è aperta:

$$\begin{aligned}i_a &= i_{shunt} \\i_b &= -i_{shunt} \\i_c &= 0\end{aligned}\tag{4.48}$$

Il campionamento delle letture viene supposto sincrono al tempo di campio-

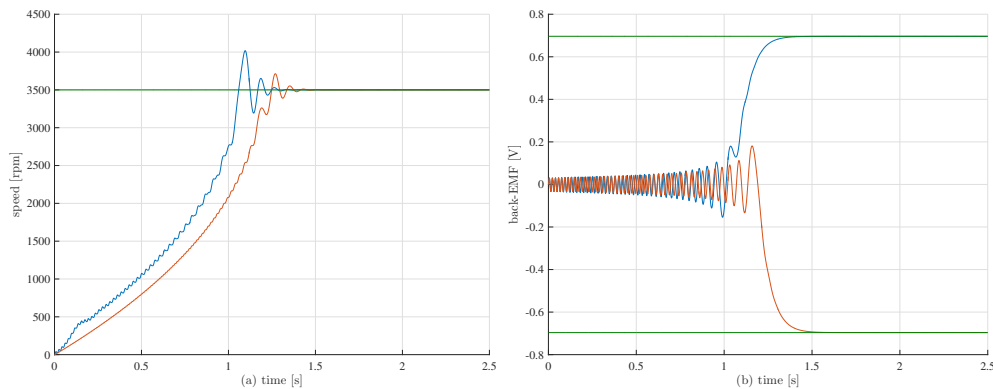
---

**Tabella 4.1:** Parametri fisici di motore, scheda elettronica e osservatore usati per le simulazioni.

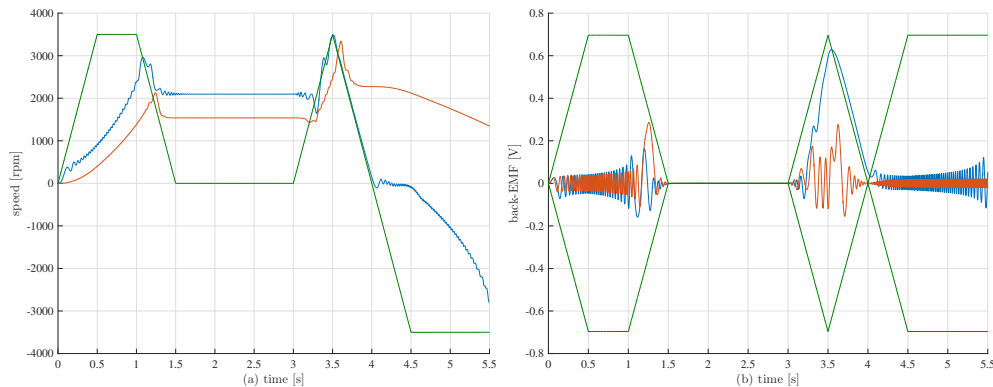
Tipologia di motore	“custom”
Resistenza statorica $R_s$ [ $\Omega$ ]	0.06
Induttanza statorica $L_s$ [ $\mu H$ ]	33.75
Velocità nominale [ $rpm$ ]	6000
Flusso magnetico di rotore $\varphi_e$ [ $mWb$ ]	1.9
Coppie polari $p$	7
Corrente nominale RMS [ $A$ ]	20
Frequenza di campionamento del controllore $f_s$ [ $kHz$ ]	10
Frequenza di campionamento dell’osservatore $f_{obs}$ [ $kHz$ ]	1
Tensione del bus DC $V_{DC}$ [ $V$ ]	18
guadagno per le <i>singular perturbations</i> $k_p$	888
guadagno adattativo $k_1$	17.8
guadagno adattativo $k_2$	0.09
guadagno adattativo $\gamma$	12.7

namento e allineato con la portante triangolare del PWM: questo consente di generare profili già depurati dal ripple di corrente provocato dal funzionamento in commutazione dell’inverter. Infine, si è scelto di non modellare la funzione di *zero-crossing* del controllo BLDC, questo perché si tratta di un elemento secondario ai fini dell’accuratezza di modellazione; il modello elettrico di motore e convertitore di potenza è invece stato realizzato con blocchi di simulazione fisica. Per avere un riassunto di parametri (vicini a quelli del banco di prova sperimentale) e valori impostati per le simulazioni, si rimanda alla Tab. 4.1. Importante far notare che le velocità indicate in tutti i successivi grafici sono velocità elettriche (quelle meccaniche, tra cui quella indicata in tabella, sono da ricavare dividendo le velocità elettriche per il numero di coppie polari  $p$ ). Per maggiore completezza, le simulazioni saranno condotte per profili sia costanti che variabili. I profili scelti sono solamente due, tuttavia questi sono sufficientemente espressivi da presentare un quadro, ad avviso dell’autore, sufficientemente completo delle prestazioni degli osservatori: in particolare, si tratta di un riferimento costante a gradino e un profilo composito costituito da discontinuità della derivata, un attraversamento per lo zero e un mantenimento su di esso.

Per avere immediatamente un’idea della differenza di comportamento in assenza di disturbi e rumori, si parte dal caso ideale di controllo FOC senza convertitore di potenza e senza non idealità dovute alle distorsioni del controllo BLDC.



**Figura 4.6:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): inseguimento della FEM. Notare, in questo secondo caso, l'uso di due segnali di riferimento: questo è dovuto al fatto che il sistema di riferimento  $\hat{d} - \hat{q}$  può, in base alla condizione iniziale e al momento di agganciamento, portarsi indifferentemente in due configurazioni angolari di equilibrio. Questo non deve comunque destare preoccupazione: in un'ottica di controllo FOC avere FEM negativa a velocità positiva porterà ad un riferimento di corrente  $i_q$  negativo, dunque allineato correttamente con l'asse  $q$ .



**Figura 4.7:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. Il punto maggiormente critico, come ci si può aspettare, consiste nell'attraversamento dello zero, dove la non osservabilità del sistema comporta una perdita di *tracking* notevole, successivamente recuperata a fatica. (b): tracciamento della FEM.

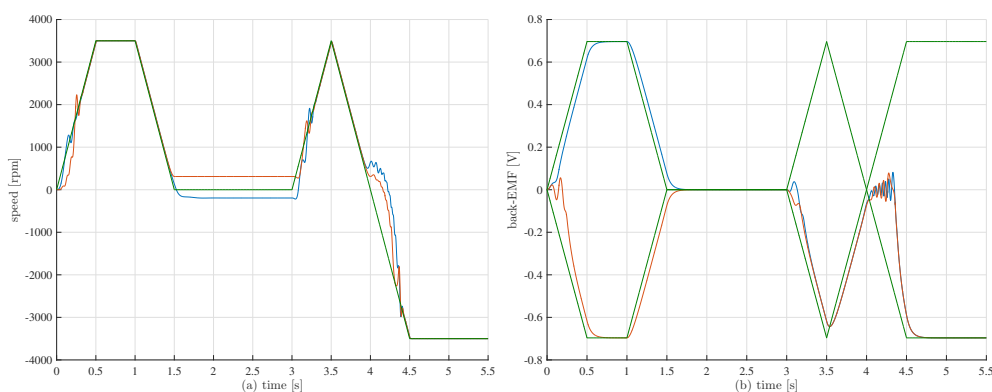
Notare come il miglioramento non sia stato particolarmente evidente, anche se sono apprezzabili sia le proprietà di convergenza che quelle di recupero dalle posizioni di non osservabilità. Un elemento che deve essere controllato accuratamente consiste nella sensibilità ai disturbi. Prima di passare al controllo BLDC, si mostra l'effetto di un incremento dei guadagni adattativi per

---

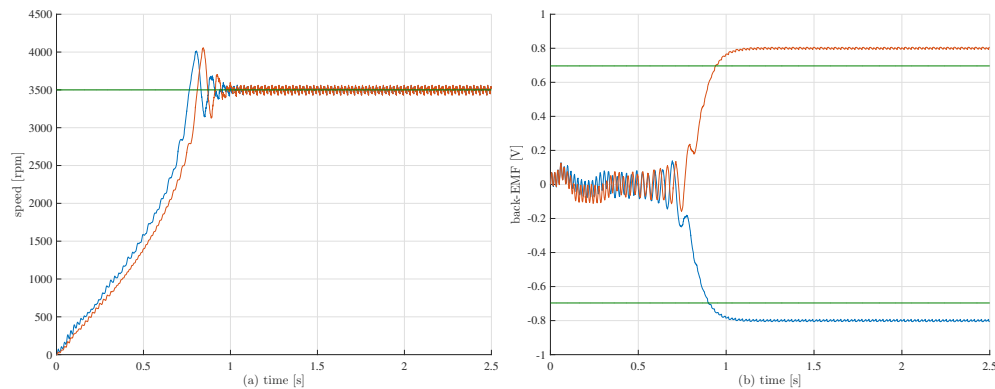
la parte originaria degli osservatori (ovviamente le modifiche sono condotte nella stessa entità per entrambe le strutture). Visto che la risposta a profili costanti risulta semplicemente essere più rapida, si passa direttamente ad osservare un profilo variabile.

Si deve comunque far notare come i guadagni mostrati nella simulazione di Fig. 4.8 siano del tutto teorici: una realizzazione pratica porterebbe a segnali di bassa qualità (nel caso del controllo BLDC è maggiormente possibile apprezzare questo aspetto).

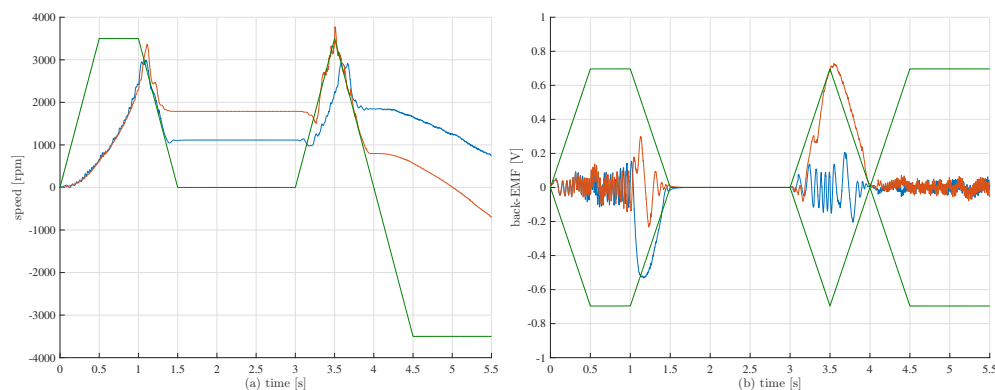
Si passa ora a mostrare i risultati nel contesto del controllo BLDC. Per ricapitolare nuovamente e per richiamare qualitativamente i risultati dell'analisi comparativa tra le tecniche di controllo, il sistema così modellato soffre del *ripple* di coppia, di *ripple* e distorsione di correnti e tensioni e di errori di ricostruzione dovuti alla sola disponibilità di uno *shunt* e tre partitori resistivi per la lettura delle grandezze elettriche. Questo aspetto non rende solamente maggiormente distorta la stima degli osservatori, ma rischia di compromettere la ricostruzione dei flussi di rotore ottenuta per integrazione diretta. Proprio per questo motivo, è risultato necessario aumentare la pulsazione di *cutoff* del filtro passa-alto da  $1\text{rad/s}$  a  $200\text{rad/s}$ : si riscontra, infatti, che la presenza delle dinamiche di deriva sia presente in una banda di larghezza maggiore. Problemi simili chiaramente si verificano solo in una simile configurazione *hardware* e di controllo: la soluzione implementativa desiderata come obiettivo finale è in grado di aggirare quasi del tutto questi *handicap*. Per avvicinarsi ancora maggiormente al *framework* dei test sperimentali, tutte le unità di elaborazione coinvolte sono a tempo discreto.



**Figura 4.8:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni elevati (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. Nonostante la distanza dell'osservatore modificato dal segnale reale sia maggiore durante l'attraversamento, il recupero risulta comunque migliore. (b): tracciamento della FEM.



**Figura 4.9:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante nel framework sperimentale (controllo BLDC) per guadagni normali. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. L'osservatore modificato continua ad avere migliori prestazioni statiche, anche se notevolmente ridimensionate. (b): tracciamento della FEM. Si noti qui un consistente offset nella stima a regime (equivalente a meno del segno nei due casi). Questo è l'effetto di una discretizzazione approssimata sui sistemi adattativi: l'errore di discretizzazione viene assorbito all'interno dei parametri stimati.

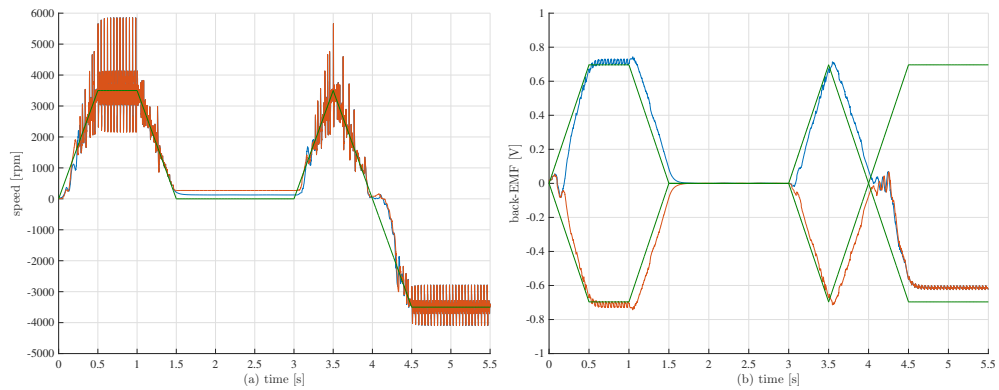


**Figura 4.10:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile nel framework sperimentale (controllo BLDC) per guadagni normali. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. In questo caso si mette maggiormente in evidenza come anche un transitorio moderatamente più veloce possa portare, per evoluzioni fortemente affette dalle condizioni iniziali e dalle derivate numeriche, a comportamenti complessivamente peggiori. (b): tracciamento della FEM.

Osservando Fig. 4.9 e Fig. 4.10 si può apprezzare come, apparentemente paradossalmente, l'osservatore originale abbia avuto un incremento di performance mentre ora il comportamento della versione modificata sia leggermente peggiorata. Mentre il secondo effetto può essere semplicemente spiegato dalle conseguenze di guadagni forse eccessivi sul sistema a tempo

discreto e la determinante rilevanza dello stato in cui si trova l'osservatore al momento dei passaggi per lo zero, il primo fenomeno può essere giustificato dal fatto che i disturbi, quando associati ad un avvicinamento verso il riferimento, portano un aumento del valor medio della componente  $\tilde{\chi}_{q1}$ , con conseguente più rapido agganciamento alla velocità reale (questa è un'ipotesi da verificare, visto che i disturbi agiscono con entrambi i segni, dunque si deve provare l'asimmetria nel verso di distorsione).

Come ultima questione trattata per questo osservatore prima di passare alle altre versioni si mostrano gli effetti scaturiti dall'uso di alti guadagni. In particolare, Fig. 4.11(a) dimostra l'ipotesi di una compromissione della



**Figura 4.11:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile nel framework sperimentale (controllo BLDC) per alti guadagni. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. La differenza tra i due osservatori è ridotta al minimo, soprattutto considerato il fatto che il segnale reale risulta considerevolmente coperto dai disturbi. (b): tracciamento della FEM.

qualità dei segnali d'uscita, per evitarlo è necessario mantenere i guadagni limitati, anche se al costo di una diminuzione delle proprietà dinamiche di inseguimento. La problematica della scelta dei parametri rientra dunque nel tipico *tradeoff* ingegneristico tra qualità e robustezza. Per questa ragione, e visto che il procedimento pratico della taratura non rientra nello scopo di questa tesi, si ometteranno ulteriori simulazioni per guadagni diversi da quelli indicati in tabella per la parte originale dell'osservatore, concedendosi però la libertà di selezionare opportunamente i parametri delle parti aggiunte.

### 4.3.4 Compensazione di FEM e velocità in alta frequenza

La struttura scelta in questo caso risulta essere molto simile a quella precedente. Una volta ricavato il vettore errore di flusso in alta frequenza, si va ad arricchire la legge adattativa della FEM:

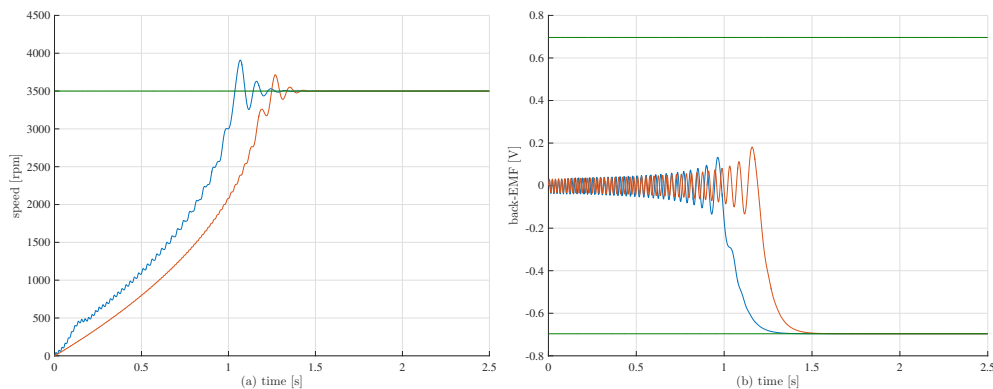
$$\dot{\hat{A}} = \nu_a + f(\mu_d, \mu_q, \hat{\omega}) \quad (4.49)$$

Chiaramente, dal lato delle leggi adattative della velocità, si mantiene la struttura introdotta precedentemente. La difficoltà nella scelta di  $f$  risiede nel fatto che l'errore  $\mu$  è un errore di flusso, mentre in questo caso si deve andare ad adattare l'ampiezza della FEM (dunque  $\omega\phi$ ). Per questa ragione, si esploreranno queste tre differenti soluzioni, numerate in modo tale da permettere un facile riferimento lungo il testo:

1.  $f(\cdot) = k_a \mu_d$
2.  $f(\cdot) = k_a \mu_d \text{sign}(\hat{\omega})$
3.  $f(\cdot) = k_a \mu_d \hat{\omega}$

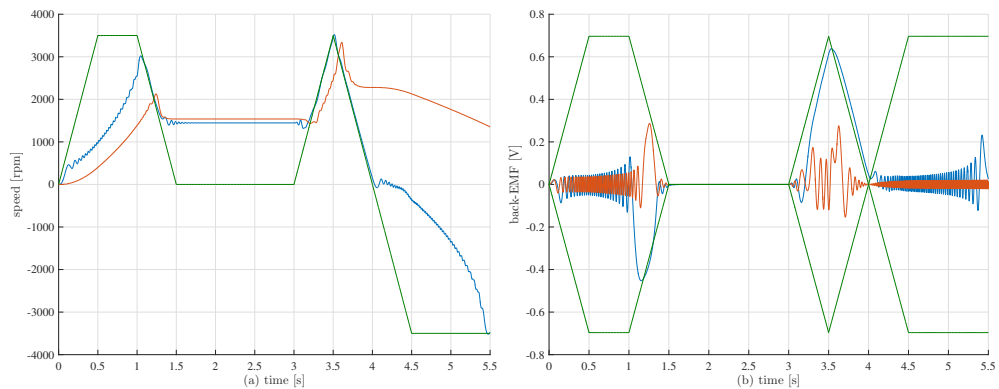
Per l'esposizione si è deciso di adottare la stessa strategia del caso precedente: per questa ragione, si parte dall'analisi della risposta per controllo FOC ideale.

In ordine: Fig. 4.12 e 4.13 mostrano la compensazione di tipo 1, Fig. 4.14 e 4.15 quella di tipo 2, mentre Fig. 4.16 e 4.17 evidenziano i risultati per la strategia 3.



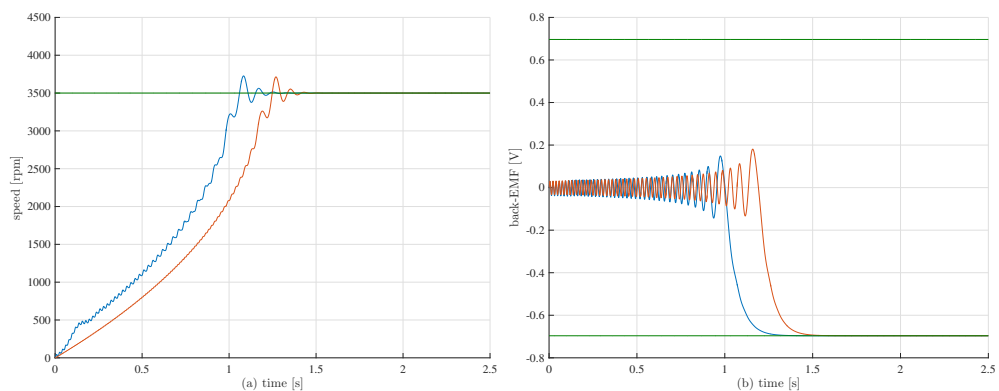
**Figura 4.12:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali e con strategia di compensazione 1 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.



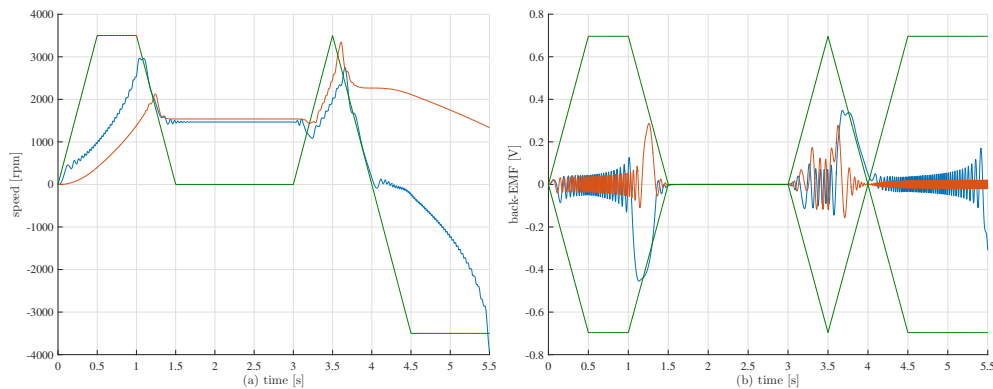


**Figura 4.13:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali e con strategia di compensazione 1 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

A partire dalla prima sequenza di immagini, si può dedurre come l'azione più rilevante venga compiuta dalla strategia 3, come può risultare logico vista la tipologia di azione che viene inserita nella legge adattativa: il senso fisico in questo caso è molto più diretto che negli altri, visto che l'errore usato per pilotare il segnale  $\hat{A}$  (in alta frequenza) è direttamente un errore di FEM. Oltretutto, la strategia 1 risulta errata se si prevedono velocità negative, in quanto il verso di azione non è in grado di discriminare un'azione simile: in altre parole se la velocità è negativa e l'errore di flusso (differenza tra riferimento in alta frequenza e valore stimato dall'osservatore) è positivo, questo verrà interpretato con la necessità di aumentare il valore della FEM, quando

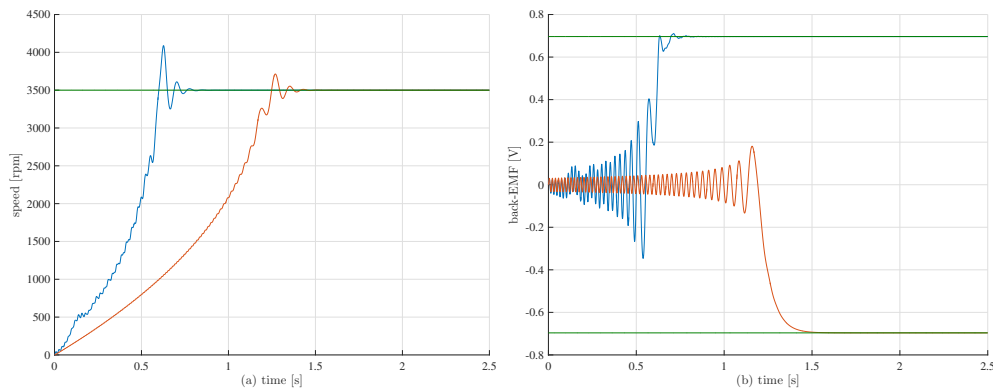


**Figura 4.14:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali e con strategia di compensazione 2 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

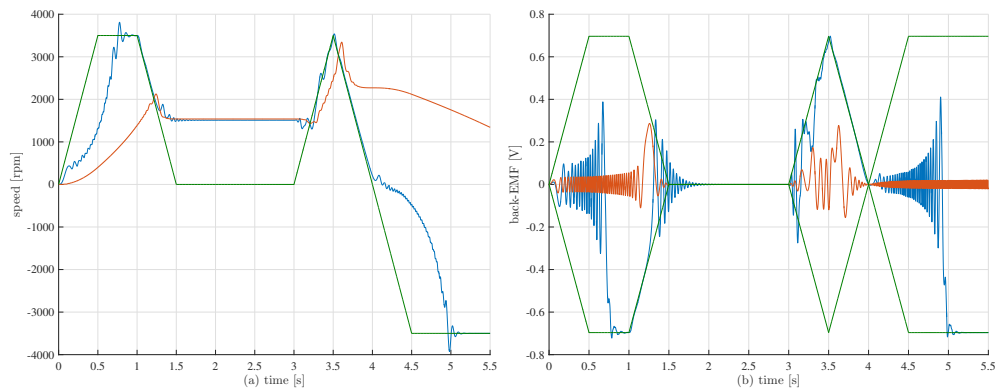


**Figura 4.15:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali e con strategia di compensazione 2 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

questa invece dovrà diminuire (ma crescere in valore assoluto). La scelta della strategia 2 può essere, in quest'ottica, giustificata come una versione a "versore", ovvero sia concettualmente dotata delle stesse proprietà di verso ma più semplice da trattare computazionalmente (per quanto una semplice moltiplicazione possa essere trascurabile). La strategia 3, infine, forse anche per un guadagno non congruente con quelli precedenti (si ricordi che in questo caso il feedback è eseguito numericamente sulla FEM e non sul flusso), dimostra di avere una velocità di convergenza molto superiore agli altri casi, anche se si mettono in evidenza comportamenti maggiormente oscillatori, il



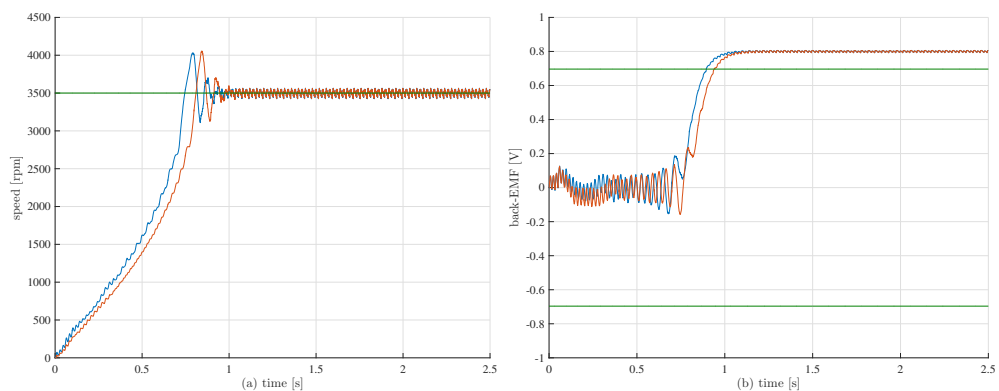
**Figura 4.16:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali e con strategia di compensazione 3 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. Si può osservare un deciso aumento della dinamica, anche se la sovraelongazione risulta decisamente maggiore. (b): tracciamento della FEM.



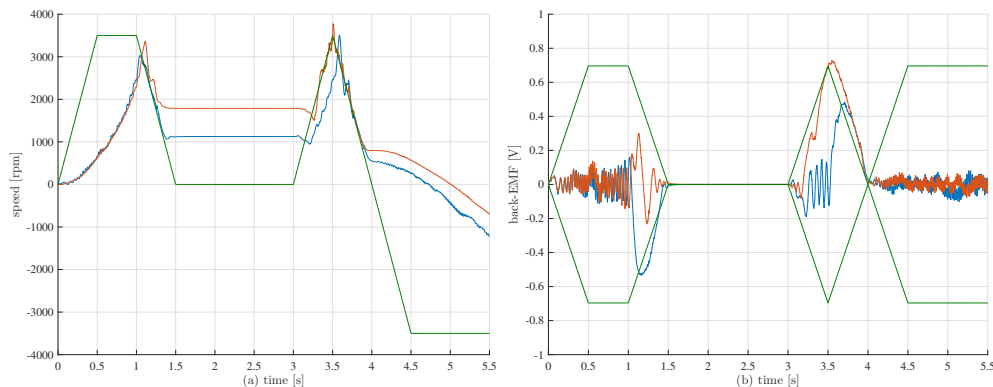
**Figura 4.17:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali e con strategia di compensazione 3 (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. L'effetto precedentemente riscontrato di sovralongazione ora porta ad avere un inseguimento nervoso anche dopo il raggiungimento del *tracking* (b): tracciamento della FEM. Si noti il comportamento più oscillatorio delle risposte.

che suggerisce che il sistema sia prossimo all'instabilità.

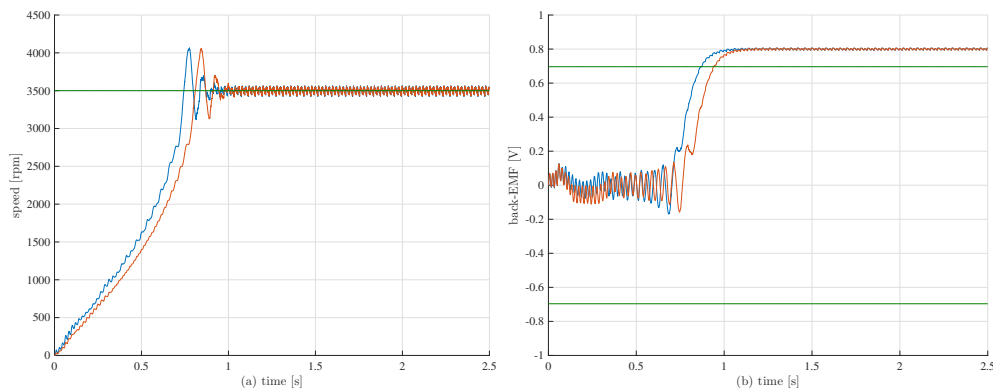
Ancora una volta è necessario sottolineare come la qualità di queste soluzioni debba essere sottoposta a verifiche in modelli più complessi (e vicini alle condizioni sperimentali) per le problematiche relative a disturbi e distorsioni da attribuire al controllo e al convertitore di potenza. A seguire sono nuovamente mostrati i risultati del passaggio al framework sperimentale mantenendo gli stessi guadagni precedenti.



**Figura 4.18:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 1. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.



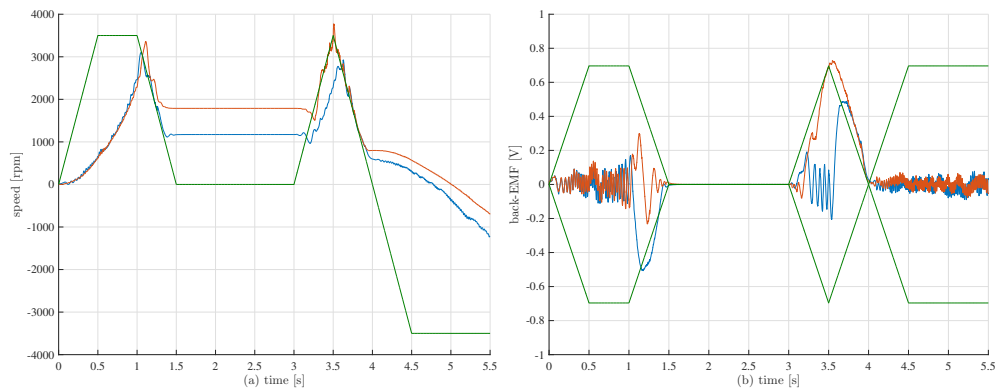
**Figura 4.19:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 1. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.



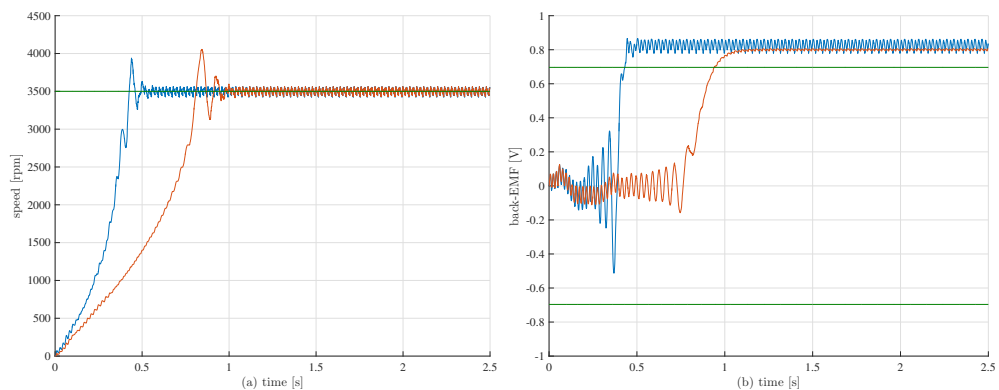
**Figura 4.20:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 2. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

Per fornire una chiara esposizione del contenuto delle immagini: Fig. 4.12 e 4.13 mettono in luce gli effetti della strategia di tipo 1, Fig. 4.14 e 4.15 quella di tipo 2, mentre Fig. 4.16 e 4.17 quella di tipo 3.

L'azione delle compensazioni 1 e 2 offre, a livello pratico, pochi miglioramenti rispetto alla strategia scelta per la compensazione solo sulla velocità. Discorso diverso è invece l'azione di compensazione 3, che mantiene le ottime proprietà di convergenza, anche se ora dimostra di non essere robusta all'inversione di velocità. Questa deludente proprietà può necessitare ulteriori indagini, tuttavia potrebbe essere dovuta al peggioramento della qualità del segnale  $\hat{A}$ , come si può largamente apprezzare in Fig. 4.22(b) : la conseguenza può dover essere rintracciata ancora una volta nel guadagno eccessivo per



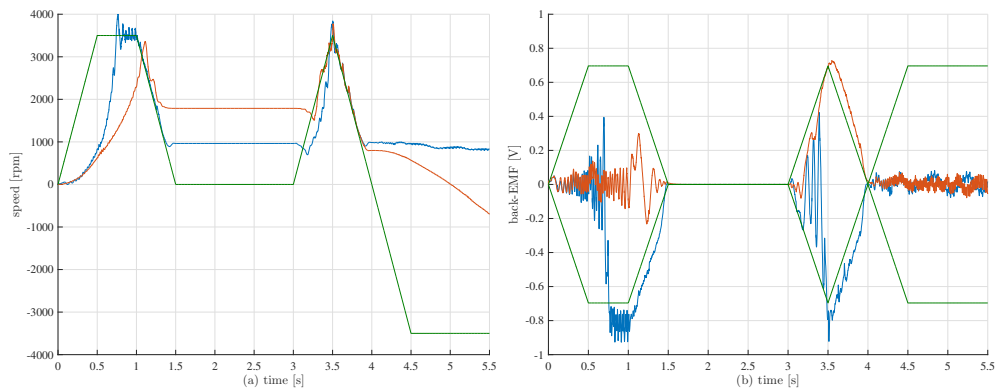
**Figura 4.21:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 2. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. Le proprietà di inseguimento sembrano, ancora una volta, peggiorate per via dello stato del sistema al momento del raggiungimento della non osservabilità, anche se in realtà un'idea più esplicativa è costituita dal confronto per un gradino di velocità. (b): tracciamento della FEM.



**Figura 4.22:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 3. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

l'azione di compensazione, anche se la scelta di un parametro giusto potrebbe non essere triviale.

Visto che la scelta espositiva, in questo caso, è stata quella di fornire un quadro quanto più ampio possibile sulle possibilità e le versioni esplorate nella scelta del design, si evita qui di analizzare maggiormente nel dettaglio la causa del fenomeno per l'azione di compensazione 3, e quali siano le scelte progettuali che permettano di evitarlo. Si preferisce, dall'altro lato, fornire un'ulteriore struttura che, ad avviso dell'autore, risulta più performante e più



**Figura 4.23:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali, framework sperimentale (controllo BLDC) e con strategia di compensazione 3. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. In questo caso si evidenzia un sostanziale peggioramento nell'inseguimento durante l'attraversamento per lo zero. (b): tracciamento della FEM.

efficiente in un'ottica di implementazione in un microcontrollore con risorse HW limitate.

---

### 4.3.5 Compensazione della velocità tramite l'errore angolare

Quest'ultima versione presentata risulta essere leggermente diversa da quella precedente a livello concettuale, infatti in questo caso si intende sfruttare direttamente l'informazione angolare proveniente dal flusso ricostruito attraverso il calcolo dell'arcotangente delle componenti depurate dall'offset costante. Riportando il concetto precedente in forma di equazione:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_d \\ \hat{\varphi}_q \end{bmatrix} &= R^T(\hat{\vartheta})H_{HP}(s)(\hat{\varphi}_{\alpha\beta}) \\ \hat{\vartheta}_\varphi &= \text{atan2}(\hat{\varphi}_q, \hat{\varphi}_d) \end{aligned} \quad (4.50)$$

Dove con la funzione *atan2* si indica direttamente l'elaborazione per l'arcotangente che vada a gestire periodicità e punti di discontinuità della tangente.

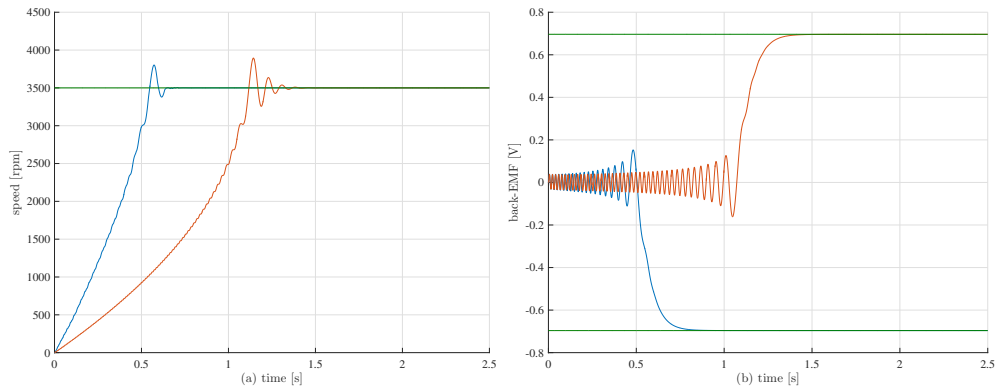
A questo punto si potrebbe sfruttare direttamente l'angolo per andare a correggere le leggi della velocità. Quello per cui si opta, aspetto di discontinuità rispetto alle versioni precedenti, consiste ora nel calcolo della variazione d'angolo per stabilire la direzione di avvicinamento al riferimento costituito da  $\hat{\vartheta}_\varphi$ :

1. se la variazione angolare è positiva, il sistema  $\hat{d} - \hat{q}$  viene accelerato in senso antiorario per arrivare a convergenza;
2. se la variazione angolare è negativa, l'accelerazione è in senso orario.

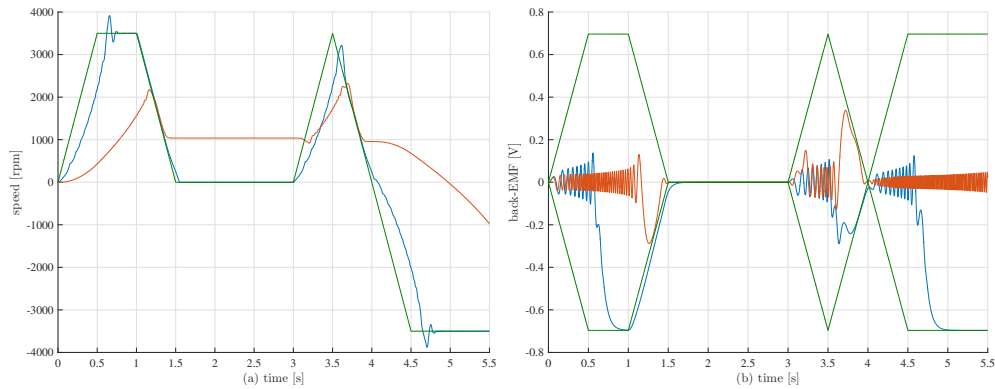
Chiaramente è necessaria anche una gestione della regione prossima all'origine, in cui una simile politica porterebbe ad un andamento oscillante (si rischiano fenomeni di *chattering*).

Si inizia, come di consueto, dal caso del controllo FOC ideale. Una nota da mettere in evidenza, in questo caso, consiste nel fatto che si è deciso di non passare dal modello a tempo continuo vista l'evidente difficoltà a trattare la variazione angolare in tale contesto: in un'implementazione a tempo discreto risulta invece molto semplice.

Come si può osservare da queste prime simulazioni, le prestazioni di questo osservatore, soprattutto durante il transitorio, risultano nettamente superiori rispetto a tutte le altre versioni precedenti. Si deve chiaramente comprendere quanto queste proprietà vengano mantenute anche in presenza di distorsioni, tuttavia vi sono diversi vantaggi implementativi a scegliere una simile soluzione. Innanzitutto, il guadagno per l'azione di compensazione risulta essere molto più basso, a parità di prestazioni, rispetto a quelli per le strutture precedenti. L'introduzione della funzione arcotangente è molto



**Figura 4.24:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità costante per guadagni normali (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

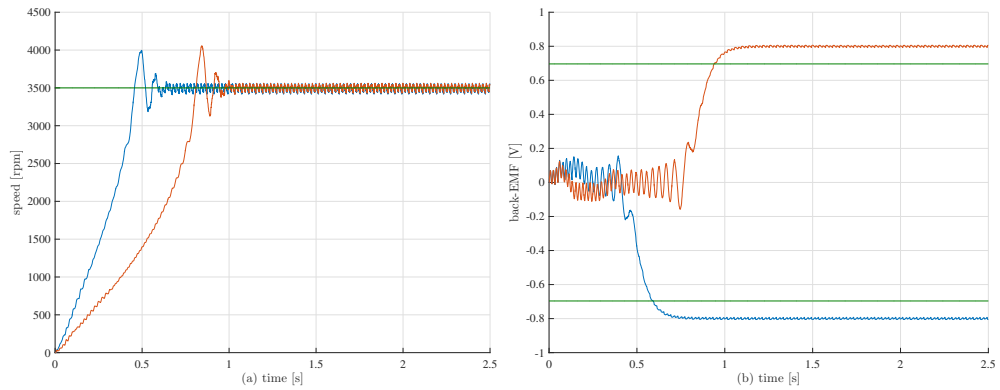


**Figura 4.25:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile per guadagni normali (controllo FOC). In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

probabilmente computazionalmente pesante, tuttavia si evita dall'altro lato la divisione  $\hat{A}/\hat{\omega}$ , sotto certi aspetti molto più critica perchè non è possibile stabilire con sicurezza dei valori di saturazione per il risultato (a meno che non si abbia una stima dell'ampiezza del flusso di rotore). Altro aspetto di discreta importanza è il carico computazionale ridotto, visto che non è necessario proiettare il vettore della FEM stimata nel riferimento  $\alpha - \beta$ . Non si notano, almeno macroscopicamente, delle criticità legate al potenziale *chattering* associato alla configurazione di equilibrio. Sarà un aspetto importante verificare lo stesso anche nell'eventuale implementazione in codice.

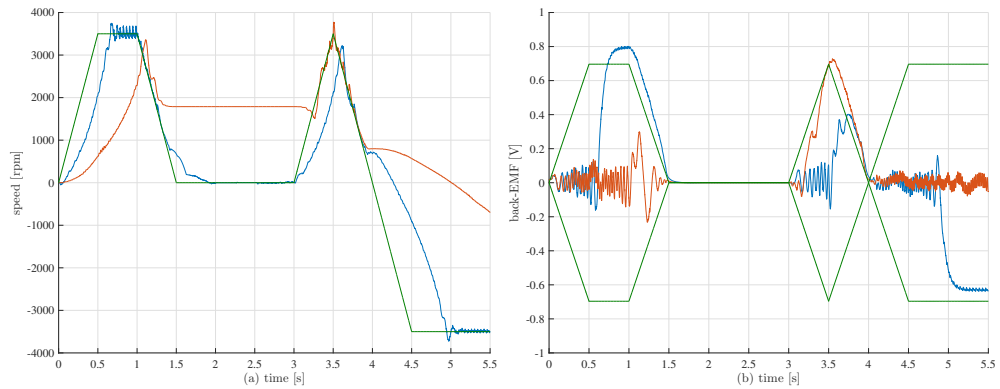
Ancora una volta, si presentano le performance in condizioni verosimilmente vicine a quelle degli esperimenti condotti. A differenza degli altri casi,





**Figura 4.26:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile nel framework sperimentale (controllo BLDC) per guadagni normali. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

la superiorità nella velocità di convergenza è confermata, oltre a permettere di apprezzare una sostanziale invarianza nel passaggio al nuovo framework.



**Figura 4.27:** Inseguimento degli osservatori per riferimento di velocità variabile nel framework sperimentale (controllo BLDC) per guadagni normali. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore PLL, in verde il riferimento. (a): tracciamento della velocità. (b): tracciamento della FEM.

Per le ragioni affermate e l'evidente qualità di inseguimento mostrata in simulazione, questa struttura si dimostra essere molto promettente per un'implementazione di successo. Si evidenzia, per chiarezza, la legge adattativa aggiornata:

$$\dot{\hat{\omega}} = \gamma \frac{\hat{A}}{L_s k_p} (i_{\hat{d}} - \hat{i}_{\hat{d}}) + k_{\vartheta} \left[ \hat{v}_{\varphi} + 2\pi(\text{sign}(\Delta \hat{v}_{\varphi}) - \text{sign}(\hat{v}_{\varphi})) \right] \quad (4.51)$$

---

### 4.3.6 Considerazioni conclusive

Quest'ultima parte vuole limitarsi ad essere una breve sintesi dei risultati messi in luce dalle simulazioni, opportunamente rivista nella prospettiva di una realizzazione in codice. Come si può apprezzare nel passaggio dalla compensazione sulla sola velocità tramite le componenti dell'errore di flusso in alta frequenza alla versione combinata su velocità e FEM, il miglioramento apprezzabile risulta essere presente solo nella strategia 3. Per questa ragione, a meno che una scelta più opportuna dei guadagni non sia individuabile, la sola compensazione sulla velocità è preferibile data la maggiore semplicità (anche se la differenza a livello computazionale è lieve).

Da un punto di vista della realizzazione per sistemi con segnali distorti come quella del setup sperimentale (visto il controllo BLDC e la ricostruzione delle misure), la compensazione diretta sull'errore d'angolo risulta essere nettamente più performante delle altre. Questo suggerisce una maggiore robustezza strutturale, aspetto decisamente apprezzabile. C'è anche da riscontrare una netta diminuzione dei guadagni necessari al funzionamento corretto rispetto alle versioni precedenti: si riscontra come i parametri di *feedback* basati sull'errore tra i flussi sono di ordini di grandezza superiori rispetto al solo usato nell'ultima versione.

Dal lato della complessità del codice le differenze tra le prime due tipologie di estensione e la terza sono prima di tutto qualitative, visto che una divisione numericamente problematica (la definizione online dei valori di saturazione non è triviale perché si deve risalire all'ampiezza del flusso in maniera affidabile) viene sostituita dal calcolo dell'arcotangente. Tralasciando la valutazione di questi due elementi, in realtà molto rilevanti ma di difficile valutazione senza un confronto diretto del codice, le parti rimanenti dei due algoritmi si sbilanciano leggermente a favore della versione con compensazione dell'angolo: non è necessario, infatti, attuare un cambio di riferimento del flusso stimato in  $\hat{d} - \hat{q}$ . Si potrebbe porre l'obiezione per cui l'ultima versione richiede delle istruzioni di salto condizionale (*branch* in gergo), tuttavia queste sono altrettanto presenti negli altri casi per la gestione della saturazione.

A valle delle considerazioni compiute, si conclude che la versione che permetta dei risultati più proficui tenendo conto, contemporaneamente, di complessità, proprietà di *tracking*, robustezza ed efficienza di codice, risulta essere la struttura a compensazione sull'errore di angolo ricostruito. Pertanto sarà questa la versione presentata nel capitolo dei risultati sperimentali.

# Capitolo 5

## Fase *standstill*: operazioni funzionali all'avviamento

Come risulta necessario al fine di garantire il corretto funzionamento dell'algoritmo principale di controllo *sensorless*, si deve anche provvedere alla definizione di adeguate procedure di inizializzazione e gestione dei parametri del sistema. Si parte, per maggiore rilevanza funzionale al fine della corretta implementazione, dalla fase di inizializzazione, che consiste nel predisporre l'azionamento fisicamente (a livello di motore) o a livello di controllo affinché si possa portare in moto il rotore (avviamento). In linea di principio, esistono due direzioni percorribili: la prima, più evidente e semplice da implementare, consiste nel portare la posizione del rotore alla configurazione desiderata; in alternativa è possibile tentare l'individuazione della posizione attraverso specifiche tecniche di iniezione di armoniche mantenendo, al contempo, la parte meccanica ferma. Questi percorsi sono chiaramente caratterizzati da molte possibili versioni e aspetti differenti in base al tipo di applicazione, in cui risultano determinanti la struttura del motore controllato e il livello di complessità del software che ci si può permettere, oltre evidentemente al grado di precisione e ai tempi di risposta richiesti.

---

## 5.1 Allineamento del rotore

Le strategie di allineamento del rotore sono di per sé molto semplici e intuitive, pertanto non si dedicherà molto spazio per la loro trattazione, visto che guidate principalmente da ragionamenti pratici e di scarso rilievo metodologico, oltre ad essere già realizzate su ESC32. Il concetto fondamentale consiste nel polarizzare le tensioni in maniera tale da indurre una corrente a cui si allineerà l'asse  $d$  del rotore. L'unico lieve problema tecnico può essere costituito dal cono di attrito, ovverosia una regione di incertezza centrata sull'asse di allineamento desiderato provocata dall'attrito del cinematismo del rotore. Per ovviare a questo dettaglio, in genere comunque molto lieve se non addirittura trascurabile, è possibile imporre il raggiungimento dell'asse di allineamento tramite un transitorio controllato: in questo modo l'ampiezza del cono d'attrito risulta dimezzata. Infine, per evitare l'ulteriore eventuale problema di allineamento del motore nella configurazione opposta (nei casi pratici quasi impossibile, perché questo richiede un allineamento iniziale estremamente preciso), è possibile sfruttare due successive configurazioni di assestamento.

---

## 5.2 Identificazione della posizione iniziale

Questa tipologia di procedura presenta un notevole numero di alternative, visto che è stata trattata ed elaborata in versioni differenti da numerosi autori [17], [18], [19]. In generale, il principio fondante di questi algoritmi consiste nello sfruttamento dell'anisotropia della struttura magnetica del motore elettrico per andarne ad individuare gli assi principali, mentre successivamente si discrimina il verso corretto (rimuovendo l'incertezza iniziale pari a  $\pi$ ) attraverso ulteriori considerazioni su effetti di ordine superiore. Per riuscire a identificare correttamente queste caratteristiche, è triviale la considerazione di come sia necessario eccitare la parte elettrica del sistema fisico, questo in luce delle restrizioni tecnologiche di un'implementazione sensorless dell'azionamento. A causa di ciò, tuttavia, l'iniezione di segnali non adeguati potrebbe mettere il rotore in movimento, andando così a compromettere in maniera grave il risultato: per questa ragione, la scelta per cui tipicamente si opta è quella di ricorrere a segnali elettrici in alta frequenza, capaci di evidenziare perfettamente le caratteristiche elettromagnetiche di interesse e contemporaneamente posizionati sufficientemente al di fuori della banda passante della parte meccanica. Adottando questa strategia, la coppia risultante sul sistema è teoricamente mediamente nulla e di ampiezza molto piccola, dunque per un sistema in condizioni *standstill* è sufficiente un modesto coefficiente di attrito statico per garantire il mantenimento della posizione.

Nella parte successiva si intende mostrare la procedura classica che permette di pervenire ai metodi utilizzati nella quasi totalità della letteratura sull'argomento; in un secondo momento, invece, verrà presentato un approccio generalizzato che tenta di estendere e migliorare le tecniche attualmente usate.

Si suppone, per il momento, che la velocità meccanica del rotore sia idealmente nulla, mentre si assume, come già accennato, una struttura magnetica anisotropa. Introducendo il modello nel sistema di riferimento d - q:

$$\begin{aligned}u_d &= Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q \\u_q &= Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d + \omega \varphi_e \\T &= \frac{3}{2}p (\varphi_e i_q + L_d i_d i_q - L_q i_d i_q) = \frac{3}{2}p \varphi_e i_q + \frac{3}{2}p (L_d - L_q) i_d i_q\end{aligned}\tag{5.1}$$

Da notare come ora la presenza di due differenti valori di induttanza per i due assi vada a produrre anche una componente di coppia aggiuntiva. Dal lato pratico (e a partire da considerazioni di carattere fisico) è noto come  $L_q$  sia sempre maggiore di  $L_d$ . Per comodità, si ricorre ad una notazione

---

alternativa per i coefficienti di autoinduzione:

$$\begin{aligned} L &= \frac{L_q + L_d}{2} \\ \Delta L &= \frac{L_q - L_d}{2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Utilizzando ora la trasformazione di rotazione  $R(\vartheta)$  per riportare il modello nel sistema di riferimento in d - q a quello in  $\alpha - \beta$  e inoltre assumendo la velocità nulla, si perviene alla seguente espressione:

$$\begin{aligned} R(\vartheta)R^{-1}(\vartheta) \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} &= R(\vartheta)R_s R^{-1}(\vartheta) \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \\ &+ R(\vartheta) \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \left( R^{-1}(\vartheta) \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

Infine, poiché  $\vartheta$  è assunta costante,  $R^{-1}(\vartheta)$  può essere portato fuori dall'operatore di derivazione, permettendo di giungere ad una formula compatta (si introduce qui la notazione  $L - \Delta L$ ):

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L - \Delta L \cos(2\vartheta) & -\Delta L \sin(2\vartheta) \\ -\Delta L \sin(2\vartheta) & L + \Delta L \cos(2\vartheta) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Come già facilmente intuibile da queste espressioni, l'anisotropia della struttura è responsabile di termini spuri nella parte elettrica del sistema che dipendono dalla posizione angolare. Il fatto che  $\vartheta$  sia presente sempre moltiplicata per 2 è intuitivamente comprensibile: un modello induttivo dell'ordine sopra esposto può essere rappresentato come un'ellisse, i cui assi principali sono individuati dalla posizione angolare del rotore, tuttavia risulta impossibile distinguere il verso dei suddetti assi (Fig. 5.1). Per questa ragione, risulta necessario eliminare l'incertezza angolare pari a  $\pi$  sfruttando equazioni che rappresentino caratteristiche magnetiche di ordine superiore, tema che verrà toccato in forma autonoma in una parte successiva.

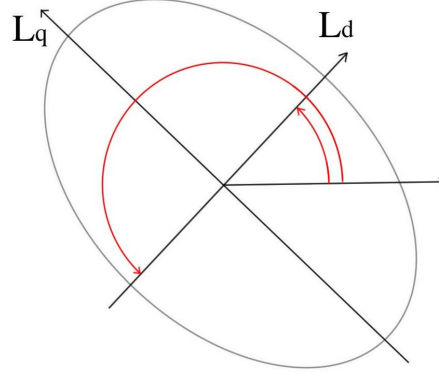
A questo punto si procede a introdurre le tecniche maggiormente presenti in letteratura che vadano a sfruttare queste espressioni, che si distinguono essenzialmente sulla base del segnale  $[u_\alpha \ u_\beta]^T$  iniettato.

### 5.2.1 Tecniche HFRV

Il termine rappresenta l'abbreviazione di *High Frequency Rotating Voltage*. In questo caso, come il nome già suggerisce, la scelta è:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \cos(\omega_h t) \\ \sin(\omega_h t) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$


---



**Figura 5.1:** Rappresentazione del comportamento induttivo (visualizzazione della rappresentazione elettrica) secondo il modello (5.3). L'ellisse raffigurata in grigio va interpretata come l'inerzia della corrente iniettata nella direzione corrispondente. In rosso sono evidenziate le due possibili stime della posizione a partire dalle tecniche basate sull'iniezione di armoniche

Se si assume ora che l'effetto di  $R_s$  sia trascurabile rispetto al peso degli altri termini coinvolti, si può ricavare la risposta della corrente a regime tramite una semplice inversione della matrice delle induttanze di statore.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{L^2 - \Delta L^2} \begin{bmatrix} L + \Delta L \cos(2\vartheta) & \Delta L \sin(2\vartheta) \\ \Delta L \sin(2\vartheta) & L - \Delta L \cos(2\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Inserendo la (5.4) nella (5.5) e integrando si giunge alla seguente relazione:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_h} \frac{U}{L^2 - \Delta L^2} \begin{bmatrix} L + \Delta L \cos(2\vartheta) & \Delta L \sin(2\vartheta) \\ \Delta L \sin(2\vartheta) & L - \Delta L \cos(2\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\omega_h t) \\ -\cos(\omega_h t) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Questa espressione può essere ulteriormente sviluppata per giungere ad una relazione compatta che metta in evidenza due componenti vettoriali, uno in rotazione alla velocità  $\omega_h$ , l'altro alla velocità  $-\omega_h$ : questi vettori verranno indicati come rotante e contro-rotante. Al fine di semplificare la notazione, siano:

$$I_+ = \frac{UL}{\omega_h (L^2 - \Delta L^2)} \quad I_- = \frac{U\Delta L}{\omega_h (L^2 - \Delta L^2)} \quad (5.7)$$

rispettivamente, l'ampiezza dei componenti rotante e contro-rotante. Si giunge infine alla risposta a regime della corrente:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = I_+ \begin{bmatrix} \sin(\omega_h t) \\ -\cos(\omega_h t) \end{bmatrix} - I_- \begin{bmatrix} \sin(-\omega_h t + 2\vartheta) \\ -\cos(-\omega_h t + 2\vartheta) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

---

Appare ora evidente come l'informazione relativa alla posizione angolare sia contenuta esclusivamente nel vettore contro-rotante, dunque una strategia opportuna consiste nel filtraggio del componente rotante, al fine di poter estrarre direttamente  $2\vartheta$ , tuttavia vi sono alcune problematiche da affrontare.

In primo luogo, il filtraggio può essere effettuato solo a seguito di una adeguata modulazione, ottenibile tramite l'uso di un *Synchronous Reference Frame Filter* (SRFF), che consiste in questo caso in una semplice matrice di rotazione di un angolo pari a  $-\omega_h t$ . Seguendo infatti esattamente lo stesso ragionamento che permette di pervenire alla trasformazione per il modello d - q, un sistema di riferimento rotante posto a velocità  $\omega_h$  vede il componente rotante costante, mentre quello contro-rotante a velocità  $-2\omega_h$ : per ottenere la matrice associata occorre individuare i vettori ottenuti dalla trasformazione della base  $\alpha - \beta$  che, essendo fissa, appare al nuovo riferimento come rotante a velocità  $-\omega_h$ . Per questa ragione, il SRFF coincide con  $R(-\omega_h t)$ . Come appare evidente, è sufficiente introdurre un filtro passa-alto per eliminare il vettore rotante e successivamente un secondo SRFF complementare al primo (ovverosia  $R(\omega_h t)$ ) per ottenere il vettore contro-rotante nel riferimento originario.

Il secondo elemento di criticità consiste nell'ampiezza di  $I_-$  che, se troppo piccola, rischia di portare ad un rapporto segnale-rumore troppo basso da garantire una precisione soddisfacente. Da questo punto di vista i gradi di libertà sono purtroppo limitati: visto che ci si potrà aspettare un  $\Delta L$  molto piccolo (nei casi peggiori la differenza può essere inferiore allo 0.1% della media), le uniche possibilità sono incrementare  $U$  o decrementare  $\omega_h$ . Entrambe queste variabili sono tuttavia vincolate per varie cause:  $U$ , innanzitutto, non può superare il valore della tensione di alimentazione (in realtà meno, vista la tipica attuazione trifase che richiede duty-cycle positivi) e, in caso di ampiezze troppo grandi, rischierebbe di indurre correnti eccessive per il motore;  $\omega_h$ , dal canto suo, se portata a valori bassi, provocherebbe la generazione di una coppia che metterebbe in moto il rotore. Bisogna inoltre ricordare che una velocità di rotazione eccessivamente bassa porta inevitabilmente anche ad un incremento del peso della resistenza di statore, rendendo la (5.5) troppo approssimata rispetto alla (5.3).

Supponendo di avere a disposizione un segnale soddisfacente per il componente contro-rotante, e indicando il risultato della precedente operazione di filtraggio  $[i_{\alpha F} \ i_{\beta F}]^T$ , il metodo preferito per isolare l'informazione angolare e porla in forma di errore, noto come *heterodyning*, consiste nell'assegnare una stima della posizione angolare  $\hat{\vartheta}$ , dopodiché attuare la seguente trasformazione:

$$\varepsilon(\hat{\vartheta} - \vartheta) = i_{\alpha F} \cos(-\omega_h t + 2\hat{\vartheta}) + i_{\beta F} \sin(-\omega_h t + 2\hat{\vartheta}) = I_- \sin(2\hat{\vartheta} - 2\vartheta) \quad (5.9)$$



---

Grazie a questa operazione, ora è possibile garantire tramite un semplice algoritmo di annullamento dell'errore, noto come algoritmo di *tracking*, di ottenere rapidamente un'informazione affidabile sulla posizione iniziale. Indicando l'errore di inseguimento  $\Delta\vartheta = \hat{\vartheta} - \vartheta$ ,

$$\dot{\hat{\vartheta}} = f(\varepsilon) \quad (5.10)$$

Garantendo che  $f$  abbia un punto di equilibrio asintoticamente stabile nell'origine,  $\Delta\vartheta$  converge di conseguenza. A livello di design della (5.10) vi sono molti gradi di libertà, un possibile esempio relativamente semplice:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\vartheta}} &= -k_p \varepsilon, & k_p &> 0 \\ \Delta\dot{\vartheta} &= -k_p I_- \sin(2\Delta\vartheta) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Essendo la seconda equazione governata da una funzione dispari nell'intervallo  $d = ] -\pi; \pi/2[$ , il quale contiene l'origine, una possibile funzione di Lyapunov  $V = (1/2)(\Delta\vartheta)^2$  risulta essere trivialmente caratterizzata da  $\dot{V} < 0$ ,  $\forall 2\Delta\vartheta \in d$ . Per la precisione, si è evitato di includere le configurazioni pari a  $\pm\pi$  perché queste si traducono in configurazioni di equilibrio instabile: infatti è possibile individuare all'interno della periodicità di  $\sin(2\Delta\vartheta)$  quattro configurazioni di equilibrio, di cui due instabili e due stabili (queste sono indifferenti e discriminabili sono con il calcolo della polarità). La (5.11) è ben nota in letteratura come equazione di un oscillatore generalizzato.

### 5.2.2 Tecniche HFPV

Il nome, in questo caso, consiste nell'abbreviazione di *High Frequency Pulsating Voltage*. La tecnica consiste nell'iniezione di un'armonica di tensione ad alta frequenza esclusivamente nella direzione della stima dell'asse  $d$ . Pertanto, indicando con  $\hat{d} - \hat{q}$  il sistema di riferimento stimato:

$$\begin{bmatrix} u_{\hat{d}} \\ u_{\hat{q}} \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \cos(\omega_h t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Per ottenere la risposta in corrente, innanzitutto si ricorre alla stessa approssimazione della tecnica HFRV, ovvero si suppone che la resistenza di statore sia trascurabile all'interno dell'equazione dinamica, arrivando così nuovamente alla (5.5). Per poter usufruire dell'equazione dinamica in  $\alpha - \beta$ , risulta prima necessario trasformare il segnale iniettato nel sistema di riferimento indicato:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R(\hat{\vartheta}) \begin{bmatrix} u_{\hat{d}} \\ u_{\hat{q}} \end{bmatrix} = U \cos(\omega_h t) \begin{bmatrix} \cos \hat{\vartheta} \\ \sin \hat{\vartheta} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

---

Come risulta infatti evidente, la matrice di trasformazione  $R$  corrisponde ad una rotazione in senso antiorario:

$$R(\hat{\vartheta}) = \begin{bmatrix} \cos \hat{\vartheta} & -\sin \hat{\vartheta} \\ \sin \hat{\vartheta} & \cos \hat{\vartheta} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Integrando, applicando la matrice di trasformazione inversa  $R^{-1}(\hat{\vartheta})$  e semplificando le espressioni trigonometriche, si giunge alla seguente risposta:

$$\begin{bmatrix} i_{\hat{d}} \\ i_{\hat{q}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_h} \frac{U}{L^2 - \Delta L^2} \sin(\omega_h t) \begin{bmatrix} L + \Delta L \cos(2\Delta\vartheta) \\ -\Delta L \sin(2\Delta\vartheta) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

dove, esattamente come nella tecnica HFRV,  $\Delta\vartheta = \hat{\vartheta} - \vartheta$ . Appare dunque evidente il fatto che l'algoritmo di *tracking* abbia come obiettivo quello di annullare la corrente su  $\hat{q}$ , ottenendo così un annullamento dell'errore sulla stima. Indicando con  $H_{LP}(s)$  la funzione di trasferimento di un filtro passa-basso opportunamente scelto,

$$\varepsilon(\Delta\vartheta) = H_{LP}(s) i_{\hat{q}} \sin(\omega_h t) \simeq -\frac{1}{\omega_h} \frac{U}{L^2 - \Delta L^2} \Delta L \sin(2\Delta\vartheta) \quad (5.16)$$

Dunque:

$$\dot{\hat{\vartheta}} = f(\varepsilon) \quad (5.17)$$

È ancora una volta sufficiente, ai fini della convergenza, inserire un semplice guadagno proporzionale ad  $\varepsilon$  (ottenendo una struttura analoga alla (5.11), anche se ribaltata di segno per questioni di stabilità), anche se in linea di principio qualunque funzione che mantenga l'origine asintoticamente stabile è lecita.

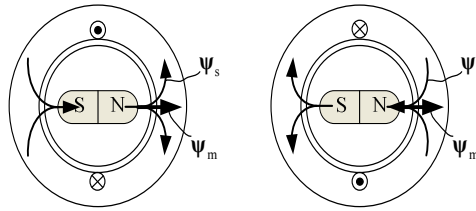
Esattamente come nella precedente tecnica, emergono problemi relativi alla qualità della stima nel caso in cui l'anisotropia della struttura sia relativamente bassa.

### 5.2.3 Identificazione della polarità

Per brevità di trattazione, vista la complessità legata all'eventuale introduzione di un modello adatto a descrivere i comportamenti magnetici del secondo ordine, in questa sezione si passerà direttamente alla descrizione di un esempio di algoritmo in grado di discriminare la posizione [17].

Il principio fisico che giustifica il metodo scelto può essere facilmente descritto mediante valutazioni fisiche intuitive. Supponendo di aver già ottenuto il valore  $\hat{\vartheta}$  di convergenza fornito da una delle tecniche esposte in

5.2.1, 5.2.2, si procede ad iniettare una tensione pulsante lungo la suddetta direzione. Come conseguenza del verso del flusso di induzione magnetica del rotore (per riscontro, vedi Fig.5.2), se la corrente che si trova a scorrere nelle armature risulta sufficientemente elevata, questa porterà in saturazione il ferromagnete quando l'eccitazione sarà di verso coincidente con il flusso di rotore (i due componenti si sommano essendo di segno concorde), mentre rimarrà nella regione di funzionamento lineare quando i versi risulteranno discordi (in questo caso i componenti si sottraggono). Una semplice tecnica



**Figura 5.2:** Differenza nell'influenza della corrente di eccitazione sul flusso complessivo agente sul ferromagnete [17]. A sinistra, i versi concordi producono un campo complessivo che, se di ampiezza adeguata, porta il sistema alla saturazione rendendo il coefficiente di autoinduzione inferiore rispetto alla situazione di destra.

per correggere il valore di  $\hat{\vartheta}$  risulta dunque essere:

$$\hat{\vartheta}' = \begin{cases} \hat{\vartheta} & i_{\hat{d}1} > i_{\hat{d}2} \\ \hat{\vartheta} + \pi & i_{\hat{d}1} < i_{\hat{d}2} \end{cases} \quad (5.18)$$

dove  $i_{\hat{d}1}$  e  $i_{\hat{d}2}$  sono rispettivamente la corrente iniettata nel verso corrispondente a  $\hat{\vartheta}$  e quella iniettata con verso opposto. Ancora una volta, l'assunzione implicita per il funzionamento del suddetto algoritmo risulta essere l'approssimazione a 0 della resistenza statorica, il che risulta accettabile solo per frequenze della tensione iniettata particolarmente elevate.

Come già sottinteso nell'introduzione, per quanto riguarda la scelta del metodo di identificazione della polarità esistono numerose varianti [20], [21]. Molte di queste, vista la particolare natura matematica della soluzione, ricordano approcci legati al controllo *bang-bang*, e sono molto spesso in grado di agire in parallelo con la prima fase dell'algoritmo perché pensati per un'identificazione online.

## 5.2.4 Soluzione dell'equazione di Sylvester

Si intende ora superare l'approccio classico introducendo uno strumento di analisi più approfondita che, supponendo di rimanere nelle condizioni ideali

---

precedentemente definite (motore fermo, rapporto segnale rumore accettabile), può portare in linea teorica a risultati notevolmente più precisi. Prima di giungere alla soluzione, si procede ad illustrare le motivazioni che rendono valida l'analisi. Riportando la (5.3) nella rappresentazione standard nello spazio degli stati (si indica con  $\mathbf{L}_{\alpha\beta}$  la matrice di induttanza nel sistema di riferimento statico  $\alpha - \beta$ ):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = -R_s \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Dove, per richiamare ulteriormente i risultati dei precedenti paragrafi, si è posto:

$$\mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} = \frac{1}{L^2 - \Delta L^2} \begin{bmatrix} L + \Delta L \cos(2\vartheta) & \Delta L \sin(2\vartheta) \\ \Delta L \sin(2\vartheta) & L - \Delta L \cos(2\vartheta) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Dalla teoria dei sistemi è noto come un input prodotto da un sistema esterno autonomo, chiamato esosistema, caratterizzato dal fatto di essere marginalmente stabile, porta lo stato a convergere ad un segnale legato alla soluzione di un'equazione di Sylvester (si legga l'approfondimento per i dettagli). Visto che nelle tecniche precedentemente introdotte il motore viene pilotato da segnali periodici, è possibile assumere che questi in realtà siano generati virtualmente proprio da un esosistema con le caratteristiche sopra esposte. In particolare, l'equazione del caso HFRV si può scrivere nella seguente forma:

$$\mathbf{X}\Omega = -R_s \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \quad (5.21)$$

dove  $\Omega$  è la matrice di stato che definisce l'esosistema e  $\mathbf{X}$  è la matrice incognita. Supponendo di aver posto correttamente  $\mathbf{X}$  in base alla struttura del segnale iniettato, è allora possibile ricavare la risposta a regime della corrente:  $[i_\alpha \ i_\beta]^T = \mathbf{X}[u_\alpha \ u_\beta]^T$ . Questo risultato è garantito dal fatto che  $-R_s \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1}$  è asintoticamente stabile, dunque le condizioni sufficienti per il teorema di Sylvester (assenza di coincidenza degli spettri, vedi l'approfondimento) sono rispettate.

Per il caso HFRV l'esosistema risulta molto semplice da modellare:

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_h \\ \omega_h & 0 \end{bmatrix} w \quad w(0) = w_0 \quad (5.22)$$

$$u = w$$

Il sistema considerato porta chiaramente ad una soluzione a regime conforme alla (5.4), ovvero sia avente la stessa struttura, ma con modulo e fase determinati dalla condizione iniziale  $w_0$ . In particolare,  $w_0 = [U \ 0]^T$  permette di pervenire esattamente all'espressione indicata.

---

**Approfondimento: convergenza di sistemi alimentati da esosistemi marginalmente stabili**

Siano dati il sistema nella variabile di stato  $x$  e l'esosistema nella variabile  $w$ :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Fx + Gu & x(0) &= x_0 \\ \dot{w} &= Sw & w(0) &= w_0 \\ u &\equiv w\end{aligned}$$

A partire da queste due equazioni, si consideri l'equazione di Sylvester nella variabile  $\Pi$ :

$$\Pi S = F\Pi + G$$

Si assuma che  $S$  sia marginalmente stabile, allora:

1.  $\exists \Pi$ , soluzione dell'equazione di Sylvester, sse  $\sigma(F) \cap \sigma(S) = \emptyset$  o  $F$  asintoticamente stabile
2. se  $F$  è asintoticamente stabile, allora  $\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) - \Pi w(t)] = 0$ , indipendentemente dalle condizioni iniziali.

La dimostrazione del secondo punto è triviale, infatti basta considerare  $z = x - \Pi w$ , allora:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Fx + Gw - \Pi S w \\ \dot{z} &= Fz + [F\Pi + G - \Pi S]w \\ \dot{z} &= Fz\end{aligned}$$

---

Questa rappresentazione nel sistema di riferimento  $\alpha - \beta$ , tuttavia, risulta particolarmente pesante, sia per la struttura della matrice  $\mathbf{L}_{\alpha\beta}$ , sia per la difficoltà di estensione alla tecnica HFPV. Appare oltretutto fuori discussione una difficoltà nella generalizzazione del metodo di stima in un riferimento stazionario scorrelato sia dalla posizione reale che da quella stimata del rotore. Oltre a voler infatti superare i limiti precedentemente evidenziati nell'uso di iniezione di armoniche secondo le strategie HFRV e HFPV, ci si vuole interrogare sulla possibilità di fare uso di una nuova tipologia di segnale di input, più versatile e adeguata al nuovo framework controllistico. Per poter sfruttare appieno le potenzialità delle equazioni di Sylvester, oltre a semplificare notevolmente i calcoli, si ricorrerà da questo punto in avanti esclusivamente a rappresentazioni in  $d - q$  o  $\hat{d} - \hat{q}$ . Per iniziare, la rappresentazione in  $d - q$  (in questo caso, si ricorre alla notazione semplificata  $x = [i_d \ i_q]^T$ ,  $u = [u_d \ u_q]^T$ ):

$$\dot{x} = -R_s \mathbf{L}^{-1} x + \mathbf{L}^{-1} u \quad (5.23)$$

Dove

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

A questo punto, per ritrovare il metodo HFRV è sufficiente ricordare che i segnali in  $\alpha - \beta$  possono essere trasformati in  $d - q$  attraverso  $R(-\vartheta) = R^T(\vartheta)$ . Qui di seguito si mostrano le conseguenze della risoluzione dell'equazione di Sylvester per il suddetto caso (per maggiori informazioni sull'algoritmo di risoluzione simbolica delle equazioni di Sylvester, si veda l'approfondimento).

Seguendo la notazione usata in [22]:

$$\begin{aligned} A &= \frac{R_s}{L_d L_q} \begin{bmatrix} L_q & \\ & L_d \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} & \omega_h \\ -\omega_h & \end{bmatrix} \\ C &= \frac{1}{L_d L_q} \begin{bmatrix} L_q \cos(\vartheta) & L_q \sin(\vartheta) \\ -L_d \sin(\vartheta) & L_d \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Di conseguenza, i polinomi caratteristici di A e B sono, rispettivamente:

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \lambda^2 - (L_q + L_d)\lambda + L_q L_d \\ q(\lambda) &= \lambda^2 + \omega_h^2 \end{aligned} \quad (5.26)$$

---

**Approfondimento: soluzione polinomiale delle equazioni di Sylvester [22]**

Sia data l'equazione

$$AX - XB = C$$

dove  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $X, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . siano  $p(\lambda)$  e  $q(\lambda)$ , rispettivamente, i polinomi caratteristici di  $A$  e  $B$ :

$$p(\lambda) = \lambda^m + \alpha_{m-1}\lambda^{m-1} + \dots + \alpha_0$$

$$q(\lambda) = \lambda^n + \beta_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \beta_0$$

si indica inoltre  $\alpha_m = \beta_n = 1$ . Allora, se la soluzione dell'equazione di Sylvester è unica,

$$X = [q(A)]^{-1}\eta(A, C, B)$$

dove

$$\eta(A, C, B) = \sum_{k=1}^n \beta_k \eta(k-1, A, C, B)$$

$$\eta(k, A, C, B) = \sum_{i=0}^k A^{k-i} C B^i$$

Per maggiori informazioni sulle condizioni di validità di questo algoritmo, sulla dimostrazione del teorema o per ulteriori metodi di soluzione (anche se metodi numerici), si rimanda al riferimento già indicato nel titolo dell'approfondimento.

La soluzione  $X$  dell'equazione di Sylvester è pertanto:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{L_d^2}{L_d^2\omega^2 + R_s^2} & 0 \\ 0 & \frac{L_q^2}{L_q^2\omega^2 + R_s^2} \end{bmatrix} M$$
$$M = \frac{R_s}{(L_d L_q)^2} \begin{bmatrix} L_q^2 \cos \vartheta & L_q^2 \sin \vartheta \\ -L_d^2 \sin \vartheta & L_d^2 \cos \vartheta \end{bmatrix} + \frac{1}{L_d L_q} \begin{bmatrix} -\omega_h L_q \sin \vartheta & \omega L_q \cos \vartheta \\ -\omega L_d \cos \vartheta & -\omega L_d \sin \vartheta \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Semplificando:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{R_s \cos \vartheta - \omega_h L_d \sin \vartheta}{L_d^2 \omega^2 + R_s^2} & \frac{R_s \sin \vartheta + \omega_h L_d \cos \vartheta}{L_d^2 \omega^2 + R_s^2} \\ -\frac{R_s \sin \vartheta + \omega_h L_q \cos \vartheta}{L_q^2 \omega^2 + R_s^2} & \frac{R_s \cos \vartheta - \omega_h L_q \sin \vartheta}{L_q^2 \omega^2 + R_s^2} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Ora si può verificare direttamente quale sia la risposta risultante a seguito di un'eccitazione come quella in (5.4), riportando poi ovviamente il risultato nel riferimento  $\alpha - \beta$ .

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R_s \cos(\vartheta - \omega_h t)}{L_d^2 \omega^2 + R_s^2} - \frac{\omega_h L_d \sin(\vartheta - \omega_h t)}{L_d^2 \omega^2 + R_s^2} \\ -\frac{R_s \sin(\vartheta - \omega_h t)}{L_q^2 \omega^2 + R_s^2} - \frac{\omega_h L_q \cos(\vartheta - \omega_h t)}{L_q^2 \omega^2 + R_s^2} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

---

Al fine di giungere a risultati significativi si ricorrerà alle seguenti equivalenze laddove necessario:

$$\begin{aligned}
L_q &= L + \Delta L \\
L_d &= L - \Delta L \\
D &= (L_d^2 \omega^2 + R_s^2)(L_q^2 \omega^2 + R_s^2)
\end{aligned} \tag{5.30}$$

Si procede dunque a mostrare esclusivamente il termine  $i_\alpha$ , visto che lo svolgimento porta a risultati molto simili e intuibili per l'altra componente.

$$\begin{aligned}
i_\alpha &= U \left[ \frac{R_s^3}{D} + \frac{\omega_h^2 R_s}{D} (L^2 + \Delta L^2) \right] \cos(\omega_h t) + \\
&+ U \left[ \frac{\omega_h^3 L_d L_q L}{D} + \frac{\omega_h R_s^2 L}{D} \right] \sin(\omega_h t) + \\
&+ U \frac{2R_s \omega_h^2 L \Delta L}{D} \cos(2\vartheta - \omega_h t) + \\
&- U \left[ \frac{\omega_h^3 L_d L_q \Delta L}{D} - \frac{\omega_h R_s^2 \Delta L}{D} \right] \sin(2\vartheta - \omega_h t)
\end{aligned} \tag{5.31}$$

Alcune considerazioni che devono essere compiute sono innanzitutto come la soluzione permetta di pervenire alla (5.8) ponendo  $R_s$  a zero e come l'ampiezza della componente in fase con la precedente  $I_-$  sia diminuita. Ora il vettore contro-rotante risulta sfasato, pertanto appare chiaro il fatto che eseguire l'operazione di *heterodyning* porti inevitabilmente ad un *bias* della stima. Riproponendo la precedente espressione in forma semplificata e aggiungendo quella per l'altra componente:

$$\begin{aligned}
i_\alpha &= I_1 \cos(\omega_h t) + I_2 \sin(\omega_h t) + I_3 \cos(2\vartheta - \omega_h t) - I_4 \sin(2\vartheta - \omega_h t) \\
i_\beta &= I_1 \sin(\omega_h t) - I_2 \cos(\omega_h t) + I_3 \sin(2\vartheta - \omega_h t) + I_4 \cos(2\vartheta - \omega_h t)
\end{aligned} \tag{5.32}$$

Applicando i *SRFF* e il metodo di *heterodyning*:

$$\varepsilon(\Delta\vartheta) = i_{\alpha F} \cos(-\omega_h t + 2\hat{\vartheta}) + i_{\beta F} \sin(-\omega_h t + 2\hat{\vartheta}) = I_3 \cos(2\Delta\vartheta) + I_4 \sin(2\Delta\vartheta) \tag{5.33}$$

Questo risultato pone chiaramente in evidenza il bias che viene a prodursi sulla stima nel caso si sfrutti lo stesso algoritmo di tracking usato in precedenza: il sistema, se asintoticamente stabile, si assesterà nella configurazione per cui  $I_3 \cos(2\Delta\vartheta) = -I_4 \sin(2\Delta\vartheta)$ , producendo evidentemente una famiglia di punti di equilibrio tali che  $\Delta\vartheta \neq 0$ . Per la precisione, è possibile ottenere i valori dei punti di equilibrio ribaltando l'identità, operazione possibile per  $\cos(2\Delta\vartheta) \neq 0$  (notando inoltre che lo spazio delle soluzioni ricavato dal sottinsieme dei valori esclusi è vuoto, poichè porta a  $I_4 = 0$ , configurazione che



---

risulta possibile solo in un caso limite non fisicamente realizzabile).

$$\begin{aligned}\tan(2\Delta\vartheta) &= -\frac{I_3}{I_4} \\ 2\Delta\vartheta &= -\tan^{-1}\left(\frac{I_3}{I_4}\right) + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ \Delta\vartheta &= -\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{I_3}{I_4}\right) + k\frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}\end{aligned}\tag{5.34}$$

Si è giunti dunque a quattro distinte configurazioni di equilibrio, tuttavia è sufficiente analizzarne due (si ricordi il discorso della polarità del rotore): per questi ci si aspetterà di trovare una configurazione stabile ed una instabile. Per verificarlo in maniera formale è sufficiente linearizzare sull'intorno delle due configurazioni di equilibrio, tenendo conto del fatto che  $I_4$  è in quasi tutti i casi pratici molto maggiore di  $I_3$  per cui  $\tan^{-1}(I_3/I_4) \simeq I_3/I_4$ :

$$\begin{aligned}k \simeq -2\frac{I_3^2}{I_4} - 2I_4 < 0 \quad \Delta\vartheta &= -\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{I_3}{I_4}\right) \\ k \simeq 2\frac{I_3^2}{I_4} + 2I_4 > 0 \quad \Delta\vartheta &= -\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{I_3}{I_4}\right) + \frac{\pi}{2}\end{aligned}\tag{5.35}$$

Dove con  $k$  si è indicata la matrice di stato (in questo caso uno scalare) dell'algoritmo di tracking linearizzato. Si noti che i coefficienti  $I_3$  e  $I_4$  sono stati supposti positivi, tuttavia questa condizione è sempre verificata solo per  $I_3$ : affinché anche  $I_4$  sia positivo, è necessario che  $\omega_h^2 > (R_s^2)/(L^2 - \Delta L^2)$ , il che equivale a  $\omega_h > 1/\tau_{el}$ , dove si è indicato con  $\tau_{el}$  la costante di tempo elettrica del motore. Rispettare con un discreto margine un simile vincolo non è solamente indicato per ottenere consistenza nell'identificazione, ma anche per evitare di sollecitare eccessivamente il sistema del motore, azione che provocherebbe un innalzamento del livello di corrente, con conseguente generazione di una coppia che porterebbe il motore in movimento. Se questa condizione sulla velocità non risultasse verificata, sarebbe sufficiente ribaltare il segno di  $k$ , con evidente scambio di ruolo tra i due punti di equilibrio, tuttavia si tratta di una scelta di design sconsigliata ed evitabile largamente in quasi tutte le situazioni pratiche, se con motori estremamente veloci e hardware particolarmente limitato. La zona di funzionamento suggerita si trova nella regione centrale dell'intervallo descritto a seguire:

$$\omega_h = \frac{2\pi}{T_h} \in \left[ \frac{1}{\tau_{el}}; \frac{\pi}{T_s} \right]\tag{5.36}$$

dove  $T_s$  è il tempo di campionamento dell'azionamento e  $T_h$  è l'intervallo di periodicità delle sinusoidi iniettate (nota: il limite superiore è dettato dal

---

teorema del campionamento, anche se in casi di grande discrepanza tra il segnale reale e quello ricostruito diventa probabilmente più conveniente passare ad un modello a tempo discreto). Si nota che comunque un ulteriore grado di libertà consiste nell'ampiezza  $U$  della tensione usata, tuttavia si tiene a precisare che vi sono serie controindicazioni ad abbassare troppo il suo valore per impedire che il rotore venga eccitato, infatti è sempre essenziale mantenere un accettabile rapporto segnale-rumore.

Avendo dunque ora a disposizione il valore del *bias* che viene prodotto dall'osservatore, è possibile utilizzare dei metodi di stima che permettano di compensarlo. Un aspetto piuttosto interessante è che la stima della posizione porterà sempre a dei valori più bassi rispetto a quelli reali (più alti per bassa velocità del segnale iniettato), aspetto che può risultare conveniente per questioni di fasatura necessarie nella fase di avviamento.

Per ritrovare il metodo HFPV, invece, occorre introdurre il seguente segnale di input nella (5.23):

$$u = R(\hat{\vartheta} - \vartheta)Hw$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

La matrice  $H$  serve ad iniettare il segnale sinusoidale esclusivamente attraverso l'asse  $\hat{d}$ . Per brevità i dettagli della computazione, perfettamente analoghi al caso precedente, verranno omessi per arrivare direttamente al risultato di interesse.

$$i_{\hat{d}} = U \left( \frac{R_s^3}{D} + \frac{R_s \omega_h^2 (L^2 + \Delta L^2)}{D} \right) \cos(\omega_h t) +$$

$$+ U \left( \frac{R_s^2 \omega_h L}{D} + \frac{\omega_h^3 L_q L_d L}{D} \right) \sin(\omega_h t) +$$

$$+ U \frac{2R_s \omega_h^2 L \Delta L}{D} \cos(2\Delta\vartheta) \cos(\omega_h t) +$$

$$+ U \left( \frac{\omega_h^3 L_q L_d \Delta L}{D} - \frac{R_s^2 \omega_h \Delta L}{D} \right) \cos(2\Delta\vartheta) \sin(\omega_h t) \quad (5.38)$$

$$i_{\hat{q}} = -U \frac{2R_s L \Delta L \omega_h^2}{D} \sin(2\Delta\vartheta) \cos(\omega_h t) +$$

$$+ U \left( \frac{R_s^2 \omega_h \Delta L}{D} - \frac{\omega_h^3 L_q L_d \Delta L}{D} \right) \sin(2\Delta\vartheta) \sin(\omega_h t)$$

dove  $D$  è lo stesso termine dell'analisi precedente. Come si può notare, anche in questo caso la risposta in alta frequenza presenta termini aggiuntivi rispetto alla situazione ideale, che può essere facilmente ritrovata ponendo

---

$R_s = 0$ . A differenza della tecnica HFRV, tuttavia, la stima non subisce alcun tipo di *bias*, anche se bisogna nuovamente prestare attenzione alla costante di tempo elettrica del motore. Se infatti la velocità coincidesse con il suo inverso, non sarebbe possibile portare avanti l'identificazione usando la moltiplicazione per il seno, tuttavia moltiplicando per il coseno il risultato resta invariato ad ogni velocità. Nelle successive simulazioni si indagherà se l'incremento del numero di stime che può essere condotto possa garantire maggiore robustezza, velocità di convergenza e attuabilità anche a velocità inferiori. Una questione che desta inevitabilmente preoccupazione è la possibilità di movimenti indotti, pertanto per esprimere un giudizio sulle due tipologie di attuazione bisogna chiarire quale risulti meno invasiva.

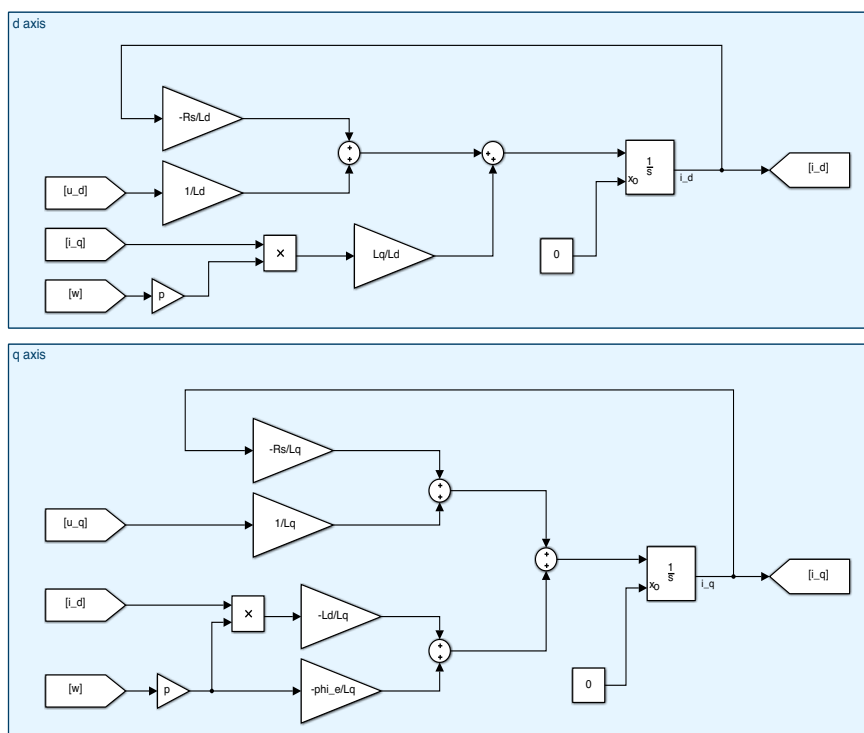
### 5.2.5 Identificazione in presenza di moto del rotore

Per poter comprendere in maniera corretta il motivo di attenzione in questo ambito, può essere utile chiarire il senso con cui si intende “moto del rotore”. Vi sono infatti due possibili situazioni di interesse pratico: la prima, già abbastanza toccata in letteratura [21] e del tutto compatibile con l'analisi finora condotta, consiste nella verifica che l'uso di iniezione di armoniche permetta l'identificazione anche in condizioni non di riposo del motore. Dall'altro lato vi è un aspetto molto rilevante per le tecniche di identificazione *standstill*: l'analisi degli effetti del moto indotto dall'iniezione di armoniche.

La questione del moto del rotore verrà tenuta comunque in considerazione secondaria, e si lascia spazio per analisi metodologiche approfondite in eventuali studi successivi.

---

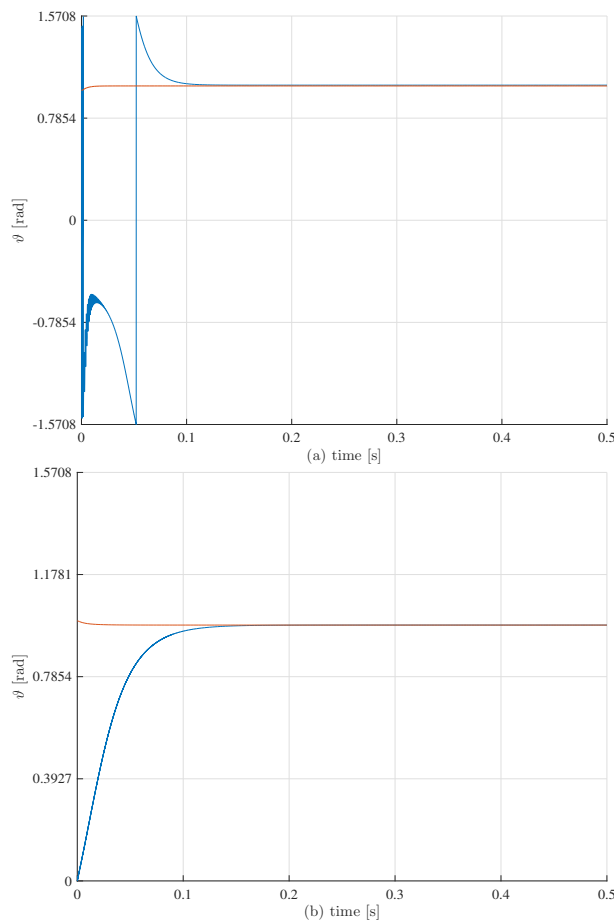
## 5.3 Modelli implementativi e prove di simulazione



**Figura 5.3:** Implementazione Simulink delle equazioni in  $d - q$  di un motore a magneti permanenti a poli salienti e FEM sinusoidale. Sono evidenziate, tramite blocchi separati, le equazioni dei due corrispondenti assi. Per maggiori gradi di libertà nella complessità delle simulazioni, si è scelto di rendere le condizioni iniziali della corrente dei parametri impostabili.

Come per le altre funzionalità dell'azionamento, anche in questo caso i modelli e gli algoritmi discussi sono stati implementati nell'ambiente di sviluppo *Simulink* al fine di verificarne il funzionamento e la significatività. Innanzitutto si presenta il modello del motore. L'implementazione di Fig. 5.3 risulta essere la semplice rappresentazione di un PMSM a poli salienti nel sistema di riferimento  $d - q$  che è stata introdotta con la (5.1).

Sono dunque presentati i risultati simulativi per le tecniche standard che sono state introdotte. In Fig. 5.4 sono mostrati i risultati sia per il metodo HFRV che HFPV, dove si possono apprezzare alcune delle caratteristiche che sono state portate alla luce dall'analisi e da intuizioni precedenti, tra cui una presenza di *bias* sulla stima HFRV e movimenti indotti sul rotore dall'iniezione. C'è da aggiungere, come nota di interesse metodologico, che le stime mostrate sono state ottenute imponendo guadagni relativamente elevati, aspetto che è potenzialmente in grado di provocare seri problemi di robustezza, se non addirittura di stabilità.



**Figura 5.4:** Tecniche di iniezione di armoniche a confronto. In rosso la posizione angolare reale, in blu quella stimata (a): HFRV. Si noti come non ci sia un avvicinamento asintotico della stima al valore reale. (b): HFPV. In entrambi i casi è degno di nota lo spostamento indotto nella prima fase di iniezione di armoniche: questo comportamento è prevedibile perché le correnti, prima di raggiungere la configurazione a regime rotante a valor medio nel tempo nullo, passano attraverso un transitorio che genera una coppia non nulla.

Sarà obiettivo di potenziali futuri lavori andare ad indagare quali pos-

---

sano essere gli eventuali benefici in termini di velocità e robustezza offerti dalla riformulazione del problema nell'ottica di Sylvester. Si anticipa, come intuibile dal passaggio ad un approccio vicino alla teoria dei sistemi, che potrebbe essere proficuo indagare la possibilità di costruire un osservatore adattativo, eventualmente di struttura non-lineare.

---

## 5.4 Algoritmi di Self-Commissioning

Conclusa la procedura di inizializzazione esposta nella Sezione 5.2, si suppone di avere a disposizione un valore affidabile e sufficientemente accurato della posizione del rotore. Per poter passare alla fase di avviamento e all'algoritmo di controllo principale, risulta necessario avere informazioni anche sui parametri del motore: questi sono essenziali per la parte di funzionamento nominale perché l'approccio è qui palesemente *model-based*, oltre a trattarsi di informazioni determinanti per le eventuali procedure di diagnosi.

Teoricamente è possibile svolgere questo compito secondo differenti filosofie metodologiche. L'approccio *black-box*, innanzitutto, abbandona completamente qualsiasi tentativo di modellazione fisica, e pertanto risulta essere molto indipendente dal contesto applicativo e diretto da applicare, ma può fornire talvolta risultati poco comprensibili; le tecniche *white-box*, o *model-based*, basano invece la loro strategia esclusivamente su assunzioni fisico-matematiche compiute a priori. Usare un metodo *white-box* potrebbe risultare una scelta sensata in un contesto in cui la struttura tecnologica nel suo complesso, in linea di principio, sia nota, ma inevitabilmente subisce tutte le ricadute dovute ad una scelta di un modello non adeguato, soprattutto considerata la tipica difficoltà ad inferire una struttura fedele al sistema fisico reale. Dall'altro lato, tuttavia, ogniqualvolta i risultati di un approccio *model-based* siano confrontabili con le tecniche di identificazione per qualità, le prime saranno molto spesso preferibili per le performance dinamiche, anche se occorre una trattazione opportuna di disturbi e rumori (la reiezione dei quali consiste invece un aspetto fondante dei metodi *black-box*). Risulta intuibile come in realtà le due strategie non siano incompatibili tra loro, pertanto molto spesso si può ricorrere a schemi intermedi tra i due estremi, denominati approcci *grey-box*, al fine di trarre strategicamente vantaggio di conoscenze a priori sul sistema senza perdere l'intrinseca robustezza ai disturbi e alle incertezze.

Nel contesto in esame, si è optato per esplorare gli approcci *black-box*, vista l'evidente semplicità strutturale. L'obiettivo, come oramai sarà chiaro, è quello di sfruttare la dinamica elettrica per andare a stimare resistenza e induttanza statorica, visto che questi sono gli unici parametri che possono essere stimati in fase *standstill*, trascurando in questo contesto l'aspetto legato all'anisotropia del motore. Questa trattazione sarà molto breve, soprattutto considerato il fatto che il problema è stato affrontato solamente nella sua fase embrionale, ovvero sia semplificando notevolmente le ipotesi sul modello fisico, su disturbi e rumori e sulla catena di acquisizione. Per esempi di sviluppi più approfonditi, si vedano [23], [24], [25]. Si assuma che il motore sia idealmente fermo, che le letture di tensione e corrente siano non affette

---

da incertezze, mentre sul modello sia agente un processo stocastico dato, per porsi in un caso sufficientemente generico, da un rumore bianco elaborato da un processo ARMA (*Auto-Regressive-Moving-Average*), quest'ultimo avente sia poli in comune che separati dal modello del sistema. In altre parole, il modello di riferimento è costituito da un ARARMAX, ovverosia una struttura del seguente tipo:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + e(t), \quad D(z^{-1})e(t) = C(z^{-1})w(t) \quad (5.39)$$

dove  $w(t)$  è un rumore bianco a media nulla.

Poiché la dinamica elettrica è esprimibile attraverso il seguente modello del primo ordine:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}i + \frac{1}{L_s}u(t) \quad (5.40)$$

allora è possibile ricavare il modello discreto mediante procedure molto diverse tra loro, ma di cui una di esse è esatta. Partendo dalla più semplice discretizzazione, ovverosia Eulero in avanti (e inserendo la parte stocastica), si ottiene il seguente modello:

$$i(t) = \left(1 - \frac{T_s R_s}{L_s}\right) i(t-1) + \frac{T_s}{L_s} u(t-1) + e(t) \quad (5.41)$$

Questa soluzione è molto diretta e semplice da sfruttare, tuttavia si tratta di un'approssimazione e, in quanto tale, accettabile solo per valori di  $T_s$  sufficientemente piccoli.

La versione alternativa esatta consiste invece nel modello a segnali campionati:

$$i(t) = e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}} i(t-1) + \frac{1}{R_s} \left(1 - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}}\right) u(t-1) + e(t) \quad (5.42)$$

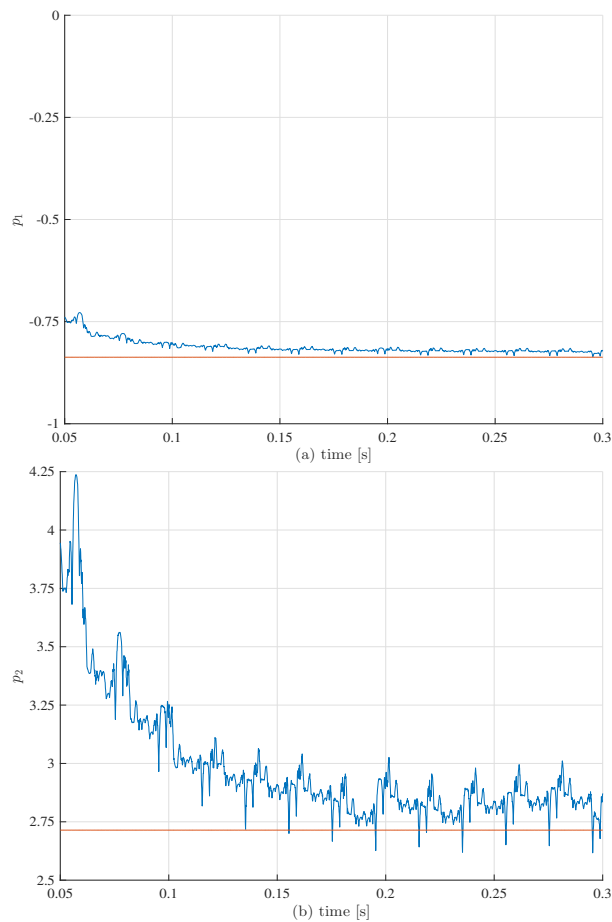
Si noti come lo sviluppo in serie di Taylor della funzione esponenziale fermata al primo ordine  $(1 - T_s R_s / L_s)$  permetta di ottenere direttamente l'approssimazione di Eulero in avanti. La scelta di implementare tra una versione o l'altra dipende principalmente dalle esigenze dell'algoritmo: da un lato, l'approssimazione di Eulero consente di ricavare velocemente i parametri reali, anche se il risultato può essere troppo impreciso; dall'altro la discretizzazione esatta, se condotta sul modello dell'errore giusto, è consistente sulla stima, tuttavia il ribaltamento della formula per ricavare i parametri  $L_s - R_s$  può essere dispendiosa a causa dell'uso di una funzione logaritmica.

Si presentano ora i risultati di simulazione ottenuti applicando il classico algoritmo della variabile strumentale, in cui si è scelto di usare gli input ritardati come vettore di strumenti e la discretizzazione esatta per la verifica della



---

convergenza. Per semplicità, primo e secondo parametro sono stati indicati rispettivamente con  $p_1$  e  $p_2$ , mentre le loro stime sono  $\hat{p}_1$  e  $\hat{p}_2$ . Il segnale di input, vista l'efficacia che dimostra nell'identificazione e la semplicità implementativa a livello software, è una coppia di segnali sinusoidali (invece di più onerosi algoritmi per la generazione di PRBS o processi ARMA, anche se possono portare a stime di qualità migliore). Si è scelto, infine, per mostrare le proprietà di convergenza accettabili della variabile strumentale in un contesto verosimile all'implementazione, di utilizzare una versione ricorsiva: la convenienza si rivela nello spazio di memoria occupato molto limitato, a differenza delle procedure *batch*.



**Figura 5.5:** Identificazione dei parametri del modello elettrico tramite variabile strumentale. In rosso il valore reale, in blu quello stimato. (a):  $p_1$  e  $\hat{p}_1$  a confronto. (b):  $p_2$  e  $\hat{p}_2$  a confronto.

La stima presenta un leggero *bias*, come si può apprezzare soprattutto in  $\hat{p}_2$ . Questo è dovuto, inevitabilmente, alla presenza di un errore non

---

completamente stocastico e in parte non lineare. Per questa ragione, questi risultati sono considerati solo uno studio preliminare su un tema che dimostra complessità e profondità molto maggiori rispetto alla struttura apparente mostrata in precedenza in questa sezione.

## Capitolo 6

# Traduzione degli algoritmi di controllo in codice per microcontrollore

La codifica degli algoritmi *sensorless* descritti, vista la particolare architettura su cui si ha intenzione di compiere l'implementazione, richiede particolare attenzione sotto vari profili tecnici che, molte volte, soprattutto nella programmazione software, passano in secondo piano. Le esigenze che devono essere soddisfatte qui non sono solamente di correttezza metodologica ma anche di efficienza, sia temporale che di spazio occupato in memoria. Si ricorda, infatti, che la piattaforma implementativa è costituita da un microcontrollore dotato di capacità di calcolo e memoria limitate su cui si intende costruire un'architettura *real-time*: per questa ragione la funzionalità stessa del sistema viene messa a repentaglio se i tempi di esecuzione risultano eccessivi, oltre a deteriorare la qualità dei sistemi dinamici implementati (tempi di campionamento maggiori, con tutte le conseguenze che ne derivano). La memoria costituisce in realtà un vincolo solo teorico, visto che lo spazio della *Flash* è sfruttato, con un *firmware* di test con controllo BLDC, circa al 50%; tuttavia è rilevante continuare a considerare la minimizzazione dello spazio occupato tra gli obiettivi di progetto, così da incrementare la versatilità del codice prodotto.

Per perseguire questa politica di efficienza di velocità di calcolo e spazio occupato e precisione del risultato, si è valutata la possibilità di una transizione da elaborazione *floating-point* a *fixed-point*, il tutto al fine di meglio adattarsi alla mancanza di un'unità *floating-point* nel microcontrollore. Se da un lato l'uso delle variabili a virgola mobile è estremamente comodo e immediato, dall'altro lato la virgola fissa permette un deciso abbattimento dei tempi di esecuzione. A valle di un'attenta valutazione dei benefici e del-

---

le difficoltà ad essa legate, la scelta è ricaduta per un'implementazione a virgola fissa.

L'uso di questa tipologia di strategia di elaborazione richiede molta attenzione perché una errata scelta di scalatura, come si esporrà meglio in seguito, può compromettere l'intera funzionalità dell'algoritmo. Questo capitolo è dunque dedicato alla descrizione degli strumenti, sia concettuali che software, che possono permettere la sintesi di codice *fixed-point* efficiente, senza dover prestare eccessiva attenzione alle problematiche di scalatura e di gestione di funzioni non algebriche, tra cui per esempio le funzioni trigonometriche.

## 6.1 Aritmetica e codifica *fixed-point*

Innanzitutto una breve introduzione al concetto della rappresentazione *fixed-point*. I valori *floating-point*, per cominciare, sono caratterizzati da dati che contengono all'interno un valore che veicola il significato (*mantissa*), con posizione della virgola fissa, e un esponente, dunque il valore effettivo è espresso come una potenza nella base di rappresentazione. Per chiarire meglio il concetto sfruttando una notazione standard:

$$val = \frac{m}{b^{p-1}} b^e \quad (6.1)$$

dove  $m$  è la *mantissa*,  $p$  è la precisione (valore costante)  $b$  è la base di rappresentazione ed  $e$  è l'esponente. Un esempio pratico è quello dei valori **float** usati in C: i dati a 32 bit contengono 1 bit di segno, 8 bit di esponente e 23 bit espliciti di *mantissa*, la precisione è 24 e chiaramente la base è binaria (prestare attenzione al fatto che in realtà il valore è moltiplicato per  $2^{(e-127)}$  per avere gli ordini di grandezza centrati). Grazie a questa forma molto versatile di rappresentazione e un'aritmetica supportata quasi universalmente per ogni linguaggio e target di compilazione, i dati a virgola mobile sono estremamente maneggevoli ma caratterizzati da problemi di arrotondamento e, se non supportati da hardware dedicato, anche molto lenti nell'elaborazione.

Dall'altro lato, i dati a virgola fissa sfruttano le risorse native del microcontrollore che si ha a disposizione in questa applicazione. Visto che il linguaggio di programmazione è il C, da qui in avanti si condurrà un'analisi incentrata su di esso. Innanzitutto per i dati è sufficiente l'uso di semplici **int**, che possono essere scelti sia *signed* che *unsigned* e della lunghezza desiderata (non oltre i 32 bit per garantire i vincoli sulle elevate performance visto che si tratta della lunghezza nativa). La rappresentazione della virgola è implicita, ovverosia viene assunta costante per il dato a disposizione per tutta la durata del funzionamento a meno che non si decida di modificarla durante

---

l'esecuzione, ma è un'azione sconsigliata. Il dato viene interpretato dunque nel seguente modo:

$$val = sb^e \quad (6.2)$$

dove  $s$  è il dato grezzo ed  $e$  è l'esponente implicito. La posizione della rappresentazione, in questo modo, risulta essere arbitraria, tuttavia la precisione è limitata alla finestra di bit costituita dalla dimensione del dato: a differenza dunque del *floating-point*, che adatta la propria posizione sulla base delle cifre significative del dato, il *fixed-point* può trovarsi facilmente in situazioni di *overflow-underflow* se la virgola si trova troppo a sinistra o, al contrario, subire perdite di precisione se si trova troppo a destra.

Affidando alla prossima sezione il ruolo di mostrare come evitare di incorrere in simili problematiche, si presenta ora una breve esposizione di come operare sui dati a virgola fissa. Per chiarire la notazione, si fa uso dell'espressione  $\mathbf{fl\ x}$  (*fraction length*), dove  $x$  è  $-e$ , ovvero sia la distanza tra la posizione della virgola e la cifra meno significativa del dato, assumendo valori positivi quando la virgola si trova più a sinistra.

### cambio della virgola

In questo caso è sufficiente operare uno *shift* del dato, rispettivamente a sinistra per incrementare la lunghezza frazionaria o a destra per diminuirla. A titolo di esempio:

```
// esempio di assegnamento del valore contenuto in a ad
// altri dati di lunghezza frazionaria diversa
int a; // fl 10
int b; // fl 20
int c; // fl 5
a = read_input(); // lettura da un input fittizio
b = a << 10;
c = a >> 5;
```

Come si può vedere, la virgola è del tutto implicita e decisa in fase di progettazione.

### addizioni e sottrazioni

Questa famiglia di operazioni risulta essere triviale a partire da quella precedente:

```
// esempio di somma di dati a lunghezza frazionaria diversa
int a; // fl 10
int b; // fl 20
int c; // fl 5
a = read_input_1(); // lettura da un input fittizio
```

---

```
|| b = read_input_2(); // lettura da un input fittizio
|| c = (a >> 5) + (b >> 15);
```

## moltiplicazioni

Il ragionamento dato dai precedenti casi può essere qui esteso, ricordando però che il prodotto di due dati a  $n$  bit produrrà un nuovo dato a  $2n$  bit con lunghezza frazionaria pari alla somma delle lunghezze frazionarie. Per massimizzare l'efficienza, si sfrutta il casting esplicito ad una variabile temporanea di lunghezza doppia, per poi operare lo *shift* per portare alla rappresentazione corretta.

```
|| // esempio di prodotto di valori a virgola fissa
|| int a; // fl 10
|| int b; // fl 15
|| int c; // fl 20
|| a = read_input_1(); // lettura da un input fittizio
|| b = read_input_2(); // lettura da un input fittizio
|| c = ((long int) a * b) >> 5; // a * b --> fl 25, dunque
||     necessita di una conversione da fl 25 a fl 20
```

## funzioni trigonometriche

Per questi elementi esistono due distinte strategie risolutive: l'uso di LUT (*look-up-table*) o l'implementazione dell'algoritmo CORDIC (*COordinate ROtation DIgital Computer*).

Il primo caso consiste semplicemente nella costruzione di una mappa tra i valori di input e quelli di output: il vettore risultante deve essere memorizzato in maniera permanente nel microcontrollore per poter così consentire l'accesso e lo sfruttamento quando necessario. Il grande vantaggio di questo approccio è chiaramente la velocità di esecuzione: se come indice della mappa si usa direttamente l'intero che rappresenta l'angolo in *fixed-point*, allora l'operazione richiede complessivamente soltanto il tempo di accesso in memoria. Vi è, tuttavia, la necessità di dover dedicare uno spazio molto ampio nel microcontrollore per la sola LUT: ad esempio, per una precisione di  $2^{10}$  valori in  $90^\circ$  (dunque  $2^{12}$  valori nel giro completo) con output a 32 bit è necessaria una tabella di 4 kB.

Dall'altro lato, l'algoritmo CORDIC consiste in un algoritmo iterativo basato sulla rotazione di un vettore di ampiezza unitaria di angoli progressivi che, attraverso la somma, approssimino il più possibile l'input. Il valore di output è trivialmente costituito dalle coordinate del vettore ruotato. Per semplificare numericamente le rotazioni si ricorre alla sequenza di angoli data

---

da:

$$\vartheta_i = \arctan(2^{-i}) \quad (6.3)$$

in questo modo le moltiplicazioni per la rotazione si trasformano in semplici *shift*. L'algoritmo CORDIC richiede dunque complessivamente un tempo di esecuzione maggiore e la memorizzazione di una tabella di angoli per la ricostruzione di lunghezza pari al numero di iterazioni. Una questione degna di analisi e che potrebbe richiedere ulteriori indagini in sedi future consiste proprio nel valutare quali siano le condizioni per cui una LUT sia superiore al CORDIC e vice-versa. Intuitivamente, comunque, si nota che il CORDIC ha un tempo di esecuzione che scala proporzionalmente con la precisione e una memoria occupata che non scala (la tabella non è significativa in relazione al codice), mentre le LUT hanno un tempo di esecuzione minimo che non scala ma una memoria occupata che cresce esponenzialmente con la precisione. Si può dunque affermare che il CORDIC sia più adeguato per algoritmi leggermente più lenti ma ad alta precisione, l'esatto opposto delle LUT.

## 6.2 Generazione automatica di codice ottimizzato

Come si è potuto vedere nella precedente sezione, la manipolazione di variabili a virgola fissa richiede particolare attenzione nella scelta della lunghezza fissa frazionaria. Una dimensione eccessiva rischia di provocare fenomeni di *underflow* e *overflow*, mentre una lunghezza inferiore al valore ottimo comporta un'inevitabile perdita di precisione: queste problematiche verranno sinteticamente riferite come *scaling* delle variabili. A parte i casi più semplici in cui i segnali possono essere scalati staticamente per dei limiti fisici o strutturali (per esempio, gli angoli soggetti a *wrap* o le costanti), la difficoltà intrinseca dello *scaling* può richiedere l'uso di strumenti automatizzati, metodo più semplice ed efficiente per codice di grandi dimensioni.

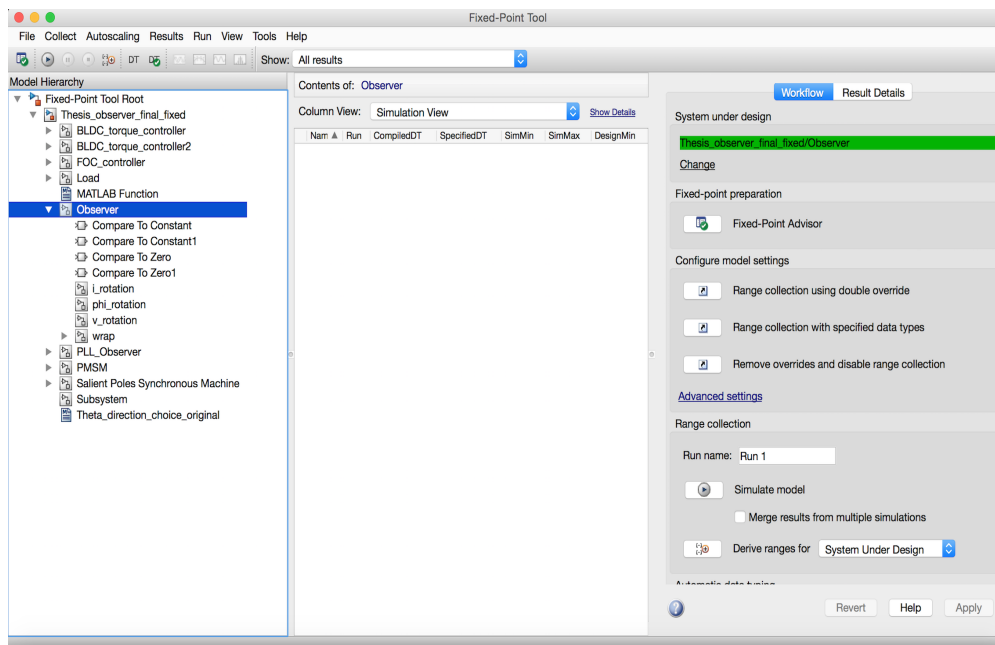
L'ambiente di sviluppo *Matlab* presenta, al suo interno, tutti gli strumenti per assolvere al compito di produrre codice direttamente implementabile. Innanzitutto, la conversione a *fixed-point* può essere condotta mediante il componente aggiuntivo *Fixed-Point-Toolbox*, il quale permette di convertire i parametri di blocchi *Simulink* selezionati sulla base dei dati di simulazione raccolti. Per avere un'idea dell'interfaccia resa disponibile da questo strumento, si veda Fig. 6.1. All'interno di questo toolbox sono resi a disposizione strumenti di predisposizione degli schemi, *scaling* scelto sulla base di vari indici di desiderabilità e verifica che le tolleranze di precisione vengano rispettate. Prima di iniziare ad attuare la conversione, si consigliano alcuni

---

passaggi operativi rivolti a semplificare la fruibilità e, successivamente, la semplicità di lettura del codice risultante:

1. indicare con nomi leggibili e ben distinguibili tutte le variabili rilevanti, tra cui tutte le variabili di stato (indicativamente, ogni uscita dei blocchi di ritardo);
2. non utilizzare funzioni implementate direttamente in codice: queste dovranno essere sostituite perché non compatibili con il toolbox;
3. interfacciare ogni input e output del blocco da convertire con il rimanente ambiente di simulazione con blocchi di conversione;
4. optare, dovunque possibile, per operazioni scalari: questo risulterà più efficiente nelle fasi posteriori alla conversione;
5. utilizzare nomi quanto più comprensibili possibile per guadagni e altri blocchi funzionali.

Una volta concluse queste operazioni si può procedere alla conversione seguendo i passaggi guidati del toolbox (*Fixed-Point Advisor*). Vista la semplicità e l'ampia documentazione online, non è necessario approfondire ulteriormente i dettagli di questa operazione. Il solo aspetto degno di nota



**Figura 6.1:** Interfaccia del toolbox per *scaling* in *fixed-point*.



---

consiste nella scelta delle simulazioni per la raccolta dei dati: per aumentare l'efficienza del risultato e la rapidità di conversione, si suggerisce l'uso di un contesto in grado di esplorare in maniera soddisfacente tutto lo spazio degli stati del modello.

A seguire si procede con il secondo passaggio cruciale per la traduzione dell'algoritmo: la generazione automatica di codice. Per questa parte si sfrutta un ulteriore toolbox, chiamato *Simulink Coder* (un'estensione dello strumento *Matlab Coder*). Le operazioni, in questo caso, sono estremamente semplici, visto che oltre alla generazione, gestita in maniera completamente automatica, è sufficiente "istruire" il modello sui formati da utilizzare per la rappresentazione dei dati. Per compiere questa operazione è sufficiente accedere al pannello di implementazione hardware, accessibile dalle impostazioni di simulazione. Nel caso di ESC32, vista la dimensione dei dati nativa pari a 32 bit, è necessario specificare il supporto dell'*Instruction Set* per il formato *long* a 64 bit per le moltiplicazioni: per questo, si consiglia di utilizzare un target "custom" e inserire direttamente le specifiche corrispondenti. Bisogna prestare molta attenzione alla scelta del target corretto, altrimenti si rischia la generazione di codice inefficiente.

L'output della generazione è costituito da molti file di supporto, chiaramente non necessari nella caso di utilizzo diretto all'interno dei firmware. Come ultima nota, si deve comunque prestare attenzione al fatto che il codice potrebbe comunque avere elementi non efficienti od ottimali: per questo si consiglia, date le capacità attuali del toolbox di generazione automatica di codice, di verificare attentamente che il testo prodotto presenti la forma desiderata.

---

# Capitolo 7

## Attività implementativa e sperimentale

Questo capitolo finale costituisce la prova di validità ed efficacia delle tecniche *sensorless* studiate in forma metodologica all'interno di questa tesi. L'ottica in prospettiva consiste infatti nel rapido sviluppo di un'efficiente architettura software real-time in grado di ospitare tutte le funzioni necessarie al controllo FOC con osservatore per fornire i segnali di feedback: dunque la necessità di fornire informazioni in tempi brevi che avvalorino i risultati teorici risulta molto vincolante. Per semplicità e per tentare di focalizzare la trattazione sugli aspetti maggiormente rilevanti, vengono qui presentati i dettagli dell'implementazione del solo osservatore modificato ispirato alla struttura dei filtri complementari, lasciando le operazioni secondarie a lavori posteriori.

Come già si ha avuto modo di appurare all'interno del Capitolo 4, la struttura che a livello simulativo ha presentato le migliori caratteristiche di velocità di assestamento e robustezza ai disturbi è l'osservatore PLL "aumentato" con un'azione di feedback basata sulla posizione angolare fornita dai flussi di rotore ricostruiti per integrazione dei segnali elettrici. Per fornire, in continuità con il metodo espositivo adottato in precedenza, un confronto tra la versione originale e quella nuova anche a livello sperimentale, entrambi gli osservatori sono stati testati nelle medesime condizioni e confrontati in molti dei segnali più rilevanti.

---

## 7.1 Descrizione del setup sperimentale

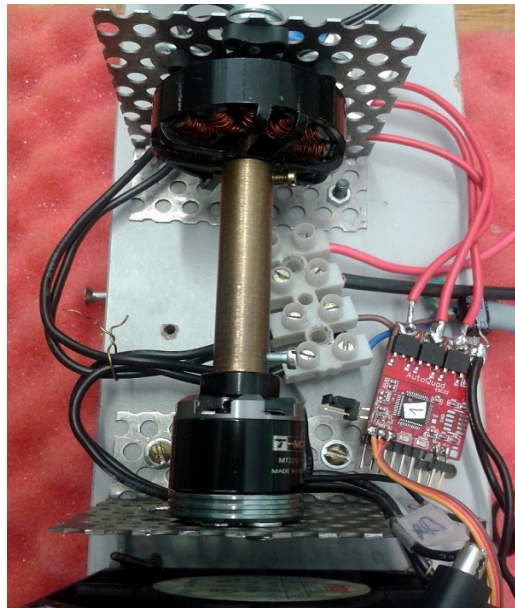
Come già introdotto, si è deciso di condurre le prove sfruttando il microcontrollore ESC32, totalmente sprovvisto di sensori di corrente per le singole fasi e, pertanto, in grado di ospitare soltanto un controllo BLDC: tutto questo perché il FOC, non producendo delle correnti legate strutturalmente al metodo di pilotaggio, non consente di avere informazioni complete sul sistema in assenza di sensori specifici. Traendo vantaggio dalla particolare forma del controllo BLDC, invece, e sfruttando le informazioni provenienti dai partitori resistivi, dallo stato del controllo (ovverosia il valore del sestante fornito dall'algoritmo di *zero-crossing*) e dalla lettura in istanti opportuni della corrente di *shunt* è possibile ottenere una ricostruzione approssimata dell'intero stato elettrico del motore. Il codice per eseguire il *dispatch* di tensioni e correnti, qui riportato nella versione *floating-point* per maggiore chiarezza espositiva, è il seguente (localizzato attualmente all'interno dell'handler del *SysTick*, insieme al codice dell'osservatore vero e proprio):

```
// BLDC signals dispatch
v_n = (avgA * ADC_TO_OBS + avgB * ADC_TO_OBS + avgC *
      ADC_TO_OBS) / 3;
switch (bldc_step) {
    case 1: // + - 0
        v_a = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_b = 0;
        v_c = avgC * ADC_TO_OBS;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_center;
        u_b = v_b - v_center;
        i_a = avgAmps;
        i_b = -avgAmps;
        break;
    case 2: // 0 - +
        v_a = avgA * ADC_TO_OBS;
        v_b = 0;
        v_c = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_n;
        u_b = v_b - v_center;
        i_a = 0;
        i_b = -avgAmps;
        break;
    case 3: // - 0 +
        v_a = 0;
        v_b = avgB * ADC_TO_OBS;
```

```

        v_c = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_center;
        u_b = v_b - v_n;
        i_a = -avgAmps;
        i_b = 0;
        break;
    case 4: // - + 0
        v_a = 0;
        v_b = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_c = avgC * ADC_TO_OBS;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_center;
        u_b = v_b - v_center;
        i_a = -avgAmps;
        i_b = avgAmps;
        break;
    case 5: // 0 + -
        v_a = avgA * ADC_TO_OBS;
        v_b = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_c = 0;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_n;
        u_b = v_a - v_center;
        i_a = 0;
        i_b = avgAmps;
        break;
    case 6: // + 0 -
        v_a = avgVolts * (float)fetActualDutyCycle
            / fetPeriod;
        v_b = avgB * ADC_TO_OBS;
        v_c = 0;
        v_center = (v_a + v_b + v_c - v_n) / 2;
        u_a = v_a - v_center;
        u_b = v_b - v_n;
        i_a = avgAmps;
        i_b = 0;
        break;
    default:
        u_a = 0;
        u_b = 0;
        i_a = 0;
        i_b = 0;
        break;
}

```



**Figura 7.1:** Setup sperimentale usato per testare l'algoritmo dell'osservatore. Si noti la presenza sia del motore *custom* che del motore commerciale per droni

Dal lato invece del sistema fisico oggetto dell'analisi, la struttura utilizzata è quella di Fig. 7.1. Avendo a disposizione due differenti tipologie di motore per droni, ovverosia il PMSM custom e il *Tiger Motor MT2212-16 - KV 750*, gli algoritmi sono stati testati per entrambi (nonostante maggiore attenzione sia stata rivolta al motore custom).

L'architettura mostrata in figura, per chiarire, è stata sfruttata anche per condurre i test sperimentali che hanno prodotto i segnali di FEM sinusoidale usati per avvalorare l'avvio dello sviluppo metodologico di un controllo FOC *sensorless*. Tra le attuali funzioni utilizzabili per portare avanti gli esperimenti, vi era la possibilità di scegliere tra pilotare il motore con un controllo di velocità oppure direttamente sfruttando un'assegnazione di *duty-cycle*: per garantire maggiore vicinanza di condizioni tra framework sperimentale e simulativo, si è optato per la seconda versione, maggiormente ripetibile e analizzabile.

Si presenta, dunque, il codice di test usato (ancora una volta, nella versione *floating-point*):

```
// abc --> alpha-beta
u_alpha = u_a;
u_beta  = (u_a + 2 * u_b) / 1.732f;
i_alpha = i_a;
i_beta  = (i_a + 2 * i_b) / 1.732f;
```

---

```

// open loop integration
phi_s_alpha += Tc * (u_alpha - Rs * i_alpha);
phi_s_beta += Tc * (u_beta - Rs * i_beta);
phi_r_alpha = phi_s_alpha - Ls * i_alpha;
phi_r_beta = phi_s_beta - Ls * i_beta;

// high pass filter
filter_y_alpha = phi_r_alpha - filter_x_alpha;
filter_y_beta = phi_r_beta - filter_x_beta;
filter_x_alpha += 200 * Tc * filter_y_alpha;
filter_x_beta += 200 * Tc * filter_y_beta;

// angle wrap
if (theta > pi)
    theta = theta - 2 * pi;
else if (theta < -pi)
    theta = theta + 2 * pi;
if(theta_mec > pi)
    theta_mec = theta_mec - 2 * pi;
else if(theta_mec < -pi)
    theta_mec = theta_mec + 2 * pi;

// alpha-beta --> d-q
sine_function = sinf(theta);
cosine_function = cosf(theta);
u_d = cosine_function * u_alpha + sine_function * u_beta;
u_q = -sine_function * u_alpha + cosine_function * u_beta;
i_d = cosine_function * i_alpha + sine_function * i_beta;
i_q = -sine_function * i_alpha + cosine_function * i_beta;
phi_r_d = cosine_function * filter_y_alpha + sine_function
    * filter_y_beta;
phi_r_q = -sine_function * filter_y_alpha + cosine_function
    * filter_y_beta;

// angle reconstruction
theta_r_old = theta_r;
theta_r = atan2(phi_r_q, phi_r_d);
var_theta_r = theta_r - theta_r_old;
if (var_theta_r > pi)
    var_theta_r = var_theta_r - 2 * pi;
else if (var_theta_r < -pi)
    var_theta_r = var_theta_r + 2 * pi;
if ((var_theta_r > 0) && (theta_r < 0))
    theta_r = theta_r + 2*pi;
if ((var_theta_r < 0) && (theta_r > 0))
    theta_r = theta_r - 2*pi;

// observer
i_d_tilde = i_d - i_d_hat;

```

---

---

```

i_q_tilde = i_q - i_q_hat;
A_hat += Tc * (-Ls * K1 * Kp * i_q_tilde);
i_d_hat += Tc * (-Rs / Ls * i_d + omega * i_q + u_d / Ls +
    Kp * i_d_tilde);
i_q_hat += Tc * (-Rs / Ls * i_q - omega * i_d + (u_q -
    A_hat) / Ls + Kp * i_q_tilde);
omega_bar += Tc * (gamma_obs / Ls / Kp * A_hat * i_d_tilde
    + 100 * theta_r); // new obs
// omega_bar += Tc * (gamma_obs / Ls / Kp * A_hat *
    i_d_tilde); // old obs
omega = omega_bar + K2 / Ls / Kp * A_hat * i_d_tilde;
theta += Tc * omega;

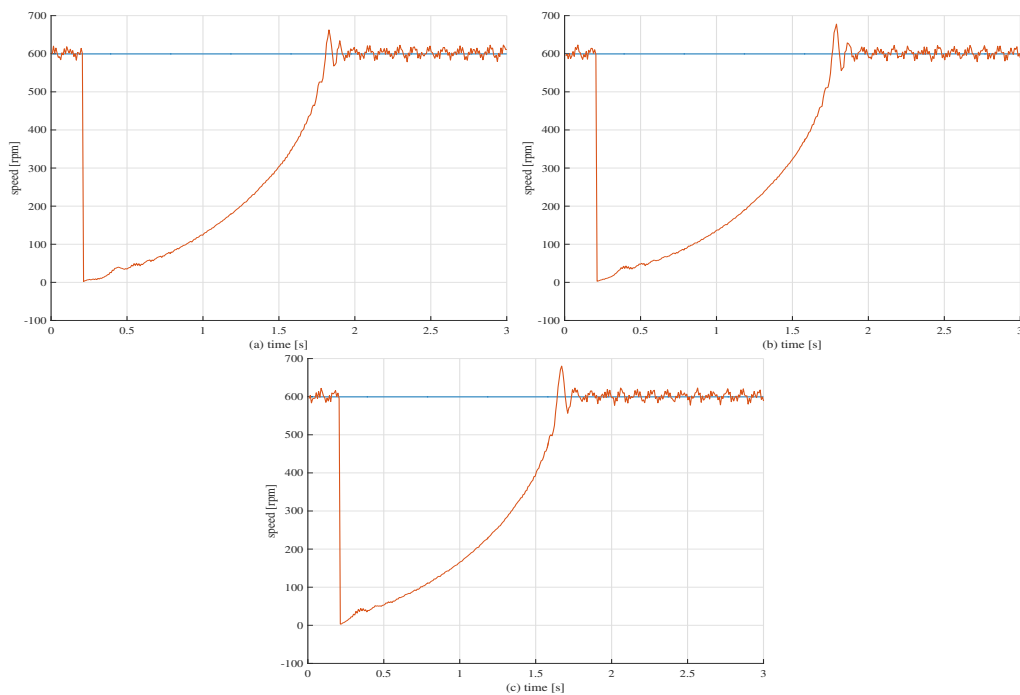
```



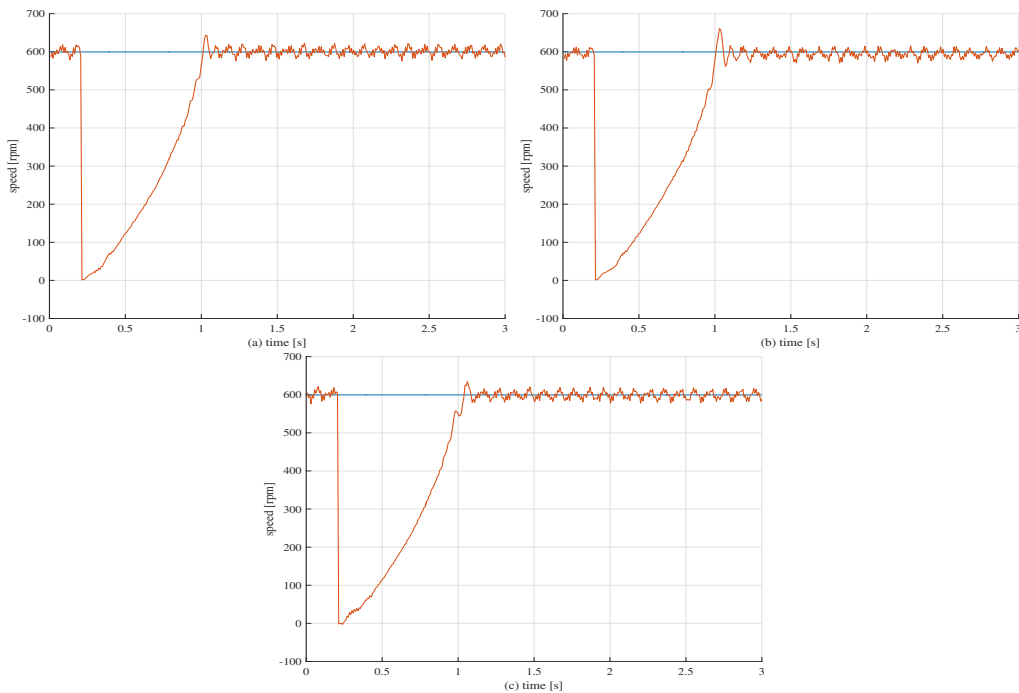
---

## 7.2 Risultati sperimentali e confronto con attese di simulazione

A seguire si mostrano i risultati ottenuti da test condotti assegnando direttamente un *duty-cycle* al motore (con pilotaggio BLDC). Per evidenziare maggiormente le prestazioni degli algoritmi e per ridurre al minimo gli effetti delle non-idealità del controllo si è deciso, invece di utilizzare dei gradini di velocità, di attuare dei gradini per lo stato dell'osservatore: in altre parole, mantenendo lo stato del controllo costante, si è andato ad operare un azzeramento delle variabili stimate. Questo, da un punto di vista operativo, è equivalente ad un'accensione dell'osservatore in una situazione in cui il motore è già in movimento oppure ad una repentina variazione di parametri fisici come flusso di rotore o carico collegato. Si sottolinea che i campioni sono stati acquisiti a una frequenza di  $1.5kHz$  con una decimazione pari a 12 (in altre parole, un *downsampling* dei valori registrati per poter aumentare la finestra temporale a parità del numero di campioni).

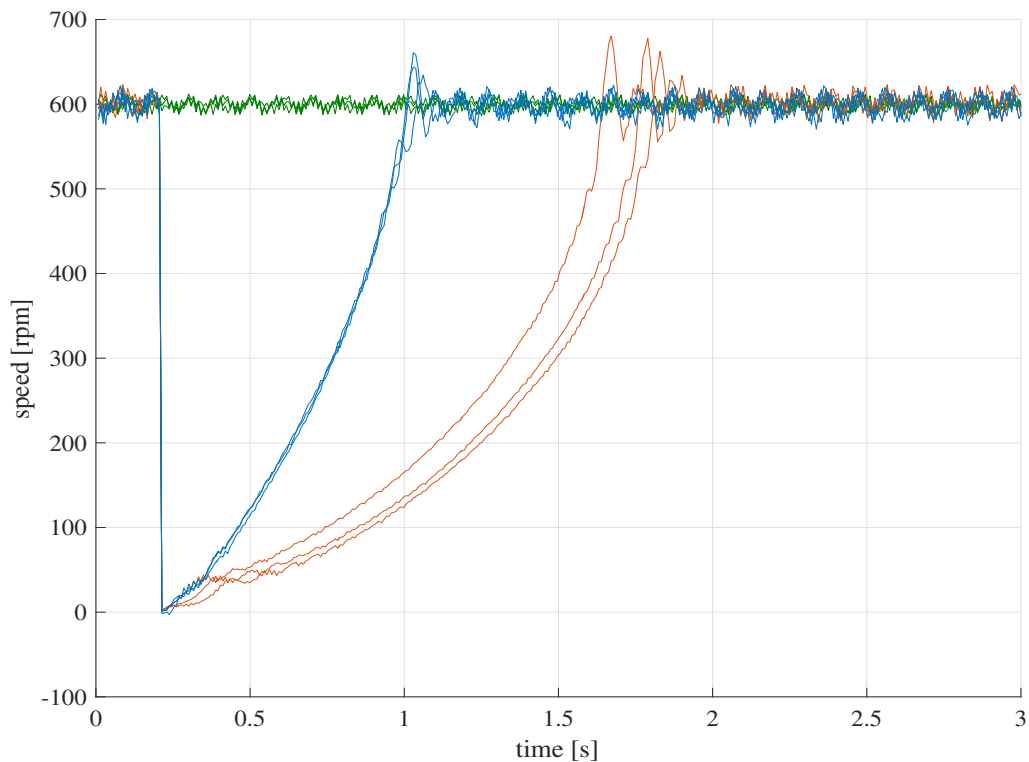


**Figura 7.2:** Vari esempi di test di azzeramento dello stato dell'osservatore originario per *duty-cycle* pari al 15%. Il test è stato condotto sul motore *custom*. In rosso la velocità stimata ( $\hat{\omega}$ ), in blu la velocità media ricostruita da ESC32 su una media di 1500 campioni da prove distinte nelle stesse condizioni di *duty-cycle*. Si noti la differenza lieve di tempistiche, data da differenti condizioni del motore in cui ha luogo il salto della stima.



**Figura 7.3:** Vari esempi di test di azzeramento dello stato dell'osservatore modificato per *duty-cycle* pari al 15%. Il test è stato condotto sul motore *custom*. In rosso la velocità stimata ( $\hat{\omega}$ ), in blu la velocità media ricostruita da ESC32 su una media di 1500 campioni da prove distinte nelle stesse condizioni di *duty-cycle*. Si noti la differenza lieve di tempistiche, data da differenti condizioni del motore in cui ha luogo il salto della stima. Si osservi, inoltre, come la risposta sia anche qualitativamente diversa vicino al punto di agganciamento per il caso (c): questo non deve sconvolgere, visto che le condizioni del motore possono essere sostanzialmente diverse da un caso all'altro.

Come si può apprezzare da questa sequenza di immagini, la differenza di prestazioni tra una versione e l'altra si continua a dimostrare notevole, esattamente come nei risultati di simulazione preliminari presentati nel Capitolo 4. In Fig. 7.5 si è deciso di inserire tutti i risultati sperimentali. Nonostante la differenza tra un caso e l'altro, giustificata da possibili differenze tra le condizioni iniziali in cui si trova il motore al momento dell'azzeramento dell'osservatore, il trend è in grado di provare senza alcun dubbio il migliore comportamento della versione modificata. Un elemento non secondario, oltre alla già esposta questione del miglioramento dei transistori, consiste in una diminuzione lieve della sovraelongazione: questo è in genere una prova indiretta di maggiore robustezza (si pensi, per comprendere il concetto intuitivo, alle risposte dei sistemi SISO per un margine di fase che tende a zero), apparentemente paradossalmente ottenuta senza modifiche ai guadagni della parte originaria della struttura.



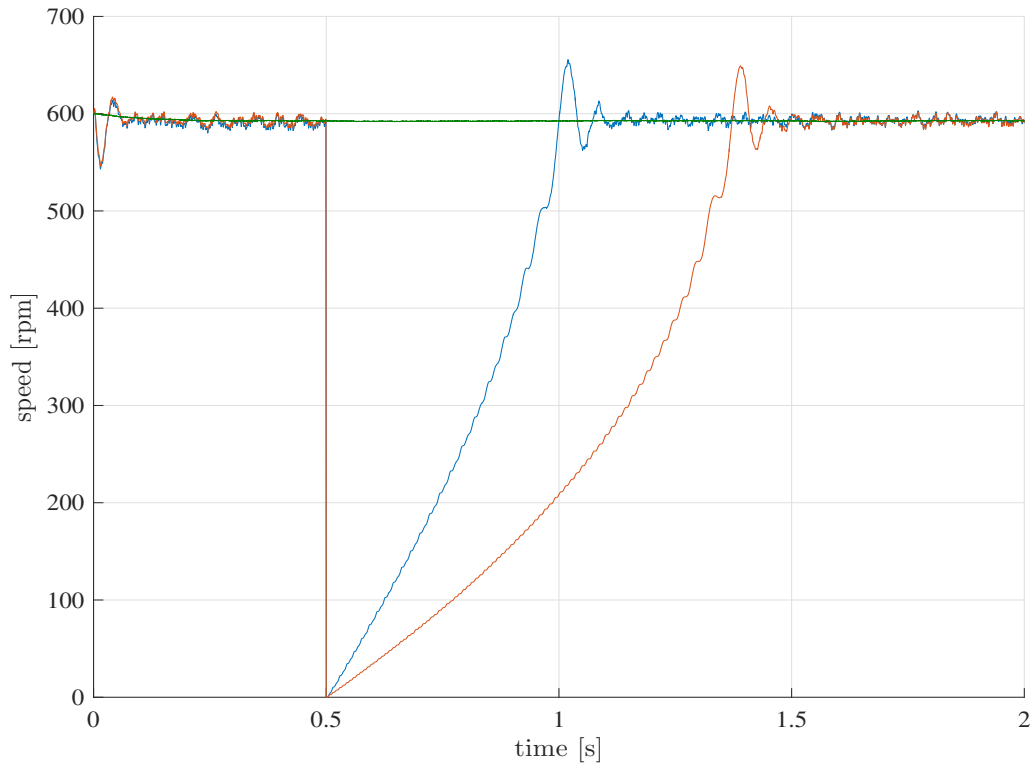
**Figura 7.4:** Collezione di tutti i risultati sperimentali per test di azzeramento dello stato dell'osservatore. In blu la velocità stimata ( $\hat{\omega}$ ) dell'osservatore modificato, in rosso la stima dell'osservatore originale, in verde la velocità ricostruita da ESC32, la cui media su tutte le prove è pari a  $599.5rpm$ . Nonostante le differenze tra una prova e l'altra, i risultati mostrano comunque una drastica diminuzione del tempo di assestamento.

A seguire si mostrano invece i risultati associati ai test di simulazione, condotti in condizioni di lavoro e condizionamento dei segnali quanto più vicine possibile al framework sperimentale. In particolare, è stato necessario introdurre rumori di misura, azioni di filtraggio sulle letture grezze (tarate precisamente come nel codice del microcontrollore), un errore sulla lettura della corrente di *shunt* e un coefficiente di attrito viscoso scelto appositamente affinché la velocità si assesti al valore sperimentale (si tratta di una valutazione empirica, tuttavia in questo caso è appropriata vista l'efficacia e la semplicità). Si deve inoltre sottolineare come le frequenze di campionamento siano pari a  $1.5kHz$  per l'osservatore,  $20kHz$  per l'onda portante del PWM e  $40kHz$  per il campionamento dell'ADC (ovverosia ad ogni situazione *overflow-underflow* dell'onda triangolare).

Per quanto le differenze numeriche, sia in termini di ampiezza dei disturbi che di discrepanza dei tempi, siano apprezzabili nella transizione da una versione all'altra, il fatto che le risposte presentino le stesse caratteristiche

---

qualitative dimostra non solo la qualità del nuovo algoritmo, ma anche la buona capacità descrittiva della modellazione compiuta.



**Figura 7.5:** Confronto simulativo per le stesse condizioni del test sperimentale. In blu l'osservatore modificato, in rosso l'osservatore originale, in verde il segnale della velocità del motore. Non si tenga in considerazione, nel confronto tra i profili di simulazione e quelli sperimentali, la leggera distorsione iniziale: questa, per questioni di inizializzazione non esattamente coincidente con il sistema reale, è il risultato di un breve periodo di assestamento. Si noti, piuttosto, come le tempistiche siano drasticamente inferiori. Si ritiene che questa discrepanza tra modello e comportamento reale sia dovuta alle non-idealità del sistema di attuazione, in primis l'algoritmo di *zero-crossing*.

Si conclude indicando come, in un'ottica di avvicinamento dei risultati del mondo sperimentale con quello simulativo (in termini di adattamento dei modelli ai risultati ottenuti), si preferisce attendere l'implementazione di un codice più maturo ed orientato all'applicazione finale, quando dunque le incertezze dovute al controllo BLDC e al codice attualmente usato non saranno più rilevanti.

# Capitolo 8

## Conclusioni

Dopo un'analisi introduttiva volta alla comprensione del problema e alla giustificazione formale, con riscontri sperimentali, della necessità di nuovi algoritmi di controllo per gli azionamenti usati per i *propeller* degli UAV, sono stati passati in rassegna gli strumenti metodologici, sia allo stato dell'arte che di nuova ideazione, per garantire una proficua implementazione che mantenga le proprietà e le ipotesi sostenute inizialmente. In particolare il nucleo della trattazione è stato l'analisi di alcuni algoritmi per l'osservazione dei PMSM, con a valle un sostanziale miglioramento di una struttura, definita "PLL" per la sua particolare strategia di *tracking*, che è risultato molto promettente viste le caratteristiche migliorative rispetto alla versione originaria. Sono state, inoltre, analizzate le tecniche di identificazione della posizione iniziale del rotore: in questo contesto si è presentato un nuovo approccio metodologico che dimostra una maggiore potenza espressiva rispetto agli strumenti matematici usati in letteratura. È stato inoltre accennato il problema del *self-commissioning*, ovvero la stima dei parametri del motore in condizioni *standstill*, il quale risulta essere facilmente trattabile con tecniche di identificazione a tempo discreto.

A valle dello sviluppo formale, sono stati introdotti strumenti consoni ad un'implementazione di codice di grandi dimensioni su microcontrollori dotati di risorse limitate: si è mostrato, nei principi e nei passaggi operativi, come ottenere codice *fixed-point* ottimizzato e con ragionevoli garanzie sulla tolleranza degli errori rispetto alla versione "ideale" *floating-point*. Infine, sono stati mostrati alcuni risultati sperimentali, fortemente incoraggianti, sulla validità delle modifiche condotte sull'osservatore e quindi, per estensione, sulla validità delle tecniche di modellazione e sintesi di sistemi di controllo adottate in tutta la trattazione.

Il progetto di controllore *sensorless* è stato dunque ritenuto consono all'implementazione e, per questa ragione, sta procedendo nel suo sviluppo sia

---

hardware, come si ha avuto modo di sottolineare, che software, di cui questa trattazione è testimonianza.

Oltre a permettere il procedimento sul lato tecnico, questa tesi ha consentito di aprire nuove problematiche che richiederanno, possibilmente, un'analisi approfondita in un futuro recente. In particolare, resta da valutare e indagare se esistano strutture più efficienti rispetto all'osservatore modificato qui presentato e, successivamente, studiare le prove di stabilità formale dell'errore di stima e, soprattutto, del nuovo controllo in anello chiuso. Dal lato dell'identificazione delle condizioni iniziali del rotore, gli strumenti metodologici forniti dallo studio dell'equazione di Sylvester del sistema sono potenzialmente in grado di portare alla luce nuovi algoritmi di identificazione basati sulla teoria dei sistemi anziché su valutazioni direttamente fisiche o elettrotecniche.

In definitiva, i metodi studiati possono non solo apportare un beneficio nell'ambito del controllo dei droni, ma anche estendersi a dovunque sia sentita la necessità di un controllo *sensorless* ad alta efficienza. Si spera, con moderata fiducia, che da questo lavoro possa trarre giovamento un insieme più ampio di soggetti e applicazioni rispetto al target inizialmente delineato. L'obiettivo ultimo che si vuole attribuire, dunque, a questa trattazione, è quella di aver fornito utili e interessanti spunti alla complessa, molto sentita e di grande attualità tematica del controllo *sensorless*, nella speranza di consentire miglioramenti proficui negli sviluppi futuri.

# Bibliografia

- [1] T. Cox, “Civil uav capability assessment,” NASA, Tech. Rep., 2010.
- [2] K. P. Valavanis, *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*. Springer, 2007.
- [3] P. G. Fahlstrom and T. Gleason, *Introduction to UAV Systems*. Wiley, 2012.
- [4] W. Leonhard, *Control of electrical drives*, 3rd ed. Berlin (GER): Springer - Verlag, 2001.
- [5] M. Miyamasu and K. Akatsu, “Efficiency comparison between brushless dc motor and brushless ac motor considering driving method and machine design,” *Proc. of IEEE Ind. Electron. Conf.*, pp. 1830–1835, 2011.
- [6] U. Vinhata, S. Pola, and K. Vittal, “Recent developments in control schemes of bldc motors,” *Proc. of IEEE Int. Conf. on Ind. Technology*, pp. 477–482, 2006.
- [7] P. P. Acarnley and F. J. Watson, “Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 3, pp. 352–362, 2006.
- [8] [Online]. Available: <http://autoquad.org/esc32/>
- [9] *RM0008 Reference Manual*, ST.
- [10] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, third edition ed. Department of Electrical and Computer Engineering, Michigan State University: Prentice Hall, 2002.
- [11] F. C. Hoppensteadt, “Singular perturbations on the infinite interval,” *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 123, no. 2, pp. 521–535, Jun 1966.

- 
- [12] A. Tilli, G. Cignali, C. Conficoni, and C. Rossi, "A synchronous coordinates approach in position and speed estimation for permanent magnet synchronous machines," *20th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, Jul 2012.
- [13] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*. Prentice Hall.
- [14] A. Tilli, C. Conficoni, and G. Cignali, "Globally asymptotically stable reconstruction of flux, rotor position and speed for permanent magnets machines," in *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, 2014.
- [15] A. Jensen, C. Coopmans, and Y. Chen, "Basics and guidelines of complementary filters for small uas navigation," *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, May 28 - 31 2013.
- [16] R. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pfimlin, "Non-linear complementary filters on the special orthogonal group," *IEEE Transactions on Automatic Control*.
- [17] G. Wang, R. Yang, Y. Wang, Y. Yu, and D. Xu, "Initial rotor position estimation for sensorless interior pmsm with signal injection," *The 2010 International Power Electronics Conference*, 2010.
- [18] E. Song, J. Im, S. Kim, and R. Kim, "A rotor position estimation method in stationary reference frame of high frequency rotating voltage signal injection ipmsm sensorless control," *IEEE*, 2015.
- [19] D. Raca, M. C. Harke, and R. D. Lorenz, "Robust magnet polarity estimation for initialization of pm synchronous machines with near zero saliency," *IEEE*, 2006.
- [20] J. Persson, M. Markovic, and Y. Perriard, "A new standstill position detection technique for non-salient pmsm's using the magnetic anisotropy method (mam)," *IEEE*, 2005.
- [21] Z. Huang, L. You, and Z. Wang, "Motion simulation and analysis during initial rotor position identification for pmsm based on high frequency voltage injection," *IEEE*, 2014.
- [22] Q. Hu and D. Cheng, "The polynomial solution to the sylvester matrix equation," *Elsevier*, 2005.



- 
- [23] G. Wang, L. Qu, H. Zhan, J. Xu, L. Ding, G. Zhang, and D. Xu, “Self-commissioning of permanent magnet synchronous machine drives at standstill considering inverter nonlinearities,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2014.
- [24] W.-C. Chi, M.-Y. Cheng, C.-L. Li, K.-H. Su, and W.-H. Li, “Motor parameter auto-identification based on sensorless startup procedure for pmsm drives,” *IEEE*, 2014.
- [25] S. A. Odhano, R. Bojoi, M. Popescu, and A. Tenconi, “Parameter identification and self-commissioning of ac permanent magnet machines – a review,” *IEEE*, 2015.