

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

Applicazioni dei fasci quasi-monocromatici in medicina

Relatore:
Prof. Giuseppe Baldazzi

Presentata da:
Gabriele Coppini

Sessione III
Anno Accademico 2014/2015

Abstract

I raggi X, a partire dalla loro scoperta, avvenuta nel 1895 ad opera di Wilhelm Conrad Röntgen, si sono rivelati un potentissimo mezzo per lo studio della materia. In particolare in campo medico hanno permesso la nascita della diagnostica per immagini che, parallelamente allo sviluppo delle tecnologie, è diventata un mezzo imprescindibile per lo studio delle patologie. Negli ultimi decenni molti studi sono stati compiuti in particolare sui vantaggi dell'utilizzo nell'imaging di raggi X monocromatici in sostituzione dell'usuale radiazione policromatica. Con il seguente elaborato si ha l'intento di fornire un quadro generale sulla fisica dei raggi X, sulla loro interazione con la materia e sugli attuali metodi di produzione di fasci monocromatici e quasi-monocromatici, con particolare attenzione all'utilizzo su vasta scala. Sono state infine trattate le principali applicazioni della radiazione monocromatica e quasi-monocromatica nelle tecniche di imaging medico.

Indice

Introduzione	6
1 RAGGI X	7
1.1 Cenni Storici.....	7
1.2 La natura dei raggi X.....	8
1.3 La legge di Moseley.....	12
1.4 Interazione tra raggi X e materia.....	14
1.4.1 Effetto fotoelettrico.....	14
1.4.2 Scattering di Compton.....	14
1.4.3 Scattering di Rayleigh.....	16
1.4.4 Produzione di coppie.....	16
2 FASCI MONOCROMATICI	18
2.1 Radiazione di sincrotrone.....	20
2.2 X-Ray Plasma Laser.....	20
2.3 Free Electron Laser.....	20
2.4 Filtri K-Edge.....	21
2.5 Monocromatori di Bragg e HOPG (High Oriented Pyrolytic Graphite)..	22
2.6 Coefficiente di attenuazione.....	31
3 APPLICAZIONI MEDICHE	35
3.1 Evoluzione della radiografia.....	35
3.2 Tomografia assiale computerizzata (TAC).....	36
3.2.1 Introduzione.....	36
3.2.2 Nascita e sviluppo tecnologico della TAC.....	37
3.2.3 Processo di misura e la ricostruzione dell'immagine.....	41
3.2.4 Numeri di Hounsfield.....	48
3.3 Radiografia Multy-Energy.....	49
3.3.1 Introduzione.....	49
3.3.2 Formalismo matematico di Alvarez e Macovski.....	49
3.3.3 K-Edge Subtraction (KES) e Angiografia.....	54
3.3.4 Dual-Energy Mammography (DEM).....	56
Conclusioni	58
Bibliografia	59

Introduzione

La radiologia clinica, dalla sua nascita alla fine dell'Ottocento, ha permesso un grande sviluppo della ricerca e della diagnosi delle patologie. Nel corso della sua evoluzione, però, si è dovuta confrontare con il problema dei danni alla salute dei pazienti dovuti alle dosi di radiazione somministrata durante gli esami. Sempre maggiore attenzione ha avuto così la ricerca di nuove tecniche per ridurre le dosi e i tempi di esposizione e rendere contemporaneamente migliore la qualità dell'immagine. A tale riguardo, si è scoperto che l'utilizzo di fasci di raggi X monocromatici porta una significativa diminuzione della dose poiché rispetto al consueto fascio di bremsstrahlung, usato nella radiologia convenzionale, vengono eliminate quelle componenti energetiche che non contribuiscono alla qualità dell'immagine. L'utilizzo poi di radiazione monoenergetica porta ad un miglioramento della qualità dell'immagine e permette l'uso di tecniche di Multy-Energy che consentono di far risaltare nell'immagine radiografica alcuni tessuti eliminando quelli di background.

Attualmente l'unico ostacolo nell'utilizzo della radiazione monocromatica sta nella difficoltà di produrla. Le sorgenti monocromatiche per essere utili a tal fine devono necessariamente essere compatibili con la pratica ospedaliera per cui non possono avere dimensioni e/o costi proibitivi.

L'elaborato che segue è suddiviso in tre capitoli. Nel primo capitolo si offre un quadro completo dei raggi X: vengono forniti dettagli storici in merito alla loro scoperta, si approfondisce la natura dei raggi X, con particolare attenzione ai processi fisici che li generano, e l'interazione tra raggi X e materia, la quale è alla base dell'imaging medico. Nel secondo capitolo si trattano le tecniche attualmente disponibili per la produzione di radiazione monocromatica, cercando in ciascun caso di mettere in luce benefici e svantaggi. In particolare viene approfondito il funzionamento del monocromatore di Bragg e la produzione di fasci quasi-monocromatici attraverso l'utilizzo del cristallo di HOPG (Highly Oriented Pyrolytic Graphyte) poiché questa sembrerebbe, attualmente, la sorgente che meglio si presta alla pratica ospedaliera. Alla fine del capitolo si torna a parlare dell'interazione tra raggi X e materia, introducendo, nel caso di radiazione monocromatica, il coefficiente di attenuazione lineare. Nel terzo capitolo si trattano le applicazioni mediche degli argomenti discussi nei precedenti capitoli, affrontando lo sviluppo tecnologico e il funzionamento della tomografia e le varie tecniche Multy-Energy disponibili, o in fase di studio, nell'imaging medico.

Capitolo 1

RAGGI X

1.1 Cenni Storici

I raggi X furono scoperti dal fisico tedesco Wilhelm Conrad Röntgen nel Novembre del 1895 mentre stava conducendo esperimenti con i tubi a raggi catodici. Röntgen, durante i suoi esperimenti, era solito oscurare completamente la stanza in cui lavorava per togliere ogni possibile fonte di luce. Tuttavia l'8 Novembre accadde un fatto inaspettato: un foglio di carta, ricoperto di sale di platino e bario, posto casualmente in



Figura 1.1 Il fisico tedesco Wilhelm Conrad Röntgen

prossimità dell'apparato, emetteva luce fluorescente a ogni scarica, malgrado il tubo a raggi catodici fosse coperto da un foglio di carta nero che avrebbe dovuto impedire alla radiazione elettromagnetica di raggiungere lo schermo.

In un primo tempo sperimentò provando a porre alcuni oggetti tra la traiettoria dei raggi emessi ed una lastra fotografica e si rese conto che sulla lastra rimaneva impressa l'immagine del contenuto degli oggetti e della loro struttura interna.

Chiamata la moglie, Anna Bertha Ludwig, le pose la mano tra il tubo e la lastra e il risultato fu stupefacente: sullo schermo comparve l'ombra dello scheletro della mano con tanto di anello al dito. Avevano osservato quella che si può definire la prima radiografia della storia.

Röntgen, inizialmente, fu estremamente cauto nel rivelare la scoperta alla comunità scientifica, temendo per la sua fama di scienziato ed essendo ben conscio della novità del fenomeno in quanto era la prima volta che si osservava una radiazione in grado di penetrare la materia. Tuttavia, dopo aver condotto vari esperimenti, a conferma delle osservazioni raccolte, concluse che la fluorescenza era prodotta da una radiazione invisibile, ancora più penetrante della radiazione ultravioletta, che chiamò "raggi X", alludendo alla loro natura ignota. A due mesi dall'osservazione, la scoperta fu sottoposta alla comunità scientifica.

Nel 1901 Röntgen vinse il neonato premio Nobel per la fisica per la scoperta dei raggi X.



Figura 1.2 La signora Anna Bertha Ludwig e la famosa radiografia della sua mano

1.2 La natura dei raggi X

Oggi sappiamo che i raggi X sono una porzione dello spettro elettromagnetico con le seguenti caratteristiche [(1) pagina 535]

lunghezza d'onda λ : $6 \cdot 10^{-12} \leq \lambda \leq 6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

frequenza ν : $5 \cdot 10^{17} \leq \nu \leq 5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$

energia E : $2 \cdot 10^3 \leq E \leq 2 \cdot 10^5 \text{ eV}$

Riprendendo la terminologia riferita alla regione visibile dello spettro, vengono detti "bianchi" i raggi X che risultano dalla sovrapposizione di più lunghezze d'onda e monocromatici quelli formati da radiazione di un'unica lunghezza d'onda.

I raggi X vengono formati quando un fascio di elettroni accelerati attraversa la materia ed interagisce con essa. Vediamo nello specifico questo meccanismo.

In un tubo a raggi X, cioè un tubo a vuoto, del tipo di quello in Figura 1.4, inventato da William Crookes per investigare le scariche di energia nei gas nobili, un catodo composto da un filamento percorso da corrente viene fatto riscaldare e per effetto termoionico emette elettroni.

Gli elettroni emessi dal catodo vengono quindi accelerati, a causa della differenza di potenziale di migliaia di volt tra catodo e anodo, in un raggio ad energia cinetica dell'ordine di 10^4 eV e colpiscono l'anodo. L'anodo di solito è composto da un metallo

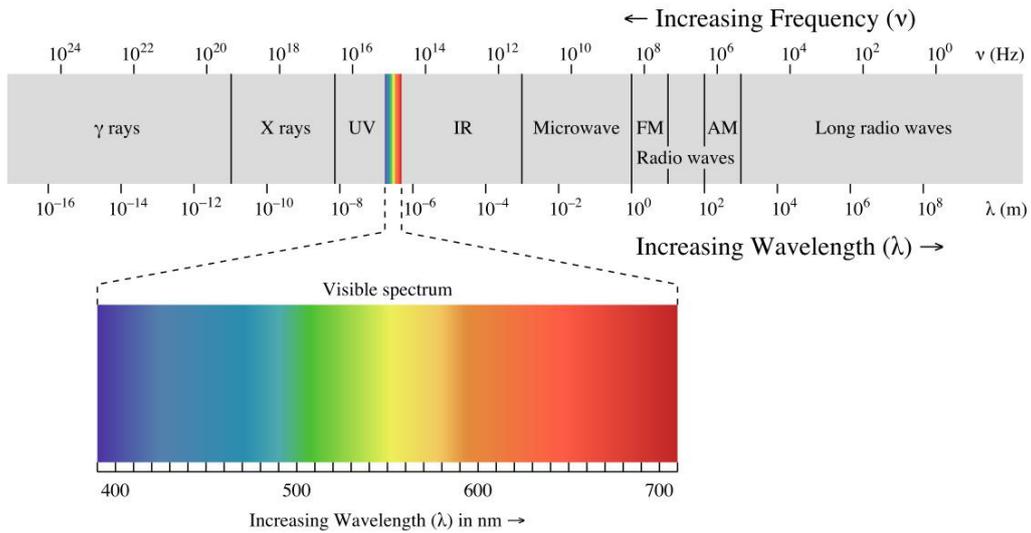


Figura 1.3 L'intero spettro della radiazione elettromagnetica, compresa la radiazione visibile

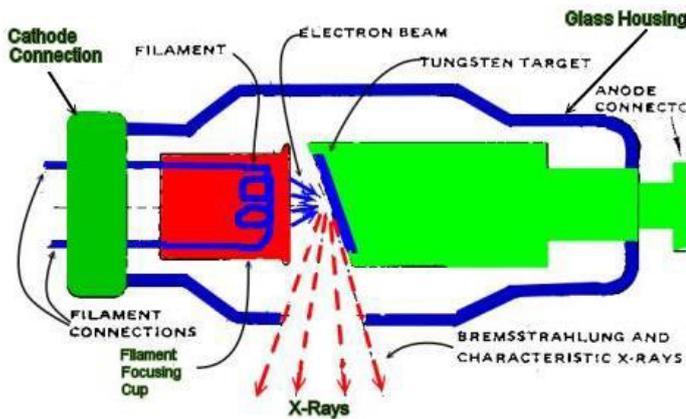


Figura 1.4 Tubo a raggi X

pesante, spesso tungsteno. A questo punto si passa alla fase di interazione del fascio di elettroni accelerati con gli atomi del bersaglio e due sono i fenomeni da considerare. Il primo riguarda la cosiddetta radiazione di frenamento, anche chiamata *bremstrahlung*, dai termini tedeschi *brem* (“decelerazione”) e *strahlung* (“radiazione”). Il processo di *bremstrahlung* avviene perché gli elettroni del fascio interagiscono con le cariche dei nuclei del materiale bersaglio attraverso il campo di Coulomb e trasferiscono quantità di moto ai nuclei, di conseguenza gli elettroni rallentano, avendo perso energia, ed essendo cariche elettriche, la loro decelerazione

porta all'emissione di fotoni. Perciò l'energia persa dagli elettroni in questo processo appare sotto forma di radiazione come un fotone che costituisce un raggio X.

Invece i nuclei del bersaglio sono così massivi rispetto agli elettroni che l'energia acquisita durante la collisione può essere trascurata.

Considerando la Figura 1.5, se K' è l'energia cinetica di un elettrone dopo lo scontro, allora l'energia del fotone emesso sarà $h\nu = K - K'$, mentre la lunghezza d'onda del fotone segue dall'equazione $\frac{hc}{\lambda} = K - K'$. Gli elettroni del raggio incidente possono perdere quantità di energia diverse a seguito degli scontri e potrebbero anche arrivare in uno stato di quiete a causa di ripetute collisioni. Per questo motivo i raggi X prodotti da molti elettroni possiedono uno spettro continuo e sono composti da moltissimi fotoni con lunghezze d'onda variabili da una quantità minima λ_{min} fino a lunghezze potenzialmente infinite, esse corrispondono alle diverse energie perse in ciascuna collisione. Il fotone con lunghezza d'onda più piccola potrebbe essere emesso quando un elettrone perde tutta la sua energia cinetica nel processo di decelerazione: perciò se $K' = 0$ allora $K = \frac{hc}{\lambda_{min}}$. Per questo motivo, la minor

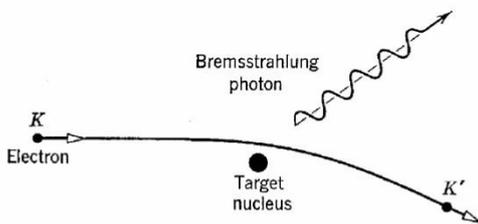


Figura 1.5 Rappresentazione del fenomeno del bremsstrahlung [(2) pagina 42]

lunghezza d'onda possibile, rappresenta la conversione di tutta l'energia cinetica dell'elettrone nella radiazione X. Se la costante h potesse tendere a zero, allora λ_{min} tenderebbe a zero e ritroveremmo il risultato della fisica classica. Questo fatto dimostra, che l'esistenza di una lunghezza d'onda minima è spiegabile solo in termini quantistici.

Il processo bremsstrahlung può essere considerato come l'inverso dell'effetto fotoelettrico: infatti, nell'effetto fotoelettrico un fotone viene assorbito e la sua energia e quantità di moto si trasferiscono ad un elettrone, nel bremsstrahlung, invece, un fotone viene creato e la sua energia e quantità di moto sono dati dalla collisione di un elettrone con un nucleo.

Il secondo fenomeno da considerare è quello che porta all'emissione della cosiddetta "radiazione caratteristica".

Può accadere anche, infatti, che il fascio di elettroni, viaggiando attraverso gli atomi dell'anodo, passi occasionalmente vicino ad un elettrone di una delle shell più interne dell'atomo. Attraverso l'interazione coulombiana tra l'elettrone del raggio incidente e quello atomico, può accadere che all'elettrone dell'atomo venga fornita sufficiente

energia per essere espulso dall'atomo. Questo fatto porta l'atomo in un alto stato eccitato poiché è stato tolto uno dei suoi elettroni con alta energia negativa, di conseguenza l'atomo può tornare allo stato fondamentale emettendo una serie di fotoni ad alta energia, e quindi ad alta frequenza, che fanno parte anche essi dello spettro a raggi X. Ciò che accade nell'atomo eccitato è che nella shell dove era presente l'elettrone che è stato espulso, si è formata una lacuna che viene riempita da un elettrone della shell esterna più vicina. A sua volta però questo elettrone genera una lacuna che verrà riempita da un altro elettrone di una shell ancora più esterna. Il risultato di questo processo è un effetto a cascata per cui gli elettroni dalle shell più esterne occupano le lacune in quelle più interne, in questo modo si ha la diseccitazione dell'atomo. Questo processo è importante perché porta all'emissione di una radiazione, che a differenza di quella emessa dal bremsstrahlung, non è continua, bensì discreta. Questo tipo di raggi X con lunghezza d'onda definita è detto radiazione caratteristica, poiché, essendo collegata alle transizioni atomiche, dipende strettamente dall'elemento di cui è composto l'anodo. Invece lo spettro ottenuto tramite la radiazione di frenamento è in gran parte indipendente dalla natura del bersaglio.

Lo spettro totale risultante da entrambi i processi è uno spettro con linee discrete sovrapposte ad uno spettro continuo, ne fornisce un esempio la Figura 1.6.

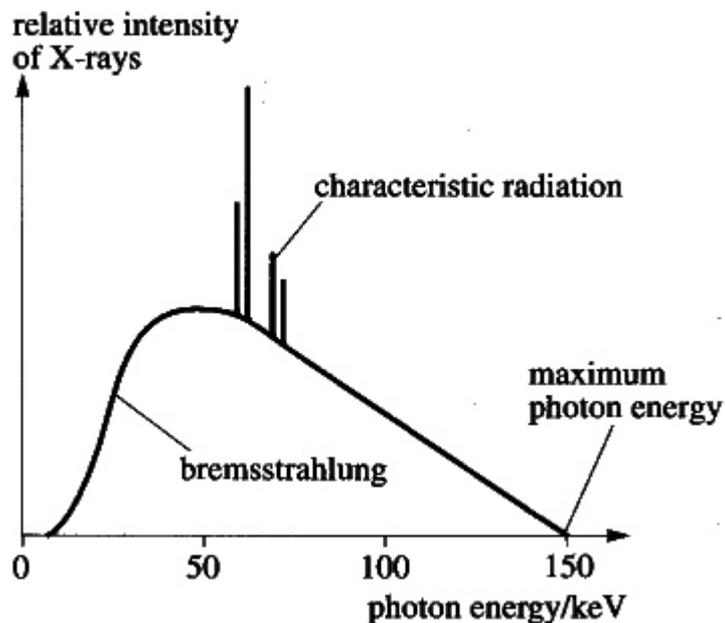


Figura 1.6 Esempio di spettro a raggi: si può osservare la parte continua dovuta alla radiazione di frenamento, con la tipica “gobba”, e quella discreta, con le linee, dovuta alla radiazione caratteristica

1.3 La legge di Moseley

Nel 1913 Henry Moseley, allievo di Rutherford, aveva compiuto uno studio approfondito misurando lo spettro a raggi X di 38 elementi utilizzati come anodo in un apparato simile a quello utilizzato da Röntgen nei suoi studi.

Analizzando i dati, Moseley si era reso conto che i picchi negli spettri energetici dei vari elementi corrispondevano al quadrato del numero atomico. Ecco le sue parole (3):

“We have here a proof that there is in the atom a fundamental quantity, which increases by regular steps as we pass from element to the next. This quantity can only be the charge on the central positive nucleus, of the existence of which we already have definite proof... We are therefore led by experiment to the view that N [the atomic number] is the same as the number of the place occupied by the element in the periodic system”

La legge di Moseley permette quindi, conoscendo lo spettro a raggi X, di determinare il numero atomico, inoltre si può dire che corregga l'ipotesi di Mendeleev, che nell'ordinare gli elementi chimici nella tavola periodica, si basò sulla massa atomica per determinare la periodicità, invece che sul numero atomico.

Anche se la legge di Moseley afferma che l'energia delle linee spettrali è legata alla differenza tra i livelli energetici secondo il quadrato del numero atomico Z , facendo un grafico della radice quadrata dell'energia rispetto a Z , ci si può facilmente rendere conto di come non tutte le linee passino dall'origine. Per rendere conto di questo fatto, Moseley fu costretto a far dipendere l'energia non semplicemente da Z , ma da $(Z - \sigma)^2$. La legge di Moseley può essere allora scritta come:

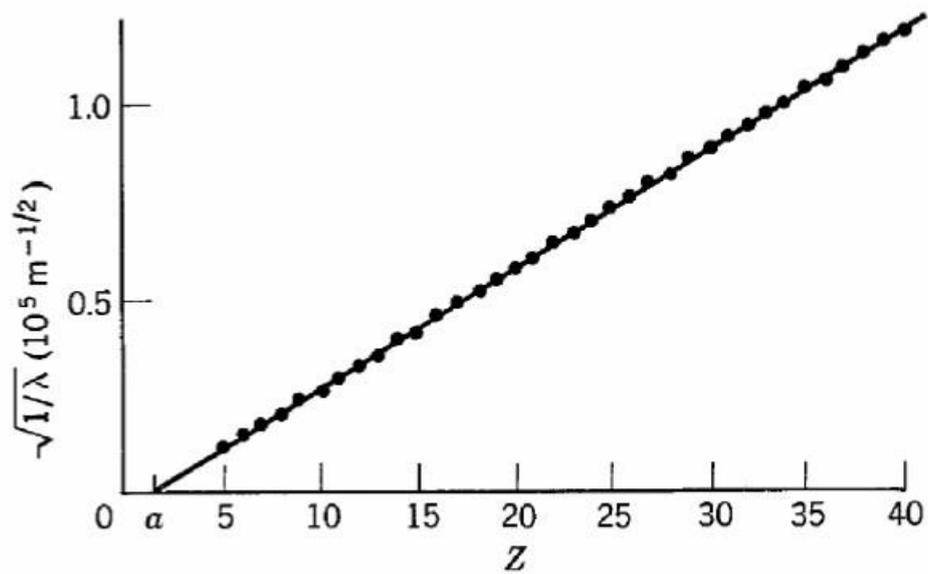
$$E = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) (Z - \sigma)^2$$

R è la costante di Rydberg espressa in eV, n_f e n_i sono rispettivamente il livello energetico finale e quello iniziale, Z il numero atomico e σ indica la schermatura.

La legge può essere derivata utilizzando semplicemente il modello dell'atomo di Bohr che afferma che l'energia di ogni livello è proporzionale a $\frac{1}{n^2}$.

Riguardo al termine σ si può dire che rappresenta il fattore di screening per un elettrone dalla carica del nucleo dovuto agli altri elettroni. Ad esempio, se un elettrone della shell K è espulso dall'atomo ad opera di un raggio X, c'è ancora un altro elettrone presente tra il nucleo e il livello elettronico L. Per questo motivo la presenza dell'elettrone della shell K causa una riduzione dell'effetto della carica del nucleo avvertita dagli elettroni del livello L.

La legge di Moseley è spesso scritta anche nella forma: $\frac{1}{\lambda} \approx R(Z - a)^2$ dove a è una costante che vale approssimativamente 1 oppure 2.



*Figura 1.7 I punti del grafico rappresentano i dati raccolti da Moseley e la curva rappresenta la legge empirica che ricavò e che porta il suo nome. Come si vede la curva è una linea retta data dal fatto che si è rappresentata nel grafico la radice quadrata del reciproco della lunghezza d'onda delle linee dello spettro a raggi X rispetto al numero atomico degli atomi che producono le linee.
 [(2) pagina 341]*

1.4 Interazione tra raggi X e materia

Nei paragrafi precedenti si è visto in che modo l'interazione del fascio di elettroni accelerati con la materia di cui è composto l'anodo porti all'emissione dei cosiddetti raggi X, che altro non sono che fotoni, cioè quanti del campo elettromagnetico, con precise caratteristiche di lunghezza d'onda ed energia all'interno del spettro elettromagnetico.

Ora invece si desidera trattare brevemente le tipologie di fenomeni principali che avvengono quando i raggi X interagiscono con la materia.

Sono di quattro tipi:

- effetto fotoelettrico (assorbimento)
- scattering incoerente o Compton
- scattering coerente o Rayleigh
- produzione di coppie

1.4.1 Effetto fotoelettrico

È un fenomeno che si manifesta con l'emissione di elettroni da parte di un corpo esposto a onde luminose o a radiazioni elettromagnetiche di varia frequenza.

L'assorbimento fotoelettrico è dato dall'interazione di un fotone di un raggio X incidente con un elettrone di una shell interna (solitamente una shell K) dell'atomo che assorbe il raggio X. Per avvenire è necessario che l'energia del fotone incidente sia dello stesso ordine, ma superiore all'energia di legame dell'elettrone. Il fotone incidente trasferisce quindi la sua energia all'elettrone che viene espulso dalla shell con un'energia cinetica K che è uguale alla differenza tra l'energia del fotone incidente $h\nu$ e l'energia di legame E_b dell'elettrone nella shell in cui era:

$$h\nu = E_b + K$$

A questo punto la lacuna lasciata dall'elettrone espulso dall'atomo è riempita da un elettrone proveniente dalle shell con energia di legame minore (ad esempio la shell L oppure la M), producendo un raggio X caratteristico di energia pari alla differenza tra la shell dell'elettrone iniziale e quella dell'elettrone finale. Se invece l'energia del fotone è minore dell'energia di legame dell'elettrone, l'interazione fotoelettrica non avviene.

1.4.2 Scattering di Compton [(1) pag. 702-705]

Lo scattering di Compton è un'interazione tra un fotone di un raggio X con energia E_0 molto più grande dell'energia di legame di un elettrone di un atomo, il quale, potendo essere considerato essenzialmente libero, deve essere debolmente legato e quindi appartenere ad una shell esterna.

Compton scoprì l'effetto che porta il suo nome nel 1923 mentre stava effettuando esperimenti con i raggi X. Nell'esperimento un fascio di raggi X, con energia dei singoli fotoni dell'ordine di 20 keV veniva inviato su un bersaglio di grafite e si misuravano ad angoli diversi l'intensità e la lunghezza d'onda dei raggi X diffusi.

Compton scoprì che i raggi X diffusi ad angolo diverso da zero rispetto alla direzione incidente avevano lunghezza d'onda maggiore, tanto maggiore quanto più

grande era l'angolo di diffusione, risultato non spiegabile in modo classico in quanto, se una radiazione elettromagnetica mette in oscillazione un elettrone, questo emette alla stessa frequenza.

Seguendo le ipotesi che Einstein aveva formulato sui fotoni nel suo lavoro riguardo all'effetto fotoelettrico, Compton ipotizzò che il fascio di raggi X fosse formato da fotoni con le seguenti proprietà: energia $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ e quantità di moto $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$. Compton si convinse che questi fotoni venissero poi diffusi dagli elettroni contenuti nella grafite attraverso un processo elementare di urto elastico fotone-elettrone; l'elettrone urtato si poteva considerare libero, essendo l'energia del fotone molto maggiore dell'energia di legame degli elettroni di valenza del carbonio.

Per descrivere tale urto si impongono la conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto, utilizzando la formulazione quantistica per il fotone e quella relativistica per l'elettrone, considerato inizialmente fermo.

Stato iniziale, prima dell'urto:

$$\text{fotone } E_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}, \quad \mathbf{p}_0 = \frac{h}{\lambda_0} \mathbf{u}_x$$

$$\text{elettrone } E = mc^2, \quad p = 0$$

Dopo l'urto si verifica una cessione di energia e quantità di moto dal fotone all'elettrone:

$$\text{fotone } E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \quad \mathbf{p}_1 = \frac{h}{\lambda_1} \text{ con angolo } \theta \text{ rispetto al vettore quantità di moto } \mathbf{p}_0$$

$$\text{elettrone } U_2, \quad \mathbf{p}_2 \text{ con angolo } \varphi \text{ rispetto al vettore quantità di moto } \mathbf{p}_0$$

In accordo con le leggi di conservazione, si deve avere:

$$E_0 + E = E_1 + E_2, \quad \mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \quad (\text{si veda Figura 1.8})$$

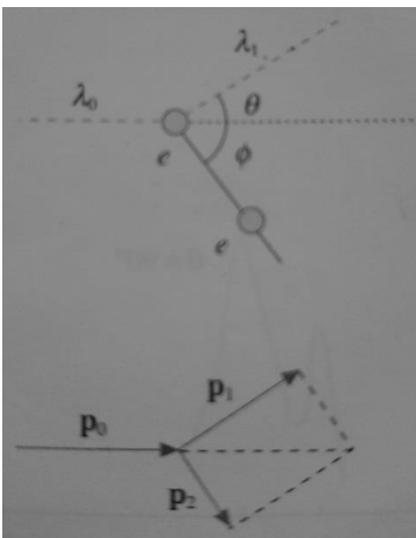


Figura 1.8 Effetto Compton. Nella figura è rappresentato lo scattering del fotone e dell'elettrone con i rispettivi angoli, sono anche rappresentati i vettori quantità di moto delle particelle, prima e dopo l'urto [(1) pagina 703]

Utilizzando l'energia relativistica $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ si può riscrivere la conservazione dell'energia come:

$$p_0 c + mc^2 = p_1 c + \sqrt{p_2^2 c^2 + m^2 c^4} \rightarrow p_2^2 = (p_0 - p_1)^2 + 2(p_0 - p_1)mc$$

Dalla conservazione della quantità di moto si ha:

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_1 \rightarrow p_2^2 = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0 p_1 \cos \theta$$

Allora si possono uguagliare le due espressioni di p_2^2 ottenendo:

$$p_0 - p_1 = \frac{p_0 p_1}{mc} (1 - \cos \theta)$$

Esprimendo infine le quantità di moto dei fotoni in funzione delle lunghezze d'onda, si arriva alla relazione di Compton:

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_C (1 - \cos \theta) = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

Il fotone diffuso ha lunghezza d'onda maggiore di quella del fotone incidente e quindi frequenza ovvero energia inferiore, a seguito di cessione di energia all'elettrone, inoltre la differenza $\Delta\lambda$ cresce con l'angolo di diffusione.

Il coefficiente λ_C è detto lunghezza d'onda Compton dell'elettrone e vale:

$$\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2,43 \cdot 10^{-12} m$$

Per il suo valore, le differenze di lunghezza d'onda dovute all'effetto Compton sono molto piccole, dell'ordine dei picometri.

1.4.3 Scattering di Rayleigh

Questo tipo di scattering è chiamato coerente o anche scattering di Thomson-Rayleigh. Il fotone cede tutta la sua energia all'atomo (complessivamente inteso) che si porta in uno stato eccitato dal quale ricade nello stato fondamentale in $\approx 10^{-8}$ s emettendo un fotone della stessa energia di quello incidente. Per questo motivo tale scattering è detto anche elastico. La direzione del fotone viene però cambiata.

1.4.4 Produzione di coppie [(1) pagina 705]

È un altro fenomeno quantistico di interazione tra radiazione e materia che avviene quando un fotone che possiede un'energia superiore al doppio dell'energia a riposo dell'elettrone, cioè $2mc^2 = 1,02 \text{ MeV}$, urta un nucleo atomico. Si osserva che il fotone scompare e che la sua energia si materializza in due particelle, un elettrone e un positrone, ovvero l'antiparticella dell'elettrone, che ha stessa massa, ma carica opposta rispetto a questo ultimo. Il processo ha bilancio energetico:

$$h\nu = 2mc^2 + E_k^- + E_k^+$$

in cui $h\nu$ è l'energia del fotone incidente, E_k^- l'energia cinetica dell'elettrone e E_k^+ quella del positrone. Il nucleo, poiché ha una massa molto maggiore, non assorbe praticamente energia nel processo, anche se la sua presenza è essenziale per il bilancio della quantità di moto. Infatti nel vuoto il processo descritto è impossibile che avvenga poiché non sarebbe in grado di conservare contemporaneamente energia e quantità di moto.

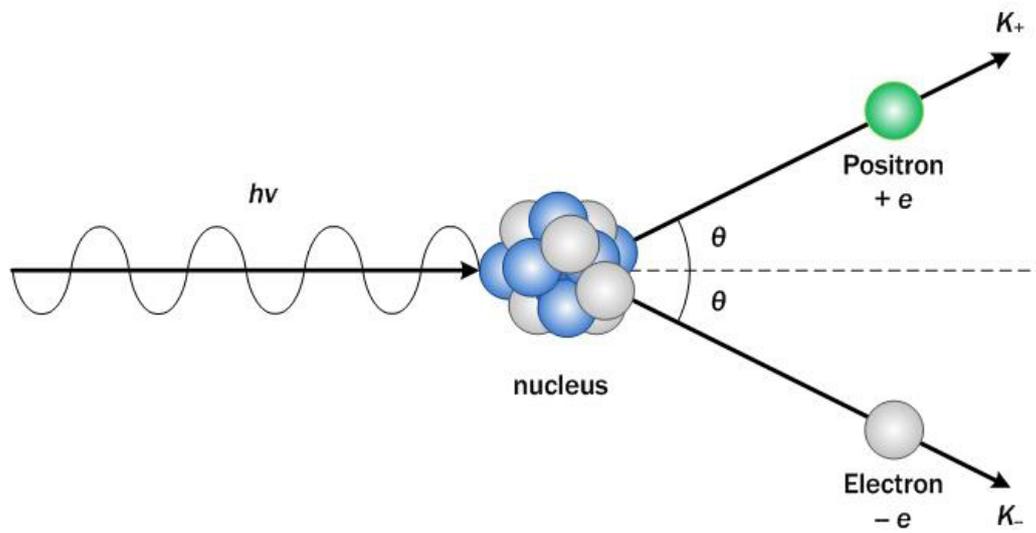


Figura 1.9 Fenomeno quantistico della produzione di coppie

Capitolo 2

FASCI MONOCROMATICI

Anche se i primi esempi di radiologia utilizzavano semplicemente fasci di raggi X policromatici, nella radiologia moderna sono ormai universalmente riconosciuti i vantaggi nell'utilizzo di fasci monocromatici o quasi-monocromatici.

Il motivo sta nel fatto che la qualità di un'immagine radiografica è legata alla qualità del fascio di raggi X. Come si è visto nel precedente capitolo, gli spettri ottenibili con tubi a raggi X convenzionali sono costituiti da una componente continua di bremsstrahlung a cui si sovrappongono le linee caratteristiche. I raggi X a più bassa energia vengono completamente assorbiti dal corpo umano portando ad un aumento di dose assorbita dannoso per la salute ed inutile, poiché non contribuiscono nella formazione dell'immagine. Invece i raggi X a più alta energia sono responsabili della riduzione del contrasto.

L'uso di fasci monocromatici e quasi-monocromatici è quindi vantaggioso per un aumento intrinseco nel contrasto e per una riduzione della dose assorbita dal paziente, la difficoltà sta però nel riuscire a produrre un fascio con tali caratteristiche e sufficientemente intenso, tenendo conto soprattutto degli aspetti tecnici: per essere effettivamente utile, l'apparato deve essere di dimensioni ridotte e avere costi che non siano proibitivi per un'azienda ospedaliera e per l'uso su vasta scala.

In questo capitolo ci si occuperà delle varie sorgenti di produzione di radiazione monocromatica, cercando di metterne in luce, di volta in volta, i pregi e i difetti.

Nell'ultimo paragrafo si tornerà poi a parlare di interazione tra raggi X e materia, questa volta nel caso specifico di raggi X monocromatici, affrontando l'importante argomento della attenuazione del fascio dovuta al passaggio attraverso la materia.

2.1 Radiazione di sincrotrone

Questo metodo si basa sul sfruttare la radiazione emessa dagli elettroni accelerati e poi deviati in un sincrotrone. Nei sincrotroni gli elettroni vengono accelerati lungo segmenti di sezioni dritte che insieme formano una traiettoria quasi circolare.

La cosiddetta luce di sincrotrone è la radiazione che l'elettrone emette perdendo parte della sua energia ad ogni deviazione.

La radiazione elettromagnetica emessa dall'elettrone è composta da fotoni che non subiscono la successiva deviazione magnetica, ma continuano lungo la tangente alla circonferenza del sincrotrone. Degli speciali apparecchi chiamati linee di luce sono installati lungo questa traiettoria e permettono di utilizzare e di modificare la radiazione emessa.

Nel 1944 Iwanenko e Pomeranchuk derivarono la formula che permette di descrivere la potenza irradiata P da una carica relativistica di energia E (nel nostro caso, l'elettrone che viaggia a velocità relativistiche nell'acceleratore) che si muove all'interno di un campo magnetico costante B :

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^4 c^2}{(m_0 c^2)^4} E^2 B^2$$

Dalla formula si nota che la potenza irraggiata cresce con il quadrato dell'energia, ma decresce con la quarta potenza della massa a riposo m_0 dell'elettrone. Questo implica che si avrà un irraggiamento apprezzabile solo nel caso di elettroni di alta energia.

Agli inizi della tecnologia degli acceleratori di particelle, l'emissione di sincrotrone era vista come un inconveniente poiché sottraeva energia al fascio di particelle, per cui era necessario fornire in continuazione alle particelle l'energia persa. Nel tempo, però, le caratteristiche peculiari della radiazione così ottenuta, hanno spinto i fisici a riconsiderarne l'utilità, fino a portarli alla produzione di macchine dedicate proprio all'emissione di luce di sincrotrone, poiché potevano essere utilizzate per molte applicazioni.

Le caratteristiche che rendono interessante la radiazione di sincrotrone sono:

- grande larghezza di banda, che si estende a fotoni UV, X e γ
- accordabilità in frequenza
- elevata intensità
- elevata polarizzazione

Lo spettro tipico dell'emissione tende ad un valore di frequenza detto frequenza critica ω_c :

$$\omega_c = \frac{3}{2} \frac{c}{\rho} \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^3 = \frac{3}{2} \frac{c}{\rho} \gamma^3$$

dove γ è il fattore relativistico $\gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$ e ρ è il raggio di curvatura degli elettroni.

Infatti un elettrone relativistico di energia $E = m_0 c^2 \gamma$ che si muove a velocità costante $v = \beta c$ all'interno di un campo magnetico costante B a causa della forza di Lorentz percorre una traiettoria circolare di raggio $\rho = \frac{E\beta}{Be} = \frac{E}{Be}$ considerando per elettroni relativistici $\beta \cong 1$.

La radiazione di sincrotrone può essere monocromatizzata per diffrazione di Bragg su uno o due cristalli di silicio sfruttando i massimi di diffrazione (1,1,1), (311) o (511). Tale tecnica abbatta il numero di fotoni presenti nel fascio ma, per la grande intensità prodotta in tali macchine, il fascio è ancora utilizzabile per le applicazioni cliniche.



Figura 2.1 Un esempio di sincrotrone, le grandi dimensioni della struttura ne rendono impossibile l'uso ospedaliero

Anche se la radiazione di sincrotrone è quella che più si avvicina alla sorgente di raggi monocromatici ideale per applicazioni mediche, le grandi dimensioni della struttura (come si può vedere da Figura 2.1) e gli altissimi costi di costruzione e di mantenimento la rendono un'opzione non praticabile su vasta scala.

2.2 X-Ray Plasma Laser

Una sorgente che potrebbe avere in futuro interessanti applicazioni su larga scala è il laser a raggi X molli.

Questo nuovo metodo produce raggi X monocromatici con energia di poche decine di keV ed un flusso adatto all'utilizzo nell'imaging medico.

Anche se la tecnologia necessaria non è ancora sufficientemente matura, questo tipo di sorgenti promette di essere ingegnerizzato e prodotto industrialmente con costi accessibili per uso medico.

Lo schema di funzionamento di un sistema Thomson back-scattering prevede un foto-iniettore che accelera un fascio di elettroni ad una energia variabile in pacchetti che trasportano una carica dell'ordine dei nC, di durata del ps e focalizzati nel punto di collisione su uno spot micrometrico. Per ogni impulso laser viene generato un impulso di radiazione X di durata paragonabile a quella dell'impulso laser. Un limite di queste sorgenti è stato fino ad ora costituito dalla bassa potenza media di radiazione X ottenibile dovuta principalmente alla limitata frequenza di ripetizione dei laser con i tradizionali pompaggi a scarica. Inoltre il fascio ha dimensioni trasversali dell'ordine del cm^2 a distanze dell'ordine dei metri e, a distanze maggiori, l'intensità scende decade con l'inverso del quadrato della distanza.

2.3 Free Electron Laser

Il Laser ad Elettroni Liberi (FEL) è una delle più recenti sorgenti di radiazione coerente. La sua caratteristica rivoluzionaria è che non sfrutta il fenomeno dell'emissione stimolata da parte di un sistema atomico o molecolare, l'emissione è invece generata dall'interazione di un fascio di elettroni relativistici con un campo magnetico statico.

Il FEL è un elettro-sincrotrone capace di produrre radiazione monocromatica con lunghezze d'onda anche dell'ordine dei raggi X, principalmente è costituito da un lungo magnete chiamato ondulatore (wiggler) composto da una serie di piccoli dipoli magnetici, che hanno polarità alternata, in grado di produrre un campo magnetico sinusoidale. Un fascio di elettroni ad alta densità di carica viene prodotto da un acceleratore lineare e iniettato nell'ondulatore. All'interno dell'ondulatore il fascio di elettroni emette radiazione di lunghezza d'onda di risonanza λ_r : essa è proporzionale al periodo del campo magnetico prodotto dall'ondulatore ed inversamente proporzionale al quadrato dell'energia media degli elettroni.

La luce emessa viene poi raccolta in una cavità ottica e interagisce con gli elettroni stessi. L'interazione tra il fascio di elettroni e la radiazione emessa dal fascio stesso avviene in una fase chiamata letargia e porta alla redistribuzione degli elettroni stessi in "pacchetti" chiamati bunch, che sono distanziati tra loro di una lunghezza d'onda di risonanza. E' proprio su questo effetto, chiamato Self-Amplified Spontaneous

Emission (SASE), che è basato il FEL: un numero enorme di elettroni si auto-organizza per partecipare all'emissione di radiazione in fase tra loro (coerenza) e alla stessa lunghezza d'onda (monocromaticità) con una conseguente crescita esponenziale della potenza emessa.

In una fase successiva, chiamata saturazione, avviene infine l'interruzione del processo, causata dal fatto che gli elettroni hanno convertito in energia elettromagnetica parte della loro energia cinetica iniziale da non poter soddisfare più la condizione di risonanza.

In conclusione, questo sistema permette di produrre radiazione monocromatica coerente a lunghezze d'onda dell'ordine dei raggi X, tuttavia, anche in questo caso, come nel precedente, occorrerà ancora molta ricerca prima di poter prendere in considerazione applicazioni mediche su vasta scala, infatti l'energia dei raggi X è dell'ordine dei keV (20 keV al massimo) e il wiggler ha dimensioni dell'ordine di $10^2 m$.

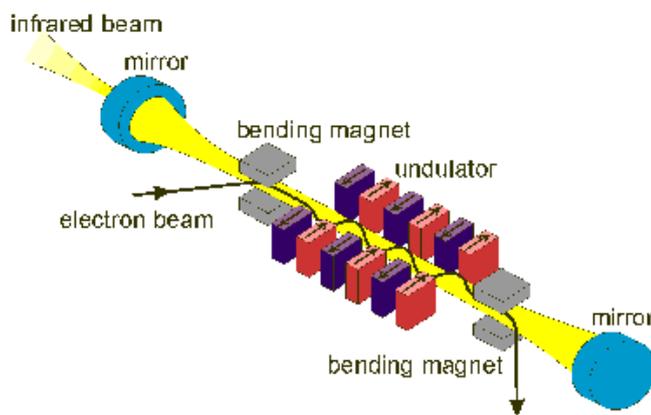


Figura 2.2 Schema di un Free Electron Laser

2.4 Filtri K-Edge

Nel paragrafo 1.2 si è visto come le transizioni degli elettroni più interni all'atomo, a seguito della presenza di una lacuna elettronica causata da un elettrone che è stato espulso, portino all'emissione di radiazione caratteristica. In particolare, consideriamo le shell più interne, chiamate K, L, M e associate rispettivamente al numero quantico principale $n = 1, 2, 3$. Le linee originate da una lacuna che si viene a creare a seguito dell'espulsione di un elettrone nella shell K sono chiamate K_α , K_β e K_γ e corrispondono, rispettivamente, alle transizioni $L \rightarrow K$, $M \rightarrow K$, $N \rightarrow K$, generate da un altro elettrone per colmare la lacuna. Tra queste la linea K_α è la più intensa.

Per scopi medici, della radiazione emessa da tubi a raggi X, si utilizza soprattutto le due componenti quasi-monocromatiche K_α e K_β .

Una delle tecniche usate per rendere monocromatica la radiazione X è il filtraggio del fascio attraverso elementi dotati di K-edge.

Il materiale usato, e quindi anche la sua energia di K-edge, è scelto per attenuare l'intensità del fascio eliminando le componenti energetiche indesiderate.

Il vantaggio di questa tecnica consiste nel ridurre la dose somministrata al paziente migliorando contemporaneamente anche la qualità dell'immagine, inoltre è adatta all'utilizzo ospedaliero.

2.5 Monocromatori di Bragg e HOPG (High Oriented Pyrolytic Graphite) [(4) pag. 63-73]

Nei cristalli gli atomi sono disposti in modo regolare nello spazio così da formare un reticolo periodico, a differenza delle sostanze amorfe dove gli atomi e le molecole sono disposti in maniera casuale. Allora, un'onda elettromagnetica con una lunghezza d'onda opportuna può interagire col reticolo e produrre interferenza, esattamente come la luce visibile quando viene diffratta da un reticolo ottico. Tuttavia, poiché le distanze interatomiche sono tipicamente molto più piccole della lunghezza d'onda della luce visibile (le distanze interatomiche sono dell'ordine di un decimo di nanometro, mentre quelle della luce dell'ordine di un decimo di micron), essa non è adatta a produrre diffrazione, ma bisogna usare i raggi X in quanto più potenti e quindi dotati di lunghezze d'onda minori.

Se un cristallo viene colpito da un fascio di raggi X, essi verranno deviati dai piani del reticolo lungo precise direzioni a seguito della diffrazione.

In particolare la diffrazione è osservata soltanto se vengono soddisfatte le seguenti condizioni:

- l'angolo θ formato dal raggio incidente con i piani paralleli è identico all'angolo del raggio riflesso con gli stessi piani
- la differenza di cammino per i raggi riflessi dai piani successivi (vedi cammino DEF in Figura 2.3) deve essere uguale ad un numero intero di lunghezze d'onda, cioè $DE + EF = n\lambda$, in modo tale che i differenti raggi rimangano in concordanza di fase

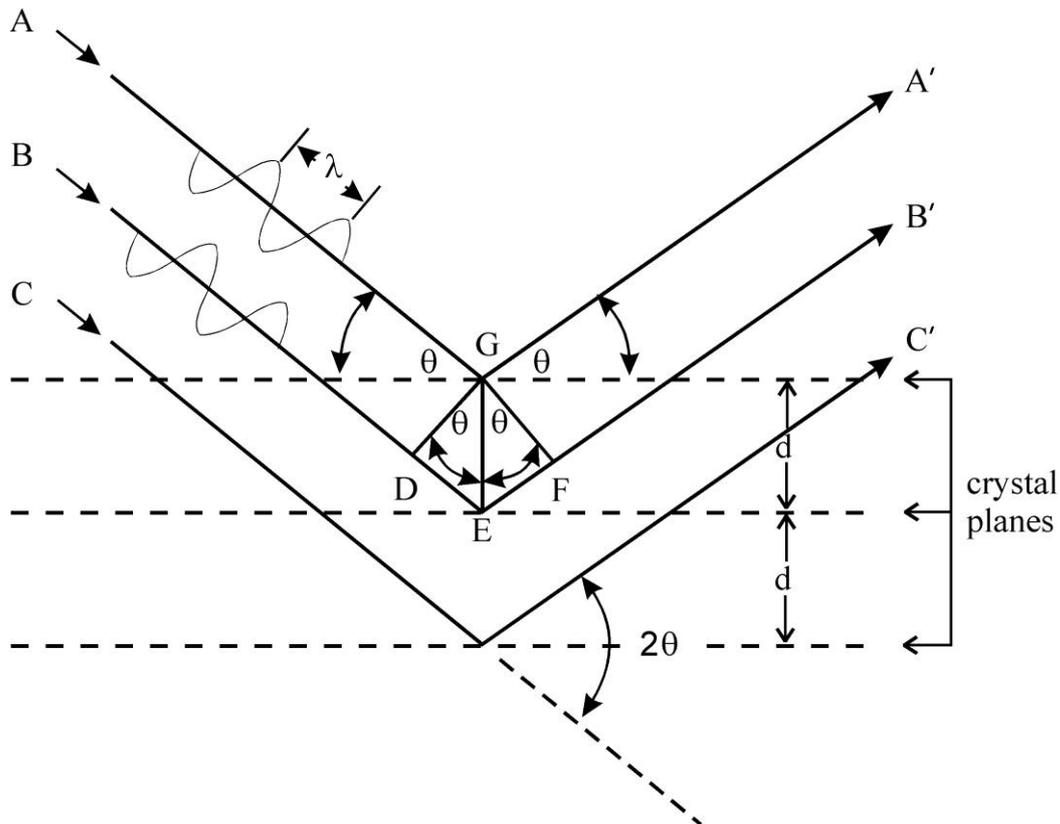


Figura 2.3 *Rappresentazione della legge di Bragg*

Essendo DEG e FEG due triangoli rettangoli, si ottiene che le condizioni per cui si ha interferenza costruttiva del raggio X, per l'angolo θ , sono date dalla famosa legge di Bragg:

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

dove n deve essere un numero intero che è chiamato ordine di diffrazione e d è la distanza fra i piani cristallini.

L'energia dei fotoni è poi espressa dalla legge:

$$E_B = \frac{nhc}{2d \sin \theta}$$

rispetto ai simboli già introdotti, basta aggiungere che h è la costante di Planck e c la velocità della luce.

Considerando il primo ordine di diffrazione, perciò $n = 1$ nella legge di Bragg, abbiamo $\lambda_0 = 2d \sin \theta$ e si ottiene un figura di interferenza con massimo centrale in corrispondenza di λ_0 .

Grazie alla diffrazione di Bragg è possibile selezionare una lunghezza d'onda λ_0 da un fascio policromatico di raggi X facendolo incidere con un determinato angolo θ su

un cristallo (per esempio il silicio) e, di conseguenza, rendere monocromatico il fascio.

Attraverso l'equazione di Laue si può poi conoscere l'intensità del fascio uscente:

$$I = I_0 \frac{e^4}{m^2 c^4} \left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{2}} [1 + \cos^2(2\theta)]$$

dove I_0 è l'intensità della radiazione incidente e R è la distanza tra il centro del cristallo e il rivelatore.

Il pregio di questa tecnica è la grande precisione nel selezionare una lunghezza d'onda, il difetto è di avere una bassa riflettività cioè una bassa fluenza fotonica all'uscita.

Per superare questo problema vengono utilizzati – ancora a livello di ricerca –, per ottenere la diffrazione, cristalli di Grafite Pirolitica Altamente Orientata (HOPG): al prezzo di una minore risoluzione energetica, essi consentono di ottenere dei fasci con un ristretto spettro energetico chiamati “quasi-monocromatici”.

L'HOPG è essenzialmente un cristallo a mosaico di grafite, composto da un substrato sulla cui superficie giacciono dei microblocchi dispersi in maniera altamente orientata e la risoluzione energetica dipende, appunto, dal grado di orientazione dei micro blocchi cristallini dispersi nella grafite. Tali “strati” di microcristalli vengono poi sovrapposti per ottenere uno spessore del bersaglio dell'ordine di alcuni mm ; tale spessore contribuisce interamente alla produzione del fascio quasi-monocromatico aumentandone ulteriormente l'intensità. Vi sono poi tecnologie di accrescimento dei cristalli che consentono - attraverso dei forni con un anello riscaldante che si muove - di ottenere un singolo bulk cristallino con molti piani sovrapposti di cristalli altamente orientati.

La teoria di riferimento per lo studio dei cristalli a mosaico si deve Zachariasen.

Il modello di base è quello del cristallo a mosaico ideale (si veda figura 2.4).

“Il cristallo a mosaico ideale è schematizzato come una popolazione di piccoli blocchi di dimensione microscopica o submicroscopica, dispersi in modo random all'interno di un substrato amorfo. Quando la radiazione investe il cristallo a mosaico, si hanno diversi meccanismi di interazione: il processo di assorbimento per effetto fotoelettrico, o per effetto Compton prende il nome *assorbimento normale*, ed è caratterizzato dal coefficiente di attenuazione lineare normale μ_0 del substrato.

Il processo di interazione caratteristico, invece, è la riflessione del fotone incidente su un singolo microblocco, che avviene per scattering coerente quando la condizione di Bragg è soddisfatta (o quasi soddisfatta). Tale processo, secondo la notazione di Zachariasen, è chiamato estinzione primaria, ed è caratterizzato da un coefficiente di attenuazione aggiuntivo μ_e .” [(4) pagina 64]

(Per una trattazione generale dei coefficienti di attenuazione lineare si veda il prossimo paragrafo).

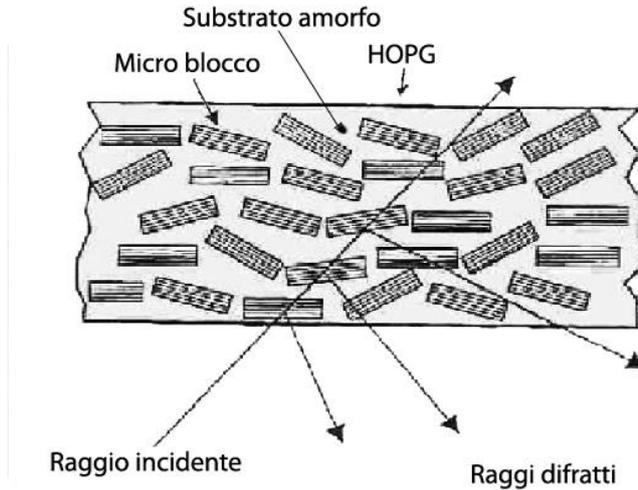


Figura 2.4 Schematizzazione di un cristallo a mosaico ideale. Si possono vedere i raggi incidenti e quelli diffratti dai microblocchi.

Secondo la notazione introdotta da Zachariasen la riflettività integrale R_θ del cristallo è data da:

$$R_\theta = \frac{Q}{2\mu_0}$$

$$Q = r_0^2 \frac{N^2 \lambda^3}{\sin 2\theta_B} |F|^2 \frac{1 + \cos^2(2\theta_B)}{2}$$

dove r_0 è il raggio classico dell'elettrone, λ la lunghezza d'onda della radiazione incidente, F il fattore di struttura del cristallo, θ_B l'angolo di Bragg e N la densità dei microblocchi.

Il modello a mosaico ideale non tiene conto dello spessore del cristallo e questo equivale ad ipotizzare che il libero cammino medio della radiazione nel cristallo sia molto inferiore allo spessore: $T_0 \gg \frac{1}{\mu_0}$, se questa ipotesi non viene soddisfatta diventa necessario introdurre delle correzioni.

Un'altra grandezza importante è il potere riflettente $P(\theta)$, definito come il rapporto tra la potenza diffratta e quella incidente per un angolo di incidenza θ :

$$P(\theta) = W(\theta_B - \theta) \frac{Q}{2\mu_0}$$

Dove W indica la distribuzione angolare dei microblocchi che solitamente è rappresentata da una funzione gaussiana in cui la "larghezza a metà altezza" FWHM è detta mosaic-spread: $FWHM = 2\alpha$, α è il parametro di dispersione della distribuzione angolare che seguono le orientazioni dei blocchi nel cristallo a mosaico.

$$W(\theta_B - \theta) = \frac{1}{\eta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta_B - \theta)^2}{2\eta^2}}$$

$$2\alpha = 2\eta\sqrt{2 \ln 2} = \text{mosaic spread (FWHM of } W)$$

Il valore di picco della riflettività si ha per $P(\theta_B)$:

$$P(\theta_B) = \frac{0,94}{2\alpha} \frac{Q}{2\mu_0}$$

Il potere riflettente $P(\theta)$ e la riflettività integrale R_θ sono collegate dalla relazione:

$$R_\theta = \int P(\theta) d\theta$$

Bisogna anche aggiungere che Q dipende dall'ordine di diffrazione e di conseguenza la riflettività di un cristallo R_θ decresce all'aumentare dell'ordine di diffrazione, questa dipendenza è dovuta in parte al fattore di struttura F del cristallo.

Questo modello ideale ha bisogno di correzioni per essere applicato al caso sperimentale:

- libero cammino medio maggiore dello spessore del cristallo;
- estinzione secondaria, dovuta alla riflessione su più micro blocchi.

La prima condizione, cioè quando lo spessore del cristallo è confrontabile o minore del libero cammino medio della radiazione, modifica la riflettività integrale nel modo seguente:

$$R_\theta = \frac{Q}{2\mu_0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2\mu_0 T_0}{\sin \theta_B}} \right)$$

ovvero aggiungendo un fattore esponenziale che tenga conto dello spessore T_0 del cristallo.

La seconda condizione per micro blocchi altamente orientati modifica la formula del potere riflettente nel seguente modo:

$$P(E, \theta) = \frac{(WQ + \mu_0) - \sqrt{(WQ + \mu_0)^2 - W^2 Q^2}}{WQ}$$

Infine la teoria di Zachariasen per il caso generale, che tiene conto di entrambe le condizioni, cioè del cristallo a spessore finito con estinzione secondaria, prevede per il potere riflettente la seguente espressione:

$$P(E, \theta) = \frac{(WQ + \mu_0) - \sqrt{(WQ + \mu_0)^2 - W^2 Q^2}}{WQ} \cdot \left[1 - \frac{U \sin \theta e^{-UT_0}}{(WQ + \mu_0) \sin h(UT_0) + U \sin \theta \cos h(UT_0)} \right]$$

dove

$$U = \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{(WQ + \mu_0)^2 - W^2 Q^2}$$

Nell'equazione, che può essere assunta per descrivere il cristallo HOPG di un monocromatore, si notano due termini: il primo tiene conto dell'estinzione secondaria, il secondo, che tende a 1 per $UT_0 \gg 1$, tiene conto dello spessore del cristallo.

La conoscenza della riflettività del cristallo in funzione dell'energia incidente e dell'angolo di diffrazione, permette di calcolare lo spettro del fascio diffratto dal cristallo.

Per un fascio incidente policromatico avente spettro energetico $S_{in}(E, \theta)$ che incide con angolo θ su un cristallo avente potere riflettente $P(E, \theta)$, lo spettro del fascio diffratto può essere scritto come il prodotto dei due:

$$S_{diff}(E, \theta) = S_{in}(E, \theta) \cdot P(E, \theta)$$

“per spettro energetico dei fasci incidente e diffratto intenderemo qui il numero di fotoni per unità di superficie e di tempo, aventi energie nell'intervallo compreso tra E ed $E + dE$, e lo esprimeremo in [fotoni·cm⁻²·sec⁻¹·eV⁻¹].

Allora l'intensità integrale del fascio diffratto, o fluenza fotonica diffratta, sarà espressa in [fotoni·cm⁻²·sec⁻¹]”, secondo l'equazione:

[(4) pag. 68,69]

$$I_{diff}(\theta) = \int S_{in}(E, \theta) \cdot P(E, \theta) dE$$

La tecnica esposta in questo paragrafo permette di produrre raggi X quasi-monocromatici utilizzando come sorgenti policromatiche i tubi radiologici convenzionali, perciò, in conclusione, si può affermare che, presi in considerazione i costi e le dimensioni dell'apparato, questa soluzione sia la più praticabile, tra quelle esposte in questo capito, nella pratica ospedaliera.

Per quanto riguarda ai difetti bisogna però sottolineare quello legato alla bassa fluensa fotonica che è fino a 16 volte più bassa rispetto al fascio policromatico.

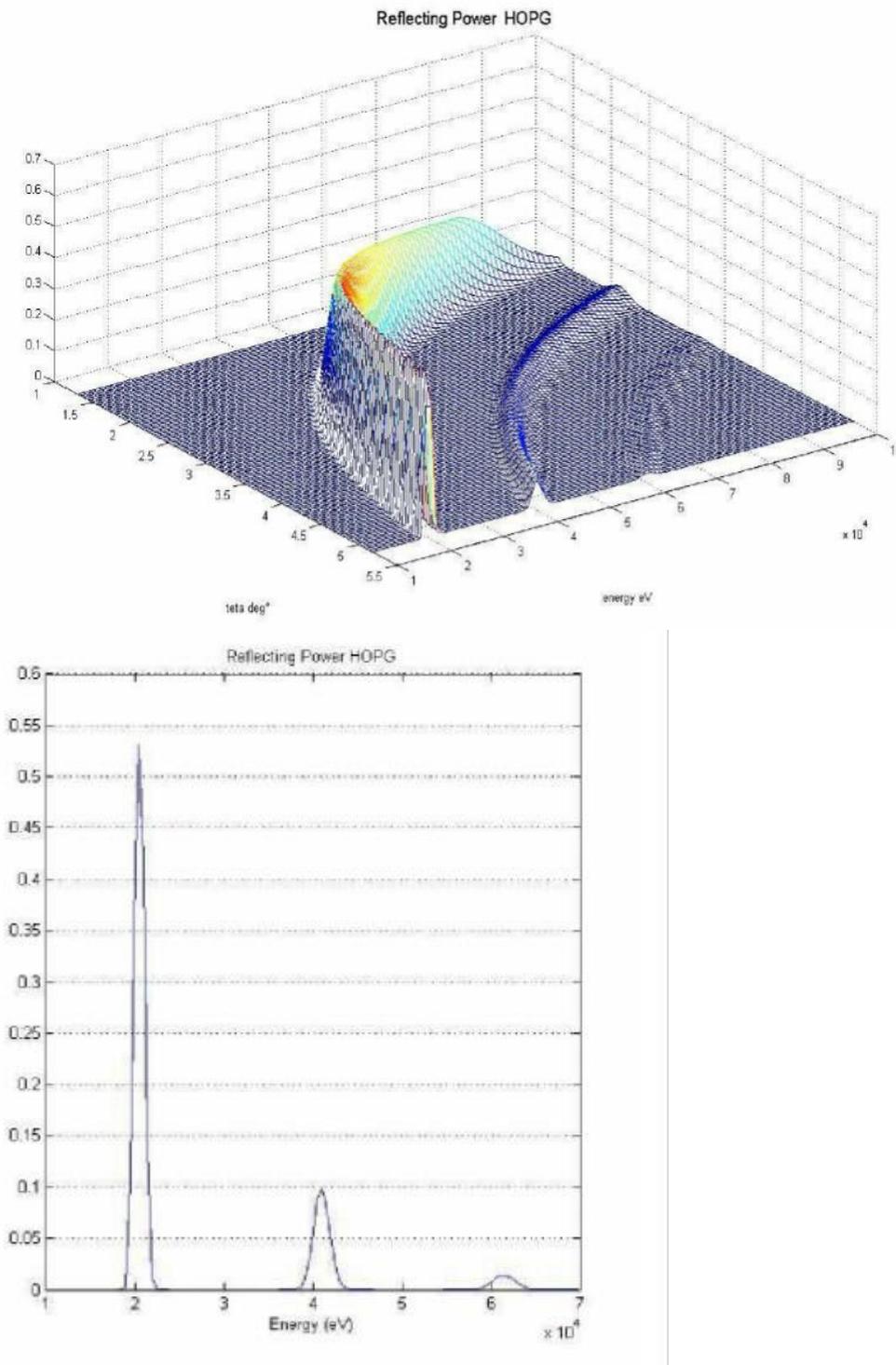


Figura 2.5 In alto, un esempio di calcolo del potere riflettente per un cristallo di HOPG, secondo il modello generale di Zachariasen.

In basso, un grafico della riflettività ad angolo di incidenza fissato (5°) fino al terzo ordine di diffrazione.

[(4) pag. 70]

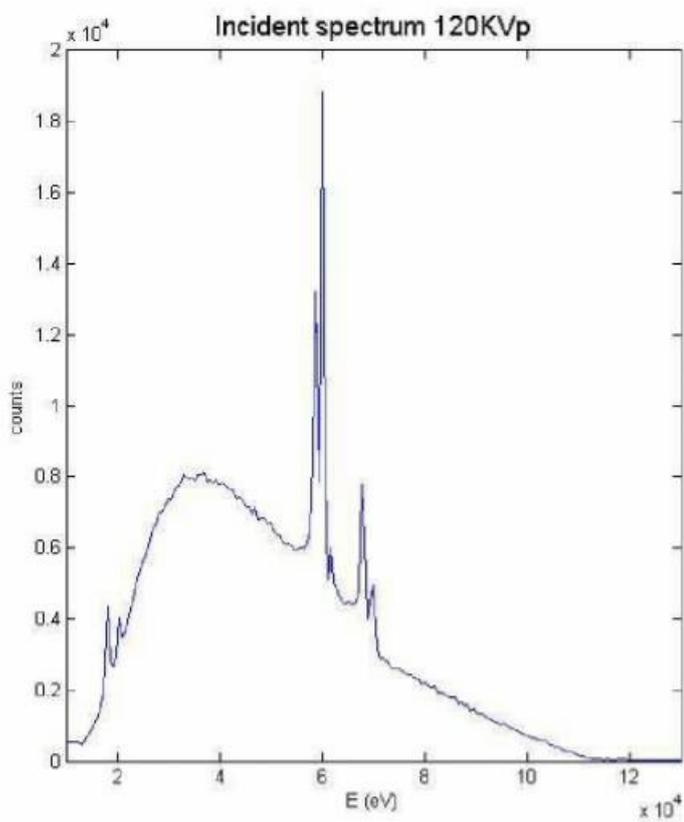
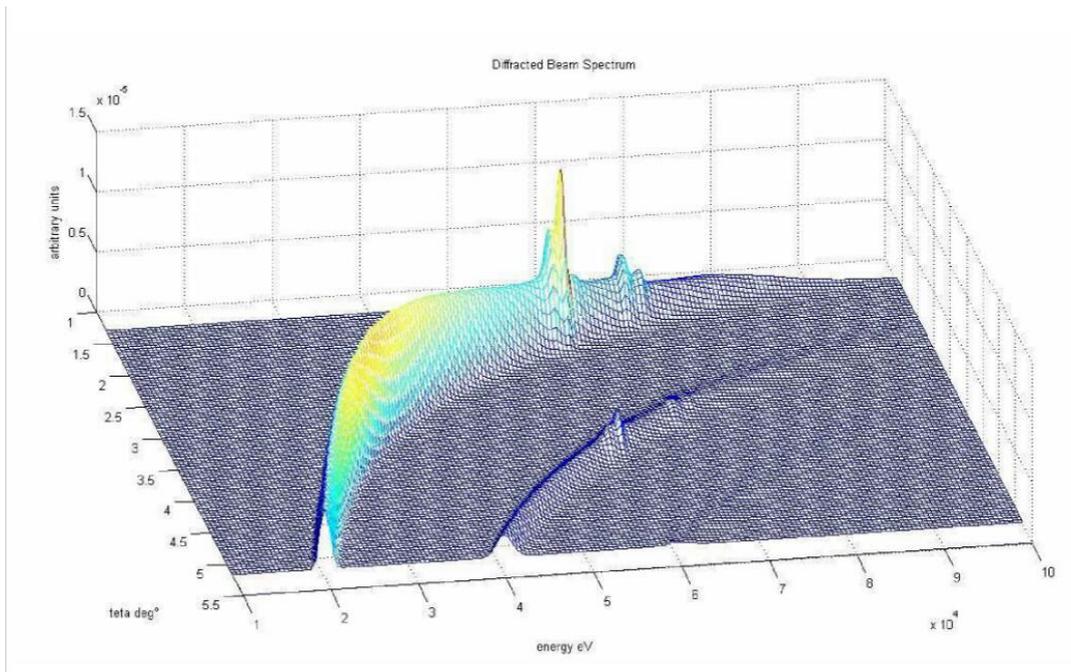


Figura 2.6 In alto, un esempio dello spettro diffratto calcolato con il modello generale di Zachariasen.
 In basso, il relativo spettro incidente a 120 kVp.
 [(4) pag. 71]

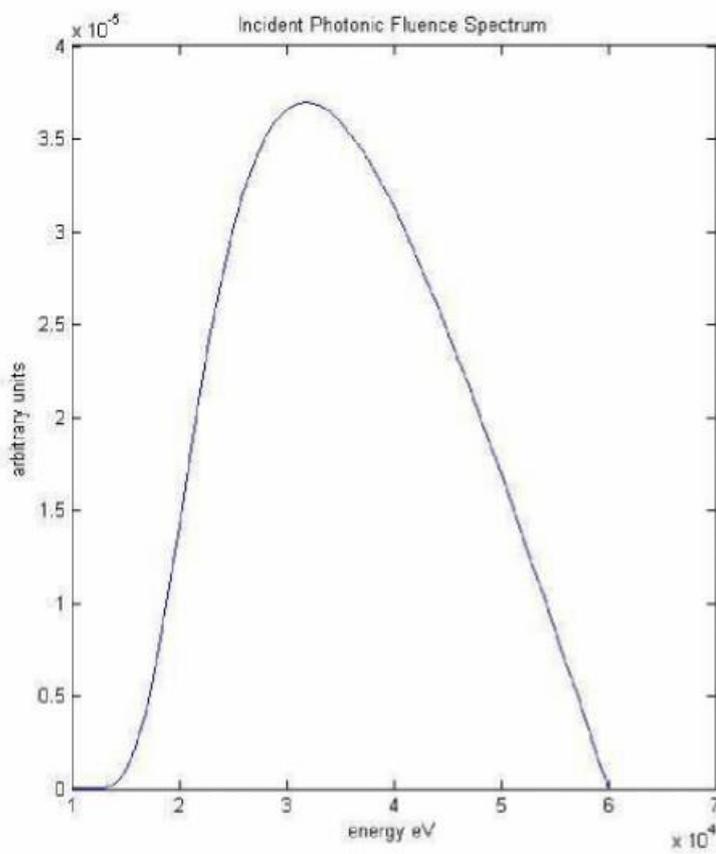
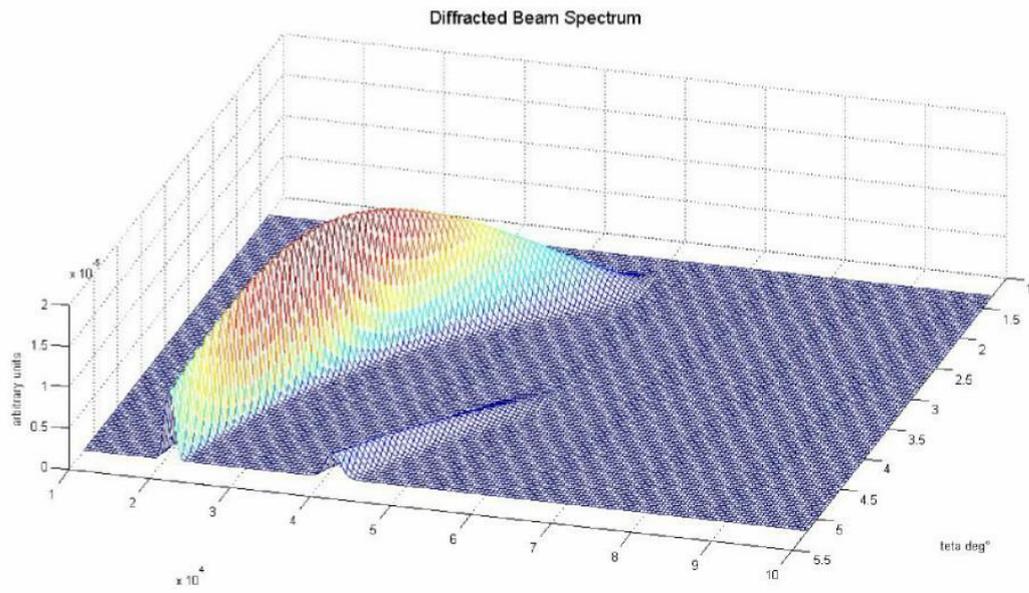


Figura 2.7 In alto, spettro diffratto calcolato con modello generale di Zachariasen, per spettro incidente a 60 kVp , in basso.
 [(4) pag. 72]

2.6 Coefficiente di attenuazione

Lo studio dei coefficienti di attenuazione è di fondamentale importanza nell'imaging medico poiché un'immagine radiologica è il risultato dell'attenuazione prodotta dai fotoni uscenti dal corpo del paziente dopo aver interagito con esso.

In effetti, ciò che si misura nella radiologia medica è proprio il numero di fotoni che attraversano i tessuti biologici, ovvero l'intensità luminosa trasmessa.

Si sarebbe potuto inserire questo argomento nel Capitolo 1 all'interno della trattazione dell'interazione tra i raggi X e la materia, poiché è strettamente legato all'effetto fotoelettrico, allo scattering di Compton e a quello di Rayleigh. Il motivo per cui si è deciso di affrontarlo in questa sede è che nella trattazione seguente supporremo di avere sempre a che fare con raggi X monocromatici o quasi-monocromatici.

L'attenuazione è prodotta dall'interazione del fascio con la materia proprio attraverso gli effetti menzionati. Ciò che accade in questa interazione è che i fotoni meno energetici vengono rimossi dal fascio perché assorbiti o perché deviati, tuttavia l'energia dei fotoni restanti rimane invariata.

L'attenuazione per un fascio monocromatico è data da una legge alla "Lambert-Beer" (si veda Figura 2.8):

$$I(x) = I_0 e^{-\mu_l x}$$

dove I è l'intensità del fascio uscente trasmesso dal campione, I_0 l'intensità del fascio monocromatico incidente, x lo spessore del campione, μ_l è il coefficiente di assorbimento o di attenuazione lineare, dipendente dalla densità ρ del campione, da Z il numero atomico dell'elemento colpito e da E_0 l'energia del fascio incidente.

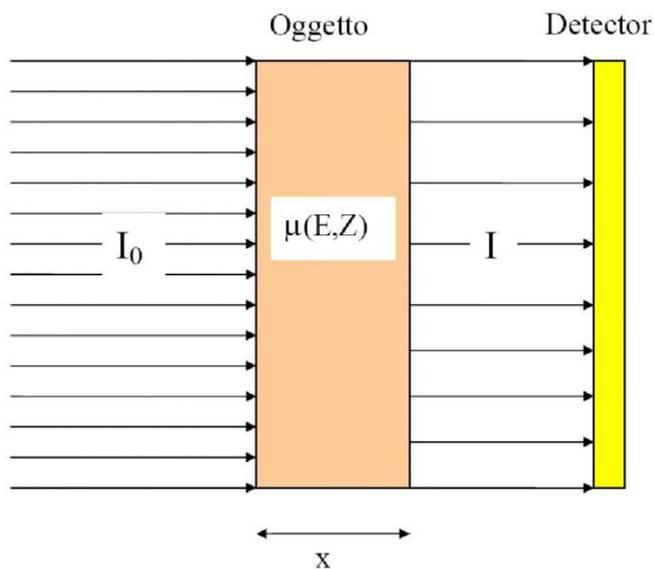


Figura 2.8 Rappresentazione schematica delle Legge di Lambert-Beer

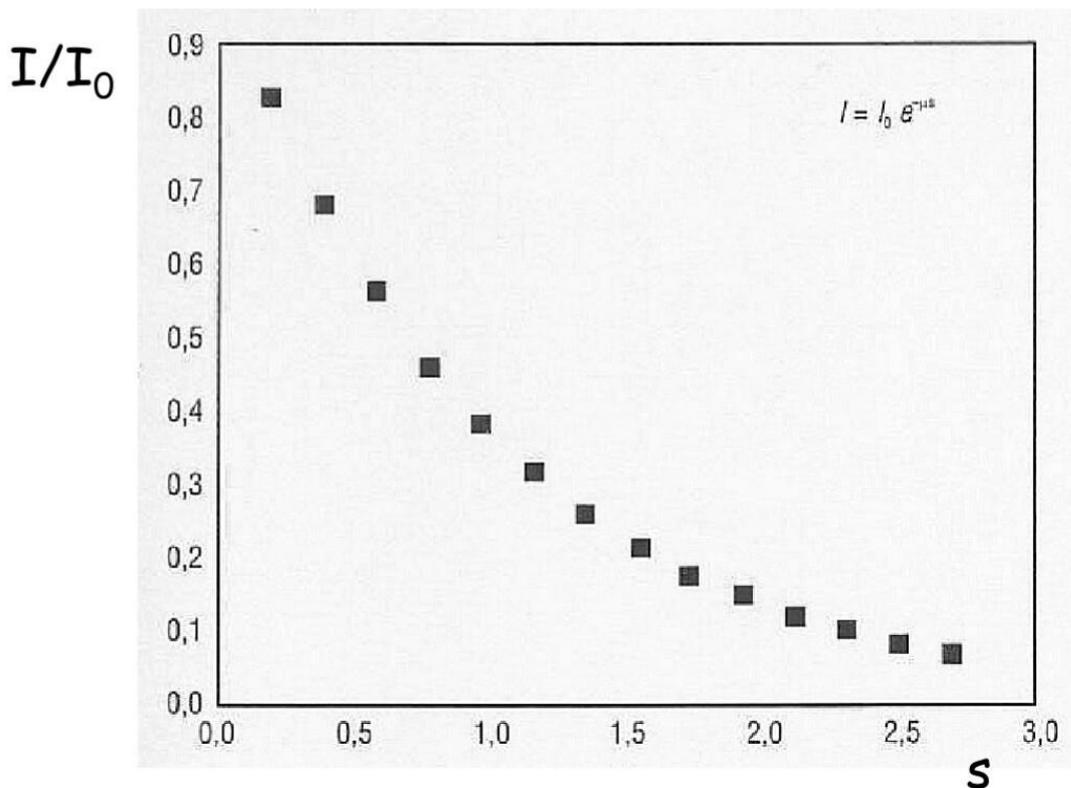


Figura 2.9 Grafico dell'assorbimento dei raggi X nella materia in funzione dello spessore s del campione

Si definisce la trasmissione T del fascio come:

$$T(E) = \frac{I(x)}{I_0} = e^{-\int_0^x \mu_l(E, x') dx'}$$

dove E è l'energia del fascio monocromatico incidente.

“Notare che essendo il coefficiente di attenuazione lineare funzione, non solo di E , ma anche della posizione lungo la coordinata x , esso può variare da punto a punto, in quanto lungo x possono cambiare il tipo di materiale e il suo stato fisico”. (5)

Siccome, quindi, il coefficiente μ_l è funzione dell'energia dei fotoni incidenti, delle proprietà atomiche dell'elemento interagente e dello stato fisico dello stesso, si può esplicitare tale dipendenza esprimendo μ_l in funzione di μ_a , coefficiente di attenuazione atomico, dipendente dalle sole proprietà atomiche e dall'energia del fotone incidente

$$\mu_l = \frac{\rho N_A}{A} \mu_a$$

“Il coefficiente di attenuazione atomico μ_a ha le dimensioni di una sezione d’urto microscopica $[\frac{cm^2}{atomo}]$ ed indica la probabilità di interazione tra un fotone, attraversante una superficie unitaria contenente un solo atomo, e quest’ultimo”. (5)

Come già ricordato, per i raggi X, tre sono le interazioni principali con la materia:

- effetto fotoelettrico (assorbimento)
- scattering incoerente o Compton
- scattering coerente o Rayleigh

(Ai fini di questa trattazione, la produzione di coppie non ha utilità)

La sezione d’urto atomica è quindi la somma delle sezioni d’urto atomiche dei singoli effetti. Si ha perciò:

$$\mu_a = \tau_a + \sigma_a^C + \sigma_a^R$$

dove il primo termine è legato all’effetto fotoelettrico di assorbimento, il secondo allo scattering di Compton e il terzo allo scattering di Thomson-Rayleigh.

Può essere utile anche eliminare la dipendenza dalla densità ρ , utilizzando il coefficiente di attenuazione di massa $\frac{\mu_l}{\rho}$ in quanto quello lineare μ_l può variare significativamente in funzione di ρ , anche per lo stesso materiale.

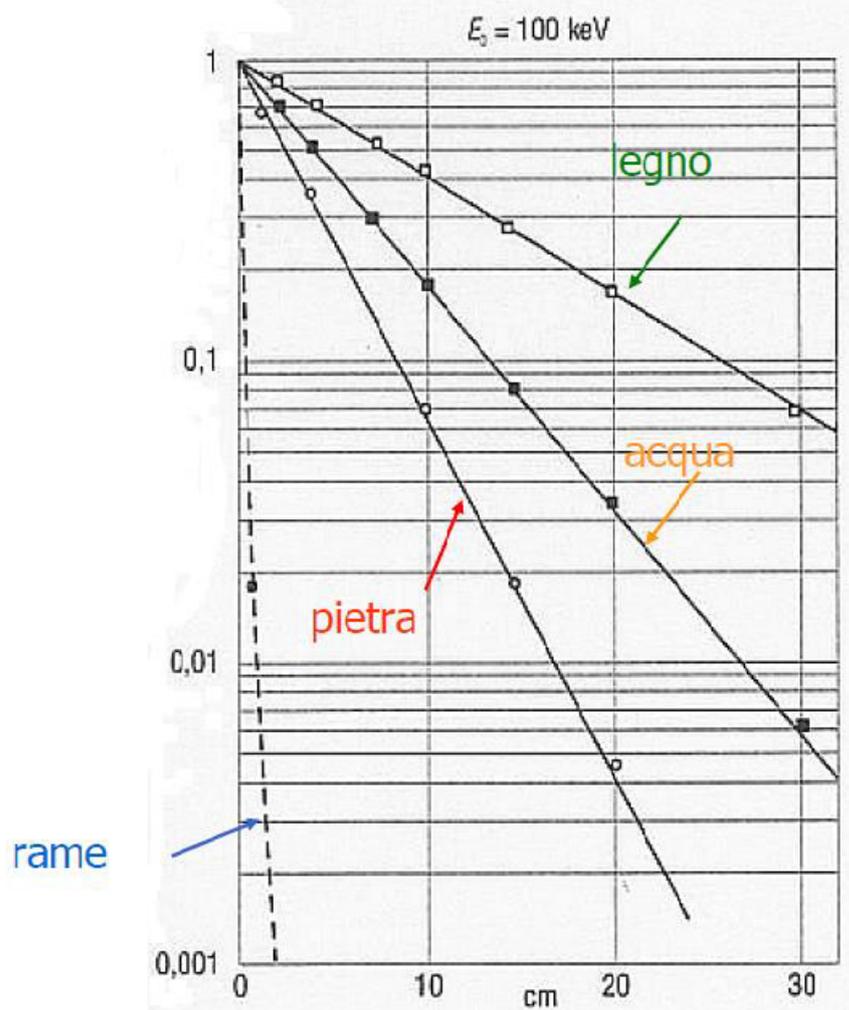


Figura 2.10 Coefficiente di assorbimento lineare per diversi materiali

Capitolo 3

APPLICAZIONI MEDICHE

3.1 Evoluzione della radiografia

Nel Capitolo 1 si è visto come la radiografia sia nata nel 1895 con la scoperta dei raggi X, da parte del fisico Wilhelm Conrad Röntgen. Fin da subito ci si rese conto che i raggi X potevano fornire informazioni sulla struttura interna dei corpi e venne naturale applicare tale tecnica in campo medico.

Le prime radiografie erano molto simili a quella che fece Röntgen alla mano della moglie: il fascio di raggi X, dopo avere attraversato il corpo del paziente, impressiona una lastra fotografica e si ottiene così l'immagine radiografica.

Le zone chiare sulla lastra radiografica corrispondono a un minor numero di raggi X che hanno impressionato la lastra, poiché nell'attraversare i tessuti del paziente questi raggi X hanno incontrato tessuti molto densi con alto coefficiente di assorbimento che hanno indebolito il fascio.

Le zone scure invece corrispondono a un maggior numero di raggi X che hanno impressionato la lastra, poiché i fotoni X hanno incontrato tessuti molli con basso coefficiente di assorbimento.

Con riferimento a Figura 3.1, si può osservare come le zone chiare corrispondano alle ossa e quelle scure a tessuti molli.



Figura 3.1 Esempio di radiografia

Poi, con il progredire della tecnologia e con l'avvento dei computer, è stato possibile passare alla radiografia digitale dove si è sostituita la lastra fotografica con un rivelatore digitale. I dati raccolti vengono poi elaborati da un computer, per mezzo di algoritmi matematici, ed "ogni pixel dell'immagine così ottenuta contiene un numero proporzionale al segnale prodotto dai raggi X nel rivelatore". (5)

3.2 Tomografia assiale computerizzata (TAC) (5)

3.2.1 Introduzione

La tomografia (dal greco *tómos* che significa sezione) è una tecnica di imaging che permette di "tagliare" in maniera virtuale l'oggetto da esaminare e di visualizzarne solo una sezione (comunemente detta "slice").

Il termine tomografia si riferisce quindi alla possibilità di ottenere immagini di sezioni trasversali di un oggetto attraverso i dati di trasmissione o riflessione ottenuti irradiando l'oggetto con raggi X da molte direzioni diverse.

La tomografia è, pertanto, una tecnica non invasiva con la quale si ottiene una mappa puntuale del coefficiente di attenuazione in una sezione trasversale dell'oggetto.

La differenza tra radiografia e tomografia sta nel fatto che la radiografia è una immagine bidimensionale di un oggetto tridimensionale nella quale l'informazione sulla profondità viene perduta (si veda Figura 3.2), nella tomografia invece potendo visualizzare slice diverse dell'oggetto si riesce a conservare l'informazione sulla profondità.

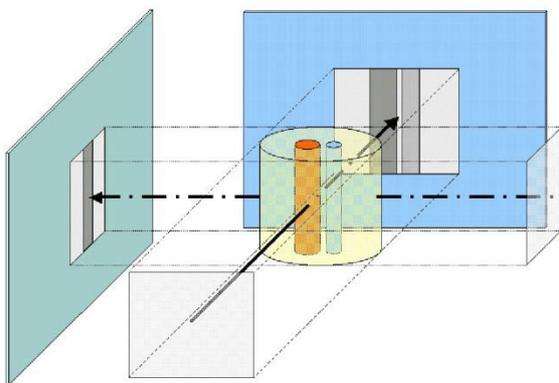


Figura 3.2 Due radiografie (o meglio, proiezioni) di un cilindro contenente 2 cilindri più piccoli di materiale diverso, prese in direzioni perpendicolari, mostrano come alcuni dettagli non siano visibili in una di esse. Molti piani sono sovrapposti nell'immagine. Mentre le dimensioni laterali dell'oggetto, cioè quelle perpendicolari alla direzione della propagazione della radiazione, sono conservate nella radiografia, l'informazione sulla profondità viene perduta.

(5)

In sostanza, quindi, l'imaging tomografico è basato sulla ricostruzione di un'immagine a partire dalle sue proiezioni dove, tecnicamente, per proiezione ad un dato angolo si intende l'integrale dell'immagine nella direzione specificata da quell'angolo.

3.2.2 Nascita e sviluppo tecnologico della TAC

La tomografia assiale computerizzata nasce dall'idea dell'ingegnere inglese Godfrey Hounsfield, che lavorava presso i Laboratori di ricerca della ditta EMI (Electric and Musical Industries). Nel 1967, infatti, l'ingegnere si rese conto che effettuando la scansione di un oggetto con un fascio collimato di raggi X e prendendo misure di assorbimento a tutti gli angoli, si possono ottenere informazioni sufficienti per ricostruire l'immagine della slice attraverso la quale sono passati i raggi.

“Il primo prototipo, realizzato nel 1967, utilizzava una sorgente di Americio 60 e, come rivelatore, un singolo tubo fotomoltiplicatore, accoppiato ad uno scintillatore di NaI(Tl). A causa del flusso limitato di fotoni, furono necessari nove giorni per acquisire tutti i dati necessari per ricostruire l'immagine di una slice, mentre il tempo di ricostruzione fu di 2.5 ore. Hounsfield utilizzò una tecnica di ricostruzione algebrica iterativa. L'immagine ricostruita da Hounsfield era una matrice di dimensioni 80x80, per un totale di 6400 variabili. Le misure di assorbimento prese con il rivelatore erano in totale 28000 (160 misure puntuali x 180 angoli)”. (5)

Allora, per diminuire i tempi di scansione, Hounsfield sostituì la sorgente gamma con un tubo a raggi X e costruì il prototipo mostrato in Figura 3.3, nel quale i tempi di scansione furono ridotti a nove ore e la qualità delle immagini migliorata notevolmente.

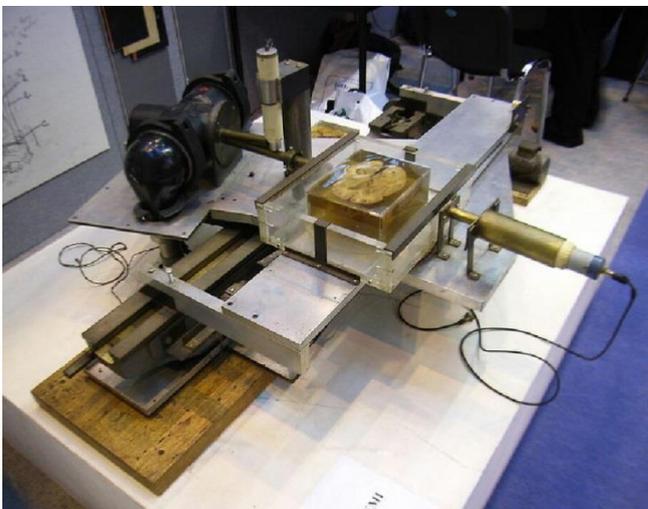


Figura 3.3 Prototipo di tomografo costruito da Godfrey Hounsfield (5)

Successivamente furono apportate ulteriori migliorie, fino a giungere al primo tomografo per uso clinico (EMI Mark I scanner), realizzato ed installato presso l'Atkinsons Morley's Hospital di Wimbledon di Londra. Il tempo di scansione era stato ridotto a 4 minuti e la testa del paziente sul lettino veniva posizionata al centro del gantry, si veda Figura 3.4.

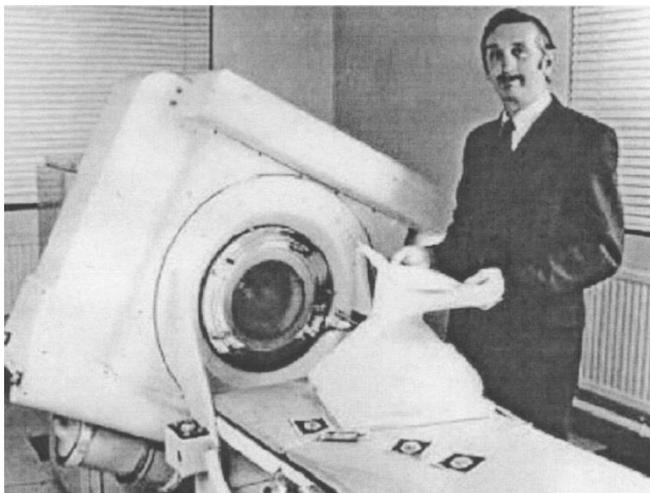


Figura 3.4 Primo tomografo ad uso clinico
(5)

“Nel 1979 ad Hounsfield venne conferito il Premio Nobel per la Medicina, che condivise con il fisico americano di origine sudafricana Allan Cormack.

Cormack, nato a Johannesburg nel 1924, per un certo numero di anni fu professore di Fisica presso l'Università di Città del Capo, poi nel 1957 si trasferì negli Stati Uniti, alla Tufts University di Medford (Massachusetts).

Sebbene il suo interesse principale fosse la fisica delle particelle, Cormack si occupò anche di tecnologia dei raggi X. In particolare rifletté sull'inefficacia dell'uso, a scopo diagnostico, di un singolo fascio di raggi X: l'assorbimento delle radiazioni da parte di materiali densi, come l'osso, spesso oscurava i tessuti che i radiologi cercavano di osservare.

Cormack si rese conto che l'impiego di più fasci di radiazioni, proiettati attraverso il corpo secondo angoli diversi, ma su un unico piano, avrebbe fornito un'immagine migliore delle strutture interne. Ricavò quindi le equazioni matematiche necessarie per convertire le misure multiple ottenute in un'immagine, che si potesse rappresentare come sezione trasversale.

Dopo alcuni esperimenti, Cormack pubblicò due articoli sul “Journal of Applied Physics”, nel 1963 e nel 1964. Per una decina d'anni gli articoli non ricevettero alcuna attenzione. Infatti, i fisici non riconobbero l'importanza dei risultati di Cormack e i radiologi non li lessero affatto, dato che erano stati pubblicati su una rivista di Fisica”. (5)

Nel corso del tempo il sistema tomografico ha subito un'evoluzione continua nel tentativo di ridurre i tempi del processo di acquisizione con il vantaggio di ridurre così anche la dose di radiazione assorbita dal paziente e l'effetto dei movimenti.

Nei tomografi di prima generazione, sia la sorgente che il rivelatore traslano insieme e poi il tutto ruota per acquisire successive proiezioni ad angoli diversi, per un esempio si veda la Figura 3.5

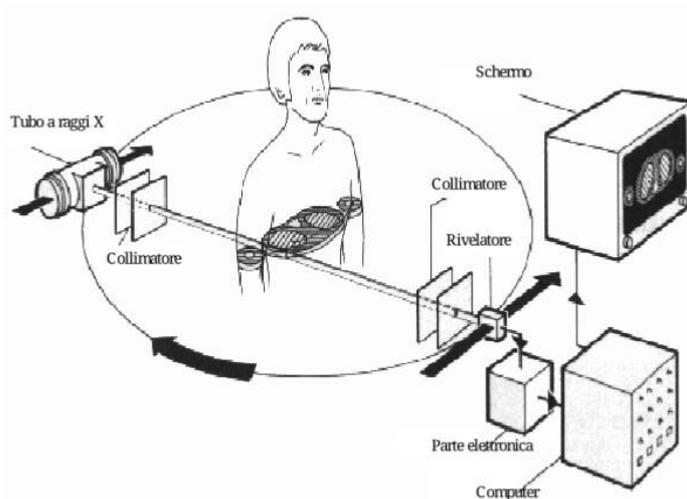


Figura 3.5 Schema di un tomografo di prima generazione
(5)

La novità aggiunta dai tomografi di seconda generazione è l'utilizzo di molti rivelatori e di un fascio a ventaglio, in questo modo i tempi sono ridotti perché occorrono meno passaggi, si veda Figura 3.6.

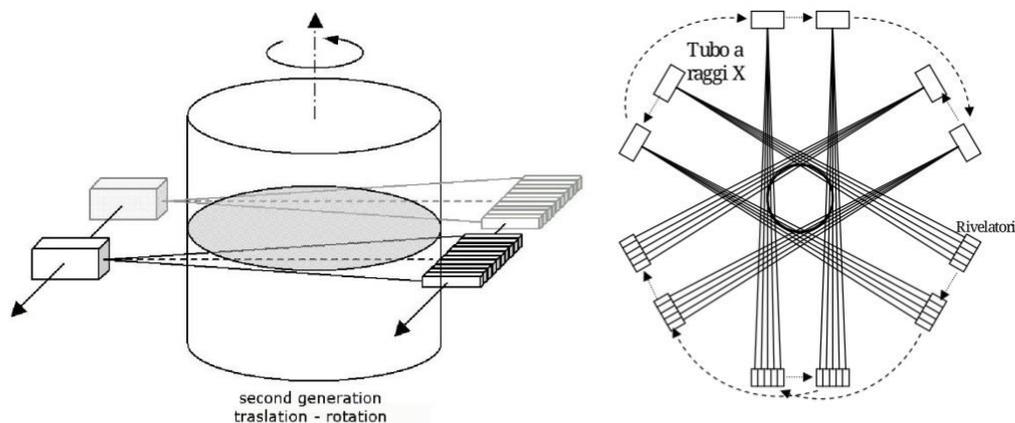


Figura 3.6 Schema di un tomografo di seconda generazione visto da due diverse prospettive
(5)

“Allo scopo di ridurre i tempi di acquisizione, negli scanner di seconda generazione viene usato un array di N rivelatori. Poiché ogni rivelatore vede il tubo a raggi X ad un diverso angolo, una singola traslazione produce N proiezioni. Quindi il sistema può ruotare di N° anziché di 1° e il tempo di scansione viene quindi ridotto di un fattore N ”. (5)

In quelli di terza generazione, il set di rivelatori è abbastanza lungo da coprire tutto il corpo con fascio a ventaglio ed il sistema ruota, in questo modo si può ridurre la dose perché per ogni angolo si ha una sola scansione, Figura 3.7. A differenza della seconda generazione, abbiamo soltanto la rotazione.

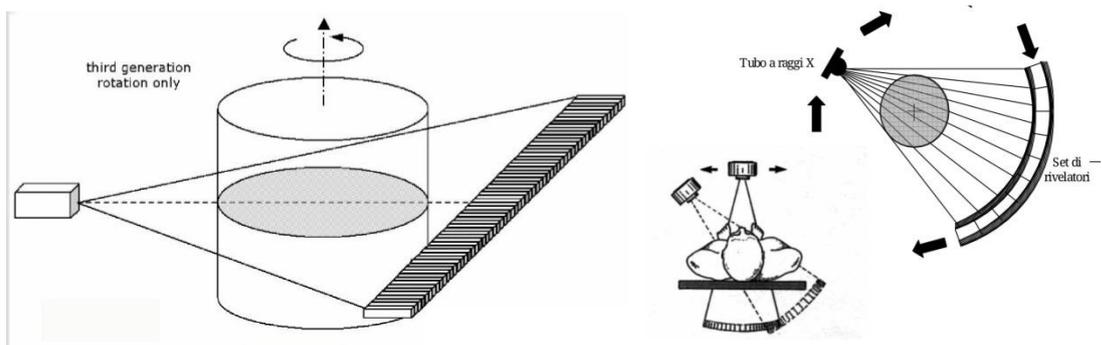


Figura 3.7 Schema di un tomografo di terza generazione visto da due diverse prospettive (5)

“Gli scanner di quarta generazione, detti TC a spirale o elicoidale, eliminano il movimento del rivelatore. I rivelatori formano un anello che circonda il paziente, attorno al quale ruota soltanto la sorgente di raggi X. Rotazione e traslazione vengono effettuate contemporaneamente”, si veda in merito Figura 3.8.

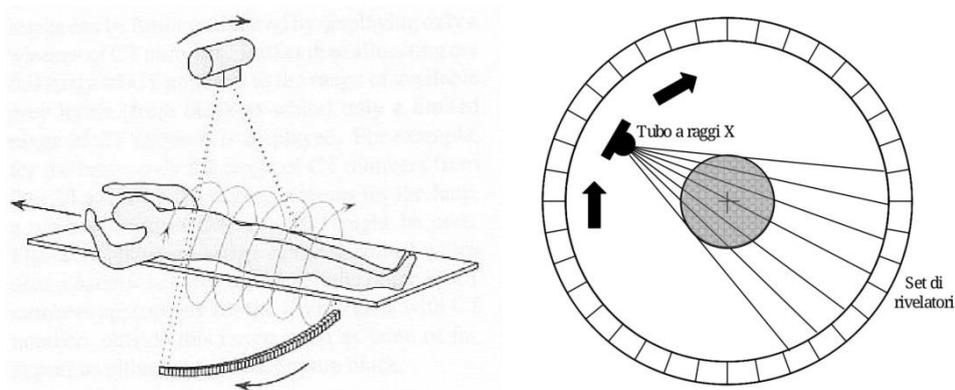


Figura 3.8 Schema di un tomografo di quarta generazione visto da due diverse prospettive (5)

Infine negli scanner di quinta generazione “gli elettroni vengono prodotti, accelerati, focalizzati, deflessi e fatti incidere su un arco di materiale fotoemettitore. Un rivelatore ad arco copre un angolo di 120° . Si hanno così tante sorgenti che coprono angoli diversi in un tempo tanto breve (frazioni di secondo), che è possibile “congelare” il battito cardiaco”. (5)

Schema in Figura 3.9 . In realtà tali tomografi a “fascio elettronico rotante” non sono mai entrati nel mercato per il loro costo eccessivo (ci risulta ne sia stato prodotto un solo prototipo alla fine degli anni 90).

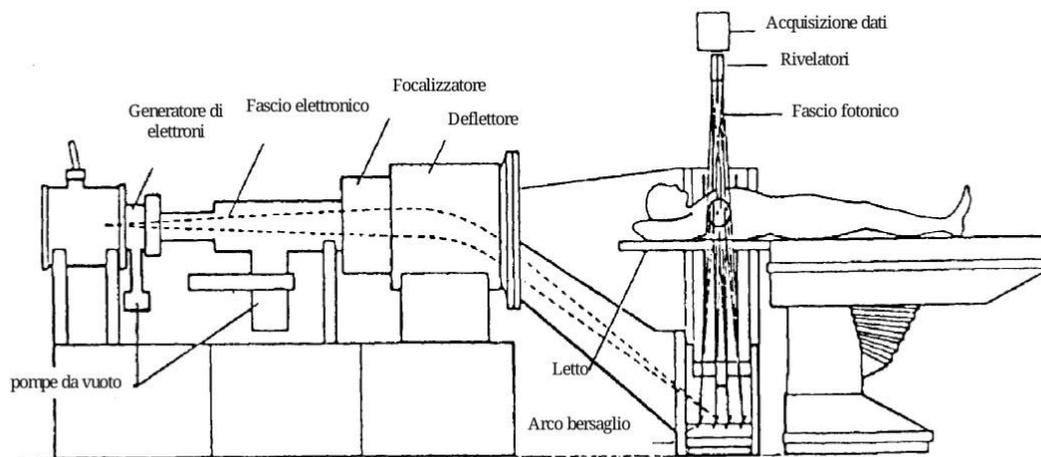


Figura 3.9 Schema di un tomografo di quinta generazione (5)

3.2.3 Processo di misura e la ricostruzione dell'immagine

L'immagine che viene prodotta da uno scanner CT è un'immagine digitale che consiste in una matrice quadrata di pixels (picture elements), ogni pixel dell'immagine rappresenta un voxel, cioè un elemento di volume, di tessuto nel paziente. Un esempio è mostrato in Figura 3.10.

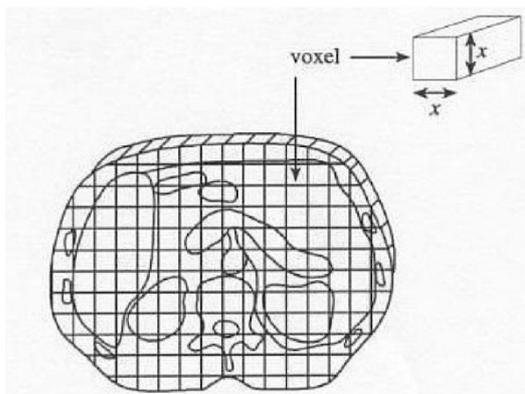


Figura 3.10 Esempio di immagine digitale, ad ogni pixel è associato un voxel (5)

Come già detto in precedenza, se il fascio di raggi X è un fascio monocromatico con intensità I_0 , allora l'intensità I_1 trasmessa attraverso un piccolo volume di tessuto del paziente di spessore x e coefficiente di attenuazione μ_1 è data dalla legge di Lambert-Beer:

$$I_1 = I_0 e^{-\mu_1 x}$$

Quindi, nel passare da un lato del paziente all'altro, il fascio sarà attenuato da tutti i voxel che attraversa (Figura 3.11 e Figura 3.12), avremo:

$$I = I_0 e^{-x \sum_{i=1}^n \mu_i}$$

da cui otteniamo:

$$\ln \frac{I_0}{I} = x \sum_{i=1}^n \mu_i$$

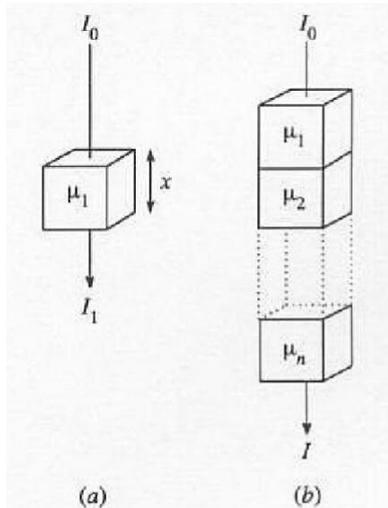


Figura 3.11 L'immagine (a) rappresenta l'attenuazione dovuta al singolo voxel, l'immagine (b) rappresenta l'attenuazione dovuta all'insieme dei voxel
 (5)

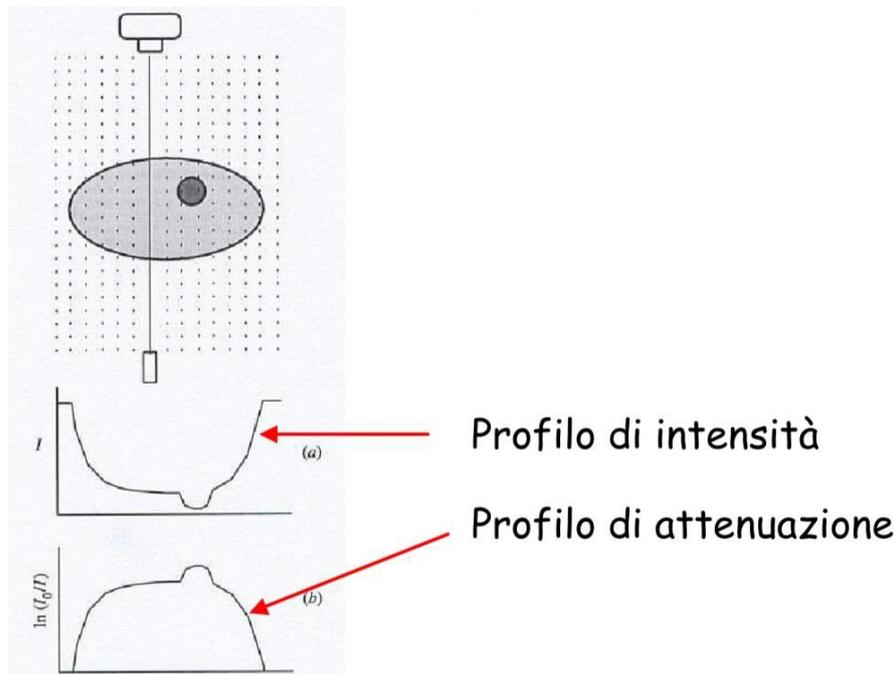


Figura 3.12 L'immagine (a) rappresenta il profilo di intensità dei raggi X trasmessi, ad una alta intensità corrisponde, nella figura (b), una bassa attenuazione, e viceversa (5)

“Consideriamo, ad esempio, un'immagine CT formata da 512x512 pixels, ovvero una matrice quadrata di 262144 pixels. Il processo di ricostruzione dell'immagine deve calcolare il valore del coefficiente di attenuazione μ_i in ciascuno dei 262144 voxels corrispondenti a questi pixels.

Un possibile metodo (con la geometria pencil beam, cioè l'uso di un fascio fortemente collimato) è quello di effettuare 262144 misure di attenuazione (ovvero 512 proiezioni, ciascuna contenente 512 misure puntuali), in modo da ottenere 262144 equazioni, che possono poi venire risolte. Tuttavia tale metodo non è praticabile per il fatto che le misure di attenuazione contengono errori statistici che possono rendere le equazioni inconsistenti.

Il metodo comunemente utilizzato per la ricostruzione delle immagini negli scanner CT è la cosiddetta **retroproiezione filtrata**.

La matematica nascosta dietro questa tecnica di ricostruzione risale al 1917 e si deve al matematico austriaco Radon, che riuscì a risolvere il problema della ricostruzione di un oggetto a partire dalle sue proiezioni (è possibile ricostruire i valori di una funzione $f(x, y)$ conoscendo i valori dei suoi integrali su tutte le rette del piano).

La teoria di Radon però non aveva ricevuto particolare attenzione fra gli addetti ai lavori, finché fu riscoperta negli anni Sessanta dal fisico Cormack, che in questo modo riuscì a risolvere le difficoltà di carattere matematico incontrate nel tentativo di realizzare le sue intuizioni sulla tomografia”. (5)

Con riferimento alla Figura 3.13 , si consideri la funzione $f(x, y)$ che rappresenta la distribuzione bidimensionale del coefficiente di attenuazione in una slice dell'oggetto

considerato. Un integrale di linea di $f(x, y)$ rappresenta quindi l'attenuazione totale subita da un fascio collimato di raggi X quando attraversa l'oggetto.

$$I = I_0 e^{-\int_L \mu(x,y) ds}$$

Ogni integrale di linea è poi descritto dai parametri (θ, t) :

$$P_\theta(t) = \int_{(\theta,t)line} f(x, y) ds \Rightarrow \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \int_L \mu(x, y) ds$$

dove la funzione $P_\theta(t)$ è chiamata trasformata di Radon della funzione $f(x, y)$. Una proiezione quindi è costituita da un insieme di integrali di linea.

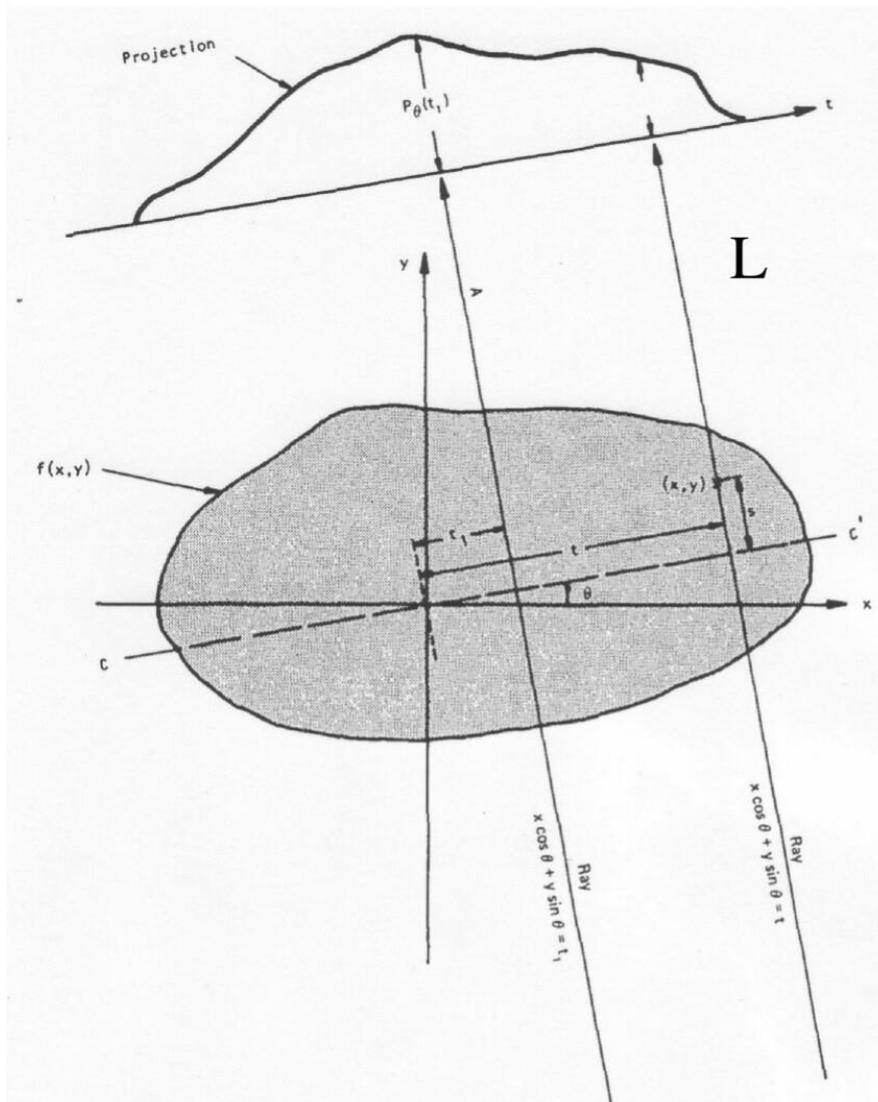


Figura 3.13 Rappresentazione della trasformata di Radon della funzione $f(x, y)$ che rappresenta la distribuzione bidimensionale del coefficiente di attenuazione

(5)

Un tipo di proiezione semplice è quella che si ottiene utilizzando raggi paralleli, da qua il nome “parallel beam projection”, ed è data da $P_\theta(t)$ con angolo θ costante. L’insieme delle proiezioni si ottengono poi misurando un insieme di raggi paralleli per un certo numero di angoli diversi, un esempio in Figura 3.14.

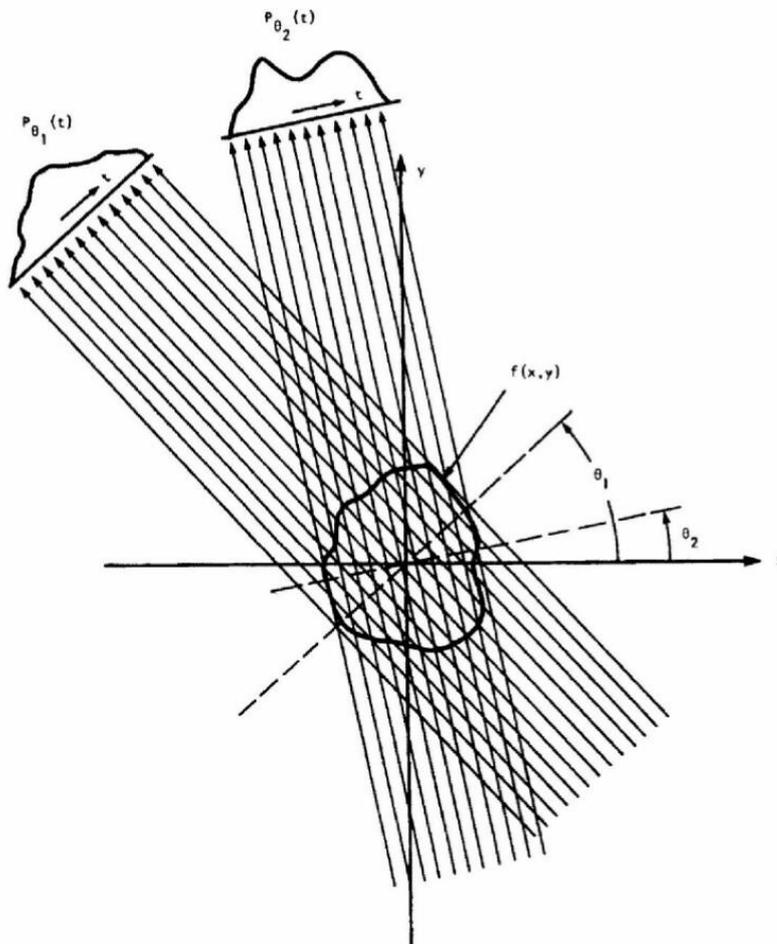


Figura 3.14 Esempio di parallel beam projection
(5)

Esiste poi anche la proiezione di tipo “fan beam” dove la differenza sta nel fatto che in questo caso tutti raggi si incontrano in un punto, come mostrato in Figura 3.15.

La trasformata di Radon mappa quindi una funzione del dominio spaziale (x, y) in una funzione del dominio (t, θ) e tale mappatura corrisponde ad una proiezione monodimensionale della funzione f secondo la direzione data dall’angolo θ . Al variare poi dell’angolo, si ottengono proiezioni diverse e il loro insieme prende il nome di sinogramma.

In definitiva si può affermare che “lo scopo della ricostruzione tomografica è quello di invertire la trasformata di Radon dell’oggetto, ovvero determinare la forma dell’oggetto a partire dal suo sinogramma” (5)

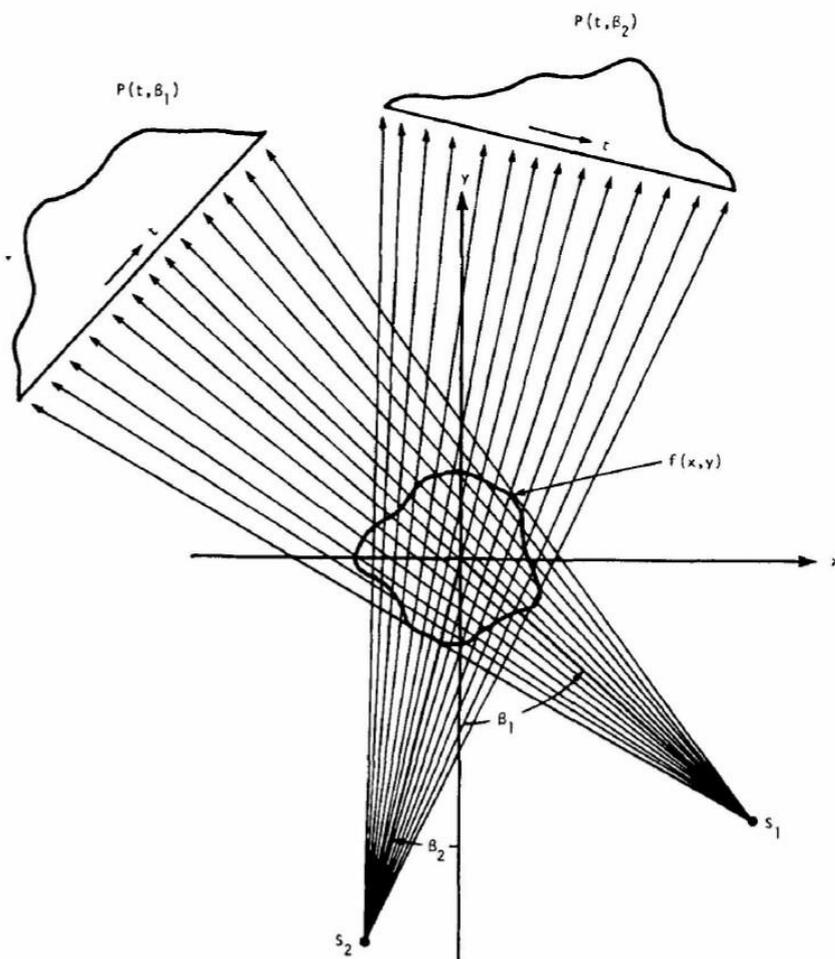


Figura 3.15 Esempio di fan beam projection
(5)

La Figura 3.16 mostra come ricostruzione tomografica utilizzando la retroproiezione semplice porti a dei tipici artefatti dell'immagine chiamati "artefatti tipo-stella". Essi sono dovuti al fatto che ciascuna proiezione viene "spalmata" all'indietro nella stessa direzione in cui è stata ottenuta, cioè viene "retroproiettata" e il valore misurato di $\ln \frac{I_0}{I}$ viene attribuito a tutti i pixel che si trovano lungo la stessa linea.

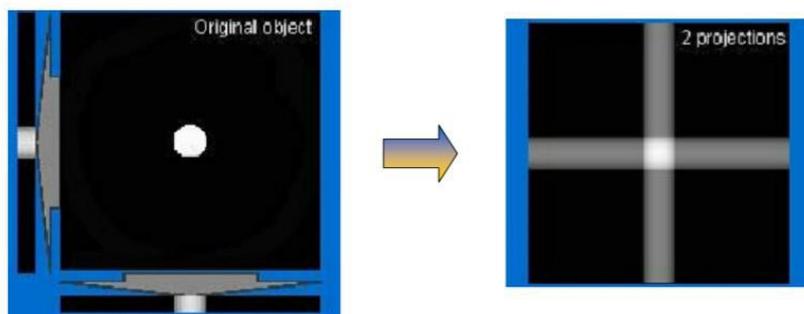


Figura 3.16 Esempio di retroproiezione semplice, notare l'artefatto a stella
(5)

Come mostrato poi nella Figura 3.17 e 3.18, all'aumentare del numero di proiezioni gli artefatti tendono ad essere sempre più mascherati, anche se l'immagine rimane annebbiata.

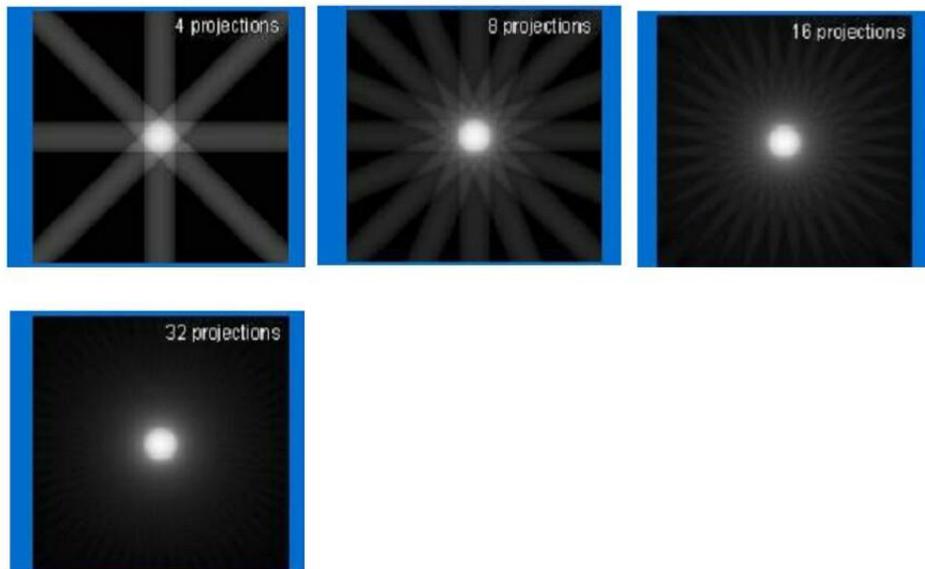


Figura 3.17 Aumentando il numero di proiezioni gli artefatti tendono a scomparire

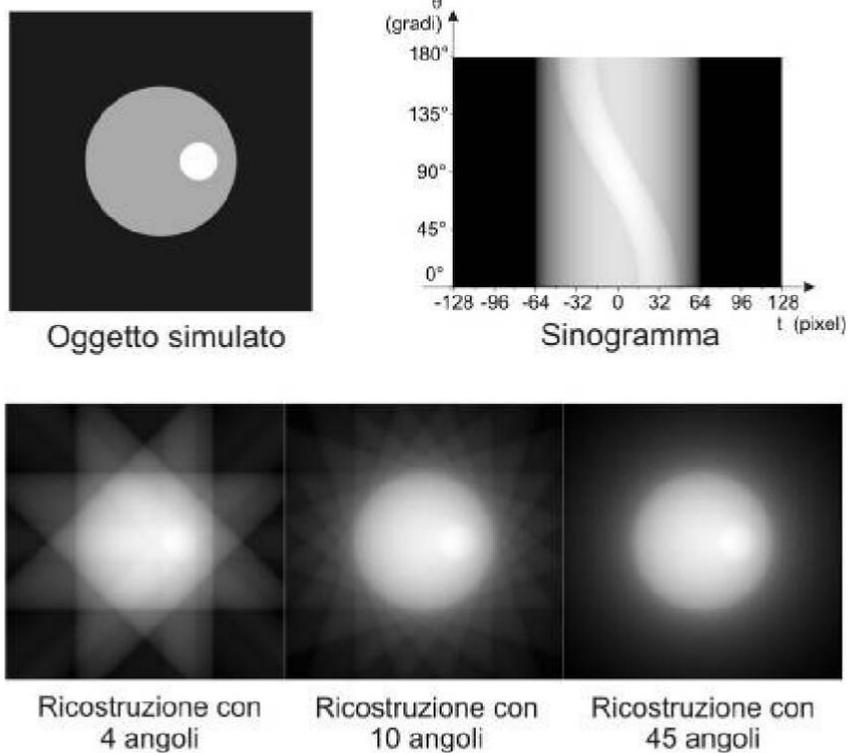


Figura 3.18 Sinogramma e ricostruzione di un oggetto simulato utilizzando una quantità diversa di angoli. Notare come con 45 angoli scompaia l'artefatto a stella

(5)

Per eliminare poi la sfocatura dell'immagine si usa aggiungere una fase di filtrazione, nella quale “i dati del sinogramma vengono elaborati nel dominio delle frequenze con un filtro a rampa, che ha l'effetto di enfatizzarne i dettagli. In gergo, si dice che il filtro a rampa ripristina le alte frequenze spaziali rimosse dalla retroproiezione semplice”. (5)

I risultati del processo sono visibili in Figura 3.19.

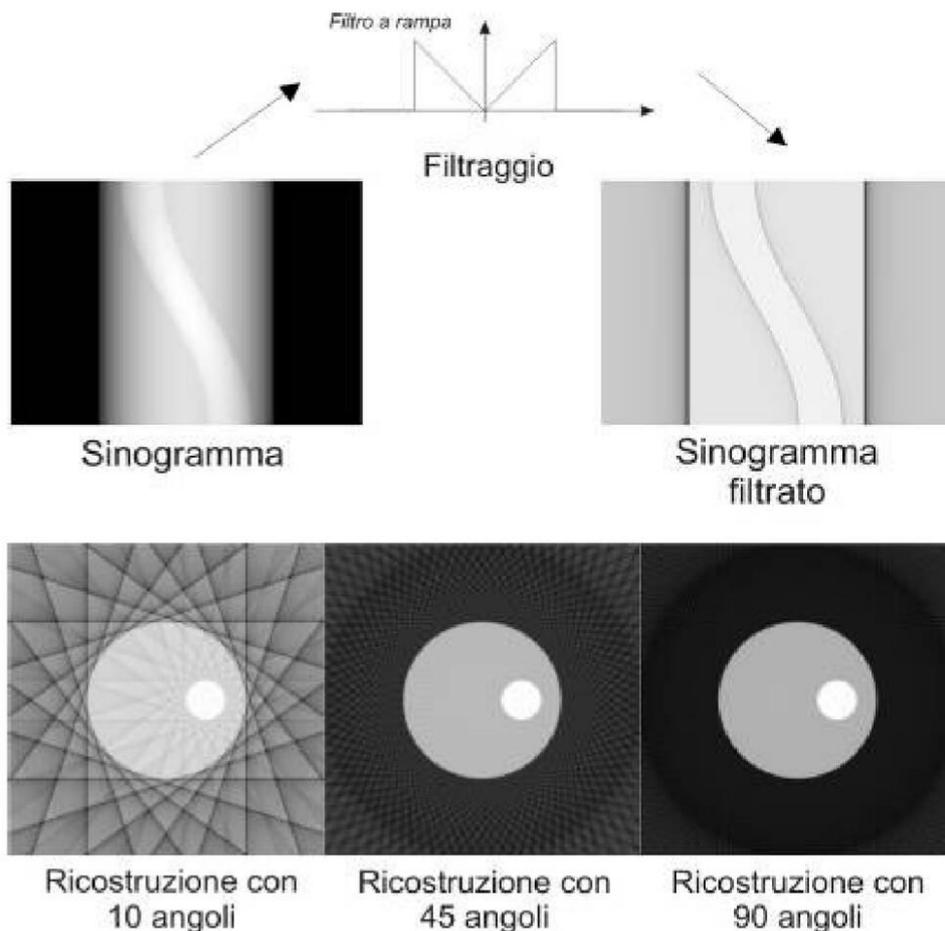


Figura 3.19 Il caso è lo stesso della Figura precedente, ora però è stato aggiunto il filtraggio che elimina la sfuocatura nell'immagine ricostruita
(5)

3.2.4 Numeri di Hounsfield

Nella precedente sezione si è visto come il processo di ricostruzione dell'immagine permetta di assegnare un valore di μ a ciascuno dei pixel della matrice. Tuttavia, prima di mostrare l'immagine, è in uso la convenzione di riscalarne i dati relativi a μ trasformandoli in numeri CT espressi in unità Hounsfield.

$$\text{Numero CT (HU)} = 1000 \cdot \frac{\mu_{\text{tessuto}} - \mu_{\text{acqua}}}{\mu_{\text{acqua}}}$$

I numeri CT mettono in relazione il coefficiente di attenuazione lineare di un particolare tessuto μ_{tessuto} con il coefficiente di attenuazione dell'acqua μ_{acqua} , il fattore moltiplicativo 1000 è invece usato per avere dei numeri CT interi. "La maggior parte dei tessuti ha numeri CT compresi tra -100 e +100". (5)

Va notato che le industrie, per i moderni apparati TC, si orientano sempre più verso tecniche di ricostruzione "numeriche" che utilizzano l'immagine ottenuta con l'algoritmo di filtered backprojection come "seme" da cui far partire l'elaborazione numerica. Ciò è reso possibile dalla tecnologia dei processori multicore paralleli.

3.3 Radiografia Multy-Energy

3.3.1 Introduzione

Come si è detto la radiografia tradizionale utilizza fasci policromatici per ottenere l'immagine diagnostica e questo costituisce una forte limitazione poiché è necessario utilizzare un'elevata dose di radiazione per ottenere un contrasto nell'immagine che sia utile a scopi medici.

L'utilizzo di radiazione monocromatica o quasi-monocromatica permette di ridurre la dose di radiazione somministrata al paziente e di ottenere un maggiore contrasto nell'immagine poiché permette di separare i tessuti di interesse e di ottenere informazioni di carattere chimico o fisico sulla loro composizione.

Nella radiografia multy-energy ci si prefigge proprio questo scopo: utilizzare fasci monocromatici di differenti energie per ottenere vantaggi rispetto alle pratiche radiologiche tradizionali. Tuttavia bisogna specificare che la diffusione di queste tecniche su vasta scala è ancora limitata dalla difficoltà tecnica di ottenere sorgenti monocromatiche di alta brillantezza e con costi accessibili ad aziende ospedaliere.

3.3.2 Formalismo matematico di Alvarez e Macovski (6) (7)

Negli anni '70 R. E. Alvarez e A. Macovski elaborarono il formalismo matematico alla base delle tecniche multy-energy. L'ipotesi principale alla base del loro modello è che nel range di energie utilizzate in diagnostica il processo di attenuazione del fascio dipenda principalmente da due interazioni: lo scattering di Compton e l'assorbimento fotoelettrico.

Il coefficiente di attenuazione massico di un materiale, al di sopra di un certo k-edge, può essere parametrizzato come: $\frac{\mu(E)}{\rho} \cong a_F(Z) \cdot f_F(E) + a_C \cdot f_C(E)$

dove $a_F(Z)$ e $a_C(Z)$ sono costanti caratteristiche del materiale dipendenti dal numero atomico efficace Z e $f_F(E)$ e $f_C(E)$ sono invece le funzioni che descrivono la

dipendenza energetica delle sezioni d'urto dei due processi di interazione, fotoelettrico e Compton.

Dalla legge di Lambert-Beer è poi possibile definire la trasmissione logaritmica come $T(E) = \ln \frac{I_0(E)}{I(E)}$ dove I_0 e I sono rispettivamente l'intensità del fascio di energia E , prima incidente e poi emergente.

Per un materiale di spessore L applicando due diverse energie, chiamate una h (high) quella più alta e l'altra l (low) quella più bassa, si ottiene il sistema lineare:

$$\begin{aligned} T(E^h) &= [a_F(Z) \cdot f_F(E^h) + a_C \cdot f_C(E^h)] \cdot L \\ T(E^l) &= [a_F(Z) \cdot f_F(E^l) + a_C \cdot f_C(E^l)] \cdot L \end{aligned}$$

Note le funzioni di dipendenza energetica, queste due equazioni in due incognite possono essere risolte univocamente per identificare il materiale.

Se poi sono presenti due materiali ("1" e "2") di composizione nota, il ragionamento può essere ripetuto per trovare questa volta i due spessori (L_1 e L_2) e il sistema da risolvere è dato da:

$$\begin{aligned} T^h &= L_1 \cdot [a_F^1 \cdot f_F^h + a_C^1 \cdot f_C^h] + L_2 \cdot [a_F^2 \cdot f_F^h + a_C^2 \cdot f_C^h] \\ T^l &= L_1 \cdot [a_F^1 \cdot f_F^l + a_C^1 \cdot f_C^l] + L_2 \cdot [a_F^2 \cdot f_F^l + a_C^2 \cdot f_C^l] \end{aligned}$$

Se sono presenti più di due materiali, la situazione si complica, poiché diventa possibile determinare il loro spessore solo se uno o più materiali presentano delle discontinuità k-edge nel coefficiente di attenuazione, in modo che il sistema sia invertibile.

Scelti dei materiali standard, si può esprimere qualunque materiale come loro combinazione lineare se mostrano la medesima attenuazione poiché le probabilità dei processi di interazione sono mutuamente indipendenti.

$$\frac{\mu_\xi(E)}{\rho_\xi} = a_1 \frac{\mu_\alpha(E)}{\rho_\alpha} + a_2 \frac{\mu_\beta(E)}{\rho_\beta}$$

dove le costanti a_1 e a_2 dipendono dalla densità elettronica e dal numero atomico efficace dei materiali ξ , α e β .

Dalla legge di Lambert-Beer si ottiene l'espressione per la trasmissione logaritmica $T(E_j)$ ad energia E_j :

$$T(E_j) = \ln \frac{I_0(E_j)}{I(E_j)} = \mu_\xi(E_j) \cdot L_\xi = \mu_\alpha(E_j) \cdot L_1 + \mu_\beta(E_j) \cdot L_2$$

Misurando la trasmissione logaritmica di un fascio monocromatico a due diverse energie, utilizzando la stessa notazione già esposta:

$$T_h = \mu_\alpha(E_h) \cdot L_1 + \mu_\beta(E_h) \cdot L_2$$

$$T_l = \mu_\alpha(E_l) \cdot L_1 + \mu_\beta(E_l) \cdot L_2$$

Abbiamo così ottenuto un sistema di due equazioni in due incognite, che risolto fornisce i due spessori L_1 e L_2 :

$$L_1 = \frac{T_h \mu_\beta(E_l) - T_l \mu_\beta(E_h)}{\mu_\alpha(E_h) \mu_\beta(E_l) - \mu_\beta(E_h) \mu_\alpha(E_l)}$$

$$L_2 = \frac{T_l \mu_\alpha(E_h) - T_h \mu_\alpha(E_l)}{\mu_\alpha(E_h) \mu_\beta(E_l) - \mu_\beta(E_h) \mu_\alpha(E_l)}$$

Gli spessori L_1 e L_2 rappresentano le immagini alla base della scomposizione a doppia energia.

E' utile rappresentare la trasmissione logaritmica del materiale ξ con un vettore in un piano di base, i cui assi, in accordo col formalismo descritto, sono associati ai due materiali di base. Dalla Figura 3.20 si nota che L_1 e L_2 sono proiezioni del vettore T sui due assi, la lunghezza del vettore è data dal suo modulo $\|T\| = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$ ed è proporzionale allo spessore del materiale ξ , la sua pendenza, infine, è data da $\tan \theta_\xi = \frac{L_1}{L_2}$.

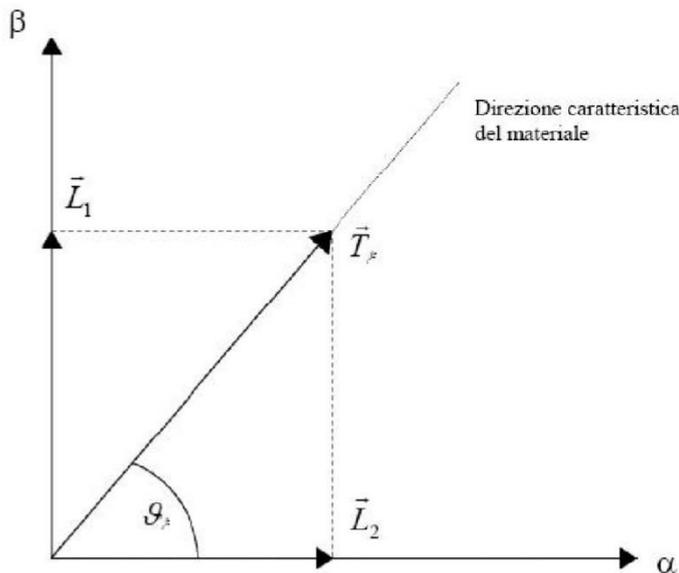


Figura 3.20 Rappresentazione del vettore trasmissione logaritmica T_ξ nel piano dei materiali di base

Si può allora ricavare l'angolo caratteristico θ_ξ del materiale ξ , che dipende solamente dalle costanti caratteristiche dei tre materiali considerati:

$$\theta_{\xi} = \tan^{-1} \frac{L_1}{L_2}$$

Perciò scelti due materiali di riferimento, si ottiene un piano di base nel quale la trasmissione logarithmica di un qualunque materiale è univocamente individuata da una retta con pendenza fissata. E' ovvio che se si cambiano i materiali di riferimento, si otterrà, di conseguenza, una variazione della pendenza associata alla trasmissione del materiale in esame.

Nel caso che un materiale ψ sostituisca parte del volume che prima era destinato al materiale ξ , un fascio X incidente verrebbe attenuato in maniera diversa in relazione allo spessore relativo dei due materiali. Questa situazione è affrontata in Figura 3.21. Le notazioni usate in Figura 3.21 sono: I_0 è l'intensità del fascio incidente, I_1 rappresenta l'intensità del fascio trasmesso esclusivamente attraverso il materiale ed I_2 rappresenta l'intensità trasmessa attraverso gli spessori dei due materiali, precisamente uno spessore $(L - x)$ di ξ ed uno spessore x di ψ .

Nel piano di base $(\alpha - \beta)$ la trasmissione logarithmica associata a I_1 e I_2 è rappresentata dai vettori T_1 e T_2 . In particolare T_2 è la somma vettoriale di t_{ξ} e t_{ψ} , vettori associati rispettivamente all'attenuazione del fascio attraverso uno spessore $(L - x)$ di ξ e all'attenuazione del fascio attraverso uno spessore x di ψ .

Se si considera la perpendicolare alla retta individuata dai vertici dei due vettori T_1 e T_2 che forma un angolo φ con l'asse delle ascisse, si nota che le proiezioni P_1 e P_2 dei due vettori su essa coincidono: $P = P_1 = P_2$.

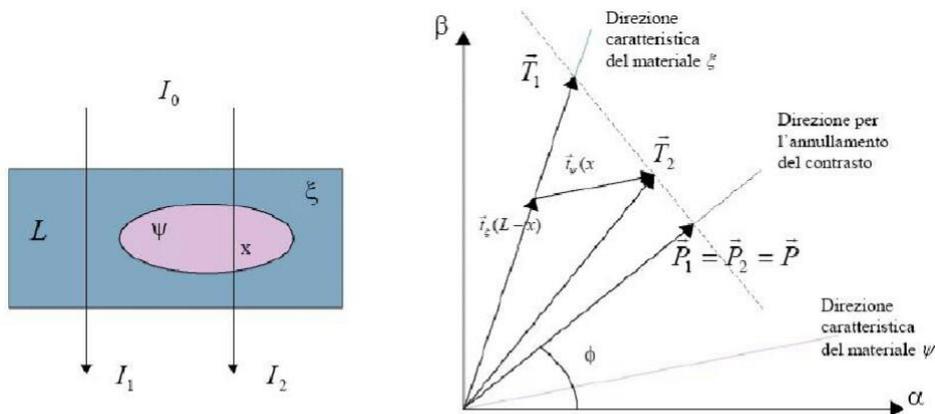


Figura 3.21 *Trasmissione del fascio di raggi X attraverso due materiali e trasmissioni logarithmiche rappresentate in forma vettoriale*

Da ciò segue che, se associamo al modulo di ogni vettore un livello di grigio (ovvero il valore del pixel), i due vettori proiettati in questa direzione generano un'immagine omogenea.

E' interessante sottolineare come, al variare di x da 0 a L , i punti individuati dal vettore T_2 cadano tutti sull'unica retta all'angolo fissato φ , indipendente da L e x , unicamente determinato dalle densità relative dei due materiali.

Quindi, l'angolo φ , detto angolo di cancellazione del contrasto, individua la direzione perpendicolare alla retta con pendenza φ , lungo la quale si annulla il contrasto tra una coppia di materiali senza fare assunzioni sulle proprietà geometriche degli stessi.

La direzione fissata da φ viene spesso indicata come luogo dei punti del materiale di background. L'immagine di proiezione all'angolo φ , anche detta immagine ibrida, è espressa da:

$$P = L_1 \cos \varphi + L_2 \sin \varphi$$

ed è il risultato di una combinazione non lineare delle due immagini ad alta e a bassa energia: P , infatti, può essere anche scritta in questa forma:

$$P = c_1 T_h + c_2 T_l$$

dove:

$$c_1 = \left(\frac{\mu_\beta(E_l)}{r} \cos \varphi - \frac{\mu_\alpha(E_l)}{r} \sin \varphi \right)$$

$$c_2 = \left(\frac{\mu_\alpha(E_h)}{r} \sin \varphi - \frac{\mu_\beta(E_h)}{r} \cos \varphi \right)$$

$$r = \mu_\alpha(E_h)\mu_\beta(E_l) - \mu_\beta(E_h)\mu_\alpha(E_l)$$

Se poi, oltre ai materiali ψ e ξ , è presente un terzo materiale, che chiamiamo χ , con la tecnica di proiezione descritta è possibile cancellare il contrasto di una coppia di materiali mettendo in risalto il segnale radiografico del terzo materiale.

La Figura 3.22 tratta questo caso. Nel grafico dei materiali di base, per motivi di chiarezza, si sono rappresentate solo le risultanti T_2 e T_3 delle trasmissioni logaritmiche associate i raggi I_2 e I_3 che attraversano spessori di diversi materiali. Con riferimento alla Figura 3.22, P_1 è la proiezione di T_1 , P_2 quella di T_2 , P_3 quella di T_3 e si noti che le proiezioni P_2 e P_3 sono coincidenti lungo la direzione per l'annullamento del contrasto tra ψ e χ .

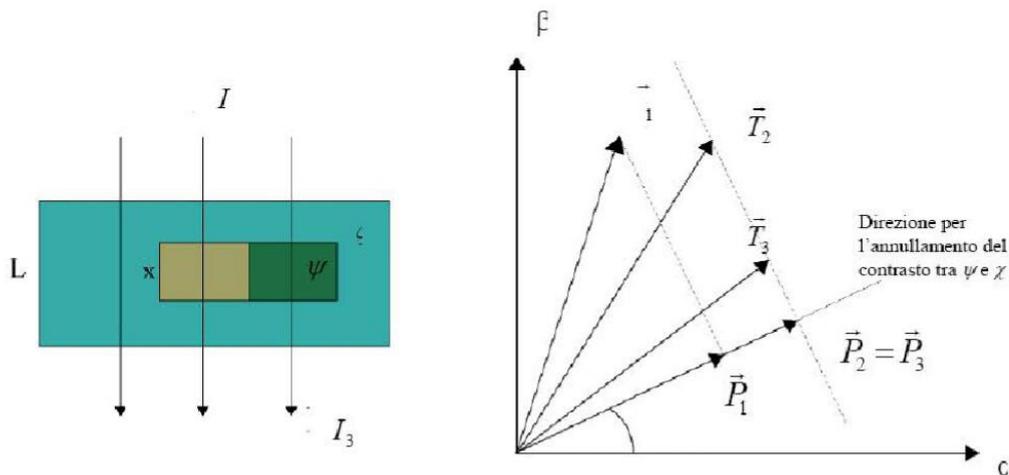


Figura 3.22 Trasmissione del fascio di raggi X attraverso tre materiali e trasmissioni logaritmiche rappresentate in forma vettoriale

3.3.3 K-Edge Subtraction (KES) e Angiografia (8)

Nella tecnica della K-Edge Subtraction (KES) vengono acquisite in maniera simultanea due immagini a due energie poste prima e dopo il k-edge di un mezzo di contrasto che è stato iniettato nel paziente. Solitamente si usa un mezzo di contrasto iodato che è caratterizzato da un k-edge di 33.169 keV .

Una volta acquisite le immagini, si procede alla sottrazione logaritmica delle due immagini, la quale fornisce una eccellente visualizzazione delle strutture perfuse dal mezzo di contrasto idrosolubile, con una quasi totale rimozione del segnale di background delle strutture circostanti non perfuse.

La Figura 3.23 mostra come in prossimità del k-edge del mezzo di contrasto, si abbia un ottimo aumento del suo coefficiente di attenuazione.

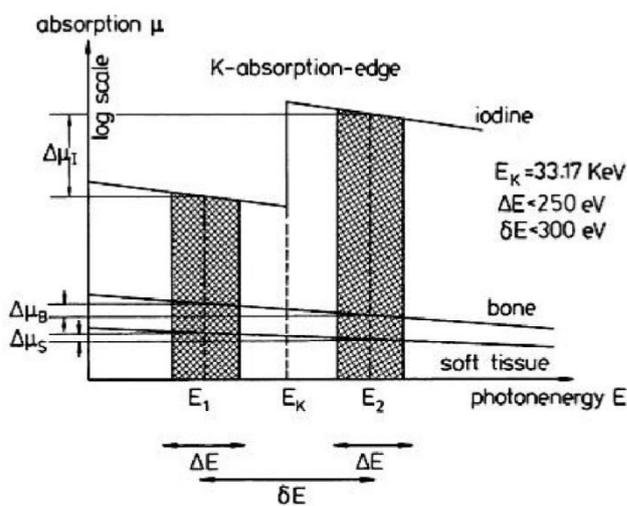


Figura 3.23 Andamento del coefficiente di assorbimento dello iodio rispetto a quello del tessuto osseo e del tessuto molle. E_k è il k-edge dello iodio, ΔE la larghezza energetica del fascio monocromatico e δE la distanza fra i due fasci usati.

Dunque la tecnica KES sfrutta proprio questo aumento per ottenere così una sensibilità maggiore rispetto alle altre tecniche convenzionali e permette di rilevare anche concentrazioni molto basse di mezzo di contrasto.

Una delle principali applicazioni della K-Edge Subtraction è nell'angiografia. L'angiografia è un metodo di imaging medico a scopo diagnostico volto alla rappresentazione dei vasi sanguigni o linfatici del corpo umano.

La tecnica tradizionale è chiamata Digital Subtraction Angiography (DSA) ed è una procedura abbastanza invasiva a causa dell'alta dose di mezzo di contrasto necessaria, che varia tra i 300 e i 370 mg/ml a seconda dell'anatomia del paziente e della dimensione dei vasi da visualizzare, dell'inserzione di tubicini e cateteri e dei lunghi tempi di esposizione dannosi per la salute del paziente.

La visualizzazione della struttura dei vasi avviene attraverso la sottrazione di immagini: infatti, in assenza di mezzo di contrasto viene acquisita la prima immagine chiamata "maschera", che verrà poi sottratta alle successive ottenute dopo l'iniezione del mezzo di contrasto. Il mezzo di contrasto usato è lo iodio e l'assorbimento dei raggi X in corrispondenza del suo k-edge è immediato.

Per evidenziare le patologie, la tecnica sfrutta il fatto che il tumore, vista la sua continua crescita, ha bisogno di molto nutrimento e ossigeno e quindi di un incremento del flusso sanguigno. Maggiore flusso sanguigno significa un maggior numero di vasi sanguigni presenti nella zona in cui si sta sviluppando il tumore.

Per individuare i tessuti tumorali si usano i cosiddetti pattern angiogenetici originati dal confronto tra il numero di vasi in un tessuto patologico rispetto ad un tessuto sano.

Per questi motivi l'angiografia è un potente tecnica per la diagnosi dei tumori.

Come sorgente di raggi X si utilizza uno spettro policromatico reso monocromatico tramite il meccanismo, già visto, della diffrazione di Bragg su un cristallo.

Nella Figura 3.24 è mostrata la prima angiografia eseguita attraverso luce di sincrotrone.

Più recente, è, invece, una variante chiamata Dual Energy Angiography (DEA) che è una tecnica che sfrutta due fasci di differente energia.

Già dai primi test effettuati con luce di sincrotrone furono evidenti i vantaggi rispetto alla tecnica tradizionale: occorre infatti una minore quantità di mezzo di contrasto iniettato e di durata nell'esposizione e, allo stesso tempo, si otteneva una migliore qualità nell'immagine.

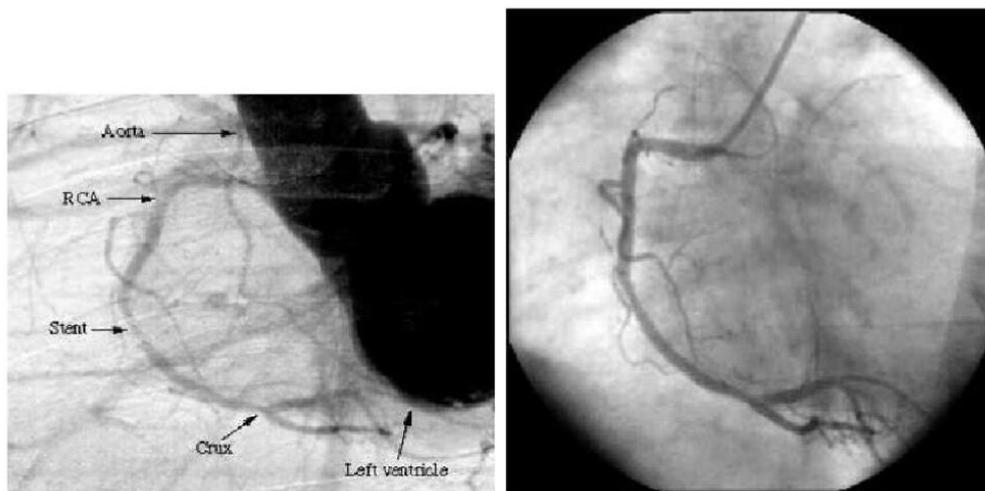


Figura 3.24 Prima angiografia eseguita con luce di sincrotrone

Attualmente vengono utilizzati due fasci quasi-monocromatici con energia media appena sopra (35,7 keV) e appena sotto (31,7 keV) il k-edge dello iodio, prodotti per diffrazione di Bragg, su un cristallo HOPG, di un fascio proveniente da un tradizionale tubo radiogeno ad anodo di tungsteno.

Il fascio policromatico impatta sul cristallo monocromatore con un angolo di $3,2^\circ$, l'angolo di Bragg che corrisponde ad un'energia di 33,169 keV. Tale fascio viene successivamente splittato in due (con i valori di energia già menzionati) tramite un post collimatore in piombo dotato di due fessure sottili. Effettuando una scansione dell'oggetto in direzione perpendicolare al fascio, si acquisiscono due immagini complete servendosi di due array di rivelatori, ciascuno sensibile ad una diversa energia. La tecnica di sottrazione d'immagine consente di rimuovere l'informazione di background e aumentare il contrasto, servendosi di una minor dose di agente iodato. L'immagine risulta dalla differenza tra le intensità dei due fasci trasmessi.

La detezione dei raggi X avviene per mezzo di un rivelatore allo stato solido, ovvero una camera CCD, al quale viene accoppiato uno scintillatore FOS (Fiber Optic Scintillator) di ioduro di cesio attivato al tallio (CeI(Tl)), accresciuto a microaghi ($2\mu\text{m}$ di diametro).

L'utilizzo dell'apparato descritto ha il vantaggio di avere dimensioni contenute: produrre fasci quasi-monocromatici attraverso un convenzionale tubo raggi X e un cristallo HOPG è una possibilità praticabile a livello ospedaliero, al contrario della luce di sincrotrone che presenta invece dimensioni e costi proibitivi.

3.3.4 Dual-Energy Mammography (DEM) (9) (10) (11)

L'esame mammografico è riconosciuto come la metodica di indagine più affidabile nella diagnosi precoce del tumore alla mammella.

La difficoltà di diagnosticare precocemente piccole patologie è dovuta al fatto che l'attenuazione dei raggi X da parte del tessuto patologico è molto simile a quella del

tessuto fibroso sano, con differenze del coefficiente lineare di attenuazione comprese tra il 4% a 15 KeV e 1% a 25 KeV .

Sono stati fatti studi teorici per determinare quale fosse l'intervallo energetico migliore per ottimizzare il rapporto segnale-rumore per unità di dose, essi hanno mostrato come la sorgente ideale dovrebbe fornire fasci a banda stretta con energia selezionabile a seconda dello spessore dell'organo di interesse.

Questo motivo rende la mammografia a doppia energia, utilizzando il primo e il secondo ordine della diffrazione di Bragg, un'efficace tecnica radiologica.

La DEM è basata sull'acquisizione di due immagini a differenti valori di energia e attraverso un'opportuna combinazione non lineare delle due immagini digitali, mira a ridurre il più possibile il contrasto associato alla struttura anatomica del tessuto sano che circonda la lesione e a minimizzare le strutture di disturbo come il cosiddetto rumore di background.

Particolari attenzioni, nello sviluppo di questa tecnica, sono volte allo studio della rivelazione delle microcalcificazioni, la quale sta registrando ottimi progressi soprattutto grazie all'impiego di nuove e più avanzate tecniche di digitalizzazione e di elaborazione computerizzata dell'immagine diagnostica.

Nelle recenti ricerche, attraverso l'utilizzo di sorgenti quasi-monocromatiche e rivelatori CCD tecnologicamente sofisticati in grado di rilevamenti di altissima precisione, le potenzialità della tecnica di mammografia a doppia energia sono state sperimentate con risultati soddisfacenti, per il notevole miglioramento della qualità dell'immagine e della riduzione della dose di radiazione ricevuta dal paziente.

I risultati più convincenti si sono ottenuti nella diagnostica dell'identificazione di lesioni ad alto contrasto, ed è proprio uno dei principali obiettivi futuri, il miglioramento della tecnica per l'individuazione di patologie a basso contrasto, ovvero le patologie che interessano piccole lesioni di difficile rivelazione.

Questo è infatti uno dei principali limiti di questa tecnica in quanto il coefficiente lineare dei tessuti debolmente lesionati non differisce di molto da quello dei tessuti sani, rendendoli oscurati dal rumore di background creato dagli stessi tessuti non lesionati.

Conclusioni

In questo elaborato si è fornita una vasta descrizione dei raggi X sia dal punto di vista storico, approfondendo la loro scoperta, sia dal punto di vista teorico, affrontando i processi fisici che portano alla loro creazione e quelli legati alla interazione con la materia. A tal riguardo si è trattato l'effetto Compton, l'assorbimento fotoelettrico, lo scattering di Rayleigh e la produzione di coppie.

Ci si è quindi dedicati alla radiazione monocromatica e quasi-monocromatica e all'attenuazione del fascio nel passaggio attraverso la materia, per questo motivo si è introdotto il coefficiente di assorbimento. Riguardo alla produzione di fasci monocromatici, si è voluto fornire un quadro generale sulle possibilità ad oggi disponibili, cercando di sottolineare il problema tecnologico del sviluppare una sorgente adatta, sia per costi sia per dimensioni, all'utilizzo su vasta scala ed in particolare all'ambito clinico. Si è mostrato come la radiazione di sincrotrone sia quella che si avvicini di più alla sorgente di raggi monocromatici ideale per applicazioni mediche, ma non rispetti tali requisiti. Si è voluto, allora, dedicare molto spazio alla trattazione della produzione di fasci quasi-monocromatici attraverso la diffrazione di Bragg da cristalli a mosaico di HOPG (Highly Oriented Pyrolytic Graphite) e del corrispondente modello di Zachariasen, poiché questa sembra essere la tecnica più promettente sia per costi sia per dimensioni, in quanto sfrutta i convenzionali tubi radiologici.

Infine si sono approfondite le applicazioni mediche di questi argomenti nell'imaging diagnostico: si è fornito un quadro generale della tomografia e si sono trattate le applicazioni dei fasci quasi-monocromatici nelle tecniche multy-energy, in particolare nella Dual-Energy Mammography e nella K-Edge Subtraction (KES) applicata alla angiografia.

Presso il Dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università di Bologna sono stati svolti per anni studi e approfondimenti sulla materia dei "fasci quasi-monocromatici" (invero tale termine è nato dalla collaborazione scientifica tra UNIBO e UNIFE nell'ambito dello sviluppo di nuove tecniche di Radiologia Clinica).

Presso il DIFA è presente un apparato tomografico sperimentale (unico al mondo) in grado di generare fasci quasi-monocromatici a energia variabile. Dopo diversi anni di inattività, ci si appresta a riprendere l'attività in tale settore. In tale ambito si inserisce questa tesi di rassegna che sintetizza le possibilità offerte dalle nuove tecniche radiologiche.

Bibliografia

- (1) P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Fisica Vol. 2, Elettromagnetismo - Onde, EdiSES, 1991
- (2) R. Eisberg and R. Resnick, Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids and Nuclei. Wiley: New York, 1974
- (3) E. Berkowitz, X-Ray Physics, MIT Department of Physics October 25, 2006
- (4) Simone Masetti, “Sviluppo di un tomografo multi-energy per lo studio preclinico di nuove metodiche diagnostiche finalizzate al riconoscimento precoce della patologia tumorale”; Tesi di Dottorato di Ricerca, Ciclo XX, Università di Bologna, 2008
- (5) Paola Fantazzini (Maria Pia Morigi), Dispense del corso di Elementi di Fisica Biomedica-Sanitaria, Dipartimento di Fisica, Università di Bologna, 2013-2014
- (6) R.E. Alvarez and A. Macovski, “Energy selective reconstructions in X-ray computerized tomography” Phys.Med. Biol, 21, 733 (1976)
- (7) L. A. Lehmann, R. Alvarez, A. Macovski et al., “Generalized image combinations in dual KVP digital radiography”, Med. Phys. 8, 659–667 (1981)
- (8) G. Baldazzi, T. Bernardi, D. Bollini, M. Gambaccini, M. Gombia, P. L. Rossi, A. Sarnelli, A. Taibi, A. Tuffanelli, G. Pancaldi, M. Zuffa, 12/2002; “Imaging Characterization of an Experimental Apparatus for Dual Energy Angiography” DOI:10.1109/NSSMIC.2002.1239678 ISBN: 0-7803-7636-6 In proceeding of: Nuclear Science Symposium Conference Record, 2002 IEEE, Volume: 3
- (9) A. Taibi, S.Fabbri, M.Gambaccini et al. “Dual-energy imaging in full field digital mammography: a phantom study” Phys. Med. Biol. 48 (2003)
- (10) M. Marziani et al., “Dual-energy tissue cancellation in mammography with quasi-monochromatic X-rays” Phys. Med. Biol. 47 305-313 (2002)
- (11) P. Baldelli, A. Taibi, A. Tuffanelli, M:C: Gilardoni, M. Gambaccini, “A prototype of a quasi-monochromatic system for mammography applications”, Phys. Med. Biol., 50, 2005, 2225-2240

- (12) W.H. Zachariasen, "Theory of X-ray Diffraction in Crystals", Dover, New York, 1967
- (13) G. Baldazzi, D. Bollini, A.E. Cabal Rodriguez, W. Dabrowski, A. Diaz Garcia, M. Gambaccini, P. Giubellino, M. Gombia, P. Grybos, M. Idzik, A. Marzari-Chiesa, L.M. Montano, F. Prino,*, L. Ramello, M. Sitta, K. Swientek, A. Taibi, A. Tuffanelli, R. Wheadon, P. Wiace, "A silicon strip detector coupled to the RX64 ASIC for X-ray diagnostic imaging", Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 514 (2003) 206–214
- (14) "Development of a Multi-Energy CT for small animals: characterization of the quasi-monochromatic X-ray source", Simone Masetti, Michele Fiaschetti, Alessandro Turco, Laura Roma, Pier Luca Rossi, Nico Lanconelli, Giuseppe Baldazzi, Member, IEEE 2007.