

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
CAMPUS DI CESENA
SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA PER
L'ENERGIA E L'INFORMAZIONE

ANALISI E PROGETTO
DEL CONVERTITORE RISONANTE LLC

Elaborato in
ELETTRONICA INDUSTRIALE

Relatore
Prof. Rudi Paolo Paganelli

Presentato da
Lucia Teodorani

Anno accademico 2015/2016

Parole chiave

Conversione risonante

Zero-Voltage Switching

Approssimazione di prima armonica (FHA)

Filtro LLC

Convertitore dc/dc isolato

Introduzione.....	1
1 Topologia del convertitore LLC	2
2 Il meccanismo di commutazione	6
3 Approssimazione di prima armonica (FHA)	10
4 Modalità di funzionamento.....	23
4.1 $M = 1$: funzionamento in risonanza.....	26
4.2 $M < 1$: CCMA con carico pesante	33
4.3 $M < 1$: DCMA con carico medio.....	43
4.4 $M < 1$: DCMAB con carico leggero	49
4.5 $M < 1$: CCMB	51
4.6 $M < 1$: Cutoff mode	55
4.7 $M > 1$: DCMAB con carico medio-leggero.....	61
4.8 $M > 1$: DCMB con carico pesante	63
5 Criteri di progetto per convertitori LLC	65
Esempio numerico.....	75
Conclusioni	81
Bibliografia.....	83

Introduzione

Questa tesi tratta del convertitore risonante LLC. Questo tipo di convertitore presenta diverse caratteristiche vantaggiose, quali l'elevata efficienza sotto diverse condizioni di carico (da quello nominale a vuoto), la compattezza, l'isolamento e i bassi livelli di emissione di interferenti EMI; per tutti questi motivi viene impiegato soprattutto nell'alimentazione di tv a schermo piatto (De Simone et al, 2006).

Nel primo capitolo viene descritta la topologia del convertitore, mentre nel secondo viene analizzato il meccanismo di commutazione della rete di interruttori, evidenziando le condizioni che determinano il ridotto consumo di potenza di questo circuito.

Nel terzo capitolo viene introdotta l'approssimazione di prima armonica (FHA), che rappresenta uno dei principali metodi di analisi del comportamento del convertitore risonante e un ausilio fondamentale per la progettazione del circuito.

Nel quarto capitolo vengono studiati e simulati mediante il programma LTspice IV i principali regimi di funzionamento del convertitore, sulla base delle considerazioni riportate nell'Application note AN2644 di STMicroelectronics. Per la trattazione analitica delle forme d'onda si fa riferimento a (Lazar e Martinelli, 2001).

Infine, il quinto capitolo descrive una strategia di progetto del convertitore risonante LLC a partire dai risultati ottenuti con l'approssimazione di prima armonica (De Simone et al, 2006), corredata da un esempio numerico.

1 Topologia del convertitore LLC

Il convertitore risonante LLC è costituito dalla connessione in cascata di un invertitore risonante, uno stadio rettificatore e un filtro passa-basso. L'invertitore risonante, mediante la commutazione di una rete di interruttori, trasforma la tensione continua in ingresso al sistema in un'onda quadra di tensione, che viene applicata a un circuito risonante; quest'ultimo attenua le componenti armoniche di ordine superiore al primo presenti nell'onda quadra, cosicché la tensione in uscita risulta quasi-sinusoidale. Lo stadio rettificatore raddrizza questa tensione, mentre il filtro passa-basso ne seleziona la componente continua (fig. 1.1). Il valore della tensione sul carico viene regolato variando la frequenza di commutazione degli switch.

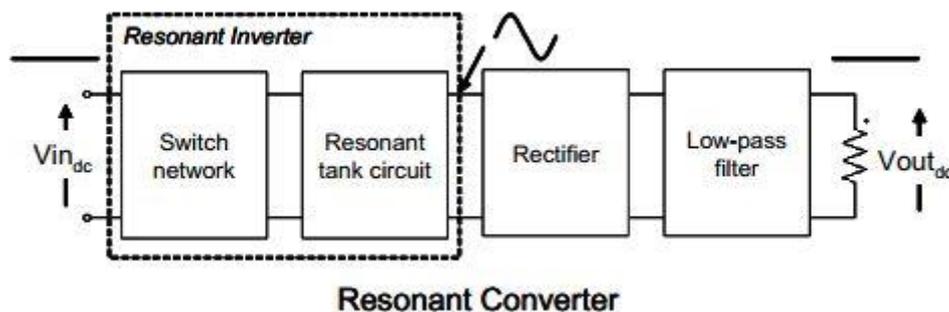


Figura 1.1 (AN2644) Diagramma a blocchi di un convertitore risonante

Nel convertitore risonante LLC il circuito risonante è costituito da tre elementi reattivi: un condensatore e due induttori. Lo stadio rettificatore è accoppiato all'invertitore risonante mediante un trasformatore, al fine di garantire l'isolamento elettrico, e può essere configurato sia come rettificatore a onda intera, che richiede una struttura a presa centrale per l'avvolgimento secondario del trasformatore, sia come rettificatore a ponte, a seconda che in uscita siano richieste bassa tensione e alta corrente oppure alta tensione e bassa corrente. Il filtro passa-basso è di tipo capacitivo (fig. 1.2).

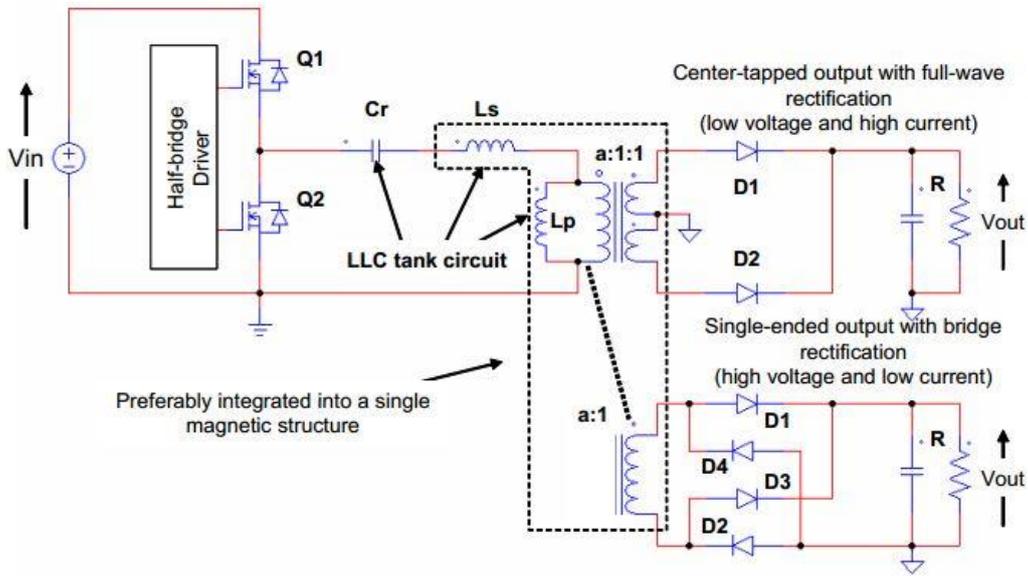


Figura 1.2 (AN2644) Schema circuitale del convertitore risonante LLC

La topologia risonante LLC si presta molto bene all'integrazione dei componenti magnetici (De Simone et al, 2006), ovvero gli induttori e il trasformatore sono in realtà un singolo dispositivo fisico e ciò riduce al minimo il numero di componenti. Osservando il modello fisico del trasformatore (fig. 1.3) appare evidente l'analogia topologica con la parte induttiva del circuito risonante LLC.

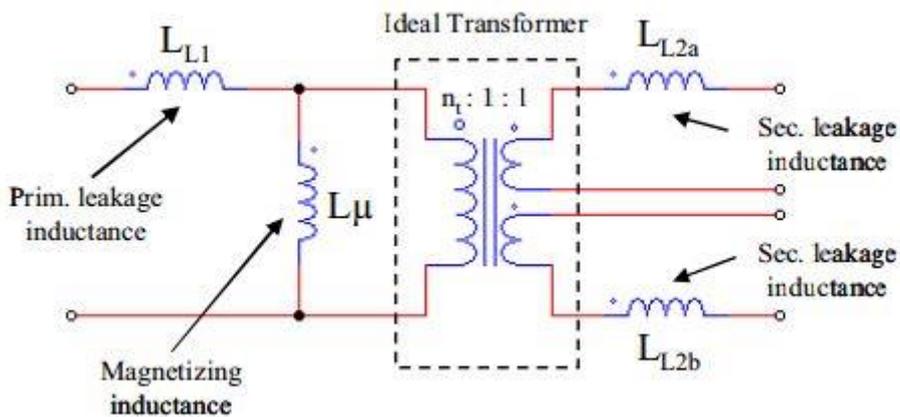


Figura 1.3 (De Simone et al, 2006) Modello fisico del trasformatore

Tuttavia, il trasformatore reale ha anche induttanze di dispersione al secondario, che devono essere prese in considerazione quando si vuole verificare che le forme d'onda reali non si discostino troppo da quelle previste; pertanto, come approssimazione, spesso si ricorre all'utilizzo del modello APR (All-Primary-Referred), in cui tutti gli elementi relativi al flusso disperso sono trasportati al primario (fig. 1.4).

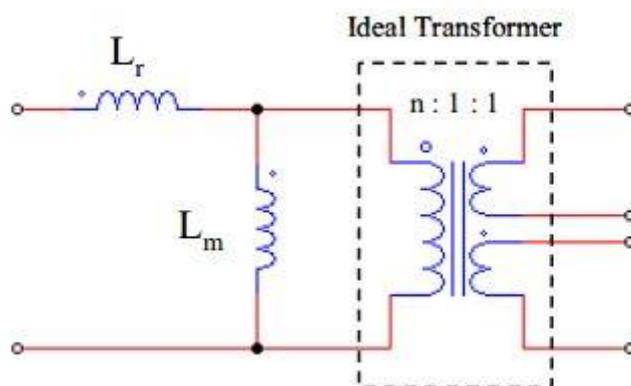


Figura 1.4 (De Simone et al, 2006) Modello APR del trasformatore

Il convertitore LLC può essere classificato anche come “multirisonante”. Infatti, dato che gli elementi reattivi sono tre (il condensatore C_r , l'induttore serie L_s e quello parallelo L_p), le frequenze di risonanza associate a questa topologia sono due: la prima è riferita alla condizione in cui gli avvolgimenti secondari del trasformatore conducono, quando cioè l'induttanza L_p , avendo una tensione costante pari ad $a \cdot V_{out}$ ai suoi capi (dove con a si indica il rapporto spire del trasformatore APR), è esclusa dalla risonanza:

$$f_{R1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s \cdot C_r}}$$

la seconda, invece, è relativa alla condizione in cui gli avvolgimenti secondari non conducono, per cui L_p partecipa alla risonanza:

$$f_{R2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_s + L_p)C_r}}$$

Ovviamente risulta $f_{R1} > f_{R2}$. Queste frequenze sono tanto più distanti tra loro quanto più è grande il rapporto $\frac{1}{\lambda} = \frac{L_p}{L_s}$ (come vedremo, λ sarà un importante parametro di progetto).

2 Il meccanismo di commutazione

La rete di switch è costituita da due MOSFET M1 e M2 pilotati in controfase, ciascuno dei quali conduce per poco meno della metà del periodo di commutazione $T_s = \frac{1}{f_s}$. Tra l'istante di spegnimento di un transistor e l'accensione dell'altro viene infatti introdotto il cosiddetto "tempo morto" T_D , il cui scopo è quello di garantire che gli interruttori non conducano contemporaneamente (evitando così di cortocircuitare la sorgente di tensione) e che commutino in condizioni di ZVS. Per ZVS (Zero-Voltage-Switching) si intende che la transizione OFF-ON di un MOSFET avviene quando la tensione drain-source ai suoi capi è nulla. Questo tipo di commutazione comporta notevoli vantaggi dal punto di vista energetico: infatti, dato che la tensione V_{DS} è già nulla, durante l'accensione del transistor non c'è dissipazione di potenza dovuta alla presenza in contemporanea di tensione e corrente non nulle; inoltre, nella forma d'onda della tensione di gate manca il tratto costante noto come "plateau di Miller", che è tanto più lungo quanto maggiore è la tensione drain-source da commutare e durante il quale la capacità drain-gate sottrae la carica fornita al gate. L'assenza del plateau di Miller si traduce quindi in un calo dell'energia richiesta dal driver per il pilotaggio dei MOSFET, con ulteriori benefici in termini di efficienza di sistema.

Per comprendere perché è necessaria l'introduzione del tempo morto per il corretto funzionamento in ZVS e individuare gli altri vincoli che devono essere rispettati occorre considerare la capacità parassita C_{HB} associata al nodo centrale del mezzo ponte di interruttori (fig. 2.1). Essa risulta dalla combinazione di tre contributi: le capacità drain-source dei MOSFET C_{oss1} e C_{oss2} e la capacità C_{Stray} , che tiene conto di altri effetti parassiti quali la capacità tra il case dei transistori di potenza e il dissipatore di calore o quella tra gli avvolgimenti dell'induttore risonante. Tutte queste capacità risultano dinamicamente connesse in parallelo; pertanto si ha:

$$C_{HB} = C_{oss1} + C_{oss2} + C_{Stray}$$

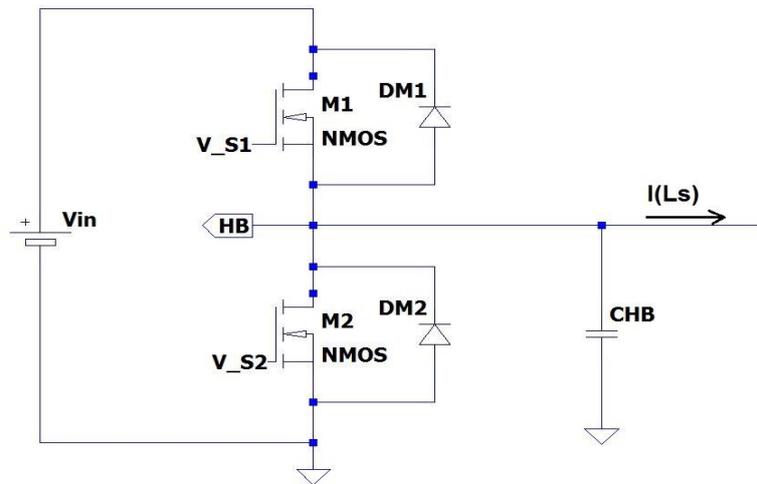


Figura 2.1 Capacità parassita associata al nodo HB

Il circuito risonante agisce in maniera tale da caricare/scaricare C_{HB} nel tempo morto T_D così che l'accensione di entrambi i MOSFET possa avvenire in condizioni di ZVS.

Si considerino le transizioni ON-OFF di M1 e OFF-ON di M2, supponendo che la corrente $I(L_S)$ di fig. 2.1 sia positiva (cioè uscente dal leg) al momento dello spegnimento di M1 (fig. 2.2).

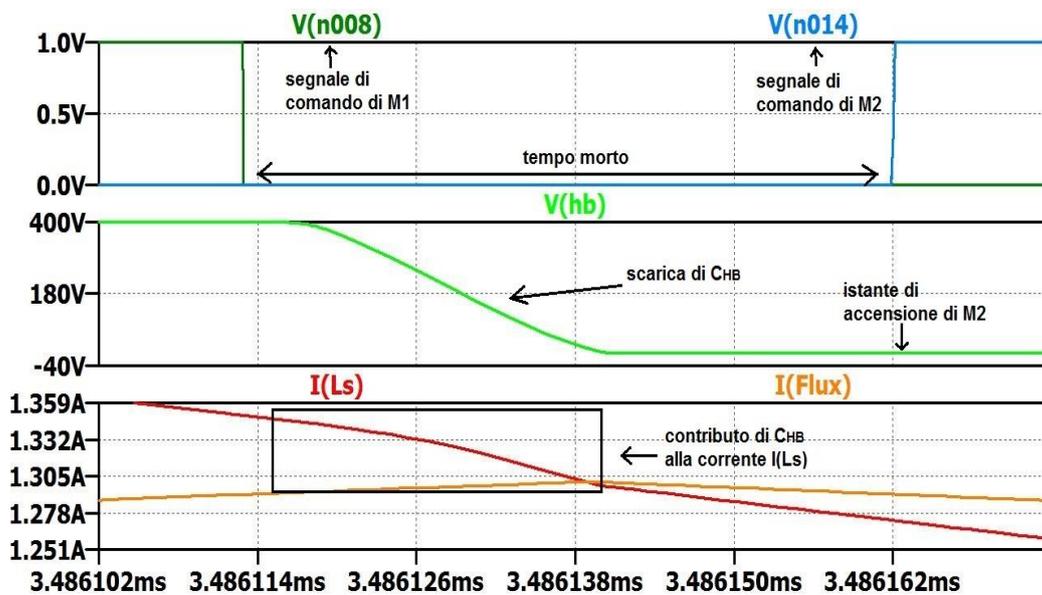


Figura 2.2 M1 ON-OFF e M2 OFF-ON con ZVS per M2

Dopo lo spegnimento di M1, la corrente $I(L_S)$ deve continuare a scorrere praticamente immutata per la presenza dell'induttanza L_S , che si oppone alle variazioni brusche di corrente. Il sostegno a questa corrente arriva dalla capacità C_{HB} , che è stata precedentemente caricata a V_{in} . La tensione V_{HB} quindi cala, arrivando ad annullarsi se il valore della corrente $I(L_S)$ all'istante di spegnimento di M1 è sufficientemente grande, ovvero se la quantità di energia di tipo induttivo immagazzinata nel circuito risonante è sufficiente a garantire la completa commutazione del nodo centrale del leg. Quando V_{HB} diventa negativa, dato che $I(L_S)$ è ancora entrante nel circuito risonante, il diodo di body DM2 del MOSFET M2 entra in conduzione, fissando la tensione V_{HB} a una tensione di soglia V_F sotto massa. $I(L_S)$ può quindi continuare a scorrere attraverso DM2 per tutto il tempo morto rimanente, fino a quando non viene acceso M2: allora tutta la corrente viene deviata nel transistore perché il diodo viene shuntato dalla sua R_{DSon} . La transizione OFF-ON di M2 avviene con una tensione drain-source $V_{DS2} = V_{HB} = -V_F$, un valore decisamente trascurabile rispetto alla tensione di ingresso V_{in} . Pertanto, la condizione di ZVS è rispettata.

Ciò non succedrebbe se la corrente $I(L_S)$ fosse negativa quando M1 viene spento: in questo caso, infatti, durante il tempo morto la corrente del circuito risonante fluirebbe attraverso il diodo di body DM1 di M1, il quale manterrebbe la tensione del nodo centrale del mezzo ponte fissa a $V_{in} + V_F$. All'istante di accensione di M2 ci sarebbe quindi una notevole dissipazione di potenza dovuta alla sovrapposizione di tensione e corrente non nulle e tutta l'energia immagazzinata in C_{HB} si scaricherebbe attraverso la R_{DSon} del transistore (questa modalità di commutazione è nota con il nome di "hard-switching"). Inoltre, la tensione di DM1 verrebbe repentinamente invertita, dando luogo al fenomeno di recovery, con un notevole spike di corrente che percorre la rete di interruttori.

Per la transizione OFF-ON di M1 valgono le medesime osservazioni svolte finora, ma $I(L_S)$ deve essere negativa quando M2 viene spento. Riassumendo, affinché la condizione di ZVS sia assicurata è necessario che, all'istante di spegnimento di un MOSFET, la corrente

$I(L_S)$ sia sufficientemente grande in modulo da garantire la completa scarica/carica della capacità equivalente C_{HB} entro il tempo morto T_D , senza però che la sua direzione si inverta. Inoltre, la corrente del circuito risonante deve avere lo stesso segno della tensione impressa un attimo prima dello spegnimento, ovvero $I(L_S)$ deve essere in ritardo rispetto all'onda quadra di tensione generata dal mezzo ponte di interruttori. Ciò implica che l'impedenza di ingresso del circuito risonante deve avere un comportamento induttivo alla frequenza di commutazione degli switch.

Infine, è opportuno notare che la commutazione "soft", cioè con basso consumo di potenza, interessa anche i diodi rettificatori al secondario del trasformatore, sia all'accensione che allo spegnimento. Dato che, quando vengono accesi, la corrente attraverso di essi è inizialmente nulla e cresce con una bassa pendenza, non interviene il fenomeno di forward recovery; allo stesso modo, allo spegnimento vengono polarizzati in inversa solo quando la loro corrente è già nulla, per cui non avviene la reverse recovery. In questo caso si parla di ZCS (Zero-Current Switching).

La commutazione dolce e senza recovery, sia nel leg che nel rettificatore, genera un basso livello di emissione di interferenti elettromagnetici (EMI), a tutto vantaggio per gli apparati operanti nelle immediate vicinanze del convertitore LLC.

3 Approssimazione di prima armonica (FHA)

Prima di vedere i vari regimi di funzionamento del convertitore risonante LLC conviene presentare un utile metodo di studio e analisi di questo convertitore, detto “approssimazione di prima armonica” (FHA – First Harmonic Approximation). La descrizione di questo metodo si basa su quanto esposto in (De Simone et al, 2006).

L’approssimazione di prima armonica si basa sul presupposto che il trasferimento della maggior parte dell’energia dalla sorgente al carico in un convertitore risonante LLC sia legato alla componente armonica fondamentale delle grandezze coinvolte. Tale supposizione è coerente con la natura selettiva del circuito risonante. Approssimando tensioni e correnti alla loro componente sinusoidale fondamentale è possibile giungere a un modello lineare semplificato del convertitore, che risulta molto utile nello studio dell’impedenza di ingresso Z_{in} e del “rapporto di conversione dc” (Lazar e Martinelli, 2001) o “guadagno in tensione” (De Simone et al, 2006) M , definito come il rapporto tra la componente continua della tensione di uscita riportata a primario e il valor medio della tensione impressa:

$$M = \frac{a \cdot V_{out}}{\frac{V_{in}}{2}}$$

dove V_{out} è la tensione regolata sul carico, V_{in} è la tensione di ingresso e a è il rapporto spire del trasformatore.

Si considerino componenti ideali. Innanzitutto, è possibile esprimere sotto forma di serie di Fourier l’onda quadra di tensione $v_{sq}(t)$ imposta dal mezzo ponte di interruttori in ingresso al circuito risonante, che ha ampiezza $\frac{V_{in}}{2}$, valor medio $\frac{V_{in}}{2}$ e periodo $T_s = \frac{1}{f_s}$, dove f_s è la frequenza di commutazione degli switch. I coefficienti di Fourier sono:

$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_{sq}(t) e^{-j2\pi n f_s t} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s/2} V_{in} e^{-j2\pi n f_s t} dt =$$

$$= \begin{cases} \frac{V_{in}}{2}, & n = 0 \\ 0, & n \text{ pari} \\ \frac{V_{in}}{j\pi n}, & n \text{ dispari} \end{cases}$$

per cui l'espressione di $v_{sq}(t)$ è costituita dalla continua più le sole armoniche dispari che competono all'onda quadra:

$$v_{sq}(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|c_n| \cos(2\pi n f_s t + \arg(c_n)) =$$

$$= \frac{V_{in}}{2} + \frac{2}{\pi} V_{in} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n} \sin(2\pi n f_s t)$$

La componente fondamentale è:

$$v_{i,FHA}(t) = \frac{2}{\pi} V_{in} \sin(2\pi f_s t)$$

Secondo il modello FHA si assume di eccitare il circuito con la sola componente fondamentale $v_{i,FHA}(t)$, che dunque rappresenta la sorgente sinusoidale equivalente di tensione in ingresso al convertitore in grado di generare con buona approssimazione la forma d'onda di corrente nell'ipotesi che anche la corrente del circuito risonante $i_r(t)$ sia sinusoidale, con uno sfasamento φ rispetto a $v_{i,FHA}(t)$ il cui valore dipende dall'impedenza di ingresso Z_{in} . La sua espressione è:

$$i_r(t) = \frac{V_{i,FHA}}{|Z_{in}(j2\pi f_s)|} \sin(2\pi f_s t - \arg Z_{in}(j2\pi f_s)) =$$

$$= I_r \sin(2\pi f_s t - \varphi)$$

La corrente attraverso la sorgente dc di ingresso è uguale a $i_r(t)$ durante il semiperiodo di conduzione del MOSFET superiore M1, ma vale 0 quando è attivo M2. Pertanto, la componente continua di questa

corrente, che è l'unica in grado di estrarre potenza dalla sorgente dc, è data da:

$$I_{i,DC} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s/2} i_r(t) dt = \frac{I_r}{\pi} \cos \varphi$$

La potenza reale erogata dalla sorgente dc vale quindi:

$$P_{in} = V_{in} I_{i,DC} = \frac{1}{2} V_{i,FHA} I_r \cos \varphi$$

Per quanto riguarda i diodi rettificatori al secondario, essi risultano pilotati da una corrente quasi sinusoidale e la tensione ai loro capi si inverte quando la corrente diventa zero. Pertanto, la tensione all'ingresso del blocco rettificatore è un'onda quadra alternata di ampiezza V_{out} (vale $+V_{out}$ quando conduce D1 e $-V_{out}$ quando conduce D2) in fase con la corrente del rettificatore, esprimibile come serie di Fourier:

$$v_{o,sq}(t) = \frac{4}{\pi} V_{out} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n} \sin(2\pi n f_s t - \theta)$$

la cui componente fondamentale è:

$$v_{o,FHA}(t) = \frac{4}{\pi} V_{out} \sin(2\pi f_s t - \theta)$$

θ è lo sfasamento rispetto alla tensione di ingresso, cioè lo sfasamento tra gli intervalli di conduzione di M1 e M2 e quelli di D1 e D2 rispettivamente.

La corrente del rettificatore è:

$$i_{rect}(t) = I_{rect} \sin(2\pi f_s t - \theta)$$

La corrente in ingresso al filtro capacitivo è $|i_{rect}(t)|$, essendo uguale in ogni istante alla somma delle correnti che scorrono nei due diodi rettificatori. La corrente di uscita che scorre attraverso il carico è quindi pari al valor medio di questa corrente:

$$I_{out} = \frac{2}{T_s} \int_{T_s/2}^{T_s/2 + \theta/2\pi f_s} |i_{rect}(t)| dt = \frac{2}{T_s} \int_{\theta/2\pi f_s}^{T_s/2 + \theta/2\pi f_s} I_{rect} \sin(2\pi f_s t - \theta) dt$$

$$= \frac{2}{\pi} I_{rect} = \frac{P_{out}}{V_{out}} = \frac{V_{out}}{R_{out}}$$

dove P_{out} è la potenza in uscita associata al carico R_{out} .

Dato che $v_{o,FHA}(t)$ e $i_{rect}(t)$ sono in fase, per il circuito risonante il blocco rettificatore è equivalente a un carico resistivo $R_{o,ac}$ pari al rapporto tra la tensione e la corrente istantanea:

$$R_{o,ac} = \frac{v_{o,FHA}(t)}{i_{rect}(t)} = \frac{V_{o,FHA}}{I_{rect}} = \frac{\frac{4}{\pi} V_{out}}{\frac{\pi}{2} I_{out}} = \frac{8}{\pi^2} R_{out}$$

Applicando l'approssimazione di prima armonica si è quindi giunti a un equivalente linearizzato del convertitore risonante LLC; tale circuito è rappresentato in fig. 3.1.

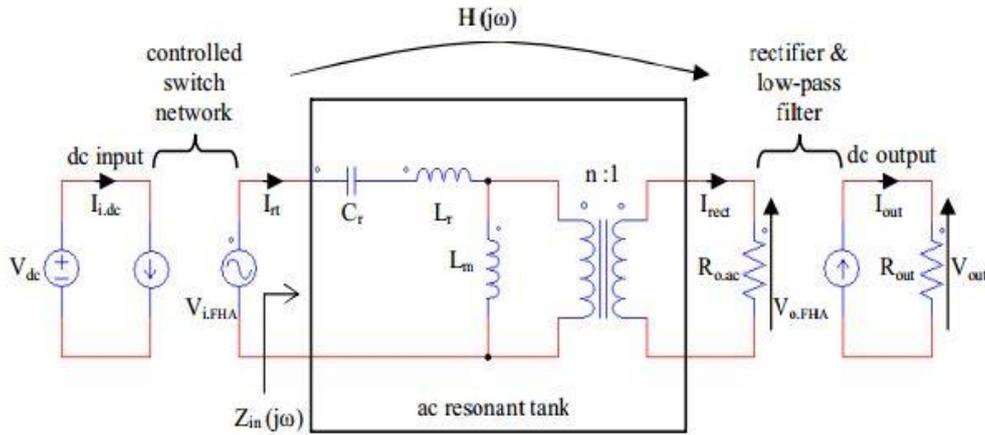


Figura 3.1 (De Simone et al, 2006) Circuito equivalente secondo il modello FHA ($V_{dc} = V_{in}$, $L_r = L_s$, $L_m = L_p$, $n = a$)

Definendo $R_{ac} = a^2 R_{o,ac}$ come la resistenza di ingresso equivalente del rettificatore riportata a primario del trasformatore, è possibile ricavare la funzione di trasferimento del circuito risonante:

$$\begin{aligned}
H(s) &= \frac{V_{o,FHA}(s)}{V_{i,FHA}(s)} = \frac{1}{a} \frac{R_{ac} \parallel sL_p}{\frac{1}{sC_r} + sL_s + R_{ac} \parallel sL_p} = \\
&= \frac{1}{a} \frac{s^2 L_p C_r}{s^3 \frac{L_p L_s C_r}{R_{ac}} + s^2 (L_p + L_s) C_r + s \frac{L_p}{R_{ac}} + 1}
\end{aligned}$$

e l'impedenza di ingresso $Z_{in}(s)$:

$$\begin{aligned}
Z_{in}(s) &= \frac{1}{sC_r} + sL_s + R_{ac} \parallel sL_p = \\
&= R_{ac} \frac{\frac{s^3 L_p L_s C_r}{R_{ac}} + s^2 (L_p + L_s) C_r + s \frac{L_p}{R_{ac}} + 1}{sR_{ac} C_r (s \frac{L_p}{R_{ac}} + 1)}
\end{aligned}$$

La funzione di trasferimento è intrinsecamente legata al già citato rapporto di conversione dc o guadagno di tensione; infatti:

$$M = 2a \frac{V_{out}}{V_{in}} = 2a \frac{\frac{\pi}{4} V_{o,FHA}}{\frac{\pi}{2} V_{i,FHA}} = a \cdot \|H(j2\pi f_s)\|$$

Si applica ora questo metodo al convertitore risonante rappresentato in fig. 3.2, che verrà utilizzato nel capitolo 4 per simulare i diversi regimi di funzionamento mediante il software LTspice IV.

Da una tensione continua in ingresso non regolata del valore nominale di 400V, valore tipico per il bus DC a valle della rettificazione di una tensione di rete di 230Vac che preveda un convertitore Boost-PFC per la correzione del fattore di potenza, si vuole ottenere una tensione in uscita il più possibile costante e pari a 24V, valore tipico per batterie e accumulatori, con una potenza in uscita nominale P_{out} di 300W (quindi $R_{outnom} = 1.92\Omega$). Per motivi che saranno più chiari a breve, si vuole che in condizioni nominali il guadagno richiesto valga 1; scegliendo un rapporto spire del modello APR del trasformatore pari a 8.33, in condizioni nominali si ha:

$$M = \frac{a \cdot V_{out}}{\frac{V_{in}}{2}} = \frac{8.33 \cdot 24}{200} = 1$$

In realtà, le cadute di tensione sui transistori del mezzo ponte (quando sono accesi presentano una resistenza non nulla) e sui diodi rettificatori fanno sì che con questo valore di a la tensione di uscita in condizioni nominali sia leggermente inferiore a $24V$; è possibile ovviare a questo problema riducendo di poco il rapporto spire ($a = 8.22$).

Nel modello implementato sono stati scelti come interruttori due MOSFET STP8NM60 prodotti dalla STMicroelectronics. Dal datasheet risulta una C_{osseq} pari a $50pF$. C_{osseq} è definita come una capacità costante equivalente che dà lo stesso tempo di carica di C_{oss} quando V_{DS} cresce da 0 all'80% della tensione nominale V_{DSS} , che per i transistori in questione vale $650V$. Infatti C_{oss} è una capacità non lineare, cioè il suo valore è funzione della tensione drain-source. Considerando $C_{stray} = 0$, la capacità complessiva del nodo centrale del mezzo ponte di interruttori si ottiene dalla formula (AN2644):

$$C_{HB} = 2 \sqrt{\frac{V_{DSS}}{V_{in}}} C_{osseq}$$

che nel caso specifico dà come risultato $127pF$.

Definendo T_T come il tempo necessario per la completa carica/scarica di C_{HB} , deve necessariamente essere $T_T \leq T_D$ per il corretto funzionamento in ZVS. Dato che il tempo morto è notevolmente minore del periodo di commutazione degli switch, è possibile supporre costante la corrente del circuito risonante durante il transitorio di carica/scarica di C_{HB} . Indicando con I_{zvs} il valore di i_R all'istante di spegnimento di un MOSFET, si ha:

$$T_T = \frac{V_{in}}{I_{zvs}} C_{HB}$$

Rilevando da simulazione un valore approssimativo di circa $1.3A$ per I_{zvs} si ottiene dunque $T_T \cong 39ns$.

Il generatore di tempo morto rappresentato in fig. 3.2, in cui le porte logiche ideali interpretano come 1 i segnali analogici maggiori di 0.5 e come 0 quelli inferiori, determina un tempo morto T_D calcolabile mediante la seguente formula: $T_D = RC \ln 2$. Considerando il limite inferiore dato da T_T , si scelgono i seguenti valori:

- $R = 70\Omega$
- $C = 1nF$

per un tempo morto di circa $49ns$.

I valori degli elementi del circuito risonante sono:

- $C_r = 22nF$
- $L_s = 200\mu H$
- $L_p = 500\mu H$

dai quali si ottiene $f_{R1} \cong 75.874kHz$ e $f_{R2} \cong 40.556kHz$.

Il filtro passa-basso in cascata allo stadio rettificatore ha il compito di selezionare la componente continua di un'onda rettificata quasi sinusoidale di tensione. Imponendo che la distorsione della tensione in uscita sia minore dell'1% e supponendo che la frequenza fondamentale della tensione sia quella di risonanza f_{R1} , si ottiene un vincolo inferiore per il valore della capacità del filtro:

$$D_{out} \leq 0.01 \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{3}f_{R1}R_{out}C_{out}} \leq 0.01 \Rightarrow C_{out} \geq 99\mu F$$

Si sceglie dunque $C_{out} = 100\mu F$.

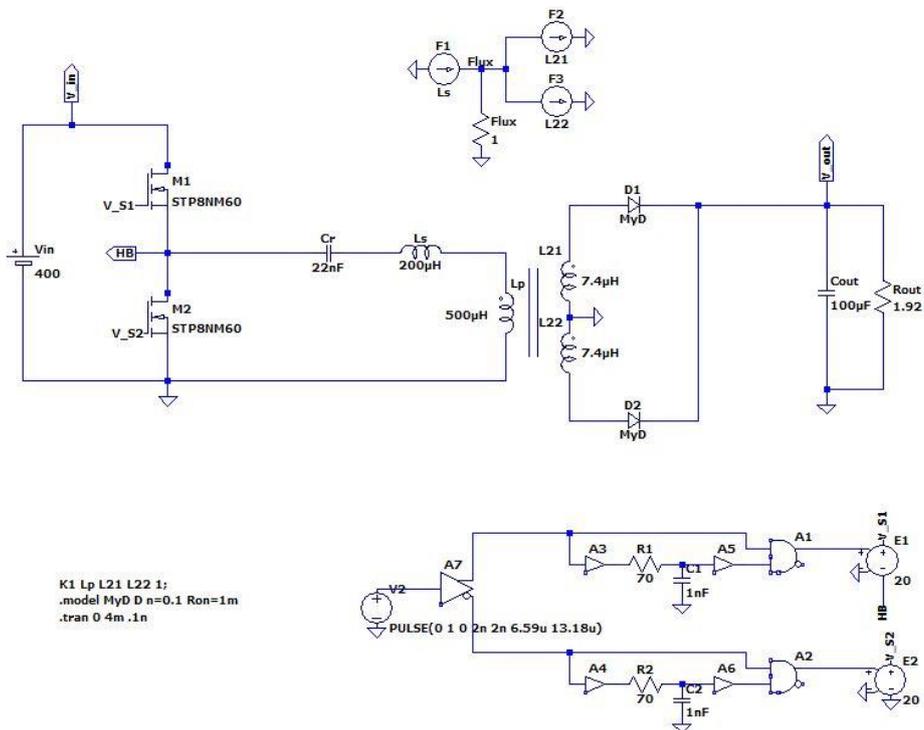


Figura 3.2 Schematico del convertitore LLC in LTspice IV

Il modello equivalente di questo convertitore ottenuto seguendo l'approccio FHA (fig. 3.3) viene simulato in LTspice mediante un'analisi ac per studiare come cambia la caratteristica del rapporto di conversione $M = \frac{V_2}{V_1}$ (fig. 3.4) al variare del carico (e quindi della potenza richiesta in uscita).

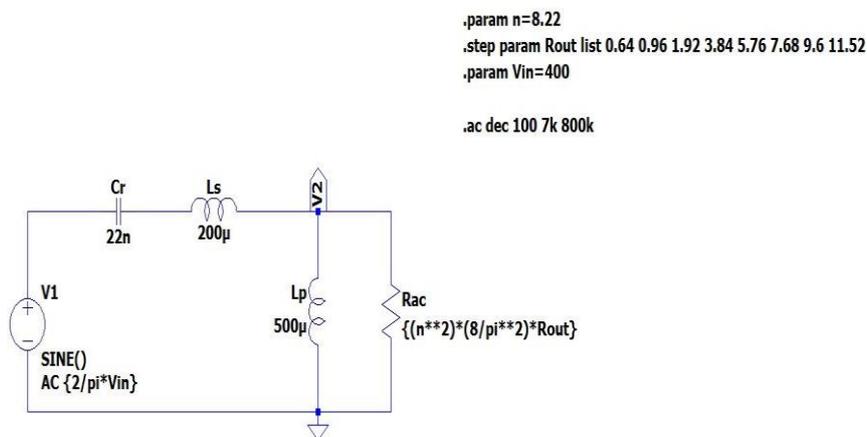


Figura 3.3 Modello FHA del convertitore di fig. 3.2

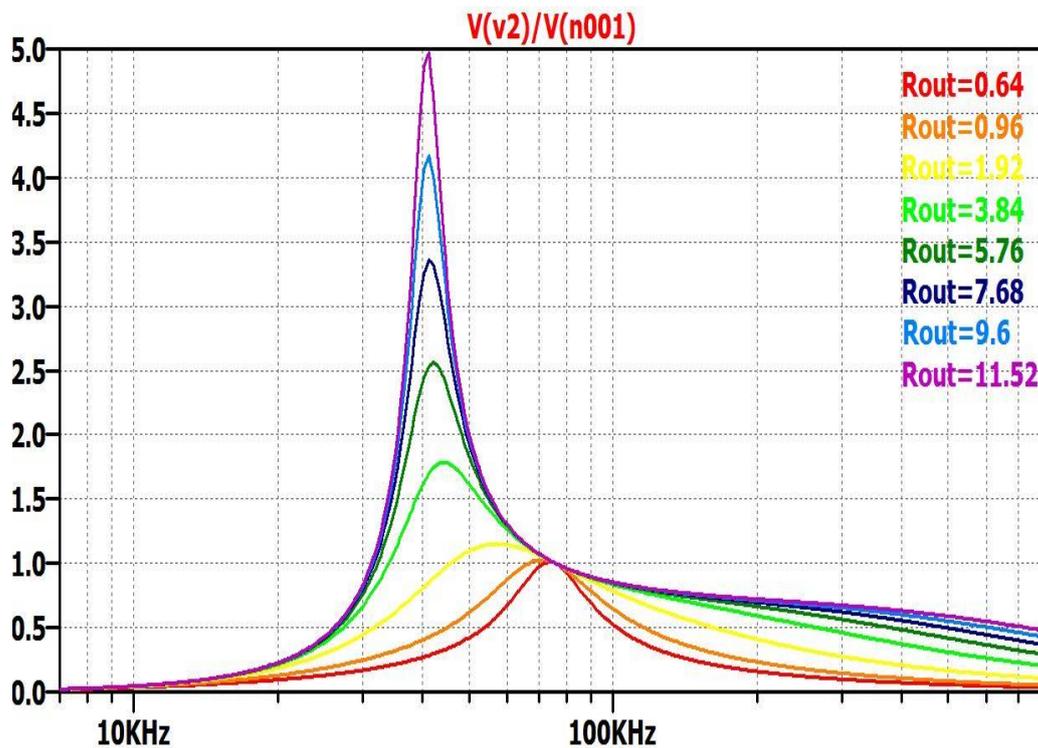


Figura 3.4 Caratteristica del rapporto di conversione al variare del carico

Osservando il grafico in fig. 3.4 è possibile notare la presenza di un punto di lavoro indipendente dal carico (R_{out}) con guadagno unitario ($M = 1$), in corrispondenza della frequenza di risonanza f_{R1} del circuito. Appare dunque chiaro che il convertitore viene progettato per lavorare alla frequenza di risonanza quando opera in condizioni nominali perché in questo punto di lavoro può fornire idealmente qualsiasi valore di potenza al carico. All'aumentare del valore della resistenza di carico (quindi al diminuire della potenza richiesta) il picco della caratteristica del rapporto di conversione cresce e si sposta sempre più verso la seconda frequenza di risonanza f_{R2} , fino al caso limite di assenza di carico ($R_{out} = \infty$, $P_{out} = 0$), quando il guadagno è idealmente infinito se non si considerano le cadute ohmiche sugli avvolgimenti.

Mediante il medesimo schematico è possibile plottare modulo e fase dell'impedenza di ingresso Z_{in} del circuito risonante (figg. 3.5 e 3.6).

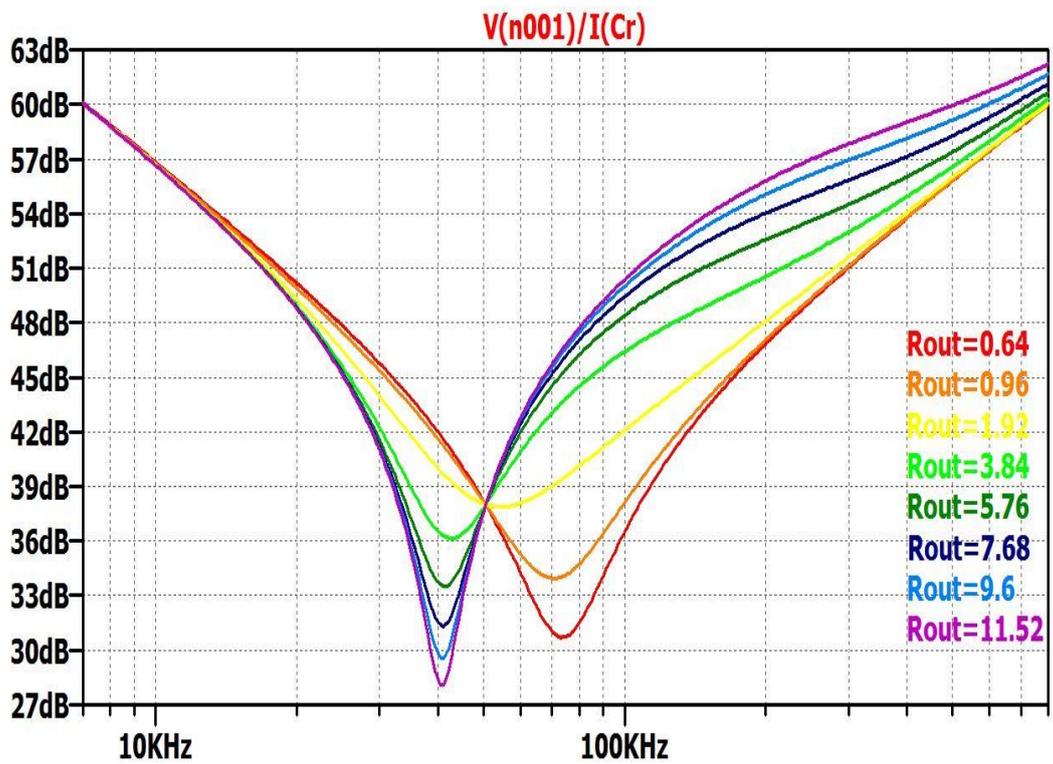


Figura 3.5 Modulo dell'impedenza di ingresso

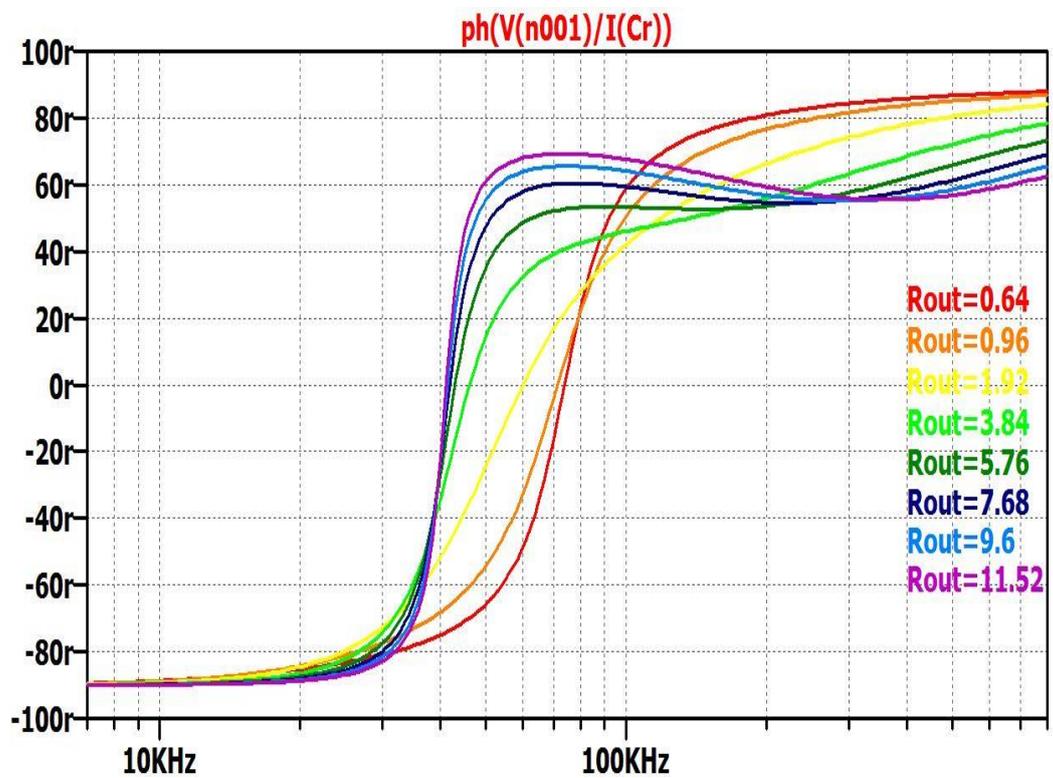


Figura 3.6 Fase dell'impedenza di ingresso

Osservando il grafico di fig. 3.5 è possibile notare che per valori di R_{out} crescenti (fino al caso limite di assenza di carico $R_{out} = \infty$, $P_{out} = 0$) il minimo nel modulo dell'impedenza di ingresso tende a posizionarsi in corrispondenza della seconda frequenza di risonanza f_{R2} , mentre per valori piccoli di R_{out} (fino al caso limite di cortocircuito $R_{out} = 0$, $P_{out} = \infty$) esso si sposta verso la frequenza f_{R1} (si ricorda che $f_{R1} \cong 75.874kHz$ e $f_{R2} \cong 40.556kHz$). Tutte le curve si intersecano alla frequenza f_{cross} , che si ottiene dalla seguente formula (De Simone et al, 2006):

$$f_{cross} = \sqrt{\frac{2\lambda}{1 + 2\lambda}} \cdot f_{R1}$$

dove λ è il rapporto tra l'induttanza serie L_s e l'induttanza parallela L_p . Nel convertitore preso come esempio si ha $\lambda = 0.4$, da cui si ricava $f_{cross} \cong 50.583kHz$; tale valore coincide con quello che si rileva dal grafico. Per frequenze maggiori di f_{cross} l'impedenza di ingresso diminuisce all'aumentare di P_{out} (e quindi al calare di R_{out}), mentre per frequenze minori di f_{cross} diminuisce al calare di P_{out} . Inoltre, come si deduce dal grafico della fase di Z_{in} in fig. 3.6, per $f_s < f_{R2}$ l'impedenza è di tipo capacitivo ($\arg(Z_{in}) < 0$), ovvero la corrente del circuito risonante anticipa la tensione impressa dal mezzo ponte di interruttori, mentre per $f_s > f_{R1}$ prevale il comportamento induttivo ($\arg(Z_{in}) > 0$) e la corrente è sfasata in ritardo rispetto alla tensione. Nella regione di frequenze intermedia compresa tra f_{R2} e f_{R1} l'impedenza può essere capacitiva o induttiva a seconda del valore della resistenza equivalente di carico R_{ac} : se R_{ac} è maggiore di una resistenza critica R_{crit} allora l'impedenza è induttiva, altrimenti è capacitiva. È possibile dimostrare (Erickson e Maksimovic, 2001) che:

$$R_{crit} = \sqrt{Z_{O0} \cdot Z_{O\infty}}$$

dove Z_{O0} e $Z_{O\infty}$ sono le impedenze di uscita del circuito risonante con la sorgente di ingresso cortocircuitata o aperta. Per il convertitore LLC si trova che:

$$\begin{aligned}
Z_{o_0}(j2\pi f_s) &= \frac{\left(j2\pi f_s L_s + \frac{1}{j2\pi f_s C_r}\right) j2\pi f_s L_p}{j2\pi f_s L_s + \frac{1}{j2\pi f_s C_r} + j2\pi f_s L_p} = \\
&= j2\pi f_s L_p \frac{1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r}{1 - (2\pi f_s)^2 (L_s + L_p) C_r} \\
Z_{o_\infty}(j2\pi f_s) &= j2\pi f_s L_p
\end{aligned}$$

e

$$R_{crit} = 2\pi f_s L_p \sqrt{\frac{1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r}{(2\pi f_s)^2 (L_s + L_p) C_r - 1}}$$

La caratteristica del rapporto di conversione dc che si ottiene con l'approssimazione di prima armonica presenta un errore rispetto a quella reale di entità variabile in base al punto di lavoro del convertitore. Nella figura 3.7 è riportato il confronto tra le curve che si ricavano con il metodo FHA e quelle che si ottengono mediante simulazione di un convertitore LLC tipo, mentre in figura 3.8 è plottata la funzione errore del modello semplificato (Yang, 2003). Vengono prese in esame diverse condizioni di carico, rappresentate dai diversi valori assunti dal fattore di qualità Q ; esso è definito come il rapporto tra l'impedenza caratteristica del risonatore serie Z_0 e la resistenza equivalente R_{ac} :

$$Q = \frac{Z_0}{R_{ac}} = \frac{1}{R_{ac}} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}$$

Si può notare che, quando la frequenza di commutazione del mezzo ponte di interruttori è uguale alla frequenza di risonanza f_{R1} , l'errore è nullo, in quanto la corrente che scorre nel circuito risonante è puramente sinusoidale e quindi coerente con le premesse del metodo FHA. Invece, man mano che f_s si allontana dalla risonanza, l'errore aumenta perché cresce il contributo legato alle armoniche superiori.

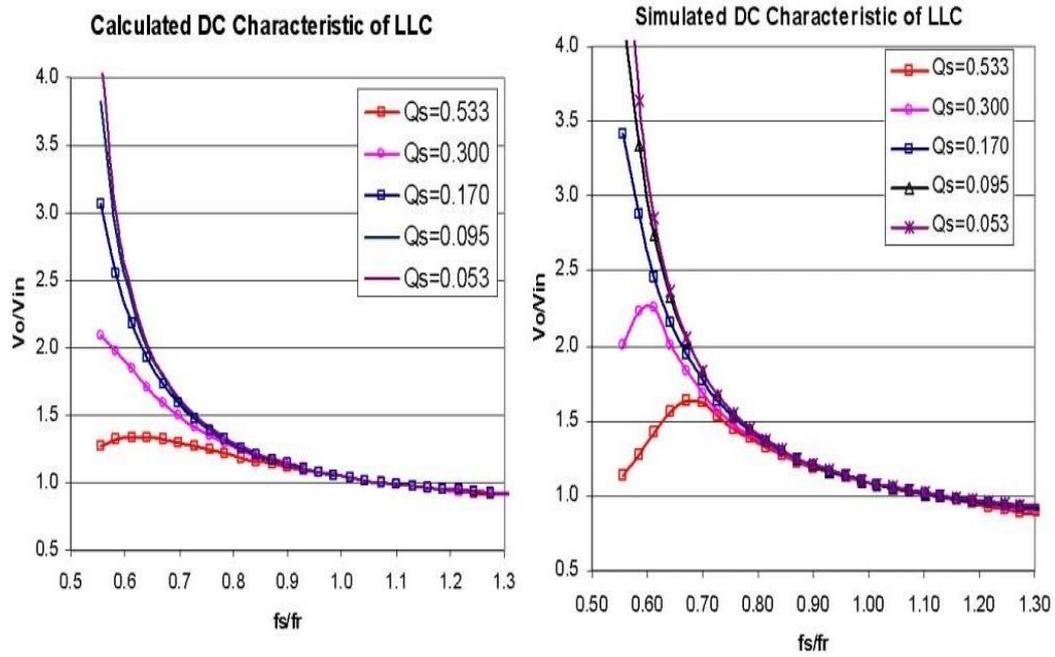


Figura 3.7 Confronto tra metodo FHA e simulazione

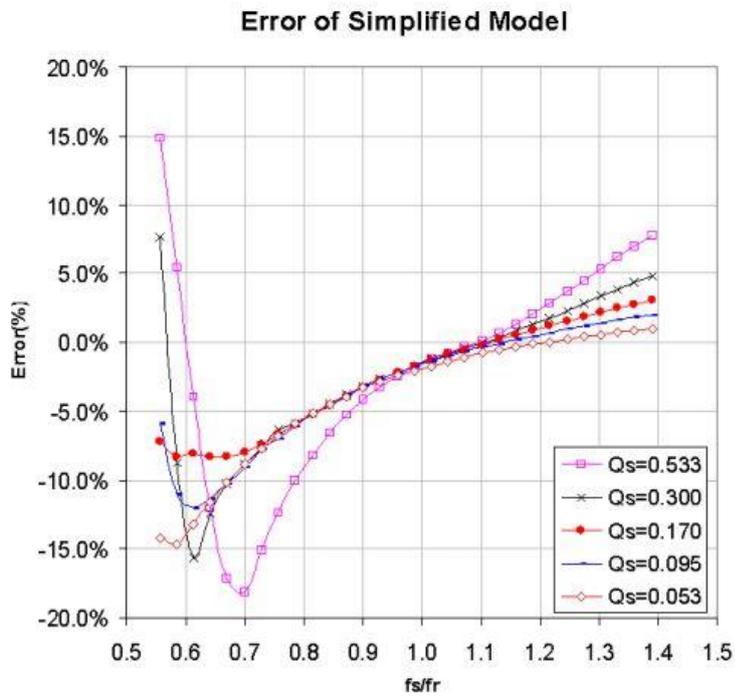


Figura 3.8 Errore del modello FHA

4 Modalità di funzionamento

A seconda del valore del rapporto di conversione dc M è possibile distinguere tre principali modalità di funzionamento, ciascuna delle quali comprende a sua volta diversi modi di conduzione continua (CCM) o discontinua (DCM) in base alla frequenza di commutazione degli interruttori f_s e alla corrente assorbita dal carico. In funzionamento continuo i diodi rettificatori al secondario sono sempre in conduzione e l'induttanza parallela L_p non partecipa mai alla risonanza, essendo shuntata dalla capacità del filtro di uscita riflessa a primario. Al contrario, in DCM si hanno intervalli di tempo in cui i rettificatori non conducono e L_p prende parte alla risonanza sommandosi a L_s .

In questa trattazione si analizzeranno le seguenti condizioni di funzionamento, la cui nomenclatura è ripresa da (Lazar e Martinelli, 2001):

1. $M = 1$ (tensione nominale): in questo caso grazie alla scelta del rapporto spire specificato nel capitolo precedente si ottiene un funzionamento in risonanza ($f_s = f_{R1}$)
2. buck mode ($M < 1$, tensione di ingresso più alta di quella nominale con il convertitore che deve operare in discesa)
 - a. CCMA (Continuous Conduction Mode Above Resonance): modalità di conduzione continua per $f_s > f_{R1}$ con carico pesante
 - b. DCMA (Discontinuous Conduction Mode Above Resonance): modalità di conduzione discontinua per $f_s > f_{R1}$ con carico medio
 - c. DCMAB (Discontinuous Conduction Mode Above and Below Resonance): modalità di conduzione discontinua per $f_s > f_{R1}$ (in buck mode) con carico leggero
 - d. CCMB (Continuous Conduction Mode Below Resonance): modalità di conduzione continua per $f_{R2} < f_s < f_{R1}$ con

$R_{ac} < R_{crit}$ (esempio di funzionamento del convertitore in modalità capacitiva, che deve però essere evitato)

- e. Cutoff mode: modalità di funzionamento senza carico per $f_s > f_{R1}$
3. boost mode ($M > 1$, tensione più bassa di quella nominale con il convertitore che deve operare in salita)
- a. DCMAB: modalità di conduzione discontinua per $f_{R2} < f_s < f_{R1}$ e $R_{ac} > R_{crit}$ con carico medio-leggero
 - b. DCMB (Discontinuous Conduction Mode Below Resonance): modalità di conduzione discontinua per $f_{R2} < f_s < f_{R1}$ e $R_{ac} > R_{crit}$ con carico pesante ma non tale da portare alla perdita della commutazione soft

Per la simulazione si utilizza il convertitore descritto nel capitolo 3. Per individuare la frequenza a cui devono commutare gli interruttori affinché il convertitore mantenga fissa la tensione di uscita a 24V al variare della resistenza di carico e della tensione continua in ingresso, si fa uso della caratteristica del guadagno di tensione ottenuta applicando l'approssimazione di prima armonica al convertitore (fig. 3.4). Ad esempio, per determinare f_s nel caso in cui $V_{in} = 420V$ (quindi il rapporto di conversione $M = 0.9524$ è minore di 1 e il convertitore opera in buck mode) e $R_{out} = 1.92\Omega$ (carico nominale che determina il funzionamento in modalità CCMA), si procede nel seguente modo:

1. Si grafica la caratteristica del guadagno di tensione eseguendo una simulazione ac del circuito equivalente linearizzato di fig. 3.3, impostando i valori corretti di V_{in} e R_{out} .
2. Mediante i cursori si va a leggere la frequenza che corrisponde al valore di M desiderato; in questo esempio specifico si trova $f_s = 80.48kHz$.
3. A questo punto occorre simulare lo schematico del convertitore imponendo come periodo del segnale di comando dei MOSFET $T_s = \frac{1}{f_s}$ e tracciare il grafico della tensione di uscita per verificare

che effettivamente a regime risulti pari a 24V. Questo controllo si rende necessario a causa dell'accuratezza limitata del modello FHA, che peggiora man mano che ci si allontana dalla risonanza. Infatti, con $f_s = 80.48kHz$ si ottiene $V_{out} = 23.6V$.

4. Per correggere il valore della frequenza di commutazione bisogna tenere conto dell'andamento della caratteristica di M nella regione di interesse. In questo caso ci troviamo al di sopra della risonanza, dove il guadagno diminuisce all'aumentare della frequenza; dato che la tensione di uscita ottenuta al punto precedente è minore di 24V, si dovrà ridurre f_s per usufruire di un guadagno maggiore. Nell'ottica di implementare la regolazione di tensione mediante controllo della frequenza sarà fondamentale che la pendenza mantenga sempre lo stesso segno.
5. Scelto pertanto un nuovo valore di f_s coerente con il ragionamento di cui sopra, si ripetono i punti 3 e 4 finché non si giunge a un valore soddisfacente che garantisca la V_{out} desiderata. Nell'esempio considerato si arriva a $f_s = 79.39kHz$ per ottenere in uscita il valore desiderato di 24.0V con un'approssimazione fino alla prima cifra decimale. Per quanto detto circa l'accuratezza del modello FHA, lo scarto tra la frequenza ricavata dal modello e quella ottenuta mediante correzioni successive è tanto maggiore quanto più ci si allontana dalla risonanza. In questo caso la differenza è stata assai meno del 2%, per cui il guadagno predetto dal modello approssimato è ben più preciso della tolleranza dei componenti con cui si andrà a realizzare il circuito, che tipicamente si aggira dal 5% al 20%.

4.1 $M = 1$: funzionamento in risonanza

Come detto in precedenza, il convertitore lavora alla frequenza di risonanza in condizioni nominali di tensione in ingresso e resistenza di carico (carico massimo). Imponendo $V_{in} = 400V$ e $R_{out} = 1.92\Omega$ e simulando il circuito di fig. 3.2, si ottengono le forme d'onda di fig. 4.1.1.

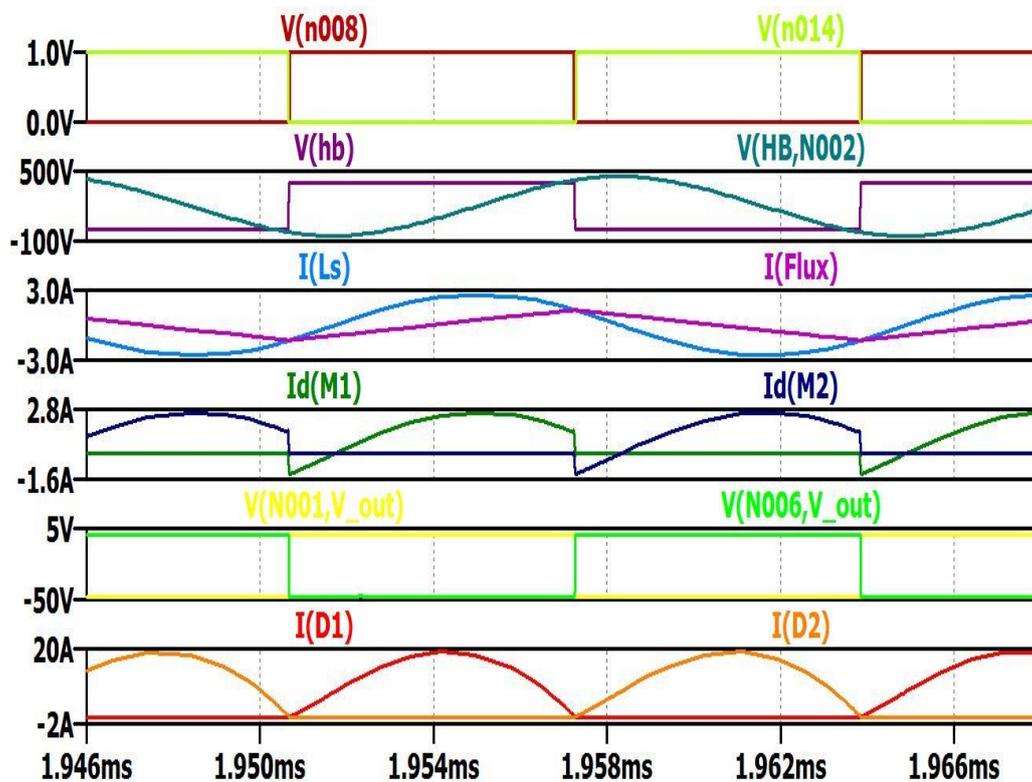


Figura 4.1.1 Forme d'onda in risonanza

Si consideri un ciclo di funzionamento del convertitore di durata T_s (fig. 4.1.2). $V(n008)$ e $V(n014)$ sono i segnali di comando dei MOSFET M1 e M2. Quando il convertitore lavora in risonanza, la corrente $I(L_s)$ che scorre nel circuito risonante è una senoide a frequenza f_{R1} , mentre $I(Flux)$, ovvero la corrente attraverso l'induttanza parallela L_p , è un'onda triangolare alla medesima frequenza, in quanto la tensione ai capi di L_p ($V(n003)$) è un'onda

quadra alternata di ampiezza $a \cdot V_{out} \cong 200V$, dove a è il rapporto spire del trasformatore.

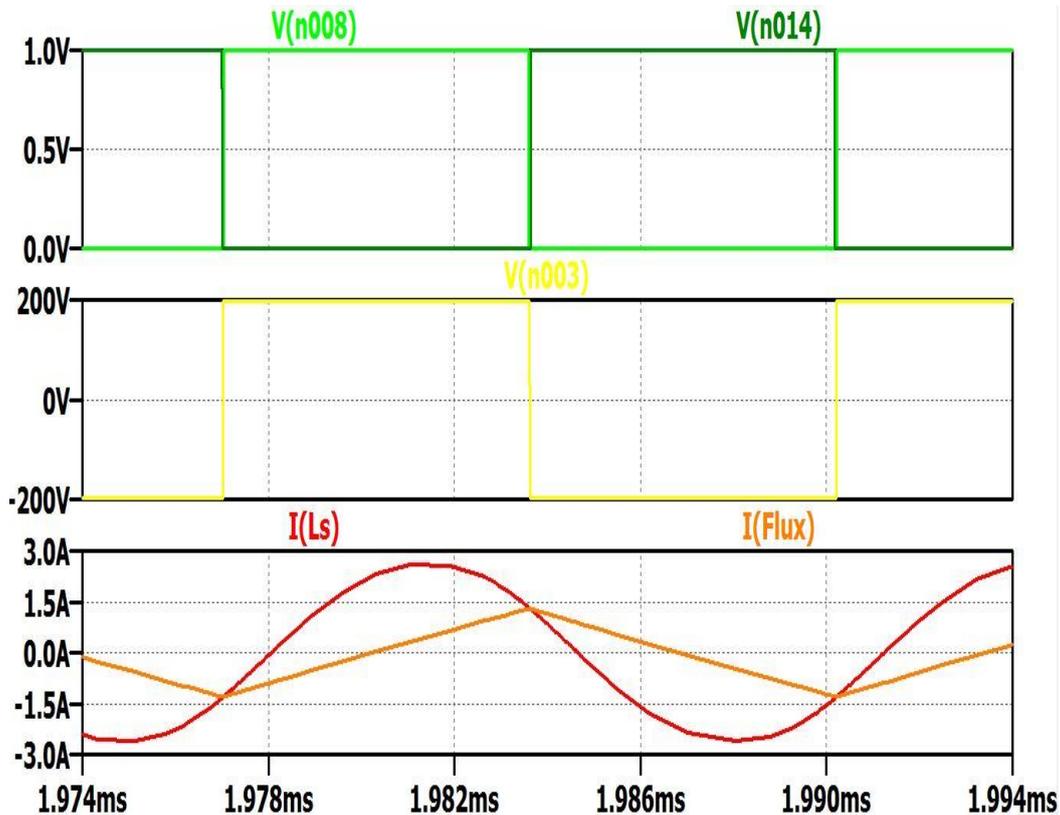


Figura 4.1.2 Correnti attraverso L_s e L_p

La tensione ai capi di L_p , cioè quella al primario del trasformatore, si inverte quando i diodi rettificatori al secondario commutano (fig. 4.1.3). In particolare, essa vale $+200V$ quando conduce D1 e $-200V$ quando invece conduce D2. Lo spegnimento di un rettificatore e la conseguente accensione dell'altro avvengono quando la corrente che scorre al secondario si annulla; dato che questa corrente è uguale ad $a \cdot [I(L_s) - I(Flux)]$, il suo annullamento implica $I(L_s) = I(Flux)$. Nel funzionamento in risonanza questa uguaglianza si verifica in corrispondenza delle transizioni ON-OFF dei MOSFET, quindi gli intervalli di conduzione di D1 e D2 risultano allineati a quelli di M1 e M2 rispettivamente. I diodi rettificatori conducono ciascuno per metà periodo di commutazione, per cui la conduzione è continua; quando

non lavorano risultano polarizzati in inversa con una tensione pari a $-2 \cdot V_{out} \cong -48V$. Dato che ciò avviene solo quando la loro corrente è andata a zero, non interviene il fenomeno di recovery e la condizione di ZCS è assicurata.

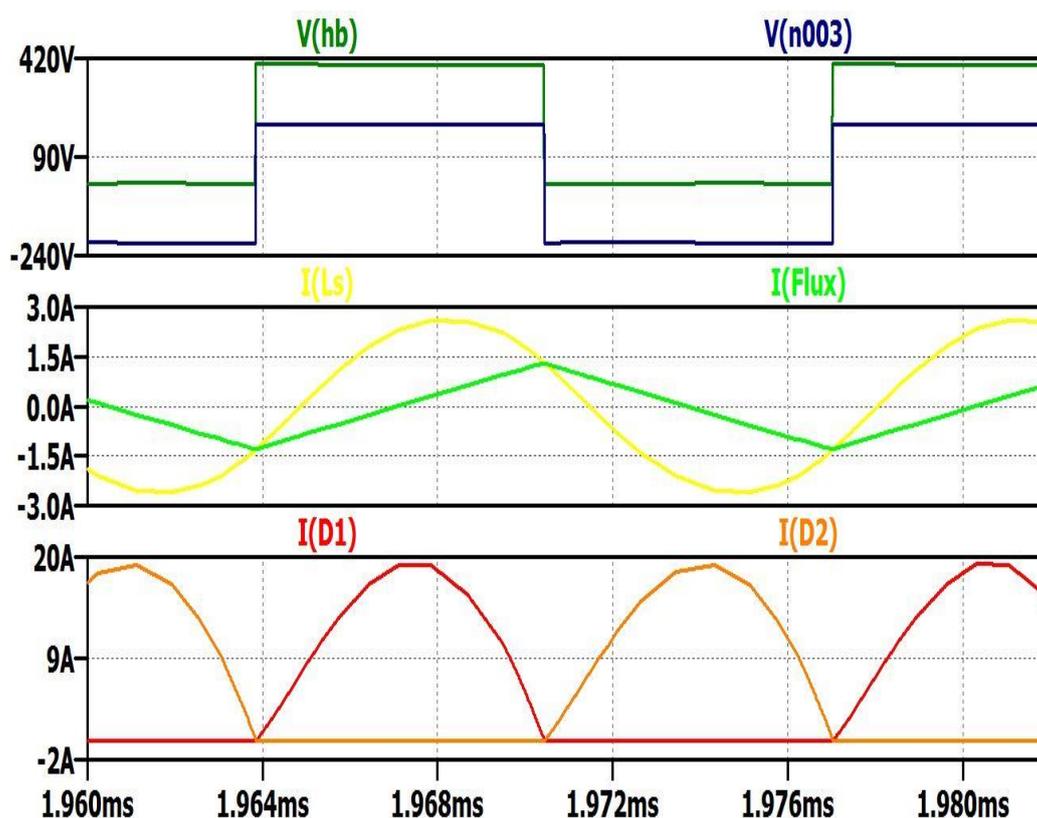


Figura 4.1.3 Intervalli di conduzione dei diodi rettificatori

Indicando con t_{OFF1} l'istante di spegnimento del transistor M1, si ha $I(L_s)(t_{OFF1}) > 0$ e $I(L_s)(t_{OFF1})$ è per ipotesi sufficientemente grande da garantire la completa commutazione della tensione V_{HB} entro il tempo morto T_D (fig. 4.1.4), assicurando la commutazione in ZVS di M2. Analoghe considerazioni valgono per la commutazione opposta (la transizione ON-OFF di M2), quando le grandezze caratteristiche del sistema hanno valori uguali in modulo ma opposti in segno rispetto al semiperiodo precedente.

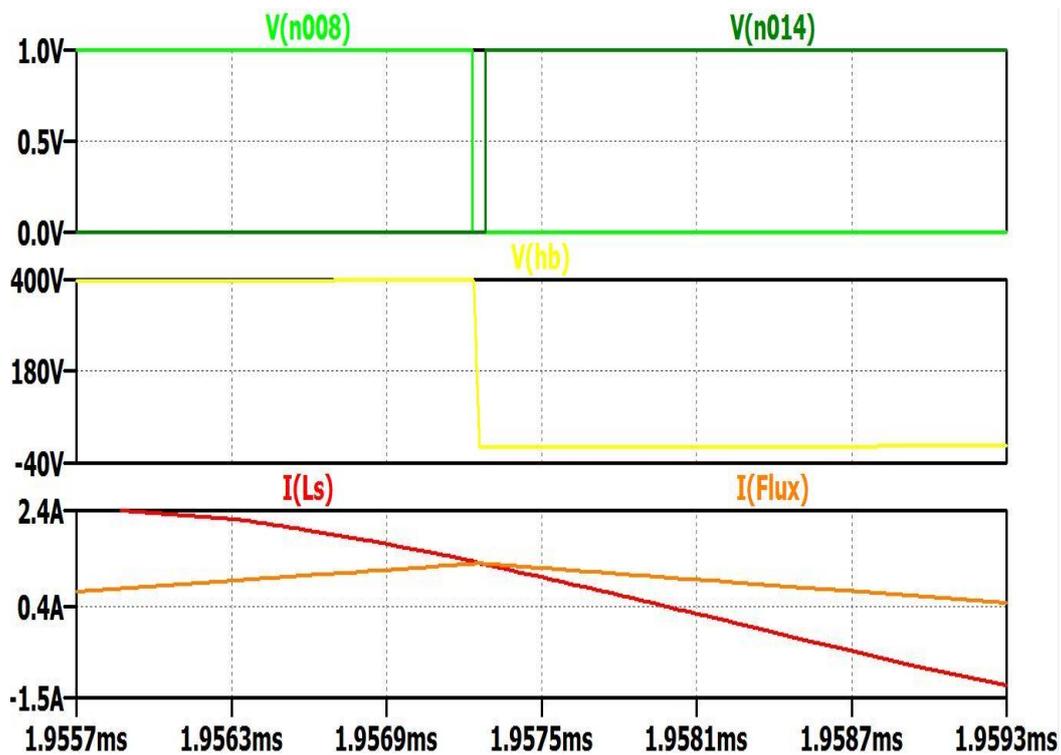


Figura 4.1.4 Dettaglio della transizione ON-OFF di M1

In questa modalità di funzionamento il modello ottenuto applicando l'approssimazione di prima armonica rispecchia bene il reale comportamento del convertitore, in quanto la corrente che scorre nel circuito risonante è puramente sinusoidale. Si riporta qui per comodità il circuito linearizzato equivalente di figura 3.3, adattandolo al caso specifico (fig. 4.1.5).

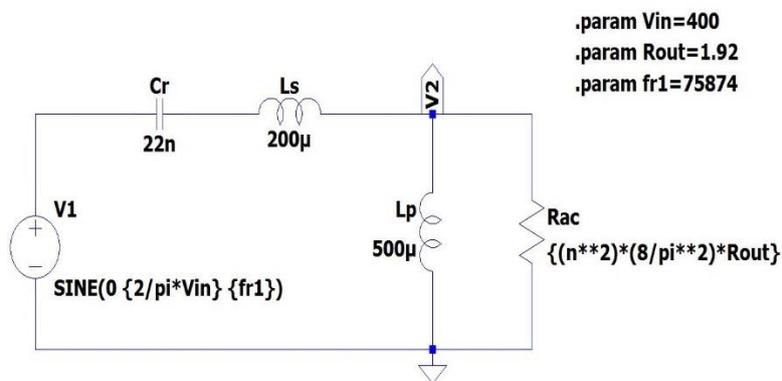


Figura 4.1.5 Circuito equivalente in risonanza

Dato che l'impedenza di un bipolo LC serie che lavora alla frequenza di risonanza è nulla, l'impedenza di ingresso complessiva del circuito si riduce a:

$$Z_{in}(j2\pi f_{R1}) = \frac{j2\pi f_{R1}L_p}{1 + \frac{j2\pi f_{R1}L_p}{R_{ac}}} \cong (88 + j38.8)\Omega$$

da cui si ottiene:

$$i_{L_s}(t) = \frac{2}{\pi} \frac{V_{in}}{|Z_{in}|} \sin(2\pi f_{R1}t - \arg(Z_{in})) = 2.65 \sin(2\pi f_{R1}t - 0.42) A$$

dove $\varphi = 0.42 \text{ rad} = 23.8^\circ$ è lo sfasamento tra la componente fondamentale della tensione impressa e la corrente (in ritardo) che scorre nel circuito risonante. L'espressione di $i_{L_s}(t)$ trovata coincide con buona approssimazione con quella deducibile dal grafico di fig. 4.1.6. Si noti che l'angolo di ritardo della corrente è determinato dalla condizione di carico: se il carico va in corto la corrente tende ad andare in fase con la tensione e non c'è più margine per garantire ZVS; sarà bene prevedere la condizione di sovraccarico o corto e gestirla.

A livello energetico è possibile distinguere due fasi collocate durante il periodo di conduzione di M1, cioè quando la tensione impressa al circuito risonante dal leg di interruttori è non nulla: l'intervallo di tempo in cui la corrente $I(L_s)$ è positiva corrisponde alla fase di cessione attiva dell'energia dalla sorgente al carico, mentre il lasso di tempo precedente, in cui la tensione impressa V_{HB} vale sempre V_{in} ma la corrente è negativa, costituisce la fase rigenerativa, quando cioè l'energia viene restituita alla sorgente di ingresso. L'energia di quest'ultima fase va a sottrarsi a quella fornita dalla prima, riducendo (quindi regolando) il flusso netto di energia dalla sorgente al carico. Diminuendo lo sfasamento tra la corrente e la tensione impressa è possibile aumentare il fattore di potenza in ingresso, purché rimangano valide le condizioni per lo ZVS. Durante il periodo di conduzione di M2, cioè quando la tensione impressa dal leg al circuito risonante è nulla, si ha il ricircolo della corrente, ovvero il flusso energetico verso valle avviene a spese dell'energia immagazzinata dal risonatore durante la fase precedente (la gran parte sul condensatore).

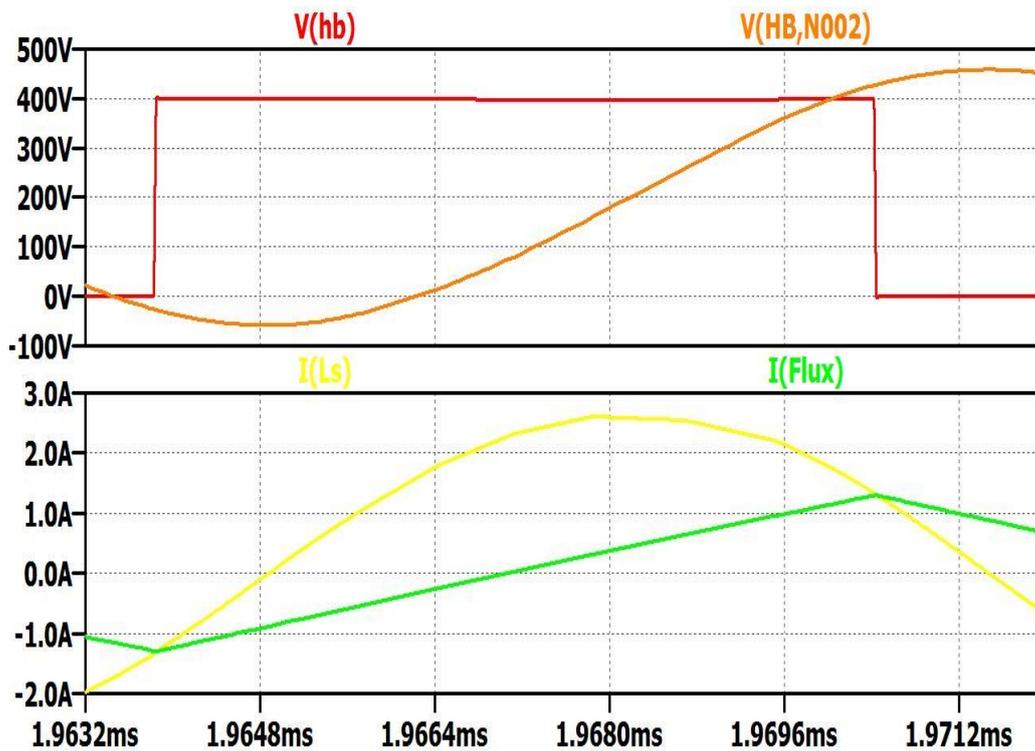


Figura 4.1.6 Dettaglio delle forme d'onda in risonanza

Per quanto riguarda la tensione ai capi del condensatore C_r , bisogna tenere presente che in regime periodico la tensione ai capi di un induttore ha valor medio nullo, per cui il valor medio di tensione dell'onda quadra in ingresso al circuito risonante ($\frac{V_{in}}{2}$) ricade tutto sulla capacità, che quindi ha anche la funzione di blocco della componente dc. L'espressione di $v_{Cr}(t)$ è il risultato dell'integrazione della corrente espressa precedentemente:

$$\begin{aligned}
 v_{Cr}(t) &= \frac{I_{Ls}}{2\pi f_{R1} C_r} \sin\left(2\pi f_{R1} t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{V_{in}}{2} = \\
 &= (253 \sin(2\pi f_{R1} t - 1.99) + 200)V
 \end{aligned}$$

Anche in questo caso l'equazione ottenuta seguendo il metodo FHA ricalca bene la forma d'onda reale (fig. 4.1.6, curva corrispondente a $V(hb,n002)$).

La corrente al secondario del trasformatore, data dalla somma delle correnti che scorrono nei due diodi rettificatori, è una sinusoide raddrizzata (ultimo grafico di fig. 4.1.3) di ampiezza:

$$I_{rect} = \frac{\pi}{2} I_{out} = \frac{\pi P_{out}}{2 V_{out}} = \frac{\pi 300}{2 \cdot 24} \cong 19.63A$$

Infine, dato che la corrente attraverso l'induttanza parallela è un'onda triangolare a valor medio nullo con pendenza $\pm \frac{a \cdot V_{out}}{L_p}$ nei rispettivi semiperiodi, il suo valore di picco, in modulo, risulta pari alla metà del valore picco-picco:

$$\frac{a \cdot V_{out} T_s}{L_p} \frac{1}{4} = 1.32A$$

In sintesi, in risonanza il carico RL vede direttamente la tensione impressa dalla rete di switch, dato che la tensione ai capi della serie LC è nulla, per cui vale $\frac{V_{in}}{2} = a \cdot V_{out}$ indipendentemente dal valore di R_{out} . Pertanto, ci si riferisce alla risonanza come al “punto di lavoro indipendente dal carico”.

Si noti come il riconoscimento della equazione sopra determini che, per definizione, il guadagno di tensione M è unitario nella condizione di funzionamento in risonanza (a meno di non tener conto di fenomeni di perdita). Poiché in risonanza il convertitore opera senz'altro con prestazioni eccellenti non meraviglia che si cerchi di dimensionare il rapporto spire in modo che l'equazione sopra sia soddisfatta quando le tensioni di ingresso e di uscita sono quelle nominali.

4.2 $M < 1$: CCMA con carico pesante

Questa modalità di funzionamento in buck mode si verifica per tensioni di alimentazione superiori a quella nominale e impone al circuito regolatore un aggiustamento della frequenza di switching a frequenze sopra la risonanza, dove il circuito equivalente FHA ci predice un minore guadagno di tensione. Per effettuarne l'analisi si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 420V$, per cui $M = 0.9524$. La resistenza di carico è $R_{out} = 1.92\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è quella nominale. Per determinare la frequenza a cui deve operare la rete di commutazione si usa il metodo descritto a inizio capitolo; in questo caso (che è proprio quello trattato come esempio) si ottiene $f_s = 79.39kHz$. Le forme d'onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono rappresentate in fig. 4.2.1.

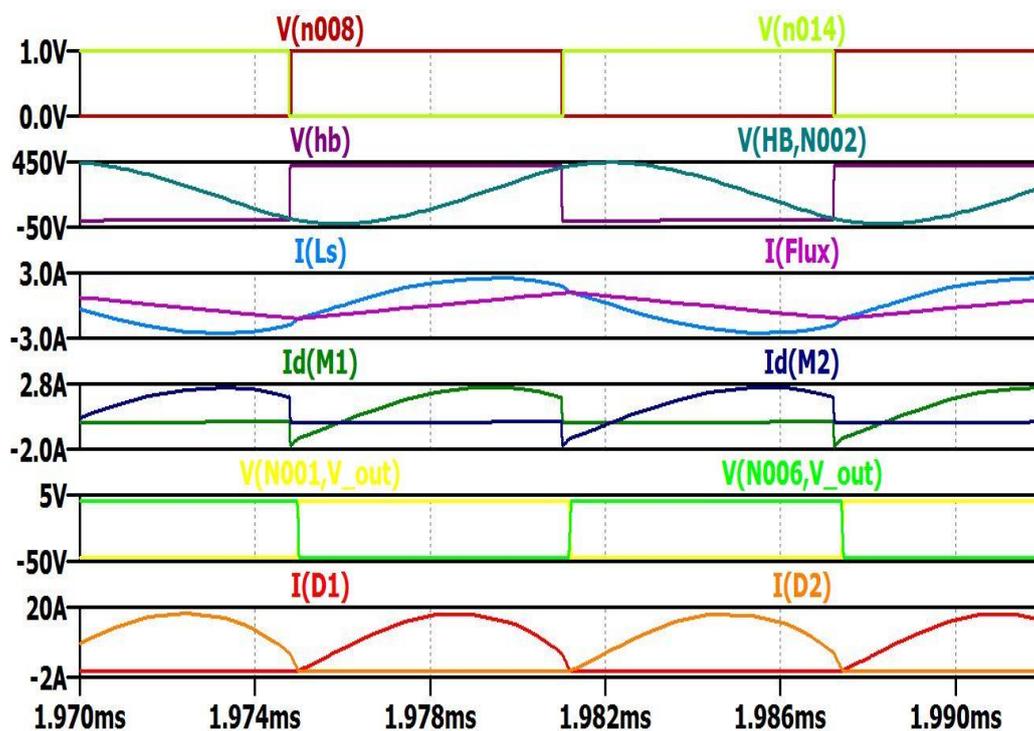


Figura 4.2.1 Forme d'onda in CCMA con carico pesante

In questa modalità di funzionamento continuo i diodi rettificatori al secondario del trasformatore conducono ciascuno esattamente per un

semiperiodo. Quando un diodo non è in conduzione è polarizzato in inversa con una tensione pari a $-2 \cdot V_{out} \cong -48V$, come si può notare dal grafico in fig. 4.2.2, dove $V(n001, V_{out})$ e $V(n006, V_{out})$ sono le tensioni ai capi dei diodi D1 e D2.

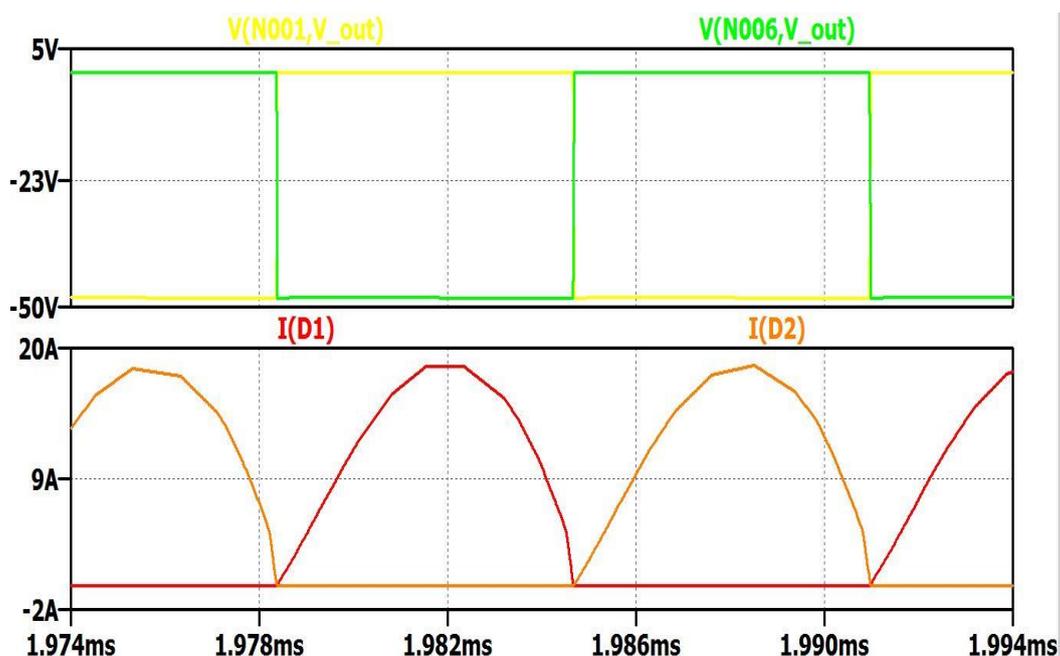


Figura 4.2.2 Correnti nei diodi rettificatori

Considerando un intero periodo di commutazione T_s , la corrente $I(L_s)$ appare costituita da porzioni di sinusoidi alla frequenza f_{R1} (fig. 4.2.3), mentre $I(Flux)$ è, come nel funzionamento in risonanza, un'onda triangolare. In questo caso, però, l'uguaglianza tra la corrente del circuito risonante e quella attraverso l'induttanza parallela, ovvero l'inversione della tensione $V(n003)$ a primario del trasformatore, si verifica in ritardo rispetto agli istanti di commutazione degli interruttori, per cui gli intervalli di conduzione di D1 e D2 risultano sfalsati in ritardo rispetto a quelli di M1 e M2.

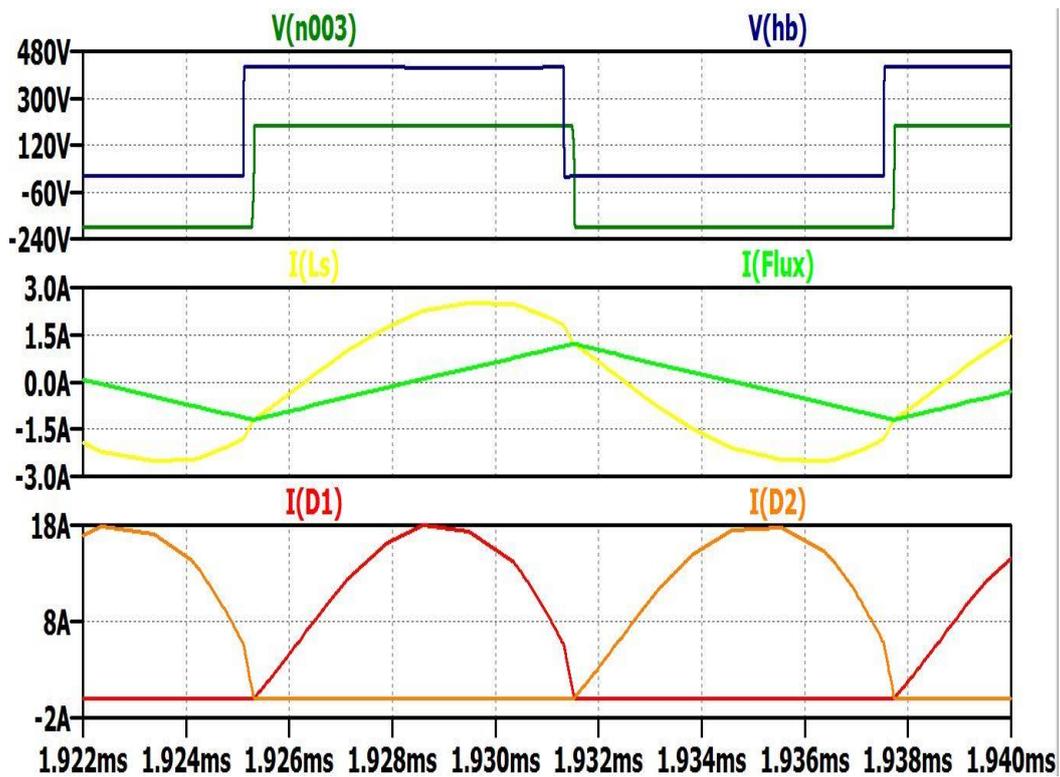


Figura 4.2.3 Intervalli di conduzione dei diodi rettificatori

Indicando con t_{OFF1} l'istante di spegnimento del transistor M1, si ha che $I(L_s)(t_{OFF1})$ è sufficientemente grande da garantire la completa commutazione della tensione sulla capacità C_{HB} entro il tempo morto T_D (fig. 4.2.4), assicurando l'accensione in ZVS di M2. Lo stesso avviene alla transizione ON-OFF di M2, quando $I(L_s)(t_{OFF2})$ riesce a commutare fino a V_{in} la tensione del nodo centrale del mezzo ponte prima dell'accensione di M1.

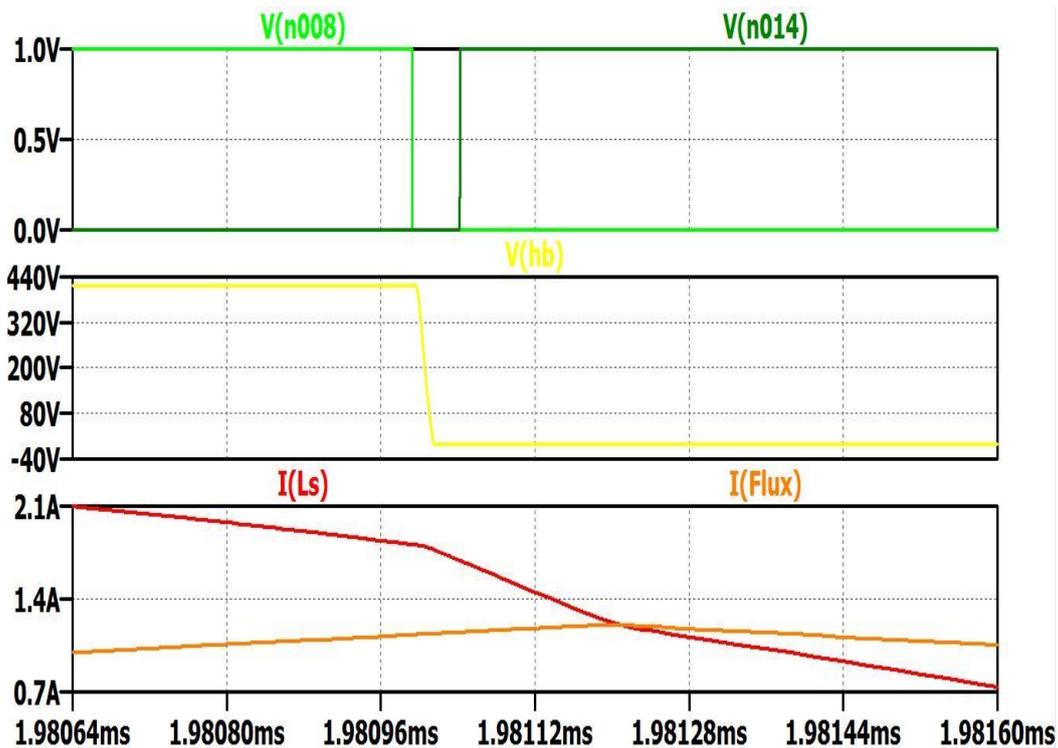


Figura 4.2.4 Dettaglio della transizione ON-OFF di M1

All'istante t_{OFF1} $I(L_S)$, che prima diminuiva secondo una curva sinusoidale, inizia a calare rapidamente avvicinandosi a $I(Flux)$, la quale sta crescendo linearmente. Questo tratto aggiuntivo è comunque parte di una sinusoide alla medesima frequenza f_{R1} . Ciò si spiega studiando le equazioni che descrivono il circuito durante il semiperiodo di conduzione del MOSFET M1 (quando è attivo M2 gli stati sono simmetrici, per cui ci si preoccuperà di risolvere solo le equazioni relative al semiperiodo di M1).

Si considerino trascurabili i tempi morti inseriti tra gli intervalli di conduzione degli interruttori. Osservando il grafico in fig. 4.2.5, si distinguono, all'interno dell'intervallo di funzionamento di M1 (tensione impressa uguale a V_{in}), due diverse fasi: nella prima è ancora in conduzione il diodo rettificatore D2 (la tensione $V(n003)$ ai capi dell'induttanza L_p vale -200V), nella seconda conduce D1. Il circuito corrispondente alla prima fase, cioè quella in cui si colloca il tratto di $I(L_S)$ a pendenza maggiore, è rappresentato in figura 4.2.6.

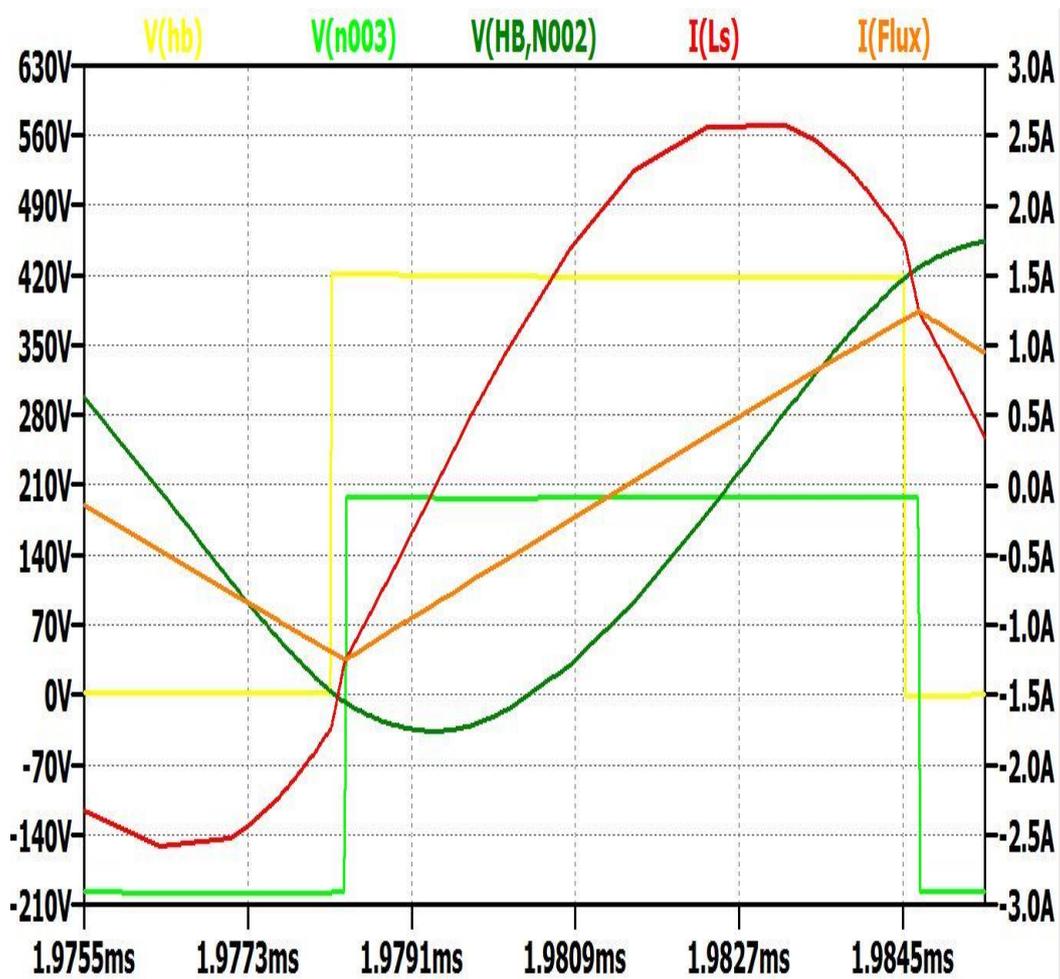


Figura 4.2.5 Grandezze caratteristiche del circuito

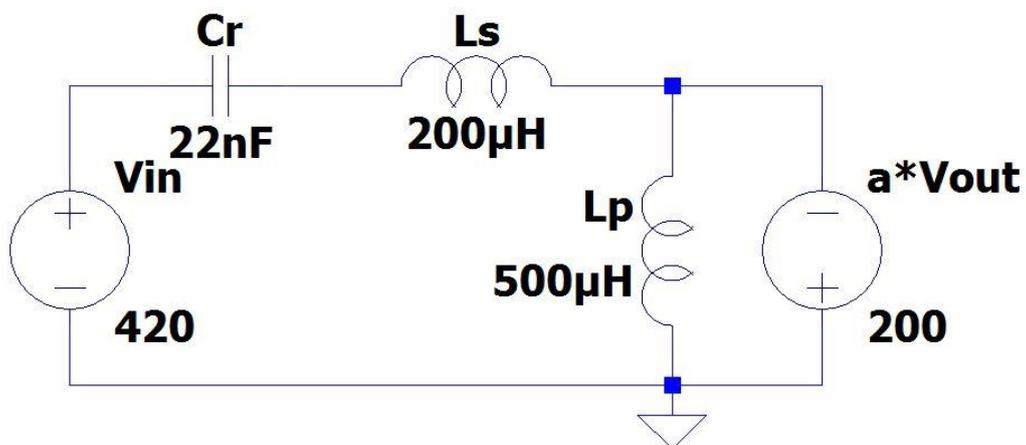


Figura 4.2.6 Circuito equivalente quando conducono M1 e D2

Sfruttando l'equazione della maglia si scrivono le equazioni di stato delle grandezze $i_{Ls}(t)$ e $v_{Cr}(t)$:

$$\begin{cases} v_{Ls}(t) = V_{in} - v_{Cr}(t) + a \cdot V_{out} \\ i_{Cr}(t) = i_{Ls}(t) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_s \frac{di_{Ls}}{dt} = -v_{Cr}(t) + V_{in} + a \cdot V_{out} \\ C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} = i_{Ls}(t) \end{cases}$$

Sostituendo la seconda equazione nella prima e aggiungendo l'equazione costitutiva dell'induttore L_p si giunge alla formulazione delle equazioni differenziali che descrivono il circuito:

$$0 \leq t \leq t_1: \begin{cases} \frac{d^2 v_{Cr}}{dt^2} + \frac{v_{Cr}(t)}{L_s C_r} = \frac{V_{in} + a \cdot V_{out}}{L_s C_r} \\ i_{Ls}(t) = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} \\ L_p \frac{di_{Lp}}{dt} = -a \cdot V_{out} \end{cases}$$

dove per $t = 0$ si intende l'istante di accensione di M1 e per $t = t_1$ l'istante in cui si inverte la tensione $V(n003)$. Risolvendo l'equazione caratteristica associata alla prima equazione differenziale del sistema si ricavano le frequenze naturali del circuito:

$$\lambda^2 + \frac{1}{L_s C_r} = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm \frac{j}{\sqrt{L_s C_r}} = \pm j 2\pi f_{R1}$$

Tenendo conto della soluzione particolare $v_{Cr}(t) = V_{in} + a \cdot V_{out}$ si scrive la soluzione generale:

$$v_{Cr}(t) = A \cdot \cos(2\pi f_{R1} t) + B \cdot \sin(2\pi f_{R1} t) + V_{in} + a \cdot V_{out}$$

Calcolando la derivata di $v_{Cr}(t)$:

$$\frac{dv_{Cr}}{dt} = -A \cdot 2\pi f_{R1} \cdot \sin(2\pi f_{R1} t) + B \cdot 2\pi f_{R1} \cdot \cos(2\pi f_{R1} t)$$

e imponendo le condizioni iniziali si determinano le costanti A e B :

$$\begin{cases} v_{Cr}(0) = A + V_{in} + a \cdot V_{out} \Rightarrow A = v_{Cr}(0) - V_{in} - a \cdot V_{out} \\ \left. \frac{dv_{Cr}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_{Ls}(0)}{C_r} \Rightarrow B = \frac{i_{Ls}(0)}{2\pi f_{R1} C_r} = Z_0 i_{Ls}(0) \end{cases}$$

dove $Z_0 = \sqrt{\frac{L_s}{C_r}} = \frac{1}{2\pi f_{R1} C_r} = 2\pi f_{R1} L_s$.

L'espressione definitiva di $v_{Cr}(t)$ è:

$$v_{Cr}(t) = (v_{Cr}(0) - V_{in} - a \cdot V_{out}) \cos(2\pi f_{R1} t) + Z_0 i_{Ls}(0) \sin(2\pi f_{R1} t) + V_{in} + a \cdot V_{out}$$

Da $i_{Ls}(t) = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt}$ si ottiene l'equazione di $i_{Ls}(t)$:

$$i_{Ls}(t) = \frac{-v_{Cr}(0) + V_{in} + a \cdot V_{out}}{Z_0} \sin(2\pi f_{R1} t) + i_{Ls}(0) \cos(2\pi f_{R1} t)$$

Infine, integrando l'equazione costitutiva di L_p si ricava l'espressione di $i_{Lp}(t)$:

$$i_{Lp}(t) = -\frac{a \cdot V_{out}}{L_p} t + i_{Lp}(0)$$

Le quantità iniziali $v_{Cr}(0), i_{Ls}(0), i_{Lp}(0)$ sono da determinare imponendo le opportune condizioni di periodicità.

Da $t = t_1$ e fino alla fine dell'intervallo di conduzione di M1, il circuito equivalente è il seguente:

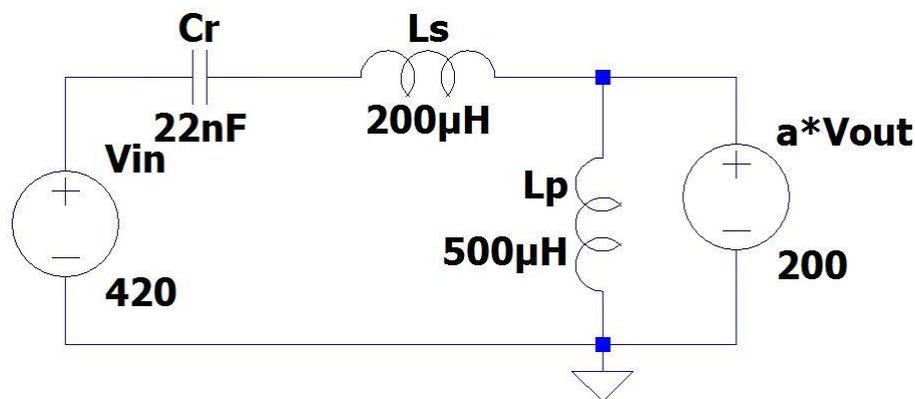


Figura 4.2.7 Circuito equivalente quando conducono M1 e D1

Analogamente al caso precedente si ricavano le equazioni differenziali che descrivono il circuito:

$$\begin{cases} v_{Ls}(t) = V_{in} - v_{Cr}(t) - a \cdot V_{out} \Rightarrow \\ i_{Cr}(t) = i_{Ls}(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_s \frac{di_{Ls}}{dt} = -v_{Cr}(t) + V_{in} - a \cdot V_{out} \\ C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} = i_{Ls}(t) \end{cases}$$

$$t_1 \leq t \leq \frac{T_s}{2} : \begin{cases} \frac{d^2 v_{Cr}}{dt^2} + \frac{v_{Cr}(t)}{L_s C_r} = \frac{V_{in} - a \cdot V_{out}}{L_s C_r} \\ i_{Ls}(t) = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} \\ L_p \frac{di_{Lp}}{dt} = a \cdot V_{out} \end{cases}$$

e si ottengono le espressioni della tensione ai capi del condensatore e delle correnti attraverso le due induttanze:

$$\begin{cases} v_{Cr}(t) = (v_{Cr}(t_1) - V_{in} + a \cdot V_{out}) \cos(2\pi f_{R1}(t - t_1)) + \\ \quad + Z_0 i_{Ls}(t_1) \sin(2\pi f_{R1}(t - t_1)) + V_{in} - a \cdot V_{out} \\ i_{Ls}(t) = \frac{-v_{Cr}(t_1) + V_{in} - a \cdot V_{out}}{Z_0} \sin(2\pi f_{R1}(t - t_1)) + \\ \quad + i_{Ls}(t_1) \cos(2\pi f_{R1}(t - t_1)) \\ i_{Lp}(t) = \frac{a \cdot V_{out}}{L_p} (t - t_1) + i_{Lp}(t_1) \end{cases}$$

dove i valori $v_{Cr}(t_1)$, $i_{Ls}(t_1)$, $i_{Lp}(t_1)$ non sono noti.

Come si può notare dalle equazioni scritte sopra, durante entrambe le fasi $v_{Cr}(t)$ e $i_{Ls}(t)$ sono porzioni di sinusoidi alla frequenza di risonanza. All'istante t_1 la corrente che scorre nel circuito risonante e quella attraverso l'induttanza parallela si equivalgono e vale:

$$i_{Ls}(t_1) = i_{Lp}(t_1) = -\frac{a \cdot V_{out} T_s}{L_p} \frac{1}{4} \cong -1.26A$$

La tensione sul condensatore ha valor medio pari a $\frac{V_{in}}{2}$, quindi per simmetria vale:

$$\frac{V_{in}}{2} - v_{Cr}(0) = v_{Cr}\left(\frac{T_s}{2}\right) - \frac{V_{in}}{2} \Rightarrow v_{Cr}\left(\frac{T_s}{2}\right) = V_{in} - v_{Cr}(0)$$

Inoltre, dato che il regime di funzionamento del convertitore è periodico, la corrente che attraversa il condensatore (e quindi anche l'induttore serie) ha valor medio nullo, per cui vale:

$$i_{Ls}\left(\frac{T_s}{2}\right) = -i_{Ls}(0)$$

Definendo gli angoli:

$$\gamma = 2\pi f_{R1} \frac{T_s}{2} \cong 3.0023 \text{rad} \quad \varphi = 2\pi f_{R1} \left(\frac{T_s}{4} - t_1\right) = \frac{\gamma}{2} - 2\pi f_{R1} t_1$$

dove γ è il semiperiodo normalizzato di conduzione di un MOSFET, e imponendo le condizioni al contorno sopra descritte, mediante manipolazioni algebriche dei sistemi di equazioni e sostituzioni di variabili (Lazar e Martinelli, 2001) è possibile ottenere le seguenti espressioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \varphi = M \cdot \left(\frac{\gamma L_s}{2 L_p} \cos \frac{\gamma}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \right) \cong 0.9899 \\ v_{Cr}(0) = \left(1 - \frac{\cos \varphi}{\cos \frac{\gamma}{2}} \right) \cdot a \cdot V_{out} + \frac{V_{in}}{2} \cong 1.85V \\ v_{Cr}(t_1) = \left(1 - \frac{\cos \varphi}{\cos \frac{\gamma}{2}} \right) \cdot \frac{V_{in}}{2} + \frac{V_{in}}{2} \cong -8.56V \\ i_{Ls}(0) = \left[\frac{\gamma L_s}{2 L_p} M + \left(M - \frac{1}{M} \right) \tan \frac{\gamma}{2} \right] \frac{a \cdot V_{out}}{Z_0} \cong -1.74A \\ i_{Lp}(0) = -\frac{L_s}{L_p} \varphi \frac{a \cdot V_{out}}{Z_0} \cong -1.20A \end{array} \right.$$

I valori ottenuti coincidono con buona approssimazione con quelli deducibili dal grafico delle forme d'onda (fig. 4.2.5); occorre tenere

presente che la trattazione analitica trascura i tempi morti, le transizioni non istantanee della tensione del nodo centrale del mezzo ponte di interruttori e le cadute di tensione sui MOSFET e sui diodi rettificatori, oltre al fatto che le formule riportate variano sensibilmente in funzione della frequenza.

Riassumendo, in modalità CCMA la condizione di ZVS per i transistori è rispettata. Inoltre, dato che i diodi rettificatori al secondario vengono polarizzati in inversa solo quando la loro corrente è andata a zero, non interviene il fenomeno di recovery e la condizione di ZCS è assicurata.

4.3 $M < 1$: DCMA con carico medio

Si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 420V$, per cui vale ancora $M = 0.9524$. La resistenza di carico è invece $R_{out} = 9.6\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è pari a un quinto di quella nominale. Sfruttando la caratteristica del rapporto di conversione dc ottenuta con il metodo FHA, si ricava $f_s = 81.04kHz$. In buck mode, quindi, la modalità DCMA si verifica a frequenze maggiori rispetto alla regione operativa propria della CCMA. Le forme d'onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono rappresentate in fig. 4.3.1.

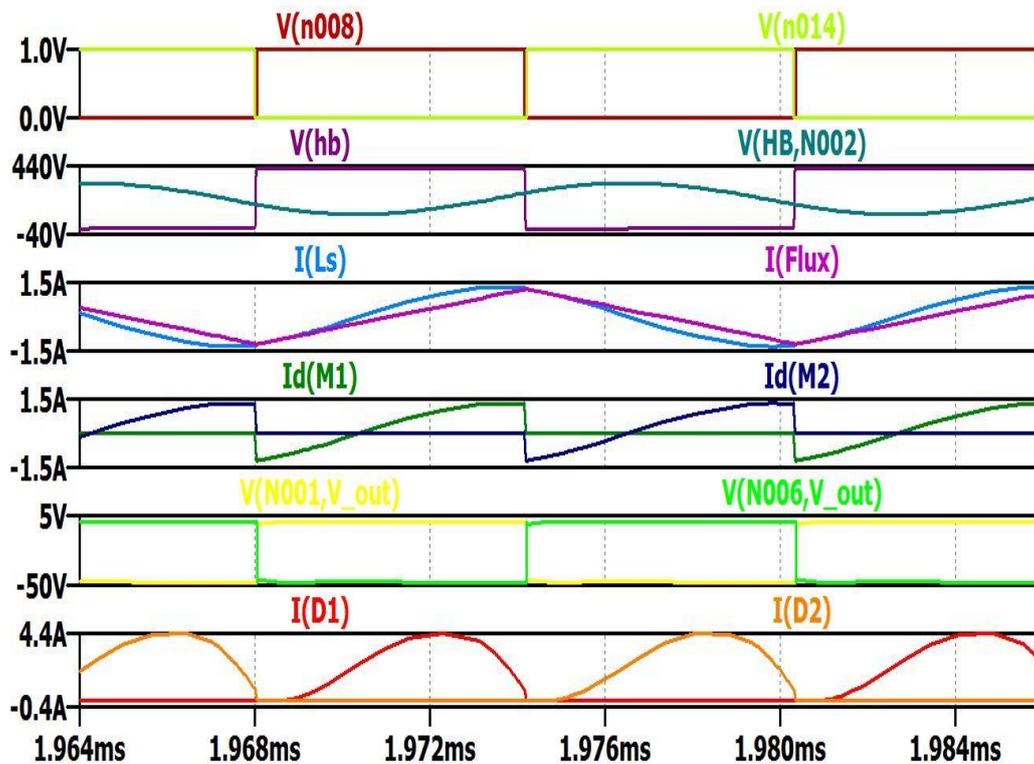


Figura 4.3.1 Forme d'onda in DCMA con carico medio

In questa modalità discontinua di conduzione viene fuori la natura multirisonante del convertitore LLC. In un periodo di commutazione ci sono due intervalli di tempo subito dopo le transizioni del mezzo ponte durante i quali non c'è corrente al secondario, quindi tutta

l'induttanza del primario del trasformatore ($L_s + L_p$) partecipa alla risonanza e $I(L_s) = I(Flux)$ è una porzione di senoide alla seconda frequenza di risonanza f_{R2} (fig. 4.3.2).

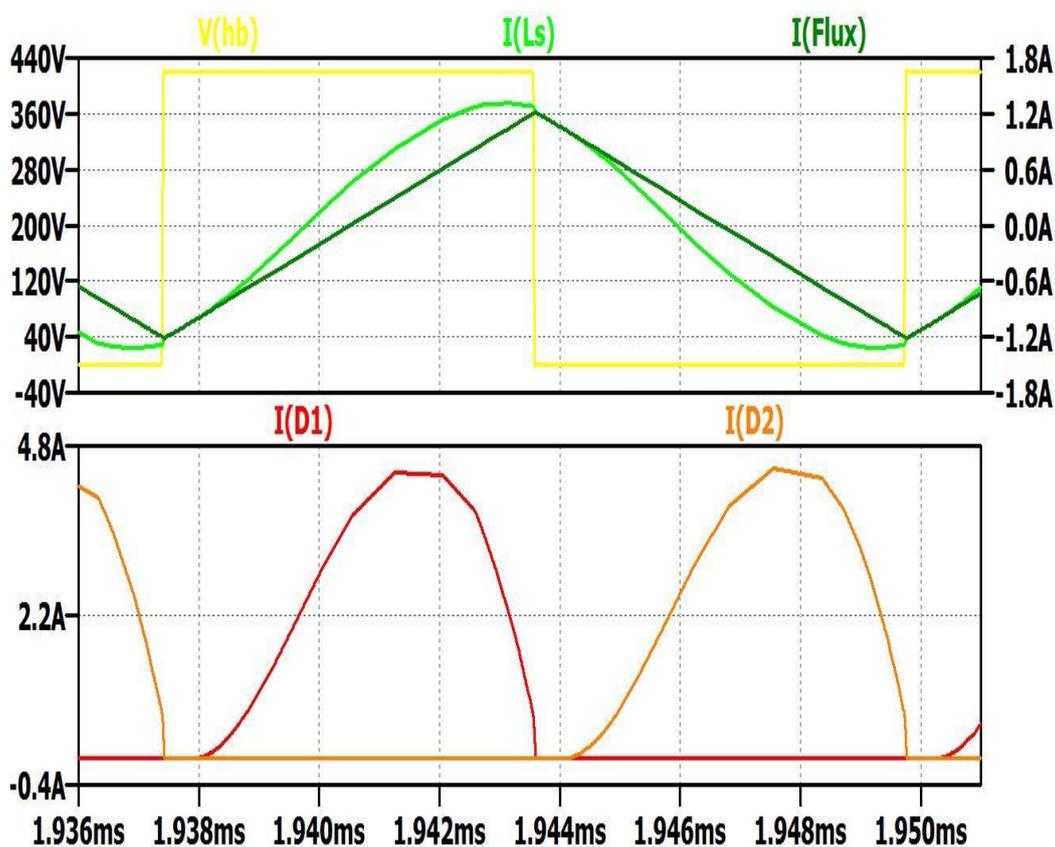


Figura 4.3.2 Forme d'onda delle correnti principali

Anche in questo caso la corrente che scorre nel circuito risonante è in ritardo rispetto alla tensione impressa dal leg di interruptori (l'impedenza di ingresso del circuito è induttiva) e il valore di $I(L_s)$ agli istanti di spegnimento dei transistori è sufficientemente grande in modulo da garantire la completa scarica/carica di C_{HB} entro il tempo morto T_D (fig. 4.3.3). Si ricorda che $V(n008)$ e $V(n014)$ sono i segnali di comando dei MOSFET M1 e M2.

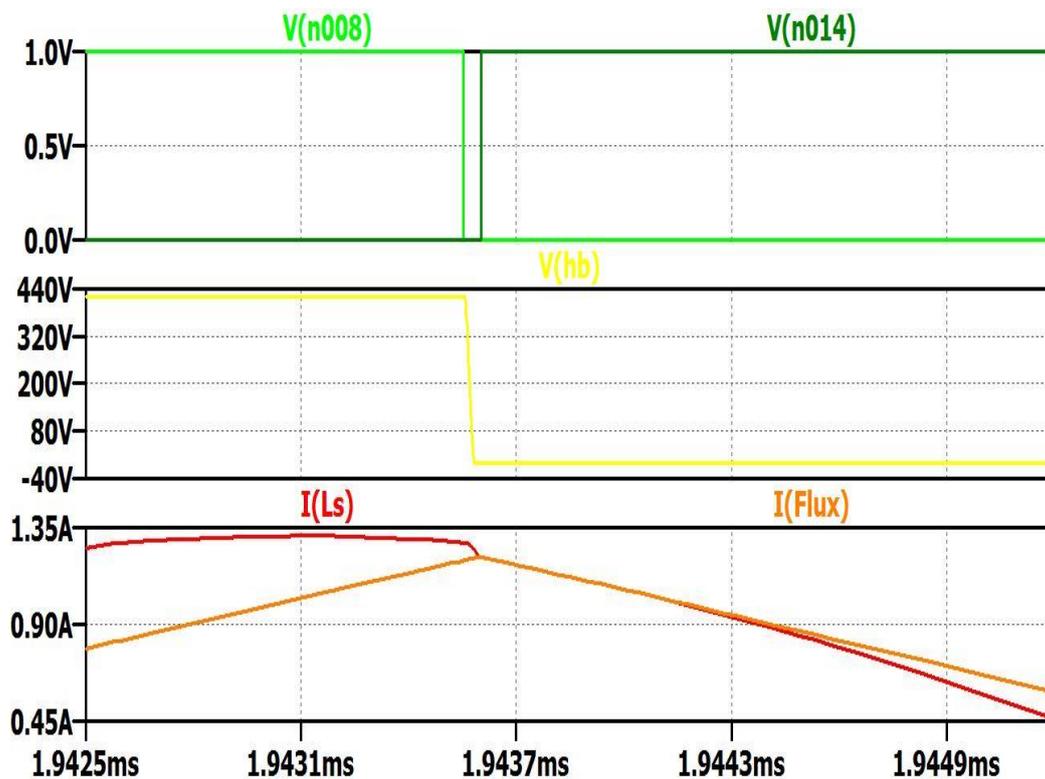


Figura 4.3.3 Dettaglio transizione ON-OFF di M1

Rispetto alla modalità CCMA, in DCMA la fase di trasferimento dell'energia dalla sorgente al carico è più breve e la fase rigenerativa con potenza in transito verso la sorgente è più lunga. Il convertitore deve erogare minore potenza attiva e quella reattiva acquista più peso (come testimoniato dall'aumento dello sfasamento tra la tensione impressa e la corrente del circuito risonante).

I diodi rettificatori al secondario D1 e D2 cominciano a condurre dopo un certo ritardo dall'entrata in conduzione di M1 e M2 rispettivamente. Sia la corrente iniziale che la sua derivata sono nulle, quindi essi hanno un'accensione soft. Inoltre smettono di condurre quando $I(L_s) = I(Flux)$, il che accade con un certo ritardo (quasi in contemporanea nella fig. 4.3.2, dove si nota il crollo verticale della corrente nei diodi non appena il leg commuta) rispetto allo spegnimento degli interruttori. Anche in questo caso, dunque, non interviene il fenomeno di reverse recovery. Il motivo per cui D1 e D2 non conducono durante gli intervalli dopo il tempo morto è che la

tensione ai capi del trasformatore (data da $V_{in} - v_{Cr}(t)$) non è sufficientemente grande perché la caduta di tensione attraverso L_p riportata al secondario possa polarizzare direttamente uno dei diodi:

$$[V_{in}(t) - v_{Cr}(t)] \cdot \frac{L_p}{L_s + L_p} \leq a \cdot V_{out}$$

Se si osserva il semiperiodo di conduzione di un MOSFET (in questo caso M1, fig. 4.3.4), si può notare la presenza di un'ulteriore fase rispetto alle due descritte per la modalità CCMA. In particolare, la sequenza delle tre fasi è così costituita:

1. Una prima fase, molto breve, in cui è ancora in conduzione D2 (questa fase è del tutto equivalente a quella presente in CCMA)
2. Una seconda fase in cui nessun diodo rettificatore conduce (fase peculiare di questa modalità)
3. Una terza fase, in cui è in conduzione D1, che dura fino alla fine dell'intervallo di conduzione di M1 (vedere CCMA).

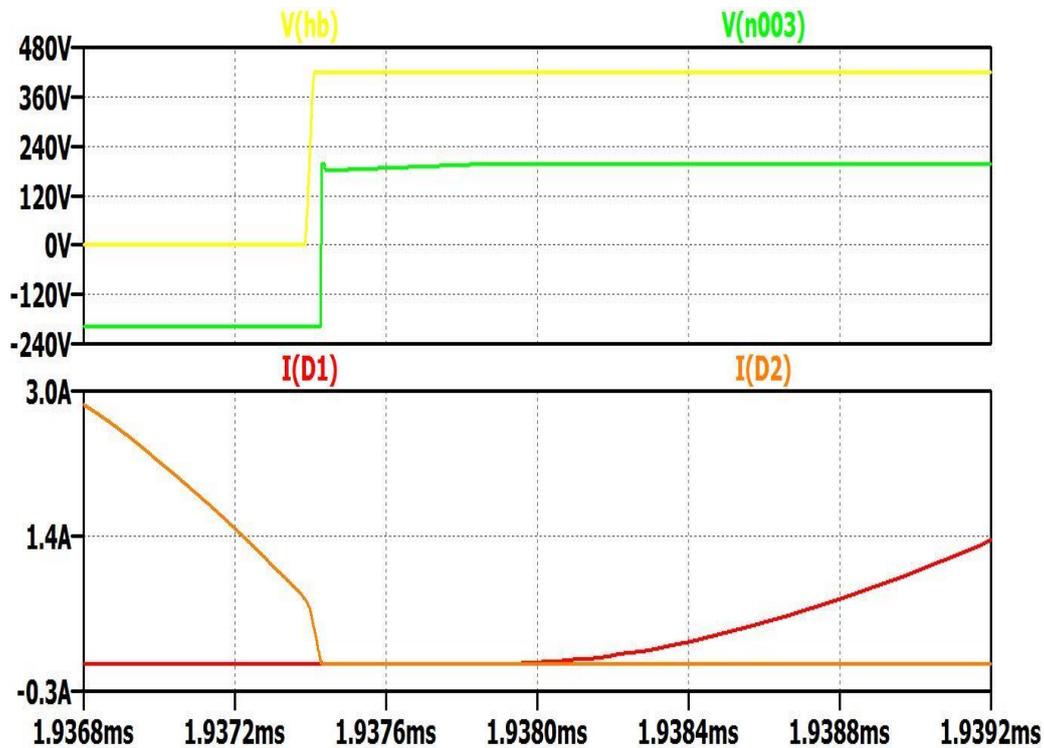


Figura 4.3.4 Intervallo di conduzione di M1

Lo schema circuitale corrispondente alla seconda fase è rappresentato in figura 4.3.5.

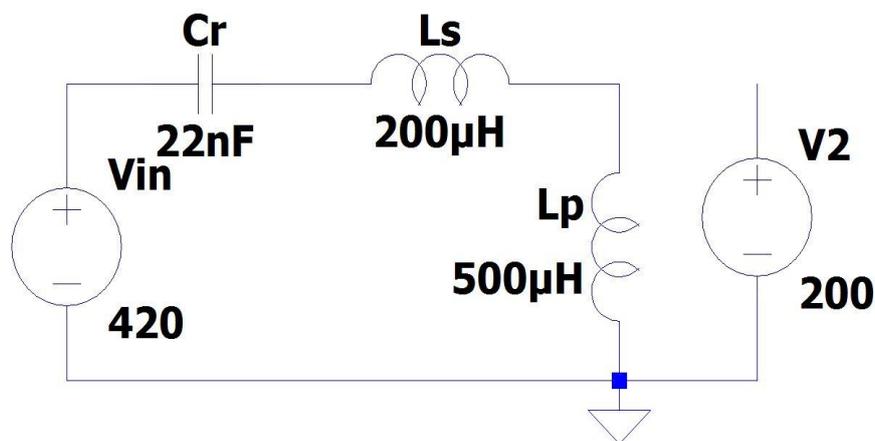


Figura 4.3.5 Circuito equivalente quando nessun diodo conduce al secondario

A partire dall'equazione della maglia e dalle equazioni costitutive dei componenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} (L_s + L_p) \frac{di_{Ls}}{dt} = -v_{Cr}(t) + V_{in} \\ C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} = i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) \\ v_{Lp}(t) = L_p \frac{di_{Lp}}{dt} \end{array} \right.$$

si ricavano le equazioni differenziali che descrivono il circuito durante questo nuovo intervallo:

$$t_1 \leq t \leq t_2: \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 v_{Cr}}{dt^2} + \frac{v_{Cr}(t)}{(L_s + L_p)C_r} = \frac{V_{in}}{(L_s + L_p)C_r} \\ i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} \\ v_{Lp}(t) = L_p \frac{di_{Lp}}{dt} \end{array} \right.$$

dove per $t = t_1$ si intende l'istante di spegnimento di D2 e per $t = t_2$ l'istante di accensione di D1.

La soluzione generale della prima equazione differenziale del sistema precedente è:

$$v_{Cr}(t) = A \cdot \cos(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + B \cdot \sin(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + V_{in}$$

dove $f_{R2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_s+L_p)C_r}}$. Imponendo le condizioni iniziali per $t = t_1$

si ricavano le costanti A e B :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{Cr}(t_1) = A + V_{in} \Rightarrow A = v_{Cr}(t_1) - V_{in} \\ \left. \frac{dv_{Cr}}{dt} \right|_{t=t_1} = \frac{i_{Ls}(t_1)}{C_r} \Rightarrow B = \frac{i_{Ls}(t_1)}{2\pi f_{R2} C_r} = \sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(t_1) \end{array} \right.$$

Le espressioni complete di $v_{Cr}(t)$, $i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t)$ e $v_{Lp}(t)$ sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{Cr}(t) = (v_{Cr}(t_1) - V_{in}) \cos(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + \\ \quad + \sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(t_1) \sin(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + V_{in} \\ i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) = (-v_{Cr}(t_1) + V_{in}) \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + \\ \quad + i_{Ls}(t_1) \cos(2\pi f_{R2}(t - t_1)) \\ v_{Lp}(t) = (-v_{Cr}(t_1) + V_{in}) \frac{L_p}{L_s + L_p} \cos(2\pi f_{R2}(t - t_1)) + \\ \quad - \frac{L_p i_{Ls}(t_1)}{\sqrt{(L_s + L_p)C_r}} \sin(2\pi f_{R2}(t - t_1)) \end{array} \right.$$

dove $v_{Cr}(t_1)$ e $i_{Ls}(t_1)$ sono quantità da determinare.

Non è possibile trovare soluzioni in forma chiusa per le equazioni della modalità di funzionamento DCMA (Lazar e Martinelli, 2001).

4.4 $M < 1$: DCMAB con carico leggero

Si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 420V$, per cui come nel caso precedente vale $M = 0.9524$. La resistenza di carico invece è $R_{out} = 23.04\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è pari a un dodicesimo di quella nominale. La frequenza di commutazione è $f_s = 81.9kHz$, infatti questa modalità di funzionamento si verifica a frequenze maggiori rispetto alla DCMA. Le forme d'onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono rappresentate in fig. 4.4.1.

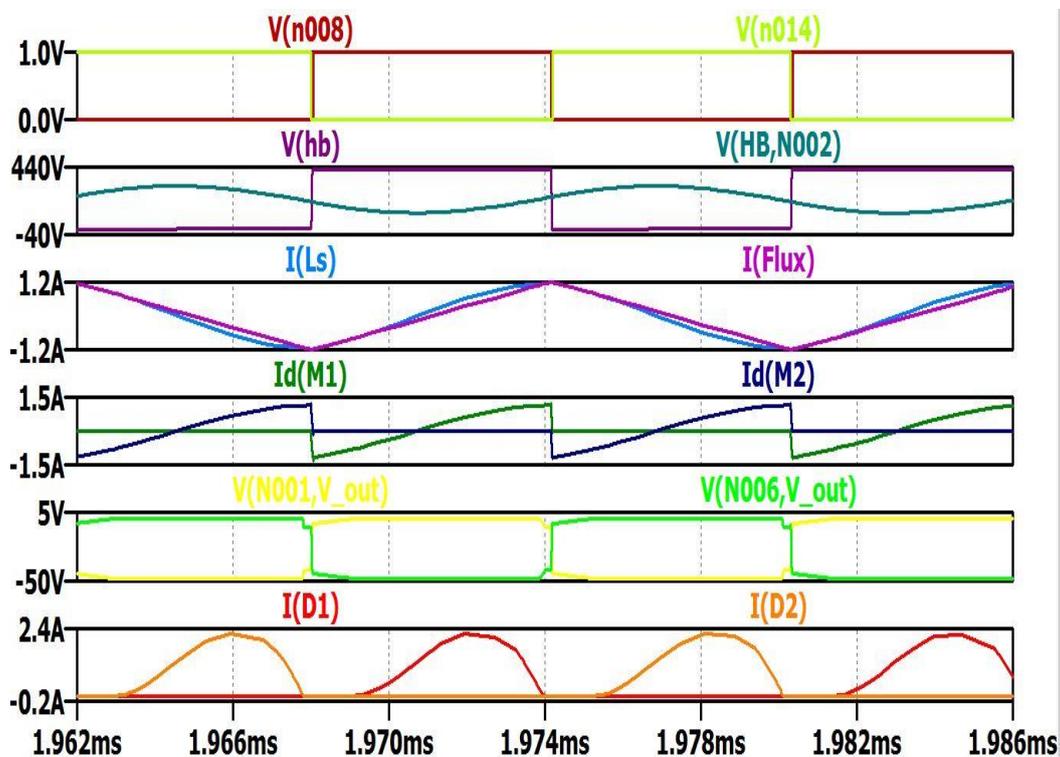


Figura 4.4.1 Forme d'onda in DCMAB con carico leggero

Questa modalità di funzionamento discontinuo differisce dalla DCMA per il fatto che D1 smette di condurre prima della fine dell'intervallo di conduzione di M1, così come D2 smette di condurre prima della fine del semiperiodo di conduzione di M2 (fig. 4.4.2).

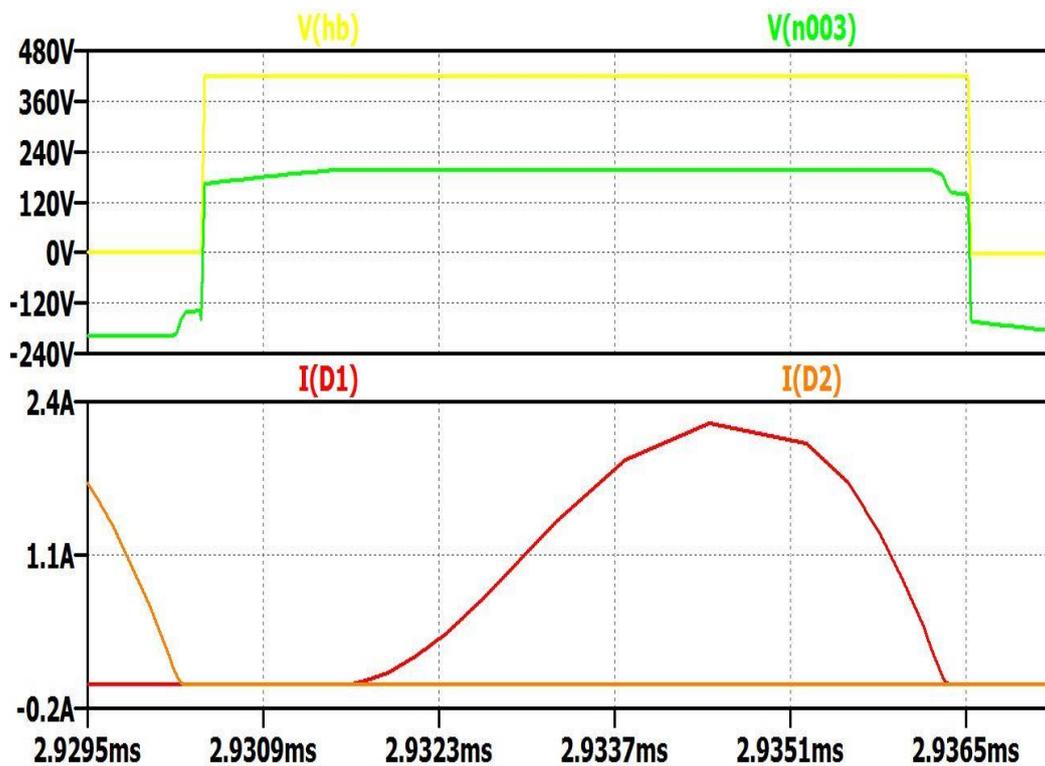


Figura 4.4.2 Intervallo di conduzione di M1

Pertanto, durante il semiperiodo di conduzione di un MOSFET ci sono due intervalli in cui non scorre corrente al secondario, uno all'inizio e uno alla fine. In questi intervalli la tensione a primario $V(n003)$ non è esattamente pari a +200V o -200V ma presenta tratti di raccordo sinusoidali a frequenza f_{R2} .

Le condizioni di ZVS e ZCS sono garantite rispettivamente per transistori e diodi. Lo sfasamento tra la tensione impressa e la corrente del circuito risonante è ancora maggiore rispetto al caso precedente.

4.5 $M < 1$: CCMB

Si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 420V$, per cui $M = 0.9524$. La resistenza di carico è $R_{out} = 0.96\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è pari al doppio di quella nominale. L'intersezione tra la retta $M = 0.9524$ e la caratteristica del guadagno di tensione per $R_{out} = 0.96\Omega$ ha due soluzioni, una maggiore e una minore della frequenza di risonanza. Un eventuale controllore imporrebbe al convertitore di operare alla frequenza di commutazione f_s maggiore di f_{R1} per garantire la tensione desiderata in uscita e il regime di funzionamento sarebbe del tipo CCMA. In questo caso però, al fine di illustrare come risulterebbero le forme d'onda di tensioni e correnti se il convertitore lavorasse in regione capacitiva, si impone che la frequenza con cui deve commutare la rete di switch sia pari alla soluzione minore di f_{R1} , ovvero $f_s = 58.14kHz$. Il convertitore si trova quindi a operare nella regione di frequenze comprese tra f_{R2} e f_{R1} . Si ricorda dal capitolo 3 che perché l'impedenza di ingresso del circuito sia di tipo capacitivo è necessario che:

$$\begin{aligned} R_{ac} < R_{crit} \Rightarrow R_{out} < \frac{\pi^2}{8a^2} \cdot 2\pi f_s L_p \sqrt{\frac{1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r}{(2\pi f_s)^2 (L_s + L_p) C_r - 1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{out} < 2.09\Omega \end{aligned}$$

Dato che questa relazione risulta soddisfatta, il comportamento di Z_{in} è capacitivo (la corrente del circuito risonante è in anticipo rispetto alla tensione impressa, fig. 4.5.1).

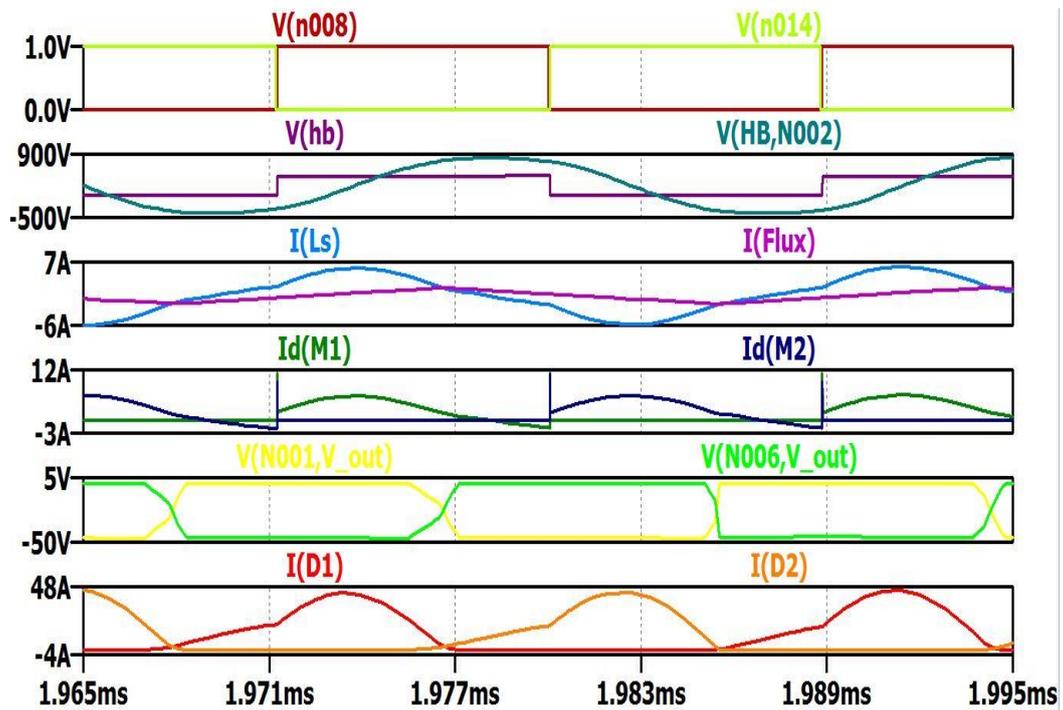


Figura 4.5.1 Forme d'onda in CCMB

Si consideri la transizione OFF-ON del MOSFET M1 (fig. 4.5.2).

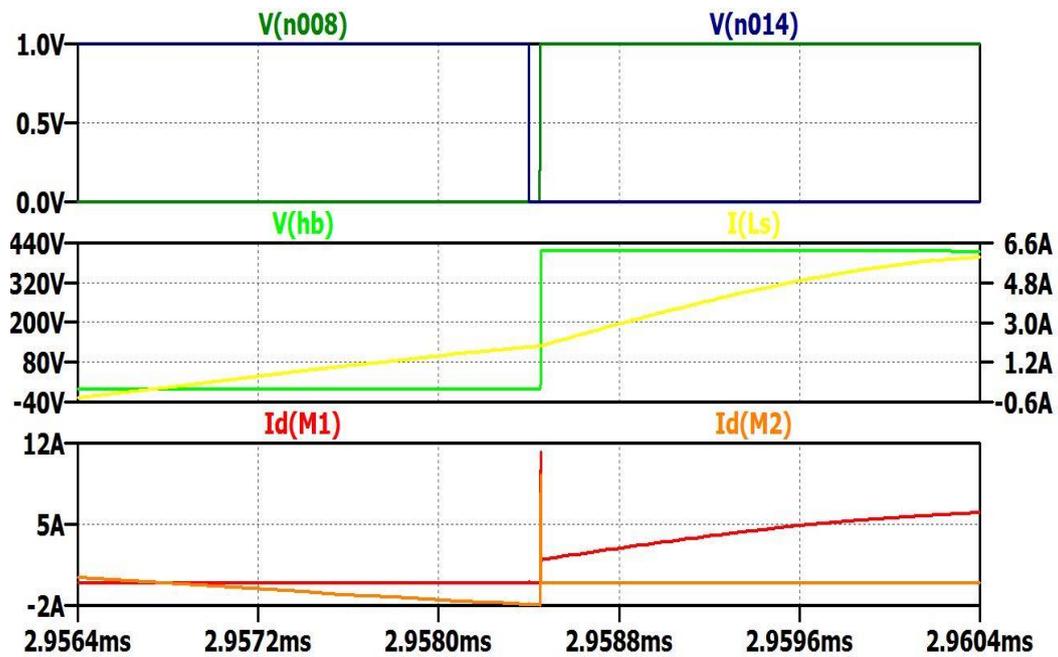


Figura 4.5.2 Dettaglio transizione OFF-ON di M1

All'istante di accensione di M1 (si ricorda che $V(n008)$ è il segnale di comando del transistor superiore) $I(L_s)$ è già positiva, il che significa che durante il tempo morto precedente stava scorrendo attraverso il diodo di body DM2 del transistor M2. Osservando le forme d'onda si può notare infatti che la tensione del nodo HB non cresce fino a V_{in} durante T_D bensì resta fissata a zero. Essa viene bruscamente portata al valore alto dalla chiusura di M1 con una grande pendenza $\frac{dv}{dt}$; pertanto DM2 subisce il fenomeno di reverse recovery e un elevato spike di corrente scorre attraverso M1 e DM2 finché tale fenomeno non si esaurisce. In questa modalità di funzionamento viene dunque a mancare la condizione di ZVS per i MOSFET, che rappresenta il vantaggio principale di questa tipologia di convertitori.

Se si osserva il semiperiodo di conduzione di M1, si può vedere che le correnti $I(L_s)$ e $I(Flux)$ si uguagliano e D1 cessa di condurre prima dell'istante di spegnimento di M1. La tensione ai capi del condensatore C_r è talmente grande da riuscire a polarizzare in diretta il diodo D2, che quindi entra in conduzione subito dopo l'interdizione di D1 durante il periodo di lavoro di M1 (caratteristica unica della modalità CCMB) (fig. 4.5.3).

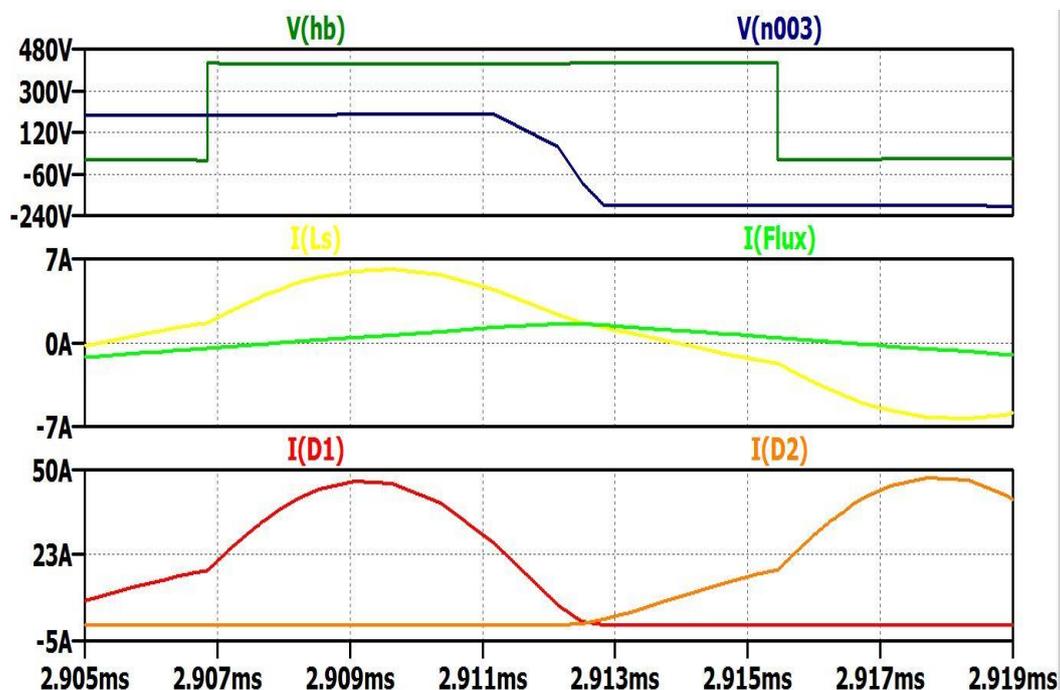


Figura 4.5.3 Intervallo di conduzione di M1

Dopo l'attivazione di D2 $I(L_s)$ continua a diminuire fino a diventare negativa, per cui durante il tempo morto successivo allo spegnimento di M1 la corrente del circuito risonante scorre attraverso il diodo di body DM1, che mantiene la tensione V_{HB} fissa a V_{in} . Ciò provoca la commutazione hard di M2 e la reverse recovery di DM1, similmente a quanto detto per M1.

Riassumendo, in CCMB e relativamente al solo semiperiodo di conduzione di M1 (valgono le condizioni di simmetria), si possono individuare una prima fase in cui è in conduzione D1 e una in cui conduce D2. Queste fasi e i corrispondenti circuiti equivalenti sono identici a quelli descritti per la modalità CCMA, solo invertiti nell'ordine.

È importante notare che la condizione di ZCS per i diodi al secondario è comunque rispettata: quando vengono polarizzati in diretta, la corrente iniziale è nulla con derivata piccola; allo stesso modo vengono polarizzati in inversa solo quando la corrente è nulla.

4.6 $M < 1$: Cutoff mode

La modalità di taglio (“cutoff mode”) è definita come il regime di funzionamento in cui non c’è potenza trasmessa al carico (Lazar e Martinelli, 2001), cioè i diodi rettificatori al secondario non entrano mai in conduzione. In buck mode, questa modalità si verifica a frequenze maggiori di quella di risonanza, quando la tensione ai capi di L_p riflessa al secondario non è abbastanza grande per polarizzare in diretta D1 o D2 in un intero periodo di commutazione.

Si definisce frequenza di taglio f_{co} la più bassa frequenza a cui il convertitore può lavorare in modalità di taglio: al di sotto di questa frequenza c’è flusso di potenza verso il carico, al di sopra no. In (Lazar e Martinelli, 2001), si dimostra che la formula per il calcolo di f_{co} è:

$$f_{co} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{1 + \lambda}} \frac{1}{\cos^{-1}\left[\frac{1}{M(1 + \lambda)}\right]} f_{R1}$$

dove λ è il già introdotto rapporto tra l’induttanza serie e quella parallela. Per il convertitore in fig. 3.2, vale $\lambda = 0.4$; scegliendo $V_{in} = 420V$ ($M = 0.9524$) si ottiene $f_{co} \cong 88.14kHz$.

Per simulare il funzionamento senza carico si sceglie una resistenza $R_{out} = 10k\Omega$, che consente una simulazione in tempi accettabili e senza problemi di convergenza e per la quale la potenza richiesta in uscita è praticamente nulla. La frequenza di commutazione risulta essere $f_s = 88.5kHz$; ovviamente vale $f_s > f_{co}$. Le forme d’onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono rappresentate in fig. 4.6.1.

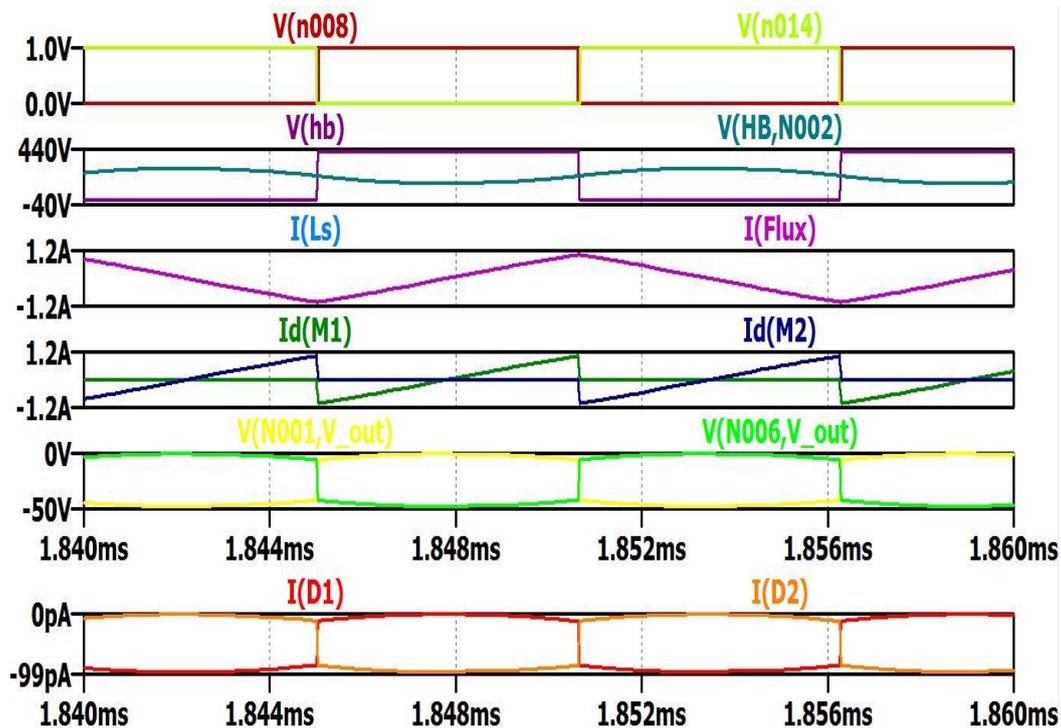


Figura 4.6.1 Forme d'onda in modalità di taglio

Osservando il terzo grafico in fig. 4.6.1 è possibile notare che vale sempre $I(L_s) = I(Flux)$, per cui $I(D1) = I(D2) = 0$. La corrente che scorre nel circuito risonante è costituita da porzioni di sinusoidi alla frequenza f_{R2} ma, poiché la frequenza di commutazione degli interruttori è molto maggiore della seconda frequenza di risonanza, essa sembra un'onda triangolare.

Condizione necessaria affinché il convertitore possa regolare la tensione di uscita in assenza di carico è:

$$M > \frac{1}{1 + \lambda}$$

come si può dedurre dall'espressione della frequenza di taglio f_{co} , che risulta valida solo se l'argomento dell'arcocoseno è minore di 1.

In questa modalità di funzionamento è possibile ottenere soluzioni in forma chiusa per le grandezze caratteristiche del sistema (tensione sul condensatore C_r , tensione e corrente dell'induttore L_p , rappresentate in fig. 4.6.2). Considerando per simmetria solo il semiperiodo di

funzionamento del MOSFET M1, il circuito equivalente è rappresentato in fig. 4.6.3.

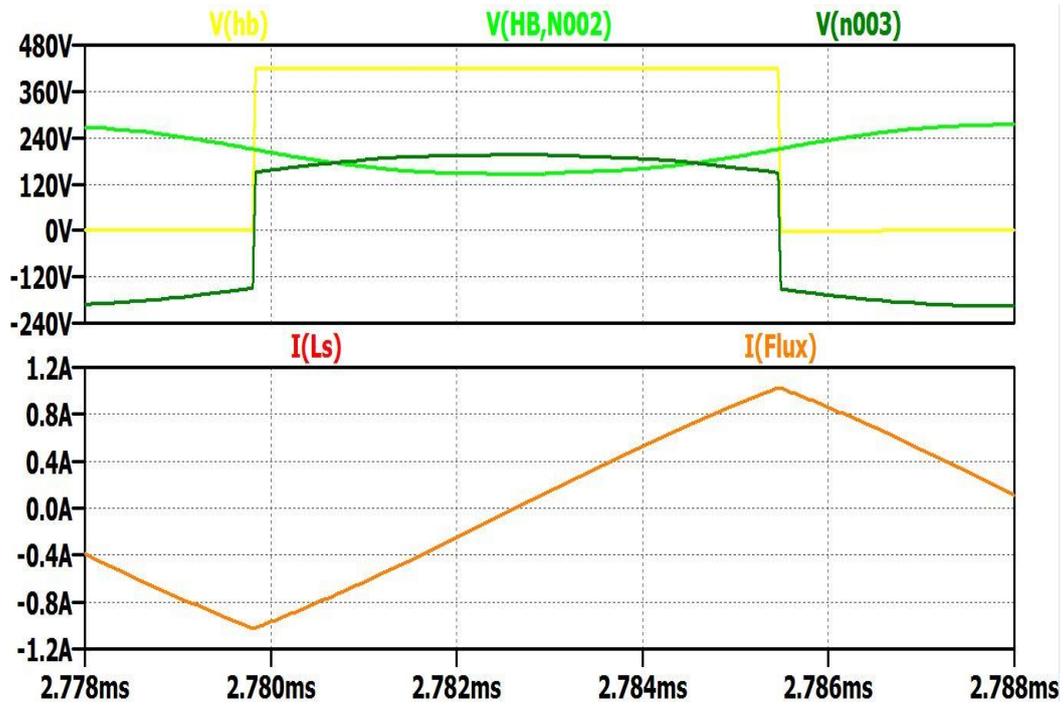


Figura 4.6.2 Grandezze caratteristiche del sistema

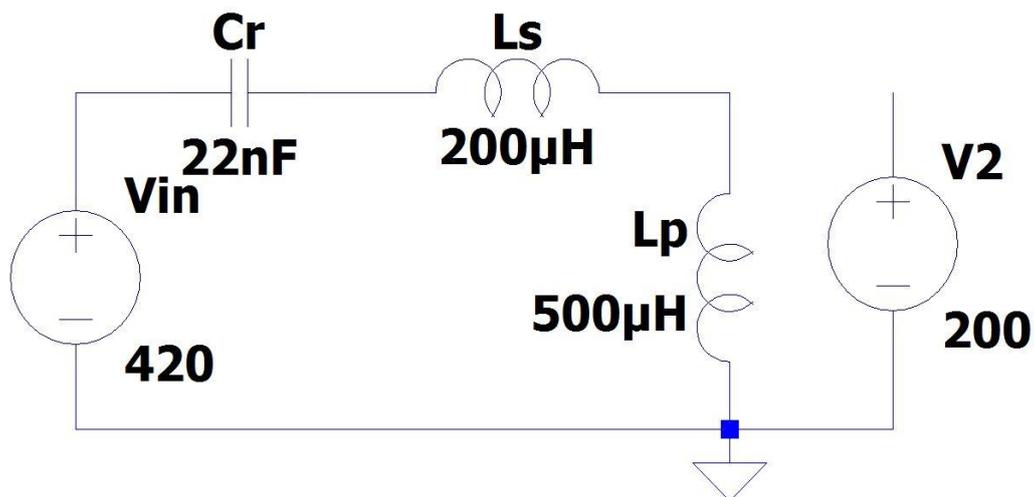


Figura 4.6.3 Circuito equivalente durante l'intervallo di conduzione di M1

Le equazioni differenziali che descrivono il circuito sono:

$$0 \leq t \leq \frac{T_s}{2} : \begin{cases} \frac{d^2 v_{Cr}}{dt^2} + \frac{v_{Cr}(t)}{(L_s + L_p)C_r} = \frac{V_{in}}{(L_s + L_p)C_r} \\ i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} \end{cases}$$

da cui si ricava:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{Cr}(t) = (v_{Cr}(0) - V_{in}) \cos(2\pi f_{R2}t) + \\ \quad + \sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(0) \sin(2\pi f_{R2}t) + V_{in} \\ i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) = (-v_{Cr}(0) + V_{in}) \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin(2\pi f_{R2}t) + \\ \quad + i_{Ls}(0) \cos(2\pi f_{R2}t) \\ v_{Lp}(t) = (-v_{Cr}(0) + V_{in}) \frac{L_p}{L_s + L_p} \cos(2\pi f_{R2}t) + \\ \quad - \frac{L_p i_{Ls}(0)}{\sqrt{(L_s + L_p)C_r}} \sin(2\pi f_{R2}t) \end{array} \right.$$

Si impongono quindi le condizioni al contorno (vedere CCMA):

$$\begin{cases} v_{Cr}(0) = V_{in} - v_{Cr}\left(\frac{T_s}{2}\right) \\ i_{Ls}(0) = -i_{Ls}\left(\frac{T_s}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{Cr}(0) = -(v_{Cr}(0) - V_{in}) \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) - \sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(0) \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \\ i_{Ls}(0) = (v_{Cr}(0) - V_{in}) \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) - i_{Ls}(0) \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{Cr}(0) = \frac{V_{in} \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) - \sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(0) \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)}{1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)} \\ i_{Ls}(0) \left[1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)\right] = (v_{Cr}(0) - V_{in}) \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \end{array} \right.$$

Sostituendo la prima equazione nella seconda si ottiene:

$$\begin{aligned} & i_{Ls}(0) \left[1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)\right]^2 = \\ & = \left(-\sqrt{\frac{L_s + L_p}{C_r}} i_{Ls}(0) \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) - V_{in} \right) \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \Rightarrow \\ & \Rightarrow i_{Ls}(0) \left[\left(1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)\right)^2 \right] = \\ & = -V_{in} \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \Rightarrow \\ & \Rightarrow i_{Ls}(0) = \frac{-V_{in} \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)}{2 \left[1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)\right]} \end{aligned}$$

Applicando le formule di bisezione:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

si trova:

$$i_{Ls}(0) = -\frac{V_{in}}{2} \sqrt{\frac{C_r}{L_s + L_p}} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{R2}}{f_s}\right)$$

Infine, sostituendo l'espressione di $i_{Ls}(0)$ trovata in quella di $v_{Cr}(0)$:

$$v_{Cr}(0) = \frac{V_{in} \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right) + \frac{V_{in}}{2} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{R2}}{f_s}\right) \sin\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)}{1 + \cos\left(\pi \frac{f_{R2}}{f_s}\right)}$$

e sfruttando $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ si ottiene:

$$v_{Cr}(0) = \frac{V_{in}}{2}$$

In particolare si trova:

$$\begin{cases} v_{Cr}(0) = 210V \\ i_{Ls}(0) \cong -1.03A \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} v_{Cr}(t) = [-210 \cos(2\pi f_{R2}t) - 184 \sin(2\pi f_{R2}t) + 420]V \\ i_{Ls}(t) = i_{Lp}(t) = [1.18 \sin(2\pi f_{R2}t) - 1.03 \cos(2\pi f_{R2}t)]A \\ v_{Lp}(t) = [150 \cos(2\pi f_{R2}t) + 131 \sin(2\pi f_{R2}t)]V \end{cases}$$

Queste espressioni coincidono perfettamente con le forme d'onda di fig. 4.6.2.

4.7 $M > 1$: DCMAB con carico medio-leggero

Si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 360V$, per cui stavolta $M = 1.1111$ e il convertitore deve operare in salita per regolare correttamente la tensione di uscita. La resistenza di carico è $R_{out} = 13.44\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è pari a un settimo di quella nominale. La frequenza di commutazione è $f_s = 69.54kHz$; questa modalità di funzionamento in boost mode si verifica pertanto per frequenze minori della frequenza di risonanza f_{R1} , al contrario di quanto accade in buck mode. Affinché l'impedenza di ingresso del circuito sia induttiva è necessario che:

$$R_{out} > \frac{\pi^2}{8a^2} R_{crit} \Rightarrow R_{out} > 1.15\Omega$$

condizione che risulta pienamente soddisfatta. Le forme d'onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono identiche a quelle viste nella sezione 4.4 (fig. 4.7.1). In pratica il funzionamento è discontinuo e il diodo corrispondente risulta spento sia un momento dopo l'accensione del MOS (perché sul condensatore non si è sviluppata abbastanza tensione per accenderlo), sia un momento prima dello spegnimento del MOS (perché nel frattempo la corrente sul risonatore si è già eguagliata e "agganciata" a quella magnetizzante).

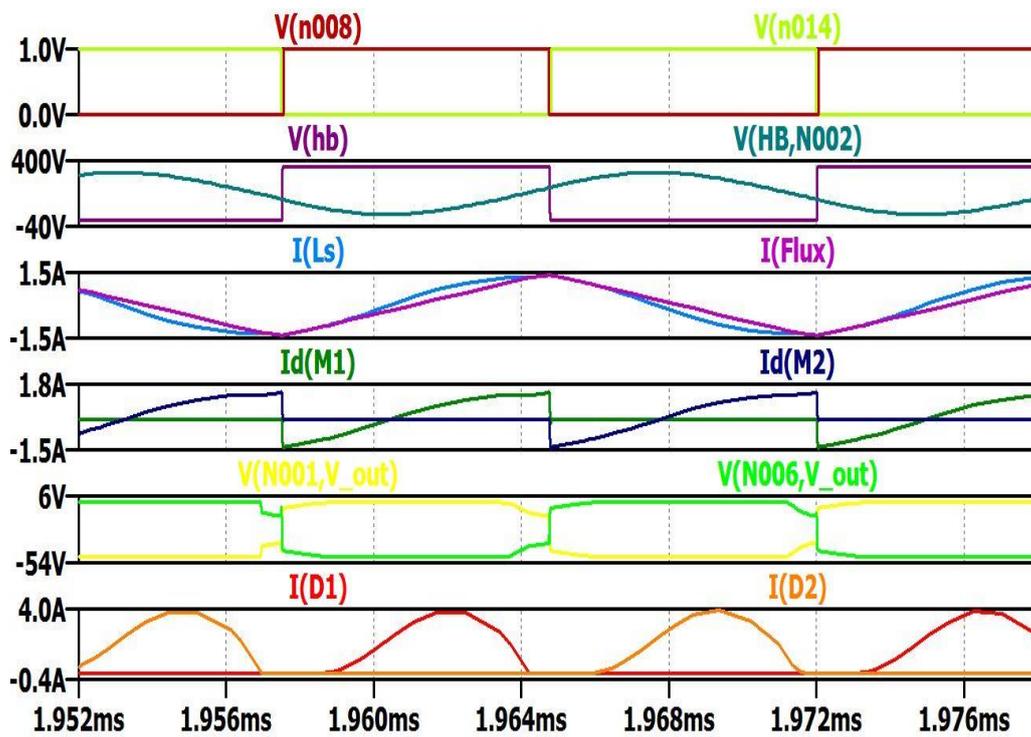


Figura 4.7.1 Forme d'onda in DCMAB con carico medio-leggero

4.8 $M > 1$: DCMB con carico pesante

Si simula il convertitore in fig. 3.2 imponendo $V_{in} = 360V$, per cui vale ancora $M = 1.1111$. La resistenza di carico è $R_{out} = 1.92\Omega$, quindi la potenza richiesta in uscita è pari a quella nominale. La frequenza di commutazione è $f_s = 68.68kHz$, quindi questa modalità di funzionamento avviene sotto la risonanza e a frequenze minori di quelle proprie della modalità DCMB. Risulta rispettata la condizione:

$$R_{out} > \frac{\pi^2}{8a^2} R_{crit} \Rightarrow R_{out} > 1.23\Omega$$

Le forme d'onda relative alle grandezze caratteristiche del sistema sono rappresentate in fig. 4.8.1.

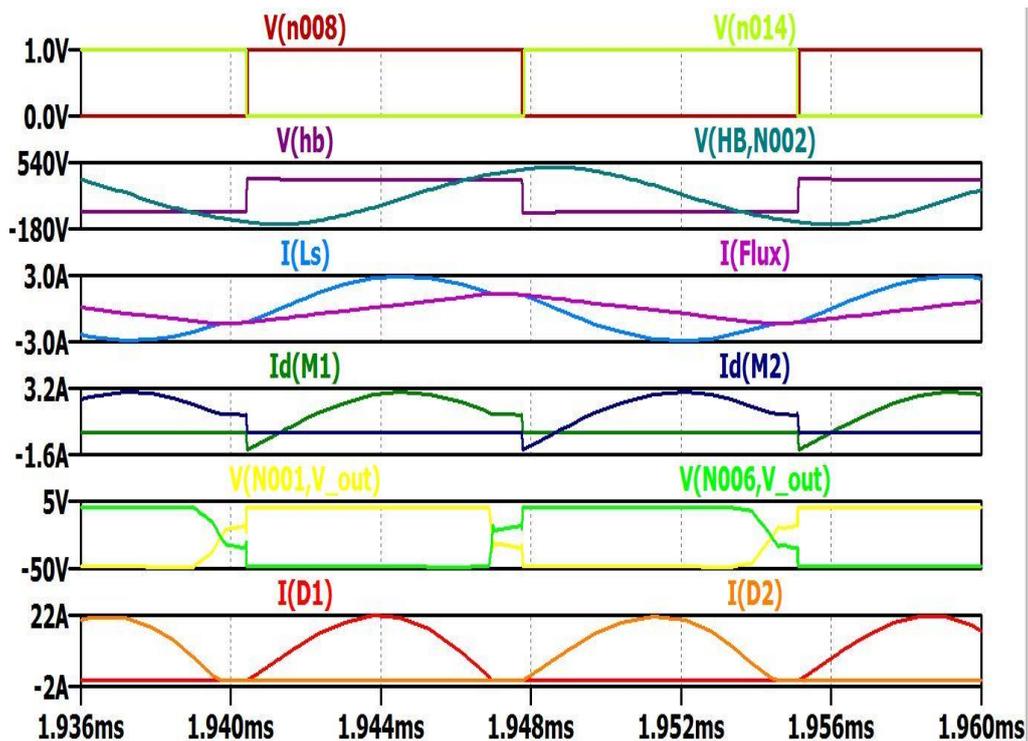


Figura 4.8.1 Forme d'onda in DCMB con carico pesante

Si consideri il semiperiodo di conduzione del MOSFET M1 (fig. 4.8.2, tensione impressa V_{HB} positiva). Inizialmente il diodo D1 è attivo, quindi l'induttanza L_P non partecipa alla risonanza, e la corrente $I(L_S)$

che scorre attraverso il circuito risonante è una porzione di sinusoide alla frequenza f_{R1} . Prima della fine dell'intervallo di lavoro di M1, $I(L_s)$ uguaglia la corrente attraverso l'induttanza parallela $I(Flux)$, per cui si ha $I(D1) = 0$. In questa fase nessuno dei diodi al secondario conduce e $I(L_s) = I(Flux)$ è una porzione di sinusoide alla frequenza f_{R2} . All'istante di spegnimento di M1 $I(L_s)$ è maggiore di zero e sufficientemente grande da garantire la completa scarica del nodo HB entro il tempo morto T_D . A tal proposito gioca un ruolo fondamentale la natura multirisonante del convertitore LLC: infatti, anche se in questa regione di funzionamento l'impedenza di ingresso è induttiva e la corrente $I(L_s)$ è in ritardo rispetto alla tensione impressa, il periodo di commutazione $T_s = \frac{1}{f_s}$ è più lungo del periodo risonante $\frac{1}{f_{R1}}$, per cui $I(L_s)$ potrebbe diventare nulla o addirittura cambiare segno prima della commutazione degli interruttori se continuasse a decrescere secondo l'andamento sinusoidale alla frequenza di risonanza. La presenza di una sinusoide alla seconda frequenza di risonanza f_{R2} assicura invece l'accensione in ZVS dei transistori.

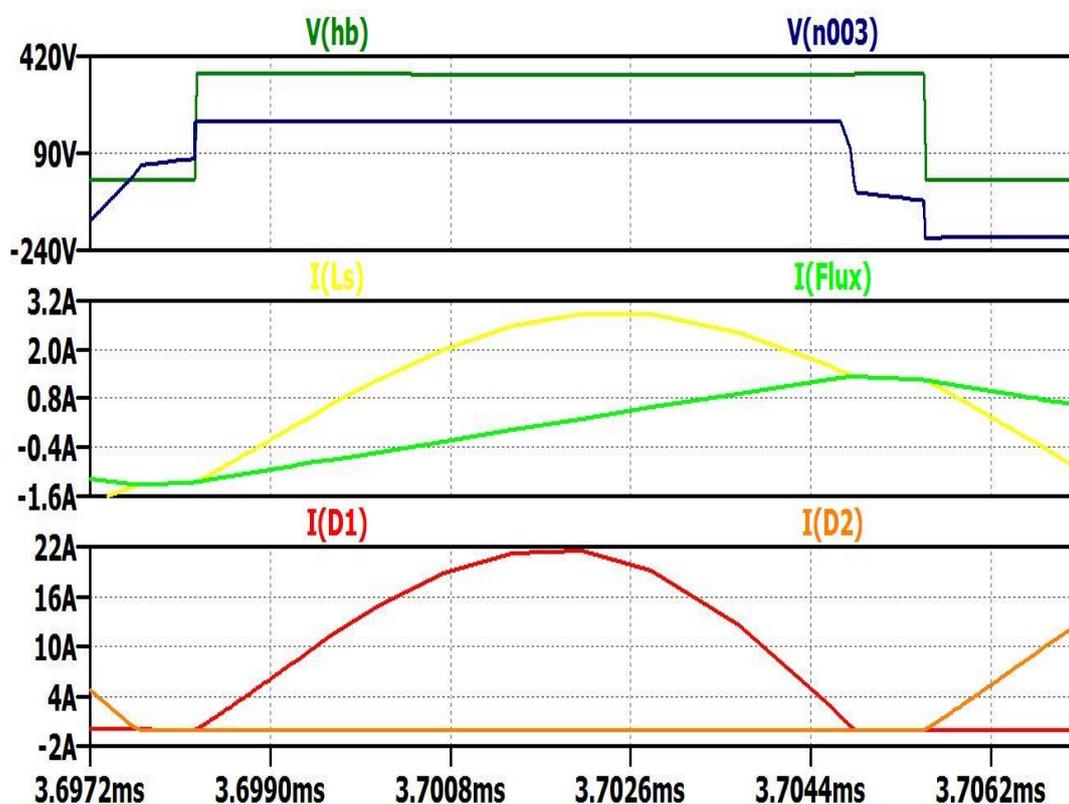


Figura 4.8.2 Intervallo di conduzione di M1

5 Criteri di progetto per convertitori LLC

In (De Simone et al, 2006), viene descritto un metodo di progetto del convertitore LLC che si basa sui risultati ottenuti mediante approssimazione di prima armonica.

Si faccia riferimento a titolo esemplificativo ai grafici del guadagno di tensione M e dell'impedenza di ingresso Z_{in} (modulo e fase) ottenuti nel capitolo 3 (figg. 5.1, 5.2 e 5.3).

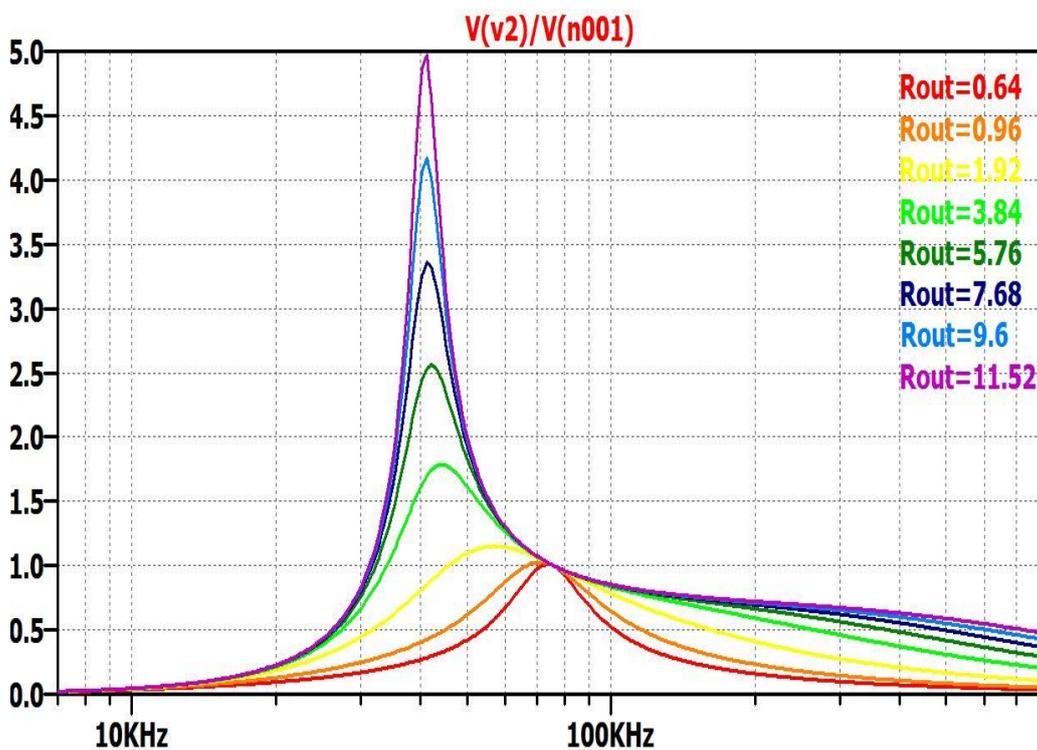


Figura 5.1 Caratteristica del rapporto di conversione M al variare del carico

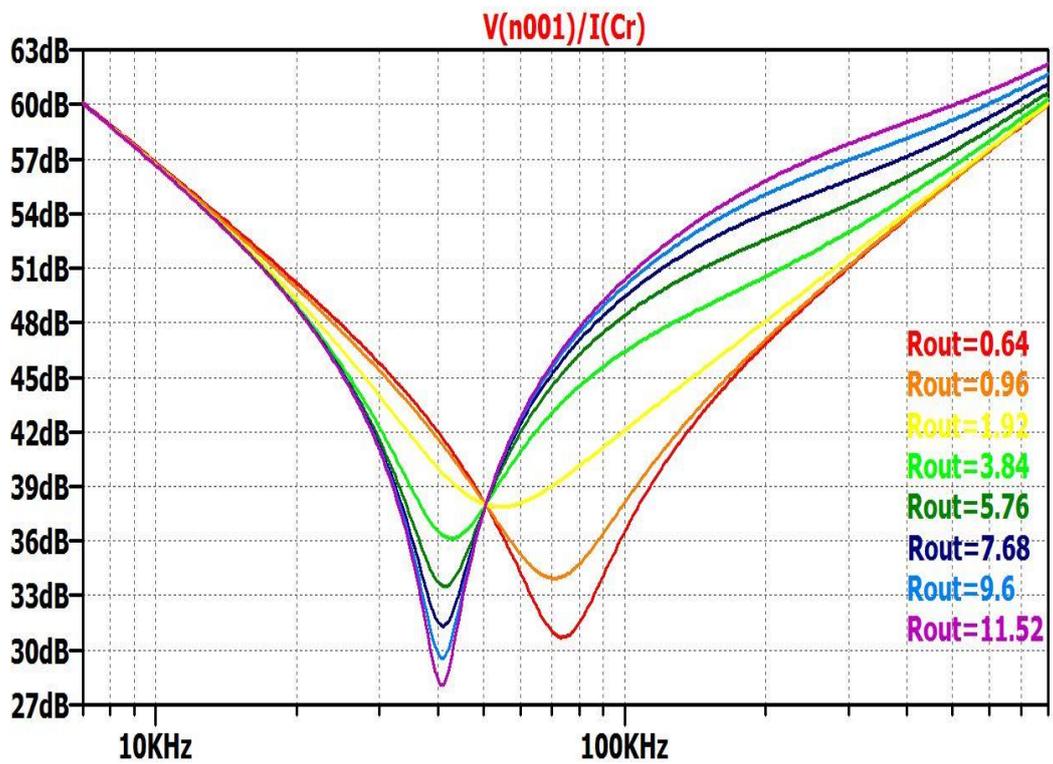


Figura 5.2 Modulo dell'impedenza di ingresso

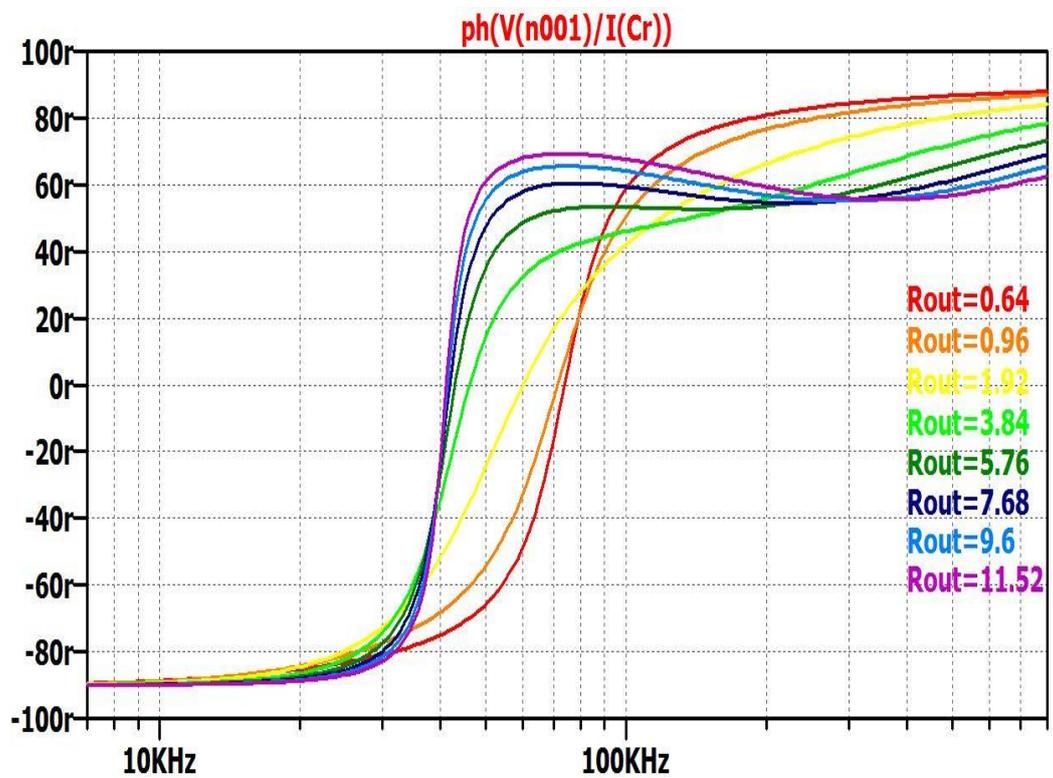


Figura 5.3 Fase dell'impedenza di ingresso

Innanzitutto, nel progetto di un convertitore risonante LLC bisogna perseguire due obiettivi, che costituiscono i pregi fondamentali di questo tipo di convertitore: il funzionamento in ZVS degli interruttori e la capacità di mantenere regolata la tensione di uscita al valore desiderato anche in assenza di carico. Per quanto riguarda il secondo punto, osservando il grafico di fig. 5.1 si può notare che all'aumentare di R_{out} , ovvero al diminuire della potenza richiesta in uscita, non solo il picco di guadagno si sposta verso la seconda frequenza di risonanza f_{R2} , ma la caratteristica tende verso un asintoto orizzontale per frequenze tendenti all'infinito. Ciò è definitivo nel caso di assenza di carico ($R_{out} \rightarrow \infty, P_{out} \rightarrow 0$), come si evince dalla fig. 5.4 in cui si è provveduto a utilizzare una scala logaritmica per il rapporto di conversione M .

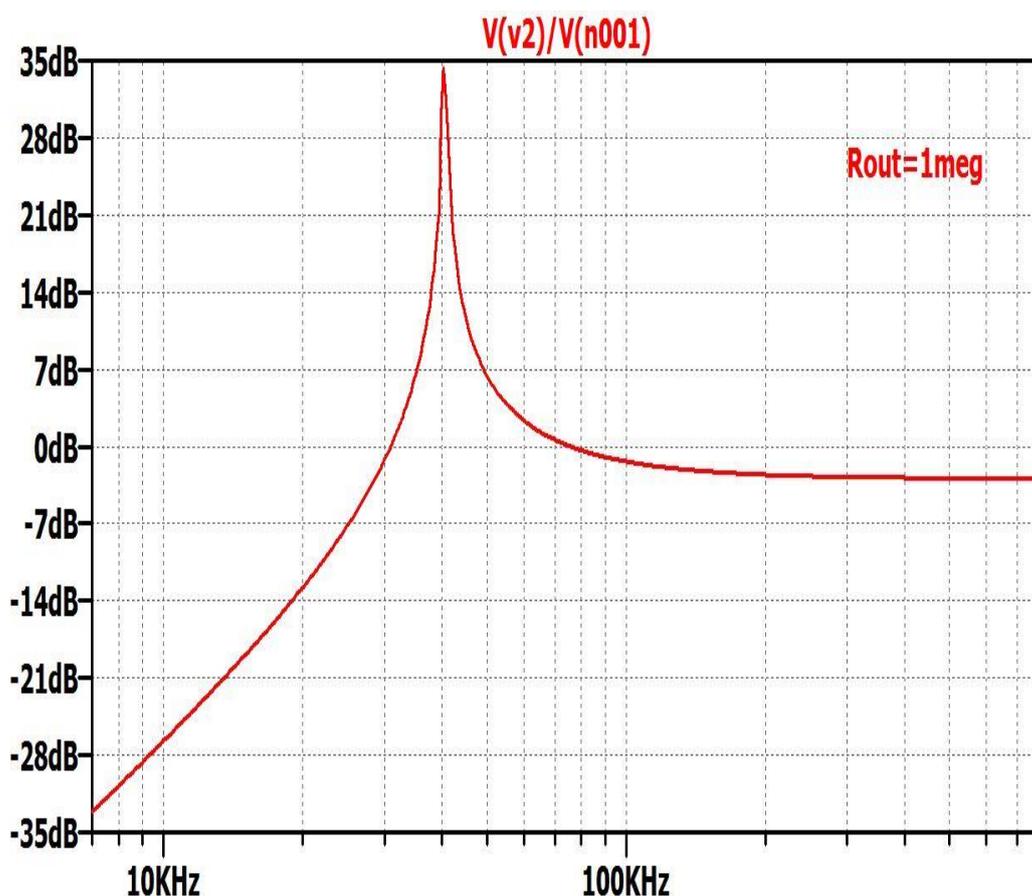


Figura 2.4 Caratteristica del guadagno di tensione in assenza di carico

Affinché il convertitore possa operare in assenza di carico a una frequenza finita, è necessario che il minimo guadagno richiesto M_{min} (ovvero quello corrispondente al massimo valore della tensione dc in ingresso) sia maggiore di questo valore asintotico (che indichiamo con M_{∞}): in questo modo l'intersezione tra la retta $M = M_{min}$ e la caratteristica in assenza di carico avverrà sicuramente a un valore finito di f_s . Per determinare M_{∞} si consideri l'espressione del rapporto di conversione dc che è stata definita nel capitolo 3 applicando l'approssimazione di prima armonica:

$$\begin{aligned}
 M &= 2a \frac{V_{out}}{V_{in}} = a \cdot \|H(j2\pi f_s)\| = \\
 &= \left\| \frac{(2\pi f_s)^2 L_p C_r}{(2\pi f_s)^2 (L_p + L_s) C_r - 1 + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}} [(2\pi f_s)^2 L_s C_r - 1]} \right\| = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \frac{L_s}{L_p} - \frac{L_s (2\pi f_{R1})^2}{L_p (2\pi f_s)^2}\right]^2 + \frac{[(2\pi f_s)^2 L_s C_r - 1]^2}{(2\pi f_s)^2 R_{ac}^2 C_r^2}}}
 \end{aligned}$$

Sostituendo $Q = \frac{Z_0}{R_{ac}}$, $\lambda = \frac{L_s}{L_p}$ e $f_n = \frac{f_s}{f_{R1}}$ si ottiene:

$$M(f_n, \lambda, Q) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \lambda - \frac{\lambda}{f_n^2}\right)^2 + Q^2 \cdot \left(f_n - \frac{1}{f_n}\right)^2}}$$

dove λ e Q sono rispettivamente il rapporto tra l'induttanza serie e quella parallela e il fattore di qualità del carico, mentre f_n è la frequenza normalizzata.

In condizioni di assenza di carico ($Q = 0$), il guadagno assume la seguente forma:

$$M_{OL}(f_n, \lambda) = \frac{1}{\left|1 + \lambda - \frac{\lambda}{f_n^2}\right|}$$

M_∞ si ottiene calcolando il limite per $f_n \rightarrow \infty$ di M_{OL} :

$$M_\infty = M_{OL}(f_n \rightarrow \infty, \lambda) = \frac{1}{1 + \lambda}$$

Il vincolo da soddisfare per garantire il corretto funzionamento del convertitore in assenza di carico è dunque legato alla capacità di tenere in regolazione l'uscita quando il convertitore deve operare fortemente in discesa (tensione di ingresso massima) e questo si traduce in un vincolo sul partitore induttivo, ovvero sul rapporto λ :

$$M_{min} = 2n \cdot \frac{V_{out}}{V_{in,max}} > \frac{1}{1 + \lambda}$$

In particolare, ponendo $M_{OL} = M_{min}$, è possibile ottenere il valore della massima frequenza normalizzata $f_{n,max}$ a cui dovrà lavorare il sistema per mantenere regolata la tensione in assenza di carico:

$$f_{n,max} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{M_{min}}\right)}}$$

Questa equazione vincola la frequenza massima di lavoro al rapporto fra induttanza dispersa e magnetizzante del trasformatore ($\lambda = L_s/L_p$) e al minimo guadagno di tensione, ovvero la massima tensione di ingresso, sopra quella nominale, per la quale voglio garantire la regolazione nel caso peggiore (a vuoto).

Per quanto concerne la commutazione soft dei transistori, si ricorda che è necessario che la corrente del circuito risonante sia in ritardo rispetto alla tensione impressa V_{HB} (impedenza di ingresso induttiva) e che in corrispondenza della transizione ON-OFF dei MOSFET il suo valore sia sufficientemente grande in modulo da garantire la completa commutazione del nodo V_{HB} entro il tempo morto T_D senza che cambi il segno della corrente stessa. Riguardo al primo punto (impedenza induttiva), non ci sono problemi se il convertitore opera a frequenze maggiori di f_{R1} ; è invece necessario indagare il comportamento di Z_{in} per $f_{R2} < f_s < f_{R1}$ per evitare di cadere nella regione capacitiva.

Dall'espressione di Z_{in} ricavata nel capitolo 3:

$$\begin{aligned}
Z_{in}(j2\pi f_s) &= \\
&= R_{ac} \frac{1 - (2\pi f_s)^2 (L_p + L_s) C_r + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}} [1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r]}{j2\pi f_s R_{ac} C_r (1 + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}})}
\end{aligned}$$

si può ottenere l'espressione dell'impedenza di ingresso normalizzata in funzione dei parametri f_n, λ, Q :

$$\begin{aligned}
Z_n(f_n, \lambda, Q) &= \frac{Z_{in}(f_n, \lambda, Q)}{Z_0} = \\
&= \frac{-(2\pi f_s)^2 L_p C_r + [1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r] \left(1 + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}}\right)}{j2\pi f_s C_r (1 + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}})} 2\pi f_{R1} C_r = \\
&= -\frac{(2\pi f_s)^2 L_p C_r}{j \frac{f_s}{f_{R1}} \left(1 + j2\pi f_s \frac{L_p}{R_{ac}}\right)} + \frac{1 - (2\pi f_s)^2 L_s C_r}{j \frac{f_s}{f_{R1}}} = \\
&= \frac{j(2\pi f_s)^2 L_s C_r \frac{L_p}{L_s}}{f_n \left(1 + j2\pi f_{R1} \frac{L_s}{R_{ac}} \frac{f_s L_p}{f_{R1} L_s}\right)} + \frac{1 - f_n^2}{j f_n} = \\
&= \frac{j \frac{f_n^2}{\lambda}}{f_n \left(1 + j \frac{f_n Q}{\lambda}\right)} + \frac{1 - f_n^2}{j f_n} = \frac{j f_n}{\lambda + j f_n Q} + \frac{1 - f_n^2}{j f_n}
\end{aligned}$$

Imponendo che la parte immaginaria di $Z_n(f_n, \lambda, Q)$ sia uguale a zero, dopo avere riconosciuto che il secondo addendo è immaginario puro e razionalizzato il primo, è possibile determinare la condizione al contorno tra la modalità di funzionamento capacitiva e quella induttiva del convertitore LLC:

$$\text{Im}\{Z_n\} = 0 \Rightarrow \frac{f_n \lambda}{\lambda^2 + f_n^2 Q^2} - \frac{1 - f_n^2}{f_n} = 0$$

Risolvendo questa equazione per f_n si ottiene la seguente equazione di secondo grado nella variabile f_n^2 :

$$f_n^4 Q^2 + f_n^2 (\lambda^2 + \lambda - Q^2) - \lambda^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{nz}(\lambda, Q) = \sqrt{\frac{Q^2 - \lambda(1 + \lambda) + \sqrt{[Q^2 - \lambda(1 + \lambda)]^2 + 4Q^2 \lambda^2}}{2Q^2}}$$

dove f_{nz} rappresenta la frequenza normalizzata alla quale, per una coppia fissata di valori (λ, Q) , l'impedenza di ingresso del circuito risonante ha parte immaginaria nulla (l'altra soluzione non ammetteva radice perché negativa).

Se invece si risolve per Q si trova:

$$Q_Z(f_n, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{1 + f_n^2} - \left(\frac{\lambda}{f_n}\right)^2}$$

Q_Z è il massimo valore del fattore di qualità al di sotto del quale, dati una certa frequenza f_n e un rapporto di induttanze λ , l'impedenza è induttiva. È evidente che c'è uno stretto legame tra Q_Z e la resistenza R_{crit} ; infatti vale:

$$Q_Z = \frac{Z_0}{R_{crit}}$$

da cui si deduce:

$$R_{ac} > R_{crit} \Rightarrow Q < Q_Z$$

Sostituendo $Q = Q_Z$ nell'espressione del guadagno di tensione M è possibile determinare l'equazione, nel piano $M - f_n$, del confine tra la regione induttiva e quella capacitiva:

$$M_Z(f_n, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \lambda - \frac{\lambda}{f_n^2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{1 + f_n^2} - \frac{\lambda^2}{f_n^2}\right) \cdot \left(f_n - \frac{1}{f_n}\right)^2}} =$$

$$= \frac{f_n}{\sqrt{f_n^2(1 + \lambda) - \lambda}}$$

A questa equazione corrisponde, per un fissato valore di λ , una curva come quella tratteggiata in fig. 5.5.

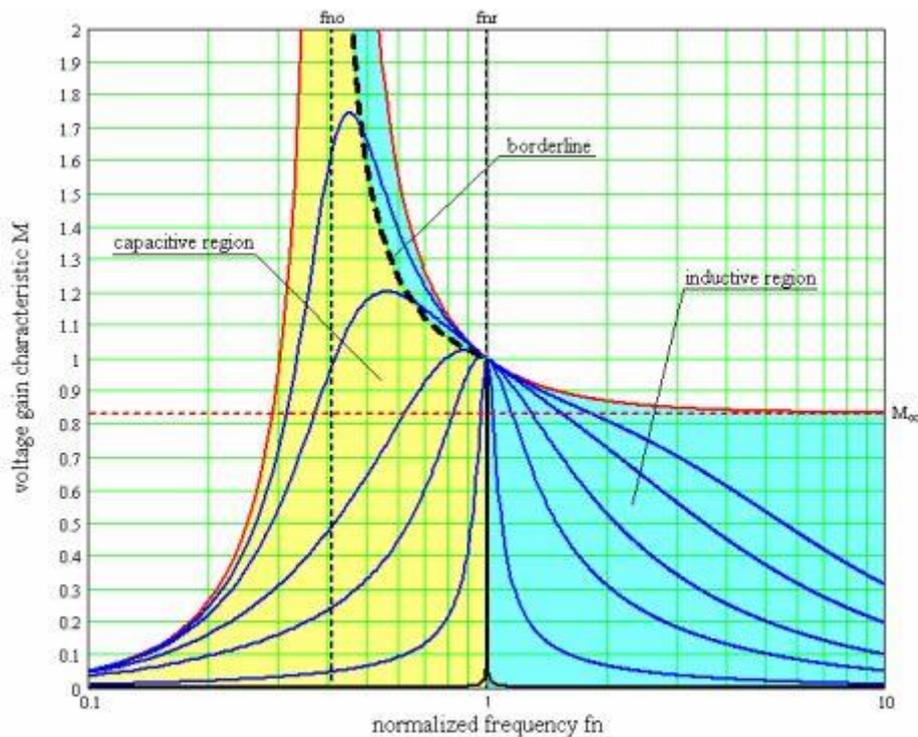


Figura 5.5 (De Simone et al, 2006) Confine tra regione capacitiva e induttiva

Considerando che il convertitore va a lavorare a frequenze minori di f_{R1} solo per $M > 1$, cioè per tensioni di ingresso inferiori al valore nominale, uguagliando l'espressione di M_z al massimo guadagno richiesto M_{max} (corrispondente al minimo valore della tensione in ingresso) e risolvendo per f_n si può ricavare la minima frequenza operativa $f_{n,min}$ del sistema, cioè quella che consente di ottenere il guadagno M_{max} al confine tra la regione induttiva e quella capacitiva:

$$M_{max} = \frac{f_{n,min}}{\sqrt{f_{n,min}^2(1+\lambda) - \lambda}} \Rightarrow f_{n,min} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{M_{max}^2}\right)}}$$

Sostituendo $f_{n,min}$ nell'espressione di Q_Z , si trova il massimo fattore di qualità Q_{max} (e quindi il carico più pesante) che permette di avere il guadagno M_{max} in corrispondenza del limite tra modalità induttiva e capacitiva:

$$Q_{max} = \frac{\lambda}{M_{max}} \sqrt{\frac{1}{\lambda} + \frac{M_{max}^2}{M_{max}^2 - 1}}$$

Fin qui sono stati analizzati i vincoli che delimitano la regione in cui l'impedenza ha comportamento induttivo. Per il corretto funzionamento in ZVS dei MOSFET occorre ora individuare le condizioni da rispettare sul modulo della corrente che scorre nel circuito risonante.

Si consideri l'espressione di $i_r(t)$ definita nel capitolo 3:

$$i_r(t) = I_r \sin(2\pi f_s t - \varphi)$$

Supponendo il tempo morto trascurabile rispetto al periodo di commutazione, il valore I_{zvs} della corrente del circuito risonante all'istante di spegnimento degli interruttori è (in modulo):

$$I_{zvs} = i_r\left(\frac{T_s}{2}\right) = I_r \sin \varphi$$

I_{zvs} deve essere sufficientemente grande da garantire la completa carica/scarica della capacità C_{HB} entro il tempo morto T_D ; nell'ipotesi che durante il brevissimo tempo morto la corrente sia approssimativamente costante si può scrivere:

$$I_{zvs} = C_{HB} \frac{V_{in}}{T_D}$$

Ricordando inoltre che il modulo del fasore di corrente in circolo sul risonatore si può legare alla potenza di ingresso P_{in} :

$$I_r \cos \varphi = \frac{2P_{in}}{V_{i,FHA}} = \frac{\pi \cdot P_{in}}{V_{in}}$$

si ottiene:

$$\sin \varphi = \frac{I_{zvs}}{I_r} = \frac{C_{HB} V_{in}}{I_r T_D} \quad \cos \varphi = \frac{\pi \cdot P_{in}}{I_r V_{in}}$$

Si giunge quindi a una condizione sullo sfasamento tra la tensione impressa e la corrente del circuito risonante:

$$\tan \varphi = \frac{Im[Z_n(f_n, \lambda, Q)]}{Re[Z_n(f_n, \lambda, Q)]} \geq \frac{C_{HB} V_{in}^2}{\pi T_D P_{in}}$$

Ricavare dall'equazione precedente il fattore di qualità Q_{zvs} che assicuri il comportamento in ZVS a pieno carico e con tensione di ingresso minima è complicato; pertanto si preferisce calcolare Q_{max} e mantenere un certo margine scegliendo (De Simone et al, 2006):

$$Q_{zvs,1} = (90\% \div 95\%) \cdot Q_{max}$$

verificando a posteriori che la condizione sullo sfasamento sia soddisfatta.

Dato che questa condizione deve essere rispettata anche in assenza di carico e con tensione di ingresso massima, è possibile definire un ulteriore vincolo sul valore di Q_{zvs} . Sostituendo $Q = 0$ nell'espressione di Z_{in} si ricava l'impedenza di ingresso del circuito risonante in assenza di carico:

$$Z_{in,OL}(f_n) = jZ_0 \left[f_n \left(1 + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{1}{f_n} \right]$$

dove $Z_0 = \sqrt{\frac{L_s}{C_r}}$ è l'impedenza caratteristica.

Osservando l'equazione precedente si nota che, concordemente a quanto visto nel capitolo 4.6, in assenza di carico l'impedenza è puramente reattiva e lo sfasamento vale $\frac{\pi}{2}$. Pertanto il vincolo $i_r \left(\frac{T_s}{2} \right) \geq I_{zvs}$ per $V_{in} = V_{in,max}$ ($M = M_{min}$) si riduce a considerare la sola componente immaginaria e al valore di cresta:

$$\frac{V_{i,FHA,max}}{\|Z_{in,OL}(f_{n,max})\|} \geq I_{zvs@V_{in,max}}$$

da cui esplicitando l'espressione dell'impedenza e esprimendo Z_0 in funzione della resistenza equivalente nominale R_{ac} e del fattore di qualità Q :

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{\pi} V_{in,max}}{Q_{zvs,2} R_{ac} \left[f_{n,max} \left(1 + \frac{1}{\lambda} \right) - \frac{1}{f_{n,max}} \right]} &\geq C_{HB} \frac{V_{in,max}}{T_D} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_{zvs,2} &\leq \frac{2}{\pi} \frac{\lambda f_{n,max}}{(\lambda + 1) f_{n,max}^2 - \lambda R_{ac} C_{HB}} \frac{T_D}{R_{ac}} \end{aligned}$$

dove $f_{n,max}$ è la massima frequenza a cui può lavorare il convertitore già definita in precedenza.

Il fattore di qualità definitivo per assicurare il funzionamento in ZVS dovrà quindi essere più basso del più piccolo tra $Q_{zvs,1}$ e $Q_{zvs,2}$.

Esempio numerico

Si testa ora la validità di questa tecnica di design determinando i parametri di un convertitore risonante LLC che, a fronte di una tensione di ingresso nominale di 220V, deve imporre in uscita una tensione costante di 12V fornendo una potenza nominale di 120W. I valori possibili della tensione di ingresso vanno da 200V a 240V. Il convertitore viene progettato per operare in condizioni nominali alla frequenza di risonanza, dato che questo punto di lavoro è indipendente dal carico. Per iniziare il processo di dimensionamento è necessario stabilire a priori quali saranno la frequenza di risonanza e la frequenza massima a cui potrà operare il convertitore: in questo esempio si sceglie $f_{R1} = 80kHz$ e $f_{s,max} = 96kHz$. Si utilizza lo stesso tipo di MOSFET impiegato nel capitolo 3, per cui $C_{HB} = 127pF$. Anche la rete RC che introduce il tempo morto tra i segnali di comando dei due transistori è la medesima, quindi $T_D = 49ns$.

Innanzitutto si calcola il rapporto spire del trasformatore imponendo che in condizioni nominali il guadagno richiesto sia pari a 1:

$$M_{nom} = \frac{2a \cdot V_{out}}{V_{in,nom}} = 1 \Rightarrow a = \frac{V_{in,nom}}{2V_{out}} \cong 9.17$$

Il guadagno massimo M_{max} e quello minimo M_{min} sono:

$$M_{max} = \frac{2a \cdot V_{out}}{V_{in,min}} = 1.1 \quad M_{min} = \frac{2a \cdot V_{out}}{V_{in,max}} \cong 0.92$$

Nella pratica si approssima il rapporto spire scegliendo $a = 9$, in modo da contrastare le cadute di tensione sui MOSFET e sui diodi rettificatori.

La massima frequenza normalizzata è:

$$f_{n,max} = \frac{f_{max}}{f_{R1}} = 1.2$$

mentre la resistenza di carico effettiva riportata a primario vale:

$$R_{ac} = a^2 \frac{8}{\pi^2} R_{out} = a^2 \frac{8}{\pi^2} \frac{V_{out}^2}{P_{out}} \cong 78.8\Omega$$

Imponendo che il convertitore lavori alla frequenza massima in assenza di carico e alla massima tensione di ingresso, si può determinare il rapporto tra l'induttanza serie e quella parallela:

$$f_{n,max} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{M_{min}}\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1 - M_{min}}{M_{min}} \frac{f_{n,max}^2}{f_{n,max}^2 - 1} \cong 0.285$$

Si calcolano $Q_{zvs,1}$ e $Q_{zvs,2}$ secondo le definizioni:

$$Q_{zvs,1} = 95\% \cdot Q_{max} = 95\% \cdot \frac{\lambda}{M_{max}} \sqrt{\frac{1}{\lambda} + \frac{M_{max}^2}{M_{max}^2 - 1}} \cong 0.749$$

$$Q_{zvs,2} = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda f_{n,max}}{(\lambda + 1) f_{n,max}^2 - \lambda R_{ac} C_{HB}} \frac{T_D}{\pi} \cong 0.681$$

e si sceglie come Q_{zvs} un valore più piccolo del minore dei due:

$$Q_{zvs} = 0.6$$

Si determina la minima frequenza di commutazione a pieno carico e con la tensione di ingresso minima, secondo la seguente formula approssimata (De Simone et al, 2006):

$$f_{n,min} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{M_{max}^{1 + \left(\frac{Q_{zvs}}{Q_{max}} \right)^4}} \right)}}} \cong 0.839$$

Infine si calcolano i parametri dei componenti del circuito risonante:

$$Z_0 = Q_{zvs} \cdot R_{ac} = 47.28\Omega \quad C_r = \frac{1}{2\pi f_{R1} Z_0} \cong 42nF$$

$$L_s = \frac{Z_0}{2\pi f_{R1}} \cong 94\mu H \quad L_p = \frac{L_s}{\lambda} \cong 330\mu H$$

Si costruisce in LTspice lo schematico del convertitore appena progettato e se ne simula il comportamento in condizioni nominali, in assenza di carico per $M = M_{min}$ e a pieno carico per $M = M_{max}$ per verificare che il convertitore riesca a mantenere regolata la tensione di uscita anche in assenza di carico e che gli interruttori commutino sempre in condizioni di ZVS. Imponendo che la distorsione della tensione in uscita sia minore dell'1% si ottiene un vincolo inferiore per il valore della capacità del filtro:

$$D_{out} \leq 0.01 \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{3} f_{R1} R_{out} C_{out}} \leq 0.01 \Rightarrow C_{out} \geq 150\mu F$$

Si sceglie pertanto $C_{out} = 150\mu F$.

In condizioni nominali, ovvero per $V_{in} = 220V$ e $R_{out} = 1.2\Omega$, il convertitore lavora in risonanza e le forme d'onda di tensioni e correnti risultano identiche a quelle viste nel capitolo 4.1 (fig. 5.6).

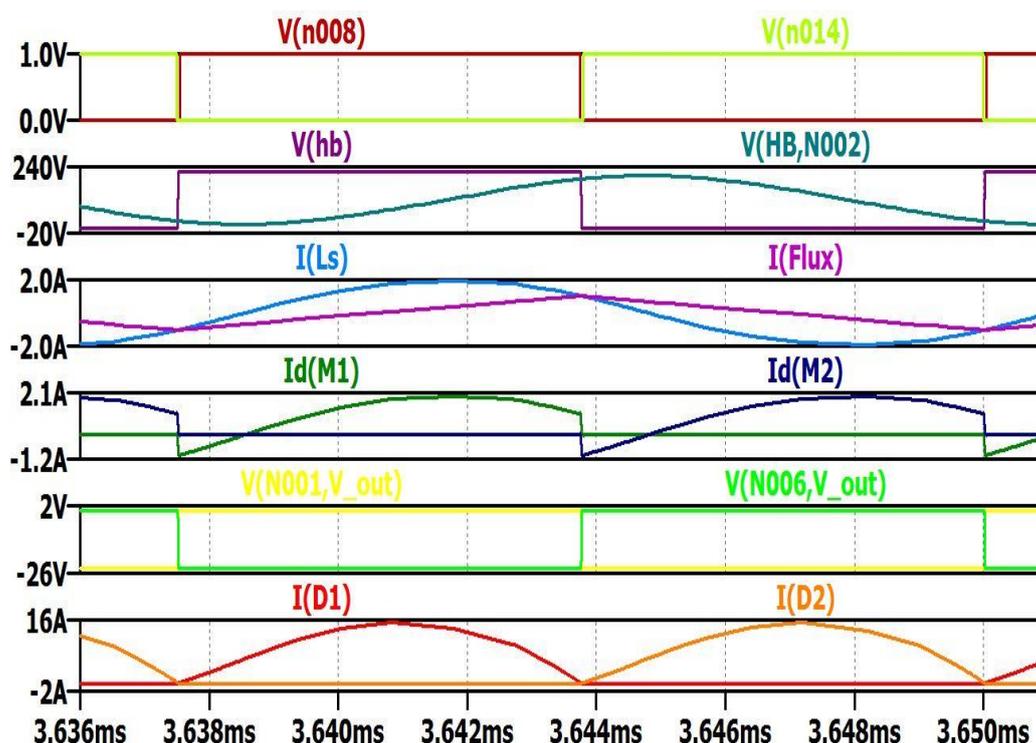


Figura 5.6 Forme d'onda in risonanza

A causa dei limiti del simulatore, la massima resistenza di carico applicabile senza che la simulazione sia compromessa è $R_{out} = 1k\Omega$, per cui la potenza richiesta in uscita, pur essendo molto piccola ($P_{out} = 0.144W$), non è nulla. Imponendo che la tensione di ingresso sia pari al massimo valore possibile ($V_{in} = 240V$), e che quindi il guadagno di tensione sia pari al minimo richiesto ($M = 0.92$), la tensione di uscita risulta regolata e pari a 12V per $f_s = 108,7kHz$, un valore circa uguale a 1.4 volte la frequenza di risonanza. Questa frequenza è più grande della frequenza massima imposta nelle specifiche di progetto ($f_{s,max} = 96kHz = 1.2f_{R1}$) ma il convertitore risulta comunque in grado di regolare la tensione di uscita in (quasi) assenza di carico, soddisfacendo uno degli obiettivi fondamentali del processo di dimensionamento. I MOSFET commutano in condizioni di ZVS e le forme d'onda delle grandezze del sistema sono compatibili con il funzionamento in DCMAB (capitolo 4.4), modalità di conduzione che si colloca in una regione di frequenze immediatamente inferiore alla frequenza di taglio (fig. 5.7).

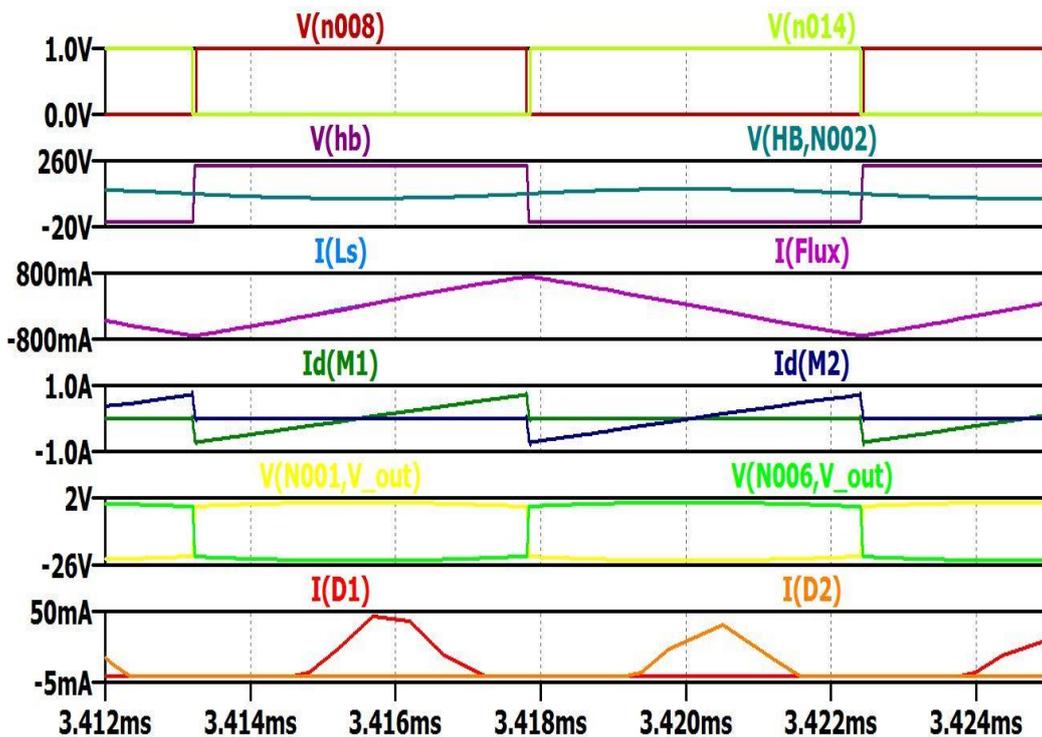


Figura 3 Forme d'onda in (quasi) assenza di carico (modalità DCMAB)

Infine, l'ultimo caso critico da controllare è il funzionamento a pieno carico ($R_{out} = 1.2\Omega$) con tensione di ingresso pari al minimo valore possibile ($V_{in} = 200V$), ovvero con guadagno richiesto massimo ($M = 1.1$). In queste condizioni, il convertitore regola la tensione di uscita per $f_s = 70.82kHz$, valore di poco superiore a quello ricavato durante il progetto ($f_{min} = 0.839f_{R1} = 67.12kHz$) e risulta operare in modalità DCMB, cioè in regione induttiva; la commutazione soft dei transistori è quindi ottenuta, come si può facilmente verificare in fig. 5.8 osservando la completa assenza di spike di corrente all'accensione dei MOSFET.

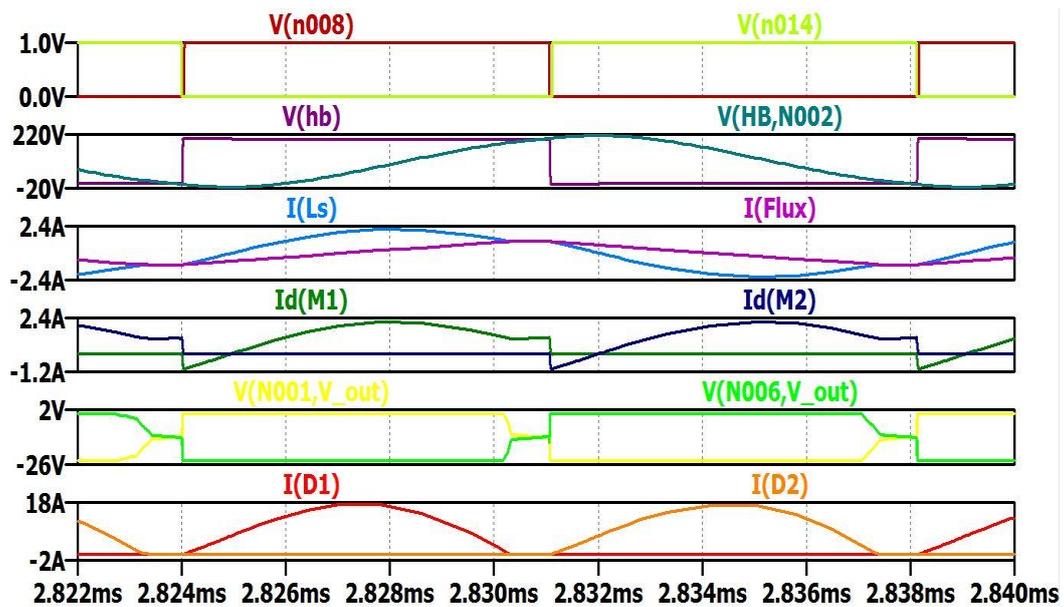


Figura 5.8 Forme d'onda a pieno carico per $M = M_{max}$ (modalità DCMB)

Si può dunque concludere che l'approssimazione di prima armonica è un valido strumento per un dimensionamento iniziale del convertitore e che il convertitore così progettato facilmente garantisce il funzionamento in risonanza nelle condizioni nominali, è in grado di regolare la tensione di uscita in assenza di carico e consente la commutazione in ZVS degli interruttori per ogni possibile valore del carico a partire da quello massimo fino al carico nullo e nell'intervallo ammesso per la tensione in ingresso.

Conclusioni

In questa tesi è stata presentata un'analisi approfondita del convertitore risonante LLC finalizzata principalmente alla descrizione delle forme d'onda nei vari possibili regimi di funzionamento e alla comprensione di come i parametri circuitali di progetto ne influenzino la messa in atto. Dopo una panoramica generale sulla struttura del convertitore e la spiegazione dei principali vantaggi di questa topologia (capitoli 1 e 2), nel capitolo 3 è stata introdotta l'approssimazione di prima armonica (FHA), un metodo di analisi semplificato che consente sia di tracciare la caratteristica del guadagno di tensione del convertitore (grafico di fondamentale importanza per la classificazione dei vari regimi di funzionamento, per il dimensionamento del circuito e per l'implementazione della metodologia di controllo a frequenza variabile), sia dell'impedenza di ingresso (grafico fondamentale per discriminare il conseguimento di una commutazione ZVS poco dissipativa). Sulla base delle considerazioni svolte nel capitolo 3, nel capitolo 4 è stato utilizzato il software LTspice IV per simulare il funzionamento del convertitore in buck e boost mode evidenziando le modalità di conduzione continue e quelle discontinue. Infine, nell'ultimo capitolo è stata illustrata una tecnica di design basata sul metodo FHA con un esempio numerico e ne è stata testata la validità per mezzo della simulazione.

Si è potuto constatare come il convertitore di tipo LLC sia particolarmente adatto a realizzare alimentatori ad elevata densità di potenza grazie alla possibilità di operare a frequenze molto elevate in virtù delle basse perdite di commutazione, con conseguente vantaggio per gli ingombri ridotti degli elementi filtranti. Inoltre la doppia induttanza prevista altro non è che un unico trasformatore che si deve appositamente costruire con le induttanze di dispersione e magnetizzazione previste in sede di progetto, per cui si tratta di un convertitore con isolamento e a minimo numero di componenti. Le caratteristiche di funzionamento permettono di operare ad alta efficienza per un ampio range di correnti assorbite dal carico e

finanche a vuoto e con bassi livelli di emissione elettromagnetica (EMI).

Bibliografia

De Simone S., Adragna C., Spini C. e Gattavari G., “Design-oriented steady state analysis of the LLC resonant converters based on FHA”, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. SPEEDAM 2006. Pp: 200-207

Erickson R. W., Maksimovic D., “Fundamentals of Power Electronics”, 2nd edition, Kluwer, 2001

Lazar J. F., Martinelli R., “Steady-State Analysis of the LLC Series Resonant Converter”, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2001. APEC 2001. Pp: 728-735

Yang B., “Topology Investigation for Front End DC/DC Power Conversion for Distributed Power System”, PhD dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003. Pp: 269-288

“An introduction to LLC resonant half-bridge converter”, AN2644, www.st.com

Datasheet del dispositivo STP8NM60, reperibile presso www.st.com