

Candidato: Francesco Cavallini

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*DICAM – Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica, Ambientale e dei Materiali*

*Ingegneria Civile, curriculum Strutture*

**TESI DI LAUREA**

in

Progetto di Ponti

**Valutazione degli effetti del ritiro del calcestruzzo in un impalcato  
da ponte a sezione mista con modelli analitici e numerici**

CANDIDATO:

Francesco Cavallini

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Ing. Stefano Silvestri

CORRELATORE:

Dott. Ing. Michele Bianchini

Anno Accademico 2014/15

III Sessione



## Indice

<b>1 Premessa</b> .....	<b>25</b>
1.1 Background.....	25
1.2 Obiettivo del lavoro.....	25
1.3 Organizzazione del lavoro.....	26
<b>PARTE I – Modelli analitici e numeri per la definizione degli sforzi dovuti al ritiro del calcestruzzo</b> .....	<b>29</b>
<b>2 Definizione del fenomeno del ritiro del calcestruzzo</b> .....	<b>29</b>
2.1 Il ritiro: il fenomeno fisico.....	29
2.2 Considerazioni generali sugli effetti della viscosità e del ritiro.....	31
<b>3 Calcolo dell'effetto del ritiro secondo le Normative vigenti</b> .....	<b>35</b>
3.1 Approcci suggeriti dal D.M. 14/01/2008 e dal EC2-1-1:2005.....	35
3.2 Esempio numerico di calcolo del ritiro applicando le normative D.M. 14/01/2008 ed EC2 - parte2.....	42
3.3 Analisi di sensitività dei parametri che concorrono alla definizione di $\epsilon_{cs}$ .....	47
<b>4 Casi fondamentali</b> .....	<b>51</b>
4.1 Ipotesi per lo sviluppo dei casi fondamentali.....	52
4.2 Metodo per lo sviluppo analitico dei casi fondamentali.....	54
4.3 Elemento di solo calcestruzzo.....	55
4.3.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....	56
4.3.1.1 Modello analitico.....	56
4.3.1.2 Modello numerico di raffronto.....	57
4.3.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente).....	60
4.3.2.1 Modello analitico.....	60
4.3.2.1 Modello numerico di raffronto.....	61
4.3.3 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato.....	65
4.3.3.1 Modello analitico.....	65
4.4 Elemento di calcestruzzo con armatura centrata.....	67
4.4.1 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito.....	69
4.4.1.1 Modello analitico.....	69
4.4.1.2 Modello numerico di raffronto.....	77
4.4.2 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito nello stato fessurato.....	83
4.4.2.1 Modello analitico.....	83

4.4.2.2	Modello numerico di raffronto .....	86
4.4.3	Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....	90
4.4.3.1	Modello analitico.....	90
4.4.3.2	Modello numerico di raffronto .....	94
4.4.4	Schema di vincolamento isostatico (esternamente) nello stato fessurato.	100
4.4.4.1	Modello analitico.....	100
4.4.4.2	Modello numerico di raffronto .....	102
4.4.5	Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) .....	105
4.4.5.1	Modello analitico.....	105
4.4.5.2	Modello numerico di raffronto .....	115
4.4.6	Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato	121
4.4.6.1	Modello analitico.....	121
4.4.6.2	Modello numerico di raffronto .....	123
4.5	Elemento di calcestruzzo con armatura eccentrica.....	127
4.5.1	Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito .....	130
4.5.1.1	Modello analitico.....	130
4.5.1.2	Modello numerico di raffronto .....	136
4.5.2	Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....	143
4.5.2.1	Modello analitico.....	143
4.5.2.2	Modello numerico di raffronto .....	146
4.5.3	Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) .....	153
4.5.3.1	Modello analitico.....	153
4.5.3.2	Modello numerico di raffronto .....	158
4.6	Elemento di calcestruzzo con armatura doppiamente eccentrica .....	163
4.6.1	Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....	166
4.6.1.1	Modello analitico.....	166
4.6.1.2	Modello numerico di raffronto .....	171
4.6.2	Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) .....	176
4.6.2.1	Modello analitico.....	176
4.6.2.2	Modello numerico di raffronto .....	180
4.7	Elemento di calcestruzzo con armatura centrata tesa.....	184
4.7.1	Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito .....	186
4.7.1.1	Modello analitico.....	186
4.7.1.2	Modello numerico di raffronto .....	192

<i>4.7.2 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito nello stato fessurato.....</i>	<i>199</i>
<i>4.7.2.1 Modello analitico.....</i>	<i>199</i>
<i>4.7.2.2 Modello numerico di raffronto .....</i>	<i>200</i>
<i>4.8 Elemento a T di solo calcestruzzo con due calcestruzzi diversi per anima e soletta.....</i>	<i>204</i>
<i>4.8.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....</i>	<i>207</i>
<i>4.8.1.1 Modello analitico.....</i>	<i>207</i>
<i>4.8.1.2 Modello numerico di raffronto .....</i>	<i>221</i>
<i>4.8.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente).....</i>	<i>236</i>
<i>4.8.2.1 Modello analitico.....</i>	<i>236</i>
<i>4.8.2.2 Modello numerico di raffronto .....</i>	<i>241</i>
<i>4.8.3 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato.....</i>	<i>252</i>
<i>4.8.3.1 Modello analitico.....</i>	<i>252</i>
<i>4.9 Sezione mista a T (anima in acciaio, soletta in calcestruzzo).....</i>	<i>253</i>
<i>4.9.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente).....</i>	<i>256</i>
<i>4.9.1.1 Modello analitico.....</i>	<i>256</i>
<i>4.9.1.2 Modello numerico di raffronto .....</i>	<i>259</i>
<i>4.9.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente).....</i>	<i>273</i>
<i>4.9.2.1 Modello analitico.....</i>	<i>273</i>
<i>4.9.2.2 Modello numerico di raffronto .....</i>	<i>276</i>
<i>4.10 Sintesi dei casi studiati .....</i>	<i>287</i>
<b><i>5 Considerazioni sul comportamento del calcestruzzo a lungo termine.....</i></b>	<b><i>291</i></b>
<b><i>6 Richiami di viscoelasticità lineare.....</i></b>	<b><i>297</i></b>
<b><i>7 I metodi algebrizzati per la stima del modulo elastico ridotto per la viscosità.....</i></b>	<b><i>299</i></b>
<i>7.1 Metodo del modulo efficace (EM) .....</i>	<i>299</i>
<i>7.2 Metodo della tensione media (MS).....</i>	<i>301</i>
<i>7.3 Metodo del modulo efficace aggiustato (AAEM).....</i>	<i>303</i>
<b><i>8 Applicazione del metodo AAEM al caso di una sezione mista acciaio-calcestruzzo .....</i></b>	<b><i>305</i></b>
<b><i>9 Metodi semplificati per l'analisi viscoelastica degli impalcati da ponte a sezione composta.....</i></b>	<b><i>315</i></b>
<i>9.1 Ritiro della soletta .....</i>	<i>316</i>
<b><i>10 Modello analitico e numerico per una sezione mista a T (anima in acciaio, soletta in calcestruzzo) con armature in soletta.....</i></b>	<b><i>319</i></b>

10.1 Analisi a breve termine (modulo elastico istantaneo) .....	320
10.2 Analisi a lungo termine (modulo elastico a lungo termine) .....	327
<b>PARTE II – Studio di un caso reale.....</b>	<b>335</b>
<b>11 Applicazione ad un caso reale: impalcato tri-trave a sezione mista .....</b>	<b>335</b>
11.1 Descrizione dell’opera.....	335
11.2 Analisi strutturale .....	336
11.2.1 Fasi di calcolo .....	336
11.2.2 Materiali .....	338
11.2.2 Analisi dei carichi.....	340
11.3 Modello di calcolo .....	357
11.3.1 Modelli FEM.....	357
11.4 Calcolo delle sollecitazioni.....	364
11.4.1 Diagrammi delle sollecitazioni principali .....	367
11.4.2 Attrito dei vincoli .....	388
11.5 Applicazione formule semplificate per la valutazione degli effetti del ritiro.....	391
11.5.1 Direzione trasversale.....	391
11.5.2 Direzione longitudinale .....	396
11.6 Azioni di verifica.....	401
11.6.1 Combinazioni di carico.....	401
11.7 Verifiche.....	404
11.7.1 Definizione della larghezza efficace della soletta .....	404
11.7.2 Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo.....	405
11.7.2.1 Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo per tensioni normali .....	405
11.7.2.2 Verifica di resistenza della connessione a pioli soletta-trave metallica.....	421
<b>12 Principali innovazioni nella costruzione dei ponti composti .....</b>	<b>427</b>
12.1 Nuovi tipi di acciaio e di prodotti.....	427
12.1.1 Acciai ad alta resistenza saldabili.....	427
12.1.2 Piatti a spessore variabile .....	427
12.2 Tecniche costruttive della soletta .....	428
12.2.1 Getto in opera ai tratti non consecutivi su casseri mobili.....	429
12.2.2 Realizzazione di tratti consecutivi con posa in opera “a spinta” .....	429
12.2.3 Prefabbricazione di conci.....	430
12.2.4 Applicazione della tecnica costruttiva a getti frazionati della soletta dell’impalcato oggetto di studio .....	430

<i>12.2.5 Stati limite di esercizio</i> .....	435
<i>12.2.5.1 Stato limite di fessurazione</i> .....	436
<i>12.2.5.2 Valutazione economica delle tecniche costruttive studiate</i> .....	445
<b>13 Conclusioni</b> .....	<b>447</b>
<i>13.1 Analisi condotte</i> .....	447
<i>13.2 Risultati ottenuti</i> .....	447
<i>13.3 Sviluppi futuri</i> .....	448
<b>Bibliografia</b> .....	<b>449</b>
<b>Ringraziamenti</b> .....	<b>451</b>





## Indice delle Figure:

FIGURA 1 - COMPONENTI DELLA DEFORMAZIONE DIFFERITA. ....	33
FIGURA 2 – GEOMETRIA DELL’ELEMENTO CONSIDERATO. ....	35
FIGURA 3 - GEOMETRIA DELL’ELEMENTO CONSIDERATO. ....	42
FIGURA 4 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELLA CLASSE DI CALCESTRUZZO E $H_0$ . ....	47
FIGURA 5 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELLO SPESSORE EFFICACE $H_0$ E $F_{ck}$ . ....	47
FIGURA 6 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELL’ETÀ DEL CALCESTRUZZO AL MOMENTO CONSIDERATO, PER DIVERSE CLASSI DI CALCESTRUZZO. ....	48
FIGURA 7 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELL’ETÀ DEL CALCESTRUZZO AL MOMENTO CONSIDERATO, PER DIVERSI VALORI DELLO SPESSORE EFFICACE $H_0$ . ....	48
FIGURA 8 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELL’UMIDITÀ RELATIVA DELL’AMBIENTE, PER DIVERSE CLASSI DI CALCESTRUZZO. ....	49
FIGURA 9 - DEFORMAZIONE DA RITIRO IN FUNZIONE DELL’UMIDITÀ RELATIVA DELL’AMBIENTE, PER DIVERSI VALORI DELLO SPESSORE EFFICACE $H_0$ . ....	49
FIGURA 10 - GEOMETRIA DELL’ELEMENTO CONSIDERATO. ....	55
FIGURA 11 - ELEMENTO DI SOLO CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE) SOGGETTO A RITIRO. ....	56
FIGURA 12 - SPOSTAMENTI OTTENUTI DAL MODELLO CON ELEMENTI FRAME. ....	57
FIGURA 13 - SPOSTAMENTI OTTENUTI DAL MODELLO CON ELEMENTI BRICK. ....	58
FIGURA 14 - DIAGRAMMA DELLA SOLLECITAZIONE ASSIALE CONSEGUENTE AL RITIRO. ....	58
FIGURA 15 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	59
FIGURA 16 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L’ELEMENTO DI SOLO CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE). ....	60
FIGURA 17 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	61
FIGURA 18 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	61
FIGURA 19 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	62
FIGURA 20 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	63
FIGURA 21 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	63
FIGURA 22 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	63
FIGURA 23 - DIAGRAMMA DELLA SOLLECITAZIONE ASSIALE CONSEGUENTE AL RITIRO. ....	64
FIGURA 24 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L’ELEMENTO DI SOLO CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE) FESSURATO. ....	65
FIGURA 25 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L’ELEMENTO DI SOLO CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO CON FESSURAZIONE DIFFUSA. ....	66
FIGURA 26 - GEOMETRIA DELL’ELEMENTO CONSIDERATO. ....	67
FIGURA 27 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L’ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA NELLO SCHEMA STRUTTURALE LABILE (ESTERNAMENTE). ....	73
FIGURA 28 - SISTEMA DI RIFERIMENTO IMPIEGATO PER LA SCRITTURA DELLE EQUAZIONI DI CONGRUENZA. ....	74
FIGURA 29 - SPOSTAMENTI OTTENUTI DAL MODELLO CON ELEMENTI BRICK. ....	77
FIGURA 30 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	78
FIGURA 31 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE NELL’ACCIAIO. ....	79
FIGURA 32 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL’ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	79
FIGURA 33 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL’ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	80
FIGURA 34 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL’ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO. ..	80

FIGURA 35 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ...	81
FIGURA 36 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	81
FIGURA 37 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA NELLO SCHEMA STRUTTURALE LABILE (ESTERNAMENTE) NELLO STATO FESSURATO.....	84
FIGURA 38 - ASSETTO DEFORMATIVO DEL TIRANTE IN C.A. IN SEGUITO ALLA FORMAZIONE DELLE FESSURE. ....	85
FIGURA 39 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	86
FIGURA 40 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.....	86
FIGURA 41 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	87
FIGURA 42 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	87
FIGURA 43 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO..	88
FIGURA 44 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ...	88
FIGURA 45 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	89
FIGURA 46 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE).....	93
FIGURA 47 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI NEL NODO LIBERO DI TRASLARE PARALLELAMENTE ALL'ASSE DELL'ELEMENTO. ....	94
FIGURA 48 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ...	95
FIGURA 49 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.....	96
FIGURA 50 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ARMATURA SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	96
FIGURA 51 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	97
FIGURA 52 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO..	97
FIGURA 53 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ...	98
FIGURA 54 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	98
FIGURA 55 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE) NELLO STATO FESSURATO.....	101
FIGURA 56 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). .	102
FIGURA 57 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.....	102
FIGURA 58 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	102
FIGURA 59 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	103
FIGURA 60 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	103
FIGURA 61 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	104
FIGURA 62 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	104
FIGURA 63 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE).....	110
FIGURA 64 - DIFFUSIONE DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO A PARTIRE DAI VINCOLI ESTERNI POSTI ALLE ESTREMITÀ DELL'ELEMENTO. ....	111
FIGURA 65 - RIPARTIZIONE DELLO SFORZO ASSIALE INDOTTO DAI VINCOLI ESTERNI TRA CALCESTRUZZO E BARRA. ....	111
FIGURA 66 - SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI SUL CALCESTRUZZO E SULLA BARRA.....	112
FIGURA 67 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). .	115
FIGURA 68 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.....	115
FIGURA 69 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. ....	116

FIGURA 70 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	116
FIGURA 71 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	117
FIGURA 72 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	117
FIGURA 73 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	118
FIGURA 74 - REAZIONI DEI VINCOLI ESTERNI POSTI ALLE ESTREMITÀ.....	118
FIGURA 75 - STATO FESSURATO PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO.....	122
FIGURA 76 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). .	123
FIGURA 77 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NELL' ACCIAIO.....	123
FIGURA 78 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	124
FIGURA 79 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	124
FIGURA 80 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	125
FIGURA 81 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	125
FIGURA 82- ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	126
FIGURA 83 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO. ....	127
FIGURA 84 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA ECCENTRICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE LABILE (ESTERNAMENTE).....	132
FIGURA 85 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI.....	136
FIGURA 86 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). .	138
FIGURA 87 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NELL' ACCIAIO.....	138
FIGURA 88 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	139
FIGURA 89 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	139
FIGURA 90 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	140
FIGURA 91 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	140
FIGURA 92 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	141
FIGURA 93 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA ECCENTRICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE).....	145
FIGURA 94 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI.....	146
FIGURA 95 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). .	148
FIGURA 96 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NELL' ACCIAIO.....	148
FIGURA 97 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	149
FIGURA 98 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	149
FIGURA 99 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	150
FIGURA 100 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	150
FIGURA 101 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	151
FIGURA 102 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA ECCENTRICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE).....	155
FIGURA 103 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000).	158
FIGURA 104 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE NELL' ACCIAIO.....	158
FIGURA 105 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	159
FIGURA 106 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	159

FIGURA 107 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	160
FIGURA 108 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	160
FIGURA 109 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	161
FIGURA 110 - REAZIONI DEI VINCOLI ESTERNI POSTI ALLE ESTREMITÀ.	161
FIGURA 111 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO.	163
FIGURA 112 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA DOPPIAMENTE ECCENTRICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE).	168
FIGURA 113 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI.	171
FIGURA 114 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000).	172
FIGURA 115 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.	172
FIGURA 116 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	173
FIGURA 117 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	173
FIGURA 118 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	174
FIGURA 119 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	174
FIGURA 120 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	174
FIGURA 121 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA DOPPIAMENTE ECCENTRICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE).	179
FIGURA 122 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000).	180
FIGURA 123 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.	180
FIGURA 124 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	180
FIGURA 125 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	181
FIGURA 126 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	181
FIGURA 127 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	182
FIGURA 128 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	182
FIGURA 129 - REAZIONI DEI VINCOLI ESTERNI POSTI ALLE ESTREMITÀ.	183
FIGURA 130 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO.	184
FIGURA 131 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO E ARMATURA CENTRATA TESA NELLO SCHEMA STRUTTURALE LABILE (ESTERNAMENTE).	189
FIGURA 132 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI.	192
FIGURA 133 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000).	194
FIGURA 134 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.	194
FIGURA 135 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	194
FIGURA 136 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	195
FIGURA 137 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO.	195
FIGURA 138 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.	196

FIGURA 139 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	196
FIGURA 140 - STATO FESSURATO PER LO SCHEMA STRUTTURALE LABILE.....	199
FIGURA 141 - GRAFICO DEGLI SPOSTAMENTI.....	200
FIGURA 142 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). 200	
FIGURA 143 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NELL'ACCIAIO.....	200
FIGURA 144 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	201
FIGURA 145 - ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ACCIAIO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	201
FIGURA 146 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE NEL CALCESTRUZZO. .....	202
FIGURA 147 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE. .....	202
FIGURA 148- ANDAMENTO DELLO SFORZO ASSIALE NEL CALCESTRUZZO SULLA SEZIONE LONGITUDINALE.....	203
FIGURA 149 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO. ....	204
FIGURA 150 - ELEMENTO A SEZIONE A T COSTITUITO DA ANIMA E SOLETTA DI CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE). ....	209
FIGURA 151 - TENSIONI CHE SI GENERANO ALL'INTERFACCIA TRA SOLETTA E ANIMA. ....	210
FIGURA 152 - STATI TENSIONALI NELLA SOLETTA E NELL'ANIMA. ....	211
FIGURA 153 - ACCORGIMENTO PER TENERE CONTO DELLA FLESSIONE DELLA SOLETTA IMPEDITA DALL'ANIMA SOTTOSTANTE. ....	213
FIGURA 154 - PRIMA IPOTESI SUGLI ANDAMENTI DI TENSIONI, RISULTANTE DELLE TENSIONI, DEFORMAZIONI. ....	214
FIGURA 155 - SECONDA IPOTESI SUGLI ANDAMENTI DI TENSIONI, RISULTANTE DELLE TENSIONI, DEFORMAZIONI. ....	215
FIGURA 156 DIAGRAMMI DI TENSIONI, RISULTANTE DELLE TENSIONI, DEFORMAZIONI.....	216
FIGURA 157 - SCHEMATIZZAZIONE DELLA RISULTANTE DELLE TENSIONI CHE SI SCAMBIANO SOLETTA E ANIMA. ....	217
FIGURA 158 - SCHEMA DI CALCOLO DI PRIMA FASE E DIAGRAMMA DELLE TENSIONI CORRISPONDENTI. .....	218
FIGURA 159 - SCHEMA DI CALCOLO DI SECONDA FASE E DIAGRAMMA DELLE TENSIONI CORRISPONDENTI. ....	219
FIGURA 160 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI DA APPLICARE IN TERZA FASE ALLE SEZIONI DI ESTREMITÀ.....	219
FIGURA 161 - DIAGRAMMA FINALE DELLE TENSIONI PER TUTTE LE SEZIONI POSTE AD UNA DISTANZA DAI BORDI CIRCA PARI ALL'ALTEZZA DELLA SEZIONE.....	220
FIGURA 162 – GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO. ....	221
FIGURA 163 - SPOSTAMENTI IN SOMMITÀ E ALLA BASE DELL'ANIMA RICAVATI DAL MODELLO DI ELEMENTI SHELL. ....	222
FIGURA 164 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). 223	
FIGURA 165 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	224
FIGURA 166 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	224
FIGURA 167 – RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	226
FIGURA 168 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA.....	226
FIGURA 169 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA. ....	227
FIGURA 170 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL'ANIMA. ....	227

FIGURA 171 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL' ANIMA. ....	228
FIGURA 172 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO FRAME. ....	229
FIGURA 173 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO SHELL. ....	229
FIGURA 174 – MODELLI DI TENTATIVO. ....	230
FIGURA 175 - MODELLO IN CUI SI È APPLICATO LO SFORZO DI COMPRESSIONE NEL BARICENTRO DELLA SOLETTA. ....	231
FIGURA 176 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	231
FIGURA 177 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	232
FIGURA 178 - MODELLO IN CUI SI È APPLICATO LO SFORZO DI COMPRESSIONE NEL BARICENTRO DELLA SEZIONE COMPOSTA ASSIEME AL RELATIVO MOMENTO DI TRASPORTO.....	232
FIGURA 179 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	233
FIGURA 180 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	233
FIGURA 181 – RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	234
FIGURA 182 - STATO TENSIONALE COMPLESSIVO IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. .....	235
FIGURA 183 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L' ANIMA E LA SOLETTA DI CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE). .....	239
FIGURA 184 - SCHEMA DI CALCOLO DI PRIMA FASE E DIAGRAMMA DELLE TENSIONI CORRISPONDENTI. .....	239
FIGURA 185 - SCHEMA DI CALCOLO DI SECONDA FASE E DIAGRAMMA DELLE TENSIONI CORRISPONDENTI. ....	240
FIGURA 186 - SCHEMA DI CALCOLO DI TERZA FASE. ....	240
FIGURA 187 - DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE IN UNO SCHEMA IPERSTATICO A TRE APPOGGI. .....	240
FIGURA 188 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). 241	
FIGURA 189 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	241
FIGURA 190 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	242
FIGURA 191 - RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	243
FIGURA 192 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA.....	243
FIGURA 193 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA. ....	244
FIGURA 194 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL' ANIMA. ....	244
FIGURA 195 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL' ANIMA. ....	245
FIGURA 196 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO FRAME. ....	246
FIGURA 197 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN DIREZIONE LONGITUDINALE PER LA SECONDA FASE. ....	247
FIGURA 198 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	247

FIGURA 199 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	248
FIGURA 200 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN DIREZIONE LONGITUDINALE PER LA TERZA FASE. ....	249
FIGURA 201 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	249
FIGURA 202 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	250
FIGURA 203 - RISULTANTI PER ANIMA E SOLETTA PER LE VARIE FASI DI CALCOLI OTTENUTI TRAMITE LA DEFINIZIONE DI SECTION CUT.....	251
FIGURA 204 - STATO TENSIONALE COMPLESSIVO IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	251
FIGURA 205 - STATO FESSURATO PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO.....	252
FIGURA 206 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO. ....	253
FIGURA 207 - ELEMENTO A SEZIONE A T COSTITUITO DA ANIMA IN ACCIAIO E SOLETTA DI CALCESTRUZZO NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO (ESTERNAMENTE). ....	258
FIGURA 208 - GEOMETRIA DELL'ELEMENTO CONSIDERATO.....	259
FIGURA 209 - SPOSTAMENTI IN SOMMITÀ E ALLA BASE DELL'ANIMA RICAVATI DAL MODELLO DI ELEMENTI SHELL. ....	260
FIGURA 210 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL'ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). ....	261
FIGURA 211 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	262
FIGURA 212 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	262
FIGURA 213 - RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	263
FIGURA 214 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA.....	264
FIGURA 215 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA. ....	264
FIGURA 216 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL'ANIMA. ....	265
FIGURA 217 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL'ANIMA. ....	265
FIGURA 218 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO FRAME. ....	267
FIGURA 219 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO SHELL. ....	267
FIGURA 220 - MODELLO IN CUI SI È APPLICATO LO SFORZO DI COMPRESSIONE NEL BARICENTRO DELLA SOLETTA. ....	268
FIGURA 221 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	268
FIGURA 222 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	269
FIGURA 223 - MODELLO IN CUI SI È APPLICATO LO SFORZO DI COMPRESSIONE NEL BARICENTRO DELLA SEZIONE COMPOSTA ASSIEME AL RELATIVO MOMENTO DI TRASPORTO.....	269
FIGURA 224 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	270
FIGURA 225 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	270
FIGURA 226 - RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	271
FIGURA 227 - STATO TENSIONALE COMPLESSIVO IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	272

FIGURA 228 - DIAGRAMMI DELLE TENSIONI E DELLE CONSEGUENTI SOLLECITAZIONI PER L' ANIMA DI CALCESTRUZZO E LA SOLETTA DI ACCIAIO NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO (ESTERNAMENTE).....	276
FIGURA 229 - TENSIONI NORMALI NELLA DIREZIONE DELL' ASSE DELLA TRAVE (S11 IN SAP2000). 276	
FIGURA 230 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	277
FIGURA 231 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	277
FIGURA 232 - RISULTANTI RICAVATE TRAMITE LE SECTION CUT IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	278
FIGURA 233 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA.....	278
FIGURA 234 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA. ....	279
FIGURA 235 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL' ANIMA. ....	279
FIGURA 236 - ANDAMENTO DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI NORMALI DI COMPRESSIONE NELL' ANIMA. ....	280
FIGURA 237 - REAZIONE DI INCASTRO PERFETTO IN CORRISPONDENZA DEI VINCOLI AUSILIARI OTTENUTA CON UN MODELLO A ELEMENTO DI TIPO FRAME. ....	281
FIGURA 238 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN DIREZIONE LONGITUDINALE PER LA SECONDA FASE. ....	282
FIGURA 239 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	282
FIGURA 240 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	283
FIGURA 241 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN DIREZIONE LONGITUDINALE PER LA TERZA FASE. ....	284
FIGURA 242 - DIAGRAMMA DELLE TENSIONI NORMALI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	284
FIGURA 243 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA E RISPETTIVE RISULTANTI. ....	285
FIGURA 244 - RISULTANTI PER ANIMA E SOLETTA PER LE VARIE FASI DI CALCOLI OTTENUTI TRAMITE LA DEFINIZIONE DI SECTION CUT.....	286
FIGURA 245 - STATO TENSIONALE COMPLESSIVO IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	286
FIGURA 246 - MODULO ELASTICO DEL CALCESTRUZZO A BREVE E LUNGO TERMINE. ....	291
FIGURA 247 - (A) APPROSSIMAZIONI INTRODOTTE CON IL METODO DEL MODULO EFFICACE; (B) APPROSSIMAZIONI INTRODOTTE CON IL METODO DELLE TENSIONI MEDIE.....	303
FIGURA 248 - FORZE E MOMENTI AGENTI SULLE VARIE PARTI DELLA SEZIONE SECONDO IL METODO DELLA SCOMPOSIZIONE DELLE FORZE. ....	305
FIGURA 249 - DIAGRAMMI DELLE DEFORMAZIONI RISPETTIVAMENTE A BREVE E LUNGO TERMINE. 305	
FIGURA 250 - GEOMETRIA DELL' ELEMENTO CONSIDERATO.....	311
FIGURA 251 - RISULTANTI DEGLI SFORZI INTERNI NELL' ANIMA E NELLA SOLETTA RICAVATE TRAMITE LE "SECTION CUT" NEL MODELLO FEM. ....	313
FIGURA 252 - RITIRO: (A) (B) (C) EFFETTI GLOBALI; (D) EFFETTI LOCALI SULLA CONNESSIONE. ....	317
FIGURA 253 - MODELLO FEM DI UNA TRAVE A SEZIONE MISTA CON L' ARMATURA LONGITUDINALE IN SOLETTA. ....	319
FIGURA 254 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA TRAVE METALLICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	320
FIGURA 255 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA TRAVE METALLICA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	320



FIGURA 256 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLE ARMATURE NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	323
FIGURA 257 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLE ARMATURE NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	323
FIGURA 258 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	325
FIGURA 259 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO ISTANTANEO PER IL CALCESTRUZZO. ....	325
FIGURA 260 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA TRAVE NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	327
FIGURA 261 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA TRAVE NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	327
FIGURA 262 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLE ARMATURE NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	329
FIGURA 263 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLE ARMATURE NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	330
FIGURA 264 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA NELLO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	332
FIGURA 265 - TENSIONI IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA NELLO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO IN CUI SI È ASSUNTO MODULO ELASTICO A LUNGO TERMINE PER IL CALCESTRUZZO. ....	332
FIGURA 266 - SEZIONE TRASVERSALE TIPICA. ....	336
FIGURA 267 - SEZIONE TRASVERSALE. ....	336
FIGURA 268 - SCHEMA STATICO PER LA PRIMA FASE. ....	340
FIGURA 269 - MODELLO FEM PER LA PRIMA FASE. ....	340
FIGURA 270 - DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE OTTENUTO DAL MODELLO FEM PER LA PRIMA FASE. ....	341
FIGURA 271 - DIAGRAMMA DEL TAGLIO OTTENUTO DAL MODELLO FEM PER LA PRIMA FASE. ....	341
FIGURA 272 - SCHEMA STATICO. ....	342
FIGURA 273 - MODELLO FEM PER LA SECONDA FASE. ....	342
FIGURA 274 - DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE OTTENUTO DAL MODELLO FEM PER LA SECONDA FASE. ....	342
FIGURA 275 - DIAGRAMMA DEL TAGLIO OTTENUTO DAL MODELLO FEM PER LA SECONDA FASE. ....	343
FIGURA 276 - FOGLIO DI CALCOLO PER LA DETERMINAZIONE DELLA DEFORMAZIONE DA RITIRO SECONDO IL D.M. 14/01/2008. ....	343
FIGURA 277 - FOGLIO DI CALCOLO PER LA DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ SECONDO IL D.M. 14/01/2008. ....	344
FIGURA 278 - SCHEMI DI CARICO PREVISTI DAL D.M. 14/01/2008. ....	345
FIGURA 279 - DISTRIBUZIONE DEI CARICHI CON CARICO VERTICALE MASSIMO SUL LATO ESTERNO. ....	346
FIGURA 280 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI CONCENTRATI. ....	347
FIGURA 281 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI DISTRIBUITI. ....	347
FIGURA 282 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI CONCENTRATI. ....	347

FIGURA 283 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI DISTRIBUITI .....	348
FIGURA 284 - DISTRIBUZIONE DEI CARICHI CON ECCENTRICITÀ MASSIMA. ....	348
FIGURA 285 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI CONCENTRATI. ....	349
FIGURA 286 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI DISTRIBUITI. .....	349
FIGURA 287 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI CONCENTRATI. ....	349
FIGURA 288 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI DISTRIBUITI .....	350
FIGURA 289 - DISTRIBUZIONE DEI CARICHI MASSIMI SULLA TRAVE CENTRALE.....	351
FIGURA 290 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI CONCENTRATI. ....	351
FIGURA 291 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI FLETTENTI E DEL TAGLIO DOVUTI AI CARICHI DISTRIBUITI. .....	351
FIGURA 292 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI CONCENTRATI. ....	352
FIGURA 293 - REAZIONI OFFERTE DALLE TRAVI PER I CARICHI DISTRIBUITI .....	352
FIGURA 294 - DISTRIBUZIONI CONSIDERATE PER L'AZIONE DELLA TEMPERATURA SULL'IMPALCATO. .....	354
FIGURA 295 - DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE DOVUTO ALLA COMPONENTE DI VARIAZIONE TERMICA DIFFERENZIALE. ....	354
FIGURA 296 - FOGLIO DI CALCOLO PER LA DETERMINAZIONE DELLA PRESSIONE CINETICA DI RIFERIMENTO SECONDO IL D.M. 14/01/2008.....	355
FIGURA 297 – DIAGRAMMI DEL MOMENTO FLETTENTE OTTENUTI DAL MODELLO FEM PER L' AZIONE DEL VENTO. ....	355
FIGURA 298 - DIAGRAMMI DEL TAGLIO OTTENUTI DAL MODELLO FEM PER L' AZIONE DEL VENTO. ....	356
FIGURA 299 - MODELLO DI CALCOLO REALIZZATO PRINCIPALMENTE CON ELEMENTI DI TIPO "SHELL". .....	358
FIGURA 300 - MODELLO DI CALCOLO CON INGOMBRO SOLIDO DEGLI ELEMENTI "FRAMES" E "SHELL". .....	358
FIGURA 301 - MODELLO DI CALCOLO REALIZZATO CON ELEMENTI DI TIPO "FRAME". ....	359
FIGURA 302 - MODELLO DI CALCOLO CON INGOMBRO SOLIDO DEGLI ELEMENTI "FRAME". ....	359
FIGURA 303 - SEZIONI MISTE ASSEGNATE TRAMITE IL "SECTION DESIGNER". ....	359
FIGURA 304 - MODELLO DI CALCOLO REALIZZATO CON ELEMENTI DI TIPO "FRAME" E "SHELL" .....	360
FIGURA 305 - MODELLO DI CALCOLO CON INGOMBRO SOLIDO DEGLI ELEMENTI "FRAME" E "SHELL". .....	360
FIGURA 306 - MODELLO DI CALCOLO REALIZZATO CON ELEMENTI DI TIPO "FRAME" E "SHELL" .....	361
FIGURA 307 - MODELLO DI CALCOLO CON INGOMBRO SOLIDO DEGLI ELEMENTI "FRAME" E "SHELL". .....	361
FIGURA 308 - INDIVIDUAZIONE DELLE SEZIONI DI CALCOLO. ....	361
FIGURA 309 - DEFINIZIONE DELL'ESTENSIONE DELLE ZONE FESSURATE. ....	364
FIGURA 310 - DEFINIZIONE DELL'ESTENSIONE DELLE ZONE FESSURATE. ....	365
FIGURA 311 - ZONE FESSURATE. ....	365
FIGURA 312 – MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL PESO PROPRIO DA MODELLO 1A. ....	367
FIGURA 313 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL PESO PROPRIO DA MODELLO 2A. ....	368
FIGURA 314 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL PESO PROPRIO DA MODELLO 3A. ....	369
FIGURA 315 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL PESO PROPRIO DA MODELLO 4A. ....	370
FIGURA 316 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO ALLA VARIAZIONE TERMICA DA MODELLO 1B. ....	371
FIGURA 317 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO ALLA VARIAZIONE TERMICA DA MODELLO 2B. ....	372
FIGURA 318 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO ALLA VARIAZIONE TERMICA DA MODELLO 3B. ....	373
FIGURA 319 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO ALLA VARIAZIONE TERMICA DA MODELLO 4B. ....	374
FIGURA 320 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI CARICHI MOBILI DA MODELLO 1B. ....	375
FIGURA 321 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI CARICHI MOBILI DA MODELLO 2B. ....	376
FIGURA 322 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI CARICHI MOBILI DA MODELLO 3B. ....	377
FIGURA 323 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI CARICHI MOBILI DA MODELLO 4B. ....	378

FIGURA 324 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI PERMANENTI PORTATI DA MODELLO 1C. ....	379
FIGURA 325 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI PERMANENTI PORTATI DA MODELLO 2C. ....	380
FIGURA 326 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI PERMANENTI PORTATI DA MODELLO 3C. ....	381
FIGURA 327 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AI PERMANENTI PORTATI DA MODELLO 4C. ....	382
FIGURA 328 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL RITIRO DA MODELLO 1C. ....	383
FIGURA 329 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL RITIRO DA MODELLO 2C. ....	384
FIGURA 330 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL RITIRO DA MODELLO 3C. ....	385
FIGURA 331 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL RITIRO DA MODELLO 4C. ....	386
FIGURA 332 - LEGAME FORZA-SPOSTAMENTO CHE DEFINISCE IL COMPORTAMENTO DELLE MOLLE POSTE IN CORRISPONDENZA DELLE SPALLE .....	389
FIGURA 333 - MODELLO "ISOSTATICO" PER LA VALUTAZIONE DELLE SOLLECITAZIONI DA RITIRO CON MOLLE PER SIMULARE L'ATTRITO DEI VINCOLI .....	389
FIGURA 334 - MOMENTO FLETTENTE DOVUTO AL RITIRO DA MODELLO 2C CON E SENZA ATTRITO DEI VINCOLI NELLO SCHEMA "ISOSTATICO" .....	390
FIGURA 335 - ELEMENTI CHE SI OPPONGONO AL RITIRO IN DIREZIONE LONGITUDINALE E TRASVERSALE. ....	391
FIGURA 336 - ARMATURE RESISTENTI IN DIREZIONE TRASVERSALE E SCHEMATIZZAZIONE ADOTTATA PER LA SOLETTA. ....	391
FIGURA 337 - STRISCIA LARGA 1 M DI SEZIONE LONGITUDINALE DI IMPALCATO E SCHEMA STATICO DI CALCOLO ADOTTATO PER LA SOLETTA IN DIREZIONE TRASVERSALE. ....	392
FIGURA 338 - ANDAMENTO DEGLI SFORZI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA OTTENUTI DAL MODELLO SULLE SEZIONI TRASVERSALI CONSIDERATE. ....	394
FIGURA 339 - CARPENTERIA METALLICA E ARMATURE RESISTENTI IN DIREZIONE LONGITUDINALE. ....	396
FIGURA 340 - SEZIONE TRASVERSALE DELL'IMPALCATO E DISPOSIZIONE DEI VINCOLI. ....	396
FIGURA 341 - ANDAMENTO LONGITUDINALE DEGLI SFORZI DI TRAZIONE NELLA SOLETTA OTTENUTI DAL MODELLO. ....	399
FIGURA 342 - COMBINAZIONI DI CARICO DEFINITE DAL D.M. 14/01/2008. ....	401
FIGURA 343 - TABELLE FORNITE DAL D.M. 14/01/2008 PER LA DEFINIZIONE DEI COEFFICIENTI DA ADOTTARE NELLE COMBINAZIONI DI CARICO. ....	402
FIGURA 344 - LARGHEZZA EFFICACE DELLA SOLETTA. ....	405
FIGURA 345 - LUCI EQUIVALENTI ( $L_e$ ) PER IL CALCOLO DELLA LARGHEZZA EFFICACE DELLA SOLETTA. .....	405
FIGURA 346 - DEFINIZIONE DELLE ZONE EFFICACI PER ELEMENTI COMPRESI INTERNI ED ESTERNI. ....	407
FIGURA 347 - SEZIONE TRASVERSALE SCHEMA STATICO CONSIDERATI. ....	422
FIGURA 348 - EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE DEL CONCIO. ....	423
FIGURA 349 - EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE ORIZZONTALE DEL CONCIO. ....	423
FIGURA 350 - MECCANISMO RESISTENTE CHE SI INSTAURA ALL'INTERNO DELLA SOLETTA PER RESISTERE ALLO SCORRIMENTO. ....	424
FIGURA 351 - SCHEMA PER LA COSTRUZIONE DEL POLIGONO DELLE FORZE CHE GARANTISCE L'EQUILIBRIO. ....	425
FIGURA 352 - SEQUENZE DI GETTO DELLA SOLETTA. ....	429
FIGURA 353 - POSA IN OPERA DELLA SOLETTA A SPINTA. ....	430
FIGURA 354 - SOLETTA PREFABBRICATA A CONCI. ....	430
FIGURA 355 - INVILUPPO DELLE TENSIONI DI TRAZIONE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI CHE LA SOLETTA SIA REALIZZATA IN UN'UNICA SOLUZIONE (COLLABORAZIONE TRASVERSALE TRA LE TRAVI GARANTITA DALLA SOLA SOLETTA). ....	431
FIGURA 356 - INVILUPPO DELLE TENSIONI DI TRAZIONE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI CHE LA SOLETTA SIA REALIZZATA IN UN'UNICA SOLUZIONE (COLLABORAZIONE TRASVERSALE TRA LE TRAVI GARANTITA DA ELEMENTI TRASVERSALI INFINITAMENTE RIGIDI). .....	431
FIGURA 357 - INVILUPPO DELLE TENSIONI DI TRAZIONE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI CHE LA SOLETTA SIA REALIZZATA CON UN GETTO OTTIMIZZATO CHE PREVEDE PRIMA IL GETTO DEI CONCI AGLI APPOGGI. ....	432

FIGURA 358 - INVILUPPO DELLE TENSIONI DI TRAZIONE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI CHE LA SOLETTA SIA REALIZZATA CON UN GETTO OTTIMIZZATO CHE PREVEDE PRIMA IL GETTO DEI CONCI IN CAMPATA. ....	432
FIGURA 359 - INVILUPPO DELLE TENSIONI DI TRAZIONE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI CHE LA SOLETTA SIA REALIZZATA CON UN GETTO OTTIMIZZATO CHE PREVEDE PRIMA IL GETTO DEI CONCI IN CAMPATA, MA DI UN CONCIO ALLA VOLTA. ....	433
FIGURA 360 - STIMA DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE DURANTE LA REALIZZAZIONE DELLA SOLETTA NELL'IPOTESI DI REALIZZAZIONE CON GETTO CONTINUO. ....	434
FIGURA 361 - VERIFICA A FESSURAZIONE PER LA SEZIONE L. ....	443
FIGURA 362 - VERIFICA A FESSURAZIONE PER LA SEZIONE D. ....	444

## Indice delle Tabelle:

TABELLA 1 - VALORI DI $E_{CO}$ .....	36
TABELLA 2 - VALORI DI $K_H$ .....	36
TABELLA 3 - VALORI NOMINALI DEL RITIRO (IN %) PER ESSICCAMENTO NON CONTRASTATO $E_{CD,0}$ DAL CALCESTRUZZO CON CEMENTO CEM CLASSE N.....	39
TABELLA 4 - VALORI DI $K_H$ .....	39
TABELLA 5 - CONFRONTO TRA LE DIVERSE FORMULAZIONI PROPOSTE DALLE NORMATIVE PRESE IN CONSIDERAZIONE.....	41
TABELLA 6 - VALORI DI $K_H$ .....	43
TABELLA 7 - VALORI DI $E_{CO}$ .....	43
TABELLA 8 - VALORI DI $K_H$ .....	45
TABELLA 9 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO DI SOLO CALCESTRUZZO NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI.....	55
TABELLA 10 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	62
TABELLA 11 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	64
TABELLA 12 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO CON ARMATURA CENTRATA NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI.....	68
TABELLA 13 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	80
TABELLA 14- RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	81
TABELLA 15 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	87
TABELLA 16 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE A L/4.....	89
TABELLA 17 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	97
TABELLA 18 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	98
TABELLA 19 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	103
TABELLA 20 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE A L/4.....	104
TABELLA 21 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	116
TABELLA 22 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	118
TABELLA 23 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	124
TABELLA 24 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE A L/4.....	126
TABELLA 25 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO CON ARMATURA ECCENTRICA NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI.....	128
TABELLA 26 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	139
TABELLA 27 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	141
TABELLA 28 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	149
TABELLA 29 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	151
TABELLA 30 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	159

TABELLA 31 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	161
TABELLA 32 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO CON ARMATURA DOPPIAMENTE ECCENTRICA NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI. ....	164
TABELLA 33 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	173
TABELLA 34 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	175
TABELLA 35 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	181
TABELLA 36 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	182
TABELLA 37 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO DI CALCESTRUZZO CON ARMATURA CENTRATA TESA NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI. ....	185
TABELLA 38 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	195
TABELLA 39 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	196
TABELLA 40 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA.....	201
TABELLA 41 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE A L/4 ...	203
TABELLA 42 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO A SEZIONE A T DI SOLO CALCESTRUZZO NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI. ....	205
TABELLA 43 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	227
TABELLA 44 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ANIMA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	228
TABELLA 45 - REAZIONI VINCOLARI PER I MODELLI DI TENTATIVO. ....	230
TABELLA 46 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	244
TABELLA 47 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ANIMA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	245
TABELLA 48 - TENSIONI E DEFORMAZIONI, SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI PER L'ELEMENTO A T COSTITUITO DA ANIMA IN ACCIAIO E SOLETTA DI CALCESTRUZZO NEGLI SCHEMI STRUTTURALI CONSIDERATI. ....	254
TABELLA 49 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	264
TABELLA 50 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ANIMA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	265
TABELLA 51 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	279
TABELLA 52 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL'ANIMA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA. ....	280
TABELLA 53 - TABELLA RIASSUNTIVA DEI RISULTATI OTTENUTI PER I CASI STUDIATI. ....	287
TABELLA 54 - VALORI DI $\phi(\infty, T_0)$ . ATMOSFERA CON UMDITÀ RELATIVA DI CIRCA IL 75%.....	292
TABELLA 55 - VALORI DI $\phi(\infty, T_0)$ . ATMOSFERA CON UMDITÀ RELATIVA DI CIRCA IL 55%.....	292
TABELLA 56 - TABELLA AGGIORNATA PER UN'ANALISI PSEUDO-ELASTICA CON RAPPORTO MODULARE $N_{CS}$ . ....	294
TABELLA 57 - VALORI DEL COEFFICIENTE $\psi_L$ .....	316
TABELLA 58 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA TRAVE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	321

TABELLA 59 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA TRAVE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	321
TABELLA 60 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ARMATURA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	323
TABELLA 61 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ARMATURA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	324
TABELLA 62 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	325
TABELLA 63 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	326
TABELLA 64 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA TRAVE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	327
TABELLA 65 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA TRAVE IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	328
TABELLA 66 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ARMATURA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	330
TABELLA 67 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELL' ARMATURA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	331
TABELLA 68 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE ISOSTATICO. ....	333
TABELLA 69 - RISULTANTE DELLO SFORZO ASSIALE NELLA SOLETTA IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI MEZZERIA PER LO SCHEMA STRUTTURALE IPERSTATICO. ....	333
TABELLA 70 - PROPRIETÀ DEL CALCESTRUZZO. ....	338
TABELLA 71 - VALORI DEL COEFFICIENTE $\Psi_L$ SUGGERITI DALL'EC4-2 IN FUNZIONE DEL TIPO DI AZIONE. ....	338
TABELLA 72 - COEFFICIENTI DI OMOGENEIZZAZIONE. ....	339
TABELLA 73 - PROPRIETÀ DELL'ACCIAIO DA ARMATURA LENTA. ....	339
TABELLA 74 - PROPRIETÀ DELL'ACCIAIO DA CARPENTERIA METALLICA. ....	339
TABELLA 75 - CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLE SEZIONI INDAGATE. ....	362
TABELLA 76 - SEZIONI DI RIFERIMENTO. ....	365
TABELLA 77 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	367
TABELLA 78 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	368
TABELLA 79 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	369
TABELLA 80 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	370
TABELLA 81 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	371
TABELLA 82 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	372
TABELLA 83 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	373
TABELLA 84 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	374
TABELLA 85 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	375
TABELLA 86 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	376
TABELLA 87 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	377
TABELLA 88 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	378
TABELLA 89 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	379
TABELLA 90 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	380
TABELLA 91 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	381
TABELLA 92 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	382
TABELLA 93 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	383
TABELLA 94 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	384
TABELLA 95 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	385
TABELLA 96 - SOLLECITAZIONI RILEVANTI AI FINI DELLE VERIFICHE. ....	386
TABELLA 97 - CONFRONTO TRA LE SOLLECITAZIONI RICAVATE DAI VARI MODELLI STUDIATI. ....	387
TABELLA 98 - SFORZI DI TRAZIONE IN DIREZIONE TRASVERSALE NELLA SOLETTA ALLE VARIE SEZIONI PRESE COME RIFERIMENTO. ....	394

TABELLA 99 - CONFRONTO TRA GLI SFORZI DI TRAZIONE IN DIREZIONE TRASVERSALE NELLA SOLETTA ALLE VARIE SEZIONI PRESE COME RIFERIMENTO CALCOLATI CON IL MODELLO ANALITICO E NUMERICO.....	395
TABELLA 100 - ERRORI MEDI E MASSIMI IN CORRISPONDENZA DI PILE E CAMPATE.....	395
TABELLA 101 - SFORZI DI TRAZIONE IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA ALLE VARIE SEZIONI PRESE COME RIFERIMENTO.....	399
TABELLA 102 – CONFRONTO TRA GLI SFORZI DI TRAZIONE IN DIREZIONE LONGITUDINALE NELLA SOLETTA ALLE VARIE SEZIONI PRESE COME RIFERIMENTO CALCOLATI CON IL MODELLO ANALITICO E NUMERICO.....	400
TABELLA 103 - ERRORI MEDI E MASSIMI IN CORRISPONDENZA DI PILE E CAMPATE.....	400
TABELLA 104 - CONDIZIONI DI CARICO ELEMENTARI.....	403
TABELLA 105 - VALORI DELLE AZIONI DA COMBINARE PER LA SEZIONE L.....	403
TABELLA 106 - VALORI DELLE AZIONI COMBinate PER LA SEZIONE L.....	404
TABELLA 107 - VALORI DELLE AZIONI DA COMBINARE PER LA SEZIONE D.....	404
TABELLA 108 - VALORI DELLE AZIONI COMBinate PER LA SEZIONE D.....	404
TABELLA 109 - PROSPETTO PER ELEMENTI COMPRESSE INTERNI (UNI ENV 1993-1-1).....	407
TABELLA 110 - PROSPETTO PER ELEMENTI COMPRESSE SPORGENTI (UNI ENV 1993-1-1).....	408
TABELLA 111 - RAPPORTI MASSIMI LARGHEZZA-SPESSORE PER ELEMENTI COMPRESSE (UNI EN 1993-1-1).....	408
TABELLA 112 – RAPPORTI MASSIMI LARGHEZZA-SPESSORE PER ELEMENTI COMPRESSE (UNI EN 1993-1-1).....	409
TABELLA 113 - SCORRIMENTO UNITARIO DI CALCOLO IN CORRISPONDENZA DELLE SEZIONI DI VERIFICA.....	425
TABELLA 114 - DESCRIZIONE DELLE CONDIZIONI AMBIENTALI.....	439
TABELLA 115 - CRITERI DI SCELTA DELLO STATO LIMITE DI FESSURAZIONE.....	439



## **1 Premessa**

### **1.1 Background**

Il ritiro del calcestruzzo è semplice da definire come fenomeno dal punto di vista fisico, ma è assai più complicato capire i meccanismi con cui si sviluppa, in particolare quando il calcestruzzo è messo a contatto, prima di aver completato l'indurimento, con altri materiali non soggetti allo stesso fenomeno. Dato che nel calcestruzzo si trova sempre immersa una certa quantità di armatura, risulta interessante capire quali implicazioni questa eterogeneità comporti nel ritiro del calcestruzzo. Di frequente sono adottate nell'ingegneria civile anche strutture miste acciaio-calcestruzzo, nelle quali risulta altrettanto interessante studiare gli effetti di questo fenomeno. Alla luce della limitata documentazione tecnica che tratta questo fenomeno complesso, si è pensato di dedicare il presente lavoro allo studio del ritiro del calcestruzzo per cercare di capire meglio i meccanismi con cui si sviluppa e gli effetti con cui si manifesta nelle strutture dell'ingegneria civile, con particolare riferimento alle solette da ponte di impalcati a sezione mista acciaio-calcestruzzo.

### **1.2 Obiettivo del lavoro**

Il lavoro si pone l'obiettivo di studiare in modo approfondito il fenomeno del ritiro del calcestruzzo, in un primo momento come fenomeno fisico verificandone gli effetti su elementi strutturali semplici, per poi approfondire in un secondo momento gli effetti indotti su una struttura reale, nello specifico su un impalcato da ponte a sezione mista. Tramite questo percorso di studio articolato in fasi di studio prettamente teoriche, seguite dall'analisi del fenomeno su modelli realizzati con software FEM, si vuole indagare il fenomeno del ritiro del calcestruzzo dal punto di vista fisico, capire l'entità delle azioni che si manifestano nelle strutture come effetto di tale fenomeno ed infine valutare se effettivamente il ritiro abbia rilevanza pratica solo nell'ambito delle verifiche allo Stato Limite di Esercizio.

### 1.3 Organizzazione del lavoro

Il lavoro si è sviluppato in tre fasi principali:

- Fase 1: ricerca del materiale esistente in merito al fenomeno del ritiro del calcestruzzo;
- Fase 2a: studio teorico di casi elementari per analizzare il meccanismo con cui si attua il fenomeno del ritiro e cosa comporta nel caso di presenza di armatura e di sezioni miste acciaio-calcestruzzo (trattato nella Parte I di questo elaborato);
- Fase 2b: confronto dei casi elementari analizzati con applicazioni FEM, realizzate con modelli a fibre realizzati con elementi brick e modelli con elementi shell (trattato nella Parte I di questo elaborato);
- Fase 3: estensione delle conoscenze acquisite e delle osservazioni fatte sui casi elementari ad un caso reale, nello specifico un ponte con impalcato tri-trave a sezione mista; studio di una tecnica esecutiva del getto della soletta al fine di contenerne il fenomeno della fessurazione da ritiro (trattato nella Parte II di questo elaborato).

In particolare, nel *capitolo 2* si definisce il fenomeno fisico del ritiro del calcestruzzo, specificando i fattori che lo influenzano e i parametri che concorrono a definire il ritiro totale in un elemento di calcestruzzo.

Nel *capitolo 3* si richiamano le prescrizioni fornite dal D.M. 14/01/2008 e dal EC2-1-1:2005 in merito al calcolo della deformazione da ritiro. Si esegue un esempio numerico per dimostrare che entrambi gli approcci conducono a valori di deformazione dello stesso ordine di grandezza. Si riportano quindi alcuni grafici che permettono di valutare l'influenza dei vari parametri che entrano in gioco nell'approccio proposto dal D.M. 14/01/2008 nel calcolo della deformazione da ritiro.

Nel *capitolo 4* si studiano una serie di *casi fondamentali* in cui si prendono in considerazione diversi elementi strutturali soggetti a ritiro del calcestruzzo, in assenza di altre azioni esterne e viscosità, sotto le consuete ipotesi della teoria classica del cemento armato. Per i vari casi si svolge una prima fase di studio teorico che porta alla definizione di un modello analitico, a cui segue una seconda fase in cui si realizza un modello numerico, ed infine una fase di confronto tra i risultati forniti dai due modelli.

I risultati oggetto di confronto sono le tensioni ed i loro profili sulle sezioni trasversale e longitudinale degli elementi, le relative risultanti, gli spostamenti qualora siano concessi dalle condizioni di vincolo esterne.

In particolare sono stati oggetto di studio elementi costituiti:

- di solo calcestruzzo;
- di calcestruzzo e armatura centrata;
- di calcestruzzo e armatura eccentrica;

- di calcestruzzo e armatura doppiamente eccentrica;
- di calcestruzzo e armatura tesa da un'azione esterna;
- a T in cui soletta e anima sono costituite da due calcestruzzi differenti;
- a T in cui la soletta è costituita da calcestruzzo e l'anima di acciaio.

Per i vari casi si è anche considerata la circostanza in cui si superi la resistenza a trazione del calcestruzzo e si abbia la conseguente formazione di fessure, verificando come muta la distribuzione delle tensioni nei materiali nei vari casi.

Nel *capitolo 5* si analizza come sia differente il comportamento del calcestruzzo nel breve e nel lungo termine e quindi come si possa tenere conto nei calcoli delle sollecitazioni che gravano sulle strutture del tempo in cui queste si esplicano, correggendo opportunamente il modulo elastico del calcestruzzo in fase di analisi della struttura. In questo capitolo vengono rivisti i risultati dei casi fondamentali studiati nel capitolo precedente alla luce delle considerazioni esposte in merito alla necessità di tenere conto della contemporaneità degli effetti di viscosità e ritiro nel calcestruzzo.

Nel *capitolo 6* si richiamano le ipotesi alla base della teoria della viscoelasticità lineare.

Nel *capitolo 7* si espongono alcune considerazioni in merito al comportamento del calcestruzzo nel lungo termine. E' consuetudine infatti tenere conto della viscosità del calcestruzzo nel lungo termine adottando un modulo elastico del calcestruzzo ridotto rispetto al suo valore istantaneo. Vi sono metodi raffinati per tenere conto di questo aspetto che sono noti come metodi algebrizzati.

Nel *capitolo 8* si esegue un'applicazione del metodo AAEM, il più raffinato tra i metodi trattati nel capitolo precedente, al fine di valutare le sollecitazioni che si generano in una struttura mista acciaio-calcestruzzo come effetto del peso proprio, della viscosità e del ritiro, e vedere la mutua interazione tra questi due fenomeni.

Nel *capitolo 9* si definiscono i principi guida dell'analisi viscoelastica per gli impalcati da ponte a sezione composta; in particolare come pervenire all'adozione di un appropriato coefficiente di omogeneizzazione che permetta di tenere conto della storia di carico con particolare riferimento alla durata delle azioni applicate alla struttura.

Nel *capitolo 10* si riportano i risultati in termini di distribuzioni tensionali ricavati da un modello a fibre di una sezione a T mista acciaio-calcestruzzo, in cui si sono modellate anche le armature all'interno della soletta, in modo da cogliere in maniera puntuale le forze che si scambiano mutuamente i diversi materiali. Nello specifico si sono considerati due modelli, uno per lo schema di vincolamento isostatico e uno per quello iperstatico, e per ciascun modello si sono eseguite due analisi, rispettivamente con il modulo del calcestruzzo istantaneo e a lungo termine.

Nel *capitolo 11* si considera un caso reale: un ponte costituito da cinque campate avente un impalcato tri-trave a sezione mista. Si esegue un confronto tra i diversi modelli implementati per cercare di capire quale sia il modo più corretto per modellare in modo affidabile e aderente alla realtà il caso oggetto di studio. Si esegue quindi un confronto tra sollecitazioni per vedere il ritiro che peso ha in relazioni alle sollecitazioni indotte dalle azioni esterne. Si esegue poi qualche verifica sezionale allo scopo di mettere in evidenza ancora una volta il ruolo giocato dalle sollecitazioni da ritiro. In accordo con lo spirito che ha guidato questo percorso di studio, si vuole vedere se le formule semplificate dei modelli analitici definiti nella fase di studio dei casi semplici siano applicabili ad un caso reale e se siano affidabili per una valutazione preliminare degli sforzi in gioco. Per verificare la validità di tali modelli si scompone lo studio dell'impalcato in direzione trasversale e longitudinale, trattando separatamente il calcolo nelle due direzioni.

Nel *capitolo 12* si sottolinea il problema della fessurazione delle solette negli impalcati da ponte a sezione mista già nelle fasi realizzative e si elencano alcune possibili soluzioni costruttive per ridurre tale fenomeno. Ci si sofferma in modo particolare sulla tecnica del getto per fasi della soletta, studiando come ad una diversa sequenza di getto dei conci in cui si suddivide la soletta corrispondano stati tensionali più o meno elevati e localizzati.

Nel *capitolo 13* si traggono le conclusioni del lavoro svolto, riassumendo le analisi condotte e i risultati ottenuti dai diversi modelli elaborati. Ci si sofferma infine sugli aspetti che non sono stati trattati per mancanza di tempo e che potrebbero essere oggetto di indagine.

## **PARTE I – Modelli analitici e numeri per la definizione degli sforzi dovuti al ritiro del calcestruzzo**

### **2 Definizione del fenomeno del ritiro del calcestruzzo**

#### **2.1 Il ritiro: il fenomeno fisico**

Il ritiro è una diminuzione di volume della massa di calcestruzzo, dovuta essenzialmente alla lenta evaporazione dell'acqua in eccesso rimasta imprigionata nel getto.

Diversamente dalle deformazioni viscosi, che dipendono dall'intensità del carico applicato, il ritiro è, per un certo calcestruzzo e per assegnate condizioni ambientali, funzione solamente dell'età del materiale. Anche in questo caso la deformazione cresce nel tempo tendendo ad un valore asintotico, detto deformazione da ritiro a tempo infinito. Gli effetti del ritiro sono dunque deformazioni che si sviluppano nel tempo, anche in assenza di un'azione esterna applicata.

Come si è detto il ritiro si manifesta come una progressiva riduzione di volume, prodotta dall'evaporazione dell'acqua in eccesso rispetto al minimo richiesto dall'idratazione del cemento e rimasta intrappolata nei micropori della pasta cementizia; questo spiega la notevole influenza che hanno sul fenomeno l'umidità relativa dell'ambiente circostante ed il rapporto tra la superficie ed il volume dell'elemento.

L'entità del ritiro è inoltre influenzata dalla composizione del calcestruzzo: il rapporto acqua/cemento, la percentuale di inerti, la quantità totale di cemento; in particolare all'aumentare di queste variabili corrisponde un "amplificazione" del fenomeno.

La pelle del calcestruzzo è sempre la prima parte che viene attaccata da agenti esterni e il suo indebolimento è dovuto alla mancanza di una maturazione appropriata; questo è un aspetto critico per la durabilità della struttura.

Come per la maggior parte dei materiali, anche per il cemento il volume apparente cambia per effetto della temperatura: si ha un aumento di volume quando è riscaldato e una contrazione quando è poi raffreddato; in particolare il calcestruzzo diminuisce il volume solido quando idratato e diminuisce il volume apparente in fase di maturazione; ciascuno di questi cambiamenti volumetrici deve essere tenuto debitamente in conto nella valutazione del ritiro totale.

Nello specifico con "volume apparente" si intende il volume che si vede, senza fare alcuna considerazione sulla struttura interna o sulla porosità del materiale; invece il "volume solido" corrisponde alla parte di volume apparente che è realmente occupata dalla materia solida.

Per quanto riguarda il ritiro del calcestruzzo, esistono classificazioni molto articolate legate ai meccanismi fisico-chimici che lo descrivono (Aïtcin et al., 1998; Wittman, 1982), ma che risultano di scarsa utilità nella definizione degli effetti

sulle strutture. Una classificazione più interessante consiste nel suddividere il ritiro del calcestruzzo in tre componenti:

- ritiro endogeno;
- ritiro termico;
- ritiro da essiccamento.

Con *ritiro endogeno* si intende il ritiro causato dalla riduzione di volume che si genera durante la reazione di idratazione del cemento. Anche se questa componente del ritiro inizia quando il calcestruzzo è in fase plastica, la componente che induce effetti strutturali è solamente quella che interviene negli istanti successivi alla presa.

Con *ritiro termico* si intende invece la riduzione di volume conseguente al raffreddamento del calcestruzzo che si trova, a fine presa, a temperature più elevate di quelle ambientali a causa delle reazioni esotermiche di idratazione. Questa componente non deve confondersi con gli effetti termici in quanto l'incremento di temperatura è indotto da meccanismi interni.

La contrazione del volume solido si sviluppa finché la reazione di idratazione continua.

Con il termine "reazione di idratazione" si indicano una serie di reazioni chimiche complesse tutte esotermiche, che comportano quindi un aumento di temperatura nel calcestruzzo.

Il ritiro termico della pasta cementizia è sempre maggiore di quello degli aggregati. Nel caso di getti massivi, il ritiro termico è molto importante ed insidioso in quanto le temperature raggiunte sono elevate ed il fenomeno di raffreddamento risulta piuttosto lento e fortemente non uniforme tanto da generare stati di autotensione che possono produrre la fessurazione della struttura. Per elementi in cui il rapporto volume/superficie esposta è piccolo (come nel caso delle solette dei ponti) il ritiro termico risulta abbastanza uniforme e gli stati di autotensione sono dovuti all'impedimento delle variazioni di volume ad opera di altri elementi (es. trave di acciaio). Per le solette da ponte, realizzate con calcestruzzi ordinari, sono state rilevate sperimentalmente riduzioni della temperatura di oltre 20°C che si manifestano nell'arco della prima settimana di vita della struttura e risultano per questo piuttosto pericolose (Ducret e Lebet, 1999).

Sia il ritiro endogeno che quello termico si esauriscono nell'arco di qualche decina di giorni dalla fine presa, sono irreversibili e si manifestano anche nel caso in cui il calcestruzzo sia stagionato in condizioni di umidità ottimale per cui spesso vengono cumulate in un'unica componente detta *ritiro autogeno*.

Invece, il *ritiro da essiccamento* si manifesta successivamente alla stagionatura del getto a causa della diminuzione dell'umidità del calcestruzzo che comporta la riduzione della tensione capillare interna. La deformazione da ritiro per essiccamento si sviluppa lentamente, dal momento che è funzione della migrazione dell'acqua attraverso il calcestruzzo indurito. L'essiccazione del calcestruzzo è un risultato dell'evaporazione di una parte dell'acqua contenuta all'interno della rete di capillari nel cemento che sono collegati alla superficie, seguendo uno squilibrio tra

l'umidità relativa dell'aria dell'ambiente e dei capillari. L'essiccazione del calcestruzzo è sempre accompagnata da una contrazione del provino, durante il quale il volume apparente di calcestruzzo diminuisce.

L'essiccazione è un fenomeno localizzato che inizia a svilupparsi dalla superficie del calcestruzzo, in cui l'evaporazione può avvenire.

Il fenomeno progredisce all'interno del calcestruzzo più o meno rapidamente, a seconda della compattezza della microstruttura del calcestruzzo e la secchezza dell'aria dell'ambiente.

Al contrario delle altre componenti di ritiro, questa risulta parzialmente reversibile (infatti i calcestruzzi immersi in acqua tendono a rigonfiare) e si manifesta durante tutta la vita dell'opera, anche se la maggior parte di essa si esaurisce nell'arco dei primi anni. Il ritiro di un calcestruzzo indurito è sempre minore rispetto a quello di un impasto idratato avente lo stesso rapporto acqua/cemento.

La distribuzione degli aggregati di maggior diametro non è uniforme in un elemento in calcestruzzo: la parte superficiale è più ricca di malta e più povera di aggregati a causa dell'”effetto muro”; il calcestruzzo superficiale può quindi sviluppare un ritiro maggiore e quindi fessure maggiori rispetto alla massa del calcestruzzo, in cui lo scheletro dei grossi aggregati si oppone alla formazione di grandi fessure.

I modelli di più recente formulazione, quale quello proposto da Müller e Küttner (1996), distinguono la componente endogena del ritiro da quella da essiccamento, ma non considerano la riduzione di volume per raffreddamento del calcestruzzo.

Il ritiro non è un fenomeno inevitabile, ma è piuttosto la conseguenza della mancanza di un'adeguata maturazione o cessazione di una corretta maturazione.

## **2.2 Considerazioni generali sugli effetti della viscosità e del ritiro**

La viscosità ed il ritiro hanno un ruolo veramente importante sul comportamento delle strutture in cemento armato, cemento armato precompresso, miste acciaio-calcestruzzo; l'influenza si manifesta soprattutto nei riguardi degli Stati Limite di Esercizio, ma può interessare anche alcuni Stati Limite Ultimi. La valutazione degli effetti prodotti dai due fenomeni, tra di loro sempre interagenti, sullo stato di sforzo e di deformazione delle strutture costituisce un problema in genere piuttosto complesso e spesso di difficile soluzione principalmente per due ragioni:

- la rappresentazione non semplice del comportamento viscoso del calcestruzzo;
- la soluzione dipende dalla tipologia strutturale che spesso non è semplice e a volte soggetta a cambiamenti di schema statico nel corso del tempo; inoltre la soluzione è anche influenzata dalle azioni applicate.

Le deformazioni lente possono influenzare sensibilmente il comportamento degli elementi in cemento armato; in particolare il ritiro, quando è ostacolato da vincoli interni od esterni, genera uno stato di coazione per cui le tensioni di trazione possono facilmente superare la (modesta) resistenza del materiale e provocare il formarsi di lesioni. Per questo motivo negli elementi in calcestruzzo è sempre opportuno disporre un certo quantitativo di armatura, anche in quelli in cui i carichi non inducono sollecitazioni di trazione.

Di solito gli effetti delle deformazioni lente non vengono analizzati accuratamente: di essi si tiene conto in modo forfettario, riducendo opportunamente il modulo elastico convenzionale del calcestruzzo.

Per quanto riguarda la tipologia strutturale da analizzare si procede distinguendo le strutture in omogenee (cioè formate ovunque dal medesimo materiale) e non omogenee (formate da materiali aventi caratteristiche viscose e di ritiro differenti); si considerano a parte le strutture che presentano cambiamenti di schema statico. Per le azioni applicate, invece, si distinguono in azioni di natura statica (forze) e geometrica (deformazioni impresse).

Un'analisi accurata degli effetti della viscosità e del ritiro è richiesta quando si debba tener conto degli effetti di stati di coazione, poiché questi sono fortemente influenzati dalla deformabilità dei componenti della struttura. È questo il caso delle strutture in cemento armato precompresso in quanto la precompressione è proprio uno stato di coazione, indotto artificialmente tra calcestruzzo ed acciaio, che viene sensibilmente alterato dall'evolvere delle deformazioni lente.

I modelli di viscosità noti in letteratura e suggeriti dalle principali norme tecniche, sono stati tarati sulla base di sperimentazioni relative a prove di compressione i cui risultati sono raccolti in un'estesissima banca dati (RILEM, 1995).

Nel caso in cui gli stati tensionali siano di trazione, le funzioni di viscosità riportate dai codici appaiono meno attendibili, in quanto gli effetti della viscosità sono stati oggetto di studio prevalentemente su modelli di elementi compressi.

Per quanto riguarda la deformazione di un elemento strutturale dipendente dallo stato tensionale, oltre alla componente elastica istantanea, la componente di deformazione dipendente dal tempo (viscosa) può ulteriormente dividersi in una componente base (basic creep) ed una componente legata all'essiccamento del calcestruzzo (drying creep) (Neville, 1981). Tale suddivisione deriva dai risultati di esperienze condotte su provini ad essiccamento impedito e ad essiccamento libero. Nei primi, se sottoposti a stati di tensione costante, si possono misurare gli effetti del ritiro autogeno del calcestruzzo sovrapposti a quelli della viscosità base. Nei secondi, le deformazioni misurabili sono sensibilmente maggiori di quelle che si avrebbero dalla semplice sovrapposizione del ritiro autogeno e da essiccamento nonché dalla viscosità base; la deformazione aggiuntiva si intende pertanto prodotta dalla componente di viscosità da essiccamento.



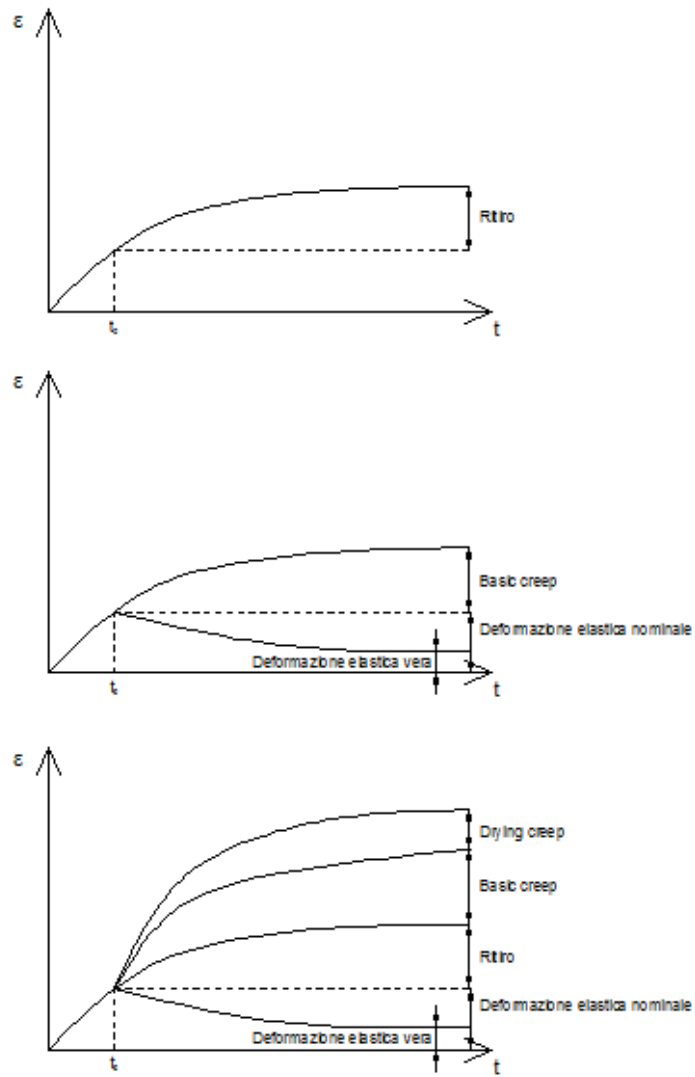


Figura 1 - Componenti della deformazione differita.



### 3 Calcolo dell'effetto del ritiro secondo le Normative vigenti

Si considera il seguente elemento di calcestruzzo:

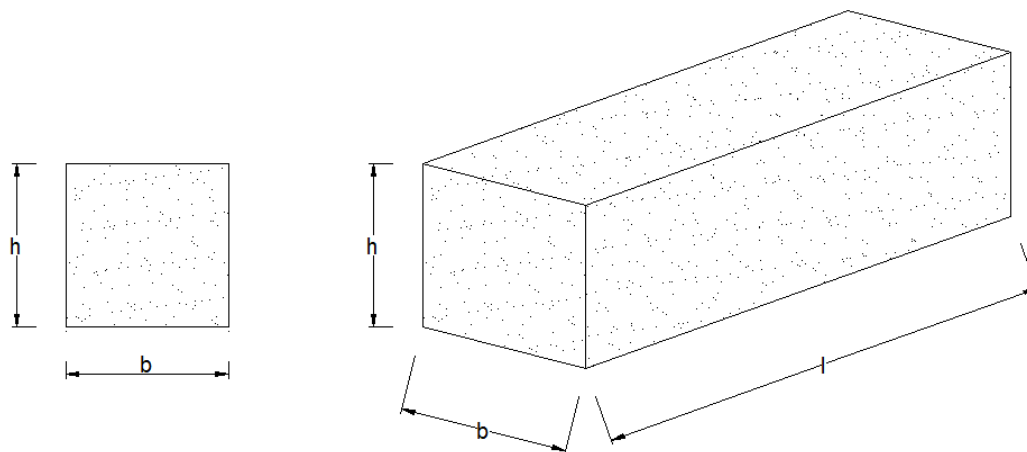


Figura 2 – Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- RH;
- t;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ .

#### 3.1 Approcci suggeriti dal D.M. 14/01/2008 e dal EC2-1-1:2005

Calcolo  $\varepsilon_{cs}$  secondo D.M. 2008

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

dove:

$\varepsilon_{cs}$  è la deformazione totale per ritiro;

$\varepsilon_{cd}$  è la deformazione per ritiro da essiccamento;

$\varepsilon_{ca}$  è la deformazione per ritiro autogeno.

La deformazione per ritiro da essiccamento si definisce nel modo seguente:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty}$$

dove:

il valore medio a tempo infinito della deformazione da ritiro da essiccamento si definisce:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h * \varepsilon_{c0}$$

Può essere valutato mediante i valori delle seguenti tabelle in funzione della resistenza caratteristica a compressione, dell'umidità relativa e del parametro  $h_0$ :

Tabella 1 - Valori di  $\varepsilon_{c0}$ .

$f_{ck}$	Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)					
	Umidità Relativa (in ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00
40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00
60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00
80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00

Tabella 2 - Valori di  $k_h$ .

$h_0$ (mm)	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

Per valori intermedi dei parametri indicati è consentita l'interpolazione lineare. Lo sviluppo nel tempo della deformazione  $\varepsilon_{cd}$  può essere valutato come:

La funzione di sviluppo temporale assume la forma:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]}$$

La deformazione per ritiro autogeno si definisce nel modo seguente:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty}$$

dove:

il valore medio a tempo infinito della deformazione da ritiro autogeno si definisce:

$$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6} \quad \text{con } f_{ck} \text{ in N/mm}^2$$

La funzione di sviluppo temporale assume la forma:

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}}$$

Calcolo  $\varepsilon_{cs}$  secondo EC2-1-1:1993

Le deformazioni di contrazione o di espansione possono essere calcolate con:

$$\varepsilon_{cs}(t - t_s) = \varepsilon_{CSO} * \beta_s(t - t_s)$$

dove:

$\varepsilon_{CSO}$  è il coefficiente nominale di ritiro;

$\beta_s$  è il coefficiente atto a descrivere lo sviluppo del ritiro nel tempo;

$t$  è l'età del calcestruzzo, in giorni;

$t_s$  è l'età del calcestruzzo, in giorni, all'inizio della contrazione o dell'espansione.

Il coefficiente nominale di ritiro può essere ottenuto con:

$$\varepsilon_{CSO} = \varepsilon_s(f_{cm}) * \beta_{RH}$$

essendo:

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + \beta_{SC}(90 - f_{cm})] * 10^{-6};$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55\beta_{SRH}, & \text{per } 40\% \leq RH \leq 99\% \text{ (esposto all'aria);} \\ +0,25, & \text{per } RH \geq 99\% \text{ (immerso in acqua).} \end{cases}$$

dove:

$$\beta_{SC} = \begin{cases} 4 & \text{per calcestruzzo a lento indurimento, S;} \\ 5 & \text{per calcestruzzo a indurimento normale o rapido, N, R;} \\ 8 & \text{per calcestruzzo a rapido indurimento e alta resistenza, RS.} \end{cases}$$

$\beta_{SRH} = 1 - \left[\frac{RH}{100}\right]^3$  è il coefficiente che tiene conto dell'effetto dell'umidità relativa sul coefficiente di ritiro nominale;

RH è l'umidità relativa ambientale, in percento.

Il coefficiente per lo sviluppo del ritiro nel tempo può essere stimato con:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{t - t_s}{0,035h_0^2 + t - t_s} \right]^{0,5}$$

dove:

$h_0$  è la dimensione fittizia, in millimetri;

$(t-t_s)$  è la durata effettiva non corretta di ritiro o di espansione, espressa in giorni.

#### Calcolo $\varepsilon_{cs}$ secondo EC2-1-1:2005

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

dove:

$\varepsilon_{cs}$  è la deformazione totale per ritiro;

$\varepsilon_{cd}$  è la deformazione per ritiro da essiccamento;

$\varepsilon_{ca}$  è la deformazione per ritiro autogeno.

La deformazione per ritiro da essiccamento si definisce nel modo seguente:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty}$$

dove:

il valore medio a tempo infinito della deformazione da ritiro da essiccamento si definisce:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h * \varepsilon_{c0}$$

Può essere valutato mediante i valori delle tabelle seguenti in funzione della resistenza caratteristica a compressione, dell'umidità relativa e del parametro  $h_0$ :

Tabella 3 - Valori nominali del ritiro (in ‰) per essiccamento non contrastato  $\varepsilon_{cd,0}$  dal calcestruzzo con cemento CEM classe N.

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Umidità relativa (in ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Tabella 4 - Valori di  $k_h$ .

$h_0$ (mm)	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

Per valori intermedi dei parametri indicati è consentita l'interpolazione lineare.

In alternativa alla tabella 3, la deformazione da ritiro per essiccamento base  $\varepsilon_{c0}$ , si può ottenere anche con la formula seguente:

$$\varepsilon_{c0} = 0,85 * \left[ (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * \exp\left(-\alpha_{ds2} * \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right) \right] * 10^{-6} * \beta_{RH}$$

dove:

$$\beta_{RH} = 1,55 * \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right];$$

$f_{cm}$  è la resistenza media a compressione in MPa;

$f_{cmo} = 10$  MPa;

$\alpha_{ds1}$  è un coefficiente dipendente dal tipo di cemento:

= 3 per un cemento di Classe S;

= 4 per un cemento di Classe N;

= 6 per un cemento di Classe R;

$\alpha_{ds2}$  è un coefficiente dipendente dal tipo di cemento:

= 0,13 per un cemento di Classe S;

= 0,12 per un cemento di Classe N;

= 0,11 per un cemento di Classe R;

$RH$  è l'umidità relativa ambientale in %;

$RH_0 = 100\%$ .

Lo sviluppo nel tempo della deformazione  $\varepsilon_{cd}$  può essere valutato tramite la funzione di sviluppo temporale, che assume la forma:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]}$$

La deformazione per ritiro autogeno si definisce nel modo seguente:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty}$$

dove:

il valore medio a tempo infinito della deformazione da ritiro autogeno si definisce:

$$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6} \quad \text{con } f_{ck} \text{ in N/mm}^2.$$

La funzione di sviluppo temporale assume la forma:

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}}.$$



Tabella 5 - Confronto tra le diverse formulazioni proposte dalle Normative prese in considerazione.

<b>D.M. 2008</b>	<b>EC2-1-1:1993</b>	<b>EC2-1-1:2005</b>
Si considerano due contributi: ritiro per essiccamento, ritiro autogeno.	Si considera solo il ritiro per essiccamento.	Si considerano due contributi: ritiro per essiccamento, ritiro autogeno.
$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t)$	$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t)$	$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t)$
$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty}$	$\varepsilon_{cs}(t - t_s) = \varepsilon_{CSO} * \beta_s(t - t_s)$	$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty}$
$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h * \varepsilon_{c0}$	$\varepsilon_{CSO} = \varepsilon_s(f_{cm}) * \beta_{RH}$	$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h * \varepsilon_{c0}$
$k_h(h_0);$  $\varepsilon_{c0}$ (tabellato in funzione di RH, $f_{ck}$ )	$\varepsilon_s(f_{ck}, \text{tipo di cls});$  $\beta_{RH}(RH)$	$k_h(h_0);$  $\varepsilon_{c0}$ (tabellato in funzione di RH, $f_{ck}$ )  oppure:  $\varepsilon_{c0} = 0,85 * (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * \exp\left(-\alpha_{ds2} * \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right) * 10^{-6} * \beta_{RH}$
$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]}$	$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{0,035h_0^2 + t - t_s}\right]^{0,5}$	$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{0,035h_0^2 + t - t_s}\right]^{0,5}$
$h_0(b, h)$	$h_0(b, h)$	$h_0(b, h)$
$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty}$	/	$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty}$
$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6}$	/	$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6}$
$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}}$	/	$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}}$

Si osserva che tra le Normative attualmente vigenti in sostanza non vi è differenza di approccio e di formule proposte. L'unica differenza sostanziale è che l'Eurocodice 2-1-1:2005 fornisce nell'Appendice B una formula per ricavarsi la deformazione base da ritiro per essiccamento, ovviando così all'operazione di interpolazione tra i valori tabellati in funzione dell'umidità ambientale e della

classe di resistenza del calcestruzzo. Il D.M.2008, invece, fornisce solo le tabelle con valori medi attesi della deformazione base da ritiro per essiccamento con cui eseguire l'interpolazione.

### 3.2 Esempio numerico di calcolo del ritiro applicando le normative D.M. 14/01/2008 ed EC2 - parte2

Si considera il seguente elemento di calcestruzzo:

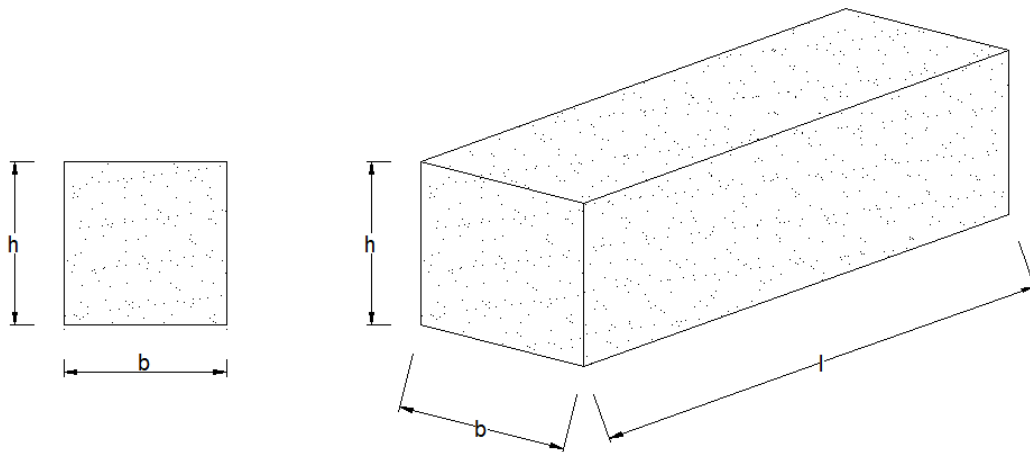


Figura 3 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ ;
- cemento di Classe R;
- $RH = 80\%$ ;
- $t = 10000$  giorni;
- $t_s = 28$  giorni;
- $b = 50 \text{ cm}$ ;
- $h = 50 \text{ cm}$ ;
- $l = 3 \text{ m}$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b+h)} = \frac{b \cdot h}{b+h} = \frac{50 \cdot 50}{50+50} = 25 \text{ cm} = 250 \text{ mm}$ .

#### Calcolo $\epsilon_{cs}$ secondo D.M. 2008

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} = -1,7836 \cdot 10^{-4} - 8,75 \cdot 10^{-5} = -2,6586 \cdot 10^{-4}$$

in particolare:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty} = 0,98 * (-1,82 * 10^{-4}) = -1,7836 * 10^{-4}$$

dove:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]} = \frac{(10000 - 28)}{[(10000 - 28) + 0,04 * 250^{3/2}]} = 0,98$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h * \varepsilon_{c0} = -0,227 * 10^3 * 0,8 = -0,000182 = -1,82 * 10^{-4}$$

Tabella 6 - Valori di  $k_h$ .

$h_0$ (mm)	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

$$f(x) = \frac{x - x_b}{x_a - x_b} y_a - \frac{x - x_a}{x_a - x_b} y_b$$

$$k_h = \frac{h_0 - 300}{200 - 300} * 0,85 - \frac{h_0 - 200}{200 - 300} * 0,75 =$$

$$= \frac{250 - 300}{200 - 300} * 0,85 - \frac{250 - 200}{200 - 300} * 0,75 = 0,8$$

Tabella 7 - Valori di  $\varepsilon_{c0}$ .

$f_{ck}$	Deformazione da ritiro per essiccazione (in ‰)					
	Umidità Relativa (in ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00
40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00
60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00
80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c0} &= \frac{f_{ck} - 60}{40 - 60} * (-0,24) - \frac{f_{ck} - 40}{40 - 60} * (-0,19) = \\ &= \frac{45 - 60}{40 - 60} * (-0,24) - \frac{45 - 40}{40 - 60} * (-0,19) = -0,2275\text{‰}\end{aligned}$$

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty} = 1 * (-8,75 * 10^{-5}) = -8,75 * 10^{-5}$$

dove:

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}} = 1 - e^{-0,2 * 10000^{0,5}} = 1$$

$$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6} = -2,5 * (45 - 10) * 10^{-6} = -8,75 * 10^{-5}$$

Nota la deformazione dovuta al ritiro del calcestruzzo si possono calcolare la variazione termica equivalente da applicare al modello:

$$\varepsilon_{cs} = \alpha * \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha} = \frac{-2,6586 * 10^{-4}}{10 * 10^{-6} \text{°C}^{-1}} \cong -26,6 \text{°C}$$

e lo sforzo normale che ne deriva:

$$N_{cs} = \varepsilon_{cs} * E_{cm} * A = -2,6586 * 10^{-4} * 36283 * 250000 = -2411 \text{ kN}$$

dove:

$$E_{cm} = 22000 * \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22000 * \left(\frac{53}{10}\right)^{0,3} = 36283 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

#### Calcolo $\varepsilon_{cs}$ secondo EC2-1-1:2005

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = -2,49 * 10^{-4} - 8,75 * 10^{-5} = -3,362 * 10^{-4}$$

in particolare:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) * \varepsilon_{cd,\infty} = 0,98 * (-2,53 * 10^{-4}) = -2,49 * 10^{-4}$$

dove:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]} = \frac{(10000 - 28)}{[(10000 - 28) + 0,04 * 250^{3/2}]} = 0,98$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \varepsilon_{c0} * k_h = -3,16 * 10^{-4} * 0,8 = -0,000182 = -2,53 * 10^{-4}$$

Tabella 8 - Valori di  $k_h$ .

$h_0$ (mm)	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

$$f(x) = \frac{x - x_b}{x_a - x_b} y_a - \frac{x - x_a}{x_a - x_b} y_b$$

$$k_h = \frac{h_0 - 300}{200 - 300} * 0,85 - \frac{h_0 - 200}{200 - 300} * 0,75 =$$

$$= \frac{250 - 300}{200 - 300} * 0,85 - \frac{250 - 200}{200 - 300} * 0,75 = 0,8$$

La deformazione da ritiro per essiccamento base  $\varepsilon_{c0}$ , si può ottenere anche con la formula seguente:

$$\varepsilon_{c0} = 0,85 * \left[ (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * \exp\left(-\alpha_{ds2} * \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right) \right] * 10^{-6} * \beta_{RH} =$$

$$= 0,85 * \left[ (220 + 110 * 6) * \exp\left(-0,11 * \frac{53}{10}\right) \right] * 10^{-6} * 0,756 = 3,16 * 10^{-4}$$

dove:

$$\beta_{RH} = 1,55 * \left[ 1 - \left(\frac{80}{100}\right)^3 \right] = 0,756$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 45 + 8 = 53 \text{ MPa}$$

$$f_{cmo} = 10 \text{ MPa};$$

$\alpha_{ds1} = 6$  per un cemento di Classe R;

$\alpha_{ds2} = 0,11$  per un cemento di Classe R;

$RH = 80 \%$ ;

$RH_0 = 100\%$ .

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as} * \varepsilon_{ca,\infty} = 1 * (-8,75 * 10^{-5}) = -8,75 * 10^{-5}$$

dove:

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2t^{0,5}} = 1 - e^{-0,2*10000^{0,5}} = 1$$

$$\varepsilon_{ca,\infty} = -2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6} = -2,5 * (45 - 10) * 10^{-6} = -8,75 * 10^{-5}$$

Nota la deformazione dovuta al ritiro del calcestruzzo si possono calcolare la variazione termica equivalente da applicare al modello:

$$\varepsilon_{cs} = \alpha * \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha} = \frac{-3,362 * 10^{-4}}{10 * 10^{-6} C^{-1}} \cong -33,6^\circ C$$

e lo sforzo normale che ne deriva:

$$N_{cs} = \varepsilon_{cs} * E_{cm} * A = -3,362 * 10^{-4} * 36283 * 250000 = -3049,6 \text{ kN}$$

dove:

$$E_{cm} = 22000 * \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22000 * \left(\frac{53}{10}\right)^{0,3} = 36283 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 45 + 8 = 53 \text{ MPa}$$

Dunque l'approccio di calcolo fornito dall'Eurocodice 2 porta ad una stima della deformazione dovuta al ritiro del calcestruzzo superiore rispetto a quella che si ottiene operando secondo l'approccio proposto dal D.M.2008 (di circa un 20%), anche se comunque l'ordine di grandezza è lo stesso.

In termini di sforzo normale che deriva dall'effetto del ritiro, a parità di area e di materiale, considerando la deformazione ottenuta dal calcolo suggerito dall'Eurocodice, si ottiene un valore di sollecitazione pari a circa il 20% maggiore di quello che si ottiene considerando la deformazione ottenuta con il calcolo secondo il D.M.2008; si conserva quindi la proporzione tra le variazioni termiche equivalenti alla deformazione da ritiro e lo sforzo normale che ne deriva.

### 3.3 Analisi di sensitività dei parametri che concorrono alla definizione di $\epsilon_{cs}$

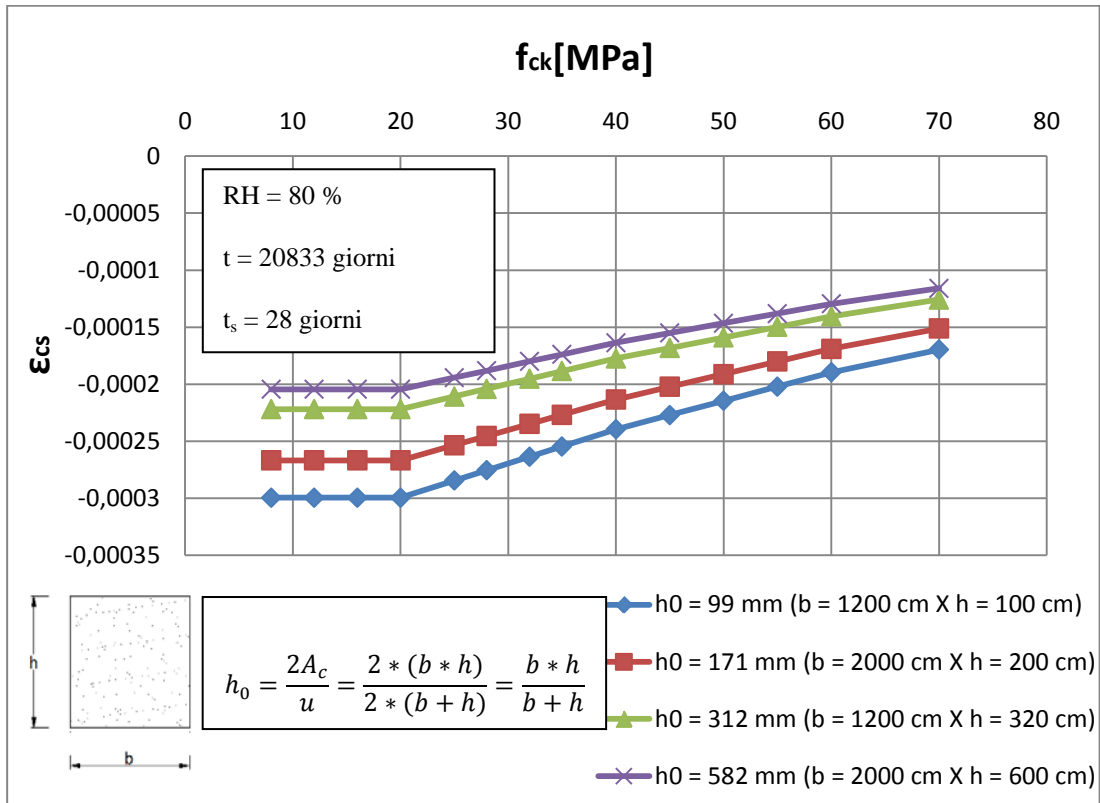


Figura 4 - Deformazione da ritiro in funzione della classe di calcestruzzo e  $h_0$ .

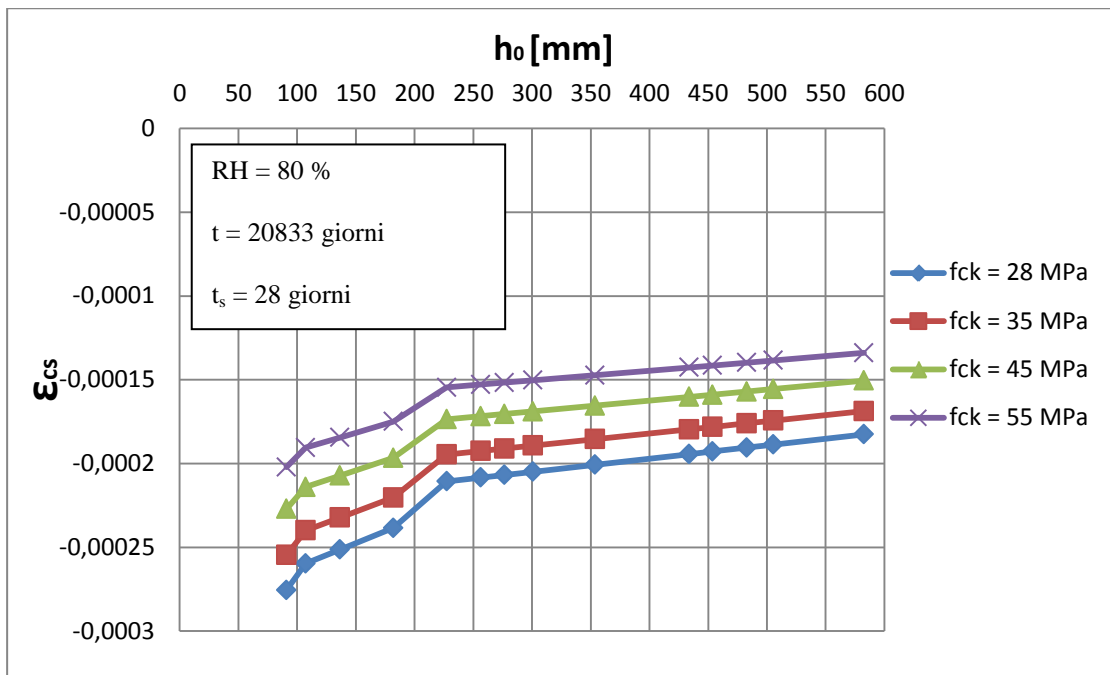


Figura 5 - Deformazione da ritiro in funzione dello spessore efficace  $h_0$  e  $f_{ck}$ .

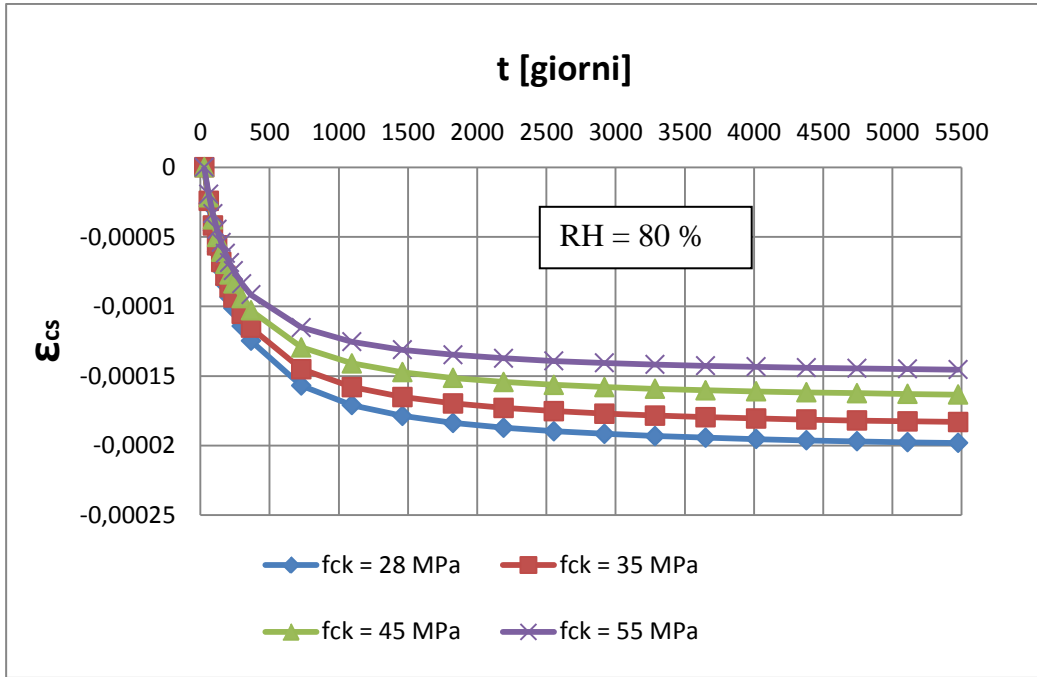


Figura 6 - Deformazione da ritiro in funzione dell'età del calcestruzzo al momento considerato, per diverse classi di calcestruzzo.

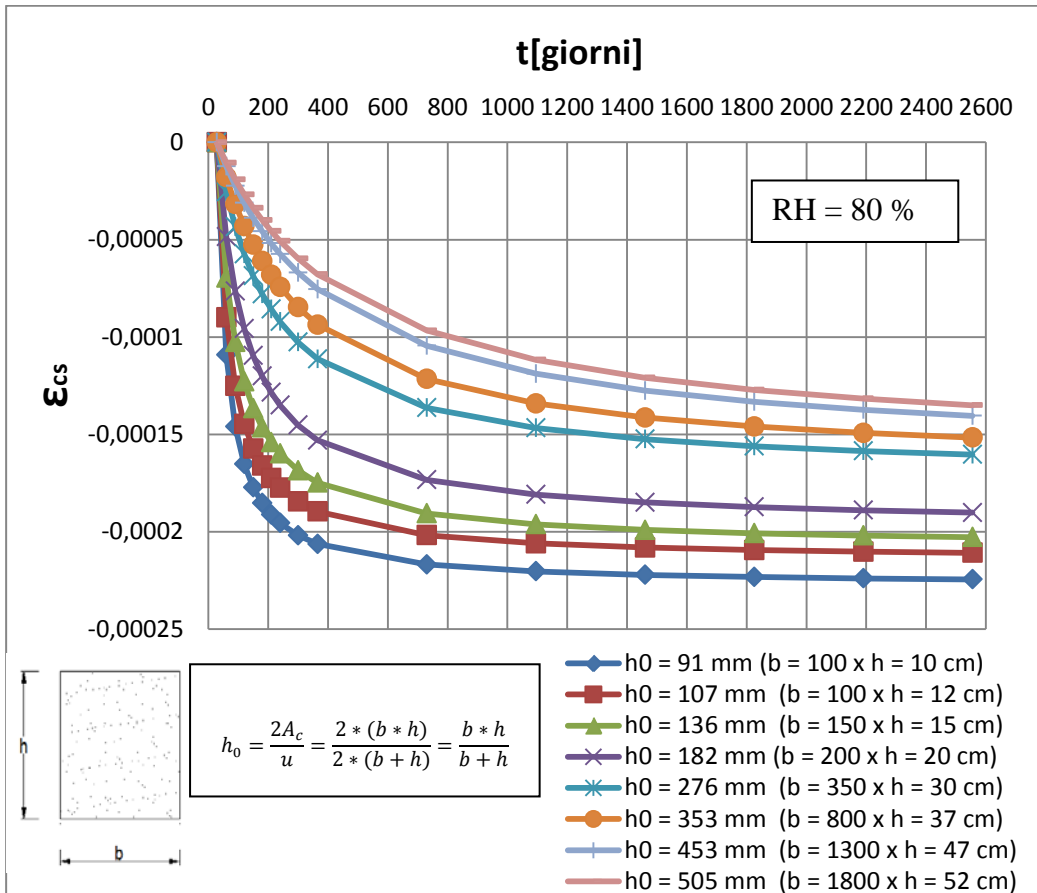


Figura 7 - Deformazione da ritiro in funzione dell'età del calcestruzzo al momento considerato, per diversi valori dello spessore efficace  $h_0$ .



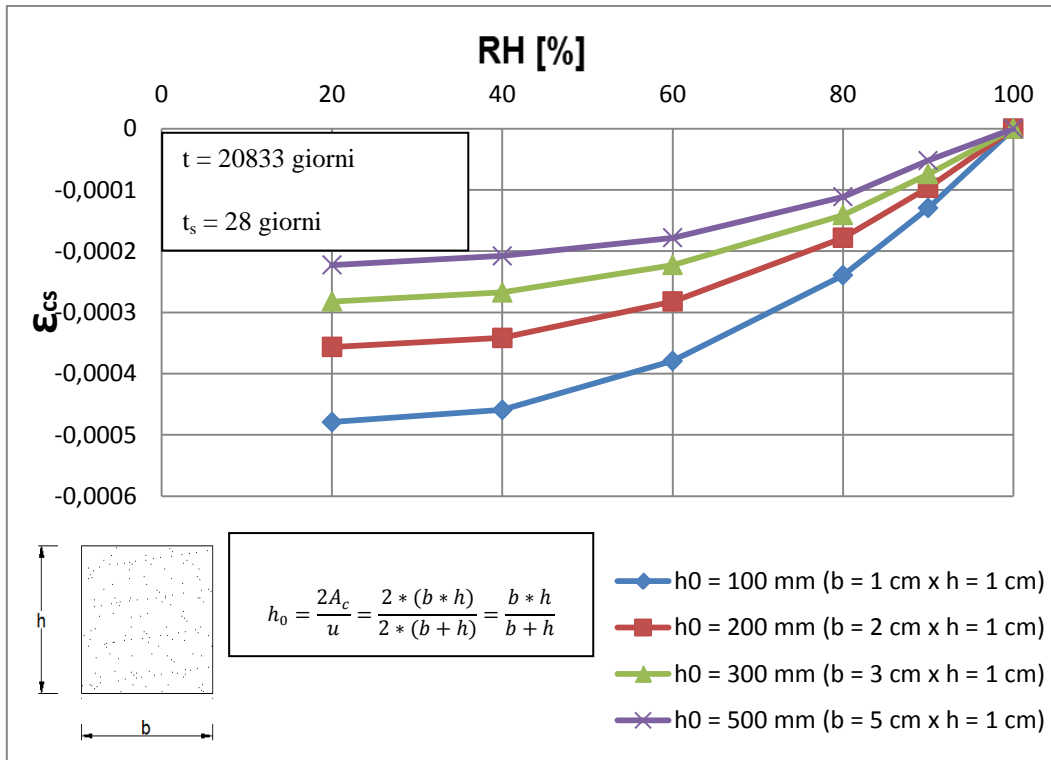


Figura 8 - Deformazione da ritiro in funzione dell'umidità relativa dell'ambiente, per diverse classi di calcestruzzo.

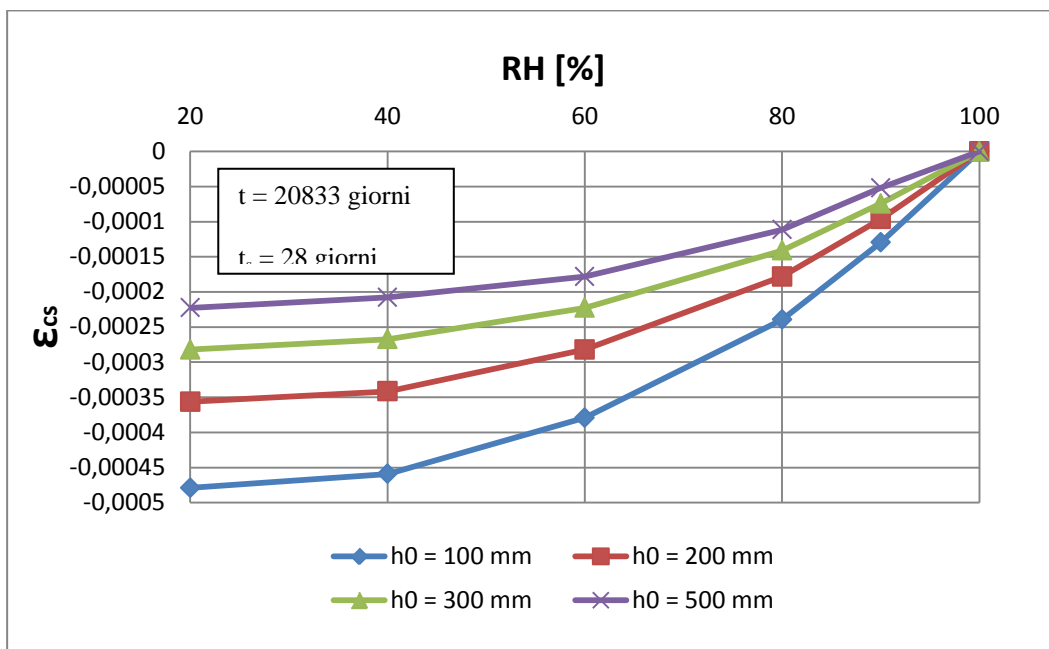


Figura 9 - Deformazione da ritiro in funzione dell'umidità relativa dell'ambiente, per diversi valori dello spessore efficace  $h_0$ .

Osservazioni sui grafici precedenti:

- al crescere della classe di calcestruzzo  $f_{ck}$  o dello spessore efficace  $h_0$ , la deformazione da ritiro diminuisce;
- variando il tempo in cui si compie l'osservazione, ovvero l'età del calcestruzzo al momento considerato  $t$ , la deformazione da ritiro aumenta; in particolare aumenta rapidamente per i primi mesi a partire dal momento del getto, per poi assestarsi su un valore che si mantiene costante nel tempo;
- all'aumentare dell'umidità relativa dell'ambiente la deformazione da ritiro diminuisce, fino a diventare nulla in un ambiente saturo.

## 4 Casi fondamentali

Se si assume che il calcestruzzo resista a trazione, deformandosi elasticamente con il modulo  $E_{ct}$ . Il calcolo delle tensioni normali ad una sezione di un elemento in c.a. soggetto ad un'azione assiale  $N > 0$  (di trazione), nell'ipotesi di sezione interamente reagente, è descritto dall'espressione:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + nA_s}$$

dove  $n = E_s/E_{cm}$  è il coefficiente di omogeneizzazione dell'area di armatura a calcestruzzo.

Tali formule vengono impiegate per verifiche di esercizio che non attengono alla resistenza ultima della struttura. In particolare con esse, ponendo  $\sigma_c = f_{ctk}$ , si definisce il limite di formazione delle fessure. Nei riguardi del collasso invece la resistenza a trazione del calcestruzzo non risulta sufficientemente affidabile. Alcuni fenomeni, comunemente trascurati nei normali calcoli di resistenza, possono infatti concorrere ad una precoce fessurazione, in misura spesso difficilmente quantificabile.

Come effetto dell'azione del ritiro sul calcestruzzo sorgono trazioni nel calcestruzzo ancora prima che la struttura venga sottoposta ai carichi di servizio. Per la sezione di un elemento in c.a. tale effetto può essere valutato imponendo l'equilibrio e la congruenza al tempo  $t$ , al quale corrisponde il valore  $\varepsilon_{cs}(t)$  del ritiro riferito al solo calcestruzzo:

$$A_s \sigma_s(t) + A_c \sigma_c(t) = 0$$

$$\frac{\sigma_s(t)}{E_s} = \frac{\sigma_c(t)}{E_{cm}} + \varepsilon_{cs}(t)$$

## 4.1 Ipotesi per lo sviluppo dei casi fondamentali

- 1) conservazione delle sezioni piane;
- 2) elasticità lineare, con conseguente validità del principio di sovrapposizione degli effetti;
- 3) perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo;
- 4) resistenze dei materiali considerati:
  - resistenza di calcolo a compressione del calcestruzzo  $f_{cd}$  definita dal D.M. 2008:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} * f_{ck}}{\gamma_c}$$

dove:

$\alpha_{cc}$  è il coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata, assunto pari a 0,85;

$\gamma_c$  è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo, assunto pari a 1,5;

$f_{ck}$  è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni;

- resistenza di calcolo a trazione del calcestruzzo  $f_{ctd}$  definita dal D.M. 2008:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$$

dove:

$\gamma_c$  è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo, assunto pari a 1,5;

$f_{ctk}$  è la resistenza caratteristica a trazione del calcestruzzo, che in sede di progettazione si può assumere come resistenza media:

- a trazione semplice (assiale) del calcestruzzo (in  $\text{N/mm}^2$ ):

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \text{ per classi } \leq C50/60;$$

$$f_{ctm} = 2,12 * \ln \left[ 1 + \frac{f_{cm}}{10} \right] \text{ per classi } > C50/60;$$

- a trazione per flessione:

$$f_{cfm} = 1,2 f_{ctm}$$

- resistenza tangenziale di aderenza acciaio-calcestruzzo  $f_{bd}$  definita dal D.M. 2008:

$$f_{bd} = \frac{f_{bk}}{\gamma_c}$$

dove:

$\gamma_c$  è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo, assunto pari a 1,5;

$f_{ctk}$  è la resistenza tangenziale caratteristica di aderenza:

$$f_{bk} = 2,25 * \eta * f_{ctk}$$

in cui:

$\eta = 1$  per barre di diametro  $\phi \leq 32 \text{ mm}$ ;

$\eta = (132 - \phi)/100$  per barre di diametro superiore;

- resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$  definita dal D.M. 2008:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

dove:

$\gamma_s$  è il coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio, assunto pari a 1,15;

$f_{yk}$  è la tensione caratteristica di snervamento per armatura ordinaria definita a seconda del tipo di prodotto,  $f_{pyk}$  (barre),  $f_{p(0,1)k}$  (fili),  $f_{p(1)k}$  (trefoli e trecce);

5) massime tensioni in esercizio per i materiali considerati nelle condizioni di esercizio:

- tensione massima di compressione nel calcestruzzo:

$$\sigma_c < 0,60 * f_{ck} \quad \text{per combinazione caratteristica (rara);}$$

$$\sigma_c < 0,45 * f_{ck} \quad \text{per combinazione quasi permanente;}$$

- tensione massima nell'acciaio:

$$\sigma_s < 0,8 * f_{yk}$$

6) assenza di viscosità e di altre azioni;

7) evoluzione monotona nel tempo della deformazione da ritiro fino al valore fornito dal calcolo secondo la Normativa ( $\epsilon_{cs}$ ), in condizioni ambientali costanti (umidità e temperatura non subiscono grosse variazioni).

## 4.2 Metodo per lo sviluppo analitico dei casi fondamentali

Per lo sviluppo analitico dei casi fondamentali si adotta il metodo della congruenza che, in generale, prevede:

- lo svincolamento della struttura per ottenere una struttura principale isostatica;
- l'impostazione di condizioni di congruenza tra elementi e/o parti costituenti l'elemento studiato.

### 4.3 Elemento di solo calcestruzzo

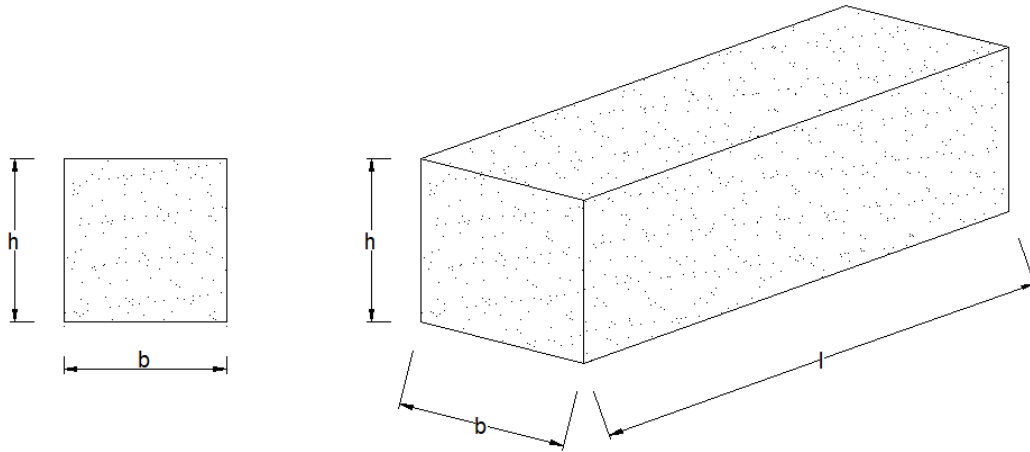


Figura 10 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $RH$ ;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 9 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento di solo calcestruzzo negli schemi strutturali considerati.

		Tensioni/Sollecitazioni	Deformazioni/Spostamenti
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$N = \varepsilon_{cs} * E_c * A_c = 0$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_{c1} = \frac{N}{A_c} < f_{ct}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$
		$N = \varepsilon_{cs} * E_c * A_c < N_{cr} = f_{ct} * A_c$	$\Delta l_c = 0$
	fessurato	$\sigma_{c2} = \frac{N}{A_c} = 0$	$\varepsilon_c = 0$
		$N = N_{cr}$	$\Delta l_c = 0$

Dove:

$$\varepsilon_{c1} \cong 0,1\text{‰};$$

$$A_c = b * h;$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{2/3}.$$

### 4.3.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

#### 4.3.1.1 Modello analitico

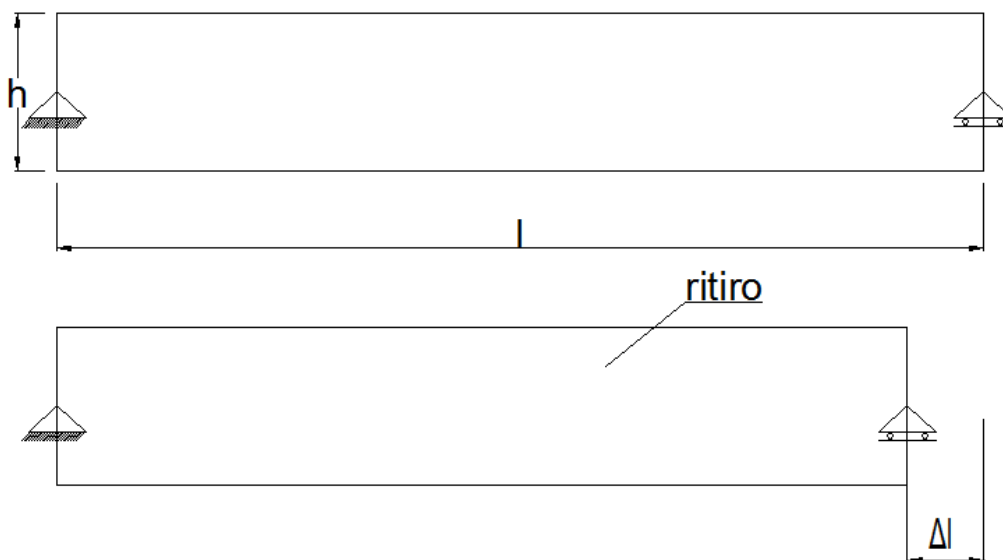


Figura 11 - Elemento di sola calcestruzzo nello schema strutturale isostatico (esternamente) soggetto a ritiro.



#### 4.3.1.2 Modello numerico di raffronto

Si sono implementati due modelli con il programma di calcolo SAP2000 per il caso studiato in precedenza, al fine di validare i risultati a cui si è giunti nella fase di studio teorico.

L'effetto del ritiro è stato assegnato ai vari modelli come variazione termica negativa equivalente alla deformazione da ritiro ottenuta dal calcolo specifico caso per caso.

##### Valutazione degli spostamenti

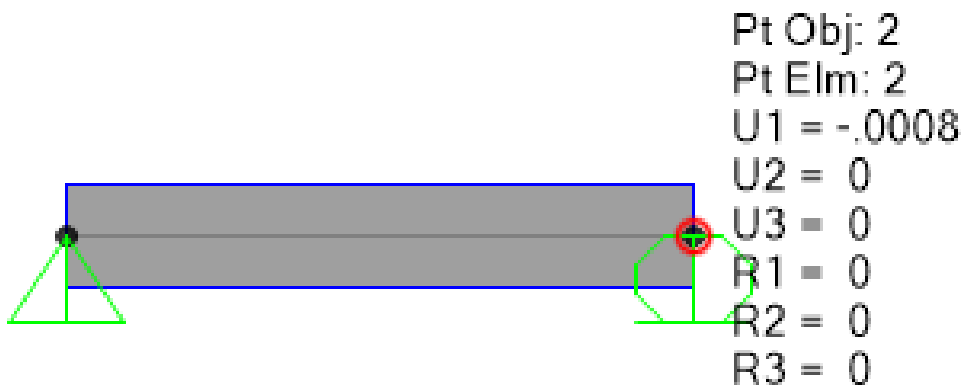
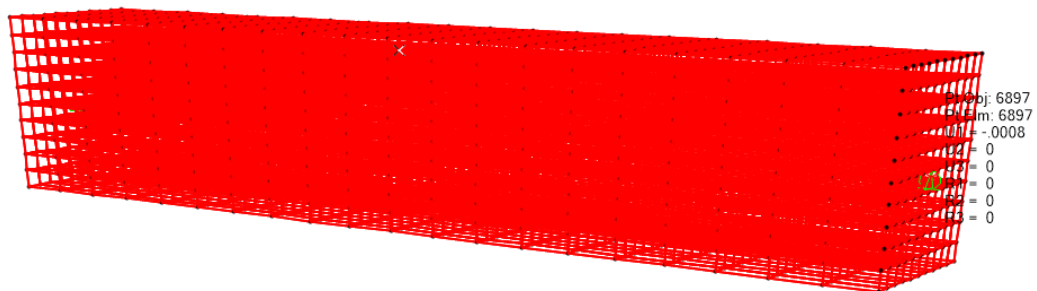
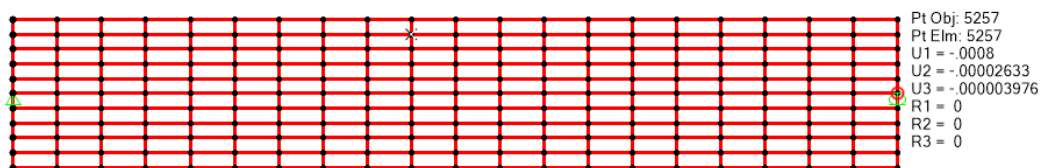


Figura 12 - Spostamenti ottenuti dal modello con elementi FRAME.

Il valore dello spostamento calcolato manualmente coincide con il valore riscontrato dalla trave modellata come elemento FRAME.



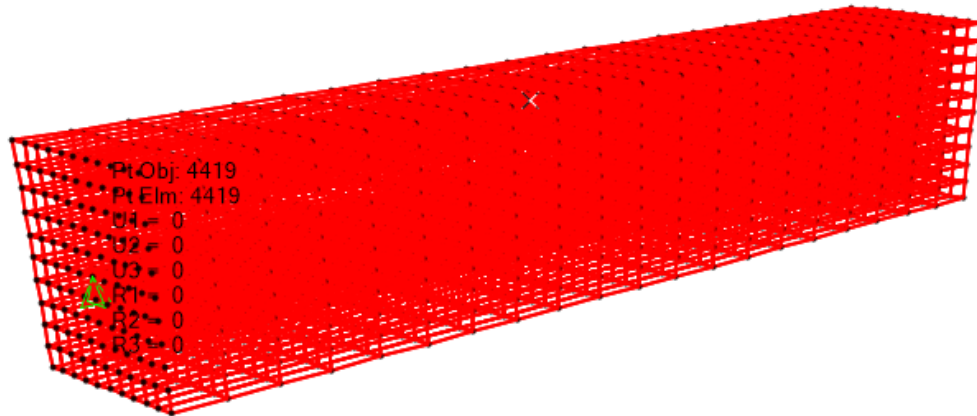


Figura 13 - Spostamenti ottenuti dal modello con elementi BRICK.

$$\Delta l = \varepsilon_{CS} * l = -2,6586 * 10^{-4} * 3 = -7,9758 * 10^{-4} m = -0,00079758 m$$

Il valore dello spostamento del nodo di estremità libero di traslare ottenuto con una modellazione più raffinata tramite una mesh di elementi BRICK coincide con il valore ottenuto in precedenza dalla modellazione della trave tramite un unico elemento FRAME. Il tutto è poi corrispondente a quanto sviluppato nel modello analitico.

Valutazione delle sollecitazioni

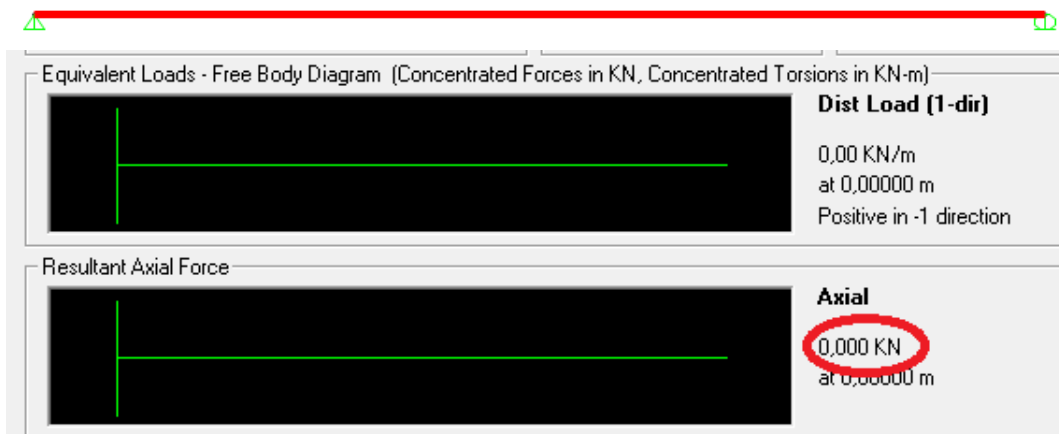


Figura 14 - Diagramma della sollecitazione assiale conseguente al ritiro.

Il modello numerico conferma il risultato atteso: non nasce alcuno stato tensionale e deformativo nella trave che può sfogare la variazione termica negativa esplicando uno spostamento dell'estremo libero.

Si può anche osservare la stessa cosa modellando la trave tramite una mesh di elementi BRICK:

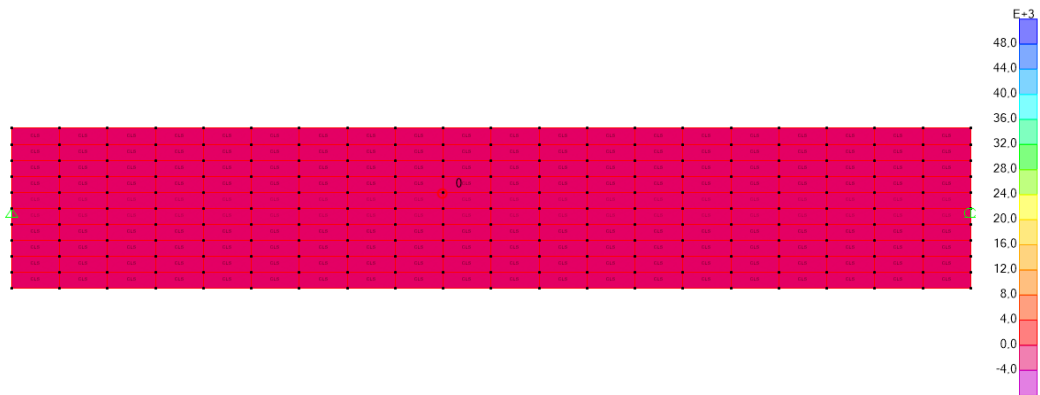


Figura 15 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

Infatti anche questo modello numerico conferma il fatto che non nasce uno stato di sollecitazione nell'elemento.

### 4.3.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

#### 4.3.2.1 Modello analitico

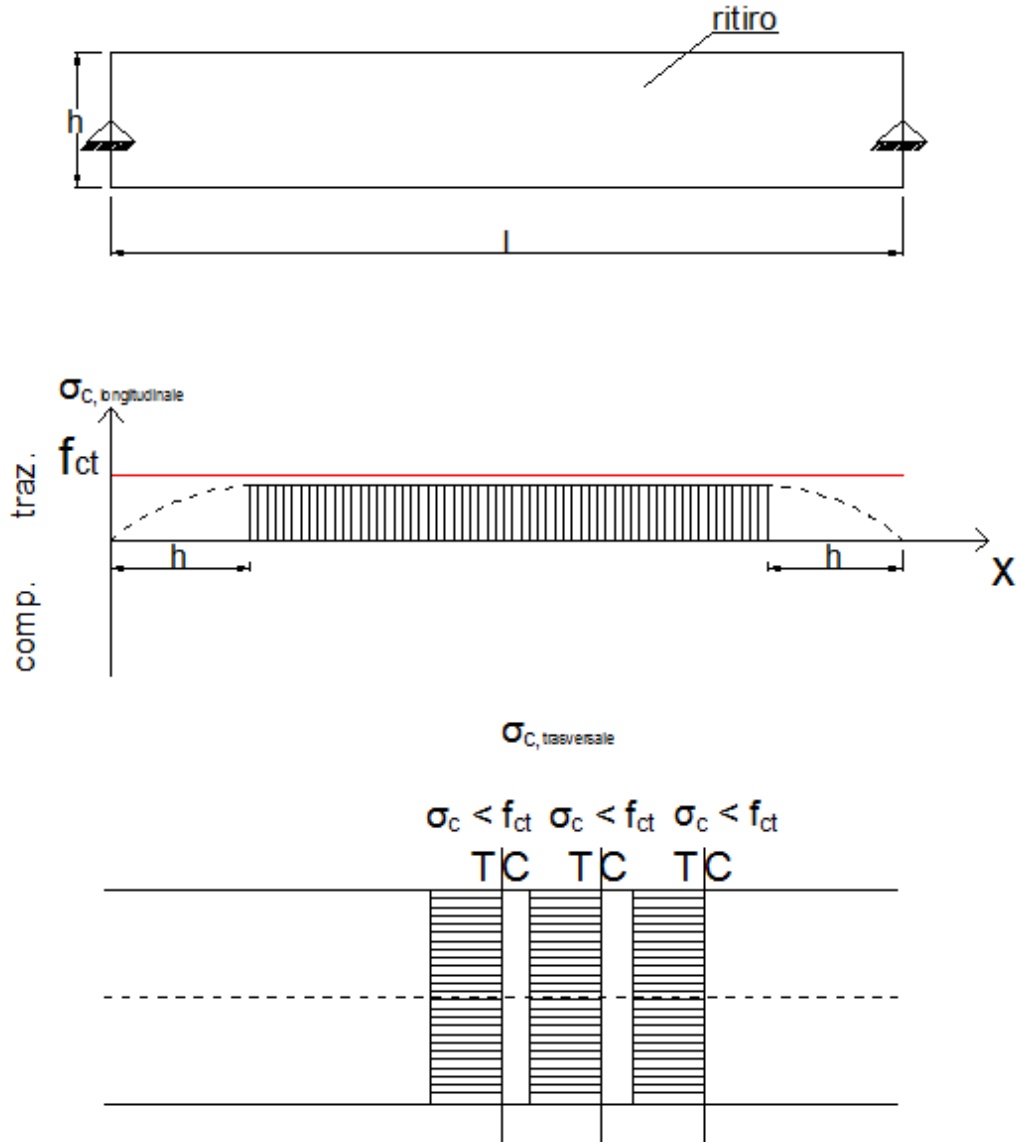


Figura 16 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di solo calcestruzzo nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

### 4.3.2.1 Modello numerico di raffronto

#### Valutazione degli spostamenti

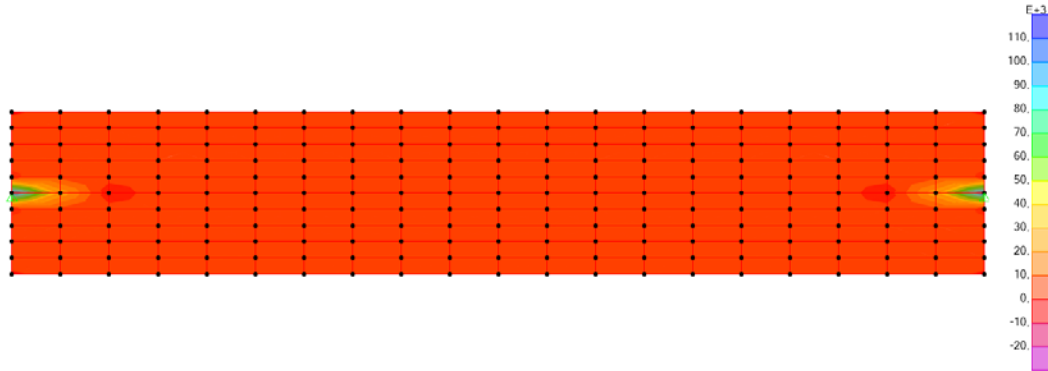


Figura 17 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

Il modello numerico conferma il risultato atteso: il calcestruzzo si trova ovunque teso, infatti vorrebbe accorciarsi in quanto soggetto a variazione termica negativa, ma ciò gli è impedito dai vincoli esterni fissi posti alle due estremità. Si riportano di seguito i diagrammi che rappresentano l'andamento in direzione longitudinale delle tensioni normali nel calcestruzzo e della loro risultante.

#### Valutazione delle sollecitazioni

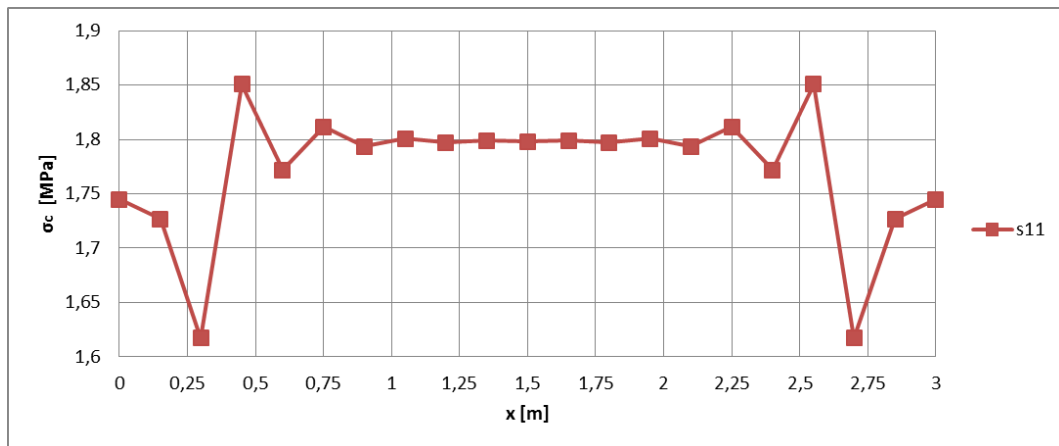


Figura 18 - Andamento delle tensioni normali nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Da tale grafico trova conferma l'andamento delle tensioni normali in direzione longitudinale nel calcestruzzo ipotizzato nella fase di studio teorico: un valore

tensionale pressoché costante lungo la trave escludendo le porzioni estreme di lunghezza pari a circa l'altezza della trave; in tali zone si assiste ad una progressiva diminuzione delle tensioni, a meno di un picco anomalo, in accordo con l'andamento delle isostatiche di compressione osservate in precedenza.

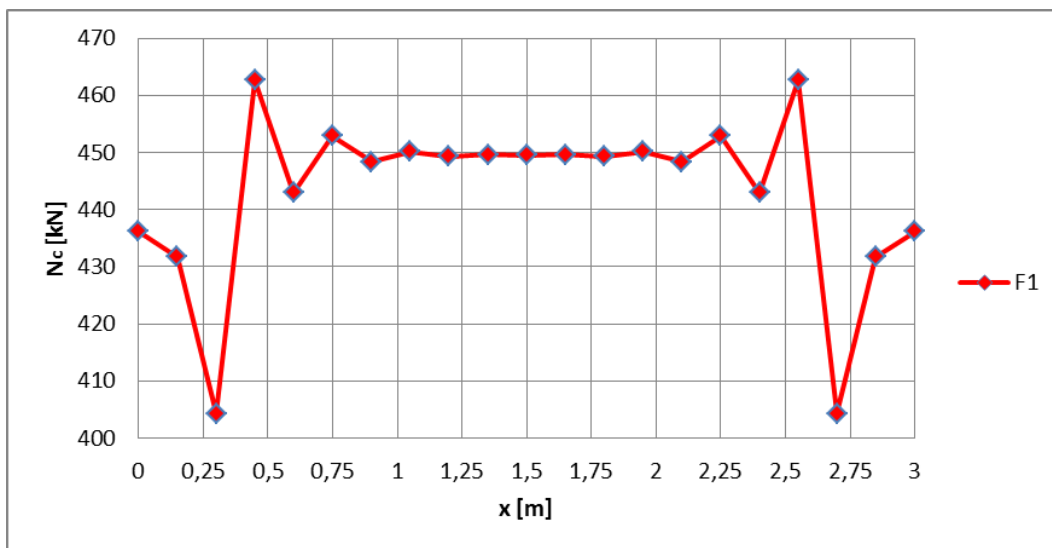


Figura 19 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 10 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	1,798	[MPa]
$A_c$	$0,25 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	449,53	[kN]

In realtà per far corrispondere la condizione modellata con una mesh di elementi BRICK a quella modellata con un elemento FRAME e al calcolo analitico si devono incernierare tutti i nodi di estremità.

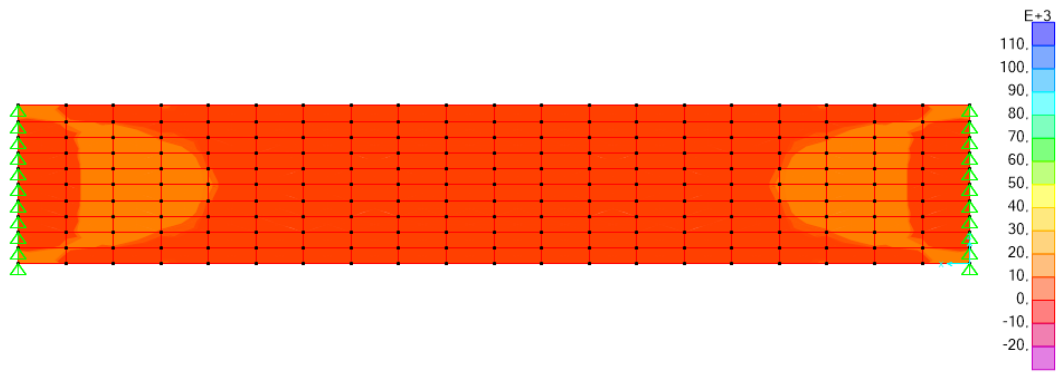


Figura 20 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

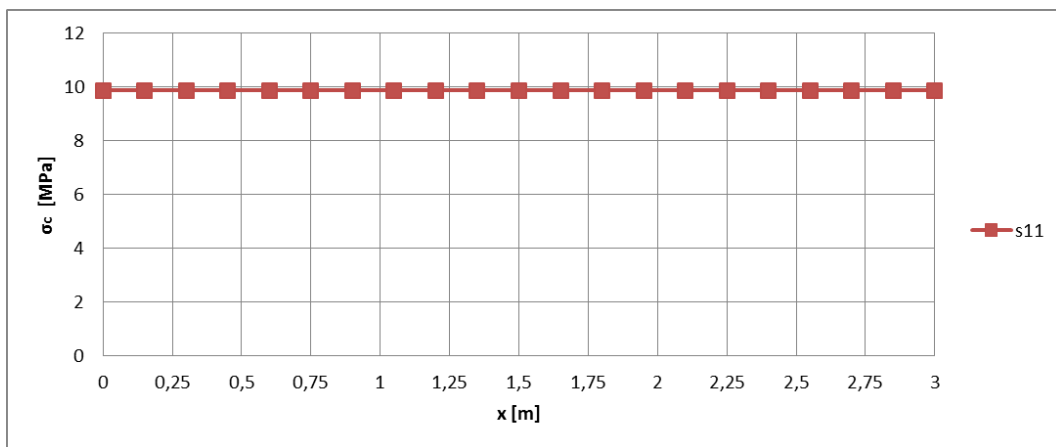


Figura 21 - Andamento delle tensioni normali nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

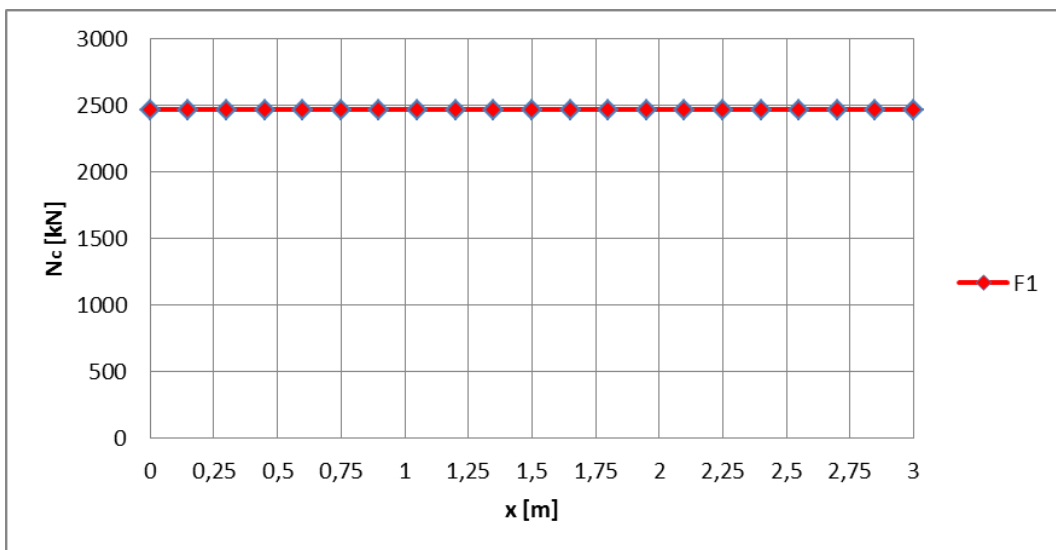


Figura 22 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 11 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	9,859	[MPa]
$A_c$	$0,25 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	2465,00	[kN]

Si considera di seguito il valore dello sforzo assiale ricavato dal modello numerico con elemento FRAME:

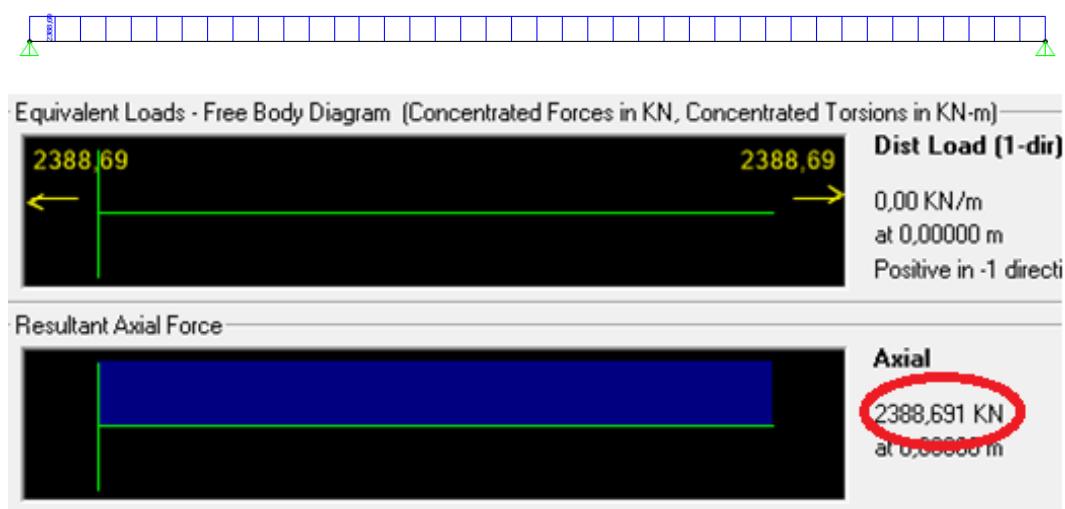


Figura 23 - Diagramma della sollecitazione assiale conseguente al ritiro.

Ricordando la deformazione da ritiro calcolata secondo le prescrizioni del D.M. 2008 e la conseguente variazione termica corrispondente applicata al modello:

$$\varepsilon_{cs} = \alpha * \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha} = \frac{-2,6586 * 10^{-4}}{10 * 10^{-6} C^{-1}} \cong -26,6^{\circ} C$$

si può calcolare sforzo normale che ne deriva:

$$N_{cs} = \varepsilon_{cs} * E_{cm} * A_c = -2,6586 * 10^{-4} * 36283 * 250000 = -2411 \text{ kN}$$

Si osserva quindi che i risultati forniti dal calcolo analitico sono dello stesso ordine di grandezza di quelli ottenuti dai modelli numerici: in particolare sovrastima lo sforzo dell'1% rispetto alla modellazione con elemento FRAME e lo sottostima del 2% rispetto alla modellazione con elementi BRICK.



### 4.3.3 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato

Con il passare del tempo l'effetto del ritiro va incrementandosi con un conseguente aumento dello stato tensionale e deformativo. Avendo ipotizzato la presenza di un quadro di microfessure in corrispondenza della sezione di mezzeria, si verifica una concentrazione di tensioni in corrispondenza di tale sezione che per quanto detto risulta avere un'area della sezione resistente ridotta; per questi motivi si assiste alla formazione di una fessura passante da un lato a quello opposto della trave. Di seguito si osserva il mutamento dello stato tensionale nella trave conseguente alla formazione della fessura.

#### 4.3.3.1 Modello analitico

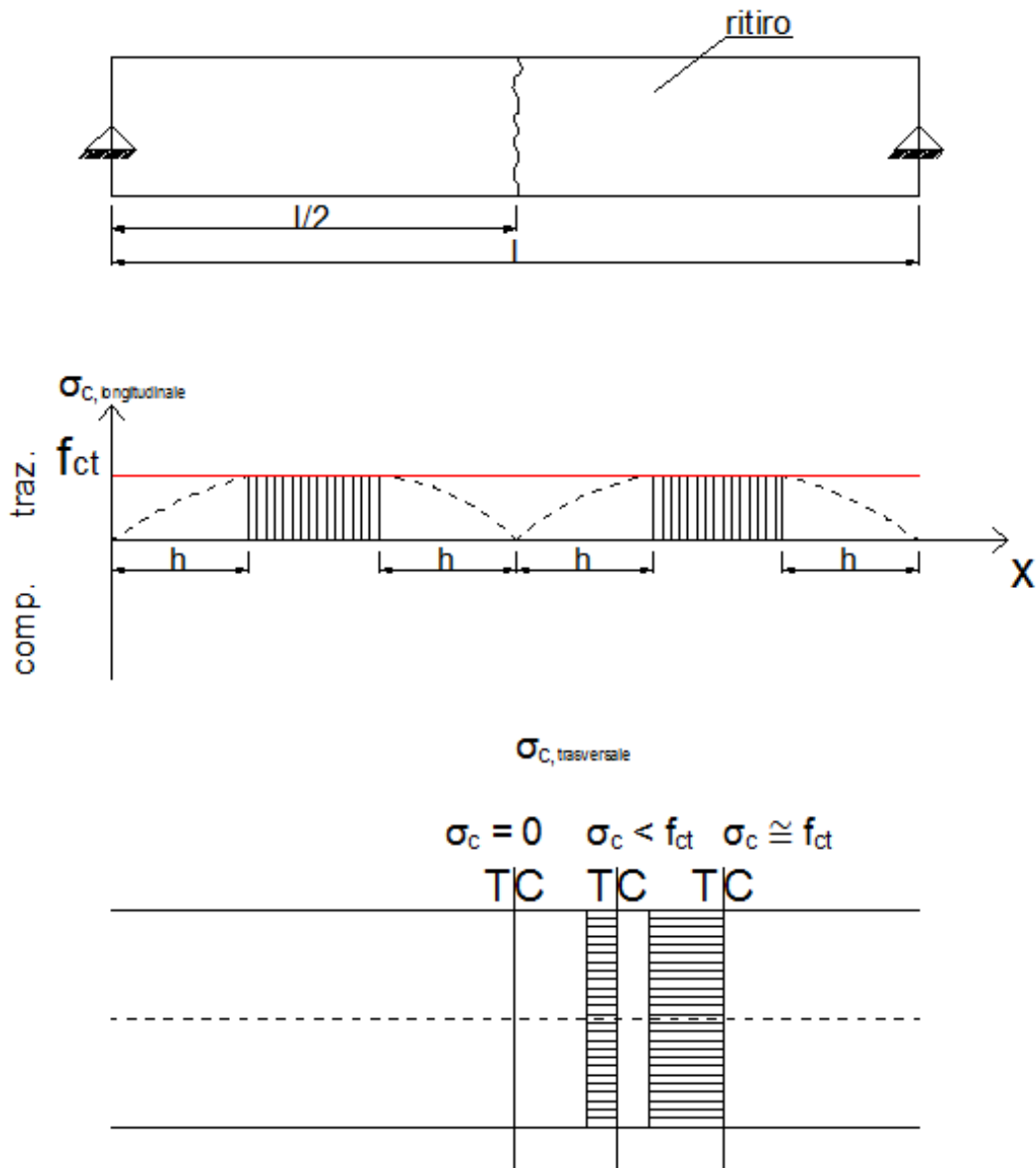


Figura 24 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di solo calcestruzzo nello schema strutturale iperstatico (esternamente) fessurato.

Con il permanere della deformazione da ritiro nel tempo si avrà una successiva e progressiva formazione di fessure, che si andranno a localizzare nei punti dove si ha maggior concentrazione di tensioni dovuti a difetti preesistenti nella trave. Di seguito si osserva il mutamento dello stato tensionale nella trave conseguente alla formazione progressiva di una fessurazione diffusa.

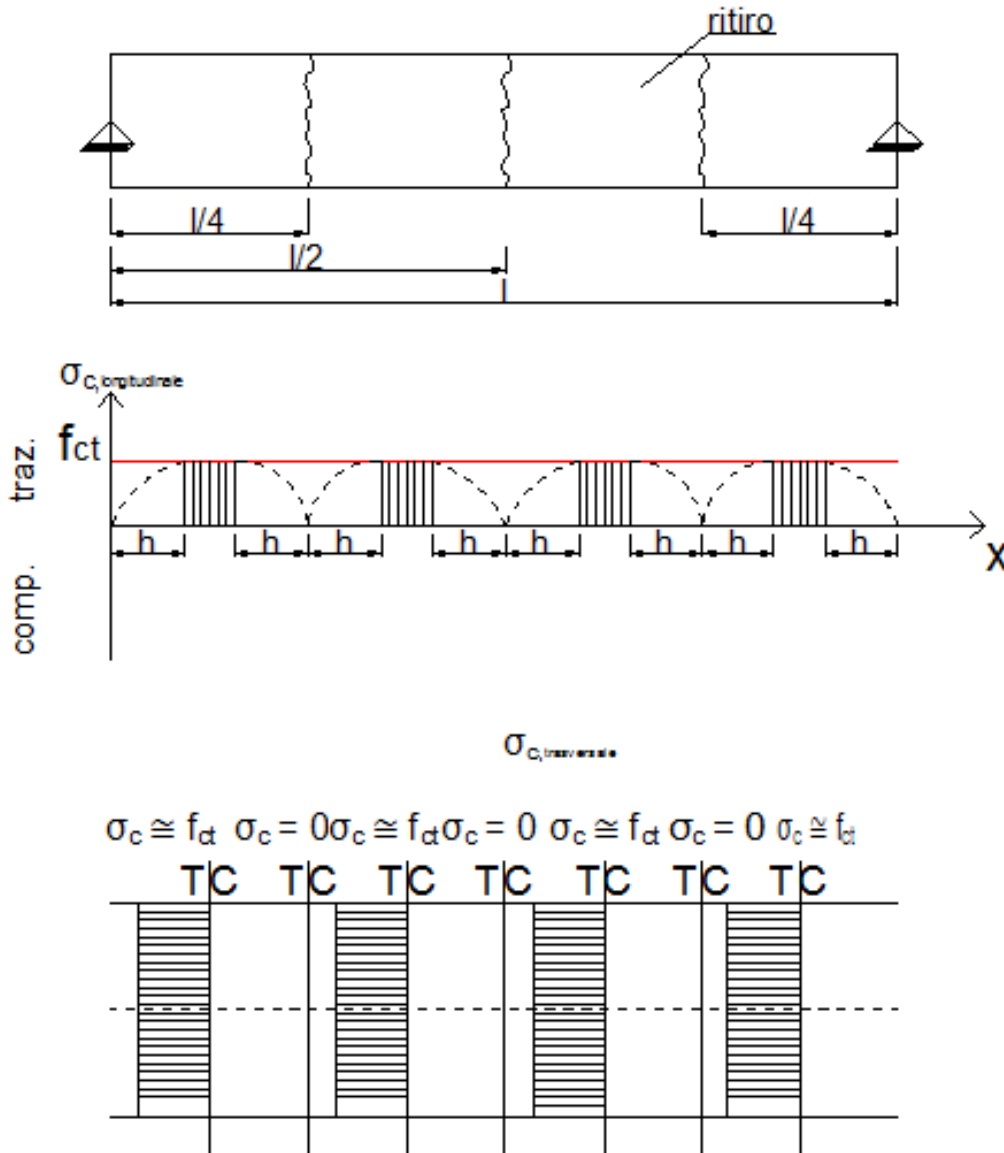


Figura 25 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di solo calcestruzzo nello schema strutturale iperstatico con fessurazione diffusa.

#### 4.4 Elemento di calcestruzzo con armatura centrata

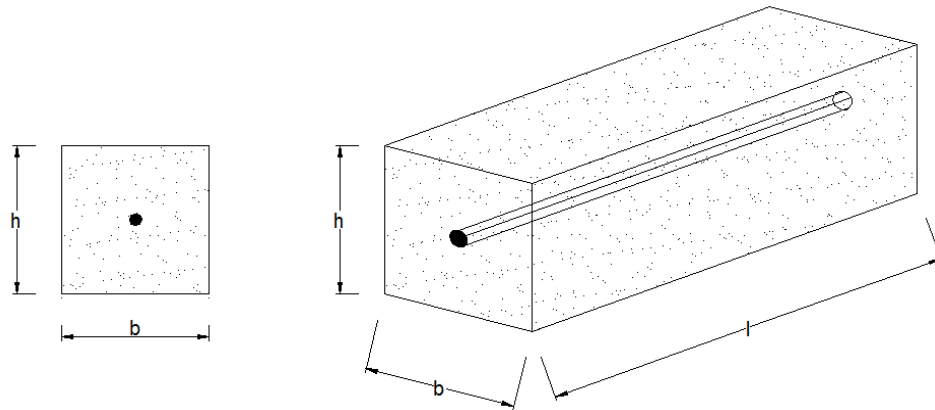


Figura 26 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $f_{yk}$ ;
- $RH$ ;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 12 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento di calcestruzzo con armatura centrata negli schemi strutturali considerati.

		Tensioni/Sollecitazioni	Deformazioni/Spostamenti
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$\sigma_c = \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_c$ $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l$ $\Delta l_s = \varepsilon_s * l$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_c = \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_c$ $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} < N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_{s1} * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$	$\Delta l_{c1} = 0$ $\Delta l_{s1} = 0$
	fessurato	$\sigma_{c2} = 0$ $\sigma_{s2} = \frac{N_s}{A_s}$	$\varepsilon_{c2} = 0$ $\varepsilon_{s2} = \frac{N_s}{E_s A_s}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} = N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_{s2} * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$	$\Delta l_{c2} = 0$ $\Delta l_{s2} = 0$

Dove:

$$\varepsilon_c \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}};$$

$$A_{ci} = A_c + n * A_{sc} = b * h + n * A_{sc};$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}};$$

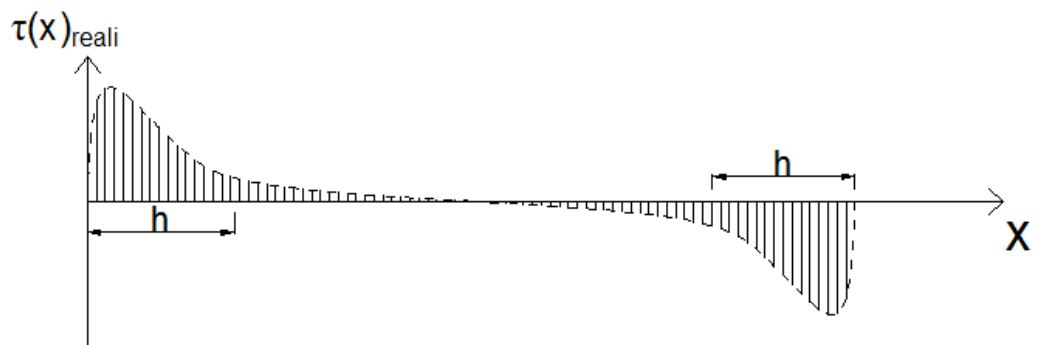
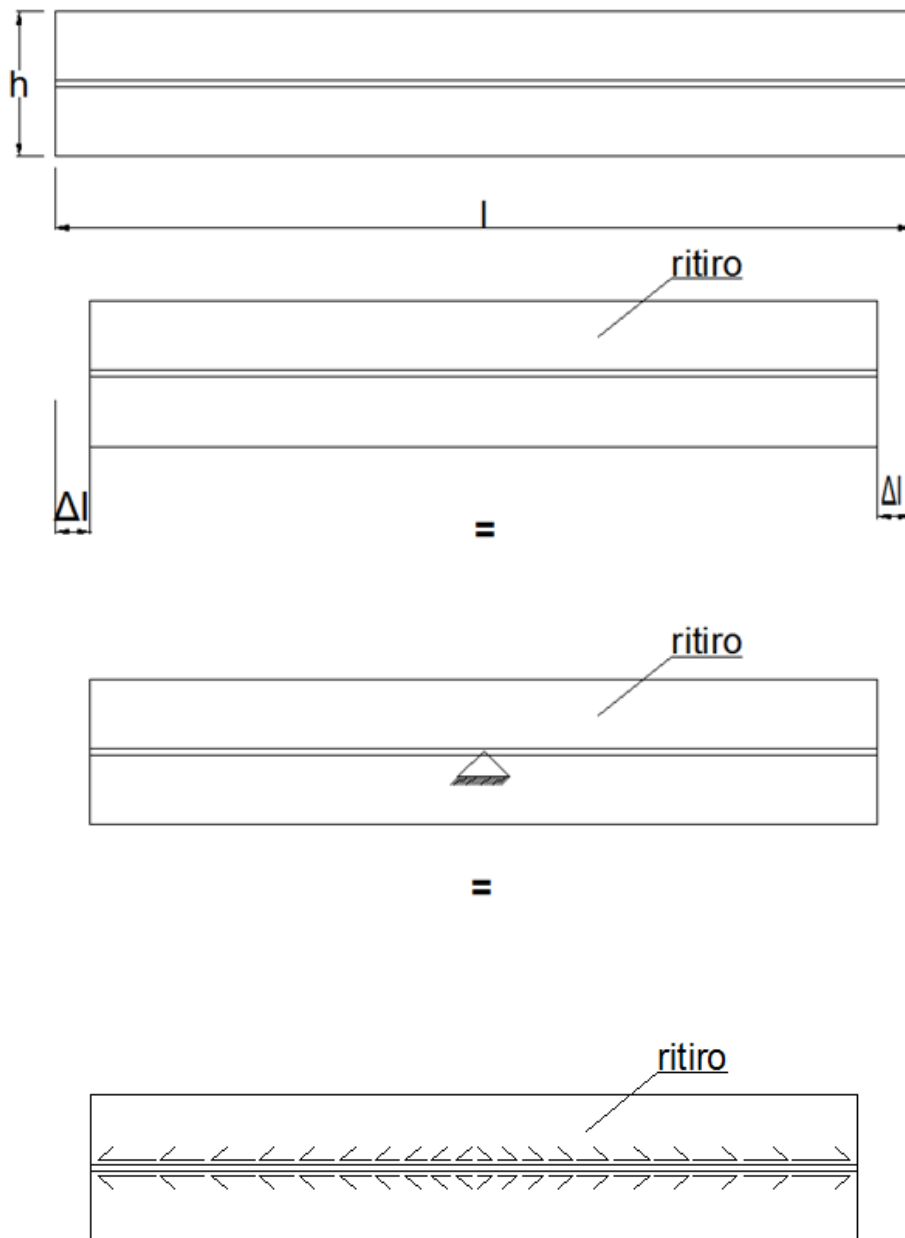
$$n = \frac{E_s}{E_c}.$$

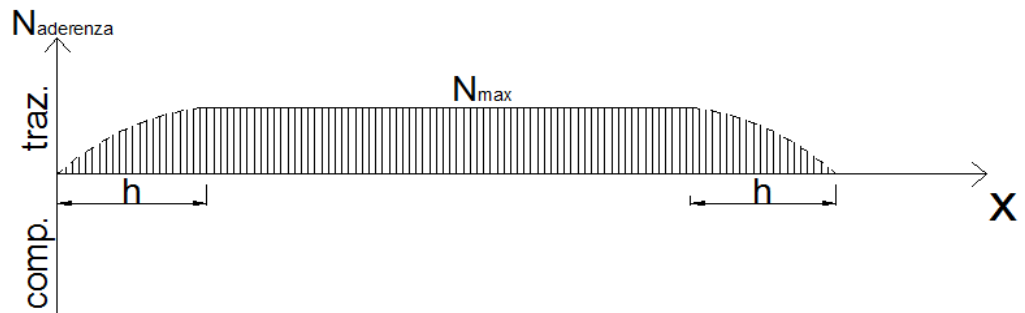
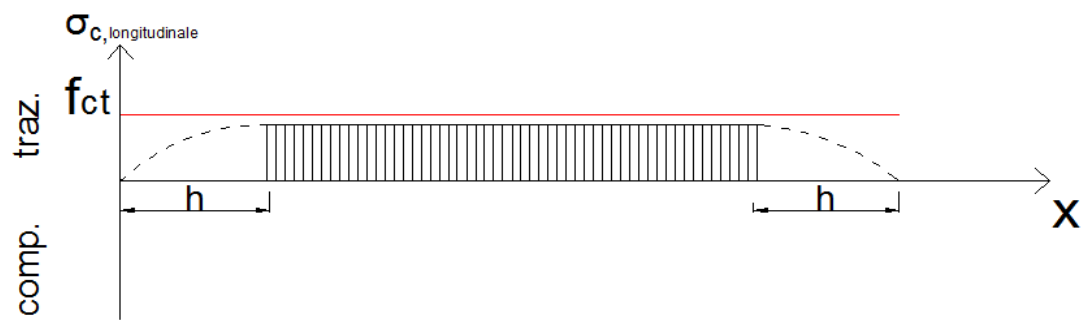
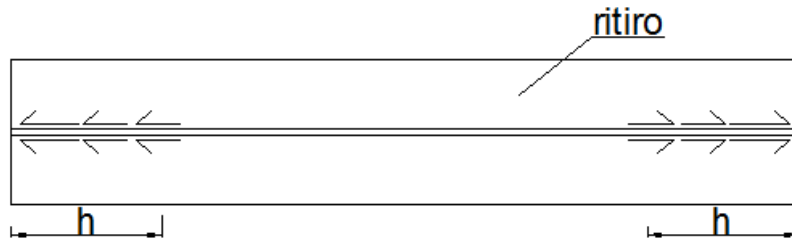
#### **4.4.1 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito**

##### **4.4.1.1 Modello analitico**

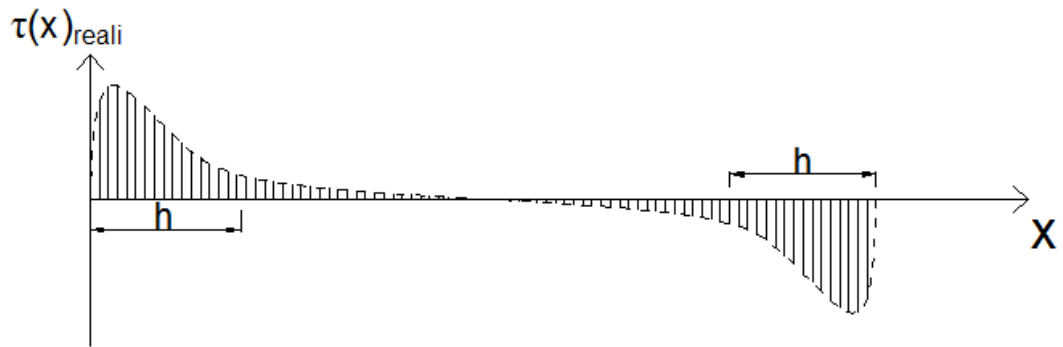
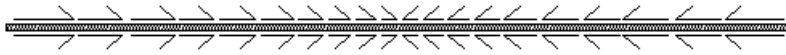
Per tenere conto in modo efficace della presenza dell'armatura si considera la presenza di due tipi diversi di vincoli: uno di tipo elastico (fornito dalla barra) e uno fisso (dato dai vincoli esterni). Fino alla formazione della prima fessura funziona come una struttura iperstatica nel caso in cui si consideri lo schema strutturale iperstatico.

Per focalizzare l'attenzione sullo studio della trasmissione di sforzi tra armatura e calcestruzzo si considera inizialmente la trave in assenza di vincoli esterni, ovvero in cui l'unico vincolo è rappresentato dalla barra.





+





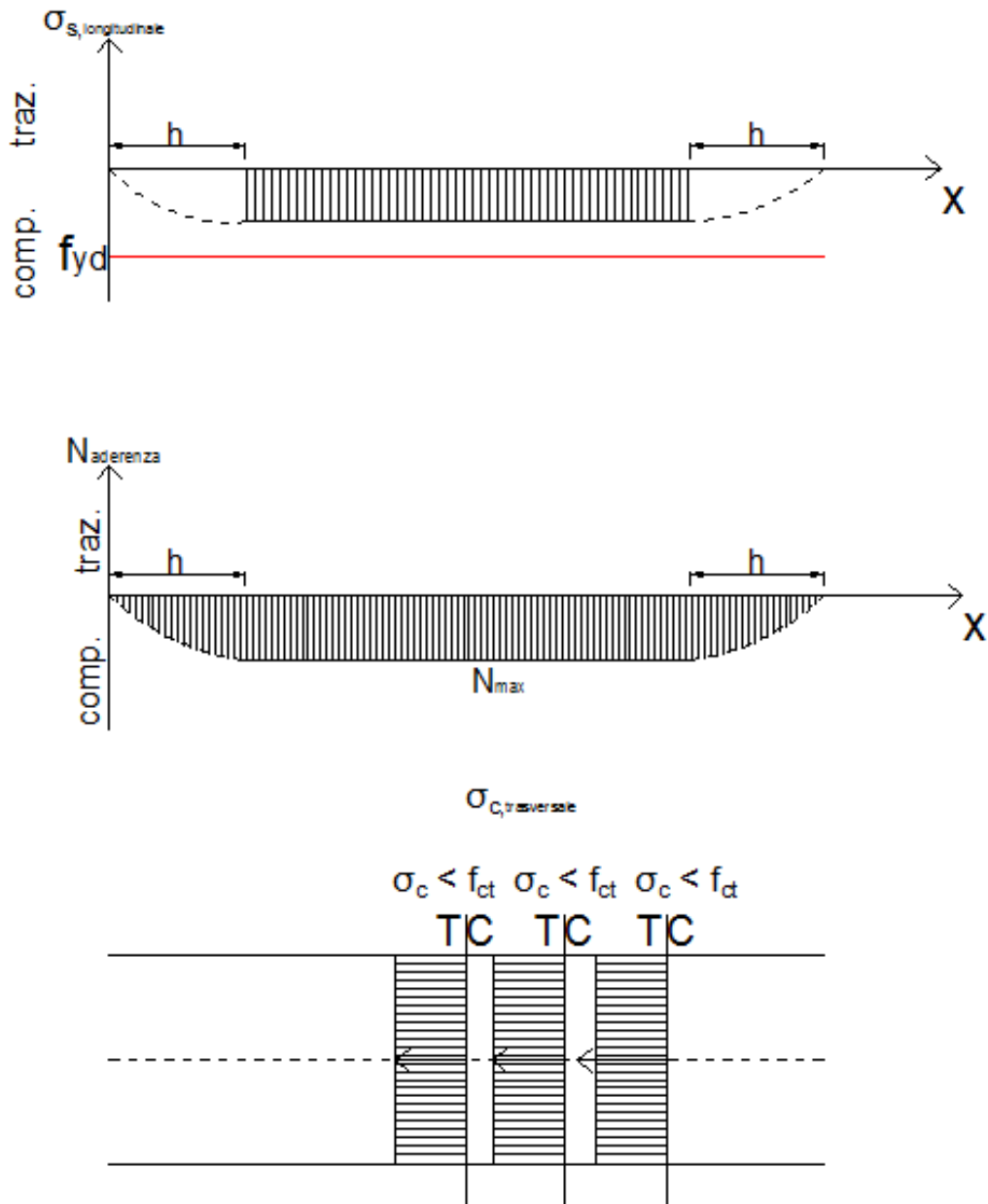


Figura 27 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata nello schema strutturale labile (esternamente).

Si osserva che nel caso di assenza di vincoli esterni fissi, con la trave soggetta a ritiro del calcestruzzo, lo schema strutturale si trova in condizione di simmetria sia per geometria sia per carico; dunque si può studiare in modo equivalente metà trave considerando un vincolo del tipo cerniera in corrispondenza della mezzeria della trave e posizionato alla quota dell'asse baricentrico.

Per calcolare la risultante degli sforzi distribuiti che si scambiano per tutta la lunghezza dell'elemento barra e calcestruzzo si imposta la condizione di congruenza tra le deformazioni dei due materiali, che per l'ipotesi di aderenza devono essere uguali.

La condizione di congruenza tra i due materiali può essere scritta indifferentemente in termini di deformazioni o in termini di spostamenti dato che lo sforzo normale ha un andamento lineare lungo la trave, ma sempre in termini differenziali. Si è fissato il riferimento all'estremo di destra della trave in modo da poter valutare la deformazione sempre rispetto a tale riferimento fisso; in sostanza si valutano le deformazioni nei due materiali con riferimento ad un concio di ampiezza  $\Delta x$  che si sposta lungo l'asse della trave da destra verso sinistra.

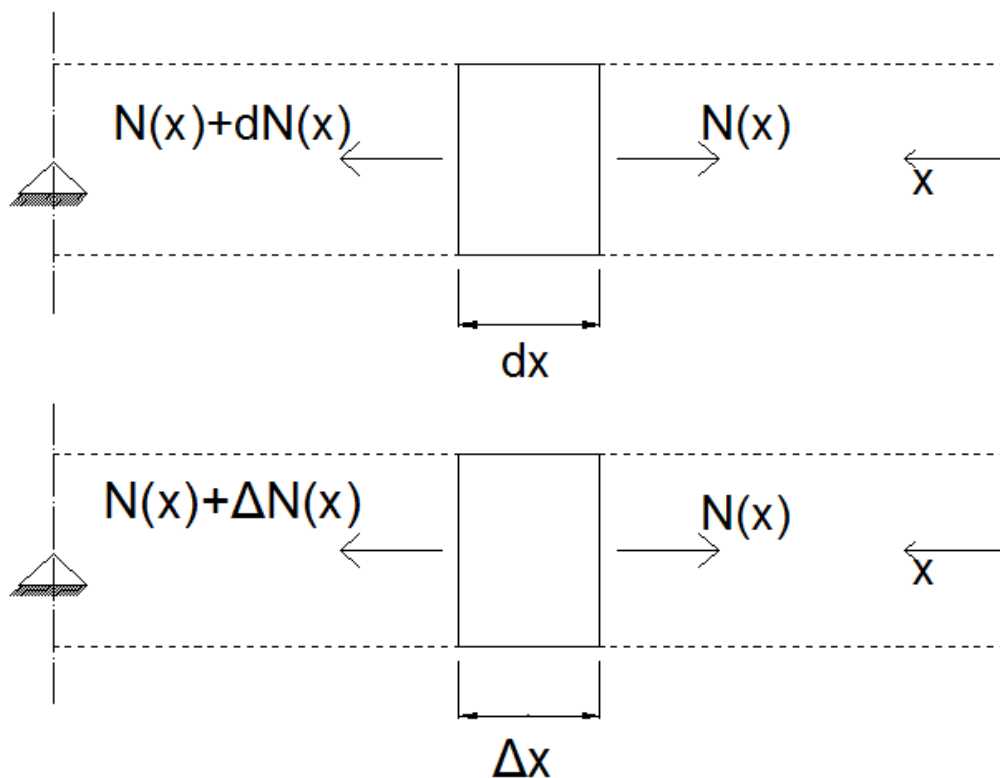


Figura 28 - Sistema di riferimento impiegato per la scrittura delle equazioni di congruenza.

$$d\varepsilon = \frac{dN}{EA} \Rightarrow d\varepsilon * dx = \frac{dN}{EA} dx \Rightarrow \Delta l = \frac{\Delta N}{EA} \Delta x$$

Condizione di congruenza:

$$\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_s \text{ condizione puntuale}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s \text{ condizione globale}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l dl = - \int_0^l dl$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx = - \int_0^l \varepsilon_s(x) dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \int_0^l dx = - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}$$

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx &= \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx = \\ &= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = \\ &= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx &= \\
 &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx = \\
 &= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = \\
 &= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx &= - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx \\
 -\varepsilon_{cs} * l + 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} &= -0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_c A_c E_s A_s}{E_c A_c + E_s A_s} \right) = \\
 &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{A_c E_s A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)
 \end{aligned}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.4.1.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

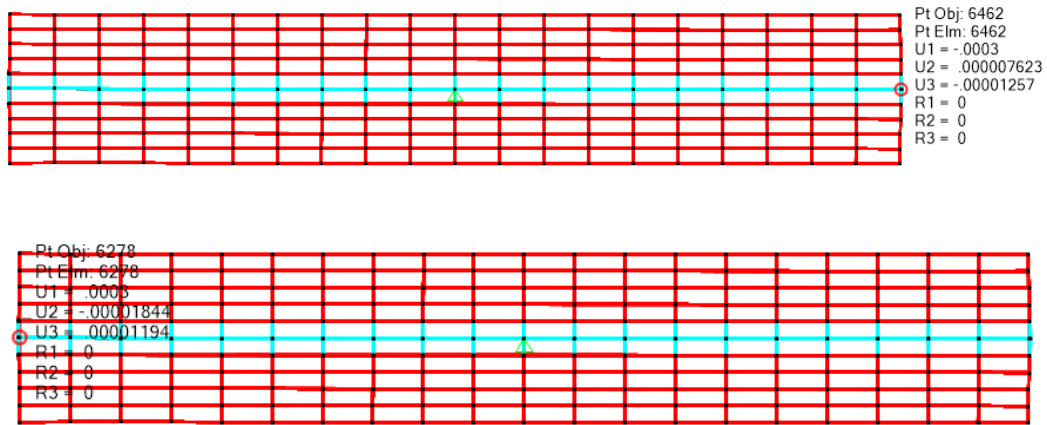


Figura 29 - Spostamenti ottenuti dal modello con elementi BRICK.

Nel modello per rappresentare in modo corretto la condizione di simmetria sia rispetto ai vincoli che rispetto ai carichi, si è posizionato un vincolo a cerniera nel nodo di intersezione tra l'asse baricentrico longitudinale e l'asse di simmetria verticale.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost$ :

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 446644,80 \text{ N}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx$$

$$\begin{aligned}\Delta l_{c,per\ lato} &= \frac{\Delta l_c}{2} = -\frac{1}{2} \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx = -\frac{N_{aderenza,max}}{2E_s A_s} \int_0^l dx \\ &= -\frac{N_{aderenza,max} * l}{2E_s A_s} = \\ &= -\frac{(446644,80) * 3000}{2 * 210000 * 10000} = -0,319\ mm = -0,319 * 10^{-3}\ m = -0,000319\ m\end{aligned}$$

- andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$\begin{aligned}N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 397513,87\ N\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta l_{c,per\ lato} &= \frac{\Delta l_c}{2} = -\frac{N_{aderenza,max} * l}{2E_s A_s} = -\frac{(397513,87) * 3000}{2 * 210000 * 10000} \\ &= -0,284\ mm = \\ &= -0,284 * 10^{-3}\ m = -0,000284\ m\end{aligned}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

### Valutazione delle sollecitazioni

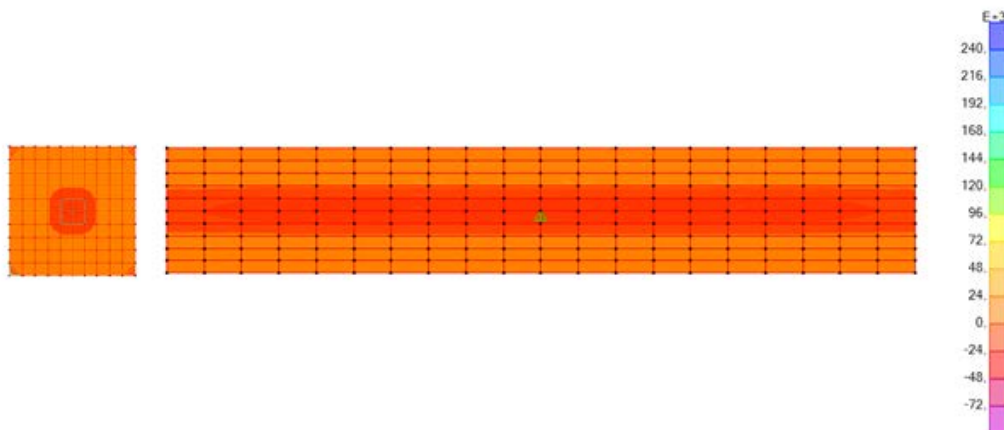


Figura 30 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

Il modello numerico conferma il risultato atteso: il calcestruzzo si trova ovunque teso, infatti vorrebbe accorciarsi in quanto soggetto a variazione termica negativa, ma ciò gli è impedito dal vincolo interno elastico costituito dalla barra metallica. Si riportano di seguito i diagrammi che rappresentano l'andamento in direzione longitudinale delle tensioni normali nei due materiali e della loro risultante.

➤ lato acciaio:

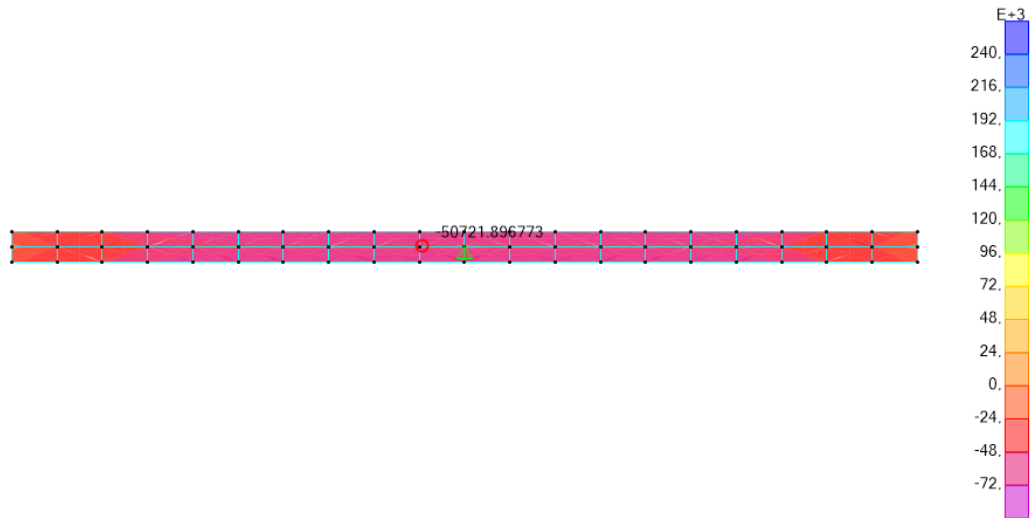


Figura 31 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

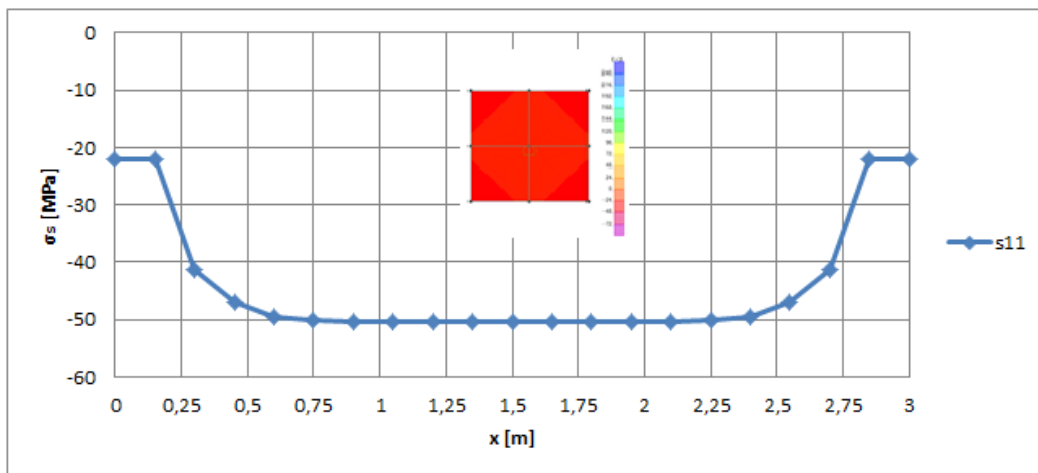


Figura 32 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

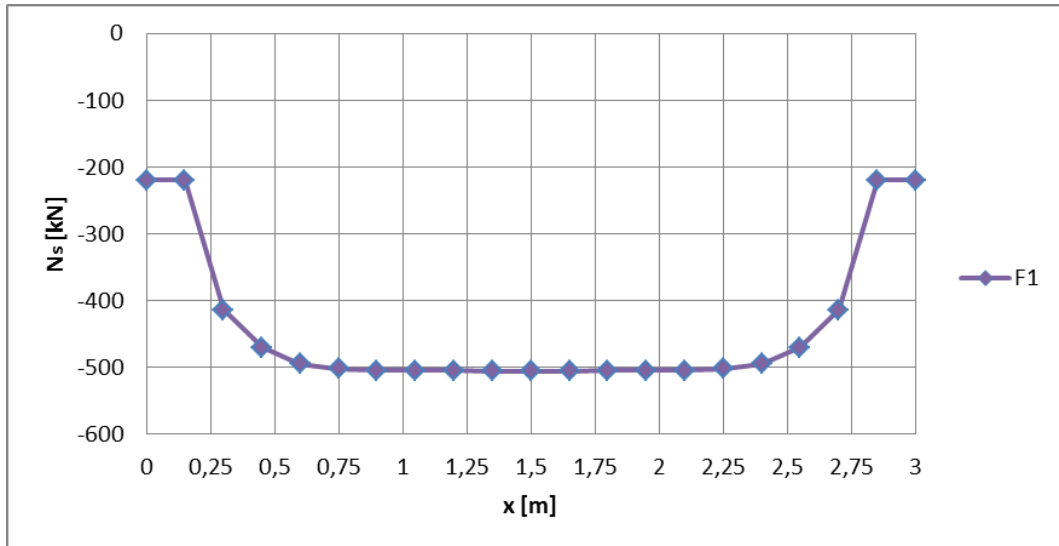


Figura 33 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 13 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-50,538	[MPa]
$A_s$	$0,01 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-505,40	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

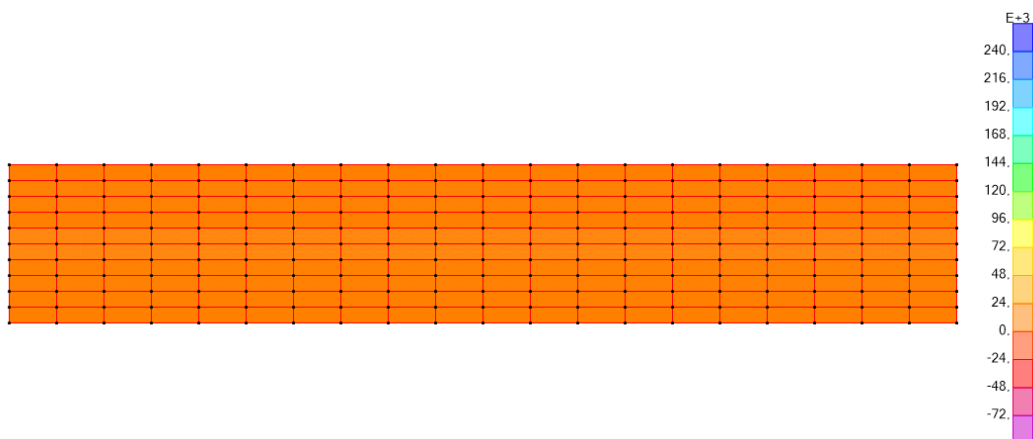


Figura 34 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.



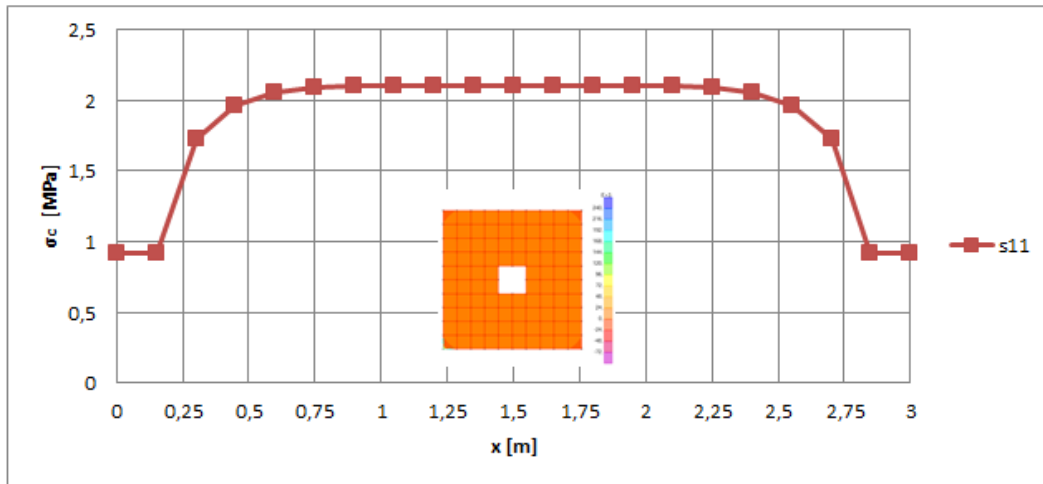


Figura 35 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

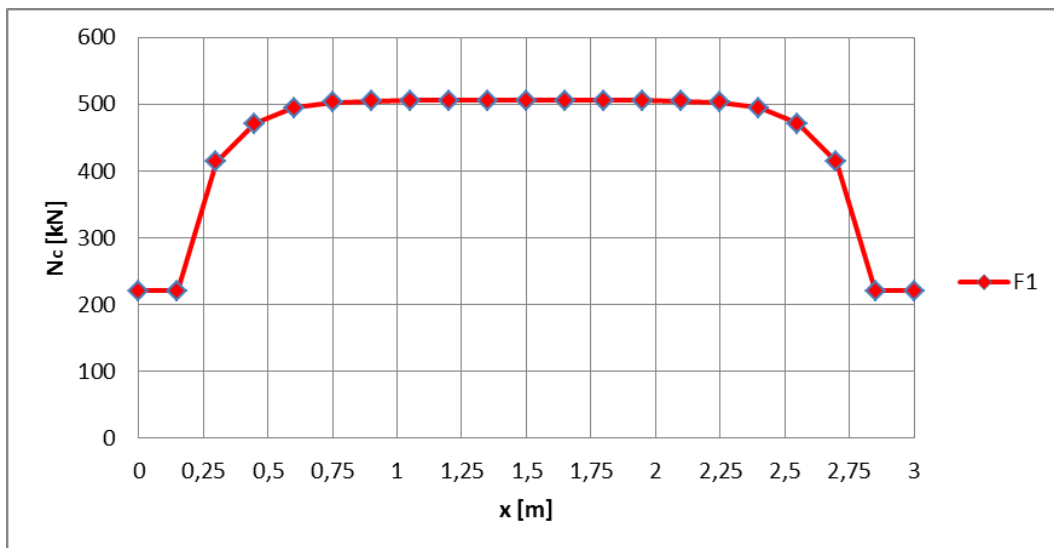


Figura 36 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 14- Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S11_{tot}$	2,105	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	505,40	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante

$$N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost:$$

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 446644,80 \text{ N} \end{aligned}$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 397513,87 \text{ N} \end{aligned}$$

Dunque la soluzione ottenuta con il modello analitico sottostima (di circa un 12% nel caso si ipotizzi un andamento costante dello sforzo di aderenza, di circa un 22% nel caso si ipotizzi un andamento parabolico dello sforzo di aderenza) il valore ottenuto dal modello numerico.

#### **4.4.2 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito nello stato fessurato**

##### **4.4.2.1 Modello analitico**

Finché la tensione nel calcestruzzo rimane inferiore alla sua resistenza a trazione, tale stato di tensione resta qualitativamente invariato.

Con il passare del tempo l'effetto del ritiro va incrementandosi con un conseguente aumento dello stato tensionale e deformativo. Nonostante si sia ipotizzata la presenza di un quadro di microfessure in corrispondenza della sezione di mezzera, si verifica una concentrazione di tensioni in prossimità dell'estremo di sinistra, dove è presente un vincolo esterno fisso; per questi motivi si assiste alla formazione di una fessura passante da un lato a quello opposto della trave in prossimità dell'estremo sinistro della trave. Di seguito si osserva il mutamento dello stato tensionale mutato nella trave conseguente alla formazione della fessura con tensioni nell'armatura che variano da  $\sigma'_s = \frac{N}{A_s}$  in corrispondenza della fessura, al valore  $\sigma_s$  dei tratti a completa diffusione dello sforzo e con delle tensioni nel calcestruzzo che variano parallelamente da  $\sigma_c$ .

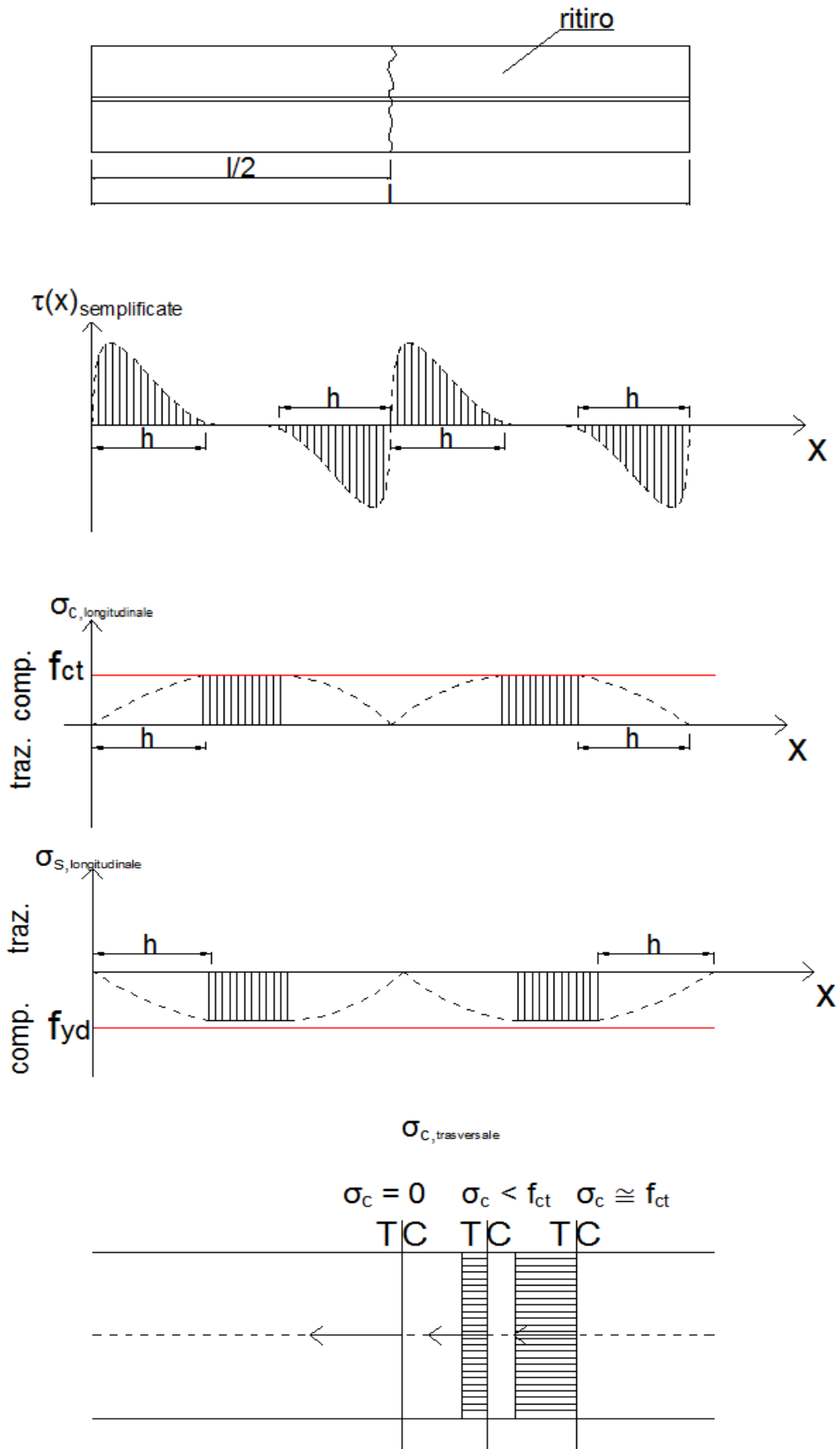


Figura 37 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata nello schema strutturale labile (esternamente) nello stato fessurato.

Si osserva che superati i tratti estremi di lunghezza  $\cong h$  necessari per la diffusione dello sforzo dall'acciaio all'intera sezione, si instaura in tutto il tratto interno dell'elemento uno stato di tensione calcolabile con le formule precedentemente citate:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + nA_s}$$

$$\sigma_s = n\sigma_c$$

Al formarsi delle fessure il tirante in cemento armato prende l'assetto deformativo indicato nella figura seguente:

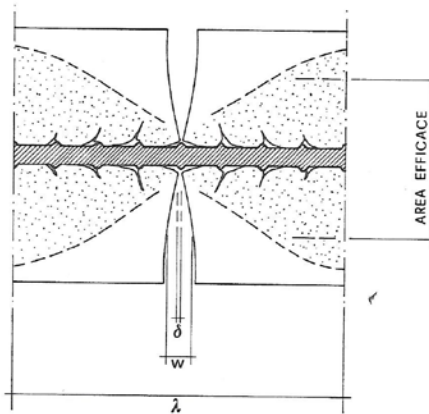


Figura 38 - Assetto deformativo del tirante in c.a. in seguito alla formazione delle fessure.

L'azzeramento delle trazioni in corrispondenza delle fessure provoca un esteso scarico tensionale nel calcestruzzo che, concio per concio, tende ad accorciarsi. Contemporaneamente il ferro d'armatura, sotto il complementare aumento tensionale, tende ad allungarsi maggiormente rispetto al precedente assetto di sezione interamente reagente. Allo scorrimento reciproco dei due materiali, dopo un primo assestamento  $\delta$  corrispondente all'attivazione dei contatti efficaci, si oppone l'aderenza. Grazie a questa, una quota parte dello sforzo di trazione nell'elemento, che in corrispondenza della fessura è convogliato interamente entro il ferro di armatura, si diffonde nei conci di calcestruzzo come qualitativamente indicato in figura. La graduale diffusione delle tensioni lascia comunque zone di calcestruzzo sensibilmente scariche, con un assetto deformativo dei conci che non corrisponde più alla planarità delle sezioni trasversali. La fessura stessa si configura con ampiezza variabile, crescente con la dilatanza dell'armatura. Nei calcoli il fenomeno viene forfettizzato assumendo un comportamento "medio" attraverso i conci, dove la parziale diffusione delle tensioni nel calcestruzzo viene rappresentata da un'area efficace, ridotta rispetto a quella effettiva della sezione, e che risente della posizione e della distribuzione dei ferri d'armatura.

Si osserva che il valore massimo delle tensioni nel calcestruzzo va via via crescendo; ciò non è dovuto alla formazione progressiva delle fessure e quindi alla conseguente redistribuzione degli sforzi nelle porzioni non fessurate, bensì al passare del tempo. Infatti il fenomeno del ritiro va incrementandosi col passare del tempo dal momento del getto, per poi attestarsi ad un valore circa costante.

#### 4.4.2.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

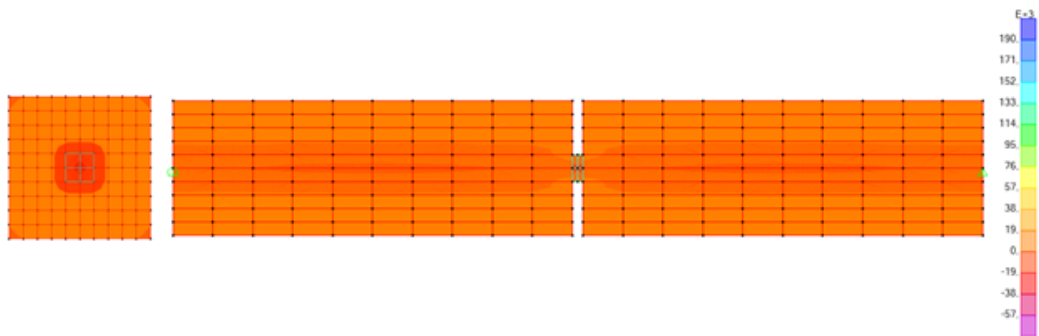


Figura 39 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

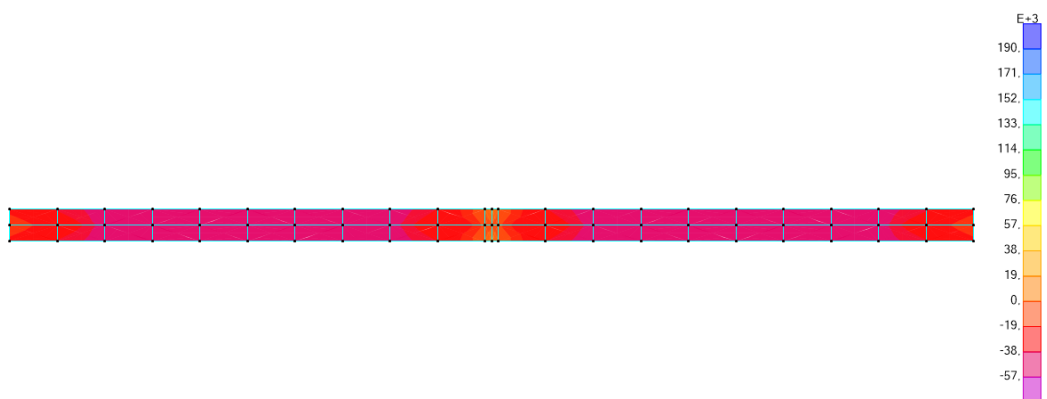


Figura 40 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

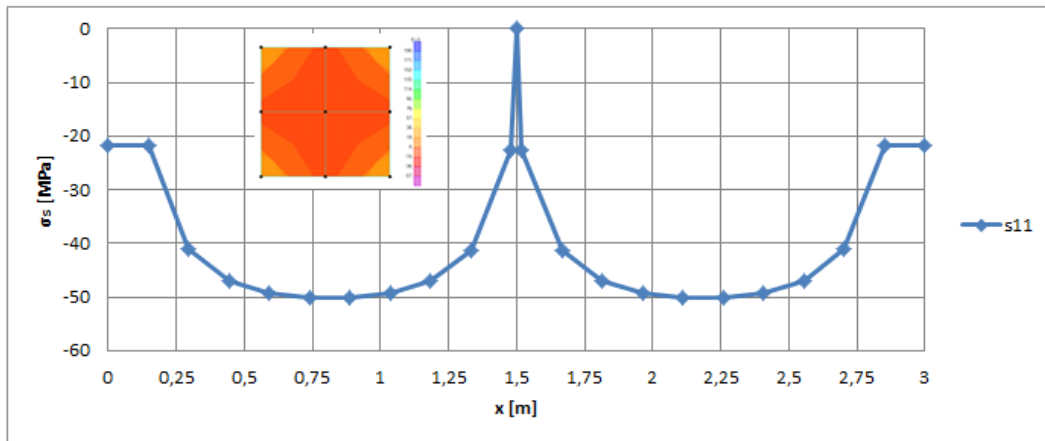


Figura 41 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

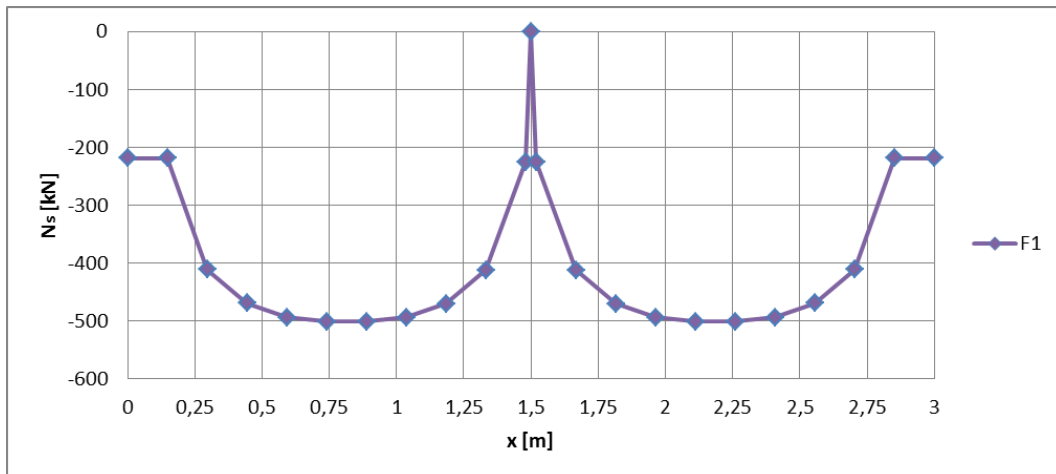


Figura 42 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 15 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	0	[MPa]
$A_s$	$0,01 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	0	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

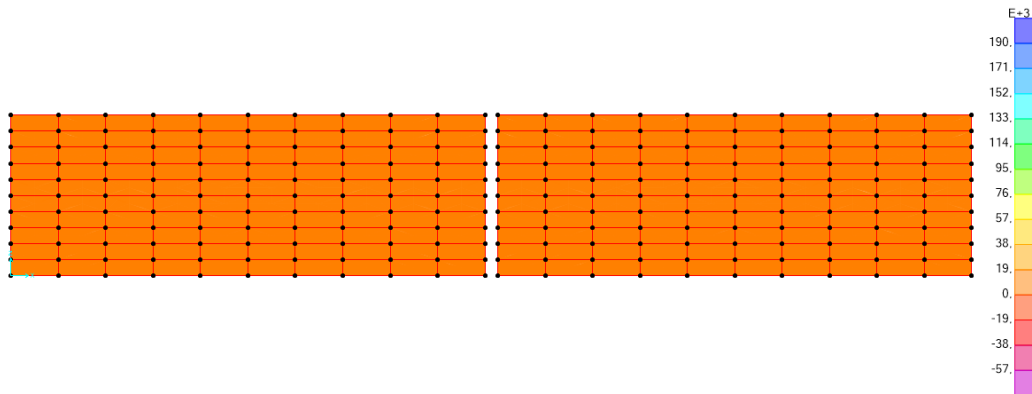


Figura 43 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

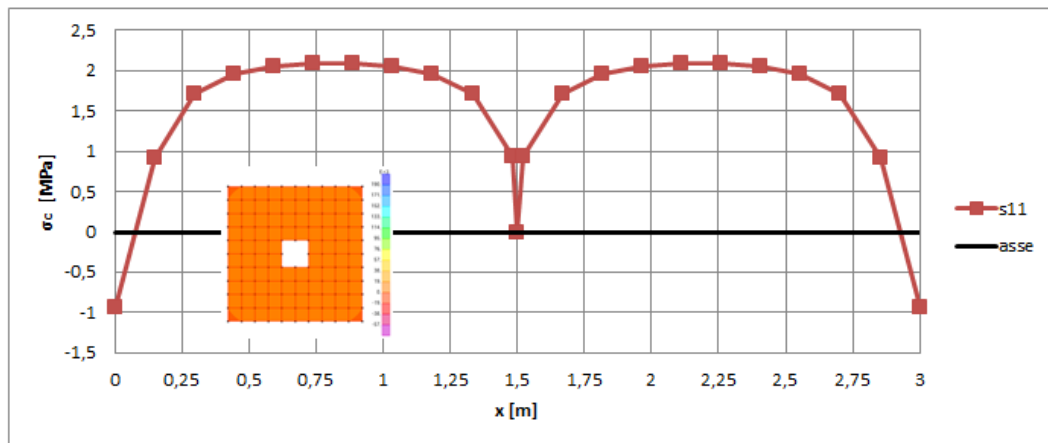


Figura 44 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.



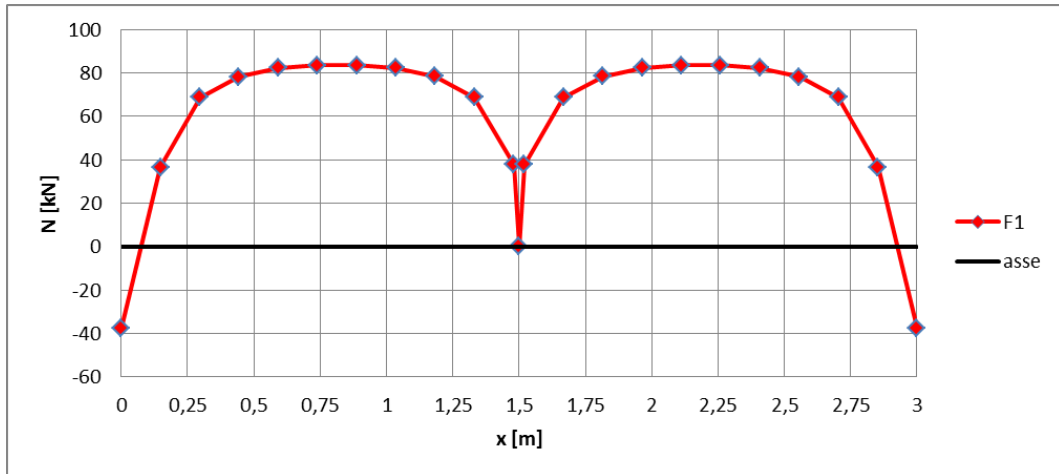


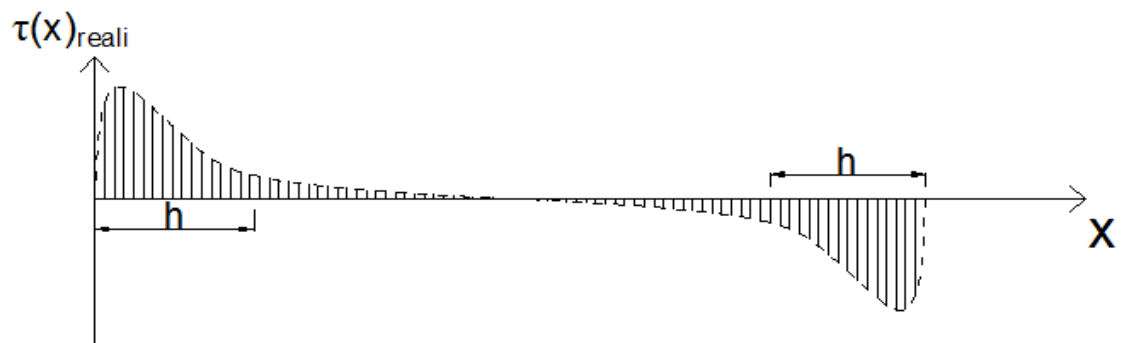
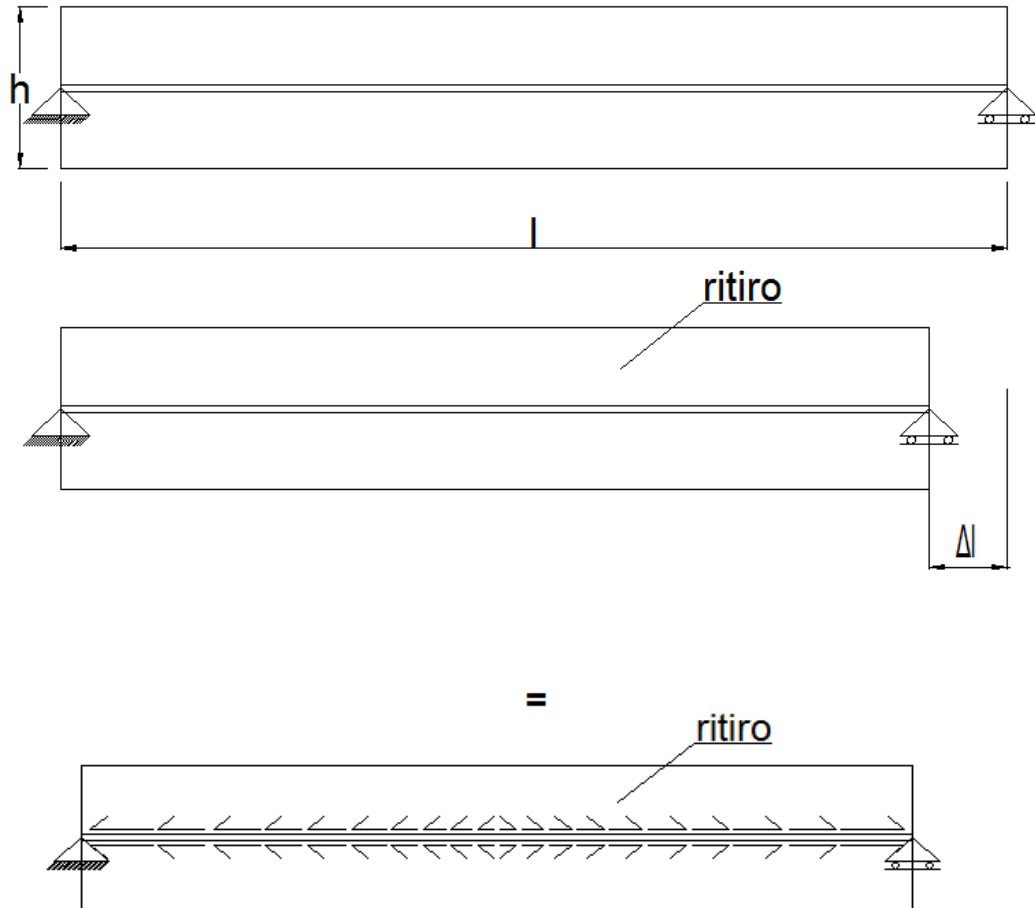
Figura 45 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

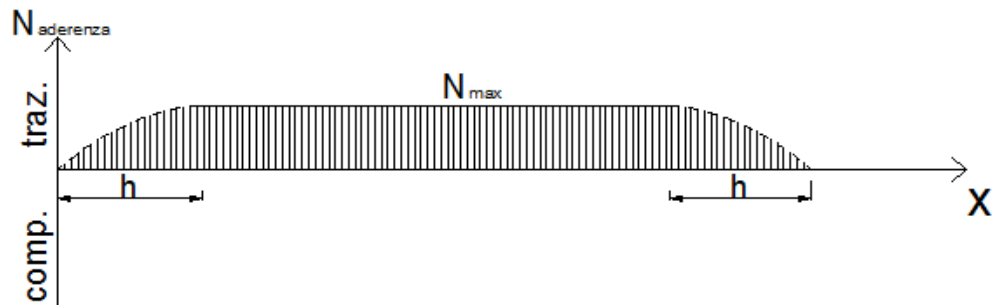
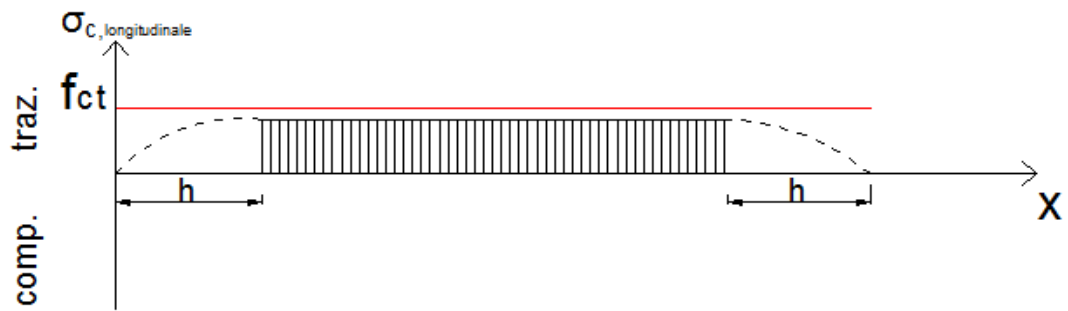
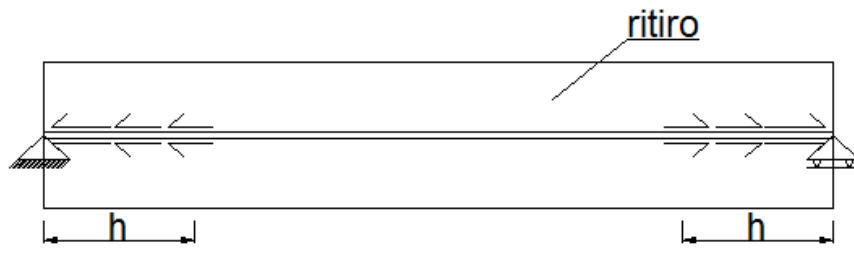
Tabella 16 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione a l/4.

$S_{11_{tot}}$	2,057	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	82,31	[kN]

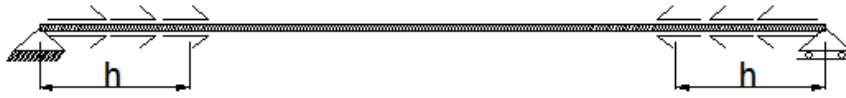
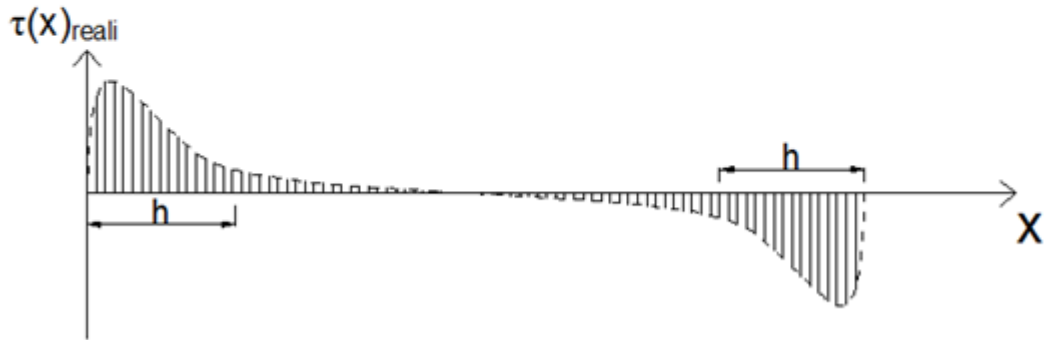
### 4.4.3 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

#### 4.4.3.1 Modello analitico





+



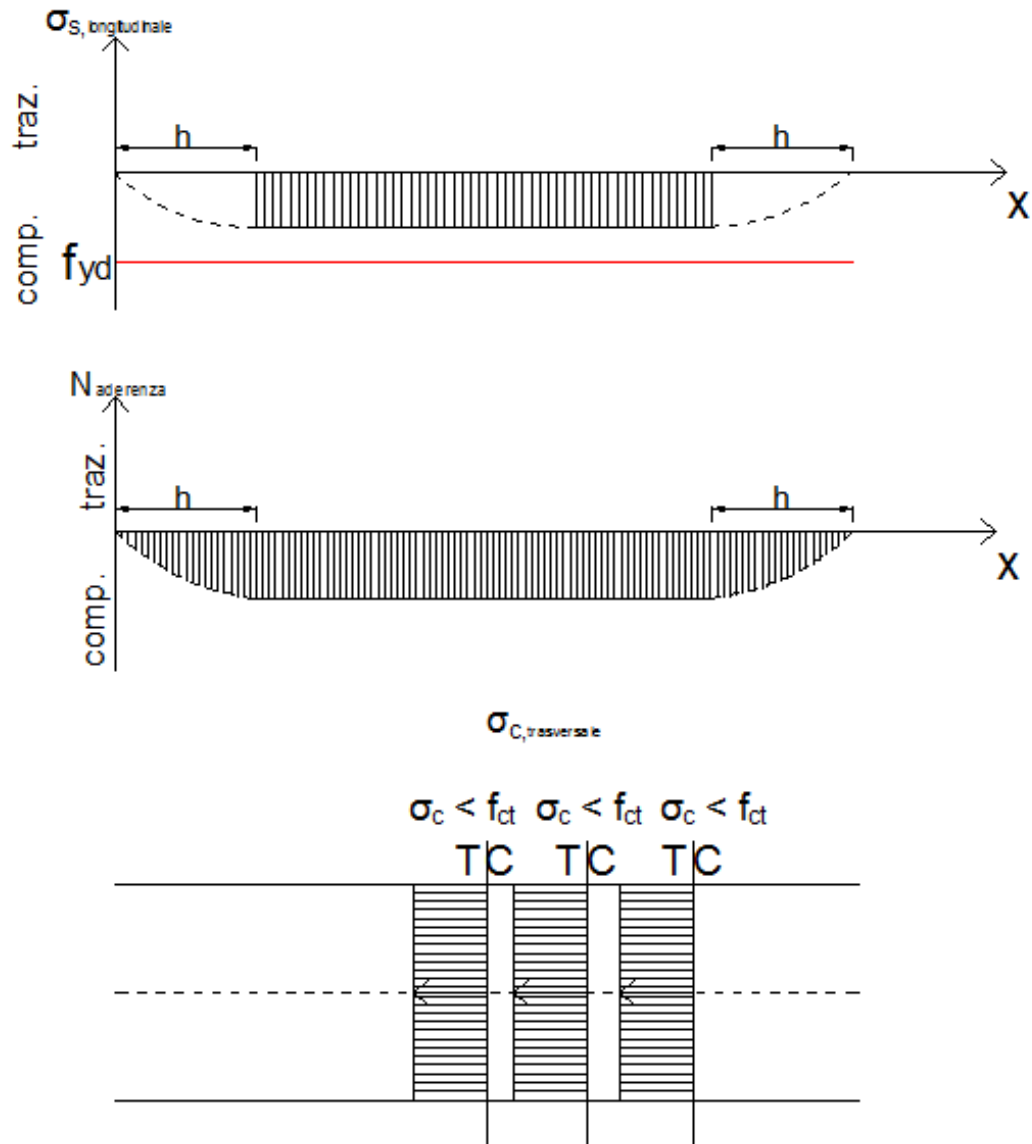


Figura 46 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata nello schema strutturale isostatico (esternamente).

#### 4.4.3.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

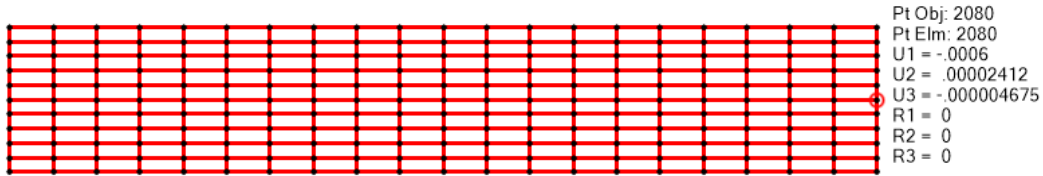


Figura 47 - Grafico degli spostamenti nel nodo libero di traslare parallelamente all'asse dell'elemento.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  
 $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost:$

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 446644,80 \text{ N}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx$$

$$\Delta l_c = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx = - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx = - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} =$$

$$= - \frac{(446644,80) * 3000}{210000 * 10000} = -0,638 \text{ mm} = -0,638 * 10^{-3} \text{ m} = -0,000638 \text{ m}$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 397513,87 \text{ N}$$

$$\Delta l_c = - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = - \frac{(397513,87) * 3000}{210000 * 10000} = -0,568 \text{ mm}$$

$$= -0,568 * 10^{-3} \text{ m} =$$

$$= -0,000568 \text{ m}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con modello analitico e modello numerico.

#### Valutazione delle sollecitazioni

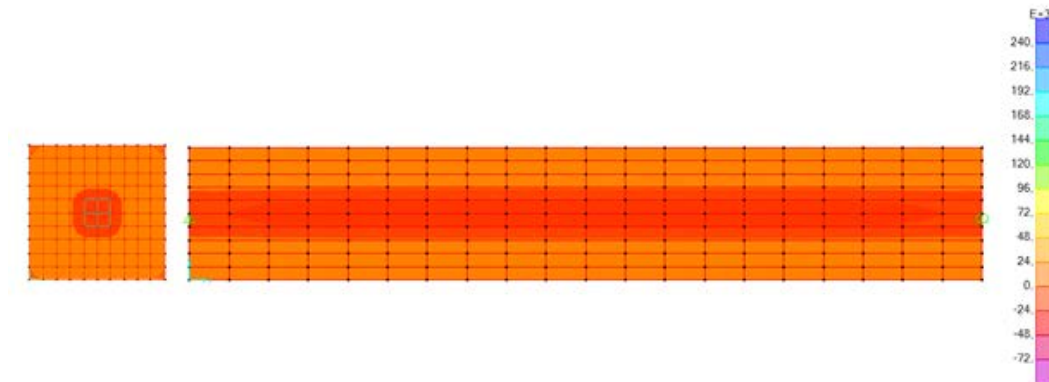


Figura 48 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:



Figura 49 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

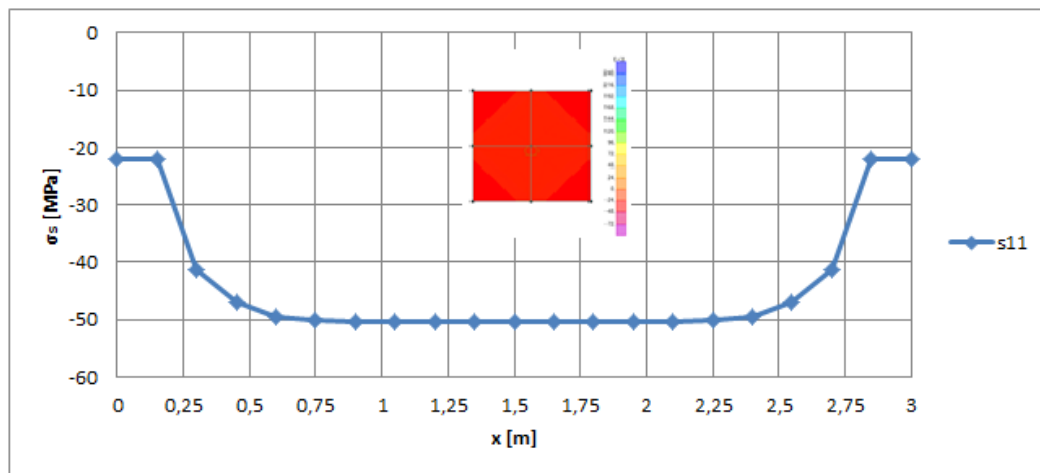


Figura 50 - Andamento delle tensioni nell'armatura sulla sezione longitudinale.



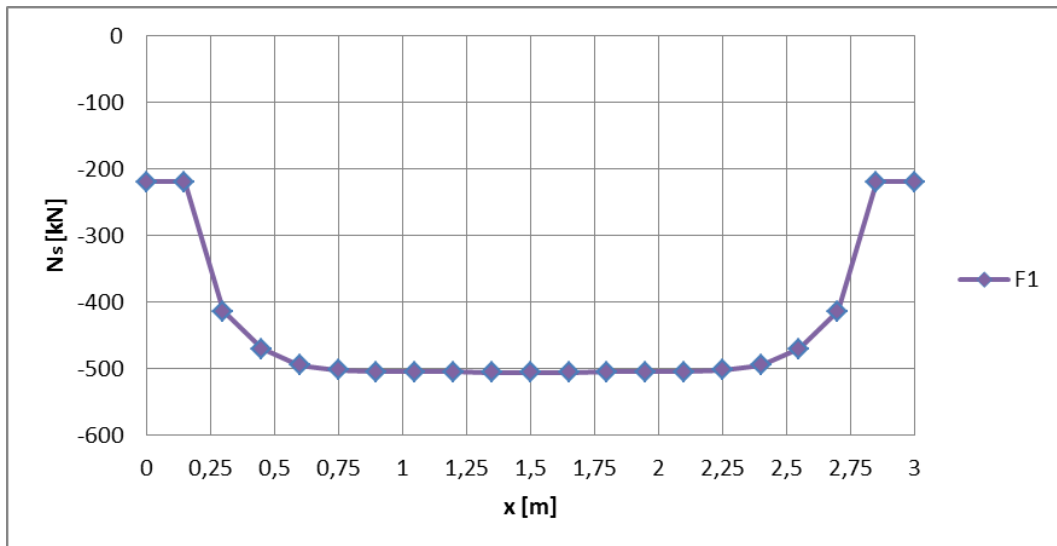


Figura 51 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 17 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-50,538	[MPa]
$A_s$	$0,01 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-505,40	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

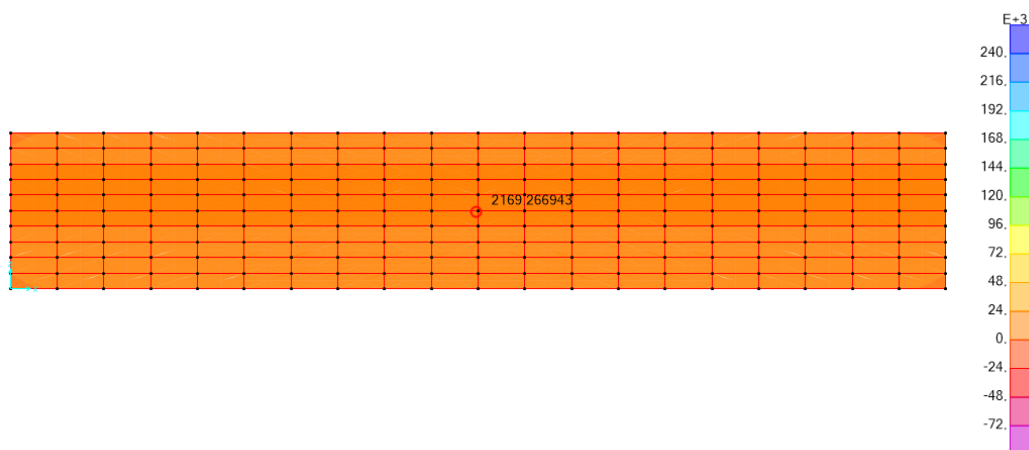


Figura 52 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

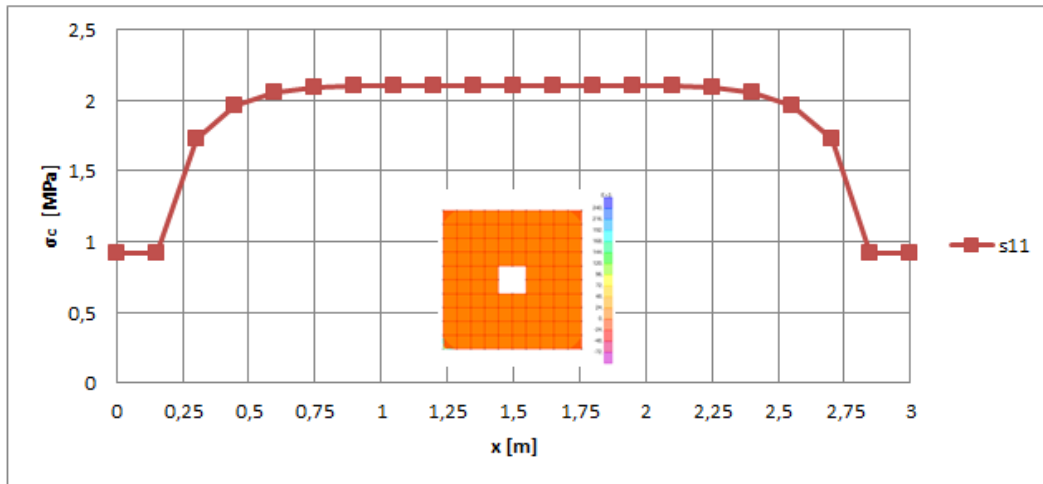


Figura 53 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

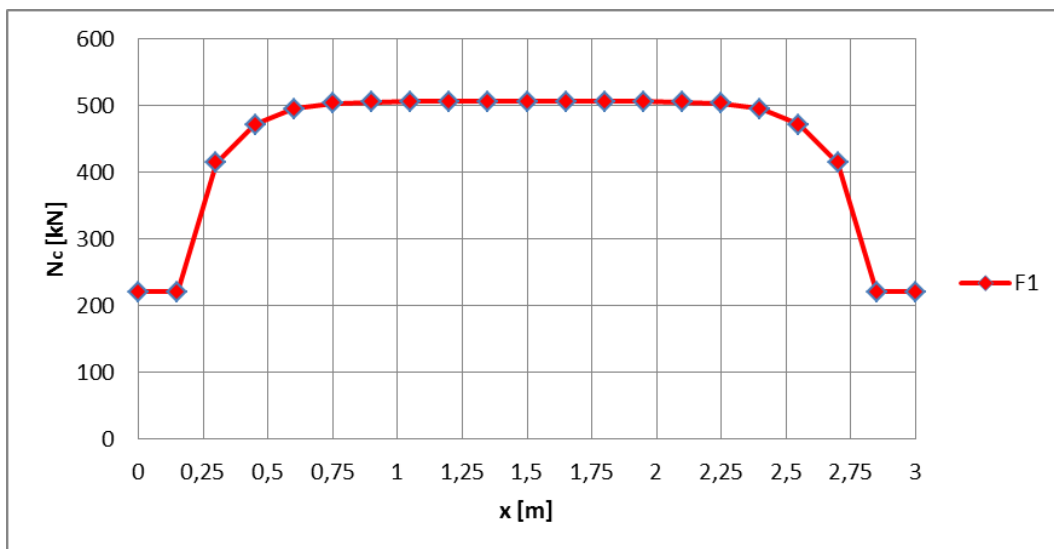


Figura 54 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 18 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	2,105	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	505,40	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante

$$N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost:$$

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 446644,80 \text{ N} \end{aligned}$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 240000 * 10000}{300000} \right) = 397513,87 \text{ N} \end{aligned}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

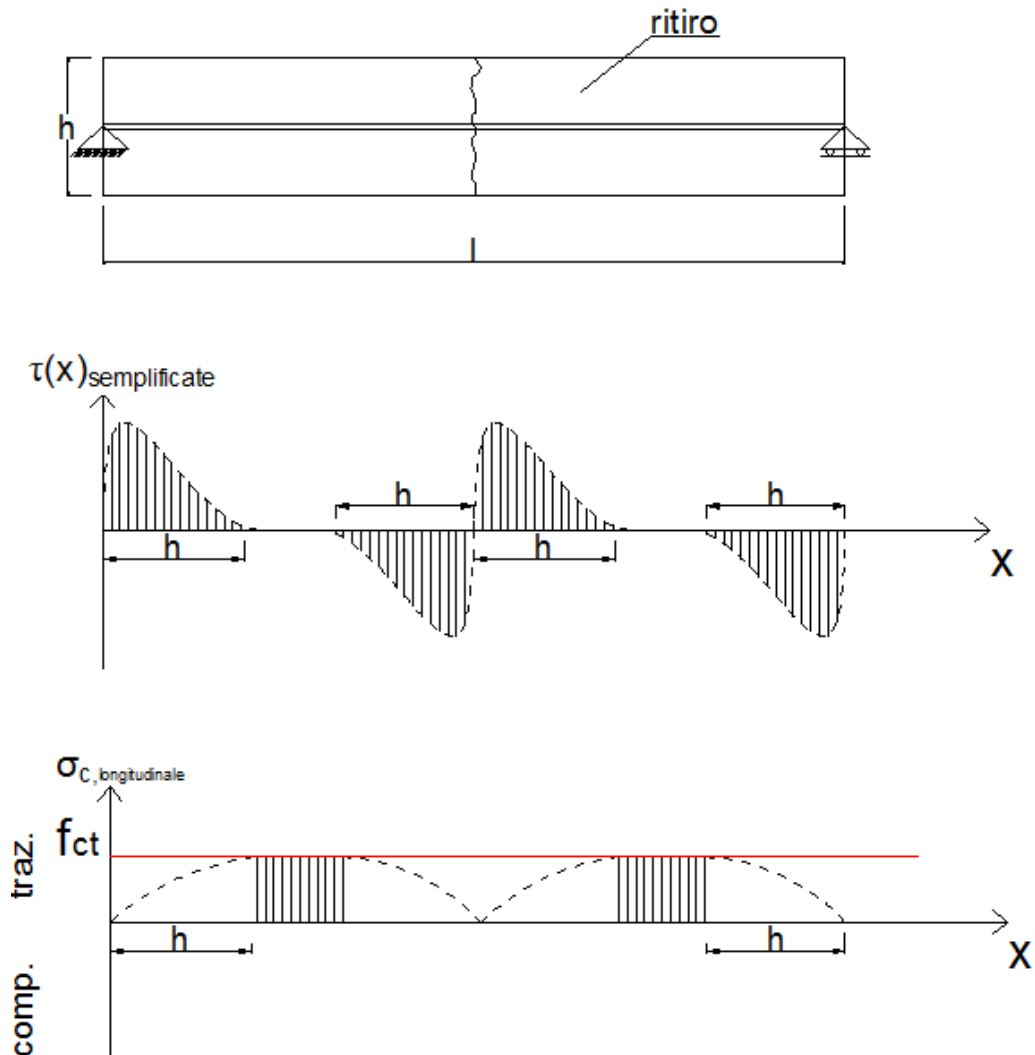
- due zone di estremità "diffusive" di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

Dunque la soluzione ottenuta con il modello analitico sottostima (di circa un 12% nel caso si ipotizzi un andamento costante dello sforzo di aderenza, di circa un 22% nel caso si ipotizzi un andamento parabolico dello sforzo di aderenza) il valore ottenuto dal modello numerico.

#### 4.4.4 Schema di vincolamento isostatico (esternamente) nello stato fessurato

##### 4.4.4.1 Modello analitico

Con il passare del tempo l'effetto del ritiro va incrementandosi con un conseguente aumento dello stato tensionale e deformativo. Nonostante si sia ipotizzata la presenza di un quadro di microfessure in corrispondenza della sezione di mezzeria, si verifica una concentrazione di tensioni in prossimità dell'estremo di sinistra, dove è presente un vincolo esterno fisso; per questi motivi si assiste alla formazione di una fessura passante da un lato a quello opposto della trave in prossimità dell'estremo sinistro della trave. Di seguito si osserva il mutamento dello stato tensionale nella trave conseguente alla formazione della fessura.



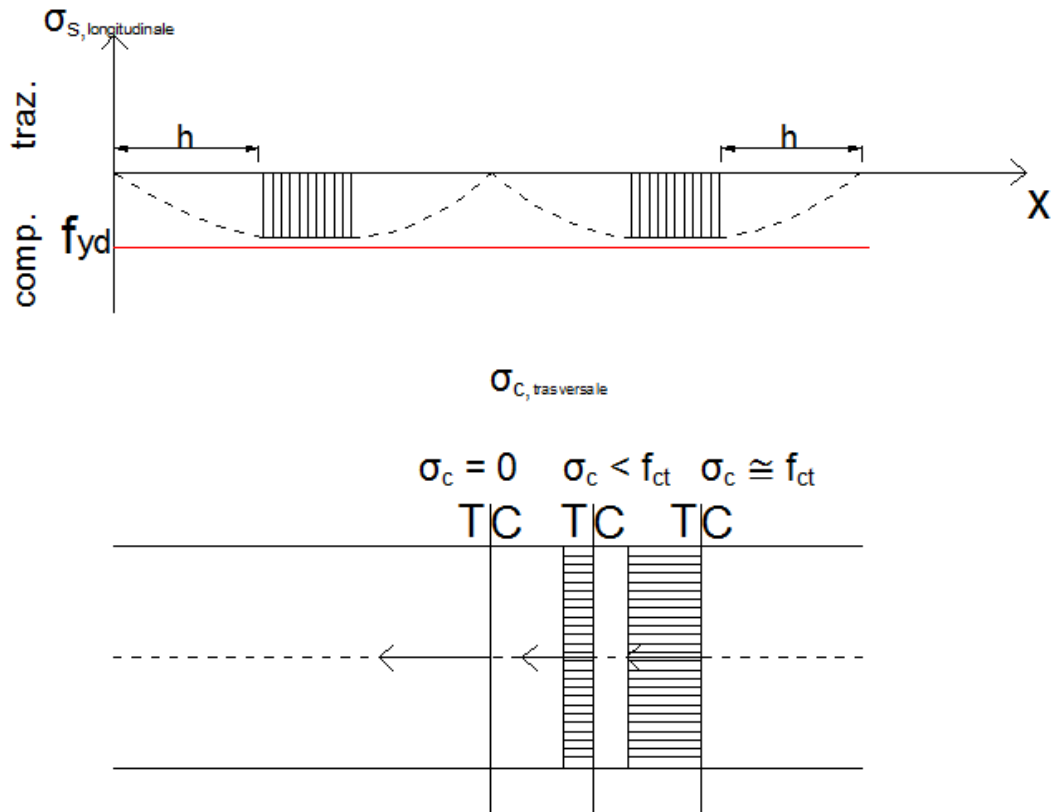


Figura 55 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata nello schema strutturale isostatico (esternamente) nello stato fessurato.

#### 4.4.4.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

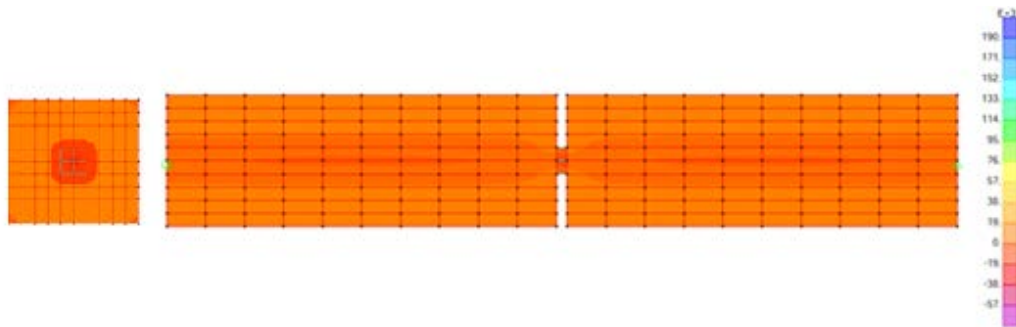


Figura 56 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

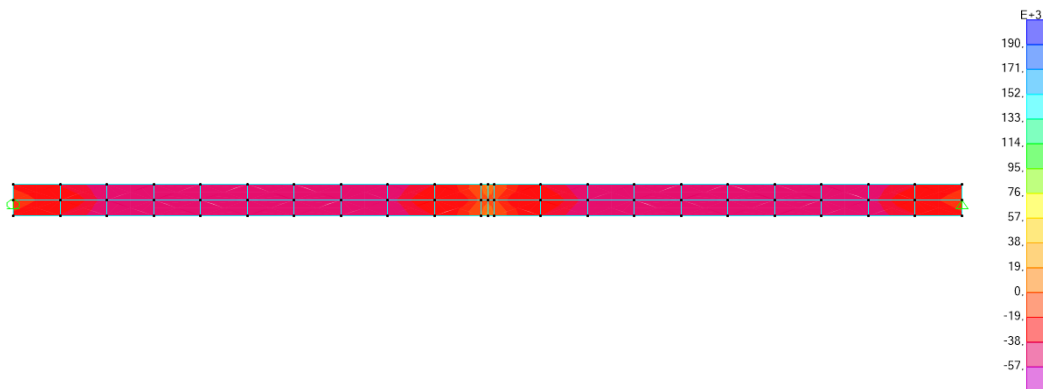


Figura 57 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

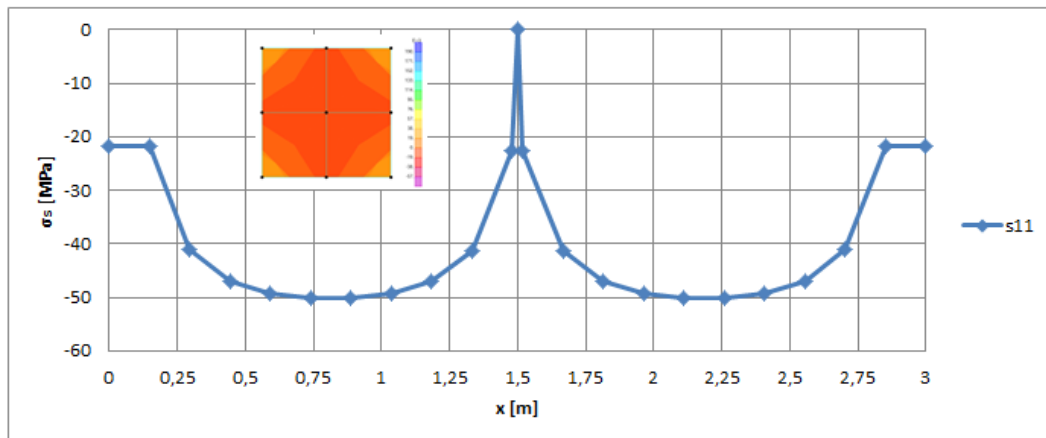


Figura 58 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

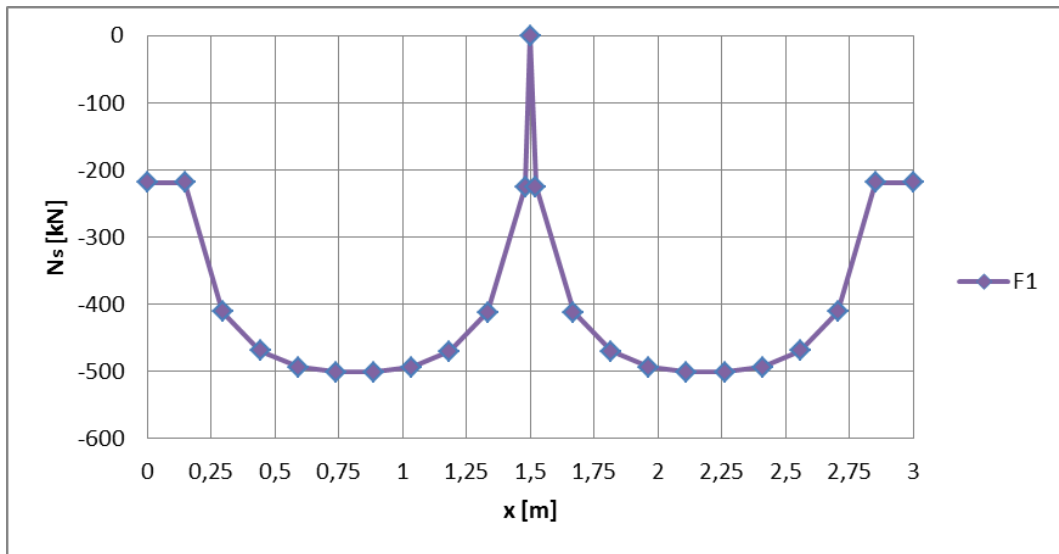


Figura 59 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 19 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	0	[MPa]
$A_s$	0,01	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	0	[kN]

In corrispondenza della sezione di mezzeria fessurata vi è solo l'armatura, ma dato che la sollecitazione deriva dall'azione del ritiro, che si esplica solo nel calcestruzzo, in corrispondenza di tale sezione l'armatura risulta scarica.

➤ lato calcestruzzo:

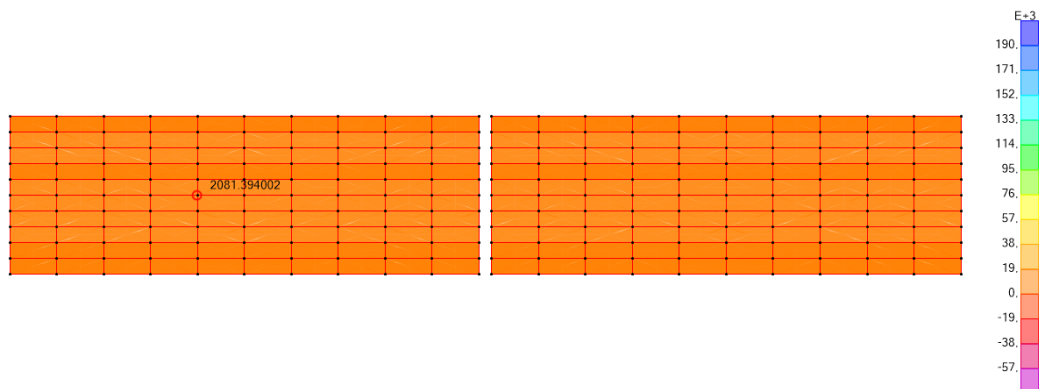


Figura 60 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

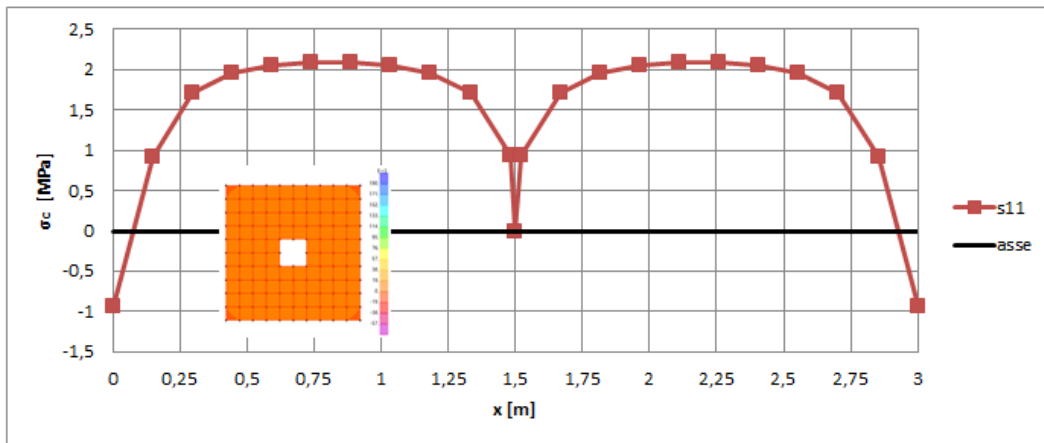


Figura 61 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

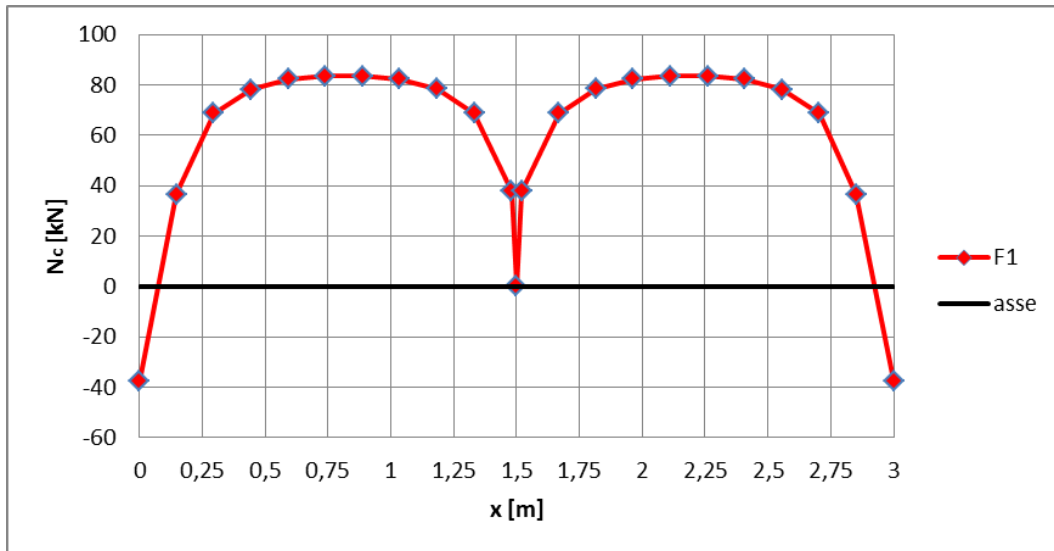


Figura 62 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

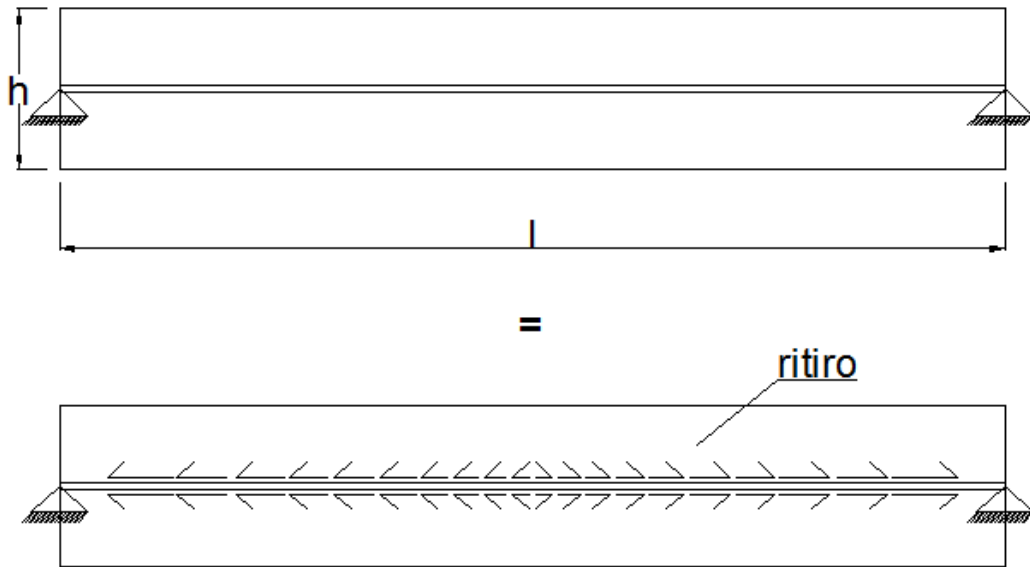
Tabella 20 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione a 1/4.

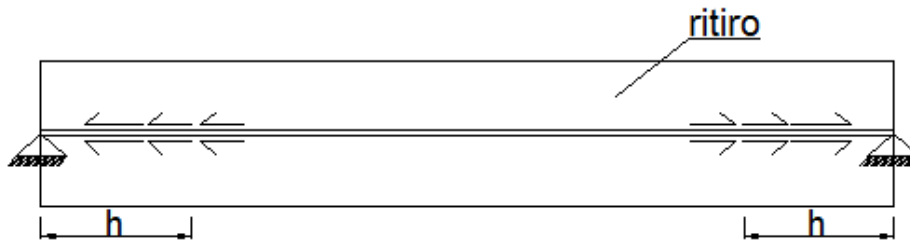
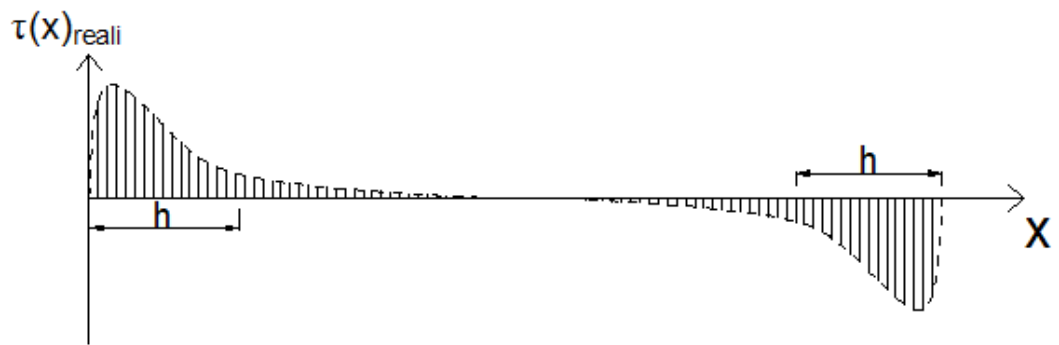
$S_{11_{tot}}$	2,105	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	505,4	[kN]

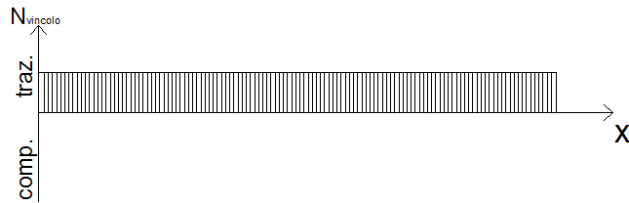
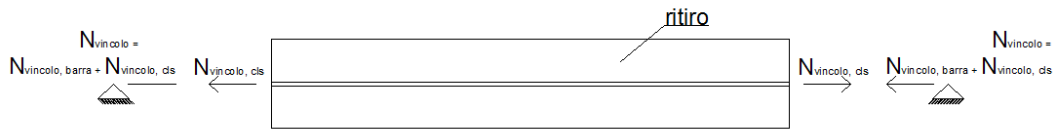
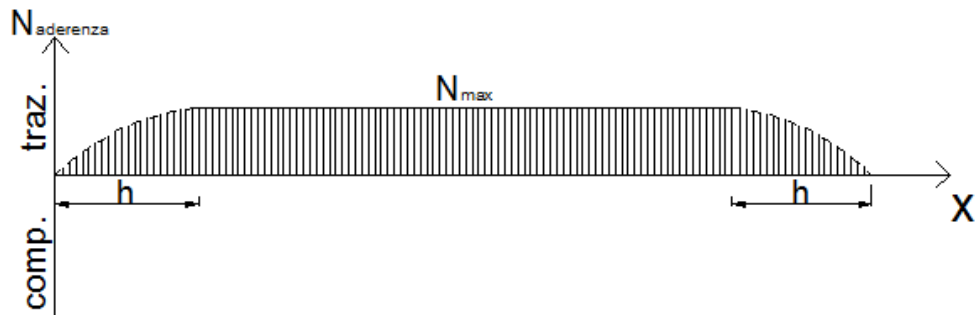
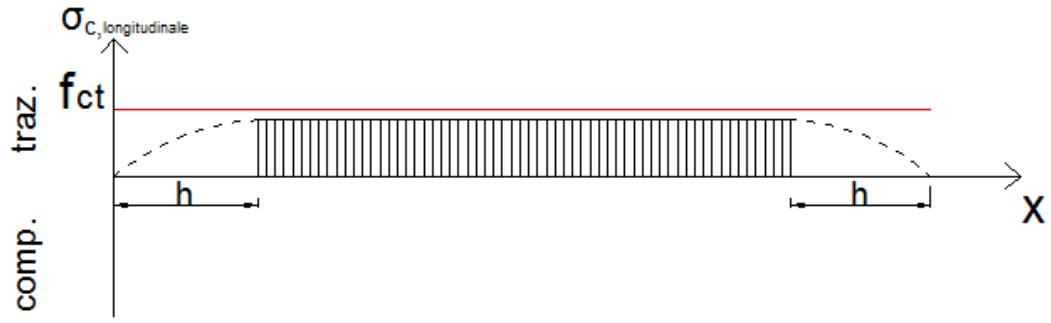


#### 4.4.5 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

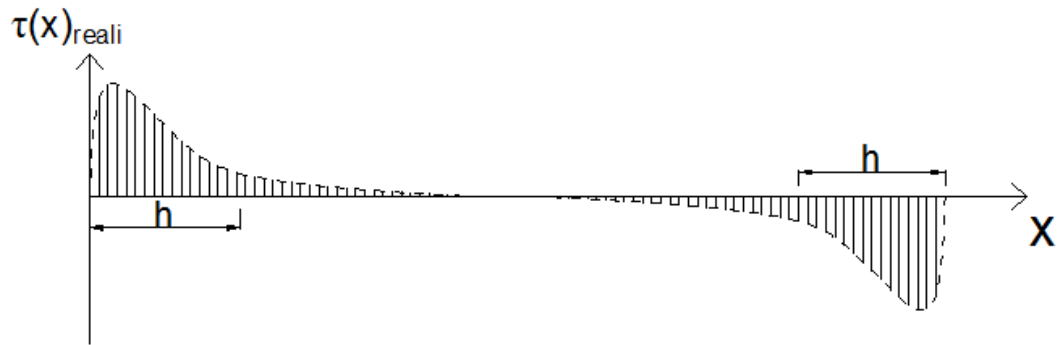
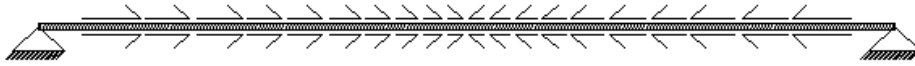
##### 4.4.5.1 Modello analitico

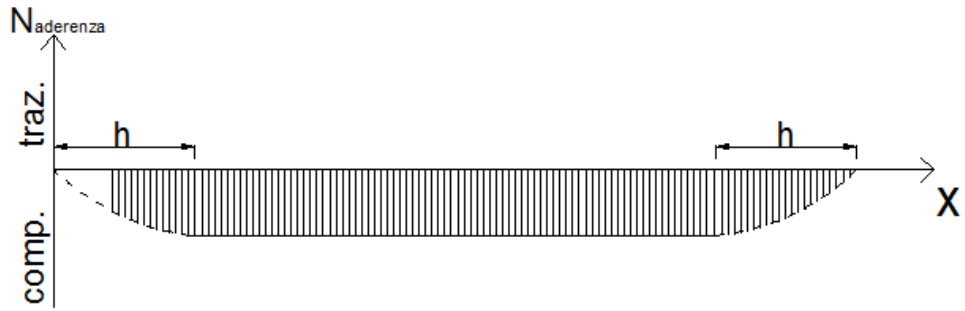
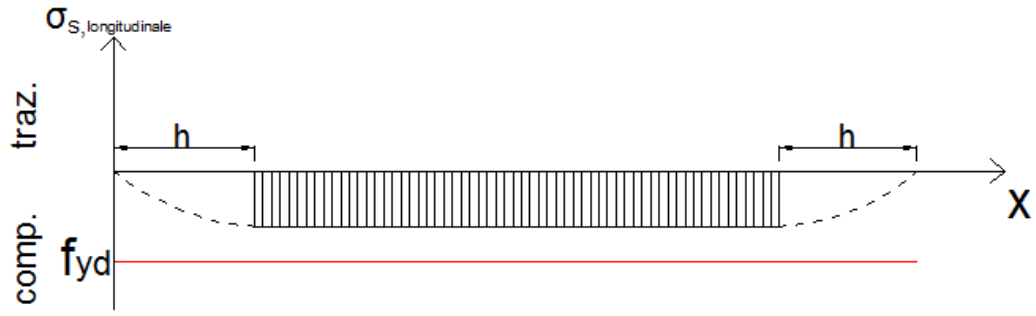






+





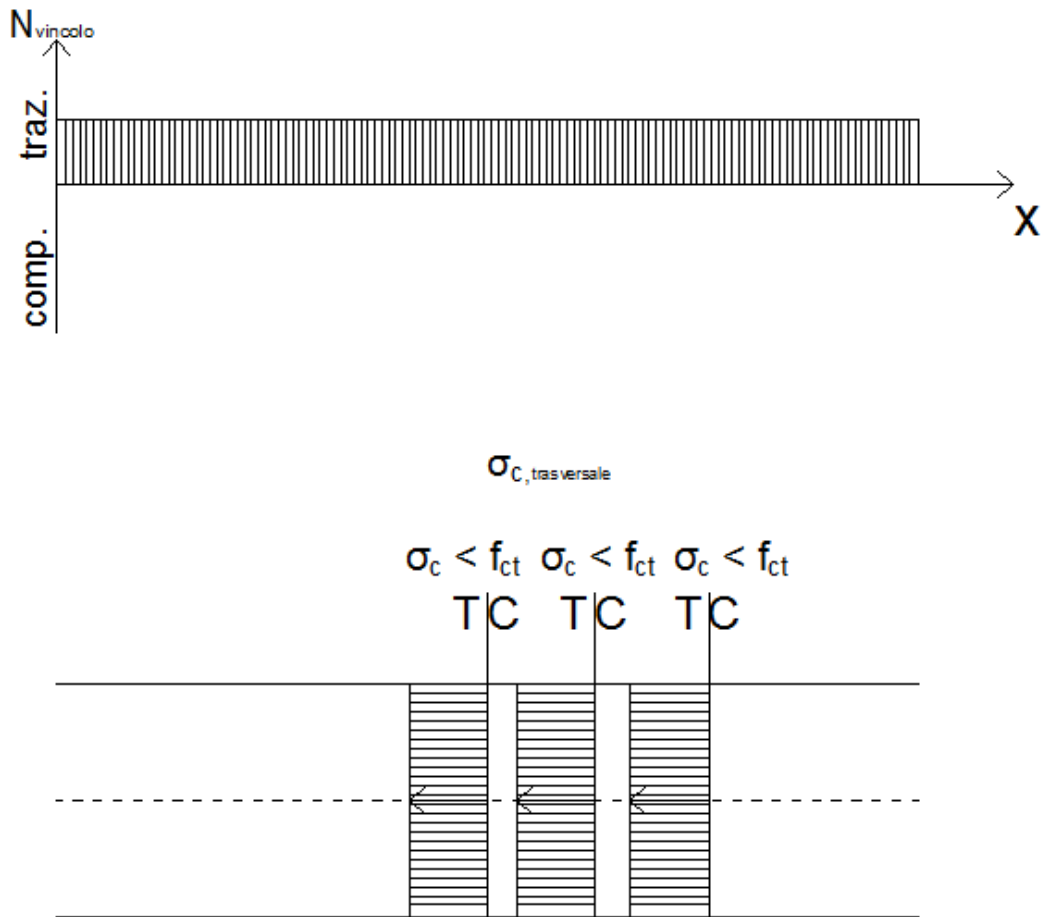


Figura 63 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

Si osserva che in prossimità degli estremi vincolati si ha una certa incertezza in merito all'effettivo andamento delle tensioni nei materiali. In parte si giustifica con il principio di De Saint Venant secondo cui solo ad una distanza dagli estremi pari a circa l'altezza della sezione non si risente dell'effetto degli estremi. Inoltre la presenza dei vincoli esterni posizionati in corrispondenza dell'asse baricentrico comporta una diffusione delle tensioni (isostatiche di compressione nel calcestruzzo) secondo il seguente andamento:

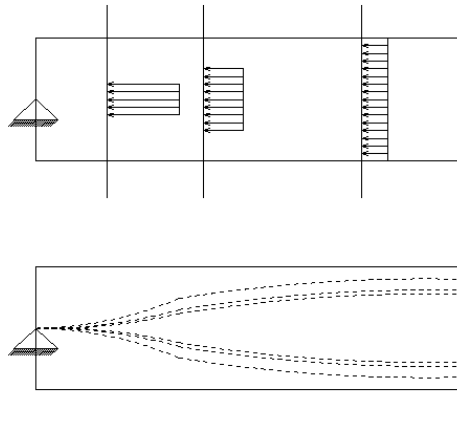


Figura 64 - Diffusione delle tensioni nel calcestruzzo a partire dai vincoli esterni posti alle estremità dell'elemento.

La presenza di vincoli esterni fissi alle estremità della trave comporta l'insorgere di uno sforzo normale. Tale sforzo si ripartisce tra calcestruzzo e armatura in base alle rigidità assiali dei due elementi. Si osserva che questa aliquota di sforzo va a gravare su entrambi i materiali come componente di sforzo aggiuntiva rispetto allo sforzo assiale dovuto all'interazione tra i due materiali per aderenza. In questo caso però, questa aliquota di sforzo assiale risulta essere di trazione per entrambi i materiali.

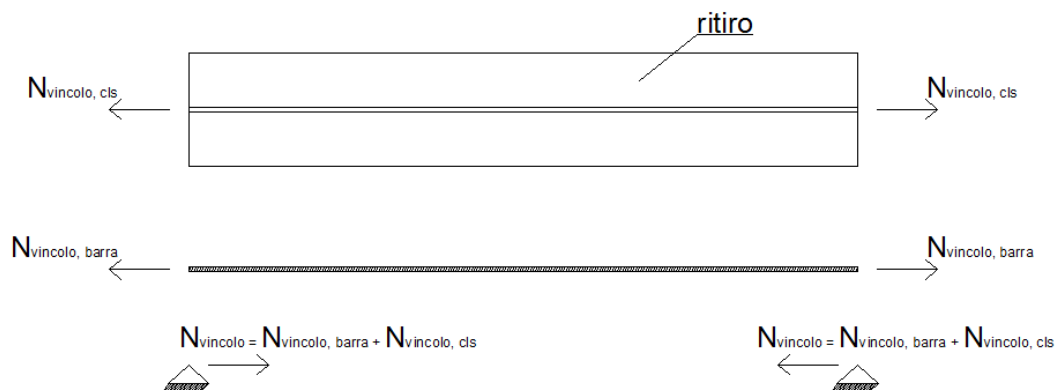


Figura 65 - Ripartizione dello sforzo assiale indotto dai vincoli esterni tra calcestruzzo e barra.

Per ottenere lo sforzo massimo su entrambi i materiali si deve procedere con la sovrapposizione degli effetti dovuti all'aderenza e alla presenza dei vincoli esterni fissi; ciò si traduce nel calcestruzzo in una somma di due sforzi assiali concordi in segno, mentre nell'armatura in una somma di sforzi assiali opposti di segno.

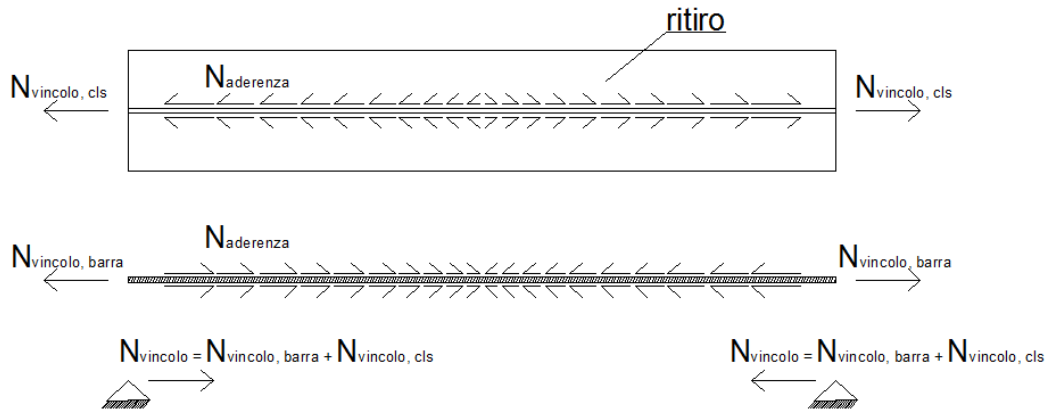


Figura 66 - Sovrapposizione degli effetti sul calcestruzzo e sulla barra.

Dunque la presenza di vincoli esterni fissi posizionati agli estremi della trave sgrava l'armatura rispetto al caso in assenza di tali vincoli.

Per il calcolo delle sollecitazioni nel calcestruzzo e nella barra dovute alla presenza del vincolo si scrivono le seguenti equazioni di equilibrio e di congruenza:

$$N_{vinc} = N_{vinc,barra} + N_{vinc,cls}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s = 0$$

che corrisponde alle seguenti due equazioni di congruenza rispettivamente per i due materiali:

congruenza lato calcestruzzo:

$$\Delta l_c = 0$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \frac{N_{vinc,cls} * l}{E_c A_c} = 0$$

$$\Rightarrow N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx \right] * \frac{E_c A_c}{l}$$

congruenza lato acciaio:

$$\Delta l_s = 0$$

$$\frac{N_{vinc,barra} * l}{E_s A_s} - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx = 0$$

$$\Rightarrow N_{vinc,barra} = \left[ \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx \right] * \frac{E_s A_s}{l}$$



Dove:

$$N_{aderenza}(x) = \int_0^x \tau \pi \phi \, dx$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost$

$$\begin{aligned} N_{vinc,cls} &= \left[ \varepsilon_{cs} * l - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} \, dx \right] * \frac{E_c A_c}{l} \\ &= \left[ \varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} = \\ &= \varepsilon_{cs} E_c A_c - N_{aderenza,max} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{vinc,barra} &= \left[ \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} \, dx \right] * \frac{E_s A_s}{l} = \left[ \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l} \\ &= N_{aderenza,max} \end{aligned}$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} \, dx &= \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} \, dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \, dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} \, dx = \\ &= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = \\ &= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} \, dx &= \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} \, dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \, dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} \, dx = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} =$$

$$= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}$$

$$N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx \right] * \frac{E_c A_c}{l} =$$

$$= \left[ \varepsilon_{cs} * l - 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} =$$

$$= \varepsilon_{cs} E_c A_c - 0,89 N_{aderenza,max}$$

$$N_{vinc,barra} = \left[ \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx \right] * \frac{E_s A_s}{l} = \left[ 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l}$$

$$= 0,89 N_{aderenza,max}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.4.5.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

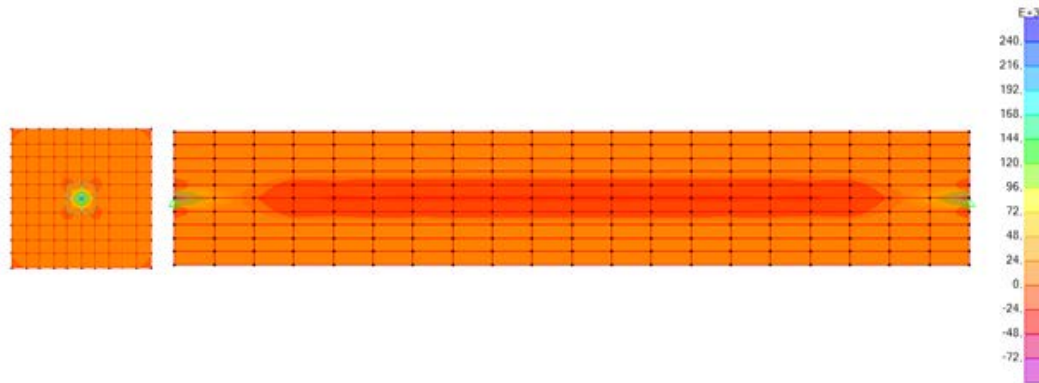


Figura 67 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

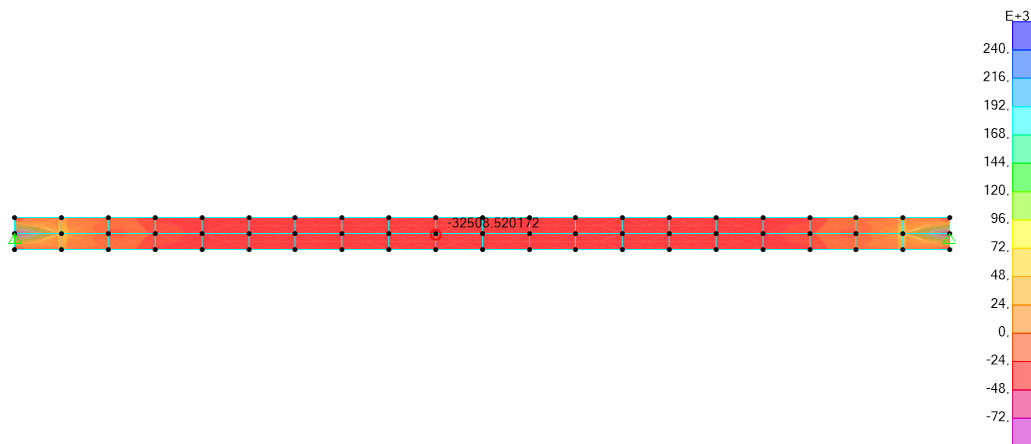


Figura 68 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

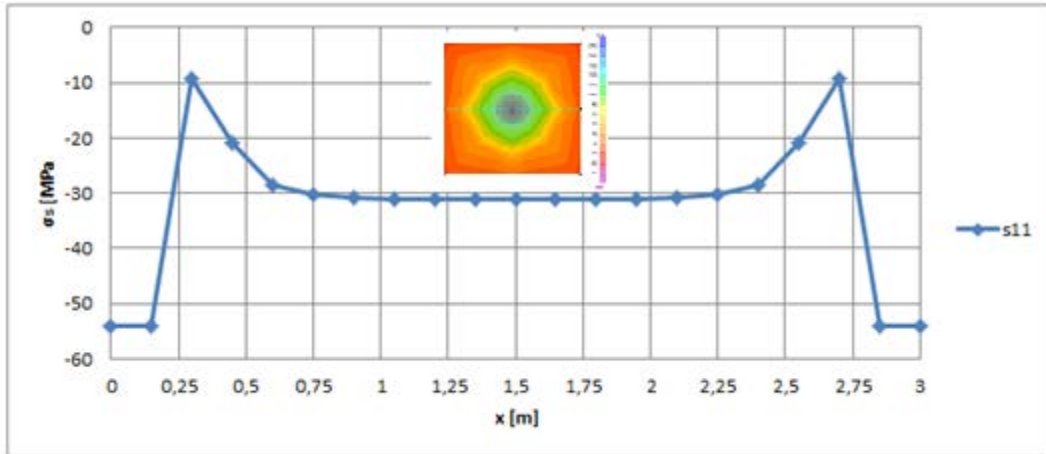


Figura 69 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

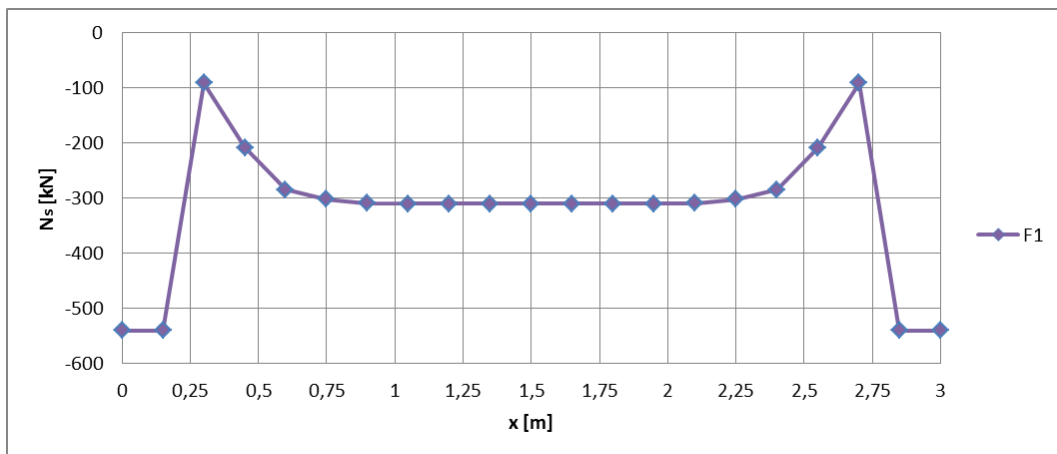


Figura 70 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 21 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-31,110	[MPa]
$A_s$	$0,01 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-311,10	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

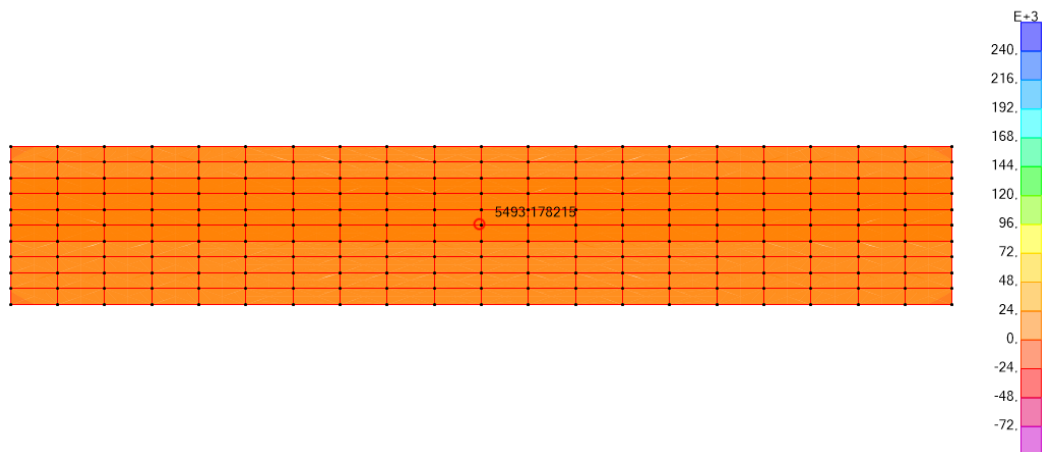


Figura 71 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

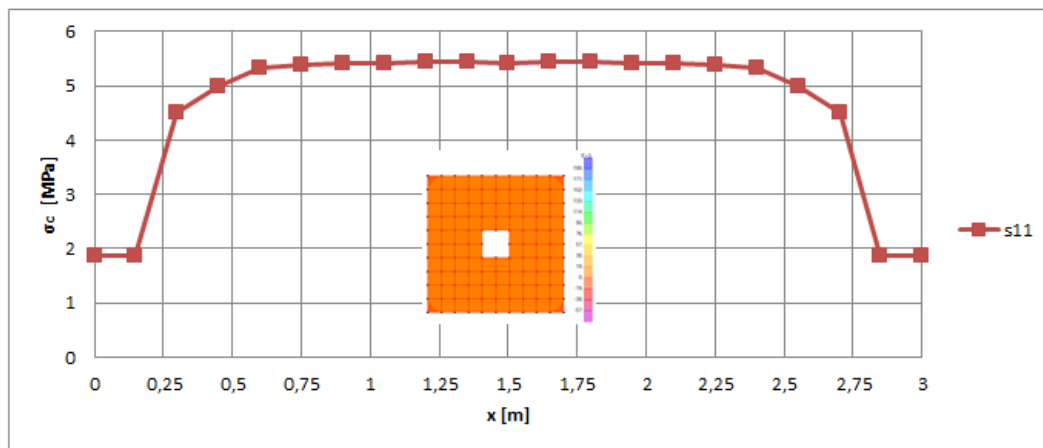


Figura 72 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Confrontando le tensioni nel calcestruzzo tra il caso della trave in solo calcestruzzo e quest'ultimo con armatura centrata, si osserva come nel secondo caso si sono riscontrati valori tensionali maggiori. Infatti la presenza della barra, che costituisce un vincolo diffuso per il calcestruzzo per tutta la lunghezza della trave, comporta un irrigidimento complessivo dell'elemento trave. Si osserva anche che nel passaggio dalla configurazione isostatica a quella iperstatica si ha altresì un aumento delle tensioni nel calcestruzzo dato che si aumenta di un grado il vincolamento esterno.

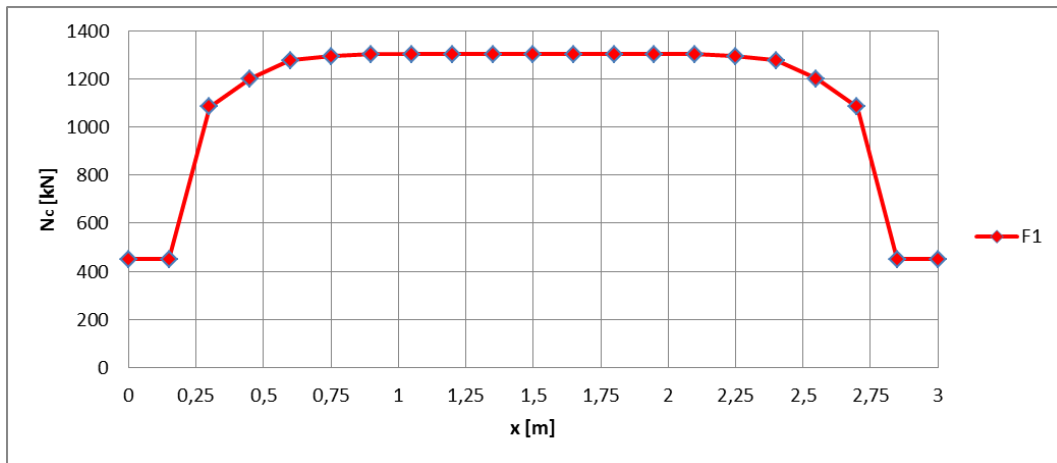


Figura 73 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 22 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S11_{tot}$	5,427	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	1302,50	[kN]

Joint Reactions									
Joint Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
11440	TEMP	LinStatic	-991,499	-6,395E-13	0,000000001606	0	0	0	

Figura 74 - Reazioni dei vincoli esterni posti alle estremità.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$ :

$$N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx \right] * \frac{E_c A_c}{l} =$$

$$= \left[ \varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} = \varepsilon_{cs} E_c A_c - N_{aderenza,max} =$$

$$2,6586 * 10^{-4} * 36283 * 240000 - 446644,80 = 1868442,8 \text{ N}$$

$$N_{vinc,barra} = \left[ \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx \right] * \frac{E_s A_s}{l} = \left[ \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l} =$$

$$= N_{aderenza,max} = -446644,80 \text{ N}$$

$$N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra} = 1868442,8 - 446644,80 = 1421798 \text{ N}$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx \right] * \frac{E_c A_c}{l} =$$

$$= \left[ \varepsilon_{cs} * l - 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} = \varepsilon_{cs} E_c A_c - 0,89 N_{aderenza,max} =$$

$$= 2,6586 * 10^{-4} * 36283 * 240000 - 0,89 * 446644,80 = 1917573,74 \text{ N}$$

$$N_{vinc,barra} = \left[ \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx \right] * \frac{E_s A_s}{l} = \left[ 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l} =$$

$$= 0,89 N_{aderenza,max} = -397513,87 \text{ N}$$

$$N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra} = 1917573,74 - 397513,87 = 1520059,87 \text{ N}$$

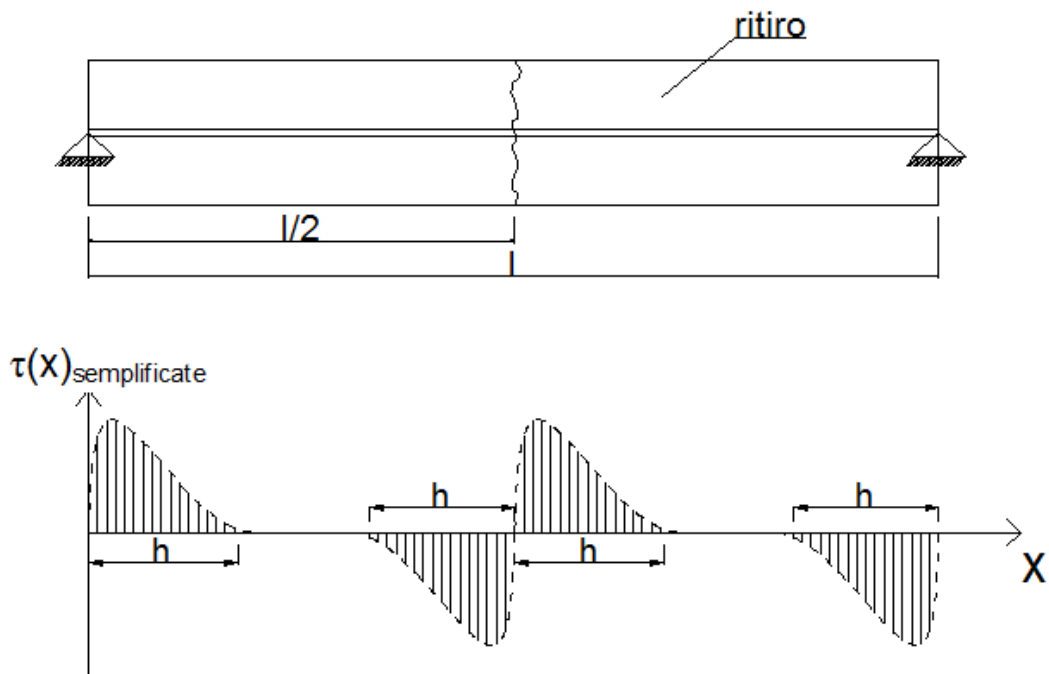
Dunque risulta lo stesso ordine di grandezza del valore ricavato dal modello numerico: in particolare con la prima ipotesi si ottiene un valore della reazione vincolare sottostimato di un 30%, mentre con la seconda ipotesi un valore sovrastimato di un 35%.



#### 4.4.6 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato

##### 4.4.6.1 Modello analitico

Con il passare del tempo l'effetto del ritiro va incrementandosi con un conseguente aumento dello stato tensionale e deformativo. Avendo ipotizzato la presenza di un quadro di microfessure in corrispondenza della sezione di mezzeria, si verifica una concentrazione di tensioni in corrispondenza di tale sezione che per quanto detto risulta avere un'area della sezione resistente ridotta; per questi motivi si assiste alla formazione di una fessura passante da un lato a quello opposto della trave. Di seguito si osserva il mutamento dello stato tensionale nella trave conseguente alla formazione della fessura.



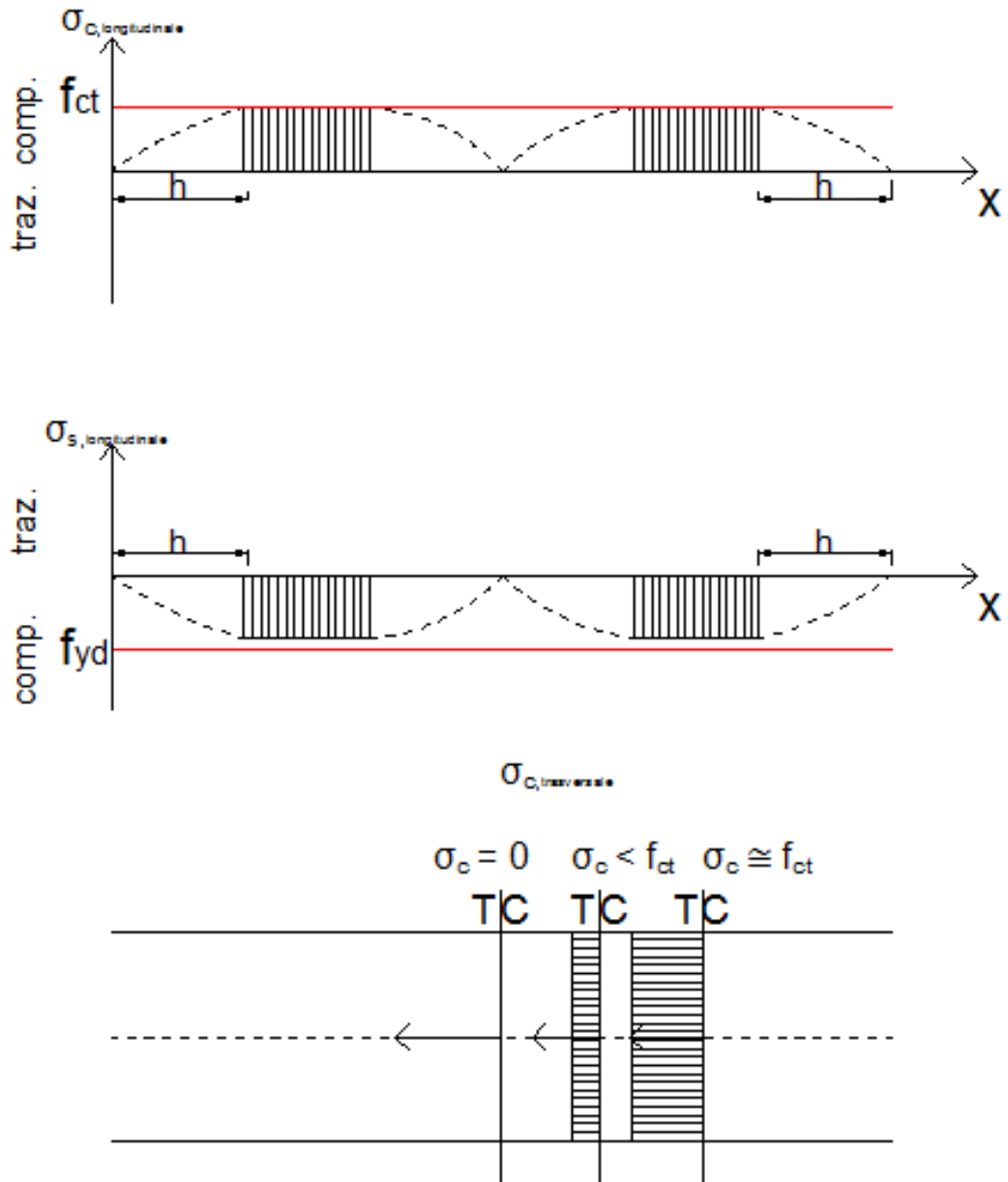


Figura 75 - Stato fessurato per lo schema strutturale iperstatico.

#### 4.4.6.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

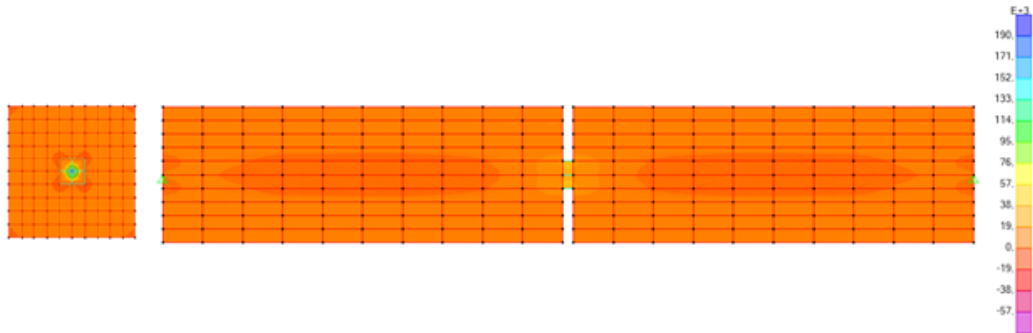


Figura 76 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

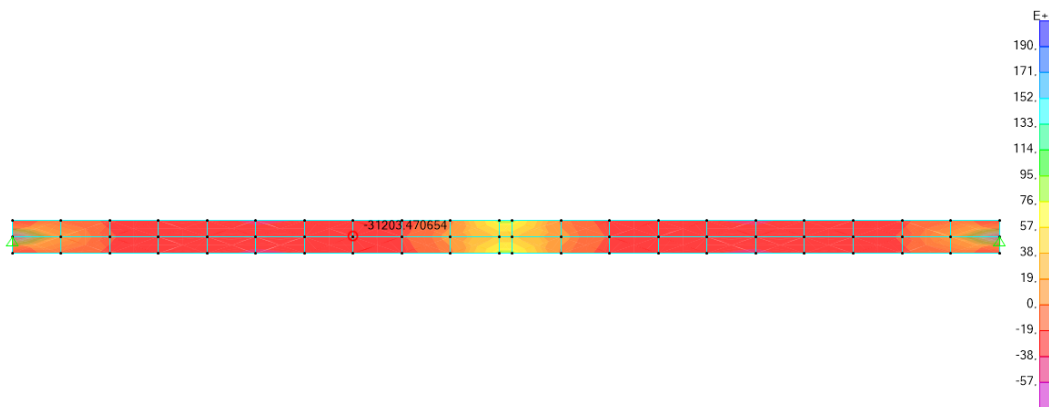


Figura 77 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

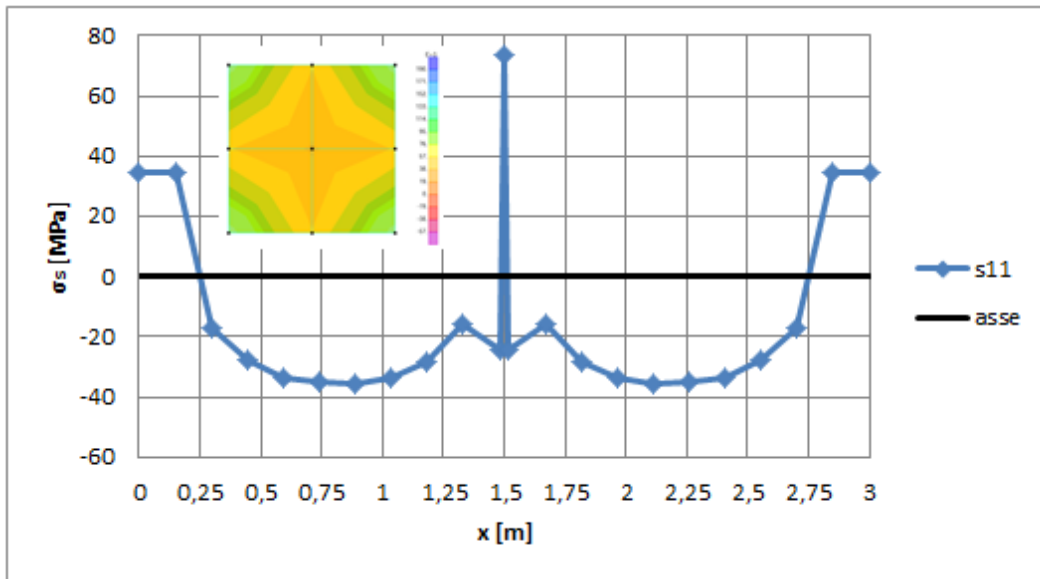


Figura 78 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

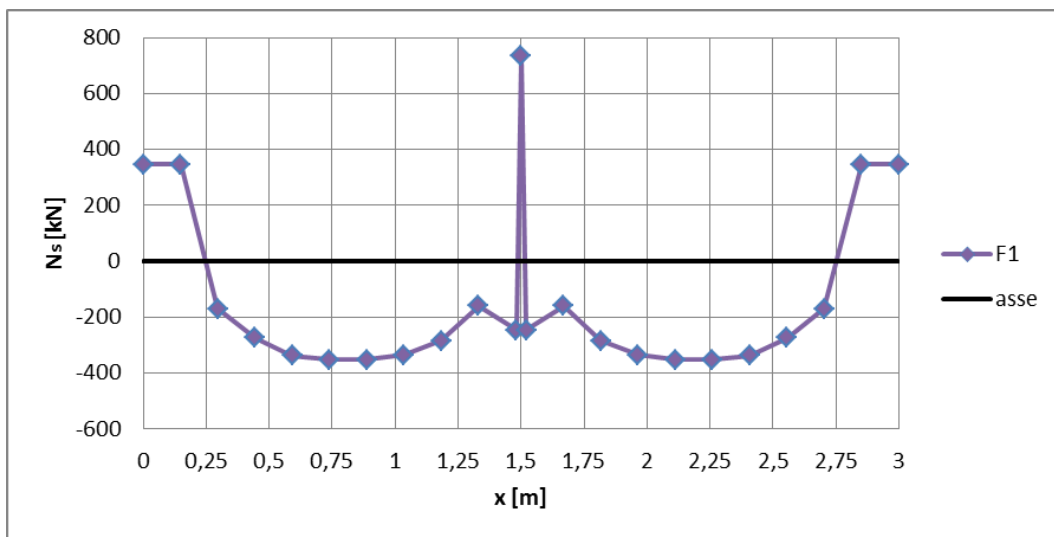


Figura 79 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 23 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	73,394	[MPa]
$A_s$	$0,01 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	733,94	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

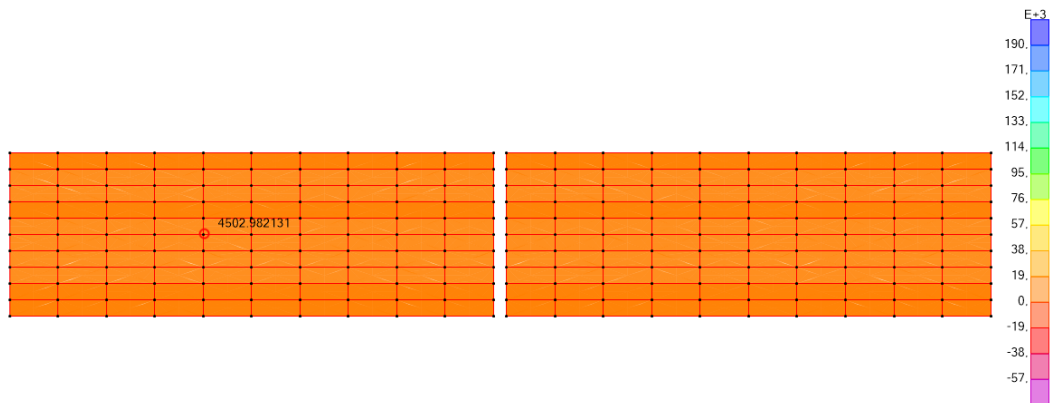


Figura 80 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

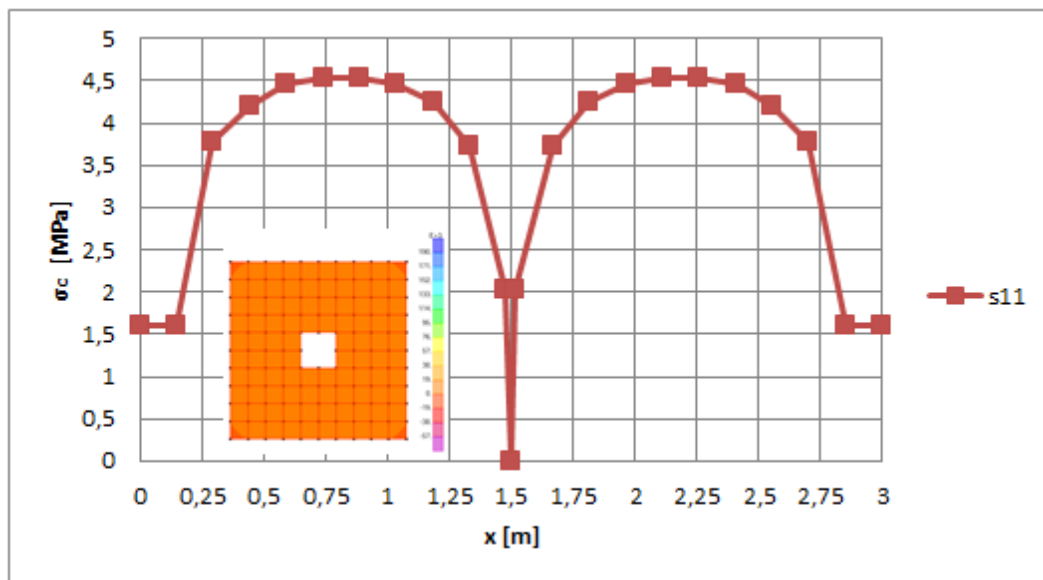


Figura 81 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

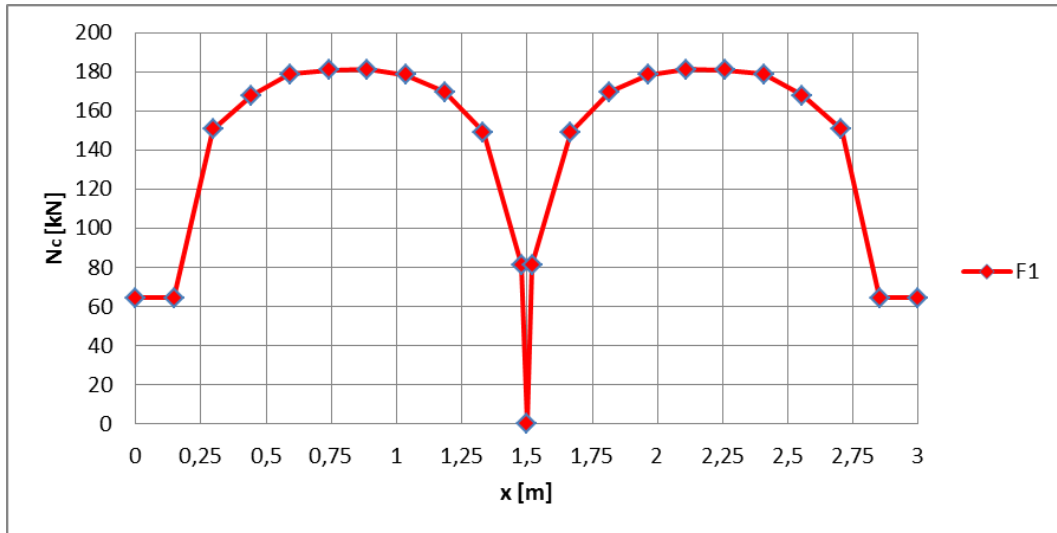


Figura 82- Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 24 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione a l/4.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>4,465</b>	[MPa]
<b>A<sub>c</sub></b>	<b>0,24*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>178,61</b>	[kN]

#### 4.5 Elemento di calcestruzzo con armatura eccentrica

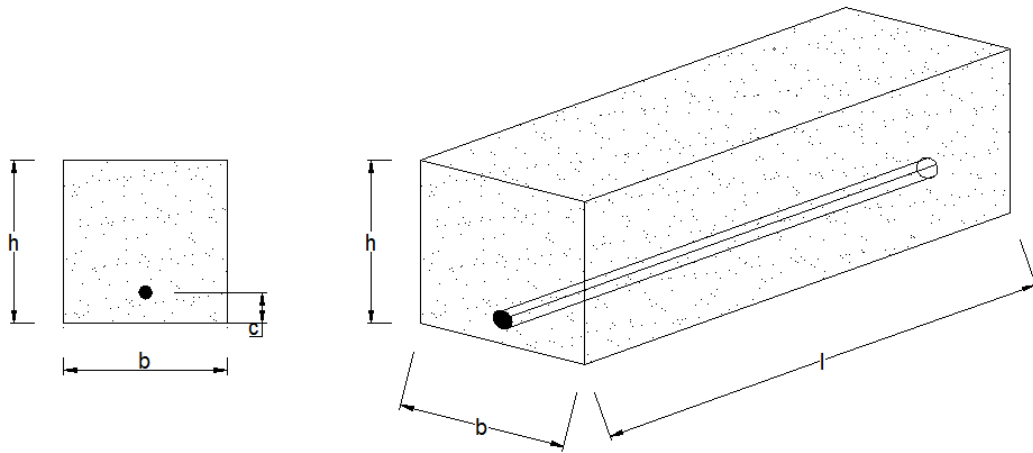


Figura 83 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $f_{yk}$ ;
- RH;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 25 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento di calcestruzzo con armatura eccentrica negli schemi strutturali considerati.

		<b>Tensioni/Sollecitazioni</b>	<b>Deformazioni/Spostamenti</b>
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$\sigma_c = \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_c$ $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s$ $M_c = N_s * e$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l$ $\Delta l_s = \varepsilon_s * l$ $f = \frac{\chi l^2}{8} = \frac{M l^2}{8 E J}$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_{c1} = \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{M_c}{W_{ci}} = \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{N_s * e}{A_{ci} * \frac{h}{6}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_{c1} = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_{s1} = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} < N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$ $M_c = N_s * e < M_{cr} = f_{ct} * W_{ci}$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l = 0$ $\Delta l_s = \varepsilon_s * l = 0$
	fessurato	$\sigma_{c2} = \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{M_c}{W_{ci}} = 0$ $\sigma_{s2} = \frac{N_s}{A_s}$	$\varepsilon_{c2} = 0$ $\varepsilon_{s2} = \frac{N_{cs}}{E_s A_s}$ $\chi = \frac{M_a}{E J_{ci}}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} = N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$ $M_c = N_s * e = M_{cr} = f_{ct} * W_{ci}$	$\Delta l_c = 0$ $\Delta l_s = 0$ $f_c = f_{c1} + f_{c2} =$ $= \frac{M_c l^2}{8 E_{c0} J_{c1}} + \frac{M_c l^2}{8 E_{c0} J_{c2}}$



Dove:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c1} \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}} + \frac{M_{cr}}{W_{ci}} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}} + \frac{N_{cr} * \frac{h}{4}}{A_{ci} * \frac{h}{6}};$$

$$A_{ci} = A_c + n * A_s = b * h + n * A_s;$$

$$W_{ci} = A_{ci} * \frac{h}{6} = (b * h + n * A_s) * \frac{h}{6};$$

$$J_{ci} = J_c + n * J_a;$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}};$$

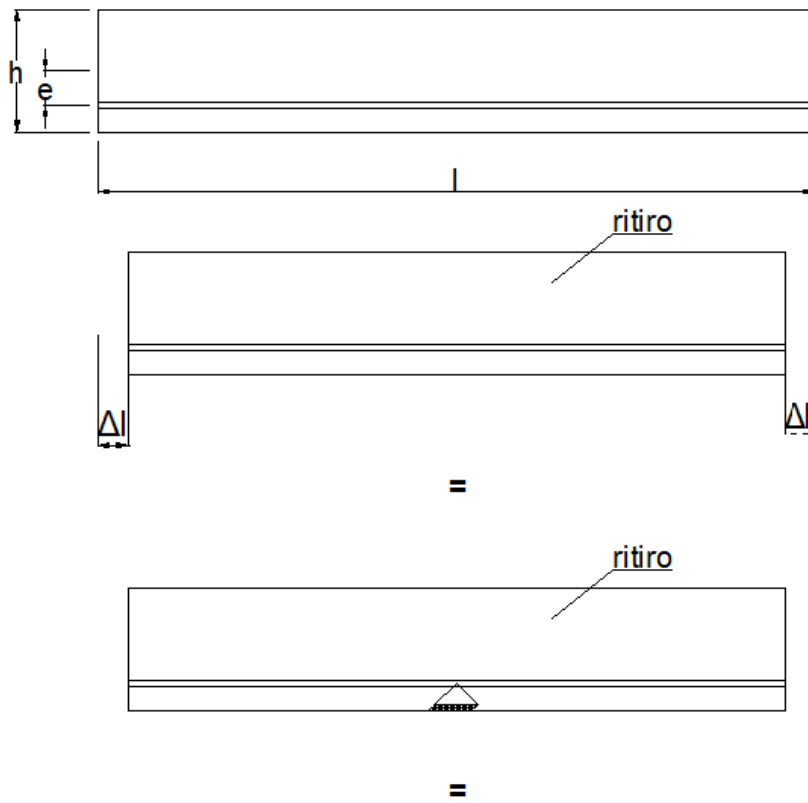
$$n = \frac{E_s}{E_c};$$

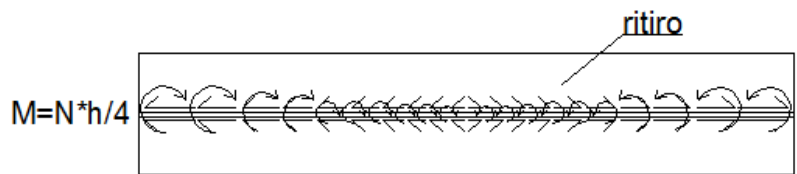
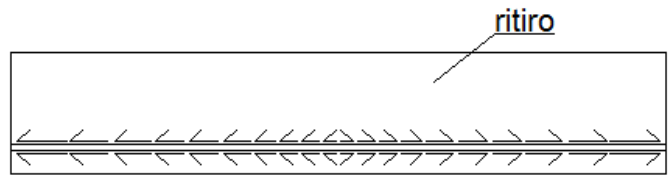
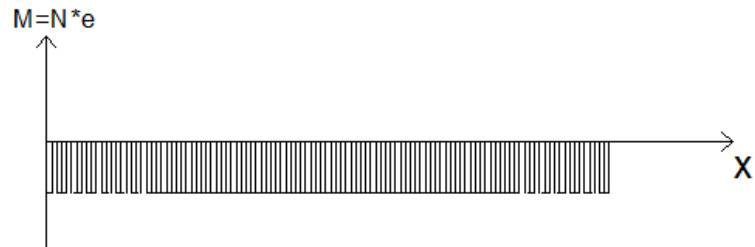
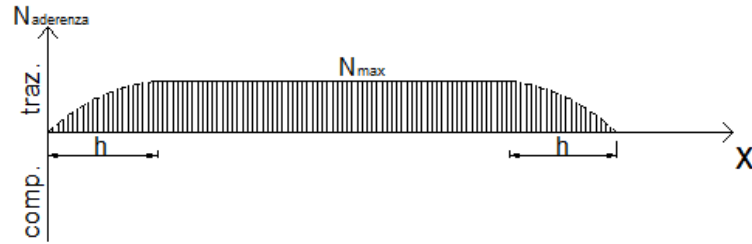
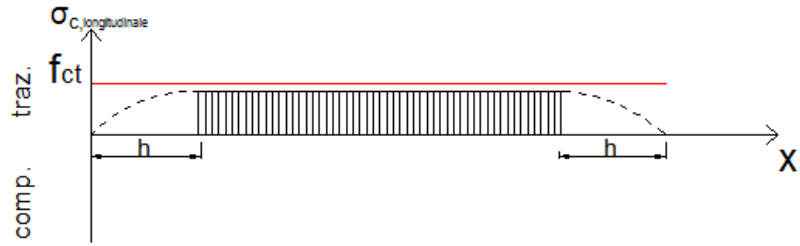
$$e = \frac{h}{2} - c.$$

#### 4.5.1 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito

##### 4.5.1.1 Modello analitico

Per focalizzare l'attenzione sullo studio della trasmissione di sforzi tra armatura e calcestruzzo si considera inizialmente la trave in assenza di vincoli esterni, ovvero in cui l'unico vincolo è rappresentato dalla barra.





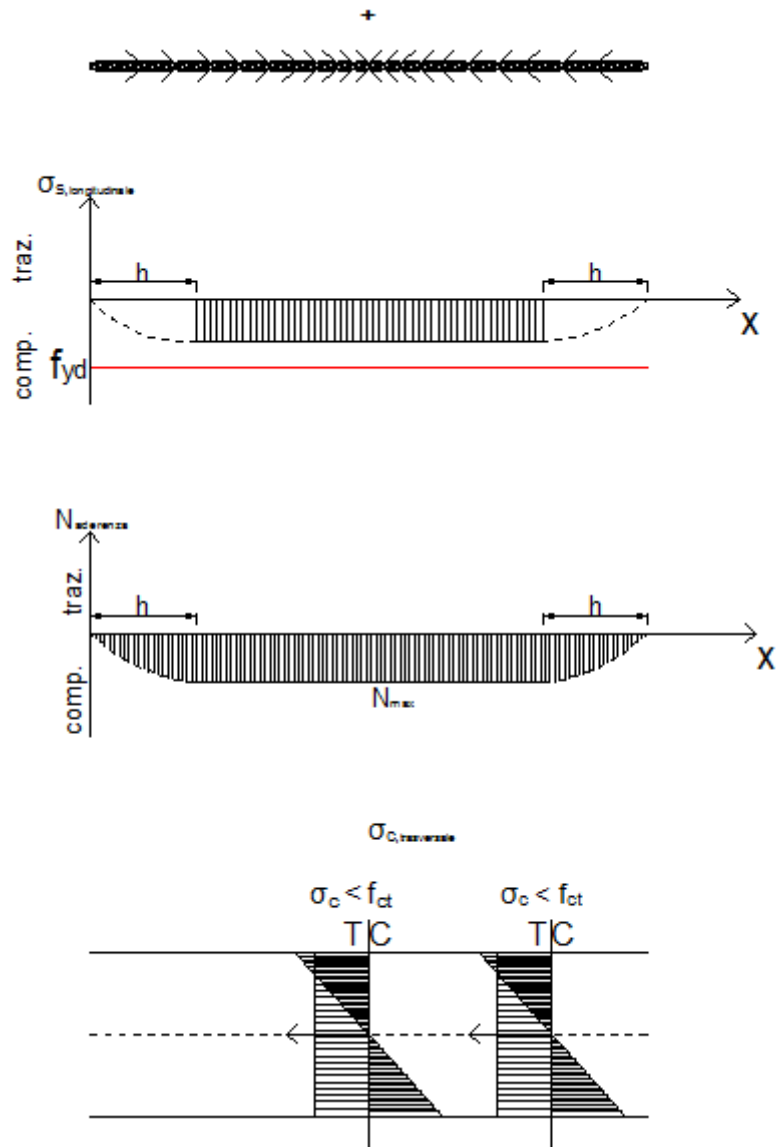


Figura 84 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura eccentrica nello schema strutturale labile (esternamente).

Condizione di congruenza:

$$\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_s$$

$$\Delta l_c + \Delta l_c(m) = \Delta l_s$$

con:

$$\begin{aligned} \Delta l_c(m) &= \int_0^l \frac{\chi}{(1 + \varphi^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \int_0^l \frac{v''}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \int_0^l \frac{M}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \\ &= \int_0^l \frac{N_{max} * e}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \int_0^l \frac{N_{max} * \frac{h}{4}}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx \end{aligned}$$

$$v' = \varphi = \frac{Ml}{3E_c J_c}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l dl + \int_0^l dl_{(m)} = - \int_0^l dl$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx + \int_0^l \varepsilon_{c(m)}(x) dx = - \int_0^l \varepsilon_s(x) dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \int_0^l \frac{M(x)}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} * \frac{x}{l} dx + \int_0^l \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4}}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx \\ = - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} * \frac{x}{l} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} * \frac{1}{l} * \int_0^l x dx + \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4}}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^l dx \\ = - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} * \frac{1}{l} \int_0^l x dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max} * l}{2E_c A_c} + \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4}}{E_c J_c} \frac{l}{(1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}} \\
 & = -\frac{N_{aderenza,max} * l}{2E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{2E_c A_c} + \frac{1}{2E_s A_s} + \frac{\frac{h}{4}}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right]$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = \\
 & = \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx = \\
 & = \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = \\
 & = \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx = \\
 & = \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx \\
 & = \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = \\
 & = \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = 0,89 \frac{N_{max} * l}{E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = -0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}$$

$$\int_0^l \frac{M(x)}{E_c J_c} dx = \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x) * \frac{h}{4}}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + \nu^2)^{\frac{3}{2}}} dx =$$

$$= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} x^2}{E_c J_c} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9l}{10}} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4}}{E_c J_c} dx + \int_{\frac{9l}{10}}^l \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} x^2}{E_c J_c} dx =$$

$$= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{E_c J_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{E_c J_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{E_c J_c} =$$

$$= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{E_c J_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{E_c J_c}$$

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{0,89 * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{h}{4 E_c J_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right)} \right]$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.5.1.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

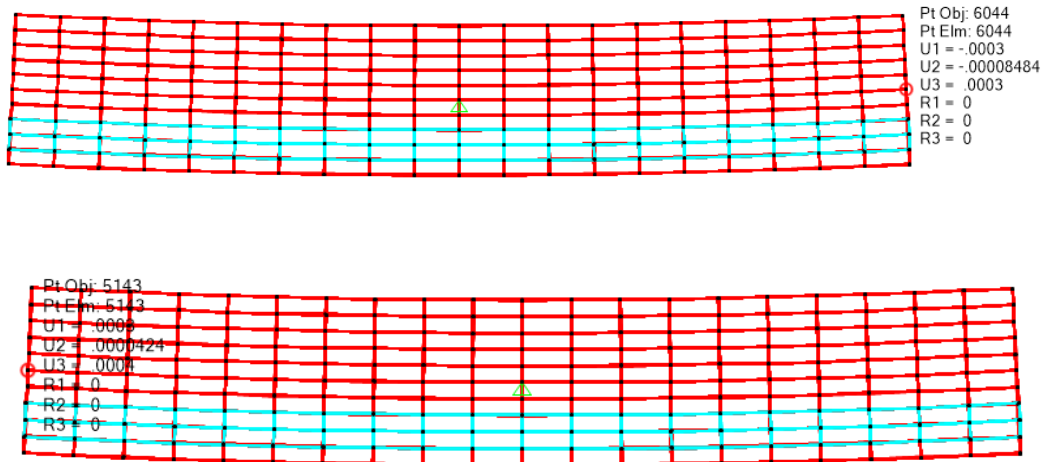


Figura 85 - Grafico degli spostamenti.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right] = \\
 &= (2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{\frac{1}{36283 * 240000} + \frac{1}{210000 * 10000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000}} \right] = \\
 &= 394685,27 \text{ N}
 \end{aligned}$$

con:

$$\begin{aligned}
 v' = \varphi &= \frac{Ml}{3E_c J_c} = \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{3E_c J_c} = \frac{449315,53 * 125 * 3000}{3 * 36283 * 5200000000} \\
 &= 2,98 * 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$v'^2 = (2,98 * 10^{-4})^2 \cong 8,86 * 10^{-8}$$

$$(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}} \cong 1$$



$$\Delta l_c + \Delta l_c(m) = \Delta l_s$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx + \int_0^l \varepsilon_{c(m)}(x) dx = - \int_0^l \varepsilon_s(x) dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N(x)}{E_c A_c} dx + \int_0^l \frac{M}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{c,per\ lato} &= \frac{\Delta l_c}{2} = \frac{1}{2} \left[ - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx - \int_0^l \frac{M}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}} dx \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx - \int_0^l \frac{N * e}{E_c J_c} dx \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx - \frac{N_{aderenza,max} * e}{E_c J_c} \int_0^l dx \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} - \frac{N_{aderenza,max} * e * l}{E_c J_c} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ - \frac{(449315,53) * 3000}{210000 * 10000} - \frac{(449315,53) * 150 * 3000}{36283 * 5200000000} \right] = -0,352 \text{ mm} \\ &= -0,352 * 10^{-3} m = \end{aligned}$$

$$= -0,000352 \text{ m}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

Valutazione delle sollecitazioni

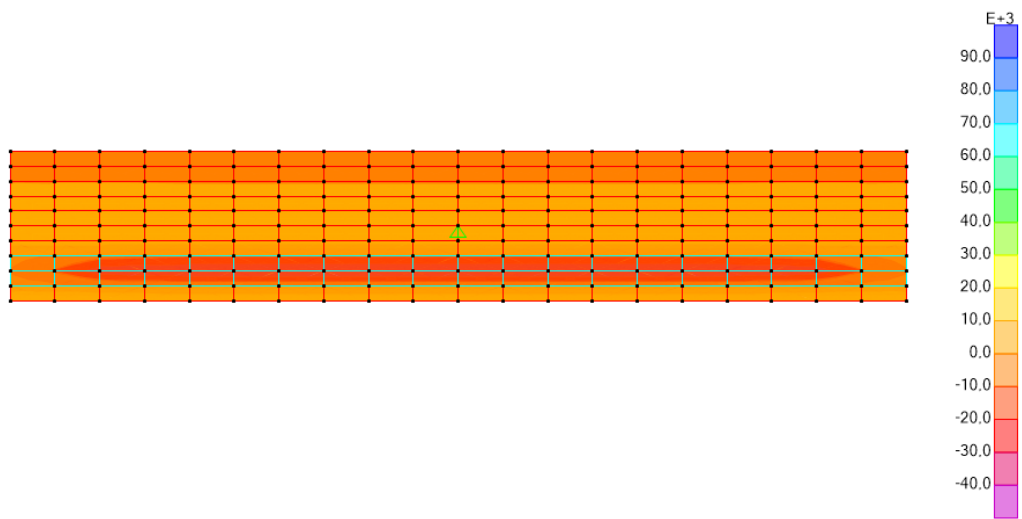


Figura 86 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

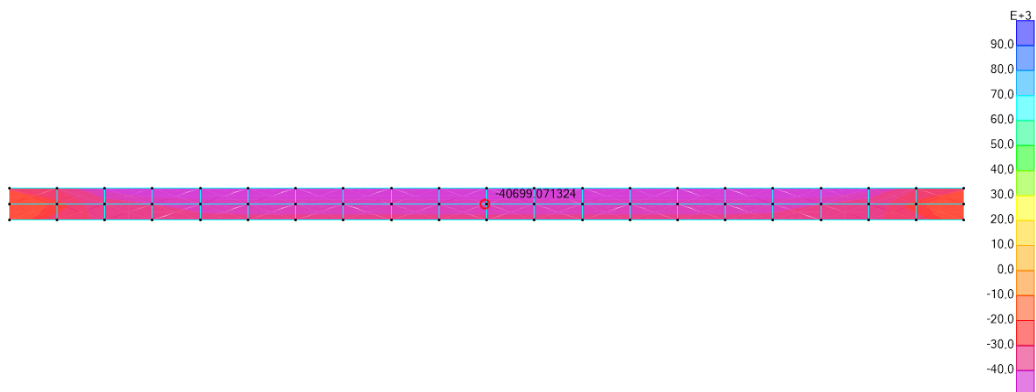


Figura 87 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

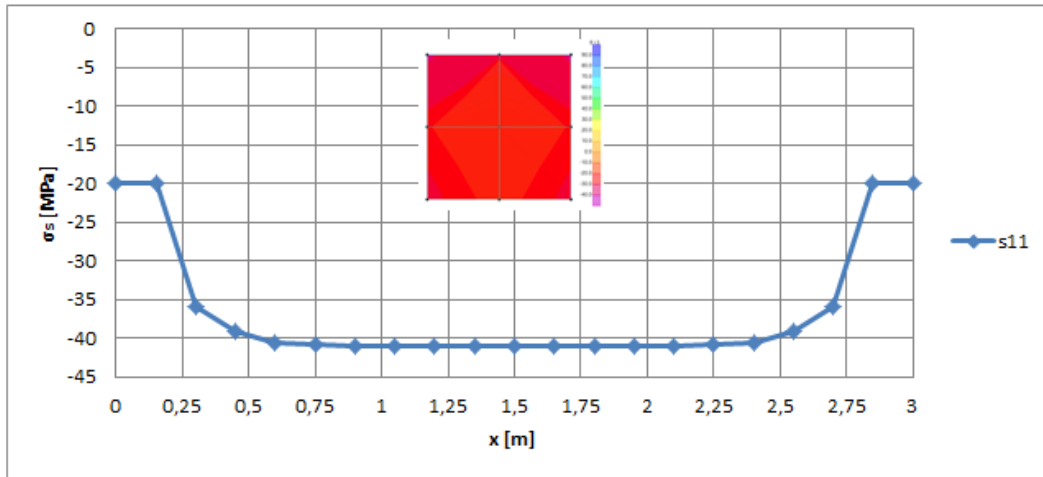


Figura 88 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

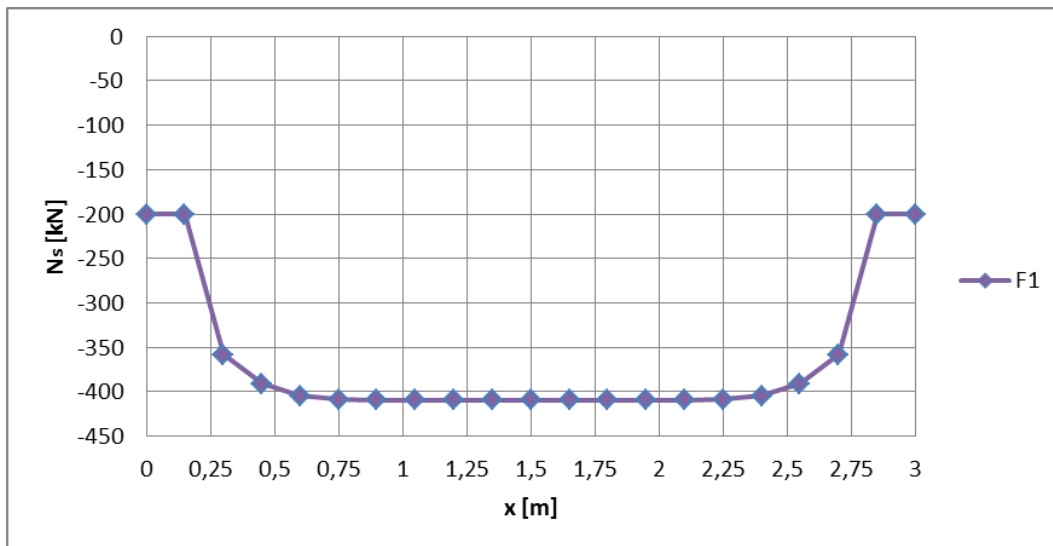


Figura 89 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 26 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>-40,945</b>	<b>[MPa]</b>
<b>A<sub>s</sub></b>	<b>0,01*10<sup>6</sup></b>	<b>[mm<sup>2</sup>]</b>
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>-409,50</b>	<b>[kN]</b>

➤ lato calcestruzzo:

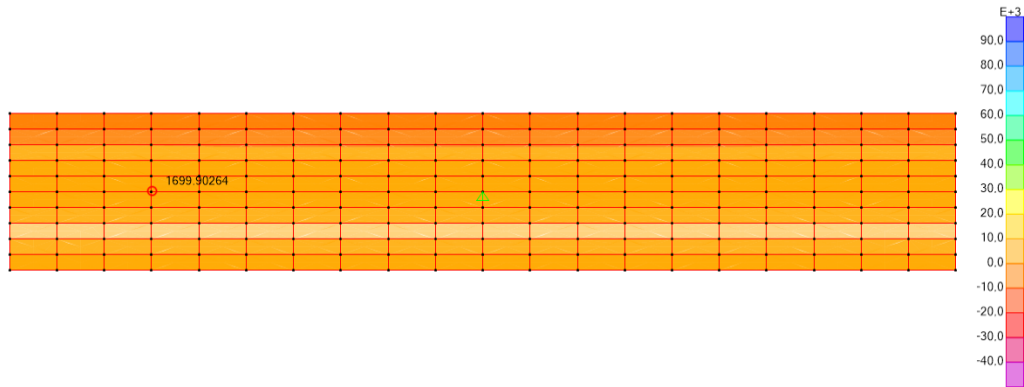


Figura 90 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

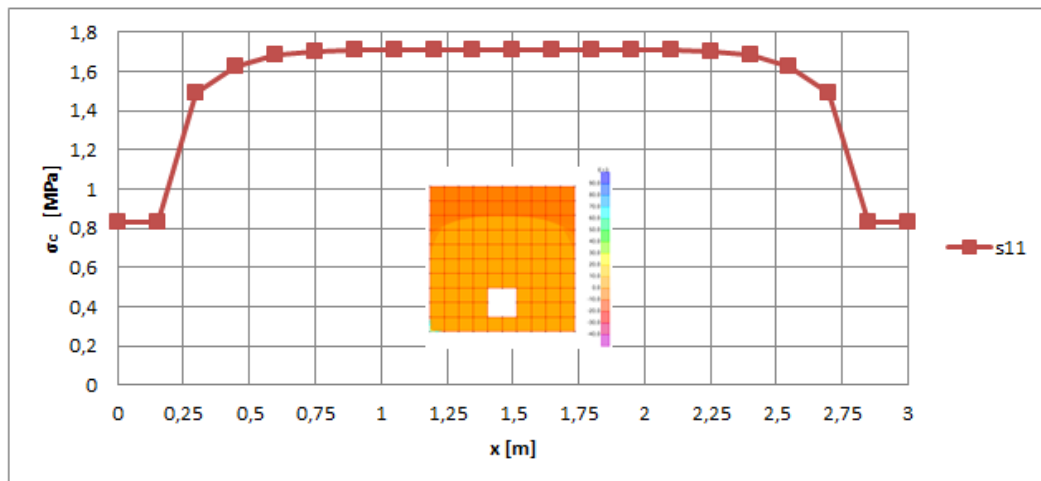


Figura 91 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

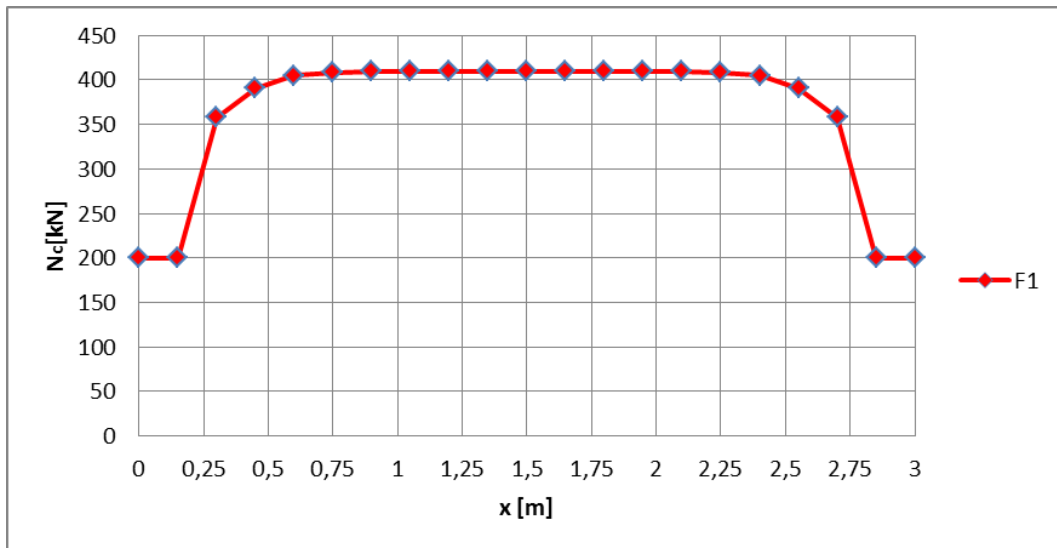


Figura 92 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 27 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>1,706</b>	[MPa]
<b>A<sub>c</sub></b>	<b>0,24*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>409,60</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  
 $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost:$

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right] = \\
 &= (2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{\frac{1}{36283 * 240000} + \frac{1}{210000 * 10000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000}} \right] = \\
 &= 394685,27 N
 \end{aligned}$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{0,89 * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{e^2}{E_c J_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right)} \right] =$$

$$(-2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{0,89 * \left( \frac{1}{36283 * 240000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000} + \frac{1}{210000 * 10000} \right)} \right] =$$

$$= 443466,60 N$$

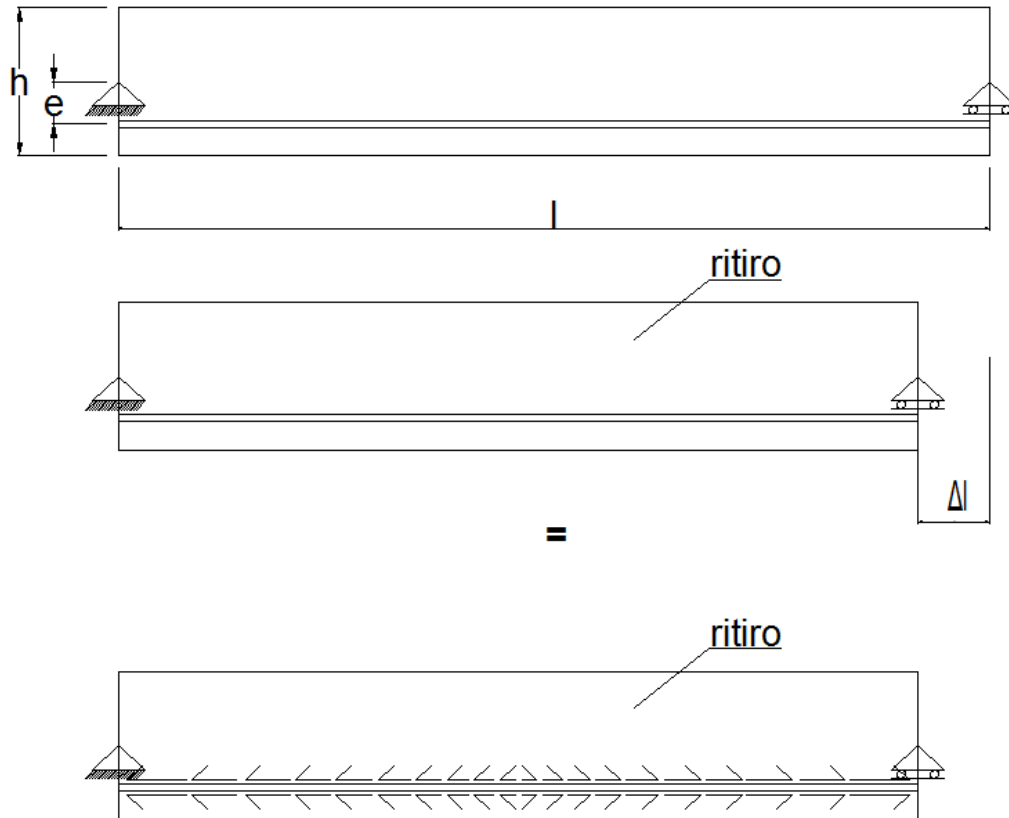
Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

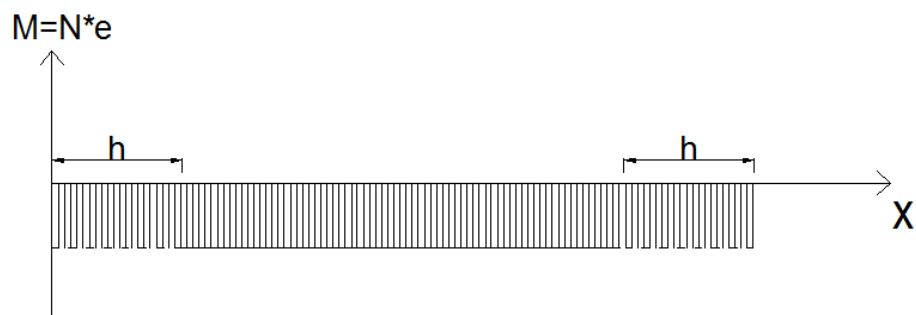
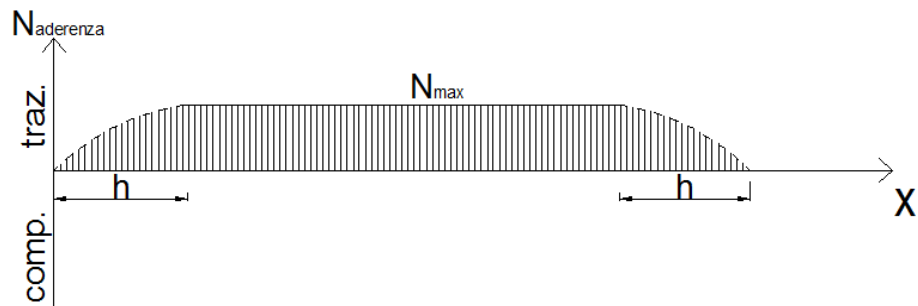
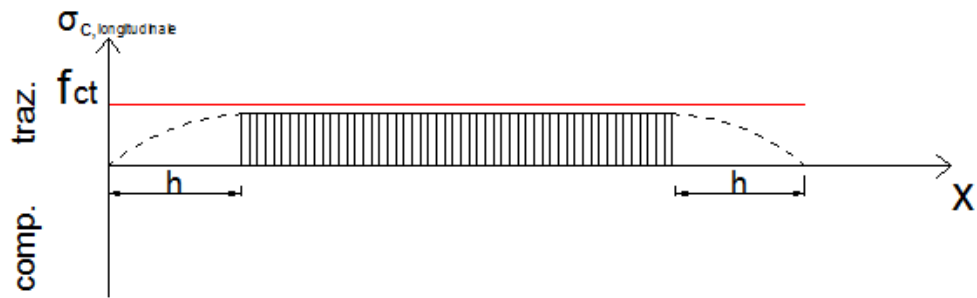
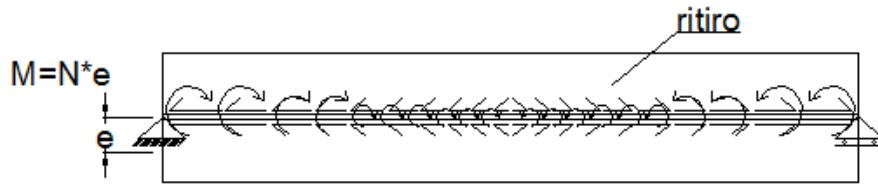
- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

Dunque con buona approssimazione la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali, in corrispondenza della sezione di mezzeria, coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico: in particolare il calcolo analitico sovrastima il valore della risultante dello sforzo assiale di un 9% nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale lineare, mentre nella seconda ipotesi di un 21%.

#### 4.5.2 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

##### 4.5.2.1 Modello analitico







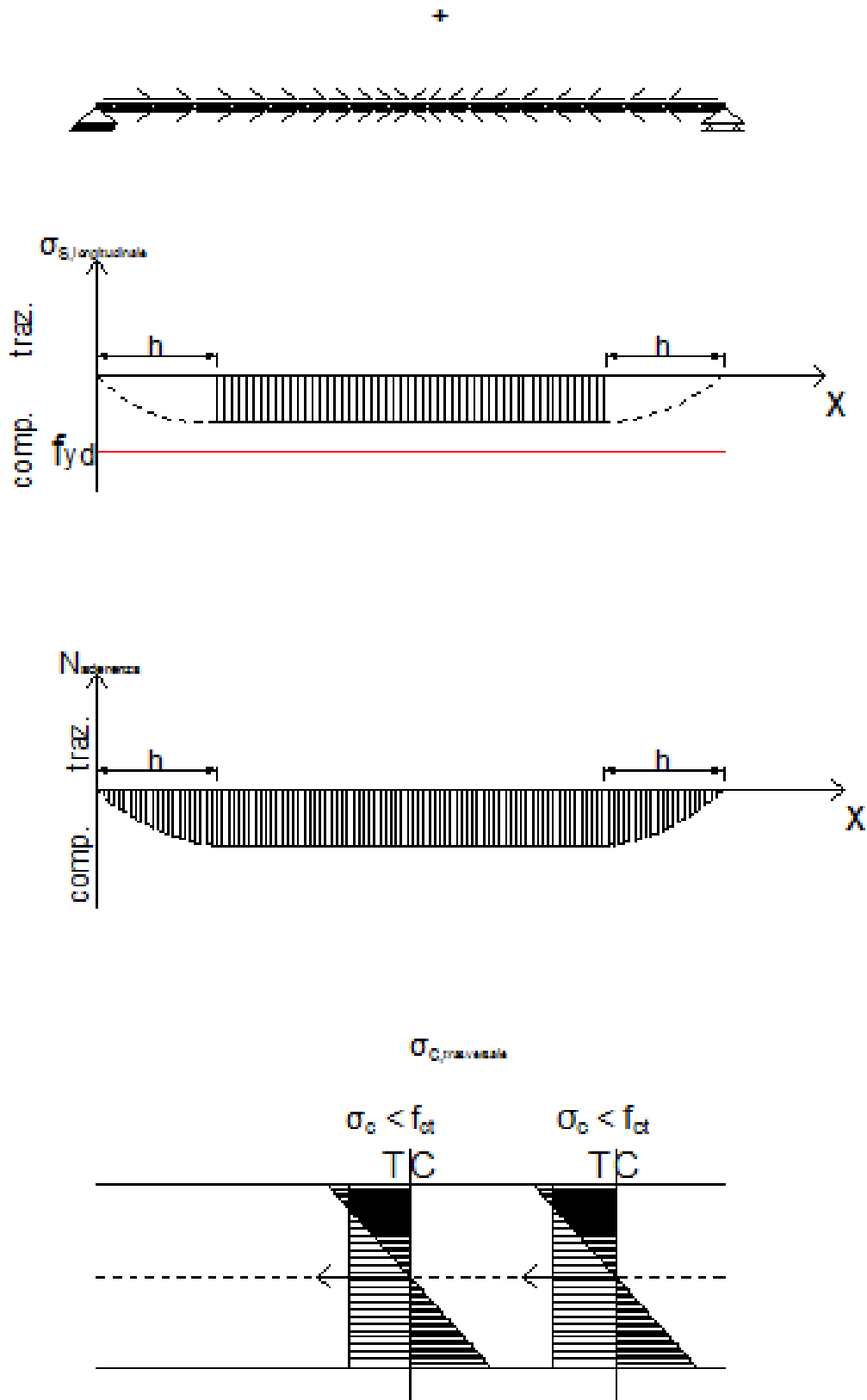


Figura 93 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura eccentrica nello schema strutturale isostatico (esternamente).

#### 4.5.2.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

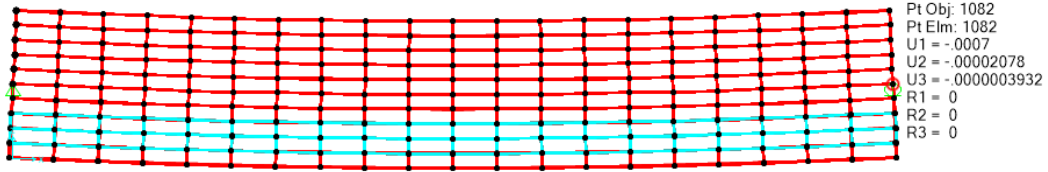


Figura 94 - Grafico degli spostamenti.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right] =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{\frac{1}{36283 * 240000} + \frac{1}{210000 * 10000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000}} \right] =$$

$$= 394685,27 \text{ N}$$

con:

$$\nu' = \varphi = \frac{Ml}{3E_c J_c} = \frac{N_{aderenza,max} * \frac{h}{4} * l}{3E_c J_c} = \frac{394685,27 * 125 * 3000}{3 * 36283 * 5200000000} =$$

$$= 2,61 * 10^{-4}$$

$$\nu'^2 = (2,61 * 10^{-4})^2 \cong 6,81 * 10^{-8}$$

$$(1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}} \cong 1$$

$$\Delta l_c + \Delta l_c(m) = \Delta l_s$$

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx + \int_0^l \varepsilon_{c(m)}(x) dx = - \int_0^l \varepsilon_s(x) dx \\
 & -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N(x)}{E_c A_c} dx + \int_0^l \frac{M}{E_c J_c} \frac{1}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx \\
 \Delta l_c &= - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx - \int_0^l \frac{M}{E_c J_c} \frac{e}{(1 + v'^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \\
 &= - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx - \int_0^l \frac{N * e^2}{E_c J_c} dx = \\
 &= - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx - \frac{N_{aderenza,max} * e^2}{E_c J_c} \int_0^l dx = \\
 &= - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} - \frac{N_{aderenza,max} * e^2 * l}{E_c J_c} = \\
 &= - \frac{(394685,27) * 3000}{210000 * 10000} - \frac{(394685,27) * 150^2 * 3000}{36283 * 5200000000} = -0,705 \text{ mm} = \\
 &= -0,705 * 10^{-3} \text{ m} = -0,000705 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Valutazione delle sollecitazioni

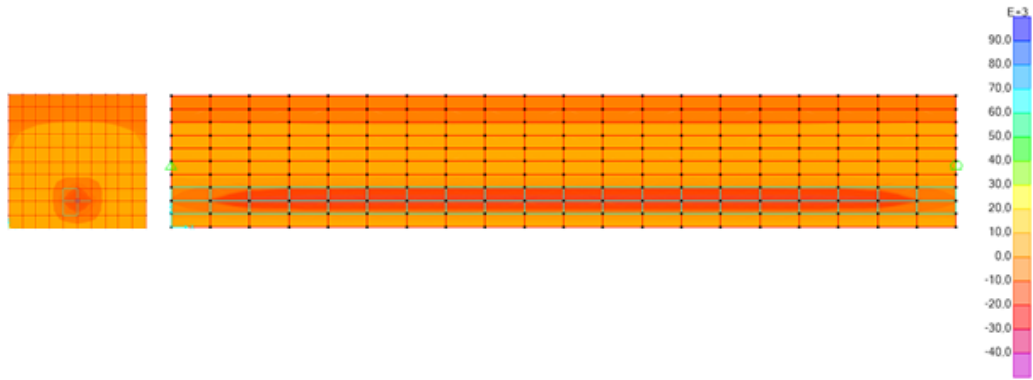


Figura 95 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

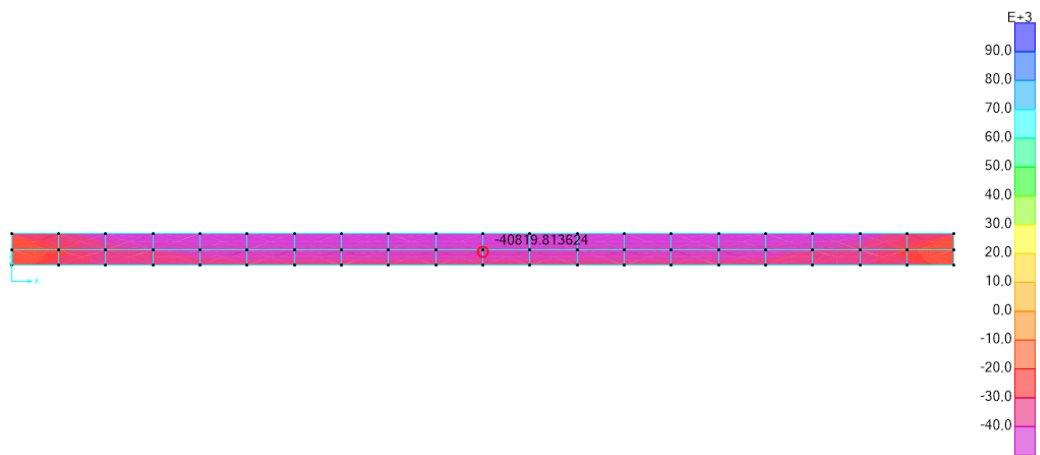


Figura 96 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

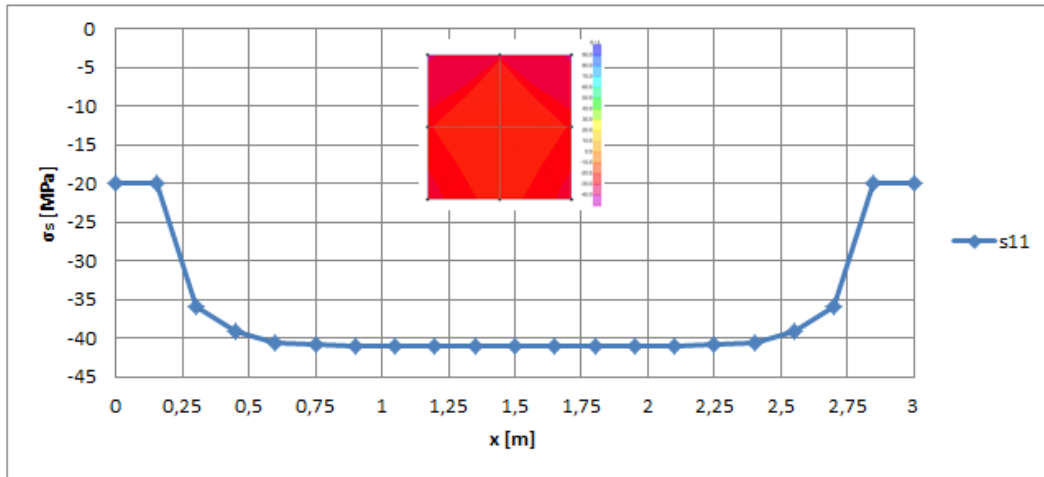


Figura 97 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

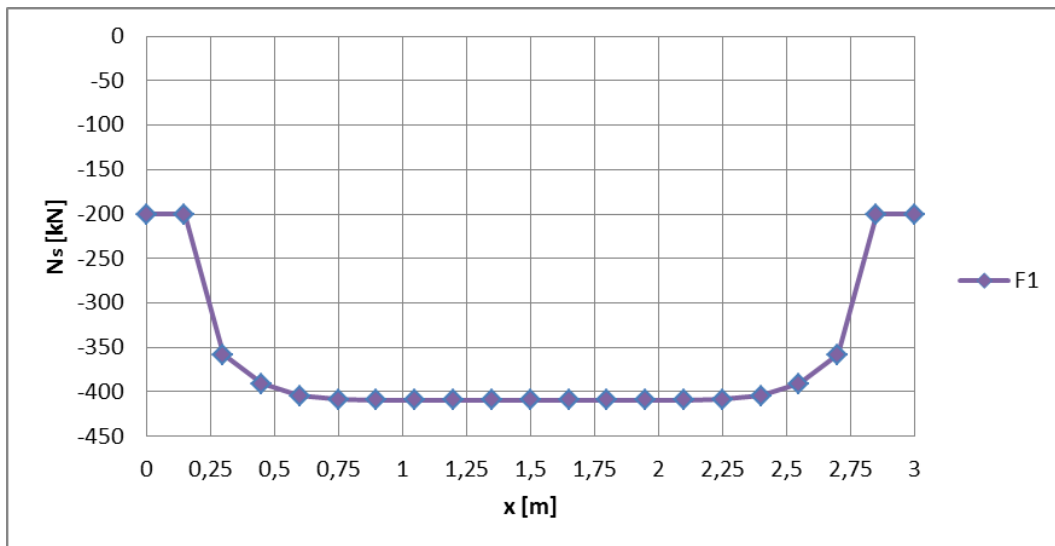


Figura 98 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 28 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>-40,945</b>	[MPa]
A <sub>s</sub>	0,01*10 <sup>6</sup>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>-409,50</b>	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

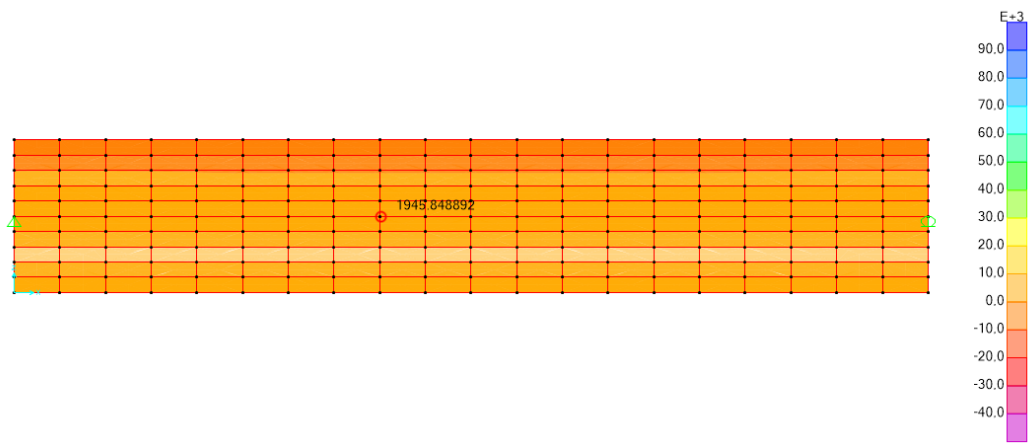


Figura 99 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

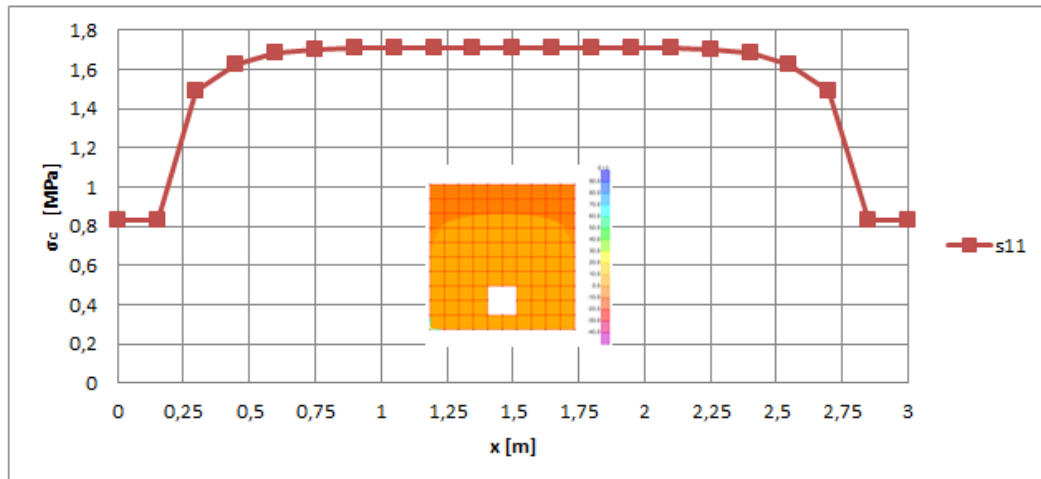


Figura 100 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

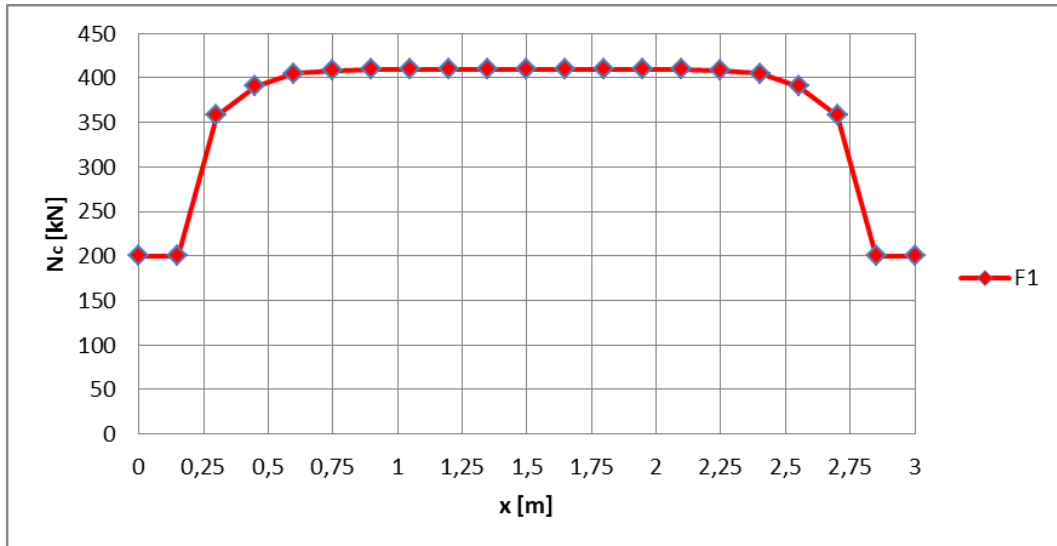


Figura 101 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 29 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>1,706</b>	[MPa]
<b>A<sub>c</sub></b>	<b>0,24*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>409,60</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante

$$N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost:$$

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right] =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{\frac{1}{36283 * 240000} + \frac{1}{210000 * 10000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000}} \right] =$$

$$= 394685,27 N$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{0,89 * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{e^2}{E_c J_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right)} \right] =$$

$$(-2,6586 * 10^{-4}) * \left[ \frac{1}{0,89 * \left( \frac{1}{36283 * 240000} + \frac{125^2}{36283 * 5200000000} + \frac{1}{210000 * 10000} \right)} \right] =$$

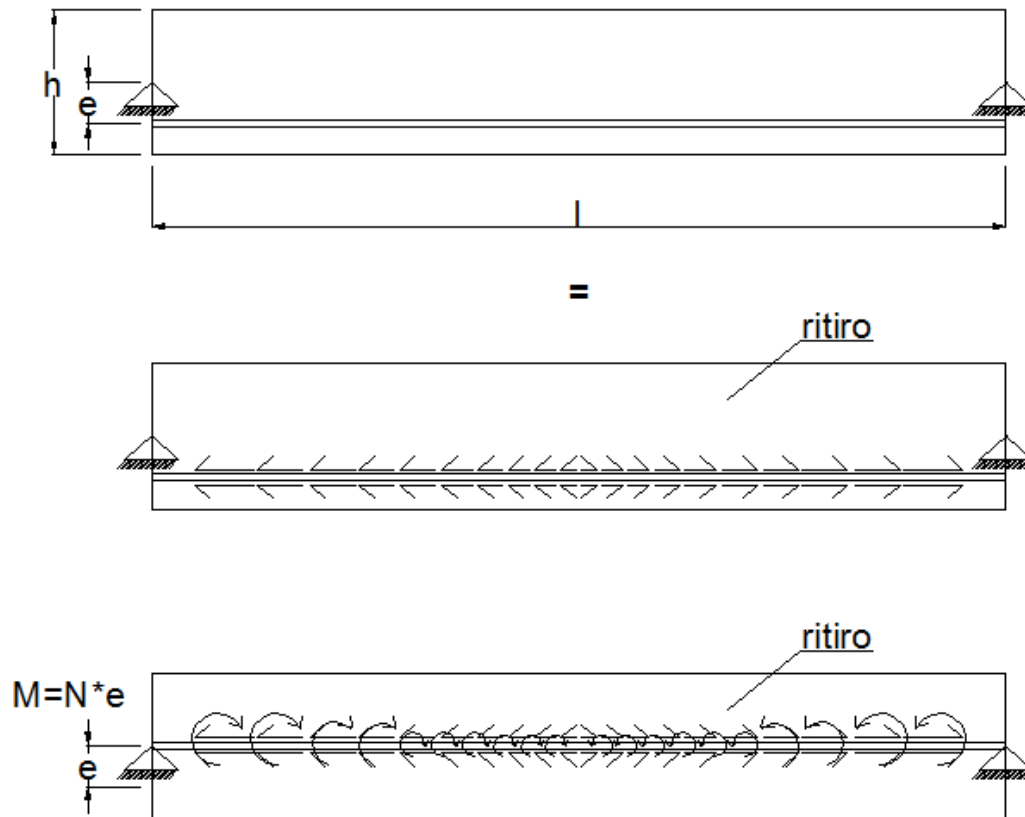
$$= 443466,60 N$$

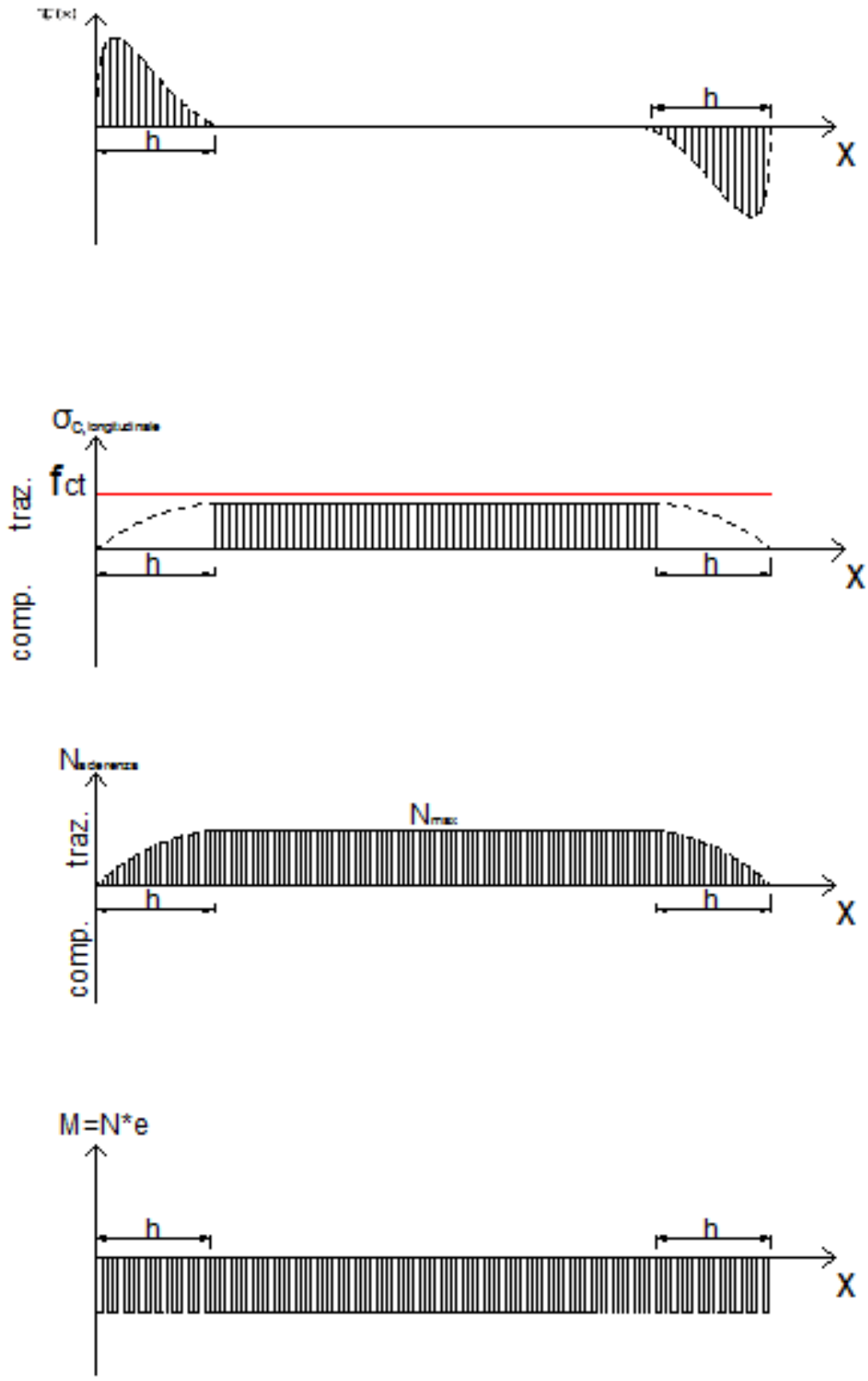
Dunque con buona approssimazione la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali, in corrispondenza della sezione di mezzeria, coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico: in particolare il calcolo analitico sovrastima il valore della risultante dello sforzo assiale di un 9% nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale lineare, mentre nella seconda ipotesi di un 21%.



### 4.5.3 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

#### 4.5.3.1 Modello analitico





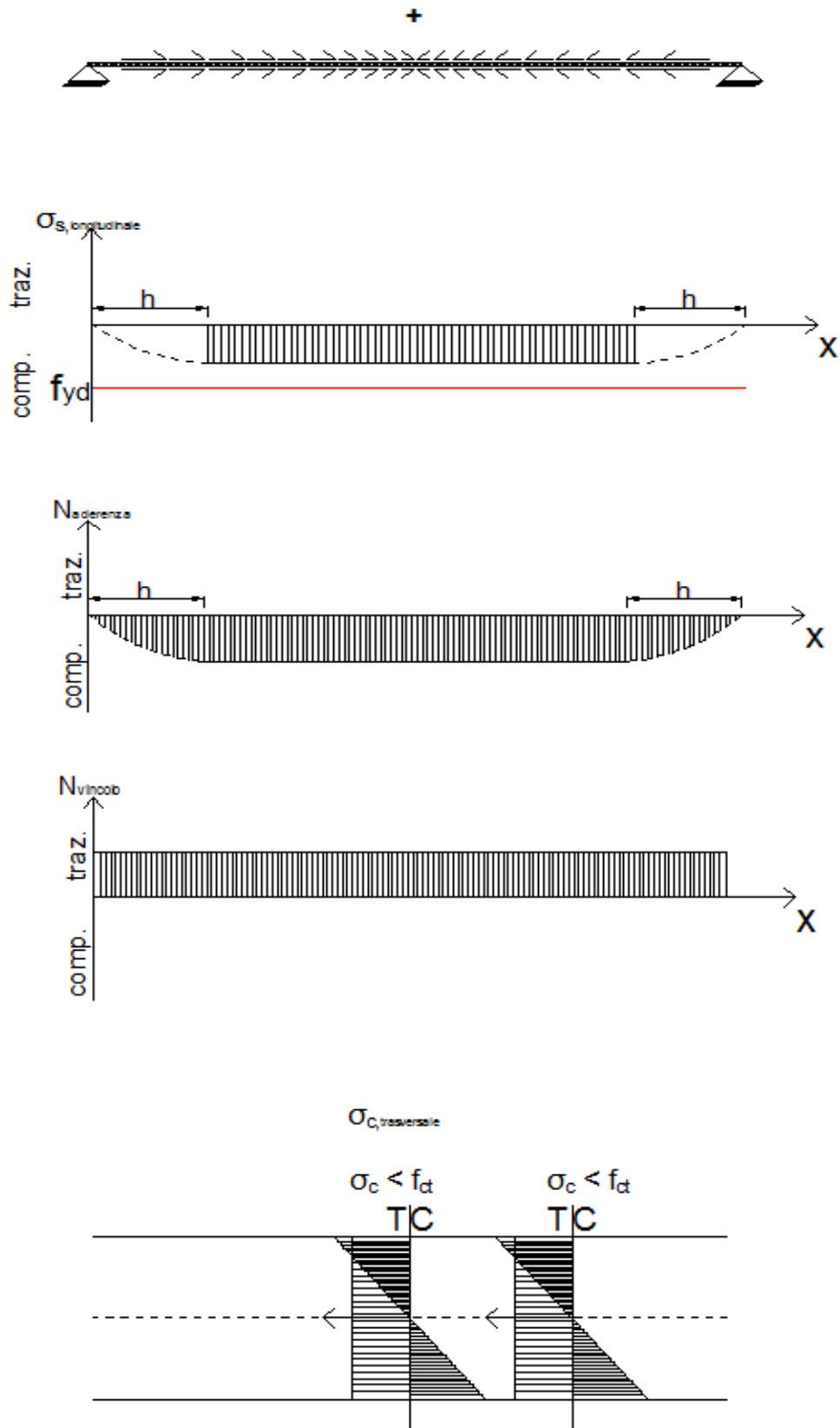


Figura 102 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura eccentrica nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

Per il calcolo delle sollecitazioni nel calcestruzzo e nella barra dovute alla presenza del vincolo si scrivono le seguenti equazioni di equilibrio e di congruenza:

$$N_{vinc} = N_{vinc,barra} + N_{vinc,cls}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s = 0 \quad \text{alla quota del baricentro}$$

che corrisponde alle seguenti due equazioni di congruenza rispettivamente per i due materiali:

congruenza alla quota del vincolo:

$$\begin{aligned} \Delta l_{c,vinc} = 0 \\ -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x) * d_{Gs} * d_{Gv} * e}{E_c J_c} dx + \\ + \frac{N_{vinc,cls} * l}{E_c A_c} + \frac{N_{vinc,cls} * d_{Gv} * d_{Gv} * e}{E_c J_c} - \frac{N_{vinc,barra} * e * d_{Gv} * l}{E_c J_c} = 0 \end{aligned}$$

congruenza alla quota della barra:

$$\begin{aligned} \Delta l_{c,barra} = \Delta l_s \\ -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x) * d_{Gs} * d_{Gs} * e}{E_c J_c} dx + \frac{N_{vinc,cls} * l}{E_c A_c} \\ + \frac{N_{vinc,cls} * d_{Gv} * d_{Gs} * e}{E_c J_c} - \frac{N_{vinc,barra} * e * d_{Gs} * l}{E_c J_c} = \frac{N_{vinc,barra} * l}{E_s A_s} \end{aligned}$$

Dove:

$$N_{aderenza}(x) = \int_0^x \tau \pi \phi dx$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost$

$$\begin{aligned} N_{vinc,cls} = \\ = \frac{E_c J_c^2 N_{aderenza,max} - A_c (E_c^2 \varepsilon_{cs} J_c^2 + A_s e^2 (d_{Gv} + e)^2 E_s N_{aderenza,max} - (d_{Gv} + e)^2 E_c J_c N_{aderenza,max})}{(-E_c J_c^2 + A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{vinc,barra} = \\ = - \frac{J_c (-A_s e^2 E_s N_{aderenza,max} + E_c J_c N_{aderenza,max} + A_c d_{Gv} E_c (-A_s e \varepsilon_{cs} E_s + d_{Gv} N_{aderenza,max}))}{E_c J_c^2 - A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c)} \end{aligned}$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = \\
 & = \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx = \\
 & = \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = \\
 & = \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx = \\
 & = \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx = \\
 & = \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = \\
 & = \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{vinc,cls} & = \\
 & = \frac{E_c J_c^2 0,89 N_{aderenza,max} - A_c (E_c^2 \varepsilon_{cs} J_c^2 + A_s e^2 (d_{Gv} + e)^2 E_s 0,89 N_{aderenza,max} - (d_{Gv} + e)^2 E_c J_c 0,89 N_{aderenza,max})}{2(-E_c J_c^2 + A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c))}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{vinc,barra} & = \\
 & = - \frac{J_c (-A_s e^2 E_s 0,89 N_{aderenza,max} + E_c J_c 0,89 N_{aderenza,max} + A_c d_{Gv} E_c (-A_s e \varepsilon_{cs} E_s + d_{Gv} 0,89 N_{aderenza,max}))}{E_c J_c^2 - A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c)}
 \end{aligned}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;

- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.5.3.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

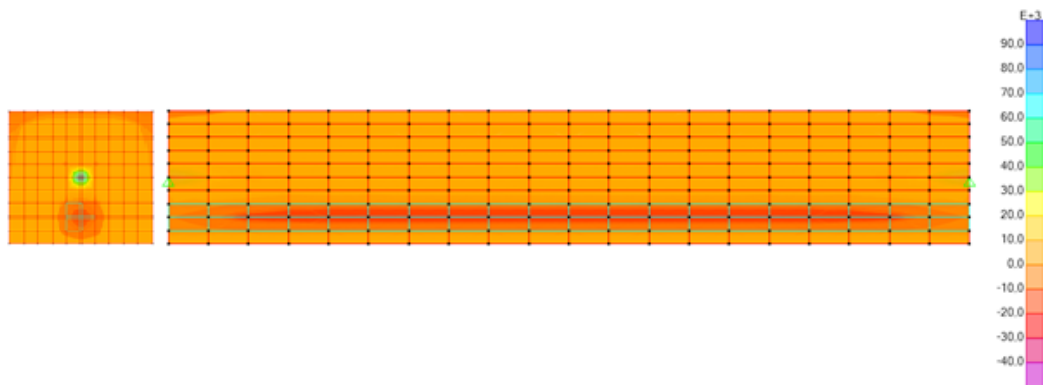


Figura 103 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

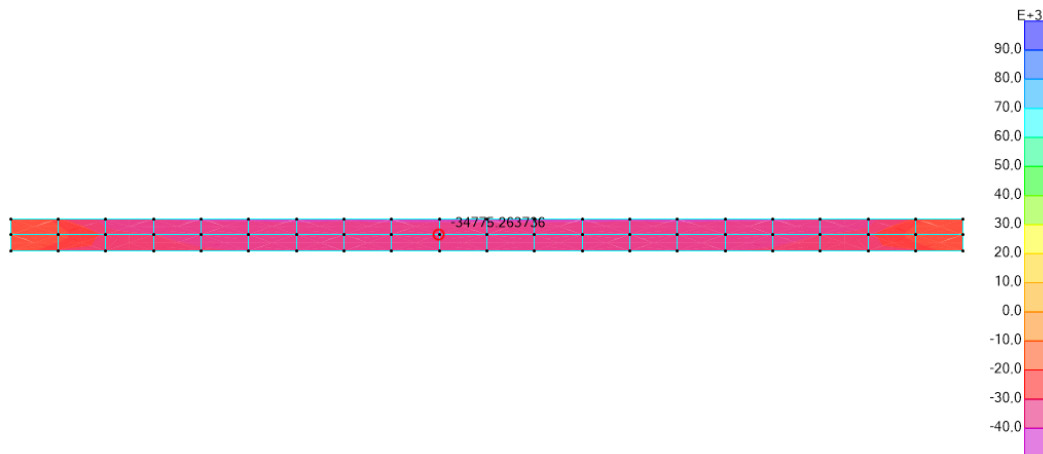


Figura 104 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

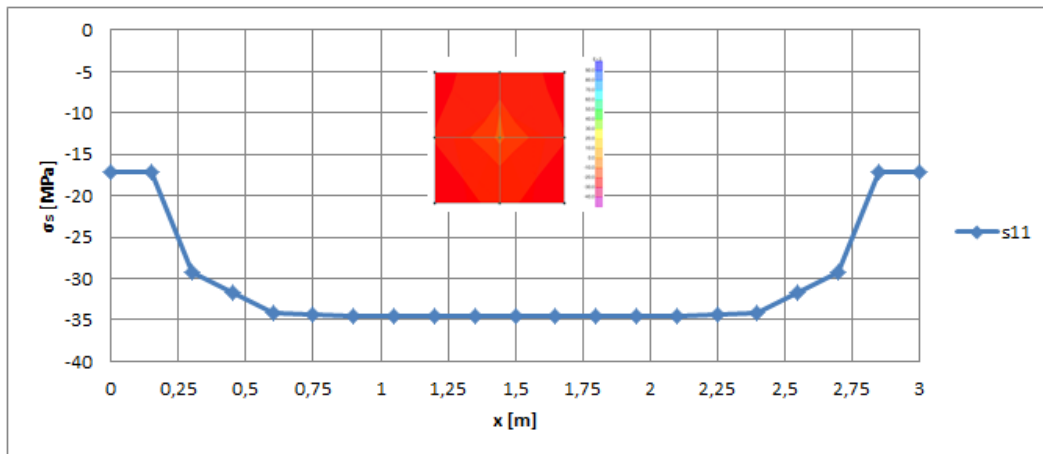


Figura 105 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

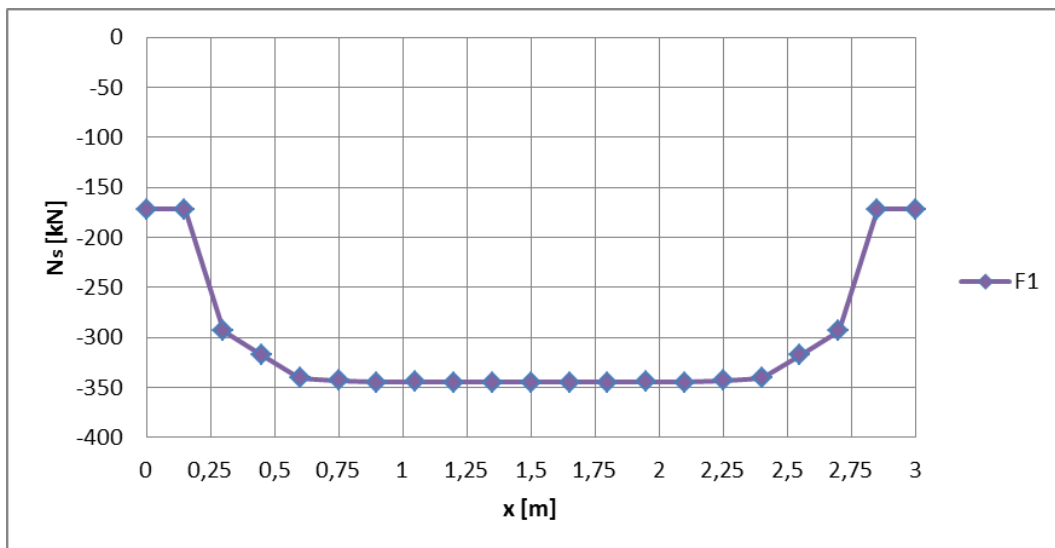


Figura 106 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 30 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-34,479	[MPa]
$A_s$	$0,01 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-344,80	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

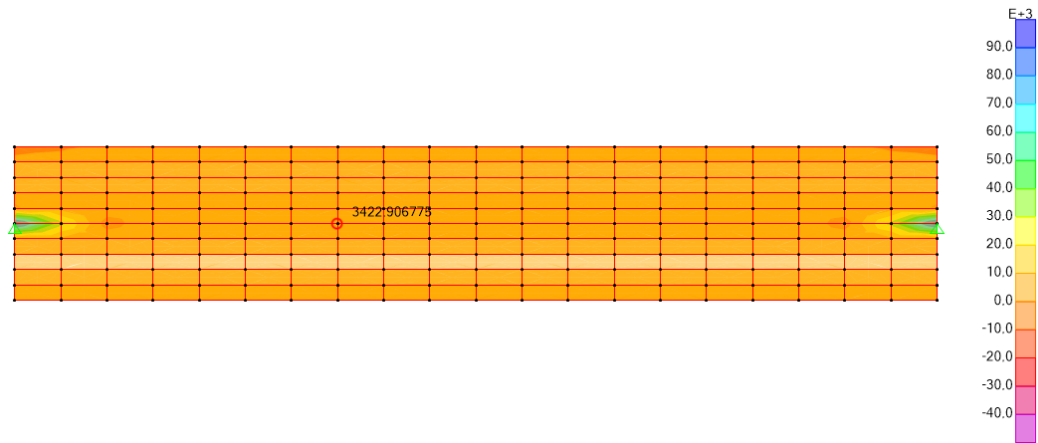


Figura 107 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

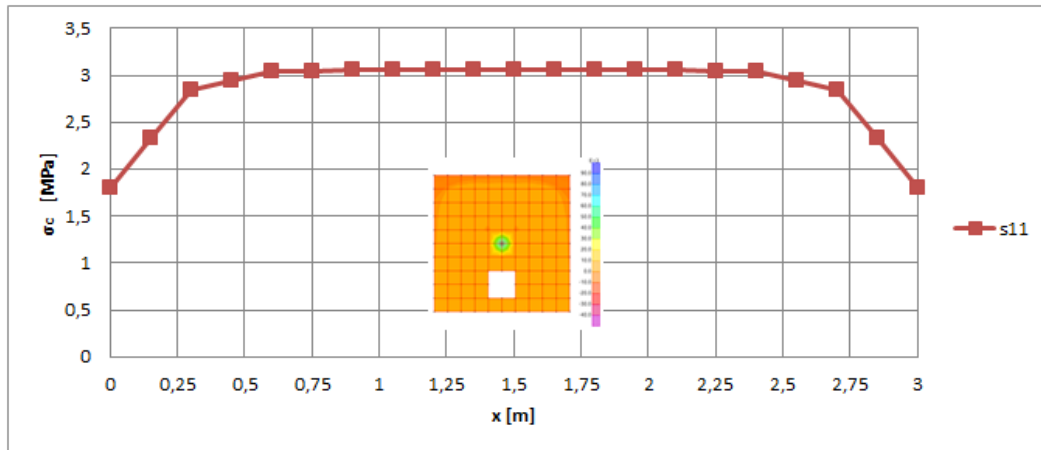


Figura 108 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.



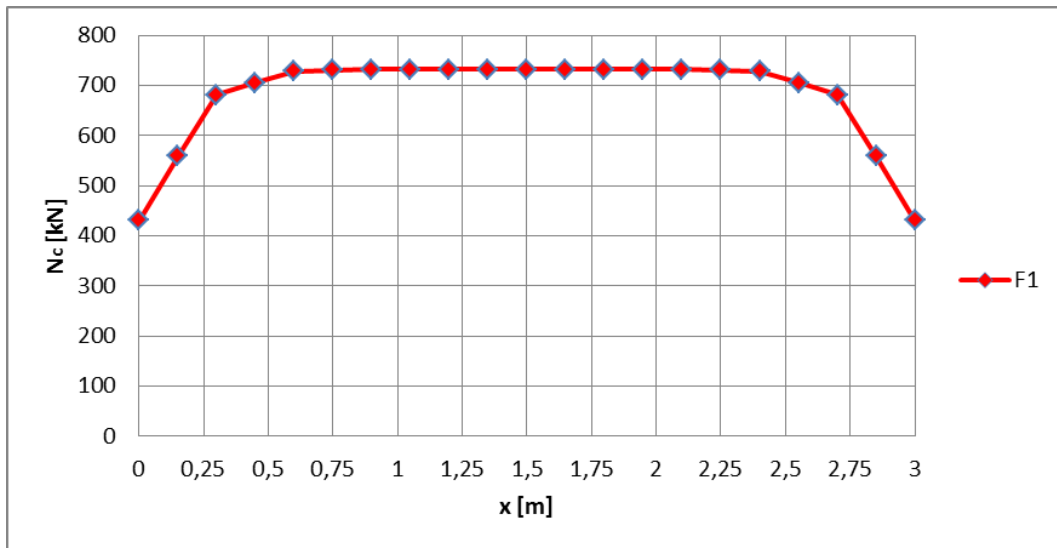


Figura 109 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 31 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	3,051	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	732,37	[kN]

Joint Reactions									
File	View	Format-Filter-Sort	Select	Options					
Joint Text	Output Case Text	Case Type Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
▶ 10715	TEMP	LinStatic	-387,579	0,00000001407	0,00000001653	0	0	0	

Figura 110 - Reazioni dei vincoli esterni posti alle estremità.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare tale risultante tramite il modello analitico, che risulta:

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost$

$$\begin{aligned}
 & N_{vinc,cls} \\
 &= \frac{E_c J_c^2 N_{aderenza,max} - A_c (E_c^2 \varepsilon_{cs} J_c^2 + A_s e^2 (d_{Gv} + e)^2 E_s N_{aderenza,max} - (d_{Gv} + e)^2 E_c J_c N_{aderenza,max})}{2(-E_c J_c^2 + A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c))} \\
 &= \frac{36283 * (5,2 * 10^9)^2 * 433466 - 240000 * (36283^2 * 2,6586 * 10^{-4} * (5,2 * 10^9)^2 + 10000 * 150^2 (6,25 + 150)^2 * 210000 * 433466 - (6,25 + 150)^2 36283 * 5,2 * 10^9 * 433466)}{2(-36283 * (5,2 * 10^9)^2 + 240000 * 6,25 * (10000 * 150^2 (6,25 + 150) * 210000 - 6,25 * 36283 * 5,2 * 10^9))} \\
 &= \\
 &= 1511400 N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & N_{vinc,barra} \\
 &= - \frac{J_c (-A_s e^2 E_s N_{aderenza,max} + E_c J_c N_{aderenza,max} + A_c d_{Gv} E_c (-A_s e \varepsilon_{cs} E_s + d_{Gv} N_{aderenza,max}))}{E_c J_c^2 - A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c)} \\
 &= \\
 &= - \frac{5,2 * 10^9 * (-10000 * 150^2 * 210000 * 433466 + 36283 * 5,2 * 10^9 * 433466 + 240000 * 6,25 * 36283 * (-10000 * 150 * 2,6586 * 10^{-4} * 210000 + 6,25 * 433466))}{36283 * (5,2 * 10^9)^2 - 240000 * 6,25 * (10000 * 150^2 (6,25 + 150) * 210000 - 6,25 * 36283 * 5,2 * 10^9)} \\
 &= \\
 &= -312008 N
 \end{aligned}$$

$$N_{vinc} = N_{vinc,barra} + N_{vinc,cls} = -312008 + 1511400 = 1199392 N$$

Dunque dal calcolo con il modello analitico risulta sottostimato di circa il 9% lo sforzo nell'armatura, mentre risulta eccessivamente sovrastimato lo sforzo nel calcestruzzo e di conseguenza la sollecitazione dei vincoli dato che deriva dalla loro somma.

Nell'evidenziare tale incongruenza va sottolineato che i risultati sono stati ricavati sotto l'ipotesi che lo sforzo che si scambiano i due materiali per aderenza ( $N_{aderenza,max}$ ) sia lo stesso del caso con vincolamento esterno isostatico.

#### 4.6 Elemento di calcestruzzo con armatura doppiamente eccentrica

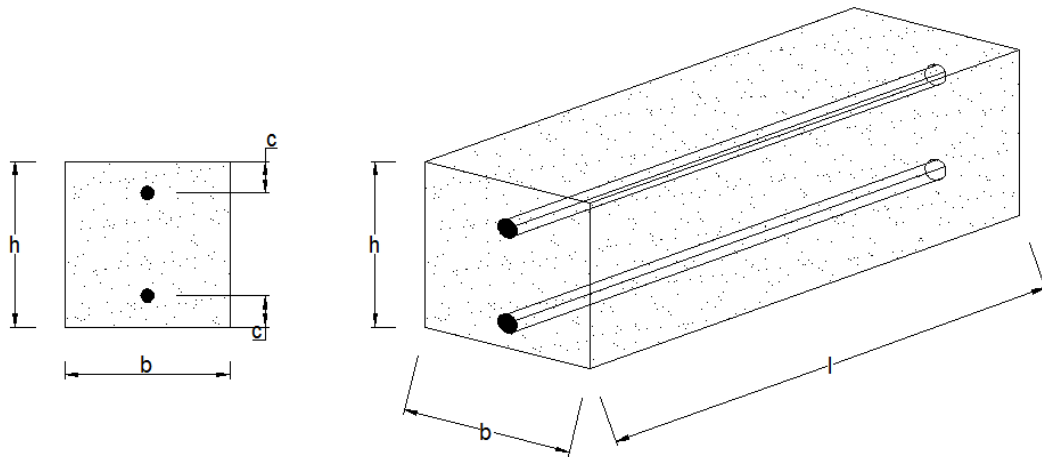


Figura 111 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $f_{yk}$ ;
- RH;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 32 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento di calcestruzzo con armatura doppiamente eccentrica negli schemi strutturali considerati.

		<b>Tensioni/Sollecitazioni</b>	<b>Deformazioni/Spostamenti</b>
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$\sigma_c = \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$ $\sigma'_s = n * \sigma_c = n * \frac{N'_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_c$ $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$ $\varepsilon'_s = \frac{\sigma'_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s$ $N'_s = \varepsilon_s * E_s * A'_s$ $M_c = N_s * e - N'_s * e'$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l$ $\Delta l_s = \varepsilon_s * l$ $\Delta l'_s = \varepsilon'_s * l$ $f = \frac{\chi l^2}{8} = \frac{M l^2}{8 E J}$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_{c1} = \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{M_c}{W_{ci}} - \frac{M'_c}{W_{ci}} =$ $= \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{N_s * e}{A_{ci} * \frac{h}{6}} - \frac{N'_s * e'}{A_{ci} * \frac{h}{6}} < f_{ct}$ $\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$ $\sigma'_s = n * \sigma_c = n * \frac{N'_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_{c1} = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$ $\varepsilon'_s = \frac{\sigma'_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} < N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$ $N'_s = \varepsilon_s * E_s * A'_s < N_{ult} = f_{yd} * A'_s$ $M_c = N_s * e - N'_s * e' < M_{cr} = f_{ct} * W_{ci}$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l = 0$ $\Delta l_s = \varepsilon_s * l = 0$ $\Delta l'_s = \varepsilon'_s * l = 0$

		$\sigma_{c2} = \frac{N_{cs}}{A_{ci}} + \frac{M_c}{W_{ci}} - \frac{M'_c}{W_{ci}} = 0$ $\sigma_{s2} = \frac{N_s}{A_s}$ $\sigma'_{s2} = \frac{N'_s}{A'_s}$	$\varepsilon_{c2} = 0$ $\varepsilon_{s2} = \frac{N_{cs}}{E_s A_s}$ $\varepsilon'_{s2} = \frac{N'_{cs}}{E_s A'_s}$ $\chi = \frac{M_a}{E J_{ci}}$
	fessurato	$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} = N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$ $N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s < N_{ult} = f_{yd} * A_s$ $N'_s = \varepsilon'_s * E_s * A'_s < N_{ult} = f_{yd} * A'_s$ $M_c = N_s * e - N'_s * e' = M_{cr} = f_{ct} * W_{ci}$	$\Delta l_c = 0$ $\Delta l_s = 0$ $\Delta l'_s = 0$ $f_c = f_{c1} + f_{c2} = \frac{M_c l^2}{8 E_{c0} J_{c1}} + \frac{M_c l^2}{8 E_{c0} J_{c2}}$

Dove:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c1} \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}} + \frac{M_{cr}}{W_{ci}} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}} + \frac{N_{cr} * \frac{h}{4}}{A_{ci} * \frac{h}{6}};$$

$$A_{ci} = A_c + n * A_s = b * h + n * A_s;$$

$$W_{ci} = A_{ci} * \frac{h}{6} = (b * h + n * A_s) * \frac{h}{6};$$

$$J_{ci} = J_c + n * J_a;$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}};$$

$$n = \frac{E_s}{E_c};$$

$$e = y_G - y_s;$$

$$e' = y'_s - y_G;$$

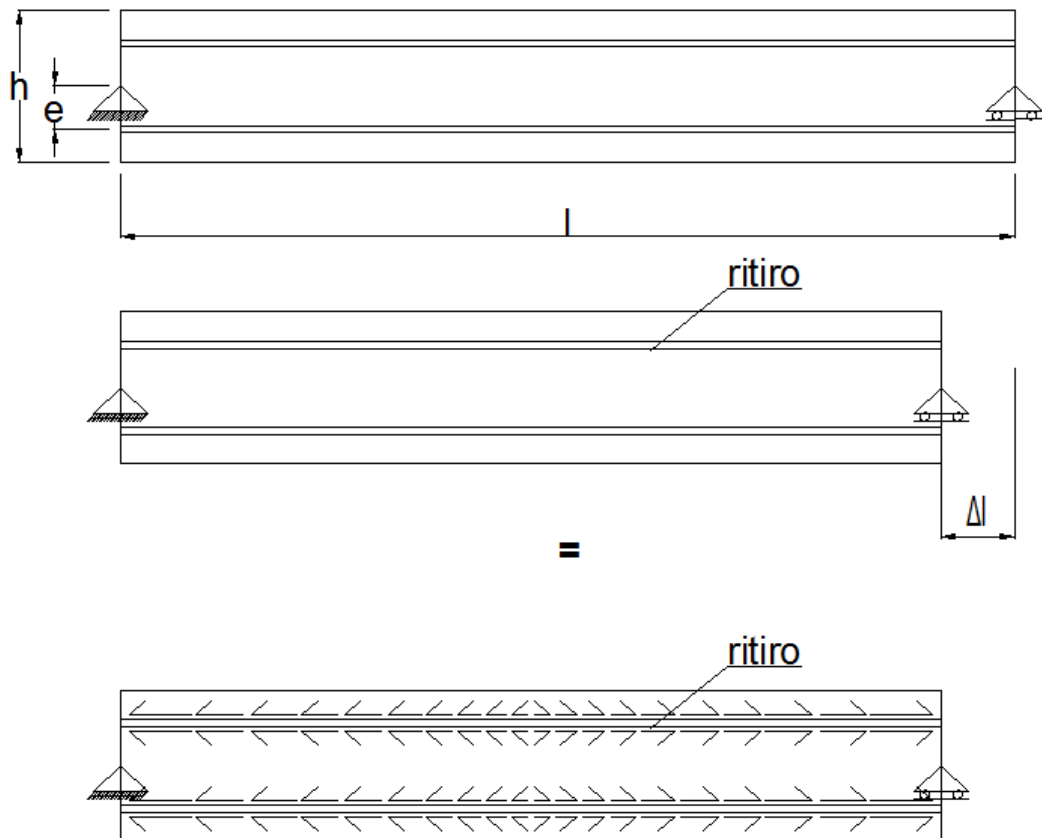
$y_G$  = baricentro elemento;

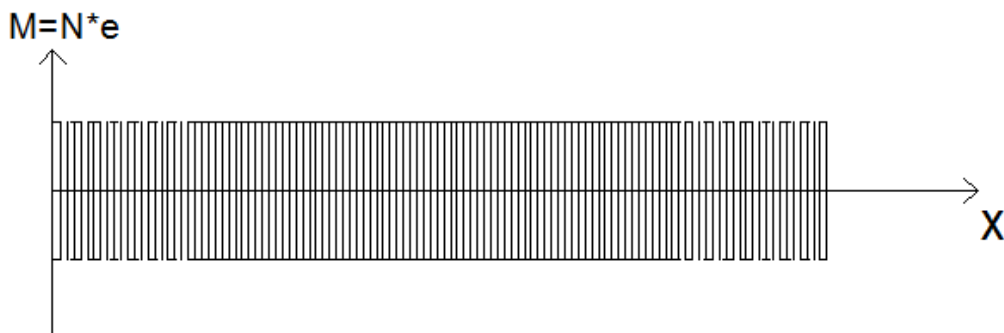
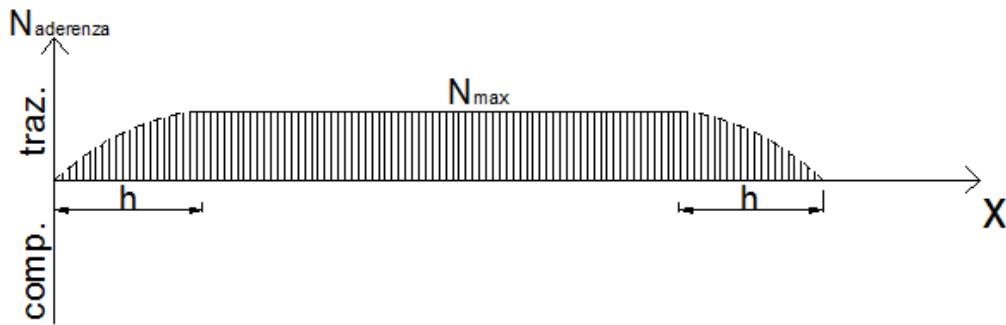
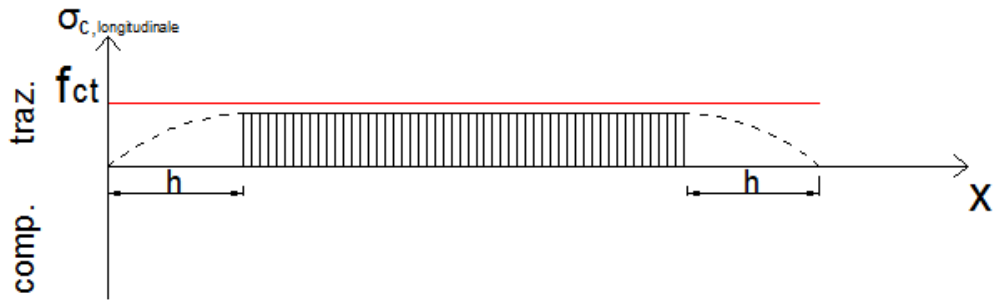
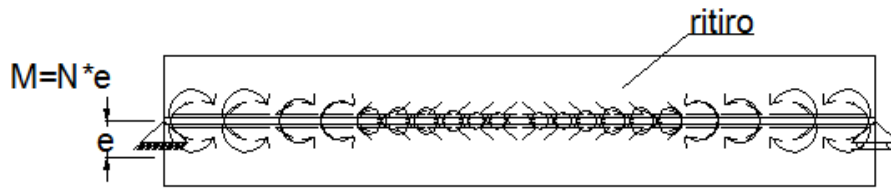
$y_s$  = baricentro armatura inferiore;

$y'_s = \text{baricentro armatura superiore.}$

#### 4.6.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

##### 4.6.1.1 Modello analitico





+

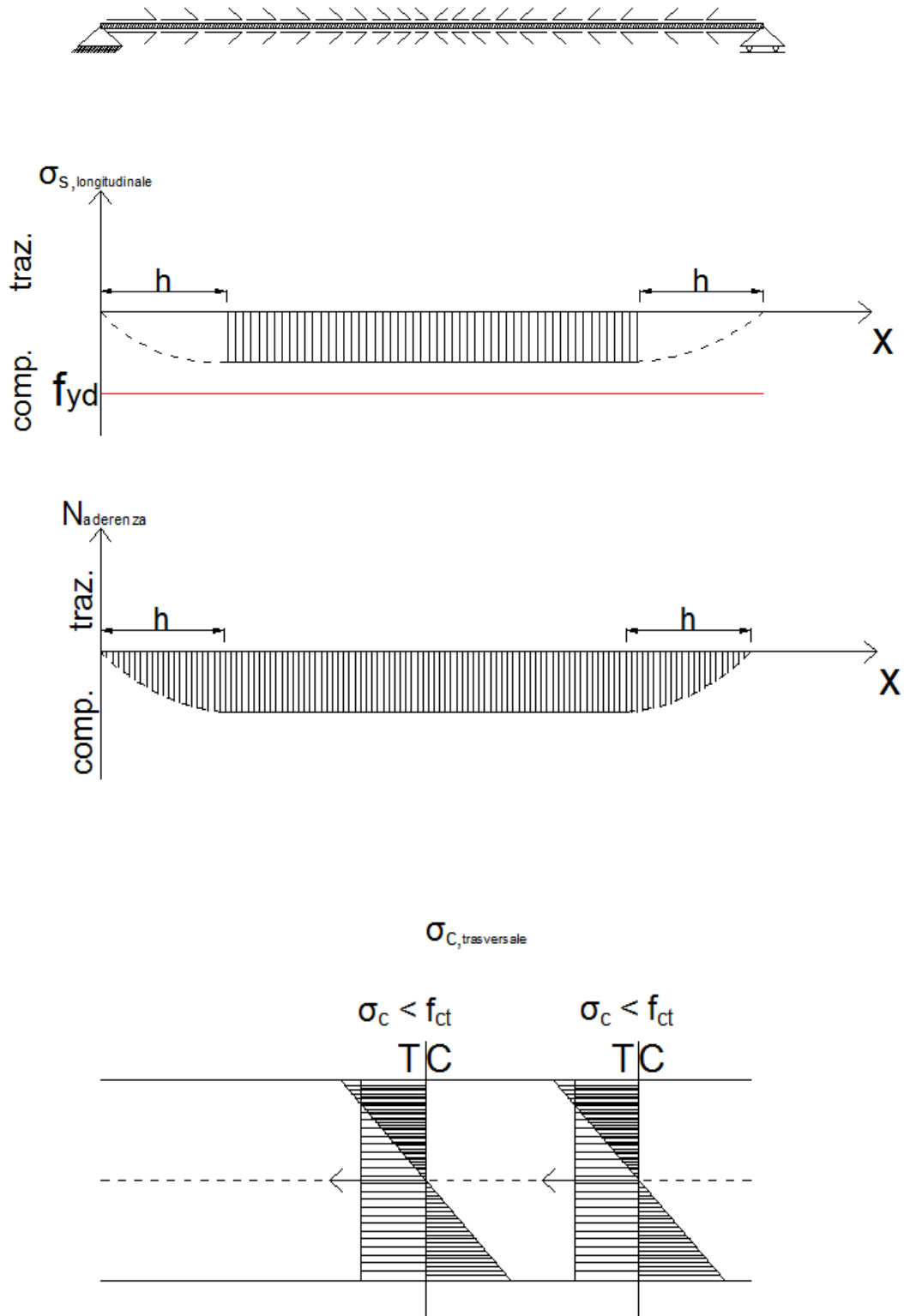


Figura 112 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura doppiamente eccentrica nello schema strutturale isostatico (esternamente).



Condizione di congruenza:

$$\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_s \text{ condizione puntuale}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s \text{ condizione globale}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l dl = - \int_0^l dl$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx = - \int_0^l \varepsilon_s(x) dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{max}}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{max}}{E_c A_c} \int_0^l dx = - \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} \int_0^l dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} = - \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s}$$

$$N_{max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_c + n_0 n_{bar} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right)$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx &= \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx = \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{max} x^2}{E_c A_c l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9l}{10}} \frac{N_{max}}{E_c A_c} dx + \int_{\frac{9l}{10}}^l \frac{N_{max} x^2}{E_c A_c l^2} dx = \\ &= \frac{1}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} = \frac{2672}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} = \\ &= 0,89 \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx &= \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx = \\
 &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} \frac{x^2}{l^2} dx = \\
 &= \frac{1}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} = \frac{2672}{3000} \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} = \\
 &= 0,89 \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx &= -\int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx \\
 -\varepsilon_{cs} * l + 0,89 \frac{N_{max} * l}{E_c A_c} &= -0,89 \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{max} &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s n_{bar} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_c A_c E_s n_{bar} A_s}{E_c A_c + E_s n_{bar} A_s} \right) = \\
 &= \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{A_c E_s n_{bar} A_s}{A_c + n_0 n_{bar} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right)
 \end{aligned}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.6.1.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

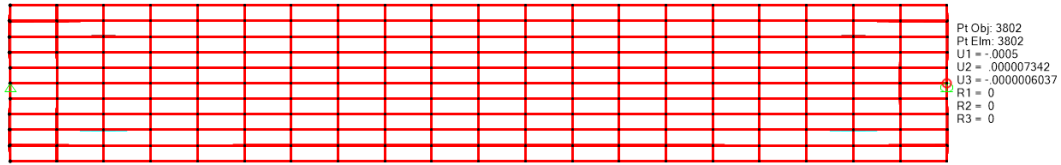


Figura 113 - Grafico degli spostamenti.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante

$$N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost:$$

$$\begin{aligned} N_{max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_c + n_0 n_{bar} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 230000 * 2 * 10000}{350000} \right) = 733773,60 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N(x)}{E_c A_c} dx = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx$$

$$\Delta l_c = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s n_{bar} A_s} dx = - \frac{N_{max}}{E_s n_{bar} A_s} \int_0^l dx = - \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} =$$

$$= - \frac{(733773,60) * 3000}{210000 * 2 * 10000} = -0,524 \text{ mm} = -0,524 * 10^{-3} \text{ m} = -0,000524 \text{ m}$$

- andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$N_{max} = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 230000 * 2 * 10000}{350000} \right) = 653058,50 \text{ N}$$

$$\Delta l_c - \frac{N_{max} * l}{E_s n_{bar} A_s} = - \frac{(653058,50) * 3000}{210000 * 2 * 10000} = -0,466 \text{ mm} = -0,466 * 10^{-3} \text{ m} =$$

$$= -0,000466 \text{ m}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

#### Valutazione delle sollecitazioni



Figura 114 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

- lato acciaio:

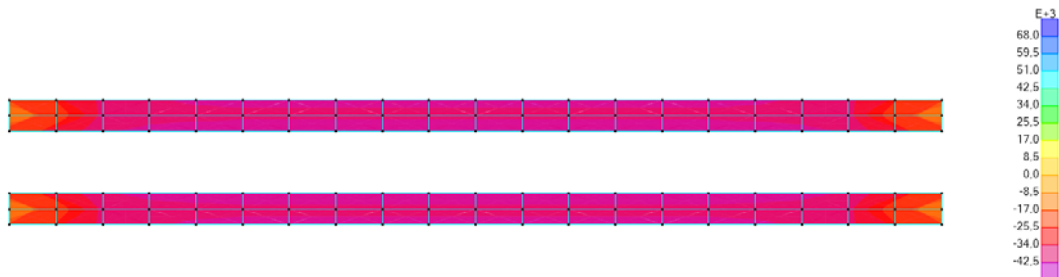


Figura 115 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

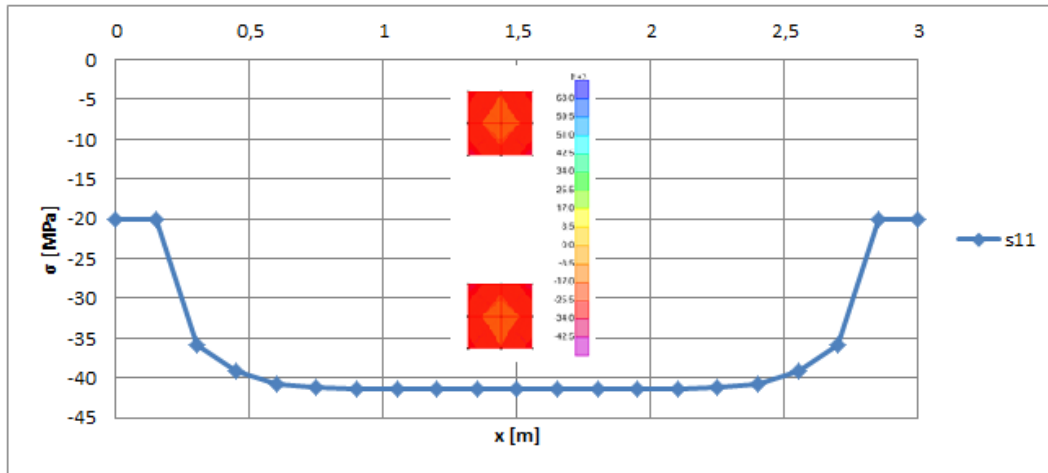


Figura 116 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

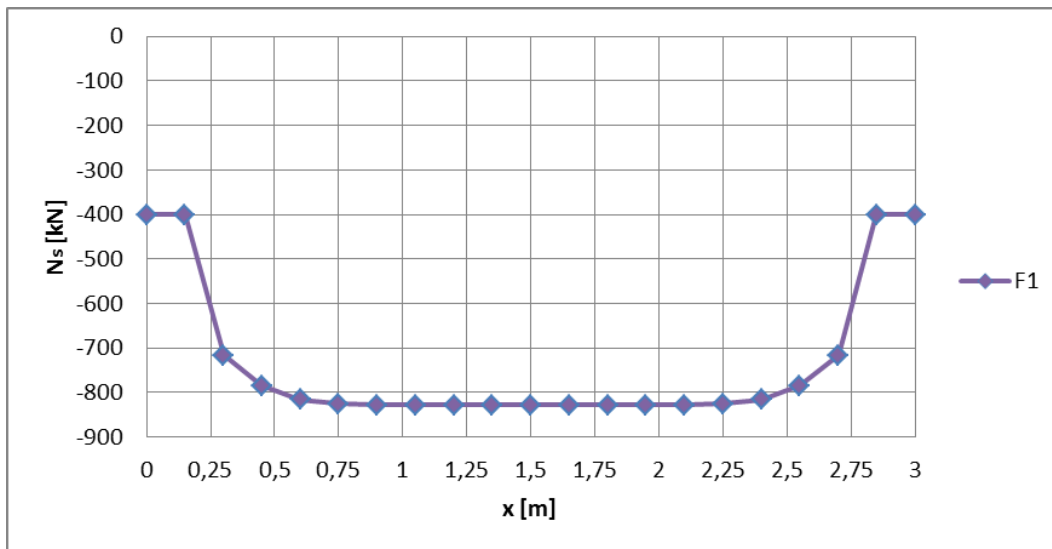


Figura 117 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 33 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-41,386	[MPa]
$A_s$	$0,02 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-828	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

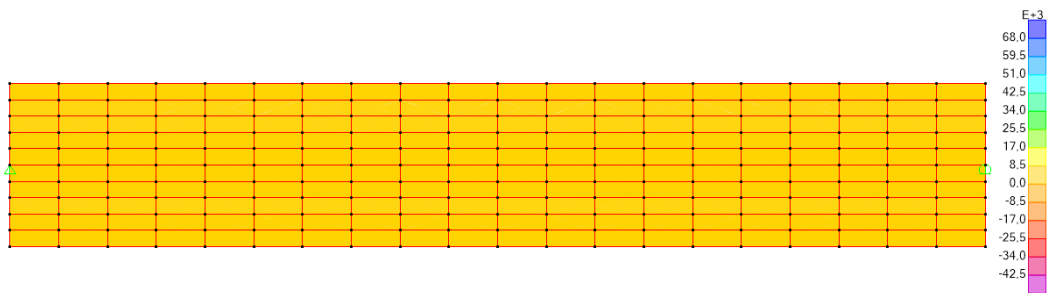


Figura 118 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

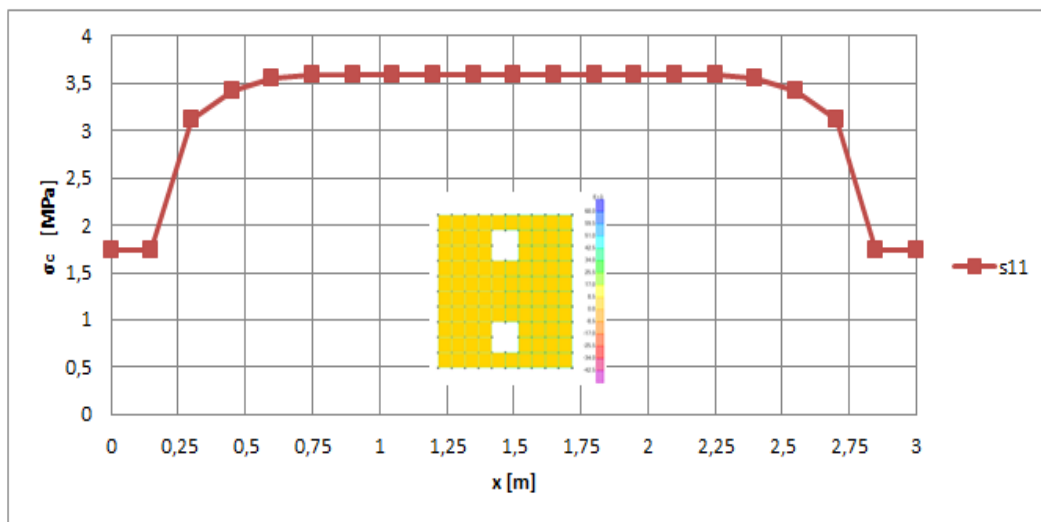


Figura 119 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

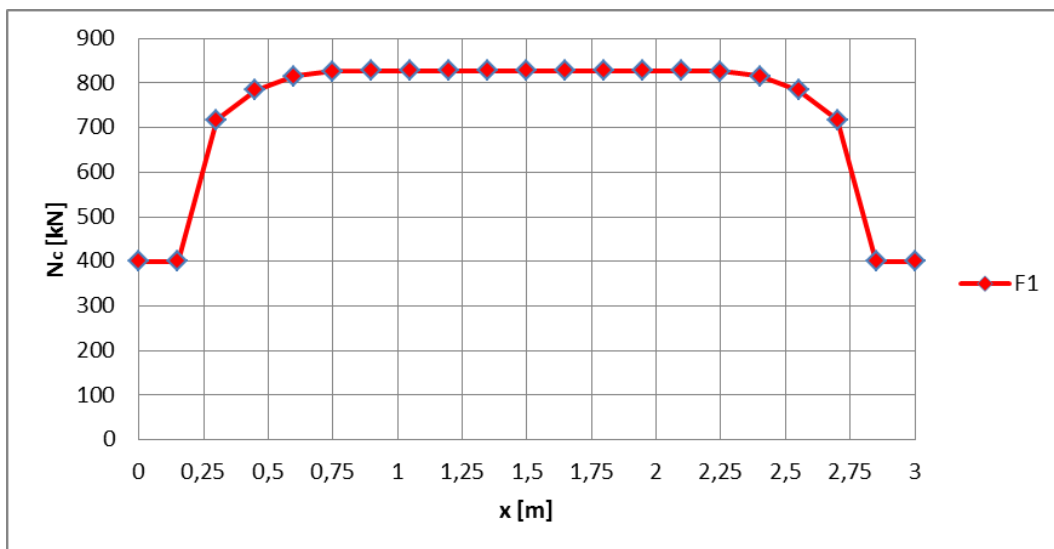


Figura 120 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 34 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>3,598</b>	[MPa]
<b>A<sub>c</sub></b>	<b>0,23*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>827,73</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  
 $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost:$

$$N_{max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_c + n_0 n_{bar} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 230000 * 2 * 10000}{350000} \right) = 733773,60 N$$

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

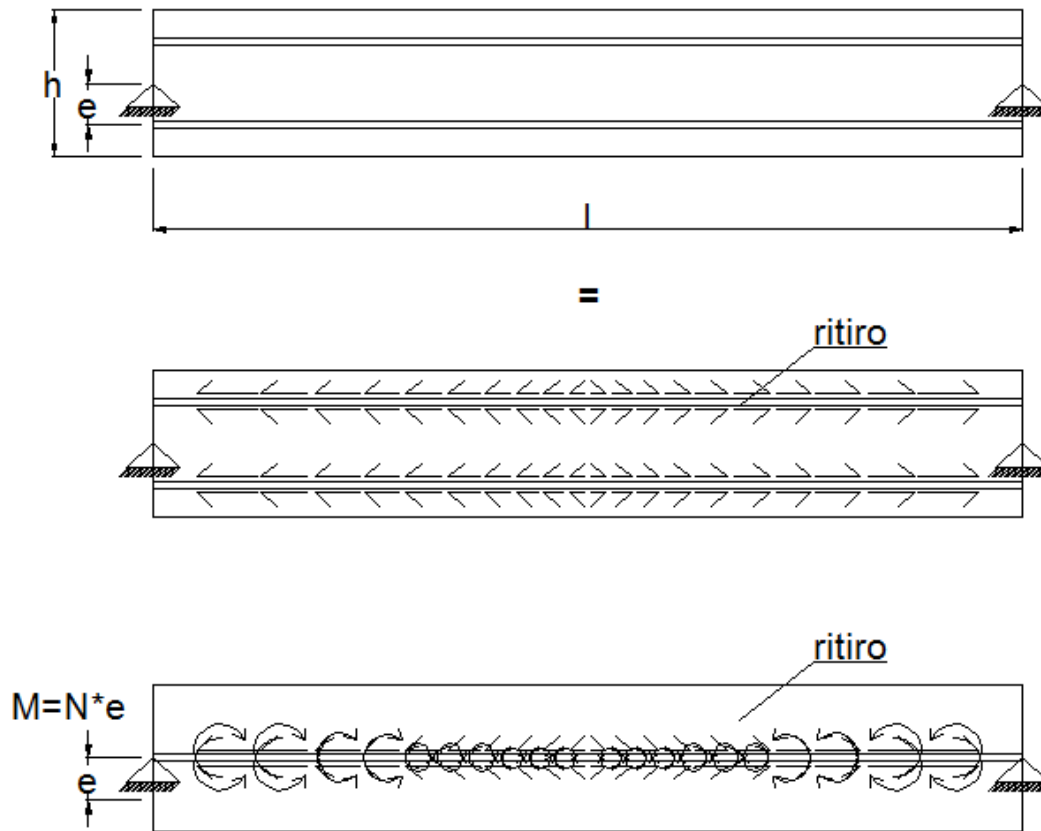
$$N_{max} = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c n_{bar} A_s}{A_{ci}} \right) =$$

$$= (2,6586 * 10^{-4}) * 0,89 * \left( \frac{210000 * 230000 * 2 * 10000}{350000} \right) = 653058,50 N$$

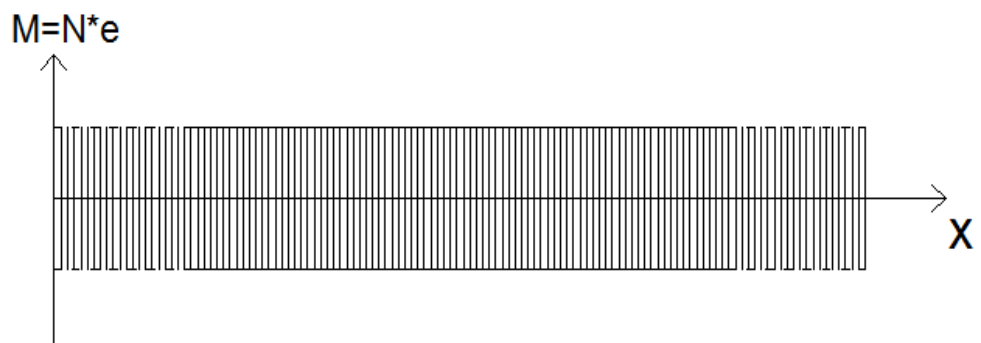
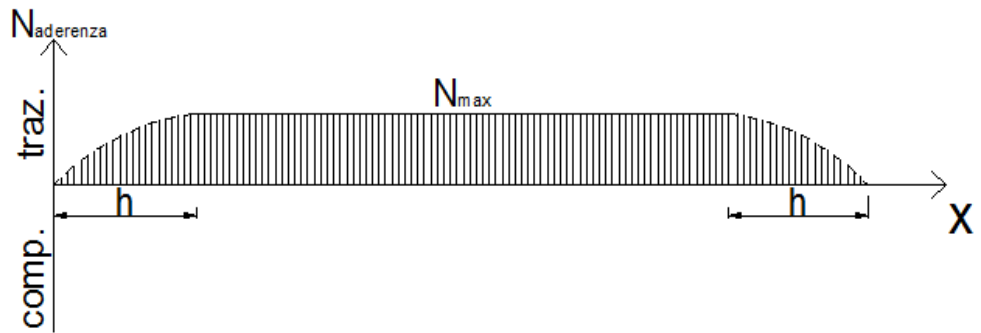
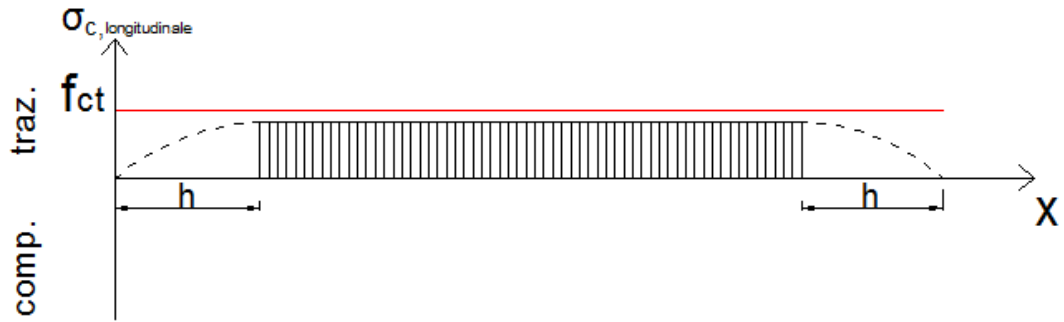
Dunque con buona approssimazione la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali, in corrispondenza della sezione di mezzeria, coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico: in particolare il calcolo analitico sottostima il valore della risultante dello sforzo assiale di un 11% nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale lineare, mentre nella seconda ipotesi di un 22%.

#### 4.6.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

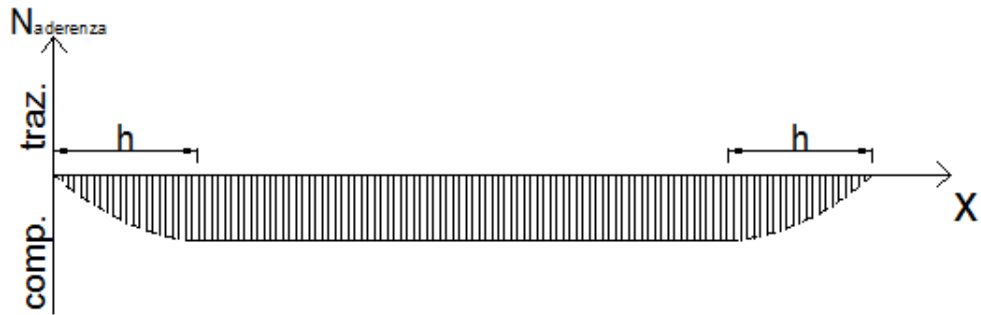
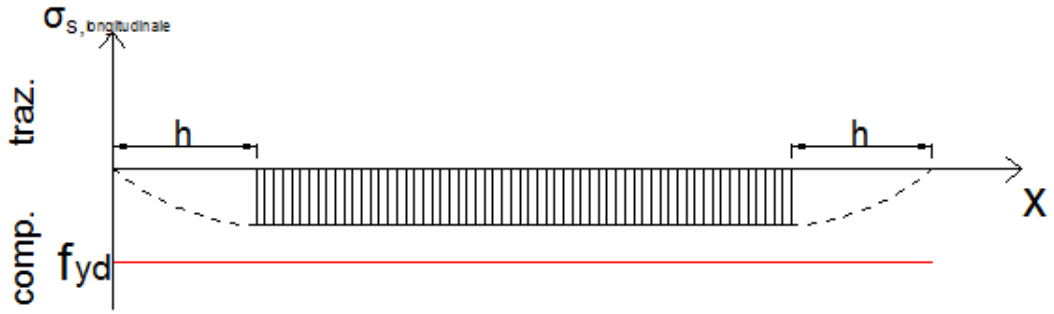
##### 4.6.2.1 Modello analitico







+



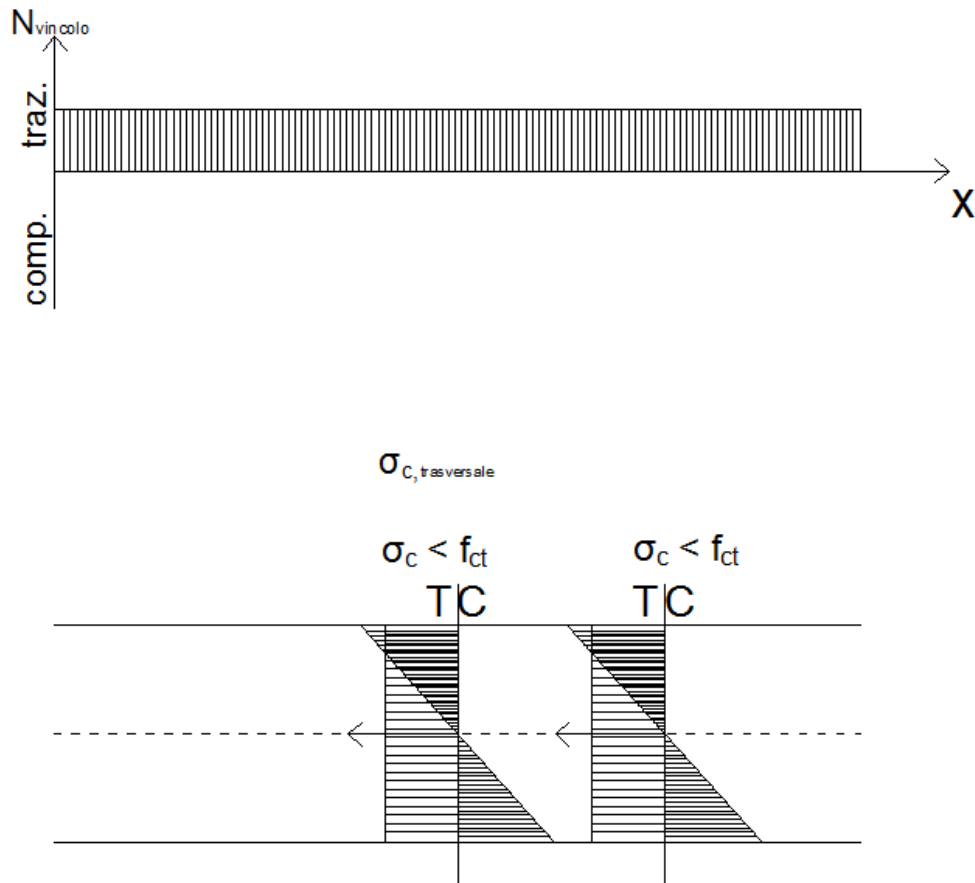


Figura 121 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura doppiamente eccentrica nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

Ricordando il modello elaborato per il caso di elemento con armatura eccentrica con vincolamento esterno iperstatico, si può osservare come in questo caso valgano le medesime equazioni in cui però si elidono i termini dovuti alle eccentricità:

$$N_{vinc,cls} = A_c * E_c * \varepsilon_{cs} - N_{aderenza,max}$$

$$N_{vinc,barra} = -N_{aderenza,max}$$

$$N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra}$$

Si osserva che tali equazioni risultano equivalenti a quelle scritte per il caso di elemento con armatura centrata con vincolamento esterno iperstatico.

#### 4.6.2.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

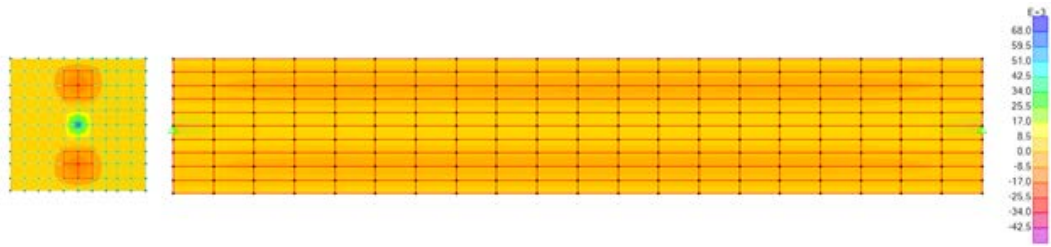


Figura 122 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

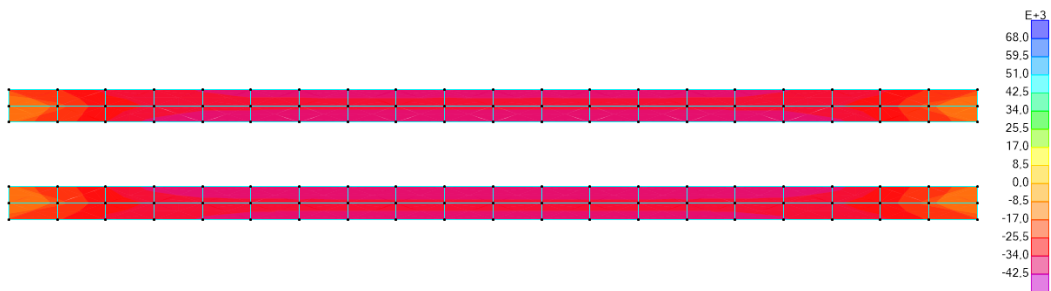


Figura 123 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

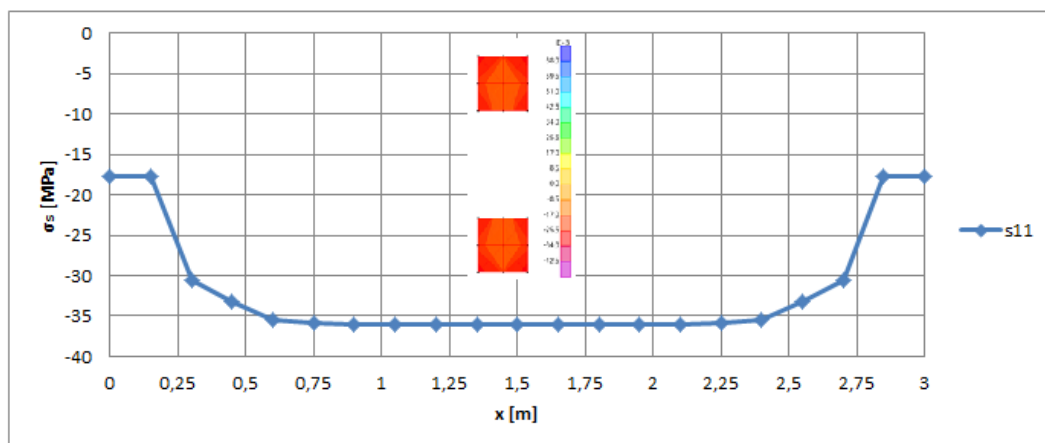


Figura 124 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

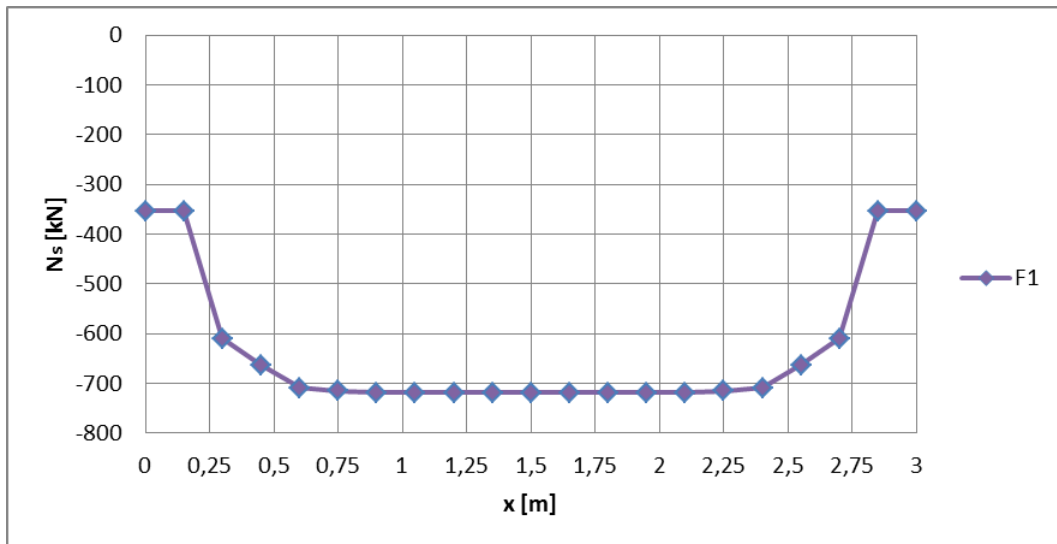


Figura 125 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 35 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-35,980	[MPa]
$A_s$	$0,02 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-720,00	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

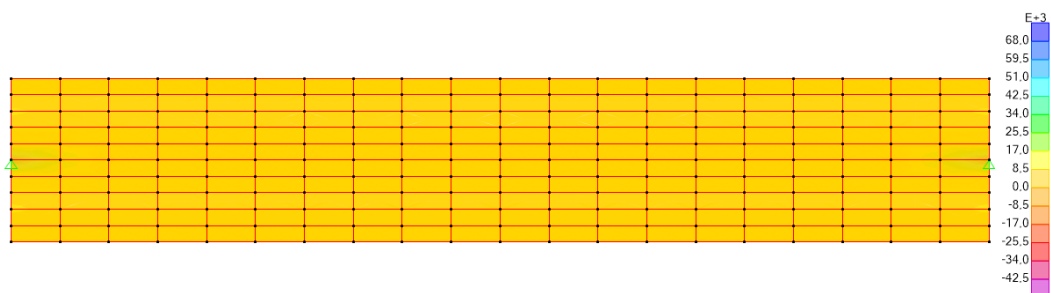


Figura 126 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

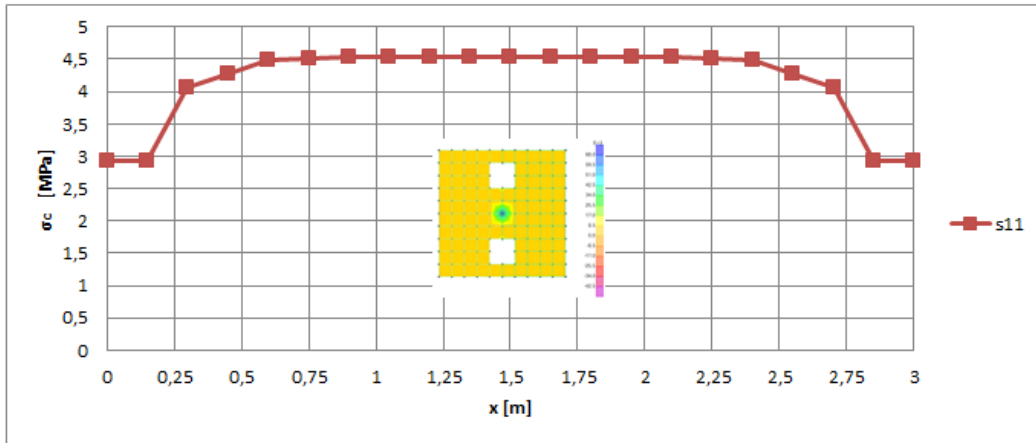


Figura 127 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

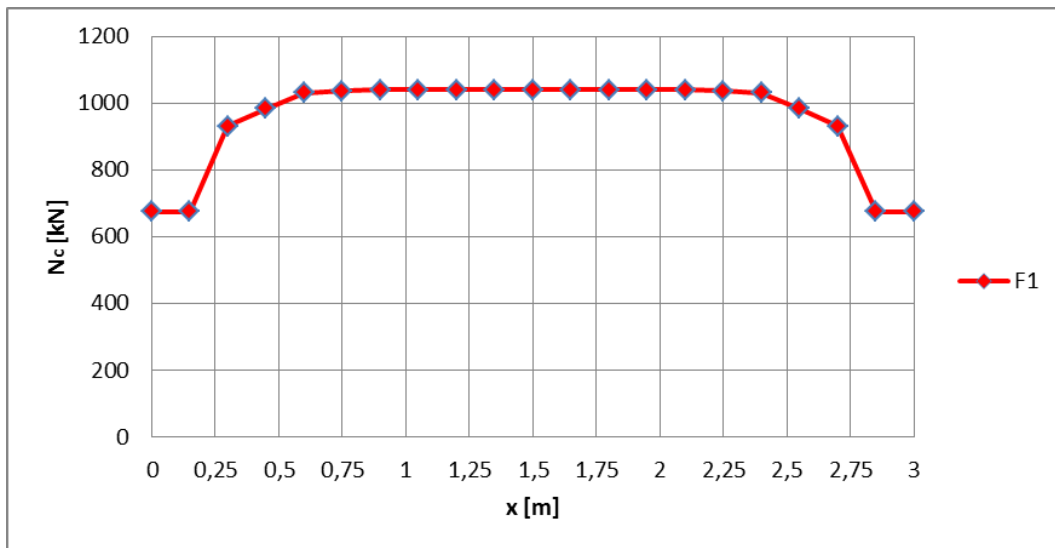


Figura 128 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 36 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub></b>	<b>4,523</b>	[MPa]
<b>A<sub>c</sub></b>	<b>0,23*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante</sub> = N<sub>max</sub></b>	<b>1040,50</b>	[kN]

Joint Reactions									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
Joint Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
5145	TEMP	LinStatic	-320,841	000000001733	000000003611	0	0	0	
6596	TEMP	LinStatic	320,841	000000001068	000000008233	0	0	0	

Figura 129 – Reazioni dei vincoli esterni posti alle estremità

Ricordando le formule scritte in precedenza risulta:

$$N_{vinc,cls} = A_c * E_c * \varepsilon_{cs} - N_{aderenza,max} =$$

$$= 230000 * 36283 * 2,6586 * 10^{-4} - 733774 = 1485 \text{ kN}$$

$$N_{vinc,barra} = -N_{aderenza,max} = -734 \text{ kN}$$

$$N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra} = 1485 - 734 = 751 \text{ kN}$$

Dunque con il calcolo tramite il modello analitico, lo sforzo nell'armatura risulta sovrastimato del 2%, mentre quello nel calcestruzzo è eccessivamente sovrastimato e di conseguenza anche la reazione dei vincoli. Si osserva che i risultati sono stati ottenuti assumendo che lo sforzo che si scambiano i due materiali sia il medesimo del caso in cui si è considerato un vincolamento esterno isostatico.

#### 4.7 Elemento di calcestruzzo con armatura centrata tesa

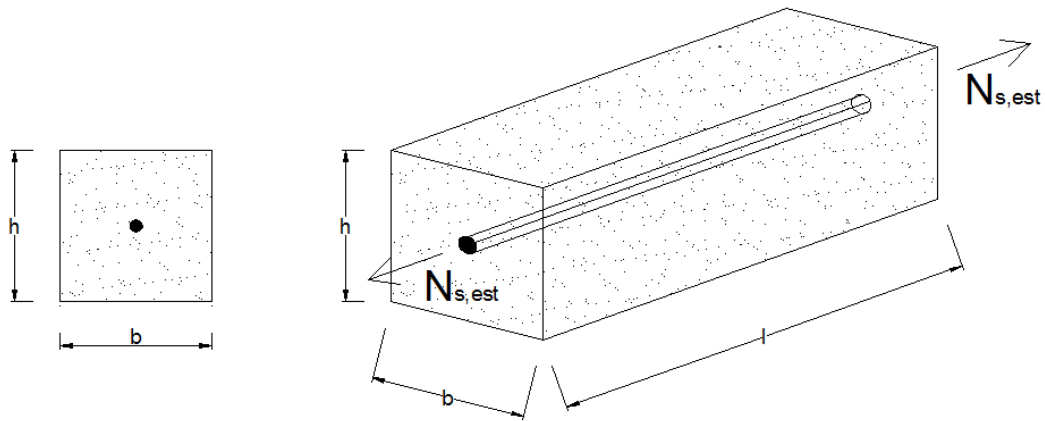


Figura 130 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $f_{yk}$ ;
- RH;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot (b \cdot h)}{2 \cdot (b + h)} = \frac{b \cdot h}{b + h}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.



Tabella 37 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento di calcestruzzo con armatura centrata tesa negli schemi strutturali considerati.

		Tensioni/Sollecitazioni	Deformazioni/Spostamenti
<b>Labile</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_c = \frac{N_c}{A_{ci}} < f_{ct}$	$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{c1}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_c$
		$\sigma_s = n * \sigma_c = n * \frac{N_s}{A_{ci}} < f_{yd}$	$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} < \varepsilon_{yd}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} + N_{s,est}$	$\Delta l_c = \varepsilon_{cs} * l$
		$N_s = \varepsilon_s * E_s * A_s + N_{s,est}$	$\Delta l_s = \varepsilon_s * l$
	fessurato	$\sigma_{c2} = 0$	$\varepsilon_{c2} = 0$
		$\sigma_{s2} = \frac{N}{A_s}$	$\varepsilon_{s2} = \frac{N_s}{E_s A_s}$
		$N_c = \varepsilon_{cs} * E_c * A_{ci} + N_{s,est} =$ $= N_{cr} = f_{ct} * A_{ci}$	$\Delta l_{c2} = 0$
		$N_s = \varepsilon_{s2} * E_s * A_s + N_{s,est}$	$\Delta l_{s2} = 0$

Dove:

$$\varepsilon_c \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct} = \frac{N_{cr}}{A_{ci}};$$

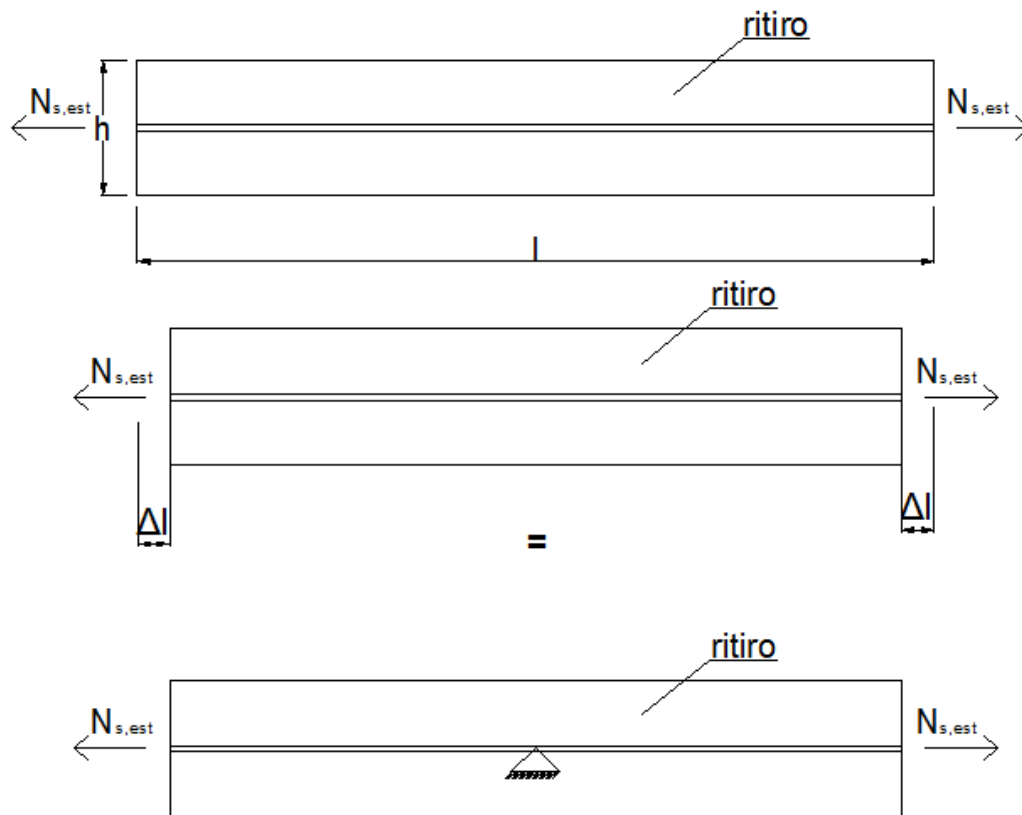
$$A_{ci} = A_c + n * A_{sc} = b * h + n * A_{sc};$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}};$$

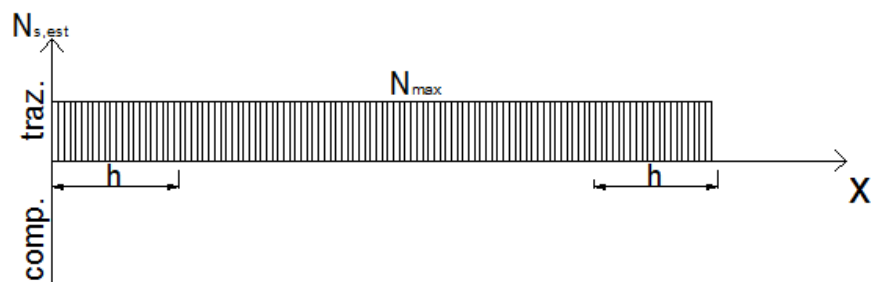
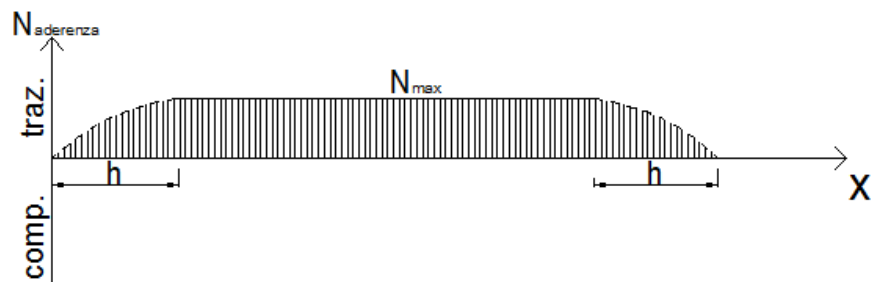
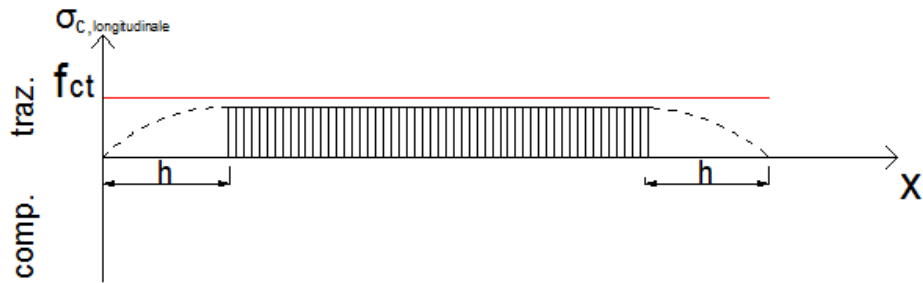
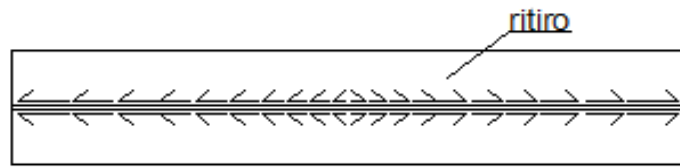
$$n = \frac{E_s}{E_c}.$$

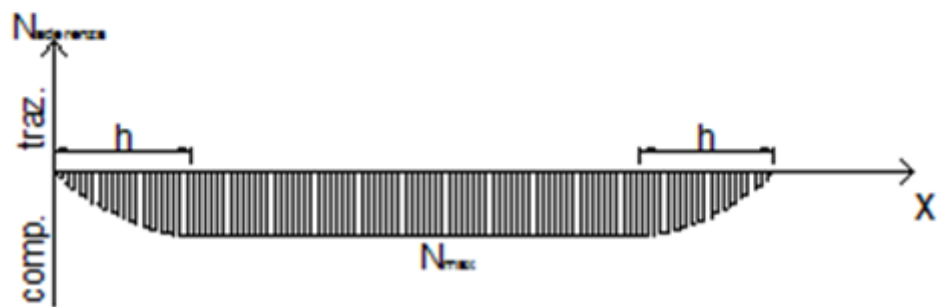
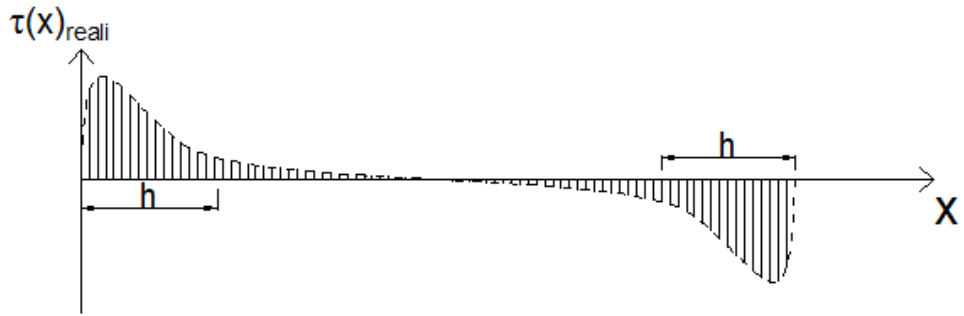
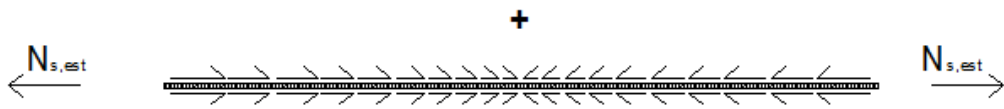
### 4.7.1 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito

#### 4.7.1.1 Modello analitico



=





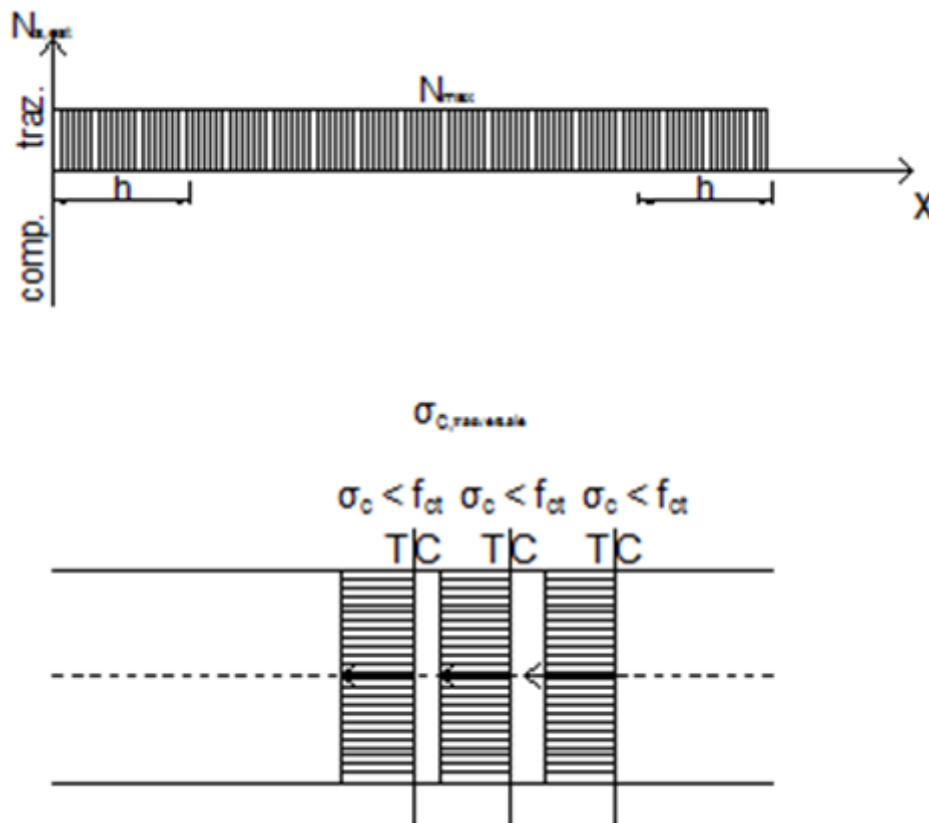


Figura 131 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'elemento di calcestruzzo e armatura centrata tesa nello schema strutturale labile (esternamente).

Condizione di congruenza:

$$\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_s \text{ condizione puntuale}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s \text{ condizione globale}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l dl + \int_0^l \frac{N_{s,est}}{E_c A_c} dx = + \int_0^l dl + \int_0^l \frac{N_{s,est}}{E_s A_s} dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \varepsilon_c(x) dx + \frac{N_{s,est}}{E_c A_c} \int_0^l dx = + \int_0^l \varepsilon_s(x) dx + \frac{N_{s,est}}{E_s A_s} \int_0^l dx$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} = - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}$$

Ipotesi 1): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} = - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \int_0^l dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} = - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} = - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}$$

$$N_{aderenza,max} = \left[ \varepsilon_{cs} + N_{s,est} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)$$

Ipotesi 2): andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx &= \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} \frac{x^2}{l^2} dx = \\ &= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = \\ &= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx &= \\ &= \int_0^{\frac{l}{10}} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx + \int_{\frac{l}{10}}^{\frac{9}{10}l} \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \int_{\frac{9}{10}l}^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \frac{x^2}{l^2} dx = \\ &= \frac{1}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{8}{10} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{271}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = \\ &= \frac{2672}{3000} \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} = 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_c A_c} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} &= - \int_0^l \frac{N_{aderenza}(x)}{E_s A_s} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \\
 -\varepsilon_{cs} * l + 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} &= \\
 = -0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \left[ \varepsilon_{cs} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right) = \\
 &= \left[ \varepsilon_{cs} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{E_c A_c E_s A_s}{E_c A_c + E_s A_s} \right) = \\
 &= \left[ \varepsilon_{cs} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{A_c E_s A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \\
 &= \left[ \varepsilon_{cs} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)
 \end{aligned}$$

Si osserva che si è considerato un elemento avente un rapporto tra le dimensioni pari a  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ , in cui si è assunta una suddivisione in tre porzioni:

- due zone di estremità “diffusive” di lunghezza pari a  $\frac{1}{10}$  della luce complessiva;
- una zona centrale di lunghezza pari a  $\frac{8}{10}$  della luce complessiva in cui valgono le ipotesi del solido di De Saint Venant.

#### 4.7.1.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

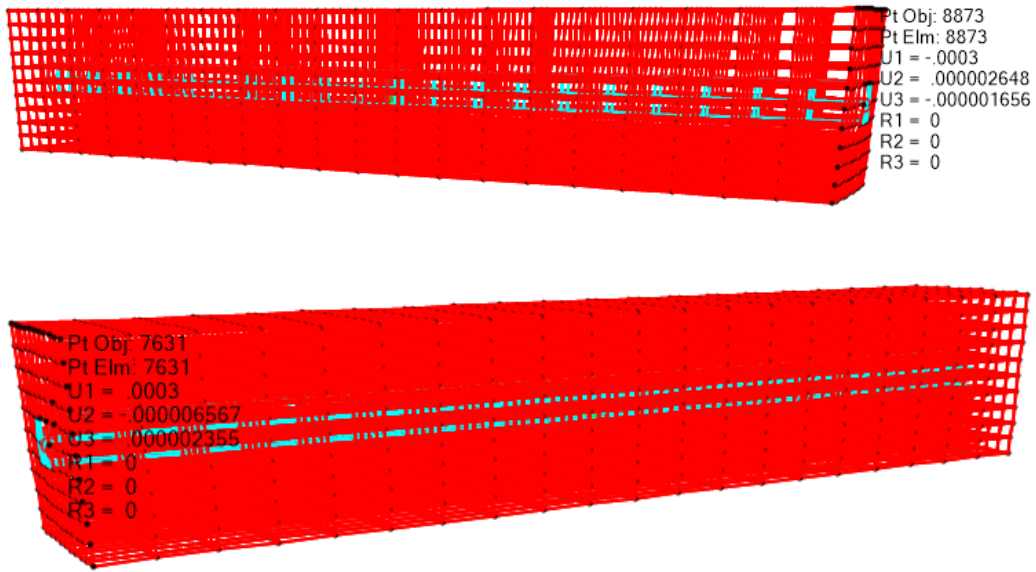


Figura 132 - Grafico degli spostamenti.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$ :

$$\begin{aligned}
 N_{max} &= \left[ \varepsilon_{cs} + N_{s,est} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= \left[ 2,6586 * 10^{-4} + 100000 \left( \frac{1}{210000 * 10000} - \frac{1}{36283 * 240000} \right) \right] * \\
 &* \left( \frac{210000 * 10000 * 240000}{300000} \right) = 507326,4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\Delta l_c = \Delta l_s$$

$$-\varepsilon_{cs} * l + \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_c A_c} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_c A_c} = - \int_0^l \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s}$$



$$\begin{aligned}
 \Delta l_{c,per\ lato} &= \frac{\Delta l_c}{2} = - \int_0^l \frac{N(x)}{E_s A_s} dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} = \\
 &= - \frac{N_{aderenza,max}}{E_s A_s} \int_0^l dx + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} = \\
 &= - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_s A_s} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} = \\
 &= - \frac{507326,4 * 3000}{210000 * 10000} + \frac{100000 * 3000}{210000 * 10000} = 0,290\ mm = 0,290 * 10^{-3}\ m = \\
 &= 0,000290\ m
 \end{aligned}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$\begin{aligned}
 N_{max} &= \left[ \varepsilon_{cs} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= \left[ 2,6586 * 10^{-4} + 100000 \left( \frac{1}{210000 * 10000} - \frac{1}{36283 * 240000} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \\
 &* \left( \frac{210000 * 10000 * 240000}{300000} \right) = 570029,66\ N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta l_{c,per\ lato} &= \frac{\Delta l_c}{2} = - \frac{N_{max} * l}{E_s A_s} + \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} = \\
 &= - \frac{570029,66 * 3000}{210000 * 10000} + \frac{100000 * 3000}{210000 * 10000} = -0,671\ mm = \\
 &= -0,671 * 10^{-3}\ m = -0,000671\ m
 \end{aligned}$$

Valutazione delle sollecitazioni

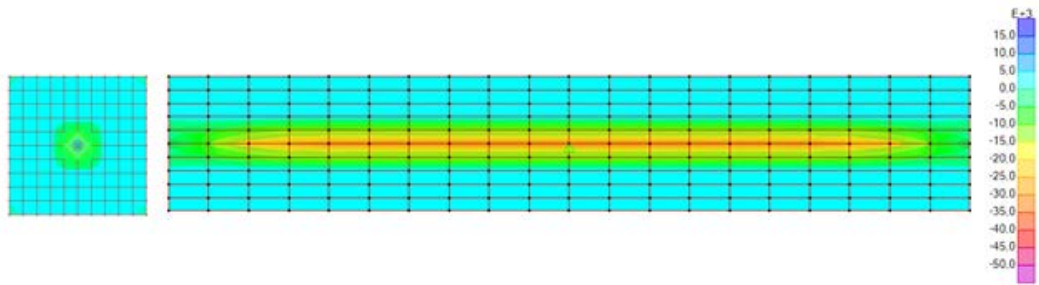


Figura 133 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

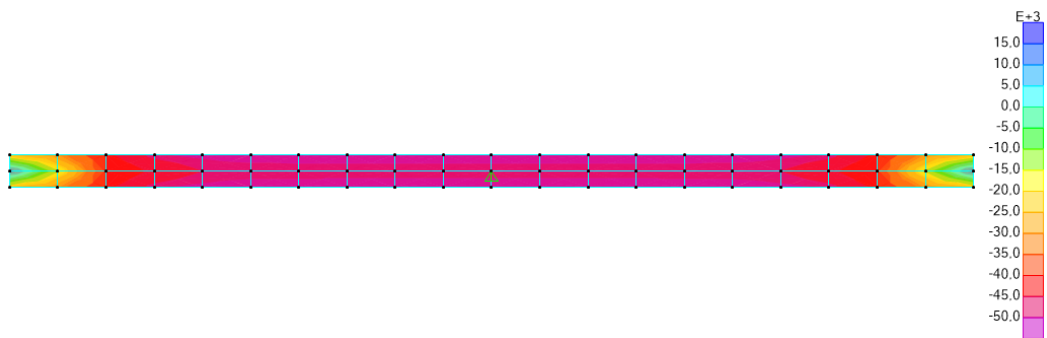


Figura 134 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.

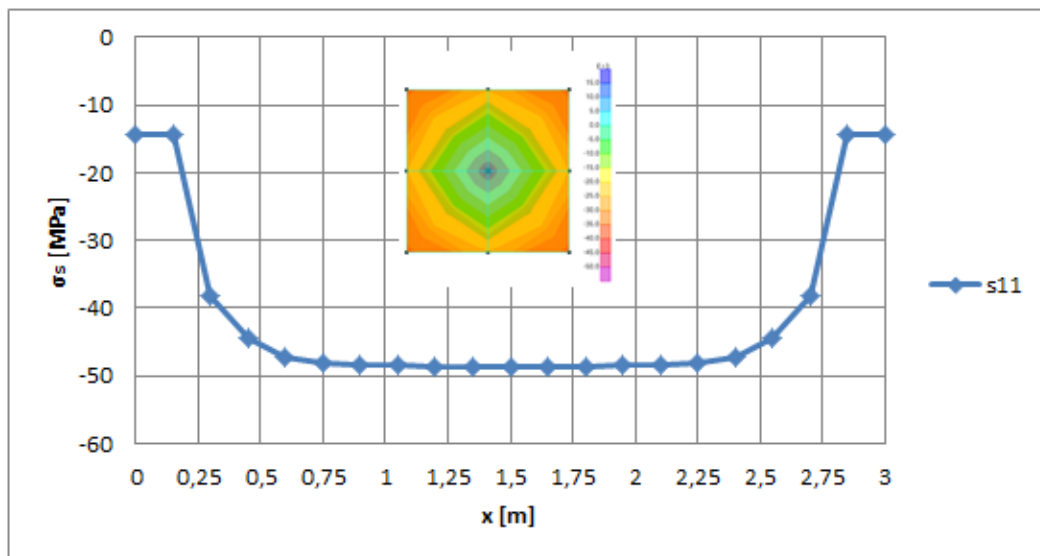


Figura 135 - Andamento delle tensioni nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

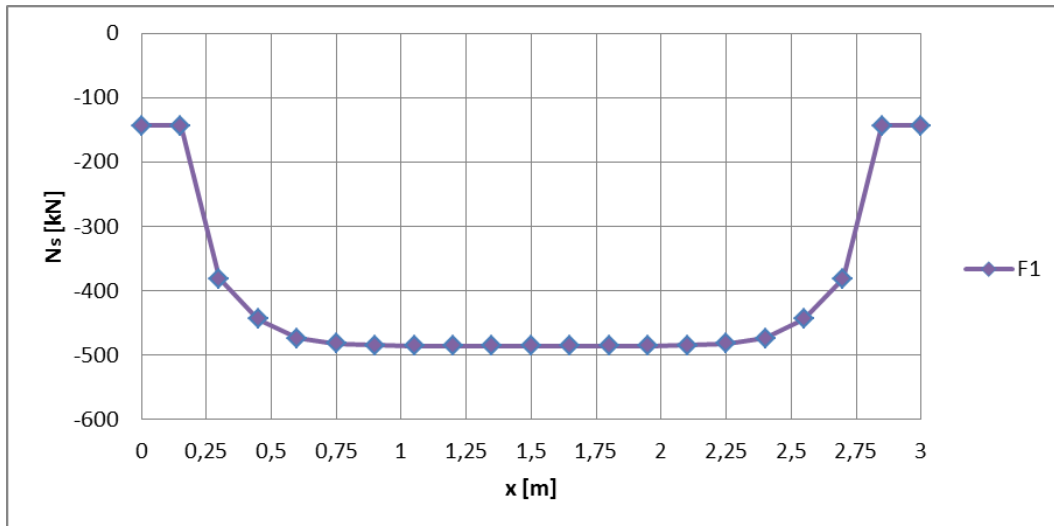


Figura 136 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 38 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	-48,579	[MPa]
$A_s$	$0,01 * 10^6$	[m <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	-485,78	[kN]

➤ lato calcestruzzo:

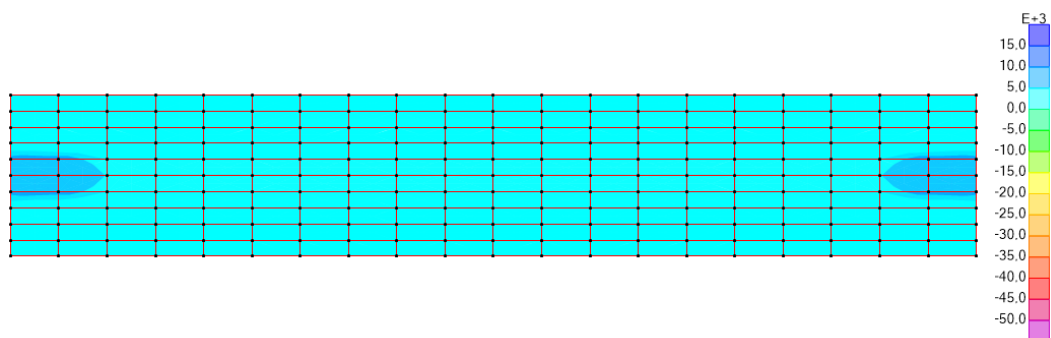


Figura 137 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

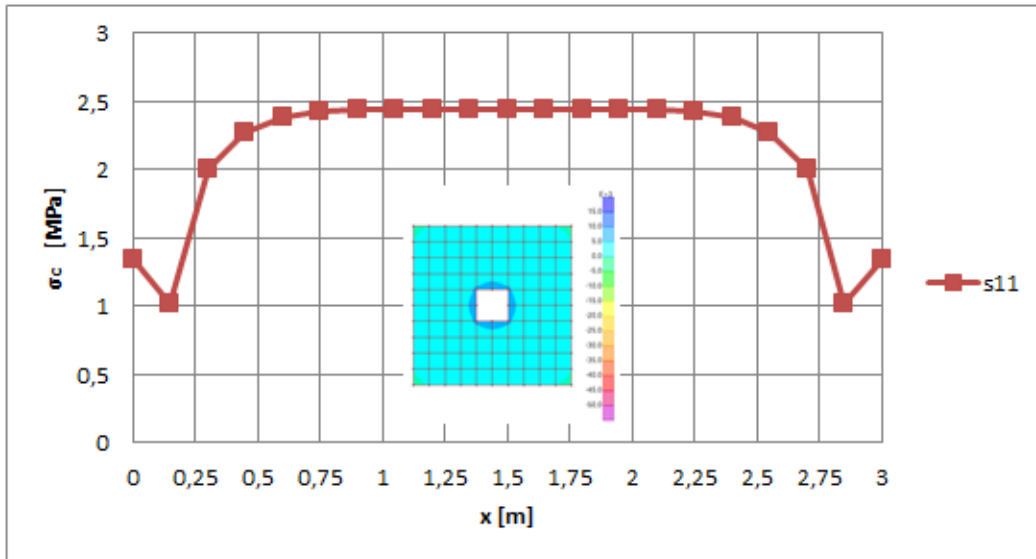


Figura 138 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

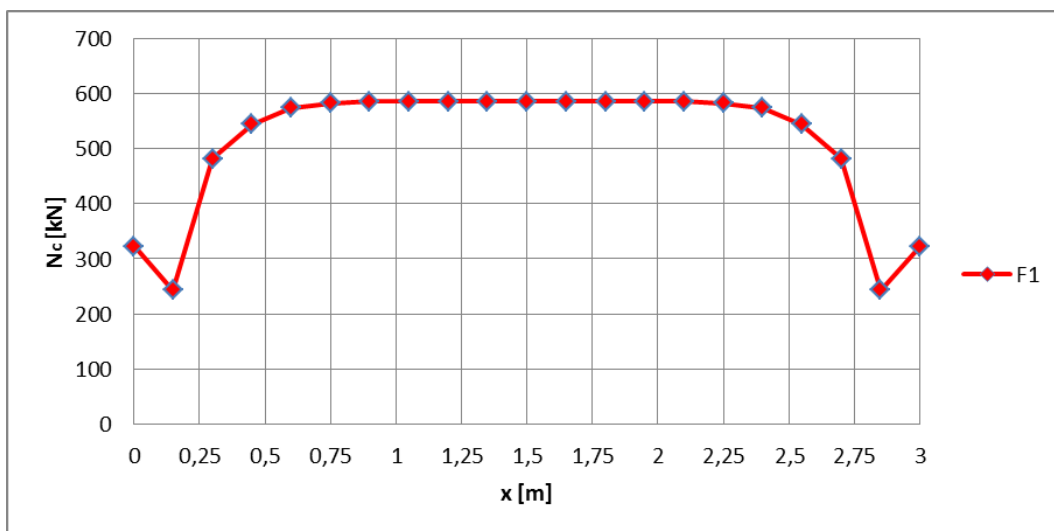


Figura 139 - Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 39 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}}$	2,440	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	585,60	[kN]

Si osserva come la presenza di una trazione esterna indotta nell'armatura comporti uno sgravio di sforzo nell'acciaio e un aggravio di sollecitazione nel calcestruzzo rispetto allo stesso schema strutturale studiato in precedenza in assenza dello sforzo esterno di trazione. Questo è vero fino a quando non si supera il limite di resistenza a trazione del calcestruzzo. Per fare un esempio di come avvenga la ripartizione della forza esterna tra i due materiali, si assume una forza esterna pari a 1 kN. Si osserva che la ripartizione avviene in base alle rigidzze rispettive delle porzioni di elemento costituite da uno dei due materiali:

$$E_c A_c = 36283 * 240000 = 8707920000 \text{ N } (\cong 80\%)$$

$$E_s A_s = 210000 * 10000 = 2100000000 \text{ N } (\cong 20\%)$$

Dunque del 1 kN applicato esternamente, il 20% va a sgravare l'acciaio (-505,3858 kN  $\Rightarrow$  -505,1899 kN), mentre l'80% va ad aggravare il calcestruzzo (505,3858 kN  $\Rightarrow$  506,1900 kN).

Con tale forza esterna il calcestruzzo la vora a circa 3,48 kg/cm<sup>2</sup> a trazione; tale tasso di lavoro è compatibile con la resistenza limite a trazione del calcestruzzo, che quindi non si trova ancora in condizioni fessurate, e dunque tale ripartizione dello sforzo esterno tra i due materiali è effettiva.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante tramite il modello analitico, che risulta:

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{max} = cost$ :

$$\begin{aligned} N_{max} &= \left[ \varepsilon_{cs} - N_{s,est} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\ &= \left[ 2,6586 * 10^{-4} + 100000 \left( \frac{1}{210000 * 10000} - \frac{1}{36283 * 240000} \right) \right] * \\ &* \left( \frac{210000 * 10000 * 240000}{300000} \right) = 507326,4 \text{ N} \end{aligned}$$

Dunque la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali rimane sostanzialmente invariata sia che l'armatura sia tesa esternamente sia che sia scarica.

- nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante nella zona centrale dell'elemento, mentre assume andamento parabolico nelle zone di estremità:

$$\begin{aligned}
 N_{max} &= \left[ \varepsilon_{cs} - \frac{N_{s,est} * l}{E_s A_s} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= \left[ 2,6586 * 10^{-4} + 100000 \left( \frac{1}{210000 * 10000} - \frac{1}{36283 * 240000} \right) \right] * \frac{1}{0,89} * \\
 &* \left( \frac{210000 * 10000 * 240000}{300000} \right) = 570029 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Dunque con buona approssimazione la risultante degli sforzi che si scambiano i due materiali, in corrispondenza della sezione di mezzeria, coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico: in particolare il calcolo analitico sottostima il valore della risultante dello sforzo assiale di un 14% nell'ipotesi di andamento dello sforzo assiale lineare, mentre nella seconda ipotesi di un 3%.

### 4.7.2 Elemento appoggiato su un piano ideale in assenza di attrito nello stato fessurato

#### 4.7.2.1 Modello analitico

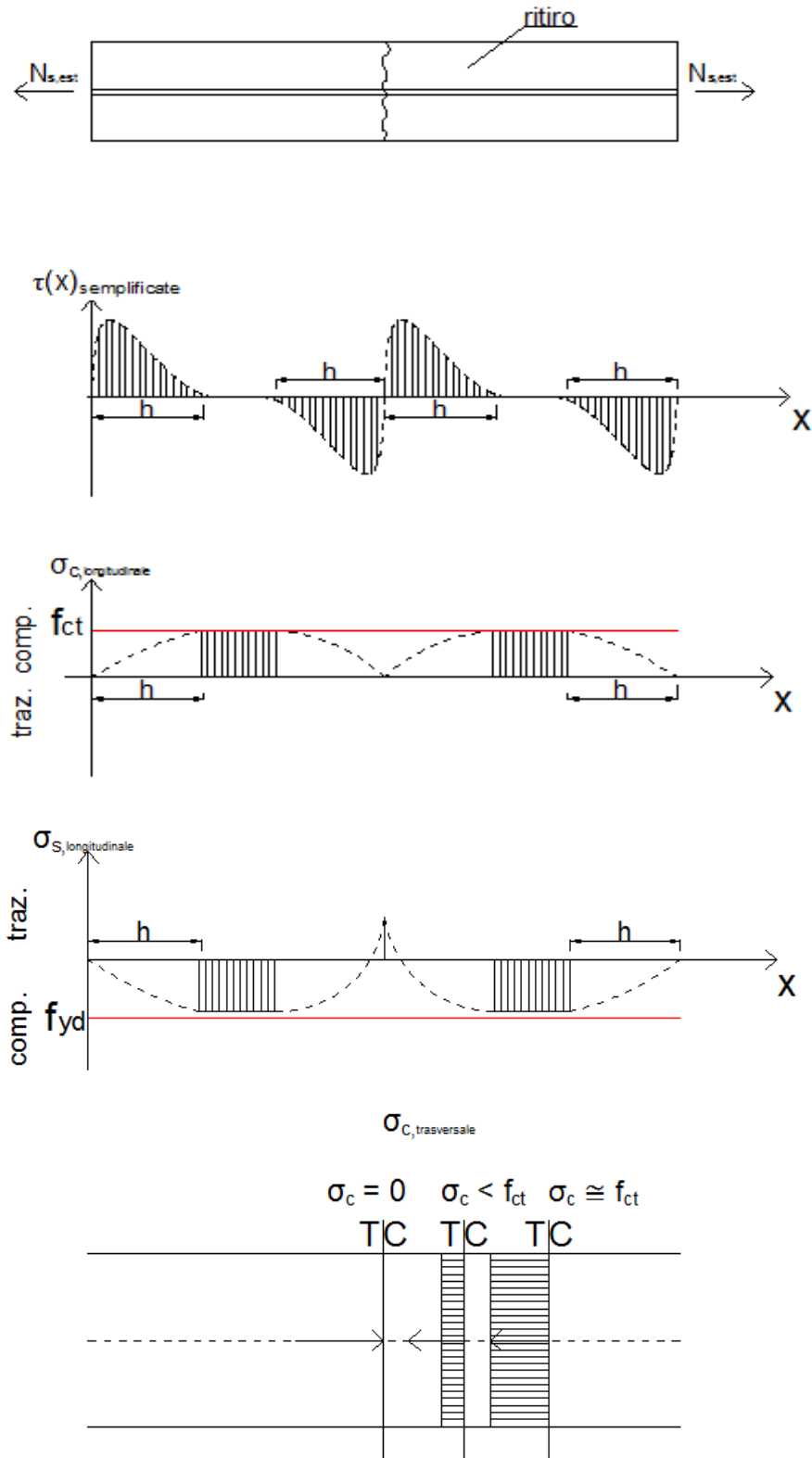


Figura 140 - Stato fessurato per lo schema strutturale labile

#### 4.7.2.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione degli spostamenti

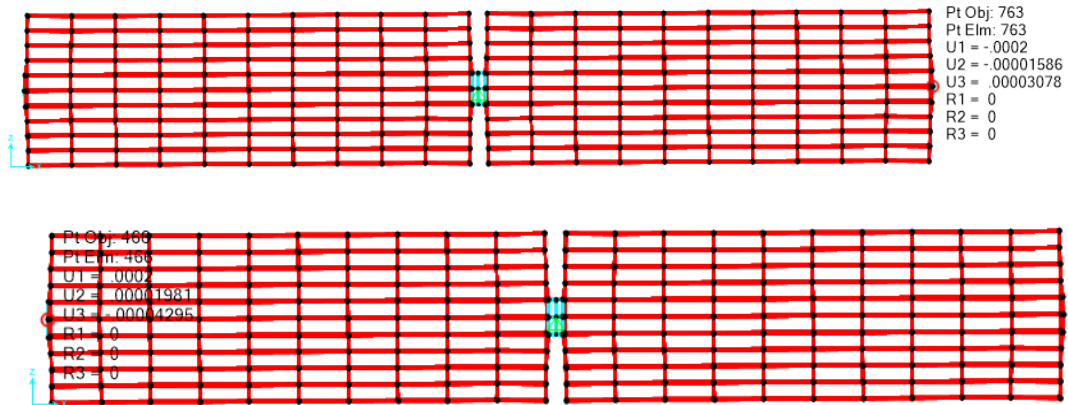


Figura 141 - Grafico degli spostamenti.

##### Valutazione delle sollecitazioni

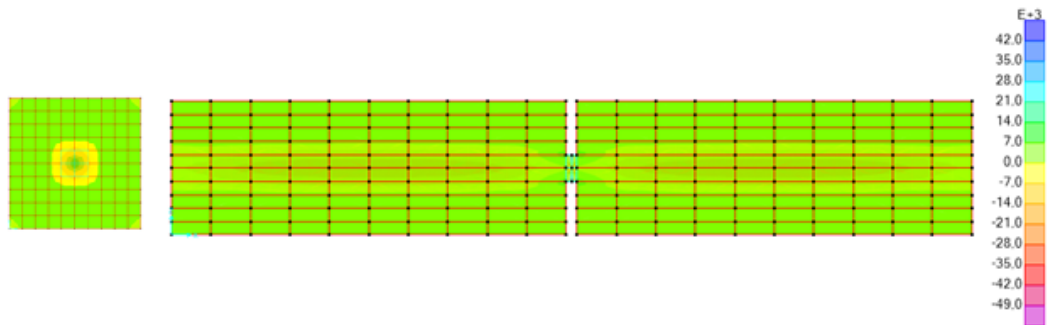


Figura 142 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

➤ lato acciaio:

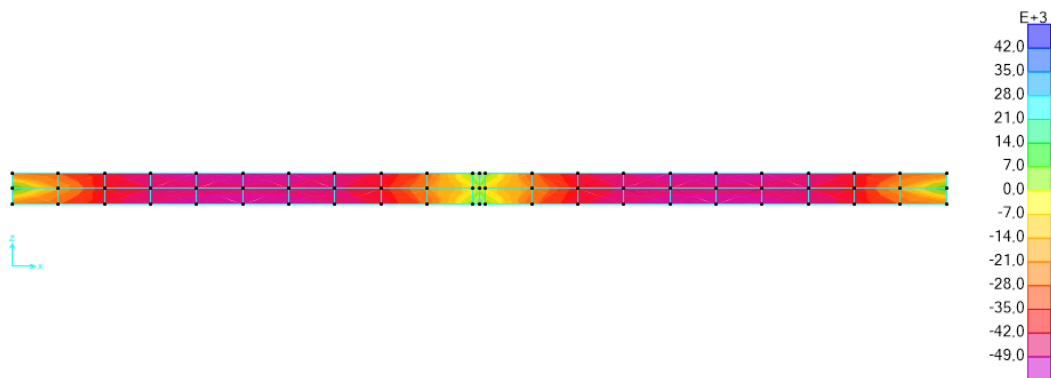


Figura 143 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nell'acciaio.



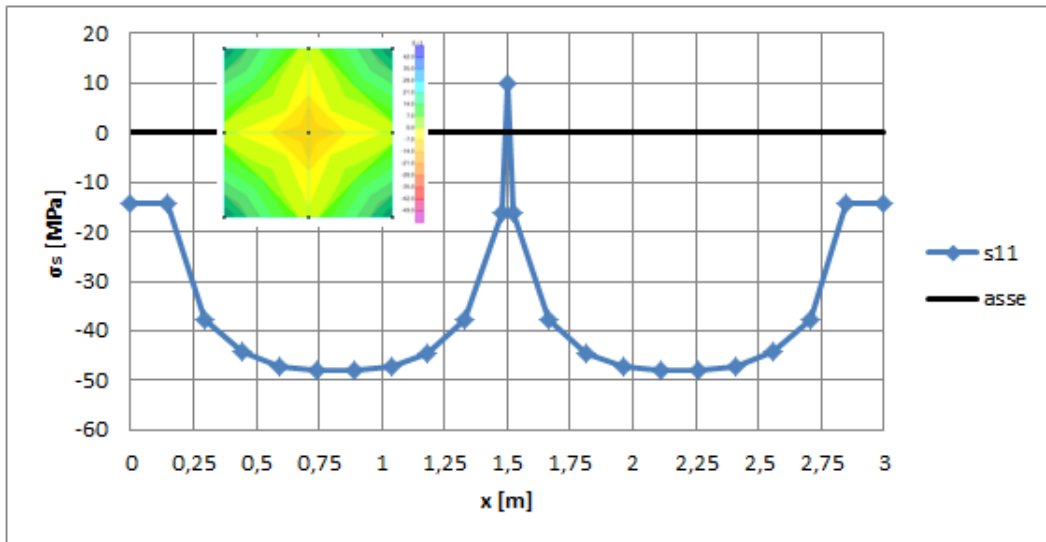


Figura 144 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

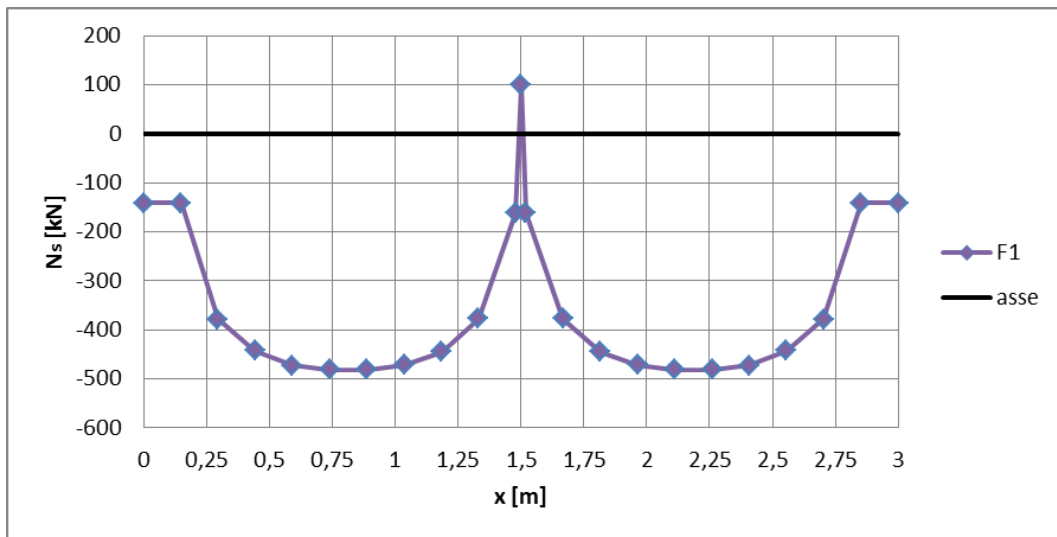


Figura 145 - Andamento dello sforzo assiale nell'acciaio sulla sezione longitudinale.

Tabella 40 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S11_{tot}$	10,00	[MPa]
$A_s$	$0,01 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	100	[kN]

Tale risultante in corrispondenza della sezione di mezzera fessurata corrisponde alla sforzo di trazione applicato esternamente all'armatura; tale circostanza si giustifica col fatto che in corrispondenza della sezione fessurata vi è solo l'armatura e non si ha interazione tra i due materiali con conseguente distribuzione delle sollecitazioni.

➤ lato calcestruzzo:

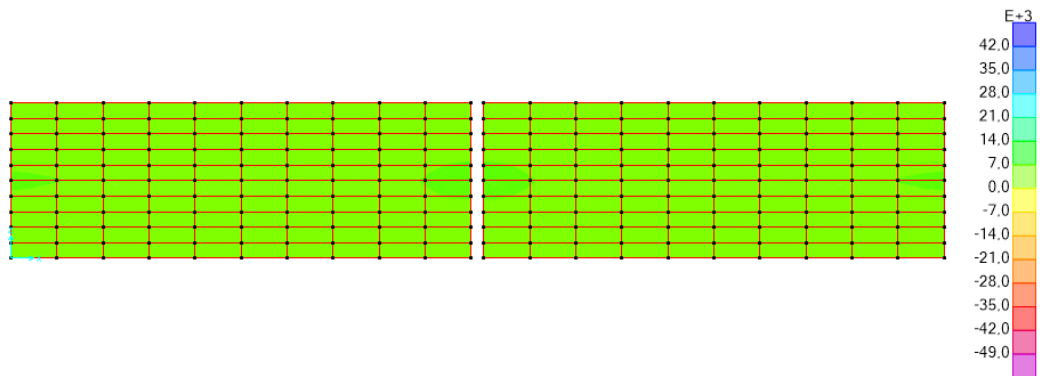


Figura 146 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave nel calcestruzzo.

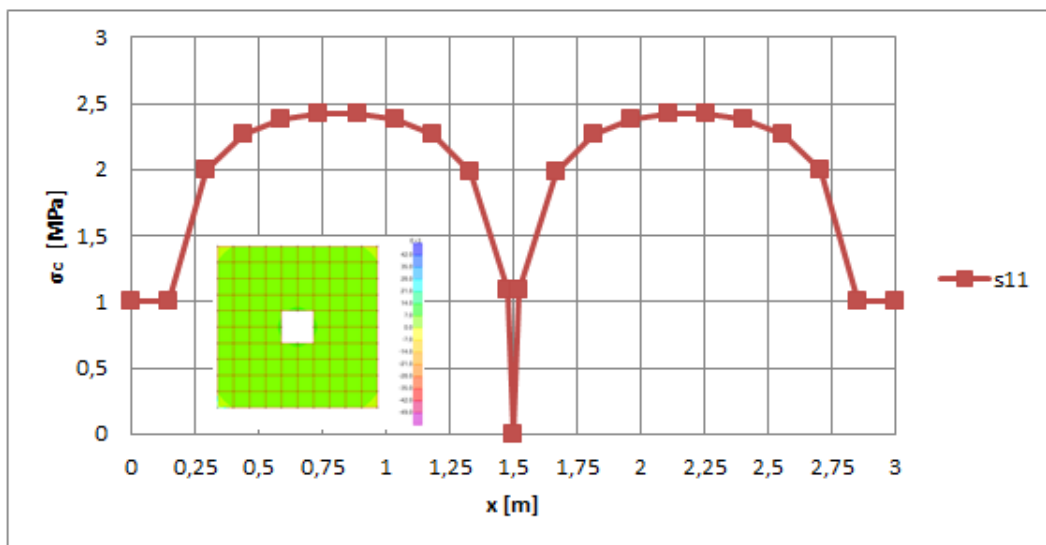


Figura 147 - Andamento delle tensioni nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

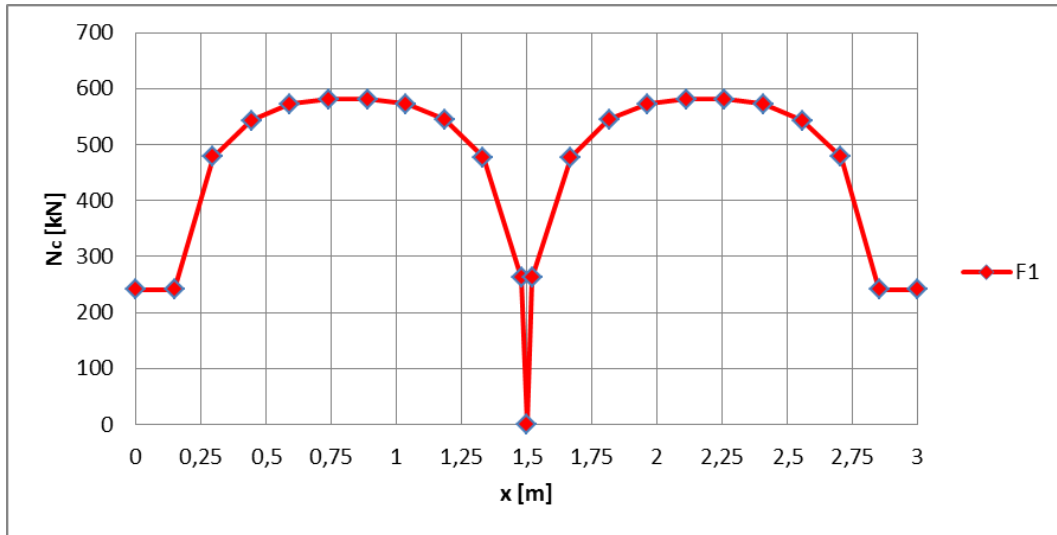


Figura 148- Andamento dello sforzo assiale nel calcestruzzo sulla sezione longitudinale.

Tabella 41 - Risultante dello sforzo assiale in corrispondenza della sezione a l/4.

$S11_{tot}$	2,385	[MPa]
$A_c$	$0,24 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante} = N_{max}$	573,0	[kN]

#### 4.8 Elemento a T di solo calcestruzzo con due calcestruzzi diversi per anima e soletta

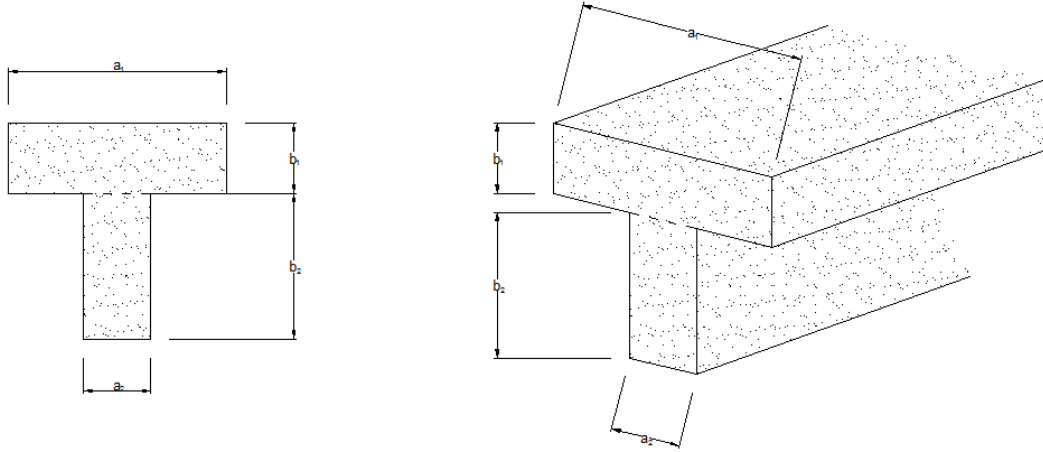


Figura 149 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck,sol}$ ;
- $f_{ck,a}$ ;
- RH;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_{0,sol} = \frac{2 \cdot A_{c,1}}{u_1} = \frac{2 \cdot (a_1 \cdot b_1)}{a_1 + 2b_1 + (a_1 - a_2)}$ ;
- $h_{0,a} = \frac{2 \cdot A_{c,2}}{u_2} = \frac{2 \cdot (a_2 \cdot b_2)}{a_2 + 2b_2}$ ;
- $y_{G\infty} = \frac{A_{c,sol} \cdot y_{G,sol} + A_{c,a} \cdot y_{G,a}}{A_{c,sol} + A_{c,a}} = \frac{(a_1 \cdot b_1) \cdot y_{G,sol} + (a_2 \cdot b_2) \cdot y_{G,a}}{(a_1 \cdot b_1) + (a_2 \cdot b_2)}$ ;
- Ipotesi:  $f_{ck,sol} < f_{ck,a}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 42 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento a sezione a T di solo calcestruzzo negli schemi strutturali considerati.

		<b>Tensioni/Sollecitazioni</b>	<b>Deformazioni/Spostamenti</b>
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$\sigma_{c,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} < f_{ct,sol}$ $\sigma_{c,a} = \frac{N_a}{A_{c,a}} < f_{ct,a}$	$\varepsilon_{c,sol} = \frac{\sigma_{c1,sol}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c}$ $= \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_{c,a} = \frac{\sigma_{c1,a}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} = 0$ $N_a = \varepsilon_{cs,a} * E_{c,a} * A_{c,a} = 0$	$\Delta l_{c,sol} = \varepsilon_{cs,sol} * l$ $\Delta l_{c,a} = \varepsilon_{cs,a} * l$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_{c1,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} < f_{ct,sol}$ $\sigma_{c1,a} = \frac{N_a}{A_{c,a}} < f_{ct,a}$	$\varepsilon_{c1,sol} = \frac{\sigma_{c1,sol}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c}$ $= \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_{c1,a} = \frac{\sigma_{c1,a}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} <$ $< N_{cr,sol} = f_{ct,sol} * A_{c,sol}$ $N_a = \varepsilon_{cs,a} * E_{c,a} * A_{c,a} <$ $< N_{cr,a} = f_{ct,a} * A_{c,a}$	$\Delta l_{c,sol} = 0$ $\Delta l_{c,a} = 0$
	fessurato	$\sigma_{c2,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} = 0$ $\sigma_{c2,a} = \frac{N_a}{A_{c,a}} < f_{ct,a}$	$\varepsilon_{c2,sol} = 0$ $\varepsilon_{c2,a} = \frac{N_a}{E_{c,a} A_{c,a}}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} =$ $= N_{cr,sol} = f_{ct,sol} * A_{c,sol}$ $N_a = \varepsilon_{s,a} * E_{s,a} * A_{s,a} <$ $< N_{ult,a} = f_{yd,a} * A_{s,a}$	$\Delta l_{c,sol} = 0$ $\Delta l_{c,a} = 0$

Dove:

$$\varepsilon_{c1} \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct,sol} = \frac{N_{cr,sol}}{A_{c,sol}};$$

$$f_{ct,a} = \frac{N_{cr,a}}{A_{c,a}};$$

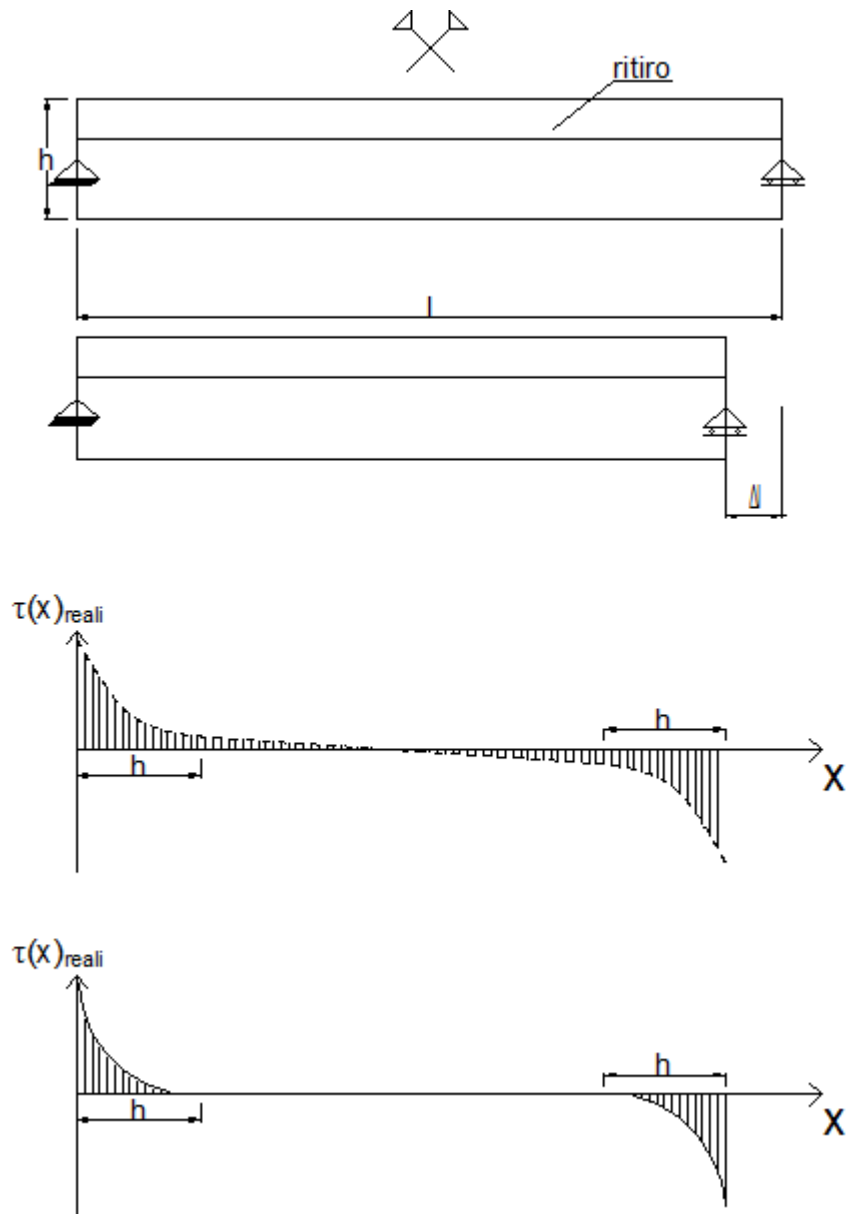
$$A_{c,sol} = a_1 * b_1;$$

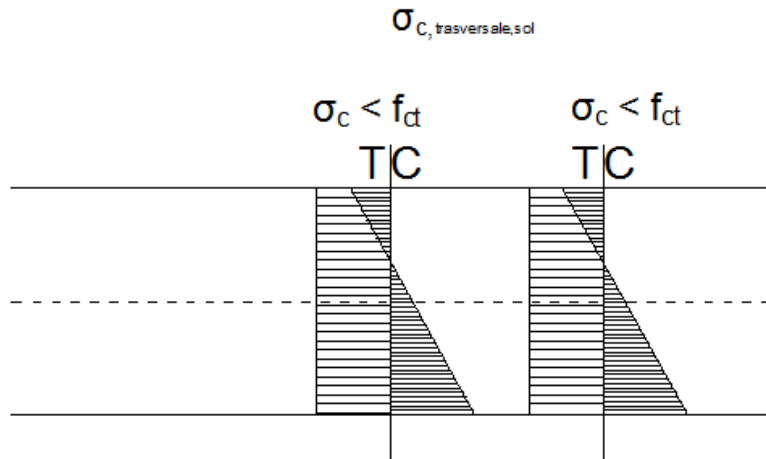
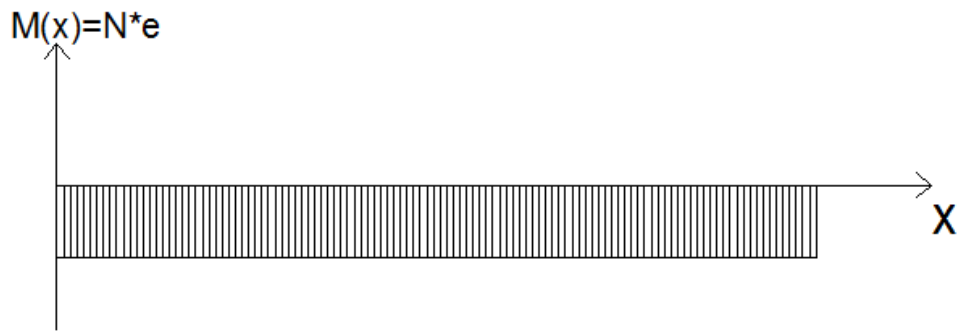
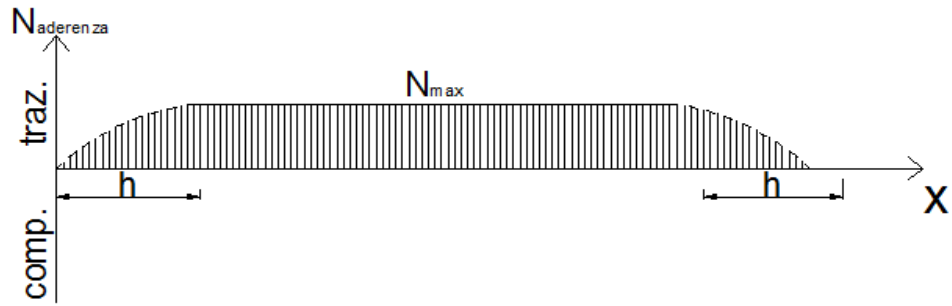
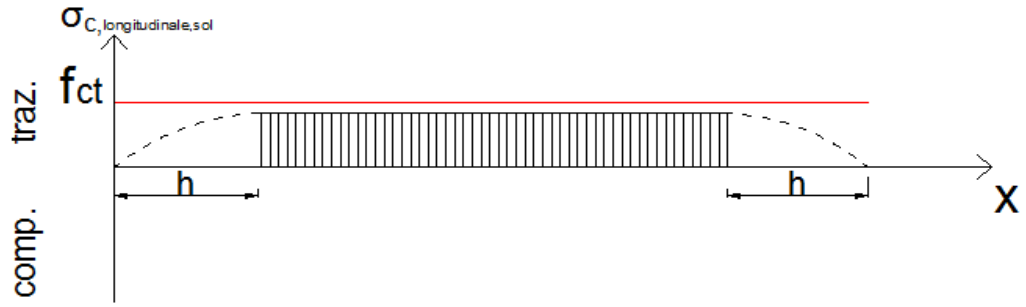
$$A_{c,a} = a_2 * b_2;$$

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}}.$$

#### 4.8.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

##### 4.8.1.1 Modello analitico







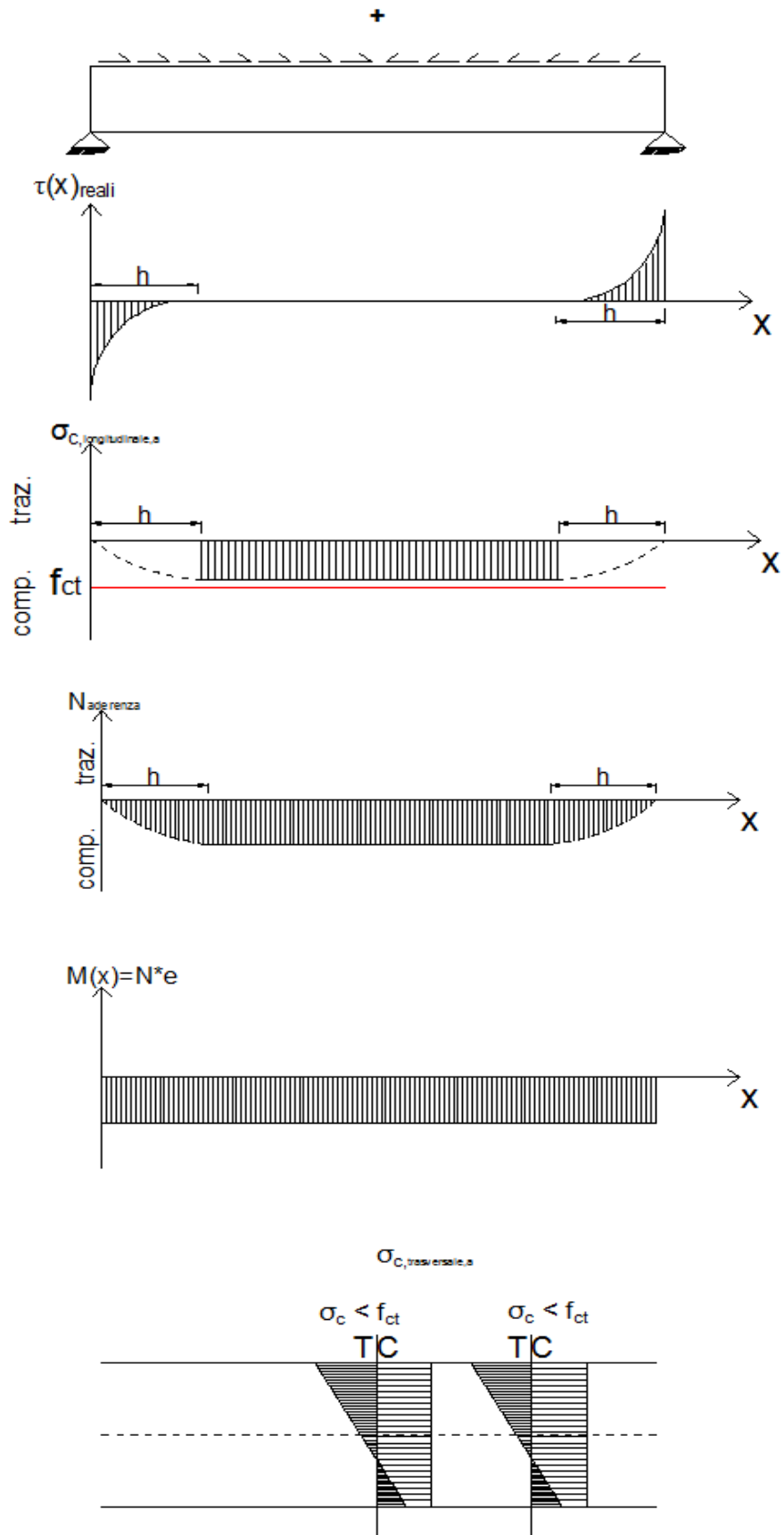


Figura 150 - Elemento a sezione a T costituito da anima e soletta di calcestruzzo nello schema strutturale isostatico (esternamente).

L'effetto del ritiro è paragonabile all'applicazione di una variazione di temperatura negativa.

Si considera la sezione a T trattata in precedenza, in cui è soggetta ad una variazione termica negativa solo l'ala superiore. Per garantire la connessione tra ala e anima devono nascere degli sforzi che si scambiano reciprocamente le due parti costituenti la trave.

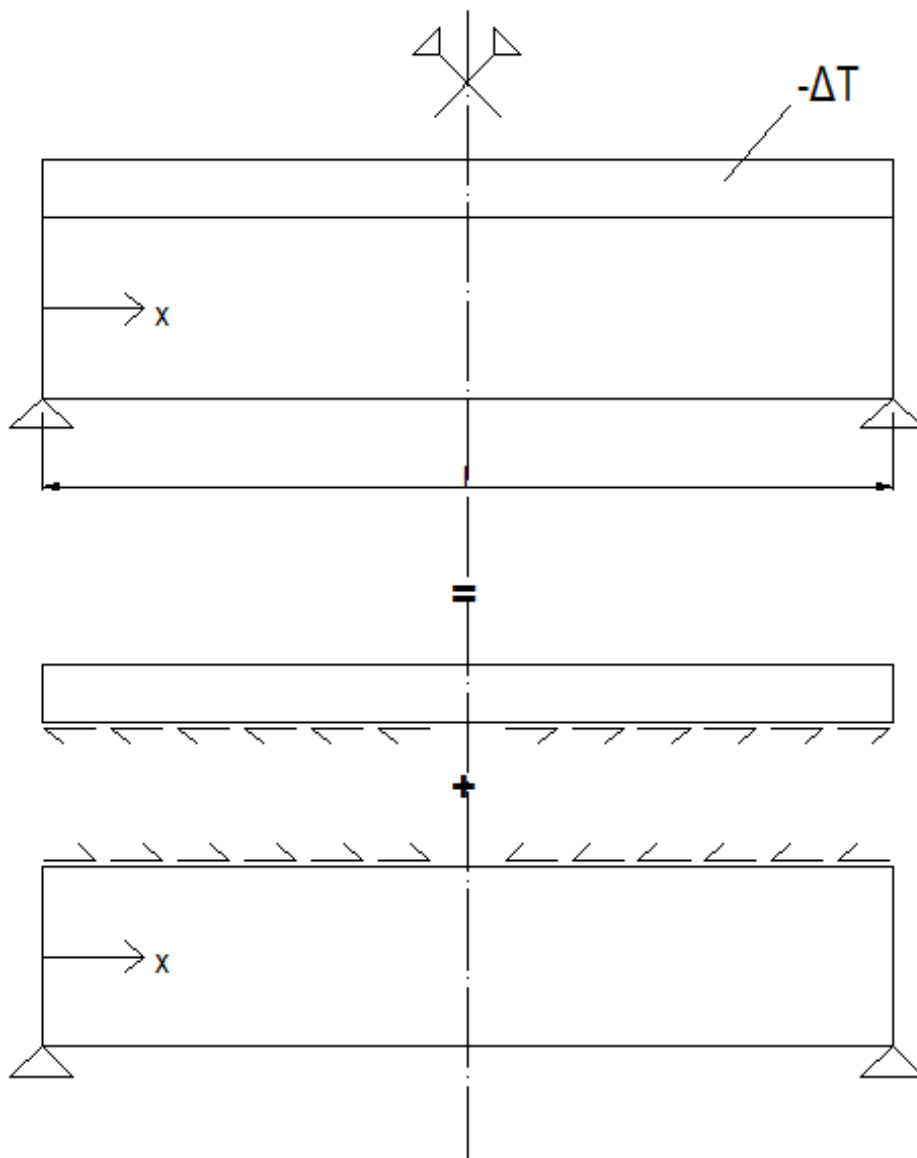


Figura 151 - Tensioni che si generano all'interfaccia tra soletta e anima.

A causa di tale distribuzione di sforzi le due parti costituenti la trave risultano soggette al seguente stato di sollecitazione:

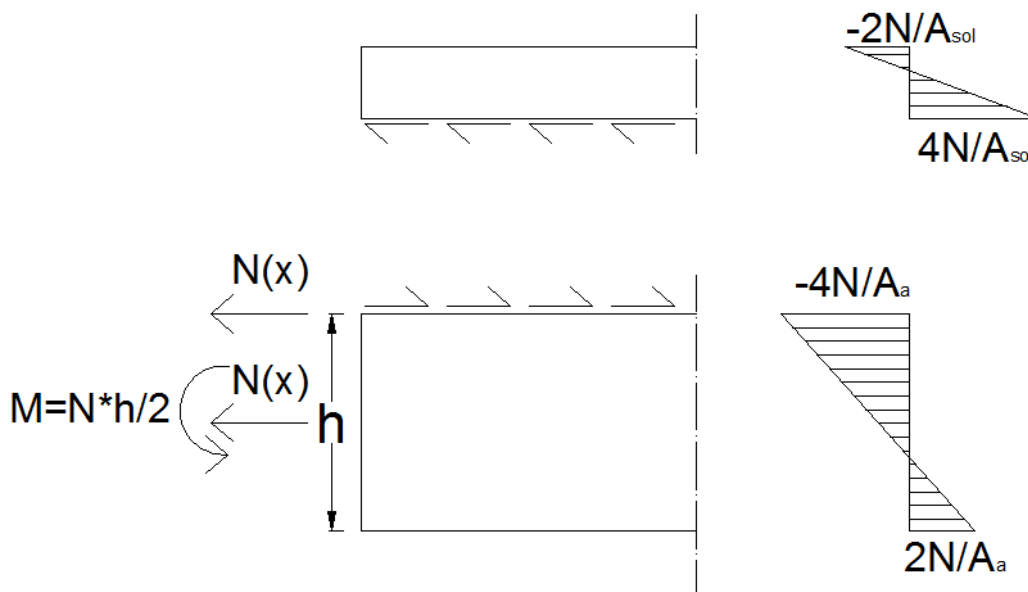


Figura 152 - Stati tensionali nella soletta e nell'anima.

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{N}{h * s} \pm \frac{N * \frac{h}{2}}{\frac{s * h^2}{6}} = \frac{N}{A} \pm \frac{N * \frac{h}{2}}{A * \frac{h}{6}} = \frac{N}{A} \pm 3 \frac{N}{A} = \begin{cases} 4 \frac{N}{A} \\ -2 \frac{N}{A} \end{cases}$$

Condizione di congruenza tra soletta e anima:

$$\varepsilon_{c,sol}(x) = \varepsilon_{c,a}(x)$$

Tale condizione è necessaria affinché siano uguali ovunque gli spostamenti. Nello scrivere tale condizione si trascurano per semplicità i contributi derivanti dalla deformabilità flessionale dei due elementi costituenti la trave.

$$\varepsilon_{c,a}(x) = -\frac{4N(x)}{E_c A_{c,a}}$$

$$\varepsilon_{c,sol}(x) = -\varepsilon_{cs} + \frac{4N(x)}{E_c A_{c,sol}}$$

$$\chi = \frac{4N}{EA} \frac{1}{\frac{2}{3}h} = \frac{6N}{EAh} = \frac{6N}{Ebh^2}$$

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol}b_{sol}h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2}$$

$$\frac{cN}{E_{sol}b_{sol}h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2}$$

$$c = 6 \frac{E_{sol}}{E_a} \frac{b_{sol}}{b_a} \frac{h_{sol}^2}{h_a^2}$$

Se anima e soletta sono dello stesso materiale o comunque di due materiali i cui moduli elastici differiscono di poco, allora si ha:

$$c = 6 \frac{b_{sol}}{b_a} \frac{h_{sol}^2}{h_a^2}$$

e il coefficiente è funzione solamente della geometria dell'elemento.

Si può verificare la circostanza in cui i due materiali abbiano moduli elastici molto diversi (ad esempio nel caso di sezioni miste acciaio-calcestruzzo) o in cui i rapporti geometrici tra le due parti costituenti la trave siano tali per cui è necessario modificare un coefficiente nella formula ricavata in precedenza. Dunque la deformazione della soletta si esprime nel modo seguente:

$$\varepsilon_{c,sol}(x) = -\varepsilon_{cs} + \frac{N(x)}{E_c A_{c,sol}}$$

Si osserva che nel termine che esprime la deformazione dell'ala superiore dovuta a  $N(x)$  non compare il coefficiente 4; ciò è dovuto al fatto che l'ala superiore a causa delle tensioni a cui è soggetta tenderebbe ad inflettersi molto di più di quanto non faccia l'anima sottostante (che ha un momento d'inerzia maggiore), ma dato che i due elementi collaborano, l'anima esplica degli sforzi sull'ala superiore che le impediscono di inflettersi. Con l'approccio considerato si trascurano tali sforzi espliciti dall'anima e quindi per tenere conto di questo fatto si applica una riduzione delle tensioni aventi distribuzione a farfalla nell'ala superiore.

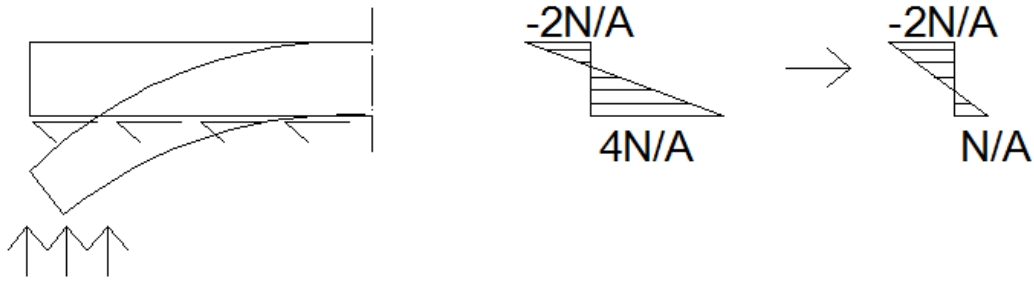


Figura 153 - Accorgimento per tenere conto della flessione della soletta impedita dall'anima sottostante.

Si scrivono le equazioni di congruenza considerando l'ipotesi fatta in riferimento alla ridotta capacità di inflettersi della soletta.

$$\varepsilon_{c,sol}(x) = \varepsilon_{c,a}(x)$$

$$-\varepsilon_{cs} + \frac{N(x)}{E_c A_{c,sol}} = -\frac{4N(x)}{E_c A_{c,a}}$$

Da cui si ricava  $N(x)$  e poi derivando si ricava la distribuzione  $\tau(x)$ .

Si cerca ora di ipotizzare la distribuzione delle  $\tau(x)$  che nascono tra le due parti costituenti la trave ragionando per assurdo:

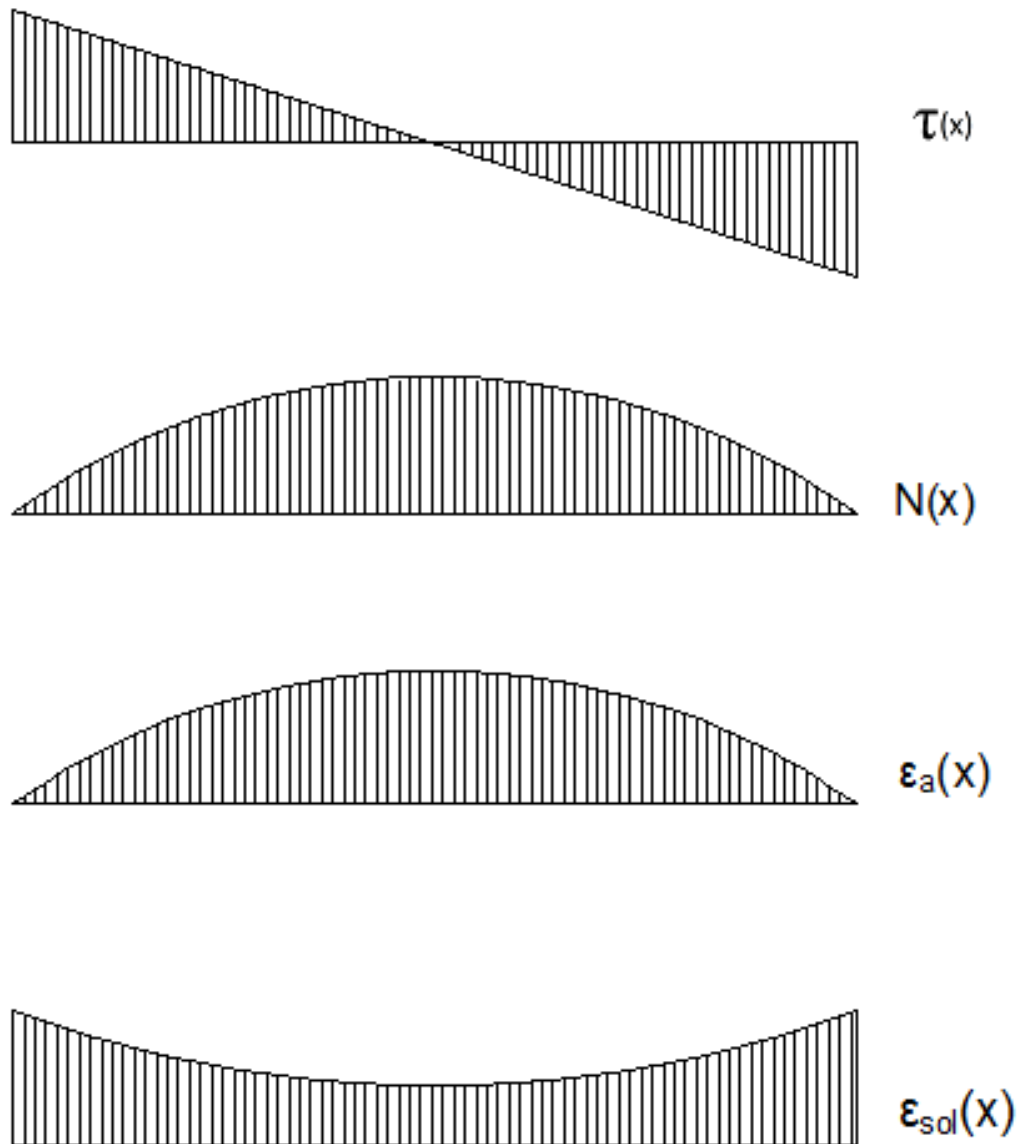


Figura 154 - Prima ipotesi sugli andamenti di tensioni, risultante delle tensioni, deformazioni.

Si osserva che non è possibile che  $N(x)$  assuma un valore tale che  $\varepsilon_{c,sol}(x) = \varepsilon_{c,a}(x)$ , dunque la distribuzione lineare ipotizzata per le  $\tau(x)$  non è corretta.

Si ipotizza allora una distribuzione parabolica:

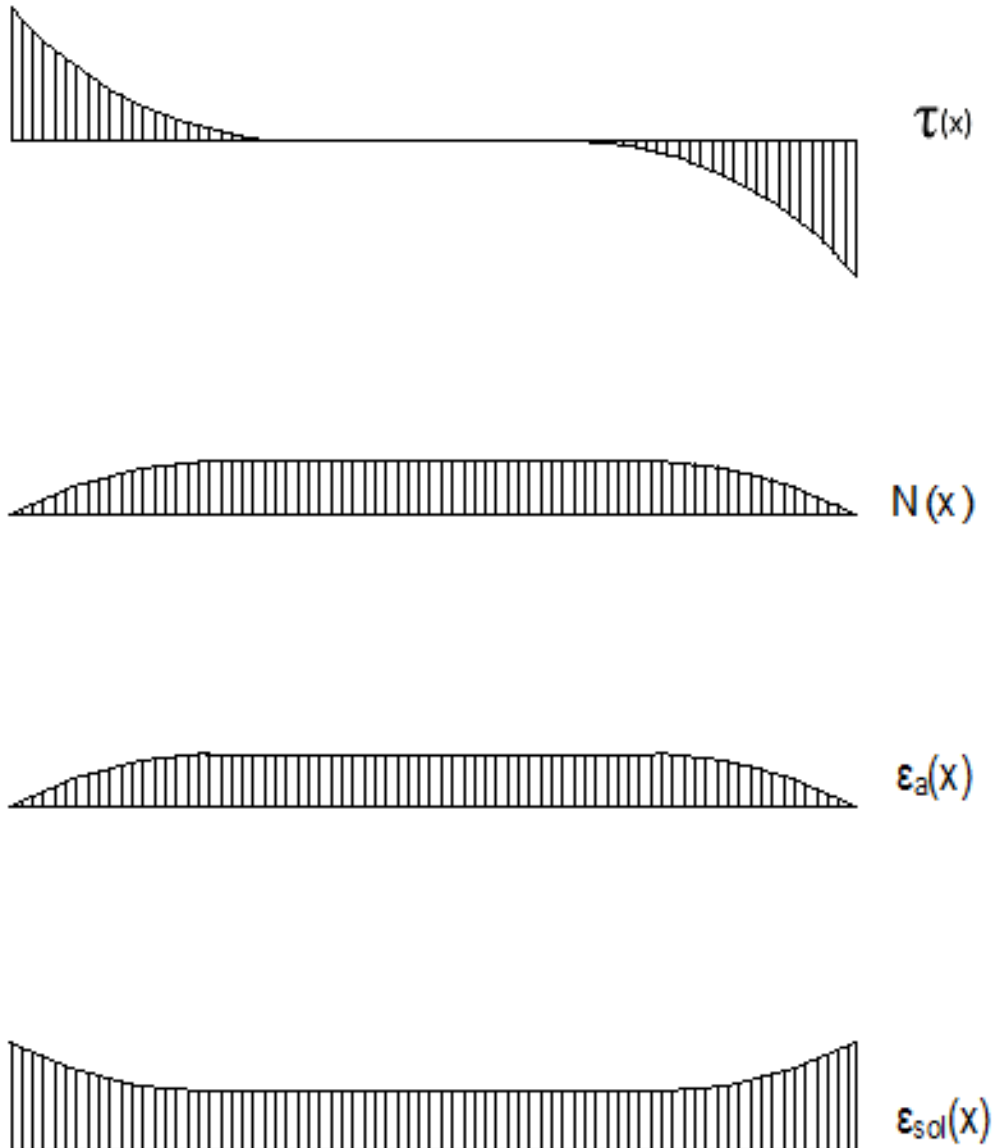


Figura 155 - Seconda ipotesi sugli andamenti di tensioni, risultante delle tensioni, deformazioni.

Si osserva che i profili di  $\varepsilon_{c,so}(x)$  e  $\varepsilon_{c,a}(x)$  sono diversi ma tendono ad essere simili, infatti solo alle estremità permane una grossa differenza tra i due. Quindi l'unico andamento di  $N(x)$  che consente di assicurare la compatibilità è quello costante.

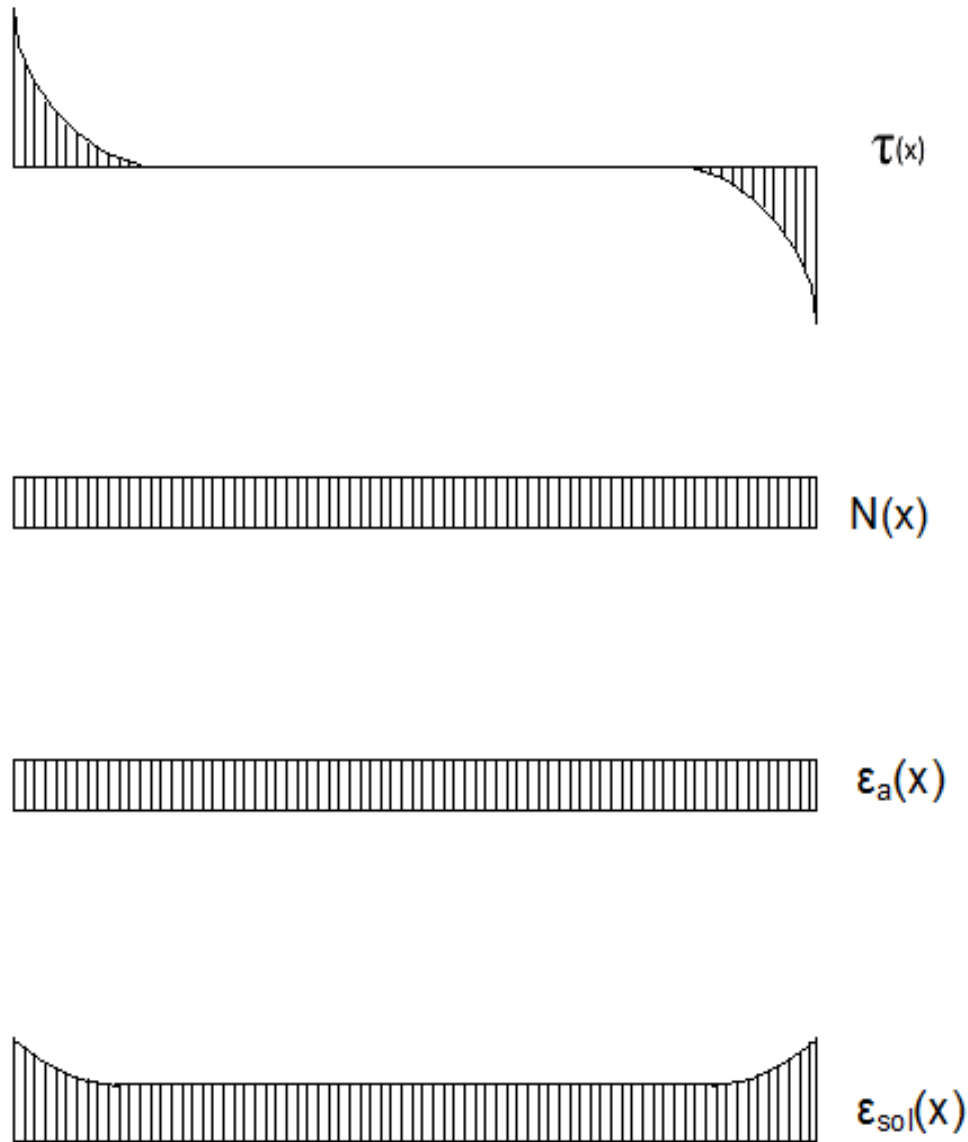


Figura 156 Diagrammi di tensioni, risultante delle tensioni, deformazioni.



Si può allora pensare un'azione concentrata alle estremità:

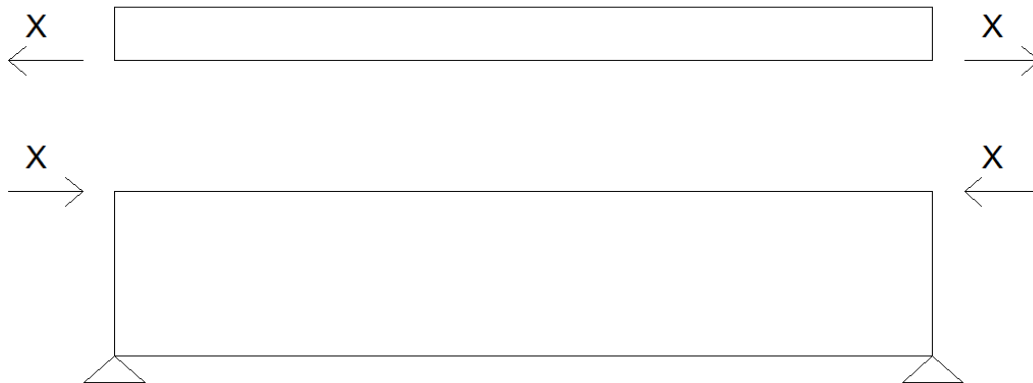


Figura 157 - Schematizzazione della risultante delle tensioni che si scambiano soletta e anima.

Questa è un'astrazione utile dal punto di vista applicativo, dovuta al fatto di impiegare ipotesi fortemente semplificative come:

- indeformabilità flessionale;
- conservazione delle sezioni piane per anima e ala superiore;
- perfetta aderenza tra i due elementi costituenti la trave.

In realtà  $X$  è la risultante di una distribuzione  $\tau(x)$  su un breve tratto localizzato agli estremi della trave. Si considera la risultante e non la distribuzione degli sforzi perché:

- il modello impiegato è cinematicamente povero e permette di calcolare solo la risultante, mentre la distribuzione degli sforzi si è solo ipotizzata ma non calcolata;
- si è adottata l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

Si può dunque calcolare la risultante  $X$  risolvendo l'equazione di congruenza scritta in precedenza:

$$-\varepsilon_{cs} + \frac{X}{E_c A_{c,sol}} = -\frac{4X}{E_c A_{c,a}} \Rightarrow -\varepsilon_{cs} = -X \left( \frac{4}{E_c A_{c,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{4}{E_c A_{c,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}} \right)}$$

Dunque da quanto detto risulta che in presenza di stati coattivi le tensioni che consentono di collegare due elementi si concentrano nelle zone terminali della zona di collegamento.

### Metodo dell'equilibrio

Si applica ora un metodo di calcolo alternativo basato sull'equilibrio; tale metodo prevede un'analisi per fasi, con una sostanziale applicazione del metodo dei vincoli ausiliari:

- Fase 1: si applicano dei vincoli ausiliari alla sola soletta di calcestruzzo, la quale volendosi contrarre per effetto del ritiro risulta così tesa per la presenza dei vincoli;

$$\sigma = \varepsilon_{cs} * \frac{E_{cm}}{2}$$

$$N = \sigma * A_c = \varepsilon_{cs} * \frac{E_a}{n_{cs}} * A_c$$

con:

$$E_{cm} = 9,5 * (f_{ck} + 8)^{\frac{1}{3}}$$

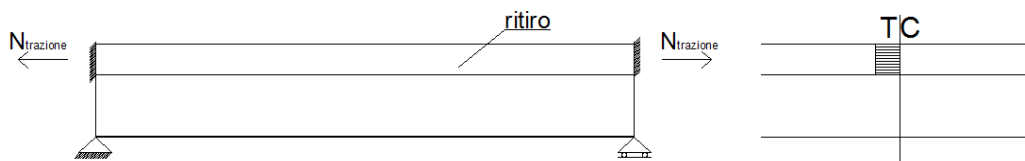


Figura 158 - Schema di calcolo di prima fase e diagramma delle tensioni corrispondenti.

- Fase 2: si calcolano gli effetti isostatici considerando la sollecitazione assiale ricavata in prima fase, applicandola cambiata di segno all'intera trave;

$$z_0 = y_{G,soletta} - y_{G,trave}$$

$$M = N * z_0$$

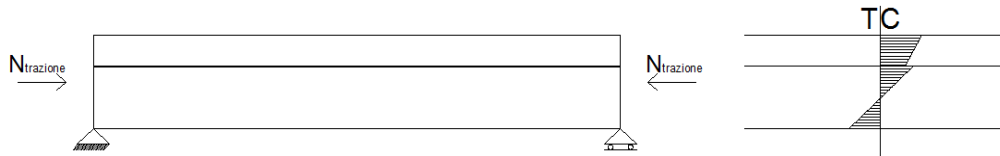


Figura 159 - Schema di calcolo di seconda fase e diagramma delle tensioni corrispondenti.

Sommando le sollecitazioni di prima e seconda fase si osserva una incongruenza in quanto risultano sollecitazioni anche alle estremità della trave, cosa che non è possibile in accordo con De Saint Venant. Questo deriva dal fatto che si è attuata un'applicazione del metodo dei vincoli ausiliari impropria: infatti nella due fasi si sono considerate due sezioni diverse.

Per ripristinare la congruenza alle estremità della trave si applica, in una terza fase di calcolo, un diagramma delle tensioni sulle sezioni di estremità, uguale e contrario a quello ricavato dal calcolo in modo da annullare le sollecitazioni fino ad una distanza dagli estremi circa pari all'altezza della sezione.

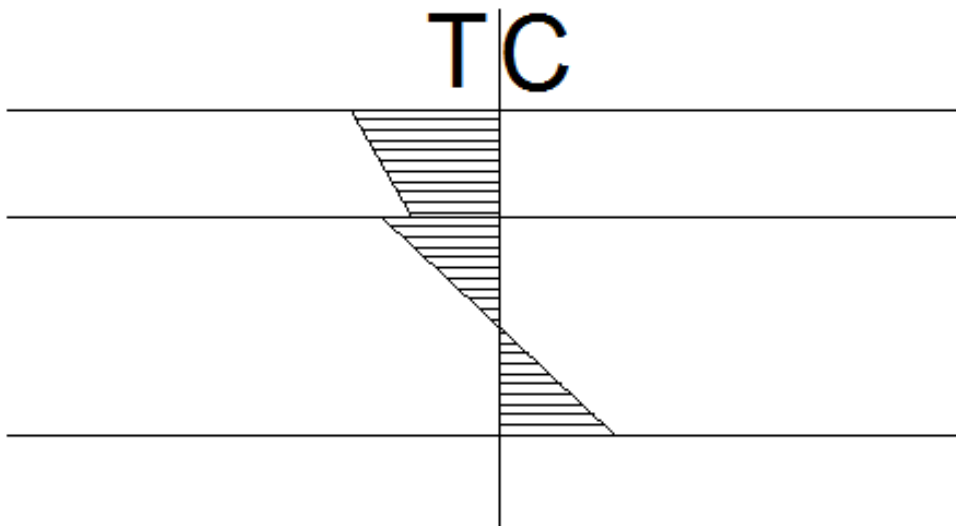


Figura 160 - Diagramma delle tensioni da applicare in terza fase alle sezioni di estremità.

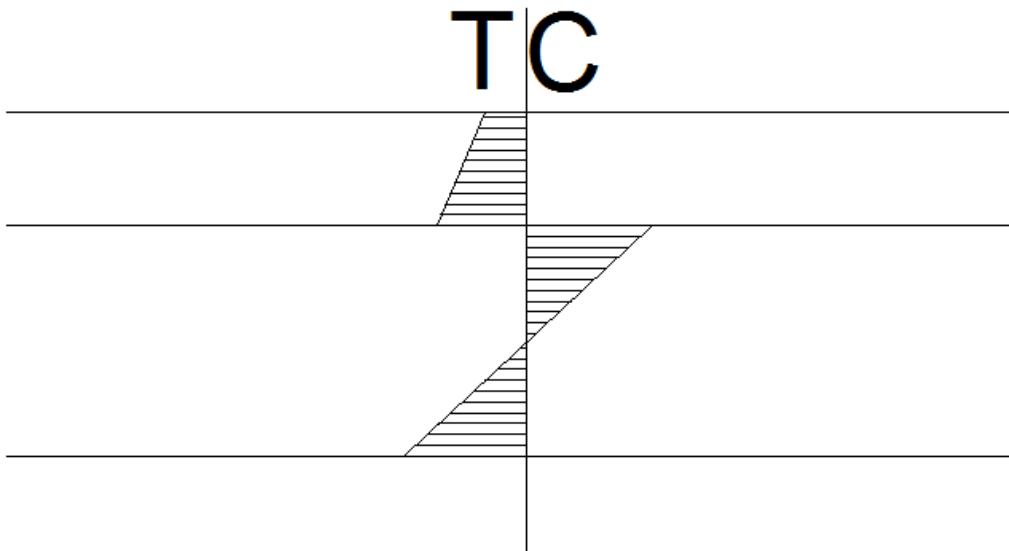


Figura 161 - Diagramma finale delle tensioni per tutte le sezioni poste ad una distanza dai bordi circa pari all'altezza della sezione.

#### 4.8.1.2 Modello numerico di raffronto

La trave a T che si è considerata è costituita da due differenti materiali, rispettivamente un calcestruzzo di classe C45/55 per la soletta e uno di classe C50/60 per l'anima della trave, ma si considera l'azione del ritiro agente solo sulla soletta.

La geometria considerata è la seguente:

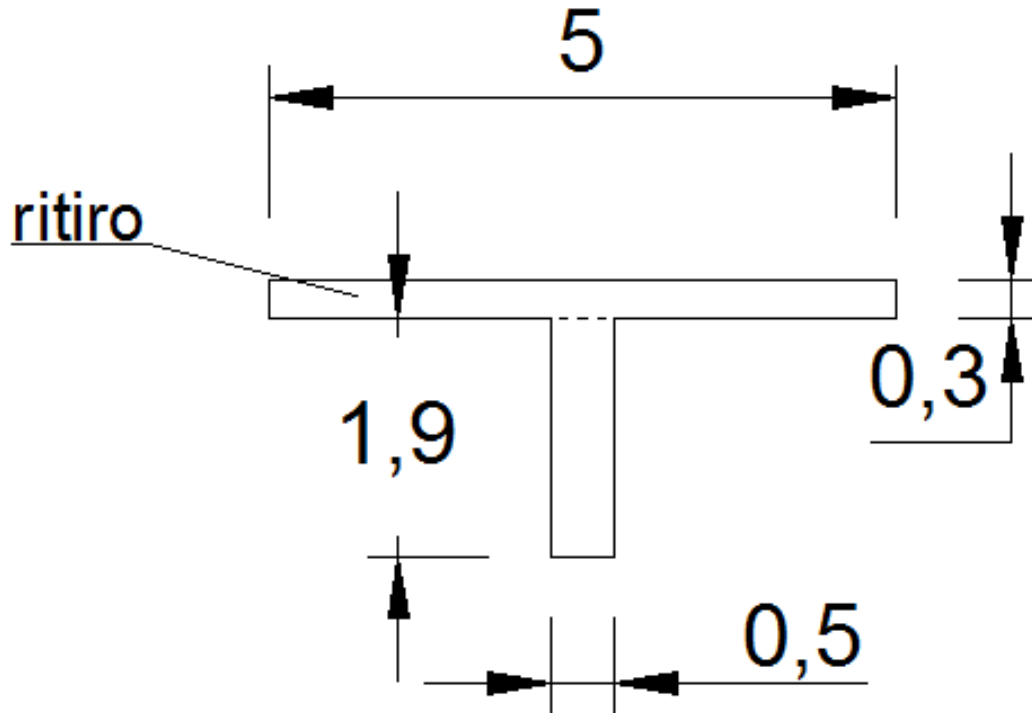


Figura 162 – Geometria dell'elemento considerato.

Calcolo della deformazione da ritiro agente sulla soletta:

$$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 36283 \text{ MPa}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * (5 * 0,3)}{2 * (5 + 0,3)} = 0,283 \text{ m} = 283 \text{ mm}$$

da cui risultano:

$$\varepsilon_{c0} = -0,2275 \%$$

$$k_h = 0,77$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \varepsilon_{c0} * k_h = -0,2275 * 10^{-3} * 0,77 = -0,000159$$

$$\beta_{ds} \cong 1$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd,\infty} * \beta_{ds} = -0,000159 * 1 = -0,000159 = -1,59 * 10^{-4}$$

$$\Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha} = \frac{-0,000159}{10 * 10^{-6}} = -15,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Valutazione degli spostamenti



Figura 163 - Spostamenti in sommità e alla base dell'anima ricavati dal modello di elementi shell.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

$$X = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_{c,a}A_{c,a}} + \frac{1}{E_{c,sol}A_{c,sol}}\right)} = \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{37278 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} =$$

$$= -1211244 \text{ N}$$

$$\Delta l_{sommità} = -\frac{4X * l}{E_{c,a}A_{c,a}} = -\frac{4 * 1211244 * 50000}{37278 * 950000} = -1,71 \text{ mm} =$$

$$= -1,71 * 10^{-3} \text{ m} = -0,00171 \text{ m}$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

Valutazione delle sollecitazioni

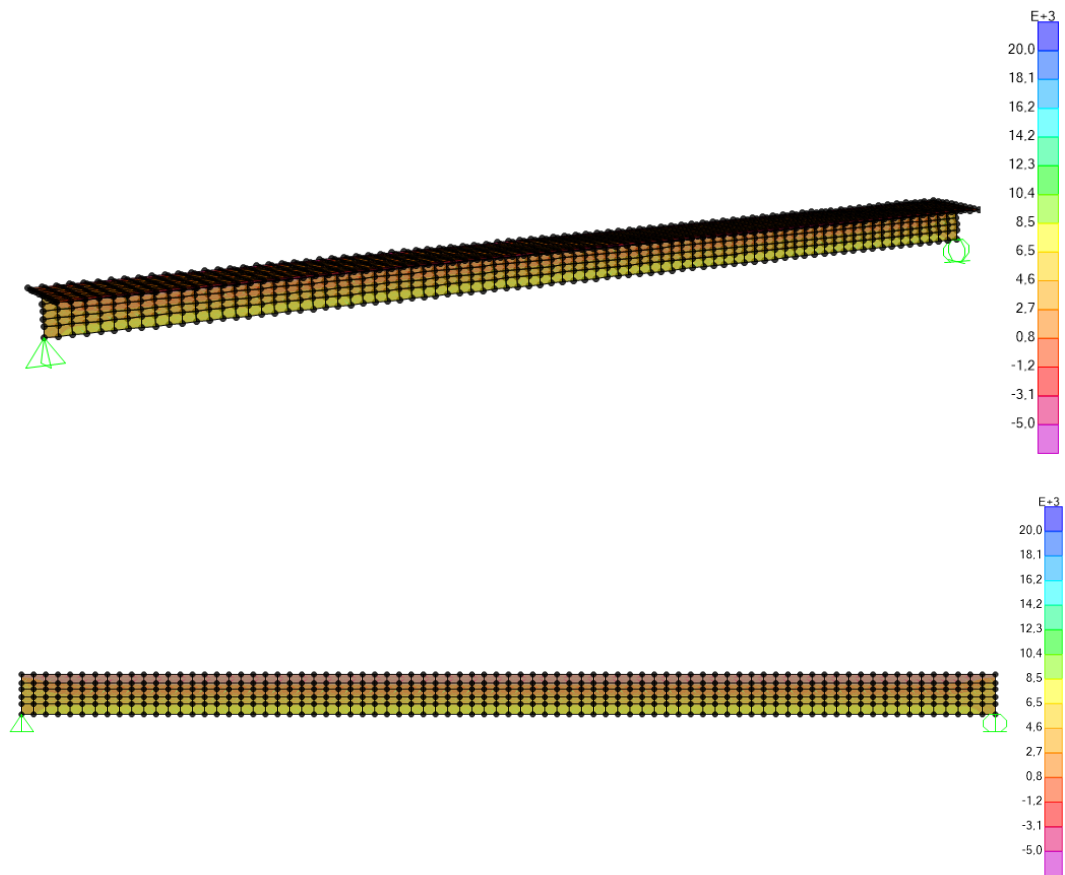


Figura 164 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

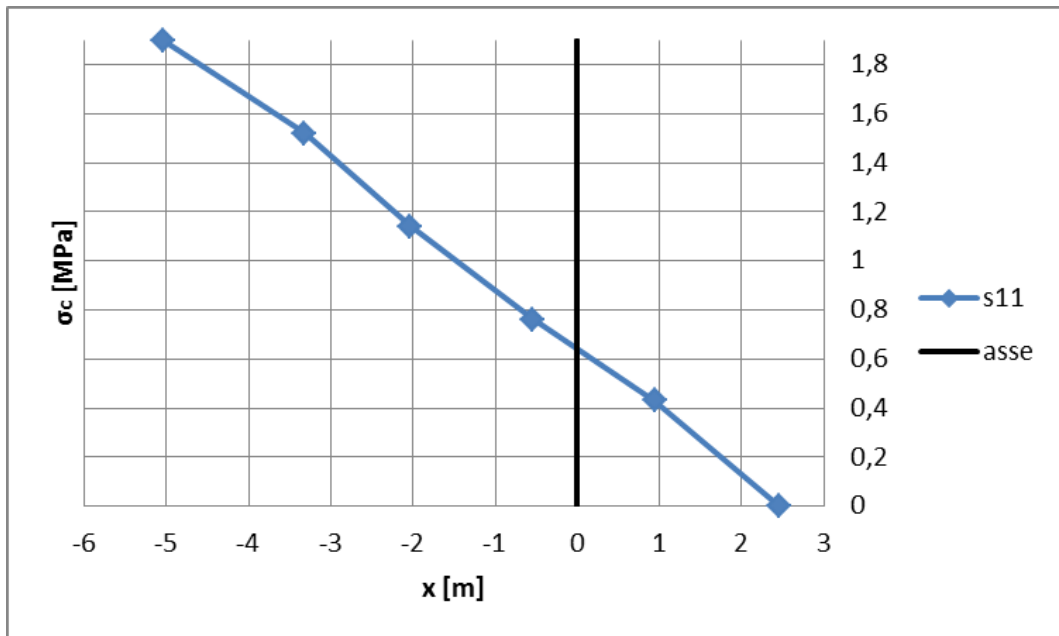


Figura 165 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

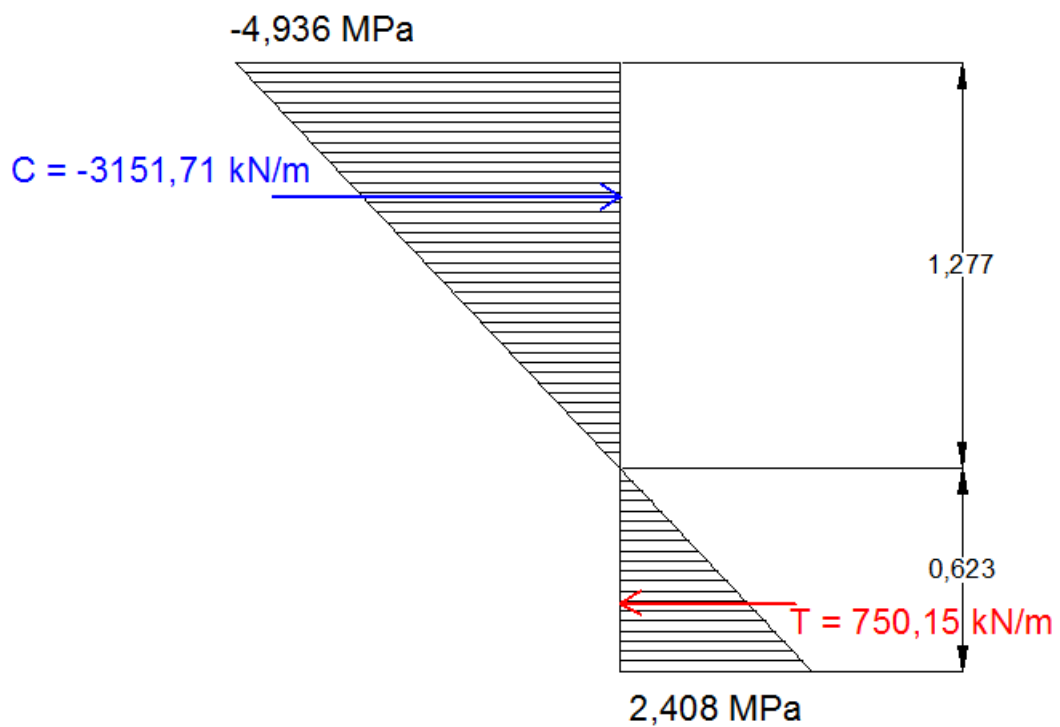


Figura 166 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.



Calcolo analitico della tensioni:

$$\sigma_{sup} = \frac{N}{A_{ci}} + \frac{N * e}{W_{ci}} = \left( \frac{-8653}{2,3354} + \frac{-8653 * 0,384}{2,107} \right) * 10^{-3} = -5,282 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{N}{A_{ci}} - \frac{N * e}{W_{ci}} = \left( \frac{-8653}{2,3354} - \frac{-8653 * 0,384}{0,534} \right) * 10^{-3} = 2,516 \text{ MPa}$$

Si osserva che con il calcolo con il modello analitico si sovrastimano le tensioni al lembo superiore ed inferiore ricavate dal modello numerico: in particolare si sovrastima di un 7% la tensione al lembo superiore e di un 4% quella al lembo inferiore.

Si osserva che nel modello numerico il software considera due volte una piccola porzione di area appartenente all'anima che viene inglobato nello spessore della soletta; ciò è dovuto al fatto che nell'implementare il modello si collegano gli elementi in corrispondenza dei nodi e degli assi baricentrici, di conseguenza si verificano situazioni di compenetrazione di materiale tra i diversi elementi.

Eseguendo nuovamente il calcolo con il modello analitico considerando due volte la porzione di area di anima inglobata nella soletta si ha una riduzione dell'errore commesso:

$$\sigma_{sup} = \frac{N}{A_{ci}} + \frac{N * e}{W_{ci}} = \left( \frac{-8653}{2,4104} + \frac{-8653 * 0,384}{2,107} \right) * 10^{-3} =$$

$$= -5,166 \text{ MPa (4\%)}$$

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-4,936 * 1277}{2} = -3151,71 \text{ kN}$$

$$T = \frac{2,408 * 623}{2} = 750,15 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-3151,71 + 750,15)}{2} = -1200,78 \text{ kN}$$

Per verificare la risultante delle tensioni che si sviluppano nell'anima a causa della soletta ad essa connessa soggetta ad accorciamento per effetto del ritiro, si è definita una sezione di controllo in corrispondenza della sezione di mezzzeria.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
delta T	Temperatura	LinStatic	-1198,873	0	-0,000001852	0	-1105,2196	0	
N+M	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,0006753	0	-1105,1569	0	
Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,00002353	0	-1105,1563	0	
SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	1198,873	0,00000001944	0,000001853	0,00000001573	-43,7007	0,00000002058	
SOLETTA N+M	Temperatura	LinStatic	-7434,195	0,00000001853	0,0006753	0,00000004038	-43,6981	0,00000002897	
SOLETTA Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-7454,195	0,00000002194	0,00002353	0,00000001464	-43,6982	0,00000004093	

Figura 167 – Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Si osserva che le risultanti degli sforzi di anima e soletta risultano di uguale modulo e opposte di segno, rispettando così l'equilibrio; infatti la soletta vorrebbe accorciarsi perché soggetta a ritiro ma l'anima si oppone a tale accorciamento, quindi la soletta risulta tesa mentre l'anima compressa.

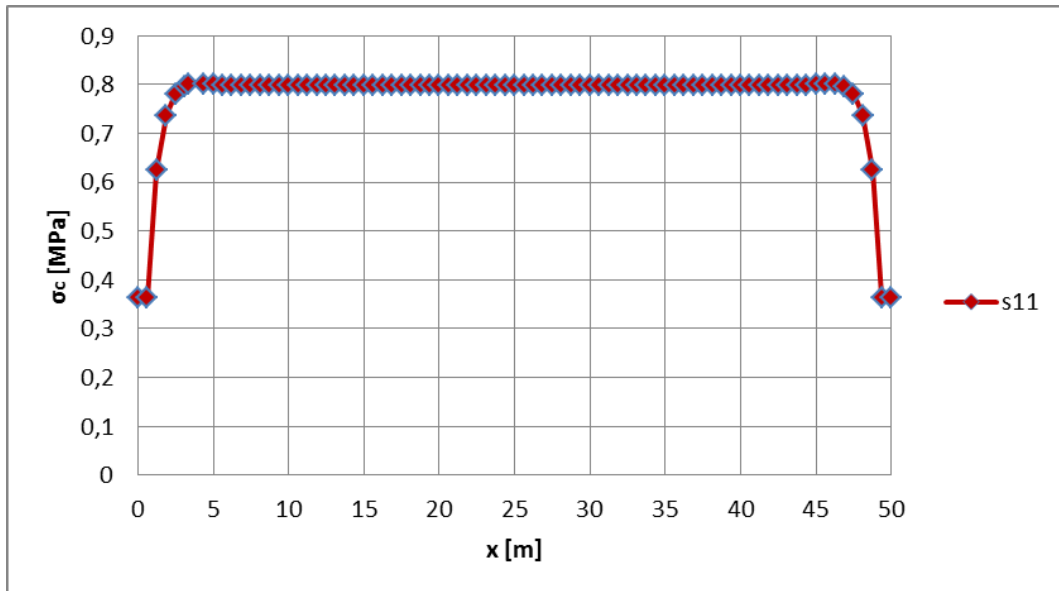


Figura 168 - Andamento delle tensioni normali di trazione nella soletta.

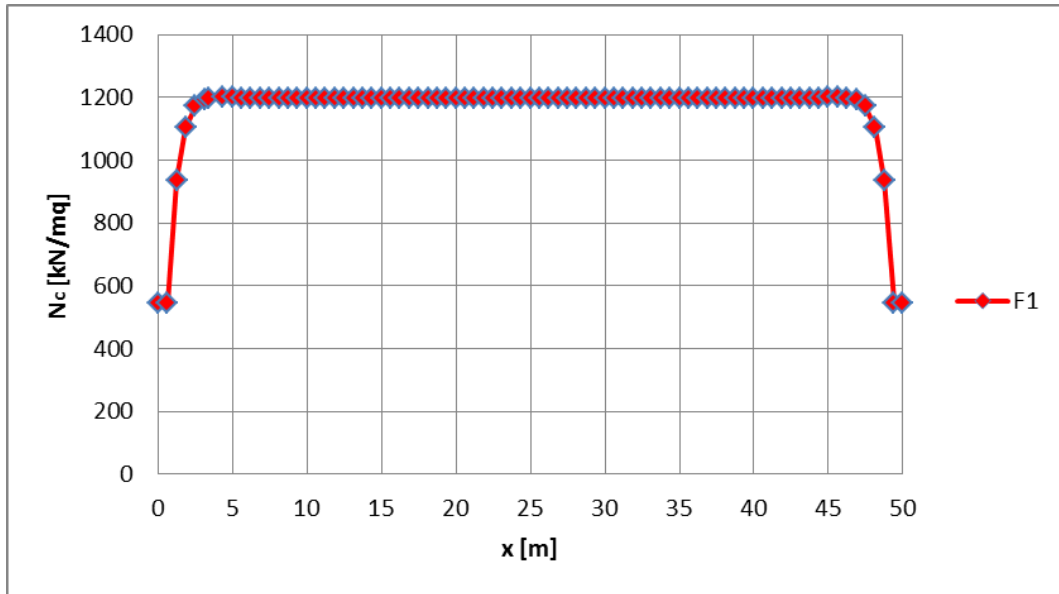


Figura 169 - Andamento della risultante degli sforzi normali di trazione nella soletta.

Tabella 43 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}} \text{ soletta}$	0,799	[MPa]
$A_{c,soletta}$	$1,50 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,soletta} = N_{max,soletta}$	1198,87	[kN]

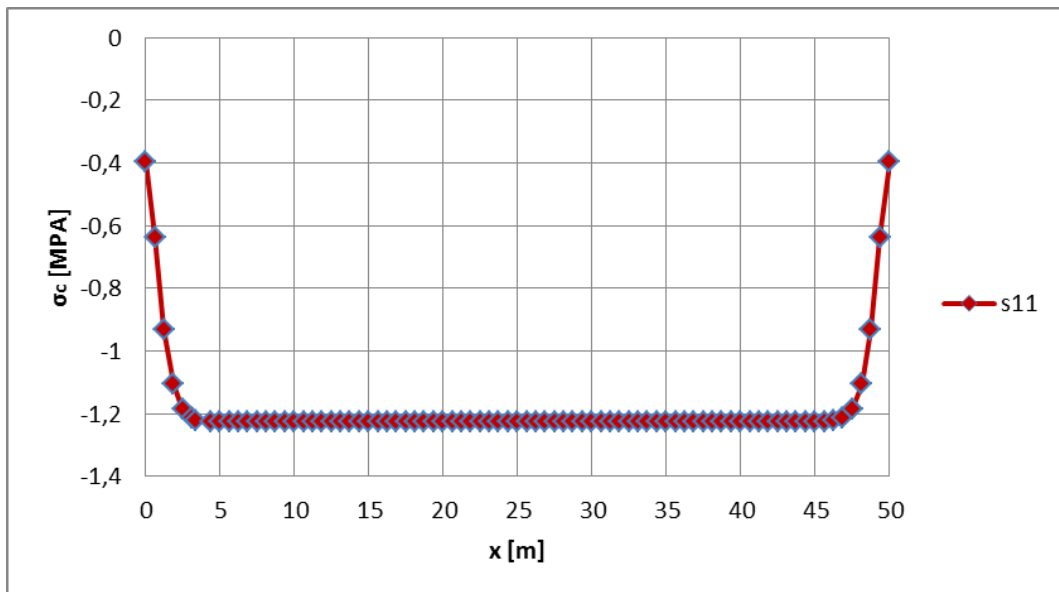


Figura 170 - Andamento delle tensioni normali di compressione nell'anima.

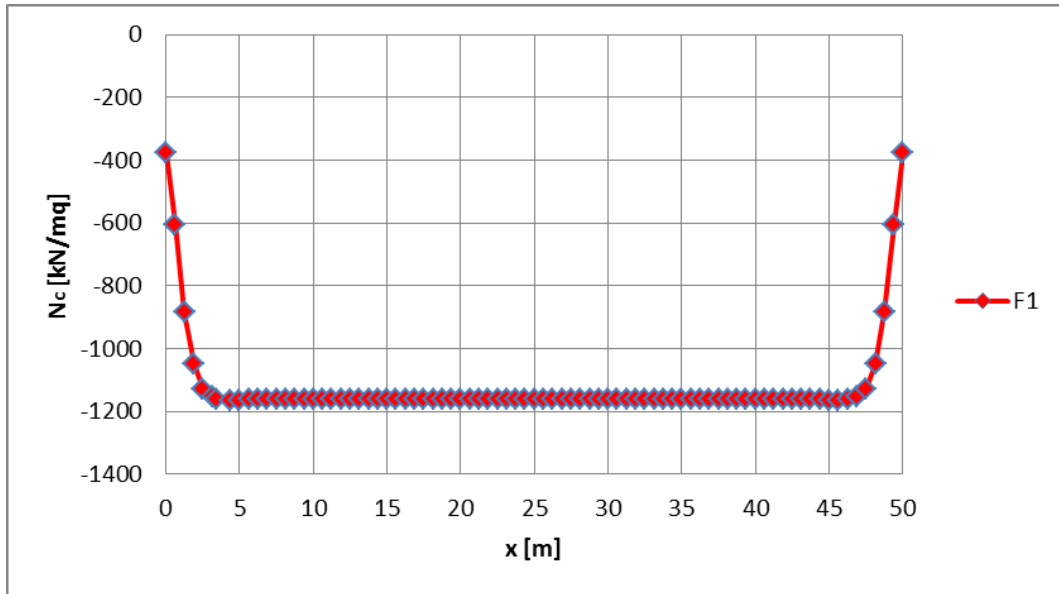


Figura 171 - Andamento della risultante degli sforzi normali di compressione nell'anima.

Tabella 44 - Risultante dello sforzo assiale nell'anima in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot anima</sub></b>	<b>-1,223</b>	[MPa]
$A_{c,anima}$	$0,95 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,anima</sub> = N<sub>max,anima</sub></b>	<b>-1162,48</b>	[kN]

Si precisa che ai fini dei risultati ottenuti con il modello numerico si è verificato che posizionare i vincoli esterni alle estremità in corrispondenza dell'asse baricentrico della sezione composta o all'intradosso dell'anima non comporta alcuna differenza nei risultati che si ottengono.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante tramite il modello analitico, che risulta:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_c A_{c,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} = \\
 &= \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{37278 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} = -1211244 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Dunque il calcolo con il modello analitico sovrastima la risultante ottenuta con il modello numerico di circa un 4%.

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché in questo caso la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

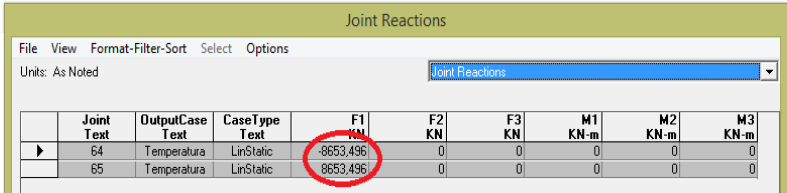
$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2}{E_a b_a h_a^2} =$$

$$= 6 \frac{36283 \cdot 5000 \cdot 300^2}{37278 \cdot 500 \cdot 1900^2} = 1,46$$

### Metodo dell'equilibrio

- Fase 1:



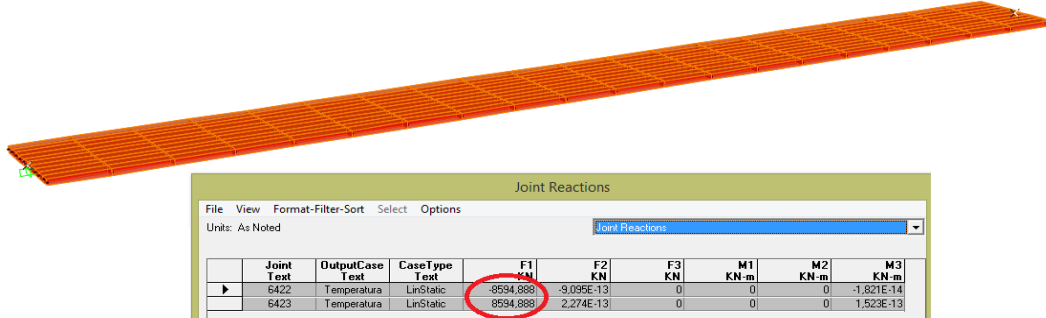
Joint Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
64	Temperatura	LinStatic	-8653,496	0	0	0	0	0
65	Temperatura	LinStatic	8653,496	0	0	0	0	0

Figura 172 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo FRAME.

Si può ottenere lo stesso risultato anche analiticamente:

$$N_{CS} = \varepsilon_{CS} * E_{cm} * A_{c,soletta} = -1,59 * 10^{-4} * 36283 * 1500000 = 8653 \text{ kN}$$

Si può anche ragionare modellando la soletta con elementi di tipo SHELL:



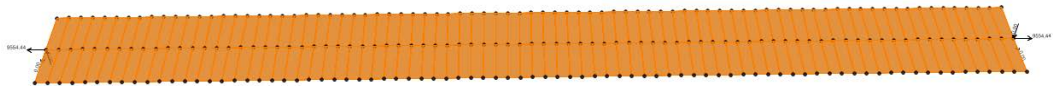
Joint Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
6422	Temperatura	LinStatic	-8594,888	-9,095E-13	0	0	0	-1,821E-14
6423	Temperatura	LinStatic	8594,888	2,274E-13	0	0	0	1,523E-13

Figura 173 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo SHELL.

Va precisato che nella modellazione con elementi di tipo SHELL si deve prestare attenzione per ottenere un risultato accettabile rispetto al valore ottenuto con il modello ad elemento FRAME e con il calcolo manuale. Si riportano di seguito alcuni tentativi che si sono effettuati:



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 174 – Modelli di tentativo.

Tabella 45 - Reazioni vincolari per i modelli di tentativo.

a	10618 kN
b	9554 kN
c	8594 kN
d	8682 kN
e	8507 kN

Si è messo dunque in evidenza che bisogna fare attenzione con gli elementi bidimensionali, dato che la variazione termica assegnata come carico distribuito viene automaticamente assegnata a tutti i nodi dell'elemento; per questo il modello risente di una sorta di "effetto di bordo" dovuto al fatto che il materiale è isotropo e il carico termico è assegnato uguale automaticamente in tutte le direzioni. Per ottenere un risultato accettabile si può adottare una mesh più rada non assegnando però la variazione termica negativa ad alcuni degli elementi di bordo della mesh (elementi in blu nei casi c,d), oppure si può adottare una mesh più fitta assegnando la variazione termica a tutti gli elementi.

- Fase 2:

E' possibile modellare la seconda fase in due modi equivalenti:

- applicare lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della soletta;
- applicare lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della sezione composta assieme al relativo momento di trasporto;

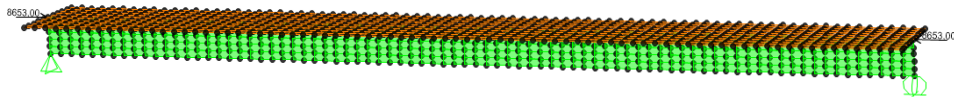


Figura 175 - Modello in cui si è applicato lo sforzo di compressione nel baricentro della soletta.

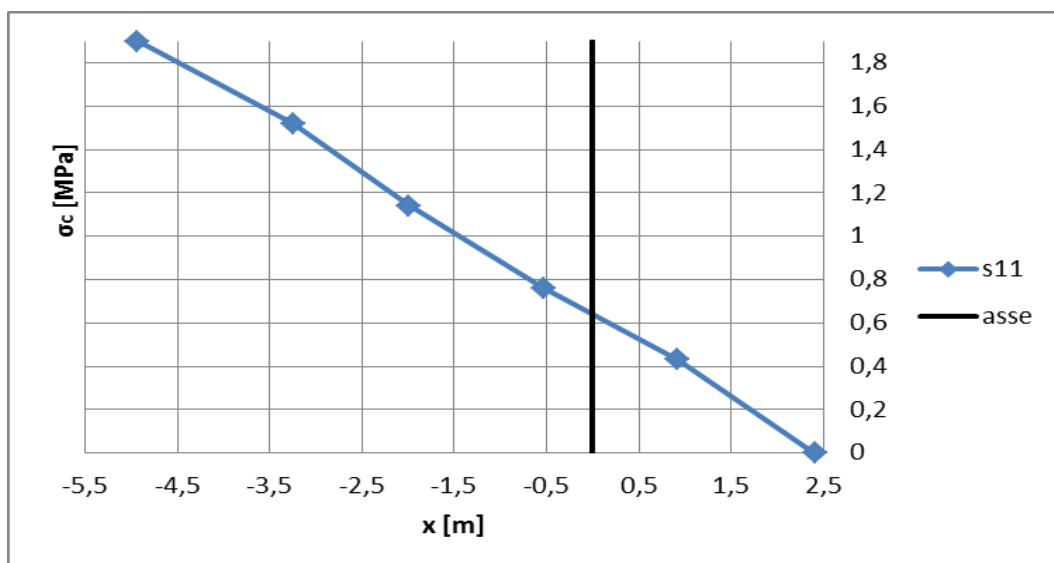


Figura 176 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzzeria.

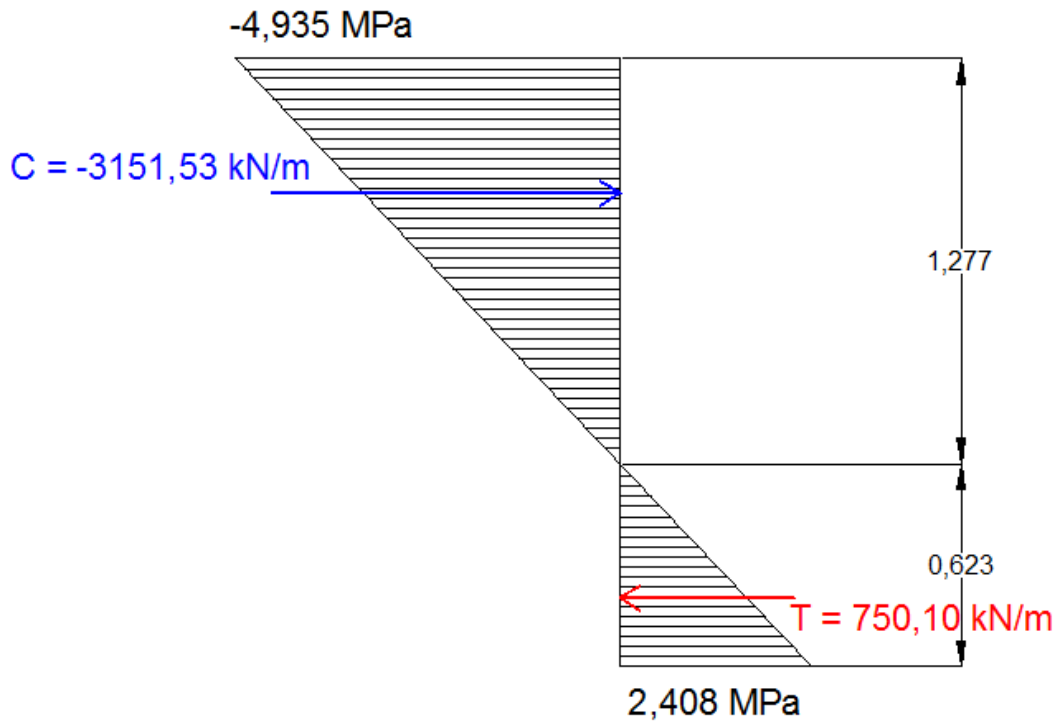


Figura 177 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-4,935 * 1277}{2} = -3151,53 \text{ kN}$$

$$T = \frac{2,408 * 623}{2} = 750,10 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-3151,53 + 750,10)}{2} = -1200,71 \text{ kN}$$

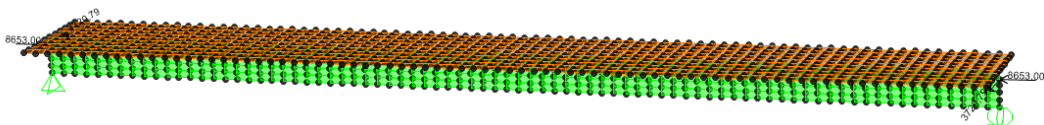


Figura 178 - Modello in cui si è applicato lo sforzo di compressione nel baricentro della sezione composta assieme al relativo momento di trasporto.



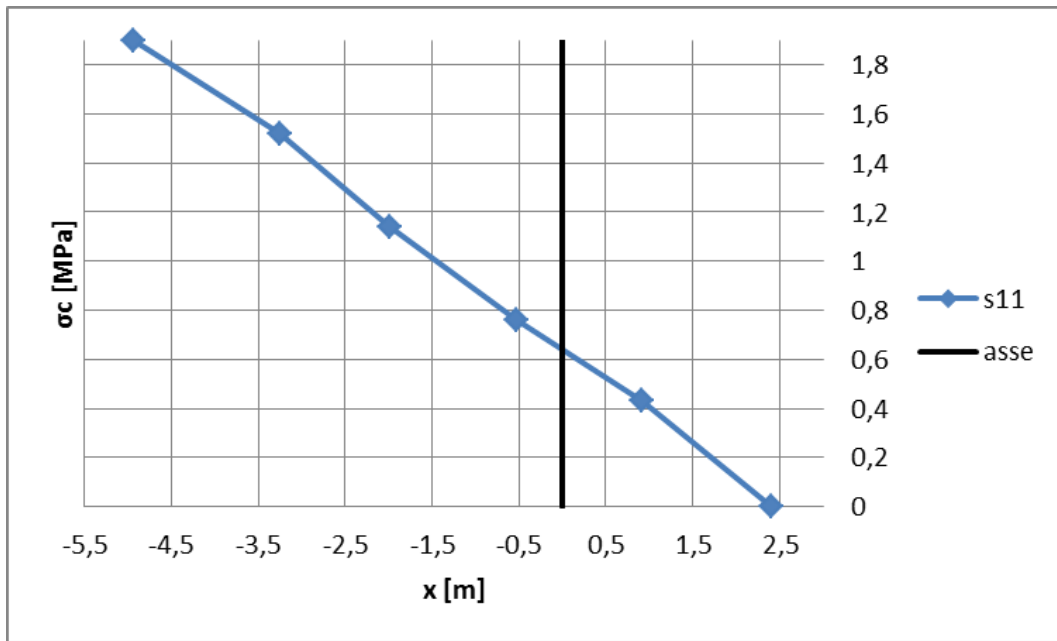


Figura 179 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

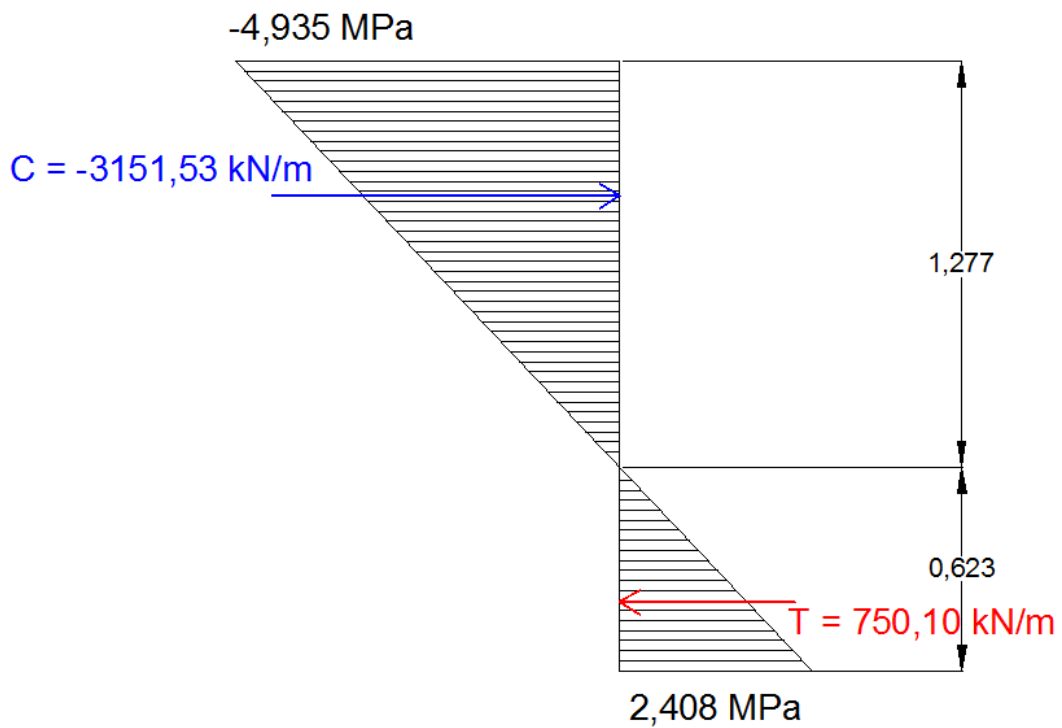


Figura 180 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-4,935 * 1277}{2} = -3151,53 \text{ kN}$$

$$T = \frac{2,408 * 623}{2} = 750,10 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-3151,53 + 750,10)}{2} = -1200,71 \text{ kN}$$

Si può poi verificare, tramite la definizione delle Section cut , che la risultante delle sollecitazioni assiali in corrispondenza della sezione di mezzeria è la medesima per i due modelli.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
delta T	Temperatura	LinStatic	-1198,873	0	-0,000001852	0	-1105,2196	0	
N+M	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,0006753	0	-1105,1569	0	
Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,00002353	0	-1105,1563	0	
OLETTA delta	Temperatura	LinStatic	1198,873	0,00000001944	0,000001853	0,00000001573	-43,7007	0,00000002058	
SOLETTA N+M	Temperatura	LinStatic	-7454,195	0,00000001853	0,0006753	0,00000004038	-43,6981	0,00000002897	
OLETTA Nsolet	Temperatura	LinStatic	-7454,195	0,00000002194	0,00002353	0,00000001464	-43,6982	0,00000004093	

Figura 181 – Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Si osserva che per l'anima il valore della risultante ricavato nella seconda fase è già quello effettivo, mentre per la soletta bisogna sommare le risultanti di prima e seconda fase per ottenere la risultante effettiva:

$$N_{soletta} = N_{soletta,I fase} + N_{soletta,II fase} = 8653 - 7454,195 = 1198,81 \text{ kN}$$

Ovviamente la risultante degli sforzi assiali nella soletta risulta essere di trazione: infatti la soletta soggetta a ritiro vorrebbe accorciarsi ma l'anima glielo impedisce parzialmente. Dunque la soletta risulta essere tesa, mentre l'anima compressa; come confermato dai risultati estratti dai modelli tali risultanti devono essere uguali in modulo affinché il sistema sia equilibrato.

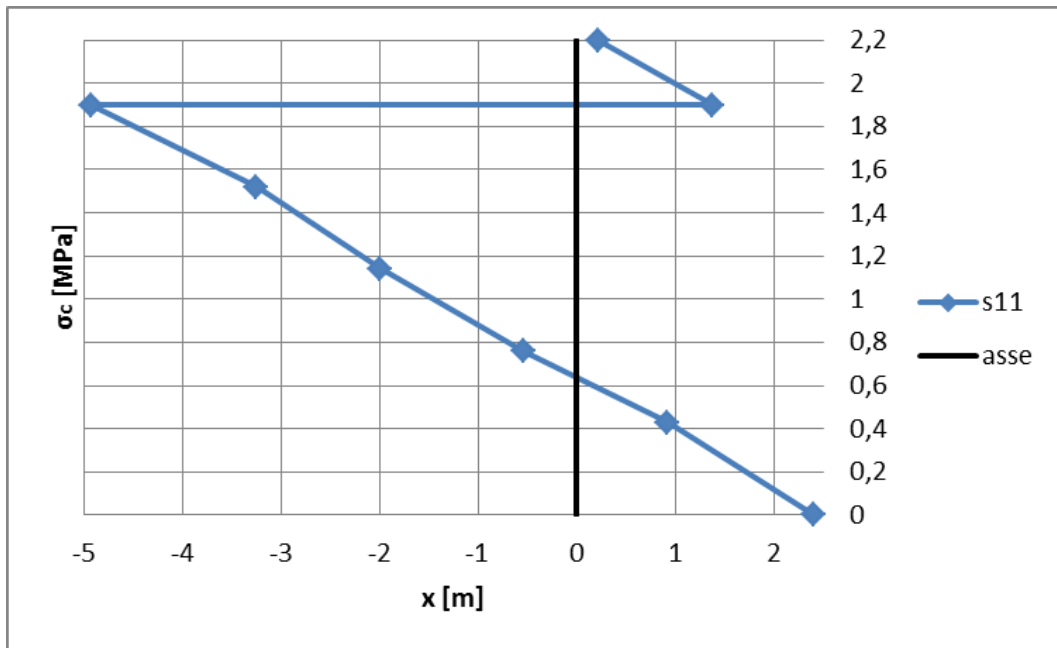


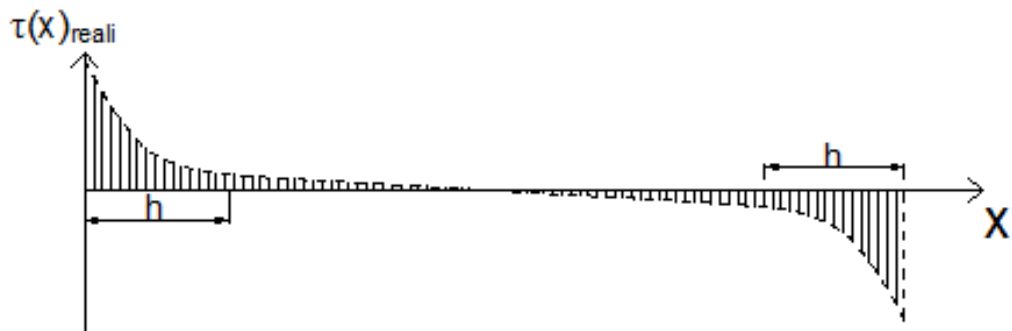
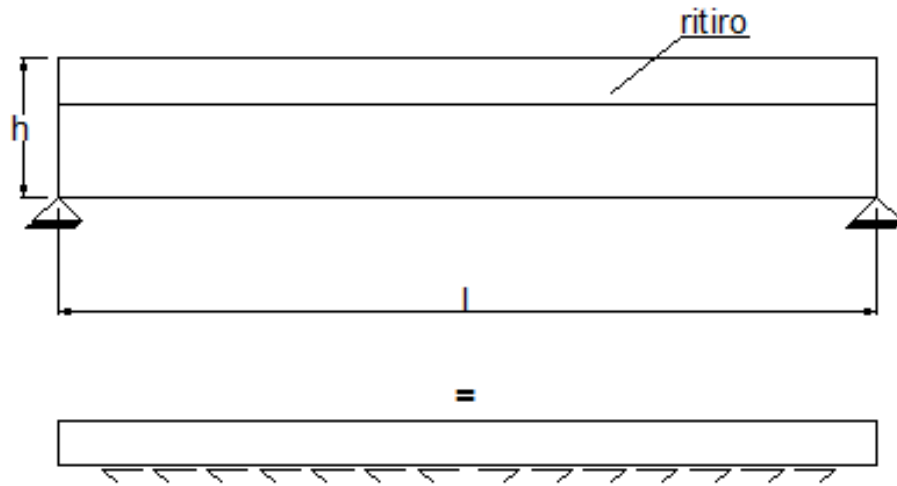
Figura 182 - Stato tensionale complessivo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

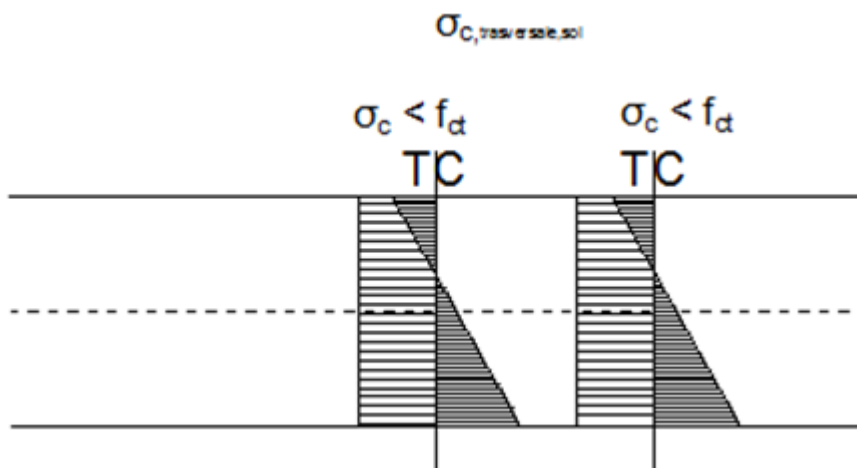
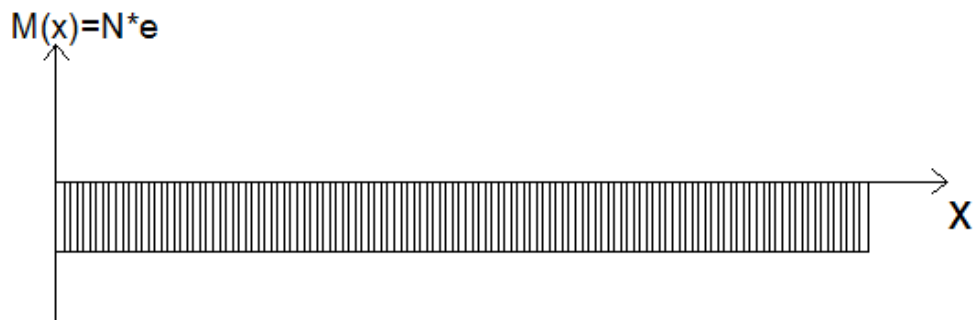
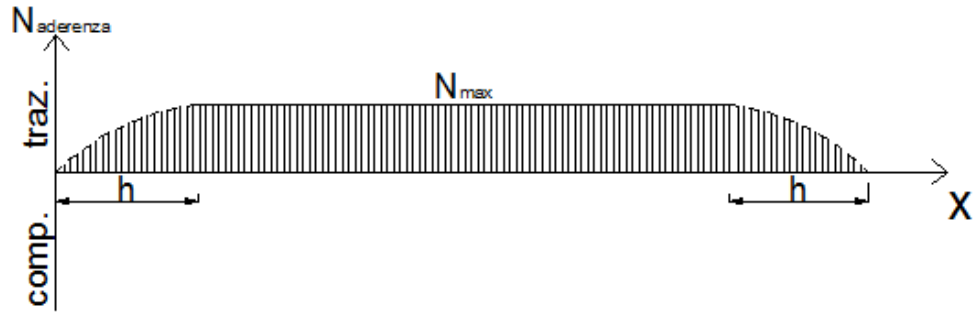
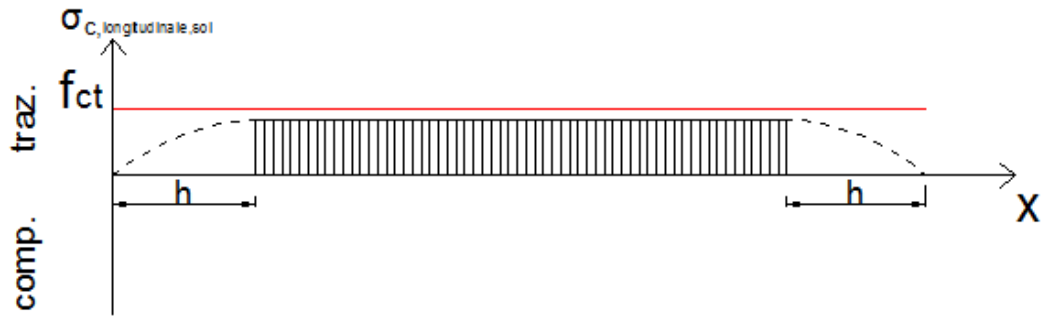
Si giustifica quindi il fatto che la risultante delle tensioni normali e la risultante delle tensioni tangenziali sulla medesima giacitura devono coincidere; risultano invece diverse le distribuzioni rispettivamente delle tensioni normali che presentano un massimo in mezzeria e delle tensioni tangenziali che presentano il valore massimo alle estremità.

Si osserva che tutti gli stati tensionali rappresentano solo compressioni, tranne che per il primo nodo di estremità, in cui si ha anche trazione.

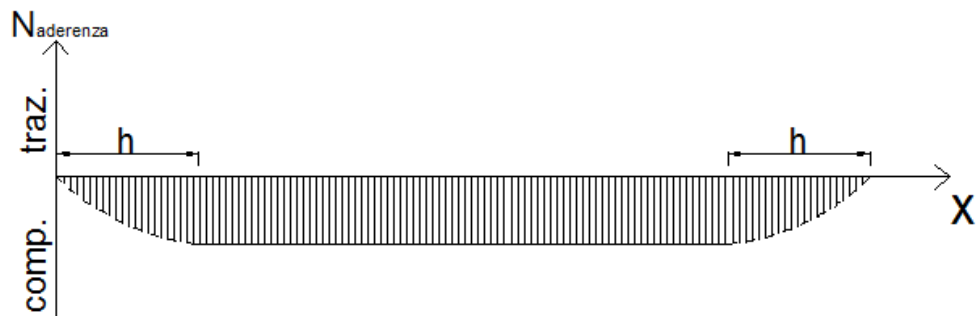
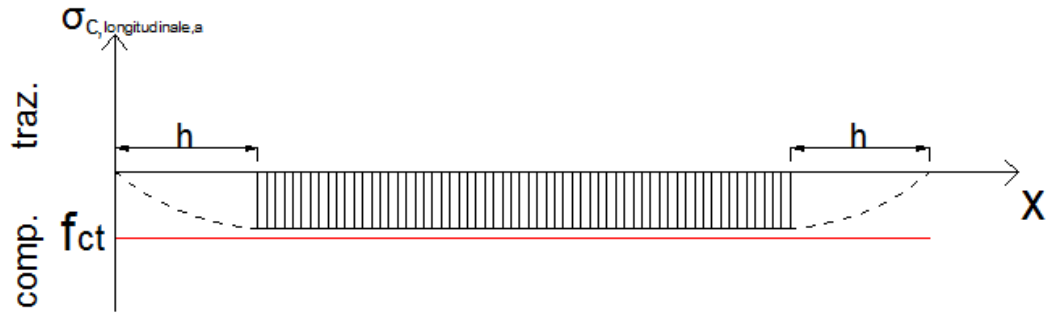
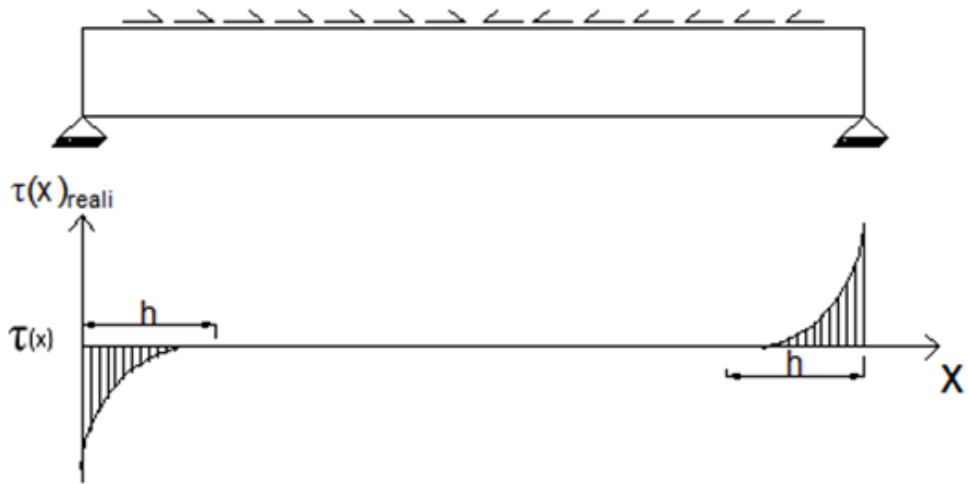
### 4.8.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

#### 4.8.2.1 Modello analitico





+



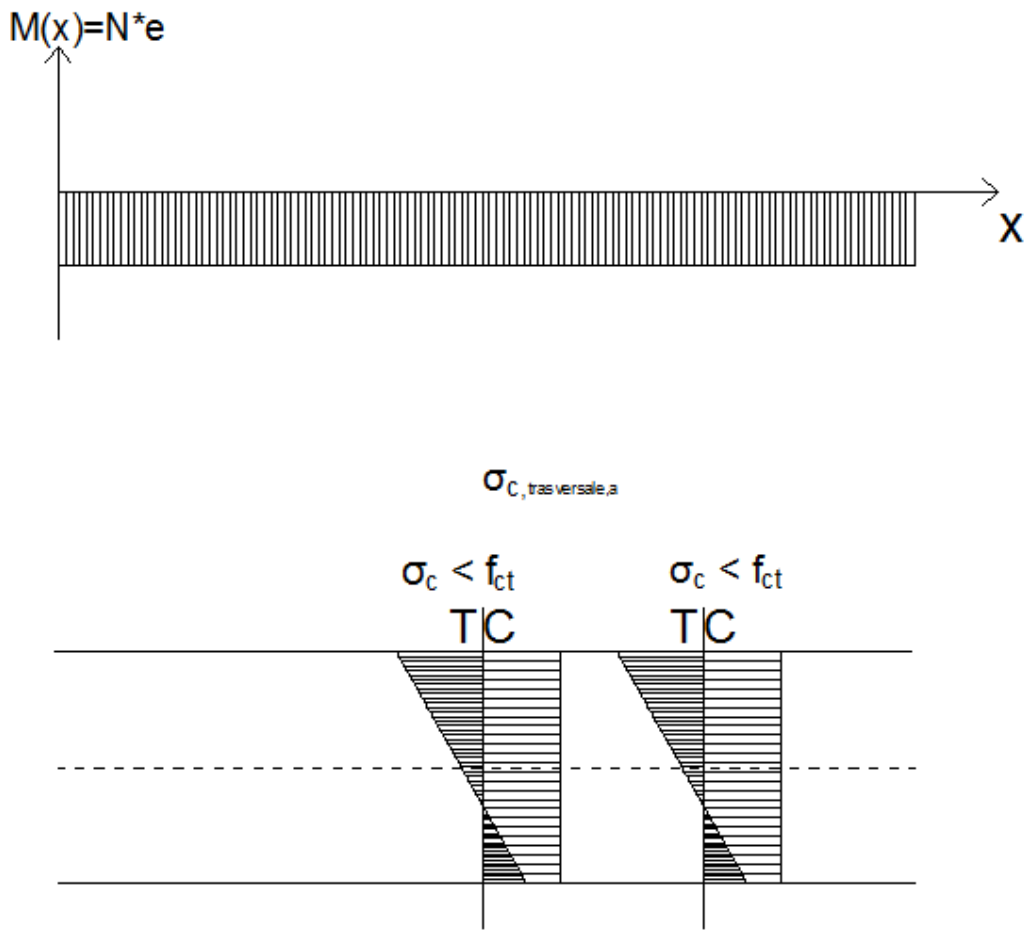


Figura 183 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'anima e la soletta di calcestruzzo nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

Metodo dell'equilibrio:

- Fase 1: si applicano dei vincoli ausiliari alla sola soletta di calcestruzzo, la quale volendosi contrarre per effetto del ritiro risulta così tesa per la presenza dei vincoli;

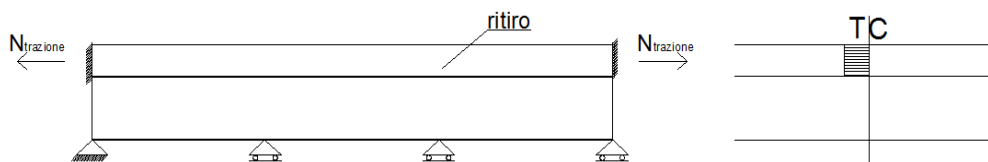


Figura 184 - Schema di calcolo di prima fase e diagramma delle tensioni corrispondenti.

- Fase 2: si calcolano gli effetti isostatici considerando la sollecitazione assiale ricavata in prima fase, applicandola cambiata di segno all'intera trave;

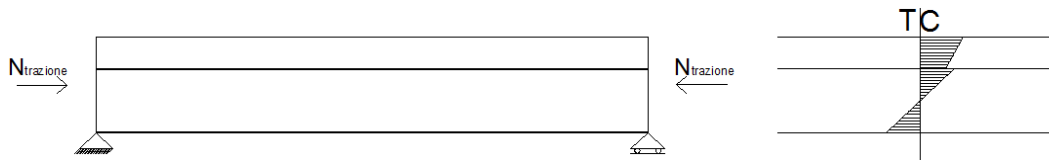


Figura 185 - Schema di calcolo di seconda fase e diagramma delle tensioni corrispondenti.

- Fase 3: si calcolano gli effetti iperstatici conseguenti alla deformazione impedita dagli appoggi, nei quali si genera un sistema autoequilibrato di reazioni vincolari;

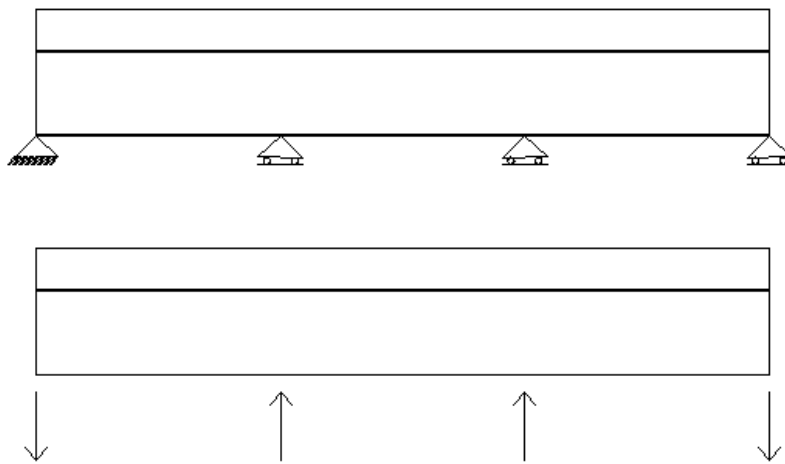


Figura 186 - Schema di calcolo di terza fase.

Per ottenere le sollecitazioni complessive si devono sommare i risultati ottenuti nelle tre fasi per la soletta, mentre i risultati ottenuti solo nelle ultime due fasi per l'anima.

Nel caso di schema iperstatico (in particolare con trave su più appoggi) si deve prestare attenzione alle sollecitazioni che derivano dal calcolo in seconda fase. Infatti si possono avere inversioni di segno del momento flettente che comportano trazioni nella soletta; si devono quindi predisporre apposite armature in soletta di presidio a tali trazioni in corrispondenza degli appoggi intermedi.



Figura 187 - Diagramma del momento flettente in uno schema iperstatico a tre appoggi.



### 4.8.2.2 Modello numerico di raffronto

#### Valutazione delle sollecitazioni

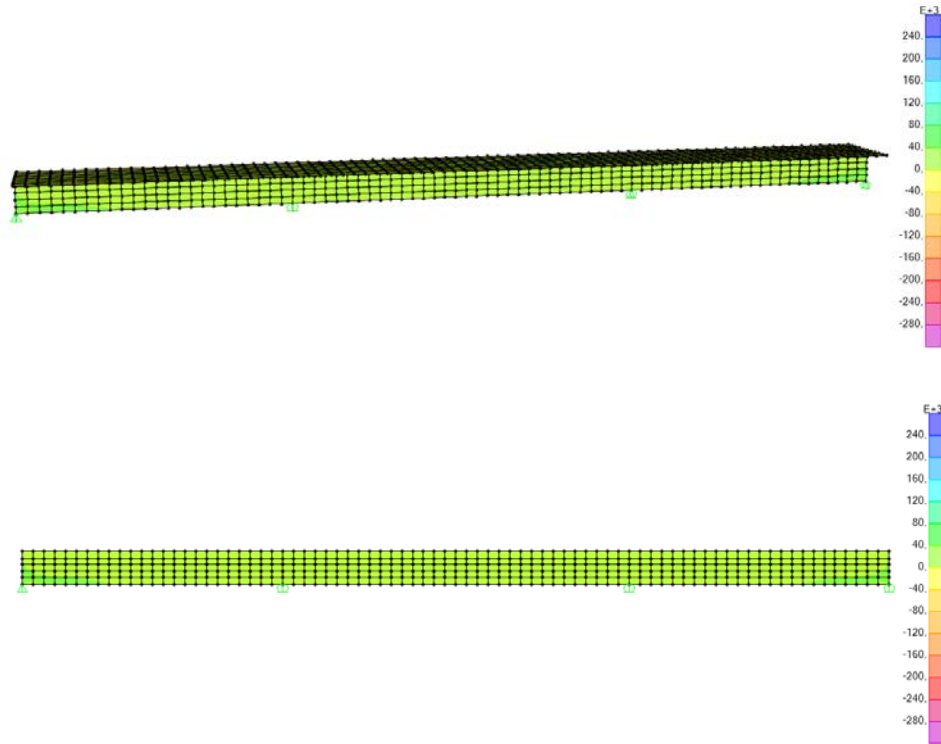


Figura 188 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

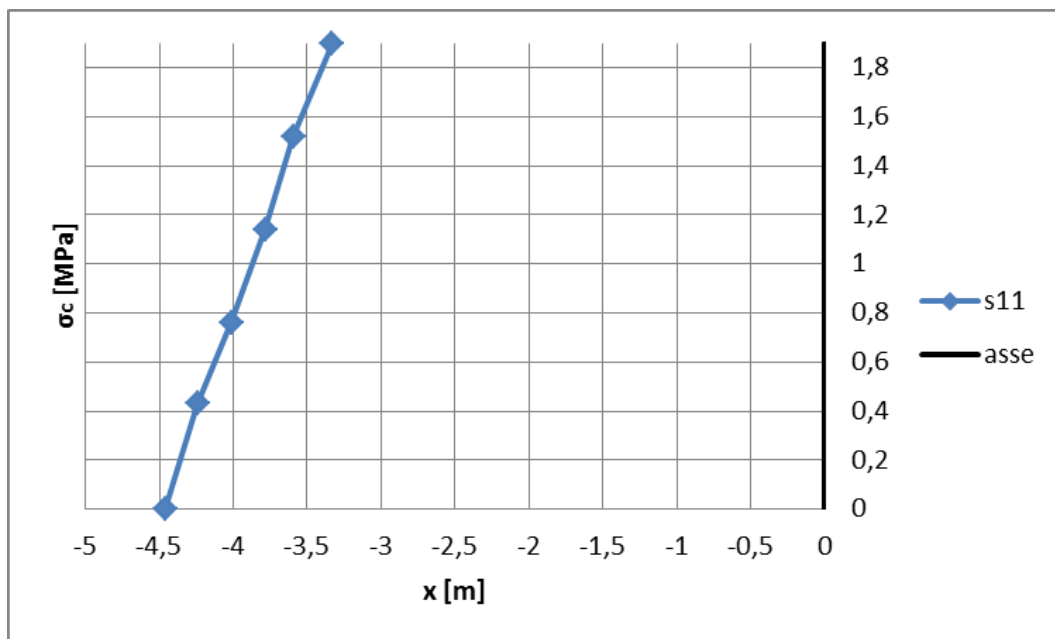


Figura 189 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

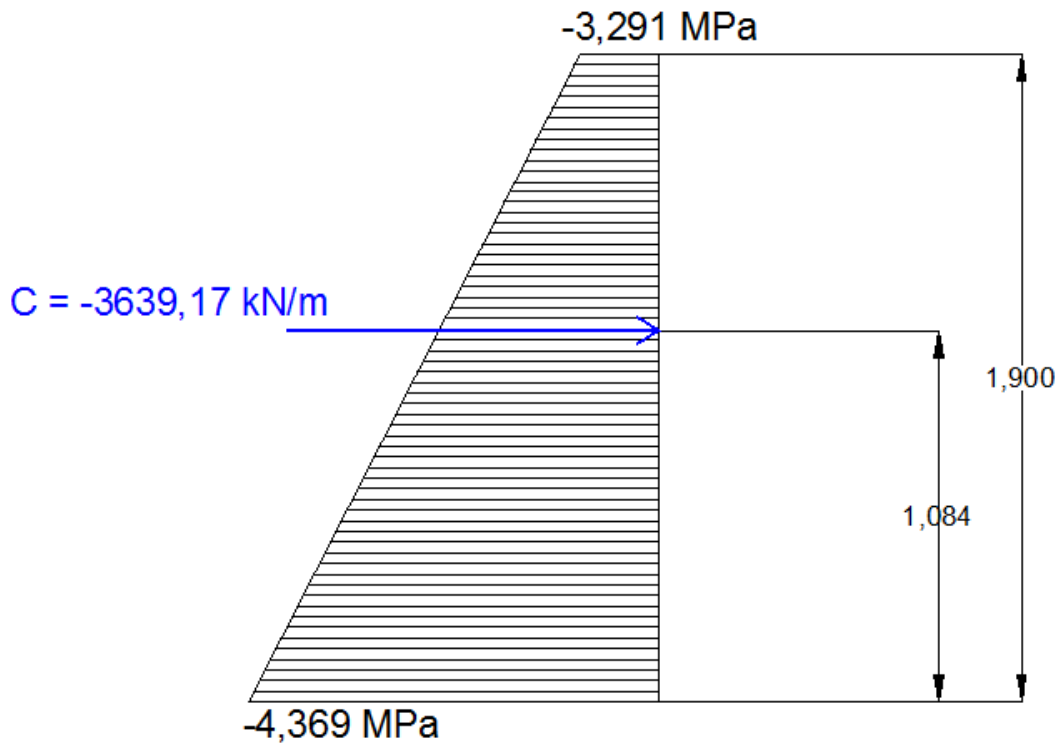


Figura 190 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$N_{tot} = \frac{(C_{sup} + C_{inf}) * h_{anima}}{2} = \frac{1(-3291,75 - 4369,66) * 1,9}{2} =$$

$$= -3639,17 \text{ kN}$$

Per verificare la risultante delle tensioni che si sviluppano nell'anima a causa della soletta ad essa connessa soggetta ad accorciamento per effetto del ritiro, si è definita una sezione di controllo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
ANIMA delta T	Temperatura	LinStatic	-3639,436	0	0,0008878	0	130,4217	0	
Fase 2 - anima	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,00002353	0	-1105,1563	0	
Fase 2 - soletta	Temperatura	LinStatic	-7454,195	0,00000002194	0,00002353	0,00000001819	-43,6982	0,00000001501	
Fase 3 - anima	Temperatura	LinStatic	-2525,915	0	-0,0008253	0	1278,9604	0	
Fase 3 - soletta	Temperatura	LinStatic	2525,989	0,00000008299	-0,0009208	0,00000003411	51,8688	-5,684E-13	
SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	3639,436	0,0000001728	-0,0008878	0,00000001194	6,414	-5,684E-13	

Figura 191 - Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Si osserva che le risultanti degli sforzi di anima e soletta risultano di uguale modulo e opposte di segno, rispettando così l'equilibrio; infatti la soletta vorrebbe accorciarsi perché soggetta a ritiro ma l'anima si oppone a tale accorciamento, quindi la soletta risulta tesa mentre l'anima compressa.

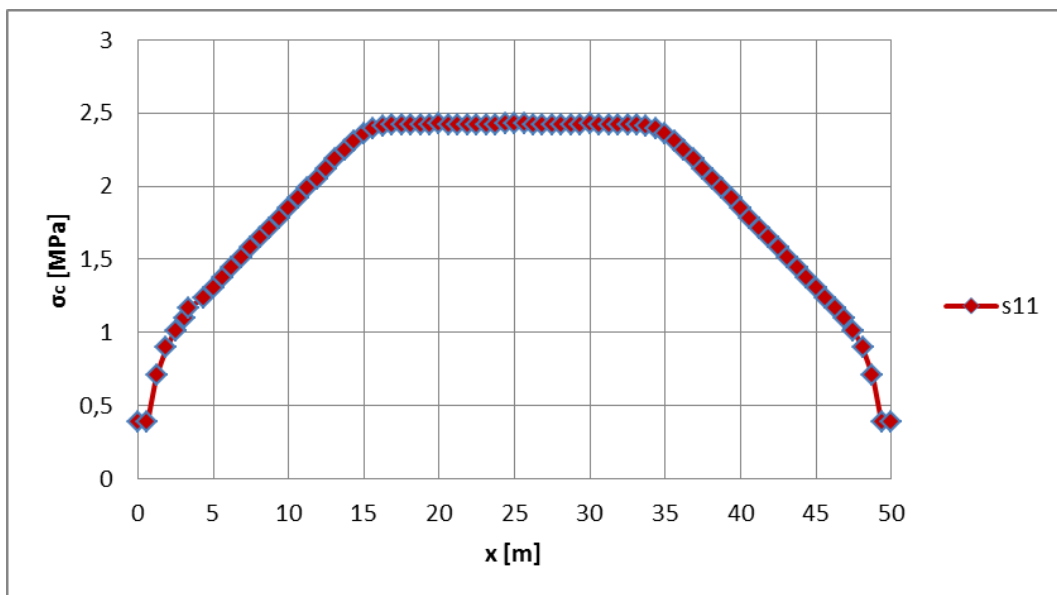


Figura 192 - Andamento delle tensioni normali di trazione nella soletta.

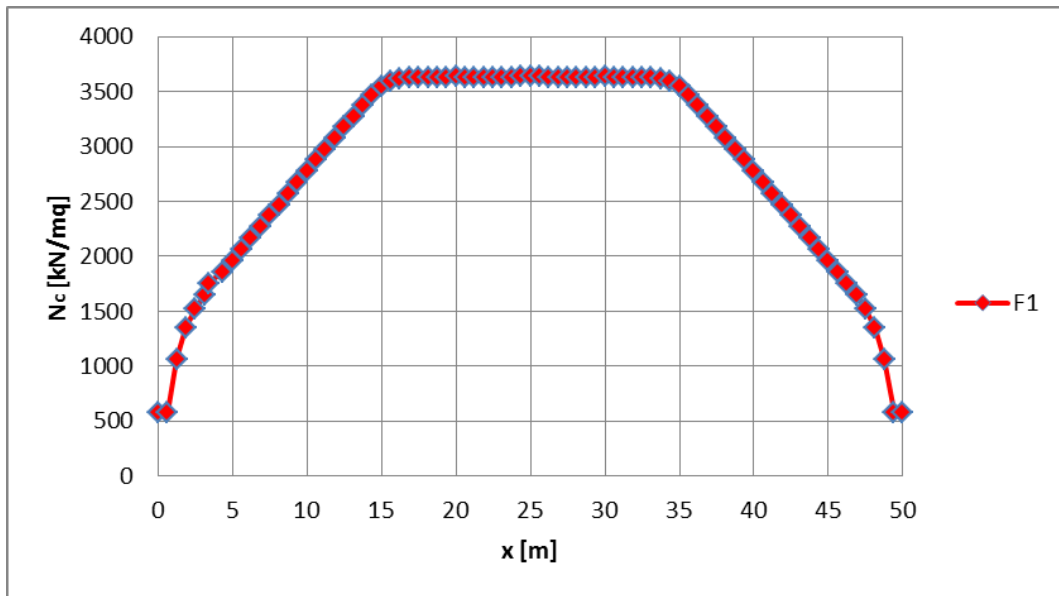


Figura 193 - Andamento della risultante degli sforzi normali di trazione nella soletta.

Tabella 46 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot}} \text{ soletta}$	2,426	[MPa]
$A_{c,soletta}$	$1,50 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,soletta} = N_{max,soletta}$	3639,43	[kN]

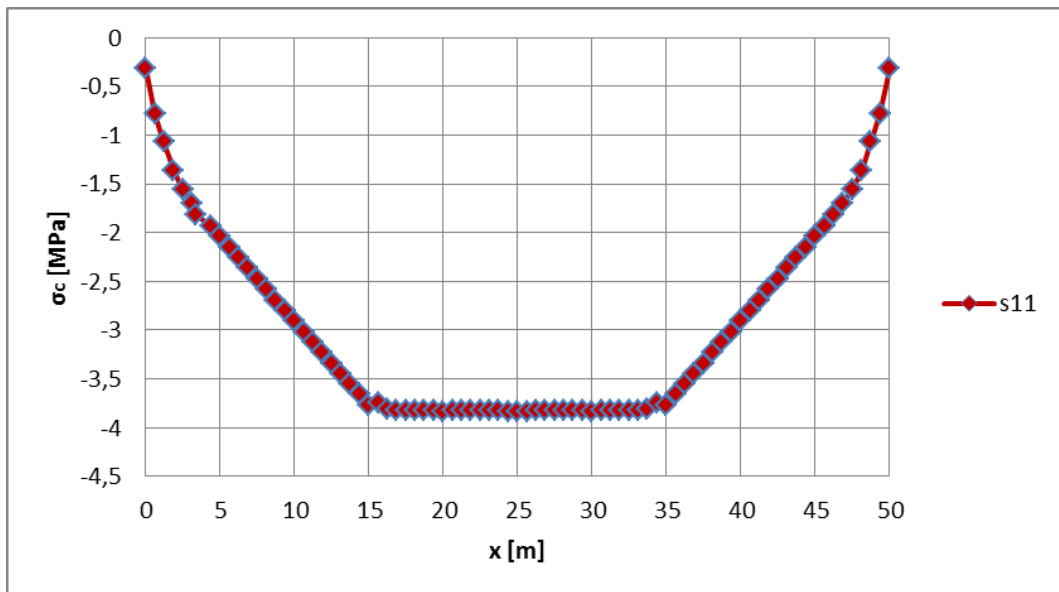


Figura 194 - Andamento delle tensioni normali di compressione nell'anima.

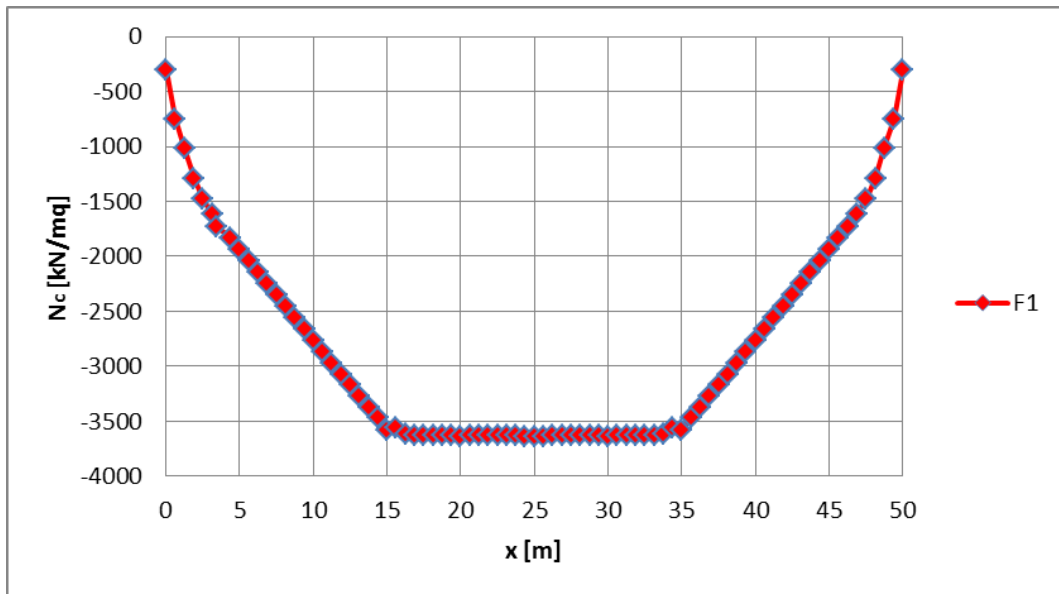


Figura 195 - Andamento della risultante degli sforzi normali di compressione nell'anima.

Tabella 47 - Risultante dello sforzo assiale nell'anima in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot</sub> anima</b>	<b>-3,836</b>	[MPa]
$A_{c,anima}$	$0,95 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,anima</sub> = N<sub>max,anima</sub></b>	<b>-3644,78</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante tramite il modello analitico, che risulta:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_{c,a}A_{c,a}} + \frac{1}{E_{c,sol}A_{c,sol}}\right)} = \\
 &= \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{37278 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} = -3411285 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Dunque il calcolo manuale sottostima la risultante (di circa un 6%).

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché in questo caso la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2}{E_a b_a h_a^2} =$$

$$= 6 \frac{36283 \cdot 5000 \cdot 300^2}{37278 \cdot 500 \cdot 1900^2} = 1,46$$

In questo caso si è ridotto anche il coefficiente numerico nel termine relativo deformazione dell'anima in quanto lo schema strutturale iperstatico limita l'inflessione dell'anima stessa.

### Metodo dell'equilibrio

- Fase 1:

Joint Text	Output Case Text	Case Type Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
▶ 64	Temperatura	LinStatic	-8653.496	0	0	0	0	0
65	Temperatura	LinStatic	8653.496	0	0	0	0	0

Figura 196 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo FRAME.

Si può ottenere lo stesso risultato anche analiticamente:

$$N_{cs} = \varepsilon_{cs} * E_{cm} * A_{c,soletta} = -1,59 * 10^{-4} * 36283 * 1500000 = 8653 \text{ kN}$$

- Fase 2:

si applica lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della soletta, considerando la trave composta nello schema isostatico;

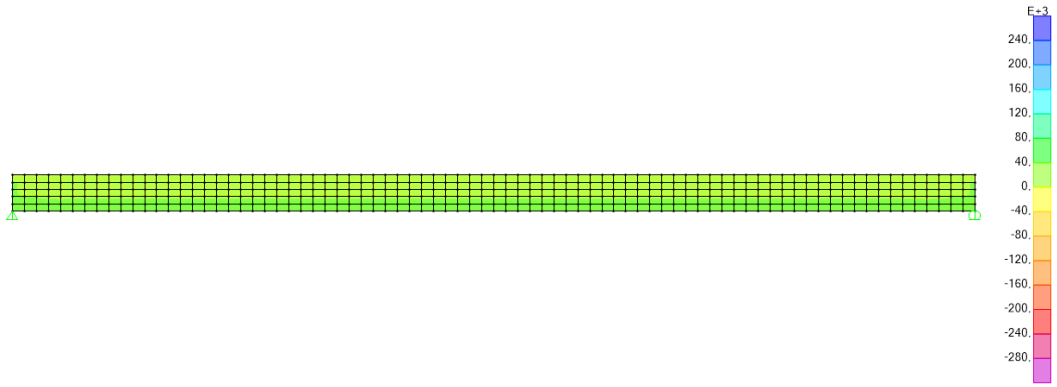


Figura 197 - Diagramma delle tensioni normali in direzione longitudinale per la seconda fase.

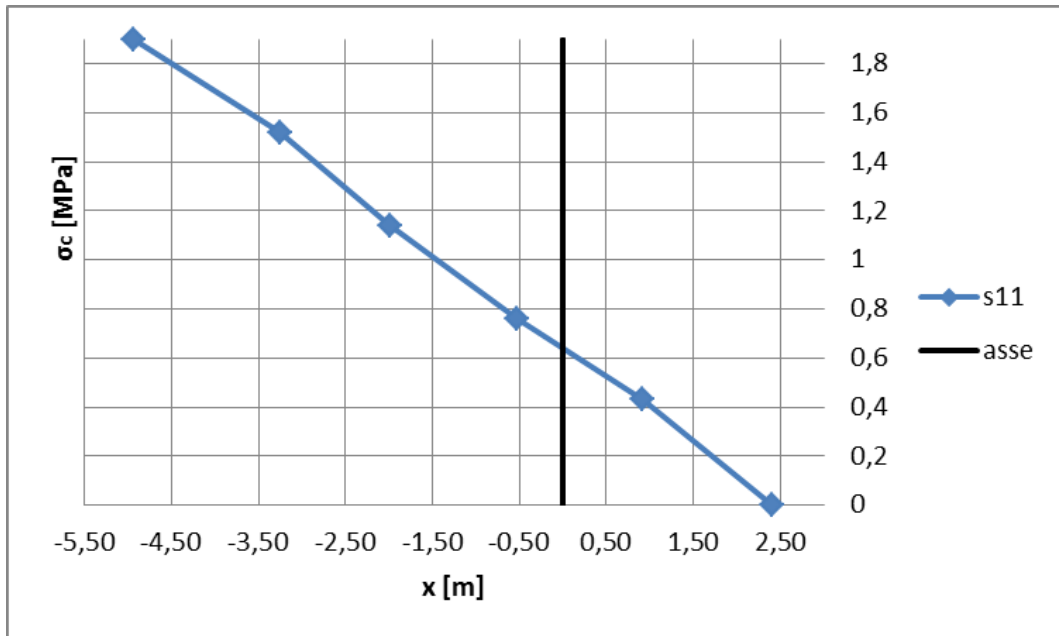


Figura 198 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

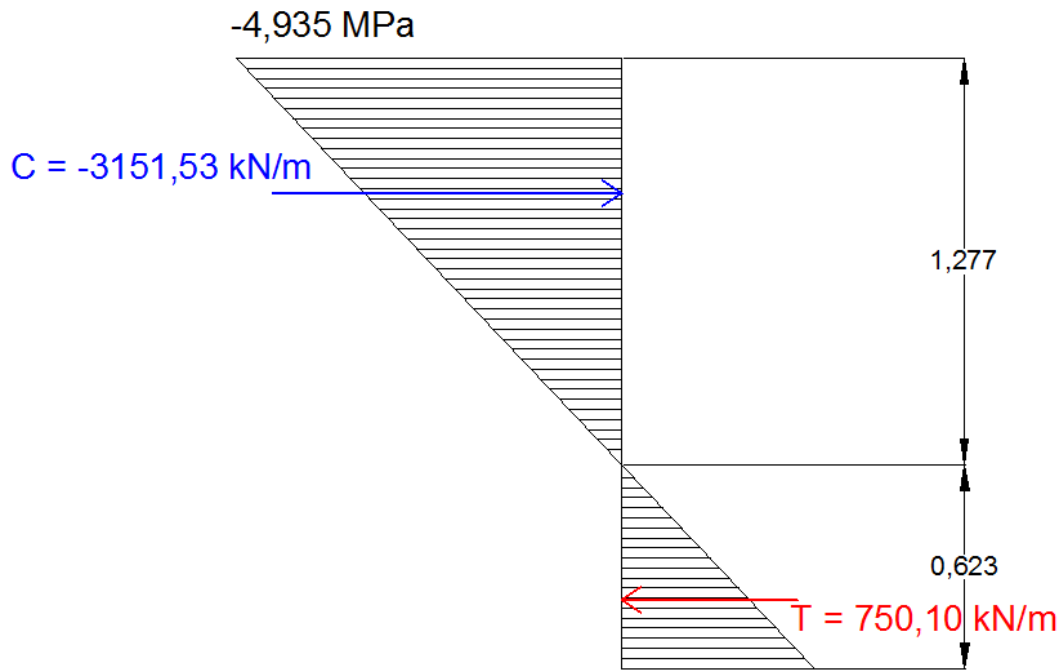


Figura 199 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-4,935 * 1277}{2} = -3151,53 \text{ kN}$$

$$T = \frac{2,408 * 623}{2} = 750,10 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-3151,53 + 750,10)}{2} = -1200,71 \text{ kN}$$

- Fase 3:

si applica il sistema autoequilibrato di reazioni vincolari alla trave composta;



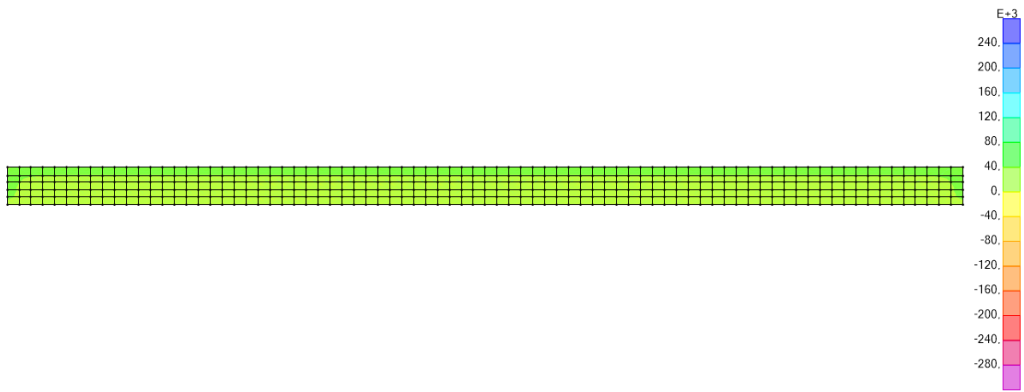


Figura 200 - Diagramma delle tensioni normali in direzione longitudinale per la terza fase.

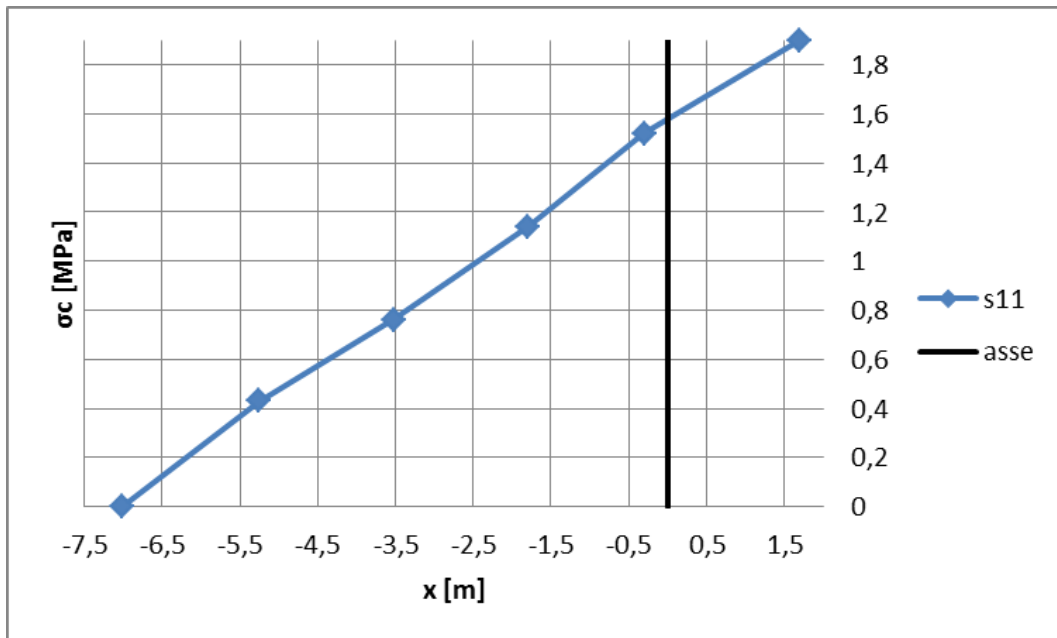


Figura 201 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

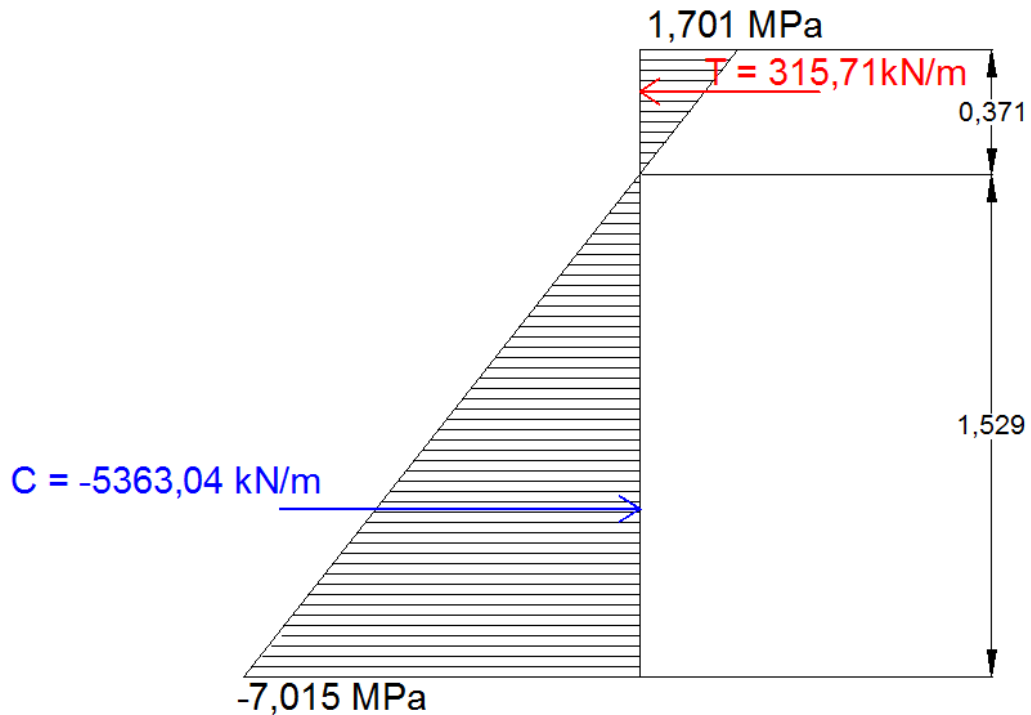


Figura 202 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-7,015 \cdot 1529}{2} = -5363,04 \text{ kN}$$

$$T = \frac{1,701 \cdot 371}{2} = 315,71 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-5363,04 + 315,71)}{2} = -2523,66 \text{ kN}$$

Si sottolinea che per conoscere le reazioni vincolari che producono gli effetti iperstatici da applicare nella terza fase di calcolo si deve eseguire un passaggio intermedio tra la seconda e la terza fase in cui si applica lo sforzo di compressione alla sezione composta considerata con il vincolamento effettivo iperstatico.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
	SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
▶	ANIMA delta T	Temperatura	LinStatic	-3639,436	0	0,0008878	0	130,4217	0
	Fase 2 - anima	Temperatura	LinStatic	-1198,805	0	-0,00002353	0	-1105,1563	0
	Fase 2 - soletta	Temperatura	LinStatic	-7454,195	0,00000002194	0,00002353	0,00000001819	-43,6982	0,00000001501
	Fase 3 - anima	Temperatura	LinStatic	-2525,915	0	-0,0008253	0	1278,9604	0
	Fase 3 - soletta	Temperatura	LinStatic	2525,989	0,00000008299	-0,0009208	0,00000003411	51,8688	-5,684E-13
	SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	3639,436	0,00000001728	-0,0008878	0,00000001194	6,414	-5,684E-13

Figura 203 - Risultanti per anima e soletta per le varie fasi di calcoli ottenuti tramite la definizione di Section cut.

$$N_{tot,anima} = N_{II\ fase,anima} + N_{III\ fase,anima} =$$

$$= -1198,805 - 2525,915 = -3724,72\ kN$$

$$N_{tot,soletta} = N_{I\ fase,soletta} + N_{II\ fase,soletta} + N_{III\ fase,soletta}$$

$$= 8653 - 7454,195 + 2525,989 = 3724,794\ kN$$

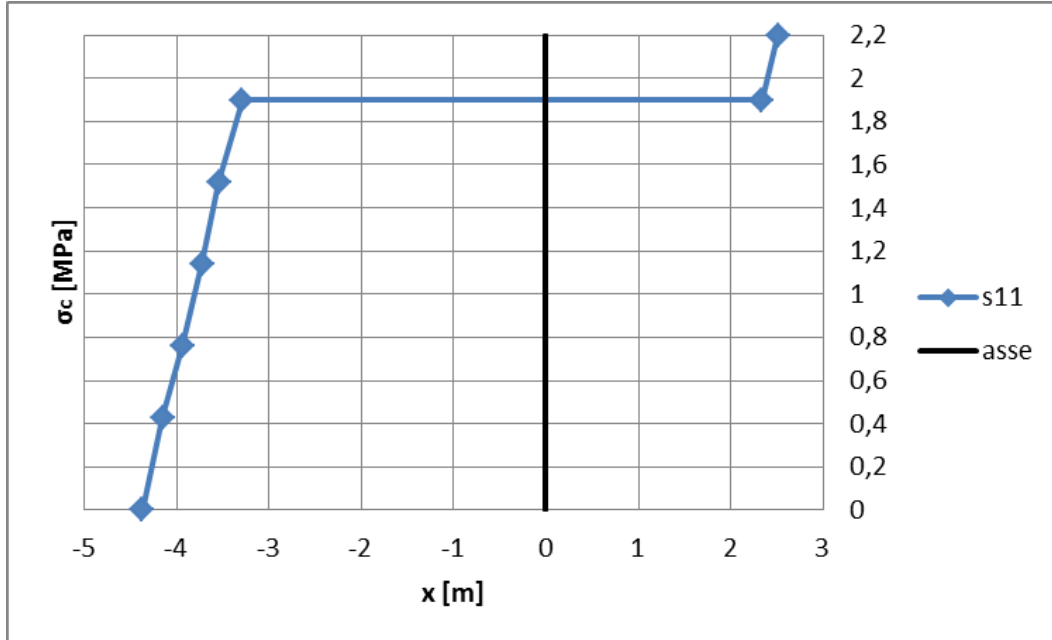


Figura 204 - Stato tensionale compressivo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

### 4.8.3 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente) nello stato fessurato

#### 4.8.3.1 Modello analitico

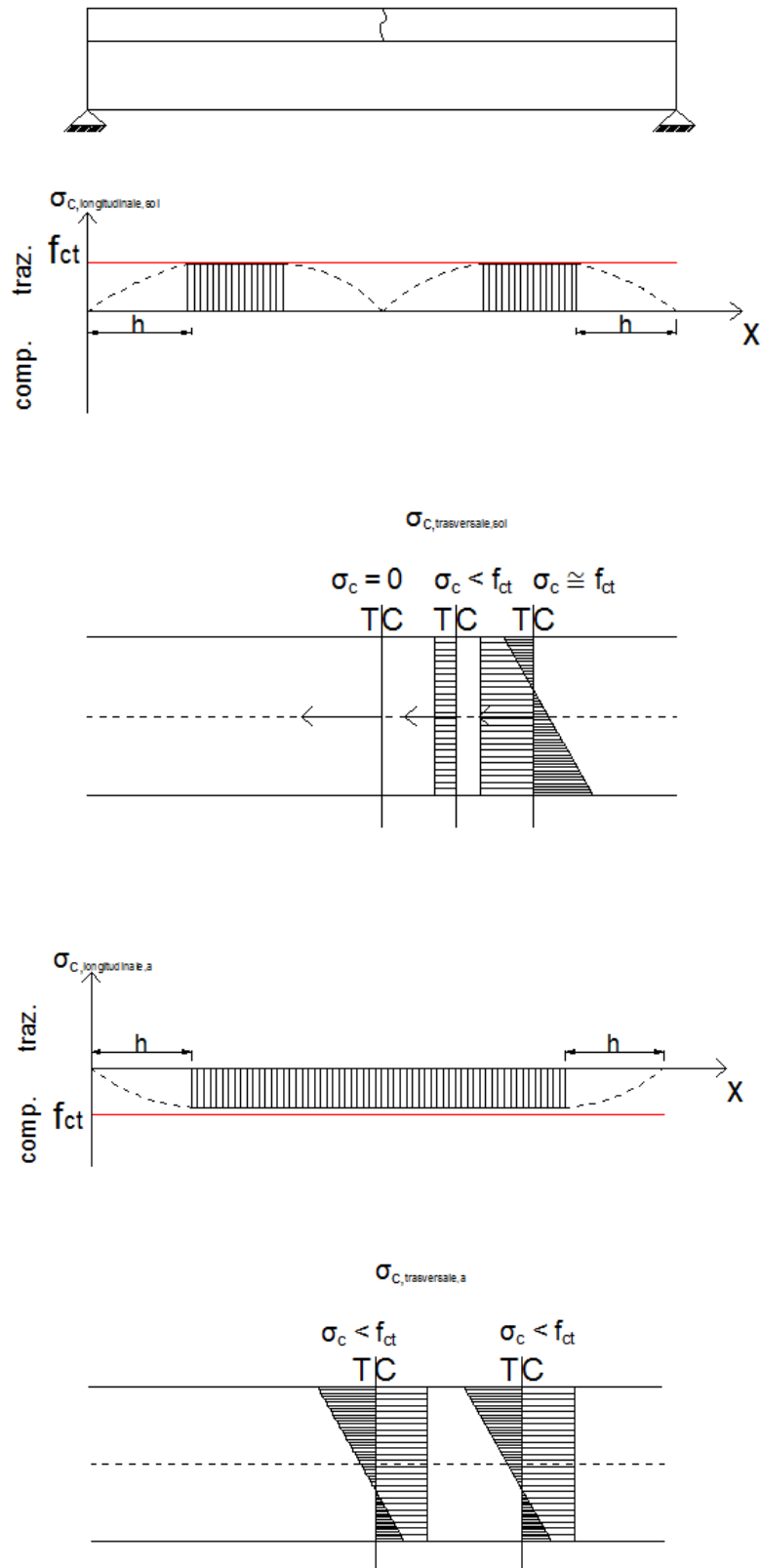


Figura 205 - Stato fessurato per lo schema strutturale iperstatico.

#### 4.9 Sezione mista a T (anima in acciaio, soletta in calcestruzzo)

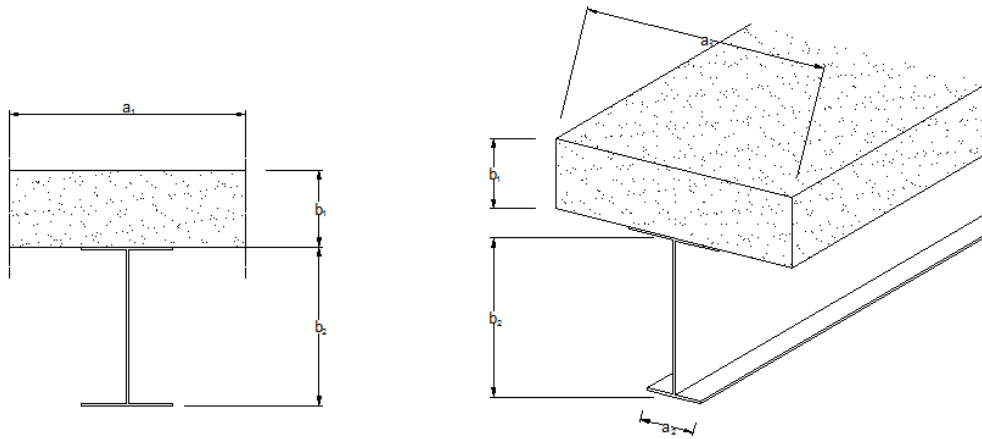


Figura 206 - Geometria dell'elemento considerato.

Dati noti:

- $f_{ck}$ ;
- $f_{yk}$ ;
- RH;
- $t$ ;
- $t_s$ ;
- $h_0 = \frac{2 \cdot A_{c,1}}{u_1} = \frac{2 \cdot (a_1 \cdot b_1)}{a_1 + 2b_1 + (a_1 - a_2)}$ ;
- $y_{G\infty} = \frac{A_c \cdot y_{G,c} + A_s \cdot y_{G,s}}{A_c + A_s} = \frac{(a_1 \cdot b_1) \cdot y_{G,c} + (2(a_2 \cdot b_2) + (a_3 \cdot b_3)) \cdot y_{G,s}}{(a_1 \cdot b_1) + (2(a_2 \cdot b_2) + (a_3 \cdot b_3))}$ ;
- Ipotesi:  $f_{ck,sol} < f_{ck,a}$ ;
- Ipotesi: presenza di microfessure in mezzeria con conseguente formazione di lesioni.

Tabella 48 - Tensioni e deformazioni, sollecitazioni e spostamenti per l'elemento a T costituito da anima in acciaio e soletta di calcestruzzo negli schemi strutturali considerati.

		<b>Tensioni/Sollecitazioni</b>	<b>Deformazioni/Spostamenti</b>
<b>Isostatico</b> (esternamente)		$\sigma_{c,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} < f_{ct,sol}$ $\sigma_{s,a} = \frac{N_a}{A_{s,a}} < f_{yd,a}$	$\varepsilon_{c,sol} = \frac{\sigma_{c1,sol}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_{s,a} = \frac{\sigma_{c1,a}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} = 0$ $N_a = \varepsilon_{s,a} * E_{s,a} * A_{s,a} = 0$	$\Delta l_{c,sol} = \varepsilon_{cs,sol} * l$ $\Delta l_{s,a} = \varepsilon_{s,a} * l$
<b>Iperstatico</b> (esternamente)	non fessurato	$\sigma_{c1,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} < f_{ct,sol}$ $\sigma_{s,a} = \frac{N_a}{A_{s,a}} < f_{yd,a}$	$\varepsilon_{c1,sol} = \frac{\sigma_{c1,sol}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c}$ $= \varepsilon_{c1}$ $\varepsilon_{s,a} = \frac{\sigma_{c1,a}}{E_c} < \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} = \varepsilon_{c1}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} <$ $< N_{cr,sol} = f_{ct,sol} * A_{c,sol}$ $N_a = \varepsilon_{s,a} * E_{s,a} * A_{s,a} <$ $< N_{ult,a} = f_{yd,a} * A_{s,a}$	$\Delta l_{c,sol} = 0$ $\Delta l_{s,a} = 0$
	fessurato	$\sigma_{c2,sol} = \frac{N_{sol}}{A_{c,sol}} = 0$ $\sigma_{s2,a} = \frac{N_a}{A_{s,a}} < f_{yd,a}$	$\varepsilon_{c2,sol} = 0$ $\varepsilon_{s2,a} = \frac{N_a}{E_{s,a} A_{s,a}}$
		$N_{sol} = \varepsilon_{cs,sol} * E_{c,sol} * A_{c,sol} =$ $= N_{cr,sol} = f_{ct,sol} * A_{c,sol}$ $N_a = \varepsilon_{s,a} * E_{s,a} * A_{s,a} <$ $< N_{ult,a} = f_{yd,a} * A_{s,a}$	$\Delta l_{c,sol} = 0$ $\Delta l_{s,a} = 0$

Dove:

$$\varepsilon_{c1} \cong 0,1\text{‰};$$

$$f_{ct,sol} = \frac{N_{cr,sol}}{A_{c,sol}};$$

$$f_{ct,a} = \frac{N_{cr,a}}{A_{c,a}};$$

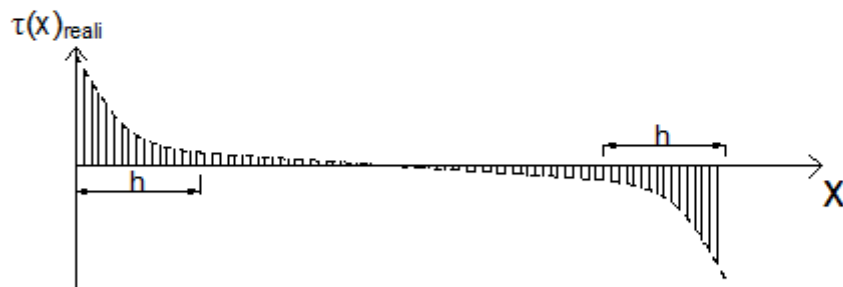
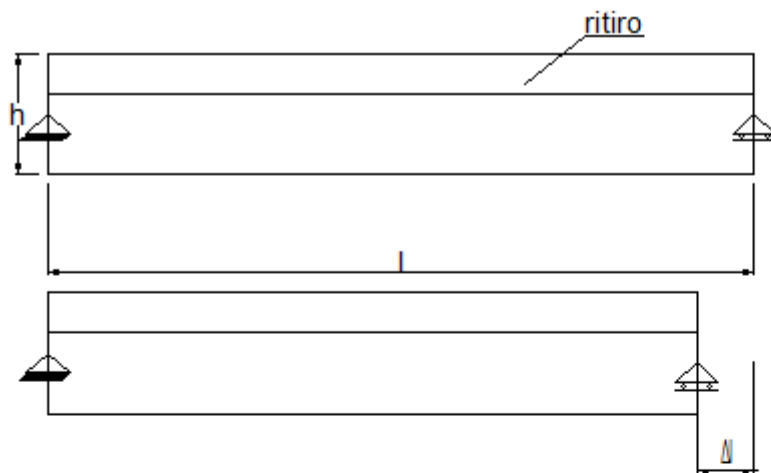
$$A_{c,sol} = a_1 * b_1;$$

$$A_{c,a} = a_2 * b_2;$$

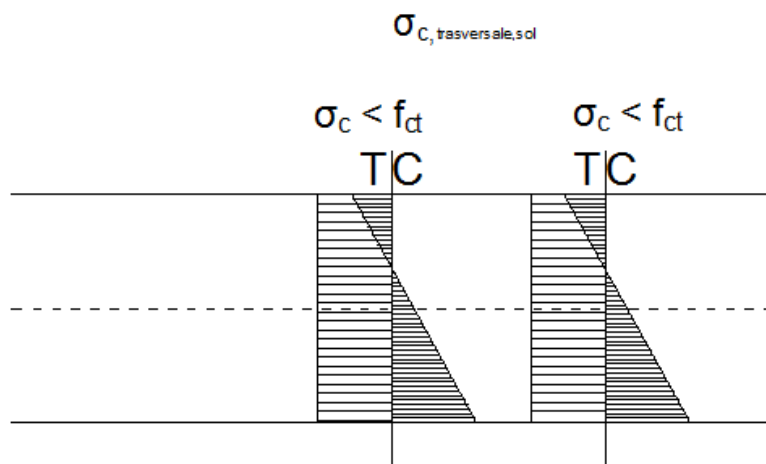
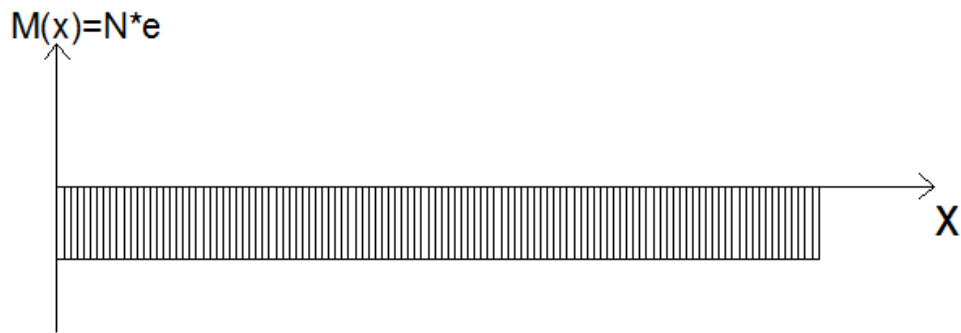
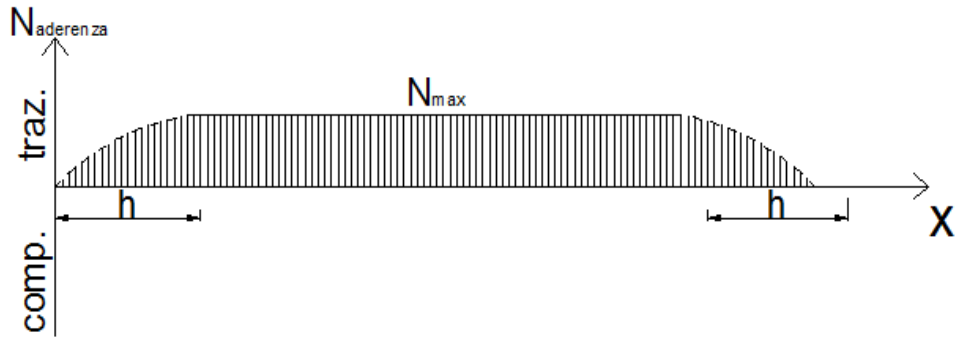
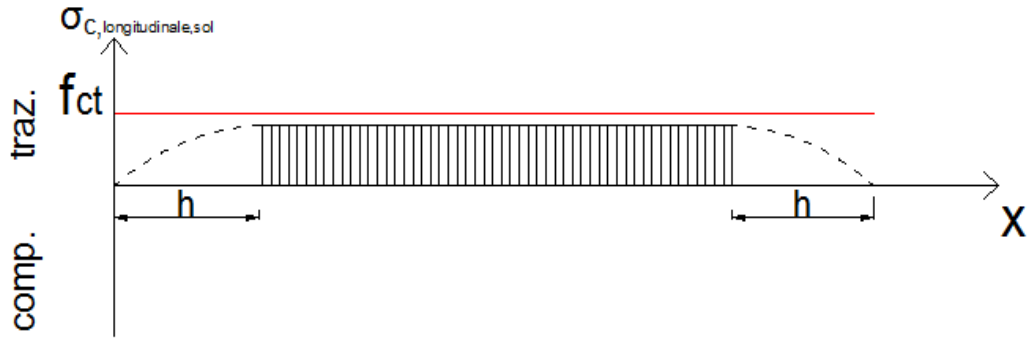
$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{\frac{2}{3}}.$$

### 4.9.1 Schema di vincolamento isostatico (esternamente)

#### 4.9.1.1 Modello analitico







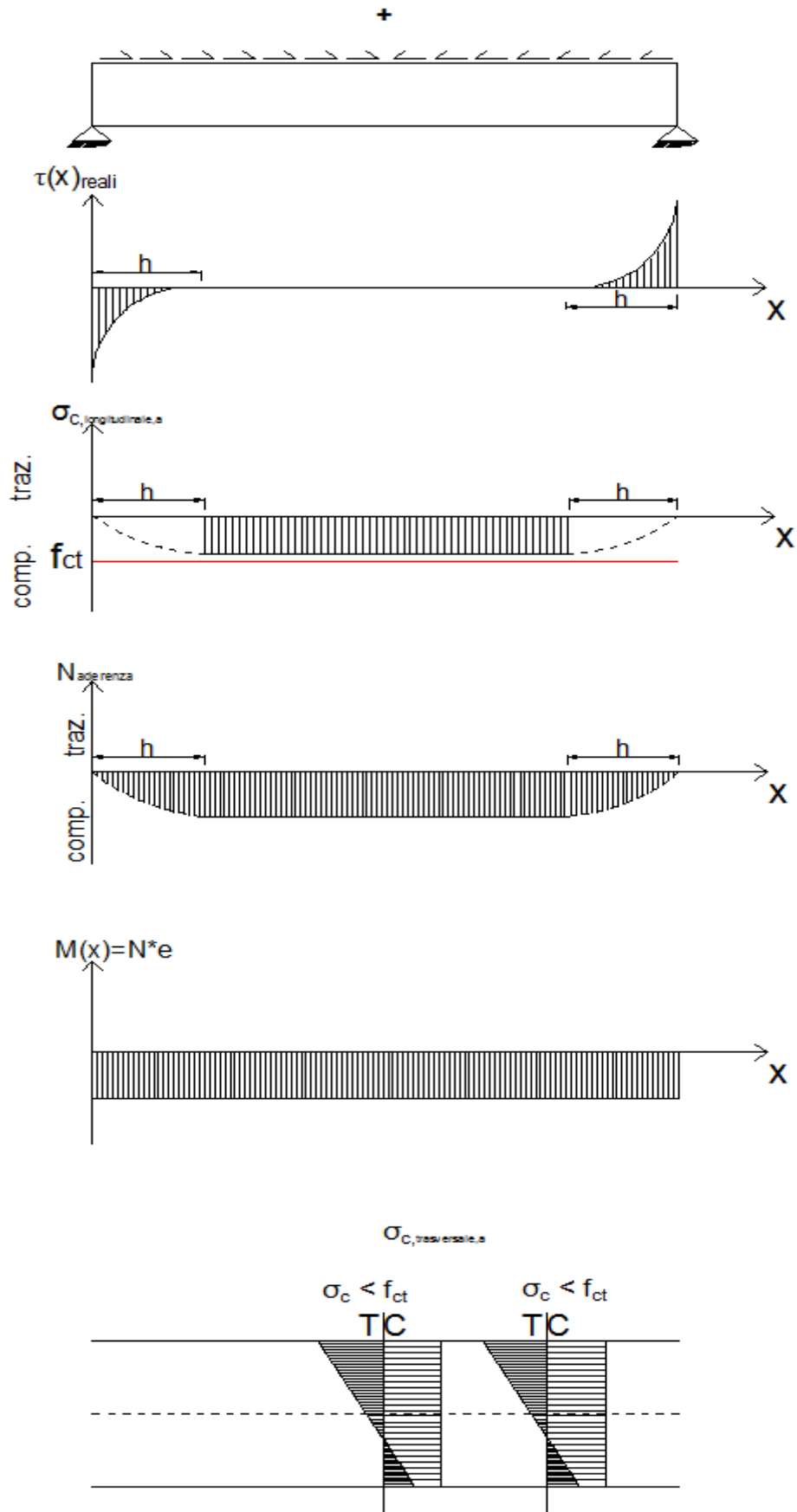


Figura 207 - Elemento a sezione a T costituito da anima in acciaio e soletta di calcestruzzo nello schema strutturale isostatico (esternamente).

Per calcolare gli effetti del ritiro in travi a sezione mista esistono vari metodi che tengono conto in modo diverso e con un differente grado di accuratezza, della collaborazione tra i due elementi costituenti la trave (anima e soletta), considerando che solo la soletta in calcestruzzo è soggetta a ritiro.

#### 4.9.1.2 Modello numerico di raffronto

La trave a T che si è considerata è costituita da due differenti materiali, rispettivamente un calcestruzzo di classe C45/55 per la soletta e acciaio per l'anima della trave; l'azione del ritiro si considera ovviamente agente solo sulla soletta.

La geometria considerata è la seguente:

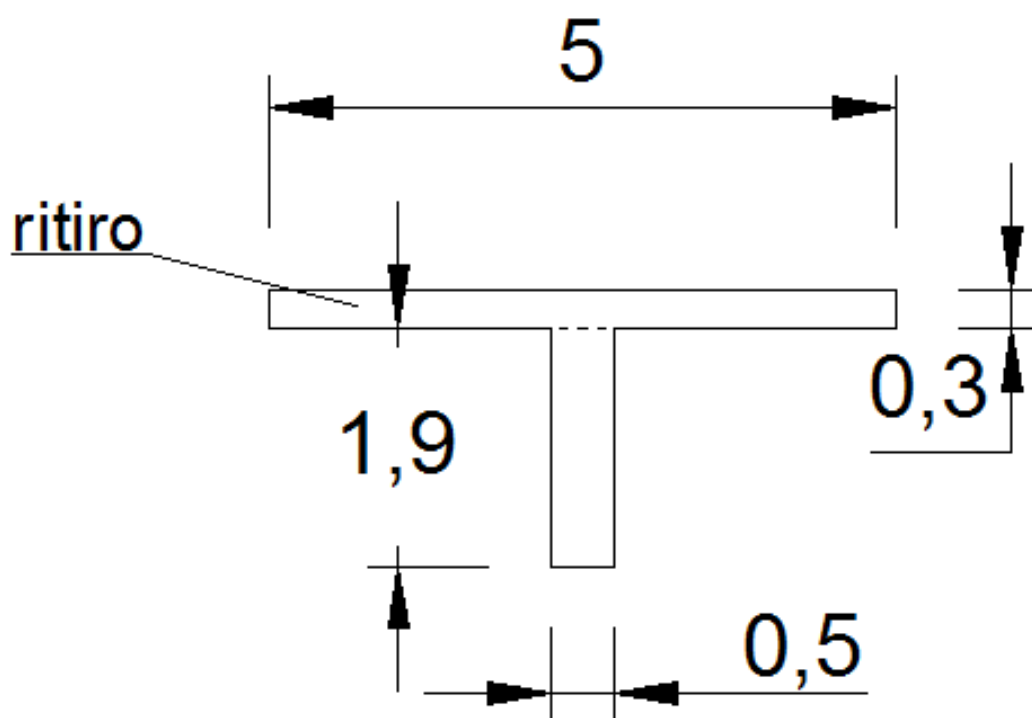


Figura 208 - Geometria dell'elemento considerato.

Calcolo della deformazione da ritiro agente sulla soletta:

$$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 36283 \text{ MPa}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * (5 * 0,3)}{2 * (5 + 0,3)} = 0,283 \text{ m} = 283 \text{ mm}$$

da cui risultano:

$$\varepsilon_{c0} = -0,2275 \%$$

$$k_h = 0,77$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \varepsilon_{c0} * k_h = -0,2275 * 10^{-3} * 0,77 = -0,000159$$

$$\beta_{ds} \cong 1$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd,\infty} * \beta_{ds} = -0,000159 * 1 = -0,000159 = -1,59 * 10^{-4}$$

$$\Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha} = \frac{-0,000159}{10 * 10^{-6}} = -15,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### Valutazione degli spostamenti

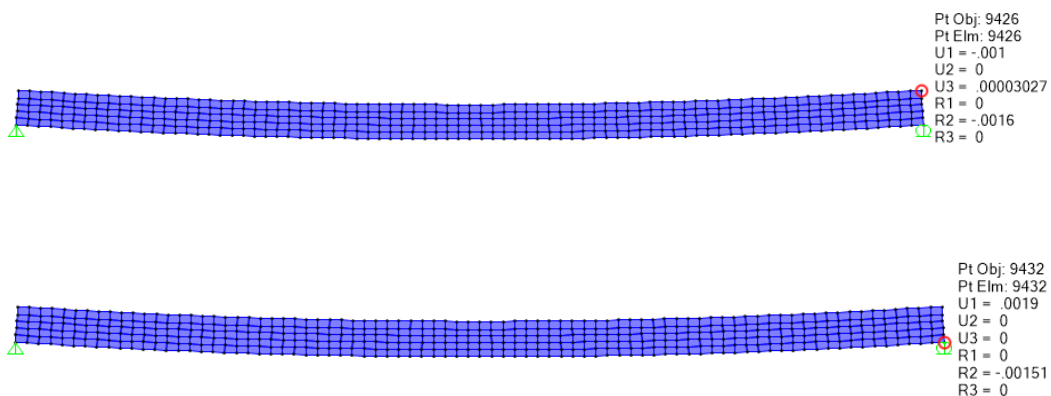


Figura 209 - Spostamenti in sommità e alla base dell'anima ricavati dal modello di elementi shell.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare lo spostamento tramite il modello analitico, che risulta:

$$X = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_c A_{c,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} = \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} =$$

$$= -4138469,77 \text{ N}$$

$$\Delta l_{\text{sommità}} = -\frac{X * l}{E_s A_{s,a}} = -\frac{4138469 * 50000}{210000 * 950000} = -1,037 \text{ mm} =$$

$$= -1,037 * 10^{-3} m = -0,001037 m$$

Dunque con buona approssimazione lo spostamento coincide tra calcolo con il modello analitico e modello numerico.

### Valutazione delle sollecitazioni

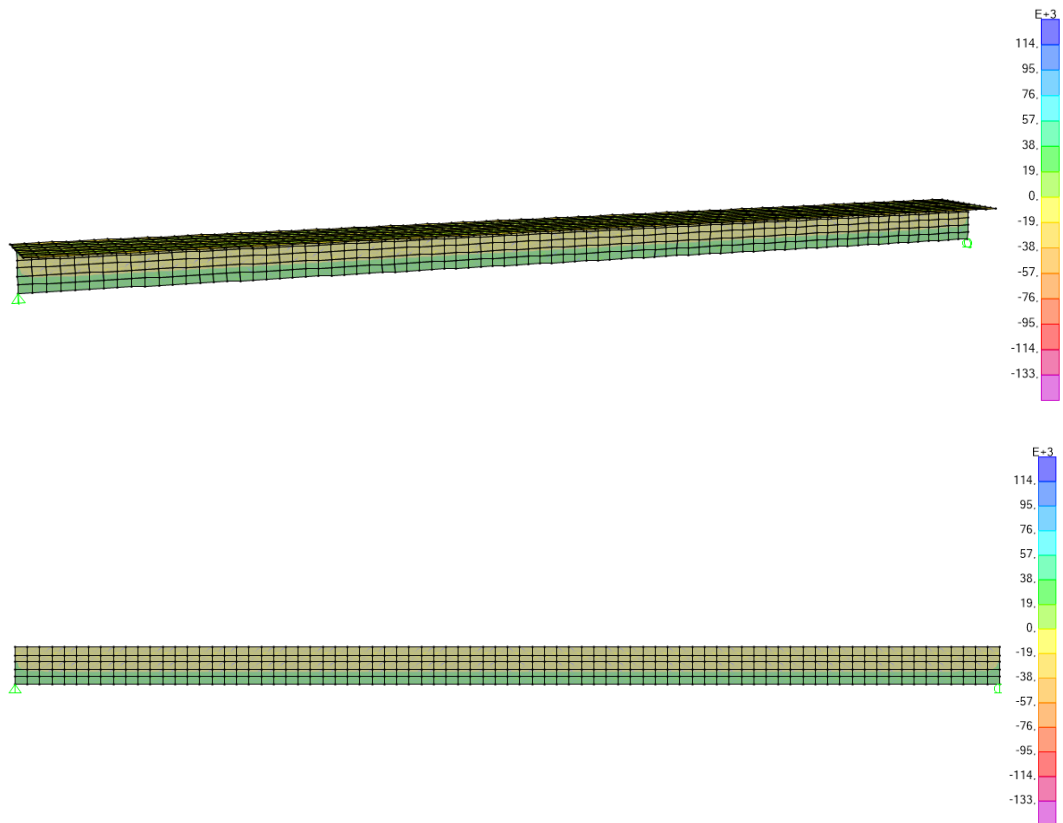


Figura 210 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

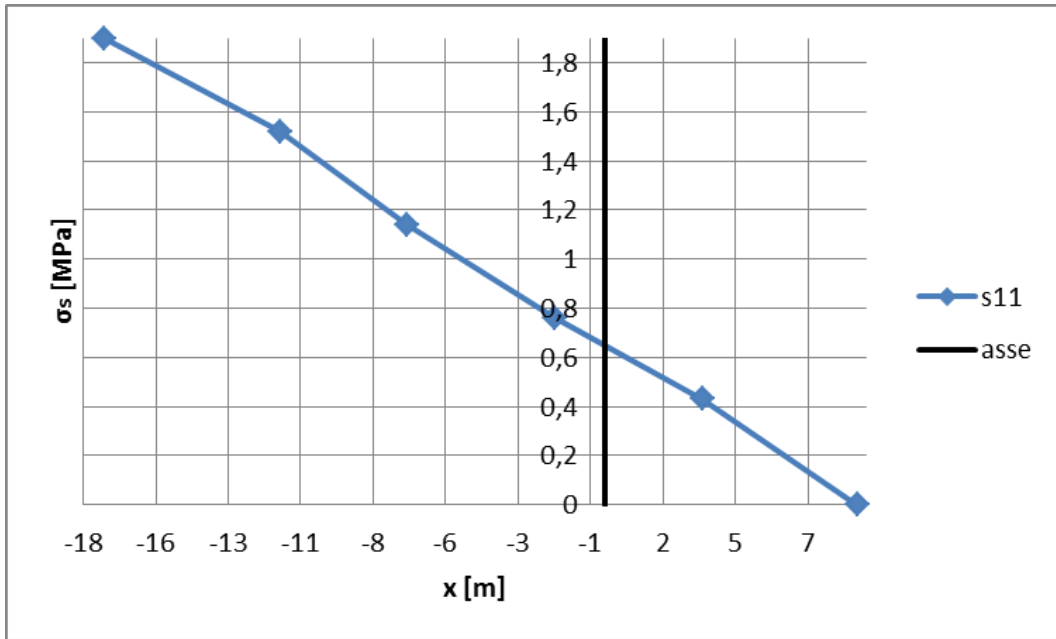


Figura 211 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

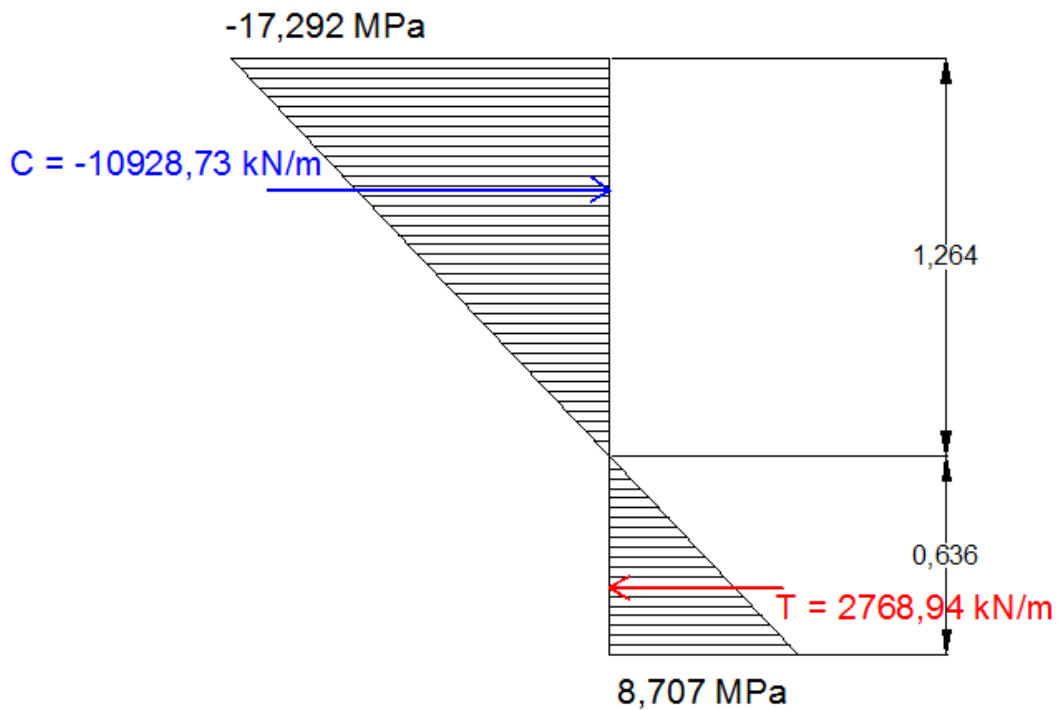


Figura 212 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della tensioni:

$$\sigma_{sup} = \frac{N}{A_{ci}} + \frac{N * e}{W_{ci}} = \left( \frac{-8653}{1,1342} + \frac{-8653 * 0,791}{0,550} \right) * 10^{-3} = -20,073 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{N}{A_{ci}} - \frac{N * e}{W_{ci}} = \left( \frac{-8653}{1,1342} - \frac{-8653 * 0,791}{0,392} \right) * 10^{-3} = 9,807 \text{ MPa}$$

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-17292,3 * 1,264}{2} = -10928,73 \text{ kN}$$

$$T = \frac{8707,36 * 0,636}{2} = 2768,94 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-10928,73 + 2768,94)}{2} = -4079,89 \text{ kN}$$

Per verificare la risultante delle tensioni che si sviluppano nell'anima a causa della soletta ad essa connessa soggetta ad accorciamento per effetto del ritiro, si è definita una sezione di controllo in corrispondenza della sezione di mezzzeria.

SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
delta T	Temperatura	LinStatic	-4062.128	0	-0,00001965	0	-3865,7382	0
N+M	Temperatura	LinStatic	-4061.908	0	-0,012	0	-3865,5312	0
Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4061.905	0	-0,0002597	0	-3865,5265	0
SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	4062.128	0,00000001364	0,00001966	0,00000003092	-27,1344	0,00000001398
SOLETTA N+M	Temperatura	LinStatic	-4591,092	0,00000001154	0,012	0,00000003593	-27,1308	0,00000002956
SOLETTA Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4591,095	0,00000000756	0,0002597	0,00000007276	-27,1328	0,00000001546

Figura 213 - Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzzeria.

Si osserva che le risultanti degli sforzi di anima e soletta risultano di uguale modulo e opposte di segno, rispettando così l'equilibrio; infatti la soletta vorrebbe accorciarsi perché soggetta a ritiro ma l'anima si oppone a tale accorciamento, quindi la soletta risulta tesa mentre l'anima compressa.

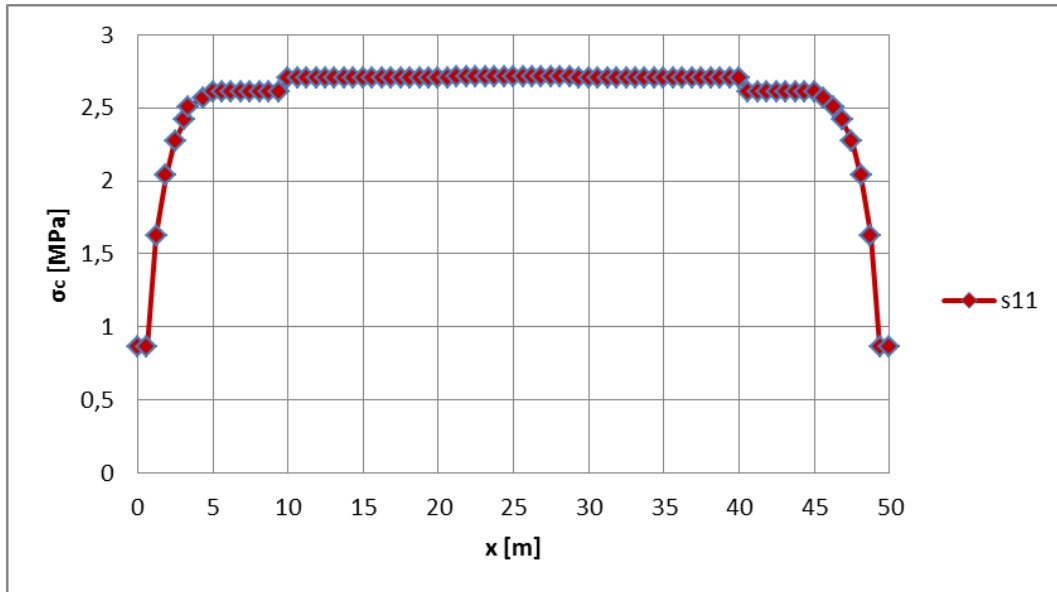


Figura 214 - Andamento delle tensioni normali di trazione nella soletta.

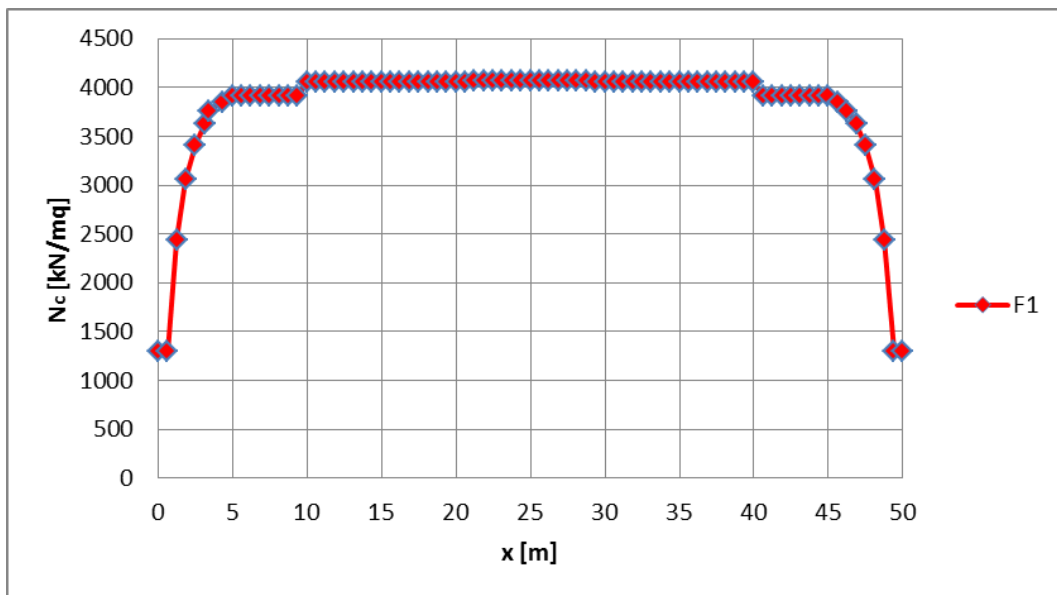


Figura 215 - Andamento della risultante degli sforzi normali di trazione nella soletta.

Tabella 49 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot soletta</sub></b>	<b>2,708</b>	[MPa]
<b>A<sub>c,soletta</sub></b>	<b>1,50*10<sup>6</sup></b>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,soletta</sub> = N<sub>max,soletta</sub></b>	<b>4062,12</b>	[kN]



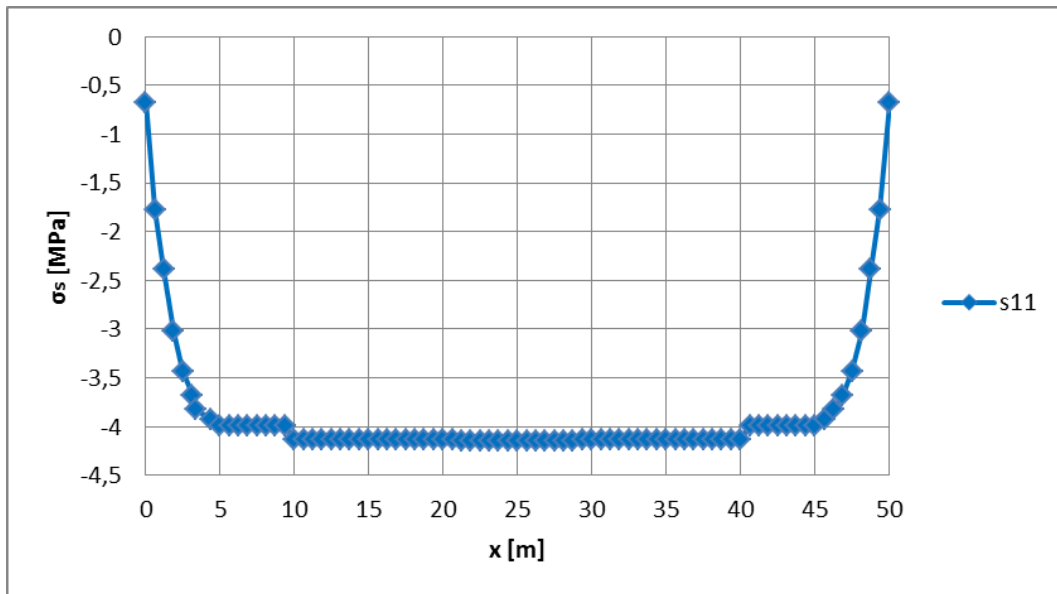


Figura 216 - Andamento delle tensioni normali di compressione nell'anima.

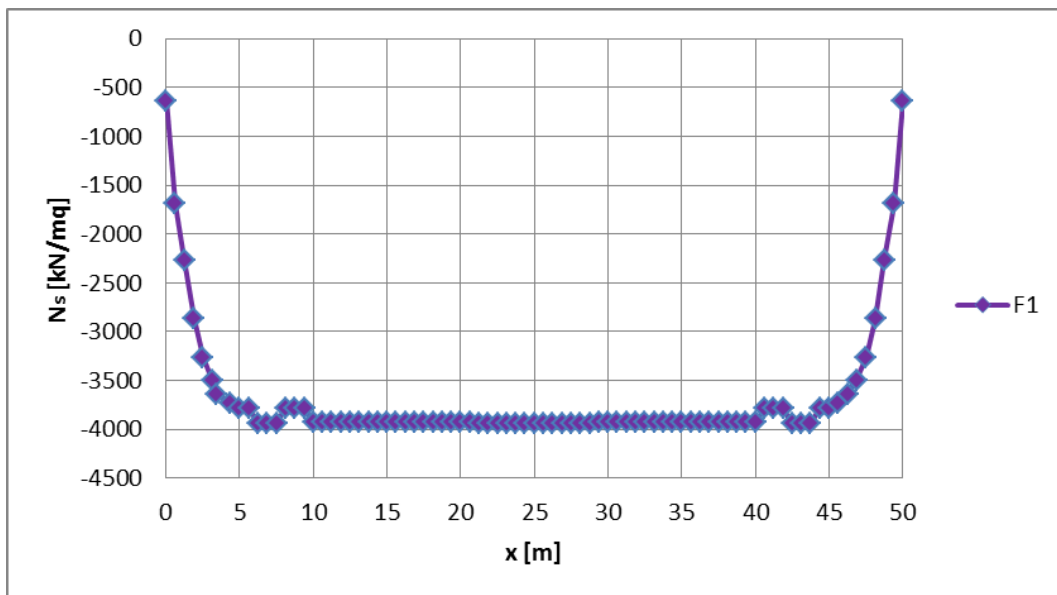


Figura 217 - Andamento della risultante degli sforzi normali di compressione nell'anima.

Tabella 50 - Risultante dello sforzo assiale nell'anima in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S_{11_{tot\ anima}}$	-4,141	[MPa]
$A_{c,anima}$	$0,95 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,anima} = N_{max,anima}$	-3934,81	[kN]

Si precisa che ai fini dei risultati ottenuti con il modello si è verificato che posizionare i vincoli esterni alle estremità in corrispondenza dell'asse baricentrico della sezione composta o all'intradosso dell'anima non comporta alcuna differenza nei risultati che si ottengono.

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante tramite il modello analitico, che risulta:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$

$$= \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} = -4138469,77 \text{ N}$$

Dunque il calcolo con il modello analitico sovrastima la risultante ottenuta con il modello numerico di circa un 5%.

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché in questo caso la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2}{E_a b_a h_a^2} =$$

$$= 6 \frac{36283}{210000} \frac{5000}{500} \frac{300^2}{1900^2} = 0,26$$

Metodo dell'equilibrio

- Fase 1:

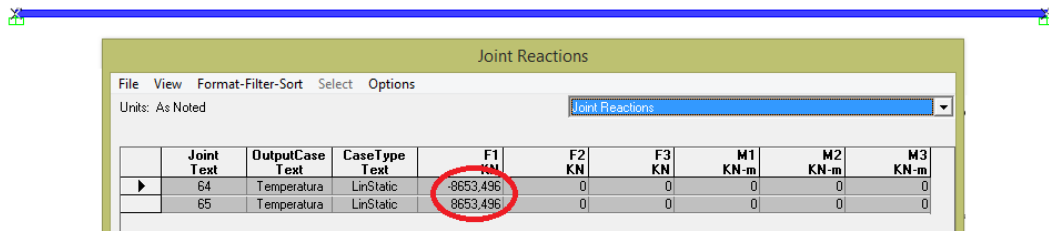


Figura 218 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo FRAME.

Si può ottenere lo stesso risultato anche analiticamente:

$$N_{CS} = \varepsilon_{CS} * E_{cm} * A_{c,soletta} = -1,59 * 10^{-4} * 36283 * 1500000 = 8653 \text{ kN}$$

Si può anche ragionare modellando la soletta con elementi di tipo SHELL:

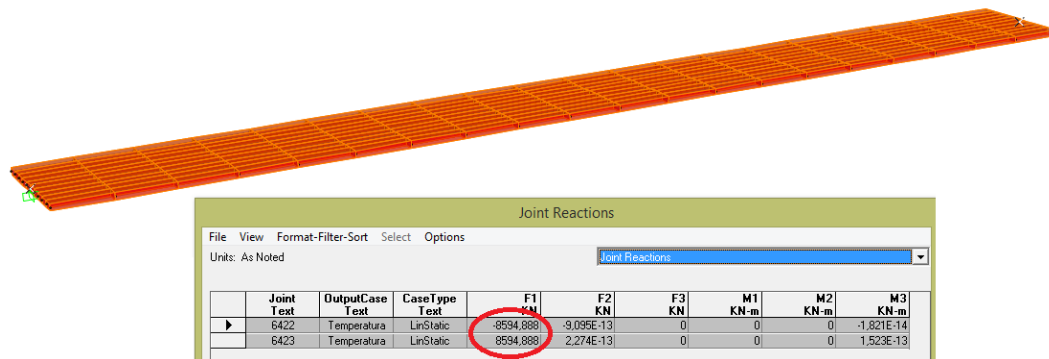


Figura 219 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo SHELL.

In riferimento alla modellazione con elementi di tipo SHELL per la sola soletta per questa prima fase valgono gli stessi ragionamenti fatti in precedenza per il caso di elemento con sezione a T con soletta e anima di due calcestruzzi diversi.

- Fase 2:

E' possibile modellare la seconda fase in due modi equivalenti:

- applicare lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della soletta;
- applicare lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della sezione composta assieme al relativo momento di trasporto;

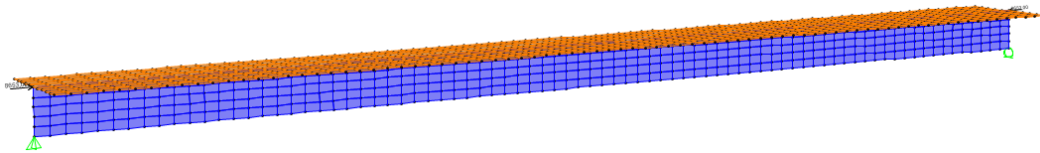


Figura 220 - Modello in cui si è applicato lo sforzo di compressione nel baricentro della soletta.

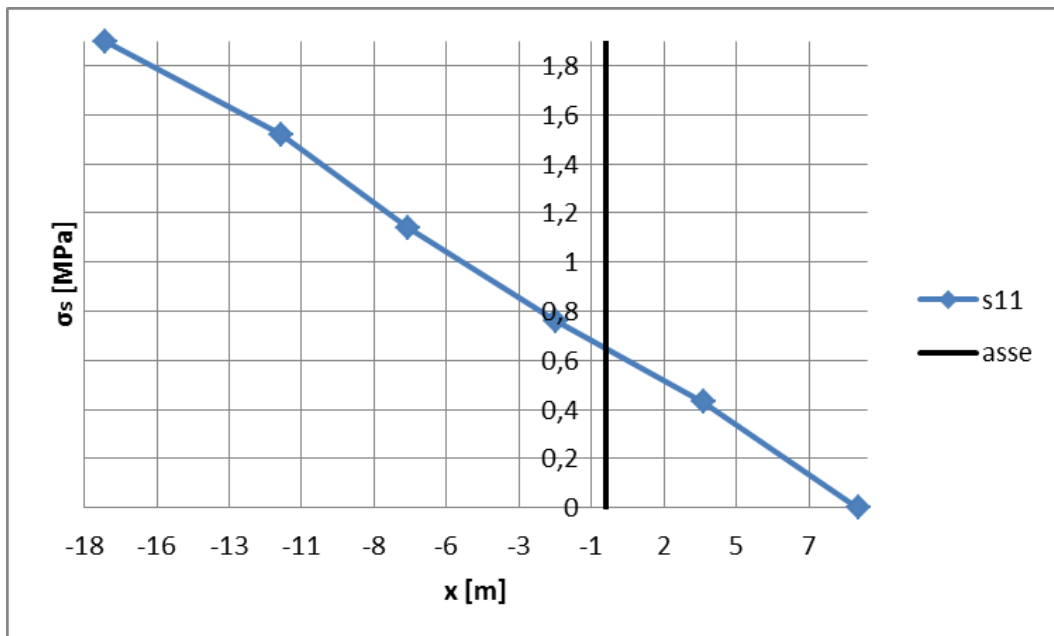


Figura 221 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzzeria.

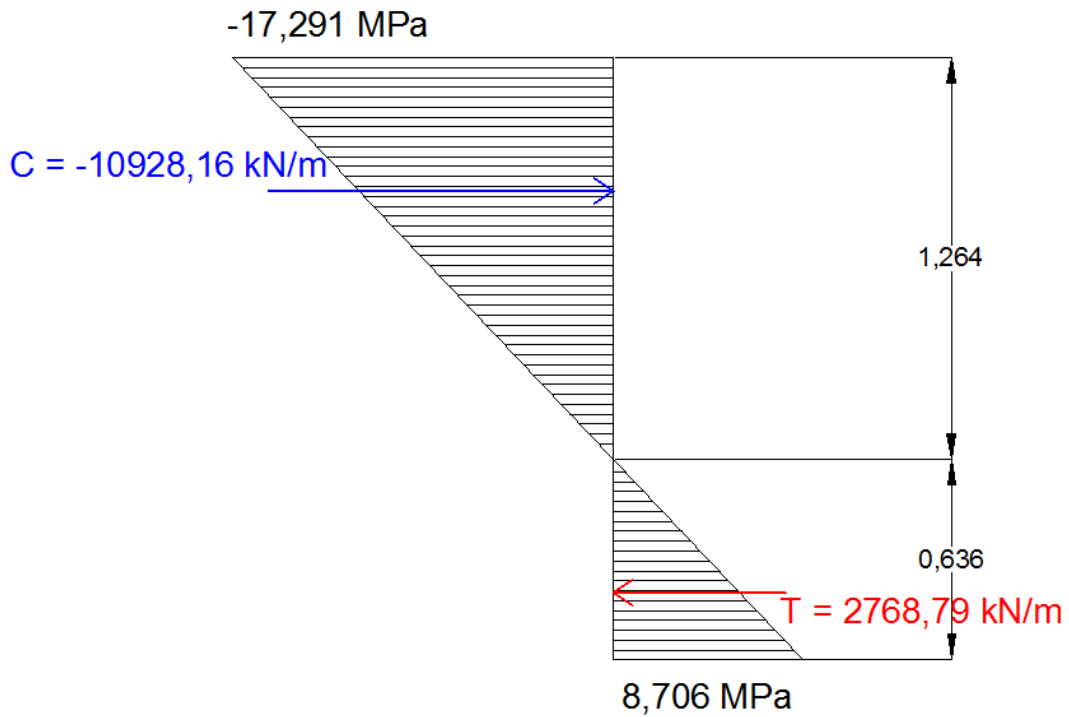


Figura 222 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-17291,39 * 1,264}{2} = -10928,16 \text{ kN}$$

$$T = \frac{8706,88 * 0,636}{2} = 2768,88 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-10928,16 + 2768,88)}{2} = -4079,64 \text{ kN}$$

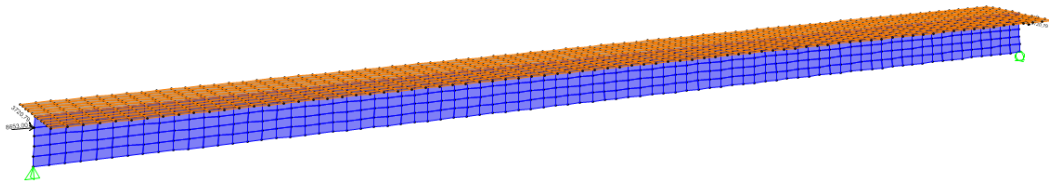


Figura 223 - Modello in cui si è applicato lo sforzo di compressione nel baricentro della sezione composta assieme al relativo momento di trasporto.

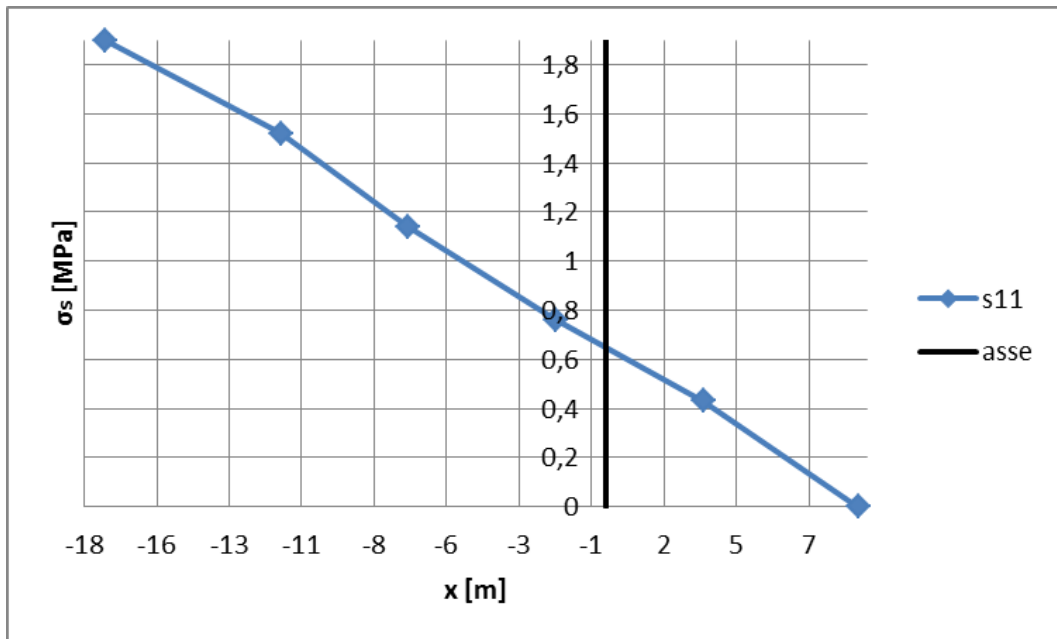


Figura 224 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

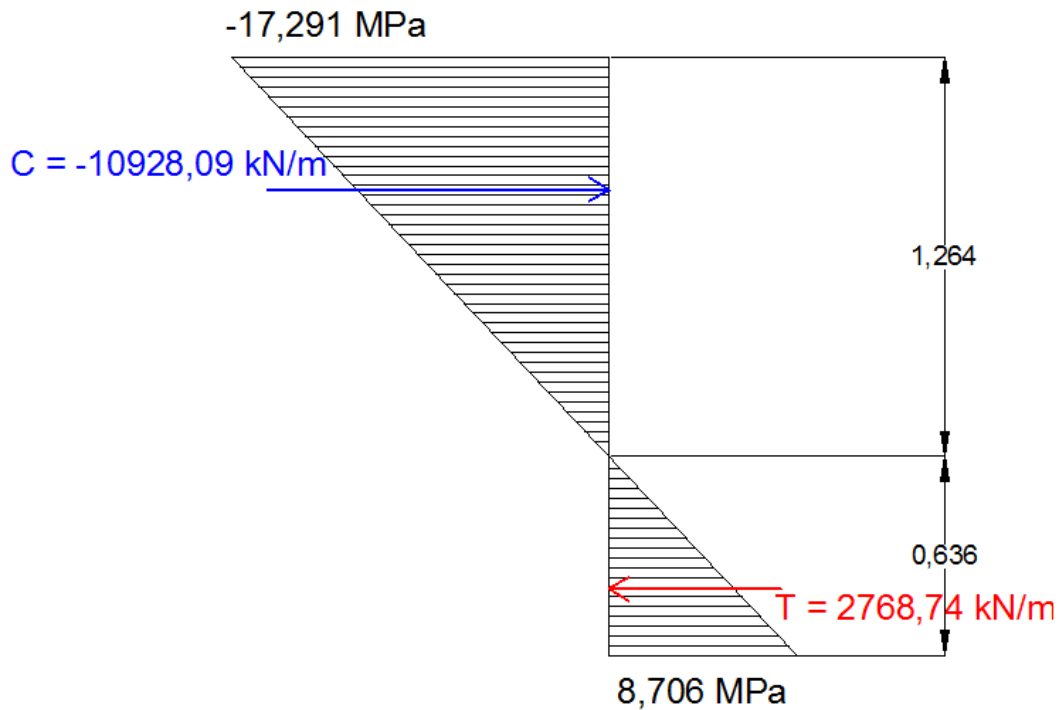


Figura 225 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-17291,29 * 1,264}{2} = -10928,09 \text{ kN}$$

$$T = \frac{8706,74 * 0,636}{2} = 2768,74 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-10928,09 + 2768,74)}{2} = -4079,67 \text{ kN}$$

Si può poi verificare, tramite la definizione delle Section cut , che la risultante delle sollecitazioni assiali in corrispondenza della sezione di mezzeria è la medesima per i due modelli.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
delta T	Temperatura	LinStatic	-4062,128	0	-0,00001965	0	-3865,7382	0	
N+M	Temperatura	LinStatic	-4061,908	0	-0,012	0	-3865,5312	0	
Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4061,905	0	-0,0002597	0	-3865,5265	0	
SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	4062,128	0,00000001364	0,00001966	0,000000003092	-27,1344	0,00000001398	
SOLETTA N+M	Temperatura	LinStatic	-4591,092	0,00000001154	0,012	0,000000003593	-27,1308	0,00000002956	
SOLETTA Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4591,095	0,00000000756	0,0002597	0,000000007276	-27,1328	0,00000001546	

Figura 226 - Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Si osserva che per l'anima il valore della risultante ricavato nella seconda fase è già quello effettivo, mentre per la soletta bisogna sommare le risultanti di prima e seconda fase per ottenere la risultante effettiva:

$$N_{soletta} = N_{soletta,I fase} + N_{soletta,II fase} = 8653 - 4591,095 = 4061,90 \text{ kN}$$

Ovviamente la risultante degli sforzi assiali nella soletta risulta essere di trazione: infatti la soletta soggetta a ritiro vorrebbe accorciarsi ma l'anima glielo impedisce parzialmente. Dunque la soletta risulta essere tesa, mentre l'anima compressa; come confermato dai risultati estratti dai modelli tali risultanti devono essere uguali in modulo affinché il sistema sia equilibrato.

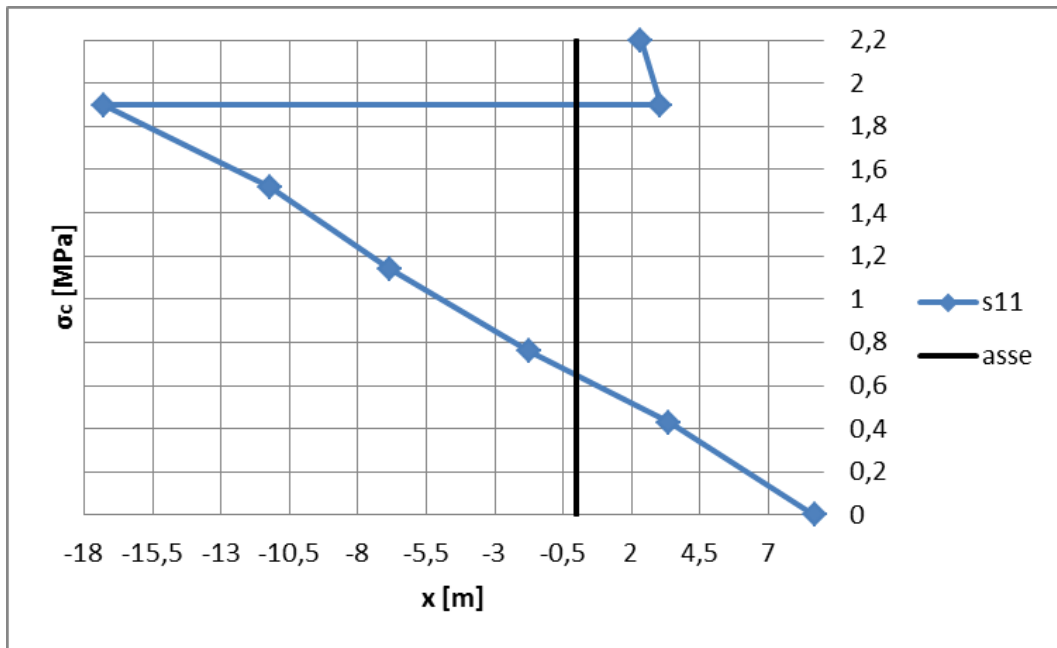


Figura 227 - Stato tensionale complessivo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

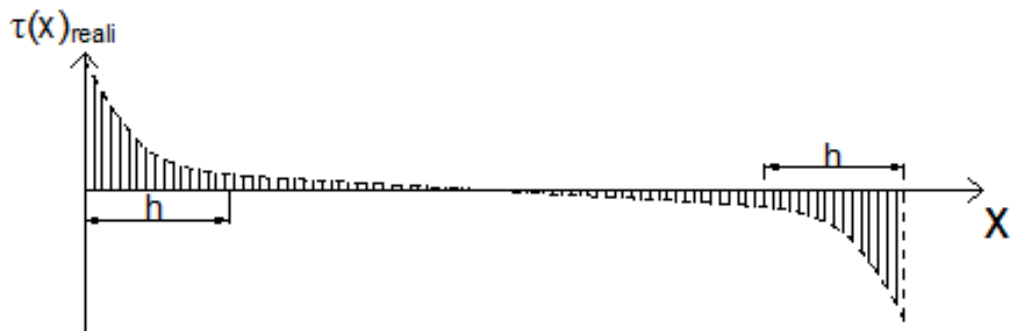
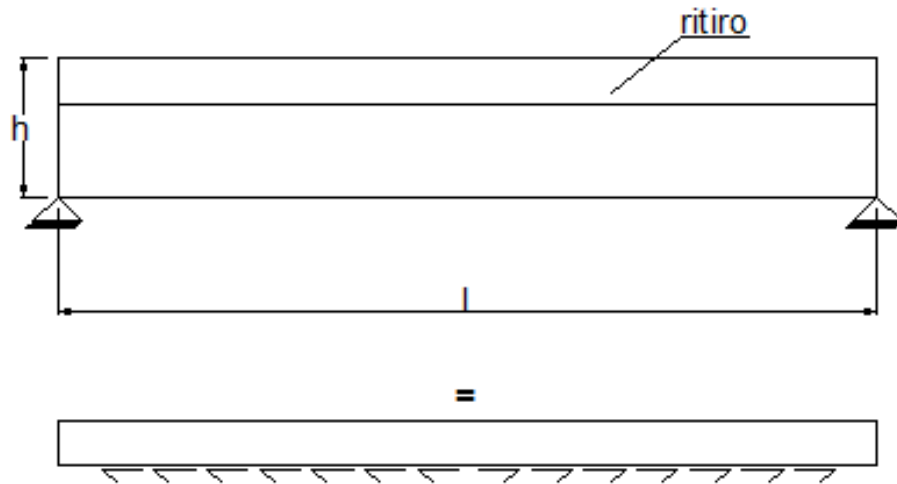
Si giustifica quindi il fatto che la risultante delle tensioni normali e la risultante delle tensioni tangenziali sulla medesima giacitura devono coincidere; risultano invece diverse le distribuzioni rispettivamente delle tensioni normali che presentano un massimo in mezzeria e delle tensioni tangenziali che presentano il valore massimo alle estremità.

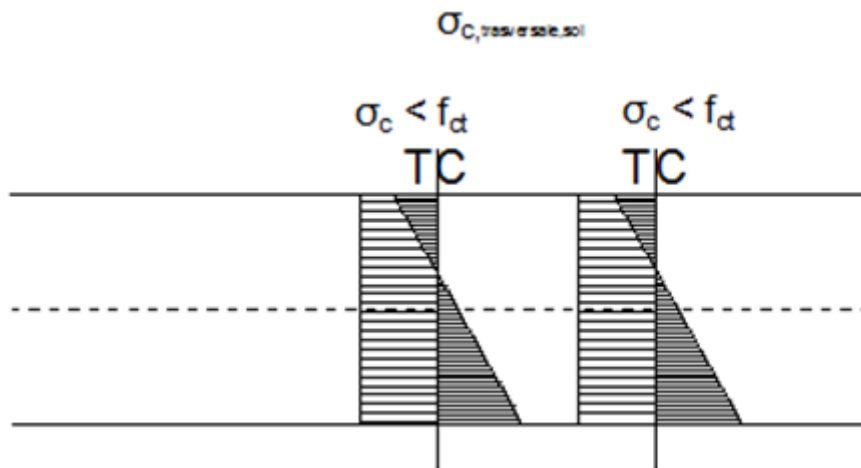
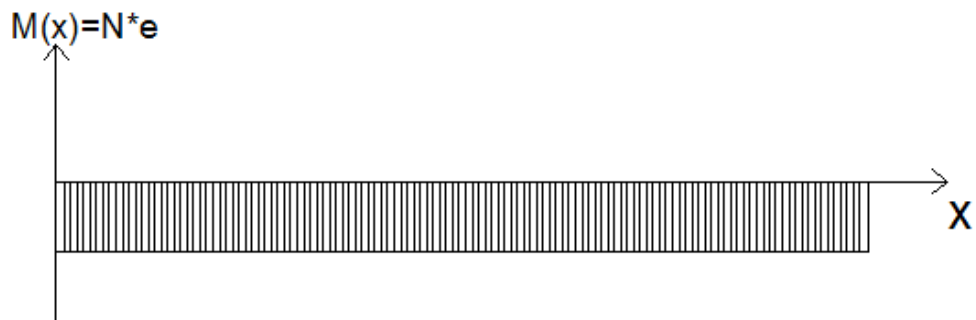
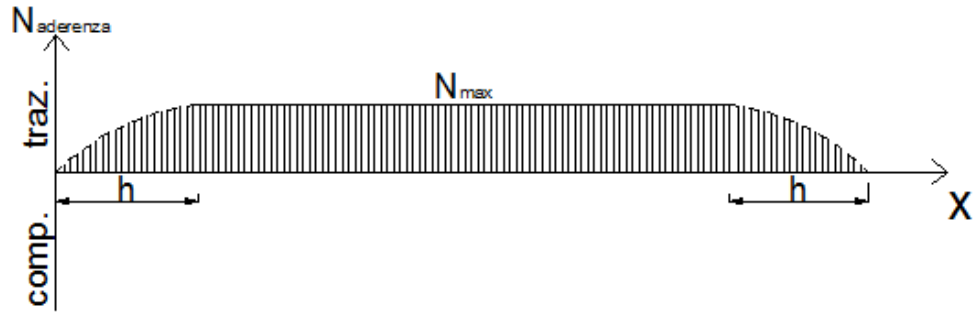
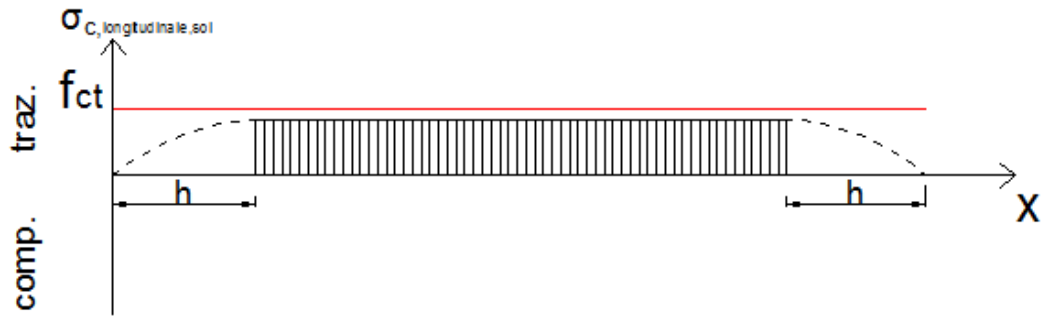
Si osserva che tutti gli stati tensionali rappresentano solo compressioni, tranne che per il primo nodo di estremità, in cui si ha anche trazione.

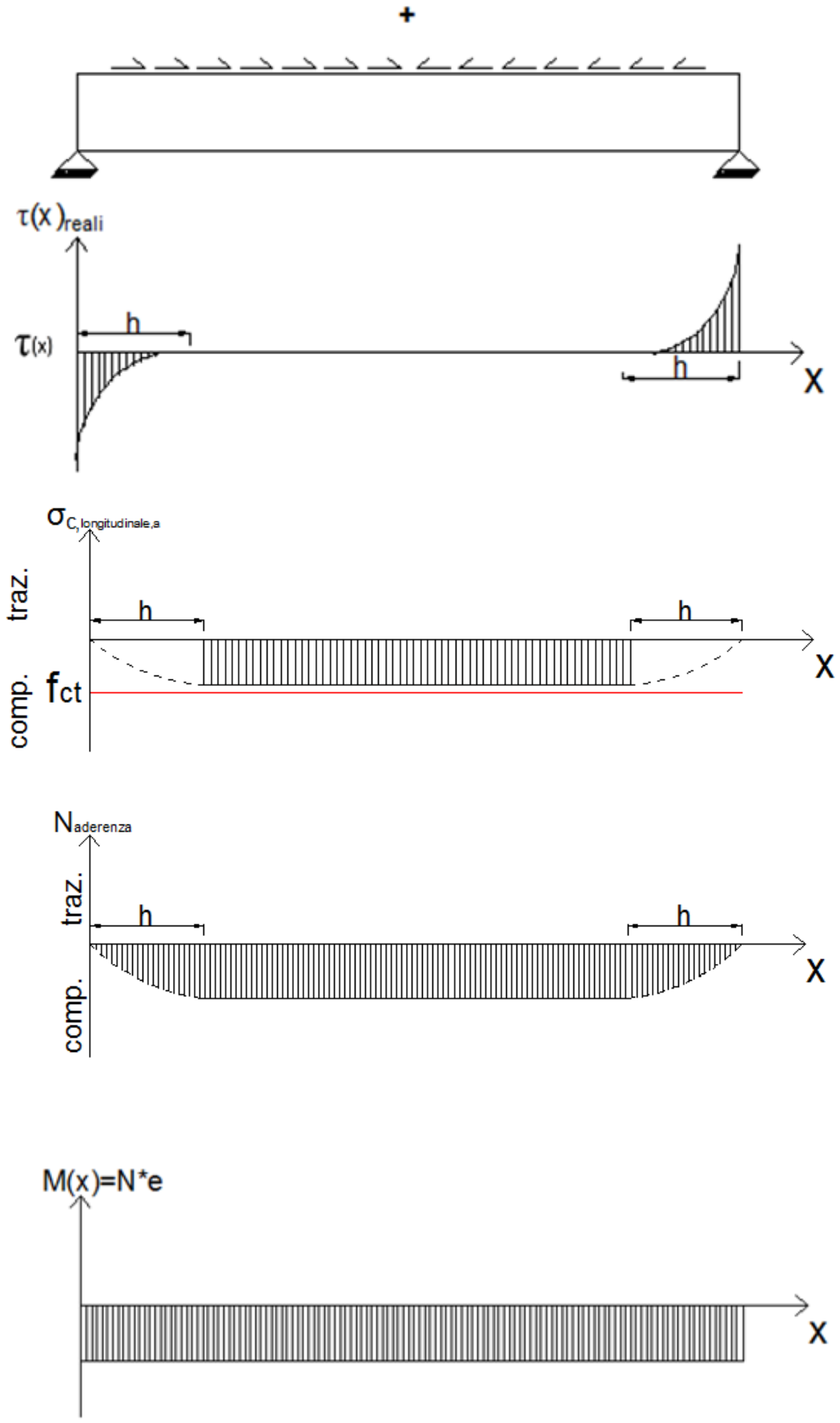


### 4.9.2 Schema di vincolamento iperstatico (esternamente)

#### 4.9.2.1 Modello analitico







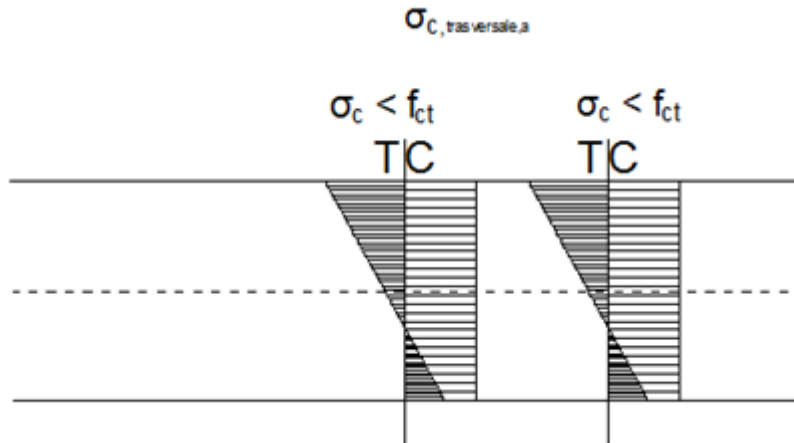


Figura 228 - Diagrammi delle tensioni e delle conseguenti sollecitazioni per l'anima di calcestruzzo e la soletta di acciaio nello schema strutturale iperstatico (esternamente).

#### 4.9.2.2 Modello numerico di raffronto

##### Valutazione delle sollecitazioni

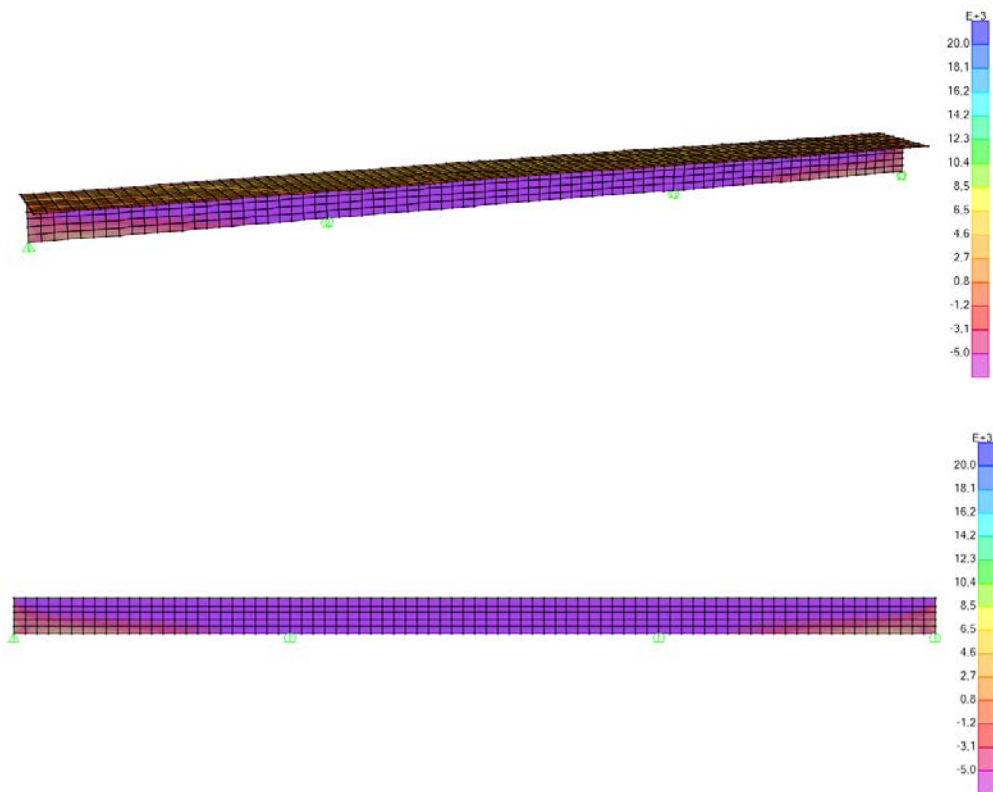


Figura 229 - Tensioni normali nella direzione dell'asse della trave (S11 in SAP2000).

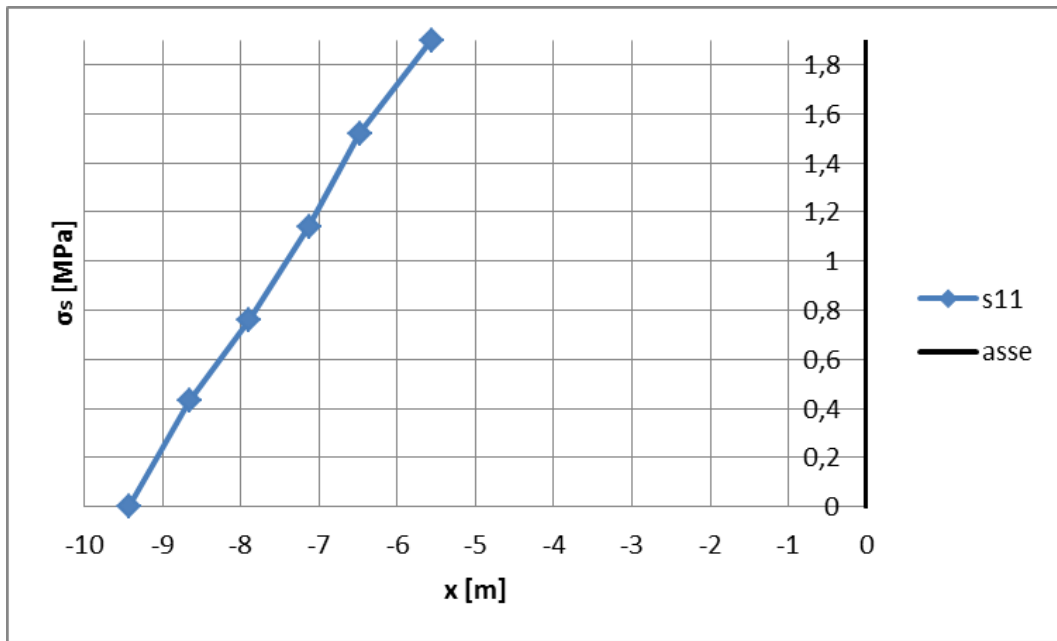


Figura 230 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

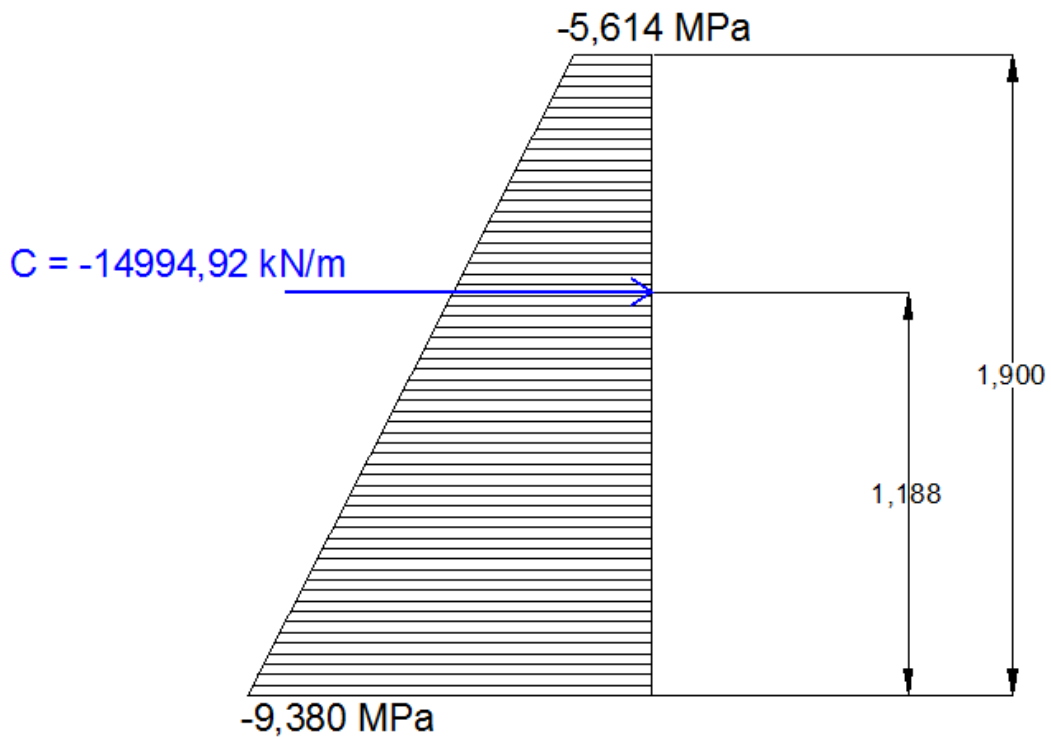


Figura 231 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$N_{tot} = \frac{(C_{sup} + C_{inf}) * h_{anima}}{2} = \frac{1(-5614,18 - 9380,74) * 1,9}{2} = -7122,59 \text{ kN}$$

Per verificare la risultante delle tensioni che si sviluppano nell'anima a causa della soletta ad essa connessa soggetta ad accorciamento per effetto del ritiro, si è definita una sezione di controllo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	
ANIMA delta T	Temperatura	LinStatic	-7124,679	0	0,0009947	0	495,7812	0	
Fase 2 - anima	Temperatura	LinStatic	-4061,905	0	-0,0002597	0	-3865,5265	0	
Fase 2 - soletta	Temperatura	LinStatic	-4591,095	0,00000001057	0,0002597	0,00000001078	-27,1328	0,00000007503	
Fase 3 - anima	Temperatura	LinStatic	-3120,169	0	-0,0001451	0	4445,4755	0	
Fase 3 - soletta	Temperatura	LinStatic	3120,969	0,00000005502	-0,001034	0,00000002956	31,6581	0,00000003325	
SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	7124,679	0,00000005173	-0,0009947	0,00000002672	3,9312	0,00000004633	

Figura 232 - Risultanti ricavate tramite le Section cut in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Si osserva che le risultanti degli sforzi di anima e soletta risultano di uguale modulo e opposte di segno, rispettando così l'equilibrio; infatti la soletta vorrebbe accorciarsi perché soggetta a ritiro ma l'anima si oppone a tale accorciamento, quindi la soletta risulta tesa mentre l'anima compressa.

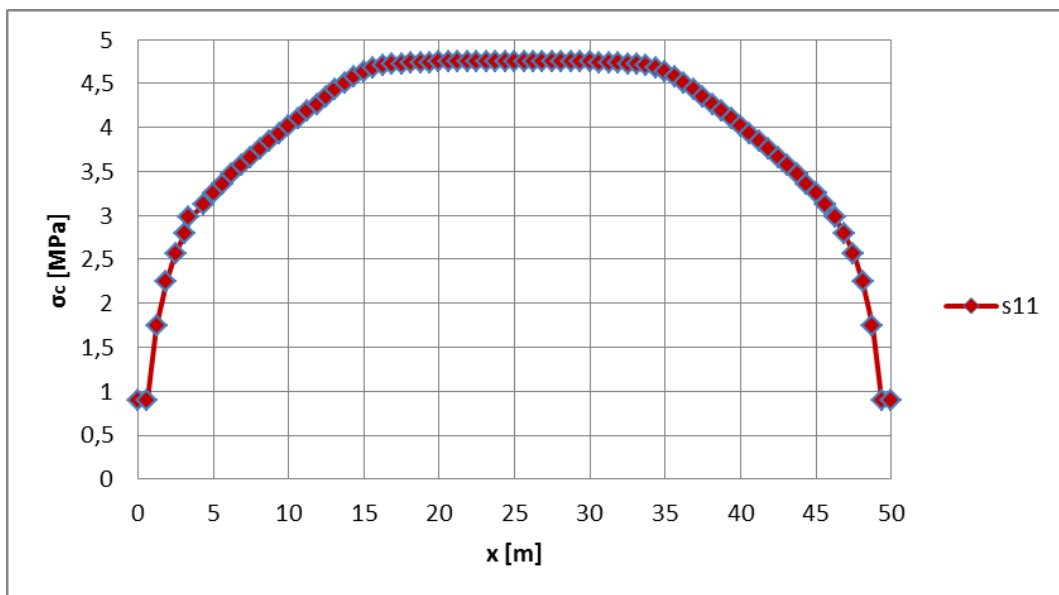


Figura 233 - Andamento delle tensioni normali di trazione nella soletta.

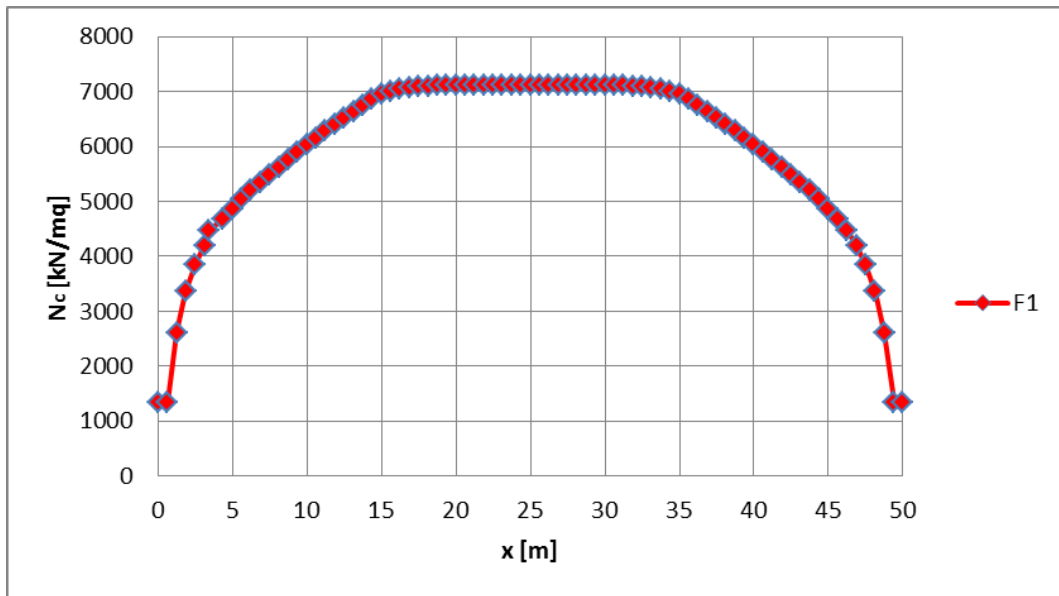


Figura 234 - Andamento della risultante degli sforzi normali di trazione nella soletta.

Tabella 51 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria.

$S11_{tot\ soletta}$	4,749	[MPa]
$A_{c,soletta}$	$1,50 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,soletta} = N_{max,soletta}$	7124,68	[kN]

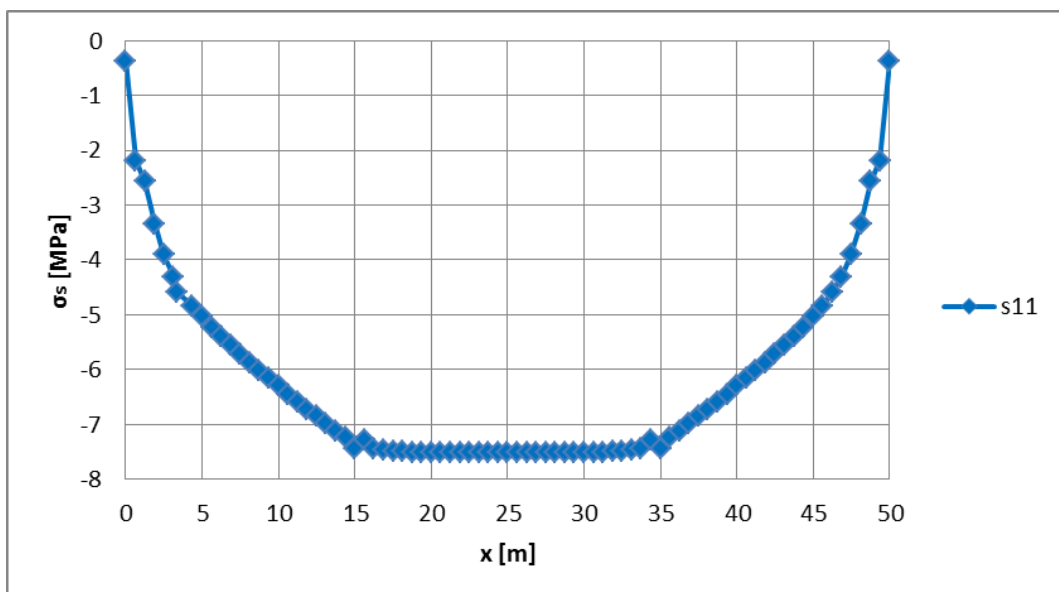


Figura 235 - Andamento delle tensioni normali di compressione nell'anima.

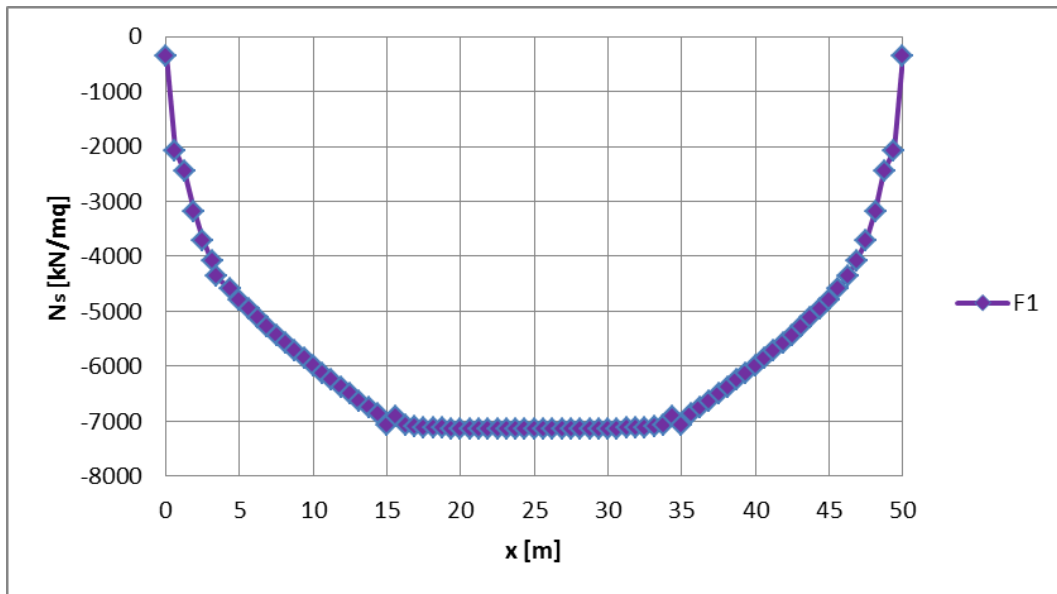


Figura 236 - Andamento della risultante degli sforzi normali di compressione nell'anima.

Tabella 52 - Risultante dello sforzo assiale nell'anima in corrispondenza della sezione di mezzeria.

<b>S11<sub>tot anima</sub></b>	<b>-7,519</b>	[MPa]
$A_{c,anima}$	$0,95 * 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,anima</sub> = N<sub>max,anima</sub></b>	<b>-7143,12</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante tramite il modello analitico, che risulta:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$

$$= \frac{-1,59 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{210000 * 950000} + \frac{1}{36283 * 1500000}\right)} = -6791969 \text{ N}$$

Dunque il calcolo con il modello analitico sovrastima la risultante ottenuta con il modello numerico di circa un 5%.



In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché in questo caso la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2}{E_a b_a h_a^2} =$$

$$= 6 \frac{36283}{210000} \frac{5000}{500} \frac{300^2}{1900^2} = 0,26$$

In questo caso si è ridotto anche il coefficiente numerico nel termine relativo deformazione dell'anima in quanto lo schema strutturale iperstatico limita l'inflessione dell'anima stessa.

### Metodo dell'equilibrio

- Fase 1:

Joint Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
64	Temperatura	LinStatic	-8653,496	0	0	0	0	0
65	Temperatura	LinStatic	8653,496	0	0	0	0	0

Figura 237 - Reazione di incastro perfetto in corrispondenza dei vincoli ausiliari ottenuta con un modello a elemento di tipo FRAME.

Si può ottenere lo stesso risultato anche analiticamente:

$$N_{CS} = \varepsilon_{CS} * E_{cm} * A_{c,soletta} = -1,59 * 10^{-4} * 36283 * 1500000 = 8653 \text{ kN}$$

- Fase 2:

si applica lo sforzo di trazione ricavato in prima fase come sforzo di compressione nel baricentro della soletta, considerando la trave composta nello schema isostatico;

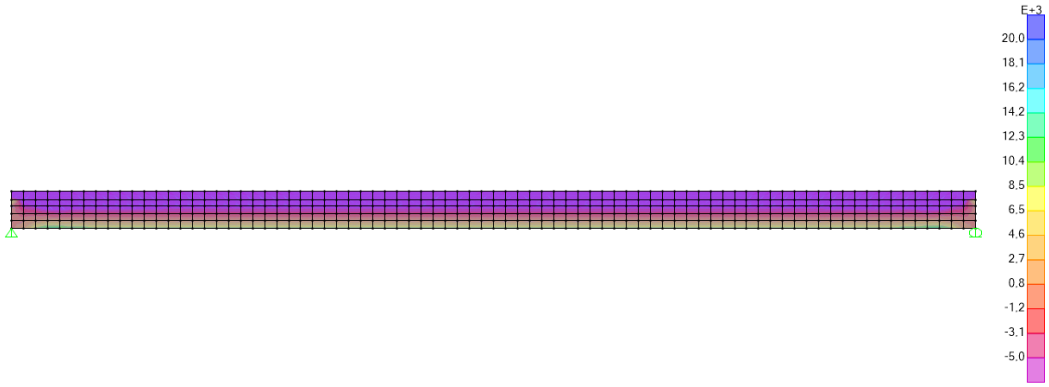


Figura 238 - Diagramma delle tensioni normali in direzione longitudinale per la seconda fase.

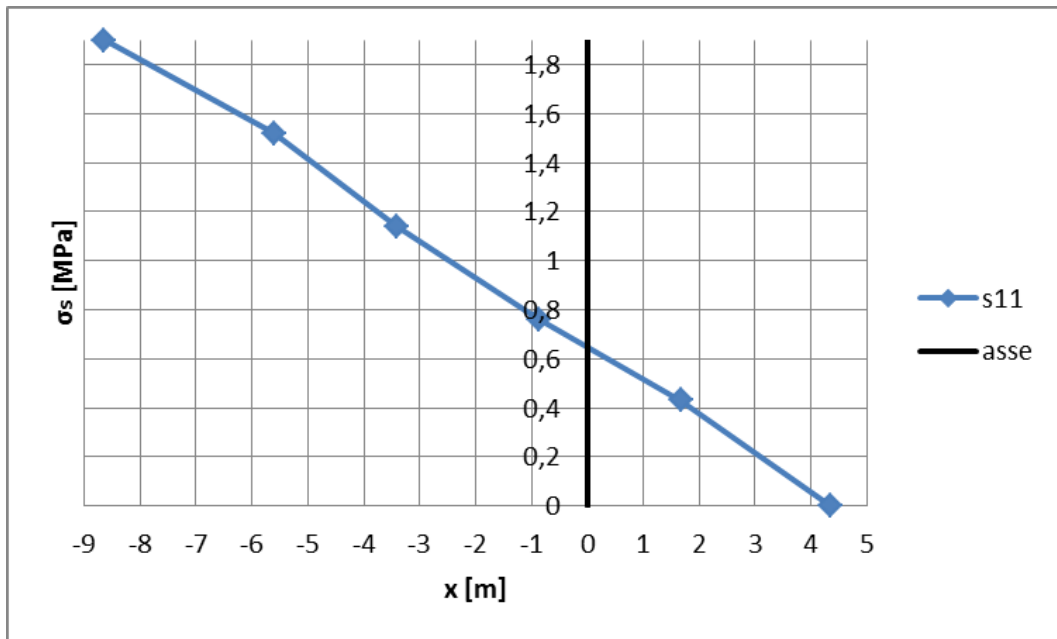


Figura 239 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

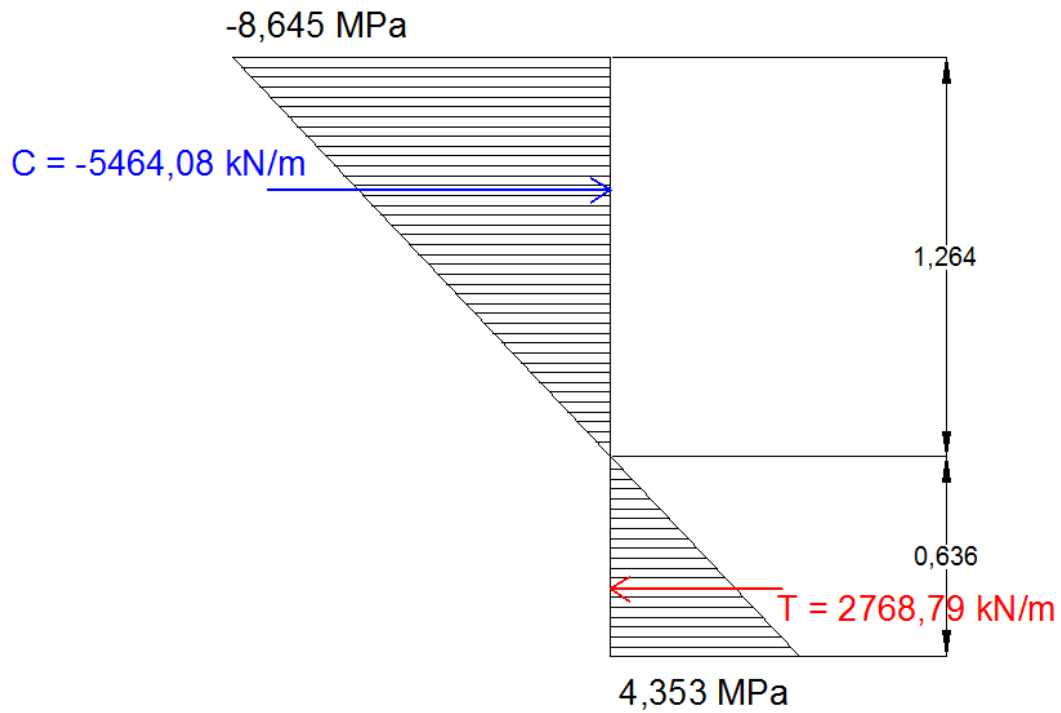


Figura 240 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-8,645 \cdot 1264}{2} = -5464,08 \text{ kN}$$

$$T = \frac{4,353 \cdot 636}{2} = 2768,79 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-5464,08 + 2768,79)}{2} = -4116,43 \text{ kN}$$

- Fase 3:

si applica il sistema autoequilibrato di reazioni vincolari alla trave composta;

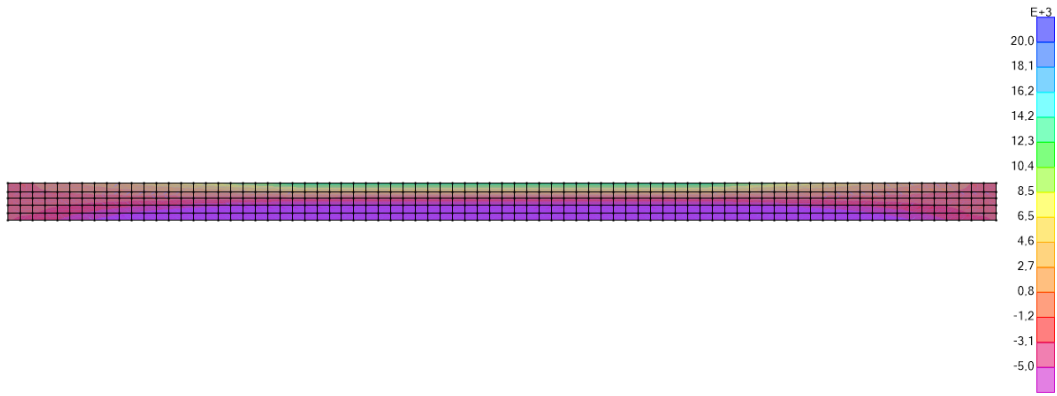


Figura 241 - Diagramma delle tensioni normali in direzione longitudinale per la terza fase.

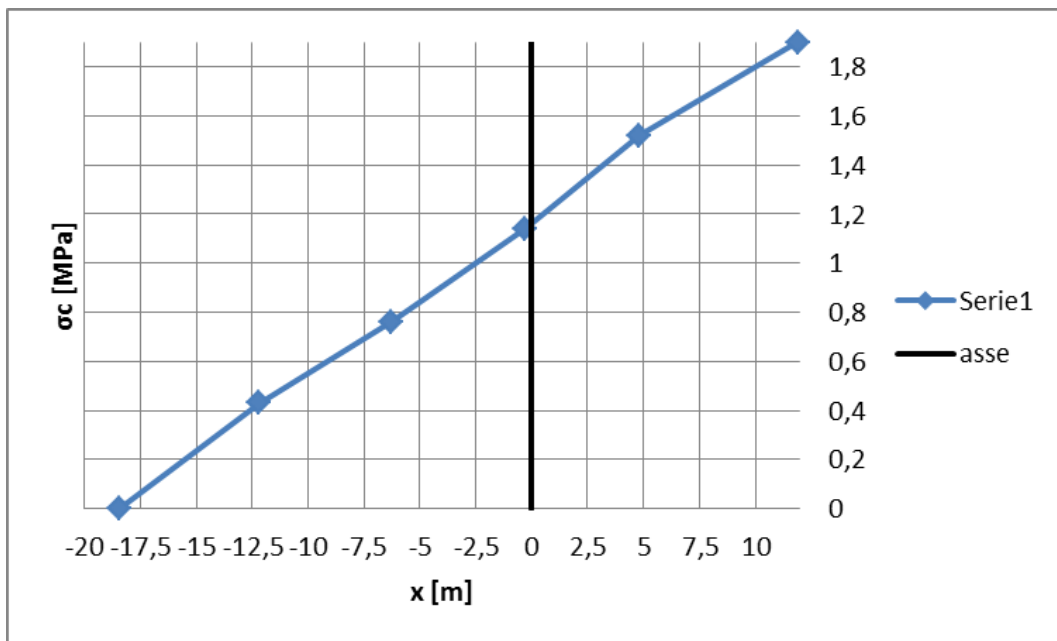


Figura 242 - Diagramma delle tensioni normali in corrispondenza della sezione di mezzeria.

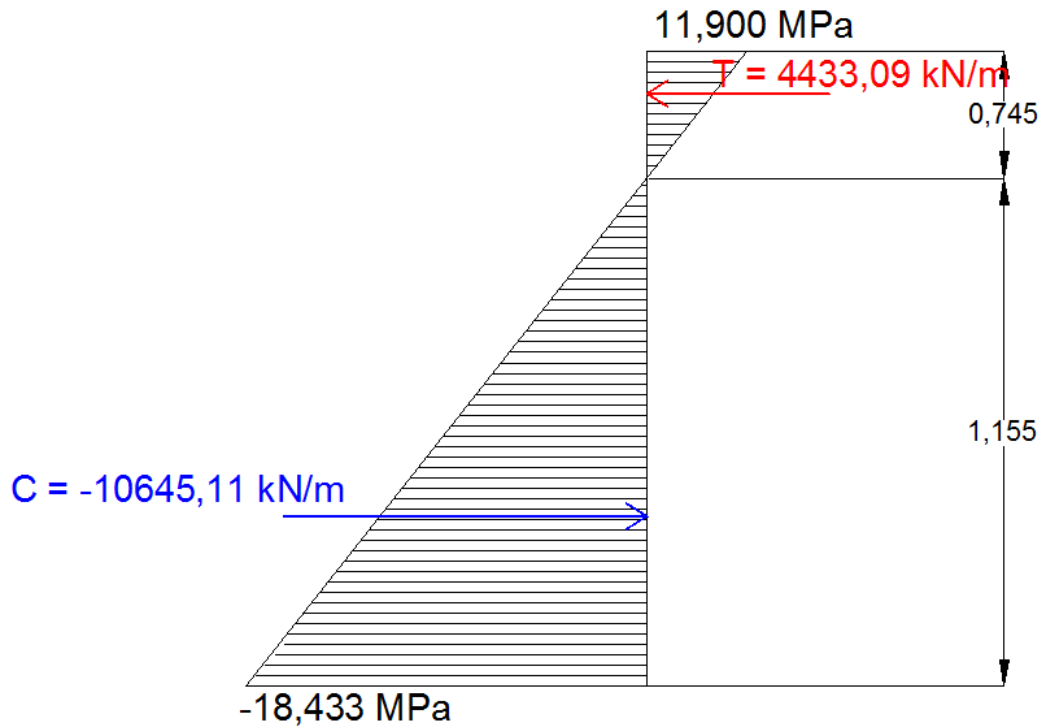


Figura 243 - Andamento delle tensioni in corrispondenza della sezione di mezzeria e rispettive risultanti.

Calcolo analitico della risultante sulla sezione:

$$C = \frac{-18433,10 \cdot 1,155}{2} = -10645,11 \text{ kN}$$

$$T = \frac{11900,92 \cdot 0,745}{2} = 4433,09 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = \frac{(C + T)}{2} = \frac{(-10645,11 + 4433,09)}{2} = -3106,01 \text{ kN}$$

Si sottolinea che per conoscere le reazioni vincolari che producono gli effetti iperstatici da applicare nella terza fase di calcolo si deve eseguire un passaggio intermedio tra la seconda e la terza fase in cui si applica lo sforzo di compressione alla sezione composta considerata con il vincolamento effettivo iperstatico.

Section Cut Forces - Analysis									
File View Format-Filter-Sort Select Options									
Units: As Noted									
	SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
▶	ANIMA delta T	Temperatura	LinStatic	-7124,679	0	0,0009947	0	495,7812	0
	Fase 2 - anima	Temperatura	LinStatic	-4061,905	0	-0,0002597	0	-3865,5265	0
	Fase 2 - soletta	Temperatura	LinStatic	-4591,095	0,00000001057	0,0002597	0,00000001078	-27,1328	0,00000007503
	Fase 3 - anima	Temperatura	LinStatic	-3120,169	0	-0,0001451	0	4445,4755	0
	Fase 3 - soletta	Temperatura	LinStatic	3120,969	0,00000005502	-0,001034	0,00000002956	31,6581	0,00000003325
	SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	7124,679	-0,00000005173	-0,0009947	0,00000002672	3,9312	0,00000004633

Figura 244 - Risultanti per anima e soletta per le varie fasi di calcoli ottenuti tramite la definizione di Section cut.

$$N_{tot,anima} = N_{II fase,anima} + N_{III fase,anima} =$$

$$= -4061,905 - 3120,169 = -7182,074 \text{ kN}$$

$$N_{tot,soletta} = N_I fase,soletta + N_{II fase,soletta} + N_{III fase,soletta} =$$

$$= 8653 - 4591,095 + 3120,969 = 7182,872 \text{ kN}$$

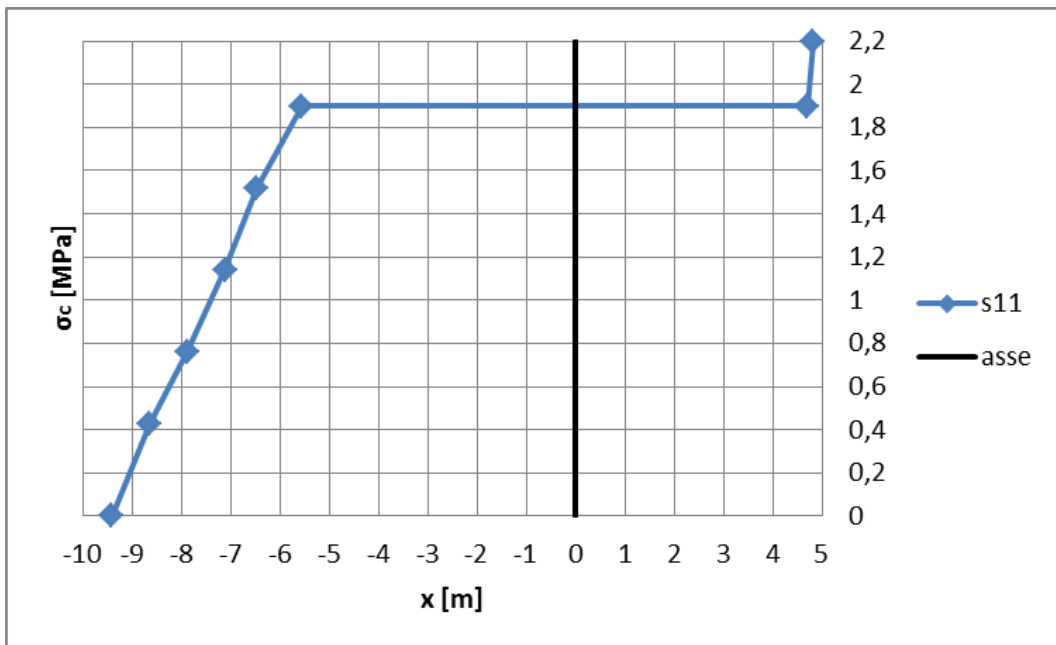
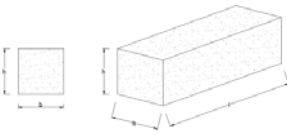
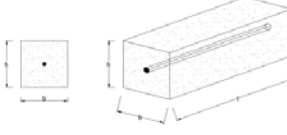
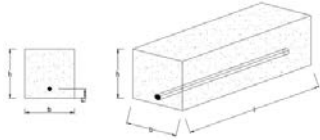


Figura 245 – Stato tensionale compressivo in corrispondenza della sezione di mezzeria.

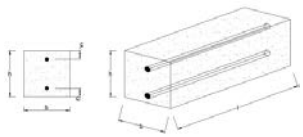
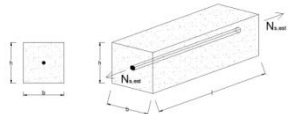
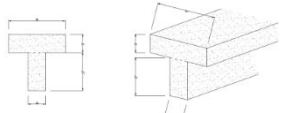
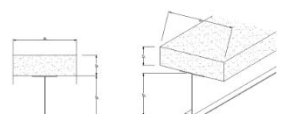
### 4.10 Sintesi dei casi studiati

Tabella 53 - Tabella riassuntiva dei risultati ottenuti per i casi studiati.

Geometria dell'elemento	Schema strutturale	Formula semplificata	Ordine di grandezza
Solo calcestruzzo 	isostatico (esternamente)	$N_{cs} = 0$	/
	iperstatico (esternamente)	$N_{vinc} = \varepsilon_{cs} * E_{cm} * A_c$	$N_{vinc} = 2411 \text{ kN}$
Calcestruzzo con armatura centrata 	isostatico (esternamente)	$Ip. (1)$ $N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)$	$Ip. (1)$ $N_{aderenza,max} = 446 \text{ kN}$
		$Ip. (2)$ $N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)$	$Ip. (2)$ $N_{aderenza,max} = 397 \text{ kN}$
	iperstatico (esternamente)	$Ip. (1)$ $N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} = \varepsilon_{cs} E_c A_c - N_{aderenza,max}$ $N_{vinc,barra} = \left[ \frac{N_{max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l} = -N_{aderenza,max}$ $N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra}$	$Ip. (1)$ $N_{vinc,cls} = 1868 \text{ kN}$ $N_{vinc,barra} = -446 \text{ kN}$ $N_{vinc} = 1421 \text{ kN}$

		<p><i>Ip. (2)</i></p> $N_{vinc,cls} = \left[ \varepsilon_{cs} * l - 0,89 \frac{N_{aderenza,max} * l}{E_c A_c} \right] * \frac{E_c A_c}{l} = \varepsilon_{cs} E_c A_c - 0,89 N_{aderenza,max}$ $N_{vinc,barra} = \left[ 0,89 \frac{N_{max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l} = -0,89 N_{aderenza,max}$ $N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra}$	<p><i>Ip. (2)</i></p> $N_{vinc,cls} = 1917 \text{ kN}$ $N_{vinc,barra} = -397 \text{ kN}$ $N_{vinc} = 1520 \text{ kN}$
<p>Calcestruzzo con armatura eccentrica</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><i>Ip. (1)</i></p> $N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right]$ <p><i>Ip. (2)</i></p> $N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{e^2}{E_c J_c (1 + \nu'^2)^{\frac{3}{2}}}} \right]$	<p><i>Ip. (1)</i></p> $N_{aderenza,max} = 395 \text{ kN}$ <p><i>Ip. (2)</i></p> $N_{aderenza,max} = 443 \text{ kN}$
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	$N_{vinc,cls} = X$ $N_{vinc,barra} = Y$ $N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra}$	$N_{vinc,cls} = 1511 \text{ kN}$ $N_{vinc,barra} = -312 \text{ kN}$ $N_{vinc} = 1199 \text{ kN}$



<p>Calcestruzzo con armatura doppiamente eccentrica</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><i>Ip.</i> (1)  <math display="block">N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)</math></p> <p><i>Ip.</i> (2)  <math display="block">N_{aderenza,max} = \varepsilon_{cs} * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)</math></p>	<p><i>Ip.</i> (1)  <math display="block">N_{aderenza,max} = 733 \text{ kN}</math></p> <p><i>Ip.</i> (2)  <math display="block">N_{aderenza,max} = 653 \text{ kN}</math></p>
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	<p><math display="block">N_{vinc,cls} = \varepsilon_{cs} E_c A_c - N_{aderenza,max}</math></p> <p><math display="block">N_{vinc,barra} = \left[ \frac{N_{max} * l}{E_s A_s} \right] * \frac{E_s A_s}{l}</math>  <math display="block">= -N_{aderenza,max}</math></p> <p><math display="block">N_{vinc} = N_{vinc,cls} + N_{vinc,barra}</math></p>	<p><math display="block">N_{vinc,cls} = 1485 \text{ kN}</math></p> <p><math display="block">N_{vinc,barra} = -734 \text{ kN}</math></p> <p><math display="block">N_{vinc} = 751 \text{ kN}</math></p>
<p>Calcestruzzo con armatura tesa</p> 	<p>labile (esternamente)</p>	<p><i>Ip.</i> (1)  <math display="block">N_{aderenza,max} = \left[ \varepsilon_{cs} + N_{s,est} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)</math></p> <p><i>Ip.</i> (2)  <math display="block">N_{aderenza,max} = \left[ \varepsilon_{cs} + N_{s,est} \left( \frac{1}{E_s A_s} - \frac{1}{E_c A_c} \right) \right] * 0,89 * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right)</math></p>	<p><i>Ip.</i> (1)  <math display="block">N_{aderenza,max} = 507 \text{ kN}</math></p> <p><i>Ip.</i> (2)  <math display="block">N_{aderenza,max} = 570 \text{ kN}</math></p>
<p>Sezione a T di solo calcestruzzo</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{4}{E_{c,a} A_{c,a}} + \frac{1}{E_{c,sol} A_{c,sol}} \right)}$	$N_{aderenza,max} = 1211 \text{ kN}$
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_{c,a} A_{c,a}} + \frac{1}{E_{c,sol} A_{c,sol}} \right)}$	$N_{aderenza,max} = 3411 \text{ kN}$
<p>Sezione a T mista</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{4}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}} \right)}$	$N_{aderenza,max} = 4138 \text{ kN}$
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{4}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}} \right)}$	$N_{aderenza,max} = 6792 \text{ kN}$

Dove:

$$X = \frac{E_c J_c^2 N_{aderenza,max} - A_c (E_c^2 \varepsilon_{cs} J_c^2 + A_s e^2 (d_{Gv} + e)^2 E_s N_{aderenza,max} - (d_{Gv} + e)^2 E_c J_c N_{aderenza,max})}{2(-E_c J_c^2 + A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c))}$$

$$Y = - \frac{J_c (-A_s e^2 E_s N_{aderenza,max} + E_c J_c N_{aderenza,max} + A_c d_{Gv} E_c (-A_s e \varepsilon_{cs} E_s + d_{Gv} N_{aderenza,max}))}{E_c J_c^2 - A_c d_{Gv} (A_s e^2 (d_{Gv} + e) E_s - d_{Gv} E_c J_c)}$$

## 5 Considerazioni sul comportamento del calcestruzzo a lungo termine

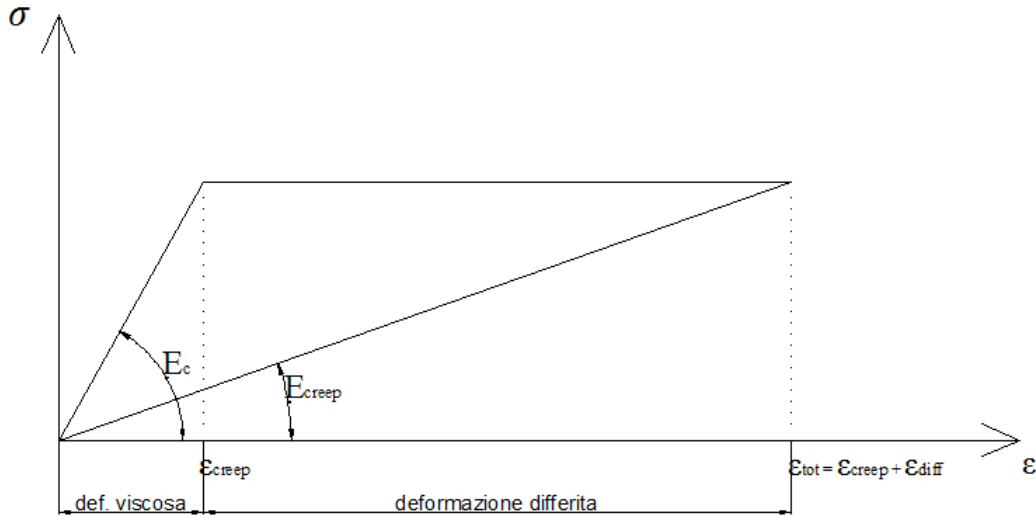


Figura 246 - Modulo elastico del calcestruzzo a breve e lungo termine.

Per tenere conto in modo semplificato della variabile tempo si può adottare il seguente legame costitutivo:

$$\sigma = E_{creep} * \epsilon_{tot}$$

in cui:

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{ei} + \epsilon_{creep} \cong \epsilon_{ei} + 2\epsilon_{ei} \cong 3\epsilon_{ei}$$

infatti per  $t = \infty$  (2-3 anni dalla messa in carico) si può assumere  $\epsilon_{creep} \cong 2\epsilon_{ei}$ .

Dunque il modulo elastico a lungo termine risulta:

$$E_{creep} = \frac{\sigma}{\epsilon_{tot}} = \frac{\sigma}{3\epsilon_{ei}} = \frac{E_c}{3}$$

Dal grafico appare evidente che  $E_{creep} < E_c$ , quindi si ha il seguente rapporto tra i coefficienti di omogeneizzazione a breve e lungo termine:

$$n_{\infty} = \frac{E_s}{E_{creep}} = 15 > n_{ist} = \frac{E_s}{E_c} = 6 \div 7$$

Dal momento che il ritiro è un'azione di lungo termine di tipo geometrico (deformazione impressa), i suoi effetti sono attenuati dal comportamento viscoso del materiale.

Gli effetti simultanei di ritiro e viscosità possono essere valutati mediante un'analisi pseudoelastica con il rapporto modulare  $n_{cs}$ :

$$n_{cs} = n_0 * (1 + 0,55 * \phi_t)$$

Per il coefficiente di viscosità  $\phi_t = \phi_{28}(t, t_s)$  si assume  $t_s = 1$  giorno.

Per la definizione del coefficiente di viscosità a tempo infinito il D.M.2008, in sede di progettazione, se lo stato tensionale del calcestruzzo al tempo  $t_0 = j$  di messa in carico non è superiore a  $0,45f_{ckj}$ , propone le seguenti tabelle:

Tabella 54 - Valori di  $\phi(\infty, t_0)$ . Atmosfera con umidità relativa di circa il 75%.

$t_0$	$h_0 \leq 75$ mm	$h_0 = 150$	$h_0 = 300$	$h_0 \geq 600$
3 giorni	3,5	3,2	3,0	2,8
7 giorni	2,9	2,7	2,5	2,3
15 giorni	2,6	2,4	2,2	2,1
30 giorni	2,3	2,1	1,9	1,8
$\geq 60$ giorni	2,0	1,8	1,7	1,6

Tabella 55 - Valori di  $\phi(\infty, t_0)$ . Atmosfera con umidità relativa di circa il 55%.

$t_0$	$h_0 \leq 75$ mm	$h_0 = 150$	$h_0 = 300$	$h_0 \geq 600$
3 giorni	4,5	4,0	3,6	3,3
7 giorni	3,7	3,3	3,0	2,8
15 giorni	3,3	3,0	2,7	2,5
30 giorni	2,9	2,6	2,3	2,2
$\geq 60$ giorni	2,5	2,3	2,1	1,9

Per valori intermedi è ammessa l'interpolazione lineare.

Invece, l'Eurocodice2-1-1:2005, per la definizione del coefficiente di viscosità a tempo infinito propone l'approccio seguente:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 * \beta_c(t, t_0)$$

dove:

$\phi_0 = \phi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0)$  è il coefficiente nominale di viscosità;

$\phi_{RH}$  è un coefficiente che tiene conto dell'effetto dell'umidità relativa sul coefficiente nominale di viscosità:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{per } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa};$$

$$\phi_{RH} = 1 + \left[ \frac{1 - RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right] * \alpha_2 \quad \text{per } f_{cm} > 35 \text{ MPa};$$

$RH$  è l'umidità relativa in percentuale;

$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$  è un coefficiente che tiene conto dell'effetto della resistenza del calcestruzzo sul coefficiente nominale di viscosità;

$f_{cm} = f_{ck} + 8$  è la resistenza media a compressione del calcestruzzo;

$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1+t_0^{0,20})}$  è un coefficiente che tiene conto dell'effetto dell'età del calcestruzzo al momento dell'applicazione del carico sul coefficiente nominale di viscosità;

$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t-t_0)}{(\beta_H+t-t_0)} \right]^{0,3}$  è un coefficiente atto a descrivere l'evoluzione della viscosità nel tempo dopo l'applicazione del carico;

$t$  è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento considerato;

$t_0$  è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento dell'applicazione del carico;

$t-t_0$  è la durata non corretta del carico, in giorni;

$\beta_H$  è un coefficiente dipendente dall'umidità relativa ( $RH$ ) e dalla dimensione fittizia dell'elemento ( $h_0$ ):

$$\beta_H = \begin{cases} 1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 \leq 1500 & \text{per } f_{cm} \leq 35 \\ 1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 \leq 1500 * \alpha_3 & \text{per } f_{cm} > 35 \end{cases}$$

$\alpha_{1/2/3}$  sono coefficienti atti a prendere in conto l'influenza della resistenza del calcestruzzo:

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5}$$

Sia nelle travi isostatiche che in quelle iperstatiche, l'analisi può essere svolta sovrapponendo i seguenti due passi:

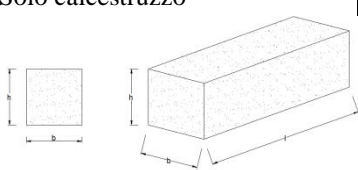
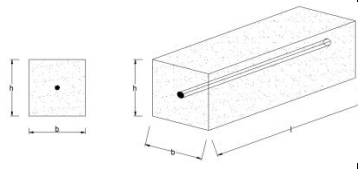
- 1- valutazione della forza assiale longitudinale che impedisce completamente l'accorciamento della soletta, considerata separata dalla trave;

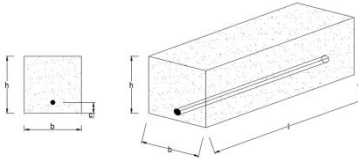
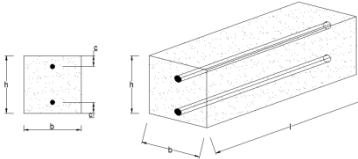
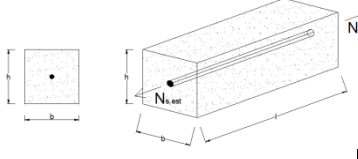
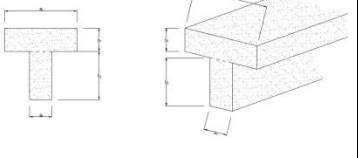
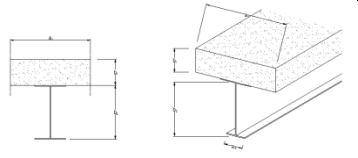
$$N_{cs} = \varepsilon_{cs}(t, t_s) * \frac{E_a}{n_{cs}} * A_c$$

- 2- analisi elastica della trave composta soggetta alla forza longitudinale  $N_{cs}$  applicata nel baricentro della soletta e considerata come forza esterna.

Questo in sostanza è uno dei metodi che si sono considerati nello studio delle travi a T. Si deve precisare che nello studio svolto in precedenza si è considerato un calcestruzzo con modulo elastico pari ad  $E_{cm}$ , ovvero  $\frac{E_a}{n_0}$ ; in sostanza per mettere in evidenza l'effetto del solo ritiro si è considerato un calcestruzzo con una rigidezza a tempo infinito maggiore di quella che ha il calcestruzzo nella realtà a causa degli effetti viscosi. Volendo ora ricondursi allo studio di situazioni più aderenti alla realtà risulta necessario rivedere i risultati ottenuti per i casi studiati in precedenza, considerando un calcestruzzo con un modulo ridotto a lungo termine, in modo da tenere conto della contemporaneità del fenomeno della viscosità rispetto agli effetti dovuti al ritiro. Si riportano di seguito i risultati aggiornati considerando il coefficiente di omogeneizzazione a lungo termine.

Tabella 56 - Tabella aggiornata per un'analisi pseudo-elastica con rapporto modulare  $n_{cs}$ .

Geometria dell'elemento	Schema strutturale	Ordine di grandezza
<p>Solo calcestruzzo</p> 	isostatico (esternamente)	$N_{aderenza,max} = 0$
	iperstatico (esternamente)	$N_{aderenza,max} = 804 \text{ kN}$
<p>Calcestruzzo con armatura centrata</p> 	isostatico (esternamente)	<p><math>I_p. (1)</math> <math>N_{aderenza,max} = 324 \text{ kN}</math></p> <p><math>I_p. (2)</math> <math>N_{aderenza,max} = 288 \text{ kN}</math></p>
	iperstatico (esternamente)	<p><math>I_p. (1)</math> <math>N_{vinc,cls} = 803 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc,barra} = -324 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc} = 479 \text{ kN}</math></p> <p><math>I_p. (2)</math> <math>N_{vinc,cls} = 771 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc,barra} = -288 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc} = 483 \text{ kN}</math></p>

<p>Calcestruzzo con armatura eccentrica</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><math>I_p. (1)</math> <math>N_{aderenza,max} = 249 \text{ kN}</math></p> <p><math>I_p. (2)</math> <math>N_{aderenza,max} = 280 \text{ kN}</math></p>
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{vinc,cls} = 211 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc,barra} = -90 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc} = 121 \text{ kN}</math></p>
<p>Calcestruzzo con armatura doppiamente eccentrica</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><math>I_p. (1)</math> <math>N_{aderenza,max} = 577 \text{ kN}</math></p> <p><math>I_p. (2)</math> <math>N_{aderenza,max} = 514 \text{ kN}</math></p>
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{vinc,cls} = 739 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc,barra} = -577 \text{ kN}</math> <math>N_{vinc} = 162 \text{ kN}</math></p>
<p>Calcestruzzo con armatura tesa</p> 	<p>labile (esternamente)</p>	<p><math>I_p. (1)</math> <math>N_{aderenza,max} = 469 \text{ kN}</math></p> <p><math>I_p. (2)</math> <math>N_{aderenza,max} = 527 \text{ kN}</math></p>
<p>Sezione a T di solo calcestruzzo</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{aderenza,max} = 404 \text{ kN}</math></p>
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{aderenza,max} = 1137 \text{ kN}</math></p>
<p>Sezione a T mista</p> 	<p>isostatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{aderenza,max} = 2116 \text{ kN}</math></p>
	<p>iperstatico (esternamente)</p>	<p><math>N_{aderenza,max} = 2645 \text{ kN}</math></p>

Si può osservare come gli ordini di grandezza diminuiscano sensibilmente per l'effetto della viscosità.

La presenza di forti percentuali di armatura esalta le tensioni di trazione nel calcestruzzo, riducendo in minor misura quelle di compressione nell'acciaio. La viscosità attenua nel tempo il fenomeno, come avviene per le comuni azioni permanenti. Trascurando gli effetti di contemporanea interazione tra i due fenomeni, le autotensioni da ritiro possono intendersi come valori "istantanei" iniziali seguiti poi da lento rilassamento viscoso delle tensioni

Va precisato che i modelli di viscosità noti in letteratura e suggeriti dalle principali norme tecniche, sono stati tarati sulla base di sperimentazioni relative a prove di compressione i cui risultati sono raccolti in un'estesissima banca dati (RILEM, 1995).

Nel caso in cui gli stati tensionali siano di trazione, le funzioni di viscosità riportate dai codici appaiono meno attendibili, in quanto il comportamento viscoso è più accentuato di quello a compressione.



## 6 Richiami di viscoelasticità lineare

Nelle analisi strutturali si assume di operare in campo di viscosità lineare sotto le seguenti ipotesi:

- linearità tra la deformazione viscosa e la tensione;
- validità del principio di sovrapposizione degli effetti nel tempo.

Tali ipotesi sono valide a condizione che:

- la tensione di compressione rimanga inferiore allo  $0,4f_{ckj}$ ;
- le deformazioni seguano un'evoluzione monotona;
- le condizioni ambientali (umidità e temperatura) non subiscano brusche variazioni.



## 7 I metodi algebrizzati per la stima del modulo elastico ridotto per la viscosità

Il metodo generale, che presuppone la discretizzazione dell'intervallo di calcolo  $(t_0, t)$  in  $n$  sottointervalli  $(t_i, t_{i-1})$ , risulta essere piuttosto laborioso da applicare e richiede in ogni caso l'uso di programmi di calcolo studiati ad hoc. In molti problemi pratici, come ad esempio nei calcoli di routine per la verifica delle travi composte, la precisione fornita dal metodo step-by-step non è richiesta ma risulta importante avere risultati che possano essere processati velocemente con le usuali formule di verifica.

La soluzione del problema viene affrontata adottando semplici regole di quadratura per la valutazione dell'integrale di sovrapposizione. Nel caso delle strutture composte i metodi di maggior interesse sono quelli che vanno sotto il nome di metodo del modulo efficace (EM) e metodo della tensione media (MS) (Dezi et al., 1996).

### 7.1 Metodo del modulo efficace (EM)

Tale metodo consiste nell'approssimare l'integrale di sovrapposizione considerando la funzione di viscosità  $J(t, \tau) = J(t, t_0)$  (Figura 6). Analiticamente si ha:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c,tot}(t_k) &\cong \sigma_c(t_0) * J(t, t_0) + \Delta\sigma_c(t) * J(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t) = \\ &= \sigma_c(t) * J(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)\end{aligned}$$

Definendo il modulo efficace come:

$$E_{c,EM}(t, t_0) = J(t, t_0)^{-1}$$

che può essere riscritta formalmente come:

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t)}{E_{c,EM}(t, t_0)} + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

Per cui gli effetti dell'applicazione di una storia di tensione sono calcolati considerando la tensione finale  $\sigma_c(t)$  direttamente applicata all'istante iniziale  $t_0$ .

Nell'ipotesi semplificativa di  $E_c(t) = E_{c28} = E_c$ , la funzione di viscosità  $J(t, t_0)$  pone:

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \phi_{28}(t, t_0)}{E_c}$$

e le relazioni scritte sopra per  $E_{c,EM}(t, t_0)$  e  $\varepsilon_{c,tot}(t)$  si semplificano nelle:

$$E_{c,EM}(t, t_0) = \frac{E_c}{1 + \phi_{28}(t, t_0)}$$

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t)}{E_c} * [1 + \phi_{28}(t, t_0)] + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

L'applicazione di questo metodo ad un generico istante  $t$  richiede pertanto una semplice analisi elastica condotta con il modulo elastico espresso dalla relazione precedente.

In via semplificata, l'EC4 consiglia di adottare  $\phi = 2$  per gli effetti differiti dovuti ai carichi permanenti mentre, nel caso si preferisca non tener separati i carichi permanenti e quelli variabili, si considera un valore forfettario  $\phi = 2$ .

Osservazioni sul metodo:

- fornisce la soluzione esatta solo se lo stato tensionale è costante (problema di viscosità);
- nel caso di problema diretto (problema di viscosità), conduce a sovrastimare le deformazioni risultanti se la tensione nota cresce nel tempo (Figura 6a1); tale sovrastima è dovuta al fatto che si usa l'integrale più grande possibile; va precisato che in sede di valutazione delle frecce questo non è un grosso problema;
- porta a sottostimare le deformazioni nel caso in cui la tensione decresca nel tempo (Figura 6a2); sottostimare la perdita di tensione nel caso di elementi in cemento armato precompresso può risultare molto grave ai fini della correttezza del calcolo;
- si trascura la variazione di entità dell'effetto deformativo viscoso tra le tensioni iniziali e quelle intervenute successivamente, ottenendo così una relazione più semplice;
- è considerato valido solo se  $\Delta\sigma < 15 \div 20\%$  del valore tensionale iniziale.

Nel caso di problema inverso, le approssimazioni sono opposte nel senso che, avendo fissato la storia delle deformazioni  $\varepsilon_c(t)$ , e quindi il valore dell'integrale di sovrapposizione, per storie di tensioni crescenti si ha una sottostima della tensione incognita (Figura 247a3) e per storie di tensioni decrescenti si ha una sovrastima (Figura 247a4).

## 7.2 Metodo della tensione media (MS)

Questo metodo è basato sull'approssimazione dell'integrale di sovrapposizione con il trapezio di Figura 247b. Analiticamente si ha:

$$\varepsilon_{c,tot}(t_k) \cong \sigma_c(t_0) * J(t, t_0) + \Delta\sigma_c(t) * \frac{1}{2} * [J(t, t_0) + J(t, t)] + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

che, tenendo conto della definizione di funzione di viscosità, si può riscrivere nel modo seguente:

$$\varepsilon_{c,tot}(t_k) \cong \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t) + \sigma_c(t_0)}{2} * \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} + \Delta\sigma_c(t) * \frac{1}{2} * \left[ \frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \right] + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

Dove si distinguono i termini della deformazione elastica iniziale, della deformazione puramente viscosa valutata con la tensione media e della variazione della deformazione elastica tra  $t$  e  $t_0$  valutata considerando la deformabilità elastica media nell'intervallo. La relazione precedente può essere riscritta anche come:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,tot}(t) &\cong \\ &\cong \sigma_c(t) * \frac{1}{2} * [J(t, t_0) + J(t, t)] + \sigma_c(t_0) * \frac{1}{2} * [J(t, t_0) - J(t, t)] + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t) \end{aligned}$$

che porta alla definizione del modulo efficace e della distorsione da viscosità:

$$E_{c,MS}(t, t_0) = \frac{2}{[J(t, t_0) + J(t, t)]}$$

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) \cong \sigma_c(t_0) * \frac{1}{2} * [J(t, t_0) - J(t, t)]$$

La relazione scritta per  $\varepsilon_{c,tot}(t)$  può quindi essere riscritta in forma pseudo-elastica:

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t)}{E_{c,MS}(t, t_0)} + \varepsilon_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

Nell'ipotesi semplificativa di modulo di elasticità costante nel tempo, le relazioni scritte per  $E_{c,MS}(t, t_0)$  e  $\varepsilon_{c,tot}(t)$  diventano:

$$E_{c,MS}(t, t_0) = \frac{E_c}{[1 + 0,5 * \phi_{28}(t, t_0)]}$$

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t)}{E_c} * [1 + 0,5 * \phi_{28}(t, t_0)] + \varepsilon_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

Osservazioni sul metodo:

- fornisce la soluzione esatta solo se lo stato tensionale è costante (problema di viscosità);
- risulta più affidabile del metodo EM;
- nel caso di problema diretto, cioè quando sia nota la storia di tensione, conduce ad una sottostima delle deformazioni se la storia di tensione è crescente (Figura 247b1) e ad una sovrastima nel caso in cui la storia di tensione sia decrescente (Figura 247b2);
- nel caso di problema inverso, ovvero quando sia nota la storia di deformazione, si hanno le approssimazioni inverse cioè, la tensione viene sovrastimata nel caso in cui la storia incognita di tensione sia crescente (Figura 247b3) e sottostimata in caso contrario (Figura 247b4);
- nei problemi di rilassamento (in particolare in strutture in c.a.p.) fornisce una stima migliore della perdita di tensione per viscosità rispetto al metodo EM;
- l'applicazione risulta comunque più laboriosa di quella del metodo EM in quanto il calcolo deve essere affrontato in due passi, il primo per ottenere la soluzione elastica del problema e il secondo per determinare gli effetti differiti dove entra in gioco, tra le azioni, la distorsione da viscosità;
- nel caso in cui la soluzione del problema elastico è nulla (come nel caso dell'azione del solo ritiro), la distorsione da viscosità è nulla ed il problema può essere risolto in un sol passo mediante un'analisi elastica condotta con il modulo  $E_{c,MS}$ ;
- è considerato valido solo se  $\Delta\sigma < 30\%$  del valore tensionale iniziale (quindi ha un range di applicazione più ampio rispetto al metodo EM).

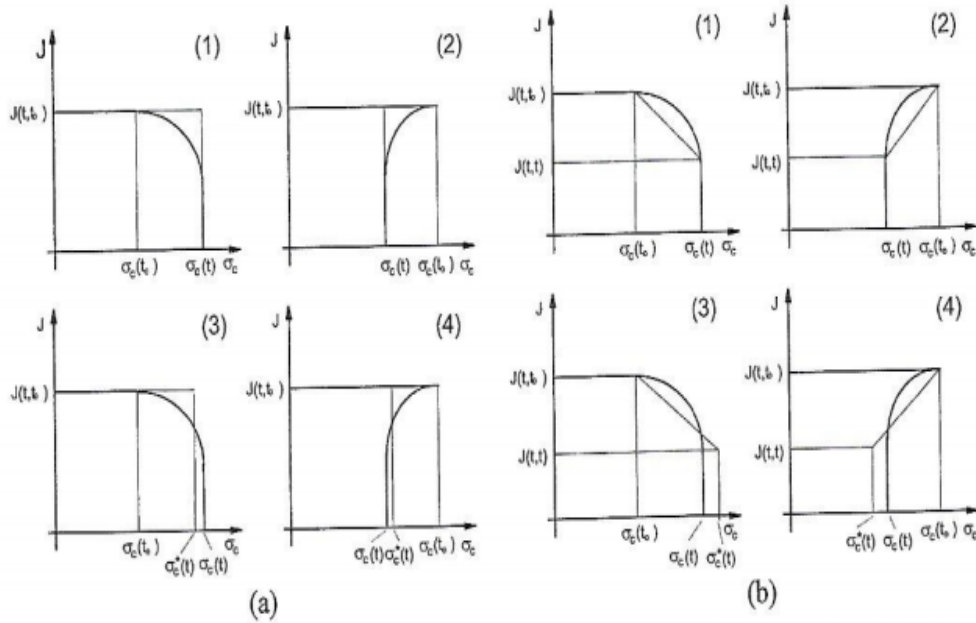


Figura 247 - (a) Approssimazioni introdotte con il metodo del modulo efficace; (b) Approssimazioni introdotte con il metodo delle tensioni medie.

### 7.3 Metodo del modulo efficace aggiustato (AAEM)

Questo metodo valuta separatamente la parte di effetto viscoso connessa alla tensione iniziale e la parte connessa alla variazione di tensione nel tempo che, agendo su un materiale più invecchiato, ha un effetto deformativo minore ( $\chi < 1$ , generalmente a  $t = \infty$  si assume  $\chi = 0,8$ ).

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,tot}(t) &\cong \\ &\cong \sigma_c(t_0) * \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{28}} * \phi(t, t_0) \right] + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] * \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) * \frac{1}{E_{28}} * \phi(t, t_0) \right] \end{aligned}$$

che porta alla definizione del modulo aggiustato e della distorsione da viscosità:

$$E_{adj}(t) \cong \frac{E_c(t_0)}{1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{28}} * \chi(t, t_0) * \phi(t, t_0)}$$

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{eff}} + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_{adj}}$$

Si osserva che  $E_{adj}$  è sempre maggiore di  $E_{eff}$  dato che il coefficiente di invecchiamento  $\chi < 1$ .

Per il calcolo degli effetti dei carichi il valore del coefficiente di invecchiamento può essere ricavato con riferimento all'intervallo  $(t, t_0)$  dai manuali CEB o essere assunto costante pari a 0,8 con modesta approssimazione.

Nel caso di ritiro occorre assumere un valore inferiore di tale coefficiente, di solito pari a 0,5, per tener conto del fatto che gli effetti del ritiro sono minori quando la deformabilità viscosa è massima ( $t = t_0$ ), mentre al crescere della deformazione da ritiro si riduce per invecchiamento la deformabilità viscosa.

La relazione scritta per  $\varepsilon_{c,tot}(t)$  può quindi essere riscritta in forma pseudo-elastica:

$$\varepsilon_{c,tot}(t) \cong \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{eff}} + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_{adj}} + \varepsilon_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \tilde{\varepsilon}(t)$$

Osservazioni sul metodo:

- per  $\chi = 1$  si ricade nel metodo EM;
- fornisce risultati migliori rispetto ai metodi EM ed MS;
- non è applicabile al caso di carichi ciclici dato che in tal caso non è più valida la calibrazione delle leggi di viscosità usate.



## 8 Applicazione del metodo AAEM al caso di una sezione mista acciaio-calcestruzzo

Si applica il metodo AAEM alla sezione mista costituita da soletta in calcestruzzo e anima di acciaio considerata in precedenza tra i *casi fondamentali* studiati.

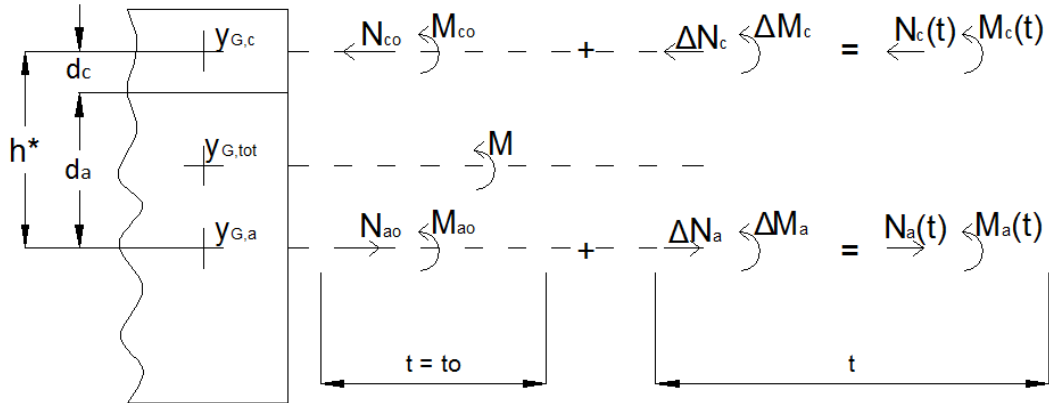


Figura 248 - Forze e momenti agenti sulle varie parti della sezione secondo il metodo della scomposizione delle forze.

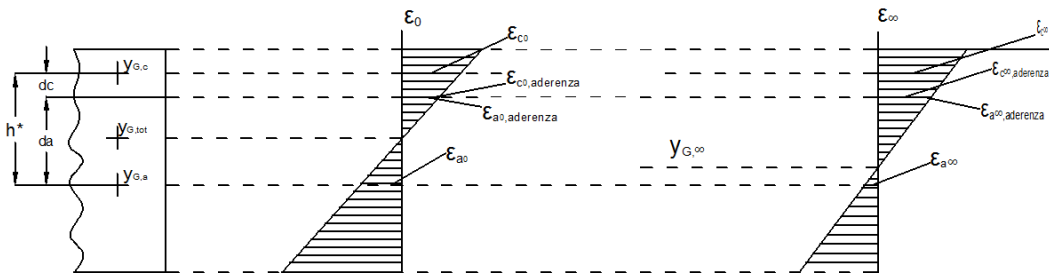


Figura 249 - Diagrammi delle deformazioni rispettivamente a breve e lungo termine.

Condizioni di equilibrio iniziali:

$$N_{c0} - N_{a0} = 0$$

$$M_{c0} + M_{a0} + N_{a0} * h^* = M$$

Condizioni di congruenza interna iniziali:

$$1) \chi_{c,aderenza} = \chi_{a,aderenza}$$

ricordando la definizione di curvatura si può riscrivere l'equazione precedente nella forma seguente:

$$\frac{M_{c0}}{E_c I_c} = \frac{M_{a0}}{E_a I_a}$$

$$2) \varepsilon_{c,aderenza} = \varepsilon_{a,aderenza}$$

$$\varepsilon_{c,G_c} - \chi_c * d_c = \varepsilon_{a,G_a} + \chi_a * d_a \xrightarrow{\chi_c = \chi_a} \varepsilon_{c,G_c} = \varepsilon_{a,G_a} + \chi * (d_a + d_c) = \varepsilon_{a,G_a} + h^*$$

ricordando la definizione di deformazione si può riscrivere l'equazione precedente nella forma seguente:

$$\frac{N_{c0}}{E_c A_c} + \frac{N_{a0}}{E_a A_a} = \frac{M_{a0}}{E_a I_a} * h^*$$

Sforzi interni al tempo  $t = t_0$ :

$$N_{c0} = N_{a0} = \frac{M * y_c * \frac{A_c}{n_0}}{I_a + \frac{I_c}{n_0} + A_a * y_a^2 + A_a * \frac{y_c^2}{n_0}}$$

$$M_{c0} = \frac{M * \frac{I_c}{n_0}}{I_a + \frac{I_c}{n_0} + A_a * y_a^2 + A_a * \frac{y_c^2}{n_0}}$$

$$M_{a0} = \frac{M * I_a}{I_a + \frac{I_c}{n_0} + A_a * y_a^2 + A_a * \frac{y_c^2}{n_0}}$$

Condizioni di equilibrio per le variazioni di sforzo nel tempo:

$$\Delta N_c - \Delta N_a = 0$$

$$\Delta M_c + \Delta M_a + \Delta N_a * h^* = 0$$

Condizioni di congruenza per le variazioni degli sforzi nel tempo:

$$1) \Delta \chi_{c0} + \Delta \chi_c = \Delta \chi_{a0} + \Delta \chi_a$$

$$\frac{M_{c0}}{E_c I_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta M_c}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) = \frac{M_{a0} + \Delta M_a}{E_a I_a}$$

$$2) \Delta \varepsilon_{c0} + \Delta \varepsilon_c = \Delta \chi_{a0} * h^* + \Delta \chi_a * h^* + \Delta \varepsilon_{a0} + \Delta \varepsilon_a$$

$$\frac{N_{c0}}{E_c A_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta N_c}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) = \frac{M_{a0} + \Delta M_a}{E_a I_a} * h^* - \frac{N_{a0} + \Delta N_a}{E_a I_a}$$

Dunque si ha così un sistema di otto equazioni nelle otto incognite  $N_{c0}, N_{a0}, M_{c0}, M_{a0}, \Delta N_c, \Delta N_a, \Delta M_c, \Delta M_a$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{c0} - N_{a0} = 0 \\ M_{c0} + M_{a0} + N_{a0} * h^* = M \\ \frac{M_{c0}}{E_c I_c} = \frac{M_{a0}}{E_a I_a} \\ \frac{N_{c0}}{E_c A_c} + \frac{N_{a0}}{E_a A_a} = \frac{M_{a0}}{E_a I_a} * h^* \\ \Delta N_c - \Delta N_a = 0 \\ \Delta M_c + \Delta M_a + \Delta N_a * h^* = 0 \\ \frac{M_{c0}}{E_c I_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta M_c}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) = \frac{M_{a0} + \Delta M_a}{E_a I_a} \\ \frac{N_{c0}}{E_c A_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta N_c}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) = \frac{M_{a0} + \Delta M_a}{E_a I_a} * h^* - \frac{N_{a0} + \Delta N_a}{E_a I_a} \end{array} \right.$$

Da cui si ricavano le espressioni che forniscono i valori per le incognite cercate:

$$\Delta M_a = \frac{E_a E_c I_a M \phi (A_c^2 E_c^2 I_c + A_a^2 E_a^2 (A_c h^2 + I_c) (1 + \phi \chi) + A_a A_c E_a E_c I_c (2 + \phi \chi))}{(A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \phi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \phi \chi) + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \phi \chi)))}$$

$$\Delta N_a = - \frac{A_a A_c E_a E_c h M \phi (-A_c E_c^2 I_c + A_a E_a^2 I_a (1 + \phi \chi))}{(A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \phi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \phi \chi) + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \phi \chi)))}$$

$$\Delta N_c = - \frac{A_a A_c E_a E_c h M \phi (-A_c E_c^2 I_c + A_a E_a^2 I_a (1 + \phi \chi))}{(A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \phi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \phi \chi) + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \phi \chi)))}$$

$$\Delta M_c = \frac{E_a E_c I_c M \varphi (A_c^2 E_c^2 I_a + A_a^2 E_a^2 I_a (1 + \varphi \chi) + A_a A_c E_c (A_c E_c h^2 + E_a I_a (2 + \varphi \chi)))}{(A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \varphi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \varphi \chi) + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \varphi \chi)))}$$

$$N_{c0} = A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)$$

$$N_{a0} = \frac{A_a A_c E_a E_c h M}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

$$M_{c0} = \frac{E_c (A_a E_a + A_c E_c) I_c M}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

$$M_{a0} = \frac{E_a (A_a E_a + A_c E_c) I_a M}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

L'effetto del ritiro può essere calcolato modificando il termine noto che rappresenta la deformazione al tempo  $t$  sulla soletta considerata libera per effetto del ritiro:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{c0,r} - N_{a0,r} = 0 \\ M_{c0,r} + M_{a0,r} + N_{a0,r} * h^* = 0 \\ \frac{M_{c0,r}}{E_c I_c} = \frac{M_{a0,r}}{E_a I_a} \\ \frac{N_{c0,r}}{E_c A_c} + \varepsilon_{c,r} + \frac{N_{a0,r}}{E_a A_a} = \frac{M_{a0,r}}{E_a I_a} * h^* \end{array} \right.$$

Si precisa che il coefficiente  $\chi$  nel caso si calcoli l'effetto del ritiro si assume con un valore inferiore rispetto a quando si vuole valutare l'effetto del carico permanente (viscosità) per tenere conto del fatto che gli effetti del ritiro sono minori quando la deformabilità viscosa è massima ( $t = t_0$ ), mentre al crescere della deformazione da ritiro si riduce per invecchiamento la deformabilità viscosa. Con riferimento ai manuali CEB, con riferimento all'intervallo  $(t, t_0)$ , si può assumere  $\chi = 0,8$  per la valutazione degli effetti dovuti al carico permanente, mentre  $\chi = 0,5$  nel caso si vogliono valutare gli effetti del ritiro.

Per considerare contemporaneamente l'effetto del ritiro e del peso proprio si utilizzano le seguenti equazioni ottenute dal sistema precedente con le opportune modifiche:

$$\left. \begin{aligned}
 N_{c0} - N_{a0} &= 0 \\
 M_{c0} + M_{a0} + N_{a0} * h^* &= M \\
 \frac{M_{c0}}{E_c I_c} &= \frac{M_{a0}}{E_a I_a} \\
 \frac{N_{c0}}{E_c A_c} + \varepsilon_{c,r} + \frac{N_{a0}}{E_a A_a} &= \frac{M_{a0}}{E_a I_a} * h^* \\
 \Delta N_{c,r} - \Delta N_{a,r} &= 0 \\
 \Delta M_{c,r} + \Delta M_{a,r} + \Delta N_{a,r} * h^* &= 0 \\
 \frac{M_{c0}}{E_c I_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta M_{c,r}}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) &= \frac{M_{a0} + \Delta M_{a,r}}{E_a I_a} \\
 \frac{N_{c0}}{E_c A_c} (1 + \phi) + \frac{\Delta N_{c,r}}{E_c I_c} (1 + \chi \phi) &= \frac{M_{a0} + \Delta M_{a,r}}{E_a I_a} * h^* - \frac{N_{a0} + \Delta N_{a,r}}{E_a I_a}
 \end{aligned} \right\}$$

Da cui si ricavano le espressioni che forniscono i valori per le incognite cercate:

$$\begin{aligned}
 \Delta M_{a,r} = & -(E_a E_c I_a (-A_c^2 E_c^2 I_c M \varphi + A_a^2 E_a^2 (A_c^2 E_c h^3 \varepsilon_{c,r} - I_c M \varphi + A_c h (E_c I_c \varepsilon_{c,r} \\
 & - h M \varphi + E_a I_a \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi)))) (1 + \varphi \chi) + A_a A_c E_a E_c (-I_c M \varphi (2 \\
 & + \varphi \chi) + A_c h \varepsilon_{c,r} (E_c I_c (1 + \varphi (-1 + \chi)) + E_a (I_a \\
 & + I_a \varphi \chi)))) / ((A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a \\
 & + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \varphi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \varphi \chi) \\
 & + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \varphi \chi))))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta N_{a,r} = & (A_a A_c E_a E_c (A_c E_c (E_c I_c (E_c I_c \varepsilon_{c,r} + h M \varphi) + E_a^2 I_a^2 \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi \chi) \\
 & + E_a E_c I_a I_c \varepsilon_{c,r} (2 + \varphi \chi)) + A_a E_a (E_c^2 I_c^2 \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi) + E_a^2 I_a^2 \varepsilon_{c,r} (1 \\
 & + \varphi) (1 + \varphi \chi) + E_a I_a (-h M \varphi (1 + \varphi \chi) + E_c I_c \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi) (2 \\
 & + \varphi \chi)) + A_c E_c h^2 \varepsilon_{c,r} (E_c I_c (1 + \varphi) + E_a (I_a \\
 & + I_a \varphi \chi)))) / ((A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a \\
 & + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \varphi \chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \varphi \chi) \\
 & + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \varphi \chi))))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta N_{c,r} = & (A_a A_c E_a E_c (A_c E_c (E_c I_c (E_c I_c \varepsilon_{c,r} + hM\varphi) + E_a^2 I_a^2 \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi\chi) \\ & + E_a E_c I_a I_c \varepsilon_{c,r} (2 + \varphi\chi)) + A_a E_a (E_c^2 I_c^2 \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi) + E_a^2 I_a^2 \varepsilon_{c,r} (1 \\ & + \varphi)(1 + \varphi\chi) + E_a I_a (-hM\varphi(1 + \varphi\chi) + E_c I_c \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi)(2 \\ & + \varphi\chi)) + A_c E_c h^2 \varepsilon_{c,r} (E_c I_c (1 + \varphi) + E_a (I_a \\ & + I_a \varphi\chi)))) / ((A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a \\ & + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \varphi\chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \varphi\chi) \\ & + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \varphi\chi)))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{c,r} = & -(E_a E_c I_c (A_c^2 E_c^2 I_a M\varphi + A_a A_c E_c (A_c E_c h (E_c I_c \varepsilon_{c,r} + hM\varphi + E_a I_a \varepsilon_{c,r} (1 \\ & + \varphi)) + E_a I_a M\varphi (2 + \varphi\chi)) + A_a^2 E_a (A_c^2 E_c^2 h^3 \varepsilon_{c,r} (1 + \varphi) \\ & + E_a I_a M\varphi (1 + \varphi\chi) + A_c E_c h \varepsilon_{c,r} (E_c I_c (1 + \varphi) + E_a I_a (1 + 2\varphi \\ & + \varphi^2 \chi)))) / ((A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a \\ & + E_c I_c)) (A_a E_a (1 + \varphi\chi) (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c + E_a I_a \varphi\chi) \\ & + A_c E_c (E_c I_c + E_a (I_a + I_a \varphi\chi)))) \end{aligned}$$

$$N_{c0} = -\frac{A_a A_c E_a E_c (-hM + E_a I_a \varepsilon_{c,r} + E_c I_c \varepsilon_{c,r})}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

$$N_{a0} = -\frac{A_a A_c E_a E_c (-hM + E_a I_a \varepsilon_{c,r} + E_c I_c \varepsilon_{c,r})}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

$$M_{c0} = \frac{E_c I_c (A_c E_c M + A_a E_a (M + A_c E_c h \varepsilon_{c,r}))}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

$$M_{a0} = \frac{E_a I_a (A_c E_c M + A_a E_a (M + A_c E_c h \varepsilon_{c,r}))}{A_c E_c (E_a I_a + E_c I_c) + A_a E_a (A_c E_c h^2 + E_a I_a + E_c I_c)}$$

Con le equazioni ricavate si possono ora calcolare gli sforzi al tempo  $t$  sulle parti costituenti la sezione mista:

$$N_{a,t} = N_{a0} + \Delta N_a + \Delta N_{a,r}$$

$$M_{a,t} = M_{a0} + \Delta M_a + \Delta M_{a,r}$$

$$N_{c,t} = N_{c0} + \Delta N_c + \Delta N_{c,r}$$

$$M_{c,t} = M_{c0} + \Delta M_c + \Delta M_{c,r}$$

Si ricordano i dati del caso in esame:

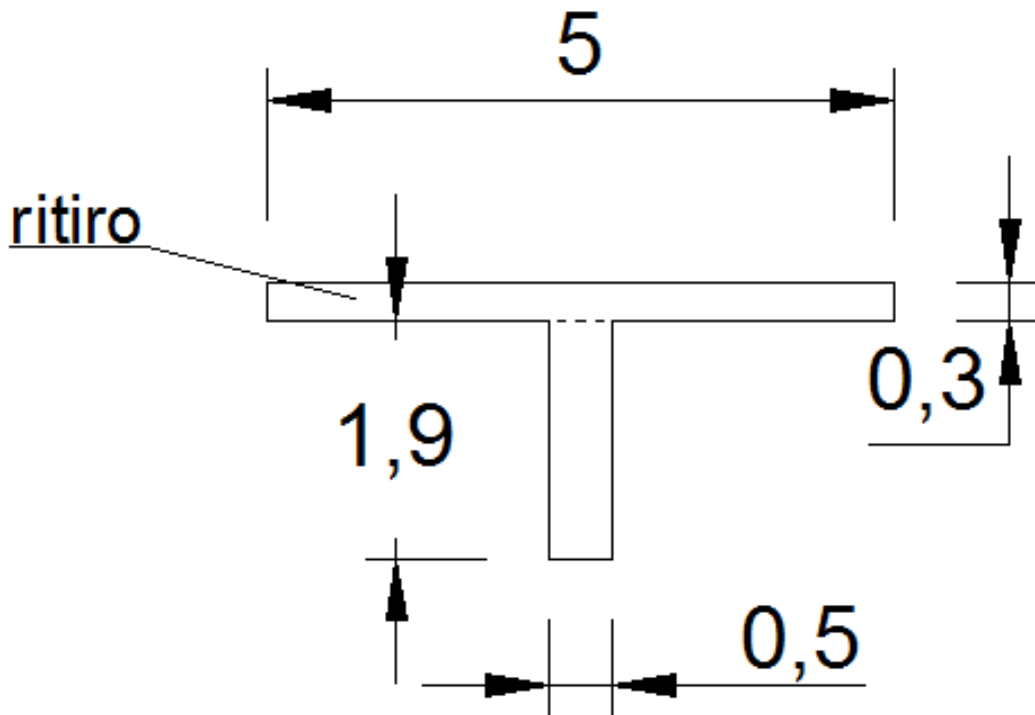


Figura 250 - Geometria dell'elemento considerato.

$$E_{cm} = 36283 \text{ MPa}$$

$$E_a = 210000 \text{ MPa}$$

$$I_c = 1,125 * 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$I_a = 2,858 * 10^{11} \text{ mm}^4$$

$$A_c = 1500000 \text{ mm}^2$$

$$A_a = 950000 \text{ mm}^2$$

$$h^* = y_{G,c} - y_{G,a} = 1100 \text{ mm}$$

$$(1 + \chi\phi) = (1 + 0,55 * 2,137) = 2,17$$

Calcolo della deformazione da ritiro agente sulla soletta:

$$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 36283 \text{ MPa}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * (5 * 0,3)}{(5 + 4,5 + 0,3 + 0,3)} = 0,297 \text{ m} = 297 \text{ mm}$$

da cui risultano:

$$\varepsilon_{c0} = - 0,2275 \%$$

$$k_h = 0,77$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \varepsilon_{c0} * k_h = - 0,2275 * 10^{-3} * 0,77 = -0,000159$$

$$\beta_{ds} \cong 1$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd,\infty} * \beta_{ds} = -0,000159 * 1 = -0,000159 = -1,59 * 10^{-4}$$

Si considera il seguente momento esterno dovuto all'effetto dei pesi propri degli elementi costituenti la trave:

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{(25 * 10^{-6} * 1500000 + 78,5 * 10^{-6} * 950000) * 50000^2}{8} =$$

$$= 3502 \text{ kNm}$$

Si ricavano quindi i valori delle sollecitazioni per il caso in cui si considerano gli effetti dovuti al peso proprio ed alla viscosità del calcestruzzo:

$$\Delta M_a = 8,52041 * 10^9 \text{ Nmm} = 8520 \text{ kNm}$$

$$\Delta N_a = 7,67389 * 10^6 \text{ N} = 7674 \text{ kN}$$

$$\Delta N_c = -7,67389 * 10^6 \text{ N} = -7674 \text{ kN}$$

$$\Delta M_c = -7,91347 * 10^7 \text{ Nmm} = -79 \text{ kNm}$$

$$N_{c0} = 1,46868 * 10^7 \text{ N} = 14687 \text{ kN}$$

$$N_{a0} = 1,46868 * 10^7 \text{ N} = 14687 \text{ kN}$$

$$M_{c0} = 1,27455 * 10^8 \text{ Nmm} = 127 \text{ kNm}$$

$$M_{a0} = 1,87405 * 10^{10} \text{ Nmm} = 18740 \text{ kNm}$$

Con le opportune considerazioni effettuate in precedenza, modificando opportunamente le equazioni impiegate, si ricavano i valori delle sollecitazioni dovute agli effetti del solo ritiro del calcestruzzo:



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{c0,r} - N_{a0,r} = 0 \\ M_{c0,r} + M_{a0,r} + N_{a0,r} * 1100 = 0 \\ \frac{M_{c0,r}}{36283 * 1,125 * 10^{10}} = \frac{M_{a0,r}}{210000 * 2,858 * 10^{11}} \\ \frac{N_{c0,r}}{36283 * 1500000} - 1,59 * 10^{-4} + \frac{N_{a0,r}}{210000 * 950000} = \frac{M_{a0,r}}{210000 * 2,858 * 10^{11}} * 1100 \end{array} \right.$$

$$N_{c0,r} = 3,66266 * 10^6 N = 3663 kN$$

$$N_{a0,r} = 3,66266 * 10^6 N = 3663 kN$$

$$M_{c0,r} = -2,72157 * 10^7 Nmm = -27,2 kNm$$

$$M_{a0,r} = -4,000171 * 10^9 Nmm = -4000 kNm$$

Ricordando i valori ricavati in precedenza tramite modellazione con software di calcolo:

	SectionCut Text	OutputCase Text	CaseType Text	F1 KN	F2 KN	F3 KN	M1 KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m
▶	delta T	Temperatura	LinStatic	4062,128	0	-0,00001965	0	-3865,7382	0
	N+M	Temperatura	LinStatic	-4061,908	0	-0,012	0	-3865,3312	0
	Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4061,905	0	-0,0002597	0	-3865,5265	0
	SOLETTA delta T	Temperatura	LinStatic	4062,128	0,00000001444	0,00001966	0,00000005593	-27,1344	0,00000001808
	SOLETTA N+M	Temperatura	LinStatic	-4591,092	0,00000001074	0,012	0,00000002683	-27,1308	0,00000002251
	SOLETTA Nsoletta	Temperatura	LinStatic	-4591,095	0,00000007788	0,0002597	0,00000003183	-27,1328	0,00000002092

Figura 251 - Risultanti degli sforzi interni nell'anima e nella soletta ricavate tramite le "Section cut" nel modello FEM.

Si osserva che la soluzione manuale sottostima (di circa un 10%) il valore degli sforzi assiali e sovrastima il valore dello sforzo flessionale che si ha nell'anima della trave metallica (di circa un 4%) rispetto ai valori ottenuti dal modello.

Si ricavano quindi i valori delle sollecitazioni per il caso in cui si considerano gli effetti dovuti al peso proprio ed ritiro del calcestruzzo:

$$\Delta M_{a,r} = 1,48869 * 10^{10} Nmm = 14887 kNm,$$

$$\Delta N_{a,r} = -1,34864 * 10^7 N = -13486 kN$$

$$\Delta N_{c,r} = -1,34864 * 10^7 N = -13486 kN$$

$$\Delta M_{c,r} = -5,19294 * 10^7 Nmm = -51,9 kNm$$

$$N_{c0} = 1,83494 * 10^7 N = 18349 kN$$

$$N_{a0} = 1,83494 * 10^7 N = 18349 kN$$

$$M_{c0} = 1,0239 * 10^8 \text{ Nmm} = 102,4 \text{ kNm}$$

$$M_{a0} = 1,47388 * 10^{10} \text{ Nmm} = 14739 \text{ kNm}$$

Si osserva come i contributi relativi agli incrementi degli sforzi interni a lungo termine dovuti alla viscosità del calcestruzzo siano inferiori a quelli dovuti al ritiro del calcestruzzo (considerati in valore assoluto).

Con le equazioni ricavate si possono ora calcolare gli sforzi al tempo  $t$  sulle parti costituenti la sezione mista:

$$N_{a,t} = N_{a0} + \Delta N_a + \Delta N_{a,r} = 14687 + 7674 - 13486 = 8875 \text{ kN}$$

$$M_{a,t} = M_{a0} + \Delta M_a + \Delta M_{a,r} = 18740 + 8520 + 14887 = 42147 \text{ kNm}$$

$$N_{c,t} = N_{c0} + \Delta N_c + \Delta N_{c,r} = 14687 - 7674 - 13486 = -6473 \text{ kN}$$

$$M_{c,t} = M_{c0} + \Delta M_c + \Delta M_{c,r} = 127 - 79 - 51,9 = -3,9 \text{ kNm}$$

## 9 Metodi semplificati per l'analisi viscoelastica degli impalcati da ponte a sezione composta

L'analisi rigorosa del comportamento dipendente dal tempo di una struttura composta richiede l'uso di procedure numeriche di tipo step-by-step.

Nel caso di strutture semplici, non interessate da importanti eterogeneità strutturali (getti frazionati, ecc.), l'analisi viscosa può essere condotta senza commettere gravi errori con i metodi algebrizzati descritti in precedenza.

L'applicazione del metodo EM nel caso di travi composte richiede la semplice definizione del rapporto modulare:

$$n_{EM} = n_0 * (1 + \phi_t)$$

dove:

- $n_0 = E_s/E_{c28}$  è il rapporto modulare usato per l'analisi elastica;
- $\phi_t = \phi_{28}(t, t_0)$  è il valore del coefficiente di viscosità dipendente dall'istante di applicazione del carico  $t_0$  e dall'istante finale di analisi  $t$ .

L'applicazione del metodo MS diventa altrettanto semplice quando lo stato tensionale iniziale è nullo, come accade nel caso in cui si considera il solo ritiro. In tal caso il metodo richiede la semplice definizione del rapporto modulare:

$$n_{MS} = n_0 * (1 + 0,55 * \phi_t)$$

E' noto in letteratura (Dezi et al. 1996) che il metodo EM fornisce risultati soddisfacenti nel caso di strutture soggette ad azioni di natura statica a alla presollecitazione con cavi interni o esterni. Per l'analisi del ritiro, invece, risulta particolarmente efficace il metodo MS in quanto, oltre ad essere di semplice applicazione, fornisce risultati caratterizzati da un buon livello di precisione.

L'Eurocodice 4 parte 2 (EC4-2, 1997), per l'analisi viscoelastica delle strutture composte, suggerisce l'impiego del rapporto modulare:

$$n_L = n_0 * (1 + \Psi_L * \phi_t)$$

che rappresenta una generalizzazione delle espressioni precedenti dei rapporti modulari.

Il coefficiente correttivo  $\Psi_L$  dipende dal tipo di azione considerata ed assume i valori presenti nella tabella di seguito riportata:

Tabella 57 - Valori del coefficiente  $\psi_L$ .

Tipo di azione	EC4-2
Carichi permanenti e presollecitazione con cavi dopo che la connessione trave-soletta sia divenuta efficace	1,10
Effetti isostatici ed iperstatici del ritiro	0,55
Presollecitazione con cedimenti vincolari	1,50

L'istante di applicazione del carico  $t_0$  può essere assunto pari a 28 giorni; nel caso del ritiro deve essere assunto pari a 1 giorno. Infatti per il coefficiente di viscosità  $\phi_t = \phi_{28}(t, t_s)$  si assume  $t_s = 1$  giorno.

### 9.1 Ritiro della soletta

Gli accorciamenti della soletta dovuti al ritiro del calcestruzzo sono parzialmente impediti dalla trave d'acciaio; ciò comporta l'insorgere di stati tensionali di trazione nella soletta e di compressione nella trave metallica. Gli effetti del ritiro possono essere distinti in effetti primari e secondari; i primi si sviluppano nelle strutture isostatiche mentre i secondi rappresentano gli effetti delle reazioni iperstatiche. Dal momento che il ritiro è un'azione di lungo termine di tipo geometrico (deformazione impressa), i suoi effetti sono attenuati dal comportamento viscoso del materiale.

Sia nelle travi isostatiche che in quelle iperstatiche, l'analisi può essere svolta sovrapponendo i seguenti due passi:

- 1- valutazione della forza assiale longitudinale che impedisce completamente l'accorciamento della soletta, considerata separata dalla trave

$$N_{CS} = \varepsilon_{CS}(t, t_s) * \frac{E_a}{n_{CS}} * A_c$$

- 2- analisi elastica della trave composta soggetta alla forza longitudinale  $N_{CS}$  applicata nel baricentro della soletta e considerata come forza esterna.

Nel caso in cui la soletta venisse connessa alla trave di acciaio dopo un intervallo di tempo iniziale ( $t^*-t_s$ ), nell'analisi viscoelastica occorre considerare solo la deformazione da ritiro che si sviluppa dopo l'istante di connessione  $t^*$ :

$$\varepsilon_{CS}^*(t) = \varepsilon_{CS}(t, t_s) - \varepsilon_{CS}(t^*, t_s)$$

Per la valutazione dei picchi che la forza di scorrimento presenta agli estremi liberi della trave, l'EC4-2 (1997) suggerisce un metodo semplificato che ipotizza una distribuzione triangolare estesa ad un tratto di trave pari a metà larghezza efficace della trave ( $b_{eff}/2$ ), e un'intensità massima della forza distribuita sui connettori data dalla relazione seguente:

$$q_{d,max} = \frac{4 * V_{L,Ed}}{b_{eff}}$$

dove:

$V_{L,Ed}$  è la porzione di  $N_{cs}$  trasmessa alla trave di acciaio attraverso la connessione e che può essere determinata attraverso l'analisi sezionale elastica assumendo la perfetta aderenza tra la trave di acciaio e la soletta in c.a.

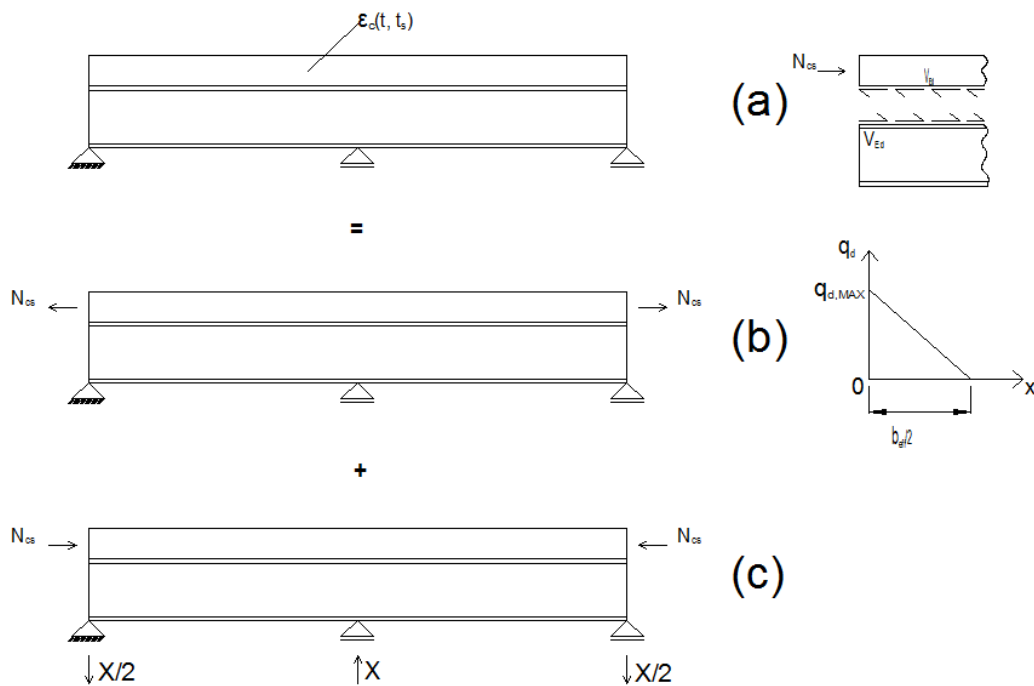


Figura 252 - Ritiro: (a) (b) (c) effetti globali; (d) effetti locali sulla connessione.

Di fatto si tratta di applicare il metodo per fasi che si è applicato in precedenza nello studio delle sezioni a T (con anima e soletta costituite di due calcestruzzi differenti, con anima in acciaio e soletta in calcestruzzo) considerando il modulo del calcestruzzo della soletta soggetta a ritiro opportunamente ridotto tramite il coefficiente  $n_{cs}$ .



## 10 Modello analitico e numerico per una sezione mista a T (anima in acciaio, soletta in calcestruzzo) con armature in soletta

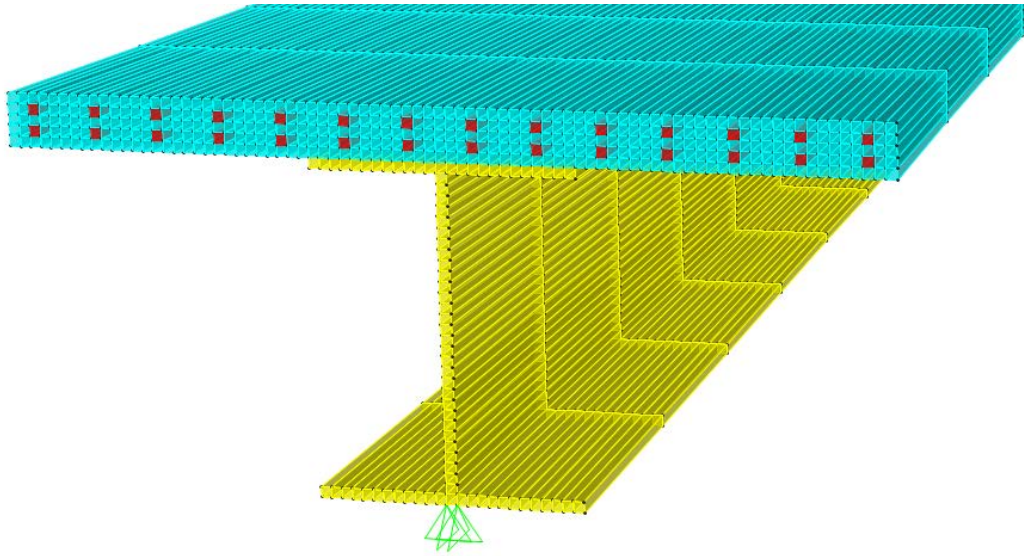




Figura 253 - Modello FEM di una trave a sezione mista con l'armatura longitudinale in soletta.

Si è studiata la medesima trave sia con lo schema di vincolo isostatico (  ) che con quello iperstatico (  ), considerando in un primo momento un modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo per cogliere i soli effetti del ritiro, mentre in un secondo momento si è considerato un modulo elastico a lungo termine per tenere conto dell'effetto simultaneo di ritiro e viscosità.

### 10.1 Analisi a breve termine (modulo elastico istantaneo)

Si considerano di seguito i risultati ottenuti per i modelli in cui si è adottato un modulo istantaneo per i due schemi strutturali considerati:

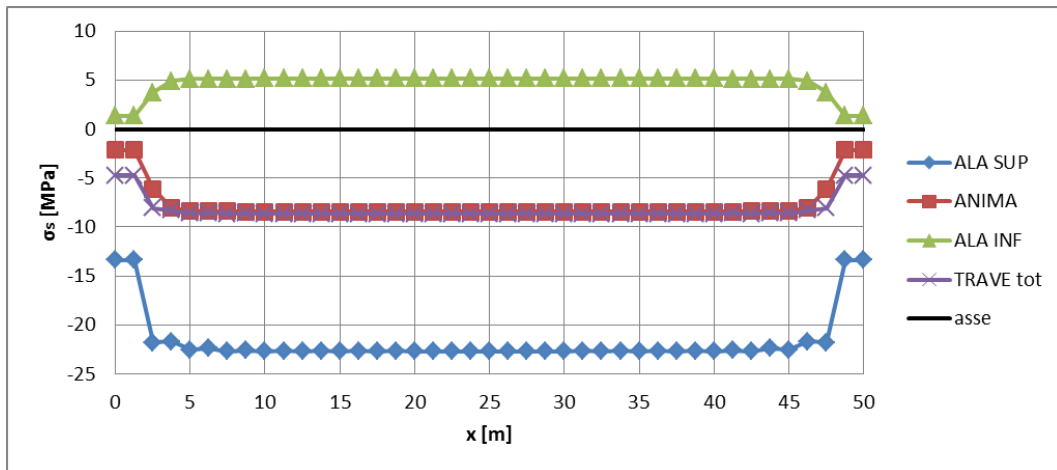


Figura 254 - Tensioni in direzione longitudinale nella trave metallica nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.

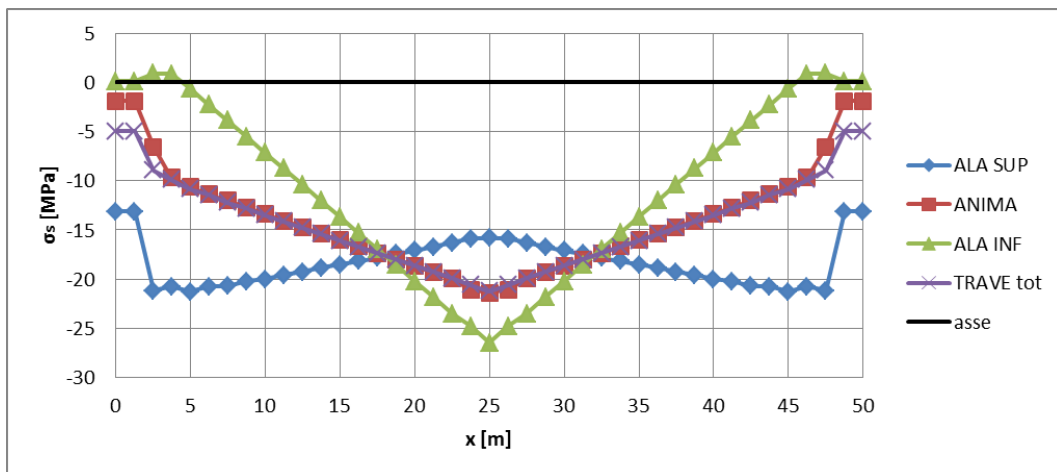


Figura 255 - Tensioni in direzione longitudinale nella trave metallica nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.



Tabella 58 - Risultante dello sforzo assiale nella trave in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico.

<b>S11<sub>tot trave</sub></b>	<b>-8,756</b>	[MPa]
A <sub>s,trave</sub>	0,28*10 <sup>6</sup>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,trave</sub> = N<sub>max,trave</sub></b>	<b>-2451,70</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella trave metallica, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$

$$= \frac{-1,75 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 286800} + \frac{1}{36283 * 1393200}\right)} = -2030633,56 N = -2030 kN$$

Dunque il calcolo analitico sottostima la risultante (di circa un 17%).

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a A_a h_a} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} * h_{sol}^2}{E_a A_a * h_a} =$$

$$= 6 \frac{36283 * 4980 * 300^2}{210000 * 286800 * 1900} = 0,85$$

Tabella 59 - Risultante dello sforzo assiale nella trave in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

<b>S11<sub>tot trave</sub></b>	<b>-21,224</b>	[MPa]
A <sub>s,trave</sub>	0,28*10 <sup>6</sup>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,trave</sub> = N<sub>max,trave</sub></b>	<b>-5942,72</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella trave metallica, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$

$$= \frac{-1,75 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{210000 * 286800} + \frac{1}{36283 * 1393200}\right)} = -4370533 \text{ N} = -4370 \text{ kN}$$

Dunque il calcolo analitico sottostima la risultante (di circa un 27%).

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a A_a h_a} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} * h_{sol}^2}{E_a A_a * h_a} =$$

$$= 6 \frac{36283}{210000} \frac{4980 * 300^2}{286800 * 1900} = 0,85$$

In questo caso si è ridotto anche il coefficiente numerico nel termine relativo deformazione dell'anima in quanto lo schema strutturale iperstatico limite l'inflessione dell'anima stessa.

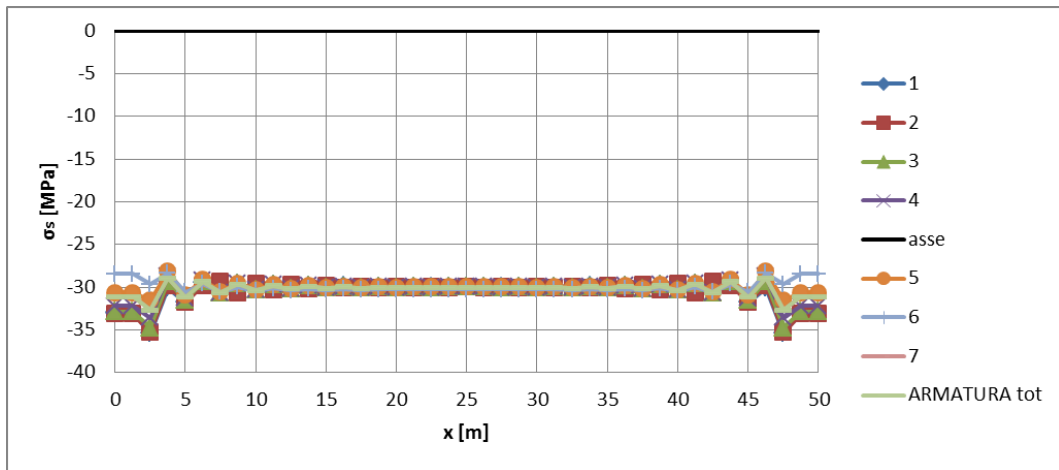


Figura 256 - Tensioni in direzione longitudinale nelle armature nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.

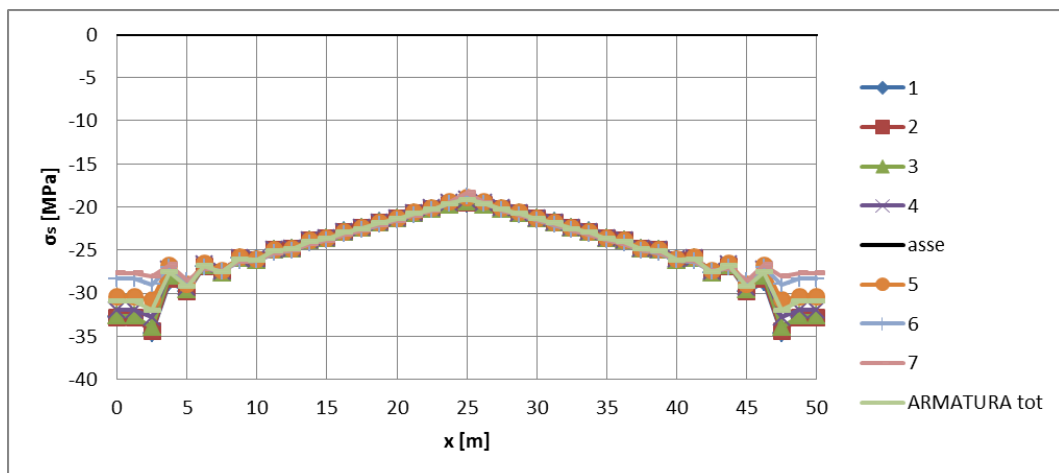


Figura 257 - Tensioni in direzione longitudinale nelle armature nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.

Tabella 60 - Risultante dello sforzo assiale nell'armatura in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico.

$S_{11_{tot}} \text{ armatura}$	-30,063	[MPa]
$A_{s,armatura}$	$0,10 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,armatura} = N_{max,armatura}$	-3006,30	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nell'armatura, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= (-1,75 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 1393200 * 100800}{1976832} \right) = -2610727,71 \text{ N} = \\
 &= -2610 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Si è assunta l'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost.$

Dunque il calcolo analitico sottostima la risultante (di circa un 13%).

Tabella 61 - Risultante dello sforzo assiale nell'armatura in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

<b>S11<sub>tot armatura</sub></b>	<b>-19,112</b>	<b>[MPa]</b>
<b>A<sub>s,armatura</sub></b>	<b>0,10*10<sup>6</sup></b>	<b>[mm<sup>2</sup>]</b>
<b>N<sub>risultante,armatura</sub> = N<sub>max,armatura</sub></b>	<b>-1911,20</b>	<b>[kN]</b>

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nell'armatura, per lo schema strutturale iperstatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_0 A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= (-1,75 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 1393200 * 100800}{1976832} \right) = -2610727,71 \text{ N} = \\
 &= -2610 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Si è assunta l'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost.$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 27%).

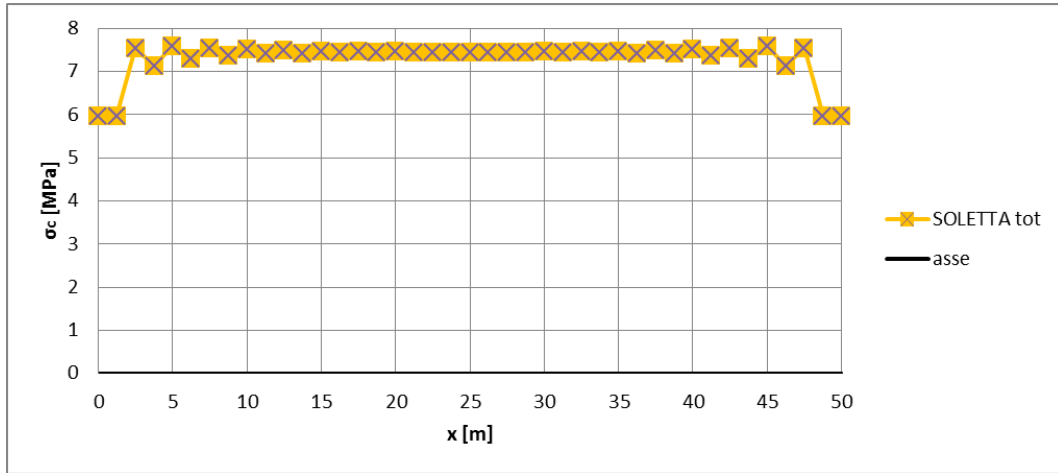


Figura 258 - Tensioni in direzione longitudinale nella soletta nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.

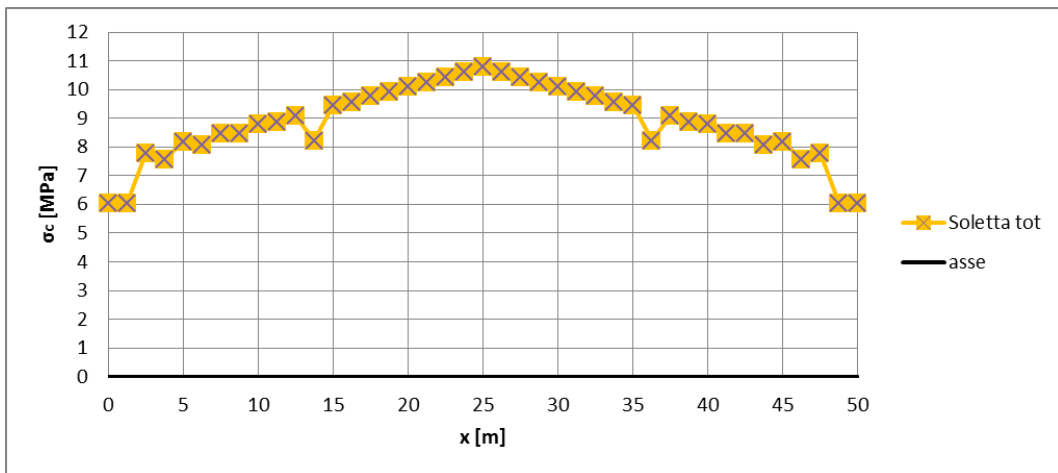


Figura 259 - Tensioni in direzione longitudinale nella soletta nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico istantaneo per il calcestruzzo.

Tabella 62 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico.

$S_{11_{tot, soletta}}$	7,895	[MPa]
$A_{c, soletta}$	$1,39 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante, soletta} = N_{max, soletta}$	10974,05	[kN]

Scrivendo la relazione di congruenza tra la soletta, l'armatura e la trave metallica, sulla base delle osservazioni fatte nella fase di studio teorico, si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella soletta, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$-\varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max(armatura)} * l}{E_c A_{c,sol}} - \frac{N_{aderenza,max(trave metallica)} * l}{E_c A_{c,sol}} + \frac{N_{aderenza,max(soletta)} * l}{E_c A_{c,sol}} = 0$$

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max(soletta)} &= \\ &= \varepsilon_{cs} E_c A_{c,sol} + N_{aderenza,max(armatura)} + N_{aderenza,max(trave metallica)} = \\ &= 1,75 * 10^{-4} * 36283 * 1393200 * 10^{-3} + 3006 + 2451 = 14303 \text{ kN} \end{aligned}$$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 23%).

Tabella 63 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

<b>S11<sub>tot soletta</sub></b>	<b>11,430</b>	[MPa]
A <sub>c,soletta</sub>	1,39*10 <sup>6</sup>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,soletta</sub> = N<sub>max,soletta</sub></b>	<b>15877,70</b>	[kN]

Scrivendo la relazione di congruenza tra la soletta, l'armatura e la trave metallica, sulla base delle osservazioni fatte nella fase di studio teorico, si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella soletta, per lo schema strutturale iperstatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$-\varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max(armatura)} * l}{E_c A_{c,sol}} - \frac{N_{aderenza,max(trave metallica)} * l}{E_c A_{c,sol}} + \frac{N_{aderenza,max(soletta)} * l}{E_c A_{c,sol}} = 0$$

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max(soletta)} &= \\ &= \varepsilon_{cs} E_c A_{c,sol} + N_{aderenza,max(armatura)} + N_{aderenza,max(trave metallica)} = \\ &= 1,75 * 10^{-4} * 36283 * 1393200 * 10^{-3} + 1911 + 5942 = 16699 \text{ kN} \end{aligned}$$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 5%).

## 10.2 Analisi a lungo termine (modulo elastico a lungo termine)

Si considerano di seguito i risultati ottenuti per i modelli in cui si è adottato un modulo a lungo termine per i due schemi strutturali considerati:

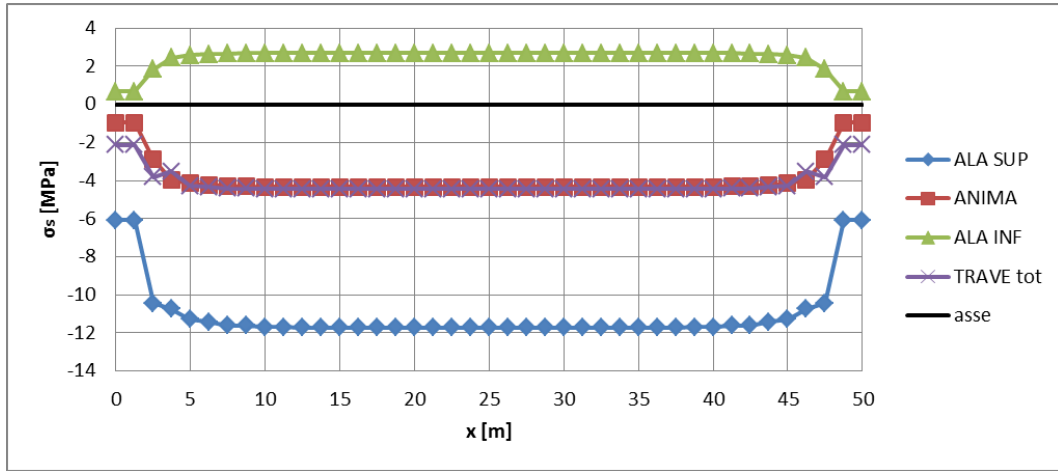


Figura 260 - Tensioni in direzione longitudinale nella trave nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

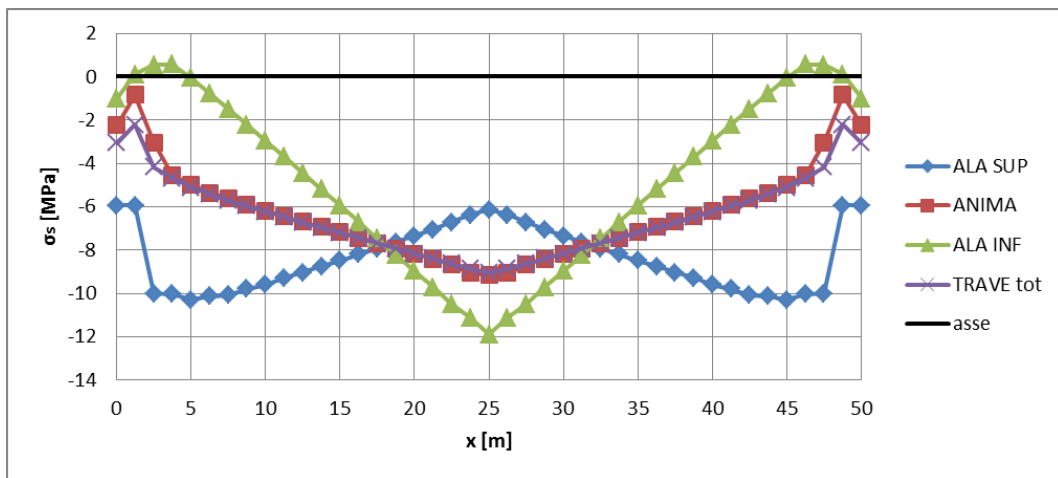


Figura 261 - Tensioni in direzione longitudinale nella trave nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

Tabella 64 - Risultante dello sforzo assiale nella trave in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico.

$S_{11_{tot, trave}}$	-4,457	[MPa]
$A_{s, trave}$	$0,28 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante, trave} = N_{max, trave}$	-1247,96	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella trave metallica, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{4}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$

$$= \frac{-1,75 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 286800} + \frac{1}{12094 * 1393200}\right)} = -1391650,09 \text{ N} = -1392 \text{ kN}$$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 11%).

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a A_a h_a} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} * h_{sol}^2}{E_a A_a * h_a} =$$

$$= 6 \frac{36283}{210000} \frac{4980 * 300^2}{286800 * 1900} = 0,85$$

Tabella 65 - Risultante dello sforzo assiale nella trave in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

<b>S<sub>11,tot trave</sub></b>	<b>-9,068</b>	[MPa]
A <sub>s,trave</sub>	0,28*10 <sup>6</sup>	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,trave</sub> = N<sub>max,trave</sub></b>	<b>-2539,04</b>	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella trave metallica, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$N_{aderenza,max} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_{s,a}} + \frac{1}{E_c A_{c,sol}}\right)} =$$



$$= \frac{-1,75 * 10^{-4}}{\left( \frac{1}{210000 * 286800} + \frac{1}{12094 * 1393200} \right)} = -2305665 \text{ N} = -2305 \text{ kN}$$

Dunque il calcolo analitico sottostima la risultante (di circa un 9%).

In tale equazione si è assunta la riduzione del coefficiente numerico nel termine relativo deformazione della soletta perché la diversità tra i moduli elastici dei due materiali costituenti l'elemento lo giustifica:

$$\chi_{sol} = \chi_a$$

$$\frac{6N}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a b_a h_a^2} \Rightarrow \frac{cN}{E_{sol} b_{sol} h_{sol}^2} = \frac{6N}{E_a A_a h_a} \Rightarrow c = 6 \frac{E_{sol} b_{sol} * h_{sol}^2}{E_a A_a * h_a} =$$

$$= 6 \frac{36283}{210000} \frac{4980 * 300^2}{286800 * 1900} = 0,85$$

In questo caso si è ridotto anche il coefficiente numerico nel termine relativo deformazione dell'anima in quanto lo schema strutturale iperstatico limita l'inflexione dell'anima stessa.

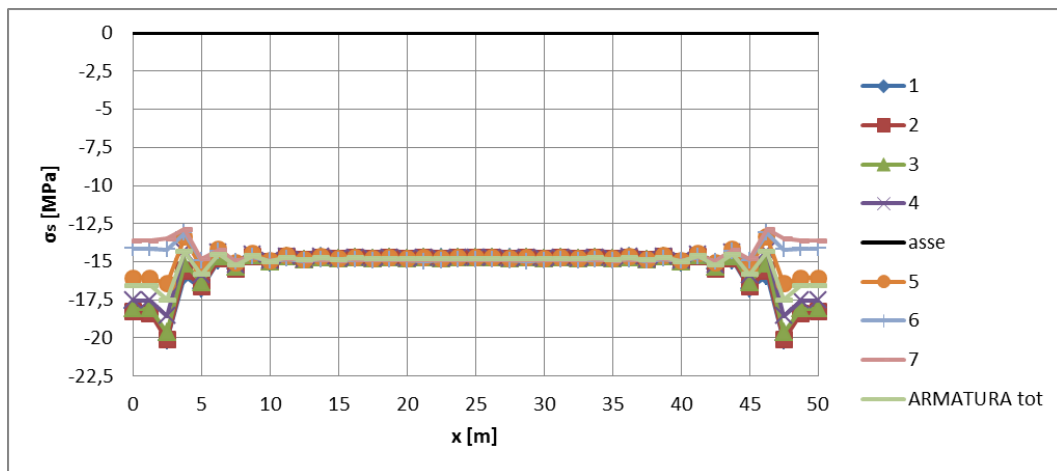


Figura 262 - Tensioni in direzione longitudinale nelle armature nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

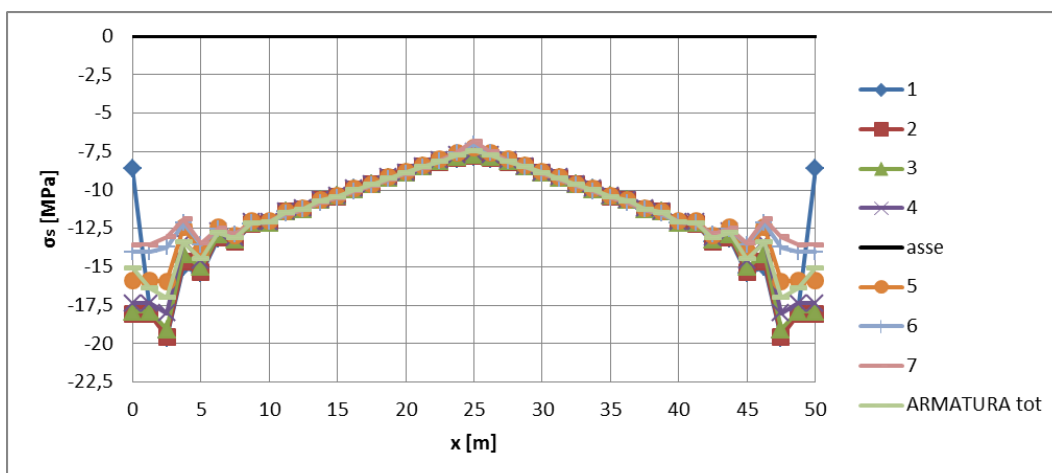


Figura 263 - Tensioni in direzione longitudinale nelle armature nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

Tabella 66 - Risultante dello sforzo assiale nell'armatura in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico.

<b>S11<sub>tot armatura</sub></b>	<b>-14,797</b>	<b>[MPa]</b>
<b>A<sub>s,armatura</sub></b>	<b>0,10*10<sup>6</sup></b>	<b>[mm<sup>2</sup>]</b>
<b>N<sub>risultante,armatura</sub> = N<sub>max,armatura</sub></b>	<b>-1479,7</b>	<b>[kN]</b>

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nell'armatura, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_{\infty} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= (-1,75 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 1393200 * 100800}{3143088} \right) = -1642006,23 \text{ N} = \\
 &= -1642 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Si è assunta l'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost.$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 10%).

Tabella 67 - Risultante dello sforzo assiale nell'armatura in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

$S_{11_{tot\ armatura}}$	-7,418	[MPa]
$A_{s,armatura}$	$0,10 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
$N_{risultante,armatura} = N_{max,armatura}$	-741,80	[kN]

Ricordando le relazioni scritte in precedenza nella fase di studio teorico si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nell'armatura, per lo schema strutturale iperstatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$\begin{aligned}
 N_{aderenza,max} &= \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_c + n_{co} A_s} \right) = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s A_c A_s}{A_{ci}} \right) = \\
 &= (-1,75 * 10^{-4}) * \left( \frac{210000 * 1393200 * 100800}{3143088} \right) = -1642006,23 \text{ N} = \\
 &= -1642 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Si è assunta l'ipotesi di andamento dello sforzo assiale di aderenza costante  $N_{aderenza}(x) = N_{aderenza,max} = cost.$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 27%).

In questo caso, tramite il calcolo analitico non si riesce a cogliere con sufficiente precisione il valore della risultante delle tensioni nelle armature. Si osserva comunque che fisicamente, in una struttura iperstatica esternamente, di fatto la presenza di vincoli intermedi, comporta in corrispondenza di tali vincoli una diminuzione di trazione e di compressione rispettivamente ai lembi di intradosso ed estradosso. In particolare la soletta perde la compressione che le era favorevole per evitare la fessurazione e risulta completamente tesa, mentre le armature, al contrario, riducono favorevolmente la compressione alla quale sarebbero soggette a causa dell'inflexione della trave.

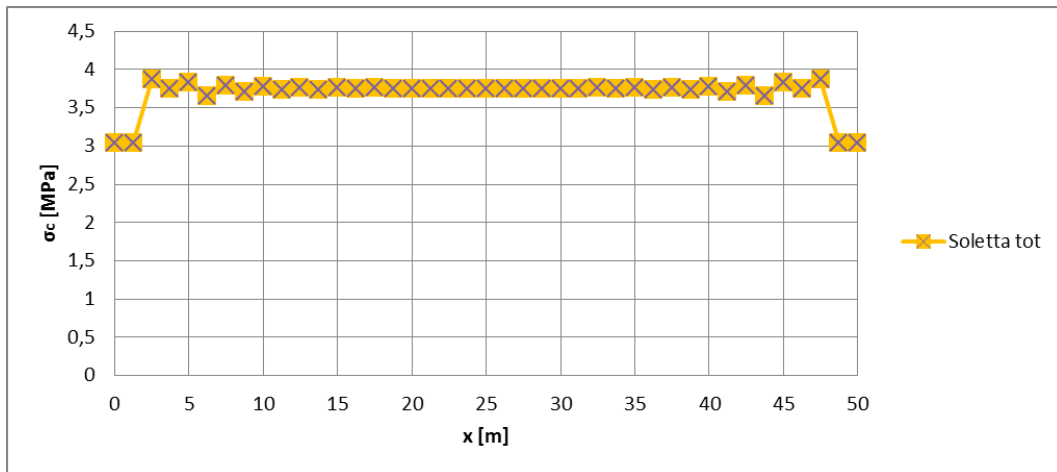


Figura 264 - Tensioni in direzione longitudinale nella soletta nello schema strutturale isostatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

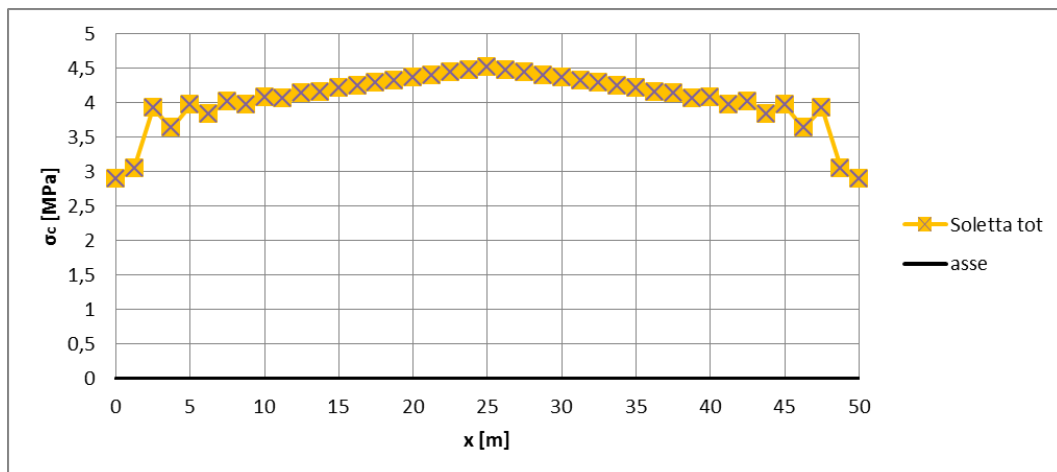


Figura 265 - Tensioni in direzione longitudinale nella soletta nello schema strutturale iperstatico in cui si è assunto modulo elastico a lungo termine per il calcestruzzo.

Osservazioni:

- lo stato tensionale di trazione della soletta presenta i massimi in corrispondenza dell'appoggio intermedio ed i picchi che la forza di scorrimento all'interfaccia concentra alle due estremità della trave.

Tabella 68 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale isostatico

<b>S11<sub>tot soletta</sub></b>	<b>3,977</b>	[MPa]
$A_{c,soletta}$	$1,39 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,soletta</sub> = N<sub>max,soletta</sub></b>	<b>5528,03</b>	[kN]

Scrivendo la relazione di congruenza tra la soletta, l'armatura e la trave metallica, sulla base delle osservazioni fatte nella fase di studio teorico, si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella soletta, per lo schema strutturale isostatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$-\varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max(armatura)} * l}{E_c A_{c,sol}} - \frac{N_{aderenza,max(trave metallica)} * l}{E_c A_{c,sol}} + \frac{N_{aderenza,max(soletta)} * l}{E_c A_{c,sol}} = 0$$

$$N_{aderenza,max(soletta)} =$$

$$= \varepsilon_{cs} E_c A_{c,sol} + N_{aderenza,max(armatura)} + N_{aderenza,max(trave metallica)} =$$

$$= 1,75 * 10^{-4} * 12094 * 1393200 * 10^{-3} + 1479 + 1248 = 5675 \text{ kN}$$

Dunque il calcolo analitico sovrastima la risultante (di circa un 3%).

Tabella 69 - Risultante dello sforzo assiale nella soletta in corrispondenza della sezione di mezzeria per lo schema strutturale iperstatico.

<b>S11<sub>tot soletta</sub></b>	<b>4,778</b>	[MPa]
$A_{c,soletta}$	$1,39 \cdot 10^6$	[mm <sup>2</sup> ]
<b>N<sub>risultante,soletta</sub> = N<sub>max,soletta</sub></b>	<b>6641,42</b>	[kN]

Scrivendo la relazione di congruenza tra la soletta, l'armatura e la trave metallica, sulla base delle osservazioni fatte nella fase di studio teorico, si può calcolare la risultante dello sforzo assiale nella soletta, per lo schema strutturale iperstatico, manualmente secondo la formula seguente:

$$-\varepsilon_{cs} * l - \frac{N_{aderenza,max(armatura)} * l}{E_c A_{c,sol}} - \frac{N_{aderenza,max(trave metallica)} * l}{E_c A_{c,sol}} + \frac{N_{aderenza,max(soletta)} * l}{E_c A_{c,sol}} = 0$$

$$\begin{aligned} N_{aderenza,max(soletta)} &= \\ &= \varepsilon_{cs} E_c A_{c,sol} + N_{aderenza,max(armatura)} + N_{aderenza,max(trave metallica)} = \\ &= 1,75 * 10^{-4} * 12094 * 1393200 * 10^{-3} + 741 + 2539 = 6228 \text{ kN} \end{aligned}$$

Dunque il calcolo analitico sottostima la risultante (di circa un 6%).

## **PARTE II – Studio di un caso reale**

### **11 Applicazione ad un caso reale: impalcato tri-trave a sezione mista**

#### **11.1 Descrizione dell'opera**

Il manufatto preso in esame è un viadotto rettilineo di lunghezza complessiva pari a 220 m. La struttura adottata è in sistema misto acciaio calcestruzzo con schema statico in esercizio di trave continua su sei appoggi con luci di 30+50+60+50+30 m.

La travata metallica è costituita da 3 travi affiancate di altezza variabile (da un minimo di 1,40 m, ad un massimo di 3,00 m); le travi esterne hanno anime inclinate internamente di 20° rispetto alla verticale, interasse inferiore variabile in funzione dell'altezza delle travi ed interasse superiore pari a 7,6 m.

Le tre travi principali sono realizzate a doppio T composto saldato e sono collegate tramite diaframmi, interposti a distanza variabile con interasse massimo pari a 6,25 m. I diaframmi intermedi sono composti da angolari che formano una struttura reticolare, mentre i diaframmi di pila e di spalla sono pieni e composti da un doppio T composto saldato.

Completa la struttura il controvento inferiore, la cui maglia tipica ha larghezza variabile di circa 6,5 m e lunghezza variabile pari al passo dei diaframmi.

L'impalcato ha larghezza pari a 12,20 m, con alloggiata una carreggiata con due corsie da 3,75 m ciascuna più due banchine da 1,5 m.

La sezione stradale è completata da due cordoli esterni, con una larghezza pari a 0,85 m e spessore sopra la soletta pari a 0,15 m, su cui sono posizionati i sicurvia con le barriere integrate e le canalette di raccolta acqua laterali.

La soletta in calcestruzzo armato, di spessore costante pari a 28 cm, è gettata su coppelle prefabbricate in calcestruzzo di spessore 6 cm, che fungono da cassature a perdere.

Le coppelle sono inoltre provviste di aree libere in corrispondenza delle piattabande superiori delle travi sottostanti al fine di consentire la disposizione dei connettori di tipo Nelson.

Per motivi di realizzabilità e di trasporto la travata viene prefabbricata in conci di lunghezza massima di  $\cong 13,0$  m. Tali conci vengono quindi assemblati in opera mediante giunzioni saldate a piena penetrazione, mentre i giunti dei diaframmi e dei controventi vengono eseguiti mediante giunti bullonati a taglio.

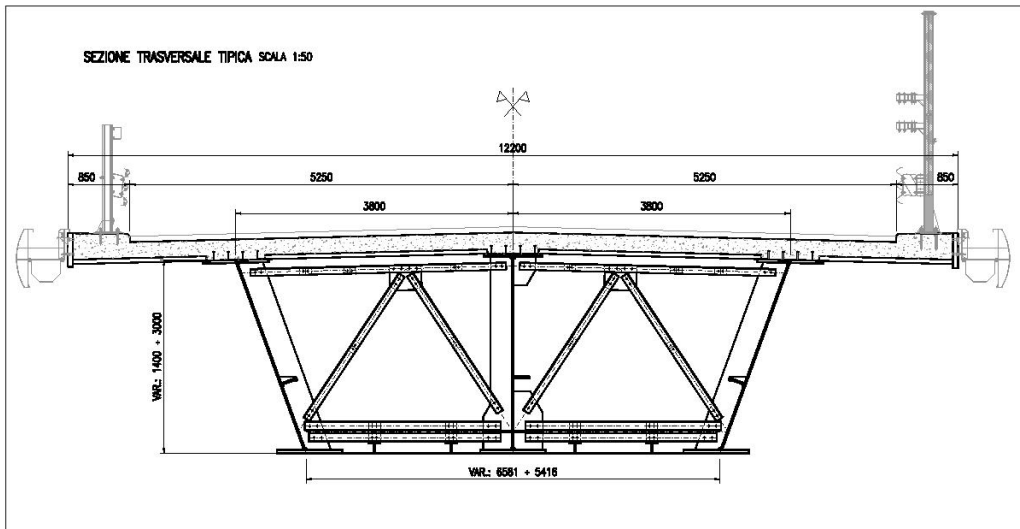


Figura 266 - Sezione trasversale tipica.

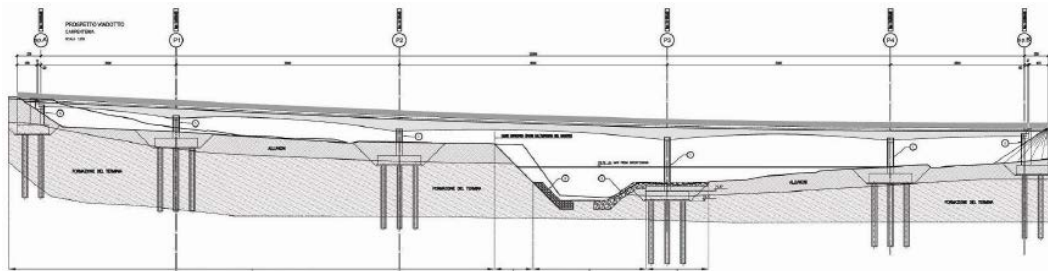


Figura 267 - Sezione trasversale.

## 11.2 Analisi strutturale

### 11.2.1 Fasi di calcolo

Per quanto riguarda il funzionamento globale dell'impalcato, essendo nel caso di un sistema misto acciaio-calcestruzzo, le azioni agenti vengono suddivise in tre fasi, corrispondenti al grado di maturazione del getto di calcestruzzo e quindi ai diversi livelli di rigidità e caratteristiche statiche delle sezioni.

Fase 1 – peso proprio ( $G_1$ ):

- peso proprio della struttura metallica;
- peso proprio della soletta in calcestruzzo che, in questa fase, è ancora inerte;

La sezione resistente corrisponde alla sola struttura metallica in questa prima fase.



Fase 2:

- permanenti portati ( $G_2$ ):
  - cordolo in calcestruzzo;
  - guard rails e barriera antirumore;
  - impianti e veletta;
  - pavimentazione stradale;
  
- effetti del ritiro ( $\epsilon_2$ )

La sezione resistente è costituita dalla sezione mista acciaio - calcestruzzo in questa seconda fase.

Per tenere in considerazione i fenomeni “ lenti ” che accompagnano questa fase, imputabili alla viscosità del calcestruzzo, si adotta un valore del modulo elastico del calcestruzzo corrispondente a quello suggerito dalla normativa, che si traduce, per le verifiche condotte con il metodo degli stati limiti, a considerare un valore del coefficiente di omogeneizzazione  $n_\infty$  a lungo termine.

Anche gli effetti del ritiro sono da considerarsi “ lenti ” in quanto concomitanti agli effetti viscosi, e vengono pertanto anch’essi valutati con le caratteristiche di resistenza della sezione della fase 2.

In particolare gli effetti del ritiro sull’intera struttura del viadotto vengono tradotti con un’ azione costituita da una variazione termica negativa corrispondente alla deformazione indotta dal ritiro.

Fase 3- carichi mobili ( $Q_1$ ) :

- carichi mobili;
- variazione termica differenziale;

La sezione resistente è costituita dalla sezione mista acciaio - calcestruzzo in questa seconda fase.

## 11.2.2 Materiali

### Calcestruzzo

Per la realizzazione della soletta è previsto l'impiego di calcestruzzo di classe C35/45.

.Tabella 70 - Proprietà del calcestruzzo.

$\gamma_{cls}$	24	$kN/m^3$
$\gamma_{cls,armato}$	25	$kN/m^3$
$f_{ck}$	35	$N/mm^2$
$f_{cm} = f_{ck} + 8$	43	$N/mm^2$
$E_{c0} = 9,5(f_{ck} + 8)^{1/3}$	33,5	$kN/mm^2$
$\alpha_c$	$12 \cdot 10^{-6}$	$^{\circ}C^{-1}$

Gli effetti della viscosità e del ritiro sono valutati mediante un modulo del calcestruzzo corretto:

$$E_{\infty} = \frac{E_{c0}}{1 + \Psi_L * \phi(t, t_0)}$$

Tabella 71 - Valori del coefficiente  $\Psi_L$  suggeriti dall'EC4-2 in funzione del tipo di azione.

Tipo di azione	EC4-2
Carichi permanenti e presollecitazione con cavi dopo che la connessione trave-soletta sia divenuta efficace	1,10
Effetti isostatici ed iperstatici del ritiro	0,55
Presollecitazione con cedimenti vincolari	1,50

Le caratteristiche geometriche di una sezione trasversale composta sono definite omogeneizzando la soletta alla trave metallica.

Per le azioni di breve durata si utilizza il modulo elastico del calcestruzzo a 28 giorni.

Per le azioni di lunga durata si definiscono i coefficienti di omogeneizzazione corretti in funzione del tipo di azione, secondo la seguente espressione:

$$n_L = \frac{E_a}{E_{\infty}} = \frac{E_a}{E_{c0}/(1 + \Psi_L * \phi(t, t_0))} = n_0(1 + \Psi_L * \phi(t, t_0))$$

Tabella 72 - Coefficienti di omogeneizzazione.

Azioni di breve durata	$n = n_0 = \frac{E_a}{E_{c0}} = \frac{210000}{33500} \cong 6,27$
Azioni di lunga durata (carichi permanenti)	$n = n_g = n_0(1 + \Psi_L * \phi(t, t_0)) =$ $= 6,27 * (1 + 1,10 * 1,399) = 15,92$
Azioni di lunga durata (ritiro calcestruzzo)	$n = n_{cs} = n_0(1 + \Psi_L * \phi(t, t_0)) =$ $= 6,27 * (1 + 0,55 * 2,604) = 15,25$

Acciaio per l'armatura lenta

L'acciaio impiegato per l'armatura lenta è del tipo B450C.

Tabella 73 - Proprietà dell'acciaio da armatura lenta.

$\gamma_{acciaio}$	78,5	$kN/m^3$
$f_{tk}$	540	$N/mm^2$
$f_{yk}$	450	$N/mm^2$
$E_a$	210000	$N/mm^2$
$\alpha_a$	$12 * 10^{-6}$	$^{\circ}C^{-1}$

Acciaio per la carpenteria metallica

Tabella 74 - Proprietà dell'acciaio da carpenteria metallica.

$\gamma_{acciaio}$	78,5	$kN/m^3$	s < 40 mm
$f_{yk}$	355	$N/mm^2$	
$f_u$	510	$N/mm^2$	40 mm < s < 100 mm
$f_{yk}$	335	$N/mm^2$	
$f_u$	490	$N/mm^2$	
$E_a$	210000	$N/mm^2$	
$\alpha_a$	$12 * 10^{-6}$	$^{\circ}C^{-1}$	

### 11.2.2 Analisi dei carichi

Per valutare l'entità dei carichi da applicare agli elementi del modello discreto si calcolano le reazioni dovute all'effettiva distribuzione delle azioni unitarie sulla sezione del viadotto, considerando gli elementi trave come vincoli fissi.

Fase 1 – peso proprio ( $G_1$ ):

Il peso della struttura metallica è applicato al modello dal programma in funzione delle aree assegnate agli elementi della struttura.

*Calcestruzzo soletta:*

$$\gamma_{cls} * S_{soletta} * b_{impalcato} = 25 \frac{kN}{m^3} * 0,28 m * 12,2 m = 85,40 \frac{kN}{m}$$

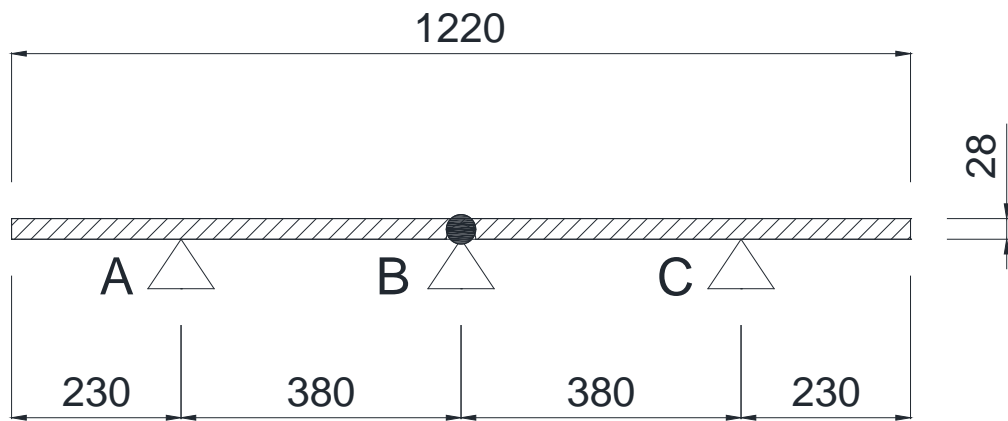


Figura 268 - Schema statico per la prima fase.

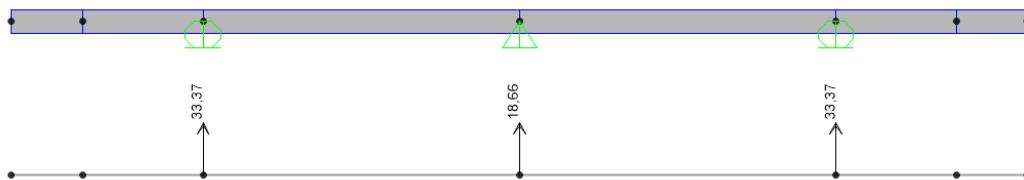


Figura 269 - Modello FEM per la prima fase.

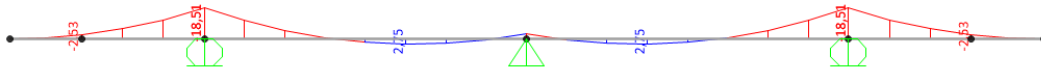


Figura 270 - Diagramma del momento flettente ottenuto dal modello FEM per la prima fase.

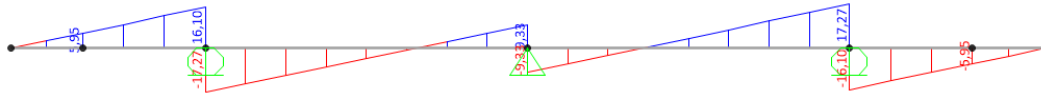


Figura 271 - Diagramma del taglio ottenuto dal modello FEM per la prima fase.

$$R_A = 33,37 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 18,66 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 33,37 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

Fase 2:

*Cordolo in calcestruzzo:*

$$n_{cordoli} * \gamma_{cls} * s_{cordolo} * b_{cordolo} = 2 * \left( 25 \frac{kN}{m^3} * 0,15 m * 0,85 m \right) = 6,37 \frac{kN}{m}$$

$$Guard rails + barriera antirumore: \quad 2 * \left( 3,5 \frac{kN}{m} \right) = 7,00 \frac{kN}{m}$$

$$Impianti + veletta: \quad 2 * \left( 1 \frac{kN}{m} \right) = 2,00 \frac{kN}{m}$$

Pavimentazione stradale:  $\left(3 \frac{kN}{m^2} * 10,5m\right) = 31,50 \frac{kN}{m}$

Totale:  $46,87 \frac{kN}{m}$

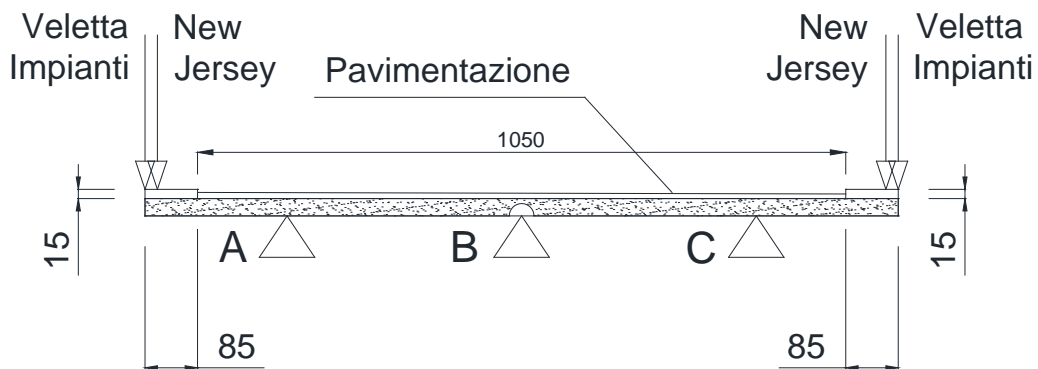


Figura 272 - Schema statico.

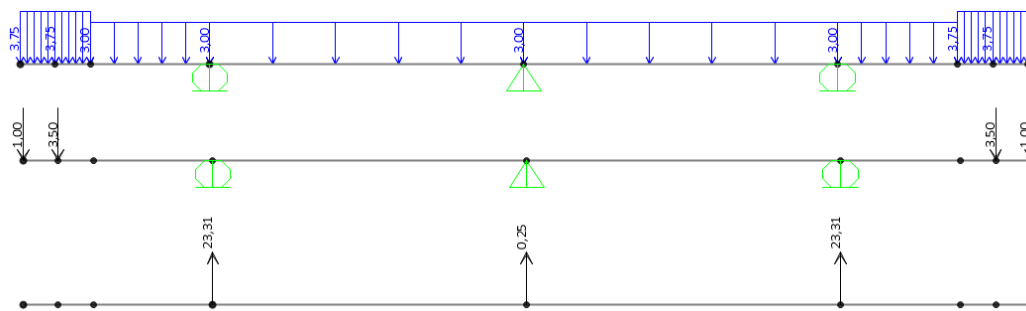


Figura 273 - Modello FEM per la seconda fase.

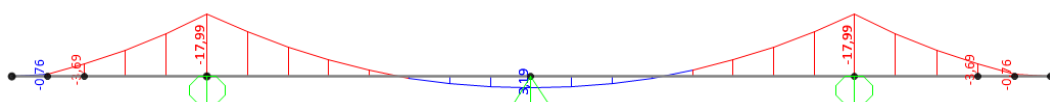


Figura 274 - Diagramma del momento flettente ottenuto dal modello FEM per la seconda fase.

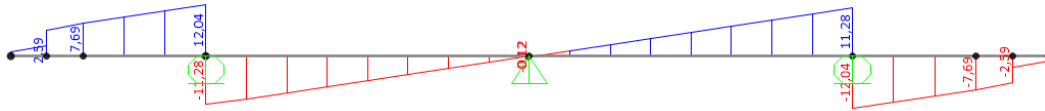


Figura 275 - Diagramma del taglio ottenuto dal modello FEM per la seconda fase.

$$R_A = 23,31 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 0,25 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 23,31 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

Ritiro ( $\epsilon_2$ ):

La valutazione del valor medio a tempo infinito della deformazione totale per ritiro  $\epsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$  è svolta secondo l'approccio suggerito dal D.M.14/01/2008.

Deformazione da ritiro (secondo D.M. 14/01/2008)																																																		
RH	80 %	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="7">Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)</th> </tr> <tr> <th rowspan="2"><math>t_{ik}</math></th> <th colspan="6">Umidità Relativa (in ‰)</th> </tr> <tr> <th>20</th> <th>40</th> <th>60</th> <th>80</th> <th>90</th> <th>100</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>-0,62</td> <td>-0,58</td> <td>-0,49</td> <td>-0,30</td> <td>-0,17</td> <td>+0,00</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>-0,48</td> <td>-0,46</td> <td>-0,38</td> <td>-0,24</td> <td>-0,13</td> <td>+0,00</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>-0,38</td> <td>-0,36</td> <td>-0,30</td> <td>-0,19</td> <td>-0,10</td> <td>+0,00</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>-0,30</td> <td>-0,28</td> <td>-0,24</td> <td>-0,15</td> <td>-0,07</td> <td>+0,00</td> </tr> </tbody> </table>	Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)							$t_{ik}$	Umidità Relativa (in ‰)						20	40	60	80	90	100	20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00	40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00	60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00	80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00
Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)																																																		
$t_{ik}$	Umidità Relativa (in ‰)																																																	
	20		40	60	80	90	100																																											
20	-0,62		-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00																																											
40	-0,48		-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00																																											
60	-0,38		-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00																																											
80	-0,30		-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00																																											
fck	37,4 Mpa																																																	
b	12200 mm																																																	
h	280 mm																																																	
Ac	3416000 mmq																																																	
u	12200 mm																																																	
h0	560 mm																																																	
$\epsilon_{c0}$	-0,25 ‰	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>h_0</math> (mm)</th> <th><math>k_b</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>200</td> <td>0,85</td> </tr> <tr> <td>300</td> <td>0,75</td> </tr> <tr> <td><math>\geq 500</math></td> <td>0,70</td> </tr> </tbody> </table>	$h_0$ (mm)	$k_b$	100	1,0	200	0,85	300	0,75	$\geq 500$	0,70																																						
$h_0$ (mm)	$k_b$																																																	
100	1,0																																																	
200	0,85																																																	
300	0,75																																																	
$\geq 500$	0,70																																																	
kh	0,685																																																	
$\epsilon_{cd,infinito}$	-0,00017	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x=fck</td> <td>37,4</td> </tr> <tr> <td>xb</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>xa</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>yb</td> <td>-0,24</td> </tr> <tr> <td>ya</td> <td>-0,3</td> </tr> <tr> <td>f(x)=<math>\epsilon_{c0}</math></td> <td>-0,25</td> </tr> </tbody> </table>	x=fck	37,4	xb	40	xa	20	yb	-0,24	ya	-0,3	f(x)= $\epsilon_{c0}$	-0,25																																				
x=fck	37,4																																																	
xb	40																																																	
xa	20																																																	
yb	-0,24																																																	
ya	-0,3																																																	
f(x)= $\epsilon_{c0}$	-0,25																																																	
t	20833	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x=h0</td> <td>560</td> </tr> <tr> <td>xb</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>xa</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>yb</td> <td>0,7</td> </tr> <tr> <td>ya</td> <td>0,75</td> </tr> <tr> <td>f(x)=kh</td> <td>0,685</td> </tr> </tbody> </table>	x=h0	560	xb	500	xa	300	yb	0,7	ya	0,75	f(x)=kh	0,685																																				
x=h0	560																																																	
xb	500																																																	
xa	300																																																	
yb	0,7																																																	
ya	0,75																																																	
f(x)=kh	0,685																																																	
ts	28																																																	
$\beta_{ds}$	0,9751545																																																	
$\epsilon_{cd}$	-0,000166																																																	
$\epsilon_{ca,infinito}$	-6,85E-05																																																	
$\beta_{as}$	1																																																	
$\epsilon_{ca}$	-6,85E-05																																																	
$\epsilon_{cs}$	-0,000234																																																	

Figura 276 - Foglio di calcolo per la determinazione della deformazione da ritiro secondo il D.M. 14/01/2008.

Dove:

$A_c$  è l'area della sezione di getto del calcestruzzo;

$u$  è il perimetro della sezione di calcestruzzo esposta all'aria;

$h_0$  è una dimensione fittizia;

Coefficiente di viscosità (secondo D.M. 14/01/2008)				
E <sub>cm</sub>	34637	MPa		
E <sub>s</sub>	210000	MPa		
U <sub>rel</sub>	80%			
t <sub>0</sub>	18g			
φ	2,83			
n <sub>3</sub>	6,06			
n <sub>2</sub>	23,20			
Tabella 11.2.VI - Valori di φ(∞, t <sub>0</sub> ) Atmosfera con umidità relativa di circa il 75%				
t <sub>0</sub>	h <sub>0</sub> ≤ 75 mm	h <sub>0</sub> = 150	h <sub>0</sub> = 300	h <sub>0</sub> ≥ 600
3 giorni	3,5	3,2	3,0	2,8
7 giorni	2,9	2,7	2,5	2,3
15 giorni	2,6	2,4	2,2	2,1
30 giorni	2,3	2,1	1,9	1,8
≥ 60 giorni	2,0	1,8	1,7	1,6
Tabella 11.2.VII - Valori di φ(∞, t <sub>0</sub> ) Atmosfera con umidità relativa di circa il 55%				
t <sub>0</sub>	h <sub>0</sub> ≤ 75 mm	h <sub>0</sub> = 150	h <sub>0</sub> = 300	h <sub>0</sub> ≥ 600
3 giorni	4,5	4,0	3,6	3,3
7 giorni	3,7	3,3	3,0	2,8
15 giorni	3,3	3,0	2,7	2,5
30 giorni	2,9	2,6	2,3	2,2
≥ 60 giorni	2,5	2,3	2,1	1,9
Interpolazione lineare				
$f(x) = \frac{x - x_b}{x_a - x_b} y_a + \frac{x - x_a}{x_b - x_a} y_b$				
x=h <sub>0</sub>		560		
x <sub>b</sub>		600		
x <sub>a</sub>		300		
y <sub>b</sub>		2,8		
y <sub>a</sub>		3		
f(x)=φ		2,83		
Variazione termica per modello				
α	0,00001 °C <sup>-1</sup>			
ΔT	-23,40257 °C			

Figura 277 - Foglio di calcolo per la determinazione del coefficiente di viscosità secondo il D.M. 14/01/2008.

A seconda che si calcoli gli effetti nel breve o nel lungo termine si è considerato il relativo coefficiente di omogeneizzazione:

$$n_{ist} = \frac{E_s}{E_{cm}} = 6,27$$

$$n_{\infty} = n_{ist} * (1 + \phi_{(\infty, t_0)}) = 15,25$$

Se invece di applicare la variazione termica negativa corrispondente alla deformazione da ritiro al modello, si vuole procedere con il metodo per fasi, le sollecitazioni da applicare in corrispondenza del baricentro della sezione composta sono:

$$N_{CS} = A_c * \epsilon_{CS} * \frac{E_a}{n_{\infty}} = 3,42 * 10^6 * (-0,000234) * \frac{210000}{15,25} = -11007 \text{ kN}$$

$$\left( \frac{11007}{3} = 3669 \text{ kN per ciascuna trave} \right)$$

$$M_{CS} = 3669 * 1,04 = 11447 \text{ kNm}$$

dove:

$$e = \frac{S_{soletta}}{2} + y_{G, lembo sup} = \frac{0,28}{2} + 0,9 = 1,04 \text{ m}$$

$$\alpha * \Delta T = \epsilon_{CS} \Rightarrow \Delta T = \frac{\epsilon_{CS}}{\alpha} = \frac{-0,000234}{10^{-5}} = -23,4^{\circ}\text{C}$$



Fase 3:

Carichi mobili (Q<sub>1</sub>)

Coerentemente con quanto indicato al par. 5.1.3.3.3 del DM 14/01/08 le azioni variabili del traffico, comprensive degli effetti dinamici, sono definite dai seguenti schemi di carico:

- Schema di Carico 1:** è costituito da carichi concentrati su due assi in tandem, applicati su impronte di pneumatico di forma quadrata e lato 0,40 m, e da carichi uniformemente distribuiti come mostrato in Fig. 5.1.2. Questo schema è da assumere a riferimento sia per le verifiche globali, sia per le verifiche locali, considerando un solo carico tandem per corsia, disposto in asse alla corsia stessa. Il carico tandem, se presente, va considerato per intero.
- Schema di Carico 2:** è costituito da un singolo asse applicato su specifiche impronte di pneumatico di forma rettangolare, di larghezza 0,60 m ed altezza 0,35 m, come mostrato in Fig. 5.1.2. Questo schema va considerato autonomamente con asse longitudinale nella posizione più gravosa ed è da assumere a riferimento solo per verifiche locali. Qualora sia più gravoso si considererà il peso di una singola ruota di 200 kN.
- Schema di Carico 3:** è costituito da un carico isolato da 150kN con impronta quadrata di lato 0,40m. Si utilizza per verifiche locali su marciapiedi non protetti da sicurvia.
- Schema di Carico 4:** è costituito da un carico isolato da 10 kN con impronta quadrata di lato 0,10m. Si utilizza per verifiche locali su marciapiedi protetti da sicurvia e sulle passerelle pedonali.
- Schema di Carico 5:** costituito dalla folla compatta, agente con intensità nominale, comprensiva degli effetti dinamici, di 5,0 kN/m<sup>2</sup>. Il valore di combinazione è invece di 2,5 kN/m<sup>2</sup>. Il carico folla deve essere applicato su tutte le zone significative della superficie di influenza, inclusa l'area dello spartitraffico centrale, ove rilevante.
- Schemi di Carico 6.a, b, c:** In assenza di studi specifici ed in alternativa al modello di carico principale, generalmente cautelativo, per opere di luce maggiore di 300 m, ai fini della statica complessiva del ponte, si può far riferimento ai seguenti carichi q<sub>L,a</sub>, q<sub>L,b</sub> e q<sub>L,c</sub>.

$$q_{L,a} = 128,95 \left( \frac{1}{L} \right)^{0,25} \text{ [kN/m];} \quad (5.1.1)$$

$$q_{L,b} = 88,71 \left( \frac{1}{L} \right)^{0,38} \text{ [kN/m];} \quad (5.1.2)$$

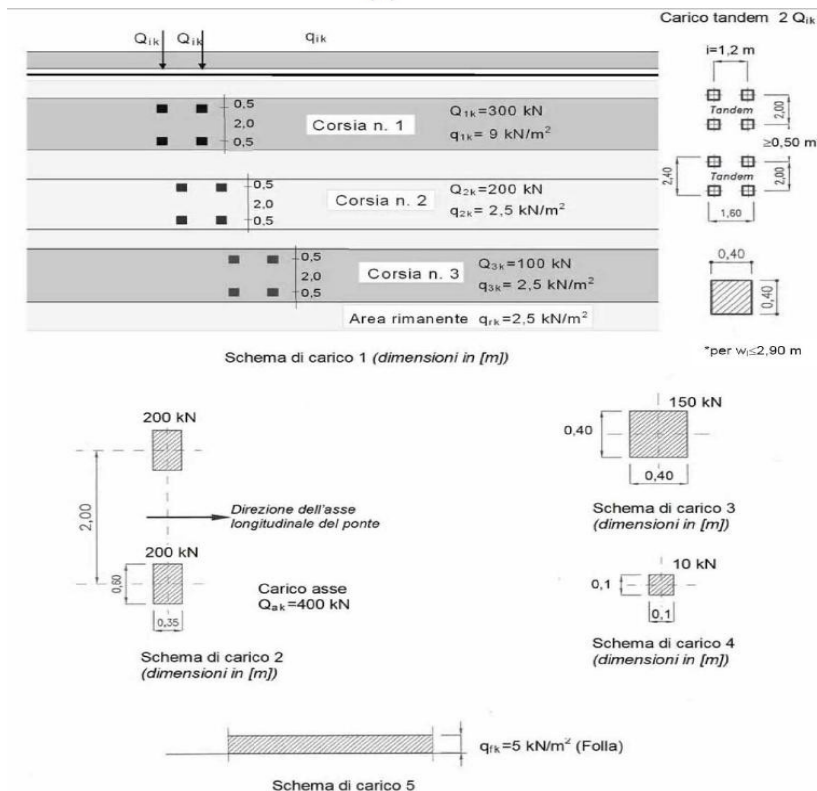


Figura 278 - Schemi di carico previsti dal D.M.14/01/2008.

Per l'applicazione dei carichi al modello si è utilizzato un apposito preprocessore, il SAPBRIDGE che, una volta inseriti i risultati della ripartizione trasversale, produce per ogni distribuzione trasversale 'n' condizioni di carico, facendo "muovere" il carico concentrato  $Q_{1k}$  lungo tutto il viadotto con passo predefinito e segmentando il carico distribuito  $q_{1k}$  nel rispetto delle linee di influenza.

*Ripartizione trasversale dei carichi mobili*

Si riportano di seguito le condizioni di carico considerate, in cui il valore del carico concentrato rappresenta la singola ruota.

Massimo carico verticale sul lato esterno

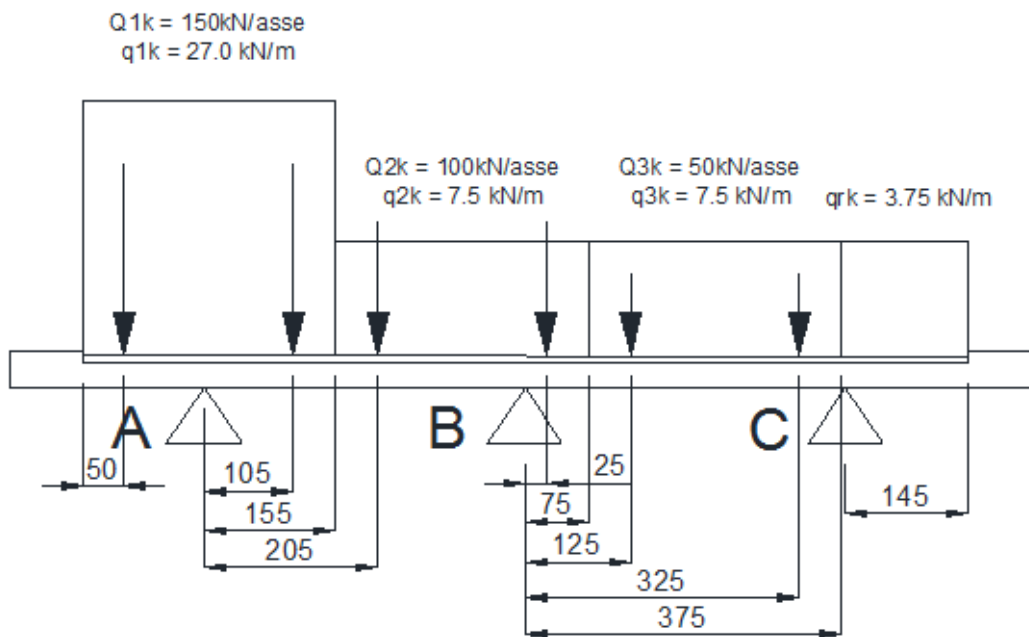


Figura 279 - Distribuzione dei carichi con carico verticale massimo sul lato esterno.

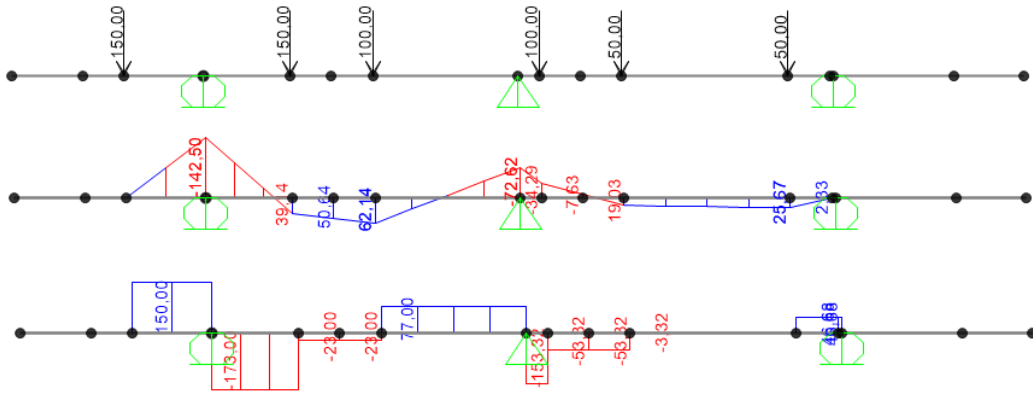


Figura 280 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi concentrati.

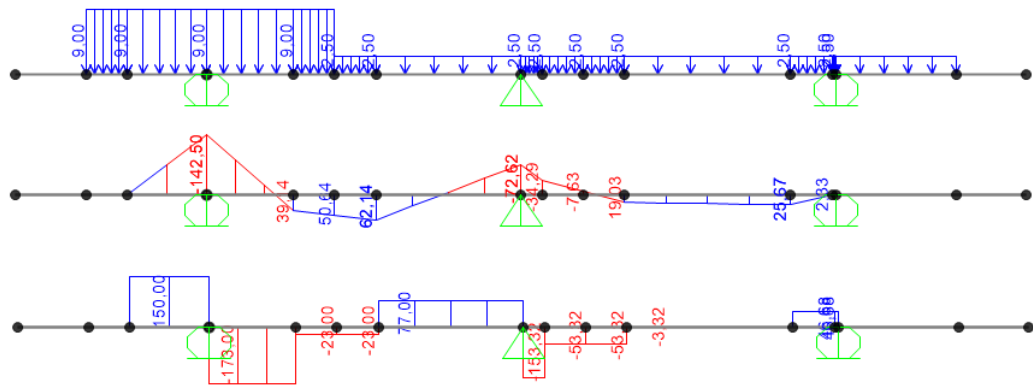


Figura 281 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi distribuiti.

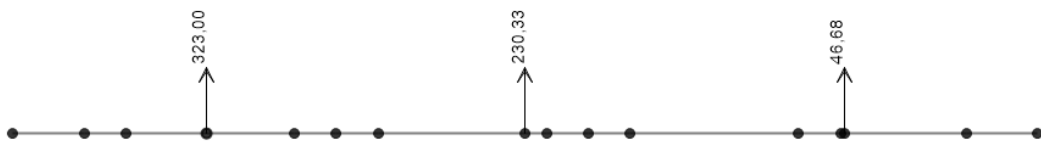


Figura 282 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi concentrati.

$$R_A = 323,0 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 230,4 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 46,7 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

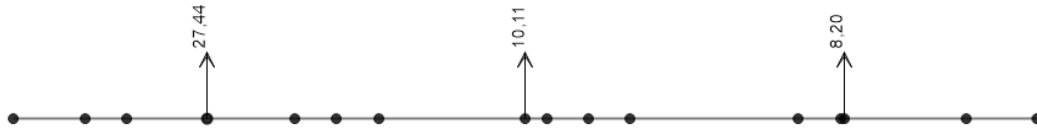


Figura 283 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi distribuiti.

$$R_A = 27,5 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 10,2 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 8,2 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

Massima eccentricità del carico

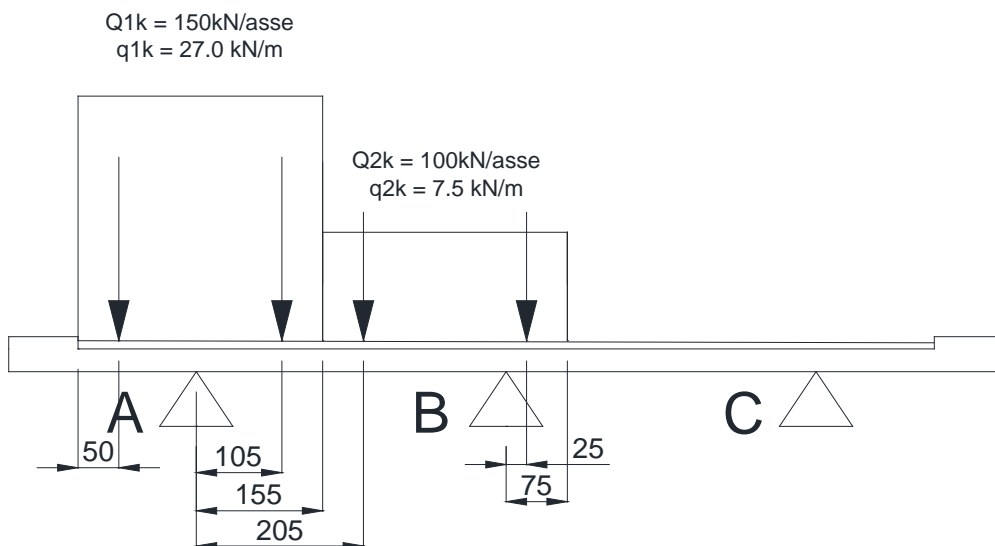


Figura 284 - Distribuzione dei carichi con eccentricità massima.

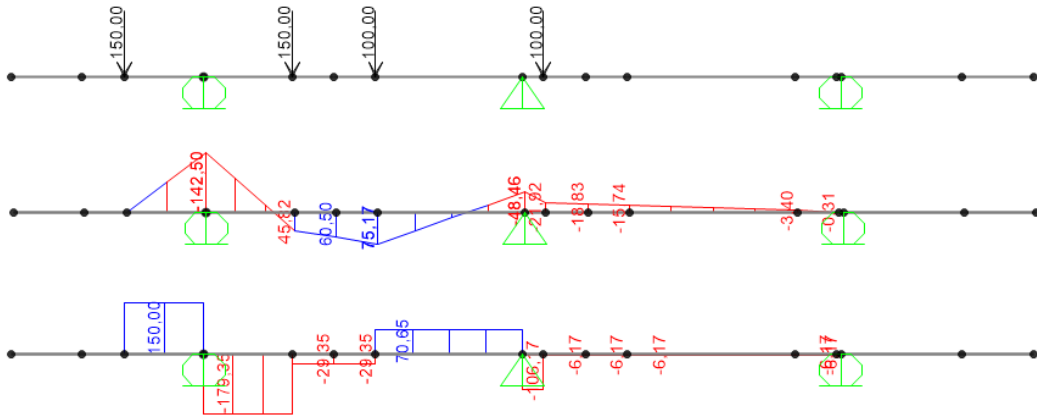


Figura 285 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi concentrati.

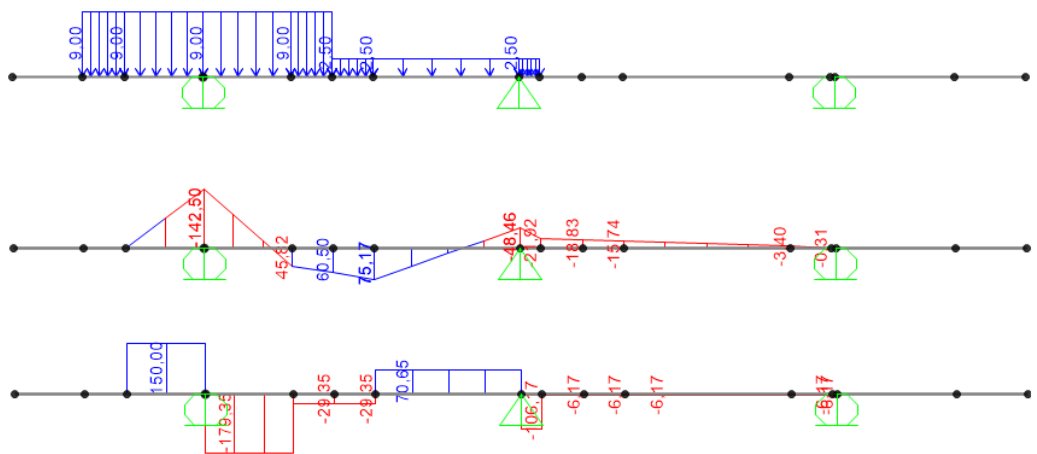


Figura 286 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi distribuiti.

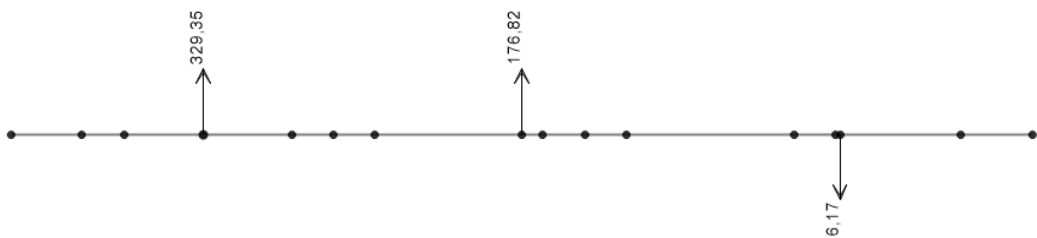


Figura 287 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi concentrati.

$$R_A = 329,4 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 177,0 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = -6,2 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

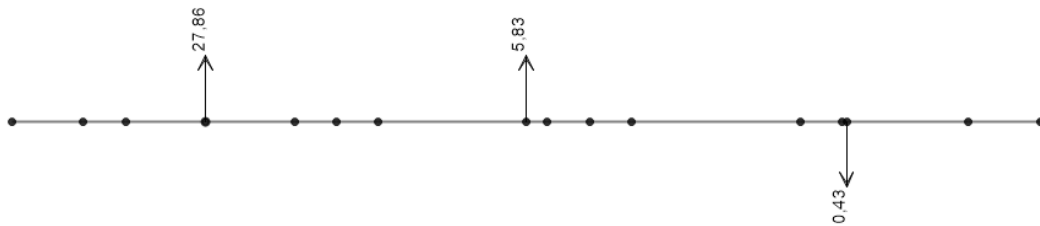


Figura 288 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi distribuiti.

$$R_A = 27,9 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 5,8 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = -0,4 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

Massimo carico sulla trave centrale

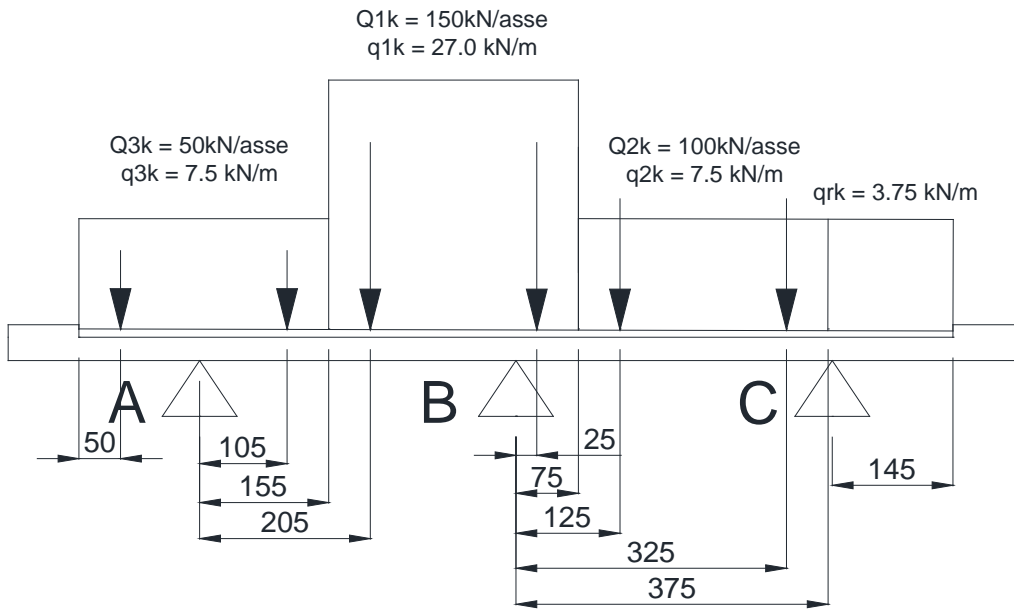


Figura 289 - Distribuzione dei carichi massimi sulla trave centrale.

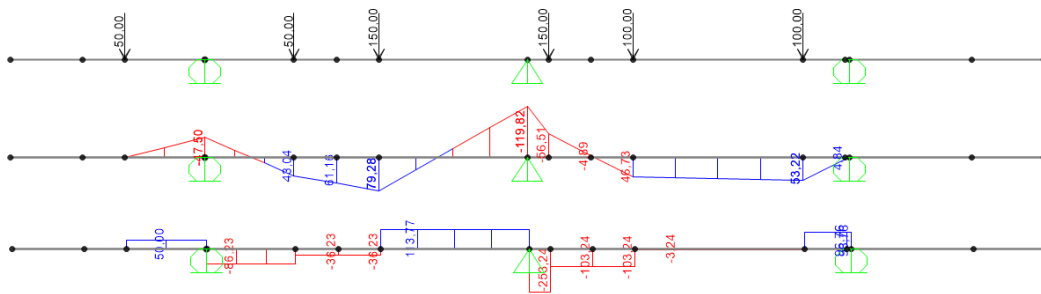


Figura 290 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi concentrati.

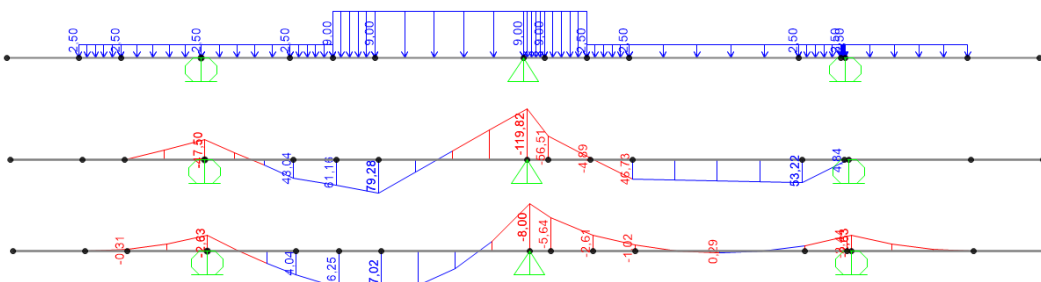


Figura 291 - Diagramma dei momenti flettenti e del taglio dovuti ai carichi distribuiti.

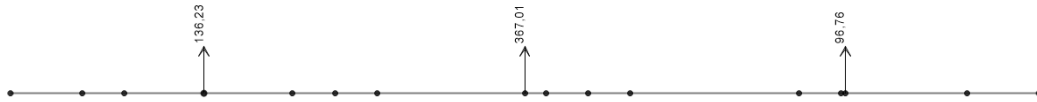


Figura 292 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi concentrati.

$$R_A = 136,2 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 367,0 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 97,0 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

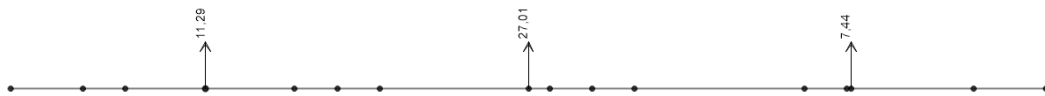


Figura 293 - Reazioni offerte dalle travi per i carichi distribuiti.

$$R_A = 11,3 \frac{kN}{m}$$

$$R_B = 27,0 \frac{kN}{m}$$

$$R_C = 7,5 \frac{kN}{m}$$

Tali reazioni vincolari rappresentano i carichi a metro lineare che vanno applicati alle travi principali.

Si osserva che il coefficiente dinamico amplificativo dei carichi mobili è già compreso all'interno dei valori di carico stessi forniti dal D.M. 14/01/2008.



Effetti della temperatura ( $\epsilon_3$ )

Gli effetti della temperatura vengono valutati con riferimento al paragrafo 3.5 delle Norme Tecniche. Al punto 3.5.2 vengono indicati i valori di riferimento dell'aria esterna  $T_{est}$  nei casi di temperatura massima estiva e minima invernale, relativamente ad un periodo di ritorno di 50 anni.

Si assumono i seguenti valori:

$$T_{max} = 45^{\circ}C$$

$$T_{min} = -15^{\circ}C$$

Per quanto concerne la temperatura minima questa non si considera sollecitante la soletta perché agente in modo uniforme sull'impalcato. La sostanziale analogia fra i coefficienti di dilatazione termica del calcestruzzo e dell'acciaio consente quindi di non tener conto di deformazioni differenziali. Si ammette quindi che la temperatura dell'aria esterna in inverno non induca stati coattivi nella soletta.

Nel periodo estivo, invece, le temperature della superficie esterna  $T_{sup,est}$  e quella della superficie interna  $T_{sup,int}$  dell'elemento considerato vengono valutate a partire dalla temperatura dell'aria esterna  $T_{est}$  e di quella interna  $T_{int}$  nonché del trasferimento del calore per irraggiamento dalla superficie superiore sino all'intradosso. La temperatura massima della superficie estradossale della soletta è data da (tenendo conto della tabella 3.5.I):

$$T_{pav} = T_{conv} + \Delta T_{irr} = 45^{\circ}C + 42^{\circ}C = 87^{\circ}C$$

In cui si è assunto  $\Delta T_{irr} = 42^{\circ}C$ , trattandosi di superficie esposta a sud-ovest, orizzontali, in estate.

Ipotizzando che tale valore di temperatura vari linearmente sino ai  $45^{\circ}C$  dell'intradosso dell'impalcato e con riferimento, prudenzialmente, all'altezza minima dell'impalcato (1,4 m), si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta T_M &= (T_{sup,est})_e - (T_{sup,est})_i = \\ &= (T_{sup,est})_i + \frac{h_{ts}}{h} * [T_{pav} - (T_{sup,est})_i] - (T_{sup,est})_i = \\ &= T_{conv} + \frac{h_{ts}}{h} * [T_{pav} - T_{conv}] - T_{conv} = \frac{(77,8 + \frac{1,40}{1,68} * [87 - 77,8] - 77,8)}{2} \\ &= \frac{7,6^{\circ}C}{2} = 3,8^{\circ}C \end{aligned}$$

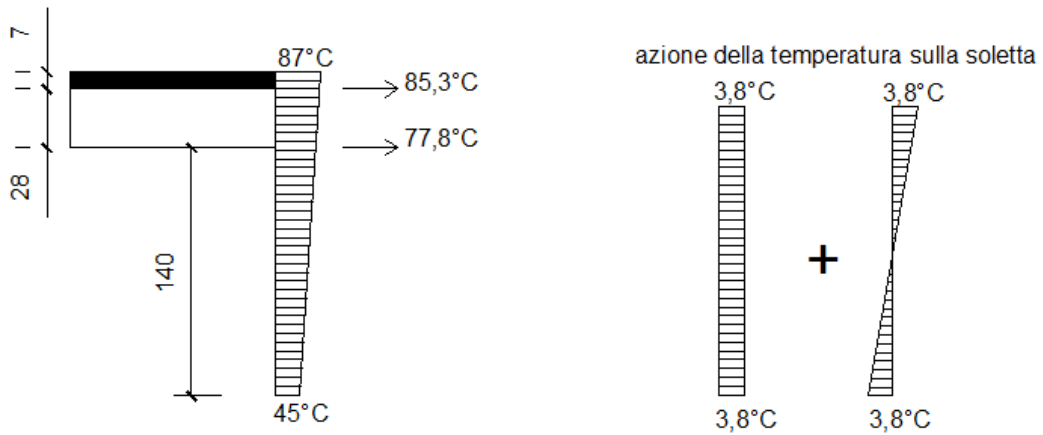


Figura 294 - Distribuzioni considerate per l'azione della temperatura sull'impalcato.

Ai fini del calcolo delle sollecitazioni si assume a favore di sicurezza, un valore uniforme di  $5^{\circ}\text{C}$  ed una variazione termica a farfalla pari a  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ .

Quest'ultima corrisponde ad un gradiente pari a  $32,86^{\circ}\text{C}/\text{m}$ .

$$\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a} = \frac{87 - 77,8}{1,68 - 1,40} \cong 32,86^{\circ}\text{C}/\text{m}$$

Il conseguente diagramma delle sollecitazioni termico di input risulta:

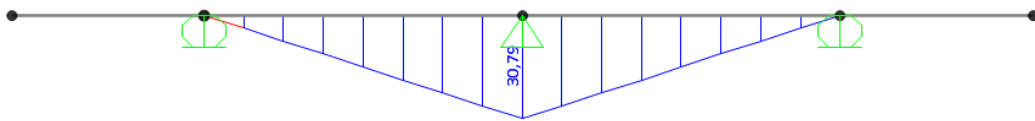


Figura 295 - Diagramma del momento flettente dovuto alla componente di variazione termica differenziale.

$$M_A = 0 \text{ kNm}$$

$$M_B = 30,79 \text{ kNm}$$

$$M_C = 0 \text{ kNm}$$

Azione del vento ( $Q_5$ )

Si valuta la pressione del vento in accordo con il D.M. 14/01/2008.

Azione del vento D.M 14/01/2008		
Zona di riferimento - Parametro da figura 3.3.1 pag.27 D.M.2008		
$V_{b,0}$	25,00	m/s Parametro da tabella 3.3.I pag. 26 D.M.2008
$a_0$	750,00	m Parametro da tabella 3.3.I pag. 26 D.M.2008
$k_a$	0,02	1/s Parametro da tabella 3.3.I pag. 26 D.M.2008
$a_s$	750,00	m Altitudine sul livello del mare del sito
$V_b$	25,00	m/s Velocità di riferimento - Parametro da formula 3.3.1 pag. 26 D.M.2008
$\rho$	1,25	kg/m <sup>3</sup> Densità dell'aria
$q_b$	390,63	N/m <sup>2</sup> Pressione cinetica di riferimento
Classe di rugosità del terreno - Tabella 3.3.III pag. 29 D.M.2008		
Categoria di esposizione del sito - Figura 3.3.2 pag. 29 D.M.2008		
$k_r$	0,20	Parametro da tabella 3,3,II pag. 28 D.M.2008
$C_t$	1,00	Coefficiente di topografia
$z$	26,30	m Altezza del suolo
$z_0$	0,10	m Parametro da tabella 3.3.II pag. 28 D.M.2008
$z_{min}$	5,00	m Parametro da tabella 3.3.II pag. 28 D.M.2008
$C_e(z_{min})$	1,71	Coefficiente di esposizione minimo
$C_e(z)$	2,80	Coefficiente di esposizione di calcolo - Parametro da formula 3.3.5 pag. 28 D.M.2008
$C_p$	2,40	Coefficiente di forma o aerodinamico - Parametro da Istruzioni D.M.2008
$C_d$	1,00	Coefficiente dinamico - Parametro definito al paragrafo 3.3.8 pag. 30 (generalmente posto cautelativamente unitario)
$p$	2,63	kPa Pressione cinetica di riferimento del vento
$b$	1	m Striscia di soletta unitaria considerata
$h_b$	3	m Altezza barriera integrata
$F_{Rv}$	7,88	kN Risultante applicata ad ogni metro di barriera integrata a metà altezza della barriera
$M_{Rv}$	11,82	kNm/m

Figura 296 - Foglio di calcolo per la determinazione della pressione cinetica di riferimento secondo il D.M. 14/01/2008.

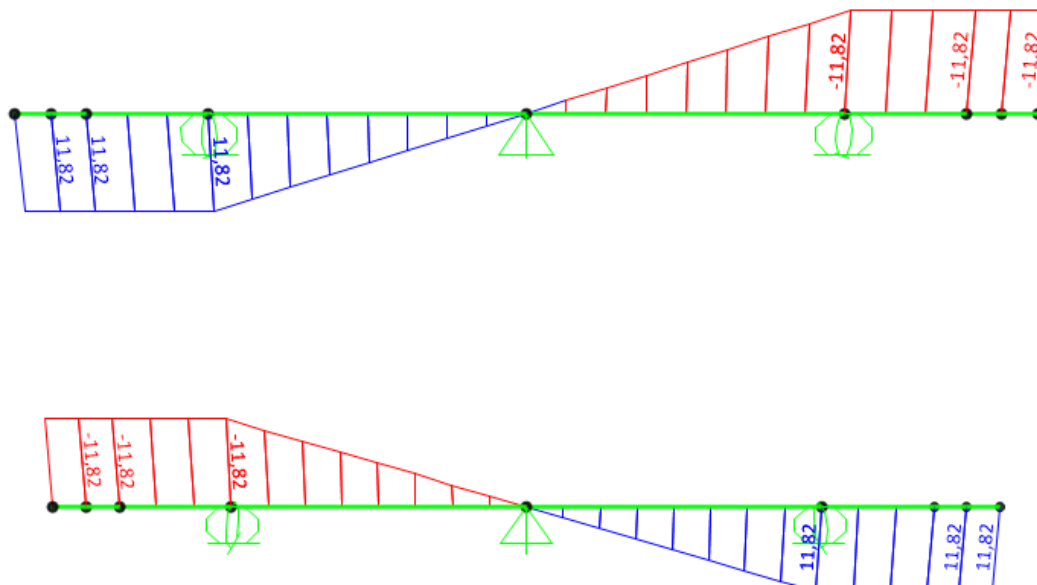


Figura 297 – Diagrammi del momento flettente ottenuti dal modello FEM per l'azione del vento.

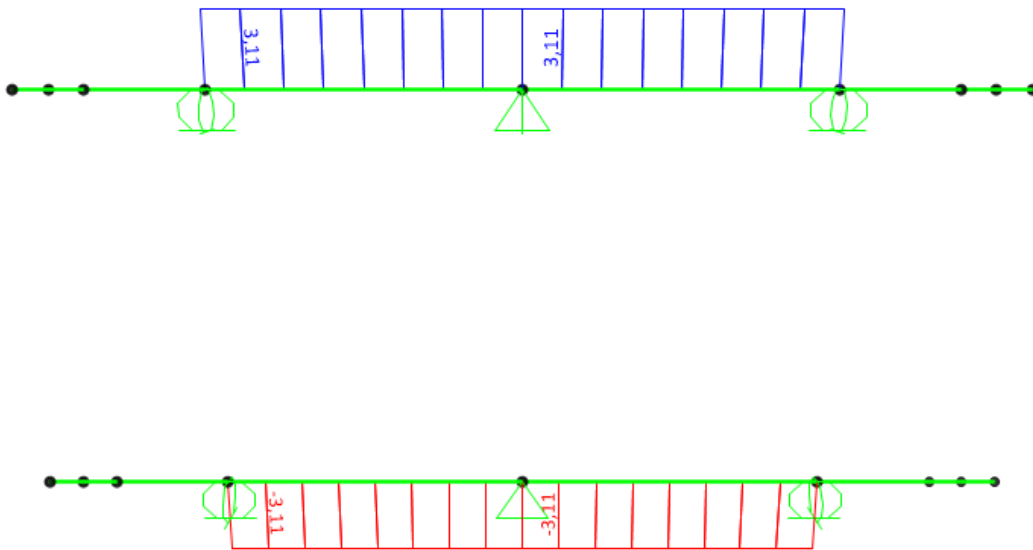


Figura 298 - Diagrammi del taglio ottenuti dal modello FEM per l'azione del vento.

## 11.3 Modello di calcolo

L'analisi dello stato tensio-deformativo degli elementi costituenti la struttura è stata svolta mediante la realizzazione di tre modelli di calcolo ad elementi finiti tramite il programma "SAP2000" della "Computers & Structures Inc.", Berkeley – California (USA).

Sono stati considerati tre modelli di calcolo corrispondenti alle ipotesi di carico di breve, di lunga durata e della sola struttura metallica tri-trave.

I modelli di calcolo implementati possono essere di seguito riassunti:

- 1) **Modello A** (sezione tipo 1): modello che considera le proprietà inerziali della sola sezione metallica. Il modello è utilizzato per la valutazione degli effetti indotti dai soli pesi propri della struttura portante metallica e della soletta in fase di getto;
- 2) **Modello B** (sezione tipo 2): modello che considera le proprietà inerziali della sezione composta dalla soletta collaborante e dalla trave metallica omogeneizzata al calcestruzzo tramite il coefficiente  $n = 6$  (breve termine). Il modello è utilizzato per la valutazione degli effetti indotti dalle azioni di breve durata (variazioni termiche, carichi mobili, vento);
- 3) **Modello C** (sezione tipo 3e 4): modello che considera le proprietà inerziali della sezione composta dalla soletta collaborante e dalla struttura metallica omogeneizzata al calcestruzzo tramite il coefficiente  $n = 16$  (lungo termine). Il modello è utilizzato per la valutazione degli effetti indotti dalle azioni di lunga durata (carichi permanenti e ritiro). In particolare si sono considerati due modelli differenti per valutare separatamente gli effetti dei carichi permanenti (viscosità) e ritiro, adottando rispettivamente un coefficiente pari a  $n = 16,09$  per i permanenti e  $n = 15,41$  per il ritiro.

### 11.3.1 Modelli FEM

Caratteristiche generali:

- l'impalcato è stato modellato tramite una serie di elementi finiti bidimensionali tipo "shell" e modimensionali tipo "frames";
- è stata trascurata la pendenza longitudinale del viadotto;
- i modelli schematizzano fedelmente la reale geometria dell'opera rispettando gli ingombri solidi dei vari elementi e l'offset tra il piano medio della soletta e il piano baricentrale delle sezioni delle travi metalliche.

Sono state eseguite quattro differenti modellazioni dell'impalcato al fine di stabilire quale sia il criterio più adeguato per modellare questo tipo di struttura.

Modello 1): con soli elementi di tipo “shell”

Si è cercato di realizzare un modello che fosse il più aderente possibile alla geometria reale, rappresentando con elementi shell il maggior numero di elementi possibile: soletta, anima e ali delle travi metalliche, diaframmi trasversali. Gli elementi di controvento sono invece stati modellati con elementi di tipo frame. Per rispettare il reale ingombro degli elementi si è assegnato un offset tra soletta e ali superiori delle travi, realizzando la connessione tra travi e soletta tramite una serie di elementi di tipo “Link elements” di connessione rigidi.

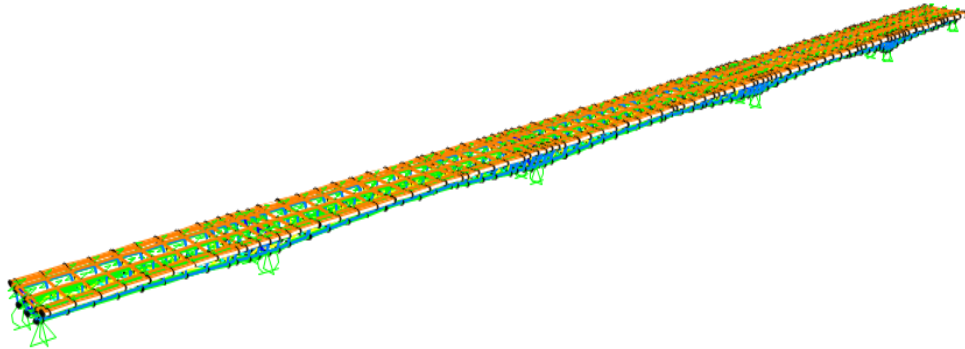


Figura 299 - Modello di calcolo realizzato principalmente con elementi di tipo “shell”.

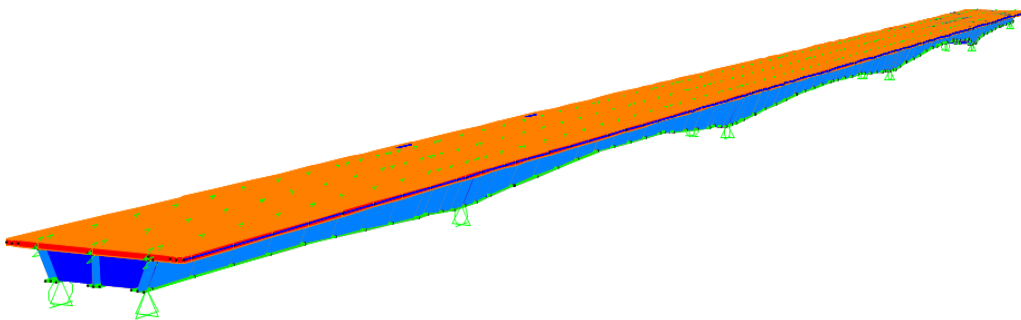


Figura 300 - Modello di calcolo con ingombro solido degli elementi “frames” e “shell”.

Modello 2): con soli elementi di tipo “frame”

Si è cercato di realizzare un modello che fosse il più semplice da gestire dal punto di vista dei risultati da ricavare. Si è assegnata la geometria variabile alle tre travi, ciascuna con la propria porzione di soletta collaborante. Per garantire la collaborazione trasversale tra le tre travi si sono assegnati dei link rigidi tra i nodi delle travi in corrispondenza degli appoggi e dei giunti tra i conci.

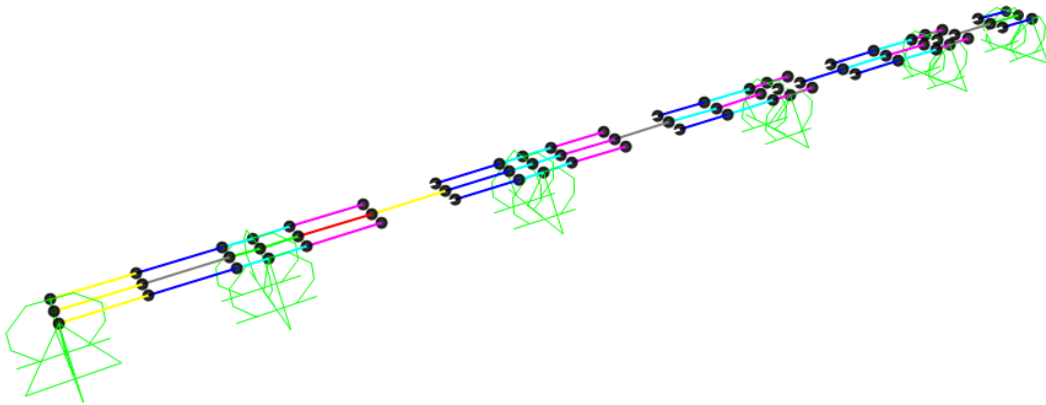


Figura 301 - Modello di calcolo realizzato con elementi di tipo “frame”.

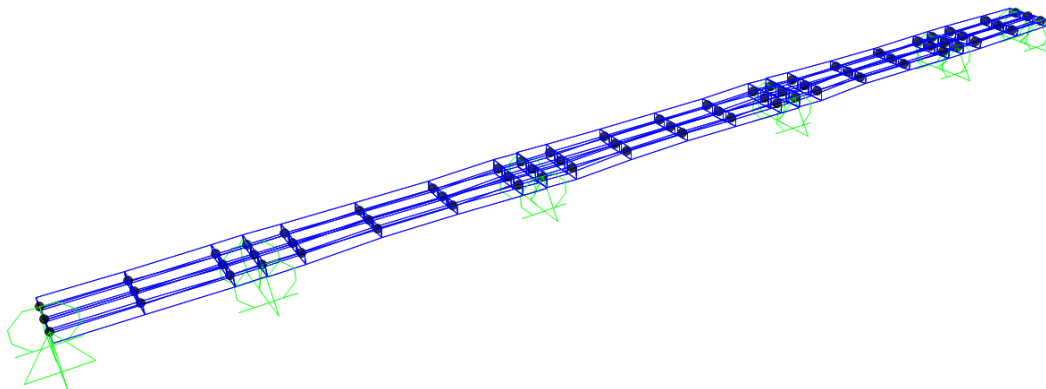


Figura 302 - Modello di calcolo con ingombro solido degli elementi “frame”.

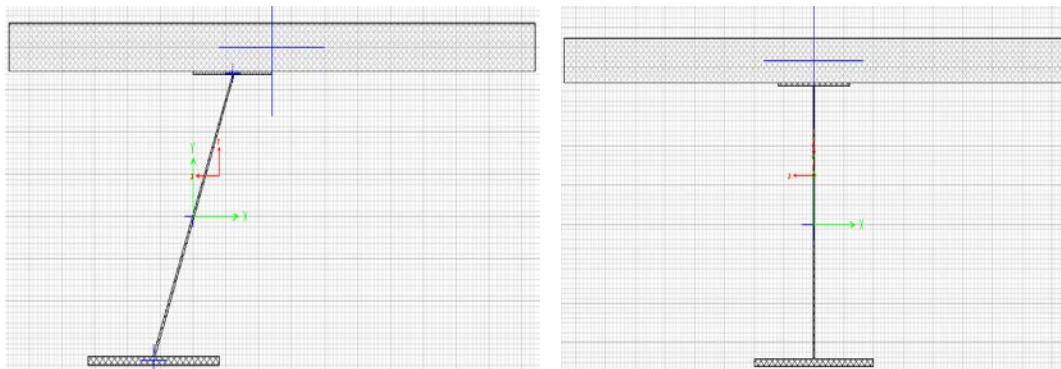


Figura 303 - Sezioni miste assegnate tramite il "Section Designer".

Modello 3): con elementi di tipo “frame” ed elementi di tipo “shell”

Si è cercato di realizzare un modello che permettesse il compromesso tra un modello facilmente gestibile che al tempo stesso rappresenta abbastanza fedelmente la geometria reale. In particolare si è assegnata la geometria variabile delle travi tramite il comando “Section Designer”, quindi le travi sono state rappresentate con elementi “frame”. La soletta, invece, è stata modellata con elementi di tipo “shell”. Dato che i nodi degli elementi frame e degli elementi shell sono i medesimi, si sono assegnati degli offset agli elementi frame in modo da evitare sovrapposizione tra soletta e travi.

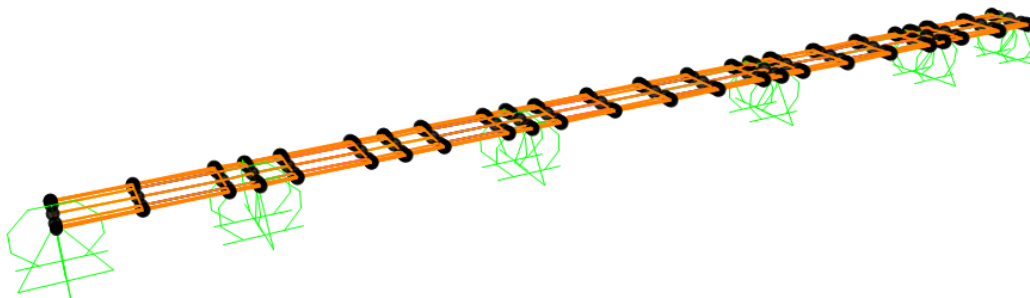


Figura 304 - Modello di calcolo realizzato con elementi di tipo “frame” e “shell”.

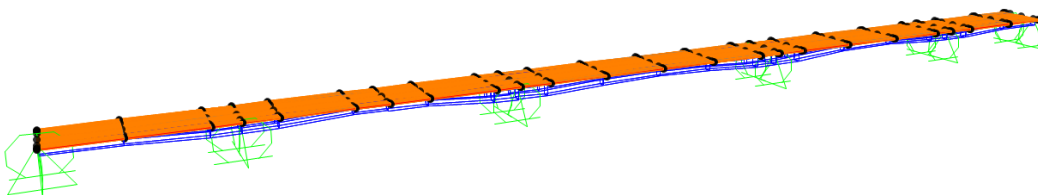
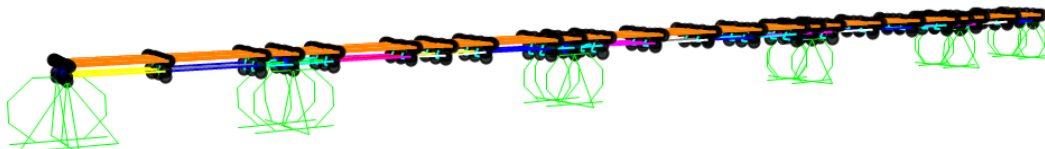


Figura 305 - Modello di calcolo con ingombro solido degli elementi “frame” e “shell”.

Modello 4): con elementi di tipo “frame” ed elementi di tipo “shell”, con reticolare spaziale

Si è cercato di realizzare un modello che rappresentasse l'effettiva collaborazione trasversale tra le travi, garantita dai diaframmi e dagli elementi di controvento. Per realizzare tale geometria spaziale si è rappresentata la soletta con elementi “shell”, mentre le travi con elementi “frame”, con l'offset opportuno tra nodi degli elementi frame e quelli degli elementi shell. La realizzazione della reticolare spaziale di controventamento ha richiesto l'aggiunta di appositi nodi esterni alla geometria di travi e soletta. Per garantire il funzionamento complessivo si sono assegnati link rigidi in direzioni verticale tra i nodi degli elementi frame che rappresentano le travi e superiormente con i nodi appartenenti agli elementi shell che schematizzano la soletta, mentre inferiormente ai nodi inferiori del sistema reticolare.





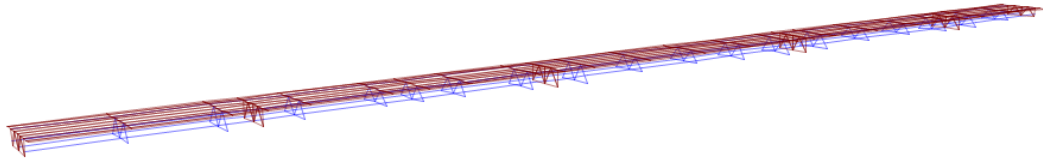


Figura 306 - Modello di calcolo realizzato con elementi di tipo “frame” e "shell".

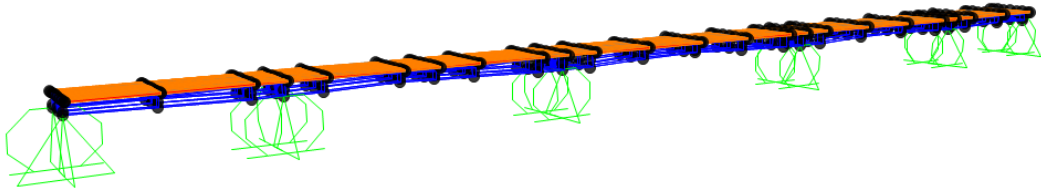


Figura 307 - Modello di calcolo con ingombro solido degli elementi “frame” e “shell”.

Ai fini della modellazione e successiva verifica degli elementi strutturali, la trave continua d’impalcato è stata discretizzata in 18 conci di sezione variabile tra le sezioni di estremità ad essi relative: nelle tabelle seguenti si riportano le caratteristiche inerziali delle sezioni assegnate. I valori numerici caratterizzano le grandezze definite nei titoli delle Tabelle, con riferimento alla geometria riportata nella figura seguente.

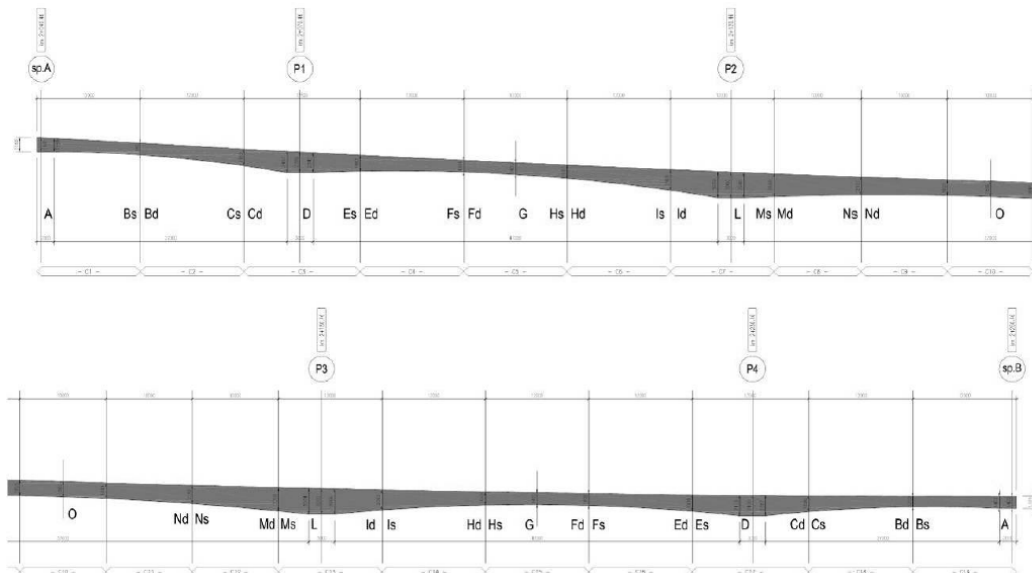


Figura 308 - Individuazione delle sezioni di calcolo.

Tabella 75 - Caratteristiche geometriche delle sezioni indagate.

TRAVE CENTRALE								
conci	lconci	lprogressive	htrave	sanima	bala_sup	Sala_sup	bala_inf	sala_inf
	[m]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
C1	12,1	0	1,4	18	600	18	800	40
			1,53					
C2	13	12,1	1,53	14	600	30	800	40
			2,12					
C3	11	25,1	2,12	16	700	35	900	45
			2,05					
C4	12,75	36,1	2,05	16	600	20	900	45
			1,43					
C5	13,5	48,85	1,43	14	600	20	1000	45
			1,59					
C6	12,75	62,35	1,59	16	800	40	900	40
			2,54					
C7	11	75,1	2,54	18	900	40	1000	50
			2,69					
C8	12	86,1	2,69	16	800	35	900	40
			2,03					
C9	13	98,1	2,03	14	600	20	1000	45
			1,8					
C10	12	111,1	1,8	14	600	20	1000	45
			2,03					
C11	12	123,1	2,03	16	800	35	900	40
			2,68					
C12	11	135,1	2,68	18	900	40	1000	50
			2,54					
C13	12,75	146,1	2,54	16	800	40	900	40
			1,59					
C14	13,5	158,85	1,59	14	600	20	1000	45
			1,42					
C15	12,75	172,35	1,42	16	600	20	900	45
			2,04					
C16	11	185,1	2,04	16	700	35	900	45
			2,12					
C17	13	196,1	2,12	14	600	30	800	40
			1,53					
C18	12,1	209,1	1,53	18	600	18	800	40
			1,4					
		221,2						

TRAVI LATERALI										
conci	lconci	lprogressive	htrave	htrave_inclinata	spost_base	Sanima	bala_sup	Sala_sup	bala_inf	Sala_inf
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
C1	12,1	0	1,4	1,62	0,81	20	600	18	800	40
			1,53	1,77	0,88					
C2	13	12,1	1,53	1,77	0,88	14	700	30	800	40
			2,12	2,45	1,22					
C3	11	25,1	2,12	2,45	1,22	16	700	35	900	45
			2,05	2,37	1,18					
C4	12,75	36,1	2,05	2,37	1,18	16	700	30	900	45
			1,43	1,65	0,83					
C5	13,5	48,85	1,43	1,65	0,83	14	700	30	1000	50
			1,59	1,84	0,92					
C6	12,75	62,35	1,59	1,84	0,92	16	800	45	900	40
			2,54	2,93	1,47					
C7	11	75,1	2,54	2,93	1,47	18	900	45	1000	55
			2,69	3,11	1,55					
C8	12	86,1	2,69	3,11	1,55	16	800	40	900	45
			2,03	2,34	1,17					
C9	13	98,1	2,03	2,34	1,17	14	600	20	1000	50
			1,8	2,08	1,04					
C10	12	111,1	1,8	2,08	1,04	14	600	20	1000	50
			2,03	2,34	1,17					
C11	12	123,1	2,03	2,34	1,17	16	800	40	900	45
			2,68	3,09	1,55					
C12	11	135,1	2,68	3,09	1,55	18	900	45	1000	55
			2,54	2,93	1,47					
C13	12,75	146,1	2,54	2,93	1,47	16	800	45	900	40
			1,59	1,84	0,92					
C14	13,5	158,85	1,59	1,84	0,92	14	700	30	1000	50
			1,42	1,64	0,82					
C15	12,75	172,35	1,42	1,64	0,82	16	700	30	900	45
			2,04	2,36	1,18					
C16	11	185,1	2,04	2,36	1,18	16	700	35	900	45
			2,12	2,45	1,22					
C17	13	196,1	2,12	2,45	1,22	14	700	30	800	40
			1,53	1,77	0,88					
C18	12,1	209,1	1,53	1,77	0,88	18	600	18	800	40
			1,4	1,62	0,81					
		221,2								

## 11.4 Calcolo delle sollecitazioni

Il calcolo delle sollecitazioni agenti sull'impalcato è effettuato tramite un'analisi elastica basata sull'ipotesi di linearità delle relazioni fra tensioni e deformazioni dei materiali, indipendentemente dal livello tensionale.

La definizione delle caratteristiche geometriche della sezione trasversale è un'operazione preliminare sia al calcolo delle rigidità, e quindi all'analisi globale, sia al calcolo delle resistenze da utilizzare nelle verifiche di sicurezza. A tale scopo si devono valutare le larghezze efficaci della soletta e le sezioni di riferimento.

Il calcolo delle sollecitazioni può essere effettuato sia a mezzo di un'analisi elastica lineare che mediante un'analisi non lineare. L'EC4-2 non dà indicazioni per l'analisi non lineare che deve pertanto essere utilizzata in casi molto particolari.

L'analisi elastica si basa sull'ipotesi di linearità delle relazioni tensioni-deformazioni dei materiali indipendentemente dal livello di tensione.

Nel caso delle travi continue si può tener conto della fessurazione della soletta sugli appoggi intermedi utilizzando uno dei seguenti tre metodi:

- 1- analisi elastica sulla trave non fessurata e redistribuzione dei momenti flettenti (massimo del 10%);
- 2- analisi elastica della trave trascurando la presenza del calcestruzzo da ciascun lato degli appoggi intermedi per un'estensione pari al 15% della luce delle campate adiacenti. Tale modello può essere utilizzato solo nel caso in cui i rapporti tra le lunghezze delle campate adiacenti sono più piccolo di 0,6.

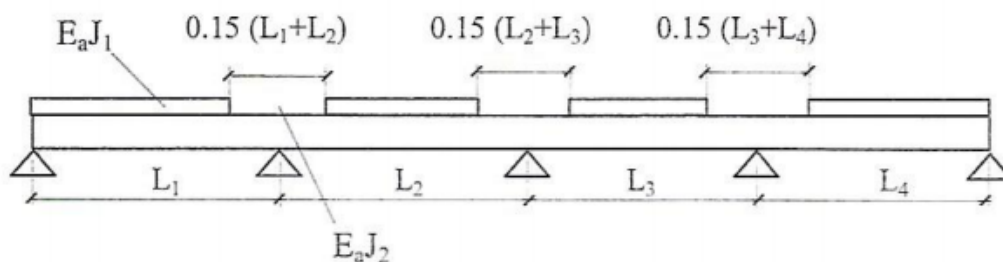


Figura 309 - Definizione dell'estensione delle zone fessurate.

- 3- analisi elastica della trave in due passi:
  - individuazione delle zone del calcestruzzo non fessurato, calcestruzzo parzialmente fessurato (tension stiffening) e calcestruzzo fessurato, mediante un'analisi elastica della trave con sezione completamente reagente sottoposta ad una combinazione di carico convenzionale;
  - analisi lineare della trave tenendo conto delle diverse rigidità flessionali per le zone individuate con il passo precedente.

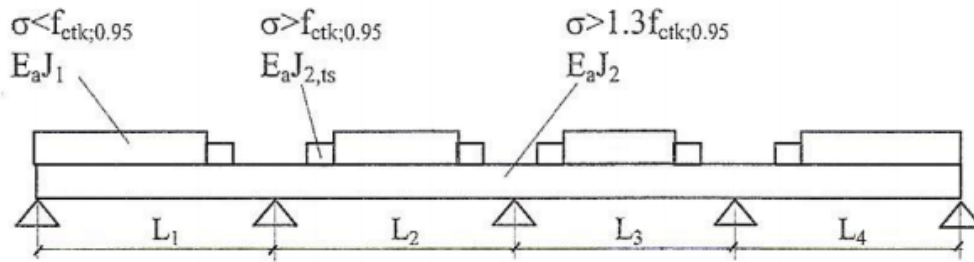


Figura 310 - Definizione dell'estensione delle zone fessurate.

Nel caso di travi continue con campate interne aventi all'incirca la stessa lunghezza e campate esterne ridotte del 20-25% rispetto alle prime, i risultati ottenuti con i tre metodi in termini di caratteristiche della sollecitazione sono quasi coincidenti. Più sensibili sono le differenze nel calcolo degli spostamenti (frecche).

In definitiva per tener conto della fessurazione, della viscosità e delle fasi costruttive si deve operare su più modelli strutturali caratterizzati da differenti rigidzze.

Si è scelto di tenere conto degli effetti della fessurazione del calcestruzzo sono considerati trascurando la presenza del calcestruzzo sugli appoggi intermedi per un tratto pari al 15% delle campate adiacenti in accordo con la ENV 1994-2 punto 4.5.3.4.

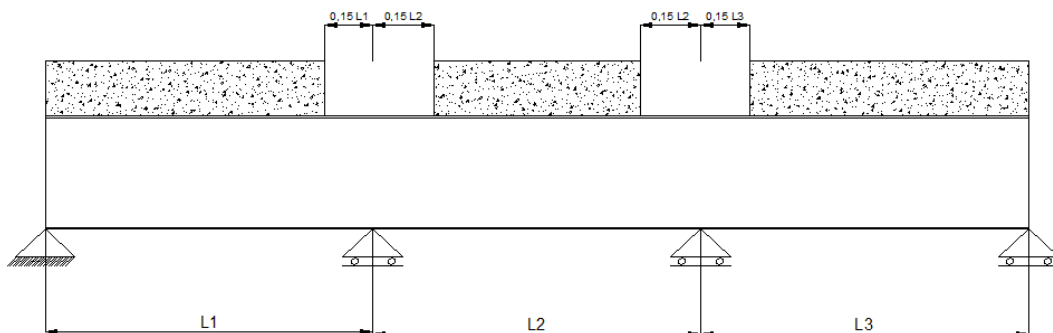
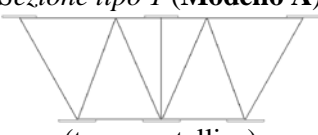

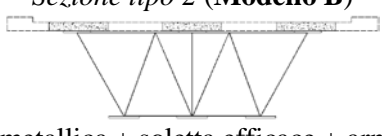

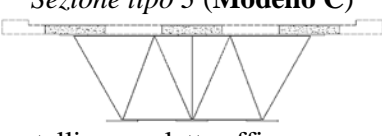
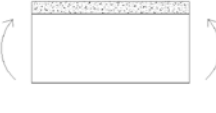
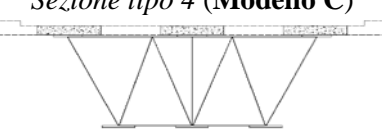



Figura 311 - Zone fessurate.

Tipologia di sezione resistente	Azioni di riferimento	
<p><i>Sezione tipo 1 (Modello A)</i></p>  <p>(trave metallica)</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peso proprio soletta</li> <li>• Peso proprio travi metalliche</li> </ul>
<p><i>Sezione tipo 2 (Modello B)</i></p>  <p>(trave metallica + soletta efficace + armature)</p> $n = n_0 = \left( \frac{E_a}{E_c} \right) \cong 5,79$		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Carichi accidentali</li> <li>• Azione del vento</li> <li>• Variazioni termiche differenziali</li> </ul>
<p><i>Sezione tipo 3 (Modello C)</i></p>  <p>(trave metallica + soletta efficace + armature)</p> $n = n_{cs} = n_0(1 + 0,55\phi_t) \cong 15,41$		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ritiro del calcestruzzo</li> </ul>
<p><i>Sezione tipo 4 (Modello C)</i></p>  <p>(trave metallica + soletta efficace + armature)</p> $n = n_g = n_0(1 + 1,1\phi_t) \cong 16,09$		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Carichi permanenti</li> </ul>

### 11.4.1 Diagrammi delle sollecitazioni principali

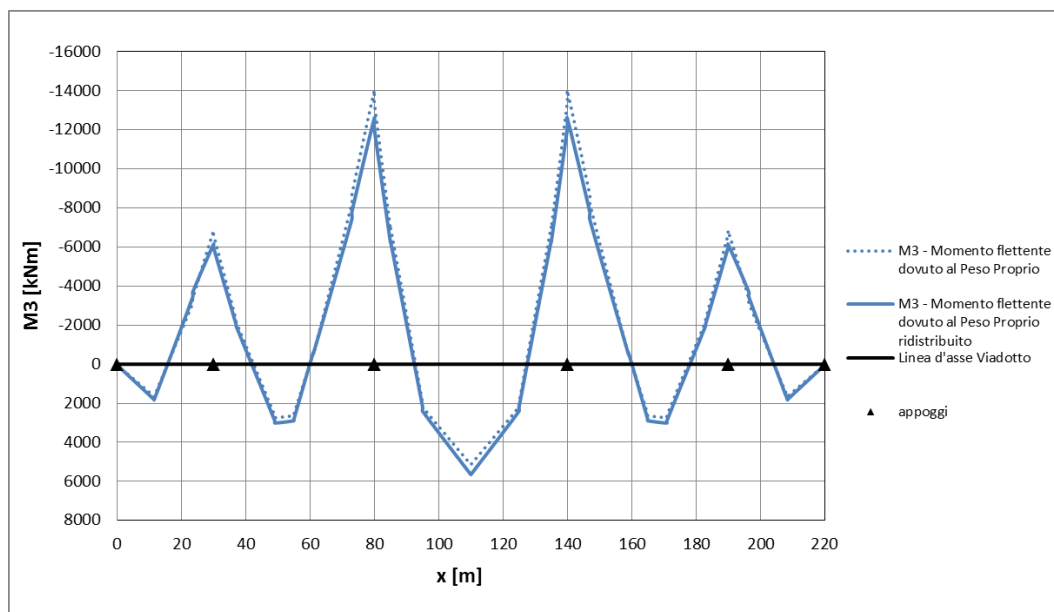


Figura 312 – Momento flettente dovuto al Peso Proprio da Modello 1A.

Tabella 77 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
5652	-12062	-12062

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette tramite “Section Cut” preimpostate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche come elementi resistenti;
- si è assegnato un coefficiente maggiorativo di 1,2 al peso delle travi metalliche per tenere conto delle bullonature non modellate.

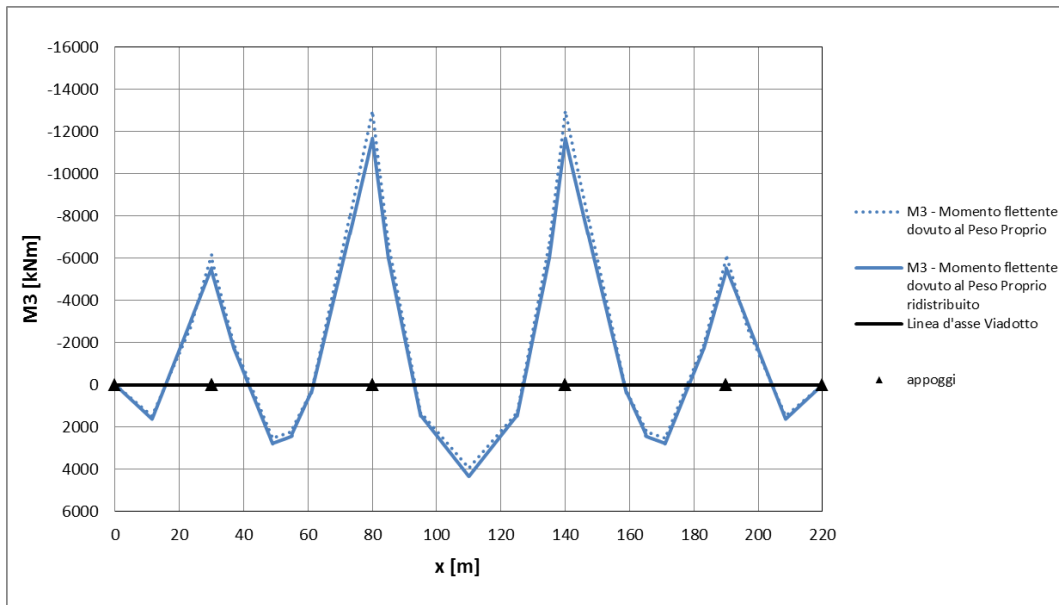


Figura 313 - Momento flettente dovuto al Peso Proprio da Modello 2A.

Tabella 78 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
4336	-11671	-11671

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame ;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche come elementi resistenti;
- si è assegnato un coefficiente maggiorativo di 1,2 al peso delle travi metalliche per tenere conto delle bullonature non modellate;
- il peso della soletta si è assegnato come carico uniformemente distribuito su ciascuna delle tre travi, in particolare:

per la trave centrale:

$$\gamma_{cls} * s_{soletta} * b_{striscia\ centrale} = 25 \frac{kN}{m^3} * 0,28\ m * 4,2\ m = 29,4 \frac{kN}{m}$$

per ciascuna delle travi laterali:

$$\gamma_{cls} * s_{soletta} * b_{striscia\ laterale} = 25 \frac{kN}{m^3} * 0,28\ m * 4\ m = 28 \frac{kN}{m}$$

- per garantire la collaborazione trasversale tra le tre travi i nodi che si corrispondono ad ogni ascissa sono stati vincolati tramite link rigidi.



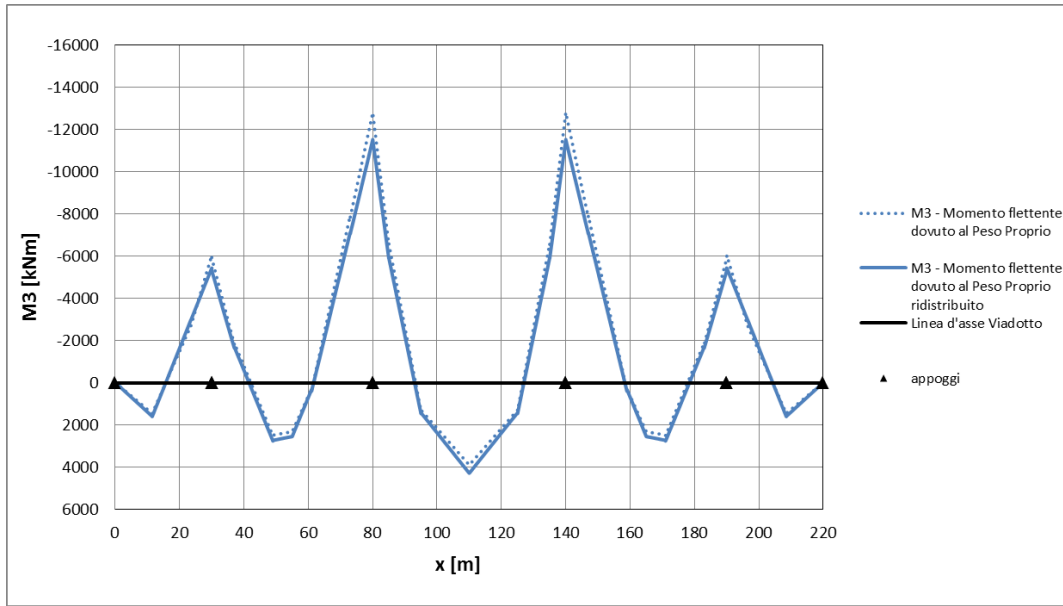


Figura 314 - Momento flettente dovuto al Peso Proprio da Modello 3A.

Tabella 79 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
4278	-11521	-11521

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche come elementi resistenti;
- si è assegnato un coefficiente maggiorativo di 1,2 al peso delle travi metalliche per tenere conto delle bullonature non modellate;
- il peso della soletta si è considerato tramite gli elementi shell che modellano la stessa, assegnando però rigidità flessionale nulla a tali elementi;
- per garantire la collaborazione trasversale tra le tre travi i nodi che si corrispondono ad ogni ascissa sono stati vincolati tramite link rigidi.

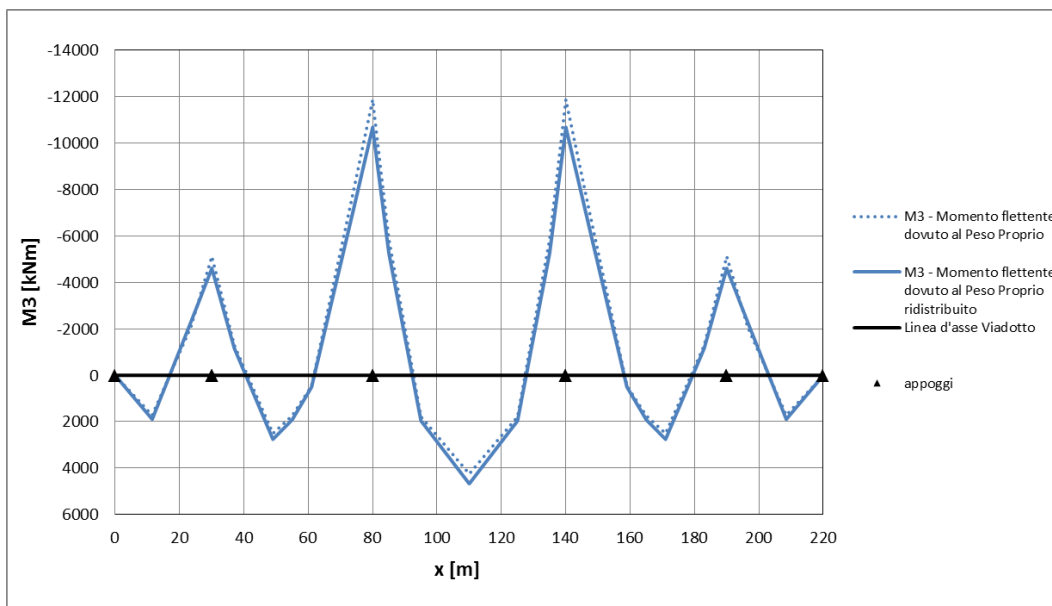


Figura 315 - Momento flettente dovuto al Peso Proprio da Modello 4A.

Tabella 80 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
4670	-10664	-10664

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche come elementi resistenti;
- si è assegnato un coefficiente maggiorativo di 1,2 al peso delle travi metalliche, dei diaframmi e delle aste di controvento, per tenere conto delle bullonature non modellate;
- il peso della soletta si è considerato tramite gli elementi shell che modellano la stessa, assegnando però rigidità flessionale nulla a tali elementi;
- sono stati assegnati link rigidi tra i nodi baricentrici delle travi metalliche e i nodi corrispondenti in ascissa alla quota della soletta ed alla quota inferiore dove si colloca il nodo con le aste di controvento.

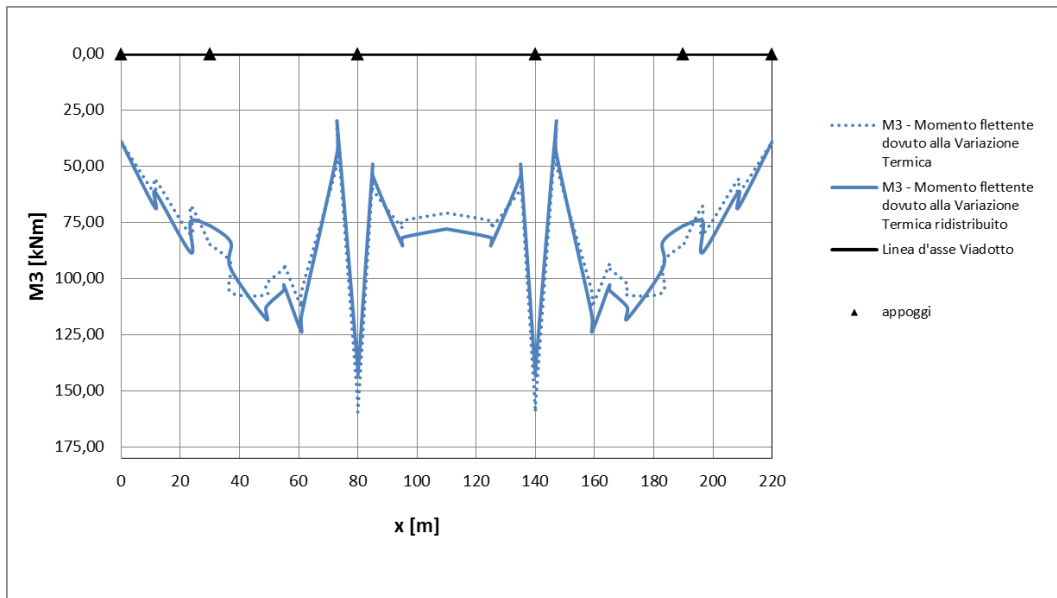


Figura 316 - Momento flettente dovuto alla Variazione Termica da Modello 1B.

Tabella 81 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute	Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]
143	143

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette tramite “Section Cut” preimpostate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si è assegnato il gradiente termico agli elementi shell che rappresentano la soletta e le ali superiori ed inferiori delle travi metalliche; non si è potuto assegnare il gradiente termico alle anime delle travi in quanto per gli elementi shell l’asse 3-3 è di default ortogonale al piano dell’elemento e il gradiente si può assegnare solo in tale direzione. Dunque questo modello non è affidabile per ricavare le sollecitazioni conseguenti alla variazione termica.

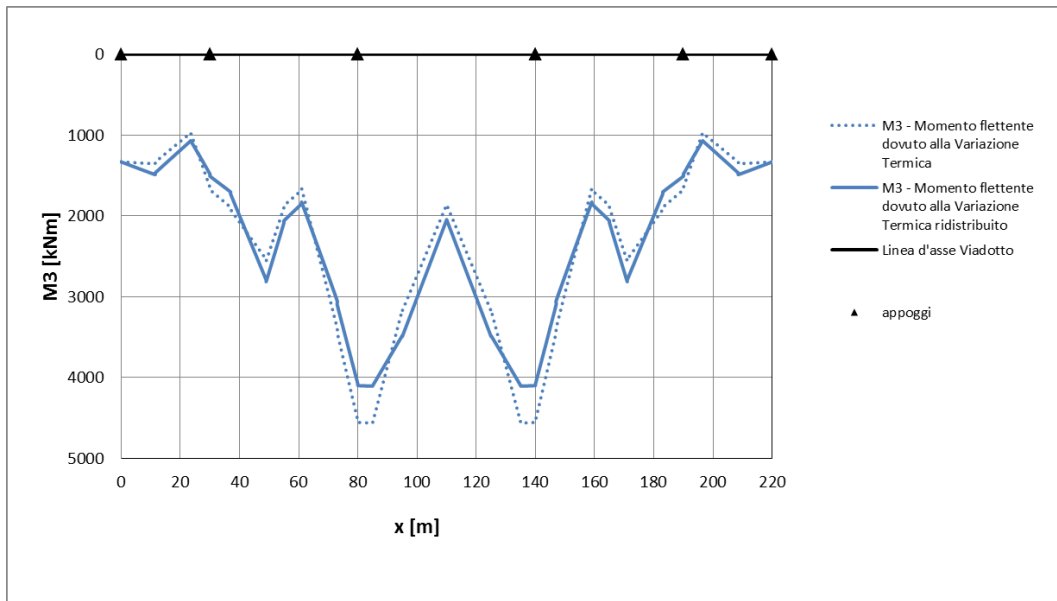


Figura 317 - Momento flettente dovuto alla Variazione Termica da Modello 2B.

Tabella 82 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute	Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]
4104	4104

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si è assegnato il gradiente termico agli elementi frame che rappresentano le sezioni miste.

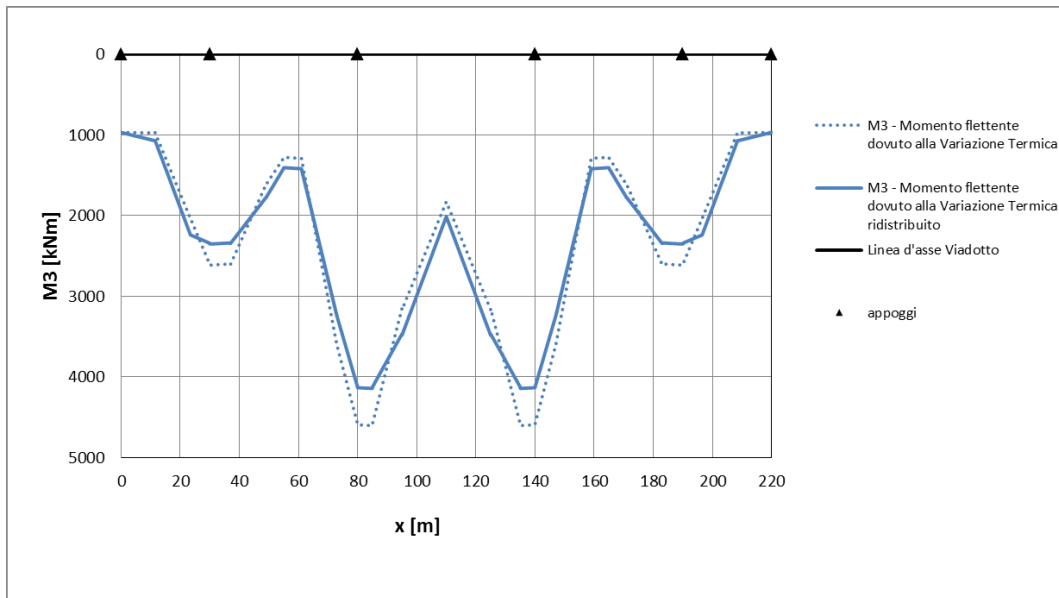


Figura 318 - Momento flettente dovuto alla Variazione Termica da Modello 3B.

Tabella 83 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute	Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]
4140	4140

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si è assegnato il gradiente termico agli elementi frame che rappresentano le travi metalliche in direzione 2-2 e agli elementi shell che rappresentano la soletta in direzione 3-3.

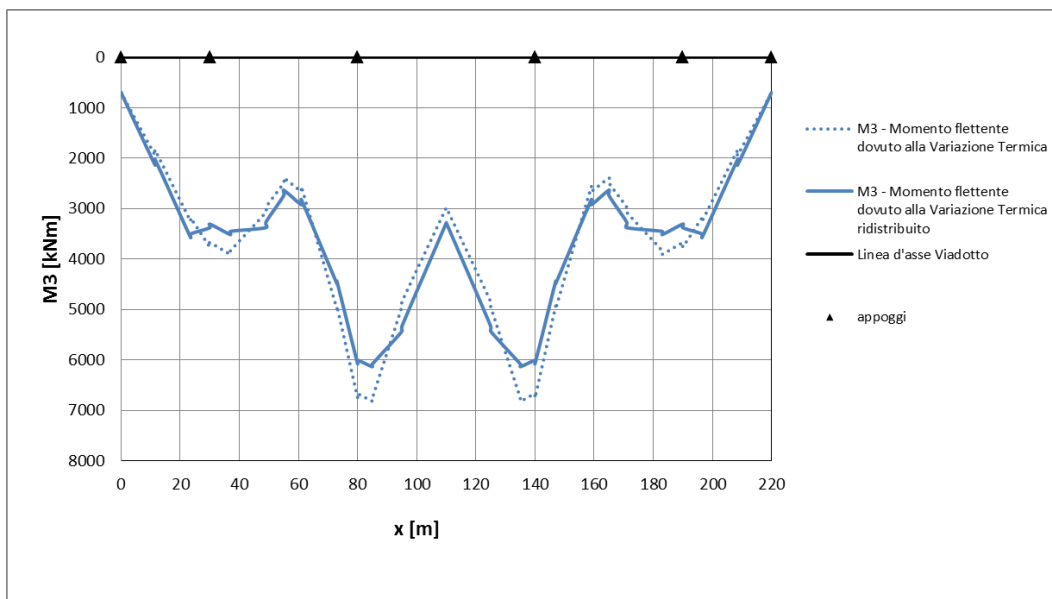


Figura 319 - Momento flettente dovuto alla Variazione Termica da Modello 4B.

Tabella 84 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute	Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]
6073	6073

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si è assegnato il gradiente termico agli elementi frame che rappresentano le travi metalliche in direzione 2-2 e agli elementi shell che rappresentano la soletta in direzione 3-3.

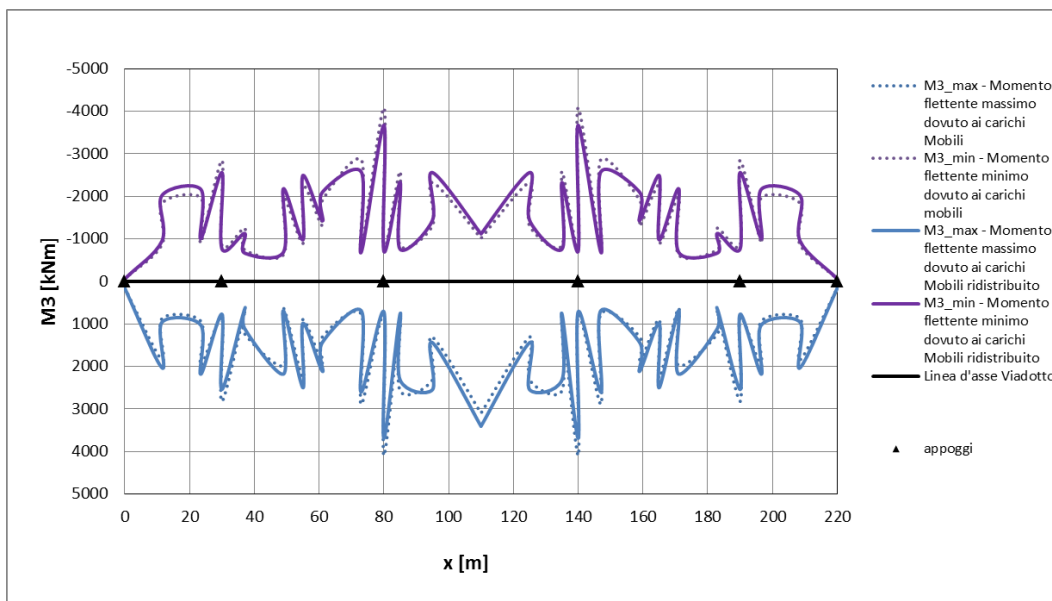


Figura 320 - Momento flettente dovuto ai carichi Mobili da Modello 1B.

Tabella 85 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
3685	-3673	713	-3673

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette tramite “Section Cut” preimpostate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si è definita una trave fittizia baricentrica di riferimento per la definizione delle linee di carico.

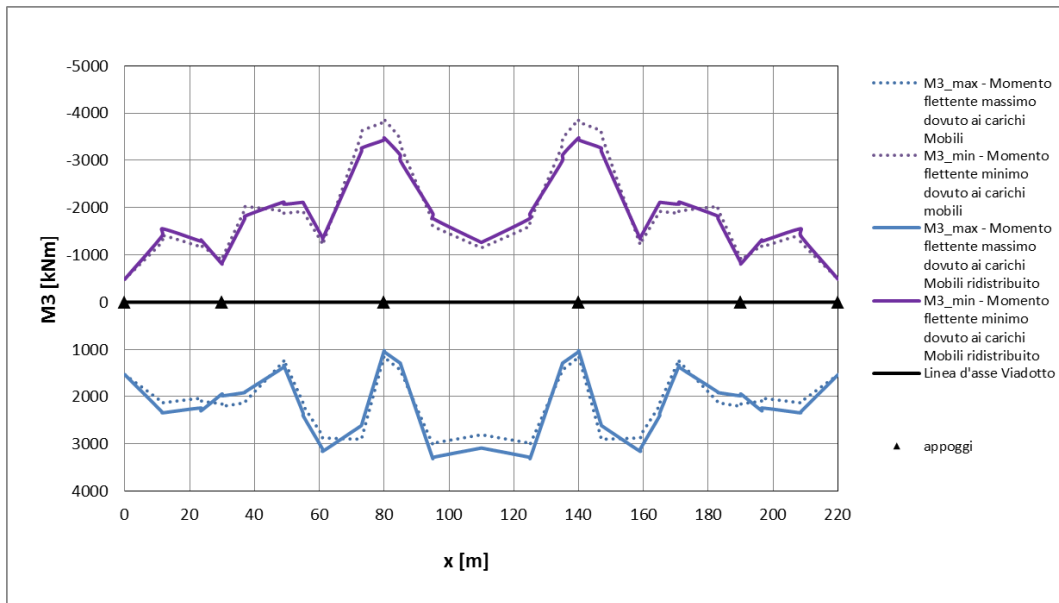


Figura 321 - Momento flettente dovuto ai carichi Mobili da Modello 2B.

Tabella 86 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
3283	-3477	1024	-3432

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- come trave di riferimento si è presa la trave centrale: dato che i nodi sono nel baricentro delle travi composte, i carichi mobili sono applicati a tale quota.



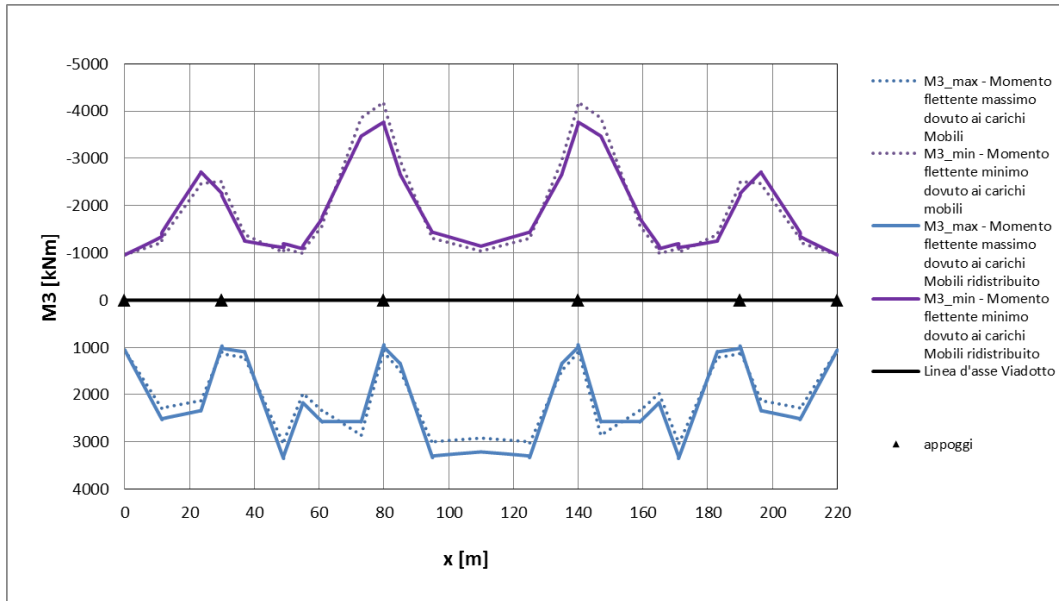


Figura 322 - Momento flettente dovuto ai carichi Mobili da Modello 3B.

Tabella 87 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
3329	-3727	947	-3766

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- come trave di riferimento si è presa la trave centrale: dato che i nodi di trave e soletta coincidono sull'allineamento centrale, i carichi mobili risultano applicati al livello della soletta.

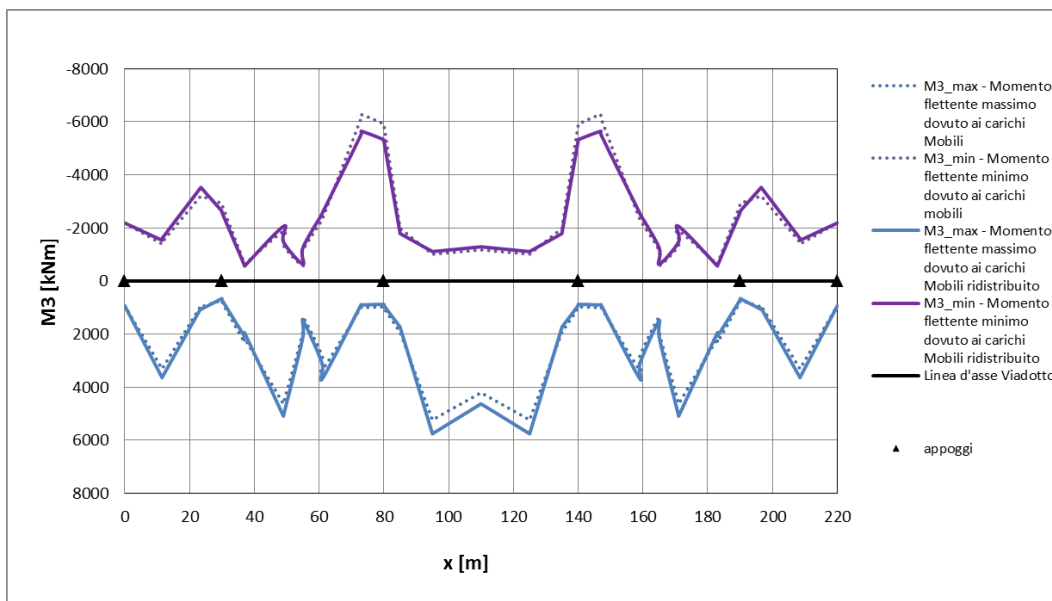


Figura 323 - Momento flettente dovuto ai carichi Mobili da Modello 4B.

Tabella 88 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
5748	-5526	877	-5327

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- come trave di riferimento si è presa la trave centrale: dunque i carichi mobili sono applicati al baricentro delle travi metalliche e non della soletta.

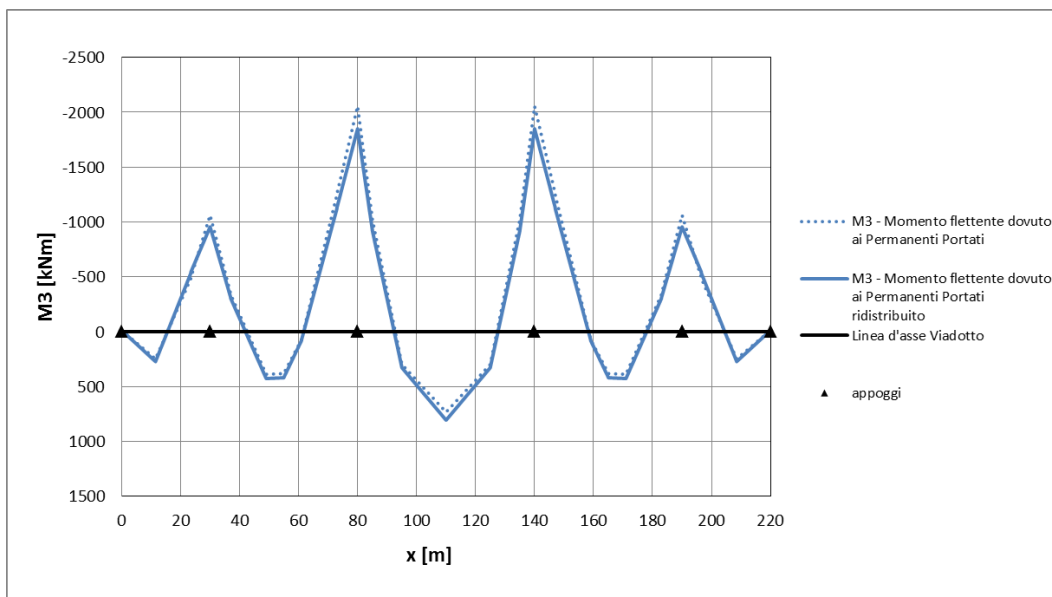


Figura 324 - Momento flettente dovuto ai Permanenti Portati da Modello 1C.

Tabella 89 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
805	-1848	-1848

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette tramite “Section Cut” preimpostate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si sono assegnati come carichi lineari uniformemente distribuiti il peso relativo alla veletta ed alla barriera integrata, con le relative eccentricità rispetto alle travi laterali;  
si sono assegnati invece come carichi di superficie uniformemente distribuiti il peso dei neri e dei cordoli.

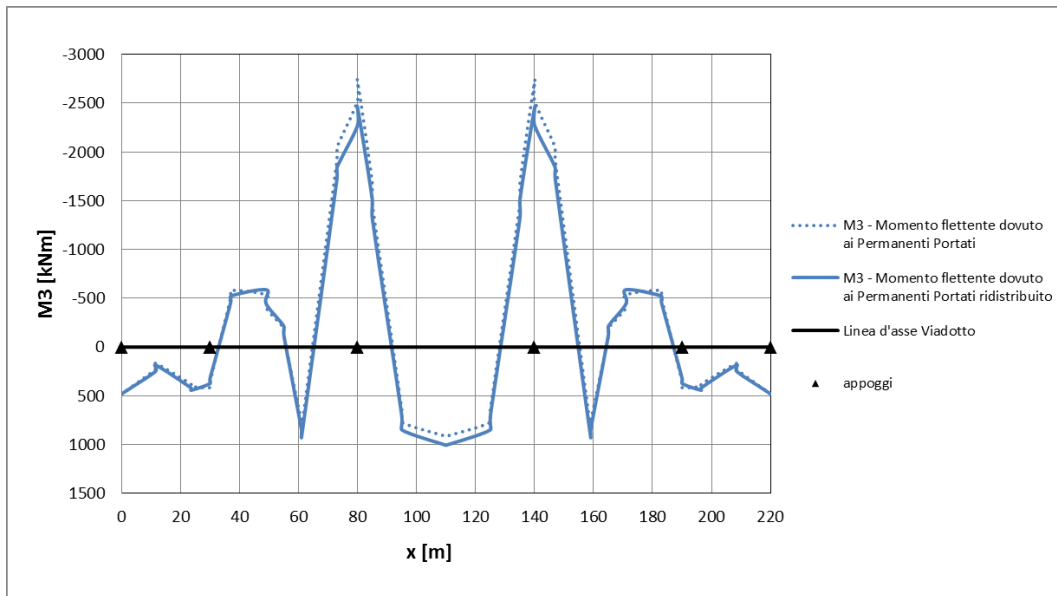


Figura 325 - Momento flettente dovuto ai Permanenti Portati da Modello 2C.

Tabella 90 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
1006	-2448	-2448

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame ;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si sono assegnati come carichi lineari uniformemente distribuiti in corrispondenza delle travi laterali il peso relativo alla veletta, alla barriera integrata, ai cordoli;  
si sono assegnati carichi lineari uniformemente distribuiti in corrispondenza della trave centrale il peso dei neri.

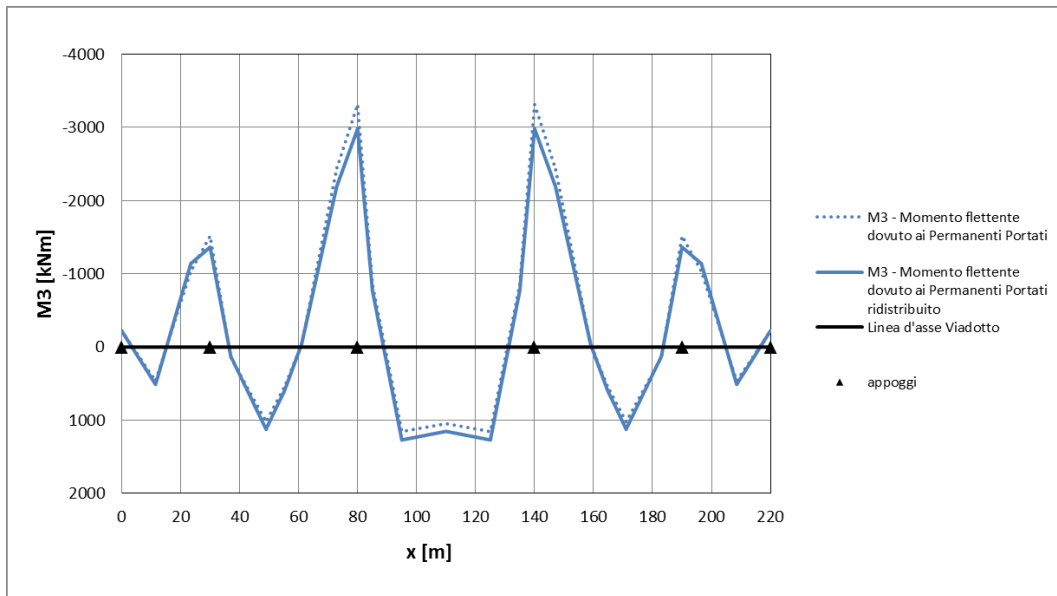


Figura 326 - Momento flettente dovuto ai Permanenti Portati da Modello 3C.

Tabella 91 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
1272	-2984	-2984

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si sono assegnati come carichi lineari uniformemente distribuiti in corrispondenza delle travi laterali il peso relativo alla veletta ed alla barriera integrata;  
si sono assegnati invece come carichi di superficie uniformemente distribuiti il peso dei neri e dei cordoli.

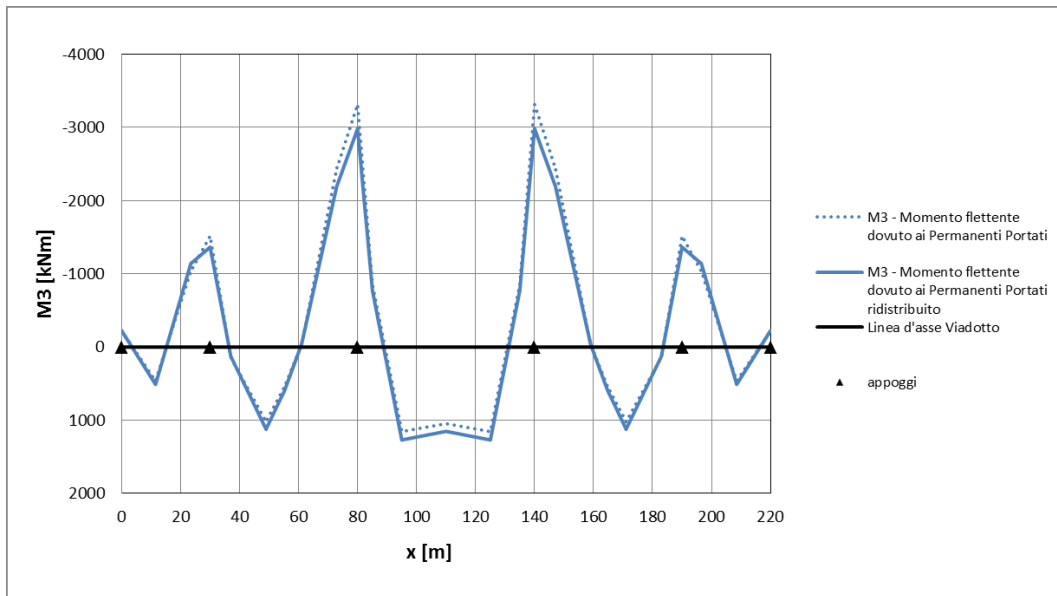


Figura 327 - Momento flettente dovuto ai Permanenti Portati da Modello 4C.

Tabella 92 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
1460	-2812	-2812

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- si sono assegnati come carichi lineari uniformemente distribuiti in corrispondenza delle travi laterali il peso relativo alla veletta ed alla barriera integrata, ma sono assegnati a due travi fittizie (senza rigidità e senza peso) alla quota della soletta;  
si sono assegnati invece come carichi di superficie uniformemente distribuiti il peso dei neri e dei cordoli.

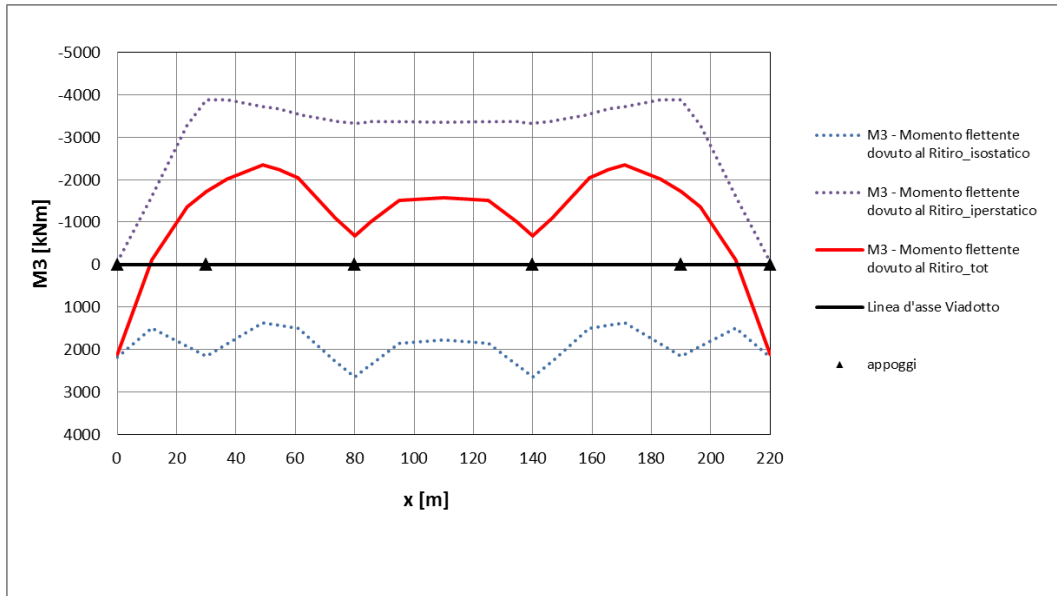


Figura 328 - Momento flettente dovuto al Ritiro da Modello 1C.

Tabella 93 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
2651	-3883	2651	-3330

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette tramite “Section Cut” preimpostate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- Schema ISO: assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all’estremità.
- Schema IPER:
  - 1- assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all’estremità;
  - 2- assegnate le reazioni vincolari ricavate nella fase precedente al modello senza vincoli.

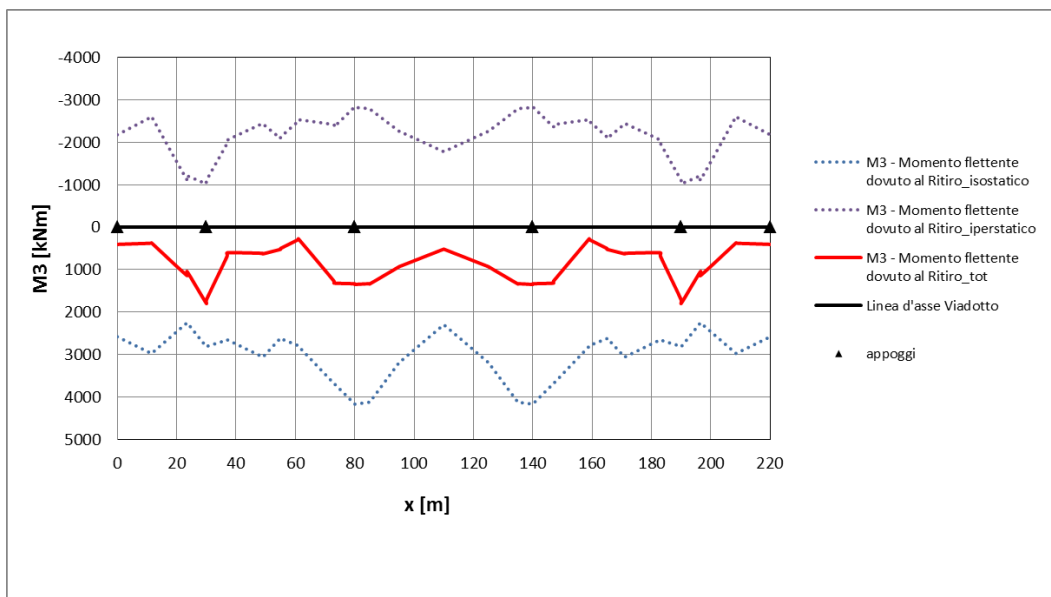


Figura 329 - Momento flettente dovuto al Ritiro da Modello 2C.

Tabella 94 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
4170	-2835	4170	-2835

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame ;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- Schema ISO: assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all'estremità.
- Schema IPER:
  - 3- assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all'estremità;
  - 4- assegnate le reazioni vincolari ricavate nella fase precedente al modello senza vincoli.



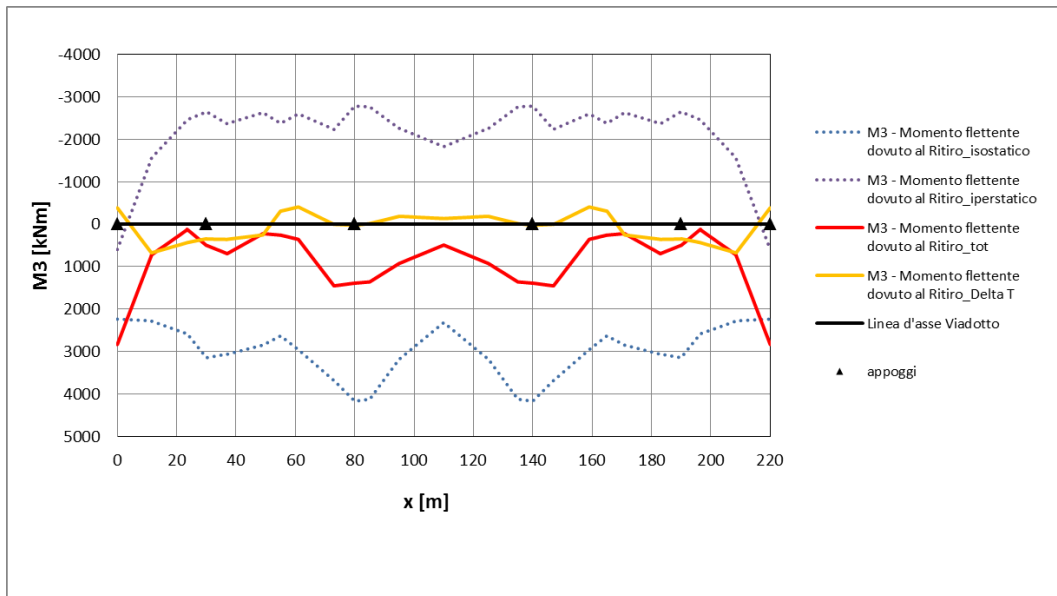


Figura 330 - Momento flettente dovuto al Ritiro da Modello 3C.

Tabella 95 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
4171	-2781	3755	-2503

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- Schema ISO: assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all'estremità e anche della soletta.
- Schema IPER:
  - 1- assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  a dei nodi fittizi aggiunti alla quota del baricentro della sezione composta e collegati ai nodi baricentrici della trave centrale tramite link rigidi.
  - 2- assegnate le reazioni vincolari ricavate nella fase precedente al modello senza vincoli.

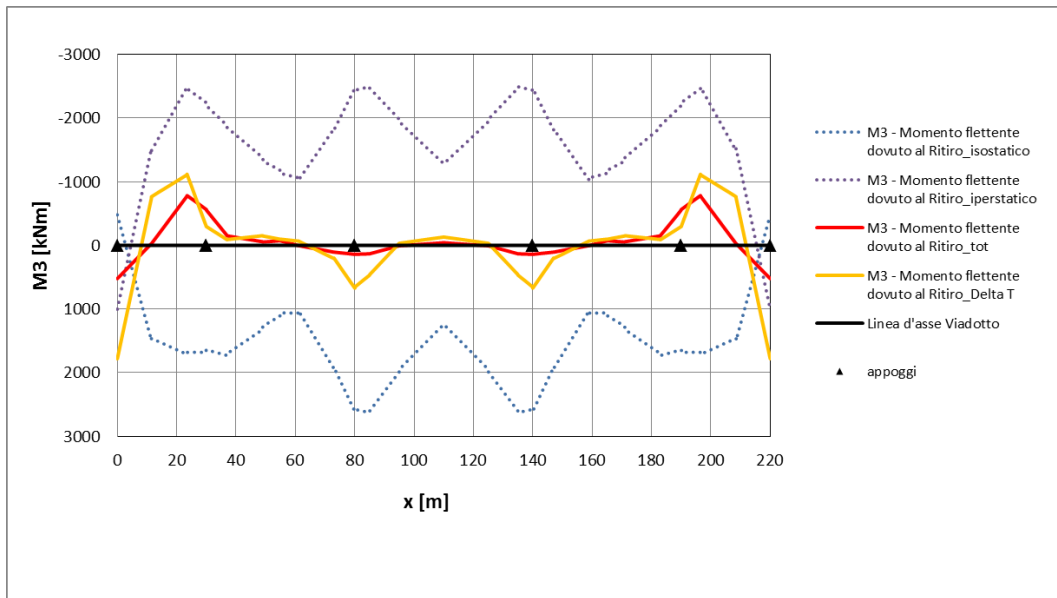


Figura 331 - Momento flettente dovuto al Ritiro da Modello 4C.

Tabella 96 - Sollecitazioni rilevanti ai fini delle verifiche

Sollecitazioni massime assolute		Sollecitazioni massime in corrispondenza della sezione L	
$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]
2603	-2462	2603	-2462

Accorgimenti adottati nel modello:

- sollecitazioni lette come sollecitazioni sugli elementi frame e sugli elementi shell separatamente e poi sommate;
- nella geometria delle sezioni si sono considerate le sole travi metalliche ciascuna con la relativa parte di soletta collaborante;
- Schema ISO: assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  ai nodi estremi della trave centrale: tali nodi sono il baricentro della sezione mista all'estremità e anche della soletta.
- Schema IPER:
  - 1- assegnati  $N_{cs}$ ,  $M_{cs}$  a dei nodi fittizi aggiunti alla quota del baricentro della sezione composta e collegati ai nodi baricentrici della trave centrale tramite link rigidi.
  - 2- assegnate le reazioni vincolari ricavate nella fase precedente al modello senza vincoli.

Tabella 97 - Confronto tra le sollecitazioni ricavate dai vari modelli studiati.

MODELLI	Peso Proprio		Carichi Mobili		Variazione Termica	Permanenti Portati		Ritiro ISO	Ritiro IPER	Ritiro Totale (Fasi)	Ritiro Totale (-ΔT in soletta)
	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^+$ [kNm]	$M_{max}^-$ [kNm]	$M_{max}$ [kNm]	$M_{max}$ [kNm]
<b>SHELL</b>	-12062*	+5652*	-3673	+3685	+143	-1848	+805	+2651	-3330	-679	/
<b>FRAME</b>	-11671*	+4336*	-3477	+3283	+4104	-2448	+1006	+4170	-2835	1335	/
<b>FRAME+ SHELL</b>	-11521*	+4278*	-3727	+3329	+4140	-2984	+1272	+3755	-2503	1252	437
<b>FRAME+ SHELL con reticolare</b>	-10664*	+4670*	-5526	+5748	+6073	-2812	+1460	+2603	-2462	141	671

\*peso soletta assegnato come carico esterno

Si è constatato che la modellazione più affidabile per questo tipo di strutture è sia quella a soli elementi “frame” sia quella in cui si modellano le travi come elementi “frame” e la soletta come elementi “shell”.

Si esegue ora un confronto delle sollecitazioni dovute al solo ritiro del calcestruzzo ottenute applicando direttamente nel modello agli elementi rappresentanti la soletta un delta T negativo corrispondente all’azione del ritiro e quelle ottenute applicando il metodo per fasi basato sul metodo dell’equilibrio.

Schema isostatico:

$$\sigma_{sup}^+ = \frac{4171}{0,2652} * 1,3 = 20446 \frac{kN}{m^2}$$

$$\sigma_{inf}^+ = \frac{4171}{0,2652} * 0,85 = 13368 \frac{kN}{m^2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{sup}^+ + \sigma_{inf}^+}{2} = \frac{20446 + 13368}{2} = 16907 \frac{kN}{m^2}$$

Schema iperstatico:

$$\sigma_{sup}^- = \frac{-2835}{0,2652} * 1,3 = -13897 \frac{kN}{m^2}$$

$$\sigma_{inf}^- = \frac{-2835}{0,2652} * 0,85 = -9086 \frac{kN}{m^2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{sup}^- + \sigma_{inf}^-}{2} = \frac{-13897 - 9086}{2} = -11491 \frac{kN}{m^2}$$

$$N_{tot,soletta} = N_{I fase,soletta} + N_{II fase,soletta} + N_{III fase,soletta} =$$

$$= 11007 + (16907 * 1,12) - (11491 * 1,12) = 17073 kN$$

$$\frac{17073 kN}{3} = 5691 kN$$

5691 kN + 1252 kN = 6943 kN (Errore del 9% rispetto al valore ottenuto con soletta shell)

Si può quindi affermare che entrambe le procedure di calcolo sono corrette in quanto le sollecitazioni che si ottengono differiscono di una percentuale accettabile. Si sottolinea comunque l'importanza di avere due metodi per verificarne di volta in volta la validità ed essere sicuri di non aver commesso errori nel modello. Infatti il metodo per fasi, come si è visto nella prima parte di questo lavoro, è eseguibile anche manualmente.

#### 11.4.2 Attrito dei vincoli

In tutte le valutazioni effettuate in precedenza, ma anche in quelle che si faranno nel seguito, quando si considera uno schema strutturale che prevede un vincolamento esterno di tipo isostatico si assume lo spostamento assiale non impedito e in assenza di attrito. Si vuole ora considerare l'attrito che effettivamente tali vincoli forniscono nella realtà opponendosi allo spostamento assiale. La forza di attrito si può quantificare come un 3% delle reazioni vincolari offerte dai vincoli considerando l'impalcato soggetto ai pesi propri e ai permanenti portati. In sostanza ciò che cambia rispetto alle analisi precedenti sono le sollecitazioni ricavate dal modello "isostatico" per la valutazione delle sollecitazioni dovute a ritiro. Si sono modellati i vincoli con molle a cui si è lasciato libero solo lo spostamento assiale in direzione longitudinale secondo il seguente comportamento.

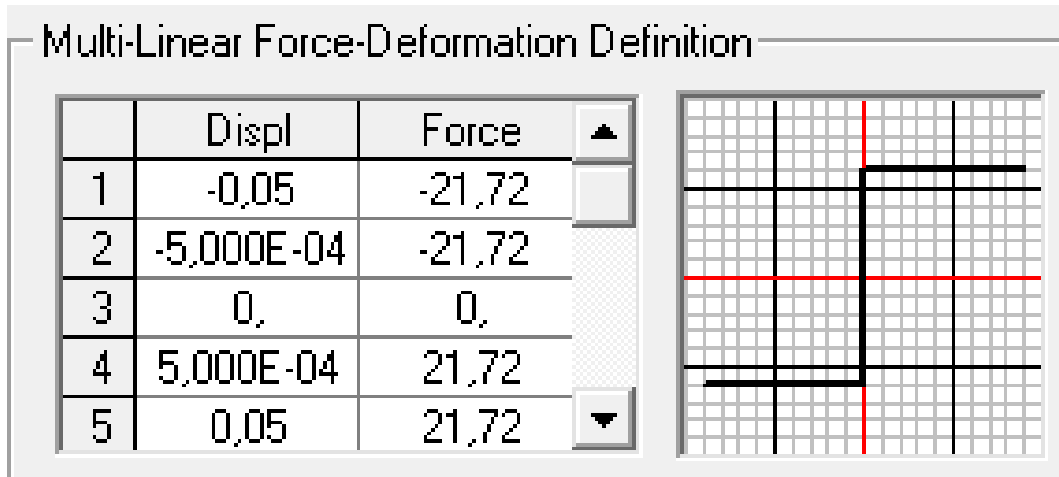


Figura 332 - Legame forza-spostamento che definisce il comportamento delle molle poste in corrispondenza delle spalle

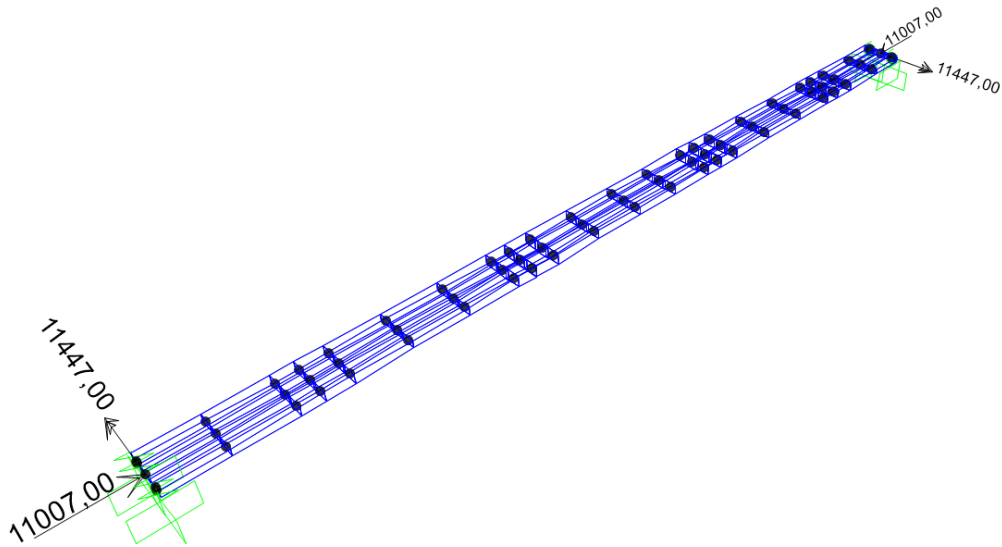


Figura 333 - Modello "isostatico" per la valutazione delle sollecitazioni da ritiro con molle per simulare l'attrito dei vincoli

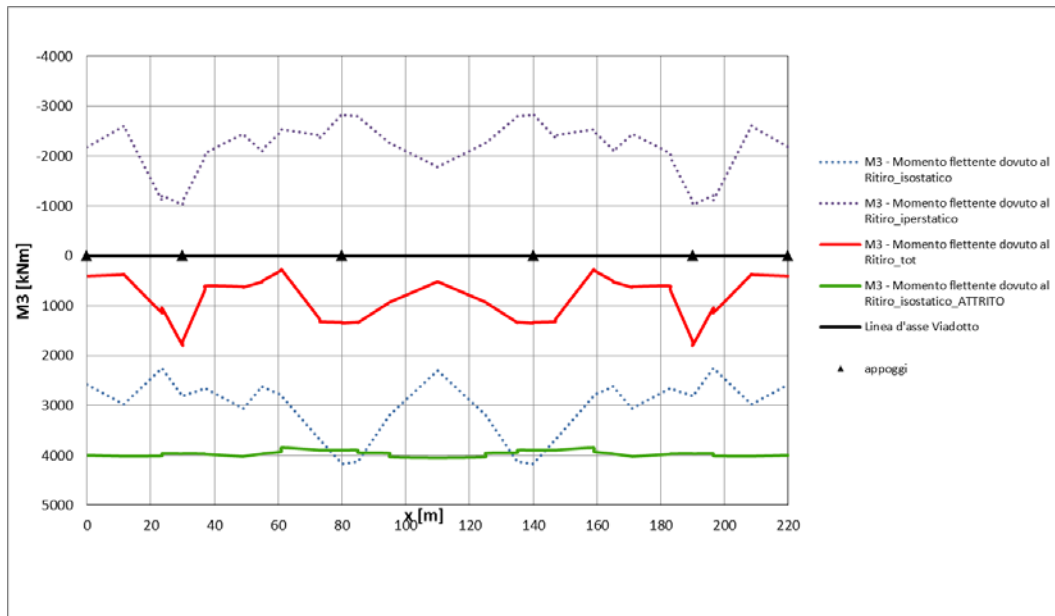


Figura 334 - Momento flettente dovuto al Ritiro da Modello 2C con e senza attrito dei vincoli nello schema “isostatico”

Si può osservare come mediamente, considerando l’attrito dei vincoli, si abbia un incremento delle sollecitazioni del 25%, ad eccezione degli appoggi adiacenti alla campata centrale in cui si registra un abbattimento delle sollecitazioni del 7%.

## 11.5 Applicazione formule semplificate per la valutazione degli effetti del ritiro

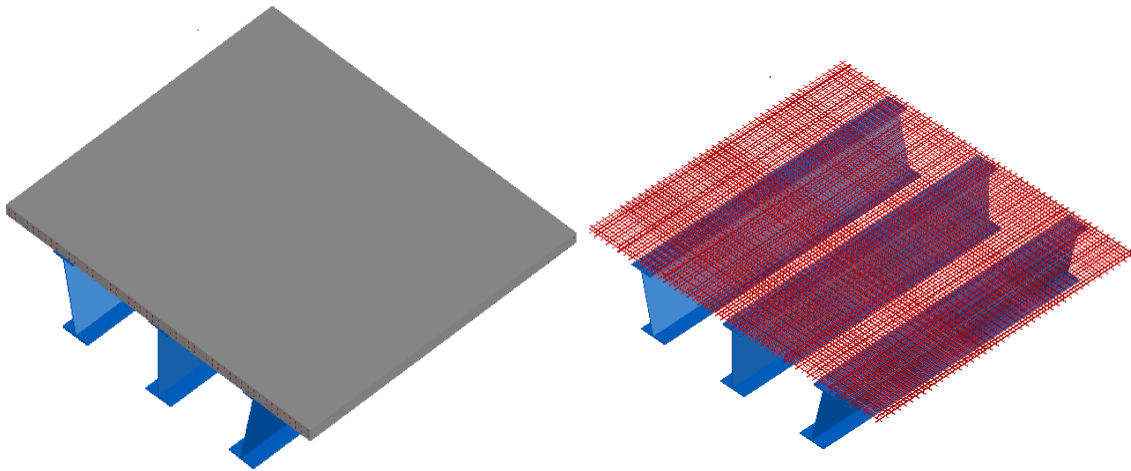


Figura 335 - Elementi che si oppongono al ritiro in direzione longitudinale e trasversale.

### 11.5.1 Direzione trasversale

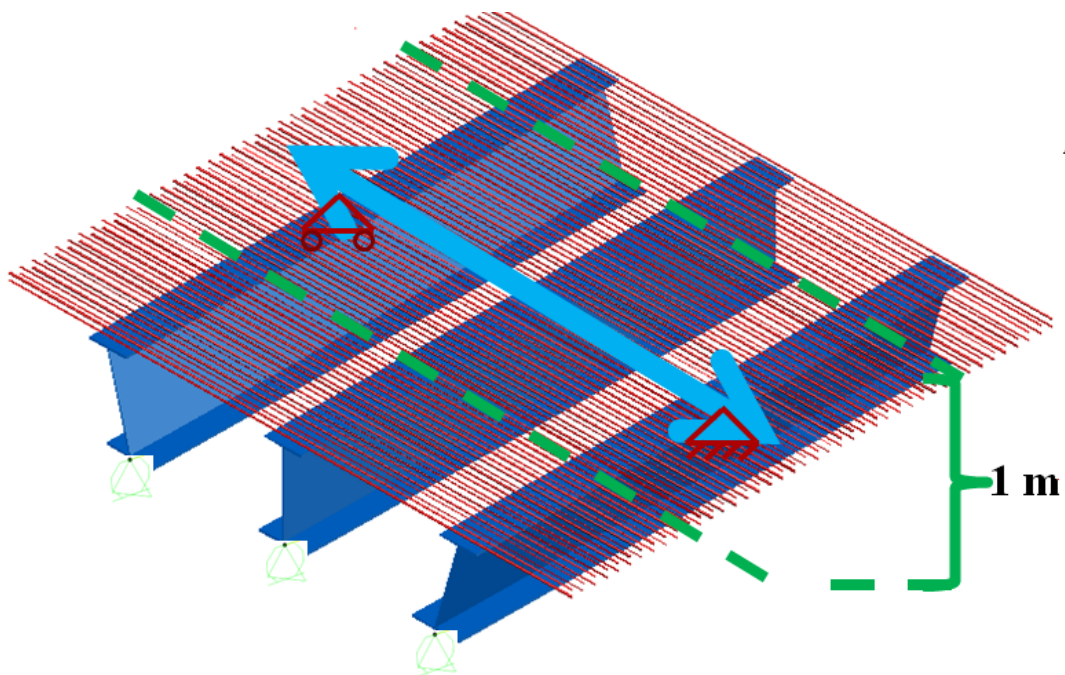


Figura 336 - Armature resistenti in direzione trasversale e schematizzazione adottata per la soletta.

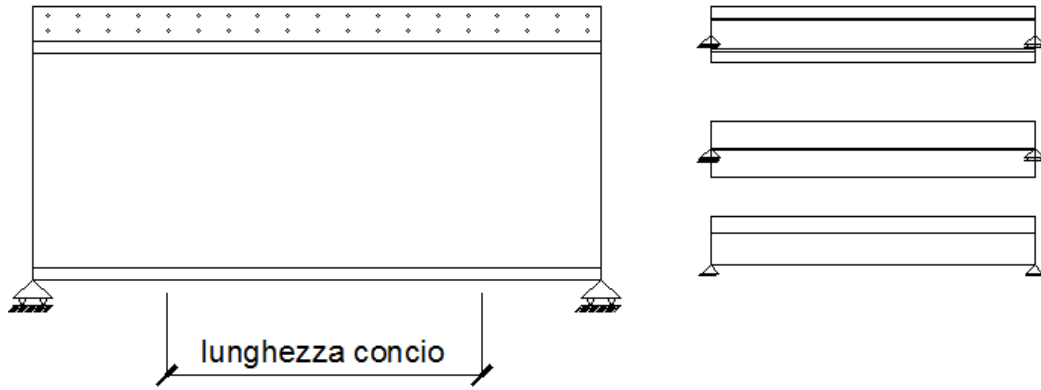


Figura 337 – Striscia larga 1 m di sezione longitudinale di impalcato e schema statico di calcolo adottato per la soletta in direzione trasversale.

Il comportamento trasversale è differente a seconda che lo si valuti in corrispondenza delle pile, dove la presenza di un diaframma metallico lo rende schematizzabile come una sezione mista a T con vincolamento esterno isostatico, o che si esegua il calcolo in campata tra un elemento irrigidente e l'altro, dove l'assenza di elementi di vincolamento trasversali permette una schematizzazione che considera la sola soletta in cemento armato con un vincolamento esterno isostatico. Complessivamente il comportamento in campata è intermedio tra quello schematizzabile con la sola soletta in cemento armato vincolata isostaticamente e quello di sezione mista dato che ad interasse pari a 3 m sono presenti degli elementi reticolari come elementi irrigidenti in direzione trasversale.

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, PILA 1} = \frac{\epsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 55330} + \frac{1}{13627 * 3080000}\right)} = 636 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max,TRASVERSALE, PILA 2} = \frac{\epsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 59180} + \frac{1}{13627 * 3080000}\right)} = 677 \text{ kN}$$



$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, PILA 3} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 59180} + \frac{1}{13627 * 3080000}\right)} = 677 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, PILA 4} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 55330} + \frac{1}{13627 * 3080000}\right)} = 636 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, CAMPATA 1} = \varepsilon_{cs} * \left(\frac{E_s * A_c * A_s}{A_c + n_0 * A_s}\right) =$$

$$= 2,34 * 10^{-4} * \left(\frac{210000 * 3388000 * 2575}{280000 + 15,41 * 2575}\right) = 110 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, CAMPATA 2} = \varepsilon_{cs} * \left(\frac{E_s * A_c * A_s}{A_c + n_0 * A_s}\right) =$$

$$= 2,34 * 10^{-4} * \left(\frac{210000 * 280000 * 2575}{280000 + 15,41 * 2575}\right) = 110 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, CAMPATA 3} = \varepsilon_{cs} * \left(\frac{E_s * A_c * A_s}{A_c + n_0 * A_s}\right) =$$

$$= 2,34 * 10^{-4} * \left(\frac{210000 * 280000 * 2575}{280000 + 15,41 * 2575}\right) = 110 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, CAMPATA 4} = \varepsilon_{cs} * \left(\frac{E_s * A_c * A_s}{A_c + n_0 * A_s}\right) =$$

$$= 2,34 * 10^{-4} * \left(\frac{210000 * 280000 * 2575}{280000 + 15,41 * 2575}\right) = 110 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, TRASVERSALE, CAMPATA 5} = \varepsilon_{cs} * \left( \frac{E_s * A_c * A_s}{A_c + n_0 * A_s} \right) =$$

$$= 2,34 * 10^{-4} * \left( \frac{210000 * 280000 * 2575}{280000 + 15,41 * 2575} \right) = 110 \text{ kN}$$

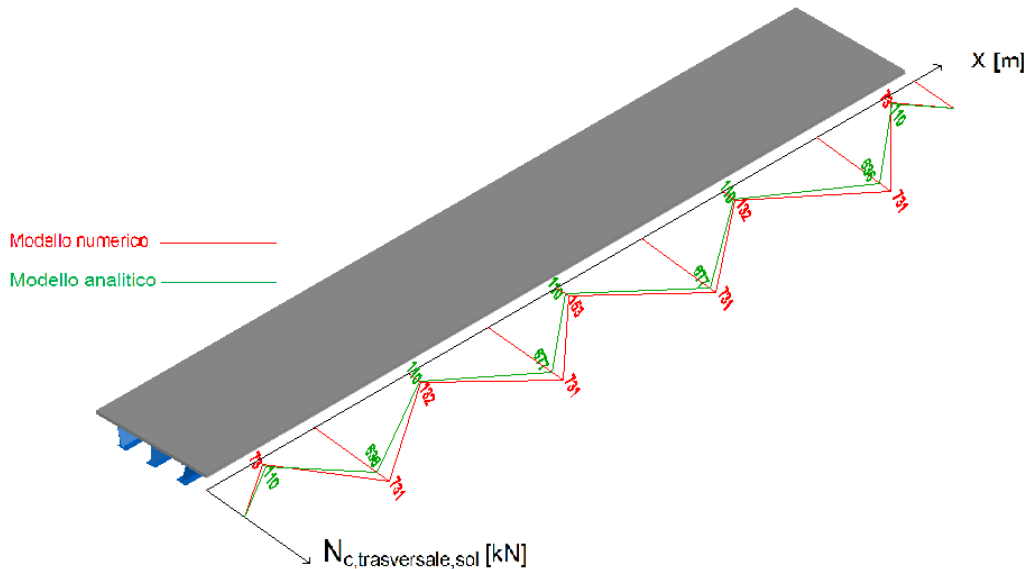


Figura 338 - Andamento degli sforzi di trazione nella soletta ottenuti dal modello sulle sezioni trasversali considerate.

Tabella 98 - Sforzi di trazione in direzione trasversale nella soletta alle varie sezioni prese come riferimento.

conci	$N_{c,trasversale,sol}$ [kN]	$N_{c,trasversale,sol}$ [kN] (con barre equivalenti)
campata1	2	73
pila1	705	705
campata2	2	132
pila2	731	731
campata3	4	153
pila3	731	731
campata4	2	132
pila4	705	705
campata5	2	73

Si osserva che gli sforzi in corrispondenza degli appoggi sono più rilevanti rispetto a quelli in campata; ciò è dovuto alla presenza di diaframmi trasversali costituiti da piatti metallici di irrigidimento in corrispondenza degli appoggi.

Per studiare l'effetto del ritiro in direzione trasversale all'impalcato si sono considerate alcune sezioni di riferimento in corrispondenza degli appoggi e della mezzaria di ciascuna campata. Si è ricavato il valore dello sforzo di trazione che nasce nella soletta in direzione trasversale in corrispondenza delle sezioni longitudinali di riferimento considerate tramite le "Section Cut".

Si è considerato anche un secondo modello in cui si sono inseriti degli elementi FRAME in direzione trasversale in corrispondenza della mezzaria di ciascuna campata aventi una sezione tale da costituire un'unica barre equivalente a tutte le armature trasversali presenti nel tratto considerato di soletta. In tal modo si sono ottenuti valori di sollecitazione trasversale confrontabili con quelli ottenuti dal modello analitico, che infatti tiene conto della presenza delle armature. Si sono quindi assunti i valori ottenuti da questo secondo modello come rappresentativi del modello numerico.

Nella tabella seguente si può osservare l'errore che si commette nella stima effettuata con il modello analitico per ciascuna sezione considerata.

Tabella 99 - Confronto tra gli sforzi di trazione in direzione trasversale nella soletta alle varie sezioni prese come riferimento calcolati con il modello analitico e numerico.

<b>conci</b>	<b><math>N_{c,trasversale,sol}</math> [kN] (da modello numerico)</b>	<b><math>N_{c,trasversale,sol}</math> [kN] (da modello analitico)</b>	<b>Errore [%]</b>
campata1	73	110	34
pila1	705	636	10
campata2	132	110	17
pila2	731	677	7
campata3	153	110	28
pila3	731	677	7
campata4	132	110	17
pila4	705	636	10
campata5	73	110	34

Tabella 100 - Errori medi e massimi in corrispondenza di pile e campate

	<b>Pile</b>	<b>Campate</b>
Errore medio	8,5%	26%
Errore massimo	10%	34%

### 11.5.2 Direzione longitudinale

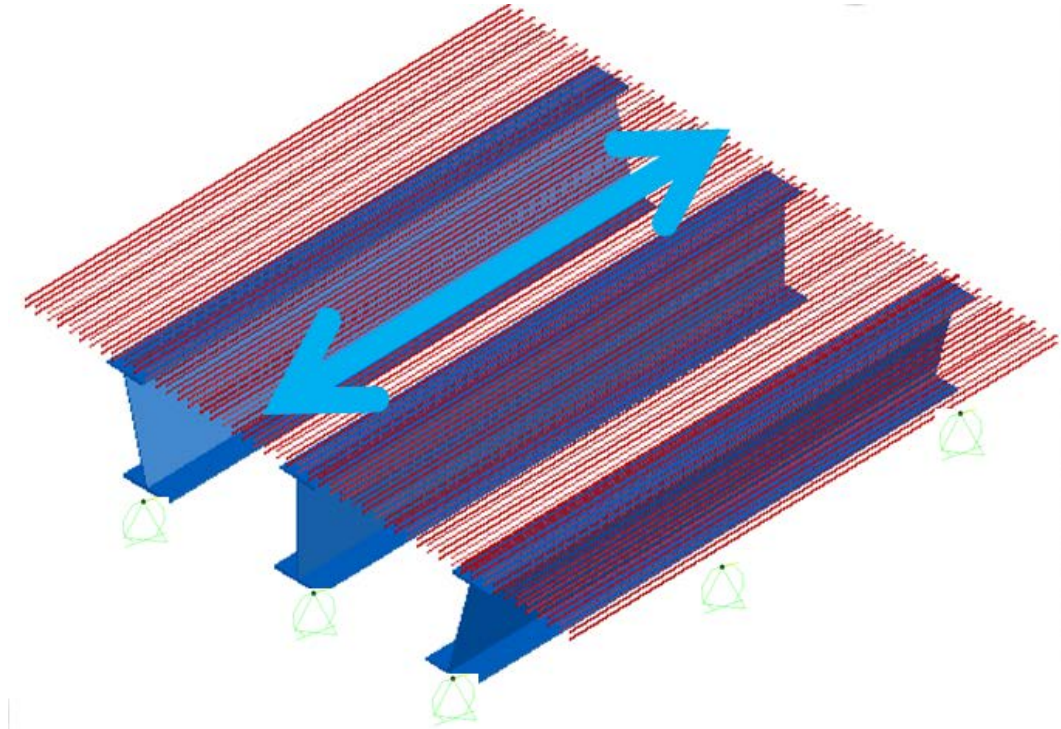


Figura 339 - Carpenteria metallica e armature resistenti in direzione longitudinale.

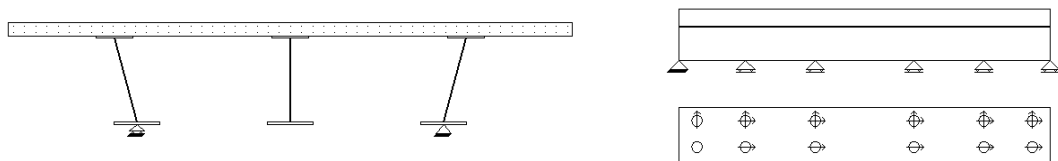


Figura 340 - Sezione trasversale dell'impalcato e disposizione dei vincoli.

Il comportamento in direzione longitudinale è schematizzabile unicamente come quello di un'unica trave a sezione mista considerando il vincolamento esterno isostatico o iperstatico rispettivamente a seconda che si valuti lo sforzo in corrispondenza delle campate o degli appoggi.

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 12,10 m} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{4}{210000 * 211020} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 2094 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 25,10 \text{ m}} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{1}{210000 * 214260} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 5354 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, PILA1} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{1}{210000 * 296760} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 6235 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 36,10 \text{ m}} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{1}{210000 * 293400} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 6205 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 48,85 \text{ m}} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{4}{210000 * 255900} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 2440 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 62,35 \text{ m}} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left( \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left( \frac{2}{210000 * 280320} + \frac{1}{13627 * 3416000} \right)} = 2284 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 75,1 m} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{210000 * 395160} + \frac{1}{13627 * 3416000}\right)} = 6978 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, PILA 2} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{210000 * 403260} + \frac{1}{13627 * 3416000}\right)} = 7029 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 86,10 m} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{1}{210000 * 321120} + \frac{1}{13627 * 3416000}\right)} = 6444 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 98,10 m} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{2}{210000 * 256260} + \frac{1}{13627 * 3416000}\right)} = 2442 \text{ kN}$$

$$N_{aderenza,max, LONGITUDINALE, x = 111,10 m} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}\right)} =$$

$$= \frac{2,34 * 10^{-4}}{\left(\frac{4}{210000 * 246600} + \frac{1}{13627 * 3416000}\right)} = 2370 \text{ kN}$$

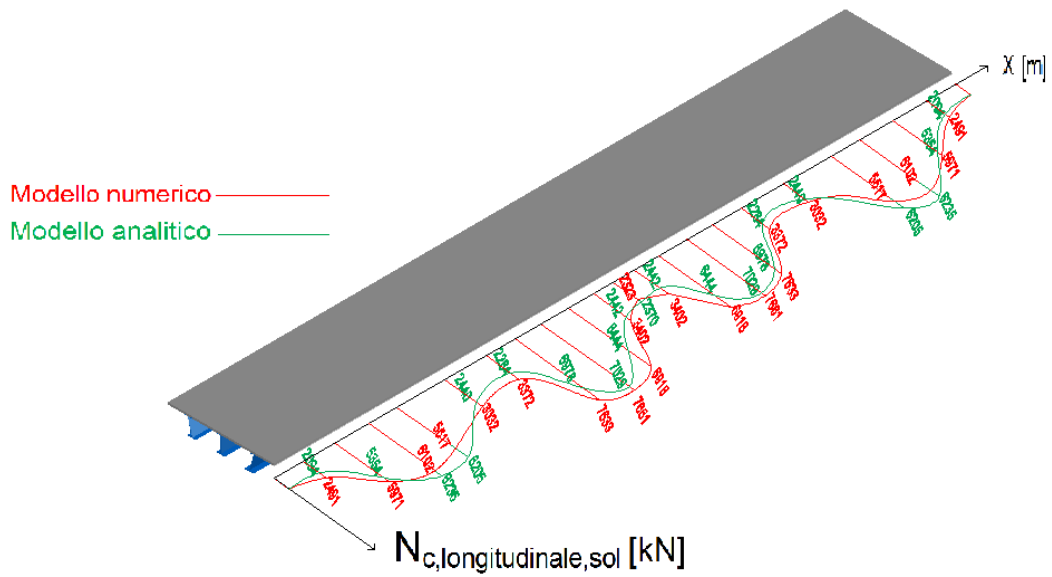


Figura 341 - Andamento longitudinale degli sforzi di trazione nella soletta ottenuti dal modello.

Tabella 101 - Sforzi di trazione in direzione longitudinale nella soletta alle varie sezioni prese come riferimento.

<b>X [m]</b>	<b><math>N_{c,longitudinale,sol}</math> [kN]</b>
12,10	2491
25,10	5971
30,00	6102
36,10	5517
48,85	3032
62,35	3372
75,10	7633
80,00	7661
86,10	6916
98,10	3402
111,10	2323
123,10	3402
135,10	6916
140,00	7661
146,10	7633
158,85	3372
172,35	3032
185,10	5517
190,00	6102
196,10	5971
209,10	2491

Per studiare l'effetto del ritiro in direzione longitudinale all'impalcato si sono considerate diverse sezioni trasversali dell'impalcato, in corrispondenza delle quali tramite le "Section Cut" si sono estratte le sollecitazioni nella soletta, che risulta soggetta ad uno sforzo di trazione variabile lungo lo sviluppo longitudinale attorno ad un valore medio di 4947 kN.

Nella tabella seguente si può osservare l'errore che si commette nella stima effettuata con il modello analitico per ciascuna sezione considerata.

Tabella 102 – Confronto tra gli sforzi di trazione in direzione longitudinale nella soletta alle varie sezioni prese come riferimento calcolati con il modello analitico e numerico.

<b>X [m]</b>	<b>N<sub>c,longitudinale,sol</sub> [kN] (da modello numerico)</b>	<b>N<sub>c,longitudinale,sol</sub> [kN] (da modello analitico)</b>	<b>Errore [%]</b>
12,10	2491	2094	16
25,10	5971	5354	10
30,00	6102	6235	2
36,10	5517	6205	11
48,85	3032	2440	20
62,35	3372	2284	2
75,10	7633	6978	9
80,00	7661	7029	6
86,10	6916	6444	7
98,10	3402	2442	15
111,10	2323	2370	2
123,10	3402	2442	15
135,10	6916	6444	7
140,00	7661	7029	6
146,10	7633	6978	9
158,85	3372	2284	2
172,35	3032	2440	20
185,10	5517	6205	11
190,00	6102	6235	2
196,10	5971	5354	10
209,10	2491	2094	16

Tabella 103 - Errori medi e massimi in corrispondenza di pile e campate

	<b>Pile</b>	<b>Campate</b>
Errore medio	4%	10%
Errore massimo	6%	20%



## 11.6 Azioni di verifica

### 11.6.1 Combinazioni di carico

In accordo con i paragrafi. 2.5.3 e 5.1.3.12 del DM 14/01/2008 si definiscono le seguenti combinazioni delle azioni:

- Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):  

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.1)$$
- Combinazione caratteristica (rara), generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili di cui al § 2.7:  

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.2)$$
- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:  

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.3)$$
- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:  

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.4)$$
- Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E (v. § 3.2):  

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots \quad (2.5.5)$$
- Combinazione eccezionale, impiegata per gli stati limite ultimi connessi alle azioni eccezionali di progetto  $A_d$  (v. § 3.6):  

$$G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots \quad (2.5.6)$$

Nelle combinazioni per SLE, si intende che vengono omessi i carichi  $Q_{kj}$  che danno un contributo favorevole ai fini delle verifiche e, se del caso, i carichi  $G_2$ .

Figura 342 - Combinazioni di carico definite dal D.M. 14/01/2008.

Ai fini della determinazione dei valori caratteristici delle azioni dovute al traffico, si dovranno considerare, generalmente, le combinazioni riportate in Tab. 5.1.IV.

Tabella 5.1.IV – Valori caratteristici delle azioni dovute al traffico

Carichi sulla carreggiata						Carichi su marciapiedi e piste ciclabili
Carichi verticali				Carichi orizzontali		Carichi verticali
Gruppo di azioni	Modello principale (Schemi di carico 1, 2, 3, 4, 6)	Veicoli speciali	Folla (Schema di carico 5)	Frenatura $q_3$	Forza centrifuga $q_4$	Carico uniformemente distribuito
1	Valore caratteristico					Schema di carico 5 con valore di combinazione $2,5 \text{ kN/m}^2$
2 a	Valore frequente			Valore caratteristico		
2 b	Valore frequente				Valore caratteristico	
3 <sup>(*)</sup>						Schema di carico 5 con valore caratteristico $5,0 \text{ kN/m}^2$
4 <sup>(**)</sup>			Schema di carico 5 con valore caratteristico $5,0 \text{ kN/m}^2$			Schema di carico 5 con valore caratteristico $5,0 \text{ kN/m}^2$
5 <sup>(***)</sup>	Da definirsi per il singolo progetto	Valore caratteristico o nominale				

<sup>(\*)</sup> Ponti di 3ª categoria  
<sup>(\*\*)</sup> Da considerare solo se richiesto dal particolare progetto (ad es. ponti in zona urbana)  
<sup>(\*\*\*)</sup> Da considerare solo se si considerano veicoli speciali

La Tab. 5.1.V fornisce i valori dei coefficienti parziali delle azioni da assumere nell'analisi per la determinazione degli effetti delle azioni nelle verifiche agli stati limite ultimi.

Nella Tab. 5.1.V il significato dei simboli è il seguente:

- $\gamma_{G1}$  coefficiente parziale del peso proprio della struttura, del terreno e dell'acqua, quando pertinente;
- $\gamma_{G2}$  coefficiente parziale dei pesi propri degli elementi non strutturali;
- $\gamma_Q$  coefficiente parziale delle azioni variabili da traffico;
- $\gamma_{Qi}$  coefficiente parziale delle azioni variabili.

Il coefficiente parziale della precompressione si assume pari a  $\gamma_P=1$

Altri valori di coefficienti parziali sono riportati nel Cap. 4 con riferimento a particolari azioni specifiche dei diversi materiali.

I valori dei coefficienti  $\psi_{0j}$ ,  $\psi_{1j}$  e  $\psi_{2j}$  per le diverse categorie di azioni sono riportati nella Tab. 5.1.VI.

**Tabella 5.1.VI - Coefficienti  $\psi$  per le azioni variabili per ponti stradali e pedonali**

Azioni	Gruppo di azioni (Tabella 5.1.IV)	Coefficiente $\psi_0$ di combinazione	Coefficiente $\psi_1$ (valori frequenti)	Coefficiente $\psi_2$ (valori quasi permanenti)
Azioni da traffico (Tabella 5.1.IV)	Schema 1 (Carichi tandem)	0,75	0,75	0,0
	Schemi 1, 5 e 6 (Carichi distribuiti)	0,40	0,40	0,0
	Schemi 3 e 4 (carichi concentrati)	0,40	0,40	0,0
	Schema 2	0,0	0,75	0,0
	2	0,0	0,0	0,0
	3	0,0	0,0	0,0
Vento $q_5$	Vento a ponte scarico SLU e SLE	0,6	0,2	0,0
	Esecuzione	0,8	----	0,0
	Vento a ponte carico	0,6		
Neve $q_5$	SLU e SLE	0,0	0,0	0,0
	esecuzione	0,8	0,6	0,5
Temperatura	$T_k$	0,6	0,6	0,5

Per le opere di luce maggiore di 300 m è possibile modificare i coefficienti indicati in tabella previa autorizzazione del Servizio Tecnico Centrale del Ministero delle Infrastrutture, sentito il Consiglio Superiore dei lavori pubblici.

**Tabella 5.1.V - Coefficienti parziali di sicurezza per le combinazioni di carico agli SLU**

		Coefficiente	EQU <sup>(1)</sup>	A1 STR	A2 GEO
Carichi permanenti	favorevoli	$\gamma_{G1}$	0,90	1,00	1,00
	sfavorevoli		1,10	1,35	1,00
Carichi permanenti non strutturali <sup>(2)</sup>	favorevoli	$\gamma_{G2}$	0,00	0,00	0,00
	sfavorevoli		1,50	1,50	1,30
Carichi variabili da traffico	favorevoli	$\gamma_Q$	0,00	0,00	0,00
	sfavorevoli		1,35	1,35	1,15
Carichi variabili	favorevoli	$\gamma_{Qi}$	0,00	0,00	0,00
	sfavorevoli		1,50	1,50	1,30
Distorsioni e presollecitazioni di progetto	favorevoli	$\gamma_{e1}$	0,90	1,00	1,00
	sfavorevoli		1,00 <sup>(3)</sup>	1,00 <sup>(4)</sup>	1,00
Ritiro e viscosità, Variazioni termiche, Cedimenti vincolari	favorevoli	$\gamma_{e2}, \gamma_{e3}, \gamma_{e4}$	0,00	0,00	0,00
	sfavorevoli		1,20	1,20	1,00

<sup>(1)</sup> Equilibrio che non coinvolga i parametri di deformabilità e resistenza del terreno; altrimenti si applicano i valori di GEO.  
<sup>(2)</sup> Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti si potranno adottare gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.  
<sup>(3)</sup> 1,30 per instabilità in strutture con precompressione esterna  
<sup>(4)</sup> 1,20 per effetti locali

Figura 343 - Tabelle fornite dal D.M. 14/01/2008 per la definizione dei coefficienti da adottare nelle combinazioni di carico.

Combinazioni adottate per lo Stato Limite Ultimo:

Combinazione per i carichi mobili:

$$1,35 * (G_1 + G_2) + 1,35 * q_1 + 1,35 * 0,75 * q_8 \pm 1,5 * 0,6 * q_5 + 1,2 * 0,6 * \varepsilon_3$$

Combinazione per la temperatura:

$$1,35 * (G_1 + G_2) + 1,2 * \varepsilon_3 + 1,35 * 0,75 * q_1 + 1,35 * 0,75 * q_8 \pm 1,5 * 0,6 * q_5 + 1,2 * \varepsilon_2$$

Combinazioni adottate per lo Stato Limite di Esercizio:

Combinazione *Quasi Permanente*:

$$(G_1 + G_2) + 1,0 * \varepsilon_2 + 0,5 * \varepsilon_3$$

Tabella 104 - Condizioni di carico elementari.

CONDIZIONI ELEMENTARI DI CARICO		
1) c1	DEAD(Gk <sub>1</sub> )	Peso Proprio Strutturale
2) c2	Neri(Gk <sub>1</sub> )	Peso Proprio Pavimentazione Stradale
3) c3	Barriera(Gk <sub>1</sub> )	Peso Proprio Guard Rails+Barriera
4) c4	Veletta(Gk <sub>1</sub> )	Peso Proprio Impianti+Veletta
5) c5	Wind(Gk <sub>1</sub> )	Azione del Vento
6) c6	Temperatura(ε <sub>1</sub> )	Azione Termica
7) c7	Ritiro(ε <sub>2</sub> )	Azione del Ritiro
8) c8	Traffico(Qk <sub>1</sub> )	Azioni da Traffico Corsia 1
9) c9	Traffico (Qk <sub>1</sub> )	Azioni da Traffico Corsia 2
10) c10	Traffico (Qk <sub>1</sub> )	Azioni da Traffico Corsia 3
11) c11	Traffico (Qk <sub>1</sub> )	Azioni da Traffico Folla
12) c12	Urto veicoli(Q <sub>8</sub> )	Urto veicoli in svio

Tabella 105 - Valori delle azioni da combinare per la sezione L.

SEZIONE L <sub>5</sub>											mobili	ΔT	ritiro	
modello	AZIONE		CARATTERISTICA DI SOLLECITAZIONE							coefficienti parziali di sicurezza		contemporaneità	contemporaneità	contemporaneità
			P	V2	V3	T	M2	M3	favorevoli	sfavorevoli				
			KN	KN	KN	KNm	KNm	KNm						
A	Peso Proprio	g <sub>1</sub>	0	953	0	0,0E+00	0	-11023	1,00	1,35	1	1	1	
B	Δ termico	ε <sub>3</sub>	0,0	-42,5	0,0	-0,1	0,0	3594	0,00	1,20	0,6	1	0,6	
	Carichi Mobili [MAX]	q <sub>1</sub>	0,0	1130,0	0,0	11,0	0,0	1500	0,00	1,35	1	0,75	0,75	
	Carichi Mobili [MIN]	q <sub>1</sub>	0,0	-85,0	0,0	-17,00	0,0	-7822	0,00	1,35	1	0,75	0,75	
	Vento	q <sub>5</sub>							0,00	1,50	0,6	0,6	0,6	
C	Permanenti Portati	g <sub>2</sub>	0,0	362,0	0,0	0,000	0,0	-4066	1,00	1,35	1	1	1	
	Ritiro	ε <sub>2</sub>	-3102,0	-23,9	0,000	0,00	28,00	225	0,00	1,20	1	1	1	

Tabella 106 - Valori delle azioni combinate per la sezione L.

	Comb_max M3 mobili	Comb_min M3 mobili	Comb_max M2 mobili	Comb_min M2 mobili	Comb_max T mobili	Comb_min T mobili	Comb_max V3 mobili	Comb_min V3 mobili	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili	Comb_max P mobili	Comb_min P mobili
A	-11023	-14881	0	0	0	0	0	0	953	1287	0	0
B	4613	-10560	0	0	15	-23	0	0	1526	-145	0	0
C	-4066	-5219	0	34	0	0	0	0	333	460	-3722	-3722

Tabella 107 - Valori delle azioni da combinare per la sezione D.

SEZIONE D <sub>S</sub>										mobili	ΔT	ritiro	
modello	AZIONE		CARATTERISTICA DI SOLLECITAZIONE						coefficienti parziali di sicurezza		contemporaneità	contemporaneità	contemporaneità
			P	V2	V3	T	M2	M3	favorevoli	sfavorevoli	Ψ <sub>0i</sub>	Ψ <sub>0i</sub>	Ψ <sub>0i</sub>
			KN	KN	KN	KNm	KNm	KNm					
A	Peso Proprio	g <sub>1</sub>	0	667	0	0,E+00	0	-5234	1,00	1,35	1	1	1
B	Δ termico	ε <sub>3</sub>	0,0	-240,0	0,0	0,1	0,0	7756	0,00	1,20	0,6	1	0,6
	Carichi Mobili [MAX]	q <sub>1</sub>	0,0	925,0	0,0	9,4	0,0	1643	0,00	1,35	1	0,75	0,75
	Carichi Mobili [MIN]	q <sub>1</sub>	0,0	-68,0	0,0	-15,00	0,0	-5158	0,00	1,35	1	0,75	0,75
	Vento	q <sub>5</sub>							0,00	1,50	0,6	0,6	0,6
C	Permanenti Portati	g <sub>2</sub>	0,0	259,0	0,0	0,000	0,0	-2118	1,00	1,35	1	1	1
	Ritiro	ε <sub>2</sub>	-3119,0	138,0	0,000	-0,11	9,50	-829	0,00	1,20	1	1	1

Tabella 108 - Valori delle azioni combinate per la sezione D.

	Comb_max M3 mobili	Comb_min M3 mobili	Comb_max M2 mobili	Comb_min M2 mobili	Comb_max T mobili	Comb_min T mobili	Comb_max V3 mobili	Comb_min V3 mobili	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili	Comb_max P mobili	Comb_min P mobili
A	-5234	-7066	0	0	0	0	0	0	667	900	0	0
B	7802	-6863	0	0	13	-20	0	0	1249	-265	0	0
C	-2118	-3854	0	11	0	0	0	0	425	515	-3743	-3743

## 11.7 Verifiche

### 11.7.1 Definizione della larghezza efficace della soletta

La larghezza efficace della soletta, per la determinazione della resistenza agli stati limite ultimi e di esercizio, è assunta pari a:

$$b_{eff} = b_0 + \sum b_{ei}$$

dove:

$b_0$  è la distanza fra i centri dei connettori a taglio più esterni;

$b_{ei}$  è il valore della larghezza efficace del calcestruzzo da ogni lato dell'anima, pari a  $L_e/8$  ma non più grande della larghezza geometrica  $b_i$  ( $L_e$  è la distanza approssimativa fra i punti di nullo del momento flettente (luce equivalente) ed è ricavabile dalla figura seguente.

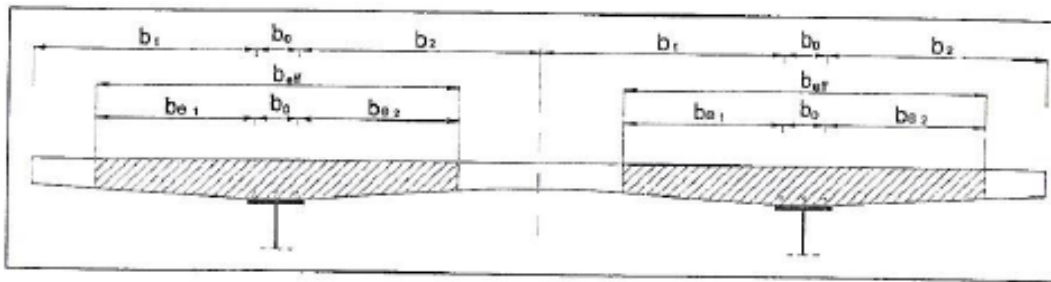


Figura 344 - Larghezza efficace della soletta.

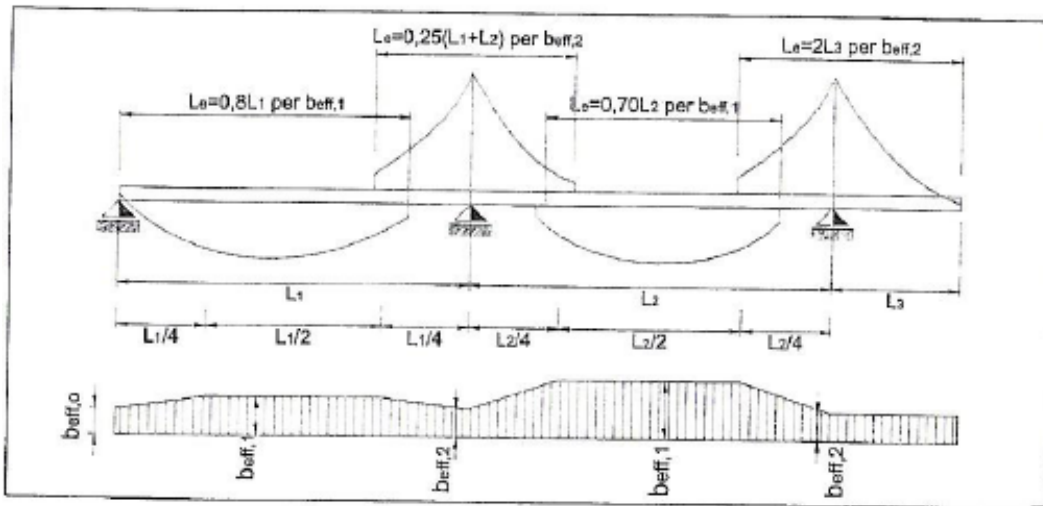


Figura 345 - Luci equivalenti ( $L_e$ ) per il calcolo della larghezza efficace della soletta.

## 11.7.2 Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo

### 11.7.2.1 Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo per tensioni normali

La verifica di resistenza della sezione metallica per le tensioni normali, parallele all'asse della trave, si conduce considerando la sommatoria degli effetti provenienti da differenti stadi di costruzione. Le distribuzioni iniziali delle tensioni possono essere calcolate utilizzando l'area efficace delle flange e lorda dell'anima, e successivamente sommate così da determinare le proprietà efficaci dell'intera sezione e la distribuzione finale delle tensioni, secondo un processo iterativo.

Le caratteristiche geometriche efficaci della sezione trasversale sono ricavate considerando gli effetti dello shear-lag e della stabilità per le parti compresse, e del solo shear-lag per le parti tese. In ogni caso, nelle verifiche allo Stato Limite

Ultimo, le riduzioni per shear-lag delle flange si applicano solo per valori di  $b_0$  maggiori di  $L_e/20$ .

Le parti stabili della sezione trasversale metallica sono determinate applicando alle aree lorde il coefficiente riduttivo  $\rho$ :  $A_{eff} = \rho * A$ . Per tale coefficiente, l'Eurocodice 1993-1-5 propone le seguenti espressioni:

per elementi compressi interni:

$$\rho = 1 \text{ per } \bar{\lambda}_p \leq 0,673;$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \text{ per } \bar{\lambda}_p > 0,673;$$

per elementi compressi sporgenti:

$$\rho = 1 \text{ per } \bar{\lambda}_p \leq 0,748;$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \text{ per } \bar{\lambda}_p > 0,748;$$

in cui la snellezza adimensionalizzata è definita nel modo seguente:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}}{t} \sqrt{k_\sigma}$$

in cui:

$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  è il rapporto tra le tensioni di estremità della sezione;

$$\bar{b} = \begin{cases} b_w & \text{per le anime} \\ b & \text{per gli elementi a piattabanda interni;} \\ c & \text{per le ali sporgenti} \end{cases};$$

è la larghezza pertinente;

$k_\sigma$  è il fattore di imbozzamento corrispondente al rapporto tensionale  $\Psi$  e alle condizioni di vincolo;

$\sigma_{cr}$  è la tensione di instabilità critica elastica del piatto;

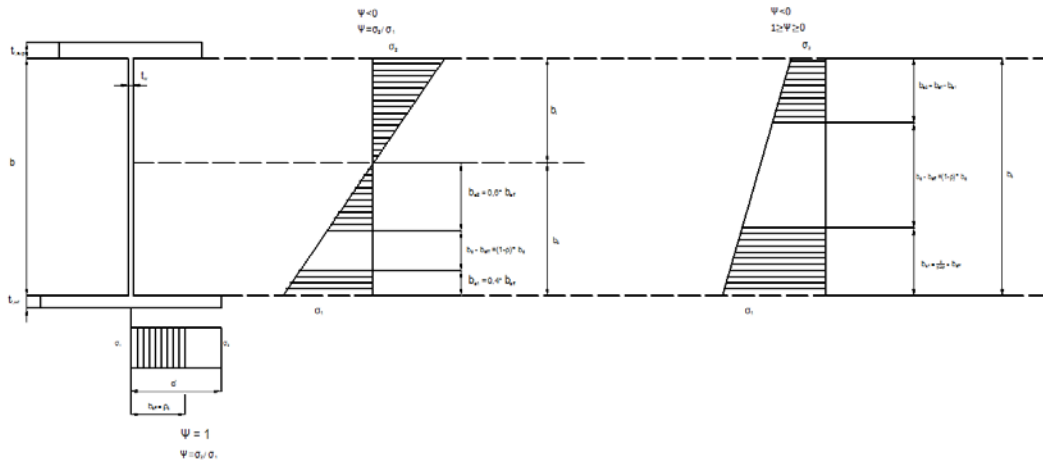


Figura 346 - Definizione delle zone efficaci per elementi compressi interni ed esterni.

Tabella 109 - Prospetto per elementi compressi interni (UNI ENV 1993-1-1).

prospetto 5.3.2 Elementi compressi interni		Distribuzione delle tensioni (compressione positiva)		Larghezza efficace $A_{ef}$		
		$\psi = +1$		$A_{ef} = \rho \cdot \bar{b}$ $A_{s1} = 0,5 A_{ef}$ $A_{s2} = 0,5 A_{ef}$		
		$1 > \psi \geq 0$		$A_{ef} = \rho \cdot \bar{b}$ $A_{s1} = \frac{2 A_{ef}}{3 - \psi}$ $A_{s2} = A_{ef} - A_{s1}$		
		$\psi < 0$		$A_{ef} = \rho A_s = \rho \bar{b} (1 - \psi)$ $A_{s1} = 0,4 A_{ef}$ $A_{s2} = 0,6 A_{ef}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -2$
Coefficiente di imbozzamento $k_{\psi}$	4,0	$\frac{8,2}{1,05 + \psi}$	7,81	$7,81 - 6,29 \psi + 9,78 \psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$
In alternativa, per $1 \geq \psi \geq -1$ :						
$k_{\psi} = \frac{16}{[(1 + \psi)^2 + 0,112(1 - \psi)^2]^{0,5} + (1 + \psi)}$						

Tabella 110 - Prospetto per elementi compressi sporgenti (UNI ENV 1993-1-1).

prospetto 5.3.3 Elementi compressi sporgenti

Distribuzione delle tensioni (compressione positiva)		Larghezza efficace $A_{eff}$			
		$1 > \psi > 0$ $A_{eff} = \rho c$			
		$\psi < 0$ $A_{eff} = \rho A_1 = \rho a(1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	0	-1	+1 > $\psi$ > -1	
Coefficiente di imbozzamento $k_c$	0,43	0,57	0,85	0,57-0,21 $\psi$ +0,07 $\psi^2$	
		$1 > \psi > 0$ $A_{eff} = \rho c$			
		$\psi < 0$ $A_{eff} = \rho A_1 = \rho a(1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_1 / \sigma_2$	+1	1 > $\psi$ > 0	0	0 > $\psi$ > -1	-1
Coefficiente di imbozzamento $k_c$	0,43	0,578 $\psi = 0,34$	1,70	1,7-5 $\psi$ + 17,1 $\psi^2$	23,8

Tabella 111 - Rapporti massimi larghezza-spessore per elementi compressi (UNI EN 1993-1-1).

Internal compression parts						
Class	Part subject to bending	Part subject to compression	Part subject to bending and compression			
Stress distribution in parts (compression positive)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	when $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	when $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Stress distribution in parts (compression positive)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	when $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ when $\psi \leq -1$ : $c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71



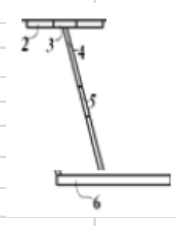
Tabella 112 – Rapporti massimi larghezza-spessore per elementi compressi (UNI EN 1993-1-1).

Outstand flanges						
		Rolled sections		Welded sections		
Class	Part subject to compression	Part subject to bending and compression				
		Tip in compression		Tip in tension		
Stress distribution in parts (compression positive)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
Stress distribution in parts (compression positive)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$ For $k_\sigma$ , see EN 1993-1-5				
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71

Si riportano di seguito i fogli di calcolo impiegati per la verifica delle travi metalliche svolta per la sezione L in corrispondenza della pila 2.

Modello A:

INPUT E CLASSIFICAZIONE SEZIONE - modello A -								
$f_{yk}$	335	N/mm <sup>2</sup>	SOLLECITAZIONI					
$t_{max}$	55	mm	sforzo normale + compressione	momento flettente - trazione longitudinale	momento flettente trasversale	taglio longitudinale	taglio trasversale	torsione
$\epsilon$	0,838		N	$M_3$ [kNm]	$M_2$ [kNm]	$V_2$ [kN]	$V_3$ [kN]	T
$Y_{MO}$	1,05		[kN]	[kNm]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]
$N_{pl,Rd}$	46909	kN						
$N_{ed,comp,max}$	8220	kN						
Non tengo conto della compressione sull'anima			0	-14881	0	1287	0	0
PARTI INTERNE COMPRESSE			PARTI ESTERNE COMPRESSE					
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE			
c	2690	mm	c	2000	mm	c	450	mm
t	19,1551999	mm	t	55	mm	t	45	mm
c/t	140,431842		c/t	36,3636364		c/t	10	
CLASSE 4			CLASSE 4			CLASSE 3		
CLASSE RISULTANTE 4								
<b>N</b> → calcolo dell'area efficace a compressione								
PARTI INTERNE COMPRESSE		PARTI ESTERNE COMPRESSE						
ANIMA		PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE				
$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1			
buckling factor $k_\sigma$	4	buckling factor $k_\sigma$	4	buckling factor $k_\sigma$	0,43			
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	2,952	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	0,764	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,282			
$\rho$ calcolo	0,314	$\rho$ calcolo	0,932	$\rho$ calcolo	0,666			
$\rho$	0,314	$\rho$	0,932	$\rho$	0,666			
$b_{efficace}$ [mm]	843	$b_{efficace}$ [mm]	932	$b_{efficace}$ [mm]	599			
$b_{riduzione}$ [mm]	0	$b_{riduzione}$ [mm]	0	$b_{riduzione}$ [mm]	0			
YG lembo inferiore [mm]	1400	YG lembo inferiore [mm]	27,5	YG lembo inferiore [mm]	2767,5			
<b>M+</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande								
PARTI INTERNE COMPRESSE		PARTI ESTERNE COMPRESSE						
ANIMA		PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE				
$Y_G$	1464 mm	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	-	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1			
J	2,578E+11 mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	-	buckling factor $k_\sigma$	0,43			
$W_{intradosso}$	176072905 mm <sup>3</sup>	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	-	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,282			
$W_{estradosso}$	-194446479 mm <sup>3</sup>	$\rho$ calcolo	-	$\rho$ calcolo	0,666			
$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1 = W_{intradosso} / W_{estradosso}$	-1,10435209	$\rho$	-	$\rho$	0,666			
buckling factor $k_\sigma$	26,68399932	$b_{efficace}$ [mm]	-	$b_{efficace}$ [mm]	599			
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,143	$b_{riduzione}$ [mm]	-	$b_{riduzione}$ [mm]	301			
$\rho$ calcolo	0,795	YG lembo inferiore [mm]	-	YG lembo inferiore [mm]	2767,5			
$\rho$	0,795							
$b_{efficace}$ [mm]	1016	baricentro per calcolo di $W_{eff}$		1464,176237	mm			
$b_{riduzione}$ [mm]	209,3870063	mom. di inerzia per il calcolo di $W_{eff}$		2,57802E+11	mm <sup>4</sup>			
YG lembo inferiore [mm]	2179							
<b>M-</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande								
PARTI INTERNE COMPRESSE		PARTI ESTERNE COMPRESSE						
ANIMA		PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE				
$Y_G$	1464 mm	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1$	-			
J	2,578E+11 mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	4	buckling factor $k_\sigma$	-			
$W_{intradosso}$	176072905 mm <sup>3</sup>	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	0,764	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	-			
$W_{estradosso}$	-194446479 mm <sup>3</sup>	$\rho$ calcolo	0,932	$\rho$ calcolo	-			
$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1 = W_{estradosso} / W_{intradosso}$	-0,90550832	$\rho$	0,932	$\rho$	-			
buckling factor $k_\sigma$	21,52471251	$b_{efficace}$ [mm]	932	$b_{efficace}$ [mm]	-			
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,273	$b_{riduzione}$ [mm]	68	$b_{riduzione}$ [mm]	-			
$\rho$ calcolo	0,715	YG lembo inferiore [mm]	27,5	YG lembo inferiore [mm]	-			
$\rho$	0,715							
$b_{efficace}$ [mm]	1009	baricentro per calcolo di $W_{eff}$		1464,176237	mm			
$b_{riduzione}$ [mm]	455	mom. di inerzia per il calcolo di $W_{eff}$		2,57802E+11	mm <sup>4</sup>			
YG lembo inferiore [mm]	631							

SEZIONE								
elementi che compongono la sezione		L [mm]	t (thickness) [mm]	Area [mm <sup>2</sup> ]	Y <sub>G</sub> lembo inferiore [mm]	d [mm]	J (mom d'inerzia) [mm <sup>4</sup> ]	
soletta collaborante	1	0	280	19792	2956,67	1437,6	40994437023	
piattabanda superiore	2	900	45	40500	2767,5	1248,4	6,31E+10	
riduzione piat sup N	3	0	45	0	2768	-	-	
riduzione piat sup M		0	45	0	0	-1519	0,00E+00	
altezza trave [mm]	2790							
anima	4	2690	18	51527,48774	1400	-119,1	3,18E+10	
riduzione anima N	5	0	19	0	1400	-	-	
riduzione anima M		209	19	-4011	631	-888	-3,18E+09	
piattabanda inferiore	6	1000	55	55000	27,5	-1491,6	1,22382E+11	
riduzione piat inf N	7	0	55	0	27,5	-	-	
riduzione piat inf M		68,28165514	55	-3755,491033	27,5	-1491,6	-8,36E+09	
ARMATURA SOLETTA								
armatura superiore				coefficiente di omogeneizzazione cls-acciaio				
∅	num	A	c	A <sub>cls</sub> (area soletta solo cls)	0	mm <sup>2</sup>		
[mm]		[mm <sup>2</sup> ]	[mm]	A <sub>ideale</sub> (sezione ideale)	118752	mm <sup>2</sup>		
20	42	13195	65	distanza armatura superiore dall'intradosso soletta	215	mm		
				distanza armatura inferiore dall'intradosso soletta	70	mm		
				baricentro soletta y <sub>G</sub>	166,67	mm		
				1/2 lunghezza distribuzione trasversale delle armature	0,00	mm		
armatura inferiore								
∅	num	A	c'					
[mm]		[mm <sup>2</sup> ]	[mm]					
20	21	6597	70					
CARATTERISTICHE GENERALI SEZIONE								
altezza trave H <sub>trave</sub>	2790	mm						
altezza sezione H	2790	mm						
Area sezione omogenizzata totale (soletta → acciai)	166820	mm <sup>2</sup>						
Area sezione omogenizzata EFFICACE (soletta → acciai)	166820	mm <sup>2</sup>						
baricentro sezione totale	1464	mm						
baricentro sezione EFFICACE	1519	mm						
momento d'inerzia sezione totale	2,578E+11	mm <sup>4</sup>						
momento d'inerzia sezione EFFICACE	2,47E+11	mm <sup>4</sup>						
ECCENTRICITA sez. totale-efficace	-55	mm						
								
CARATTERISTICHE SEZIONE IMPLEMENTATE NEL CODICE DI CALCOLO								
A <sub>totale</sub>	Y <sub>G</sub> totale	Y <sub>G</sub> totale	J longitudinale	J trasversale	α inclinazione anima	Ω	J <sub>torsionale</sub>	Peso trave
[m <sup>2</sup> ]	INTRADOSO [m]	ESTRADOSO [m]	[m <sup>4</sup> ]	[m <sup>4</sup> ]	[deg]	[m <sup>2</sup> ]	sezione APERTA [m <sup>4</sup> ]	[kN/m]
0,167	1,464	1,326	0,258	0,231	20	9,56	8,84E-05	13,10
MODULI DI RESISTENZA A LIVELLO DELLE FIBRE CONSIDERATE E STATO TENSIONALE								
	Y <sub>fibra</sub> posizione rispetto al baricentro	W <sub>eff</sub> modulo di resistenza efficace	A <sub>eff</sub> area efficace	σ <sub>My</sub> (M3)	σ <sub>Mz</sub> (M2)	σ <sub>N</sub> (N1)	τ <sub>v</sub> (V2)	τ* <sub>z</sub> (T) tensione tangenziale dovuta alla torsione
	mm	mm <sup>3</sup>	mm <sup>2</sup>	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
FIBRA 1	1519	162445690	166820	-91,61	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 2	1464	168548067	166820	-88,29	0,00	0,00	25,0	0,0
FIBRA 3	-1226	-201299127	166820	73,92	0,00	0,00	25,0	0,0
FIBRA 4	-1271	-194171511	166820	76,64	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 4 cls	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 5 arm inf	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 6 arm sup	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 7	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0

Modello B:

INPUT E CLASSIFICAZIONE SEZIONE - modello B - sezione composta acciaio-calcestruzzo a breve termine							
$f_{yk}$	335	N/mm <sup>2</sup>	SOLLECITAZIONI				
t max	55	mm	sforzo normale	momento	momento	taglio	
$\epsilon$	0,838		+ compressione	flettente	flettente	longitudinale	
YMO	1,05		- trazione	longitudinale	trasversale	taglio trasversale	
$N_{pl,Rd}$	46909	kN	N	M <sub>3</sub> [kNm]	M <sub>2</sub>	V <sub>2</sub>	
$N_{ed,comp,max}$	8220	kN	[kN]	[kNm]	[kNm]	V <sub>3</sub>	
						T	
			0	-10560	0	-145	
						0	
						-23	
PARTI INTERNE COMPRESSE			PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE		
c	2690	mm	c	2000	mm	c	450
t	19,1551999	mm	t	55	mm	t	45
c/t	140,431842		c/t	36,3636364		c/t	10
CLASSE	4		CLASSE	4		CLASSE	3
<b>CLASSE RISULTANTE 4</b>							
<b>N</b> → calcolo dell'area efficace a compressione							
PARTI INTERNE COMPRESSE			PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1		$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1		$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1
buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	0,43
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	2,952		$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	0,764		$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,282
$\rho$ calcolo	0,314		$\rho$ calcolo	0,932		$\rho$ calcolo	0,666
$\rho$	0,314		$\rho$	0,932		$\rho$	0,666
$b_{efficace}$	[mm]	843	$b_{efficace}$	[mm]	932	$b_{efficace}$	[mm]
$b_{riduzione}$	[mm]	0	$b_{riduzione}$	[mm]	0	$b_{riduzione}$	[mm]
YG lembo inferiore	[mm]	1400	YG lembo inferiore	[mm]	27,5	YG lembo inferiore	[mm]
							2767,5
<b>M +</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande							
PARTI INTERNE COMPRESSE			PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE		
Y <sub>G</sub>	2238	mm	$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	-		$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1
J	4,4383E+12	mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	-		buckling factor $k_\sigma$	0,43
W <sub>intradosso</sub>	1982957006	mm <sup>3</sup>	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	-		$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,282
W <sub>estradosso</sub>	-8,044E+09	mm <sup>3</sup>	$\rho$ calcolo	-		$\rho$ calcolo	0,666
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1 = W_{intradosso} / W_{estradosso}$	-4,05653561		$\rho$	-		$\rho$	0,666
buckling factor $k_\sigma$	194,2602149		$b_{efficace}$	[mm]	-	$b_{efficace}$	[mm]
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	0,424		$b_{riduzione}$	[mm]	-	$b_{riduzione}$	[mm]
$\rho$ calcolo	1,000		YG lembo inferiore	[mm]	-	YG lembo inferiore	[mm]
$\rho$	1,000						2767,5
$b_{efficace}$	[mm]	532	baricentro per calcolo di W <sub>eff</sub>		2238,238831	mm	
$b_{riduzione}$	[mm]	0	mom. di inerzia per il calcolo di W <sub>eff</sub>		4,43833E+12	mm <sup>4</sup>	
YG lembo inferiore	[mm]	2557					
<b>M -</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande							
PARTI INTERNE COMPRESSE			PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE		PIATTABANDA SUPERIORE		
Y <sub>G</sub>	2238	mm	$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1		$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	-
J	4,4383E+12	mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	-
W <sub>intradosso</sub>	1982957006	mm <sup>3</sup>	$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	0,764		$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	-
W <sub>estradosso</sub>	-8,044E+09	mm <sup>3</sup>	$\rho$ calcolo	0,932		$\rho$ calcolo	-
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1 = W_{estradosso} / W_{intradosso}$	-0,24651577		$\rho$	0,932		$\rho$	-
buckling factor $k_\sigma$	9,954915036		$b_{efficace}$	[mm]	932	$b_{efficace}$	[mm]
$\lambda_p = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2}$	1,871		$b_{riduzione}$	[mm]	68	$b_{riduzione}$	[mm]
$\rho$ calcolo	0,491		YG lembo inferiore	[mm]	27,5	YG lembo inferiore	[mm]
$\rho$	0,491						-
$b_{efficace}$	[mm]	1060	baricentro per calcolo di W <sub>eff</sub>		2238,238831	mm	
$b_{riduzione}$	[mm]	1178	mom. di inerzia per il calcolo di W <sub>eff</sub>		4,43833E+12	mm <sup>4</sup>	
YG lembo inferiore	[mm]	1013					

SEZIONE								
elementi che compongono la sezione		L soletta collaborante [mm]	t (thickness) [mm]	Area [mm <sup>2</sup> ]	y <sub>G</sub> lembo inferiore [mm]	d [mm]	J (mom d'inerzia) [mm <sup>4</sup> ]	
soletta collaborante	1	4000	280	206459	2932,56	584,4	72396877535	
piattabanda superiore	2	900	45	40500	2767,5	419,4	7,13E+09	
riduzione piat sup N	3	0	45	0	2768	-	-	
riduzione piat sup M	3	0	45	0	0	-2348	0,00E+00	
anima	4	2690	18	51527,48774	1400	-948,1	7,74E+10	
riduzione anima N	5	0	19	0	1400	-	-	
riduzione anima M	5	1178	19	-22570	1013	-1335	-4,28E+10	
piattabanda inferiore	6	1000	55	55000	27,5	-2320,6	2,96208E+11	
riduzione piat inf N	7	0	55	0	27,5	-	-	
riduzione piat inf M	7	68,28165514	55	-3755,491033	27,5	-2320,6	-2,02E+10	
ARMATURA SOLETTA								
armatura superiore				coefficiente di omogeneizzazione cls-acciaio				6
∅ [mm]	num	A [mm <sup>2</sup> ]	c [mm]	A <sub>cls</sub> (area soletta solo cls)	1120000		mm <sup>2</sup>	
20	42	13195	65	A <sub>ideale</sub> (sezione ideale)	1238752		mm <sup>2</sup>	
				distanza armatura superiore dall'intradosso soletta	215		mm	
				distanza armatura inferiore dall'intradosso soletta	70		mm	
armatura inferiore				baricentro soletta y <sub>G</sub>	142,56		mm	
∅ [mm]	num	A [mm <sup>2</sup> ]	c' [mm]	1/2 lunghezza distribuzione trasversale delle armature	6100,00		mm	
20	21	6597	70					
CARATTERISTICHE GENERALI SEZIONE								
altezza trave H <sub>trave</sub>	2790	mm						
altezza sezione H	3070	mm						
Area sezione omogeneizzata totale (soletta → acciaio)	353486	mm <sup>2</sup>						
Area sezione omogeneizzata EFFICACE (soletta → acciaio)	353486	mm <sup>2</sup>						
baricentro sezione totale	4476	mm						
baricentro sezione EFFICACE	2348	mm						
momento d'inerzia sezione totale	4,4383E+12	mm <sup>4</sup>						
momento d'inerzia sezione EFFICACE	3,90E+11	mm <sup>4</sup>						
ECCENTRICITA sez. totale-efficace	-2128	mm						
CARATTERISTICHE SEZIONE IMPLEMENTATE NEL CODICE DI CALCOLO								
A <sub>totale</sub> [m <sup>2</sup> ]	Y <sub>G</sub> totale INTRADOSO [m]	Y <sub>G</sub> totale ESTRAD. cassone [m]	J <sub>longitudinale</sub> [m <sup>4</sup> ]	J <sub>trasversale</sub> [m <sup>4</sup> ]	α inclinazione anima [deg]	J <sub>torsionale</sub> sezione APERTA [m <sup>4</sup> ]		
0,353	4,476	-1,686	4,438	3,762	20	2,94E-02		
MODULI DI RESISTENZA A LIVELLO DELLE FIBRE CONSIDERATE E STATO TENSIONALE								
	y <sub>fibra</sub> posizione rispetto al baricentro [mm]	W <sub>eff</sub> modulo di resistenza efficace [mm <sup>3</sup> ]	A <sub>eff</sub> area efficace [mm <sup>2</sup> ]	σ <sub>My</sub> (M3) [MPa]	σ <sub>Mz</sub> (M2) [MPa]	σ <sub>N</sub> (N1) [MPa]	τ <sub>v</sub> (v2) [MPa]	t* <sub>z</sub> (τ) tensione tangenziale dovuta alla torsione [MPa]
FIBRA 1	2348	166116458,8	353486	-63,57	0,00	0,00	0,0	-0,0379
FIBRA 2	2293	170100700,7	353486	-62,08	0,00	0,00	-2,8	-0,0379
FIBRA 3	-397	-982863427	353486	10,74	0,00	0,00	-2,8	-0,0379
FIBRA 4	-442	-882767530	353486	11,96	0,00	0,00	0,0	-0,0983
FIBRA 4 cls	-442	-882767530	353486	1,99	0,00	0,00	0,0	-0,0983
FIBRA 5 arm inf	-512	-762044780	353486	13,86	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 6 arm sup	-657	-593826766	353486	17,78	0,00	0,00	0,0	0,0
FIBRA 7	-722	-540355895	353486	3,26	0,00	0,00	0,0	0,0

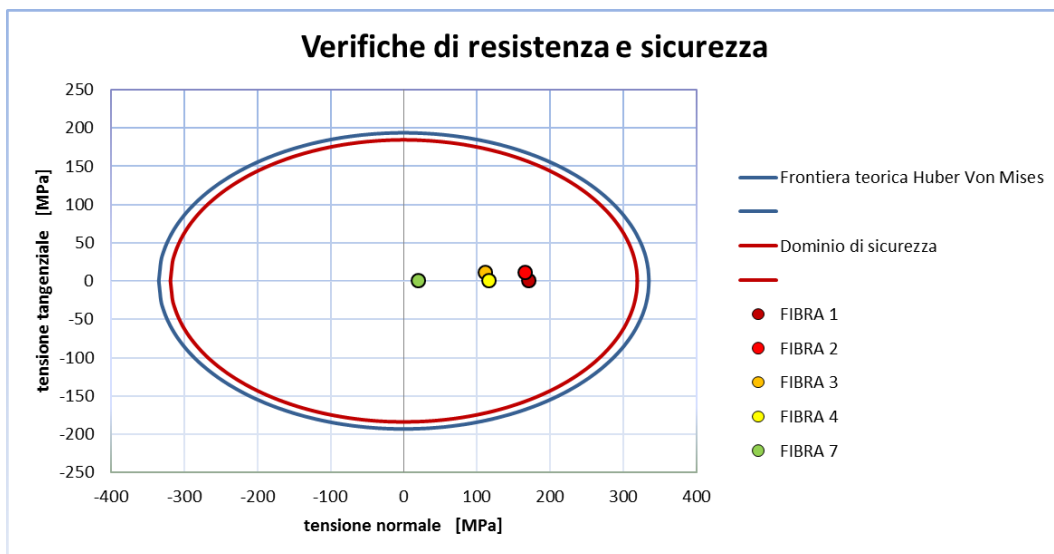
Modello C:

INPUT E CLASSIFICAZIONE SEZIONE - modello C - sezione composta acciaio-calcestruzzo a lungo termine									
$f_{yk}$	335	N/mm <sup>2</sup>	SOLLECITAZIONI						
$t_{max}$	55	mm	sfuerzo normale + compressione	momento flettente longitudinale	momento flettente trasversale	taglio longitudinale	taglio trasversale	torsione	
$\epsilon$	0,838		- trazione	$M_3$ [kNm]	$M_2$	$V_2$	$V_3$	$T$	
$Y_{MO}$	1,05		N	[kNm]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]	
$N_{pl,Rd}$	46909	kN							
$N_{ed,comp,max}$	8220	kN	[kN]	[kNm]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]	
L'anima è tenso inflessa			-3722	-5219	34	460	0	0	
PARTI INTERNE COMPRESSE					PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE			PIATTABANDA SUPERIORE			
$c$	2690	mm	$c$	2000	mm	$c$	450	mm	
$t$	19,1551999	mm	$t$	55	mm	$t$	45	mm	
$c/t$	140,431842		$c/t$	36,3636364		$c/t$	10		
CLASSE 4			CLASSE 4			CLASSE 3			
<b>CLASSE RISULTANTE 4</b>									
<b>N</b> → calcolo dell'area efficace a compressione									
PARTI INTERNE COMPRESSE					PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE			PIATTABANDA SUPERIORE			
$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	1		$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	1		$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	1		
buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	0,43		
$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	2,952		$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	0,764		$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	1,282		
$\rho_{calcolo}$	0,314		$\rho_{calcolo}$	0,932		$\rho_{calcolo}$	0,666		
$\rho$	0,314		$\rho$	0,932		$\rho$	0,666		
$b_{efficace}$ [mm]	843		$b_{efficace}$ [mm]	932		$b_{efficace}$ [mm]	599		
$b_{riduzione}$ [mm]	0		$b_{riduzione}$ [mm]	0		$b_{riduzione}$ [mm]	0		
YG lembo inferiore [mm]	1400		YG lembo inferiore [mm]	27,5		YG lembo inferiore [mm]	2767,5		
<b>M+</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande									
PARTI INTERNE COMPRESSE					PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE			PIATTABANDA SUPERIORE			
$Y_G$	1897	mm	$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	-		$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	1		
$J$	2,4337E+12	mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	-		buckling factor $k_\sigma$	0,43		
$W_{intradosso}$	1282597018	mm <sup>3</sup>	$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	-		$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	1,282		
$W_{estradosso}$	-2,727E+09	mm <sup>3</sup>	$\rho_{calcolo}$	-		$\rho_{calcolo}$	0,666		
$\Psi=\sigma_2/\sigma_1=W_{intradosso}/W_{estradosso}$	-2,12587498		$\rho$	-		$\rho$	0,666		
buckling factor $k_\sigma$	65,3809421		$b_{efficace}$ [mm]	-		$b_{efficace}$ [mm]	599		
$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	0,730		$b_{riduzione}$ [mm]	-		$b_{riduzione}$ [mm]	0		
$\rho_{calcolo}$	1,279		YG lembo inferiore [mm]	-		YG lembo inferiore [mm]	2767,5		
$\rho$	1,000								
$b_{efficace}$ [mm]	861								
$b_{riduzione}$ [mm]	0								
YG lembo inferiore [mm]	1381								
					baricentro per calcolo di $W_{eff}$		1897,449908		mm
					mom. di inerzia per il calcolo di $W_{eff}$		2,43366E+12		mm <sup>4</sup>
<b>M-</b> → calcolo del modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande									
PARTI INTERNE COMPRESSE					PARTI ESTERNE COMPRESSE				
ANIMA			PIATTABANDA INFERIORE			PIATTABANDA SUPERIORE			
$Y_G$	1897	mm	$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	1		$\Psi=\sigma_2/\sigma_1$	-		
$J$	2,4337E+12	mm <sup>4</sup>	buckling factor $k_\sigma$	4		buckling factor $k_\sigma$	-		
$W_{intradosso}$	1282597018	mm <sup>3</sup>	$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	0,764		$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	-		
$W_{estradosso}$	-2,727E+09	mm <sup>3</sup>	$\rho_{calcolo}$	0,932		$\rho_{calcolo}$	-		
$\Psi=\sigma_2/\sigma_1=W_{estradosso}/W_{intradosso}$	-0,47039455		$\rho$	0,932		$\rho$	-		
buckling factor $k_\sigma$	12,93281239		$b_{efficace}$ [mm]	932		$b_{efficace}$ [mm]	-		
$\lambda_p=(f_y/\sigma_{cr})^{1/2}$	1,642		$b_{riduzione}$ [mm]	68		$b_{riduzione}$ [mm]	-		
$\rho_{calcolo}$	0,558		YG lembo inferiore [mm]	27,5		YG lembo inferiore [mm]	-		
$\rho$	0,558								
$b_{efficace}$ [mm]	1020								
$b_{riduzione}$ [mm]	878								
YG lembo inferiore [mm]	847								
					baricentro per calcolo di $W_{eff}$		1897,449908		mm
					mom. di inerzia per il calcolo di $W_{eff}$		2,43366E+12		mm <sup>4</sup>

SEZIONE								
elementi che compongono la sezione		L soletta collaborante [mm]	t (thickness) [mm]	Area [mm <sup>2</sup> ]	Y <sub>G</sub> lembo inferiore [mm]	d [mm]	J (mom d'inerzia) [mm <sup>4</sup> ]	
soletta collaborante	1	4000	280	89792	2935,88	924,3	78028389178	
piattabanda superiore	2	900	45	40500	2767,5	755,9	2,31E+10	
riduzione piat sup N	3	0	45	0	2768	-	-	
riduzione piat sup M		0	45	0	0	-2012	0,00E+00	
anima	4	2690	18	51527,48774	1400	-611,6	5,03E+10	
riduzione anima N	5	0	19	0	1400	-	-	
riduzione anima M		878	19	-16809	847	-1165	-2,39E+10	
piattabanda inferiore	6	1000	55	55000	27,5	-1984,1	2,16528E+11	
riduzione piat inf N	7	0	55	0	27,5	-	-	
riduzione piat inf M		68,28165514	55	-3755,491033	27,5	-1984,1	-1,48E+10	
ARMATURA SOLETTA								
armatura superiore				coefficiente di omogeneizzazione cls-acciaio <b>16</b>				
∅	num	A	c	A <sub>cls</sub> (area soletta solo cls)	1120000	mm <sup>2</sup>		
[mm]	[mm]	[mm <sup>2</sup> ]	[mm]	A <sub>ideale</sub> (sezione ideale)	1436673	mm <sup>2</sup>		
20	42	13195	65	distanza armatura superiore dall'intradosso soletta	215	mm		
				distanza armatura inferiore dall'intradosso soletta	70	mm		
				baricentro soletta y <sub>G</sub>	145,88	mm		
				1/2 lunghezza distribuzione trasversale delle armature	6100,00	mm		
CARATTERISTICHE GENERALI SEZIONE								
altezza trave H <sub>trave</sub>	2790	mm						
altezza sezione H	3070	mm						
Area sezione omogeneizzata totale (soletta → acciaio)	236820	mm <sup>2</sup>						
Area sezione omogeneizzata EFFICACE (soletta → acciaio)	236820	mm <sup>2</sup>						
baricentro sezione totale	3795	mm						
baricentro sezione EFFICACE	2012	mm						
momento d'inerzia sezione totale	2,4337E+12	mm <sup>4</sup>						
momento d'inerzia sezione EFFICACE	3,29E+11	mm <sup>4</sup>						
ECCENTRICITA sez. totale-efficace	-1783	mm						
CARATTERISTICHE SEZIONE IMPLEMENTATE NEL CODICE DI CALCOLO								
A <sub>totale</sub>	Y <sub>G</sub> totale	Y <sub>G</sub> totale	J <sub>longitudinale</sub>	J <sub>trasversale</sub>	α inclinazione anima	Ω	J <sub>torsionale</sub>	
[m <sup>2</sup> ]	INTRADOSSO [m]	ESTRAD, cassone [m]	[m <sup>4</sup> ]	[m <sup>4</sup> ]	[deg]	[m <sup>2</sup> ]	sezione APERTA [m <sup>4</sup> ]	
0,237	3,795	-1,005	2,434	3,111	20	9,56	2,94E-02	
MODULI DI RESISTENZA A LIVELLO DELLE FIBRE CONSIDERATE E STATO TENSIONALE								
	Y <sub>fibra</sub> posizione rispetto al baricentro	W <sub>eff</sub> modulo di resistenza efficace	A <sub>eff</sub> area efficace	σ <sub>My</sub> (M3)	σ <sub>Mz</sub> (M2)	σ <sub>N</sub> (N1)	τ <sub>v</sub> (V2)	τ* <sub>z</sub> (T) tensione tangenziale dovuta alla torsione
	mm	mm <sup>3</sup>	mm <sup>2</sup>	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
FIBRA 1	2012	163740045	236820	-31,87	0,00	15,72	0,0	0,0
FIBRA 2	1957	168342790,1	236820	-31,00	0,00	15,72	8,9	0,0
FIBRA 3	-733	-449107815	236820	11,62	0,00	15,72	8,9	0,0
FIBRA 4	-778	-423144697	236820	12,33	0,00	15,72	0,0	0,0
FIBRA 4 cls	-778	-423144697	236820	0,77	0,00	0,98	0,0	0,0
FIBRA 5 arm inf	-848	-388232024	236820	13,44	0,00	15,72	0,0	0,0
FIBRA 6 arm sup	-993	-331564728	236820	15,74	0,00	15,72	0,0	0,0
FIBRA 7	-1058	-311202312	236820	1,05	0,00	15,72	0,0	0,0

	modello A - solo cassone metallico			modello B - breve termine			modello C - lungo termine		
	$\sigma_{x,Ed}$ [MPa]	$\sigma_{z,Ed}$ [MPa]	$\tau_{Ed}$ [MPa]	$\sigma_{x,Ed}$ [MPa]	$\sigma_{z,Ed}$ [MPa]	$\tau_{Ed}$ [MPa]	$\sigma_{x,Ed}$ [MPa]	$\sigma_{z,Ed}$ [MPa]	$\tau_{Ed}$ [MPa]
FIBRA 1	-91,61	0,00	0,00	-63,57	0,00	0,00	-16,16	0,00	0,00
FIBRA 2	-88,29	0,00	24,98	-62,08	0,00	2,85	-15,29	0,00	8,93
FIBRA 3	73,92	0,00	24,98	10,74	0,00	2,85	27,34	0,00	8,93
FIBRA 4	76,64	0,00	0,00	11,96	0,00	0,04	28,05	0,00	0,00
FIBRA 4 cls	0,00	0,00	0,00	1,99	0,00	0,04	1,75	0,00	0,00
FIBRA 5 arm inf	0,00	0,00	0,00	13,86	0,00	0,00	29,16	0,00	0,00
FIBRA 6 arm sup	0,00	0,00	0,00	17,78	0,00	0,00	31,46	0,00	0,00
FIBRA 7	0,00	0,00	0,00	3,26	0,00	0,00	16,76	0,00	0,00

VERIFICA		
$\sigma_{ideale}$ [MPa]	LIMITE [MPa]	
171,33	319,05	VERIFICATO
177,47	319,05	VERIFICATO
128,84	319,05	VERIFICATO
116,65	319,05	VERIFICATO
3,75	319,05	VERIFICATO
43,02	319,05	VERIFICATO
49,24	319,05	VERIFICATO
20,02	319,05	VERIFICATO





Nei fogli di calcolo riportati in precedenza sono stati implementati i seguenti parametri:

**$M^+$   $\Rightarrow$  Calcolo modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande**

Parametri per il calcolo di  $W_{eff}$ :

$$y_{G,efficace} = (A_{sol} * y_{G,sol,lembo\ inf} + A_{piatt\ sup} * y_{G,piatt\ sup,lembo\ inf} + A_{riduz,piatt\ sup} * y_{G,piatt\ sup,lembo\ inf} + A_{anima} * y_{G,anima,lembo\ inf} + A_{piatt\ inf} * y_{G,piatt\ inf,lembo\ inf}) * 1 / (A_{sol} + A_{piatt\ sup} + A_{riduz,piatt\ sup} + A_{anima} + A_{piatt\ inf})$$

$$J_{efficace} =$$

$$= J_{tot\ sez} - \left( \frac{L_{piatt\ sup} * t_{piatt\ sup}^3}{12} - L_{piatt\ sup} * t_{piatt\ sup} * \left( H_{trave} - y_{G,efficace} - \frac{t_{piatt\ sup}}{2} \right) \right)$$

**$M^-$   $\Rightarrow$  Calcolo modulo di resistenza efficace a flessione per l'anima e a compressione per le piattabande**

Parametri per il calcolo di  $W_{eff}$ :

$$y_{G,efficace} = (A_{sol} * y_{G,sol,lembo\ inf} + A_{piatt\ sup} * y_{G,piatt\ sup,lembo\ inf} + A_{anima} * y_{G,anima,lembo\ inf} + A_{piatt\ inf} * y_{G,piatt\ inf,lembo\ inf} + A_{riduz,piatt\ inf} * y_{G,piatt\ inf,lembo\ inf}) * 1 / (A_{sol} + A_{piatt\ sup} + A_{anima} + A_{piatt\ inf} + A_{riduz,piatt\ inf})$$

$$J_{efficace} =$$

$$= J_{tot\ sez} - \left( \frac{L_{piatt\ inf} * t_{piatt\ inf}^3}{12} - L_{piatt\ inf} * t_{piatt\ inf} * \left( y_{G,efficace} - \frac{t_{piatt\ inf}}{2} \right) \right)$$

**Caratteristiche generali della sezione**

$$A_{tot, sez omogeniz} = A_{ideale sol} + A_{piatt sup} + A_{anima} + A_{piatt inf}$$

$$A_{efficace, sez omogeniz} =$$

$$= A_{ideale sol} + A_{piatt sup} + A_{riduz, piatt sup} + A_{anima} + A_{riduz, anima} + A_{piatt inf} \\ + A_{riduz, piatt inf}$$

$$y_{G, tot} \\ = \frac{A_{ideale sol} * y_{G, sol, lembo inf} + A_{piatt sup} * y_{G, piatt sup, lembo inf} + A_{anima} * y_{G, anima, lembo inf} + A_{piatt inf} * y_{G, piatt inf, lembo inf}}{A_{tot, sez omogeniz}}$$

$$y_{G, efficace} = \left( A_{ideale sol} * y_{G, sol, lembo inf} + A_{piatt sup} * y_{G, piatt sup, lembo inf} \right. \\ \left. + A_{riduz, piatt sup} * y_{G, piatt sup, lembo inf} + A_{anima} * y_{G, anima, lembo inf} \right. \\ \left. + A_{riduz, anima} * y_{G, riduz, anima, lembo inf} + A_{piatt inf} * y_{G, piatt inf, lembo inf} \right. \\ \left. + A_{riduz, piatt inf} * y_{G, piatt inf, lembo inf} \right) \\ * \left( \frac{1}{A_{ideale sol} + A_{piatt sup} + A_{riduz, piatt sup} + A_{anima} + A_{riduz, anima} + A_{piatt inf} + A_{riduz, piatt inf}} \right)$$

$$J_{tot, sez} = \frac{1}{n} \frac{L_{sol} * t_{sol}^3}{12} + \frac{L_{sol} * t_{sol}}{n} * \left( \frac{t_{sol}}{2} + H_{trave} - y_{G, tot} \right)^2 + A_{arm sup} \\ * \left( d_{intr sol} + H_{trave} - y_{G, tot} \right)^2 + A_{arm inf} \\ * \left( d_{intr sol} + H_{trave} - y_{G, tot} \right)^2 + \frac{L_{piatt sup} * t_{piatt sup}^3}{12} + L_{piatt sup} \\ * t_{piatt sup} * \left( y_{G, lembo inf} - y_{G, tot} \right)^2 + \frac{L_{anima} * t_{anima}^3}{12} + L_{anima} \\ * t_{anima} * \left( y_{G, lembo inf} - y_{G, tot} \right)^2 + \frac{L_{piatt inf} * t_{piatt inf}^3}{12} \\ + L_{piatt inf} * t_{piatt inf} * \left( y_{G, lembo inf} - y_{G, tot} \right)^2$$

$$J_{efficace} = J_{sol} + J_{piatt sup} - J_{riduz, piatt sup} + J_{anima} - J_{riduz, anima} + J_{piatt inf} \\ - J_{riduz, piatt inf}$$

$$e = y_{G,tot} - y_{G,efficace}$$

**Caratteristiche della sezione implementate nel codice di calcolo**

$$A_{tot} = A_{tot,sez omogeniz}$$

$$y_{G,tot,intradosso} = y_{G,tot}$$

$$y_{G,tot,estradosso} = H_{trave} - y_{G,tot,intradosso}$$

$$J_{longitudinale} = J_{tot,sez}$$

$$J_{trasversale} = \frac{1}{n} \frac{t_{sol} * \left(\frac{1}{2} \text{lunghezza di distribuz trasv arm}\right)^3}{3} + \frac{t_{piatt sup} * L_{piatt sup}^3}{3} + A_{piatt sup} (L_{piatt inf} + L_{anima} * \tan\alpha)^2 + \frac{t_{piatt inf} * L_{piatt inf}^3}{3} + \frac{L_{anima} * \frac{t_{anima}}{\sin(90 - \alpha)}}{12} + A_{anima} * L_{piatt inf}^2$$

$$J_{torsionale} = \frac{1}{3} \left( L_{piatt inf} * t_{piatt inf}^3 + L_{piatt sup} * t_{piatt sup}^3 + \frac{L_{anima}}{\sin(90 - \alpha)} * t_{anima}^3 \right)$$

$$\text{Peso trave} = \gamma_{acciaio} * A_{tot}$$

**Moduli di resistenza al livello delle fibre considerate e stato tensionale**

$M_y = M_3 =$  momento flettente longitudinale

$M_z = M_2 =$  momento flettente trasversale

<b>Fibra</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
$\gamma_{rispetto\ al\ b}$	$\gamma_{G,efficace}$	$\gamma_{G,efficace} - t_{piatt\ inf}$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave} + t_{piatt\ sup}$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave}$
$W_{efficace}$	$\frac{J_{efficace}}{\gamma_{rispetto\ al\ baricentro}}$			
$A_{efficace}$	$A_{efficace, sez\ omogeniz}$			
$\sigma_{M_y}$	$\begin{cases} \frac{M_y}{W_{efficace}} & se\ N \leq 0 \\ \frac{M_y + N * e}{W_{efficace}} & se\ N > 0 \end{cases}$			
$\sigma_{M_z}$	$\begin{cases} P & se\ M_y > 0 \\ Q & se\ M_y \leq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} P * \frac{t_{anima}}{\sin(90 - \alpha)} & se\ M_y > 0 \\ Q * \frac{t_{anima}}{\sin(90 - \alpha)} & se\ M_y \leq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} R & se\ M_y > 0 \\ S & se\ M_y \leq 0 \end{cases}$	
$\sigma_N$	$\frac{N}{A_{efficace}}$			
$\tau$	0	$\frac{V_y}{L_{anima} * \frac{t_{anima}}{\sin\alpha}}$		0
$\tau_{tors}$	$\frac{T * L_{anima} * t_{anima}}{J_{torsionale}}$			$\left(\frac{T * L_{anima} * t_{anima}}{J_{torsionale}}\right) * \frac{1}{n}$

<b>Fibra</b>	<b>4_cls</b>	<b>5_armat ura inf</b>	<b>6_armatura sup</b>	<b>7</b>
$\gamma_{rispetto\ al\ b}$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave}$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave} - c'$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave} - dist\ arm\ sup\ da\ intradosso\ sol$	$\gamma_{G,efficace} - H_{trave} - t_{sol}$
$W_{efficace}$	$\frac{J_{efficace}}{\gamma_{rispetto\ al\ baricentro}}$			
$A_{efficace}$	$A_{efficace, sez\ omogeniz}$			
$\sigma_{M_y}$	$\left(\frac{M_y}{W_{efficace}} \quad se\ N \leq 0\right) * \frac{1}{n}$ $\left(\frac{M_y + N * e}{W_{efficace}} \quad se\ N > 0\right) * \frac{1}{n}$		$\begin{cases} \frac{M_y}{W_{efficace}} & se\ N \leq 0 \\ \frac{M_y + N * e}{W_{efficace}} & se\ N > 0 \end{cases}$	
$\sigma_{M_z}$	$\left(\begin{matrix} R & se\ M_y > 0 \\ S & se\ M_y \leq 0 \end{matrix}\right) * \frac{1}{n}$	0	0	0
$\sigma_N$	$\left(\frac{N}{A_{efficace}}\right) * \frac{1}{n}$	$\frac{N}{A_{efficace}}$		
$\tau$	0	0	0	0
$\tau_{tors}$	$\left(\frac{T * L_{anima} * t_{anima}}{J_{torsionale}}\right) * \frac{1}{n}$	0	0	0

Dove:

$$P = \frac{M_z}{J_{trav,efficace}} * x_{G,sez}$$

$$Q = -\frac{M_z}{J_{trav,efficace}} * x_{G,sez}$$

$$R = \frac{M_z}{J_{trav,efficace}} * (x_{G,sez} + L_{anima} * \tan\alpha)$$

$$S = -\frac{M_z}{J_{trav,efficace}} * (x_{G,sez} + L_{anima} * \tan\alpha)$$

### 11.7.2.2 Verifica di resistenza della connessione a pioli soletta-trave metallica

La resistenza a taglio di progetto di un piolo munito di testa saldata in modo automatico, con collare di saldatura normale, può essere determinata in base al minore dei seguenti valori:

$$P_{Rd} = \min(P_{Rd,a}; P_{Rd,c})$$

dove:

$P_{Rd,a}$  è la resistenza dei dispositivi di connessione (crisi lato acciaio):

$$P_{Rd,a} = 0,8 * f_u * \left( \pi * \frac{\phi^2}{4} \right) * \frac{1}{\gamma_v}$$

$P_{Rd,c}$  è la resistenza del calcestruzzo della soletta (crisi lato calcestruzzo):

$$P_{Rd,c} = \frac{0,29 * \alpha * \phi^2 * \sqrt{f_{ck} * E_c}}{\gamma_v}$$

in cui:

$$\alpha = \begin{cases} 0,2 * \left[ \frac{h}{\phi} + 1 \right] & \text{per } 3 \leq \frac{h}{\phi} \leq 4 \\ 1 & \text{per } \frac{h}{\phi} \geq 4 \end{cases} ;$$

$h$  è l'altezza del piolo;

$\phi$  è il diametro del piolo;

$f_u$  è la resistenza ultima a trazione del materiale del piolo;

$f_{ck}$  è la resistenza cilindrica caratteristica del calcestruzzo in MPa;

$\gamma_v$  è il coefficiente di sicurezza, che si assume pari a 1,25.

Nel caso specifico:

$$\begin{aligned}
 P_{Rd} &= \min(P_{Rd,a}; P_{Rd,c}) = \\
 &= \min \left[ 0,8 * f_u * \left( \pi * \frac{\phi^2}{4} \right) * \frac{1}{\gamma_v}; \frac{0,29 * \alpha * \phi^2 * \sqrt{f_{ck} * E_c}}{\gamma_v} \right] = \\
 &= \min \left[ 0,8 * 450 * \left( \pi * \frac{26^2}{4} \right) * \frac{1}{1,25}; \frac{0,29 * 1 * 26^2 * \sqrt{0,83 * 45 * 36283}}{1,25} \right] = \\
 &= \min(153; 183) = 153 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

La resistenza a taglio di ciascun piolo è assunta quindi pari a 153 kN.

Complessivamente, per metro di sviluppo longitudinale dell'impalcato, la resistenza a taglio complessiva della piolatura risulta pari a:

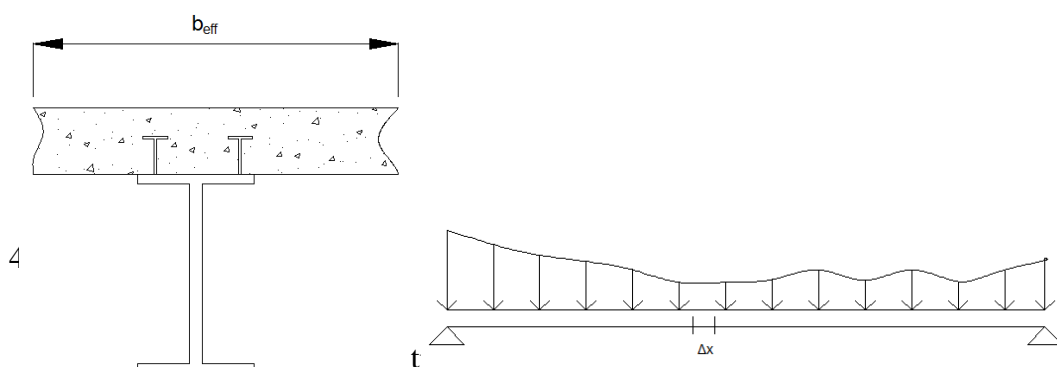
$$T_{res} = n. \text{pioli} * n. \text{file di pioli in } 1 \text{ m} * P_{Rd} = 4 * 5 * 153 = 3060 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

La verifica dello stato limite ultimo di collegamento presuppone che lo sforzo di scorrimento  $Q_d$  agente su ciascun dispositivo di collegamento risulti non maggiore della resistenza di calcolo del dispositivo stesso. Nelle verifiche a seguire lo sforzo di scorrimento  $Q_d$  è stato calcolato con riferimento alle caratteristiche geometriche e inerziali di ciascuna delle sezioni di calcolo. Tuttavia nelle sezioni dove si verifica fessurazione del calcestruzzo (sezioni in corrispondenza degli appoggi) il taglio longitudinale per unità di lunghezza verrà determinato con riferimento al momento statico e d'inerzia della sezione interamente reagente ossia della sezione equivalente di

acciaio calcolata assumendo che il calcestruzzo in trazione sia non fessurato ed utilizzando il relativo modulo di omogeneizzazione dipendente dal carico.

Analogo discorso per le restanti sezioni in cui non avviene fessurazione della soletta.

Le sollecitazioni che comportano scorrimento tra anima e soletta sono state ricavate dai modelli. Si precisa che in presenza di connettori si ha un comportamento unitario della sezione composta, ovvero è valida l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane anche nella configurazione deformata. Per la determinazione dell'azione di scorrimento si deve considerare il seguente funzionamento della sezione composta.



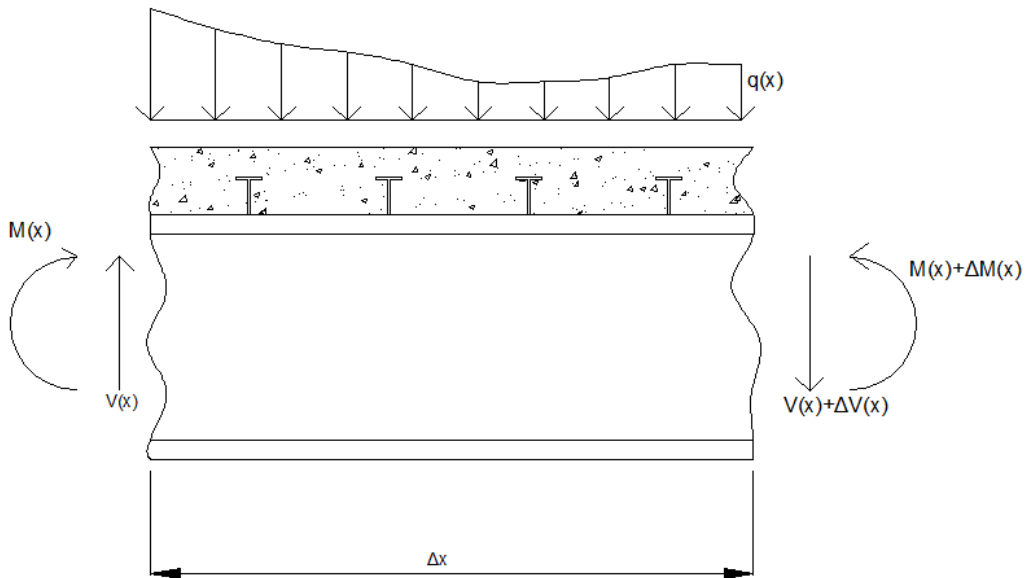


Figura 348 - Equilibrio alla rotazione del concio.

Assumendo  $q(x) = q = cost$  si può scrivere l'equilibrio alla rotazione nel modo seguente:

$$M + (V + \Delta V) * \Delta x + q * \Delta x * \frac{\Delta x}{2} = M + \Delta M$$

$$\Rightarrow V = \frac{\Delta M}{\Delta x}$$

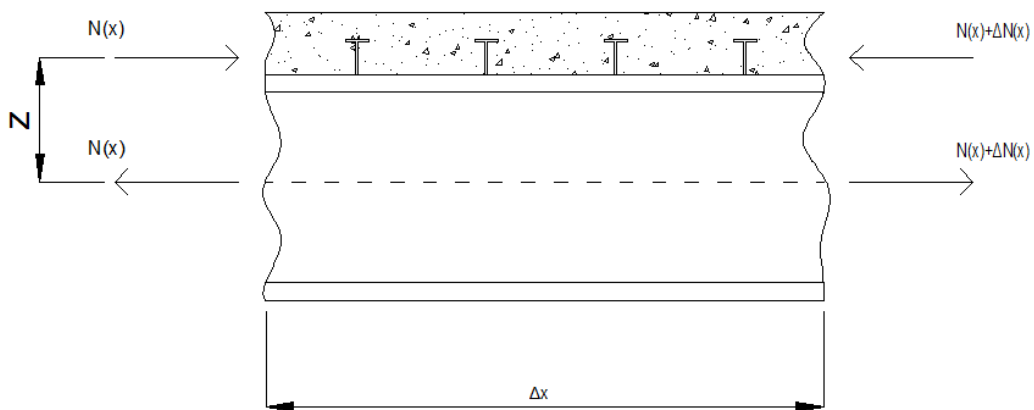


Figura 349 - Equilibrio alla traslazione orizzontale del concio.

$$M = N * z$$

$$\Delta M = \Delta N * z$$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V * \Delta x}{z}$$

Si è così definito lo sforzo di scorrimento che tende a far scorrere la soletta in calcestruzzo e l'ala superiore della trave metallica; tale sforzo nasce per la presenza di un'aliquota variazionale del momento flettente ( $\Delta M$ ).

Si isola la soletta e si mette in evidenza il meccanismo resistente che si instaura per resistere allo sforzo di scorrimento:

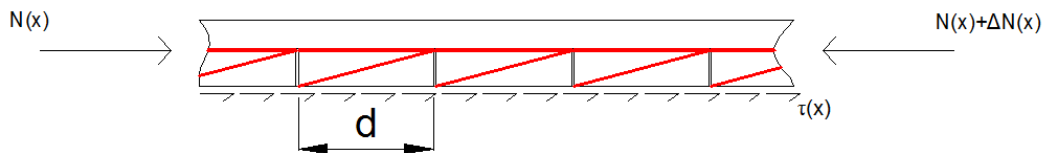


Figura 350 - Meccanismo resistente che si instaura all'interno della soletta per resistere allo scorrimento.

$$\tau * b * \Delta x = \Delta N$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{V}{b * z} = \frac{V * S}{b * J}$$

dove  $b$  è la larghezza dell'ala superiore della trave metallica.

Le tensioni tangenziali rappresentano le azioni esplicitate dall'ala superiore della trave sulla soletta per opporsi allo scorrimento; esse si trasferiscono al calcestruzzo della soletta tramite le saldature dei pioli all'ala superiore della trave e poi con l'instaurarsi di un meccanismo a traliccio alla Ritter-Morsh nel calcestruzzo della soletta. Secondo questo meccanismo la risultante delle tensioni tangenziali entra alla base del piolo e deve arrivare alla quota di applicazione dello sforzo  $\Delta N$  (circa a metà della soletta).

Il gambo di ogni piolo deve quindi resistere a recisione ed il calcestruzzo attorno al piolo deve resistere a rifollamento.

Si può osservare lo schema che garantisce l'equilibrio tra le forze focalizzando l'attenzione sul tratto di soletta compreso tra due piolo consecutivi:



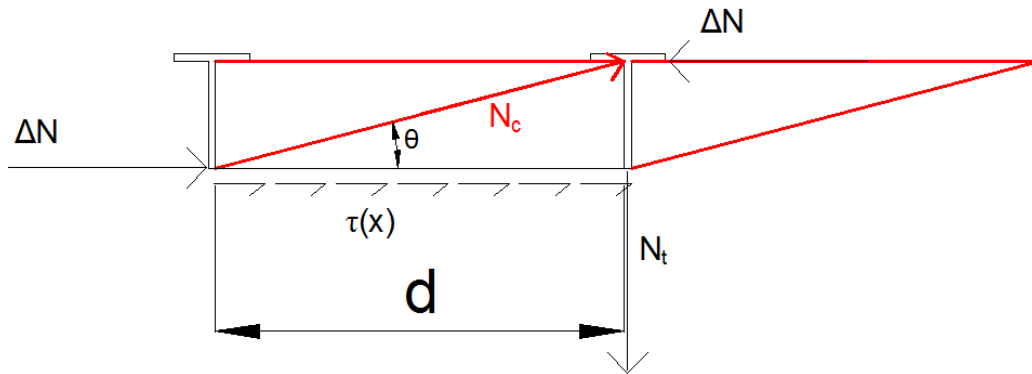


Figura 351 - Schema per la costruzione del poligono delle forze che garantisce l'equilibrio.

$$N_t = \Delta N * \tan\theta = \frac{V * \Delta x}{z} * \tan\theta$$

$$N_c = \frac{\Delta N}{\cos\theta} = \frac{V * \Delta x}{z} * \frac{1}{\cos\theta}$$

Secondo tale meccanismo resistente i pioli sono soggetti a trazione; dunque è importante che i pioli abbiano la testa larga e rigida e che la testa si trovi ad una quota maggiore del baricentro della zona compressa (cioè circa più in alto della mezzeria della soletta). Solo rispettando queste condizioni si può ritenere che si instauri il meccanismo resistente a traliccio, che è un modo per impedire lo scorrimento tra soletta e ala superiore della trave, ovvero di garantire il rispetto della conservazione delle sezioni piane.

Ai fini del calcolo, con riferimento al meccanismo precedentemente illustrato, si è considerata una striscia lunga 1 m ( $\Delta x = 1 \text{ m}$ ) e un'inclinazione dei puntoni compressi pari a  $45^\circ$  ( $\theta = 45^\circ$ ).

Tabella 113 - Scorrimento unitario di calcolo in corrispondenza delle sezioni di verifica.

SEZIONE A															
MODELLO	AZIONE		V2 [kN]	coefficienti parziali di sicurezza		mobili		ΔT		ritiro		Sforzo di taglio di calcolo V <sub>e</sub> [kN/m]	z [m]	scorrimento unitario di calcolo q <sub>e</sub> [kN/m]	
				favorevoli	sfavorevoli	ψ <sub>0</sub>	ψ <sub>1</sub>	ψ <sub>2</sub>	ψ <sub>3</sub>	Comb. max V2 mobili	Comb. min V2 mobili			Comb. max V2 mobili	Comb. min V2 mobili
A	Peso Proprio	g <sub>1</sub>	88	1,00	1,35	1	1	1			119	88	0,84	100	74
	Δ termico	e <sub>3</sub>	-274,5	0,00	1,20	0,6	1	0,6							
B	Carichi Mobili [MAX]	q <sub>1</sub>	136,4	0,00	1,35	1	1	0,75			184	-960		155	-806
	Carichi Mobili [MIN]	q <sub>1</sub>	-564,6	0,00	1,35	1	1	0,75							
C	Permanenti Portati	g <sub>2</sub>	-7,1	1,00	1,35	1	1	1			181	179		152	150
	Ritiro	e <sub>2</sub>	156,8	0,00	1,20	1	1	1							

SEZIONE D															
MODELLO	AZIONE		V2 [kN]	coefficienti parziali di sicurezza		mobili		ΔT		ritiro		Sforzo di taglio di calcolo q <sub>e</sub> [kN/m]	z [m]	scorrimento unitario di calcolo q <sub>e</sub> [kN/m]	
				favorevoli	sfavorevoli	ψ <sub>0</sub>	ψ <sub>1</sub>	ψ <sub>2</sub>	ψ <sub>3</sub>	Comb. max V2 mobili	Comb. min V2 mobili			Comb. max V2 mobili	Comb. min V2 mobili
A	Peso Proprio	g <sub>1</sub>	786	1,00	1,35	1	1	1			1060	786	1,165	1235	915
	Δ termico	e <sub>3</sub>	-281,7	0,00	1,20	0,6	1	0,6							
B	Carichi Mobili [MAX]	q <sub>1</sub>	1075,8	0,00	1,35	1	1	0,75			1452	-284		1692	-331
	Carichi Mobili [MIN]	q <sub>1</sub>	-59,9	0,00	1,35	1	1	0,75							
C	Permanenti Portati	g <sub>2</sub>	305,4	1,00	1,35	1	1	1			500	607		583	707
	Ritiro	e <sub>2</sub>	162,4	0,00	1,20	1	1	1							

SEZIONE L														
MODELLO	AZIONE		V2 [kN]	coefficienti parziali di sicurezza		mobilità		ritiro		Sforzo di taglio di calcolo qe [kN/m]		z [m]	scorrimento unitario di calcolo qe [kN/m]	
				favorevoli	sfavorevoli	$\psi_{0i}$	$\psi_{0e}$	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili			
A	Peso Proprio	$G_1$	1121	1,00	1,35	1	1	1	1	1514	1121	1,485	2248	1665
	$\Delta$ termico	$E_3$	-50,0	0,00	1,20	0,6	1	1	0,6					
B	Carichi Mobili [MAX]	$Q_1$	1355,9	0,00	1,35	1	1	1	0,75	1831	-137	1,485	2718	-204
	Carichi Mobili [MIN]	$Q_1$	-75,0	0,00	1,35	1	1	1	0,75					
C	Permanenti Portati	$G_2$	425,7	1,00	1,35	1	1	1	1	392	541	1,485	582	803
	Ritiro	$E_2$	-28,1	0,00	1,20	1	1	1	1					

SEZIONE O														
MODELLO	AZIONE		V2 [kN]	coefficienti parziali di sicurezza		mobilità		ritiro		Sforzo di taglio di calcolo qe [kN/m]		z [m]	scorrimento unitario di calcolo qe [kN/m]	
				favorevoli	sfavorevoli	$\psi_{0i}$	$\psi_{0e}$	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili	Comb_max V2 mobili	Comb_min V2 mobili			
A	Peso Proprio	$G_1$	33	1,00	1,35	1	1	1	1	45	33	1,04	46	34
B	$\Delta$ termico	$E_3$	-7,5	0,00	1,20	0,6	1	1	0,6					
	Carichi Mobili [MAX]	$Q_1$	305,0	0,00	1,35	1	1	1	0,75	412	-786		428	-817
C	Carichi Mobili [MIN]	$Q_1$	-577,9	0,00	1,35	1	1	1	0,75					
	Permanenti Portati	$G_2$	-33,2	1,00	1,35	1	1	1	1	-34	-45	1,04	-35	-47
	Ritiro	$E_2$	-0,4	0,00	1,20	1	1	1	1					

Le sezioni risultano dunque tutte verificate.

Si osserva come le sollecitazioni derivanti dal ritiro siano tutt'altro che trascurabili ai fini della determinazione della resistenza necessaria che la piolatura deve garantire al fine di evitare lo scorrimento tra soletta e flangia superiore delle travi metalliche.

## **12 Principali innovazioni nella costruzione dei ponti composti**

Le principali innovazioni introdotte nella concezione e costruzione dei ponti a struttura composta riguardano:

- nuovi tipi di acciai e di prodotti
- tecniche costruttive della soletta
- nuove tipologie di impalcato.

### **12.1 Nuovi tipi di acciaio e di prodotti**

#### **12.1.1 Acciai ad alta resistenza saldabili**

Nella costruzione dei ponti i requisiti di saldabilità e resilienza (resistenza alla rottura fragile) sono parametri molto importanti, in particolare quando si devono eseguire in cantiere le saldature di testa di piatti di notevole spessore.

L'impiego di nuove e più sofisticate attrezzature per la lavorazione dell'acciaio ha permesso di mettere a punto processi di laminazione in grado di ottenere direttamente le proprietà meccaniche delle lamiere di forte spessore senza dover ricorrere a ulteriori trattamenti termici. Gli acciai prodotti con questo metodo di lavorazione vengono detti "acciai termomeccanici". In pratica l'utilizzo di acciai termomeccanici (TM), rispetto a quelli normalizzati (N), presenta il duplice vantaggio di poter avere maggiori resistenze meccaniche abbinate a migliori caratteristiche di saldabilità (ad es. possibilità di eliminare il preriscaldamento).

#### **12.1.2 Piatti a spessore variabile**

Le lamiere a spessore variabile o lamiere profilate nel senso della lunghezza sono lamiere il cui spessore varia nella direzione del senso della laminazione. La realizzazione di queste lamiere richiede un dispositivo di serraggio forte e veloce ed una complessa regolazione di spessore che consenta di ottenere una regolazione continua dello scartamento dei cilindri in funzione dell'avanzamento delle lamiere da laminare.

La soluzione tradizionale per la realizzazione delle piattabande consiste nel saldare di testa dei piatti di spessore differente in modo da ottenere un andamento "a scalini" del momento resistente che approssimi nel migliore dei modi il diagramma del momento flettente dovuto alle azioni esterne.

L'utilizzo di lamiere a spessore variabile consente di seguire in maniera ottimale le curve del momento flettente ottenendo quindi un risparmio sulla quantità di acciaio.

Oltre al risparmio di materiale rispetto alla soluzione tradizionale (che in genere viene compensato dal maggior costo delle lamiere a spessore variabile) l'impiego delle lamiere a spessore variabile presenta i seguenti vantaggi:

- notevole riduzione del numero delle saldature di testa delle piattabande e delle anime; in pratica le saldature di testa si riducono a quelle da eseguire in cantiere per l'assemblaggio dei tronconi di carpenteria metallica;
- spostamento delle saldature al di fuori delle zone maggiormente sollecitate con conseguente riduzione dei problemi connessi alla verifica a fatica;
- miglioramento dell'estetica dell'opera d'arte.

## 12.2 Tecniche costruttive della soletta

In un ponte a sezione composta la fessurazione della soletta nelle zone di momento negativo fa parte del funzionamento naturale. Salvo casi particolari in cui tramite precompressione o cedimento degli appoggi si voglia mantenere la soletta sempre compressa, l'obiettivo di una corretta progettazione è quello di "controllare" la fessurazione tramite:

- verifica dell'apertura massima delle fessure;
- limitazione dell'intensità della fessurazione, caratterizzata dalla lunghezza totale della zona fessurata e dalla somma delle ampiezze delle singole fessure per metro lineare di soletta nella zona fessurata.

Mentre il controllo dell'apertura delle fessure viene effettuato con il calcolo delle armature longitudinali, la necessità di limitare la tensione di trazione nel calcestruzzo in modo da ridurre l'intensità della fessurazione durante le fasi costruttive ha stimolato la ricerca di nuovi sistemi di realizzazione della soletta. Tra i sistemi più utilizzati vi sono i seguenti:

- getto in opera a tratti non consecutivi su casseri mobili;
- realizzazione a tratti consecutivi con posa in opera "a spinta";
- prefabbricazione di conci.

Il problema della fessurazione delle solette nei ponti a sezione composta acciaio-calcestruzzo durante le fasi costruttive è stato messo in evidenza da recenti studi basati su indagini molto estese condotte su impalcati continui di nuova costruzione (Krauss e Rogalla, 1996). Sulla base di misure in situ e in laboratorio è stato rilevato l'alto stato tensionale di trazione che si sviluppa in soletta durante la costruzione. Tutti gli autori concordano che la fessurazione prematura delle solette è conseguenza sia delle sequenze di getto adottate, sia del comportamento del calcestruzzo alle brevi stagionature, e cioè del ritiro endogeno e della riduzione di volume per raffreddamento nelle fasi successive alla presa (ritiro termico).

### 12.2.1 Getto in opera ai tratti non consecutivi su casseri mobili

Al fine di limitare le tensioni sul calcestruzzo durante la realizzazione della soletta il getto del calcestruzzo viene effettuato a tratti non consecutivi di 12-15 m di lunghezza, eseguendo dapprima il getto dei “blocchi” ubicati nelle zone di campata e di estremità e successivamente quelli a cavallo degli appoggi. (Dezi et al., 2003). Questo sistema rispetto al getto a tratti consecutivi, richiede un maggior onere per la movimentazione dei casseri ma ha il vantaggio di limitare in maniera significativa le tensioni di trazione sul calcestruzzo nelle zone in prossimità degli appoggi intermedi.

Una variante a tale metodo consiste nel gettare la soletta a tratti consecutivi rendendo immediatamente solidali alla struttura metallica solo i blocchi delle zone di campata. In corrispondenza dei blocchi a cavallo delle zone di appoggio vengono lasciate delle apposite tasche (dove sono ubicati i pioli) per la successiva connessione alla struttura metallica da eseguirsi con un getto integrativo dopo il completamento dell'intera soletta.

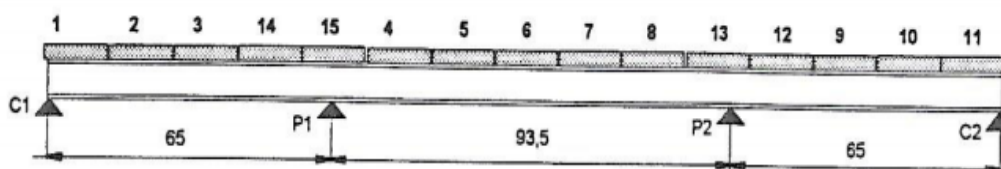


Figura 352 - Sequenze di getto della soletta.

### 12.2.2 Realizzazione di tratti consecutivi con posa in opera “a spinta”

La soletta è realizzata in cantiere a tratti consecutivi in un'area situata all'estremità dell'opera (cioè dietro una delle due spalle); al termine della realizzazione di ciascun tratto la soletta viene fatta avanzare facendola scorrere sopra la struttura metallica. La continuità delle armature lente tra un blocco di soletta ed il successivo è assicurata dalla sovrapposizione alternata delle barre longitudinali. Una volta posizionata l'intera soletta si esegue il getto di collegamento con la struttura metallica.

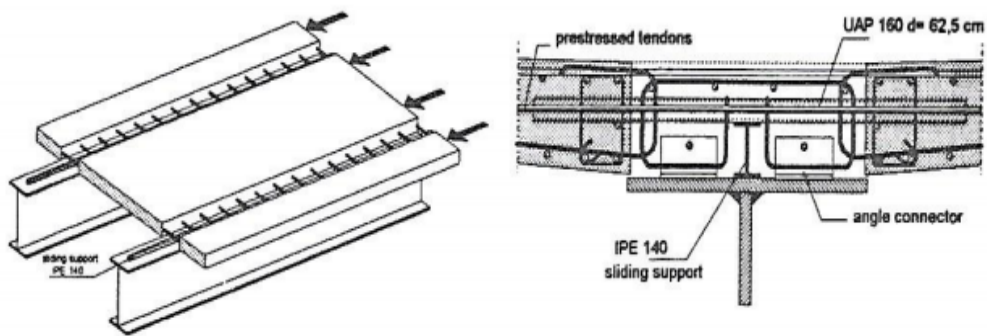


Figura 353 - Posa in opera della soletta a spinta.

### 12.2.3 Prefabbricazione di conci

La tecnica di prefabbricazione della soletta in conci viene utilizzata per opere particolari, quali i sovrappassi autostradali, che richiedono una prefabbricazione integrale per contenere i tempi di esecuzione ed i periodi di interruzione del traffico sottostante.

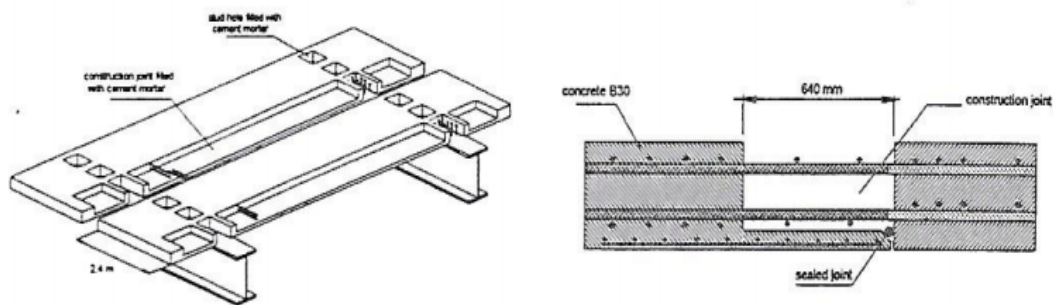


Figura 354 - Soletta prefabbricata a conci.

### 12.2.4 Applicazione della tecnica costruttiva a getti frazionati della soletta dell'impalcato oggetto di studio

Si è impiegato il modello FEM in cui le travi sono modellate con elementi FRAME e la soletta con elementi SHELL, in quanto ritenuto sufficientemente affidabile in base alle osservazioni fatte in precedenza. Si è modellato l'effetto del ritiro come una variazione termica negativa equivalente applicata agli elementi SHELL che rappresentano la soletta; al calcestruzzo costituente la soletta è stato assegnato un modulo elastico ridotto per tenere conto degli effetti di lungo termine. Si è svolta una prima analisi in cui si ipotizza che la soletta venga gettata in una unica soluzione. Ovviamente non è realistico pensare di realizzare la soletta con un unico getto date le dimensioni dell'impalcato, ma si svolge questa analisi preliminare utile per svolgere confronti con i modelli successivi.

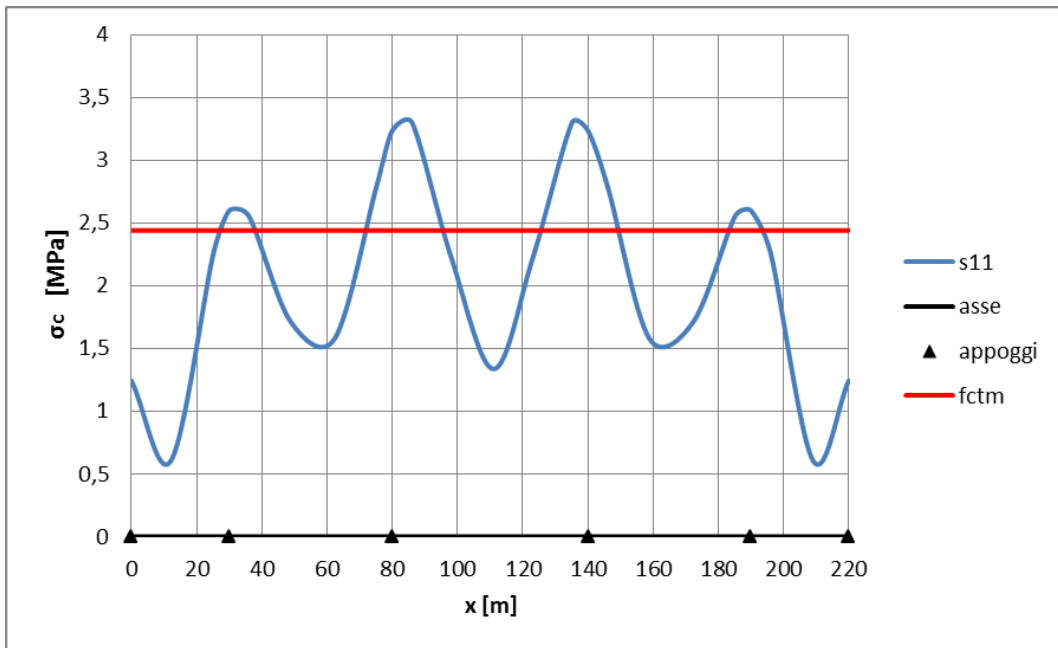


Figura 355 - Involuppo delle tensioni di trazione durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi che la soletta sia realizzata in un'unica soluzione (collaborazione trasversale tra le travi garantita dalla sola soletta).

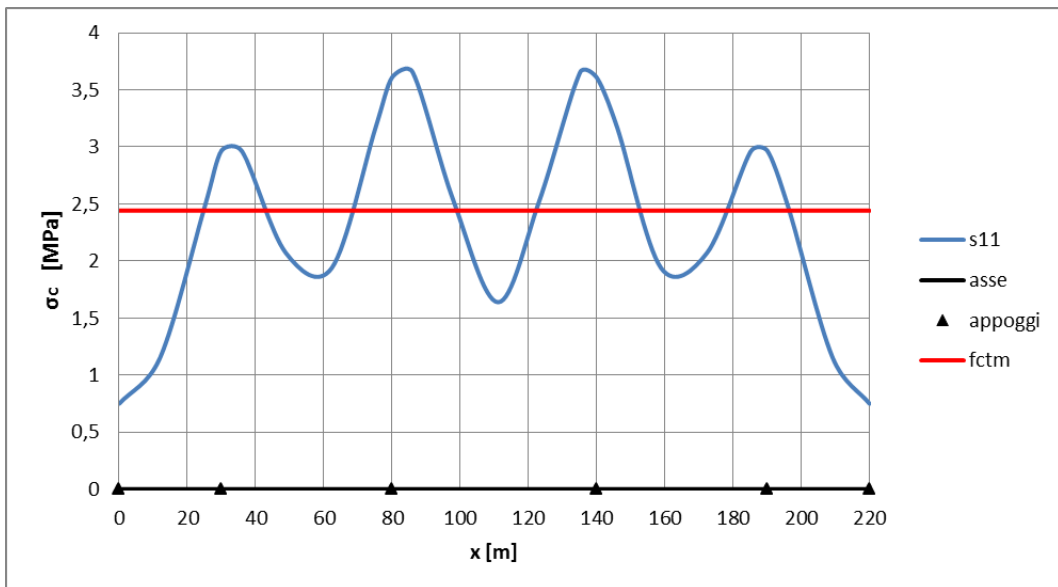


Figura 356 - Involuppo delle tensioni di trazione durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi che la soletta sia realizzata in un'unica soluzione (collaborazione trasversale tra le travi garantita da elementi trasversali infinitamente rigidi).

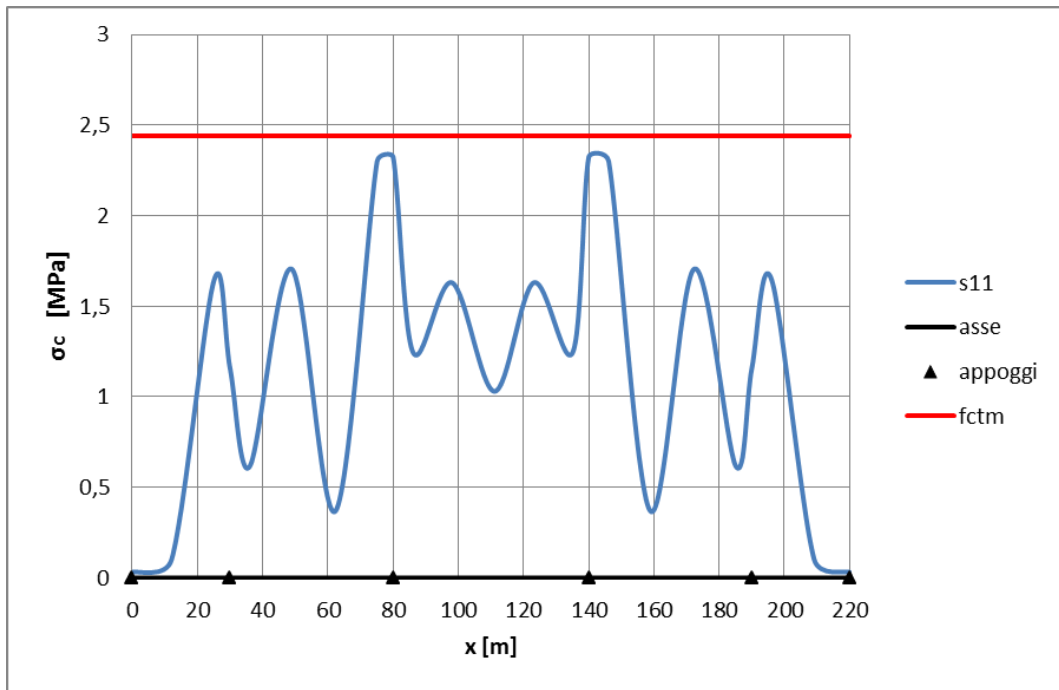


Figura 357 - Involuppo delle tensioni di trazione durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi che la soletta sia realizzata con un getto ottimizzato che prevede prima il getto dei conci agli appoggi.

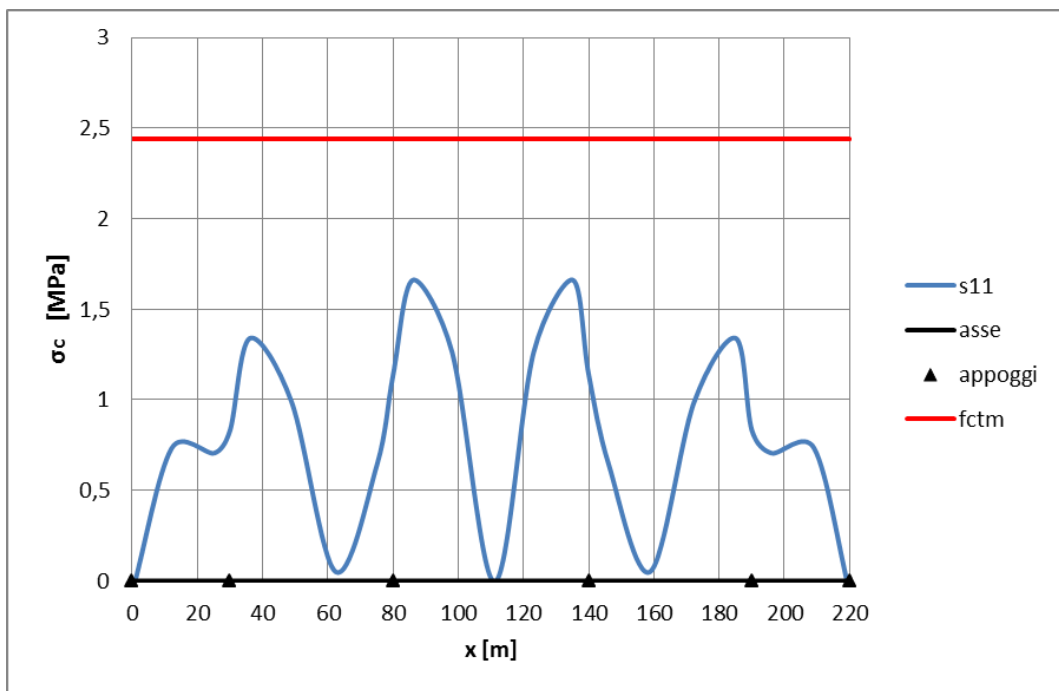


Figura 358 - Involuppo delle tensioni di trazione durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi che la soletta sia realizzata con un getto ottimizzato che prevede prima il getto dei conci in campata.



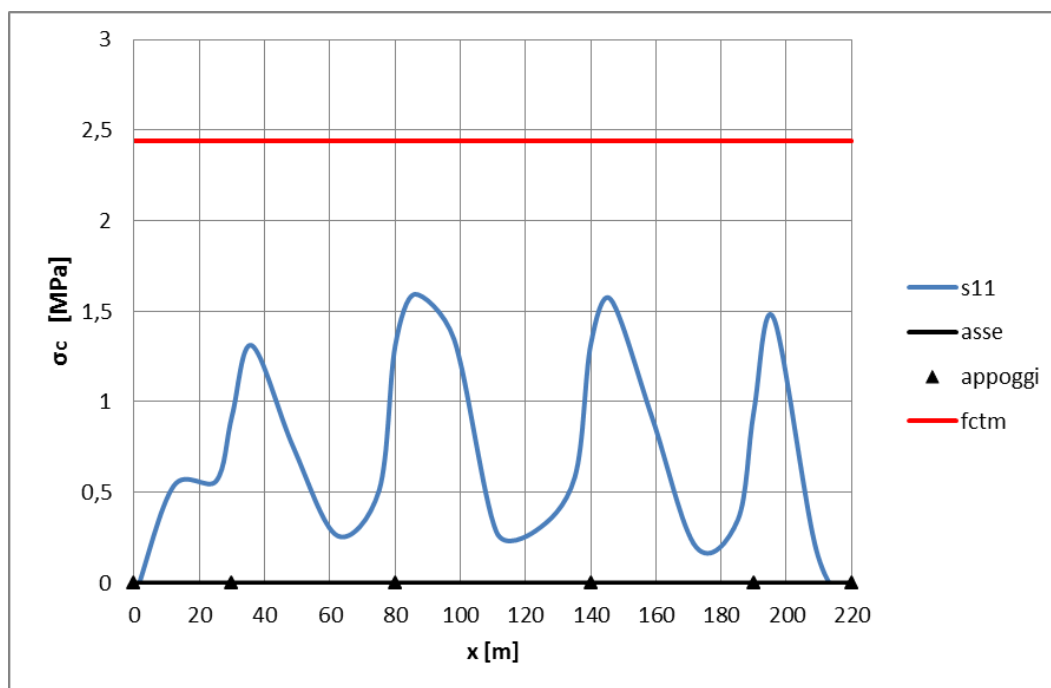


Figura 359 - Involuppo delle tensioni di trazione durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi che la soletta sia realizzata con un getto ottimizzato che prevede prima il getto dei conci in campata, ma di un concio alla volta.

Dall'osservazione degli involuppi delle tensioni massime ottenute durante la costruzione, si evidenzia in modo chiaro che:

- la soletta è sempre soggetta a trazione, qualunque sia la sequenza di getto adottata; questo spiega perché in molti ponti di nuova costruzione si manifesta un quadro fessurativo che interessa l'impalcato anche nelle regioni di campata;
- l'impiego delle sequenze di getto ottimizzate permette di controllare la fessurazione; infatti il getto sequenziale induce trazioni massime che sono circa un terzo di quelle ottenute con il getto in un'unica soluzione;
- le massime tensioni in appoggio ottenute con il getto in avanzamento crescano all'aumentare della luce del ponte;
- con il getto per fasi ottimizzate, in cui si prevede prima il getto dei conci in corrispondenza degli appoggi, si hanno le tensioni massime anche nelle zone di campata, a differenza di quanto si osserva nel caso di getto continui in cui le tensioni massime si hanno solo in corrispondenza degli appoggi;
- con il getto per fasi ottimizzate, in cui si prevede prima il getto dei conci in corrispondenza delle zone di campata, si ottiene un maggior abbattimento delle tensioni massime, che comunque restano localizzate in corrispondenza degli appoggi;

- con il getto per fasi ottimizzate, in cui si prevede prima il getto dei conci in corrispondenza delle zone di campata, ma di un concio alla volta, si registra la massima riduzione dei picchi di tensione tra le diverse soluzioni studiate.

Considerando l'ipotesi di realizzazione della soletta mediante getto continuo, si può osservare come il superamento della resistenza limite a trazione del calcestruzzo in corrispondenza degli appoggi corrisponda al superamento del limite di apertura delle fessure nelle medesime sezioni. D'altra parte adottando la tecnica del getto per fasi si riesce a contenere l'ampiezza di apertura delle fessure. E' anche possibile adottare una soluzione più sbrigativa aumentando semplicemente la quantità di armatura longitudinale in corrispondenza delle sezioni in corrispondenza degli appoggi dove il problema della fessurazione è più rilevante. Si deve meditare però sull'effettivo beneficio che si può trarre adottando tale soluzione sia in termini di contenimento efficace della fessurazione sia in termini di costi. Dunque può valere la pena di soffermarsi più lungamente nella fase progettuale per individuare la sequenza di getti più adeguata a contenere il fenomeno.

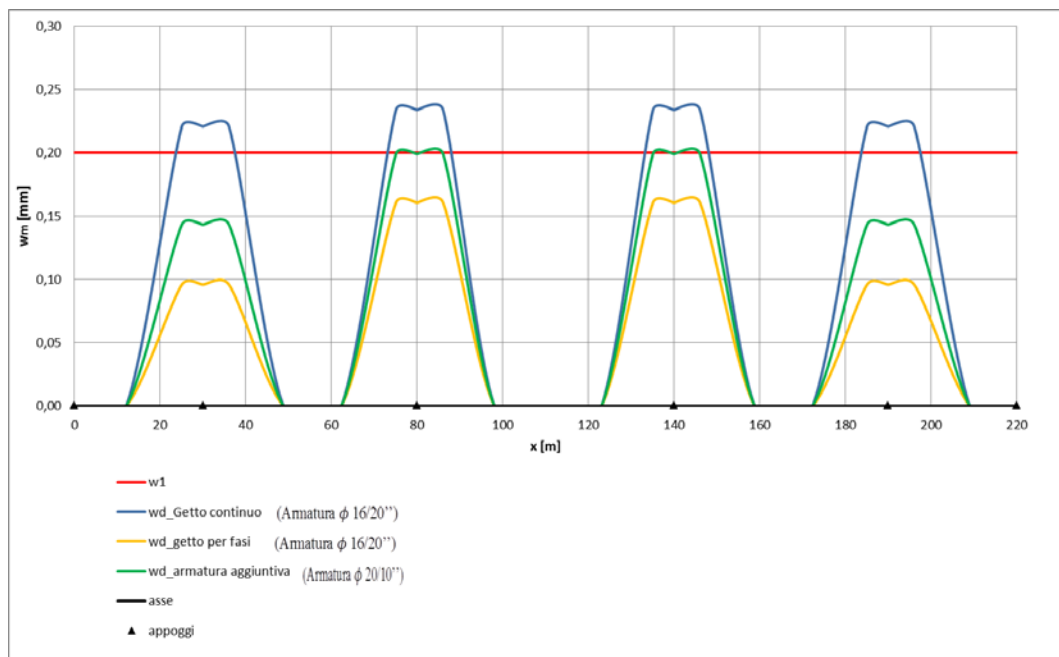


Figura 360 - Stima dell'ampiezza delle fessure durante la realizzazione della soletta nell'ipotesi di realizzazione con getto continuo.

### 12.2.5 Stati limite di esercizio

Per descrivere il comportamento reale delle strutture in cemento armato sotto carichi di esercizio è in genere necessario tenere conto della fessurazione del calcestruzzo teso, che avviene quando la tensione di trazione nel calcestruzzo supera la resistenza a trazione dello stesso ( $f_{ct}$ ).

La fessurazione del calcestruzzo provoca un significativo calo di rigidità (rispetto al caso di sezione interamente reagente), che deve essere tenuto in conto nella valutazione della deformabilità.

Secondo le normative, per le strutture in cemento armato, gli stati limite di esercizio da verificare sono:

- limitazione delle tensioni
- stato limite di fessurazione
- stato limite di deformazione

Le verifiche di servizio delle travi composte sono fortemente influenzate dagli effetti connessi al comportamento reologico del calcestruzzo. Tali effetti non condizionano lo stato limite ultimo in quanto la resistenza ultima delle sezioni non è influenzata dalle deformazioni differite. La viscosità e il ritiro possono al più determinare nelle travi continue incrementi delle rotazioni plastiche richieste allo SLU rispetto al caso di carichi istantanei.

Gli effetti più rilevanti del comportamento reologico sono invece da ricercarsi negli stati limite di servizio di tipo deformativo o tensionale; in questo caso le azioni esterne sono quelle di normale esercizio delle strutture mentre il comportamento meccanico dei materiali può essere assunto elastico-lineare salva la fessurazione del calcestruzzo di cui occorre tener conto.

Gli effetti differiti producono nella sezione una redistribuzione interna delle sollecitazioni tra acciaio e calcestruzzo, con un progressivo trasferimento di tensioni dalla soletta al profilo metallico.

Tali effetti sono anche responsabili di una variazione dei momenti flettenti che ha l'aspetto di una redistribuzione di segno contrario a quella prodotta dalla fessurazione. Infatti la viscosità determina un incremento di curvatura nelle zone soggette a momento positivo, sede degli scorrimenti viscosi, con effetto simile a quello prodotto da una diminuzione di rigidità, mentre le curvature anelastiche dovute al ritiro determinano variazioni del regime di sollecitazione nelle strutture iperstatiche; in entrambi i casi si ha un aumento dei momenti negativi sugli appoggi interni delle travi continue, che riduce o addirittura elimina la redistribuzione dei momenti dovuta alla fessurazione sotto i carichi iniziali.

### 12.2.5.1 Stato limite di fessurazione

Per assicurare la funzionalità e la durata delle strutture è necessario:

- prefissare uno stato limite di fessurazione (ampiezza della fessura) adeguato alle condizioni ambientali e di sollecitazione nonché alla sensibilità delle armature alla corrosione;
- realizzare un sufficiente ricoprimento delle armature con calcestruzzo di buone qualità e compattezza;
- tener conto delle esigenze estetiche.

Per la valutazione corretta delle sollecitazioni in esercizio delle travi continue occorre utilizzare una procedura di calcolo che tenga conto della fessurazione della soletta nelle zone fessurate ( $M > M_{cr}$ , momento di prima fessurazione), con il conseguente effetto di tension-stiffening e degli effetti a lungo termine dovuti alla viscosità ed al ritiro

Per definire la suddivisione della trave in zona parzializzata e in zona tutta reagente, è opportuno far riferimento al momento di prima fessurazione  $M_{cr}$  determinabile nel modo seguente:

$$M_{cr} = W_1 * n * f_{ct} = \frac{I_1}{y_1} * n * f_{ct}$$

Dove  $W_1$  è il modulo di resistenza a momento negativo della sezione integra omogeneizzata rispetto all'acciaio (calcestruzzo della soletta non fessurato). Nelle zone non fessurate la rigidezza flessionale è pari a quella integra  $E_a I_1$  (profilo metallico + calcestruzzo); nelle zone fessurate il comportamento flessionale è intermedio tra quello di sezione interamente reagente e quello di sezione completamente fessurata a causa del tension-stiffening e può essere interpretato mediante la formula di interpolazione proposta da Fauvre e recepita dal CEB, espressa in termini di curvatura:

$$\chi_m = \chi_1 * \beta_1 * \beta_2 * \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 + \chi_2 * \left[1 - \beta_1 * \beta_2 * \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right]$$

con:

$$\chi_1 = \frac{M}{E_a * I_1}$$

$$\chi_2 = \frac{M}{E_a * I_2}$$

In alternativa si può calcolare la rigidezza equivalente  $E_a I_m$  in cui l'apporto dell'armatura metallica in zona tesa è incrementato per tener conto del tension stiffening.

Gli effetti differiti possono essere considerati in modo semplificato, ma sufficientemente affidabile, separando gli effetti della viscosità e del ritiro.

In particolare sono utilizzabili il metodo del modulo efficace (EM) per la viscosità ed il metodo AAEM, con coefficiente di invecchiamento  $\chi = 0,5$ , per la determinazione della curvatura da ritiro.

Quindi l'effetto a lungo termine dei carichi permanenti (quasi permanenti nella definizione della normativa che comprende sia le azioni da peso proprio che quelle derivanti da carichi permanenti e da quote di carichi variabili), si valuta assumendo un modulo di elasticità ridotto con il conseguente coefficiente di omogeneizzazione, che risultano:

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{(1 + \phi)}$$

$$n_{eff} = \frac{E_a}{E_c} * (1 + \phi)$$

Per il ritiro, essendo nulle le tensioni iniziali, si può definire un modulo corretto per tener conto dell'invecchiamento del materiale e dell'incremento progressivo nel tempo delle deformazioni da ritiro, impiegando:

$$E_{c,adj} = \frac{E_c}{(1 + 0,5\phi)}$$

$$n_{adj} = \frac{E_a}{E_c} * (1 + 0,5\phi)$$

Nel caso di travi composte continue un aspetto importante del comportamento in condizioni di servizio è costituito dalla fessurazione della soletta in zona tesa. Tale fenomeno deve essere limitato ad un livello tale da non pregiudicare la durabilità o rendere inaccettabile l'aspetto ed il corretto funzionamento.

Nel caso degli impalcati da ponte, il problema è assente nelle campate appoggiate in quanto la soletta è compressa dai carichi esterni ed il solo ritiro non è sufficiente a determinare una fessurazione significativa.

Secondo le NTC del 2008 la verifica di fessurazione in generale può essere condotta secondo tre livelli di severità decrescente:

- stato limite di decompressione;
- stato limite di formazione delle fessure;
- stato limite di ampiezza delle fessure.

Nelle travi composte lo stato limite di decompressione ha senso solo in presenza di precompressione della soletta nelle zone di momento negativo; tale soluzione costruttiva è adottata molto spesso proprio per ridurre la fessurazione degli

impalcato da ponte dove la ripetizione dei carichi e le condizioni di esposizione rendono la fessurazione particolarmente insidiosa.

Tale stato limite equivale a verificare che la tensione normale sia ovunque di compressione o al più uguale a zero.

La verifica dello stato limite di formazione delle fessure consiste nel controllare che la tensione di trazione rimanga inferiore alla tensione caratteristica di trazione:  $|\sigma_{ct}| \leq f_{ctk}$ .

Dove la  $\sigma_{ct}$  è definita:  $\sigma_{ct} = \frac{f_{ctm}}{1,2}$ , dove  $f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{2/3}$ .

Tale verifica può anche essere espressa in termini di caratteristiche della sollecitazione controllando che il momento minimo risulti inferiore in valore assoluto del momento di fessurazione:  $|M_{min}| \leq M_{cr}$ .

La condizione di verifica, pur facendo riferimento alla condizione di carico quasi permanente per la quale è richiesta la verifica di fessurazione, è generalmente troppo onerosa da soddisfare a causa della limitata resistenza a trazione del calcestruzzo. Pertanto la verifica allo stato limite di fessurazione può essere eseguita controllando l'entità dell'ampiezza delle fessure.

Il calcolo dell'ampiezza delle fessure è significativo se l'armatura tesa non ha raggiunto lo snervamento; si deve quindi verificare che non sia raggiunto lo snervamento per la più gravosa delle condizioni di carico di servizio (condizione di carico rara) prima di svolgere la verifica dello stato limite di fessurazione.

In questa verifica il valore limite di apertura delle fessure dipende dalla classe di esposizione ambientale adottata:

- $w_1 = 0,2$  mm;
- $w_2 = 0,3$  mm;
- $w_3 = 0,4$  mm;

Tipicamente un impalcato da ponte ricade in classe di esposizione ambientale XF4 (elevata saturazione d'acqua con agente antigelo), che porta quindi a considerare condizioni ambientali molto aggressive e quindi un valore limite di apertura delle fessure pari a  $w_1$ .

Per la determinazione di tale valore limite si deve tenere conto di diversi fattori.

Si individuano le tre possibili situazioni di "aggressività" dell'ambiente in cui si può trovare la struttura:

- ambiente poco corrosivo, caratterizzato da umidità relativa non elevata o da umidità relativa elevata per brevi periodi;
- ambiente moderatamente aggressivo, caratterizzato da un'elevata umidità relativa in assenza di vapori corrosivi;
- ambiente molto aggressivo, caratterizzato dalla presenza di liquidi o di aeriformi particolarmente corrosivi.

Tabella 114 - Descrizione delle condizioni ambientali.

CONDIZIONI AMBIENTALI	CLASSE DI ESPOSIZIONE
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

Le

armature si possono caratterizzare in:

- armature sensibili alla corrosione: armature costituite da acciai temprati, non rinvenuti, o acciai incruditi a freddo soggetti ad elevati valori di tensione permanente;
- armature poco sensibili alla corrosione: tutte le armature ordinarie.

In funzione quindi delle condizioni individuate in termini di aggressività dell'ambiente e di sensibilità delle armature alla corrosione, si determinano di volta in volta le combinazioni delle azioni da prendere in considerazione ed il relativo stato ultimo da controllare, secondo quanto indicato nel seguente prospetto:

Tabella 115 - Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione.

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	$w_d$	Stato limite	$w_d$
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

La verifica consiste nel rispetto della seguente condizione:  $w_d = \varepsilon_{sm} * \Delta_{sm} \leq w_1$ , dove  $\varepsilon_{sm}$  è la deformazione media delle barre,  $\Delta_{sm}$  è la distanza massima tra le fessure.

In linea di principio la valutazione dell'ampiezza delle fessure si effettua valutando la differenza di allungamento tra le barre di armatura ed il calcestruzzo nel tratto compreso tra due fessure:

$$w_m = \int_0^s (\varepsilon_s - \varepsilon_c) dz = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) * s_{sm}$$

dove:

$\varepsilon_{sm}$  = deformazione media nell'armatura;

$\varepsilon_{cm}$  = deformazione media nel calcestruzzo teso;

$s_{sm}$  = distanza tra le fessure.

Trascurando nella relazione precedente la deformazione del calcestruzzo  $\varepsilon_{cm}$  rispetto a quella dell'acciaio teso, si può esprimere quest'ultima in funzione delle deformazioni estreme  $\varepsilon_{s1}$  ed  $\varepsilon_{s2}$  relative alle condizioni di calcestruzzo teso reagente (sezione non fessurata) e di calcestruzzo completamente non reagente (sezione fessurata).

A tal fine si utilizza una combinazione convessa, regolata dal livello di tensione raggiunto dall'armatura nella sezione in rapporto a quello di prima fessurazione; si pone:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} * \left[ 1 - \beta_1 * \beta_2 * \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

dove:

$\sigma_s$  è la tensione nell'armatura calcolata nella sezione fessurata per la combinazione di azioni considerata;

$\sigma_{sr}$  è la tensione nell'acciaio calcolata fessurata per la sollecitazione corrispondente al raggiungimento della resistenza a trazione  $f_{ctm}$  nella fibra di calcestruzzo più sollecitata compresa nell'area efficace, considerando la sezione interamente reagente;

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  sono coefficienti legati all'aderenza delle armature e alle modalità di applicazione del carico e/o permanenza dello stesso; in particolare:

$\beta_1$  è un coefficiente che rappresenta l'aderenza acciaio-cla:

$$\beta_1 = \begin{cases} 1 & \text{per barre ad aderenza migliorata} \\ 0,5 & \text{per barre lisce} \end{cases};$$

$\beta_2$  è un coefficiente che tiene conto delle condizioni di sollecitazione:

$$\beta_2 = \begin{cases} 1 & \text{nel caso della prima applicazione di un'azione di breve durata} \\ 0,5 & \text{nel caso di azioni di lunga durata o di azioni ripetute} \end{cases};$$

Sotto l'ipotesi  $\frac{\sigma'_{s,II}}{\sigma_{s,II}} \cong \frac{M_{cr}}{M}$ , l'espressione precedente può essere riscritta nel modo seguente:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{M}{E_s} * \left[ 1 - \beta_1 * \beta_2 * \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \right]$$

La distanza tra le fessure si esprime mediante una relazione di origine teorico-sperimentale, che fornisce la distanza tra le fessure sulla base di parametri quali il diametro delle barre di armatura, il copriferro, la percentuale di armatura, le



caratteristiche di aderenza tra acciaio e calcestruzzo, il tipo di sollecitazione (trazione o trazione-flessione). L'espressione è la seguente:

$$s_{rm} = 2 * \left( c + \frac{f_c}{10} \right) + k_2 * k_3 * \frac{\phi_t}{\rho_r}$$

dove:

$c$  è il copriferro in zona tesa (misurato dal baricentro dell'armatura tesa);

$f_c$  è l'interasse tra le barre tese;

$k_2$  è un coefficiente che caratterizza l'aderenza barra-cla:

$$k_2 = \begin{cases} 0,4 & \text{per barre ad aderenza migliorata;} \\ 0,8 & \text{per barre lisce} \end{cases};$$

$k_3$  è un coefficiente che tiene conto della forma del diagramma delle tensioni prima della fessurazione:

$$k_3 = \begin{cases} 0,250 & \text{nel caso di trazione pura} \\ 0,250 * \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_1} \right) & \text{nel caso di trazione eccentrica} \\ 0,125 & \text{nel caso di diagramma triangolare di flessione o presso - flessione} \\ & \text{(asse neutro interno alla sezione)} \end{cases};$$

$\phi_t$  è il diametro medio delle barre tese;

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{eff}}$$

In alternativa si possono impiegare le formule suggerite dall'Eurocodice 4:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t * \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} * (1 + \alpha_e * \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s}$$

dove:

$\varepsilon_{sm}$  è la deformazione media nell'armatura sotto la combinazione di carico pertinente, tenendo conto delle deformazioni impresse e dell'effetto di "tension stiffening"; si considera soltanto la deformazione aggiuntiva a partire dallo stato indeformato del calcestruzzo posto allo stesso livello;

$\varepsilon_{cm}$  è la deformazione media del calcestruzzo tra le fessure;

$\sigma_s$  è la tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata;

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}};$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}};$$

$k_t$  è un fattore dipendente dalla durata del carico, in particolare:

$$k_t = \begin{cases} 0,6 & \text{per carichi di breve durata} \\ 0,4 & \text{per carichi di lunga durata} \end{cases};$$

La distanza massima tra le fessure si calcola invece nel modo seguente:

$$s_{r,max} = k_3 * c + k_1 * k_2 * k_4 * \frac{\phi_{eq}}{\rho_{p,eff}}$$

dove:

$k_1$  è un coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza dell'armatura, in particolare:

$$k_1 = \begin{cases} 0,8 & \text{per le barre ad aderenza migliorata} \\ 1,6 & \text{per barre lisce} \end{cases};$$

$k_2$  è un coefficiente che tiene conto della distribuzione delle deformazioni, in particolare:

$$k_2 = \begin{cases} 0,5 & \text{per flessione} \\ 1,0 & \text{per trazione pura} \end{cases};$$

$$k_3 = 3,4;$$

$$k_4 = 0,425;$$

$\phi_{eq}$  è il diametro delle barre equivalente, da adottare nel caso in una sezione siano impiegate barre di diametro diverso:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 * \phi_1^2 + n_2 * \phi_2^2}{n_1 * \phi_1 + n_2 * \phi_2};$$

Per la verifica di ampiezza delle fessure si usa in genere il suo valore medio  $w_m$ , amplificato tramite il coefficiente di sicurezza  $\beta$  assunto pari a 1,7:

$$w_d = 1,7 * w_m$$

Si è eseguita la verifica di fessurazione per le sezioni in corrispondenza degli appoggi (zone soggette a momento negativo) secondo entrambi gli approcci. Si riportano di seguito i fogli di calcolo impiegati, in cui si è dovuto tener conto del fatto che si verifica a fessurazione una soletta doppiamente armata che è parte di una sezione mista acciaio-calcestruzzo.

GETTO CONTINUO			SEZIONE L			GETTO CONTINUO CON ARMATURA AGGIUNTIVA		
fck	35	Mpa	fck	35	Mpa	fck	35	Mpa
t	5	gg	t	5	gg	t	5	gg
fctm	2,44	MPa	fctm	2,44	MPa	fctm	2,44	MPa
h	28	cm	h	28	cm	h	28	cm
c	7	cm	c	7	cm	c	7	cm
d	21	cm	d	21	cm	d	21	cm
b	400	cm	b	400	cm	b	400	cm
φ	16	mm	φ	16	mm	φ	20	mm
φ	16	mm	φ	16	mm	φ	20	mm
As	40,21	cmq	As	40,21	cmq	As	131,95	cmq
A's	40,21	cmq	A's	40,21	cmq	A's	65,97	cmq
φeq	16	mm	φeq	16	mm	φeq	20	mm
n	16		n	16		n	16	
Es	210000	N/mm <sup>2</sup>	Es	210000	N/mm <sup>2</sup>	Es	210000	N/mm <sup>2</sup>
Ecm	13125	N/mm <sup>2</sup>	Ecm	13125	N/mm <sup>2</sup>	Ecm	13125	N/mm <sup>2</sup>
x	6	cm	x	6	cm	x	9	cm
Nq.p.	3102	kN	Nq.p.	384	kN	Nq.p.	3102	kN
Mq.p.	14864	kNm	Mq.p.	12793	kNm	Mq.p.	14864	kNm
Ji	0,437	m <sup>4</sup>	Ji	0,437	m <sup>4</sup>	Ji	0,437	m <sup>4</sup>
Ai	0,25	m <sup>2</sup>	Ai	0,25	m <sup>2</sup>	Ai	0,25	m <sup>2</sup>
ysup	1,18	m	ysup	1,18	m	ysup	1,18	m
yinf	1,035	m	yinf	1,035	m	yinf	1,035	m
σsup	53	Mpa	σsup	36	Mpa	σsup	53	Mpa
σinf	48	Mpa	σinf	32	Mpa	σinf	48	Mpa
σs,max	53	Mpa	σs,max	36	Mpa	σs,max	53	Mpa
<b>EC2</b>			<b>EC2</b>			<b>EC2</b>		
kt	0,4		kt	0,4		kt	0,4	
hce,eff	7	cm	hce,eff	7	cm	hce,eff	6	cm
Ac,eff	2985	cm <sup>2</sup>	Ac,eff	2985	cm <sup>2</sup>	Ac,eff	2540	cm <sup>2</sup>
ρs,eff	0,013470603		ρs,eff	0,013470603		ρs,eff	0,05193979	
αe	16		αe	16		αe	16	
(εsm-εsm)	0,000150126		(εsm-εsm)	0,000103086		(εsm-εsm)	0,00015013	
k1	0,8		k1	0,8		k1	0,8	
k2	0,5		k2	0,5		k2	0,5	
k3	3,4		k3	3,4		k3	3,4	
k4	0,425		k4	0,425		k4	0,425	
c	21	cm	c	21	cm	c	21	cm
sr,max	915,92	mm	sr,max	915,92	mm	sr,max	779,46	mm
wk	0,14	mm	wk	0,094	mm	wk	0,12	mm
β	1,7		β	1,7		β	1,7	
wd	0,23	mm	wd	0,16	mm	wd	0,20	mm
wlim	0,20	mm	wlim	0,20	mm	wlim	0,20	mm
	NON VERIFICATO			VERIFICATO			VERIFICATO	
<b>CEB-FIP Model Code 90</b>			<b>CEB-FIP Model Code 90</b>			<b>CEB-FIP Model Code 90</b>		
fc	20		fc	20		fc	15	
φt	16	mm	φt	16	mm	φt	20	mm
As	4021	mm <sup>2</sup>	As	4021	mm <sup>2</sup>	As	13195	mm <sup>2</sup>
pr	0,013470603		pr	0,013470603		pr	0,05193979	
k2	0,4		k2	0,4		k2	0,4	
k3	0,125		k3	0,125		k3	0,125	
srm	483,39	mm	srm	483,39	mm	srm	442,25	mm
Mcr	127558061	Nmm	Mcr	127558061	Nmm	Mcr	127558061	Nmm
β1	1		β1	1		β1	1	
β2	0,5		β2	0,5		β2	0,5	
esm	0,000250201		esm	0,000171801		esm	0,0002502	
wm	0,12	mm	wm	0,08	mm	wm	0,11	mm
β	1,7		β	1,7		β	1,7	
wd	0,21	mm	wd	0,14	mm	wd	0,19	mm
wlim	0,20	mm	wlim	0,20	mm	wlim	0,20	mm
	NON VERIFICATO			VERIFICATO			VERIFICATO	

Figura 361 - Verifica a fessurazione per la sezione L.

GETTO CONTINUO			SEZIONE D			GETTO PER FASI			GETTO CONTINUO CON ARMATURA AGGIUNTIVA								
fck	35	Mpa				fck	35	Mpa				fck	35	Mpa			
t	5	gg				t	5	gg				t	5	gg			
fctm	2,44	MPa				fctm	2,44	MPa				fctm	2,44	MPa			
h	28	cm				h	28	cm				h	28	cm			
c	7	cm				c	7	cm				c	7	cm			
d	21	cm				d	21	cm				d	21	cm			
b	400	cm	passo	n° barre		b	400	cm	passo	n° barre		b	400	cm	passo	n° barre	
φ	16	mm	20	20		φ	16	mm	20	20		φ	20	mm	10	42	
φ	16	mm	20	20		φ	16	mm	20	20		φ	20	mm	20	21	
As	40,21	cmq				As	40,21	cmq				As	131,95	cmq			
A's	40,21	cmq				A's	40,21	cmq				A's	65,97	cmq			
φeq	16	mm				φeq	16	mm				φeq	20	mm			
n	16					n	16					n	16				
Es	210000	N/mmq				Es	210000	N/mmq				Es	210000	N/mmq			
Ecm	13125	N/mmq				Ecm	13125	N/mmq				Ecm	13125	N/mmq			
x	6	cm				x	6	cm				x	9	cm			
Nq.p.	3119	kN				Nq.p.	531	kN				Nq.p.	3119	kN			
Mq.p.	5750	kNm				Mq.p.	4857	kNm				Mq.p.	5750	kNm			
Ji	0,148	m^4				Ji	0,226	m^4				Ji	0,226	m^4			
Ai	0,202	mq				Ai	0,202	mq				Ai	0,202	mq			
ysup	0,8795	m				ysup	0,8795	m				ysup	0,8795	m			
yinf	0,7345	m				yinf	0,7345	m				yinf	0,7345	m			
σsup	50	Mpa				σsup	22	Mpa				σsup	38	Mpa			
σinf	44	Mpa				σinf	18	Mpa				σinf	34	Mpa			
σs,max	50	Mpa				σs,max	22	Mpa				σs,max	38	Mpa			
EC2			EC2			EC2			EC2								
kt	0,4					kt	0,4					kt	0,4				
hc,eff	7	cm				hc,eff	7	cm				hc,eff	6	cm			
Ac,eff	2985	cmq				Ac,eff	2985	cmq				Ac,eff	2540	cmq			
ρp,eff	0,013470603					ρp,eff	0,013470603					ρp,eff	0,051939795				
αe	16					αe	16					αe	16				
(εsm-εcm)	0,000141744					(εsm-εcm)	6,15148E-05					(εsm-εcm)	0,000108049				
k1	0,8					k1	0,8					k1	0,8				
k2	0,5					k2	0,5					k2	0,5				
k3	3,4					k3	3,4					k3	3,4				
k4	0,425					k4	0,425					k4	0,425				
c	21	cm				c	21	cm				c	21	cm			
sr,max	915,92	mm				sr,max	915,92	mm				sr,max	779,46	mm			
wk	0,13	mm				wk	0,06	mm				wk	0,08	mm			
β	1,7					β	1,7					β	1,7				
wd	0,22	mm				wd	0,10	mm				wd	0,14	mm			
wlim	0,20	mm	NON VERIFICATO			wlim	0,20	mm	VERIFICATO			wlim	0,20	mm	VERIFICATO		
CEB-FIP Model Code 90			CEB-FIP Model Code 90			CEB-FIP Model Code 90			CEB-FIP Model Code 90								
fc	20					fc	20					fc	15				
φt	16	mm				φt	16	mm				φt	20	mm			
As	4021	mmq				As	4021	mmq				As	13195	mmq			
pr	0,013470603					pr	0,013470603					pr	0,051939795				
k2	0,4					k2	0,4					k2	0,4				
k3	0,125					k3	0,125					k3	0,125				
srm	483,39	mm				srm	483,39	mm				srm	442,25	mm			
Mcr	127558061	Nmm				Mcr	127558061	Nmm				Mcr	127558061	Nmm			
β1	1					β1	1					β1	1				
β2	0,5					β2	0,5					β2	0,5				
esm	0,000236182					esm	0,000102489					esm	0,000180038				
wm	0,11	mm				wm	0,05	mm				wm	0,08	mm			
β	1,7					β	1,7					β	1,7				
wd	0,19	mm				wd	0,08	mm				wd	0,14	mm			
wlim	0,20	mm	VERIFICATO			wlim	0,20	mm	VERIFICATO			wlim	0,20	mm	VERIFICATO		

Figura 362 - Verifica a fessurazione per la sezione D.

Si osserva che è più cautelativo riferirsi alla formulazione proposta dall'Eurocodice 2.

### 12.2.5.2 Valutazione economica delle tecniche costruttive studiate

Si riferisce il calcolo all'armatura longitudinale presente in soletta:

sulla sezione trasversale l'armatura presente è costituita da:

Armatura superiore: 61 barre

Armatura inferiore: 61 barre

Per tenere conto delle lunghezze di sovrapposizione si considera una lunghezza pari a quella dell'impalcato incrementata del 20%, ovvero 264 m.

Ipotesi 1:

assumendo che l'armatura della soletta sia costituita da soli  $\phi 16/20''$ , si ha un totale di:

122 barre longitudinali \* 264 m = 32208 m di barre longitudinali  $\phi 16$

A tali barre corrisponde un peso di:

$$32208 \text{ m} * 1,578 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 50824 \text{ kg}$$

Assumendo per l'acciaio da armatura lenta un costo di 1,20 €/kg, si ha:

$$50824 \text{ kg} * 1,20 \text{ €/kg} = 60989 \text{ €}$$

Ipotesi 2:

si considera ora il caso in cui sia previsto un incremento di armatura in corrispondenza degli appoggi. In particolare le zone soggette a questo incremento corrispondono ad una lunghezza di impalcato di 57 m, che si considera incrementata per tenere conto delle sovrapposizioni e quindi risulta pari a 68 m.

In tali zone si prevede sulla sezione trasversale un'armatura costituita da:

Armatura superiore:  $\phi 20/10''$

Armatura inferiore:  $\phi 20/20''$

Si calcola l'incremento di armatura conseguente a tale armatura rispetto a quella considerata nell'ipotesi 1:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{peso barra a metro}} &= 2,466 \frac{\text{kg}}{\text{m}} (\text{barre } \phi 20) - 1,578 \frac{\text{kg}}{\text{m}} (\text{barre } \phi 16) = \\ &= 0,888 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\Delta_{\text{peso,inf,a metro}} = 65 * 0,888 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 58 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\Delta_{\text{peso,sup,a metro}} = 58 \frac{\text{kg}}{\text{m}} + 65 * 2,466 \frac{\text{kg}}{\text{m}} (\text{barre } \phi 20) = 218 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{peso,a metro}} &= \Delta_{\text{peso,sup,a metro}} + \Delta_{\text{peso,inf,a metro}} = 218 \frac{\text{kg}}{\text{m}} + 58 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = \\ &= 276 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\Delta_{\text{peso}} = 276 \frac{\text{kg}}{\text{m}} * 68 \text{ m} = 18768 \text{ kg}$$

$$18768 \text{ kg} * 1,2 \text{ €/kg} = 22522 \text{ €}$$

$$\text{Incremento di costo di armatura longitudinale} = \frac{22522}{65000} = 37\%$$

Dunque vale la pena soffermarsi durante la fase di progettazione cercando la tecnica più adeguata per realizzare la soletta evitandone la fessurazione già in fase di realizzazione. In particolare nella tecnica del getto per fasi si è individuata la sequenza di getto che prevede prima il getto dei conci di campata e poi di quelli in corrispondenza degli appoggi senza avere un incremento di costo rispetto alla realizzazione tramite getto continuo. Se invece si procede speditamente incrementando semplicemente la quantità di armatura al fine di far tornare le verifiche nelle sezioni soggette a momento negativo si va incontro ad incrementi di costo corrispondenti all'armatura lenta aggiuntiva ed inoltre si ottiene una riduzione dell'apertura delle fessure inferiore rispetto al caso in cui si adotti la tecnica del getto per fasi.

## **13 Conclusioni**

### **13.1 Analisi condotte**

Sono state condotte analisi statiche lineari su modelli a fibre realizzati tramite elementi “brick” ed elementi “shell” al fine di trovare corrispondenza con gli andamenti delle tensioni che insorgono all’interfaccia tra calcestruzzo e armature per effetto del ritiro del calcestruzzo.

Sono state poi condotte analisi statiche lineari su differenti modelli simulanti l’impalcato del ponte preso da esempio come caso reale al fine di ricavare le sollecitazioni che nascono sulla struttura per effetto delle azioni di progetto, tra cui il ritiro del calcestruzzo.

Infine si sono svolte analisi statiche non lineari al fine di individuare quale sia la sequenza ottimale di getto della soletta al fine di ridurre le tensioni che insorgono in essa durante le fasi di maturazione della stessa e che ne inducono la fessurazione.

### **13.2 Risultati ottenuti**

Si sono esplorati i diversi metodi già noti in letteratura per il calcolo delle sollecitazioni che insorgono negli elementi strutturali per effetto del ritiro, applicandoli ai casi di studio selezionati. Si è quindi valutato il grado di attendibilità di questi metodi e quali convenga applicare a parità di accuratezza e laboriosità del procedimento.

Si sono elaborati dei modelli analitici che permettano di pervenire, per le diverse situazioni di vincolamento esterno ed interno della soletta in calcestruzzo, ad una stima attendibile degli sforzi che insorgono negli elementi strutturali per effetto del ritiro.

Si è verificata l’applicabilità di tali modelli ad caso reale: un ponte a sezione mista acciaio-calcestruzzo di lunghezza complessiva pari a 220 m.

Si è potuto individuare i modelli numerici più adeguati a descrivere il fenomeno del ritiro.

Si è infine cercato di fornire una soluzione al problema frequente della fessurazione della soletta nella fase di realizzazione negli impalcati da ponte a sezione mista, tramite la tecnica costruttiva del getto per fasi della soletta. Tale tecnica mira a individuare la sequenza di getto ottimale tale da permettere di sfogare liberamente ai vari conci parte dell’accorciamento indotto dal ritiro prima che la soletta risulti saldata in un unico elemento continuo, al fine di ridurre gli stati tensionali che nascono nella soletta stessa, in particolare i picchi di tensioni di trazione che si avrebbero in corrispondenza degli appoggi e che innescano la fessurazione della soletta. Si è potuto constatare come l’impiego di questa tecnica esecutiva non comporti alcun incremento dei costi di realizzazione dell’opera a differenza di

quanto avviene invece nel caso in cui si proceda a maggiorare fortemente l'armatura di rinforzo longitudinale al fine di limitare la fessurazione.

Dai confronti svolti si osserva come il ritiro sia un fenomeno rilevante anche per quanto attiene alle verifiche di Esercizio in quanto provoca la fessurazione della soletta fin dalle prime fasi di indurimento della stessa e, di fatto, possa pregiudicarne la durabilità della struttura.

### **13.3 Sviluppi futuri**

Per motivi di tempo non si è potuto trattare esaustivamente tutte le tematiche e le possibili implicazioni nel campo delle strutture dell'ingegneria civile connesse al fenomeno fisico del ritiro. Questo lavoro può trovare completamento nello studio di altre tecniche volte alla riduzione delle tensioni di trazione nella soletta degli impalcati da ponte nelle fasi realizzative dell'opera. Resta aperto anche il capitolo di una più accurata definizione delle funzioni temporali che permettano di tenere conto dell'evoluzione del fenomeno nel tempo, ad esempio quando si sovrappongono ad istanti successivi i diversi conci nella tecnica del getto per fasi.

Si potrebbero anche indagare gli effetti del ritiro nel caso delle fondazioni superficiali estese, in particolare delle platee di fondazione massive che presentano un'elevata superficie esposta all'aria nella fase di getto. Occorre infatti tenere conto dell'interazione terreno-struttura al fine di valutare come l'attrito offerto dal terreno costituisca di fatto un vincolo alla libera contrazione della platea durante la maturazione.



## **Bibliografia**

- [1] EC4, “*Design of composite steel and concrete structures – Part 2: General rules and rules for bridges*”, 2006
- [2] D.M. 14/01/2008, “*Norme tecniche per le costruzioni*”, 2008
- [3] L. Dezi (2006). *Ponti a sezione composta: tipologie strutturali, tecniche costruttive e criteri generali di calcolo*. Volume CISM su “*STRUTTURE COMPOSTE. Nuove costruzioni, Recupero, Ponti*” - a cura di L. Dezi e N. Gattesco - 2006, pp. 115-139.
- [4] L. Dezi, G. Leoni (2006). *Effetti della viscosità e del ritiro negli impalcati da ponti a sezione composta*. Volume CISM su “*STRUTTURE COMPOSTE. Nuove costruzioni, Recupero, Ponti*” - a cura di L. Dezi e N. Gattesco - 2006, pp. 169-207.
- [5] L. Dezi, M. Formica (2006). *Impalcato bitrave continuo a sezione composta. Verifica secondo gli Eurocodici*. Volume CISM su “*STRUTTURE COMPOSTE. Nuove costruzioni, Recupero, Ponti*” - a cura di L. Dezi e N. Gattesco - 2006, pp. 241-262.
- [6] D. Richardson, Y. Tung, A. Ibrahim, R. Hindi, “*Shrinkage and durability of concrete bridge decks using different cements*”, Bridge Maintenance, Safety, Management and Life Extension – Chen, Frangopol & Ruan (Eds).
- [7] Y.Koda, I. Iwaki, K. Matsumoto, H. Yamagishi, S. Tsuchiya, “*Performance evaluation of an RC bridge deck retrofitted by partial-depth repair using shrinkage-compensated ultra-rapid-hardening steel-fiber-reinforced concrete*”, Life-Cycle of Structural Systems – future, Frangopol & Akiyama (Eds).
- [8] S.R.Salib, “*Utilizing construction stages to control bridge movement due to creep and shrinkage*”, Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Concrete Structures – Tanabe et al. (Eds).
- [9] G. Ranzi, G. Leoni, L. Dezi, R. Zandonini, “*Consideration on the long-term behavior of composite steel-concrete bridges*”, Research and Applications in Structural Engineering, Mechanics and Computation – Zingoni (Ed.)

- [10] P.Pozzati, C. Ceccoli, *“Teoria e tecnica delle strutture, volume secondo Sistemi di travi parte seconda Applicazioni pratiche”*, 1972, Unione tipografico-Editrice torinese
- [11] P.Jossa, *“Problemi della tecnica delle costruzioni”*, 1972, Liguori editore
- [12] A.Migliacci, F.Mola, *“Progetto agli stati limite delle strutture in c.a.”*, 1972, Masson editore
- [13] B.S.Smith, A.Coull, *“Tall building structures”*, 1972, Masson editore
- [14] G.Toniolo, *“Cemento armato: calcolo agli stati limite, volume 2A”*, 1998, Masson editore
- [15] C.Faella, E.Martinelli, E.Nigro, *“Non-Linearity of shear connection and deflections of steel-concrete composite beams: a simplified method”*, 2003, ASCE Journal of Structural Engineering

## ***Ringraziamenti***

Al *Professor Stefano Silvestri* per avermi accordato la tesi nell'ambito del corso di Progetto di Ponti, per la sua disponibilità in termini di tempo dedicatomi durante tutto il periodo di svolgimento del lavoro, per avermi spronato a ragionare prima analiticamente sugli aspetti teorici e solo in un secondo momento a cercare conferme in modelli numerici tramite un codice di calcolo.

Alla *società Enser s.r.l.* per avermi concesso di svolgere il tirocinio per tesi presso la sede di Bologna e avermi fornito spunti e assistenza per lo svolgimento del mio lavoro.

All'Ing. *Michele Bianchini* per avermi permesso di svolgere la tesi presso la società Enser s.r.l. sotto la sua supervisione; un ringraziamento particolare per la sua disponibilità continua durante i mesi in cui ho sviluppato il mio lavoro fornendomi un supporto con la sua esperienza ed invitandomi a cercare la soluzione di un problema sempre in modi diversi, senza lasciare nulla al caso.

Ai compagni di studio, *Baldo, Gaia, Manfro, Marisa, Michi, Pedo* con cui ho svolto i progetti degli esami dell'ultimo anno di Laurea Magistrale, per essere stati validi compagni con cui confrontarsi, meditare sui problemi e trovarvi soluzioni, affrontare momenti di studio intensi, per essersi dimostrati amici anche al di fuori del contesto universitario.

Alla mia famiglia, in particolare ai miei *Genitori*, per avermi permesso di svolgere i cinque anni di studio universitario serenamente sia dal punto di vista economico, garantendomi gli studi, sia riguardo alle scelte che ho dovuto compiere in merito al mio percorso di studi, lasciandomi sempre libero di intraprendere la mia strada.

Un ringraziamento anche ai *Nonni* per avermi sostenuto credendo in me e festeggiando per i miei risultati.

Alla mia ragazza, *Iva*, per aver sopportato momenti di tensione, il tanto tempo dedicato allo studio in questi cinque anni, per avermi sostenuto in momenti di incertezza e spronato a proseguire per il mio percorso secondo le mie scelte.