# Alma Mater Studiorum Università degli Studi di Bologna

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

DISTART DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELLE STRUTTURE DEI TRASPORTI, DELLE ACQUE, DEL RILEVAMENTO, DEL TERRITORIO

# CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DI CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI CON FIBRE D'ACCIAIO

TESI DI LAUREA IN MECCANICA DEI MATERIALI INNOVATIVI LS

Tesi di laurea di LUCA ROSSI Relatore:

Chiar.mo Prof. Ing. GIOVANNI PASCALE

Correlatori:

Chiar.mo Prof. Ing. ANDREA BENEDETTI P.E. ROBERTO CARLI

Al Nonno Aldo Al Nonno Guido Alla nonna Maria

## INDICE

### INTRODUZIONE

## CAPITOLO 1: CARATTERISTICHE GENERALI DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

1.1 GENERALE	1.1
1.2 MATRICE CEMENTIZIA	1.3
1.3 FIBRE	1.5
1.4 INTERFACCIA	1.8
1.5 PROPRIETA' REOLOGICHE	1.12
1.6 PRODUZIONE	1.17

### CAPITOLO 2: PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

2.1 COMPORTAMENTO MECCANICO	2.1	
> 2.2 CENNI SULLA MECCANICA DELLA FRATTURA PER		
CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI	2.6	
2.3 PROVE SUI CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI	2.16	
> 2.3.1 COMPRESSIONE	2.16	
> 2.3.2 TRAZIONE	2.18	
> 2.3.3 FLESSIONE	2.28	
2.4 PROVE DI FLESSIONE PROPOSTE DA DIVERSE		
NORMATIVE	2.36	
➤ 2.4.1 ASTM C 1018-97	2.37	
➤ 2.4.2 UNI 11039-1 2003	2.41	
2.4.3 RILEM TC 162-TDF	2.48	

#### CAPITOLO 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE

> 3.1 GENERALE	3.1
3.2 CONFEZIONAMENTO DEI PROVINI	3.2
> 3.2.1 MATERIALI UTILIZZATI	3.3
> 3.2.2 FASI OPERATIVE	3.6
3.2.3 LAVORABILITA' E MIX DESIGN	3.9
➢ 3.3 ESECUZIONE DELLE PROVE	3.13
➢ 3.3.1 MISURAZIONE E CATALOGAZIONE DEI CAMPIONI	3.13
➢ 3.3.2 PROVA DI COMPRESSIONE	3.16
3.3.3 PROVA DI TRAZIONE INDIRETTA	3.18
➢ 3.3.4 PROVE ULTRASONICHE	3.19
> 3.3.5 PROVA DI FLESSIONE	3.23

#### **CAPITOLO 4: RISULTATI DELLE PROVE**

➢ 4.1 RISULTATI DELLA PROVA A COMPRESSIONE	4.1
4.2 RISULTATI DELLA PROVA A TRAZIONE	4.5
➢ 4.3 RISULTATI DELLE INDAGINI ULTRASONICHE	4.7
4.4 RISULTATI DELLA PROVA A FLESSIONE	4.10
➢ 4.4.1 GRAFICI	4.10
4.4.2 INDICI DI DUTTILITA' E SFORZI DI PRIMA	
FESSURAZIONE: CONFRONTI E COMMENTI	4.47

### CAPITOLO 5: MODELLAZIONE DEL COMPORTAMENTO PRE E POST FESSURATIVO

> 5.1 GENERALE	5.1
5.2 GENERALITA' SUL DIAGRAMMA	
TENSIONE-DEFORMAZIONE	5.3
> 5.2.1 INTRODUZIONE	5.3

5.2.2 DIAGRAMMI TENSIONE-DEFORMAZIONE		
ANALIZZATI	5.4	
➤ 5.2.2.1 RILEM TC 162-TDF	5.4	
➢ 5.2.2.2 MODELLO A DUE LIVELLI	5.6	
5.3 ANALISI DEL DIAGRAMMA TRILINEARE		
> 5.3.1 FASE PRE FESSURAZIONE	5.7	
➢ 5.3.2 FASE POST FESSURAZIONE	5.11	
5.3.2.1 CONSIDERAZIONI GENERALI	5.11	
> 5.3.2.2 DIAGRAMMA σ − ε	5.12	
> 5.3.2.3 DETERMINAZIONE DI $\varepsilon_2$	5.13	
> 5.3.2.4 DETERMINAZIONE DI $\sigma_2$	5.18	
> 5.3.2.5 DETERMINAZIONE DI $\varepsilon_3$	5.19	
> 5.3.2.6 DETERMINAZIONE DI $\sigma_3$	5.22	
> 5.3.2.7 VALUTAZIONE DEL DIAGRAMMA $\sigma - \epsilon$	5.23	
> 5.4 ANALISI DEL DIAGRAMMA A DUE LIVELLI 5.2		
➢ 5.4.1 FASE POST FESSURAZIONE	5.28	
> 5.4.1.1 DETERMINAZIONE DI $\varepsilon_2$	5.28	
> 5.4.1.2 DETERMINAZIONE DI $\sigma_2$	5.31	
> 5.4.1.3 DETERMINAZIONE DI $\varepsilon_3$	5.32	
> 5.4.1.4 DETERMINAZIONE DI $\sigma_3$	5.35	
> 5.4.1.5 VALUTAZIONE DEL DIAGRAMMA $\sigma - \epsilon$	5.35	
➢ 5.5 APPLICAZIONE DEL MODELLO A DUE LIVELLI AI		
DATI SPERIMENTALI	5.38	
5.5.1 PROCEDIMENTO OPERATIVO	5.38	
➢ 5.5.2 GRAFICI OTTENUTI 5.		
5.6 RELAZIONI TRA LE COMPONENTI DI SPOSTAMENTO		
ANALIZZATE	5.52	
> 5.7 CONCLUSIONI		

## CAPITOLO 6: CONCLUSIONI E POSSIBILI SVILUPPI PER ANALISI SUCCESSIVE 6.1

#### INTRODUZIONE

L'utilizzo di materiali compositi come i calcestruzzi fibrorinforzati sta diventando sempre più frequente e diffuso. Tuttavia la scelta di nuovi materiali richiede una approfondita analisi delle loro caratteristiche e dei loro comportamenti.

I vantaggi forniti dall'aggiunta di fibre d'acciaio ad un materiale fragile, quale il calcestruzzo, permette di migliorarne la duttilità aumentando l'assorbimento di energia.

L'aggiunta di fibre permette quindi di migliorare il comportamento strutturale del composito, dando vita ad un nuovo materiale capace di lavorare non solo a compressione ma anche in piccola parte a trazione, ma soprattutto caratterizzato da una discreta duttilità ed una buona capacità plastica.

Questa tesi ha avuto quindi come fine l'analisi delle caratteristiche di questi compositi cementizi fibrorinforzati. Partendo da prove sperimentali classiche quali prove di trazione e compressione, si è arrivati alla caratterizzazione di questi materiali avvalendosi di una campagna sperimentale basata sull'applicazione della norma UNI 11039/2003.

L'obiettivo principale di questo lavoro consiste nell'analizzare e nel confrontare calcestruzzi rinforzati con fibre di due diverse lunghezze e in diversi dosaggi. Studiando questi calcestruzzi si è cercato di comprendere meglio questi materiali e trovare un riscontro pratico ai comportamenti descritti in teorie ormai diffuse e consolidate. La comparazione dei risultati dei test condotti ha permesso di mettere in luce differenze tra i materiali rinforzati con l'aggiunta di fibre corte rispetto a quelli con fibre lunghe, ma ha anche permesso di mostrare e sottolineare le analogie che caratterizzano questi materiali fibrorinforzati.

Sono stati affrontati inoltre gli aspetti legati alle fasi della costituzione di questi materiali sia da un punto di vista teorico sia da un punto di vista pratico.

Infine è stato sviluppato un modello analitico basato sulla definizione di specifici diagrammi tensione-deformazione; i risultati di questo modello sono quindi stati confrontati con i dati sperimentali ottenuti in laboratorio.

La tesi si suddivide in quattro capitoli:

- il primo capitolo definisce in generale il composito fibrorinforzato con le caratteristiche generali delle componenti di base quali la matrice cementizia e le fibre. Vengono inoltre illustrati i legami sussistenti tra queste due componenti, le proprietà reologiche e i metodi principali di produzione del materiale finale.
- nel secondo capitolo è stato descritto il comportamento meccanico del materiale fibrorinforzato. Successivamente è stata trattata la meccanica della frattura relativa a questi compositi. Questo studio ha permesso di arrivare all'importante conclusione che l'inclusione di fibre permette di aumentare l'energia di frattura del materiale, rendendolo più duttile. Inoltre sono state esposte le prove

principali che si conducono su questi compositi, ovvero prove di compressione, trazione e flessione. In particolare sono state messe a confronto le normative italiane e comunitarie che regolano la prova a flessione.

- il capitolo terzo descrive le attività sperimentali svolte, illustrando tutte le fasi eseguite, dalla preparazione e getto dei campioni alla successiva campagna sperimentale.
- il quarto capitolo presenta l'analisi dei dati sperimentali, analisi che comprende la determinazione dei parametri definiti dalla normativa e la correlazione grafica tra i valori misurati.
- il quinto capitolo presenta un modello analitico per poter mettere in relazione i vari parametri tramite considerazioni sul diagramma tensione-deformazione.
- il sesto capitolo infine presenta le osservazioni conclusive su questi materiali deducibili dalle analisi svolte e dai modelli sviluppati.

# 1. CARATTERISTICHE GENERALI DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

#### 1.1 GENERALE

Non è univoca la determinazione delle caratteristiche e delle performance degli FRC, in quanto queste proprietà cambiano al variare della composizione della matrice cementizia, del materiale costituente le fibre, della loro geometria, distribuzione, concentrazione e dell'orientamento delle stesse. Quindi ci si può aspettare che non sia possibile descrivere e modellizzare univocamente le proprietà e il comportamento meccanico dei vari tipi di FRC.

Il motivo per cui si richiede l'inclusione di fibre nelle malte o nei calcestruzzi è principalmente quello di modificare e migliorare alcune di quelle mancanze e deficienze di quei materiali. Gli obiettivi specifici sono i seguenti:

- migliorare la resistenza a trazione e a flessione;
- migliorare la resistenza all'urto;
- intervenire controllando le fasi di fessurazione;
- migliorare la capacità portante post fessurazione (la matrice invece regola il comportamento prima della fessurazione) assicurando una maggiore duttilità del

conglomerato fibrorinforzato, che avrebbe altrimenti un comportamento fragile;

 cambiare le caratteristiche o la reologia del materiale allo stato fresco.

Le caratteristiche del composito, come già detto, dipendono dal volume delle fibre e della matrice e dall'aderenza tra i due componenti. Questa aderenza può variare con il tempo, in quanto si può avere un costante aumento della regione di interfaccia a causa della continua idratazione.

### Tipologie di FRC

Secondo la terminologia adottata da American Concrete Institute (ACI) esistono quattro categorie di FRC:

- 1. SFRC, ovvero FRC con fibre di acciaio;
- 2. GFRC, ovvero FRC con fibre di vetro;
- 3. SNFRC, ovvero FRC con fibre sintetiche;
- 4. NFRC, ovvero FRC con fibre naturali.

#### 1.2 MATRICE CEMENTIZIA

Nella produzione dei composti cementizi rinforzati vengono utilizzati gli stessi componenti del calcestruzzo ordinario. Si possono utilizzare diversi tipi di cementi, tra i quali il più usato è il Portland.

Una parte di cemento può essere sostituita vantaggiosamente con l'utilizzo di sabbia o PFA (pulverised fuel ash); questa sostituzione risulta essere particolarmente efficace nel caso di GFRC, poiché le fibre di vetro sono sensibili all'attacco dovuto all'idratazione del cemento Portland, la sabbia o il PFA sono in grado di aumentare la durabilità del composito.

Anche materiali polimerici possono essere aggiunti alla matrice cementizia con il ben preciso scopo di aumentare e migliorare alcune proprietà quali la resistenza, la tenacità e la durabilità in condizioni ambientali relativamente secche.

Un parametro molto importante nella progettazione della matrice cementizia è il rapporto acqua/cemento (a/c) che non deve superare il valore di 0,5-0,55. Questa limitazione è richiesta per evitare che l'acqua, nel momento in cui evapora, lasci vuoti nel materiale fibrorinforzato, vuoti che sarebbero riempiti per capillarità da sostanze che potrebbero compromettere le caratteristiche del composito stesso. La presenza d'acqua può anche produrre una non trascurabile contrazione di volume tale da instaurare all'interno del calcestruzzo uno stato tensionale non gradito.

1.3

Particolari accorgimenti sono da tenere nel caso in cui sia richiesta una percentuale di fibre abbastanza rilevante. Infatti, aumentando il contenuto di sabbia e diminuendo il volume di inerti a grana grossa, si riesce a produrre un impasto più viscoso, nel quale le fibre sono trattenute senza aver problemi come la segregazione. Il calcestruzzo che deve essere rinforzato da fibre non deve contenere inerti con diametro maggiore di 10÷15 mm, che potrebbero impedire una corretta distribuzione delle fibre.

#### 1.3 FIBRE

Esistono molti tipi di fibre, ognuno con caratteristiche e proprietà diverse.

In generale si può dire che la percentuale in volume di fibre nel conglomerato è relativamente bassa, e ciò permette di concludere che il modulo del composito non sia troppo differente da quello della matrice; l'allungamento a rottura invece è molto più elevato della deformazione a rottura della matrice.

Di seguito vengono elencate alcune importanti proprietà e parametri delle fibre:

- geometria: le fibre vengono prodotte in diverse forme geometriche, tra le quali: prismatiche, irregolari, cilindriche, sagomate, multifilamenti incollati;
- diametro equivalente: per le fibre che non hanno sezione circolare o prismatica è utile determinare il "diametro equivalente", cioè il diametro di una fibra cilindrica avente lo stesso peso per unità di lunghezza. Questo parametro è importante perchè da esso dipende la rigidezza della fibra;
- rapporto d'aspetto: è una misura della sottigliezza di una singola fibra. Consiste nel rapporto tra la lunghezza della fibra e il suo diametro equivalente. Anche questo parametro è direttamente legato alla rigidezza della fibra. Fibre comunemente impiegate nei materiali cementizi hanno rapporti d'aspetto compresi tra 50 e 400;

- resistenza: è la capacità di sopportare una determinata tensione;
- tenacità: è la quantità di energia dissipata per la creazione di una nuova superficie unitaria di frattura;
- concentrazione: è la percentuale in volume di fibre rispetto al volume totale del composito. È un valore importante che condiziona il processo di miscelazione tra fibre e matrice e il comportamento del materiale risultante. La percentuale è bassa se compresa tra 0,1 e 1%, moderata se compresa tra 1 e 3% e alta se compresa tra 3 e 12%.

Si possono poi classificare alcuni parametri che, messi in relazione con quelli geometrici sopra descritti, possono essere usati per la valutazione della effettiva efficacia delle fibre. In particolare sono importanti il numero di fibre in un'unità di volume di calcestruzzo, l'area superficiale delle fibre in un'unità di volume di calcestruzzo e l'area della sezione trasversale di una fibra secondo un piano prestabilito.

E' chiaro che la presenza di fibre influenza l'energia di fessurazione richiesta durante la propagazione della frattura, quindi la presenza di fibre e lo spazio che intercorre tra le fibre influenzano in modo rilevante la possibilità che una fessura si propaghi fino a raggiungere la dimensione critica. I meccanismi di assorbimento di energia, un esempio su tutti è il pull-out, dipendono dall'area superficiale delle fibre coinvolte nella frattura.

A questo proposito Fiber count è il numero di fibre in un'unità di volume del composito e la superficie specifica della fibra è l'area superficiale della fibra sempre in un'unità di volume del composito. Naturalmente il volume totale delle fibre in un'unità di volume del conglomerato può essere raggiunto utilizzando una sola fibra o più fibre di dimensioni minori. Moltiplicando il fiber count per l'area superficiale di una singola fibra si ottiene la superficie specifica della fibra. Quest' ultimo governa il modo in cui la matrice si fessura quando il materiale fibrorinforzato è sottoposto a tensione dovuta all'allungamento a rottura della matrice.

Un ultimo parametro importante è dato dall'area della sezione trasversale delle fibre di un volume di FRC contenente una distribuzione qualunque di fibre, tagliato da un piano qualsiasi. Questo parametro dipende direttamente dalle dimensioni del volume di FRC, dalle caratteristiche geometriche delle fibre e dal fiber count.

Si è parlato prima di come lo spazio che divide le fibre in un composito condizioni il comportamento del materiale in diversi modi. Nella fase di costituzione le proprietà reologiche del materiale dipendono naturalmente da quanto vicine sono le fibre le une alle altre, un'energia di compattazione maggiore è richiesta per posizionare e distribuire la matrice in spazi stretti tra le fibre, ovvero quando le fibre sono più vicine tra loro, rispetto al caso in cui le fibre sono maggiormente distanti tra loro.

1.7

#### 1.4 INTERFACCIA

L'interfaccia tra matrice e fibra assume un ruolo importantissimo nello sviluppo delle proprietà del calcestruzzo fibrorinforzato.

L'aderenza tra matrice e fibra è principalmente la resistenza del vincolamento tra questi due componenti. La natura di questa resistenza non è univocamente determinata, poiché per alcuni tipi di fibre, come ad esempio le fibre d'acciaio, il vincolamento è totalmente dovuto all'attrito, entrano quindi in gioco parametri quali la scabrezza e la forma della superficie delle fibre, mentre per fibre come quelle di vetro il vincolamento è in parte chimico e in parte dovuto ad attrito. In tutti i casi l'interfaccia è una zona attraverso la quale le proprietà si trasferiscono da un componente all'altro del composito.

La resistenza del vincolamento quindi è influenzata dalle condizioni superficiali della fibra.

Il pull-out di una fibra dalla matrice cementizia è una prova usata per caratterizzare appunto l'aderenza tra fibra e matrice.

La tensione ultima che può sopportare il materiale fibrorinforzato ( $\sigma_{po}$ ) si ottiene moltiplicando il numero delle fibre (N) che attraversano l'unità di superficie del composito per la tensione di pull-out ( $\sigma_f$ ) relativa ad una singola fibra.

$$\sigma_{po} = \sigma_f \cdot N \tag{1.1}$$



Figura 1.1. Meccanismo di pull-out di una fibra.[D.J. Hannant, 2000]

La lunghezza significativa di pull-out (fig. 1.1) è l/4, dove l è la lunghezza della fibra. Questo valore è convenzionale e rappresenta la media dei due casi estremi, ovvero che non ci sia il fenomeno del pull-out (l=0) e che il valore di l sia pari a 1/2. Ponendo che il valore massimo di tensioni tangenziali  $\tau$  che si possono scambiare fibra e matrice sia noto, e assumendo che questo valore non cambi con l'angolo formato dalla fibra con la fessura, la forza per estrarre una fibra dalla matrice si può valutare come:

$$N_{pull-out} = \tau \cdot P_f \cdot l/4$$
[1.2]

dove P<sub>f</sub> è il perimetro della fibra.

Da questa relazione si può determinare la tensione richiesta per estrarre una fibra dalla matrice:

$$\sigma_f = \frac{\tau \cdot P_f \cdot l/4}{A_f}$$
[1.3]

dove A<sub>f</sub> è l'area della fibra.

Si possono costruire grafici aventi in ascissa lo scorrimento e in ordinata la forza di pull-out di fibre diverse formanti angoli differenti con la fessura.



Figura 1.2. Curve che legano lo sforzo di pull-out allo scorrimento per diverse inclinazioni. [S.P. Shah, 1996]

Dal grafico precedente (fig. 1.2) si può osservare che inizialmente il carico di pull-out aumenta linearmente con lo scorrimento. La non linearità delle curve, che è spesso vista come un'indicazione della propagazione di una frattura nell'interfaccia, è di solito presente nel tratto prima del picco di carico. Dopo che il carico ha raggiunto il valore massimo esso decresce lentamente all'aumentare dello scorrimento.

Questo andamento spiega il comportamento per cui, quando le fibre sono estratte dalla matrice, si sviluppa una frattura sulla superficie di contatto tra i due componenti prima del picco del carico. È una fessura sollecitata antisimmetricamente rispetto alla fessura stessa da forze di taglio, ovvero è una fessura di modo II, o di scivolamento nel piano (fig. 1.3).



Figura 1.3. Modo II di sollecitazione della fessura. [A. Carpinteri, 1992]

Questa frattura si propaga fino a che il carico continua a crescere, e la sua larghezza all'istante in cui la forza raggiunge il suo apice è detta larghezza critica della fessura. Successivamente la fessura si propaga in modo instabile, ciò significa che la frattura cresce anche quando la forza di pull-out diminuisce.

#### 1.5 PROPRIETA' REOLOGICHE

Le proprietà reologiche di un conglomerato cementizio fibroso sono l'insieme delle caratteristiche che ne definiscono il comportamento allo stato fresco. Le principali proprietà reologiche sono:

- lavorabilità,
- segregabilità.

Una prova che misura la lavorabilità del calcestruzzo, sia ordinario che fibroso, può essere effettuata mediante l'abbassamento del cono di Abrams. È una prova veloce e semplice, idonea per un controllo di qualità sul calcestruzzo proveniente dalla stessa lavorazione, piuttosto che per calcestruzzi confezionati con materiali diversi.

L'apparecchiatura consiste di un tronco di cono aperto alle due estremità che viene appoggiato su una base metallica non assorbente e riempito dall'alto con tre strati successivi di calcestruzzo costipati con modalità standardizzate. Sollevando il cono, l'impasto, per l'azione della forza di gravità, tende a spandersi sulla base d'appoggio fino a che non si raggiunge un equilibrio tra le forze interne resistenti e quelle esterne. Dopo aver sollevato il cono si misura l'abbassamento (slump) del calcestruzzo rispetto all'altezza originale. La prova è eseguita seguendo la norma UNI EN 12350-2.

Si possono verificare tre tipi di slump, mostrati in figura 1.4. In base alla misura dell'abbassamento si può catalogare il calcestruzzo secondo classi di consistenza (tabella 1.1).

#### Cap. 1: CARATTERISTICHE GENERALI DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI



Figura 1.4. Diversi tipi di slump. [M. Collepardi, 1991]

Classe di	Abbassamento al cono	Denominazione
consistenza	[mm]	
S1	da 10 a 40	Umida
S2	da 50 a 90	Plastica
<b>S</b> 3	da 100 a 150	Semifluida
S4	da 160 a 210	Fluida
<b>S</b> 5	oltre 210	Superfluida

Tabella 1.1. Classi di consistenza.

Un'altra prova, sempre soggetta a queste limitazioni, è il flow test che può essere utilizzato per calcestruzzi che prima dell'aggiunta di fibre presentano un abbassamento al cono di Abrams superiore ai 100 mm. Invece la misura della lavorabilità dei calcestruzzi che prima dell'inclusione di fibre hanno un abbassamento al cono di Abrams di 2-3 cm, può essere valutata in modo corretto utilizzando il consistometro di Vebè.

Quest'ultima è sicuramente la prova più rappresentativa per quanto riguarda la lavorabilità del calcestruzzo fibrorinforzato, in quanto simula la compattazione che il materiale subirà nella fase di posa in opera. Con questa prova si misura lo sforzo necessario per compattare il calcestruzzo. Il calcestruzzo fresco viene posto in un cono simile a quello usato per lo slump test. Questo cono è montato su una piattaforma che viene messa in vibrazione con una velocità prestabilita nel momento in cui il cono stesso viene tolto. A questo punto viene misurato il tempo necessario al calcestruzzo per essere compattato. Il tempo Vebè tiene conto dell'influenza della forma e del volume degli inerti, del contenuto d'aria, della presenza di additivi e dell'attrito superficiale delle fibre. Inoltre la prova consente di individuare il volume critico di fibre, superato il quale non è possibile realizzare una compattazione completa usando le tradizionali tecniche di costipamento.

I valori sia dello slump che del tempo di Vebè denotano una perdita di lavorabilità nel calcestruzzo all'aumentare del volume di fibre introdotte nella matrice. È poi interessante notare a parità di volume di fibre l'effetto che hanno fibre di diverso materiale sulla lavorabilità, in particolare la diminuzione della fluidità della miscela è più accentuata se si aggiungono fibre polipropileniche.

Gli altri parametri che influenzano la lavorabilità di un materiale fibroso sono quelli relativi alla geometria delle fibre e alla dimensione degli inerti. Infatti, qualora vengano utilizzate fibre con un rapporto d'aspetto maggiore di 100, queste durante il mescolamento possono addensarsi in grovigli che difficilmente riescono ad essere eliminati.

Nel caso in cui le fibre vengano incluse in un calcestruzzo piuttosto che in una malta la perdita di lavorabilità è ancora più accentuata, in quanto le fibre sono separate da inerti che hanno dimensioni superiori alla spaziatura media delle fibre stesse (figura 1.5).



Figura 1.5. Effetto del diametro dell'inerte sulla distribuzione delle fibre. [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

Pur seguendo accorgimenti particolari, la presenza di fibre in un materiale cementizio ne pregiudica la lavorabilità. Per diminuire questo fenomeno si può optare per fibre con un rapporto d'aspetto non elevato, però questo comporta un abbassamento del carico massimo sopportabile, quindi una diminuzione del rapporto d'aspetto comporta un aumento del volume di fibre se non si vuole compromettere la duttilità post-fessurativa.

Pertanto bisogna aumentare la frazione di sabbia nel calcestruzzo e scegliere inerti con pezzatura limitata.

Un ulteriore accorgimento può essere l'impiego di cenere volante e additivi aeranti, ciò permette di ottenere calcestruzzi plastici con lavorabilità molto buone.

L'impiego di additivi superfluidificanti consente di ottenere calcestruzzi fibrosi con una buona lavorabilità se il volume di fibre non è eccessivo o se il rapporto d'aspetto è inferiore a 100. Perdite di lavorabilità grandi non possono essere compensate solo con l'aggiunta di additivi, in quanto alti dosaggi di additivi portano ad un'eccessiva fluidità della matrice che tende quindi a segregarsi dalle fibre e dagli inerti. In questa situazione è consigliato l'uso di fumo di silice in aggiunta all'additivo; in questo modo il calcestruzzo presenta un'elevata viscosità a riposo ed una buona fluidità in movimento, eliminando i problemi di segregazione.

La tendenza alla segregazione di un calcestruzzo, ovvero la separazione dei suoi costituenti, sia ordinario che fibroso viene valutata attraverso una prova che consiste nel far cadere un volume fissato di calcestruzzo da un'altezza prestabilita su di una base a forma di cono. Da questa prova si riesce a determinare il rapporto tra il peso degli inerti che rimangono nella malta prima e dopo la prova; questo rapporto è detto grado di stabilità, ed è l'opposto della segregazione.

Un ultimo aspetto che compromette la stabilità è il fenomeno del ritiro plastico. Quando il calcestruzzo si trova in un ambiente in cui la velocità di evaporazione dell'acqua è alta, si instaurano tensioni di trazione che non vengono sopportate dal materiale, data la sua giovane età. Questo inconveniente si evitata proteggendo il calcestruzzo in stagionatura mediante pellicole antievaporanti e mantenendo sempre umide le pareti del getto.

Un altro metodo per eliminare le fessure dovute a ritiro plastico consiste nell'introdurre nella matrice un quantitativo di fibre plastiche tali da incrementare la resistenza a trazione della matrice, rendendola maggiore della sollecitazione di trazione dovuta a ritiro plastico.

#### 1.6 **PRODUZIONE**

Le proprietà meccaniche di un materiale composito fibrorinforzato dipendono fortemente dal metodo di produzione utilizzato. I parametri e le variabili descritti precedentemente vengono ottenuti con dei ben precisi e collaudati metodi di produzione.

Importante è la creazione di una o più direzioni principali delle fibre nel conglomerato che si possono ottenere mediante il "winding process". Questo è un meccanismo di produzione efficace e capace di garantire risultati esatti. In questo metodo i fasci di fibre vengono innanzitutto immersi in un impasto liquido di cemento, e poi posati in opera.

Le fibre in una matrice cementizia possono essere orientate secondo una direzione anche mediante la tecnica dell'estrusione attraverso una forte compressione del materiale attraverso uno stampo. In generale grandi quantità di fibre risultano allineate alla direzione di estrusione.

Le fibre corte sono incorporate nella matrice cementizia mediante metodi diversi rispetto a quelli descritti precedentemente. Una distribuzione casuale e tridimensionale delle fibre può essere ottenuta con l'utilizzo di un semplice mixer. Un altro sistema efficiente e versatile per introdurre fibre corte nella matrice è il processo di spray che fra i tanti pregi ha anche quello di creare una direzione principale delle fibre.

In questo metodo i fasci di fibre vengono tagliati continuamente in lunghezze prestabilite e flussi di queste fibre corte vanno a contatto con un getto di malta cementizia liquida. Facendo ciò è possibile produrre sottili strati di malte cementizie fibrorinforzate.

L'uso preciso delle tecniche sopra descritte permette di evitare fenomeni, quali l'aggrovigliamento di fibre, che possono compromettere negativamente le caratteristiche e la resistenza del materiale finale. Infatti, se tali fenomeni avvengono già nello stato fresco, l'impasto deve essere scartato e il calcestruzzo non può essere gettato. Questi fenomeni possono essere evitati anche utilizzando macchine per la sbrogliatura e il dosaggio delle fibre che permettono il caricamento delle fibre d'acciaio direttamente nell'autobetoniera garantendone la perfetta distribuzione nel conglomerato cementizio (fig. 1.6).



Figura 1.6. Macchina per la sbrogliatura e il dosaggio delle fibre. [Catalogo FIBROCEV]

La figura 1.7 mostra un tipico processo produttivo di una pavimentazione in calcestruzzo fibrorinforzato: le fasi della lavorazione prevedono il getto direttamente dalla betoniera e la stesura tradizionale (a), oppure la stesura mediante l'utilizzo di una macchina del tipo laser (b), la finitura e il taglio dei giunti.

#### Cap. 1: CARATTERISTICHE GENERALI DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI



*Figura 1.7.* Fasi della produzione di una pavimentazione in calcestruzzo fibrorinforzato. [Catalogo FIBROCEV]

Esiste una curva (fig. 1.8) basata su analisi sperimentali che permette di mettere in relazione la resistenza a compressione ( $f_c$ ) della matrice e la percentuale di volume di fibre ( $V_f$ ) necessarie per l'ottimizzazione del composito, e quindi per garantire il passaggio da comportamento fragile a comportamento duttile.



Figura 1.8. Ottimizzazione del composito fibrorinforzato. [G. Galli, 2003]

# 2. PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

#### 2.1 COMPORTAMENTO MECCANICO

La presenza di un certo numero di fibre in una matrice cementizia può favorire l'effetto di bridging, ovvero la trasmissione della tensione attraverso una fessura, nelle microfessure, provocando anche un aumento della resistenza massima del composito. Lo sviluppo e l'aumento di dimensioni delle fessure chiama in gioco l'ausilio di fibre più lunghe per poter ottenere il fenomeno di bridging, e questo può essere alla base dell'arresto della propagazione delle fessure nel materiale.

Come si vede dalla figura 2.1 combinando fibre di varie dimensioni nel conglomerato fibrorinforzato si può ottenere un aumento nella resistenza massima, oltre al raggiungimento di una tenacità post picco.

In generale si può affermare che la vicinanza tra le fibre in un FRC è ciò che è richiesto per garantire che l'avanzamento della propagazione della frattura venga bloccato o comunque fortemente rallentato. Ciò è legato alla probabilità che ulteriori somministrazioni di energia al materiale riescano ad essere assorbite oppure reindirizzate in altre zone. La matrice

2.1

#### Cap. 2: PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

cementizia stessa fino ad un valore non troppo elevato dell'apertura della fessura continua a trasferire il carico.



*Figura 2.1.* Differenti misure delle fibre e loro comportamento nel grafico sfozodeformazione. [S.P. Shah, 1996]

Come già notato, l'efficienza delle fibre è direttamente collegata all'ancoraggio delle stesse con la matrice cementizia e la potenzialità di assorbire energia è correlata al numero di fibre presenti, alla loro superficie specifica e alla loro orientazione. Il fiber count precedentemente definito, ovvero il numero di fibre in un'unità di volume di composito, è direttamente collegato alla probabilità che una fessura incontri le fibre. La superficie specifica delle fibre invece è un parametro legato alla quantità di energia assorbita nel momento in cui una frattura incontra una fibra. Alla luce di questo la matrice, tipicamente fragile, può essere migliorata con l'aggiunta di fibre per assicurare una certa tenacità post fessurativa.

La figura successiva (fig. 2.2) mostra i modi nei quali le fibre entrano in gioco per assorbire energia e per controllare l'aumento della fessura. Sono rappresentati la rottura della fibra (fenomeno non frequente), il pull-out della fibra, il fenomeno di bridging, ovvero il passaggio della tensione da un lato all'altro della fessura, e infine il fenomeno del distacco tra fibra e matrice.



Figura 2.2. Metodi di assorbimento di energia da parte delle fibre. [F. Zollo, 1996]

Nella pratica però un calcestruzzo fibrorinforzato contiene fibre casualmente distribuite in due o tre dimensioni. Quindi molte delle fibre che intersecano una fessura possono essere inclinate rispetto ad essa (fig. 2.3). Quindi, quando si considerano fenomeni quali bridging o pull-out, devono essere tenute presenti anche restrizioni geometriche che inducono una flessione locale della fibra.



Figura 2.3. Inclinazione delle fibre rispetto alla fessura. [D.J. Hannant, 2000]

Come si è detto, quando si forma una fessura nel materiale composito le fibre che la attraversano normalmente non si spezzano, ma continuano a resistere ulteriormente anche al progredire dell'apertura grazie al fenomeno di bridging. L'efficacia di questo fenomeno va ad influenzare i vari modi di rottura del materiale. Se le fibre si rompono o si estraggono
durante la fase iniziale della formazione della prima fessura, o se dopo il suo sviluppo le fibre non riescono più a trasferire lo sforzo, allora la resistenza di prima fessurazione corrisponde alla resistenza ultima. In questo caso la deformazione successiva del materiale è influenzata dallo sviluppo di questa fessura. Questo comportamento è noto come "softening", o comportamento degradante (figura 2.4 a).

Se, diversamente, le fibre sono in grado di sopportare ulteriore carico dopo la formazione della prima fessura allora si formeranno altre fratture. Questo fenomeno di fessurazione multipla permette al materiale di possedere un comportamento "hardening", detto anche incrudente (figura 2.4 b), con conseguente aumento notevole dell'energia assorbita e, quindi, della duttilità.



*Figura 2.4*. Comportamento softening (a) e hardening (b) [RILEM TC 162-TDF, 2002]

# 2.2 CENNI SULLA MECCANICA DELLA FRATTURA PER CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI

Un parametro fondamentale quando si vuole studiare il comportamento meccanico di un materiale è la tenacità. Questa è l'energia dissipata per provocare la formazione di una nuova superficie unitaria di frattura in un corpo sottoposto a tensione.

Durante il processo di propagazione della fessura, l'energia attivante il principio di separazione è fornita chiaramente dal lavoro delle forze esterne e dalla diminuzione di energia elastica immagazzinata nel corpo, che dipende dalle caratteristiche geometriche del corpo, dal materiale e dalle forze esterne stesse.

Un aspetto importante che verrà successivamente chiarito è che le modalità di propagazione della fessura in strutture costituite dallo stesso materiale e geometricamente simili dipendono dalla dimensione della struttura.

Un approccio tensionale può non essere corretto in queste situazioni. La figura seguente (fig. 2.5) infatti mostra la relazione tra la resistenza ultima nominale e la dimensione caratteristica b (spessore nel caso di flessione) nel caso di approccio tensionale e applicando la meccanica della frattura (lineare e non). Si può notare come il criterio tensionale possa portare a valutazioni ottimistiche nel caso di elementi con un'elevata dimensione caratteristica.

2.6

Per tenere conto di questo effetto dimensionale è necessario servirsi di modelli nei quali venga presa in considerazione l'energia di frattura.



**Figura 2.5**. Legame resistenza nominale-dimensione. A) criterio tensionale; B) meccanica della frattura lineare; C) meccanica della frattura non lineare. [A. Di Tommaso]

Un modello del fenomeno di frattura, quale può essere il modello di HILLEBORG, si basa su queste assunzioni:

- si verifica una zona di frattura in corrispondenza di una certa zona del provino quando si raggiunge lo sforzo massimo.
- al proseguire della deformazione di allungamento, dopo il raggiungimento dello sforzo massimo, la zona di danneggiamento si estende pur essendo in grado di trasferire sforzi decrescenti con l'allungamento; a questo proposito è utile tracciare i grafici tensione σallungamento w (solo per la zona danneggiata).
- il materiale nelle zone danneggiate si comporta elasticamente ed è soggetto ad un processo di scarico.

Come risultato della prova di trazione si può determinare un doppio legame costitutivo, ovvero una prima relazione che lega la tensione alla deformazione per la zona esterna a quella danneggiata e la relazione tensione-allungamento relativa alla sola zona danneggiata, come si può notare dalla figura seguente (fig. 2.6).



*Figura 2.6.* Legame sforzo-deformazione e sforzo-allungamento relativo. [A. Di Tommaso]

L'energia di frattura  $G_f$  che si dissipa nella zona danneggiata è data dall'area sottostante alla curva  $\sigma$ -w.

Per capire meglio tutto ciò si possono condurre prove di flessione su travetti di calcestruzzo, che è particolarmente sensibile all'effetto dimensionale, e notare che durante la rottura in una zona tesa (rottura secondo modo I) si sviluppa una fessura dominante e in essa lo sforzo locale di trazione è funzione dell'apertura della fessura (fig. 2.7).

Si può ipotizzare per semplicità una legge lineare  $\sigma$ -w che comporta la definizione dell'energia di frattura: G<sub>f</sub> = f<sub>t</sub>·w<sub>c</sub>/2 dove

 $f_t$  è la resistenza ultima, o sforzo massimo nella prova di trazione e  $w_c$  è l'allungamento massimo nella zona danneggiata, cioè quello corrispondente alla completa separazione dei tronconi del provino.



Figura 2.7. Schema di trasferimento delle tensioni nella zona danneggiata (flessione). [A. Di Tommaso]

L'analisi della prova a flessione evidenzia la ben nota dipendenza tra il comportamento e i valori nominali massimi con la dimensione del provino.

Per capire meglio la dipendenza tra duttilità e le dimensioni dei provini si sono effettuate su di essi prove a flessione. Mantenendone invariati materiale e forma geometrica, aumentandone solo la dimensione, è stata messa in luce la curva carico-freccia (fig. 2.8).

Si nota, sotto le ipotesi precedenti e per qualsiasi materiale, una transizione verso il comportamento di tipo fragile e una propagazione rapida della fessura all'aumentare della dimensione del provino.

2.9



Figura 2.8. Curva carico-freccia per provini di diverse dimensioni. [A. Carpinteri, 1992]

La stabilità della propagazione della frattura risulta collegata al valore del numero di fragilità s:

$$s = \frac{G_f}{b \cdot f_t}$$
[2.1]

La figura 2.9 mostra la relazione fra forza e inflessione in una prova di flessione di un provino prismatico intagliato con valori prefissati di resistenza ultima ( $f_t$ ), modulo di Young (E), rapporto di Poisson ( $\mu$ ) ed altezza pari a 15 cm, mentre i valori dell'energia di frattura G<sub>f</sub> variano da valori molto piccoli a valori elevati.



*Figura 2.9.* Legame forza-inflessione in un provino intagliato soggetto a flessione. [A. Di Tommaso]

Si può notare l'incremento della forza massima all'aumento di G<sub>f</sub> e la variazione della forma della curva forza-inflessione che si presenta con un ramo discendente sempre meno rapido all'aumentare di G<sub>f</sub>.

È proprio l'elevato valore di G<sub>f</sub> che conferisce duttilità al sistema.

La figura seguente (fig. 2.10) mostra il tipo di curva al variare del numero di fragilità s. Poiché s è funzione sia di  $G_f$  ma anche della dimensione caratteristica b (oltre che di  $f_t$ ), viene mostrato come la caratteristica duttile o fragile è correlata non solo all'energia di frattura ma anche alla dimensione b del provino. Si può dire quindi che il comportamento duttile è ottenibile con un valore elevato dell'energia di frattura  $G_f$ , ma di entità tale da

essere adeguato alla dimensione della struttura. Questo è il concetto di effetto dimensionale.



*Figura 2.10.* Effetto ricollegabile al numero di fragilità. a) s basso; b) s intermedio; c) s alto. [A. Di Tommaso]

Si può anche definire una curva che mette in relazione i risultati ottenuti dalle prove al variare del numero di fragilità (fig. 2.11).



*Figura 2.11*. Risultati delle prove a flessione al variare del numero di fragilità. [A. Di Tommaso]

Se si considera lo stesso materiale, ovvero  $G_f$ ,  $f_t$ , E,  $\mu$  sono costanti, e diverse dimensioni b del provino si nota che

all'aumentare di b (e quindi al diminuire di s) le modalità di rottura sono sempre più fragili. D'altro canto, se si considera la stessa geometria del provino e gli stessi parametri elastici (E e  $\mu$  sono costanti), la stessa resistenza ultima f<sub>t</sub>, si nota che all'aumentare di G<sub>f</sub> le modalità di rottura sono sempre più duttili. Quindi si può concludere che alla duttilità di un materiale che giunge a rottura per propagazione di fessure concorrono a parità di proprietà elastiche del materiale l'energia di frattura e la dimensione strutturale.

L'obiettivo che si vuole raggiungere con l'inclusione di fibre nel calcestruzzo è di aumentare l'energia di frattura del materiale per realizzare strutture con elevati gradi di duttilità. L'introduzione di elementi fibrosi dunque non deve concorrere tanto all'aumento della resistenza ultima, quanto a realizzare un meccanismo dissipativo di energia. La strada che si deve intraprendere è quella di produrre materiali cementizi fibrosi in cui la fibra si sfila lentamente dissipando energia.

Risultati su prove sperimentali mostrano che resistenza a trazione e compressione nonché modulo elastico per provini di materiale fibrorinforzato aumentano di poco, mentre il valore che subisce notevoli incrementi è l'energia di frattura.

Se si analizza in modo più attento una prova di trazione si nota che fino ai valori massimi della tensione la matrice e le fibre contribuiscono alla resistenza in modo proporzionale alle loro percentuali volumetriche e ai loro moduli elastici. Raggiunto il valore massimo dello sforzo (peak), si evidenzia un tratto post peak di softening che corrisponde a quello della matrice. Poi,

2.13

per deformazioni di poco inferiori a quelle che provocano il distacco della matrice quando questa è senza fibre, interviene un meccanismo dissipativo d'energia che è lo sfilamento progressivo delle fibre.

Se si prende in considerazione la prova a flessione di un provino intagliato si nota che il danneggiamento è concentrato nell'intorno dell'intaglio. La figura 2.12 mostra la relazione tra deflessione e forza di provini intagliati con varie percentuali di fibre. L'aumento della percentuale di fibre provoca un notevole incremento dell'energia di frattura ma anche un aumento del carico massimo.



*Figura 2.12.* Effetto della diversa percentuale di fibre su provino pre-intagliato. [A. Di Tommaso]

Se si analizza il grafico tensione-variazione di distanza a cavallo della fessura per una prova di trazione si può osservare

che all'aumentare della presenza di fibre l'area sotto la curva risulta essere sempre maggiore, e questo significa un incremento dell'energia di frattura (fig. 2.13).



*Figura 2.13*. Prova di trazione diretta su provino pre-intagliato. Confronto tra calcestruzzo semplice (V<sub>f</sub>=0) e fibrorinforzato (V<sub>f</sub>=1%). [A. Di Tommaso]

## 2.3 PROVE SUI CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI

Prima di parlare di prove per i calcestruzzi fibrosi è bene chiarire che metodologie di prova impiegate per normali materiali cementizi non sempre possono essere estendibili anche ai materiali fibrorinforzati, questo perché nei calcestruzzi ordinari vale l'ipotesi di comportamento elastico fino a rottura, i materiali fibrosi invece presentano un comportamento elastoplastico.

### 2.3.1 Compressione

I materiali cementizi ed in particolare i calcestruzzi presentano ottime resistenze meccaniche a compressione, quindi lo studio degli effetti dati dall'aggiunta di fibre è stato incentrato su quelle caratteristiche dei materiali che non sempre risultano soddisfacenti, come la resistenza a trazione, a flessione e ad urto.

Tuttavia grazie alla semplicità di prova e all'elevata diffusione dei dispositivi di prova, sono numerose le esperienze e i dati sulla resistenza meccanica a compressione.

I materiali cementizi presentano una microstruttura ricca di imperfezioni e piccole fessure che tendono ad espandersi e a propagarsi fino a rottura quando il materiale è soggetto a sollecitazioni di compressione.

Gli aggregati presenti possono ostacolare o favorire la propagazione delle fessure. Il primo caso si verifica quando c'è

2.16

buona adesione tra aggregato e malta cementizia. In questo caso la fessura, per deviare intorno ai granuli dell'inerte, deve allungare il suo tragitto, e quindi richiede un'energia maggiore per propagarsi, e tutto ciò provoca un aumento del carico sopportabile. Nel secondo caso invece la presenza di difetti nell'interfaccia tra pasta cementizia e aggregato può favorire la propagazione della fessura.

Per tutto ciò che è stato precedentemente esposto si potrebbe concludere che la presenza di fibre dovrebbe aumentare la resistenza a compressione, in quanto le fibre contrastano la propagazione delle fessure nella direzione ortogonale a quella del carico. In realtà l'aumento della resistenza a compressione è minore del previsto a causa di scorrimenti tra fibre e matrice.

Quindi, come si può osservare dal grafico successivo (figura 2.14), la resistenza a compressione non è sostanzialmente influenzata dalla presenza di fibre, qualunque sia la loro natura. Si ha un certo miglioramento del comportamento nella fase discendente della curva sforzo-deformazione, dovuto al fatto che le fibre contrastano l'apertura delle fessure.



*Figura 2.14.* Effetto dell'aggiunta di fibre di polipropilene e d'acciaio sulla resistenza a compressione di provini cilindrici in calcestruzzo. [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

## 2.3.2 Trazione

Lo studio di prove in cui il materiale viene sottoposto a tensione monoassiale può permettere di giungere a risultati importanti. I tre tipici andamenti della curva sforzo-deformazione sono indicati nella figura 2.15.



Figura 2.15. Curve sforzo-deformazione per diversi calcestruzzi fibrorinforzati. [D.J. Hannant, 2000]

Le curve B e C si basano sull'assunzione che lo sforzo nel materiale fibrorinforzato cresca costantemente. Per le tre curve, il ramo OX definisce il modulo elastico ( $E_c$ ) del conglomerato non fessurato. Le curve A e C si riferiscono a materiali in cui

non ci sono abbastanza fibre per poter sopportare il carico dopo una prima fase di sviluppo delle fessure continue nella matrice.

Nella curva A in particolare le fratture si formano in corrispondenza di X e le fibre velocemente vengono estratte dalla matrice (crisi per pull-out) assorbendo una certa quantità di energia. Questo è il tipico comportamento di compositi abbastanza deboli come calcestruzzi rinforzati con fibre corte di polipropilene.

Nella curva C, che rappresenta il comportamento di malte cementizie rinforzate con amianto, l'alto carico richiesto per la propagazione della frattura porta ad un istantaneo rilascio di energia e ad un altrettanto istantaneo fenomeno di pull-out, o anche rottura delle fibre. Comunque possono esistere microfratture stabili prima del raggiungimento del picco di sforzo.

La curva B è tipica di materiali con una sufficiente concentrazione di fibre tale da sopportare il carico quando nella matrice si creano e si sviluppano le fessure. Il tratto orizzontale della curva è il risultato di fratture multiple a sforzo costante, mentre il tratto successivo rappresenta la fase in cui le fibre iniziano a staccarsi dalla matrice.

Si può notare che nelle curve A e B le fibre non entrano in gioco per aumentare significativamente lo sforzo relativo alla prima fessurazione ( $\sigma_c$ ).

2.19

È importante ora definire il volume critico di fibre, che in una fase fessurativa permette di sopportare il carico a cui il composito era soggetto in una fase pre-fessurativa.

Si determinano innanzitutto i risultati ottenuti tramite la "Teoria delle miscele"; essa descrive lo stato tensionale di un calcestruzzo fibrorinforzato prima della fessurazione. Questa legge si basa sulle ipotesi di fibre allineate, di un vincolamento tra fibre e matrice dato solamente dall'attrito che garantisce perfetta aderenza e di modulo di Poisson uguale a zero sia per le fibre che per la matrice.

Si esprimono i volumi delle fibre e della matrice come frazioni del materiale composito posto uguale a uno, si ottiene:

$$\sigma_c = V_f \cdot \sigma_f + (1 - V_f) \cdot \sigma_m$$
[2.2]

$$E_{c} = E_{f} \cdot V_{f} + E_{m} \cdot (1 - V_{f})$$
[2.3]

dove

- E<sub>c</sub>, E<sub>f</sub> e E<sub>m</sub> = moduli elastici relativi rispettivamente a composito, fibre e matrice;
- $\sigma_c$ ,  $\sigma_f e \sigma_m$  = tensioni relative rispettivamente a composito, fibre e matrice;
- V<sub>f</sub> = volume di fibre.

Ponendo, per ipotesi,  $\varepsilon_f = \varepsilon_m$  si ottiene

$$\sigma_f = n \cdot \sigma_m \tag{2.4}$$

con *n* coefficiente di omogeneizzazione:

$$n = \frac{E_f}{E_m}$$
[2.5]

Si riesce quindi facilmente ad ottenere:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c}{1 + (n-1) \cdot V_f}$$
[2.6]

Si definiscono:

- ε<sub>mu</sub> = deformazione corrispondente alla fessurazione della matrice;
- $\sigma_c$  = sforzo relativo alla fessurazione;
- V<sub>fcrit</sub> = volume critico di fibre;
- $\sigma_{mu}$  = tensione di rottura della matrice;
- $\sigma_{fu}$  = resistenza delle fibre o sforzo relativo al pull-out delle fibre, che dipende dal comportamento delle fibre dopo la fessurazione.

Al momento della creazione della fessura si ha:

$$\sigma_m = \sigma_{mu}$$
 e  $\sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_{mu}$  [2.7]

sostituendo nella relazione [2.2] si ottiene

$$\sigma_c = V_{fcrit} \cdot E_f \cdot \mathcal{E}_{mu} + (1 - V_{fcrit}) \cdot \sigma_{mu}$$
[2.8]

Dopo la creazione della frattura questo sforzo viene a gravare sulle fibre, si suppone quindi che ci siano abbastanza fibre per sopportarlo, quindi il volume delle fibre è pari a quello critico:

$$\sigma_c = V_{fcrit} \cdot \sigma_{fu}$$
[2.9]

Dall'uguaglianza di [2.8] e [2.9] si ottiene:

$$V_{fcrit} = \frac{\sigma_{mu}}{\sigma_{fu} - E_f \cdot \varepsilon_{mu} + \sigma_{mu}}$$
[2.10]

Per ridurre il valore di V<sub>fcrit</sub> è necessario:

- ridurre σ<sub>mu</sub>, quindi utilizzare una matrice cementizia a bassa resistenza meccanica;
- aumentare  $\sigma_{fu}$ , quindi utilizzare fibre con un'alta tensione di rottura.

Infine l'orientazione delle fibre può avere un grande effetto sulla determinazione di  $V_{fcrit}$ , in quanto una distribuzione casuale delle fibre può ridurre il numero di fibre stesse attorno ad una fessura. Per fibre che si sfilano prima di rompersi, come accade solitamente per le fibre d'acciaio, studi hanno mostrato che  $V_{fcrit}$  effettivo, chiamato  $V_{fcrit,eff}$ , cioè per una disposizione casuale delle fibre, è pari a 2 volte al volume critico relativo al caso di

distribuzione allineata, trovato precedentemente nella relazione [2.10]. [Hannant D.J. Cement-based composites]

Questa amplificazione raggiunge valori maggiori nel caso le fibre si rompano prima di sfilarsi; perché si verifichi ciò le fibre d'acciaio devono avere lunghezze elevate, sviluppando quindi tensioni richieste per l'estrazione (equazione [1.3]) maggiori di quelle di rottura.

Se questo valore critico del volume viene raggiunto, è possibile ottenere una fessurazione multipla nella matrice. Questa è una situazione desiderabile in quanto trasforma un materiale tipicamente fragile con una singola superficie di frattura in un materiale decisamente più duttile. Il risultato al quale si vuole tendere è quello di ottenere un grande numero di fessure che abbiano un'apertura molto piccola; questo può ridurre molti problemi, tra i quali il rischio di penetrazione di materiali aggressivi nella matrice. Grandi resistenze dell'ancoraggio tra fibre e matrice aiutano a pervenire a questi risultati.



Figura 2.16. Relazione tra apertura della fessura e volume di fibre. [D.J. Hannant, 2000]

Il grafico precedente (fig. 2.16) mostra la relazione che intercorre tra l'apertura media della frattura alla fine del fenomeno fessurativo e il volume delle fibre.

Si può notare che grandi variazioni del valore dell'apertura della fessura si hanno per piccole variazioni di volume, quando questo volume assume percentuali basse. Per ottenere risultati migliori bisogna utilizzare percentuali di fibre comprese tra 2 e 5%.

Dal punto di vista pratico le prove che portano allo studio di questi fenomeni possono essere eseguite mediante l'utilizzo di macchine di prova universali. Comunemente vengono usati campioni che si presentano sotto forma di cilindretti di materiale fibrorinforzato, e sottoposti a classiche prove di trazione per determinare la resistenza ultima a trazione. Per la natura fragile del calcestruzzo, prove di trazione diretta sono difficili da portare a termine, ma se correttamente eseguite possono fornire informazioni importantissime. Oggi ancora non esistono metodi standard per le prove a trazione diretta, infatti sono state sviluppate diverse tipologie di prova che si basano su differenti modalità di carico.

Per assicurare una riuscita ottimale della prova, il dispositivo di prova deve soddisfare i seguenti requisiti minimi:

 l'apparecchiatura nel suo complesso deve essere abbastanza rigida da poter evitare una fase di scarico non stabile dopo il raggiungimento del picco massimo di carico;

- non deve essere introdotto dal dispositivo di carico un disallineamento del provino, per evitare sollecitazioni di tenso-flessione;
- l'apparecchiatura deve presentare un'elevata rigidità rotazionale per prevenire deformazioni flessionali nel provino.



Figura 2.17. Rappresentazione schematica del dispositivo di prova per trazione diretta.

[Y. Wang, 1990]

Alla luce di ciò, spesso, questi tipi di prove vengono condotte con l'ausilio di macchine (fig. 2.17) ad alta capacità, per le quali il massimo carico richiesto dalla prova è solo una piccola percentuale del carico che possono offrire; questo assicura una buona rigidità del dispositivo di prova. La deformazione della macchina di prova, se presente, è dovuta alla scarsa rigidità delle giunzioni tra cella di carico e ossatura vera e propria della macchina.

Come già detto, uno sbagliato posizionamento del provino può indurre sforzi sconosciuti che possono compromettere i risultati della prova stessa. Questo perché un posizionamento eccentrico del provino può causare sforzi flessionali.

Il processo di collasso del provino non intagliato comporta in successione:

- una deformazione elastica lineare,
- la formazione di microfessure,
- un addensamento di queste vicino ad un piano preferenziale,
- la formazione di macrofessure nel piano,
- la propagazione della fessura in tutto il piano,
- la trasmissione da una parte all'altra della fessura dello sforzo da parte delle fibre.

È inverosimile che la fessura si propaghi dal centro di una sezione trasversale; è stato notato invece che le fessure si sviluppano da piccoli intagli già esistenti.

Alla luce del fatto che tutti i provini contengono disomogeneità, potrebbe essere introdotta una deformazione flessionale se non si introducessero vincoli alla rotazione degli estremi del provino. La figura seguente (fig. 2.18) mostra alcuni dettagli del macchinario di prova:



*Figura 2.18*. Dettagli del dispositivo di prova per trazione diretta: a) illustrazione schematica, b) fotografia. [Y. Wang, 1990]

L'apparecchiatura si compone di una coppia di due pesanti piatti in acciaio saldamente collegati al resto del dispositivo di prova; un piatto è collegato alla cella di carico, mentre l'altro ad un pistone. Il provino viene incollato mediante adesivi epossidici ai due piatti. La maggiore rigidità della macchina rispetto al provino è assicurata mediante l'eliminazione di ogni tipo di collegamento "morbido".

La misurazione dell'apertura delle fessure viene eseguita mediante due LVDT (linear variable differential transformers), montati su due superfici laterali opposte del provino. La prova viene eseguita utilizzando velocità costanti del pistone. La macchina è a controllo di spostamento. La prova si divide in quattro fasi, le prime due relative al posizionamento e all'incollaggio del provino ai piatti, la terza parte consiste in una fase di carico ad una velocità ridotta del pistone per poter mettere in luce in maniera più chiara i dettagli relativi al tratto di ascesa del diagramma sforzo-apertura della fessura, mentre l'ultima parte si riferisce ad una velocità maggiore del pistone in quanto in questa fase la prova è meno sensibile alla velocità del pistone stesso.

Una delle conclusioni più significative è che la deformazione massima cresce all'aumentare della percentuale di fibre nel calcestruzzo fibrorinforzato.

### 2.3.3 Flessione

Le principali applicazioni dei calcestruzzi fibrorinforzati richiedono che questi materiali siano sottoposti principalmente a sforzi di flessione. Risulta importante guindi studiare il loro comportamento sotto questo tipo di azioni, anche alla luce del fatto che la trattazione teorica di aspetti come la resistenza a trazione è molto differente e spesso non paragonabile alla resistenza a flessione. La resistenza a trazione per flessione può essere fino a tre volte superiore a quella di trazione diretta, se, secondo la teoria dell'elasticità, esse sono anche un'espressione dello stesso valore. La principale ragione di questa discrepanza è costituita dal comportamento duttile che caratterizza i compositi fibrosi sottoposti a trazione ed in conseguenza del quale la forma del diagramma delle tensioni di trazione della sezione trasversale di una trave inflessa in fase di fessurazione non è più quella triangolare.

La figura 2.19 mostra una trave fessurata e rinforzata con fibre. La distribuzione delle tensioni è lineare e l'asse neutro è spostato verso la zona compressa. L'effetto delle fibre, come precedentemente descritto, è quello di provvedere а trasmettere la forza attraverso la fessura, tenendone unite le due facce. Comunque gli esatti sforzi nelle fibre sono ignorati e per semplicità viene assunto un diagramma equivalente degli sforzi (fig. 2.19 d). La forma di questo diagramma dipende da vari fattori quali il volume di fibre, la resistenza del vincolamento e l'orientazione delle fibre.



*Figura 2.19.* Distribuzioni delle tensioni e delle deformazioni per una trave fessurata. [D.J. Hannant, 2000]

Può essere fatta una semplificazione riguardante l'andamento del grafico delle tensioni nella zona tesa. Questo diagramma nella fase precedente alla fessurazione assume l'andamento elastico mostrato in figura 2.20 a.

Il secondo diagramma della figura 2.20 mostra l'andamento delle tensioni tipico per un materiale fibrorinforzato dopo la fessurazione, dove le fibre vengono estratte ad un carico costante lungo la fessura. In questo diagramma  $\sigma_{cu}$  è la resistenza ultima a trazione dopo la fessurazione e  $\sigma_{comp}$  è lo sforzo di compressione sulla faccia superiore della trave.



*Figura 2.20.* Andamento delle tensioni a flessione. a) comportamento elastico a tensione e compressione, b) comportamento elastico a compressione e plastico a tensione. [D.J. Hannant, 2000]

Una stima cautelativa della distanza dell'asse neutro dalla superficie compressa è D/4 e con questa assunzione il momento resistente dato dai due diagrammi di tensione può essere paragonato.

Per il primo diagramma il momento resistente assume il valore:

$$M_R = \frac{1}{6} \cdot \sigma_{fl} \cdot B \cdot D^2$$
 [2.11]

Mentre per il secondo:

$$M_{R} = \frac{13}{32} \cdot \sigma_{cu} \cdot B \cdot D^{2}$$
[2.12]

essendo B la lunghezza della sezione trasversale. Dall'uguaglianza delle due relazioni si trova:

$$\sigma_{fl} = 2,44 \cdot \sigma_{cu} \Longrightarrow \sigma_{cu} = 0.41 \cdot \sigma_{fl}$$
[2.13]

Questo implica che è possibile il verificarsi di un aumento della resistenza a flessione a patto che nel caso di trazione la resistenza residua dopo la fessurazione superi di 0.41 volte la resistenza massima.

Per chiarire questo comportamento è utile analizzare qualche esempio. La figura 2.21 mostra due curve caratteristiche sforzo-deformazione per sollecitazione monoassiale di trazione. La prima figura (fig. 2.21 a) corrisponde al caso in cui non venga raggiunto il volume critico di fibre a trazione. Si nota che dopo la fessurazione è presente una tensione pari a 0.41 volte la tensione ultima, quindi, per ciò che è stato detto prima, non si avranno decrementi nella capacità di sopportare un carico flessionale dopo la fessurazione. Ciò implica che il volume critico nella flessione è stato raggiunto. Quindi per ottenere un comportamento duttile a flessione non è necessario che sia duttile anche a trazione.

Nel secondo caso (fig. 2.21 b), diversamente dal primo, il volume critico di fibre a trazione è stato raggiunto, e per questo la capacità di sopportare un carico flessionale dopo la fessurazione sarà 2.44 volte maggiore della tensione ultima di trazione.



Figura 2.21 Curve sforzo-deformazione per sforzo monoassiale. [D.J. Hannant, 2000]

La condizione limite nella figura 2.20 b si ottiene quando l'asse neutro raggiunge la faccia compressa della trave, mantenendo sempre il massimo valore di resistenza a trazione  $\sigma_{cu}$ . In questo caso l'uguaglianza dei momenti resistenti è:

$$\frac{1}{2} \cdot \sigma_{cu} \cdot D^2 = \frac{1}{6} \cdot \sigma_{fl} \cdot D^2 \Longrightarrow \sigma_{fl} = 3 \cdot \sigma_{cu}$$
[2.14]

Questa analisi semplificata del problema mostra perché la resistenza a flessione di una malta o di un calcestruzzo fibrorinforzati sia stimata pari a 2-3 volte la resistenza a trazione.

Anche il volume critico effettivo di fibre a trazione sarà quindi moltiplicato per il coefficiente 0,41 per ottenere il volume critico effettivo a flessione che risulta essere quindi:

$$V_{fcrit,eff,fl} = 0,41 \cdot V_{fcrit,eff} = 0,41 \cdot 2 \cdot V_{fcrit}$$
 [2.15]

con V<sub>fcrit</sub> descritto dalla [2.10].

Questo è solo un approccio teorico, i risultati di tutto ciò devono essere verificati tramite prove di laboratorio.

Prove di laboratorio [M. Collepardi, L. Coppola] hanno mostrato la relazione (figura 2.22) tra incremento della resistenza a flessione e il parametro W·I/d (percentuale in peso di fibre moltiplicata per il rapporto d'aspetto).



*Figura 2.22.* Relazione tra resistenza a flessione e W·I/d (percentuale in peso di fibre moltiplicata per il rapporto d'aspetto). [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

Mediamente si può assumere che l'introduzione di fibre d'acciaio in un calcestruzzo lascia sostanzialmente invariata la tensione di prima fessurazione della matrice, ma consente di ottenere, all'aumentare della percentuale di fibre, una resistenza a flessione superiore al valore corrispondente del calcestruzzo senza fibre. Questo comportamento può essere schematizzato nella figura 2.23:



*Figura 2.23.* Curve carico deflessione per prove di flessione al variare del contenuto di fibre. [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

Il vantaggio principale che si consegue con l'aggiunta di fibre, come già detto, è quello di trasformare un materiale con comportamento spiccatamente fragile in un materiale con doti di duttilità maggiori, capace di assorbire notevoli quantità di energia nella fase che segue la fessurazione della matrice cementizia. Il valore di duttilità può essere messo in relazione al contenuto di fibre (figura 2.24):



*Figura 2.24.* Relazione tra duttilità e il contenuto di fibre. [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

La prova quindi più significativa per un provino di calcestruzzo fibrorinforzato è proprio quella a flessione.

I risultati di questa prova permettono la caratterizzazione della tenacità del materiale attraverso uno o più dei seguenti parametri: assorbimento di energia, indici correlati alla capacità di assorbire energia, resistenza equivalente a flessione e altri parametri che descrivono il comportamento post-fessurativo.

È da tenere presente, prima di iniziare la trattazione di questo argomento, che i risultati possono in qualche modo essere condizionati dalle dimensioni e dalla geometria del provino.

Le modalità di prova secondo le diverse normative sono illustrate nei paragrafi successivi.

# 2.4 PROVE DI FLESSIONE PROPOSTE DA DIVERSE NORMATIVE

La caratterizzazione della resistenza a flessione può essere determinata secondo diverse modalità, ognuna corrispondente ad un riferimento normativo diverso.

Tutte le prove, sebbene si differenzino tra loro, sono tese a determinare la resistenza a flessione e l'aumento di duttilità provocato dalle fibre. Da ognuna di queste prove si determina mediamente che l'introduzione di fibre d'acciaio lascia sostanzialmente invariata la tensione di prima fessurazione della matrice, ma consente di ottenere una resistenza a flessione superiore al valore corrispondente del calcestruzzo senza fibre.

La figura 2.25 mostra alcune tra le tipologie di prova valide per la determinazione della resistenza a flessione:

- a) tipologia è la prova di carico su quattro punti;
- b) prova di carico su tre punti con provino intagliato;
- c) tipologia di prova denominato "plate test" (meno utilizzato).

Le prove che verranno successivamente analizzate sono quelle riferite alla normativa:

- ASTM C1018 97 normativa americana;
- UNI 11039 2003 normativa italiana;
- RILEM TC 162 TDF normativa comunitaria.



*Figura 2.25*. Tipologie di prova a flessione: a) prova di carico su quattro punti, b) prova di carico su tre punti, c) plate test. [V.S. Gopalaratnam, 1994]

### 2.4.1 ASTM C1018-97

Questa prova (fig. 2.25a) serve per stimare parametri correlati alla tenacità e legati all'area sottesa dalla curva sforzodeflessione. I parametri determinati vengono chiamati indici di tenacità e sono ottenuti dividendo l'area sottesa dalla curva sforzo-deflessione fino a valori prestabiliti di deflessione per l'area sottesa dalla stessa curva fino al valore di deflessione corrispondente alla prima fessurazione (a partire da questo punto la curva carico-deflessione assume un andamento non lineare). Gli indici di tenacità sono dunque numeri adimensionali, e sono così definiti:

- I<sub>5</sub>: numero ottenuto dividendo l'area corrispondente ad una deflessione pari a 3 volte la deflessione di prima fessurazione (δ) per l'area corrispondente a prima fessurazione.
- I<sub>10</sub>: numero ottenuto dividendo l'area corrispondente ad una deflessione pari a 5,5 volte la deflessione di prima fessurazione (δ) per l'area corrispondente a prima fessurazione.
- I<sub>20</sub>: numero ottenuto dividendo l'area corrispondente ad una deflessione pari a 10,5 volte la deflessione di prima fessurazione (δ) per l'area corrispondente a prima fessurazione.

Vengono anche introdotti dei fattori, sempre adimensionali, di resistenza residua:

- $R_{5,10}$ : numero ottenuto dalla relazione 20·( $I_{10}$  - $I_5$ ).
- $R_{10,20}$ : numero ottenuto dalla relazione  $10 \cdot (I_{20} I_{10})$ .

Questi valori caratterizzano il livello di resistenza ancora disponibile dopo il raggiungimento della prima frattura.

La presenza di fibre può in certi casi aumentare significativamente gli indici di tenacità e i fattori di resistenza residua, mentre in altri casi si registrano incrementi rilevanti solo nella resistenza corrispondente alla prima fessurazione e non negli indici di tenacità e i fattori di resistenza residua.

Per trovare questi valori vengono utilizzati travetti di conglomerato cementizio fibrorinforzato di 350 mm per la

lunghezza e 100 mm x 100 mm per la sezione trasversale. Questi provini vengono sottoposti a flessione su quattro punti (fig. 2.26); la macchina di prova deve lavorare in controllo di spostamento, poiché lavorando a controllo di carico non si potrebbe determinare il tratto di curva  $\sigma$ - $\epsilon$  dopo la fessurazione. Il carico deve essere applicato al provino senza provocare contributi torsionali, per non compromettere i risultati della prova.



Figura 2.26. Fotografia del macchinario di prova di carico su quattro punti. [ASTM C 1018-97]

La misura della deflessione del provino può essere effettuata nella mezzeria e deve essere eseguita mediante trasduttori elettronici.

Il carico è applicato mediante snodi che permettono la rotazione, come illustrato in figura precedente, ed è misurato con l'ausilio di trasduttori.

Le curve che si ottengono sono essenzialmente di due tipi: il primo in cui il tratto che precede la prima fessurazione presenta un andamento concavo (fig. 2.27 a), e un secondo in cui questo

tratto è convesso (fig. 2.27 b). In entrambi i casi il punto corrispondente alla prima fessurazione (punto A) è il punto in cui la curva presenta un netto cambiamento di pendenza.



*Figura 2.27.* Caratteristiche della curva sforzo-deflessione: a) primo tratto concavo, b) primo tratto convesso. [ASTM C 1018-97]
Questa prova richiede un minore tempo di preparazione rispetto a test che prevedono provini intagliati, ma ciò non è detto che comporti una maggiore economicità. Infatti per provini con bassi contenuti di fibre si può formare una fessura instabile che determina l'esito negativo della prova e quindi la necessità di utilizzare un nuovo campione.

# 2.4.2 UNI 11039 - 2003

Questa norma definisce le caratteristiche ed i requisiti del calcestruzzo rinforzato con fibre d'acciaio e descrive per provini costituiti da questo materiale un metodo di prova per la determinazione della resistenza a prima fessurazione e degli indici di duttilità.

Il provino deve avere dimensioni 150 mm x 150 mm x 600 mm. La macchina di prova utilizzata è conforme alla norma UNI EN 12390-4 per quanto riguarda: la misurazione della forza, l'accuratezza dell'indicazione della forza, la frequenza della taratura e la sicurezza.

Si tratta di una prova a quattro punti; il dispositivo di applicazione del carico è costituito da:

- due cilindri superiori;
- un elemento in grado di ripartire equamente ed uniformemente il carico applicato alla macchina di prova tra i due rulli;
- due cilindri inferiori di supporto;

Lo schema di carico è rappresentato in figura 2.28.

Cap. 2: PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI



*Figura 2.28.* Schema di carico di una prova a flessione secondo norma UNI 11039-2: 1) cilindri di carico liberi di ruotare e di inclinarsi; 2) cilindro di supporto; 3) cilindro di supporto libero di ruotare e di inclinarsi [UNI 11039-1 2003]

La misura del carico è effettuata attraverso un trasduttore di forza.

Il provino è dotato di un intaglio nella sezione di mezzeria per forzare (e controllare) la posizione della sezione fessurata, esso ha una lunghezza 45 mm ed è sagomato a V nella sua parte terminale in modo tale da controllare il punto di innesco della fessura. Come spostamento di riferimento si utilizza l'apertura di fessura misurata sia all'apice (Crack Tip Opening Displacement, CTOD) sia all'estremità inferiore dell'intaglio (Crack Mouth Opening Displacement, CMOD); quest'ultima misurazione viene utilizzata come variabile di controllo. Il CMOD deve essere aumentato ad una velocità costante di  $(0,05 \pm 0,01)$  mm/min. Per valori di CMOD maggiori di 0,65 mm la velocità di spostamento può essere progressivamente aumentata fino a  $(0,5 \pm 0,02)$  mm/min con una accelerazione non maggiore di 1 mm/min<sup>2</sup>.

Procedendo in questo modo si riesce ad evitare quasi sempre il propagarsi instabile delle fratture, sia nei provini fibrorinforzati sia nel calcestruzzo semplice.

In figura 2.29 è riportato lo schema dell'intaglio secondo normativa.



**Figura 2.29**. Schema dell'intaglio, posizione dei porta trasduttori: 1) Apice dell'intaglio; 2) Portatrasduttore per la misurazione del CTOD; 3) Intaglio; 4) Portatrasduttore per la misurazione del CMOD [UNI 11039-1 2003]

Il carico di prima fessurazione si può determinare attraverso il CTOD. Quest'ultimo però deve avere un valore di riferimento da prendere in considerazione (CTOD<sub>0</sub>).

Il CTOD<sub>0</sub> è il valore dello spostamento all'apice della fessura corrispondente all'innesco convenzionale del processo fessurativo del calcestruzzo di base. Esso può essere ottenuto mediante due metodi:

- eseguendo direttamente una prova su un provino realizzato con la stessa matrice di calcestruzzo ma senza fibre (metodo diretto);
- assumendo convenzionalmente un valore pari a 25μm determinato da un'analisi statistica basata su una popolazione di provini di calcestruzzo ordinario di resistenza a compressione variabile tra 25 e 80 MPa (metodo indiretto).

Come si nota nella figura 2.30, determinato il valore di riferimento, lo si inserisce nel grafico carico - CTOD relativo al calcestruzzo fibrorinforzato analizzato e si ottiene il valore del carico di prima fessurazione  $P_{1f}$ , definito come massimo del carico rilevato dal diagramma carico - CTOD in corrispondenza di valori di CTOD compresi tra 0 e CTOD<sub>0</sub>.



*Figura 2.30*. Esempi del diagramma carico(Y)-CTOD(X) per la determinazione del carico di prima fessurazione [UNI 11039-2 2003]

Noto il carico di prima fessurazione è possibile determinare lo sforzo di prima fessurazione (f<sub>1f</sub>), che per la normativa si determina convenzionalmente assumendo una distribuzione lineare degli sforzi nella sezione reagente in corrispondenza dell'intaglio:

$$f_{1f} = \frac{P_{1f} \cdot l}{b \cdot (h - a_0)^2} [MPa]$$
[2.16]

dove I, b, h e  $a_0$  sono indicate nelle figure 2.28 e 2.29.

Restano da determinare gli indici di duttilità  $D_0$  e  $D_1$ ; la normativa definisce:

- D<sub>0</sub>: indice di duttilità dell'SFRC nel campo di apertura media di fessura CTOD<sub>net</sub> compreso fra (0-0,6) mm, con CTOD<sub>net</sub> valore di CTOD al netto di CTOD<sub>0</sub>; tale indice è espresso dal rapporto tra la resistenza equivalente f<sub>eq(0-0,6)</sub> e la resistenza di prima fessurazione f<sub>1f</sub>.
- D<sub>1</sub>: indice di duttilità dell' SFRC nel campo di apertura media di fessura CTOD<sub>net</sub> compreso fra (0,6-3) mm; esso è espresso dal rapporto tra le resistenze equivalenti f<sub>eq(0,6-3)</sub> e f<sub>eq(0-0,6)</sub>

Tali indici sono definiti come:

$$D_0 = \frac{f_{eq(0-0,6)}}{f_{1f}} \qquad D_1 = \frac{f_{eq(0,6-3)}}{f_{eq(0-0,6)}}$$
[2.17]

La norma definisce le resistenze equivalenti come il valor medio dell'integrale della resistenza convenzionale a flessione dell'SFRC calcolato in un intervallo predeterminato di apertura di fessura. Quindi  $f_{eq(0-0,6)} e f_{eq(0,6-3)}$  sono le resistenze equivalenti post-fessurazione, relative all'intervallo di CTOD<sub>net</sub> compreso tra 0 e 0,6 mm e tra 0,6 e 3 mm rispettivamente.

Tali resistenze sono definite come:

#### Cap. 2: PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

$$f_{eq(0-0,6)} = \frac{1}{b \cdot (h-a_0)^2} \cdot \frac{U_1}{0,6}$$

$$f_{eq(0,6-3)} = \frac{1}{b \cdot (h-a_0)^2} \cdot \frac{U_2}{2,4}$$
[2.18]

dove

$$U_{1} = \int_{0}^{0.6} P(CTOD) d(CTOD)$$
[2.19]
$$U_{2} = \int_{0.6}^{3} P(CTOD) d(CTOD)$$

rappresentano l'aree sottese dalla curva di carico - CTOD nei due intervalli di CTOD<sub>net</sub> definiti in precedenza.

Nella figura 2.31 viene rappresentato graficamente quanto esposto sopra.



*Figura 2.31*.Esempio di curva carico (Y)-CTOD (X) con evidenziate le aree sottese ai tratti di curva corrispondenti ad ampiezze di fessura di 0,6 mm e 3 mm [UNI 11039-2 2003]

La normativa UNI 11039 prevede di classificare il calcestruzzo fibrorinforzato in base ai tre parametri  $f_{1f}$ ,  $D_0$  e  $D_1$ .

Per quanto riguarda lo sforzo di prima fessurazione, la normativa prevede le classi di resistenza riportate nella tabella 2.1

CLASSE	<b>F</b> <sub>2,0</sub>	<b>F</b> <sub>2,5</sub>	<b>F</b> <sub>3,0</sub>	<b>F</b> <sub>3,7</sub>	<b>F</b> <sub>4,5</sub>	<b>F</b> <sub>5,5</sub>	<b>F</b> <sub>6,5</sub>	<b>F</b> <sub>7,7</sub>	F <sub>9,0</sub>
Valore minimo	2	2,5	3	3,7	4,5	5,5	6,5	7,7	9,0
di f <sub>1f</sub> [MPa]									

 Tabella 2.1. Classi previste dalla UNI 11039 per lo sforzo di prima fessurazione [UNI 11039-1 2003]

Le classi previste per gli indici di duttilità sono riportate nella tabella 2.2; si può notare la presenza di tre gruppi di classi, caratterizzate dalle sigle  $D_S$ ,  $D_P$  e  $D_H$ , che identificano rispettivamente un comportamento degradante (dall'inglese softening), un comportamento plastico (plastic) e un comportamento incrudente (hardening). Il comportamento degradante è diviso in tre classi,  $D_{S0}$ ,  $D_{S1}$  e  $D_{S2}$ , come il comportamento incrudente che è suddiviso nelle tre classi  $D_{H0}$ ,  $D_{H1}$  e  $D_{H2}$ .

	CLASSE	D <sub>S0</sub>	D <sub>S1</sub>	D <sub>S2</sub>	D <sub>P</sub>	D <sub>H0</sub>	D <sub>H1</sub>	D <sub>H2</sub>
Valori minimi	D <sub>0</sub>	-	≥0,5	≥0,7	≥0,9	≥1,1	≥1,3	≥1,5
degli indici di Duttilità	D <sub>1</sub>	≥0,3	≥0,5	≥0,7	≥0,9	≥1,1	≥1,3	≥1,5

Tabella 2.2. Classi previste dalla UNI 11039 per gli indici di duttilità [UNI 11039-1 2003]

La normativa definisce che un SFRC con un indice di duttilità  $D_0$  inferiore a 0,5 non sia classificabile come calcestruzzo fibrorinforzato.

# 2.4.3 RILEM TC 162 – TDF

Il metodo di prova proposto dalla RILEM, che a differenza delle norme precedenti non ha carattere normativo, ma può assumere la definizione di raccolta di linee guida, ha come scopo la valutazione del comportamento degli SFRC in termini di area sotto la curva carico-deflessione ottenuta mediante un test di flessione su tre punti condotto su un travetto intagliato. Questo metodo porta alla determinazione di:

- il limite di proporzionalità (LOP), cioè lo stress che corrisponde al punto F<sub>L</sub> sulla curva carico deflessione;
- due resistenze a flessione equivalenti che identificano il comportamento del materiale fino ad una deflessione prestabilita;
- due resistenze a flessione residue, che esprimono le tensioni corrispondenti a due distinti valori di deflessione o CMOD.

Il provino deve avere dimensioni 150 mm x 150 mm x 600 mm. Si tratta di una prova a tre punti di carico; il dispositivo di applicazione del carico è costituito da un cilindro superiore che applica il carico e due cilindri inferiori di supporto.

Lo schema di carico è rappresentato in figura 2.32.



*Figura 2.32*. Schema di carico di una prova a flessione secondo norma RILEM TC 162-TDF e sezione della zona intagliata [J. Barros, 2003]

Il provino è dotato di un intaglio nella sezione di mezzeria per forzare (e controllare) la posizione della sezione fessurata, esso ha una lunghezza 25 mm. Come spostamento di riferimento si utilizza sia la freccia in mezzeria ( $\delta$ ) sia l'apertura di fessura misurata all'estremità inferiore dell'intaglio (Crack Mouth Opening Displacement, CMOD); quest'ultima misurazione viene utilizzata come variabile di controllo della prova.

Il limite di proporzionalità, individuato dal valore del carico  $F_L$ , consiste nella condizione di prima fessurazione. Si può quindi determinare la tensione corrispondente eseguendo semplici calcoli sulla sezione intagliata considerata ancora in regime elastico:

$$f_{fct,fl} = \frac{3 \cdot F_L \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2}$$
[2.20]

La curva carico – CMOD o la curva carico –  $\delta$  possono essere utilizzate per calcolare la relazione tensione – deformazione del materiale. Un modo per fare ciò è quello di utilizzare le resistenze residue a flessione corrispondenti a prestabiliti CMOD o frecce. Queste resistenze residue possono essere calcolate come:

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_{R,i} \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2}$$
[2.21]

Dove  $F_{R,i}$ è il carico corrispondente alla freccia  $\delta_{R,i}$  o al CMOD<sub>i</sub>. Queste resistenze residue si possono calcolare per:

δ <sub>R,1</sub> =0,46mm	-	CMOD <sub>1</sub> =0,5mm
δ <sub>R,2</sub> =1,31mm	-	CMOD <sub>2</sub> =1,5mm
δ <sub>R,3</sub> =2,15mm	-	CMOD <sub>3</sub> =2,5mm
$\delta_{R,4}$ =3,00mm	-	CMOD <sub>4</sub> =3,5mm

Inoltre si possono utilizzare per caratterizzare il comportamento post fessurativo degli SFRC. I più comuni valori per i quali si calcolano tali fattori sono 1 e 4, ottenendo così  $f_{R,1}$  e  $f_{R,4}$ .

Le resistenze equivalenti a flessione(f<sub>eq,2</sub> e f<sub>eq,3</sub>) sono anch'essi parametri usati per caratterizzare la resistenza della fase post fessurativa. Possono essere relazionati alla capacità del materiale di assorbimento di energia per valori di deflessione compresi tra quello corrispondente a fessurazione ( $\delta_L$ ) e un valore pari a 0,65 +  $\delta_L$  per f<sub>eq,2</sub> e 2,65 +  $\delta_L$  per f<sub>eq,3</sub>. Tale assorbimento di energia è in parte fornito dalle fibre ( $D_{BZ,2}^{f}$ e  $D_{BZ,3}^{f}$  di figura 2.33) ed in parte causato dalla fessurazione della matrice ( $D_{BZ}^{b}$  di figura 2.33); per il calcolo delle resistenze equivalenti si tiene conto solo del primo contributo.

La figura 2.33 mostra le curve carico – deflessione dalle quali è possibile determinare  $f_{eq,2}$  e  $f_{eq,3}$ .



**Figura 2.33**. Curva carico deflessione con indicati i valori e le aree per il calcolo di  $f_{eq,2}$  e  $f_{R,1}$  (a) e  $f_{eq,3}$  e  $f_{R,4}$  (b) [J. Barros, 2003]

Il calcolo di tali resistenze deve essere condotto seguendo le relazioni definite dalla norma:

$$f_{eq,2} = \frac{3 \cdot D_{BZ,2}^{f} \cdot L}{2 \cdot 0,5 \cdot b \cdot h_{sp}^{2}}; \qquad f_{eq,3} = \frac{3 \cdot D_{BZ,3}^{f} \cdot L}{2 \cdot 2,5 \cdot b \cdot h_{sp}^{2}} \qquad [2.22]$$

#### Cap. 2: PROPRIETA' MECCANICHE DEI CONGLOMERATI CEMENTIZI FIBRORINFORZATI

Analogamente ai valori di resistenza residua, quelli di resistenza equivalente possono essere usati come parametro del materiale per caratterizzare il comportamento nella fase post fessurativa e quindi si può derivare da questi una relazione tensione - deformazione. Le analisi svolte nei capitoli successivi mostreranno queste relazioni.

# 3. ATTIVITA' SPERIMENTALE

# 3.1 GENERALE

L'attività sperimentale svolta non è stata mirata solamente all'applicazione della norma UNI 11039 su campioni di calcestruzzo fibrorinforzato, ma è anche servita per valutazioni riguardo all'applicabilità della stessa, andando a studiare e mettere in luce eventuali limiti e problemi che potevano sorgere durante le fasi del test.

A tale scopo e per poter fare valutazioni più precise e complete sul materiale si sono seguite tutte le fasi di preparazione dei componenti, confezionamento e getto del calcestruzzo.

Inoltre si è eseguita una serie di prove "accessorie", non esplicitamente previste cioè dalla UNI 11039, quali prove ultrasoniche, prove di compressione e di trazione indiretta, per poter avere dati più precisi sull'SFRC e riferimenti esatti per la successiva fase di analisi e elaborazione dei risultati.

Verrà quindi trattata una prima parte relativa alla preparazione dei provini ed una seconda parte riguardante le prove eseguite.

# 3.2 CONFEZIONAMENTO DEI PROVINI

I provini sono stati preparati e confezionati presso il laboratorio della ditta LIVABETON S.p.A. di Calderara di Reno, che ha gentilmente messo a disposizione materiali, macchinari, conoscenze ed esperienza. Le fibre utilizzate invece sono state fornite dalla ditta FIBROCEV.

La ditta presso la quale si sono confezionati i provini, Livabeton Calcestruzzi Preconfezionati s.p.a., opera stabilmente dal 1972 sul territorio bolognese, fornisce calcestruzzi preconfezionati e prodotti a base di cemento per impieghi speciali, utilizzando le più moderne tecnologie ed i migliori materiali a disposizione sul mercato. Essa è costantemente monitorata da un attrezzato laboratorio tecnologico interno che consente di ottenere prodotti finiti di qualità costante ed elevata.



Figura 3.1. Ditta Livabeton di Calderara di Reno.

Questa prima parte di attività sperimentale ha portato alla preparazione di 9 impasti diversi eseguiti in 9 giornate di lavoro.

### 3.2.1 Materiali utilizzati

Tutti i materiali, ad eccezione delle fibre fornite dalla FIBROCEV, sono stati messi a disposizione dalla ditta LIVABETON. È importante preliminarmente rilevare che questi materiali, di cui verranno successivamente elencate le caratteristiche, sono stati scelti in modo da minimizzare le differenze di caratteristiche fisiche, differenze che poi si sarebbero potute ripercuotere sul comportamento del materiale composito finale. Per far questo le sabbie e le ghiaie utilizzate nei vari provini sono state estratte dalla medesima cava e sono state mantenute alle stesse condizioni di temperatura ed umidità, in modo da poter presentare le stesse caratteristiche per tutti gli impasti eseguiti. Stesse considerazioni valgono per il cemento, proveniente dalla stessa partita e conservato in ambiente controllato. Infine le fibre d'acciaio sono state prelevate dalla stessa partita e conservate in modo da non porle a contatto con acqua o con ambienti troppo umidi per evitarne l'ossidazione superficiale.

Gli inerti utilizzati (figura 3.2) sono:

- ghiaia grossa con diametri tra 15 e 25 mm;
- ghiaietto con diametri tra 8 e 15 mm;
- sabbia con diametro tra 0 e 5 mm.

3.3



*Figura 3.2*. *a) Ghiaia* grossa; *b) Ghiaietto*; *c) Sabbia.* 

Per poter valutare in modo preciso la differenza, seppur piccola, di umidità degli inerti (parametro più importante e più soggetto alle condizioni dell'ambiente esterno) durante le varie giornate di lavoro sono state eseguite prove atte valutare l'umidità effettiva.

Per gli inerti di pezzatura maggiore, ovvero le due ghiaie, il valore dell'assorbimento (caratteristica intrinseca del materiale)

è stato fornito dal produttore; è comunque stato verificato mediante immersione del materiale in acqua, previa totale essiccatura dello stesso, e valutazione dei pesi pre e post immersione. L'umidità effettiva è stata valutata prima dell'esecuzione di ogni impasto facendo riferimento alle pesate del materiale in condizioni di temperatura e umidità ambiente e dopo essere stato essiccato.

Per la sabbia l'umidità effettiva è stata valutata analogamente alle ghiaie, mentre il valore dell'assorbimento è stato preso dalla scheda tecnica fornita dal produttore del materiale.

Il cemento utilizzato (figura 3.3 a), TECNOCEM A-LL 32,5 R, è un cemento Portland al calcare tipo II a resistenza iniziale elevata. Si è anche utilizzato un additivo superfluidificante (GLENIUM Pav 46, figura 3.3 b) per migliorare la lavorabilità dell'impasto e per evitare i rischi di segregazione della miscela più probabili rispetto ad un calcestruzzo semplice a causa della presenza di fibre.



Figura 3.3. a)Cemento, b) Additivo superfluidificante.

Infine le fibre utilizzate (figura 3.4) sono del tipo FIBROCEV F – DUE 44/45 (la prima cifra indica la lunghezza in mm, la seconda il rapporto d'aspetto), denominate successivamente fibre corte o FS (S sigla per "short") e FIBROCEV F – DUE 60/60, denominate successivamente fibre lunghe o FL (L sigla per "long").



Figura 3.4. Fibre d'acciaio.

# 3.2.2 Fasi operative

Sono stati preparati in totale nove impasti diversi e da ognuno di essi si sono ricavati tre travetti per la prova a flessione UNI 11039, 3 cubetti per la prova a compressione e tre cilindri per la prova a trazione indiretta, detta anche "prova brasiliana".

Gli impasti sono così definiti:

- un impasto caratterizzato dall'assenza di fibre (denominato 386);
- Un impasto con un aggiunta di 25 kg/m<sup>3</sup> di fibre corte (387 FS25) utilizzato come impasto di "prova", sia per

quanto riguarda i proporzionamenti dei materiali costituenti l'impasto nella fase di "mix design", sia per quanto riguarda la successiva fase di esecuzione dei test;

- tre impasti con un'aggiunta rispettivamente di 20 kg/m<sup>3</sup> (393 FS20), 25 kg/m<sup>3</sup> (388 FS25) e 30 kg/m<sup>3</sup> (389 FS30) di fibre corte;
- tre impasti con un'aggiunta rispettivamente di 20 kg/m<sup>3</sup> (392 FL20), 25 kg/m<sup>3</sup> (390 FL25) e 30 kg/m<sup>3</sup> (391 FL30) di fibre lunghe;
- un impasto con un'aggiunta di 25 kg/m<sup>3</sup> di fibre corte (396 FS25 MOD) utilizzando un proporzionamento diverso dei materiali, in modo da cambiare le caratteristiche reologiche.

I provini sono stati creati seguendo le successive fasi (figura 3.5):

- pesate dei materiali seguendo le proporzioni calcolate tramite un foglio di lavoro sviluppato dal personale tecnico della ditta LIVABETON; le proporzioni per ogni impasto sono elencate nell'ALLEGATO A;
- inserimento dei materiali in una betoniera da 250 l e miscelazione fino al raggiungimento di un impasto uniforme, omogeneo e senza grumi visibili;
- esecuzione del "cono di Abrams" per valutare la lavorabilità dell'impasto;
- 4) getto e compattazione attraverso ago vibrante (non è stata possibile la compattazione attraverso tavolo vibrante

in quanto il laboratorio non era in possesso di tale attrezzatura);

- valutazione della massa volumica del calcestruzzo allo stato fresco per ogni impasto pesando un volume noto (quello contenuto in una cubettiera) di calcestruzzo dopo essere stato compattato (valore riportato nell'ALLEGATO A);
- 6) ricopertura dei campioni mediante pellicola di nylon per limitare il fenomeno di essudazione dell'acqua;
- 7) disarmo dopo 24 ore dal getto;
- 8) maturazione in ambiente a temperatura ed umidità controllata per 28 giorni.



#### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE



*Figura 3.5.* Fasi della preparazione: a) miscelazione in betoniera, b) slump test, c) e d) getto e compattazione, e) provini appena gettati, f) provini dopo il disarmo.

Infine, per l'impasto 388 FS25, è stata eseguita la misurazione dell'aria inglobata tramite porosimetro con procedura di costipazione con pestellamento. Il risultato, mostrato in APPENDICE A, denota una percentuale di aria inglobata maggiore di quella impostata per la calibrazione dell'impasto, ma questa differenza è soprattutto dovuta alle diverse modalità di compattazione adottate per i provini e per la prova con porosimetro.

#### 3.2.3 Lavorabilità e mix design

Come si è già detto nel primo capitolo, l'aggiunta di fibre comporta una diminuzione della lavorabilità del calcestruzzo. Dal momento che gli impasti analizzati dovevano essere rappresentativi anche per calcestruzzi dedicati a pavimentazioni, non è stato possibile ridurre la dimensione massima degli aggregati; si è quindi proceduto all'aumento del dosaggio dell'additivo superfluidificante. Ciò che si è in parte notato per gli impasti con un volume maggiore di fibre, dove di conseguenza è stato utilizzato l'additivo in dosaggi maggiori, è un inizio di segregazione del calcestruzzo. Questo è dovuto al fatto che il superfluidificante in dosaggi elevati consente di fluidificare solo la pasta di cemento; questa, quindi, tende a fuoriuscire dai grovigli di fibre ed inerti grossi i quali, invece, restano molto rigidi.

Questo si è notato negli impasti con dosaggio di fibre corte pari a 30 kg/m<sup>3</sup> e negli impasti con dosaggio di fibre lunghe di 25 e 30 kg/m<sup>3</sup>.

Questo principio di segregazione si nota dallo slump test; in particolare il collasso del cono non è uniforme: gli aggregati grossi e le fibre creano un cumulo centrale, mentre la pasta di cemento tende a separarsi. Questo comportamento è mostrato dalla figura 3.6 a e schematizzato dal disegno 3.6 b.



*Figura 3.6.* Slump test: a) si nota un cumulo centrale formato da inerti grossi e fibre, b) schematizzazione del fenomeno [M. Collepardi, L. Coppola, 1990]

I dati riguardanti i valori di slump misurati sui nove impasti sono elencati nell'ALLEGATO A. Operativamente si è cercato di realizzare un calcestruzzo con classe di consistenza S4 o S5 ed, entrando più nel dettaglio dei risultati ottenuti, si possono fare le seguenti considerazioni:

- tutti gli impasti hanno soddisfatto i requisiti della classe di consistenza S4, alcuni hanno anche raggiunto valori di slump corrispondenti alla classe S5 (386, 387 FS25, 388 FS25, 396 FS25 MOD); a conferma di ciò tutti gli impasti hanno presentato un abbassamento del cono "a collasso" (vedere figura 1.4), tipico di abbassamenti elevati;
- l'impasto 391 FL30 ha mostrato un abbassamento del cono molto irregolare per i motivi esposti in precedenza; a conferma di questo risultato, durante la fase di getto, svolta manualmente tramite paletta e cazzuola come illustrato precedentemente in figura 3.5 c, si è riscontrata una difficoltà leggermente maggiore nel livellare i provini rispetto agli altri impasti;
- anche gli impasti 389 FS30 e 390 FL25 hanno mostrato lo stesso piccolo inconveniente a livello operativo, nonostante i coni dopo il collasso non presentassero irregolarità marcate, solo un accumulo centrale di fibre e ghiaia;
- l'impasto 396 FS 25 MOD ha presentato caratteristiche di lavorabilità "visive" e operative molto buone, come dimostrato anche dallo slump misurato. Tutto questo grazie ad un proporzionamento dei materiali leggermente diverso, riducendo cioè la percentuale di ghiaia grossa e aumentando quella degli inerti più fini, con anche

l'aggiunta di "sabbia di Po" (caratterizzata da granulometria più fine rispetto all'altra sabbia utilizzata);

 i restanti impasti hanno mostrato abbassamenti del cono di Abrams regolari senza presentare problemi durante la fase di getto e livellamento dei provini.

# 3.3 ESECUZIONE DELLE PROVE

Oltre all'esecuzione della prova UNI 11039, obiettivo di questo lavoro, sono state svolte alcune prove "accessorie", quali quelle di compressione, trazione indiretta e ultrasuoni. Le prove elencate sono servite sia per avere un quadro più completo sulle caratteristiche degli SFRC, sia per ottenere dati e valori da utilizzare nelle fasi successive di elaborazione dei dati e sviluppo di modelli analitici.

Tutte le prove sono state eseguite dopo una prima fase di misurazione e catalogazione dei campioni.

Questa fase di esecuzione delle prove è stata eseguita presso il LARM, Laboratorio Resistenza Materiali dell'Università di Bologna.

# 3.3.1 Misurazione e catalogazione dei campioni

Tutti i provini confezionati sono stati misurati e pesati; le tabelle successive elencano questi dati:

Denominazione	a[mm]	b[mm]	c[mm]	Peso[kg]
386 A	151,00	151,00	151,00	8,25
386 B	150,30	151,50	150,00	8,28
386 C	149,80	151,50	150,00	8,20
387FS25 A	150,30	150,80	150,00	8,38
387FS25 B	150,00	149,30	149,50	8,15
387FS25 C	151,00	150,50	150,80	8,29
388FS25 A	150,00	150,30	150,00	8,29
388FS25 B	150,50	150,90	150,30	8,34
388FS25 C	150,00	150,00	150,00	8,23
389FS30 A	150,30	151,00	150,80	8,36
389FS30 B	150,00	150,50	150,00	8,35
389FS30 C	150,50	150,50	150,30	8,34

### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE

390FL25 A	150,00	151,50	150,00	8,39
390FL25 B	150,00	151,00	149,80	8,35
390FL25 C	150,00	150,50	150,00	8,28
391FL30 A	150,00	149,80	150,10	8,34
391FL30 B	150,00	150,30	150,00	8,26
391FL30 C	150,00	150,80	150,00	8,34
392FL20 A	150,80	150,50	150,60	8,37
392FL20 B	151,00	151,00	150,80	8,36
392FL20 C	150,30	150,80	151,00	8,39
393FS20 A	150,00	150,50	150,00	8,22
393FS20 B	150,60	150,60	150,60	8,27
393FS20 C	150,00	149,80	150,30	8,23
396FS25MOD A	150,50	151,50	151,00	8,37
396FS25MOD B	150,00	149,80	150,00	8,20
396FS25MOD C	150,50	151,30	151,00	8,36

Tabella 3.1. Dati relativi ai cubetti.

Denominazione	h[mm]	d[mm]	peso[kg]
386 A	300,30	150,00	12,84
386 B	299,70	150,00	12,80
386 C	299,70	150,00	12,81
387FS25 A	300,00	150,00	13,05
387FS25 B	299,70	150,00	12,98
387FS25 C	299,70	150,00	12,91
388FS25 A	298,70	150,00	12,84
388FS25 B	299,30	150,00	12,90
389FS30 A	299,70	150,00	12,96
389FS30 B	300,00	150,00	12,92
389FS30 C	299,00	150,00	12,85
390FL25 A	300,00	150,00	13,05
390FL25 B	299,70	150,00	13,04
390FL25 C	299,20	150,00	12,91
391FL30 A	298,80	150,00	12,95
391FL30 B	299,50	150,00	12,89
391FL30 C	299,30	150,00	13,01
392FL20 A	299,30	150,00	12,90
392FL20 B	300,30	150,00	12,97
392FL20 C	299,30	150,00	12,82
393FS20 A	298,70	150,00	12,73
393FS20 B	299,70	150,00	12,87
393FS20 C	300,00	150,00	12,82
396FS25MOD A	299,70	150,00	12,87
396FS25MOD B	299,70	150,00	12,87
396FS25MOD C	300,00	150,00	12,78

Tabella 3.2. Dati relativi ai cilindri.

### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE

Denominazione	a[mm]	b[mm]	c[mm]	peso[kg]
386 A	600,00	150,30	150,00	33,00
386 B	600,00	150,50	150,00	33,25
386 C	600,00	150,00	150,00	33,10
387FS25 A	600,00	150,50	149,80	33,65
387FS25 B	600,30	150,30	150,00	33,70
387FS25 C	600,00	150,00	150,00	33,50
388FS25 A	600,00	150,00	150,00	33,15
388FS25 B	600,00	150,30	150,00	33,00
388FS25 C	600,00	150,50	150,00	33,15
389FS30 A	600,50	151,00	150,50	33,50
389FS30 B	600,00	150,50	150,30	33,20
389FS30 C	600,00	150,50	150,00	33,25
390FL25 A	600,00	150,50	150,00	33,30
390FL25 B	600,00	150,80	150,00	33,30
390FL25 C	600,00	149,50	150,00	33,30
391FL30 A	600,00	150,50	150,00	33,50
391FL30 B	600,00	150,50	150,00	33,40
391FL30 C	600,00	150,00	150,00	33,45
392FL20 A	600,30	149,80	150,30	33,35
392FL20 B	600,50	150,30	151,00	33,30
392FL20 C	600,00	150,50	150,50	33,20
393FS20 A	600,00	150,50	150,00	33,20
393FS20 B	600,00	150,50	150,00	33,40
393FS20 C	600,00	150,50	150,00	33,20
396FS25MOD A	600,00	150,00	150,00	32,95
396FS25MOD B	600,30	149,50	150,00	32,95
396FS25MOD C	600,00	151,50	150,00	33,35

Tabella 3.3. Dati relativi ai travetti.



Figura 3.7. Schematizzazione dei provini; le facce di getto sono indicate con il tratteggio.

Dopo queste operazioni di misura è stato eseguito l'intaglio sui travetti secondo le indicazioni fornite dalla normativa UNI 11039.

Tale intaglio (figura 3.8) è stato effettuato mediante una mola con estremità della lama a V.



Figura 3.8. a) Realizzazione dell'Intaglio dei provini, b) Intaglio.

### 3.3.2 Prova di compressione

Sui cubetti confezionati è stata eseguita una prova di compressione (figura 3.9), secondo la norma UNI 12390-3, per la determinazione del valore di rottura a compressione.



*Figura 3.9.* Prova di compressione: a) Esecuzione della prova, b) Cubetto al termine della prova.

Si nota dalle immagini di figura 3.9 che il tipo di rottura non è bipiramidale come nei casi di calcestruzzo ordinario; in generale accade che la distribuzione degli sforzi durante la prova di compressione è resa complessa dall'insorgenza di forze d'attrito al contatto tra i piatti di carico e le facce del provino. Conseguenza di ciò è la deformazione quasi nulla del calcestruzzo in prossimità delle piastre, mentre il resto del provino tende ad espandersi per effetto Poisson; questo provoca la comparsa di sforzi di trazione perpendicolari alla direzione del carico, maggiori nella zona centrale, che sono i responsabili dell'espulsione della parte esterna del campione. Nel caso di calcestruzzi fibrorinforzati le trazioni sono assorbite dalle fibre, che quindi contrastano il distacco della parte esterna.

Si nota però che tramite una leggera azione manuale è possibile staccare questa parte esterna, vedendo così la classica rottura a clessidra (figura 3.10):



Figura 3.10. Rottura a clessidra.

I risultati della prova e le successive analisi verranno illustrate nel capitolo successivo.

## 3.3.3 Prova di trazione indiretta

Le difficoltà pratiche di eseguire la trazione diretta (descritta nel capitolo precedente) hanno portato a procedimenti alternativi, quali quello della prova di trazione indiretta per splitting, anche detta "prova brasiliana" (figura 3.11).



Figura 3.11. Prova Brasiliana: schema di prova ed andamento qualitativo degli sforzi. [L. Bartolini, P. Pedeferri, 2000]

Essa consiste nell'applicare un carico crescente lungo la generatrice di un provino cilindrico posto con il suo asse orizzontale tra le piastre di una macchina di prova. Tra le piastre ed il provino è necessario frapporre listelli di legno.

L'applicazione degli sforzi di compressione induce all'interno del provino degli sforzi di trazione che portano alla rottura in due parti. Per calcestruzzi ordinari queste due parti si separano raggiunto il carico massimo, mentre per i calcestruzzi fibrorinforzati le due parti sono tenute unite dalle fibre, nonostante si formi una notevole fessura (figura 3.12).



Figura 3.12. a) e b) Prova brasiliana, c) e d) Campioni dopo la prova.

Per un cilindro di altezza h e diametro d la resistenza a trazione vale:

$$f_{ts} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot h \cdot d}$$
[3.1]

I risultati della prova e le successive analisi verranno illustrate nel capitolo successivo.

### 3.3.4 Prove ultrasoniche

La prova ad ultrasuoni (norma UNI 12504-4) si esegue nell'ambito dei controlli non distruttivi per la determinazione delle caratteristiche elastiche e meccaniche ed è un importante mezzo di supporto per le indagini su omogeneità del calcestruzzo, difetti di getto, variazioni delle proprietà (dovute a degrado, a sollecitazioni, ecc.), modulo di elasticità dinamico.

Il funzionamento dell'apparecchiatura si basa sugli effetti della propagazione di impulsi vibrazionali applicati ad un mezzo solido facendo leva sui seguenti principi:

- la velocità con cui gli impulsi applicati si propagano è funzione delle caratteristiche elastiche del mezzo utilizzato e della sua densità;
- le disomogeneità (dovute a fessure, zone degradate, cavità, materiali inclusi, ecc) alterano la velocità di propagazione e attenuano il modulo dell'onda di vibrazione.

L'impulso è stato generato mediante un trasmettitore sonico elettrodinamico (utilizzando una pastiglia di ceramica piezoelettrica). Per la rilevazione del segnale è stato utilizzato un ricevitore costituito da una sonda di tipo piezoelettrico uguale a quella trasmettitrice. Si è utilizzato lo schema di trasmissione diretta (figura 3.13) che si ottiene posizionando trasmettitore e ricevitore in direzioni opposte, con in mezzo l'elemento da indagare.



Figura 3.13. Trasmissione diretta: T sonda trasmittente, R sonda ricevente.

3.20

Oltre alle due sonde l'apparecchiatura consiste in un dispositivo di misura del tempo tra istante di emissione e ricezione dell'impulso.

Per garantire l'assenza di aria nell'interfaccia tra sonda e provino si è proceduto a pulire e smerigliare la superficie per renderla sufficientemente piana; sempre allo stesso scopo si è applicata all'interfaccia della vaselina.

Prima di eseguire la prova è stato necessario infine effettuare la calibrazione su tempo noto (interposizione tra le sonde di una barra di calibrazione).

La prova si è eseguita quindi misurando i tempi impiegati dal fronte d'onda per attraversare il provino; da questi è stato possibile determinare la velocità apparente sapendo la lunghezza della traiettoria (distanza tra le sonde); tali misurazioni sono state effettuate su cubetti, cilindri e travetti (figura 3.14).





Figura 3.14. Esecuzione delle misurazioni sui campioni.

Partendo dalle equazioni di propagazione delle onde elastiche e considerando i due tipi fondamentali di onde che si trasmettono in un solido tridimensionale (onde di pressione o onde P e onde di taglio o onde S) si possono esprimere le velocità:

a) 
$$V_{p} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}}$$
  
b) 
$$V_{s} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \nu)}}$$
[3.2]

dove  $V_P$  e  $V_S$  sono rispettivamente le velocità di onde di pressione e onde di taglio.

Dalle equazioni 3.2, nota la densità  $\rho$  del materiale, è possibile ricavare il modulo elastico E e il coefficiente di Poisson v.

Dal momento che la velocità delle onde S da questa prova non è determinabile, E si ricava dall'equazione 3.2 a) assegnando un valore al coefficiente di Poisson v:

$$E = \rho \cdot V_P^2 \cdot \frac{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)}{(1-\nu)}$$
[3.3]

La costante elastica determinata è quella dinamica ed è superiore a quella statica di circa il 20-30%.

I risultati della prova e le successive analisi verranno illustrate nel capitolo successivo.

# 3.3.5 Prova di flessione

La prova a flessione, vero obiettivo di questo lavoro, si è eseguita seguendo la norma UNI 11039, descritta nel capitolo precedente.

Le fasi dell'esecuzione della prova sono state le seguenti:

- preparazione del macchinario di prova;
- incollaggio tramite colla rigida delle piastrine porta trasduttori di spostamento (misurazione della freccia e del CMOD) e porta deformometri (misurazione del CTOD);
- sistemazione e centraggio del provino sui coltelli d'appoggio;
- montaggio di trasduttori di spostamento e deformometri;
- abbassamento dei coltelli superiori fino ad arrivare a contrasto con il provino;
- inizio del caricamento mantenendo le velocità prescritte dalla norma;
- applicazione del carico fino al raggiungimento di valori di CTOD maggiori di 3 mm.



#### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE



*Figura 3.15.* Prova a flessione: a) Preparazione del provino nella macchina di prova, b) ec) Provino pronto per essere testato, d) Sviluppo della frattura durante la prova,c) Provino al termine della prova, e) Particolare della frattura al termine della prova.

Per misurare la freccia sono stati utilizzati due LVDT (trasduttori di spostamento a variazione di induttanza) applicati alle facce laterali del provino e solidali ad una barra di riferimento vincolata al campione; per la misura della CTOD sono stati utilizzati due deformometri (a variazione di resistenza), uno per ogni faccia laterale, applicati alle piastrine precedente incollate a cavallo dell'apice dell'intaglio. Per la misurazione del CMOD è stato utilizzato un LVDT applicato all'intradosso del travetto a cavallo dell'intaglio. Questi elementi sono illustrati in figura 3.16.

La prova è stata eseguita controllando "visivamente" la velocità di apertura del CMOD tramite interfaccia sul monitor del
terminale (figura 3.17 a) collegato alla macchina di prova e ad i misuratori di spostamento. Il calcolo della velocità del CMOD avveniva in tempo reale, utilizzando i dati acquisiti e l'intervallo temporale di acquisizione; tramite questa velocità e grazie alla presenza di un potenziometro sulla macchina di prova è stato possibile variare la velocità di applicazione del carico in modo tale da mantenere la velocità dell'apertura del CMOD nei limiti prescritti dalla normativa.

L'interfaccia oltre a visualizzare la velocità di apertura del CMOD permetteva di visualizzare in tempo reale le curve:

- Carico Freccia;
- Carico CTOD;
- Carico CMOD.

Questo ha permesso di poter controllare in modo preciso e istantaneo l'andamento della prova, andando a risolvere immediatamente gli eventuali problemi che potevano sorgere.



#### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE



*Figura 3.16*.Misuratori di spostamento: a) LVDT per la misura del CMOD, b) Particolare dell'LVDT per la misura del CMOD, c) LVDT per la misura della freccia, d) Particolare dell'LVDT per la misura della freccia, e) e f) Deformometro per la misura del CTOD.



#### Cap. 3: ATTIVITA' SPERIMENTALE



**Figura 3.17.** a )Interfaccia attraverso la quale si controllava lo sviluppo della prova: nel riquadro nero a sinistra era possibile vedere visualizzata la velocità di apertura del CMOD, b) Centralina multifunzione multicanale.

In figura 3.17 b è mostrata la centralina multicanale MGC utilizzata per l'acquisizione separata di ogni canale; ogni trasduttore di spostamento corrispondeva ad un canale di ingresso per la centralina, che aveva il compito di convertire il segnale per renderlo visibile sul terminale.

I risultati della prova e le successive analisi verranno illustrate nel capitolo successivo.

Cap. 4: RISULTATI DELLE PROVE

# 4. RISULTATI DELLE PROVE

## 4.1 RISULTATI DELLA PROVA A COMPRESSIONE

La prova a compressione, come detto, fornisce risultati in termini di carico di rottura.

Operativamente si è determinato tale valore per ogni cubetto e se n'è calcolata la media per ogni tipo di calcestruzzo. La media è stata eseguita su tre valori, in quanto per ogni tipo di calcestruzzo erano presenti tre cubetti. Oltre alla media è stato possibile calcolare la deviazione standard.

A partire da questi due valori è stato semplice poi calcolare il valore caratteristico di tensione di rottura. È da notare che denominare questo valore  $R_{ck}$  in questo caso non è del tutto corretto, in quanto i dati sui quali si basa il calcolo non si riferiscono a resistenze calcolate a 28 giorni, ma a resistenze riferite ad un numero maggiore di giorni dopo il getto. Inoltre la media e la deviazione standard sono calcolate su un campione molto ristretto di valori.

Per semplicità di notazione e sapendo che la resistenza a compressione dopo i 28 giorni dalla maturazione subisce incrementi sempre più piccoli al passare del tempo, si è utilizzata comunque la denominazione R<sub>ck</sub>.

La tabella seguente (tabella 4.1) mostra questi valori:

Denominazione	Carico a rottura [kg]	Carico a rottura [N/mm <sup>2</sup> ]	Media carico a rottura [N/mm <sup>2</sup> ]	Dev. St. carico a rottura	Data della prova	Rck [N/mm²]
386 A	111600	48,95			22/11/2007	
386 B	107200	47,08	47,93	0,94	22/11/2007	46
386 C	108400	47,76			22/11/2007	
387FS25 A	118200	52,15			22/11/2007	
387FS25 B	115500	51,57	52,56	1,24	22/11/2007	51
387FS25 C	122600	53,95			22/11/2007	
388FS25 A	114800	50,92			04/12/2007	
388FS25 B	117600	51,78	50,99	0,76	04/12/2007	50
388FS25 C	113100	50,27			04/12/2007	
389FS30 A	115700	50,98			04/12/2007	
389FS30 B	113400	50,23	50,81	0,51	04/12/2007	50
389FS30 C	116000	51,21			04/12/2007	
390FL25 A	106900	47,04			04/12/2007	
390FL25 B	114700	50,64	49,51	2,14	04/12/2007	46
390FL25 C	114800	50,85			04/12/2007	
391FL30 A	115700	51,49			10/12/2007	
391FL30 B	117100	51,94	51,10	1,09	10/12/2007	49
391FL30 C	112800	49,87			10/12/2007	
392FL20 A	110900	48,86			10/12/2007	
392FL20 B	113300	49,69	49,28	0,41	10/12/2007	49
392FL20 C	111700	49,28			10/12/2007	
393FS20 A	110700	49,04			10/12/2007	
393FS20 B	112900	49,78	49,42	0,37	10/12/2007	49
393FS20 C	111100	49,44			10/12/2007	
396FS25MOD A	119000	52,19			22/11/2007	
396FS25MOD B	114000	50,73	51,51	0,73	22/11/2007	50
396FS25MOD C	117500	51,60			22/11/2007	

Tabella 4.1. Dati relativi alla prova di compressione dei cubetti.

È stato possibile quindi valutare la resistenza a trazione ed il modulo elastico di questi calcestruzzi utilizzando le relazioni definite dal Nuovo Testo Unico per le Costruzioni (aggiornamento 06/12/2007).

Dalla resistenza cubica R<sub>ck</sub> si passa alla resistenza cilindrica f<sub>ck</sub>:

$$f_{ck} = 0.83 \cdot R_{ck}$$
 [4.1]

È possibile esprimere il valor medio della resistenza cilindrica  $f_{\rm cm}$ :

$$f_{cm} = 0.83 \cdot R_{cm}$$
 [4.2]

La resistenza media a trazione semplice (assiale) del calcestruzzo può essere valutata attraverso la relazione:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$$
[4.3]

Infine il valore medio della resistenza a flessione è assunto pari a:

$$f_{ctm,fl} = 1, 2 \cdot f_{ctm} \tag{4.4}$$

Il modulo elastico può essere espresso dalla relazione:

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left[ \begin{array}{c} f_{cm} \\ 10 \end{array} \right]^{0,3}$$
[4.5]

Calcolando ed inserendo in tabella 4.2 i valori di resistenza a trazione semplice, resistenza a flessione e modulo elastico si ottiene:

Denominazione	Carico medio a rottura(R <sub>cm</sub> ) [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>ck</sub> [N/mm²]	E <sub>cm</sub> [N/mm²]	f <sub>ctm</sub> [N/mm²]	f <sub>ctm,fl</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]
386	47,93	46	33291	3,40	4,08
387 FS25	52,56	51	34224	3,64	4,37
388 FS25	50,99	50	33915	3,60	4,32
389 FS30	50,81	50	33879	3,60	4,32
390 FL25	49,51	46	33617	3,40	4,08
391 FL30	51,10	49	33937	3,55	4,26
392 FL20	49,28	49	33570	3,55	4,26
393 FS20	49,42	49	33598	3,55	4,26
396 FS25 MOD	51,51	50	34018	3,60	4,32

Tabella 4.2. Valutazione di modulo elastico e resistenze a flessione.

I valori di resistenza a flessione e modulo elastico verranno utilizzati poi nell'elaborazione di un modello analitico riguardante la prova a flessione.

La resistenza a trazione calcolata secondo le Norme Tecniche può essere confrontata con quella trovata sperimentalmente tramite la prova a trazione indiretta.

# 4.2 RISULTATI DELLA PROVA A TRAZIONE

La prova a trazione indiretta, descritta nel capitolo precedente, permette di trovare la resistenza a trazione del calcestruzzo. Misurando il carico massimo per ogni campione e tramite la relazione [3.1] è stato possibile ricavare la resistenza a trazione per ogni campione. È stato possibile infine calcolare la media di tale resistenza per ogni tipo di calcestruzzo, come mostrato in tabella 4.3:

Denominazione	Carico a rottura[N]	f <sub>ts</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Media f <sub>ts</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Deviazione standard f <sub>ts</sub>	Data della prova
386 A	249174	3,52			04/12/2007
386 B	233478	3,31	3,51	0,19	04/12/2007
386 C	260456	3,69			04/12/2007
387FS25 A	269775	3,82			04/12/2007
387FS25 B	292338	4,14	3,89	0,22	04/12/2007
387FS25 C	261927	3,71			04/12/2007
388FS25 A	225630	3,21	3.51	0.10	04/12/2007
388FS25 B	284000	4,03	5,51	0,19	04/12/2007
389FS30 A	247212	3,50			04/12/2007
389FS30 B	253589	3,59	3,68	0,24	04/12/2007
389FS30 C	278114	3,95			04/12/2007
390FL25 A	231516	3,28		0,42	05/12/2007
390FL25 B	285471	4,04	3,57		05/12/2007
390FL25 C	238383	3,38			05/12/2007
391FL30 A	252608	3,59		0,11	05/12/2007
391FL30 B	239855	3,40	3,53		05/12/2007
391FL30 C	254079	3,60			05/12/2007
392FL20 A	253589	3,60			05/12/2007
392FL20 B	249665	3,53	3,51	0,10	05/12/2007
392FL20 C	239364	3,40			05/12/2007
393FS20 A	234459	3,33			05/12/2007
393FS20 B	253589	3,59	3,48	0,14	05/12/2007
393FS20 C	249174	3,53			05/12/2007
396FS25MOD A	244269	3,46			04/12/2007
396FS25MOD B	234459	3,32	3,51	0,22	04/12/2007
396FS25MOD C	264870	3,75			04/12/2007

**Tabella 4.3**. Valutazione della resistenza a trazione.

È importante notare che le differenze tra la resistenza a trazione trovata sperimentalmente e quella calcolata tramite la relazione [4.3] e mostrata in tabella 4.2 differiscono di pochi punti percentuali.

Questo permette di concludere che i valori calcolati secondo le indicazioni del Nuovo Testo Unico per le Costruzioni sono veritieri e quindi utilizzabili anche per le analisi successive.

Infine è possibile notare dalla tabella 4.3 che i valori di resistenza a trazione non sono influenzati dalla presenza di fibre; infatti si può vedere che tale resistenza per il calcestruzzo ordinario, indicato dalla sigla 386, non si differenzia sostanzialmente dagli altri valori, a conferma di quanto detto nel capitolo riguardante le caratteristiche di questi calcestruzzi fibrorinforzati.

## 4.3 RISULTATI DELLE INDAGINI ULTRASONICHE

I risultati delle prove ultrasoniche, ovvero i tempi di propagazione del fronte d'onda e le relative velocità, sono indicati nelle tabelle successive.

Denominazione	Tempo ultrasuoni [μs]	Velocità ultrasuoni [m/s]	Media velocità ultrasuoni [m/s]	E dinamico [N/mm²]	E statico [N/mm²]
386 A	30,10	5016,61			
386 B	30,10	4993,36	5040,86	55869,67	39108,77
386 C	29,30	5112,63			
387FS25 A	28,50	5273,68			
387FS25 B	29,30	5119,45	5200,01	59988,51	41991,95
387FS25 C	29,00	5206,90			
388FS25 A	30,10	4983,39			
388FS25 B	28,50	5280,70	5127,85	57506,79	40254,75
388FS25 C	29,30	5119,45			
389FS30 A	30,10	4993,36			
389FS30 B	29,30	5119,45	5037,60	55477,63	38834,34
389FS30 C	30,10	5000,00			
390FL25 A	28,50	5263,16			
390FL25 B	29,30	5119,45	5185,01	59110,54	41377,38
390FL25 C	29,00	5172,41			
391FL30 A	28,50	5263,16			
391FL30 B	30,10	4983,39	5122,00	57352,08	40146,46
391FL30 C	29,30	5119,45			
392FL20 A	29,30	5146,76			
392FL20 B	29,30	5153,58	5143,34	57735,84	40415,09
392FL20 C	29,30	5129,69			
393FS20 A	30,10	4983,39			
393FS20 B	30,10	5003,32	5035,39	55748,34	39023,84
393FS20 C	29,30	5119,45			
396FS25MOD A	28,50	5280,70			
396FS25MOD B	28,50	5263,16	5181,29	58832,42	41182,69
396FS25MOD C	30,10	5000,00			

Tabella 4.4. Risultati delle indagini ultrasoniche per i cubetti.

Per i cubetti è stato calcolato il modulo elastico dinamico utilizzando la relazione [3.3] introdotta nel capitolo precedente imponendo v=0,2. Inoltre è stato possibile effettuare una stima

approssimativa del modulo statico riducendo del 30% quello dinamico. Si nota che il modulo elastico statico così calcolato risulta maggiore rispetto al modulo elastico calcolato dalla relazione [4.5] di circa il 12-13%.

Denominazione	Tempo ultrasuoni [μs]	Velocità ultrasuoni [m/s]	Media velocità ultrasuoni [m/s]
386 A	30,10	4983,39	
386 B	30,10	4983,39	5028,74
386 C	29,30	5119,45	
387FS25 A	30,10	4983,39	
387FS25 B	30,90	4854,37	4897,38
387FS25 C	30,90	4854,37	
388FS25 A	30,1	4983,39	4983 39
388FS25 B	30,1	4983,39	4000,00
389FS30 A	30,10	4983,39	
389FS30 B	30,10	4983,39	4940,38
389FS30 C	30,90	4854,37	
390FL25 A	30,10	4983,39	
390FL25 B	30,10	4983,39	4940,38
390FL25 C	30,90	4854,37	
391FL30 A	30,90	4854,37	
391FL30 B	30,10	4983,39	4940,38
391FL30 C	30,10	4983,39	
392FL20 A	30,10	4983,39	
392FL20 B	29,30	5119,45	4944,90
392FL20 C	31,70	4731,86	
393FS20 A	30,90	4854,37	
393FS20 B	29,30	5119,45	4942,73
393FS20 C	30,90	4854,37	
396FS25MOD A	30,10	4983,39	
396FS25MOD B	30,10	4983,39	4899,55
396FS25MOD C	31,70	4731,86	

Tabella 4.5. Risultati delle indagini ultrasoniche per i cilindri.

Denominazione	Tempo1 ultrasuo ni [μs]	Tempo2 ultrasuo ni [μs]	Velocità1 ultrasuo ni [m/s]	Velocità2 ultrasuo ni [m/s]	Media velocità1 ultrasuon i [m/s]	Media velocità2 ultrasuoni [m/s]
386 A	28,50	29,30	5273,68	5129,69		
386 B	29,30	30,10	5136,52	5000,00	5176,55	4994,69
386 C	29,30	30,90	5119,45	4854,37		

#### Cap. 4: RISULTATI DELLE PROVE

387FS25 A	30,10	29,30	5000,00	5136,52		
387FS25 B	29,30	29,30	5129,69	5129,69	5083,05	5128,56
387FS25 C	29,30	29,30	5119,45	5119,45		
388FS25 A	29,30	30,90	5119,45	4854,37		
388FS25 B	30,10	30,10	4993,36	4993,36	5037,60	4949,24
388FS25 C	30,10	30,10	5000,00	5000,00		
389FS30 A	30,10	28,50	5016,61	5298,25		
389FS30 B	29,30	30,10	5136,52	5000,00	5096,55	5144,92
389FS30 C	29,30	29,30	5136,52	5136,52		
390FL25 A	29,30	30,10	5136,52	5000,00		
390FL25 B	29,30	30,90	5146,76	4880,26	5128,56	4949,01
390FL25 C	29,30	30,10	5102,39	4966,78		
391FL30 A	29,30	29,30	5136,52	5136,52		
391FL30 B	29,30	29,30	5136,52	5136,52	5085,48	5085,48
391FL30 C	30,10	30,10	4983,39	4983,39		
392FL20 A	30,10	30,90	4976,74	4847,90		
392FL20 B	29,30	30,10	5129,69	4993,36	5080,99	4947,08
392FL20 C	29,30	30,10	5136,52	5000,00		
393FS20 A	29,30	29,30	5136,52	5136,52		
393FS20 B	30,10	30,10	5000,00	5000,00	5045,51	5091,01
393FS20 C	30,10	29,30	5000,00	5136,52		
396FS25MOD A	30,10	30,90	4983,39	4854,37		
396FS25MOD B	30,10	30,90	4966,78	4838,19	4994,46	4865,16
396FS25MOD C	30,10	30,90	5033,22	4902,91		

Tabella 4.6. Risultati delle indagini ultrasoniche per i travetti.

Si possono notare velocità simili per i diversi calcestruzzi; ciò permette di concludere che l'aggiunta di fibre non va ad influenzare la propagazione delle onde ultrasoniche nel materiale. Ciò può essere motivato dal fatto che la quantità di fibre rispetto calcestruzzo nel quale è inclusa è molto bassa e quindi non sufficiente per modificare il risultato di questa prova.

# 4.4 RISULTATI DELLA PROVA A FLESSIONE

La prova più importante e significativa svolta durante la campagna sperimentale è la prova a flessione.

I dati acquisiti durante questa prova, ovvero carico, freccia, CTOD e CMOD, sono stati elaborati ed analizzati tramite fogli di lavoro excel. È stato così possibile costruire i grafici necessari e calcolare i parametri richiesti dalla normativa UNI 11039.

# 4.4.1 Grafici

Di seguito verranno proposti i grafici carico – freccia, carico – CTOD e carico – CMOD per tutti i travetti analizzati. Non compariranno i grafici dei tre campioni 387 FS25 in quanto sono stati utilizzati per adattare alla prova il macchinario, gli strumenti di misurazione ed il software sviluppato dal personale tecnico del LARM; non compariranno nemmeno i grafici del campione 386 B in quanto si sono presentati problemi nell'acquisizione del carico.

Nei grafici carico – CTOD e carico – freccia sono presenti 3 curve: due relative alle due misurazioni effettuate sui due lati del provino, mentre la terza ne rappresenta la media.



Figura 4.1 a). Travetto 386 A: Carico – CTOD.



Figura 4.1 b). Travetto 386 A: Carico – CMOD.



Figura 4.1 c). Travetto 386 A: Carico – Freccia.



Figura 4.2 a). Travetto 386 C: Carico – CTOD.



Figura 4.2 b). Travetto 386 C: Carico – CMOD.



Figura 4.2 c). Travetto 386 C: Carico – Freccia.



Figura 4.3 a). Travetto 388 FS25 A: Carico – CTOD.







Figura 4.4 a). Travetto 388 FS25 B: Carico – CTOD.



Figura 4.4 b). Travetto 388 FS25 B: Carico – CMOD.



Figura 4.4 c). Travetto 388 FS25 B: Carico – Freccia.



Figura 4.5 a). Travetto 388 FS25 C: Carico – CTOD.



Figura 4.5 b). Travetto 388 FS25 C: Carico - CMOD.



Figura 4.5 c). Travetto 388 FS25 C: Carico – Freccia.







Figura 4.6 b). Travetto 389 FS30 A: Carico – CMOD.



Figura 4.6 c). Travetto 389 FS30 A: Carico – Freccia.



Figura 4.7 a). Travetto 389 FS30 B: Carico – CTOD.



Figura 4.7 b). Travetto 389 FS30 B: Carico – CMOD.



Figura 4.7 c). Travetto 389 FS30 B: Carico – Freccia.



Figura 4.8 a). Travetto 389 FS30 C: Carico - CTOD.



Figura 4.8 b). Travetto 389 FS30 C: Carico – CMOD.



Figura 4.8 c). Travetto 389 FS30 C: Carico – Freccia.



Figura 4.9 a). Travetto 390 FL25 A:Carico – CTOD.



Figura 4.9 b). Travetto 390 FL25 A:Carico – CMOD.



Figura 4.10 a). Travetto 390 FL25 B: Carico – CTOD.



Figura 4.10 b). Travetto 390 FL25 B: Carico – CMOD.







Figura 4.11 a). Travetto 390 FL25 C: Carico – CTOD.



Figura 4.11 b). Travetto 390 FL25 C: Carico – CMOD.



Figura 4.11 c). Travetto 390 FL25 C: Carico – Freccia.



Figura 4.12 a). Travetto 391 FL30 A: Carico – CTOD.



Figura 4.12 b). Travetto 391 FL30 A: Carico – CMOD.



Figura 4.12 c). Travetto 391 FL30 A: Carico – Freccia.



Figura 4.13 a). Travetto 391 FL30 B: Carico – CTOD.



Figura 4.13 b). Travetto 391 FL30 B: Carico - CMOD.



Figura 4.13 c). Travetto 391 FL30 B: Carico – Freccia.



Figura 4.14 a). Travetto 391 FL30 C: Carico – CTOD.



Figura 4.14 c). Travetto 391 FL30 C: Carico – Freccia.



Figura 4.15 a). Travetto 392 FL20 A: Carico – CTOD.



Figura 4.15 b). Travetto 392 FL20 A: Carico - CMOD.


Figura 4.15 c). Travetto 392 FL20 A: Carico – Freccia.



Figura 4.16 a). Travetto 392 FL20 B: Carico – CTOD.



Figura 4.16 b). Travetto 392 FL20 B: Carico – CMOD.



Figura 4.16 c). Travetto 392 FL20 B: Carico – Freccia.



Figura 4.17 a). Travetto 392 FL20 C: Carico – CTOD.



Figura 4.17 b). Travetto 392 FL20 C: Carico - CMOD.



Figura 4.17 c). Travetto 392 FL20 C: Carico – Freccia.



Figura 4.18 a). Travetto 393 FS20 A: Carico – CTOD.



Figura 4.18 b). Travetto 393 FS20 A: Carico – CMOD.



Figura 4.18 c). Travetto 393 FS20 A: Carico – Freccia.



Figura 4.19 a). Travetto 393 FS20 B: Carico – CTOD.







Figura 4.19 c). Travetto 393 FS20 B: Carico – Freccia.







Figura 4.20 b). Travetto 393 FS20 C: Carico – CMOD.







Figura 4.21 b). Travetto 396 FS25MOD A: Carico - CMOD.



Figura 4.22 a). Travetto 396 FS25MOD B: Carico - CTOD.



Figura 4.22 c). Travetto 396 FS25MOD B: Carico – Freccia.



Figura 4.23 b). Travetto 396 FS25MOD C: Carico - CMOD.



Figura 4.23 c). Travetto 396 FS25MOD C: Carico – Freccia.

Come si può notare da questi grafici per tutti i tipi di calcestruzzo, gli andamenti sono spiccatamente degradanti: una volta raggiunto il carico di prima fessurazione non si hanno più aumenti di carico. Tale comportamento degradante è anche spiegabile calcolando il volume critico di fibre necessario per avere comportamento plastico; sapendo che:

- σ<sub>fu</sub>=400 MPa; è il valore fornito dalla scheda tecnica del produttore delle fibre;
- σ<sub>mu</sub>=3,5 MPa; è il valore della resistenza a trazione del calcestruzzo non fibrorinforzato trovata mediante la prova brasiliana;
- E<sub>f</sub>=210000 MPa; è il modulo elastico dell'acciaio;

-  $\varepsilon_{mu}$  si può assumere pari a 0,01%.

riprendendo le formule [2.15] e [2.10] e sostituendo i valori appena introdotti si ottiene:

$$V_{fcrit,eff,fl} = 0,41 \cdot 2 \cdot V_{fcrit} = 0,41 \cdot 2 \cdot \frac{\sigma_{mu}}{\sigma_{fu} - E_f \cdot \varepsilon_{mu} + \sigma_{mu}} = 0,41 \cdot 2 \cdot \frac{3,5}{400 - 210000 \cdot 0,0001 + 3,5} = 0,75\%$$

Per trovare la quantità Q di fibre corrispondente è necessario moltiplicare il peso specifico dell'acciaio ( $\gamma_s$ =7860 kg/m<sup>3</sup>) per il volume critico effettivo a flessione:

$$Q = \gamma_s \cdot V_{fcrit, eff, fl} = 7860 \cdot 0,0075 \cong 59 \, kg / m^3$$

Si nota subito che questo valore è molto maggiore rispetto ai quantitativi di fibre utilizzati negli impasti, ed è quindi normale osservare durante le prove di flessione un comportamento spiccatamente degradante.

Dai grafici proposti si può anche vedere però che la differenza tra il calcestruzzo ordinario (386) e i calcestruzzi fibrorinforzati è presente e ben visibile. L'aggiunta di fibre permette quindi un aumento della capacità portante come testimoniato dai grafici, ma soprattutto permette di aumentare molto nella fase post fessurativa le deformazioni rispetto al calcestruzzo ordinario. Un'altra importante capacità di questi calcestruzzi fibrorinforzati è quella di poter sopportare elevate rotazioni in fase di post fessurazione, a vantaggio quindi della duttilità. Questo comportamento è stato ben visibile per tutti i calcestruzzi fibrorinforzati analizzati durante la campagna sperimentale (figura 4.24).



Figura 4.24. Fessure durante la fase finale della prova a flessione.

Da questa immagine si nota infatti l'entità della fessura che si è creata.

Si osserva inoltre che l'intaglio a V riesce a svolgere in modo preciso la funzione di innesco della fessura.

## 4.4.2 Indici di duttilità e sforzi di prima fessurazione: confronti e commenti

Per la determinazione degli indici di duttilità si è adottata la procedura introdotta nel capitolo 2 (paragrafo 2.4.2); operativamente si sono seguite queste fasi:

- determinazione di CTOD<sub>0</sub> come media dei due CTOD corrispondenti alla prima fessurazione per i campioni 386 A e C (calcestruzzo ordinario);
- determinazione del carico di prima fessurazione P<sub>1f</sub> per ogni provino;
- valutazione della resistenza di prima fessurazione f<sub>1f</sub> per ogni campione;
- calcolo delle aree U1 e U2 per ogni curva carico CTOD mediante un foglio di lavoro excel che permette l'integrazione della curva ottenuta sperimentalmente;
- 5. valutazione delle resistenze equivalenti post fessurazione  $f_{eq(0-0,6)}$  e  $f_{eq(0,6-3)}$  per ogni provino;

Denominazione	D <sub>0</sub>	D <sub>1</sub>	Media D <sub>0</sub>	Media D <sub>1</sub>
388FS25 A	0,34	0,76		
388FS25 B	0,58	0,55	0,50	0,61
388FS25 C	0,59	0,51		
389FS30 A	0,54	0,53		
389FS30 B	0,55	0,55	0,60	0,56
389FS30 C	0,71	0,59		
390FL25 A	0,60	0,66		
390FL25 B	0,42	0,52	0,52	0,60
390FL25 C	0,54	0,61		
391FL30 A	0,64	0,59		
391FL30 B	0,67	0,55	0,64	0,60
391FL30 C	0,61	0,67		
392FL20 A	0,60	0,56		
392FL20 B	0,53	0,58	0,57	0,60
392FL20 C	0,58	0,66		
393FS20 A	0,71	0,63		
393FS20 B	0,54	0,59	0,62	0,57
393FS20 C	0,61	0,48		
396FS25MOD A	0,65	0,60		
396FS25MOD B	0,71	0,54	0,66	0,59
396FS25MOD C	0,62	0,62		

6. calcolo degli indici di duttilità per ogni campione.

Tabella 4.7. Indici di duttilità dei singoli campioni.

Confrontando i valori di tabella 4.7 con quelli di riferimento forniti dalla norma si trova la conferma del comportamento fortemente degradante mostrato da tutti i provini, infatti si ricade sempre nell'intervallo  $D_{S1}$  definito in tabella 2.2.

In base ai risultati mostrati in tabella 4.7 si possono fare confronti tra i diversi mix utilizzati. Innanzitutto si può vedere che la media per ogni tipo di calcestruzzo degli indici D<sub>1</sub> (ultima colonna della tabella) non cambia da un calcestruzzo all'altro; questo permette di concludere che nella fase post fessurativa il rapporto delle due resistenze equivalenti è costante per tutti i mix analizzati. Questo è un risultato importante perchè sottolinea il fatto che i due tipi di fibre utilizzate nei vari dosaggi permettono di mantenere costanti i rapporti delle resistenze post fessurative nonostante i loro valori siano diversi (come mostra l'APPENDICE B). Le fibre utilizzate riescono quindi a lavorare in modo analogo una volta sviluppata la prima fessurazione.

Risultano diversi invece gli indici di duttilità D<sub>0</sub>, ovvero gli indici che mettono in relazione la resistenza equivalente nella prima fase post fessurativa (CTOD<0,6 mm) con la resistenza di prima fessurazione. I motivi per i quali questi rapporti non restano costanti sono sostanzialmente legati al fatto che in questo caso i due tipi di fibre nei vari dosaggi proposti offrono prestazioni diverse durante le fasi di instaurazione e successivo primo sviluppo della fessura.

Ci si potrebbe attendere per fibre corte valori di  $D_0$  maggiori rispetto a fibre più lunghe a parità di dosaggio; partendo dalla considerazione che per lo stesso dosaggio il numero di fibre

corte incluse nella matrice è maggiore rispetto al caso di fibre lunghe, in quanto le prime sono più piccole e quindi meno pesanti, si può ipotizzare che le fibre corte riescano a dare un contributo maggiore durante la fase di creazione della fessura, entrando in gioco già durante la fase di microfessurazione e ritardando quindi la prima fessurazione aumentandone il carico corrispondente ma soprattutto incrementando la resistenza nella prima fase post fessurativa, cioè per piccoli CTOD; queste fibre dovrebbero riuscire quindi a incrementare le resistenze relative alla prima fase post fessurativa, ma le resistenze relative alle fasi post fessurative successive dovrebbero decadere velocemente dal momento che le fibre riescono ad essere facilmente estratte dalla matrice a causa della loro limitata lunghezza di pull out. Al contrario le fibre lunghe dovrebbero riuscire ad offrire resistenze post fessurative per CTOD non troppo piccoli più alte, in quanto il meccanismo di pull out è rallentato dalla maggior lunghezza di ancoraggio, ma dal momento che entrano in gioco per fessure più ampie, non dovrebbero modificare significativamente le prime fasi post fessurative, ovvero quelle caratterizzate da piccoli valori di CTOD. Analisi sperimentali condotte negli ultimi anni hanno in parte verificato queste ipotesi. [L.G. Sorelli, A. Meda, G.A. Plizzari].

Queste considerazioni permettono di concludere che il  $D_0$  per le fibre corte dovrebbe essere più alto rispetto alle fibre lunghe, in quanto il primo caso dovrebbe presentare un valore al numeratore maggiore rispetto al secondo, mentre il  $D_1$ dovrebbe essere maggiore per le fibre lunghe.

I dati di tabella 4.7 però mostrano solo in parte una corrispondenza con quanto appena detto; le cause di questa discordanza si possono parziale spiegare tramite due motivazioni. In primo luogo l'ipotesi fondamentale su cui si basano le considerazioni appena esposte consiste nella perfetta distribuzione delle fibre nel calcestruzzo. Questa ipotesi non è completamente verificata nelle prove sperimentali condotte, in quanto, come sottolineato precedentemente, sono stati utilizzati negli impasti aggregati di grosso diametro che hanno fortemente influenzato la distribuzione delle fibre, soprattutto quelle lunghe, provocando piccole concentrazioni in alcune zone e carenze in altre. Le prove sperimentali citate mostrano invece una corrispondenza con le sopra considerazioni teoriche fatte precedentemente grazie ad un migliore mix design, con inerti di diametro masimo 15 mm.

In secondo luogo la differenza tra fibre corte (44 mm di lunghezza) e fibre lunghe (60 mm) non è molto alta, probabilmente fibre con una differenza di lunghezza più accentuata avrebbero portato a una maggior corrispondenza tra risultati e considerazioni teoriche fatte in precedenza.

Analizzando i dati si possono comunque fare considerazioni interessanti:

- considerando i tre mix caratterizzati da fibre corte, trascurando per ora l'impasto modificato, si nota che l'indice di duttilità  $D_0$  medio per il mix 393 FS20 è maggiore rispetto a quello associato all'impasto 388 FS25 e paragonabile a quello del calcestruzzo 389 FS30; il travetto 388 FS25 A mostra però un indice  $D_0$  anomalo,

molto minore rispetto agli altri due travetti dello stesso mix e per giunta minore del valore definito dalla norma come limite inferiore per gli SFRC; tale anomalia può essere imputabile ad esempio ad un difetto locale o ad una distribuzione di fibre particolarmente disomogenea. Si può infatti osservare che, se l'indice  $D_0$  assumesse anche per questo travetto un valore simile a quello degli altri due travetti di questa serie, si otterrebbe un  $D_0$  medio paragonabile a quello delle altre due serie (393 FS20 e 389 FS30). Alla luce di queste osservazione si può concludere che il valore di  $D_0$  non è influenzato dai diversi dosaggi di fibre corte.

- considerando i tre calcestruzzi realizzati con aggiunta di fibre lunghe si può rilevare che l'indice di duttilità D<sub>0</sub> medio per il mix 392 FL20 è maggiore rispetto a quello associato all'impasto 390 FL25 ma minore rispetto a quello del calcestruzzo 391 FL30; è inoltre da notare che il travetto 390 FL25 B mostra però un valore anomalo, molto minore rispetto agli altri due travetti dello stesso mix e anche in questo caso minore rispetto al limite inferiore per gli SFRC definito dalla UNI 11039; se tale indice assumesse un valore più realistico si alzerebbe la media della serie 390 FL25 fino a portarsi ad un valore confrontabile con il mix 392 FL20. Per il mix 391 FL30 si è ottenuto invece un indice maggiore rispetto agli altri due tipi di calcestruzzo.
- i travetti costituiti mediante l'impasto modificato e con l'aggiunta di 25 kg/m<sup>3</sup> di fibre corte (396 FS25 MOD)

presentano un indice di duttilità  $D_0$  medio maggiore rispetto a tutti i valori medi trovati per gli altri mix; questo può essere dovuto ad una miglior distribuzione di fibre nei campioni resa possibile da un impasto con una percentuale minore di inerti grossi e quindi più lavorabile.

confrontando i due mix caratterizzati da 20 kg/m<sup>3</sup> di fibre (393 FS20 e 392 FL20) si registra un indice di duttilità medio tra i tre travetti D<sub>0</sub> leggermente maggiore nel caso di fibre corte; per i calcestruzzi ottenuti con l'aggiunta di 25 kg/m<sup>3</sup> di fibre (388 FS25 e 390 FL25) si riscontra una sostanziale uguaglianza degli indici di duttilità D<sub>0</sub>, mentre nel caso di impasti con 30 kg/m<sup>3</sup> di fibre (389 FS30 e 391 FL30) si nota che l'indice D<sub>0</sub> per il calcestruzzo con fibre lunghe è maggiore rispetto all'altro mix. Questi confronti permettono di concludere che, a parità di sforzo di prima fessurazione, la duttilità nella prima fase post fessurativa (CTOD<0,6 mm) risulta maggiore per calcestruzzi rinforzati con fibre corte rispetto a calcestruzzi con fibre lunghe se il dosaggio di fibre è basso, invece man mano che il dosaggio aumenta le differenze diminuiscono fino ad arrivare ad un'inversione del comportamento, con le fibre lunghe che assicurano una maggior duttilità nella prima fase post fessurativa. Questo andamento in parte verifica ciò che è stato detto in precedenza, ma aggiunge anche uno spunto di riflessione in più: quando i dosaggi aumentano anche le fibre più lunghe riescono a rallentare le prime fasi di sviluppo delle fessure; ciò avviene grazie ad una maggior presenza di fibre a cavallo della fessura

(probabilmente l'inversione di comportamento sarebbe meno visibile o addirittura assente se la differenza di lunghezza tra i due tipi di fibre fosse più accentuata).

È anche importante riprendere ed approfondire le considerazioni fatte in precedenza sulla capacità portante e sul carico di prima fessurazione. Innanzitutto è necessario sottolineare che questi due carichi non sempre esprimono lo stesso valore e quindi non sempre sono coincidenti, come si può chiaramente notare dalla figura 2.30.

Denominazione	Carico max [N]	Media carico max [N]	P <sub>1f</sub> [N]	f <sub>1f</sub> [MPa]	<mark>Media</mark> f <sub>1f</sub> [MPa]
386 A	13636,48	12340,65	13636,48	3,77	3,41
386 C	11044,82		11044,82	3,05	
388FS25 A	15622,61		15622,61	4,33	
388FS25 B	13628,41	14478,84	13628,41	3,77	4,00
388FS25 C	14185,49		14033,42	3,88	
389FS30 A	14920,20	15420,77	14920,20	4,07	4,23
389FS30 B	14621,47		14621,47	4,02	
389FS30 C	16720,63		16679,83	4,61	
390FL25 A	14847,53		14847,53	4,10	
390FL25 B	14879,83	14858,30	14879,83	4,11	4,11
390FL25 C	14847,53		14847,53	4,13	
391FL30 A	16276,58		16276,58	4,50	
391FL30 B	15767,94	15808,31	15432,94	4,28	4,35
391FL30 C	15380,40		15380,40	4,27	
392FL20 A	13531,52		13531,52	3,74	
392FL20 B	15889,04	15194,70	15889,04	4,31	4,16
392FL20 C	16163,55		16163,55	4,43	
393FS20 A	17810,58		17810,58	4,92	
393FS20 B	14153,20	16031,68	14153,20	3,91	4,43
393FS20 C	16131,25		16131,25	4,46	
396FS25MOD A	15905,19		15820,00	4,39	
396FS25MOD B	15097,82	15377,71	15097,82	4,20	4,24
396FS25MOD C	15130,11		15033,19	4,13	

**Tabella 4.8**. Carico massimo, carico di prima fessurazione e tensioni di primafessurazione per i provini analizzati.

#### Cap. 4: RISULTATI DELLE PROVE

La tabella 4.8 mostra i carichi massimi, quelli di prima fessurazione e i conseguenti sforzi di prima fessurazione per ogni provino. Questi dati mettono in evidenza il fatto che la presenza di fibre è in grado di aumentare la capacità portante del calcestruzzo mediamente del 25%. Si può inoltre rilevare che i valori medi di carico massimo sono confrontabili per la maggior parte dei mix. Gli unici calcestruzzi che discordano sono il 388 FS25 e il 390 FL25 che presentano carichi inferiori rispetto agli altri mix; il 393 FS20 presenta invece un valore leggermente maggiore, dovuto al carico massimo elevato trovato per il travetto A che aumenta la media di questa serie.

Questa sostanziale omogeneità di valori non permette di avere un buon riscontro sperimentale alle considerazioni teoriche fatte in precedenza: in particolare è difficile riuscire a valutare le differenze apportate dalla presenza di fibre corte piuttosto che di quelle lunghe e dai diversi dosaggi delle stesse; l'omogeneità dei risultati è attestabile anche attraverso la norma UNI 11039, in quanto tutti gli SFRC analizzati ricadono nella classe di resistenza  $F_{3.7}$  (tabella 2.1).

Si può infine notare che i carichi di prima fessurazione sono nella maggior parte dei casi coincidenti, ma in ogni caso molto simili, con i valori di carico massimo.

# 5. MODELLAZIONE DEL COMPORTAMENTO PRE E POST FESSURATIVO

#### 5.1 GENERALE

Nella fase di sviluppo di un modello per i calcestruzzi fibrorinforzati si possono distinguere due approcci. Il primo è quello definito dalla relazione tensione – apertura della fessura ( $\sigma$ -w); questo approccio può essere utilizzato solo per i materiali che presentano comportamento degradante. Questo comportamento porta allo sviluppo di una sola fessura e di conseguenza tutta la deformazione risulta essere concentrata in tale zona.

Il vantaggio principale di questo primo approccio è dovuto al fatto che la relazione tensione – apertura della fessura può essere determinata in modo abbastanza preciso e chiaro con una prova di trazione. Tale relazione poi può essere molto utile per lo studio dei casi relativi ad esempio a lastre di pavimentazione soggette a deformazioni da ritiro.

Il secondo approccio possibile corrisponde all'analisi della relazione tensione – deformazione, che si utilizza quando si considera ad esempio la parte compressa di una trave soggetta a flessione. Si potrebbe ancora utilizzare la prima relazione, ma ciò porterebbe a delle complicazioni abbastanza significative

legate al dover trasformare la deformazione in uno spostamento introducendo una lunghezza caratteristica.

Per evitare tali problemi si è deciso quindi di sviluppare l'approccio che si basa sulla relazione tensione – deformazione.

A dire il vero, a causa della deformazione localizzata solo nella zona fessurata, anche in questo caso la determinazione della deformazione risulta possibile solo dopo aver scelto una lunghezza caratteristica, la stessa introdotta prima (la deformazione risulta uguale all'apertura della fessura del travetto divisa per la lunghezza caratteristica). Però in questo secondo approccio la lunghezza caratteristica entra in gioco solo nella fase di determinazione della legge costitutiva.

A prima vista potrebbe sembrare che il problema legato al primo approccio caratterizzi anche il secondo, in quanto per entrambi i metodi è necessario l'utilizzo della lunghezza caratteristica, ma in realtà non è così:

- nel primo approccio la conversione da deformazione a spostamento è fatta nel calcolo della struttura;
- nel secondo approccio la trasformazione da apertura della fessura a deformazione è fatta un'unica volta per la determinazione della legge costitutiva.

Quindi nel secondo caso, una volta fatta la trasformazione, è possibile ottenere un diagramma tensione – deformazione tramite il quale è semplice fare analisi e calcoli sulle sezioni e sulle strutture.

# 5.2 GENERALITA' SUL DIAGRAMMA TENSIONE – DEFORMAZIONE

#### 5.2.1 Introduzione

Durante le analisi successive sono state caratterizzate due fasi principali del comportamento del materiale. Innanzitutto si è analizzato il comportamento del materiale prima della formazione delle fessure. In guesta fase il materiale viene studiato considerando una relazione lineare tra tensione e deformazione, che si interrompe quando viene raggiunta la resistenza a trazione e quindi quando si forma la prima fessura. A causa della piccola percentuale di fibre presenti, in questa fase non è sbagliato ipotizzare che esse non influenzino le proprietà del materiale. Ciò implica che il modulo di elasticità e trazione siano assunte pari la resistenza а a quelle corrispondenti alla matrice e quindi non influenzate dalla presenza di fibre. In questa trattazione comunque sono state utilizzate le proprietà del materiale determinate dalle prove sperimentali descritte nei capitoli precedenti.

Dopo lo sviluppo della prima fessura si considera la seconda fase del comportamento del materiale.

In questa fase il comportamento del materiale nella zona tesa sarebbe ben descritto dalla relazione tensione – apertura della fessura, mentre la zona compressa segue la relazione tensione – deformazione. Per quello che è stato detto prima, però, si è proceduto analizzando per tutta la sezione la relazione tensione – deformazione, anche per poter svolgere le considerazioni quali equilibrio dei momenti e degli sforzi assiali; tali calcoli, infatti, possono essere eseguiti solo avendo tutta la sezione descritta dalla stessa relazione.

#### 5.2.2 Diagrammi tensione – deformazione analizzati

Esistono molte relazioni tensione – deformazione proposte in letteratura. Anche molte normative o linee guida nazionali propongono diversi tipi di relazioni.

In questa trattazione sono state in particolar modo analizzate le relazioni proposte dalla RILEM TC 162-TDF e, per ovviarne i problemi associati, è stata sviluppata una seconda relazione, semplificata, ma più efficace.

#### 5.2.2.1 RILEM TC 162-TDF

Oltre alle modalità di realizzazione della prova a flessione, descritte nel capitolo 2, vengono trattate in modo completo e preciso dalla RILEM anche linee guida per la progettazione seguendo entrambe le relazioni introdotte in precedenza e avvalse anche di test sperimentali, modellazioni analitiche e ad elementi finiti.

La trattazione di questa relazione (" $\sigma - \varepsilon$  design method") viene affrontata basandosi sugli stessi fondamenti dei normali calcestruzzi e non è valida per fibre che si rompono in modo fragile, è valida cioè per gli SFRC con meccanismo di collasso caratterizzato dal pull – out delle fibre. Inoltre è necessario rilevare che le considerazioni che verranno esposte valgono solo per i casi in cui le fibre sono utilizzate per scopi strutturali e non per altre applicazioni riguardanti ad esempio il controllo del ritiro plastico.

Il diagramma  $\sigma - \epsilon$  introdotto dalla RILEM è mostrato in figura 5.1:



**Figura 5.1**. Diagramma  $\sigma - \varepsilon$  trilineare introdotto dalla RILEM. [RILEM TC 162-TDF,  $\sigma - \varepsilon$  design method, final recommendation, 2003]

Il diagramma considerato è quello relativo all'aggiornamento del 2003 del metodo  $\sigma - \varepsilon$ . In questo caso le tensioni dipendono dalle resistenze residue a flessione e da un coefficiente riduttivo dipendente dalle dimensioni del provino; le deformazioni ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ) invece dipendono dalla deformazione al limite elastico, mentre  $\varepsilon_3$  assume un valore fisso.

Per ricavare tale diagramma nel caso generale, ovvero eliminare la dipendenza con parametri propri della prova a flessione secondo la RILEM, nei paragrafi successivi sono state

sviluppate analisi in grado di far derivare tale diagramma da semplici equilibri sulla sezione.

#### 5.2.2.2 Modello a due livelli

Oltre al modello introdotto in precedenza è stato utilizzato un modello a due livelli, denominato in questo modo in quanto la fase post fessurativa è stata schematizzata mediante due tratti caratterizzati da tensione costante (figura 5.2); anche in questo caso si sono derivati i punti del diagramma mediante equilibri sulla sezione.



**Figura 5.2**. Diagramma  $\sigma$  – $\varepsilon$  a due livelli.

### 5.3 ANALISI DEL DIAGRAMMA TRILINEARE

Come detto l'approccio utilizzato ha consentito di determinare il diagramma partendo dagli equilibri dei momenti e degli sforzi assiali sulle sezioni.

Per fare ciò è stato preventivamente necessario trasformare l'apertura della fessura in deformazione dividendola per una lunghezza prefissata, detta lunghezza d'influenza che può essere definita come la lunghezza nella quale le tensioni sono influenzate dalla presenza della fessura. In accordo con la teoria di Saint-Vénant, la lunghezza d'influenza può essere assunta pari a 2· y [D. Dupont, 2003], come mostrato in figura 5.3:



Figura 5.3. Lunghezza d'influenza per una trave intagliata.

#### 5.3.1 Fase pre fessurazione

Si considera una trave con schema statico e caricamento come descritti dalla norma UNI 11039 e schematizzata nella figura successiva (5.4):

Cap. 5: MODELLAZIONE DEL COMPORTAMENTO PRE E POST FESSURATIVO



Figura 5.4. Schema della trave e diagramma del momento.

Il momento tra B e C è costante e pari a P  $\cdot$  L/6, mentre tra A e B varia linearmente con legge M = P  $\cdot$  x /2.

Dividendo il momento per il modulo elastico e per il momento d'inerzia I si ottiene la curvatura. Naturalmente sono presenti due discontinuità nella curvatura: una dovuta al carico, e quindi alla variazione del momento, e una dovuta al cambio di sezione, e quindi di momento d'inerzia, in mezzeria.

Integrando due volte la curvatura sfruttando la simmetria dello schema statico e imponendo le corrette condizioni al contorno, si riesce ad ottenere l'abbassamento elastico in mezzeria (figura 5.5):



Figura 5.5. Abbassamento elastico in mezzeria.

$$\delta_{el} = \frac{P \cdot L}{E} \cdot \left[ \frac{23}{1296} \cdot \frac{L^2}{I_1} + \frac{L \cdot NW}{24 \cdot I_2} - \frac{L \cdot NW}{24 \cdot I_1} + \frac{NW^2}{48 \cdot I_1} - \frac{NW^2}{48 \cdot I_2} \right]$$
[5.1]

Trascurando gli ultimi due termini, in quanto piccoli in confronto agli altri, si ottiene:

$$\delta_{el} = \frac{23}{1296} \cdot \frac{P \cdot L^3}{E \cdot I_1} + \frac{P \cdot L^2 \cdot NW}{24 \cdot E \cdot I_2} - \frac{P \cdot L^2 \cdot NW}{24 \cdot E \cdot I_1}$$
[5.2]

dove  $I_1$  e  $I_2$  si riferiscono rispettivamente ai momenti d'inerzia delle sezioni 1 e 2 (figura 5.6).



Figura 5.6. Indicazione delle sezioni.

Il primo termine dell'equazione [5.2] corrisponde alla deformazione di una trave non intagliata, mentre gli ultimi due termini sono le deflessioni aggiuntive dovute alla presenza dell'intaglio.

Sempre in questa fase elastica è possibile valutare l'apertura della fessura all'apice dell'intaglio, ovvero la CTOD. Per fare questo è necessario calcolare la deformazione orizzontale all'altezza dell'apice dell'intaglio:

$$\varepsilon_{t}(1) = \frac{M(x) \cdot (h_{0} - h/2)}{E \cdot I_{1}} \quad per \quad 0 \le x \le \frac{L}{2} - \frac{NW}{2}$$

$$\varepsilon_{t}(2) = \frac{M(x) \cdot h_{0}/2}{E \cdot I_{1}} \quad per \quad \frac{L}{2} + \frac{NW}{2} \le x \le \frac{L}{2} - \frac{NW}{2}$$
[5.3]

Integrando le due espressioni nella lunghezza GL (lunghezza sulla quale si calcola lo spostamento) si ottiene il CTOD elastico:

$$CTOD_{el} = \frac{P \cdot L \cdot h_0 \cdot GL}{6 \cdot E \cdot I_1} - \frac{P \cdot L \cdot h_0 \cdot NW}{6 \cdot E \cdot I_1} - \frac{P \cdot L \cdot h \cdot GL}{12 \cdot E \cdot I_1} + \frac{P \cdot L \cdot h \cdot NW}{12 \cdot E \cdot I_1} + \frac{P \cdot L \cdot h_0 \cdot NW}{12 \cdot E \cdot I_2}$$

$$(5.4)$$

Il termine espresso dalla relazione 5.4 può essere trascurato, in quanto assume valori molto minori al CTOD relativo alla fase plastica.

#### 5.3.2 Fase post fessurazione

#### 5.3.2.1 Considerazioni generali

Quando si formano le prime fessure, l'asse neutro tende a schizzare verso l'alto. In questa fase tutte gli spostamenti (freccia, CTOD e CMOD) saranno composti da un contributo elastico ed uno plastico.

L'abbassamento plastico può essere schematizzato in figura 5.7, dove le due parti non intagliate si comportano come corpi rigidi ruotando attorno all'asse neutro:



Figura 5.7. Comportamento plastico della trave.

Sotto questa ipotesi è possibile calcolare il CTOD plastico ed il CMOD:

a) 
$$CTOD_{pl} = \frac{4 \cdot y \cdot \delta_{pl}}{L}$$
  
b)  $CMOD = CTOD \cdot \frac{y + a_0 + t}{y}$  [5.5]

#### 5.3.2.2 Diagramma $\sigma - \varepsilon$

La forma di questo diagramma è mostrata in figura 5.8:



**Figura 5.8**. Diagramma  $\sigma - \varepsilon$  trilineare.

Il primo punto del diagramma ( $\sigma_1$ ,  $\varepsilon_1$ ) corrisponde al limite elastico, e quindi può essere semplicemente calcolato. Il secondo punto ( $\sigma_2$ ,  $\varepsilon_2$ ) è caratterizzato dalla tensione e dalla deformazione corrispondenti ad un CTOD pari a 0,6 mm. L'asse neutro in questo caso è compreso tra la metà dell'altezza e l'estradosso della trave. Se è possibile determinare la posizione esatta dell'asse neutro è poi agevole calcolare la freccia plastica utilizzando la relazione [5.5a]. La deformazione si determina dividendo la parte plastica del

CTOD per la lunghezza d'influenza e sommando la parte elastica della deformazione:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} + \frac{CTOD_{pl}}{2 \cdot y}$$
[5.6]
Il terzo punto è stato scelto invece corrispondente ad un CTOD di 3,5 mm. Tali punti potrebbero essere associati anche a CTOD differenti, la scelta di questi valori è stata fatta per utilizzare gli stessi CTOD utilizzati dalla UNI 11039 per il calcolo degli indici di duttilità.

# 5.3.2.3 Determinazione di $\varepsilon_2$

Si suppone di essere nel caso in cui la deformazione  $\varepsilon_t$  sia minore di  $\varepsilon_2$ . La figura 5.9 mostra i diagrammi delle tensioni e delle deformazioni per questo caso:



**Figura 5.9**. Tensioni e deformazioni per  $\varepsilon_t < \varepsilon_2$ .

Dove 
$$\varepsilon_c = \frac{h_0 - y}{y} \cdot \varepsilon_t$$
 e  $\sigma_c = E \cdot \varepsilon_c$ .

Riscrivendo l'equazione [5.6] ed introducendo la [5.5a] si ottiene:

$$\sigma_{t} = E \cdot \varepsilon_{t} - \frac{E \cdot CTOD_{pl}}{2 \cdot y} = E \cdot \varepsilon_{t} - \frac{2 \cdot \delta_{pl} \cdot E}{2 \cdot y}$$
[5.7]

Le uniche incognite rimaste sono  $\varepsilon_t$  e y; per determinarle si scrivono gli equilibri alle forze assiali [5.8] e ai momenti flettenti [5.9]; si ottiene:

$$\frac{(h_0 - y)^2}{2 \cdot y} \cdot \varepsilon_t \cdot E \cdot b = \frac{f_{ct}^2 \cdot y \cdot b}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_t} + y \cdot b \cdot \left(1 - \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} + \sigma_t}{2}\right)$$
[5.8]

е

$$\frac{(h_0 - y)^3}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_t \cdot E \cdot b + \frac{f_{ct}^{-3} \cdot y^2 \cdot b}{3 \cdot E^2 \cdot \varepsilon_t^{-2}} + y^2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} + E \cdot \varepsilon_t}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \sigma_t + \frac{y^2 \cdot b}{2} \cdot \left(1 - \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \left(f_{ct} + \sigma_t\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot f_{ct} + E \cdot \varepsilon_t}{3 \cdot E \cdot \varepsilon_t}\right) = \frac{P \cdot L}{6}$$
[5.9]

Inserendo nell'equazione [5.8] la seconda espressione trovata nella [5.7] si può ricavare  $\varepsilon_t$ :

$$\varepsilon_{t} = \frac{-\delta_{pl} \cdot y^{2} - \sqrt{\delta_{pl}^{2} \cdot y^{4} + \frac{2 \cdot L \cdot h_{o} \cdot f_{ct} \cdot (h_{o} - 2 \cdot y) \cdot \delta_{pl} \cdot y^{2}}{E}}{L \cdot h_{o} \cdot (h_{o} - 2 \cdot y)}$$
[5.10]

Sviluppando la [5.9], inserendo  $\eta = \frac{y}{h_o} (0.5 < \eta < 1)$  si ottiene:

$$\frac{h_0^2 \cdot \varepsilon_t^3 \cdot E \cdot b}{3 \cdot \eta} - h_0^2 \cdot \varepsilon_t^3 \cdot E \cdot b + h_0^2 \cdot \varepsilon_t^3 \cdot E \cdot b \cdot \eta + \frac{2 \cdot \eta^2 \cdot h_0^2 \cdot b \cdot E \cdot \delta_{pl} \cdot \varepsilon_t^2}{3 \cdot L} + \frac{\eta^2 \cdot h_0^2 \cdot b \cdot \delta_{pl} \cdot f_{ct}^2}{3 \cdot L \cdot E} = \frac{P \cdot L \cdot \varepsilon_t^2}{6}$$
[5.11]

Inserendo  $\eta = \frac{y}{h_o}$  nella [5.10] si perviene alla relazione:

$$\varepsilon_{t} = \frac{-\delta_{pl} \cdot \eta^{2} \cdot h_{o}^{2} - \sqrt{\delta_{pl}^{2} \cdot \eta^{4} \cdot h_{o}^{4} + \frac{2 \cdot L \cdot f_{ct} \cdot (1 - 2 \cdot \eta) \cdot \eta^{2} \cdot h_{o}^{4} \cdot \delta_{pl}}{E}}{L \cdot h_{o} \cdot (1 - 2 \cdot \eta)}$$
[5.12]

Tramite il sistema di equazioni composto dalla [5.11] e [5.12] è possibile determinare la posizione dell'asse neutro in funzione dei valori della freccia. Una volta determinato y è quindi possibile calcolare il CTOD utilizzando la relazione [5.5a].

Per investigare la stabilità delle equazioni [5.11] e [5.12] si sono analizzati i risultati calcolati per due calcestruzzi "virtuali" e per tre curve carico – freccia "virtuali", per un totale di sei combinazioni fittizie.

Queste sei combinazioni fittizie sono state scelte in modo da coprire tutti i possibili casi verificabili nella realtà: infatti le tre curve carico – freccia sono definite nel modo seguente:



Figura 5.10. Diagramma carico – freccia fittizio.

Questi tre casi corrispondono ad un comportamento ascendente (in seguito definito anche "asc"), un andamento

costante (successivamente definito come "flat") ed un comportamento discendente (indicato dalla sigla "desc").

Il carico P1 mostrato nella figura 5.8 rappresenta carico massimo corrispondente al limite elastico:

$$P_{1} = f_{ct} \cdot \frac{b \cdot h_{0}^{2}}{L}$$
 [5.13]

Per quanto riguarda i due differenti calcestruzzi, le caratteristiche utilizzate sono le seguenti:

	MIX1	MIX2
f <sub>ct</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	2	4
E [N/mm <sup>2</sup> ]	32000	32000

 Tabella 5.1. Caratteristiche dei due calcestruzzi.

Tramite queste caratteristiche è stato possibile quindi calcolare i valori del carico corrispondenti ai punti principali del diagramma di figura 5.10:

	MIX1		MIX2			
$\delta_{\text{pl}}$ [mm]	asc	flat	desc	asc	flat	desc
0	7350	7350	7350	14700	14700	14700
0,25	9187,5	7350	5512,5	18375	14700	11025
0,5	11025	7350	3675	22050	14700	7350

Tabella 5.2. Carichi P in N per le diverse combinazioni

E' stato quindi risolto tramite un foglio di calcolo excel il sistema formato dalle equazioni [5.11] e [5.12], introdotto prima, utilizzando i dati delle sei combinazioni virtuali; ciò che si ottiene sono delle curve che legano la posizione dell'asse neutro all'abbassamento plastico (figura 5.11):



*Figura 5.11.* Posizione dell'asse neutro in funzione dell'abbassamento plastico per le diverse combinazioni analizzate.

Convertendo l'abbassamento plastico in CTOD utilizzando la relazione [5.5a] e calcolando la deformazione:

$$\varepsilon_t = \frac{CTOD_{pl}}{2 \cdot y}$$
[5.14]

si può ottenere il diagramma di figura 5.12:



**Figura 5.12** Variazione della deformazione  $\varepsilon_t$  in funzione del CTOD.

Come si può vedere dalla figura 5.12 le varie curve sono quasi coincidenti tra loro nonostante siano ricavate per calcestruzzi diversi sotto diverse condizioni di carico. Si può assumere da questo grafico che la deformazione  $\varepsilon_t$  può essere considerata pari a 3,5‰ per CTOD corrispondente a 0,6 mm. Quindi  $\varepsilon_2$  = 3,5‰.

## 5.3.2.4 Determinazione di $\sigma_2$

Per ricavare questa tensione si sostituiscono nelle relazioni [5.8] e [5.9]  $\sigma_2$  e  $\epsilon_2$  rispettivamente a  $\sigma_t$  e  $\epsilon_t$ . Successivamente da entrambe le relazioni si esplicita  $\sigma_2$  ricavando:

$$\sigma_{2} = \frac{\frac{(h_{0} - y)^{2}}{y^{2}} \cdot \varepsilon_{2} \cdot E - f_{ct}}{\left(1 - \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{2}}\right)}$$

$$\sigma_{2} = \frac{\frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{2} \cdot E \cdot b + \frac{f_{ct} \cdot y^{2} \cdot b}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}} + \frac{y^{2} \cdot b}{6} \cdot f_{ct} \cdot \left(1 + \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{2}} - \frac{2 \cdot f_{ct}^{2}}{E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}}\right) - \frac{P \cdot L}{6}}{\frac{y^{2} \cdot b}{2} \cdot \left(\frac{f_{ct}^{2}}{E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}} - 1\right) + \frac{y^{2} \cdot b}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{2}} - \frac{2 \cdot f_{ct}^{2}}{E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}}\right) - \frac{F \cdot L}{6}}{\left(1 + \frac{f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{2}} - \frac{2 \cdot f_{ct}^{2}}{E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}}\right)}$$
[5.16]

Uguagliando queste due equazioni si ottiene una terza equazione la cui unica incognita è y. Risolvendola tramite un foglio di lavoro excel è possibile trovare il valore di y che sostituito in [5.15] o [5.16] è in grado di fornire la tensione  $\sigma_2$  desiderata (tabella 5.3):

$\sigma_2$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Asc	Flat	Desc
Mix 1	0,5865	0,0005	-0,5658
Mix 2	2,1479	0,8967	-0,2986

**Tabella 5.3**. Valori di  $\sigma_2$  per le diverse combinazioni.

# 5.3.2.5 Determinazione di $\varepsilon_3$

Quando CTOD assume valori maggiori di 0,6 mm si suppone che gli sforzi e le deformazioni sulla sezione fessurata siano come quelli illustrati in figura 5.13:



**Figura 5.13**. Tensioni e deformazioni per  $\varepsilon_t > \varepsilon_2$ .

# L'equilibrio delle forze assiali [5.17] e diventa:

$$\frac{(h_0 - y)^2}{2 \cdot y} \cdot \varepsilon_t \cdot E = \frac{f_{ct}^2 \cdot y}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_t} + y \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_2 - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} + \sigma_2}{2}\right) + y \cdot \left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_2}{\varepsilon_t}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_t + \sigma_2}{2}\right)$$

$$(5.17)$$

Mentre l'equilibrio dei momenti flettenti [5.18] risulta essere:

$$\frac{f_{ct}^{3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{2}} + \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right) \cdot \sigma_{2} \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{2 \cdot \varepsilon_{t}}\right) + \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} - \sigma_{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot f_{ct} \cdot y}{3 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{3 \cdot \varepsilon_{t}}\right) + \left(\frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}}\right) \cdot y \cdot \sigma_{t} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{2 \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{y}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}}\right) \cdot y \cdot \left(\frac{\sigma_{2} - \sigma_{t}}{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{2} \cdot y}{3 \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{y}{3}\right) + \left(\frac{h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E = \frac{P \cdot L}{6 \cdot b}$$
[5.18]

Si ricava ora  $\sigma_t$  dall'equazione [5.17]:

$$\sigma_{t} = \frac{\varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}} \cdot \left[ \frac{(h_{0} - y)^{2}}{y^{2}} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{2}}{E \cdot \varepsilon_{t}} - \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot (f_{ct} + \sigma_{2}) \right] - \sigma_{2}$$
[5.19]

Sostituendo quest'ultima equazione nella [5.18] si ottiene una terza equazione in cui y è l'unica incognita, in quanto  $\epsilon_t$  è considerato un parametro variabile.

In pratica si calcola la posizione dell'asse neutro al variare della deformazione  $\varepsilon_t$  che viene imposta arbitrariamente.

Ricavato y, utilizzando la relazione  $CTOD = 2 \cdot y \cdot \varepsilon_t$ , è possibile ottenere il grafico che mette in relazione la posizione dell'asse neutro a CTOD (figura 5.14); si può poi costruire il grafico CTOD -  $\varepsilon_t$  (figura 5.15). Per valori  $\varepsilon_t$  di minori di 0,0035, e quindi, per l'analogia studiata prima, per valori di CTOD minori di 0,6 mm, si usano i risultati del paragrafo precedente.



Figura 5.14. Posizione dell'asse neutro in funzione della deformazione  $\varepsilon_t$ .



Figura 5.15. Variazione della deformazione  $\varepsilon_t$  in funzione del CTOD.

Si può chiaramente notare che le curve disegnate in figura 5.15 sono approssimativamente coincidenti. Per un CTOD di 3,00 mm  $\varepsilon_t$  è circa uguale al 15‰, questo valore quindi viene associato al punto  $\varepsilon_3$ .

## 5.3.2.6 Determinazione di $\sigma_3$

Il procedimento per ricavare questa tensione è del tutto analogo a quello utilizzato per determinare  $\sigma_2$ . Si sostituiscono quindi nelle relazioni [5.17] e [5.18]  $\sigma_3$  e  $\varepsilon_3$  rispettivamente a  $\sigma_t$  e  $\varepsilon_t$ . Successivamente da entrambe le relazioni si esplicita  $\sigma_3$ ricavando:

$$\sigma_{3} = \frac{\varepsilon_{3}}{\varepsilon_{3} - \varepsilon_{2}} \cdot \left[ \frac{(h_{0} - y)^{2}}{y^{2}} \cdot \varepsilon_{3} \cdot E - \frac{f_{ct}^{2}}{E \cdot \varepsilon_{3}} - \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{3}} \cdot (f_{ct} + \sigma_{2}) \right] - \sigma_{2}$$
[5.20]

$$\sigma_{3} = \frac{\frac{f_{ct}^{3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{2}^{2}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{3}} \cdot y \cdot \sigma_{2} \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{3}} + \frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{2 \cdot \varepsilon_{3}}\right) + \frac{g_{ct}^{2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right)}{\left(\frac{\varepsilon_{3} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{3}}\right) \cdot \left[-\frac{y}{2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right) + \frac{y}{6} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right)\right]} + \frac{g_{ct}^{2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right)}{\left(\frac{\varepsilon_{2} - \varepsilon_{2}}{E \cdot \varepsilon_{3}}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} - \sigma_{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot f_{ct} \cdot y}{3 \cdot E \cdot \varepsilon_{3}} + \frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{3 \cdot \varepsilon_{3}}\right) + \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{3} \cdot E + \frac{\left(\frac{\varepsilon_{3} - \varepsilon_{2}}{E \cdot \varepsilon_{3}}\right) \cdot \left[-\frac{y}{2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right) + \frac{y}{6} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{2} \cdot y}{\varepsilon_{3}} + y\right)\right]} + \frac{y}{6} \cdot \frac{g_{ct}^{2} \cdot g_{ct}^{2} \cdot g_{ct}^{2} + g_{ct}^{2} \cdot g_{ct}^{2} + g_$$

[5.21]

Uguagliando queste due equazioni si ottiene una terza equazione la cui unica incognita è y. Risolvendola tramite un foglio di lavoro excel è possibile trovare il valore di y che sostituito in [5.20] o [5.21] è in grado di fornire la tensione  $\sigma_3$  desiderata (tabella 5.4):

σ <sub>3</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Asc	Flat	Desc
Mix 1	1,3435	1,1467	0,9431
Mix 2	2,0207	1,6598	1,2811

**Tabella 5.4**. Valori di  $\sigma_3$  per le diverse combinazioni.

# 5.3.2.7 Valutazione del diagramma $\sigma - \varepsilon$

Dopo aver trovato i punti necessari è ora possibile tracciare il diagramma tensione - deformazione:



Figura 5.16. Diagramma  $\sigma - \varepsilon$  per le diverse combinazioni analizzate.

Come si nota dalla figura 5.16 dopo il picco che caratterizza il limite elastico c'è un brusco abbassamento delle tensioni seguito poi da un tratto di ascesa.

Si nota che in due casi  $\sigma_2$  assume un valore negativo, cosa che è impossibile però fisicamente. La ragione di questi valori non reali è legata alla scelta del diagramma tensione deformazione trilineare che spesso conduce a buone approssimazioni, ma per i casi caratterizzati da comportamento degradante porta ad errori non trascurabili.

Per cercare di capire il perché di questi errori è necessario valutare i diagrammi tensione – CTOD (figura 5.17):



**Figura 5.17**. Diagramma  $\sigma$ -CTOD nel caso reale (a) e dedotta dall'analisi tramite diagramma  $\sigma$ - $\varepsilon$  trilineare.

Nella figura 5.17 a) è mostrato l'andamento reale di questo diagramma, mentre nella 5.17 b) è illustrato l'andamento di tale curva ricavato mediante le analisi svolte utilizzando il diagramma  $\sigma$ - $\epsilon$  trilineare e imponendo gli equilibri sulla sezione. Il fatto che  $\sigma_2$  possa diventare negativo si spiega andando ad analizzare le aree sottese dai due diagrammi di figura 5.17, considerandone sempre il valore assoluto: nella seconda curva per valori di CTOD compresi tra 0 e 0,6 ci sarà un andamento lineare per le ipotesi fatte sul modello analizzato, mentre nella realtà l'andamento sarà sicuramente non lineare; questo comporta che per rendere uguali le aree sottese dai due diagrammi per 0<CTOD<0,6, ovvero per fare in modo che l'area I sia uguale a II+III, è necessario che  $\sigma_2$  diventi negativo. Tale valore negativo andrà poi ad influenzare la determinazione

di  $\sigma_3$  rendendolo maggiore rispetto alla realtà, in modo che l'area IV sia uguale alla somma delle aree V e VI.

Per evitare o comunque ridurre questo problema è necessario calcolare il punto  $\sigma_{2,} \varepsilon_{2}$  per valori di CTOD vicini al punto A del grafico 5.17 a); questo perché fino a tale punto anche il primo diagramma ha andamento lineare e quindi l'approssimazione fatta con il modello sarebbe più realistica. In realtà però è difficile valutare esattamente la posizione del punto A, in quanto varia da calcestruzzo a calcestruzzo e non è facilmente determinabile a priori.

Una soluzione potrebbe quindi essere quella di considerare un diagramma  $\sigma - \varepsilon$  non più trilineare, bensì multi lineare, calcolando più di due punti nella fase post fessurativa. Un risultato ancora migliore si otterrebbe affittendo i punti nella zona dopo il picco, aumentando però la complessità dei calcoli.

# 5.4 ANALISI DEL DIAGRAMMA A DUE LIVELLI

Per risolvere i problemi evidenziati per il diagramma  $\sigma - \varepsilon$ trilineare è possibile utilizzare un diagramma a due livelli (figura 5.18):



**Figura 5.18**. Diagramma  $\sigma - \varepsilon$  a due livelli.

Gli inconvenienti del modello precedente sono superati grazie al fatto che in questo il comportamento post fessurativo è dalla f<sub>ct</sub>; inoltre indipendente resistenza l'improvviso abbassamento delle tensioni dopo la fessurazione è da considerarsi come caso aderente alla realtà, dal momento che all'atto della fessurazione lo sforzo sopportato dalle fibre è richiedono ancora basso, perché queste certa una deformazione prima di sviluppare a pieno la funzione di crack bridging.

Per la fase pre fessurativa, come per il comportamento plastico della trave mostrato in figura 5.7, sono valide tutte le

5.27

considerazioni fatte per il modello precedente, in quanto non influenzate dal diagramma  $\sigma - \epsilon$  considerato.

# 5.4.1 Fase post fessurazione

# 5.4.1.1 Determinazione di $\varepsilon_2$

Si suppone di essere nel caso in cui la trave sia soggetta ad una deformazione  $\varepsilon_t$  minore di  $\varepsilon_2$ .



**Figura 5.19**. Tensioni e deformazioni per  $\varepsilon_t < \varepsilon_2$ .

Si scrivono gli equilibri alle forze assiali [5.22] e ai momenti flettenti [5.23]; si ottiene:

$$\frac{(h_0 - y)^2}{2 \cdot y} \cdot \varepsilon_t \cdot E = \frac{f_{ct}^2 \cdot y}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_t} + y \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_t - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \sigma_t$$
[5.22]

е

$$y \cdot \sigma_{t} \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right) + \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E + \frac{f_{ct}^{-3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{-2}} = \frac{P \cdot L}{6 \cdot b}$$
[5.23]

Si ricava ora  $\sigma_t$  dall'equazione [5.22]:

$$\sigma_{t} = \frac{E \cdot \varepsilon_{t}}{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}} \cdot \left[ \frac{(h_{0} - y)^{2}}{2 \cdot y^{2}} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{2}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \right]$$
[5.24]

Si ricava  $\sigma_t$  anche dall'equazione [5.23]:

$$\sigma_{t} = \frac{\frac{P \cdot L}{6 \cdot b} - \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{-3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{-2}}}{y \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right)}$$
[5.25]

Uguagliando la [5.24] alla [5.25] si ottiene una terza equazione [5.26] in cui y è l'unica incognita, in quanto  $\varepsilon_t$  è considerato un parametro variabile, imposto arbitrariamente:

$$\frac{E \cdot \varepsilon_{t}}{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}} \cdot \left[ \frac{(h_{0} - y)^{2}}{2 \cdot y^{2}} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{2}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \right] = \frac{\frac{P \cdot L}{6 \cdot b} - \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{2}}}{y \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{t} - f_{ct}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right)}$$
[5.26]

Per ricavare y si utilizzano gli stessi sei mix introdotti nel modello precedente, trasformando però la curva carico-freccia di figura 5.10 in un diagramma carico-deformazione  $\varepsilon_t$  mediante la relazione:

$$\varepsilon_t = \frac{2 \cdot \delta_{pl}}{L}$$
[5.27]

ottenuta dalle equazioni [5.5a] e [5.14].

Ricavato y, utilizzando la relazione  $CTOD = 2 \cdot y \cdot \varepsilon_t$ , è possibile ottenere il grafico che mette in relazione la posizione dell'asse neutro a CTOD (figura 5.20); si può poi costruire il grafico CTOD -  $\varepsilon_t$  (figura 5.21).



*Figura 5.20*. Posizione dell'asse neutro in funzione del CTOD per le diverse combinazioni analizzate.



**Figura 5.21**. Variazione della deformazione  $\varepsilon_t$  in funzione del CTOD per le diverse combinazioni analizzate.

Si può chiaramente notare che le curve disegnate in figura 5.21 sono approssimativamente coincidenti. Per un CTOD di 0,6 mm  $\varepsilon_t$  è circa uguale al 3,5‰, questo valore quindi viene associato al punto  $\varepsilon_2$ .

## 5.4.1.2 Determinazione di $\sigma_2$

Per ricavare questa tensione si sostituisce nella relazione [5.26]  $\epsilon_2$  appena calcolato a  $\epsilon_t$ . Risolvendo tale equazione tramite un foglio di lavoro excel è possibile trovare il valore di y che sostituito in [5.24] o [5.25] è in grado di fornire la tensione  $\sigma_2$  desiderata (tabella 5.5):

$\sigma_2 [N/mm^2]$	Asc	Flat	Desc
Mix 1	1,0956	0,7176	0,3505
Mix 2	2,2804	1,4828	0,7176

**Tabella 5.5**. Valori di  $\sigma_2$  per le diverse combinazioni.

# 5.4.1.3 Determinazione di $\varepsilon_3$

Quando il CTOD assume valori maggiori di 0,6 mm si suppone che gli sforzi e le deformazioni sulla sezione fessurata siano come quelli illustrati in figura 5.22:



**Figura 5.22**. Tensioni e deformazioni per  $\varepsilon_t > \varepsilon_2$ .

Si scrivono gli equilibri alle forze assiali [5.28] e ai momenti flettenti [5.29]; si ottiene:

$$\frac{(h_0 - y)^2}{2 \cdot y} \cdot \varepsilon_t \cdot E = \frac{f_{ct}^2 \cdot y}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_t} + y \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_2 - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_t}\right) \cdot \sigma_2 + \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_2}{\varepsilon_t} \cdot y \cdot \sigma_t \quad [5.28]$$

е

$$\frac{f_{ct}^{3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{2}} + y \cdot \sigma_{2} \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}}\right) \cdot \left(\frac{f_{ct} \cdot y}{E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y\right) + \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E + y \cdot \sigma_{t} \cdot \frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot \left(\frac{y \cdot \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot y\right) = \frac{P \cdot L}{6 \cdot b}$$
[5.29]

Il procedimento è analogo a prima: si ricava  $\sigma_t$  dall'equilibrio delle forze assiali, si fa lo stesso per l'equilibrio dei momenti flettenti e si uguagliano le due tensioni ottenendo la [5.30]:

$$\frac{\varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}} \cdot \left[ \frac{(h_{0} - y)^{2}}{2 \cdot y^{2}} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E - \frac{f_{ct}^{2}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} - \left( \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}} \right) \cdot \sigma_{2} \right] = \frac{(h_{0} - y)^{3}}{3 \cdot y} \cdot \varepsilon_{t} \cdot E + \frac{f_{ct}^{3} \cdot y^{2}}{3 \cdot E^{2} \cdot \varepsilon_{t}^{2}} - \frac{P \cdot L}{6 \cdot b} + \frac{\varepsilon_{2}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \cdot \left( \frac{y \cdot \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \right) \right]$$

$$\frac{+ y \cdot \sigma_{2} \cdot \left( \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{E \cdot \varepsilon_{t}} \right) \cdot \left( \frac{f_{ct} \cdot y}{E \cdot \varepsilon_{t}} + \frac{E \cdot \varepsilon_{2} - f_{ct}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{t}} \cdot y \right) - \frac{\varepsilon_{2}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \cdot \left( \frac{y \cdot \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \right)}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \cdot \left( \frac{y \cdot \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \right) - \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \cdot \left( \frac{y \cdot \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}} \cdot y \right)}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y}{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2}} \cdot y} + \frac{\varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}^{2} - \varepsilon_{t}$$

Analogamente a quanto illustrato precedentemente si trova y al variare di  $\varepsilon_t$  per le sei combinazioni analizzate. Anche in questo caso si elaborano i grafici  $\eta$  – CTOD (figura 5.23) e  $\varepsilon_t$  – CTOD (figura 5.24):



*Figura 5.23*. Posizione dell'asse neutro in funzione del CTOD per le diverse combinazioni analizzate.



**Figura 5.24**. Variazione della deformazione  $\varepsilon_t$  in funzione del CTOD per le diverse combinazioni analizzate.

Si nota chiaramente che le curve disegnate in figura 5.24 sono quasi coincidenti. Per un CTOD di 3,00 mm  $\varepsilon_t$  è circa uguale al 15‰, questo valore quindi è associato al punto  $\varepsilon_3$ .

l risultati ottenuti mostrano che i valori di  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  coincidono per i due modelli analizzati; si può concludere quindi che non c'è un'influenza da parte del modello utilizzato sulle deformazioni  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  e che questi valori possono essere dunque usati in ogni tipo di analisi.

# 5.4.1.4 Determinazione di $\sigma_3$

Per ricavare questa tensione si sostituisce nella relazione [5.30]  $\epsilon_3$  appena calcolato a  $\epsilon_t$ . Risolvendo tale equazione tramite un foglio di lavoro excel è possibile trovare il valore di y tramite il quale è possibile determinare la tensione  $\sigma_3$  desiderata (tabella 5.6):

σ <sub>3</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Asc	Flat	Desc
Mix 1	1,0408	0,6630	0,2913
Mix 2	2,1926	1,4134	0,6526

**Tabella 5.6**. Valori di  $\sigma_3$  per le diverse combinazioni.

# 5.4.1.5 Valutazione del diagramma $\sigma - \varepsilon$

Dopo aver trovato i punti necessari è ora possibile tracciare il diagramma tensione - deformazione:



**Figura 5.25**.a) Diagramma  $\sigma - \varepsilon$  per le diverse combinazioni analizzate b) Particolare del diagramma  $\sigma - \varepsilon$ .

Nella realtà non ci saranno i bruschi cali di tensione presenti in questo modello, il diagramma reale sarà privo di queste discontinuità, ma sarà comunque caratterizzato da un andamento non troppo diverso da quello modellato.

L'unico aspetto negativo di quest'approccio mediante l'utilizzo di un diagramma  $\sigma - \varepsilon$  a due livelli risiede nel calcolo di  $\sigma_2 e \sigma_3$ : queste due tensioni infatti vengono calcolate utilizzando il carico corrispondente a CTOD = 0,6 e 3,0 mm rispettivamente, quindi non tenendo conto di tutto l'andamento del carico nella fase post fessurativa. Per ovviare a questo problema può essere utile utilizzare un diagramma  $\sigma - \varepsilon$  a più livelli di tensione dopo la fessurazione; ciò comporterebbe però una maggiore complessità dei calcoli.

# 5.5 APPLICAZIONE DEL MODELLO A DUE LIVELLI AI DATI SPERIMENTALI

In questa fase si è proceduto all'applicazione delle relazioni viste nel paragrafo precedente ai dati ottenuti dalle prove sperimentali.

In particolare l'obbiettivo è stato di calcolare la curva carico – CTOD tramite l'applicazione del modello partendo dal diagramma carico – freccia acquisito sperimentalmente.

È da tenere in considerazione che la freccia restituita dalle prove sperimentali si compone di una parte elastica ed una plastica; durante le analisi quindi è da tenere in conto ciò per poter determinare senza errore le altre componenti di spostamento (CTOD e CMOD).

# 5.5.1 Procedimento operativo

 Acquisizione tramite una prova di flessione secondo la UNI11039 di un certo numero di punti della curva carico – freccia;

# Fase pre fessurazione

 Valutazione del carico al limite elastico: per carichi minori di questo valore valgono le considerazioni fatte per la fase pre fessurativa. Si calcola cioè il CTOD<sub>el</sub> dalla relazione [5.4]. questo valore corrisponde al CTOD totale della fase antecedente la fessurazione;

# Fase post fessurazione

- Calcolo del δ<sub>pl</sub> per ogni punto della fase post fessurativa; per determinarlo si sottrae alla freccia trovata sperimentalmente il contributo elastico descritto dalla relazione [5.2];
- 4) Valutazione della deformazione plastica ε<sub>pl</sub> come da formula
   [5.27] per ogni punto acquisito;
- 5) Valutazione per ogni punto acquisito della deformazione totale  $\varepsilon_t$  come somma tra  $\varepsilon_{pl}$  e  $\varepsilon_{el}$ , dove la deformazione elastica è valutabile semplicemente tramite la relazione

$$\varepsilon_{el} = \frac{M}{E \cdot W};$$

- 6) Calcolo per  $\varepsilon_{el} < \varepsilon_t < \varepsilon_2$  (= 3,5 ‰) della tensione  $\sigma_2$  come descritto nei paragrafi precedenti: il carico da utilizzare per la determinazione di  $\sigma_2$  deve essere preso dalla curva sperimentale ed in particolare è il valore corrispondente alla deformazione  $\varepsilon_t = \varepsilon_2 = 3,5$  ‰;
- Calcolo della posizione dell'asse neutro y per ogni punto acquisito nel caso di ε<sub>el</sub><ε<sub>t</sub><ε<sub>2</sub>;
- 8) Calcolo per  $\varepsilon_t > \varepsilon_2$  (= 3,5 ‰) della tensione  $\sigma_3$  come descritto nei paragrafi precedenti: il carico da utilizzare per la determinazione di  $\sigma_3$  deve essere preso dalla curva sperimentale ed in particolare è il valore corrispondente alla deformazione  $\varepsilon_t = \varepsilon_3 = 15$  ‰;
- 9) Calcolo della posizione dell'asse neutro y per ogni punto acquisito nel caso di ε<sub>t</sub>>ε<sub>2</sub>;

- Calcolo del CTOD<sub>pl</sub> per ogni punto acquisito partendo dalla posizione dell'asse neutro trovata nei punti 7) e 9) tramite la formula [5.13];
- Calcolo del CTOD<sub>tot</sub> della fase post fessurativa come somma del contributo elastico CTOD<sub>el</sub> e del contributo plastico CTOD<sub>pl</sub>.
- 12) Calcolo del CMOD tramite la relazione [5.5 b]

# 5.5.2 Grafici ottenuti

Di seguito vengono mostrati i grafici ottenuti mediante l'applicazione del modello appena descritto alle curve sperimentali:



Figura 5.26. Diagramma carico – CTOD per il travetto 388 FS25 A.



Figura 5.27. Diagramma carico – CTOD per il travetto 388 FS25 B.



Figura 5.28. Diagramma carico – CTOD per il travetto 388 FS25 C.



Figura 5.29. Diagramma carico – CTOD per il travetto 389 FS30 A.



Figura 5.30. Diagramma carico – CTOD per il travetto 389 FS30 B.



Figura 5.31. Diagramma carico – CTOD per il travetto 389 FS30 C.



Figura 5.32. Diagramma carico – CTOD per il travetto 390 FL25 A.



Figura 5.33. Diagramma carico – CTOD per il travetto 390 FL25 B.



Figura 5.34. Diagramma carico – CTOD per il travetto 390 FL25 C.



Figura 5.35. Diagramma carico – CTOD per il travetto 391 FL30 A.



Figura 5.36. Diagramma carico – CTOD per il travetto 391 FL30 B.



Figura 5.37. Diagramma carico – CTOD per il travetto 391 FL30 C.



Figura 5.38. Diagramma carico – CTOD per il travetto 392 FL20 A.



Figura 5.39. Diagramma carico – CTOD per il travetto 392 FL20 B.



Figura 5.40. Diagramma carico – CTOD per il travetto 392 FL20 C.



Figura 5.41. Diagramma carico – CTOD per il travetto 393 FS20 A.



Figura 5.42. Diagramma carico – CTOD per il travetto 393 FS20 B.


Figura 5.43. Diagramma carico – CTOD per il travetto 393 FS20 C.



Figura 5.44. Diagramma carico – CTOD per il travetto 396 FS25MOD A.



Figura 5.45. Diagramma carico – CTOD per il travetto 396 FS25MOD B.



Figura 5.46. Diagramma carico – CTOD per il travetto 396 FS25MOD C.

### Come si può notare da questi grafici le approssimazioni sono buone, le curve calcolate infatti riescono a descrivere in modo

abbastanza simile la relazione carico – CTOD trovata sperimentalmente.

I motivi per i quali queste due curve non sono esattamente coincidenti vanno ricercate nella tipologia del diagramma  $\sigma - \varepsilon$  utilizzato: un diagramma a più livelli riuscirebbe a descrivere meglio la curva reale rispetto a quello a 2 livelli utilizzato per questa analisi; infine anche la schematizzazione fatta in figura 5.7 porta a qualche piccola imprecisione, in quanto si considera un modello a corpo rigido per mettere in relazione le componenti dello spostamento, mentre nella realtà tali relazioni saranno più complesse.

# 5.6 RELAZIONI TRA LE COMPONENTI DI SPOSTAMENTO ANALIZZATE

Un'ultima analisi possibile consiste nel valutare e mettere in relazione il CTOD ed il CMOD con la freccia.

Nei grafici successivi saranno mostrate queste relazioni ed in particolare verranno graficate:

- a) le relazioni tra CTOD/CMOD trovati sperimentalmente e i valori della freccia determinati sperimentalmente;
- b) le relazioni tra CTOD/CMOD calcolati tramite il modello a due livelli e i valori della freccia determinati sperimentalmente;
- c) la regressione lineare mediante il metodo dei minimi quadrati effettuata sui valori del punto a).



Figura 5.47 a). Travetto 388 FS25 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.47 b). Travetto 388 FS25 A: b) Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.48 a). Travetto 388 FS25 B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.48 b). Travetto 388 FS25 B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.49 a). Travetto 388 FS25 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.49 b). Travetto 388 FS25 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.50 a). Travetto 389 FS30 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.50 b). Travetto 389 FS30 A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.51 a). Travetto 389 FS30 B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.51 b). Travetto 389 FS30 B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.52 a). Travetto 389 FS30 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.52 b). Travetto 389 FS30 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.53 a). Travetto 390 FL25 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.53 b). Travetto 390 FL25 A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.54 a). Travetto 390 FL25 B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.54 b). Travetto 390 FL25 B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.55 a). Travetto 390 FL25 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.55 b). Travetto 390 FL25 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.56 a). Travetto 391 FL30 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.56 b). Travetto 391 FL30 A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.57 a). Travetto 391 FL30 B : Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.57 b). Travetto 391 FL30 B : Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.58 a). Travetto 391 FL30 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.58 b). Travetto 391 FL30 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.59 a). Travetto 392 FL20 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.59 b). Travetto 392 FL20 A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.60 a). Travetto 392 FL20 B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.60 b). Travetto 392 FL20 B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.61 a). Travetto 392 FL20 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.61 b). Travetto 392 FL20 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.62 a). Travetto 393 FS20 A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.62 b). Travetto 393 FS20 A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.63 a). Travetto 393 FS20 B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.63 b). Travetto 393 FS20 B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.64 a). Travetto 393 FS20 C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.64 b). Travetto 393 FS20 C: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.65 a). Travetto 396 FS25MOD A: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.65 b). Travetto 396 FS25MOD A: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.66 a). Travetto 396 FS25MOD B: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.66 b). Travetto 396 FS25MOD B: Diagramma CMOD – freccia.



Figura 5.67 a). Travetto 396 FS25MOD C: Diagramma CTOD – freccia.



Figura 5.67 b). Travetto 396 FS25MOD C: Diagramma CMOD – freccia.

Si nota che le relazioni tra CTOD e freccia sperimentali e tra CMOD e freccia sperimentali sono praticamente lineari; ciò è dimostrato anche dall'indice di determinazione della regressione R<sup>2</sup> che assume in tutti i grafici un valore maggiore di 0,999. Tale indice rappresenta la misura della bontà della retta di regressione, tanto più è vicino ad uno e tanto più i punti sui i quali si calcola la regressione si avvicinano ad una retta. Le relazioni calcolate tramite il modello a due livelli mostrano andamento lineare, sempre un che, però, si discosta leggermente dal valore reale.

### 5.7 CONCLUSIONI

Al termine di questa trattazione si può concludere che il modello  $\sigma - \varepsilon$  semplificato trilineare proposto dalla RILEM non sempre è in grado di fornire valori plausibili, quindi sono da considerare e tenere in conto i problemi a cui si va incontro se si decide di utilizzarlo.

Il diagramma a due livelli, pur essendo più semplice da analizzare, porta a risultati fisicamente accettabili. Si è visto inoltre che tramite tale modello è possibile valutare in maniera abbastanza precisa i valori del CTOD partendo dalla curva carico – abbassamento sperimentale.

Possibili sviluppi potrebbero essere mirati alla creazione di un diagramma  $\sigma - \epsilon$  multi livello per poter cogliere meglio l'andamento post fessurativo.

## 6. CONCLUSIONI E POSSIBILI SVILUPPI PER ANALISI SUCCESSIVE

In questo lavoro si sono studiati gli effetti dovuti all'inclusione di fibre d'acciaio in calcestruzzi non armati. Si sono utilizzate fibre in diversi dosaggi, ma soprattutto si sono cercate le differenze e le uguaglianze nei comportamenti e nelle caratteristiche di questi materiali dovute all'aggiunta di fibre di due lunghezze differenti.

A questo scopo sono state eseguite diverse tipologie di prove, quali prove a trazione, compressione ed indagini ultrasoniche, ma soprattutto si è posta l'attenzione su prove a flessione condotte su travetti intagliati secondo la normativa italiana UNI 11039, prove suffragate anche da una modellazione basata sulla definizione di curve tensione-deformazione per questi materiali.

I risultati trovati hanno in parte confermato le prestazioni attese, soprattutto in termini di aumento della duttilità e di capacità portante dei travetti intagliati, ma hanno anche permesso di sviluppare degli spunti di riflessione aggiuntivi.

Grazie all'inclusione di fibre si è infatti riscontrato un aumento di duttilità significativo rispetto al calcestruzzo non fibrorinforzato, come pure l'aumento resistenza a flessione, mentre non si sono notate sostanziali differenze sulle resistenze a

6.1

compressione e a trazione, come pure sulle velocità delle onde ultrasoniche.

Tramite la comparazione degli indici di duttilità, parametri definiti dalla norma UNI 11039 legati all'assorbimento di energia del materiale, si sono volute investigare le differenze dovute all'inclusione di fibre lunghe piuttosto che di fibre corte.

Tali differenze, in parte previste e prevedibili tramite considerazioni teoriche, hanno avuto conferma nelle prove sperimentali. Si sono notate ad esempio differenze riguardanti il punto di prima fessurazione e la prima fase post fessurativa, anche se non sempre tali differenze sono state di entità tale da poter essere considerate significative.

Questa parziale non rispondenza tra risultati delle prove sperimentali e comportamenti attesi si può imputare a diversi fattori:

- presenza nel mix design di inerti di grossa pezzatura che in parte possono compromettere la lavorabilità e la omogenea e uniforme disposizione delle fibre;
- differenza tra fibre lunghe e fibre corte non molto elevata;
- dosaggi di fibre compresi in un intervallo non molto ampio;
- dosaggi di fibre lontani da quello critico.

Parte di questi fattori non potevano essere previsti a priori, anzi era proprio compito di queste indagini sperimentali verificarne l'influenza sul comportamento finale. In letteratura, infatti, sono stati trovati pochi esempi di test condotti confrontando fibre di

#### Cap. 6: CONCLUSIONI E POSSIBILI SVILUPPI PER ANALISI SUCCESSIVE

varie lunghezze in diversi dosaggi dai quali prendere informazioni.

Per quanto riguarda l'elevata dimensione degli inerti di grossa pezzatura, dal momento che gli impasti analizzati dovevano essere rappresentativi anche per calcestruzzi dedicati a pavimentazioni, non è stato possibile ridurla e quindi si è operato includendo percentuali di fibre non elevate.

Sviluppi successivi potrebbero riguardare la caratterizzazione sperimentale di calcestruzzi con un mix design studiato ad hoc, riducendo ad esempio la pezzatura degli inerti per poter raggiungere dosaggi di fibre più elevati; facendo ciò sarebbe dunque possibile studiare e analizzare un intervallo di dosaggi più ampio, arrivando anche ai valori critici o a valori superiori per poter esaminare anche i comportamenti plastico ed incrudente.

L'utilizzo poi di fibre con differenze di lunghezza più elevate, partendo dalle riflessioni esposte nei capitoli precedenti, potrebbe permettere di confermare, se non mettere in maggiore risalto, i già significativi risultati ottenuti durante questa campagna sperimentale.

Un passo successivo sicuramente molto interessante sarebbe quello di analizzare e approfondire le prove presenti in letteratura riguardanti lo studio dei comportamenti dei calcestruzzi dovuti alla contemporanea presenza di fibre di diverse lunghezze o anche di diversi materiali; queste combinazioni potrebbero condurre (ed in parte ciò è già stato

6.3

verificato) a nuovi materiali più prestazionali, capaci di integrare gli aspetti positivi legati alle singole tipologie di fibre incluse.

# **APPENDICE A**



CALCESTRUZZO TIPO:				Impasto base							
DATA 01/10/2007											
IMPASTO			386		VOLUME IMPASTO I 80						
r		1	[						[		
Mix Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	l/m <sup>3</sup>	H2O I	l	Totale			
				320	0	15	172	3,2	703,133		
					1			,	,		
COMPONENTI % massa			pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio		
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	819	1.0	5.8	4.8	39.329	858.691	68.695	
	GHIAIETTO				, -		, - , -		,		
2	8/15mm	31	2710	591	0,9	1,7	0,8	4,726	595,428	47,634	
3	GHIAIA 15/25mm	26	2710	495	0.9	15	0.6	2 973	498 400	39 872	
-					0,0	.,0	0,0	,010	,		
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000	
5	TOTALI	100		1905				47,0	1952,5	156,202	
	AGGIUNTA TIPO	Kg									
6		Kai	1	0					0	0,000	
	II AL 32.5R	лg									
7	Italcementi		3000	320					320	25,600	
8	ADDITIVO TIPO	1								сс	
	ADDITIVO TIPO	1								CC	
9	Basf Gleniumpav	46		3,2					3,2	256	
10	ACQUA I			172				47,0	125,0	9,998	
Ma	ssa volumica teorica		alcostruzz	20	2401	Ka/m <sup>3</sup>					
Massa volumica teorica del calcestruzz Massa volumica reale del			0	2401	Kg/m						
calcestruzzo fresco:				2443	Kg/m <sup>3</sup>						
Resa: 0,983											
				Aria indobata (UNI							
Slump mm 215					6395) %	:					
					Tempera ambienta	atura ale:		21°			
-											
Rapporto A/C (teorico) 0,538											



CALCESTRUZZO TIPO:				Impasto base + 25kg fibra corta							
DATA 01/10/2007											
IMPASTO 38		7 FS 25		VOLUME IMPASTO I			80				
		1		Γ	I	-			I		
Mix Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	aria I/m³	H2O I	additivo I	Totale			
				320	25	15	172	3,52	699,629		
COMPONENTI % massa vol. Kg/m <sup>3</sup>			pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio		
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	815	1,0	5,8	4,8	39,133	854,411	68,353	
	GHIAIETTO										
2	8/15mm	31	2710	588	0,9	1,7	0,8	4,702	592,460	47,397	
3	GHIAIA 15/25mm	26	2710	493	0,9	1,5	0,6	2,958	495,916	39,673	
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000	
5	TOTALI	100		1896				46,8	1942,8	155,423	
	AGGIUNTA TIPO	Kg							-		
6	Fibrocev F-DUE 44	4/45	7850	25					0	2,000	
7	LEMENTO TIPO	ng	3000	320					320	25 600	
8	ADDITIVO TIPO I								CC		
-	ADDITIVO TIPO	1								CC	
9	Basf Gleniumpav	46		3,52					3,52	282	
10	ACQUA I			172				46,8	125,2	10,017	
Massa volumica teorica del calcestruz Massa volumica reale del			ZZO	2417	Kg/m <sup>3</sup>						
cal	calcestruzzo fresco:				2465	Kg/m³					
Resa: 0,980											
Slump mm 215					Aria inglobata (UNI 6395) %:						
					Tempera ambient	atura ale:		<b>21</b> °			
Rapporto A/C (teorico) 0,538											

#### APPENDICE A

### 

CALCESTRUZZO TIPO:				Impasto base + 25kg fibra corta						
DATA 03/10/2007		0/2007	INERTI T	IPO						
IMPASTO 38		38	8 FS 25		VOLUME IMPASTO I			80		
		1						1.11.1		
Mi	Mix Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	aria I/m <sup>3</sup>	H2O I	additivo I	Totale	
				320	25	10	172	3,52	704,629	
COMPONENTI % massa vol. Kg/m³			pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio	
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	821	1,0	5,8	4,8	39,413	860,517	68,841
2	GHIAIETTO 8/15mm	31	2740	599	0,9	1,7	0,8	4,788	603,300	48,264
3	GHIAIA 15/25mm	26	2740	502	0,9	1,8	0,9	4,518	506,495	40,520
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000
5	TOTALI	100		1922				48,7	1970,3	157,625
	AGGIUNTA TIPO	Kg								
6	Fibrocev F-DUE 44	1/45 Ka	7850	25					0	2,000
7	II AL 32.5R Italcem	ng	3000	320					320	25.600
0	ADDITIVO TIPO I									СС
0	ADDITIVO TIPO	1								CC
9	Basf Gleniumpav	<b>46</b>		3,52					3,52	282
10	ACQUA I			172				48,7	123,3	9,862
Massa volumica teorica del calcestruz Massa volumica reale del calcestruzzo fresco:				zo	2442 2430	Kg/m <sup>3</sup> Kg/m <sup>3</sup>				<u> </u>
Resa: 1,005										
Slump mm 210					Aria ingl 6395) %	obata (U :	INI	1,8		
					Tempera ambienta	atura ale:		21°		
Raj	Rapporto A/C (teorico) 0,538									



CALCESTRUZZO TIPO:				Impasto base + 30kg fibra corta							
DATA 03/10/2007			INERTI T	IPO							
	IMPASTO 389			FS 30		VOL		80			
Mix	c Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	aria I/m <sup>3</sup>	H2O I	additivo I	Totale		
				320	30	10	172	3,84	703,672		
						1	1		1		
	COMPONENTI	%	massa vol. Kg/m <sup>3</sup>	pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio	
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	820	10	5.8	48	39 359	859 348	68 748	
<u> </u>	GHIAIETTO	10	2710	020	1,0	0,0	1,0	00,000	000,010	00,110	
2	8/15mm	31	2740	598	0,9	1,7	0,8	4,782	602,480	48,198	
3	GHIAIA 15/25mm	26	2740	501	0,9	1,8	0,9	4,512	505,807	40,465	
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000	
5	TOTALI	100		1919				48,7	1967,6	157,411	
	AGGIUNTA TIPO	Kg									
6	Fibrocev F-DUE 4	4/45	7850	30					0	2,400	
	II AL 32.5R	∧g									
7	Italcementi		3000	320					320	25,600	
8	ADDITIVO TIPO	1								СС	
	ADDITIVO TIPO	1								CC	
9	Basf Gleniumpav	<b>46</b>		3,84					3,84	307	
10	ACQUA I			172				48,7	123,3	9,868	
Ma	ssa volumica teorica	م اعا د	alcestruz	70	2445	Ka/m <sup>3</sup>					
Ma	ssa volumica reale o	del	,aicc3ti uz	20	2440	Ng/III					
cal	calcestruzzo fresco:				2429	Kg/m <sup>3</sup>					
Resa: 1,007											
Slump mm 200					Aria inglobata (UNI 6395) %:						
					Tempera	atura am	bientale:	21°			
Rapporto A/C (teorico) <b>0,538</b>											


CA	LCESTRUZZO TIPO	:		Impasto	Impasto base + 25kg fibra lunga						
	DATA	03/1	0/2007	INERTI T	IPO						
	IMPASTO		39	0 FL 25		VOLUME IMPASTO I			80		
Mi	x Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	aria I/m³	H2O I	additivo I	Totale		
				320	25	10	172	3,52	704,629		
	COMPONENTI	%	massa vol. Kg/m <sup>3</sup>	pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio	
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	821	1,0	5,8	4,8	39,413	860,517	68,841	
2	GHIAIETTO 8/15mm	31	2740	599	0.9	1,7	0.8	4,788	603,300	48,264	
3	GHIAIA 15/25mm	26	2740	502	0,9	1,5	0,6	3,012	504,989	40,399	
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000	
5	TOTALI	100		1922	,			47.2	1968.8	157.504	
-	AGGIUNTA TIPO	Kg								,	
6	Fibrocev F-DUE 60	/60	7850	25					0	2,000	
7	CEMENTO TIPO	Kg	2000	220					220	25,000	
1			3000	320					320	25,600	
8		'								00	
	ADDITIVO TIPO	1								CC	
9	Basf Gleniumpav 4	6		3,52					3,52	282	
10	ACQUA I			172				47,2	124,8	9,983	
Massa volumica teorica del calcestruzz Massa volumica reale del calcestruzzo fresco:			llcestruzz	20	2442 2443	Kg/m <sup>3</sup> Kg/m <sup>3</sup>					
Resa: 1,000											
Slump mm 205					Aria ingl 6395) %	obata (U :	INI				
						Tempera ambienta	atura ale:		21°		
Ra	oporto A/C (teorico)		0,538								



CA	LCESTRUZZO TIPO	Impasto base + 30kg fibra lunga								
	DATA	05/1	0/2007	INERTI T	IPO					
	IMPASTO		391	FL 30	FL 30 VOLUME IMPASTO				80	
Mix	Mix Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	aria I/m³	H2O I	additivo I	Totale	
				320	30	10	172	3,84	703,672	
	COMPONENTI	%	massa vol. Kg/m <sup>3</sup>	pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio
1	SABBIA 0/5mm	43	2710	820	1,0	6,4	5,4	44,279	864,268	69,141
2	GHIAIETTO 8/15mm	31	2740	598	0,9	1,1	0,2	1,195	598,894	47,912
3	GHIAIA 15/25mm	26	2740	501	0,9	1,1	0,2	1,003	502,298	40,184
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000
5	TOTALI	100		1919				46,5	1965,5	157,237
6	AGGIUNTA TIPO Fibrocev F-DUE 60	Kg 0/60	7850	30					0	2,400
7	CEMENTO TIPO H II AL 32,5R Italcen	Kg nenti	3000	320					320	25,600
8	TIPO I									сс
	ADDITIVO TIPO I									СС
9	Basf Gleniumpav	46		3,84					3,84	307
10	ACQUA I			170				46,5	123,5	9,882
Ma Ma fres	ssa volumica teorica ssa volumica reale c sco:	0	2443 2429	Kg/m <sup>3</sup> Kg/m <sup>3</sup>						
Resa: 1,006										
	Slump mm	i	rregolare			Aria ingl 6395) %	obata (L :	INI		
						Tempera ambient	atura ale:		21°	





CA	LCESTRUZZO TIPO	Impasto base + 20kg fibra lunga								
	DATA	05/	0/2007	INERTI T	IPO					
	IMPASTO		39	2 FL 20		VOLUME IMPASTO I.			80	
				1	1					
Mi	x Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	l/m <sup>3</sup>	H2O I	additivo	Totale	
<b></b>				320	20	10	172	3.4	705 386	
				520	20	10	172	3,4	705,500	
COMPONENTI % massa vol. Kg/m <sup>3</sup>			pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio	
1	SABBIA 0/5mm	12	2710	922	1.0	6.4	5 /	11 297	966 272	60.210
-	GHIAIETTO	43	2710	022	1,0	0,4	5,4	44,307	000,373	09,310
2	8/15mm	31	2740	599	0,9	1,1	0,2	1,198	600,353	48,028
2		26	2740	502	0.0	1 1	0.2	1 005	502 522	40.282
3	GHIAIA 15/25HIII	20	2740	503	0,9	1,1	0,2	1,005	505,522	40,202
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000
5	TOTALI	100		1924				46,6	1970,2	157,620
	AGGIUNTA TIPO	Kg								
6	Fibrocev F-DUE 60	/60	7850	20					0	1,600
7	CEMENIO TIPO	Kg	3000	320					320	25 600
-	ADDITIVO TIPO		0000	520					520	20,000 CC
8										
	ADDITIVO TIPO	1								CC
9	Basf Gleniumpav 4	6		3,4	-				3,4	272
10	ACQUA I			170				46,6	123,4	9,873
Ma	ssa volumica teorica	dol ca	leostruzz	20	2/37	Ka/m <sup>3</sup>				
Ма	ssa volumica teolica	el el	100511022	0	2437	Kg/m				
cal	cestruzzo fresco:		2425	Kg/m <sup>3</sup>						
	Resa: 1.005									
1,000										
Slump mm 190						Aria ingl 6395) %	obata (L .:	JNI		
						Tomas	ature			
						ambient	alura ale:		21°	
_		1								
Ra	pporto A/C (teorico)		0,531							

#### 

#### **PROPORZIONAMENTO DI IMPASTO DA LABORATORIO**

CALCESTRUZZO TIPO	Impasto	Impasto base + 20kg fibra corta						
DATA	05/10/200	INERTI T	IPO					
IMPASTO	3	93 FS 20	)	VOL	UME IM	PASTO I	80	
			-		-			
Mix Design Vol.inerti		cemento	aggiunta	aria I/m³	H2O I	additivo I	Totale	
		320	20	10	172	3,4	705,386	

	COMPONENTI		massa vol. Kg/m <sup>3</sup>	pesi per 1 m <sup>3</sup> Kg s.s.a.	assorb. aggregati %	umidità assoluta %	umidità reale %	H2O in eccesso aggregati I	pesi corretti Kg/m <sup>3</sup>	pesate di laboratorio
4	SABBIA 0/5mm	40	0740	000	1.0	6.4	<b>E</b> 4	44 207	966 979	60.210
		43	2710	022	1,0	0,4	5,4	44,307	000,373	69,310
2	GHIAIETTO 8/15mm	31	2740	599	0,9	1,1	0,2	1,198	600,353	48,028
3	GHIAIA 15/25mm	26	2740	503	0,9	1,1	0,2	1,005	503,522	40,282
4		0	0	0	1,4	1,4	0,0	0,000	0,000	0,000
5	TOTALI	100		1924				46,6	1970,2	157,620
	AGGIUNTA TIPO	Kg								
6	Fibrocev F-DUE 44	/45	7850	20					0	1,600
	CEMENTO TIPO	Kg								
7	II AL 32,5R Italcem	enti	3000	320					320	25,600
	ADDITIVO TIPO	1			-					сс
8										
	ADDITIVO TIPO	1								CC
9	<b>Basf Gleniumpav 4</b>	6		3,4					3,4	272
10	ACQUAI			172				46.6	125.4	10.033

Massa volumica teorica del calcestruzzo Massa volumica reale del calcestruzzo fresco: 2439 Kg/m<sup>3</sup>

 $2434 \text{ Kg/m}^3$ 



Rapporto A/C (teorico)

0,538

Aria inglobata (UNI 6395) %:

Temperatura ambientale:

**21**°

Rapporto A/C (UNI 6393):

2



CA	LCESTRUZZO TIPO	Impasto modificato + 25kg fibra corta								
	DATA 09/10/2007			INERTI T	IPO					
	IMPASTO 396 F			S 25 MOD VOLUME IMPASTO I				PASTO I	80	
[					[	orio		odditivo		
Mi	x Design Vol.inerti			cemento	aggiunta	l/m <sup>3</sup>	H2O I		Totale	
			320	25	10	17/	4 16	701 080		
				520	20	10	174	4,10	701,505	
			massa	pesi per	assorb.	umidità	umidità	H2O in	pesi	pesate di
	COMPONENTI	%	vol. Ka/m <sup>3</sup>	1 m <sup>°</sup> Kg s.s.a.	aggregati %	assoluta %	reale %	aggregati	corretti Ka/m <sup>3</sup>	laboratorio
					,,,	,,,	,,,	1		
1	SABBIA 0/5mm	41	2710	780	1,0	6,9	5,9	46,019	825,998	66,080
	GHIAIETTO									
2	8/15mm	33	2740	635	0,9	0,9	0,0	0,000	634,738	50,779
3	GHIAIA 15/25mm	22	2740	423	0.9	13	04	1 693	424 851	33 988
						.,0	•, ·	.,	,	
4	SABBIA PO'	4	2650	74	1,2	3,9	2,7	2,009	76,420	6,114
5	TOTAL	100		1012				40.7	1062.0	156 061
5	AGGIUNTA TIPO	Ka		1912				49,7	1902,0	150,901
6	Fibrocev F-DUE 44	/45	7850	25					0	2,000
	CEMENTO TIPO	Kg								
7	II AL 32,5R Italcem	enti	3000	320					320	25,600
8	ADDITIVO TIPO	1								CC
0	ADDITIVO TIPO	1								CC
9	Basf Gleniumpav 4	6		4,16					4,16	333
10	ACQUA I			174				49,7	124,3	9,942
Ма	ssa volumica teorica	del ca	alcestruzz	20	2435	Kg/m <sup>3</sup>				
Ma	ssa volumica reale de	əl								
cal	cestruzzo fresco:				2435	Kg/m°				
Resa: 1,000										
						A	ahata (l	16.11		
Slump mm 215					6395) %	obata (U	JINI			
	· • •					_				
						Tempera	atura ale:		21°	
									21	
Ra	pporto A/C (teorico)		0,544							

	386 A									
Carico di prima fessurazione										
CTOD <sub>0</sub> =	0,0423696	mm	Apertura dell'apice dell'intaglio corrispondente alla prima fessurazione							
P <sub>if</sub> =	13636,48	Ν	Carico di prima fessurazione							
b =	150,30	mm	Base del provino							
h =	150,00	mm	Altezza del provino							
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio							
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori							

	386 C								
Carico di prima fessurazione									
$CTOD_0 =$	0,0323112	mm	Apertura dell'apice dell'intaglio corrispondente alla prima fessurazione						
P <sub>if</sub> =	11044,82	Ν	Carico di prima fessurazione						
b =	150,00	mm	Base del provino						
h =	150,00	mm	Altezza del provino						
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio						
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori						

			388 FS25 A	
Re	sistenza o	di prim		
$CTOD_0 =$	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	15622,61	N	Carico di prima fessurazione	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,333194 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	sistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 1,471969 Mpa
U <sub>1</sub> =	3184,163	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
Re	sistenza o	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,120342 Mpa
U <sub>2</sub> =	9694,092	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
I				
	D <sub>0</sub> = 0,3	34		
	$D_1 = 0.7$	76		

			388 FS25 B							
Re	sistenza o	di prim								
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio							
P <sub>if</sub> =	13628,41	Ν	Carico di prima fessurazione							
b =	150,30	mm	Base del provino							
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>lf</sub> = 3,772523 Mpa						
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio							
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori							
Re	sistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm							
b =	150,30	mm	Base del provino							
h =	150,00	mm	Altezza del provino							
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio							
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,206079 Mpa						
U <sub>1</sub> =	4781,734	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm							
				1						
Re	sistenza o	equiva	lente 0,6-3 mm							
b =	150,30	mm	Base del provino							
h =	150,00	mm	Altezza del provino							
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio							
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,206865 Mpa						
U <sub>2</sub> =	10463,65	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm							
		-								
I	Indici di duttilità									
	D <sub>0</sub> = 0,	58								
	$D_1 = 0.4$	55								

			388 FS25 C	
Re	sistenza o	di prim		
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14033,42	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 3,879475 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				-
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,292677 Mpa
U <sub>1</sub> =	4976,051	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				1
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,168233 Mpa
U <sub>2</sub> =	10142,18	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
		-		
I	<mark>ndici di d</mark> i	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	59		
	$D_1 = 0.4$	51		

			389 FS30 A	
Re	sistenza o	di prim		
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14920,2	N	Carico di prima fessurazione	
b =	151,00	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,071717 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	sistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	151,00	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,212618 Mpa
U <sub>1</sub> =	4864,685	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
Re	sistenza o	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	151,00	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,182081 Mpa
U <sub>2</sub> =	10395,74	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
I	ndici di d	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	54		
	$D_1 = 0.4$	53		

			389 FS30 B	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14621,47	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,018819 Mpa
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	esistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,228914 Mpa
U <sub>1</sub> =	4865,609	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				1
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,234443 Mpa
U <sub>2</sub> =	10778,91	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
	ndici di d	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	55		
	$D_{1} = 0$	55		

			389 FS30 C	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	16679,83	N	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,611062 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	esistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 3,266151 Mpa
U <sub>1</sub> =	7088,888	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				<u>1</u>
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,931079 Mpa
U <sub>2</sub> =	16764,94	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
		<u>.</u>		
1	ndici di d	uttilità		
	$D_0 = 0,$	71		
	$D_{1} = 0$	59		

			390 FL25 A	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
$CTOD_0 =$	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14847,53	N	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>lf</sub> = 4,104532 Mpa
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				-
Re	esistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,466905 Mpa
U <sub>1</sub> =	5354,197	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				-
Re	esistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,616936 Mpa
U <sub>2</sub> =	14037,66	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
	-			
I	ndici di d	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,0	60		
	$D_1 = 0.0$	66		

			390 FL25 B	
Re	sistenza o	<mark>li prim</mark>	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14879,83	N	Carico di prima fessurazione	
b =	150,80	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,105277 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	sistenza e	<mark>equiva</mark>	lente 0-0,6 mm	
b =	150,80	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 1,722957 Mpa
U <sub>1</sub> =	3746,979	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
		<u> </u>		
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,80	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 0,896084 Mpa
U <sub>2</sub> =	7794,992	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
		<u>.</u>		
1	<mark>ndici di d</mark> i	<mark>uttilità</mark>		
	D <sub>0</sub> = 0,4	42		
	$D_1 = 0.5$	52		

			390 FL25 C	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	14847,53	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	149,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,131987 Mpa
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				•
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	149,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,223607 Mpa
U <sub>1</sub> =	4794,073	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				<u>,</u>
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	149,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,356282 Mpa
U <sub>2</sub> =	11696,52	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
I	<mark>ndici di d</mark>	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	54		
	$D_1 = 0.0$	61		

			391 FL30 A	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
$CTOD_0 =$	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	16276,58	N	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,499585 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				-
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,865356 Mpa
U <sub>1</sub> =	6218,999	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				-
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,691907 Mpa
U <sub>2</sub> =	14688,54	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
	-			
I	<mark>ndici di d</mark>	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,0	64		
	$D_1 = 0.5$	59		

391 FL30 B						
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione			
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio			
P <sub>if</sub> =	15432,94	N	Carico di prima fessurazione			
b =	150,00	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,280586 Mpa		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori			
Re	sistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm			
b =	150,00	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino			
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,88656 Mpa		
U <sub>1</sub> =	6244,207	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm			
				I		
Re	sistenza o	equiva	lente 0,6-3 mm			
b =	150,00	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino			
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,581094 Mpa		
U <sub>2</sub> =	13680,89	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm			
		<u>.</u>				
I	ndici di d	uttilità				
	D <sub>0</sub> = 0,0	67				
	$D_1 = 0.4$	55				

			391 FL30 C	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	15380,4	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,266013 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,605581 Mpa
U <sub>1</sub> =	5636,392	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				1
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,00	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,758214 Mpa
U <sub>2</sub> =	15213,48	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
I	<mark>ndici di d</mark>	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,0	61		
	$D_1 = 0.0$	67		

			392 FL20 A	
Re	sistenza o	<mark>di prim</mark>	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	13531,52	N	Carico di prima fessurazione	
b =	149,80	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 3,736618 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				•
Re	sistenza o	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	149,80	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,22811 Mpa
U <sub>1</sub> =	4841,231	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				1
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	149,80	mm	Base del provino	
h =	150,30	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,237884 Mpa
U <sub>2</sub> =	10758,68	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
			<u> </u>	
I	<mark>ndici di d</mark> i	<mark>uttilità</mark>		
	D <sub>0</sub> = 0,0	60		
	$D_{1} = 0.5$	56		

			392 FL20 B	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	15889,04	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,30	mm	Base del provino	
h =	151,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,314919 Mpa
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
Re	esistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,30	mm	Base del provino	
h =	151,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,300563 Mpa
U <sub>1</sub> =	5082,886	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				I
Re	esistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,30	mm	Base del provino	
h =	151,00	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,345498 Mpa
U <sub>2</sub> =	11891,02	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
	ndici di d	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	53		
	$D_1 = 0.4$	58		

			392 FL20 C	
Re	sistenza o	di prim	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	16163,55	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,425681 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				-
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,588956 Mpa
U <sub>1</sub> =	5673,257	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
				<u>.</u>
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,50	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,708503 Mpa
U <sub>2</sub> =	14975,58	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
	·		<u> </u>	
I	<mark>ndici di d</mark>	uttilità		
	D <sub>0</sub> = 0,	58		
	$D_1 = 0.0$	66		

			393 FS20 A	
Re	sistenza o	<mark>li prim</mark>	a fessurazione	
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio	
P <sub>if</sub> =	17810,58	Ν	Carico di prima fessurazione	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>lf</sub> = 4,923653 Mpa
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	
				- -
Re	sistenza (	equiva	lente 0-0,6 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 3,485352 Mpa
U <sub>1</sub> =	7564,645	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm	
		·		1
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm	
b =	150,50	mm	Base del provino	
h =	150,00	mm	Altezza del provino	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio	
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 2,211302 Mpa
U <sub>2</sub> =	19197,73	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm	
I	ndici di d	uttilità		
	$D_0 = 0,$	71		
	$D_1 = 0.0$	63		

393 FS20 B							
Re	sistenza o	di prim					
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio				
P <sub>if</sub> =	14153,2	Ν	Carico di prima fessurazione				
b =	150,50	mm	Base del provino				
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 3,912586 Mpa			
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio				
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori				
				-			
Re	sistenza o	equiva	llente 0-0,6 mm				
b =	150,50	mm	Base del provino				
h =	150,00	mm	Altezza del provino				
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio				
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,096363 Mpa			
U <sub>1</sub> =	4549,969	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm				
Resistenza equivalente 0,6-3 mm							
b =	150,50	mm	Base del provino				
h =	150,00	mm	Altezza del provino				
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio				
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,231136 Mpa			
U <sub>2</sub> =	10688,28	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm				
Indici di duttilità							
	$D_0 = 0,54$						
	$D_{4} = 0.59$						

393 FS20 C						
Re	sistenza d	di prim				
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio			
P <sub>if</sub> =	16131,25	N	Carico di prima fessurazione			
b =	150,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,45941 Mpa		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori			
Re	esistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm			
b =	150,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino			
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
=	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,738198 Mpa		
U <sub>1</sub> =	5943,014	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm			
Re	Resistenza equivalente 0,6-3 mm					
b =	150,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino			
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,325591 Mpa		
U <sub>2</sub> =	11508,3	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm			
Indici di duttilità						
	$D_0 = 0,61$					
	$D_1 = 0.4$					

396 FS25 MOD A						
Re	sistenza o	<mark>li prim</mark>				
$CTOD_0 =$	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio			
P <sub>if</sub> =	15820	N	Carico di prima fessurazione			
b =	150,00	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,387944 Mpa		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori			
				•		
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm			
b =	150,00	mm	Base del provino	•		
h =	150,00	mm	Altezza del provino	1		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,836694 Mpa		
U <sub>1</sub> =	6136,337	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm			
i						
Re	sistenza e	equiva	lente 0,6-3 mm			
b =	150,00	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino			
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intaglio			
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,712221 Mpa		
U <sub>2</sub> =	14815,51	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm			
Indici di duttilità						
	D <sub>0</sub> = 0,0					
	$D_1 = 0.0$	60				

396 FS25 MOD B						
Resistenza di prima fessurazione						
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intaglio			
P <sub>if</sub> =	15097,82	N	Carico di prim fessurazione	а		
b =	149,50	mm	Base del provir	0		
h =	150,00	mm	Altezza del pro	vino	f <sub>if</sub> = 4,20164 Mpa	
a <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'i	ntaglio		
l =	450,00	mm	Interasse dei ci inferiori	lindri		
		-		-		
Re	sistenza e	equiva	<mark>lente 0-0,6 mn</mark>	า		
b =	149,50	mm	Base del provin	0		
h =	150,00	mm	Altezza del prov	/ino		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'i	ntaglio		
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori		f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,972717 Mpa	
U <sub>1</sub> =	6409,146	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0- 0,6 mm			
Re	sistenza e	equiva	า			
b =	149,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del prov	vino		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'i	ntaglio		
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindri inferiori		f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,604264 Mpa	
U <sub>2</sub> =	13835,11	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla curva Carico CTOD <sub>m</sub> negli intervalli di CTOD <sub>net</sub> di 0,6-3 mm			
I	Indici di duttilità					
$D_0 = 0,71$						
	$D_1 = 0,$					

396 FS25 MOD C						
Re	sistenza o	<mark>li prim</mark>				
CTOD <sub>0</sub> =	0,03734	mm	Apertura di base dell'apice dell'intagl	Jlio		
P <sub>if</sub> =	15033,19	Ν	Carico di prima fessurazione			
b =	151,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	f <sub>if</sub> = 4,128424 Mpa		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intag	glio		
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindr inferiori	Iri		
Re	sistenza e	equiva	lente 0-0,6 mm			
b =	151,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	)		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intag	glio		
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindr inferiori	f <sub>eq(0-0,6)</sub> = 2,575474 Mpa		
U <sub>1</sub> =	5626,979	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla cu Carico CTOD <sub>m</sub> neg intervalli di CTOD <sub>net</sub> o 0,6 mm	urva igli di 0-		
Re	sistenza e	equiva				
b =	151,50	mm	Base del provino			
h =	150,00	mm	Altezza del provino	)		
<b>a</b> <sub>0</sub> =	46,00	mm	Profondità dell'intag	glio		
l =	450,00	mm	Interasse dei cilindr inferiori	f <sub>eq(0,6-3)</sub> = 1,598007 Mpa		
U <sub>2</sub> =	13965,51	10 <sup>-3</sup> J	Area sottesa dalla cu Carico CTOD <sub>m</sub> neg intervalli di CTOD <sub>ne</sub> 0,6-3 mm	urva egli <sub>et</sub> di		
I	ndici di di	uttilità				
	D <sub>0</sub> = 0,6					
	$D_1 = 0,6$	62				

# **BIBLIOGRAFIA**

- Ahmad S., di Prisco M., Meyer C., Plizzari G.A., Shah S.P., *Fiber reinforced concrete: from theory to practice*, Starrylink, 2004.
- Barros J.A.O., Cunha V.M.C.F., Ribeiro A.F., Antunes J.A.B., *Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*, Materials and Structures, 2005.
- Barros J.A.O., Antunes J.A.B., Experimental characterization of the flexural behaviour of steel fibre reinforced concrete according to RILEM TC 162-TDF recommendations, 2003.
- Bertolini L., Pedeferri P., *Tecnologia dei materiali*, UTET, 2000.
- Carpinteri A., Scienza Delle Costruzioni, Pitagora, 1992.
- CollepardiCollepardi M., Scienza e tecnologia del calcestruzzo, Hoepli, 1991.
- Di Tommaso A., Apporti all'energia di frattura dei calcestruzzi mediante l'inclusione di fibre.
- Documento tecnico ASTM C 1018-97, Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete, 1997.
- Documento tecnico ASTM C 1116-03, Standard Specification For Fiber-Reinforced Concrete And Shotcrete.
- Documento tecnico RILEM TC 162–TDF, Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test, Final recommendation, Materials and Structures, 2002.

- Documento tecnico RILEM TC 162–TDF, Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Design of steel fibre reinforced concrete using the σ– w method: principles and applications, Materials and Structures, 2002.
- Documento tecnico RILEM TC 162–TDF, Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ – ε design method, Final recommendation, Materials and Structures, 2003.
- Documento tecnico UNI 11039–1, Calcestruzzo rinforzato con fibre di acciaio: Definizioni, classificazione e designazione, 2003.
- Documento tecnico UNI 11039–2, Calcestruzzo rinforzato con fibre di acciaio: Metodo di prova per la determinazione della resistenza di prima fessurazione e degli indici di duttilità, 2003.
- Dupont D., Modelling and experimental validation of the constitutive law ( $\sigma \varepsilon$ ) and cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete, Tesi di Dottorato, 2003.
- Gagliardi S., Calcestruzzi fibrorinforzati con fibre metalliche, Tesi di Laurea, 2005.
- Galli G., Grimaldi A., Rinaldi Z., Optimal design of FRC structural elements, 2003.
- Gopalaratnam V.S., Gettu R., On the characterization of flexural toughness in fiber reinforced concretes, Elsevier Science, 1994.
- Hannant D.J., *Cement-based composites*, Elsevier Science, 2000.
- Neville A., *Fibre reinforced cement & concrete*, the Construction Press ltd, 1975.

- Qian X., Zhou X., Mu B., Li Z., Fiber alignment and property direction dependency of FRC extrudate, Pergamon, 2003.
- Rossi L., *Calcestruzzi Fibrorinforzati con fibre non metalliche*, Tesi di Laurea, 2005.
- Shah S.P., Batson G.B., *Fiber reinforced concrete, properties and applications*, ACI American Concrete Institute, 1987.
- Shah S.P., *Do fibers increase the tensile strength of cement-based matrixes?*, ACI Journal, 1991.
- Sorelli L.G., Meda A., Plizzari G.A., Bending and uniaxial tests on concrete reinforced with hybrid steel fibers, Journal of Materials in Civil Engineering, 2005.
- Swamy R.N., Barr B., Fibre reinforced cements and concretes, recent developments, Elsevier Applied Science, 1989.
- Wang S., Li V.C., Backer R., *Experimental determination of tensile behaviour of fiber reinforced concrete*, ACI Journal, 1990.
- Zollo R.F., *Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development*, Elsevier Science, 1996.

Ringrazio innanzitutto il prof. Ing. Giovanni Pascale per avermi seguito con competenza e grande disponibilità.

Ringrazio poi il personale tecnico del Laboratorio Resistenza Materiali: Roberto Carli, Davide Betti e Gregorio Bartolotta per avermi assistito con grande professionalità ed esperienza.

Un ringraziamento poi alla ditta LIVABETON S.p.A. di Calderara di Reno, ed in particolare a Giuseppe Laffi e Giampietro Boldrini per la professionalità e la competenza con le quali hanno seguito le varie fasi della tesi.

Grazie a tutti i miei familiari, ed in particolar modo ai miei genitori e a mia nonna che con grande affetto mi hanno sempre supportato, sopportato, sostenuto e incoraggiato.

Un ringraziamento speciale a mia sorella per l'affetto e la stima che mi ha sempre dimostrato e che ci ha sempre uniti.

Un ringraziamento particolare a Michele, compagno di studi e di appartamento, per aver reso indimenticabili questi cinque anni di università.

Grazie poi ai miei compagni di studi Stiiiv, Carletto e Giova per aver reso più sopportabili le lunghe giornate di lezione.

Grazie anche a tutti i miei amici per avermi sempre dato gioia e allegria, ed in particolare un ringraziamento va a Marci, Mosca, Casa, Sampa, Manuel, Silvan e Dade per aver condiviso tanti anni insieme.

Il ringraziamento più grande è per Veronica, che negli ultimi anni mi è stata sempre vicina aiutandomi a sdrammatizzare e superare i momenti più impegnativi; grazie per essere sempre stata al mio fianco con pazienza ed amore, regalandomi emozioni uniche.