ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
Sede di Forlì

Corso di Laurea Magistrale in
INGEGNERIA MECCANICA
Classe LM-33

TESI DI LAUREA

in Meccanica dei Robot e delle Macchine Automatiche LM

Progettazione ed analisi di un meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati in una macchina automatica per il confezionamento asettico

CANDIDATO
Manuel Giorgi

RELATORE
Ing. Marco Troncossi
CORRELATORI
Prof. Marco Carricato
Ing. Francesco Meoni
Ing. Riccardo Franci

Anno Accademico 2014/2015
Sessione III

INDICE

Sommario 4
1. Introduzione 5
   1.1. Ecor Research 5
   1.2. L'argomento di tesi 5
2. Contesto 7
   2.1. Tetra Brik Aseptic 7
   2.2. Filling Machine E3/Speed 8
3. Analisi della soluzione esistente e della sua evoluzione 11
   3.1. Specifiche di progetto 11
   3.2. Soluzione attuale 12
   3.3. Modello cinetostatico 14
4. Progettazione ed analisi di nuovi meccanismi 26
   4.1. Cinghie sincrone 27
   4.2. Catene 35
   4.3. Rotismi 39
   4.4. Sistema articolato piano 58
   4.5. Matrici di valutazione 85
   4.6. Soluzioni 86
   4.7. Ottimizzazione della legge di moto 92
5. Valutazioni su formati differenti (TBA 200 Slim Leaf) 96
   5.1. Soluzioni 97
6. Conclusioni 101

SOMMARIO

La tesi è il risultato dell'attività di tirocinio svolta presso Ecor Research, su una tematica proposta da un cliente, più precisamente Tetra Pak.

Si progettano nuove soluzioni per un meccanismo estrattore di pacchetti preformati all'interno di un macchina automatica riempitrice di liquido per il confezionamento continuo in ambiente asettico. L'estrattore è posto in seguito all'organo che forma i pacchetti preformati e deve aumentare la velocità degli stessi in modo tale da permettere lo scarto dei danneggiati, in corrispondenza della massima produttività della macchina. Lo scarto avviene tramite uno scivolo che si frappone al moto del pacchetto nel caso esso sia danneggiato, non appena è avvenuta l'estrazione. Quindi, senza la presenza dell'estrattore, il sistema di scarto non ha una adeguata finestra temporale in cui agire. In seguito i pacchetti non danneggiati entrano nel successivo organo macchina dove vengono riferiti e distanziati per le successive lavorazioni.

Le nuove soluzioni sono sviluppate su un certo formato di pacchetto, per il quale risultano disponibili spazi minori per l'implementazione dell'estrattore.

Si è affrontato il problema costruendo un modello cinetostatico dell'estrattore, ricavando le specifiche di progetto attraverso contatti con il cliente e attraverso l'analisi della soluzione esistente.

A causa dei limitati ingombri a disposizione per l'implementazione dell'estrattore, si divide il problema in due parti, progettando ed analizzando per ognuna un ampio ventaglio di soluzioni, tra le quali anche sistemi articolati, introducendo in seguito parametri di valutazione per scegliere le migliori.

Si va poi a comporre le parti del problema a seconda delle proprie affinità ottenendo le soluzioni complete e scegliendo le più adatte al caso in esame.

Infine si valuta la flessibilità delle soluzioni scelte verificando l'adattabilità ad un differente formato di pacchetto.

1. INTRODUZIONE

1.1. Ecor Research

La presente tesi è il risultato dell'attività di tirocinio svolto presso l'azienda Ecor Research.

Ecor Research, nata nel 1976 a Schio, nel vicentino, opera nel settore del confezionamento alimentare, dell'aerospazio, della difesa e della meccanica avanzata.

Oggi l'azienda è punto di riferimento per tecnologia e innovazione nel settore della progettazione, produzione e assemblaggio di componenti e moduli per l'industria farmaceutica e di riempimento alimentare asettico, con grande esperienza ed elevato know-how nei processi speciali in continua evoluzione, nei mercati della ricerca scientifica e dell'industria aerospaziale.

Il tirocinio è stato svolto presso Ecor Campus, con sede a Castelvetro di Modena. In tale sede tramite la stretta integrazione del mondo della ricerca applicata con l'attività produttiva, si sviluppano soluzioni legate all'ingegneria dell'affidabilità (che studia la probabilità di rottura di componenti di macchina) e l'ingegneria delle superfici che punta a rendere le superfici funzionali (bassi coefficienti di attrito e resistenti alla corrosione). In questo contesto vengono anche sviluppate soluzioni innovative su gruppi di macchina al fine di ottimizzare soluzioni già esistenti o crearne di nuove a seconda delle necessità dei clienti.

Già agli inizi degli anni 80 inizia il rapporto di collaborazione con Tetra Pak, l'azienda leader indiscussa a livello mondiale nel packaging alimentare.

Essa opera in stretta collaborazione con clienti e fornitori, offrendo prodotti sicuri, innovativi ed eco-compatibili che ogni giorno soddisfano le esigenze di centinaia di milioni di persone in più di 170 paesi in tutto il mondo. Tetra Pak è una vera multinazionale con aziende presenti in 85 stati e con all'attivo circa 23000 dipendenti.

Le soluzioni Tetra Pak sono progettate specificamente per richiedere il minor uso di materie prime possibile. Prodotti lattiero-caseari, succhi e nettari, gelato, formaggio, alimenti e verdure, nonché cibo per animali domestici sono esempi di prodotti che possono essere trattati o confezionati.

E' proprio dalla collaborazione con Tetra Pak che nasce questa tesi.

1.2. L'argomento di tesi

L'argomento di tesi è incentrato sulla progettazione ed analisi di un meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati in una macchina automatica per il confezionamento asettico (Filling Machine).

Più precisamente l'attenzione è rivolta ad individuare nuove soluzioni per l'estrazione di pacchetti all'interno di un modulo della Filling Machine E3/Speed, macchina automatica per il confezionamento asettico in grado di trattare differenti formati di pacchetti.

Dal punto di vista operativo tale argomento può essere suddiviso nelle seguenti fasi:

- Analisi della soluzione attuale e della sua evoluzione
- Progettazione ed analisi di nuove soluzioni
- Valutazioni su formati differenti (TBA 200 Slim Leaf)

Il design di tali soluzioni (estrattore) è stato realizzato attraverso l'utilizzo di un CAD 3D.

All'interno del prossimo capitolo verranno indicate le specifiche di progetto ed analizzata la soluzione esistente, in modo da creare un modello per la progettazione di nuove soluzioni. Nei capitoli seguenti si dividerà il problema in due sottoproblemi a causa dei limitati spazi a disposizione. Per ognuno di essi verranno progettate ed analizzate differenti soluzioni, arrivando a scegliere le migliori tramite, matrici di valutazione. Le soluzioni ai sottoproblemi verranno composte a seconda delle proprie affinità, e verranno scelte le soluzioni migliori. Per ultimo si analizzerà la flessibilità delle soluzioni scelte ad essere adattate ad un differente formato.

2. CONTESTO

In questo capitolo si descrive la Filling Machine, macchina automatica riempitrice di liquido per il confezionamento continuo in ambiente asettico.

Prima di fare questo vale la pena di descrivere l'imballaggio utilizzato in tale macchina, cioè il Tetra Brik Aseptic (TBA).

2.1. Tetra Brik Aseptic

Il pacchetto è un unico imballaggio costituito in maniera strutturale da più materiali, come si può vedere in Figura 1. L'accoppiamento è realizzato a seconda dei mercati di commercializzazione, ma la struttura base è formata da fogli di cartone e alluminio, adeguatamente separati da polietilene. L'alluminio assolve una duplice funzione di barriera alla luce ed all'ossigeno.

Tale funzione è importante per mantenere inalterate le proprietà organolettiche e nutrizionali dei prodotti alimentari contenuti nell'imballaggio.

Il polietilene permette la sterilizzazione e l'accoppiamento dei vari fogli mentre il cartone garantisce all'imballaggio una certa rigidità.

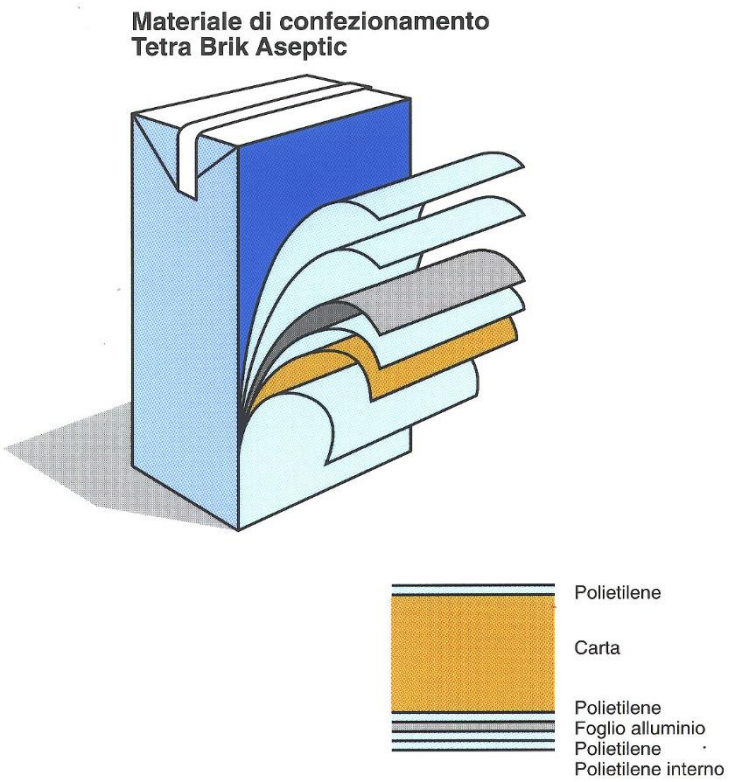


Figura 1 – Composizione TBA

2.2. Filling Machine E3/Speed

Nel corso della sua storia, Tetra Pak ha sviluppato diverse soluzioni per andare incontro alle crescenti esigenze di mercato, tra cui l'aumento di produttività, ma la filosofia delle sue macchine riempitrici in continuo è rimasta pressoché immutata. Le macchine si suddividono in diversi moduli, ognuno dei quali svolge una o più funzioni.

L'imballaggio viene inserito all'interno del modulo di ingresso, sotto forma di bobine all'interno della Filling Machine, dove viene svolto per mezzo di tenditori. Quest'ultimi adibiscono principalmente a due funzioni, la funzione di mantenere sotto tiro costante l'imballaggio nei moduli successivi anche durante i transitori di funzionamento, e la funzione di buffer quando la bobina finita viene sostituita con una nuova e i due lembi saldati insieme per garantire la continuità nel funzionamento. Quando questo avviene un certo numero di pacchetti viene scartato in corrispondenza della saldatura.

Sempre all'interno del modulo d'ingresso, viene anche applicata una piccola striscia di polietilene lungo il bordo dell'imballaggio che successivamente, dopo che l'imballaggio avrà assunto forma cilindrica, verrà saldata formando il tubo carta da cui poi verranno formati i pacchetti. Nel caso in cui il pacchetto finito presenti diverse tipologie di apertura (linguette, tappi, ecc.) essi vengono applicati all'imballaggio in questo modulo.

Successivamente l'imballaggio viene sterilizzato. I modi principali con cui avviene questa operazione sono tramite lavaggio con perossido o tramite bombardamento con cannone ad elettroni.

Figura 2 - Filling Machine Tetra Pak E3/Speed

Successivamente l'imballaggio entra nel modulo OutFeed, indicato in Figura 2, dove inizialmente viene formato il tubo carta e riempito tramite un apposito tubo di riempimento che regola anche il livello del liquido. Il liquido viene prelevato da un apposito modulo atto al suo trattamento.

A questo punto attraverso un meccanismo dedicato vengono formate e separate le caramelle (pacchetti preformati ma con bordi non ancora ripiegati, Figura 3), che in seguito vengono riferite e distanziate per ulteriori operazioni in altri moduli.

Figura 3 - Pacchetto preformato (caramella)

I bordi vengono in seguito ripiegati e saldati e le caramelle assumono la forma finale di pacchetto.

I moduli successivi dipendono dalla tipologia di prodotto che si vuole ottenere, possono prevedere l'applicazione di varie tipologie di cannucce e tappi fino a diversi tipi di inscatolamento.

Più precisamente l'attività si è svolta sulla Filling Machine E3/Speed per il formato TBA 125 S, macchina che presenta una produttività massima di 40000 pacchetti/ora.

Brevemente, la E significa E-Beam, cioè che la sterilizzazione avviene tramite bombardamento con cannone di elettroni, il 3 indica la versione della macchina, mentre Speed ne indica la produttività. TBA 125 S indica il formato di pacchetto ottenibile.

Nella maggior parte delle macchine Tetra Pak la sterilizzazione avviene tramite bagno in perossido (H_2O_2), con il sistema a cannone di elettroni si ottiene produttività maggiore, eliminando inoltre i rischi nel trattamento del perossido.

L'estrattore deve poter funzionare anche in macchine che effettuano sterilizzazione mediante perossido, per questo bisogna considerarne la presenza in piccole quantità nella zona di lavoro.

Il modulo della macchina su cui è ricaduta l'attenzione è l'OutFeed, cioè come già detto, il modulo che permette la formazione, la divisione del pacchetto in continuo e il suo riferimento per le successive operazioni.

Il pacchetto preformato, definito "caramella", viene formato in continuo da tubo carta tramite un organo denominato Jaw System (JS), un sistema di ganasce e coltelli montati su catena azionati tramite servomotori e guidati da camme.

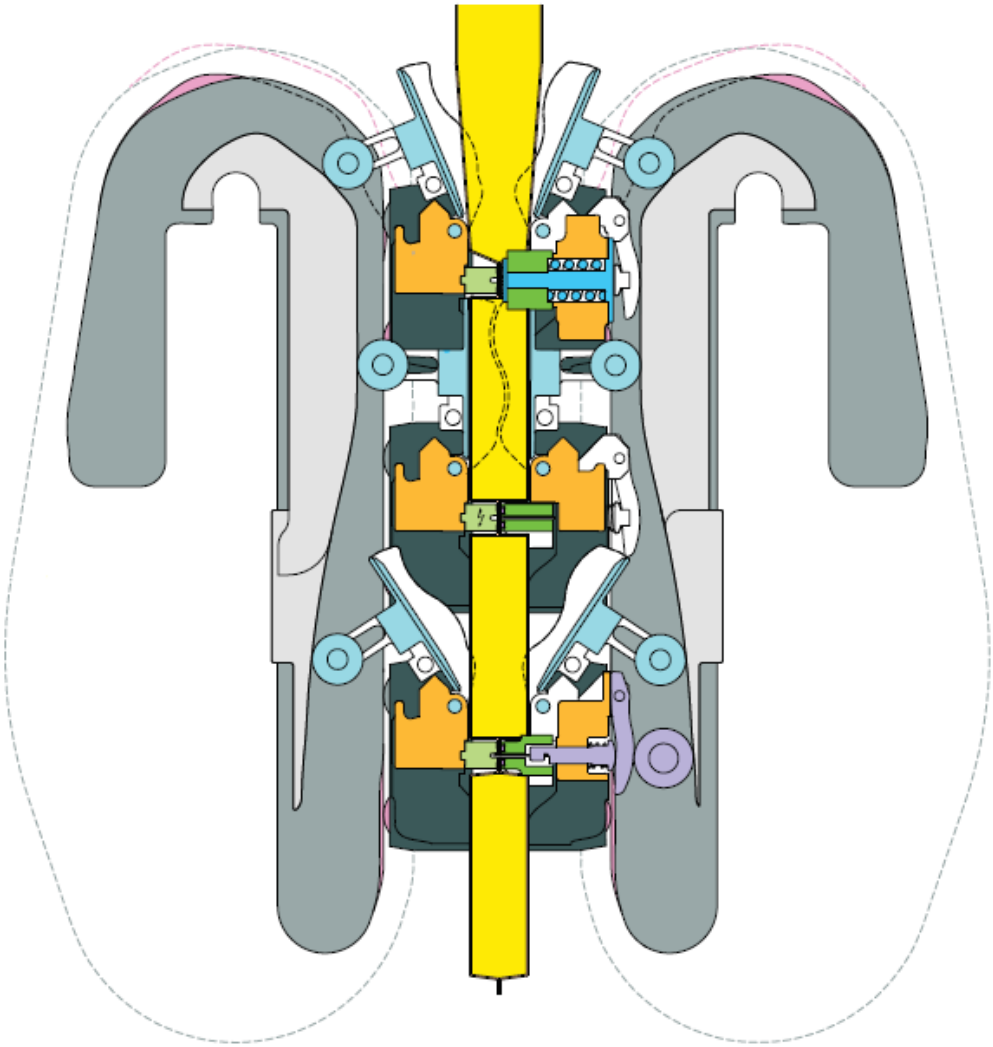


Figura 4 - Schema Jaw System

Come mostra la Figura 4, il tubo carta viene per prima cosa afferrato a formare il bordo inferiore della caramella, che viene saldato tramite due induttori. In seguito la caramella assume la sua forma definitiva per mezzo di ganasce ed infine formato e saldato il bordo superiore. Prima di lasciare il meccanismo ogni caramella viene separata dalla successiva tramite un coltello situato tra i due induttori.

In seguito la caramella arriva nel Final Folder (FF), organo utilizzato per riferire e distanziare le caramelle per le successive lavorazioni, che completano la formatura e il confezionamento del pacchetto.

Tra il JS e il FF deve inoltre essere gestito il sistema di scarto, chiamato Waste Box, formato da uno scivolo che si infrappone al moto del pacchetto nel caso esso sia danneggiato.

A causa dell'aumento di produttività, si sono sviluppate problematiche in questa zona legate al non corretto smaltimento dello scarto, arrivando alla necessità di sviluppare nel ridotto spazio rimasto a disposizione, un sistema di estrazione della caramella, tra JS e FF.

3. ANALISI DELLA SOLUZIONE ESISTENTE E DELLA SUA EVOLUZIONE

3.1. Specifiche di progetto

Il contesto in cui ci si trova a lavorare è il modulo OutFeed.

Nelle macchine precedenti alla E3, tra il Jaw System e il Final Folder il pacchetto solitamente non è manipolato, ma scende semplicemente per gravità lungo uno scivolo.

All'aumentare della produttività si è notato una maggiore probabilità di arresto nella zona del Final Folder. La causa è stata individuata nella congestione della Waste Box e nel non controllo del pacchetto a valle del Jaw System, che provoca inoltre una cattiva qualità del taglio e una usura prematura dei coltelli dello stesso.

A seguito di ciò è stato inserito un sistema definito Estrattore che consente di accompagnare il pacchetto dal Jaw System al Final Folder, nella sezione di Figura 5 si può osservare la soluzione attuale.

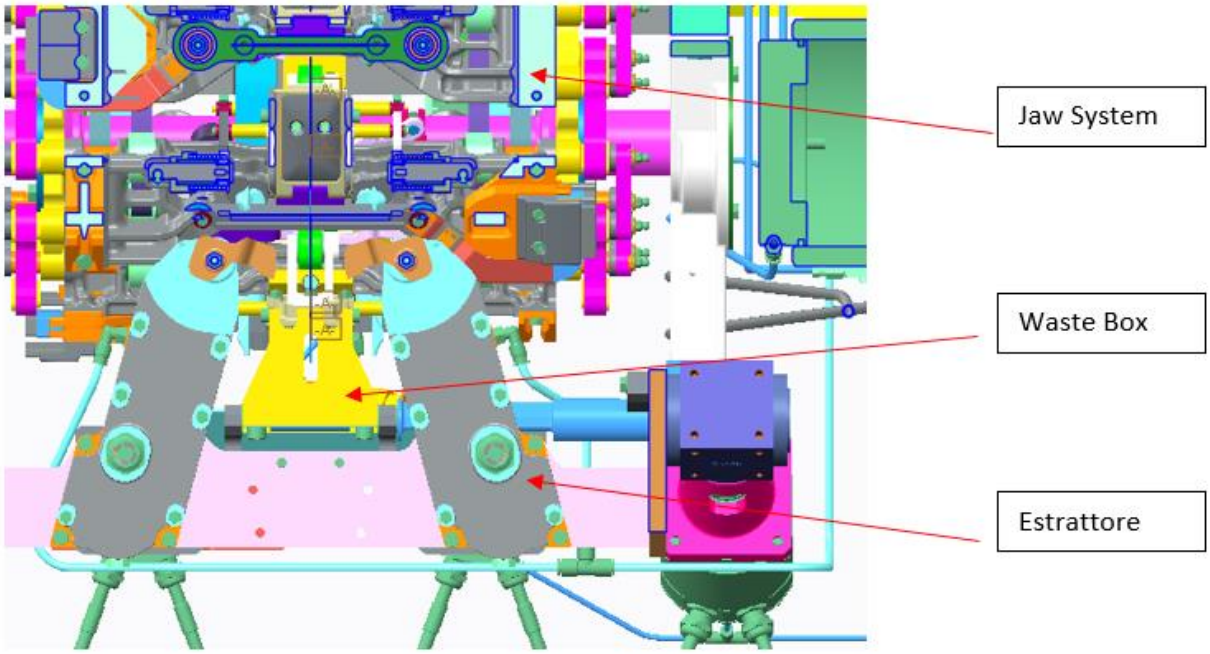


Figura 5 - Sezione frontale zona estrattore

Si vuole quindi inserire in questa zona un estrattore che soddisfi le seguenti funzionalità:

- Produttività massima = 40000 pacchetti/h
- Resistenza ad agenti chimici acidi e basici (utilizzati per la pulizia)
- Funzionamento con umidità prossima al 100%
- Range di temperatura 25-50°C
- Possibile presenza di perossido
- Corretto funzionamento del Waste Box
- Lifetime = 6000 h

3.2. Soluzione attuale

La funzione di estrazione viene svolta attualmente da una coppia di manovelle, definite “dita”, che ruotano a velocità angolare costante imposta dalla produttività. Le dita vanno ad estrarre la caramella agendo sui bordi non ancora ripiegati (alette) non appena è avvenuto il taglio e la formazione della stessa.

Il gruppo estrattore attuale è composto da due sottogruppi speculari, ciascuno dei quali movimenta un singolo dito con moto continuo attraverso trasmissione ad ingranaggi in bagno d’olio, azionata tramite servomotore, come si può osservare in Figura 6.

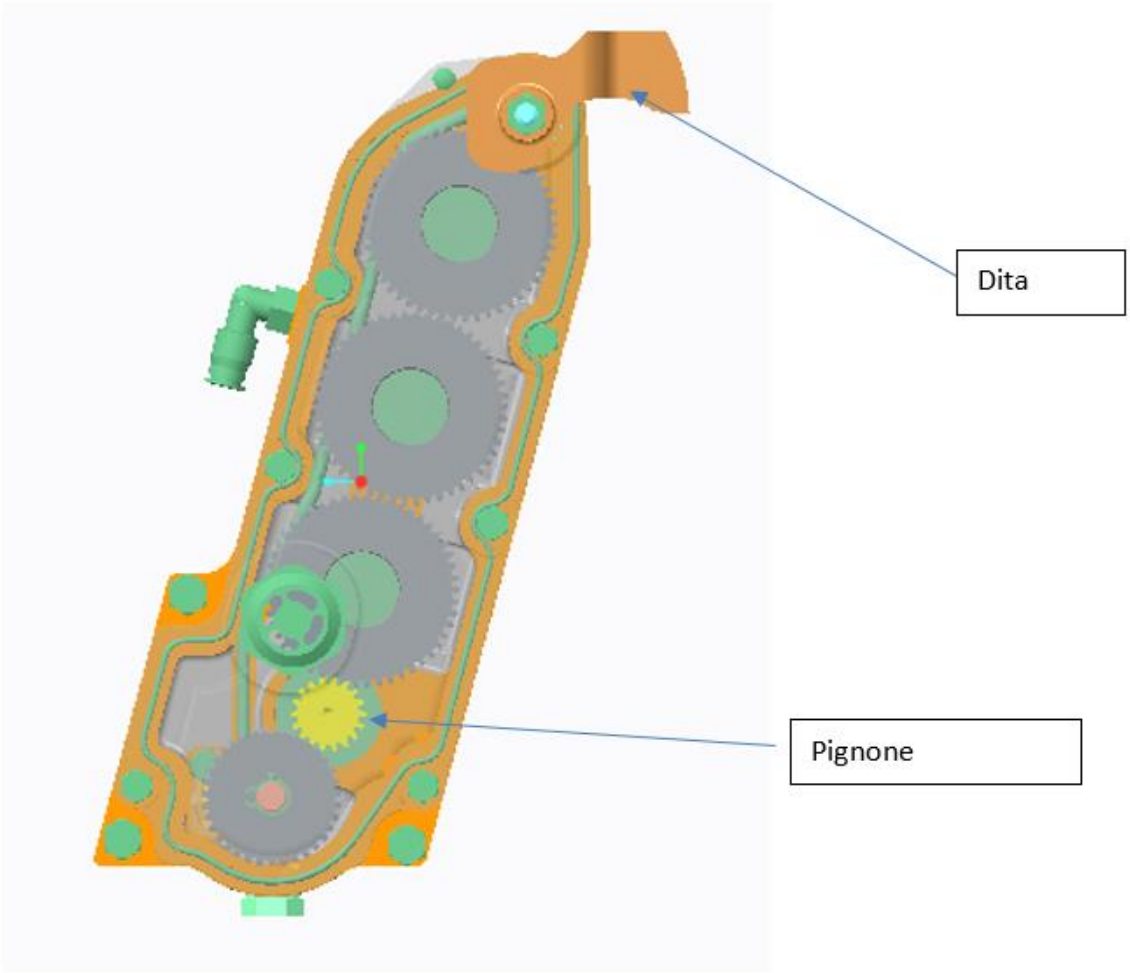


Figura 6 - Estrattore attuale

La sincronizzazione delle dita con il Jaw System avviene direttamente tramite il controllo dei due servomotori.

E’ presente anche un ingranaggio che trasmette il moto a una piccola pompa ad ingranaggi che svolge il ruolo di lubrificazione del meccanismo.

La versione precedente del gruppo estrattore presentava un unico motore per entrambe le dita e l'utilizzo di due rinvii angolari. Questa versione è stata scartata dal cliente a causa degli elevati attriti e della difficoltà di sincronizzazione tra le dita.

La velocità media di uscita del pacchetto dal Jaw System è imposta dalle dimensioni del pacchetto e dalla produttività, la velocità periferica delle dita nel punto di contatto risulta essere volutamente maggiore di essa, in quanto una differenza di velocità permette di superare le difficoltà di sincronizzazione nel momento di estrazione del pacchetto. Questa differenza di velocità comunque non consente il danneggiamento del pacchetto nel conseguente urto, ed è stata imposta sperimentalmente.

Il Waste Box è composto da uno scivolo azionato tramite servomotore che si frappone al moto del pacchetto nel caso in cui esso risulti danneggiato. La rilevazione del danno avviene tramite sistemi ottici.

Questo scivolo ha un tempo di commutazione tra la posizione che permette il passaggio al Final Folder e la posizione di scarto e viceversa, che è stato imposto come dato di progetto; l'estrattore deve quindi garantire una finestra temporale tra il passaggio di un pacchetto e il successivo maggiore del tempo di commutazione dello scivolo del Waste Box.

Vediamo ora i parametri caratteristici del sistema:

Parametri caratteristici FM E3/Speed:

- Produttività massima 40000 pacchetti/h
- Periodo 0.09 s

Parametri caratteristici TBA 125S, riportati in Figura 7:

- Altezza caramella = 104 mm
- Larghezza = 50.3 mm
- Spessore = 32.1 mm
- Altezza TBA = 87.9 mm
- Dimensione tubo carta utilizzata = 130 mm

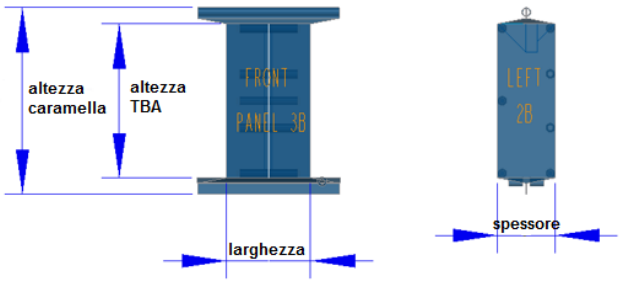


Figura 7 - Dimensioni pacchetto

Parametri caratteristici estrattore (TBA 125S):

- Rapporto di trasmissione motore-dita = 1
- Velocità angolare = 69.813 rad/s = 666.7 rpm

- Limite massimo velocità relativa dita-caramella = 1.846 m/s
- Tempo intervento scivolo Waste Box = 30 ms
- Raggio dito r = 43 mm
- Coefficiente di “Waste” = 20% lunghezza scivolo
- 2xMotore Rockwell MPS-B310P-M-X183 (brushless)

Il coefficiente di Waste è definito come percentuale della dimensione dello scivolo del Waste box che può spingere la caramella in Final Folder. Infatti la caramella si considera entrata in Final Folder dopo avere percorso l’80% dello scivolo, è verificato sperimentalmente che anche se la caramella viene spinta dal 20% dello scivolo nella sua commutazione, essa non ne risente in termine di posizionamento all’interno del Final Folder.

Parametri caratteristici servomotore Rockwell MPS-B310P (brushless):

- Potenza = 380 W
- Velocità massima = 5000 rpm
- Coppia nominale = 1.35 Nm
- Coppia di spunto = 3.6 Nm
- Rivestimento in acciaio inox

In alcune operazioni di manutenzione o sblocco manuale le dita dell’estrattore devono rimanere in posizione di riposo, cioè il più possibile lontano dalla zona di lavoro. Non possono quindi essere collegate meccanicamente al Jaw System, sebbene durante il funzionamento standard vada inseguito il sincronismo.

Lo stesso vale nei casi in cui il pacchetto è danneggiato oppure non completamente riempito, l’estrattore dovrà essere fasato in ritardo o in anticipo di alcuni gradi rispetto al Jaw System per poter dare maggior spinta al pacchetto vuoto.

3.3. Modello cinetostatico

Utilizzando i parametri e i disegni CAD del meccanismo si è effettuata un’analisi cinematica e dinamica e si è costruito un modello tramite software Excel. Questo ha reso possibile analizzare in quale modo e attraverso quali parametri del meccanismo si possano soddisfare le funzionalità richieste.

Inoltre il modello permetterà in seguito di eseguire valutazioni sui parametri da modificare nel caso si voglia utilizzare lo stesso meccanismo per altri formati di TBA, inserendo semplicemente le dimensioni del TBA in input, ed inoltre fornire indicazioni utili nella sintesi di meccanismi alternativi.

E’ risultato sufficiente un modello monodimensionale in quanto la traiettoria della caramella in caduta è verticale al terreno, per cui il modello risulta essere sviluppato in questa direzione.

Per prima cosa si è svolta una analisi cinematica che ha permesso di risalire a tutte le velocità dei membri in gioco.

La trasmissione del moto avviene semplicemente tramite treno di ingranaggi, il cui schema è riportato in Figura 8.

E' risultato quindi molto semplice, sapendo la velocità angolare del membro di uscita, cioè il dito, risalire alle velocità degli organi in gioco e del motore, anche tramite i disegni costruttivi che permettono la conoscenza di parametri relativi al meccanismo.

La velocità angolare costante del membro di uscita risulta imposta dalla produttività della macchina e dal vincolo che ogni caramella in uscita dal Jaw System debba essere estratta tramite estrattore. Risulta così che ogni giro del dito debba essere effettuato nel periodo minimo imposto dalla produttività massima della macchina tramite la seguente formula:

$$T[s] = \frac{1}{f[Hz]} = 0.09\ [s]$$

Essendo T il periodo, f la frequenza ricavata riportando la produttività da 1/h ad appunto 1/s=Hz. Si può quindi calcolare la velocità angolare costante richiesta in caso di produttività massima tramite la formula:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 69.813\ \frac{rad}{s} = 666.7\ rpm$$

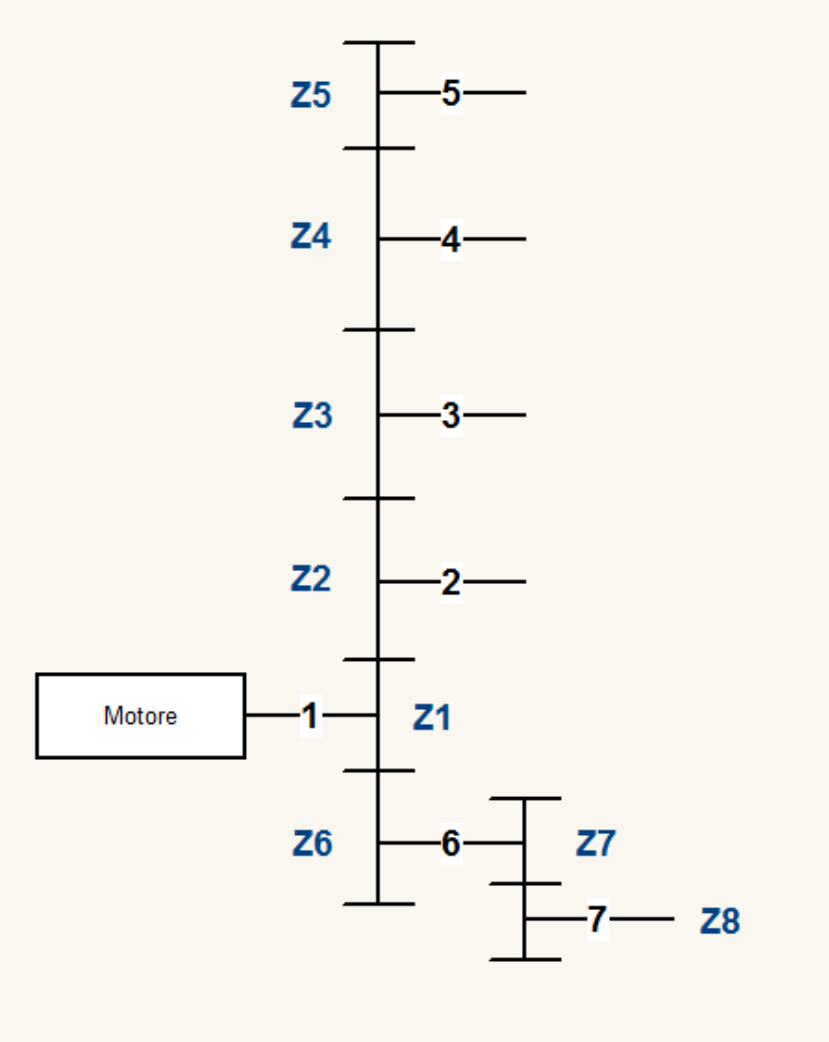


Figura 8 - Schema trasmissione ad ingranaggi

Si può quindi grazie ai seguenti dati ricavati dal disegno CAD e le opportune formule ricavare i rapporti di trasmissione e le varie velocità angolari in gioco:

$$m = 1\ [mm]$$

$$Z_1 = 18 \text{ denti}$$
$$Z_2 = 50 \text{ denti}$$
$$Z_3 = 50 \text{ denti}$$
$$Z_4 = 50 \text{ denti}$$
$$Z_5 = 18 \text{ denti}$$
$$Z_6 = 35 \text{ denti}$$
$$Z_7 = 24 \text{ denti}$$
$$Z_8 = 24 \text{ denti}$$

$$\tau_{ij} = \frac{Z_{movente}}{Z_{cedente}} = \frac{\omega_{\ cedente}}{\omega_{movente}} = \frac{\omega_j}{\omega_i}$$

$$\tau_{12} = 0.36$$
$$\tau_{23} = 1.00$$
$$\tau_{34} = 1.00$$
$$\tau_{45} = 2.78$$
$$\tau_{56} = 0.51$$
$$\tau_{67} = 1.00$$
$$\tau_{15} = 1.00$$

$$\omega_1 = 69.81 \text{ rad/s}$$
$$\omega_2 = 25.13 \text{ rad/s}$$
$$\omega_3 = 25.13 \text{ rad/s}$$
$$\omega_4 = 25.13 \text{ rad/s}$$
$$\omega_5 = 69.81 \text{ rad/s}$$
$$\omega_6 = 35.90 \text{ rad/s}$$
$$\omega_7 = 35.90 \text{ rad/s}$$

La ruota 6 svolge il compito di portare il moto alle ruote 7, 8, ruote di una piccola pompa ad ingranaggi che serve per la lubrificazione della trasmissione.

Il rapporto di trasmissione totale tra motore e dita τ_{15} risulta quindi essere unitario.

Si possono ora ricavare i dati per la verifica del corretto funzionamento del Waste Box.

Il vincolo imposto dalla Waste Box è che il proprio scivolo abbia una finestra temporale in cui agire maggiore del tempo in cui commuta tra le sue due posizioni (0.03 s), ciò dovrà essere verificato sia nella commutazione da Final Folder a Waste Box che viceversa. Naturalmente ciò deve avvenire per ogni periodo T.

Nel caso non fosse soddisfatto questo vincolo, la caramella verrebbe a trovarsi in una posizione di interferenza con il movimento dello scivolo e a bloccare il funzionamento della macchina, oltre a subire un danneggiamento.

Sapendo il raggio del dito (0.043 m), si può ricavare la velocità periferica dell'estrattore:

$$V_{estr} = \omega * r = 3.002\ m/s$$

Essendo nota inoltre la lunghezza della caramella (0.104 m) e il periodo di uscita dal Jaw System, si trova la velocità media (a causa di alcune variazioni imposte dagli organi macchina precedenti) con cui la caramella esce dal Jaw System,

$$V_{car} = \frac{Lunghezza\ caramella}{T} = 1.156\ m/s$$

Si trova così la velocità relativa massima tra dita e pacchetto nel contatto, imposta sperimentalmente per non deformare la caramella,

$$V_{rel\ max} = V_{estr} - V_{car} = 1.846\ \mathrm{m/s}$$

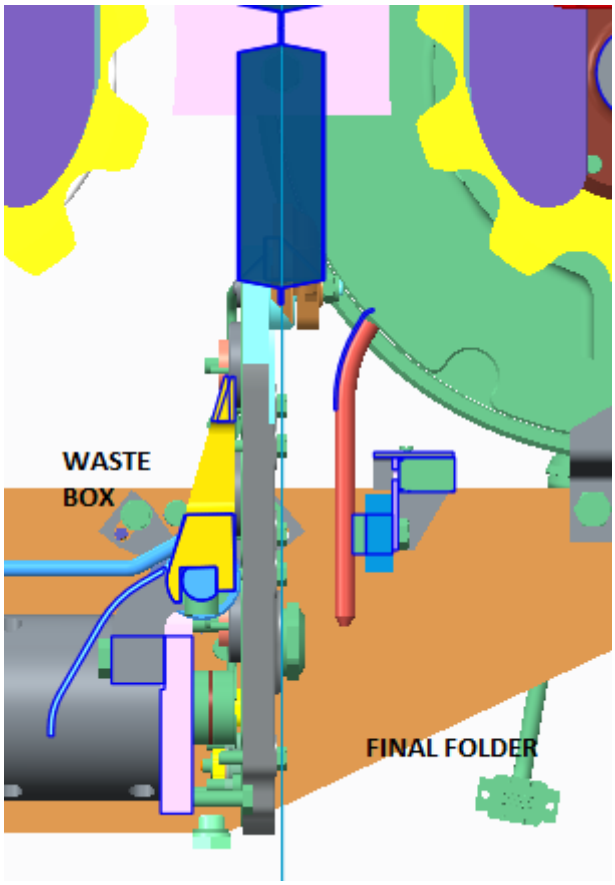


Figura 9 - Sezione laterale Scivolo estrattore

Come si può osservare in Figura 9, costruttivamente la Waste Box è formata da uno scivolo di 0.077 m di lunghezza. Esso ruota attorno a un pivot distante 0.207 m dall'ultima ganascia del Jaw System, quindi dalla parte superiore della caramella nel momento in cui termina la formazione della stessa (imposto come istante di inizio periodo e punto iniziale del modello).

L'estrattore invece viene a trovarsi a una distanza da esso pari alla lunghezza della caramella meno l'altezza di una aletta, in modo da potersi impegnare nella aletta inferiore nello stesso momento in cui termina la formazione della caramella. Più precisamente:

$$d_{estr} = altezza\ caramella - \left(\frac{altezza\ caramella - altezza\ TBA}{2}\right)$$

La sezione di Figura 9 mostra la posizione della caramella all'inizio del periodo.

Si può ora verificare l'effettivo funzionamento delle commutazioni dello scivolo.

Commutazione da Final Folder a Waste box

Si comincia dal caso in cui la prima caramella debba andare in Final Folder mentre la seguente dovrà essere scartata in Waste Box.

Come precedentemente definito, la caramella si considera entrata in Final Folder dopo avere percorso l'80% dello scivolo, si è verificato infatti sperimentalmente che anche se la caramella viene spinta dal 20% dello scivolo (coefficiente di Waste) nella sua commutazione, essa non ne risente in termini di posizionamento all'interno del Final Folder.

La parte superiore della caramella dovrà quindi percorrere una certa distanza prima che lo scivolo possa iniziare la commutazione, pari a:

$$d_1 = distanza\ pivot\ scivolo - 20\% lunghezza\ scivolo = 0.1916\ m$$

Si può descrivere questa situazione con buona approssimazione, definendo che la caramella raggiunga la velocità dell'estrattore durante il contatto. Non si considera il ridotto tratto di accelerazione per raggiungere la velocità dell'estrattore, parametro difficilmente ricavabile in quanto il contatto avviene con un corpo molto flessibile. Viene utilizzata la legge:

$$s = V_{estr}\ t + 0{,}5\ g\ t^2$$

Essendo g l'accelerazione di gravità. Si ricava cosi invertendo l'equazione:

$$t_1 = 0.05828\ s$$

Che risulta essere il tempo necessario calcolato dall'inizio del periodo per il passaggio della prima caramella in FF (passaggio 1° pacchetto nel grafico di Figura 10).

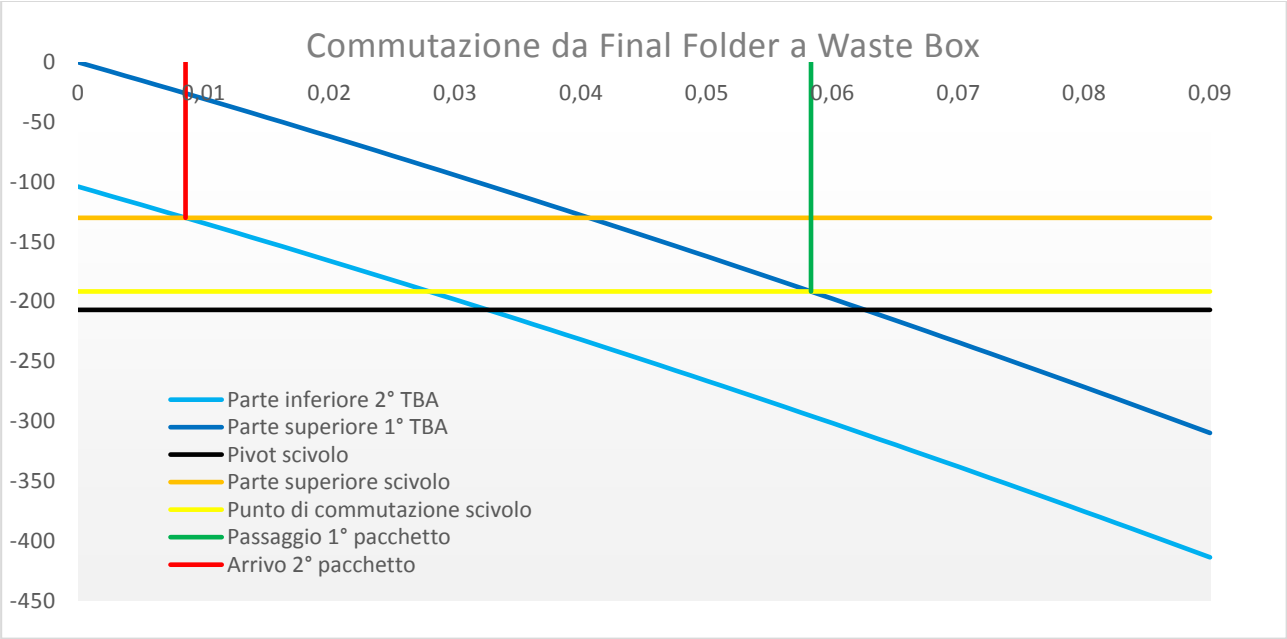


Figura 10 - Grafico commutazione da Final Folder a Waste Box

Per poter scartare e quindi mandare in Waste box la caramella successiva occorre che lo scivolo commuti prima del passaggio della parte inferiore della stessa per il punto superiore dello scivolo; altrimenti avverrebbe un contatto non voluto che porterebbe al danneggiamento della caramella o all'inceppamento dello scivolo.

L'estrazione avviene all'inizio del periodo per il vincolo della produttività, e la caramella deve percorre un tratto pari a:

$$d_2 = distanza\ pivot\ scivolo - lunghezza\ scivolo\ -\ altezza\ caramella = 0.026\ m$$

Utilizzando le approssimazioni già descritte si ricava:

$$t_2 = 0.008542\ s$$

Che risulta essere Arrivo 2° pacchetto nel grafico di Figura 10.

Si calcola l'intervallo di commutazione a disposizione dello scivolo, come:

$$int_1 = T - t_1 + t_2 = 0.04027\ s$$

Che risulta essere maggiore del tempo di intervento dello scivolo del Waste Box = 0.03 s, verificando la condizione di funzionamento.

Commutazione da Waste Box a Final Folder

Bisogna verificare anche il caso in cui lo scivolo debba commutare dalla Waste box al FF (in Figura 11 viene riportato il grafico relativo a questa casistica); questo caso risulta essere meno costrittivo in

quanto durante la commutazione la caramella che deve essere scartata può essere danneggiata senza creare inceppamenti nella macchina.

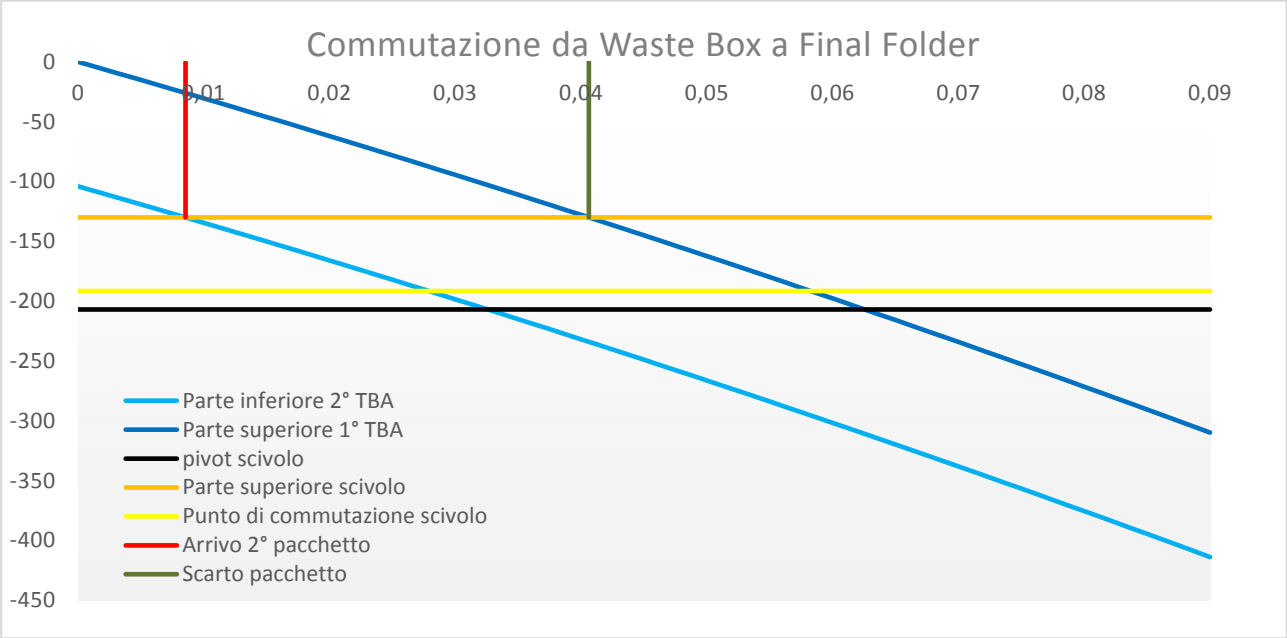


Figura 11 - Grafico commutazione da Waste Box a Final Folder

La commutazione può quindi iniziare quando la parte superiore della caramella si trova in corrispondenza del punto superiore dello scivolo, come da grafico.

Utilizzando le approssimazioni già riportate precedentemente si ricava il tempo che occorre per arrivare a questa situazione (scarto pacchetto nel grafico di Figura 11) calcolato dall'inizio del periodo:

$$t_3 = 0.04061\ s$$

La commutazione deve avvenire prima che la parte inferiore della caramella seguente, diretta in Final Folder, arrivi in corrispondenza della parte superiore dello scivolo (arrivo secondo pacchetto nel grafico di Figura 11), determinando quindi:

$$t_4 = 0.008542\ s$$

Si ricava quindi l'intervallo temporale in cui può commutare lo scivolo:

$$int_2 = T - t_3 + t_4 = 0.05793\ s$$

Risultante appunto maggiore del tempo di commutazione = 0.030 s e soddisfacente il vincolo sul funzionamento della Waste Box.

Analisi dinamica

Per verificare il corretto dimensionamento del motore si è utilizzata la classica equazione del moto con grandezze ridotte all'asse motore:

$$M_m - M_R = J\frac{d\omega}{dt}$$

Con:

- M_m = Coppia motore [Nm]
- M_R = Coppia resistente portata all'asse motore [Nm]
- J = Inerzia riportata a motore [Kg m^2]
- ω = Velocità angolare [rad/s]

All'interno dell'equazione non vengono considerate le perdite per attrito.

A parte un breve transitorio iniziale di accensione, il moto avviene a velocità angolare costante, si annulla quindi l'effetto delle inerzie sul moto.

Nonostante ciò, è di difficile identificazione la coppia resistente M_R che, trascurando gli attriti, viene applicata esclusivamente dal contatto col TBA, contatto che avviene in una breve frazione del periodo. Questo contatto è di difficile definizione, in quanto avviene tra due corpi aventi diverse velocità, quindi approssimabile a un urto.

Inoltre i corpi non possono essere definiti infinitamente rigidi, soprattutto il pacchetto, che risulta avere una certa flessibilità, i cui parametri sono sconosciuti.

Oltretutto, per il motore in uso si hanno a disposizione i valori relativi a coppia nominale e coppia massima, ma non si ha la conoscenza dei parametri elettrici durante il moto, non si riesce quindi a risalire alla effettiva coppia esercitata per contrastare l'azione resistente.

Ciò avviene a causa della caratteristica dei motori brushless (quindi sincroni) di lavorare ad una certa velocità angolare fissata grazie alla tensione e alla frequenza, con una coppia che dipende dallo sfasamento (la corrente è dipendente da esso) tra rotore e statore (naturalmente rimanendo nei limiti di coppia nominale o massima a seconda della condizione).

Non avendo questi dati a disposizione si pongono allora alcune approssimazioni sul moto del pacchetto, in quanto risulta assai dispendioso in termini di tempo stimare le forze scambiate con il dito durante il contatto, tra un corpo rigido (il dito) e uno flessibile (TBA) aventi due velocità differenti.

Imponendo le approssimazioni esposte di seguito, si riesce a ricavare una forza di primo tentativo scambiata tra il pacchetto e il dito, se sarà necessario si inserirà in seguito una legge di moto grazie al motore brushless in modo da controllare il contatto.

Più precisamente si accosterà alla stessa velocità il dito al pacchetto per poi accelerarlo durante il contatto fino alla velocità voluta (situazione già sperimentata con la soluzione attuale, porta in questo caso difficoltà nell'estrarre il pacchetto nell'istante e nella posizione voluta a causa di variazioni all'interno del Jaw System).

In questo modo conoscendo l'accelerazione e la massa del pacchetto si potrà conoscere con certezza l'entità dello sforzo scambiato pari alla forza d'inerzia sommato al contributo dato dalla forza di gravità.

Tornando ora alla forza scambiata di primo tentativo, anche essa sarà composta dalla forza d'inerzia sommata alla forza di gravità; si fanno allora alcuni assunzioni sul contatto e quindi sull'accelerazione del pacchetto, riportando lo schema in Figura 12:

- Si conosce la massa del pacchetto, la V_{car} = -1.156 m/s prima del contatto e con direzione Y, la V_{estr} = 3.002 m/s con direzione tangenziale alla traiettoria circolare del dito, l'arco di contatto β_0 = 16° ricavato tramite CAD,
- Non si considerano le sollecitazioni in direzione X, in quanto essendoci due dita agenti, avranno direzioni opposte, e vengono ad annullarsi,
- Ipotizzando il pacchetto infinitamente rigido si avrà che nel punto di primo contatto (1) il pacchetto assumerà istantaneamente la componente in direzione Y della velocità dell'estrattore,
- Ipotizzando sempre il pacchetto infinitamente rigido, il contatto si avrà solamente per i primi β = 8° dell'arco di contatto fino al punto (2), punto nel quale la componente in direzione Y della velocità dell'estrattore sarà massima, mentre in seguito diminuirà. Dopo il punto (2) quindi non ci sarà più contatto in quanto il pacchetto avrà il modulo della velocità in direzione Y maggiore dell'estrattore,
- Essendo il contatto così approssimato lungo un arco di β = 8°, si ricava una dimensione del contatto in direzione Y di circa 6 mm, attraverso relazioni geometriche, essendo il raggio del dito 43 mm,
- Non essendo in realtà il pacchetto rigido, si fa l'ipotesi di considerare la velocità del pacchetto in direzione Y crescente linearmente da V_{car} a V_{estr} lungo l'arco di contatto di β = 8°. Questo mi porta ad una accelerazione costante,
- Considerando solo metà dell'arco di contatto effettivo ci si pone in condizione di sicurezza, in quanto aumenta l'accelerazione imposta e quindi la forza d'inerzia.

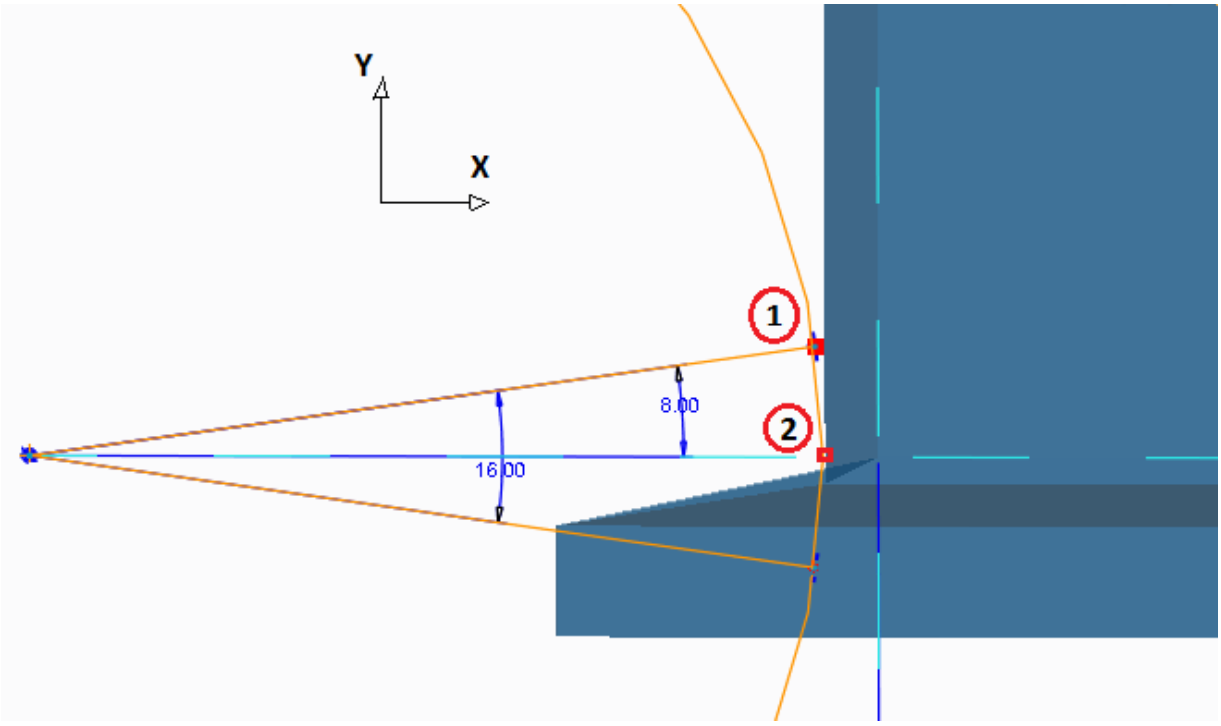


Figura 12 - Schema Contatto

Vengono di seguito riportate le formule utilizzate e i calcoli effettuati:

$$h = 2\,r\,sen\left(\frac{\beta}{2}\right)\,cos\left(90° - \left(\frac{180° - \beta}{2}\right)\right) = 6\text{ mm}$$

$$t_c = \frac{h}{V_{car} + 0.5(V_{estr} - V_{car})} = 0.0029\,s$$

$$a_c = \frac{V_{estr} - V_{car}}{t_c} = 641\,\frac{m}{s^2}$$

Con h dimensione del contatto in direzione Y, t_c tempo di contatto e a_c accelerazione nel contatto del pacchetto con verso negativo rispetto al sistema di riferimento.

Si può calcolare quindi la massa m_{car} della caramella approssimandola con giudizio alla massa del fluido contenuto, conoscendo quindi il volume $V_{car} = 0.125\,l$ e la densità del fluido contenuto $\rho_f = 1\,\frac{kg}{l}$ presupposto acqua, si giunge al calcolo della forza scambiata F:

$$m_{car} = \rho_f\,V_{car} = 0.125\text{ kg}$$

$$F = F_i - m_{car}\,g = -m_{car}a_c - m_{car}\,g = 78.95\,N$$

Che si divide in parti uguali tra i due estrattori, individuando la forza resistente F_R; riportando all'asse motore si individua il momento resistente M_R:

$$F_R = F/2$$

$$M_R = \frac{F}{2}r\,\tau_{tot} = 1.697\,Nm$$

Verifica motore

Il motore utilizzato per questa applicazione risulta essere Motor Rockwell MPS-B310P (brushless). *[7]*

Per la verifica di un motore brushless occorre verificare i seguenti parametri:

- $\omega_{max} \geq \omega$
- $M_{m\,max} \geq M_{r\,max}$
- $M_{m\,nom} \geq \frac{M_{r\,max}\sqrt{\delta}}{K_H K_T}$

Le grandezze in gioco sono considerate tutte ridotte all'asse motore.

δ risulta essere il fattore di servizio del motore, che tiene conto del dimensionamento termico e dipendente dai tratti di accelerazione del motore.

$$\delta = \frac{\sum_i^n \left(\frac{\dot{\omega}_i}{\dot{\omega}_{max}}\right)^2 t_i}{t_{tot}}$$

Con i=1,..,n intervalli t_i ad accelerazione angolare costante $\dot{\omega}_i$.

K_H e K_T sono invece costanti che tengono conto dell'altitudine e della temperatura dell'ambiente di lavoro (in questo caso 50°C è il valore massimo) a cui esercita il motore, e si definiscono:

$$K_H = \begin{cases} 1 \text{ se H} < 1000 \text{ m} \\ \left(1 - \left(\frac{H - 1000}{10000}\right)\right) \text{ se H} > 1000 \text{ m} \end{cases}$$

$$K_T = \begin{cases} 1 \text{ se T} < 40 \text{ °C} \\ \left(1 - \left(\frac{T - 40}{100}\right)\right) \text{ se T} > 40 \text{ °C} \end{cases}$$

In questo caso, in cui la velocità angolare del motore è considerata costante lungo tutto il periodo in quanto il contatto con il pacchetto avviene in una frazione molto piccola dello stesso, ed il transitorio di avviamento iniziale è trascurabile, la terza condizione si riduce a:

- $P_{m\,nom} \geq \frac{M_{r\,max}\omega}{K_H K_T}$

Quindi essendo:

$$\omega_{max} = 5000\ rpm \geq \omega = 666.7\ rpm$$

$$M_{m\,max} = 3.6\ Nm \geq M_{r\,max} = 1.697\ Nm$$

$$P_{m\,nom} = 380\ W \geq \frac{M_{r\,max}\ \omega}{K_H K_T} = 131.66\ W$$

Il motore risulta essere verificato.

Per completezza si indaga anche il transitorio di avviamento, ipotizzando che il primo ciclo sia effettuato a vuoto per raggiungere la sincronizzazione con il Jaw System e la velocità di regime.

Risulta quindi necessario raggiungere la velocità angolare di 69.813 rad/s in un periodo T=0.09 s, trovando cosi una accelerazione angolare imposta con un profilo costante:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega}{T} = 775.7\ \frac{rad}{s^2}$$

Si ha un solo tratto di accelerazione, si ricava così $\delta = 1$.

L'azione resistente risulta essere composta dalle sole inerzie J_i, con i indicante l'asse a cui appartiene l'inerzia (ricavate tramite CAD), ridotte all'albero motore, si può porre allora:

$$J_{tot\,ridotto} = \sum_i^n J_i\, \tau_{1i}^2$$

$$M_{r\,max} = J_{tot\,ridotto}\dot{\omega} = 0.11\ Nm$$

Il motore risulta verificato:

$$\omega_{max} = 5000\ rpm \geq \omega = 666.7\ rpm$$

$$M_{m\ max} = 3.6\ Nm \geq M_{r\ max} = 0.11\ Nm$$

$$M_{m\ nom} = 1.35\ Nm \geq \frac{M_{r\ max}\sqrt{\delta}}{K_H K_T} = 0.12\ Nm$$

E si nota che si può imporre un profilo di accelerazione ben più elevato durante il transitorio iniziale.

4. PROGETTAZIONE ED ANALISI DI NUOVI MECCANISMI

Si è approcciato il problema verificando la fattibilità di varie tipologie di meccanismi, sviluppando soluzioni di primo tentativo, stabilendo in seguito tramite matrici di valutazione quali saranno sviluppate per arrivare ad una soluzione definitiva.

Nello sviluppare le soluzioni si è tenuto conto delle condizioni dell'ambiente di lavoro che presenta:

- Umidità prossima al 100%
- Range di temperatura 25-50°C
- Lavaggi ripetuti con agenti chimici acidi e basici
- Possibile presenza di perossido

Bisogna inoltre tenere ben presente che nella zona di estrazione lo spazio a disposizione risulta particolarmente limitato, a causa della presenza di altri organi di macchina non modificabili, più precisamente del Jaw System.

Non potendo portare il moto direttamente ad entrambe le dita con una sola trasmissione per il motivo appena descritto, si è dovuto dividere il problema in due sotto problemi:

1. **Progettazione ed analisi di un meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati**
2. **Progettazione ed analisi di una trasmissione del moto**

Per ogni problema sono state esaminate le seguenti soluzioni:

Soluzioni prese in esame al punto 1:

- Ingranaggi (soluzione attuale)
- Cinghia sincrona
- Catena
- Sistema articolato piano

Soluzioni prese in esame al punto 2:

- 2 motori brushless (soluzione attuale)
- Cinghia sincrona
- Rotismi
- Sistema articolato piano

Risulta conveniente mantenere meccanismi che estraggono il pacchetto sulle alette da due direzioni opposte, in questo modo si possono ottenere assi di azionamento dei meccanismi paralleli, visto che lo spazio a disposizione permette l'applicazione della trasmissione tra essi, uno dei quali verrà azionato, semplificando il problema.

Non sono state prese in considerazione le camme spaziali per problemi di ingombro e le camme piane a causa dell'avversità dell'ambiente in cui verrebbero a trovarsi; inoltre essendo imposto l'uso di motori brushless per avere la stessa tipologia di motore sul modulo della macchina, una eventuale legge di moto può essere imposta tramite esso.

Sono state scartate in principio altre soluzioni che non permettessero il sincronismo preciso imposto dall'applicazione (ad esempio: cinghie piane, ruote di frizione, ecc.).

Vengono ora illustrati i procedimenti utilizzati per ogni soluzione originale e i calcoli di primo tentativo che permetteranno di fare valutazioni sulle soluzioni. Questi calcoli vengono affrontati non conoscendo le inerzie relative alle trasmissioni non ancora dimensionate, e con una stima dell'azione resistente riportata a motore M_R.

Si sceglie di utilizzare un solo servomotore nella progettazione di una trasmissione del moto, per abbattere i costi. Viene scelto per affrontare questi calcoli il Motor Rockwell MPS-B320P, motore verificato di taglia minore applicabile tra quelli in commercio, rivestito in acciaio inox a causa delle caratteristiche dell'ambiente, tenendosi un coefficiente di sicurezza sufficiente sull'incertezza dell'azione resistente e delle inerzie.

Parametri caratteristici del motore: *[7]*

- Potenza 1500 W
- Velocità massima 5000 rpm
- Coppia nominale 3.05 Nm
- Coppia di spunto 7.91 Nm
- Rivestimento in acciaio inox

Assumendo le stesse considerazioni fatte al *paragrafo 3.3,* ed essendo $M_{r\,max}$ la coppia resistente riportata a motore calcolata nello stesso paragrafo:

$$\omega_{max} = 5000\ rpm \geq \omega = 666.7\ rpm$$

$$M_{m\,max} = 7.91\ Nm \geq M_{r\,max} = 3.395\ Nm$$

$$P_{m\,nom} = 1500\ W \geq \frac{M_{r\,max}\,\omega}{K_H K_T} = 264\ W$$

Il motore risulta verificato, mentre il motore di taglia minore risulta avere un coefficiente di sicurezza pari a 1.05, considerato insufficiente a causa delle approssimazioni effettuate.

4.1. Cinghie sincrone

Soluzioni con cinghie verranno applicate sia al meccanismo che alla trasmissione del moto.

Bisogna effettuare il dimensionamento della cinghia sulla puleggia di dimensioni minori, essendo la puleggia che sollecita maggiormente la cinghia.

4.1.1. Procedura di dimensionamento

Il calcolo delle cinghie sincrone è avvenuto tramite le indicazioni e le formule estratte dai cataloghi Breco. *[5]*

Per dimensionare correttamente una cinghia bisogna verificare la resistenza al taglio del dente, la resistenza a trazione della cinghia e la sua flessibilità.

Per quanto riguarda la flessibilità vengono fornite tabelle contenenti indicazioni sui minimi diametri delle pulegge e dei numeri di denti utilizzabili a seconda dell'applicazione e della tipologia di cinghia, come riportato in Figura 13.

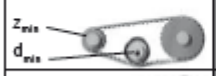
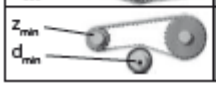
BRECOFLEX® AT10			Flexibility (minimum number of teeth / minimum diameter)											
			Steel tension member				E tension member				Stainless steel tension member			
			Standard	DL	DR	T	Standard	DL	DR	T	Standard	DL	DR	T
	Without contra-flexure	z_{min}	15	25	25	25	12	20	-	-	25	40	-	-
		d_{min} [mm]	50	80	80	80	50	80	-	-	80	120	-	-
	With contra-flexure	z_{min}	25	25	25	25	20	20	-	-	40	40	-	-
		d_{min} [mm]	120	120	120	120	80	80	-	-	120	120	-	-

Figura 13 - Esempio dei vincoli sulla flessibilità

La trasmissione deve essere dimensionata tenendo conto dei dati relativi all'applicazione, ma bisogna tenere in considerazione anche le caratteristiche del motore.

Ad esempio nel caso trattato, con un motore elettrico si hanno coppie allo spunto ben maggiori delle condizioni nominali, bisogna quindi tenere conto di queste sollecitazioni nel dimensionamento.

Nel caso di corretto dimensionamento le cinghie hanno una durata teorica di 12000 ore. Questo dato è stato ricavato dopo un colloquio col fornitore, che però non si dimentica di ricordare che è un dato calcolato con prove sperimentali in condizioni standard, cioè con rapporto di trasmissione unitario, temperatura ambiente di 20 °C e umidità del 50%.

Purtroppo non sono fornibili dati più esaustivi a causa della enorme varietà delle condizioni applicative delle cinghie.

Anticipando che in questo caso l'intervallo manutentivo dell'organo macchina è 6000 ore, ci si può ritenere abbastanza cautelati nel dimensionamento.

I cataloghi forniscono l'indicazione dei coefficienti di sicurezza da utilizzare nel dimensionamento nel caso in cui esse subiscano delle oscillazioni di coppia importanti o urti; in questo caso occorre utilizzare un coefficiente correttivo c_s pari a 1,3 per la potenza di dimensionamento.

Per prima cosa deve essere scelta la tipologia di cinghia più adatta all'applicazione in esame, a seconda dell'ambiente e dell'applicazione a cui andrà applicata.

A questo punto è possibile procedere al calcolo selezionando il passo della cinghia da utilizzare. Naturalmente minore sarà il passo, minori saranno le dimensioni della cinghia e il carico sopportabile dalla cinghia a parità di larghezza.

Si estraggono quindi dalle apposite tabelle, riportate ad esempio in Figura 14 per la tipologia di cinghia AT5, i valori utili al dimensionamento di P_{spec} $[\frac{W}{cm}]$, $M_{spec}[\frac{Ncm}{cm}]$ ed F_{spec} $[\frac{N}{cm}]$ in funzione della velocità angolare [rpm].

BRECOFLEX® AT5	Tooth shear strength (specific belt tooth load bearing)						
R.p.m. n [min⁻¹]	F_{Uspec} [N/cm]	M_{tpec} [Ncm/cm]	P_{spec} [W/cm]	R.p.m. n [min⁻¹]	F_{Uspec} [N/cm]	M_{tpec} [Ncm/cm]	P_{spec} [W/cm]
0	42,00	3,344	0,000	2000	26,05	2,074	4,344
20	41,52	3,306	0,069	2200	25,38	2,020	4,654
40	41,07	3,270	0,137	2400	24,75	1,971	4,953
60	40,64	3,236	0,203	2600	24,18	1,925	5,241
80	40,23	3,203	0,268	2800	23,64	1,882	5,518
100	39,85	3,172	0,332	3000	23,13	1,842	5,785
200	38,14	3,037	0,636	3200	22,65	1,804	6,044
300	36,73	2,925	0,919	3400	22,20	1,768	6,294
400	35,53	2,829	1,185	3600	21,78	1,734	6,536
500	34,48	2,745	1,437	3800	21,37	1,701	6,770
600	33,55	2,672	1,678	4000	20,98	1,671	6,997
700	32,72	2,605	1,910	4500	20,09	1,599	7,537
800	31,96	2,545	2,132	5000	19,28	1,535	8,038
900	31,27	2,490	2,346	5500	18,55	1,477	8,506
1000	30,63	2,439	2,554	6000	17,88	1,423	8,942
1100	30,04	2,392	2,755	6500	17,26	1,374	9,351
1200	29,49	2,348	2,950	7000	16,68	1,328	9,733
1300	28,97	2,307	3,140	7500	16,14	1,285	10,090
1400	28,48	2,268	3,325	8000	15,63	1,245	10,425
1500	28,02	2,231	3,505	8500	15,15	1,207	10,739
1600	27,59	2,197	3,680	9000	14,70	1,171	11,033
1700	27,18	2,164	3,852	9500	14,28	1,137	11,307
1800	26,78	2,132	4,019	10000	13,87	1,104	11,564
1900	26,41	2,103	4,183				

Figura 14-Esempio di tabella per caratteristiche cinghie

Da questi valori si procede ricavando attraverso le seguenti formule la larghezza minima per cui la cinghia resiste al taglio sul dente:

$$b = \frac{10000\ P_P}{Z_1\ Z_e\ P_{spec}}$$

$$b = \frac{1000\ M_m}{Z_1\ Z_e\ M_{spec}}$$

$$Z_e = \begin{cases} \frac{Z_1}{180} arccos\left(\frac{(Z_2 - Z_1)p}{2\pi\ a}\right) & con\ Z_e < 12 \\ 12\ altrimenti \end{cases}$$

Con:

- M_m [Nm] momento motore
- P [W] potenza
- c_s coefficiente di sicurezza
- P_P[W] potenza di progetto = $P\ c_s$
- Z_1 numero denti puleggia minore
- Z_2 numero denti puleggia maggiore
- Z_e denti in presa (arrotondato all'intero minore)

- d_{p1} $[mm]$ diametro primitivo puleggia minore = $\frac{p\,Z_1}{\pi}$
- d_{p2} $[mm]$ diametro primitivo puleggia maggiore = $\frac{p\,Z_2}{\pi}$
- $a[mm]$ $interasse$ richiesto
- p[mm] passo

Si può ottenere Z_e più velocemente tramite software CAD, trovandosi l'arco in presa della cinghia e dividendolo per il passo, metodo praticamente indispensabile nel caso di un numero di pulegge maggiore di due.

Si seleziona il valore di larghezza commerciale b_{comm}, arrotondando all'intero superiore tra quelli disponibili commercialmente, il più alto tra i due valori di b trovati.

Per ultimo si verifica la resistenza a trazione della cinghia verificando che la forza periferica F_P agente su di essa sia minore della massima sopportabile e tabellata a catalogo come F_{zul}.

$$F_P = \frac{2000\,M_m}{d_{p1}}$$

Una volta verificato il dimensionamento di tale cinghia per l'applicazione, bisogna verificare se si possa utilizzare una cinghia di passo minore, se essa non fosse verificata si è allora arrivati al dimensionamento ottimo.

A questo punto, ottenuta la larghezza, va ricercata la lunghezza commerciale che ci permetta di utilizzare l'interasse tra le pulegge più vicino a quello voluto, tramite la seguente formula (nel caso di due pulegge) si ricava la lunghezza necessaria:

$$L = \frac{p}{2}(Z_2 + Z_1) + 2\,a + \frac{1}{4\,a}\left(\frac{(Z_2 - Z_1)p}{\pi}\right)^2$$

Che va poi approssimata alla lunghezza commerciale L_{comm} più vicina, dalla quale di ricava l'interasse reale:

$$a_r = \frac{\frac{L_{comm}}{2} - \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2) + \sqrt{\left(\frac{L_{comm}}{2} - \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2)\right)^2 - 0.5(d_1 - d_2)^2}}{2}$$

In alternativa, risulta molto veloce ricavarsi lunghezza e interasse reale tramite un qualsiasi software CAD, metodo praticamente indispensabile nel caso di un numero di pulegge maggiore di due.

Può risultare utile ricavarsi la forza di pretensionamento al montaggio F_0 della cinghia tramite la seguente formula per due pulegge:

$$F_0 \geq 0.5\,F_P$$

Questo parametro ha una importanza relativa in quanto il montatore effettuerà il montaggio, di prassi, tendendo la cinghia di una quantità derivata dall'esperienza.

4.1.2. Soluzione di primo tentativo (Meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati)

La cinghia sincrona viene utilizzata per portare il moto alle dita in sostituzione degli ingranaggi della soluzione attuale.

Come descritto nella procedura di dimensionamento, bisogna utilizzare la coppia massima del motore; essendo presenti due dita, si può porre con buona approssimazione che la coppia che esse ricevono dal motore si divida in parti uguali.

In questo caso viene scelta una cinghia sincrona BrecoFlex o equivalente, che al contrario delle cinghie Breco V possiedono trefoli a filo continuo e non sono saldate, garantendo proprietà maggiori e maggior affidabilità.

Come già ricordato l'ambiente in cui deve operare la cinghia risulta essere aggressivo, con range di temperatura 25-50 °C, umidità prossima al 100%, possibile presenza di perossido in piccole quantità e soggetta a frequenti lavaggi con l'utilizzo di agenti chimici sia acidi che basici.

Questo comporta la scelta di cinghie con trefoli in acciaio inox (VA) e poliuretano speciale, più precisamente denominato TPUAU1, con le seguenti caratteristiche:

- Durezza 92 shore A
- Range di temperatura 0/+50 °C
- Resistenza agli agenti chimici acidi e basici

Viene quindi indagata come tipologia di cinghie la BrecoFlex AT5 VA TPUAU1, che presenta un passo di 5 mm.

Se questa cinghia non fosse verificata per l'applicazione bisognerebbe abbandonare la soluzione cinghie in quanto le cinghie di passo maggiore, le AT10, presentano larghezze minime incompatibili con gli ingombri della macchina in questa zona.

Si impone il numero di denti minimo alle pulegge per limitare gli ingombri.

Seguendo il procedimento precedentemente descritto e utilizzando i seguenti dati di input:

- $M_m = 3.96$ Nm
- $\omega_1 = \omega_2 = 69.813\ \frac{rad}{s}$
- $P = 276.5$ W
- $c_s = 1.3$
- $Z_{min} = Z_1 = Z_2 = 22$
- $a = 168$ mm
- $p = 5\ mm$

Estraendo dalle tabelle i seguenti valori:

- $P_{spec} = 1.831\ \frac{W}{cm}$
- $M_{spec} = 2.628\ \frac{Ncm}{cm}$

- $F_{spec} = 32.99 \frac{N}{cm}$
- $F_{zul} = 455\ N$

Si ottiene:

- $b_{comm} = 10\ mm$
- $L_{comm} = 455\ mm$
- $d_{p1} = 35\ mm$
- $d_{p2} = 35\ mm$
- $a_r = 172.5$ mm

Le cinghie di passo minore, le AT3, sono anch'esse verificate, ma con una larghezza commerciale $b_{comm} = 16\ mm$, questo significherebbe maggiori ingombri in questa direzione, cosa che si vuole evitare.

Purtroppo esiste commercialmente la lunghezza di $L_{comm} = 455$ mm solo per cinghie composte da materiali standard, per le cinghie costituite da il particolare materiale utilizzato per l'applicazione le lunghezze commerciali partono da 720 mm. Nel caso in cui si ritengano accettabili ingombri maggiori nella parte inferiore di macchina, si possono utilizzare questa cinghie che prendono la denominazione commerciale 10 AT5/720 VA TPUAU1.

Contattando i fornitori è però risultata la possibilità di costruire anche cinghie non commerciali, tramite l'acquisto di uno stampo dedicato, che farebbe lievitare i costi.

Facendo riferimento allo schema di Figura 15, l'asse del dito (2) deve essere posizionato con precisione, non potrà quindi essere questo l'asse con il compito di effettuare il tensionamento della cinghia; di solito non risulta conveniente movimentare l'asse motore (1), dovrà quindi essere applicato un tensionatore interno (3) alla cinghia, che non causa controflessione.

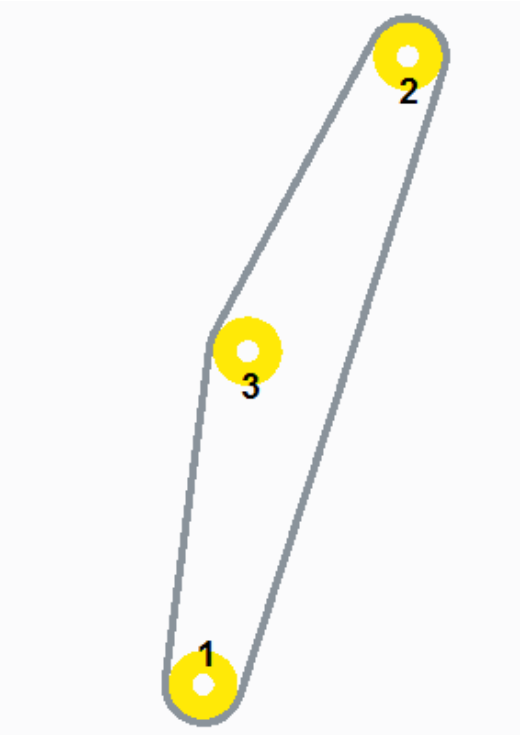


Figura 15 - Schema cinghia per meccanismo

Mentre le pulegge non sono disponibili commercialmente ma vanno costruite a disegno, il tensionatore è disponibile commercialmente con la denominazione Tensioner B/E0VA 34 AT5/22-0.

4.1.3. Soluzione di primo tentativo (Trasmissione del moto)

Si utilizza una tipologia di trasmissione comunemente denominata girocinghia, con la quale si vuole invertire il senso di rotazione del moto con rapporto di trasmissione -1.

Per fare questo si utilizza una configurazione a quattro pulegge, che risulta essere quella con minor numero per soddisfare questo scopo senza incrociare le cinghie (soluzione che porterebbe a una riduzione della vita delle cinghie).

Viene indagata come tipologia di cinghie la BrecoFlex AT10 DL VA TPUAU1 o equivalente, composta dagli stessi materiali indicati precedentemente adatti all'ambiente in esame, cui corrisponde un passo di 10 mm.

Queste cinghie hanno la caratteristica di essere dentate su ambo i lati (DL), caratteristica indispensabile per poter essere utilizzate in un girocinghia, oltre a possedere trefoli a filo continuo.

Le cinghie di passo minore, le AT5, non possono essere fornite con la doppia dentatura, non possono quindi essere utilizzate.

Si impone il numero di denti minimo alle pulegge per limitare gli ingombri.

Utilizzando il procedimento precedentemente descritto e i seguenti dati di input:

- $M_m = 7.91$ Nm
- $\omega_1 = 69.813\ \frac{rad}{s}$
- $\omega_2 = -69.813\ \frac{rad}{s}$
- $P = 552.2$ W
- $c_s = 1.3$
- $Z_{min} = Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = 40$
- $p = 5\ mm$

Estraendo dalle tabelle i seguenti valori:

- $P_{spec} = 7.174\ \frac{W}{cm}$
- $M_{spec} = 10.3\ \frac{Ncm}{cm}$
- $F_{spec} = 64.67\ \frac{N}{cm}$
- $F_{zul} = 2520\ N$

Si ottiene:

- $b_{comm} = 25\ mm$
- $d_{p1} = d_{p2} = d_{p3} = d_{p4} = 127.32\ mm$

La lunghezza commerciale e l'interasse verranno ricavate accoppiando questa soluzione con quelle al punto 1 dopo aver valutato tramite matrici di valutazione quali soluzioni sviluppare.

La cinghia trovata viene denominata 25 AT10/….. VA TPUAU1.

Purtroppo per evitare il pericolo di controflessione, che porterebbe a una rottura prematura della cinghia, i diametri delle pulegge risultano essere abbastanza elevati, si può però ovviare a questo dimensionando opportunamente il telaio, visto che non sono presenti particolare ingombri nella zona inferiore del modulo.

Riferendosi allo schema di Figura 16, la puleggia motrice e quella condotta saranno rispettivamente la (1) e la (2), mentre la puleggia mobile col compito di tendere la cinghia al montaggio sarà la numero (3), in quanto nella zona inferiore del modulo gli ingombri sono minori.

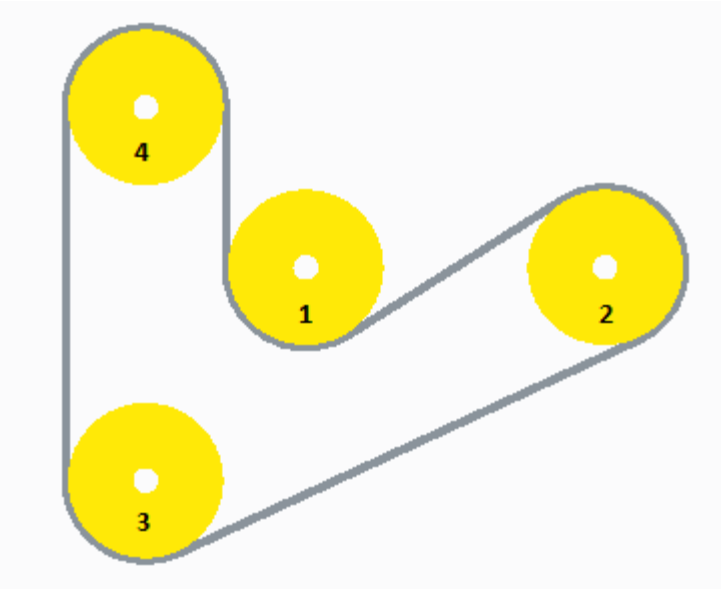


Figura 16 - Schema cinghia per trasmissione del moto alternativa

Le pulegge sono disponibili commercialmente con la denominazione VA 42 AT10 / 40-2 hub 80x10.

4.2. Catene

Le soluzioni con catena verranno analizzate per il meccanismo.

La procedura di dimensionamento delle catene va eseguita sulla puleggia di dimensioni minori, è infatti questa la puleggia che sollecita maggiormente la catena.

4.2.1. Procedura di dimensionamento

Anche per quanto riguarda le catene si procede al dimensionamento attraverso le formule riportate a catalogo, più precisamente al catalogo Francia. *[6]*

Si parte calcolandosi la potenza di progetto P_P dalla potenza nominale del motore P_N con la seguente formula:

$$P_P = P_N \, F_S$$

Con F_S fattore di servizio dipendente dal carico e dalla tipologia di motore, ricavabile dalla tabella di Figura 17.

Fattore di servizio F_s	Carattersitiche del carico	Motori a combustione interna con innesto idraulico	Motore elettrico o turbine	Motori a combustione interna con innesto a frizione
	UNIFORME	1,0	1,0	1,2
	PULSANTE	1,3	1,3	1,4
	A SCATTI	1,4	1,5	1,7

Figura 17 - Fattore di servizio F_s

Con catene multiple, ossia con più file di rulli, si modifica la potenza di progetto tenendo conto anche del fattore di servizio multiplo F_m, ricavabile dalla tabella di Figura 18:

$$P_P = \frac{P_N \, F_S}{F_m}$$

File rulli	Fattore di servizio multiplo Fm
2	1,7
3	2,5
4	3,3

Figura 18 - Fattore di servizio Fm

A questo punto in base alla P_P e alla velocità angolare dell'albero più veloce si estrae dal grafico di Figura 19 la taglia di catena (caratterizzata dal passo p) più adatta all'applicazione, a seconda anche della tipologia di catena (file di rulli) desiderata:

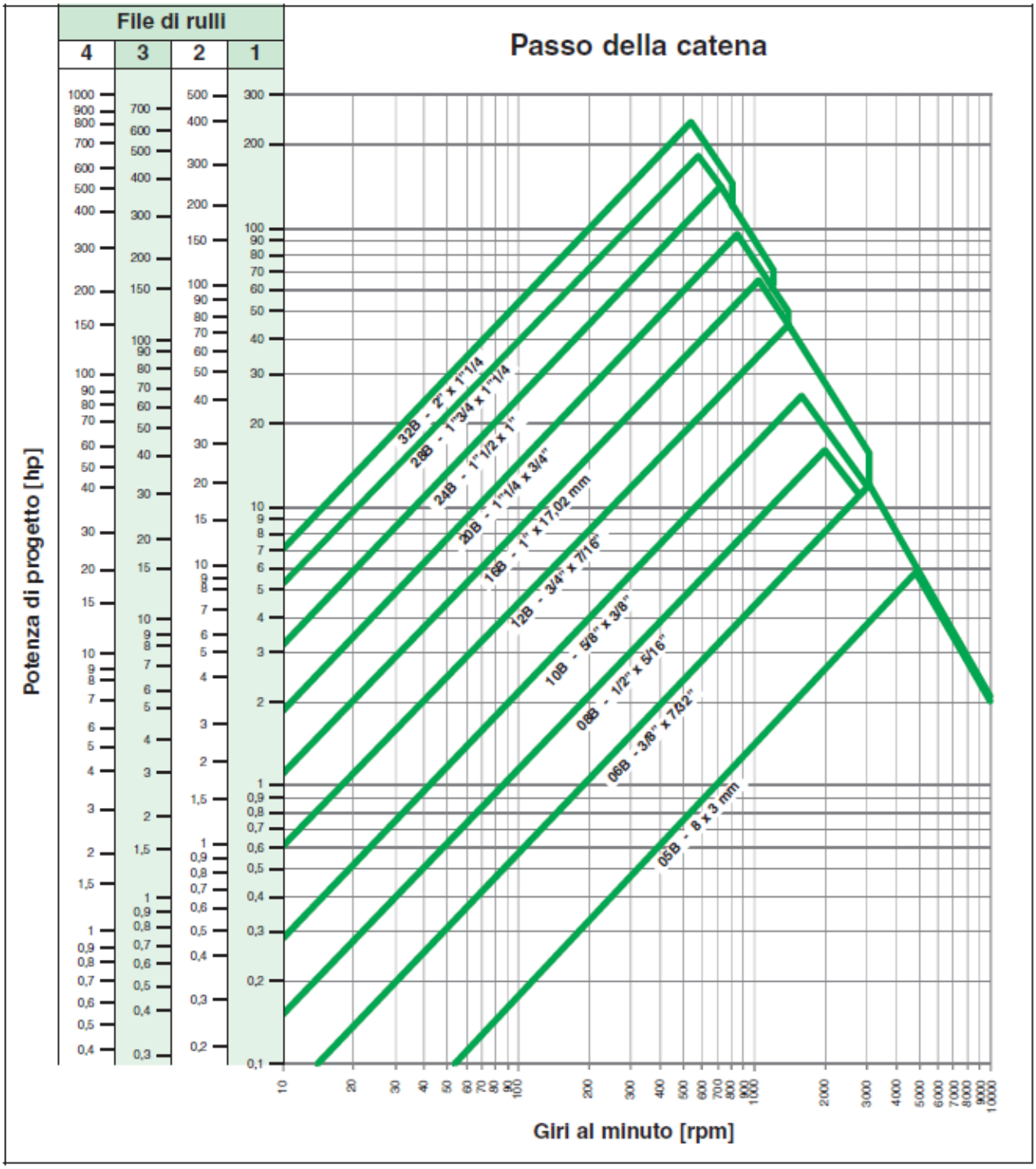


Figura 19 - Grafico scelta taglia catena

Ipotizzando ora un diametro primitivo di primo tentativo dell'albero d_a che porta il pignone, si ricava tramite la seguente formula il diametro minimo del pignone D_p in modo che la catena non dia problemi di interferenza sull'albero:

$$D_p = p + 2\, d_a$$

Si precisa che nel caso delle catene il diametro primitivo del pignone è il diametro della circonferenza che passa attraverso il centro dei rullini della catena che avvolge il pignone stesso.

Ricavato questo dato bisogna però ricordare che è consigliabile non avere un pignone con un numero di denti Z_1 inferiori a 17, in quanto verrebbero aggiunti effetti poligonali causanti urti e sforzi aggiuntivi, per questo risulta il seguente diametro primitivo minimo:

$$D_p = p\, \frac{1}{sen\left(\frac{180}{Z_1}\right)}$$

Per contenere le dimensioni si sceglierà quindi il diametro primitivo che tenga conto di entrambe queste considerazioni.

Naturalmente numero di denti e diametro primitivo della corona risultano immediati tenendo conto del rapporto di trasmissione.

Come riportato in Figura 20, per il montaggio è consigliabile che la posizione tra gli alberi sia compresa tra l'orizzontale e 60 gradi rispetto all'asse motore, in quanto la posizione verticale aumenta le probabilità di disimpegno della catena.

In questo caso si necessita di un sistema di regolazione della catena tramite tendicatena.

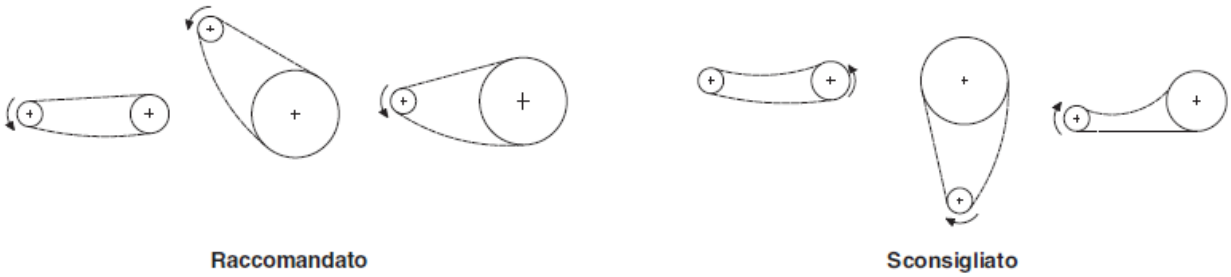


Figura 20 - Consigli di montaggio

Si può ora calcolare il numero dei passi della catena:

$$n°\, passi = \frac{2\, a}{p} + \frac{Z_1 + Z_2}{2} + 0.1013\, p\, \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{4\, a}$$

Con:

- a = interasse richiesto
- Z_1 = numero denti pignone
- Z_2 = numero denti corona

Selezionando un numero intero di passi si ottiene la lunghezza commerciale:

$$L = p * n°\, passi$$

Si può ora procedere alla determinazione della forza agente sulla catena, composta dal tiro più la forza centrifuga:

$$F = \frac{P_P}{\omega_1 r_{p1}} + m_{lineare}\, L\, \omega_1^2\, R_{p1}$$

Si può quindi valutare il coefficiente di sicurezza della catena conoscendo il carico a rottura da catalogo, che per essere accettabile deve essere superiore a 8 nel caso di catene tradizionali; si può accettare un valore del coefficiente di sicurezza maggiore di 5 per catene di alta qualità.

$$k = \frac{R_t}{F}$$

Se la catena risulta verificata si può quindi indagare la catena di dimensioni minori, se essa non risulta verificata ci troviamo di fronte alla soluzione.

4.2.2. Soluzione di primo tentativo (Meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati)

La catena viene utilizzata per portare il moto alle dita in sostituzione degli ingranaggi.

Si necessita di catene in acciaio inossidabile (SS), viste le caratteristiche dell'ambiente già descritte.

Come riportato nella procedura di dimensionamento, bisogna utilizzare la potenza nominale del motore; essendo presenti due dita, si può porre che la potenza che esse ricevono dal motore si divida in parti uguali.

Si impone l'utilizzo di una catena ad una sola fila di rulli, a causa dei limitati ingombri a disposizione.

Si sono utilizzati i seguenti dati di input:

- $\omega_1 = \omega_2 = 69.813\ \frac{rad}{s}$
- $P_N = 750$ W
- $F_S = 1.3$
- $Z_{min} = Z_1 = Z_2 = 17$
- $d_a = 12\ mm$
- $a = 168\ mm$

Si estrae dal grafico riportato nelle procedure di dimensionamento la taglia della catena per il dimensionamento di primo tentativo, che risulta essere 05B1-SS-8x3mm, avente le seguenti caratteristiche:

- $p = 8\ mm$
- $R_t = 4900\ N$
- $m_{lineare} = 0.16\ kg/m$

Si ottiene, seguendo la procedura di dimensionamento:

- $b = 13\ mm$

- $L = 472\ mm$
- $D_{p1} = 43.54\ mm$
- $D_{p2} = 43.54\ mm$
- $k = 7.54$

Si ritiene sufficiente un coefficiente di sicurezza di 7.54, di poco inferiore a 8, in quanto le catene sono di buona qualità essendo in acciaio inossidabile. Naturalmente una catena di passo minore non soddisfa le specifiche. Inoltre una catena di passo maggiore sarebbe troppo larga per gli ingombri a disposizione.

La denominazione commerciale della catena risulta essere quindi 05B1-SS-8x3mm.

Occorre utilizzare un tendicatena, in quanto la disposizione della trasmissione è sfavorevole; da catalogo risulta dover esser posizionato sul lato esterno alla catena e avere un numero minimo di denti pari a 23.

Commercialmente sono disponibili le pulegge e il tendicatena aventi la seguenti denominazioni:

- Pulegge QPS05B1-017
- Tendicatena QTS05B1-023

4.3. Rotismi

Questa soluzione viene indagata per lo progettazione della trasmissione del moto.

Ricordando che lo spazio a disposizione permette di collegare il motore direttamente su uno dei due assi, che risulta semplice posizionare gli assi dei meccanismi paralleli tra loro e che inoltre le forze in gioco risultano essere di piccola entità, risulta efficace applicare come rotismi ingranaggi cilindrici a denti diritti, tralasciando altre soluzioni.

4.3.1. Procedura di dimensionamento

La procedura di dimensionamento degli ingranaggi va eseguita sulla ruota di dimensioni minori, è infatti questa la ruota soggetta a sollecitazioni maggiori. *[2]*

Caratteristiche geometriche delle ruote

Il fattore principale sul quale si basa la geometria di una ruota dentata è il modulo (m), definito come rapporto fra il diametro primitivo D_p e il numero di denti Z:

$$m = D_p/Z$$

Condizione affinché due ruote dentate a proporzionamento normale possano ingranare, è che abbiano modulo uguale.

Il modulo è legato al passo dalla relazione:

$$p = \pi \mathrm{m}$$

Le dimensioni macroscopiche delle ruote sono legate al modulo, nel caso di proporzionamento normale si ha:

$$\alpha = 20°$$
$$e = m$$
$$i = 1.25m$$
$$b = \gamma m$$

In cui α=angolo di pressione (angolo della linea d'azione rispetto l'orizzontale), e=addendum, i=dedendum, b=larghezza dentatura, γ è un fattore tabulato in Figura 21 che dipende dalla qualità di lavorazione della dentatura.

Qualità della dentatura e condizioni di lavoro	γ
Dentatura fusa precisa oppure tagliata alla fiamma, pignone con supporti esterni non rigidi	6 ... 10
Dentatura non rettificata, temprata	5 … 15
Dentatura lavorata bene, supporti nello stesso carter del ruotismo rigidi e ben allineati	10 … 20
Dentatura lavorata di precisione, n≤ 3000 rpm	20 … 40
Superficie dei denti pressoché perfetta, elevata precisione di dentatura, supporti rigidi, n≥ 3000 rpm	40 … 80

Figura 21 – Tabella γ

Inoltre il raccordo alla base del dente, indicato in Figura 22, risulta essere:

$$\rho_f = 0{,}2m$$

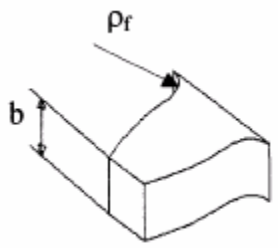


Figura 22 - Raccordo alla base del dente ρ_f

I denti vengono generalmente creati da una macchina (creatore) per mezzo di un utensile detto dentiera, a forma di pettine, contro cui la ruota viene fatta avanzare assialmente e messa in rotazione in modo sincrono in modo che si asporti la quantità di materiale adeguata a creare un profilo ad evolvente.

Se il proporzionamento non è corretto, si hanno errori, fra cui il sottotaglio, per effetto del quale la punta del creatore asporta il materiale alla base del dente. Un altro fenomeno da evitare è l'interferenza, in cui la punta di un dente ingranando tocca il raccordo di base della dentatura della ruota che si ingrana con essa.

Si dimostra per via geometrica che il sottotaglio (interferenza durante il taglio) si evita se il numero di denti è superiore a un valore minimo, in particolare per dentature esterne durante il taglio con dentiera e con angolo di pressione di α=20°, si trova:

$$Z_{min} = \frac{2}{sen^2(\alpha)} \cong 17$$

Se il numero di denti della ruota condotta è un multiplo di quello della motrice, un dente del pignone ingrana sempre con gli stessi denti della corona, quindi eventuali imperfezioni nella costruzione gravano sempre negli stessi punti, determinando un più rapido deterioramento.

Una soluzione per evitare questo comportamento è fare in modo che il numero di denti della ruota e del pignone siano primi fra loro.

Continuità dell'ingranamento

L'ingranamento ha luogo, per una coppia di denti, sulla retta d'azione, che è tangente comune alle due circonferenze di base, e passa per il punto di tangenza fra le due primitive.

Per garantire la continuità dell'ingranamento (indipendente dal modulo) occorre che il fattore di ricoprimento ε sia maggiore o uguale a 1.

Questo è dimostrabile attraverso considerazioni geometriche.

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{Z_1}{2} sin(\alpha)\right)^2 + 1 + Z_1} + \sqrt{\left(\frac{Z_2}{2} sin(\alpha)\right)^2 + 1 + Z_2} - \frac{1}{2}(Z_1 + Z_2) sin(\alpha) \geq 1$$

Con:

- $Z_1 = denti\ ruota\ motrice$
- $Z_2 = denti\ ruota\ condotta$

Avere almeno una coppia di denti in presa è indispensabile per evitare urti ed avere continuità nella coppia.

Dimensionamento a pitting

Il fenomeno principale di danneggiamento delle dentature è l'usura per effetto dello strisciamento fra i denti (pitting), che ne provoca il progressivo deterioramento.

Il dimensionamento a Pitting si basa sulla teoria di Hertz, il cui schema è riportato in Figura 23, che stabilisce le condizioni di contatto di due cilindri che sono tenuti a contatto per mezzo di una forza F.

Le ipotesi su cui si basa sono:

1. Il materiale dei cilindri sia omogeneo e isotropo;
2. Si trovi in condizioni di comportamento elastico lineare;
3. Mancanza di attrito;

4. Forza uniformemente distribuita lungo la dimensione assiale dei cilindri, in modo che le pressioni di contatto abbiano lo stesso andamento in ogni sezione perpendicolare all'asse dei cilindri.

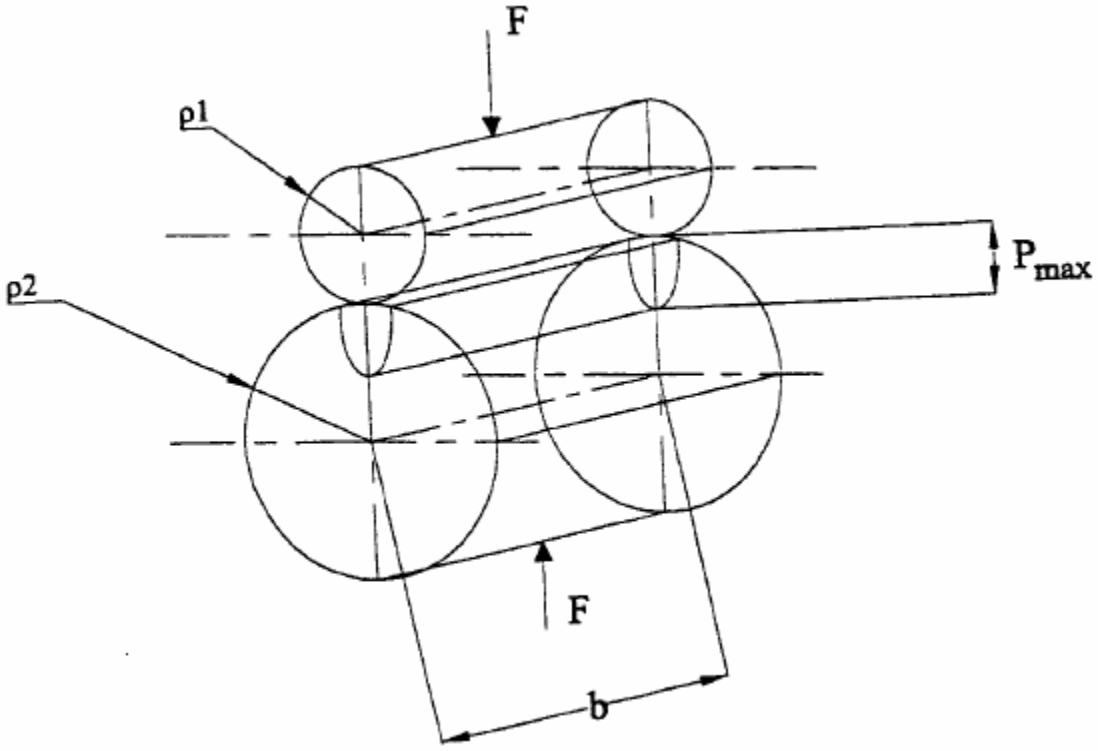


Figura 23 - Teoria di Hertz

L'area di contatto si estende attorno alla generatrice teorica di contatto, e assume forma rettangolare. È possibile dimostrare che il profilo di pressione ha forma semiellittica, e il massimo vale:

$$p_{max}^2 = \frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\frac{F}{b}$$

Nel caso degli ingranaggi, la norma prescrive che si esegua il calcolo nel punto di contatto primitivo, correggendolo con opportuni coefficienti per tenere conto delle reali condizioni di funzionamento dell'ingranaggio.

I raggi di curvatura dei profili dei denti a contatto sono pari ai raggi dei cerchi osculatori dell'evolvente, dati da:

$$\rho = R_p\, sen(\alpha)$$

F è la forza diretta secondo la retta di contatto, definita binormale, che vale:

$$F_{bn} = F_t / \cos(\alpha)$$

Per la teoria di Hertz, e potendo scrivere $1/R_p = 2/D_p$, si ha quindi:

$$\sigma_{p,max} = p_{max} = \sqrt{\frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}}\sqrt{\frac{2}{sen(\alpha)cos(\alpha)}}\sqrt{\left(\frac{1}{D_{p1}}+\frac{1}{D_{p2}}\right)}\sqrt{\frac{F_{bn}}{b}}$$

Si ricavano da questa formula i coefficienti che determinano le condizioni di funzionamento:

- Z_E fattore di elasticità

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}}$$

- Z_H fattore di zona

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{sen(\alpha)cos(\alpha)}}$$

Infine, per tenere conto delle reali condizioni di ingranamento, si introducono una serie di coefficienti correttivi:

$$\sigma_H = \sigma_{p,max} Z_\epsilon \sqrt{K_V K_A}$$

- Z_ϵ dipendente dal fattore di ricoprimento

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon}{3}}$$

- K_A fattore di applicazione del carico per tenere conto dei sovraccarichi esterni, riportato in Figura 24

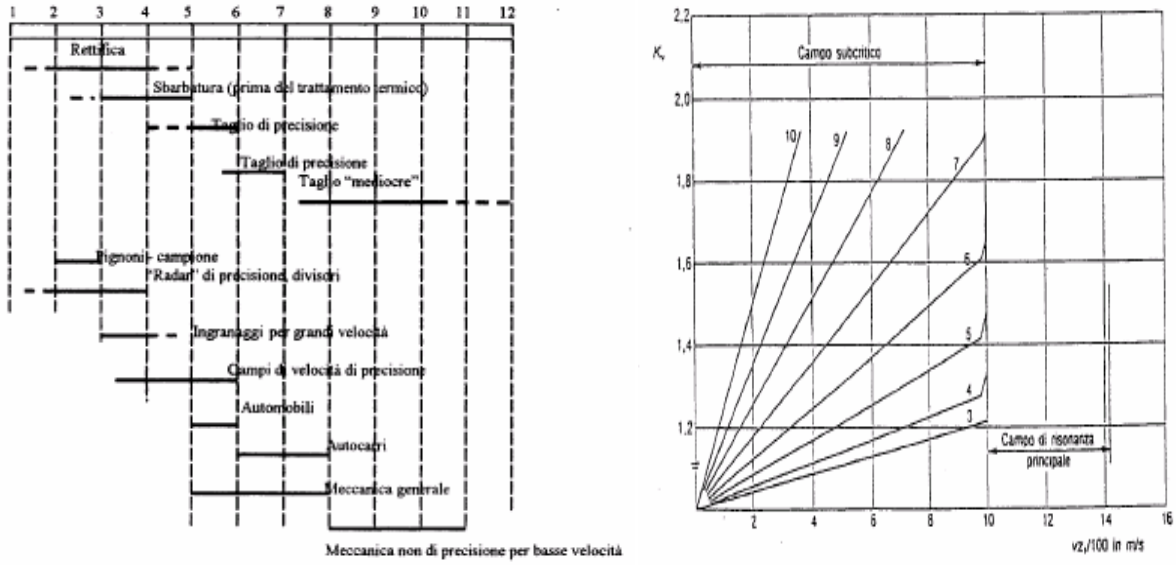
	Caratteristiche di funzionamento della macchina azionata		
Caratteristiche di funzionamento del motore	Uniforme	Sovraccarichi leggeri	Sovraccarichi Forti
	Valori orientativi di K_A * •		
Uniforme	1,0	1,25	1,75
Sovraccarchi leggeri	1,25	1,5	2,0 o più
Sovraccarichi forti	1,5	1,75	2,25 o più
* I valori indicati non sono validi per ingranaggi funzionanti a velocità prossime alle velocità di risonanza			
• Per ingranaggi moltiplicatori, moltiplicare i valori indicati per 1,1.			

Figura 24 - Tabella K_A

- K_V fattore dinamico che dipende dalla qualità di lavorazione delle ruote dentate, e dalla velocità periferica della circonferenza primitiva.

  Poiché K_V dipende dalla velocità, è legato anche al modulo; il procedimento di calcolo, riportato in Figura 25, perciò deve essere iterativo, perché il modulo è la grandezza che dobbiamo determinare.

  In base alla lavorazione cui sono sottoposte le ruote, e quindi secondo la precisione con cui sono costruite, si risale alla "classe di precisione"; si entra poi nella seconda tabella, individuando, in funzione della precisione e della velocità periferica, il parametro cercato.



Velocità (m/s)	*Procedimento di lavorazione*
0……0,8	Fusione, taglio alla fiamma, sgrossatura
0,8……4	Lavorazione accurata ad asportazione di truciolo
4……12	Lavorazione come sopra, molto accurata e rettifica normale
12……60	Rettifica di precisione, rasatura dentature oblique

Figura 25 - Procedimento di individuazione K_V

Si ottiene quindi sostituendo le relazioni geometriche dei diametri primitivi e della larghezza di dentatura:

$$\sigma_H = Z_\epsilon \sqrt{K_V K_A} Z_E Z_H \sqrt{\frac{2M_t}{mZ_1}\frac{1}{\gamma m}\left(\frac{1}{mZ_1}+\frac{1}{mZ_2}\right)}$$

Introducendo il rapporto di trasmissione $\tau = \omega_2/\omega_1$, si ha:

$$\sigma_H = Z_\epsilon \sqrt{K_V K_A} Z_E Z_H \sqrt{\frac{2M_t}{\gamma m^3 Z_1^2}\left(\frac{1+{}^1/_\tau}{{}^1/_\tau}\right)}$$

Il valore di sforzo puntuale individuato si confronta con un valore di confronto che la norma definisce come:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hlim}} Z_W Z_R Z_L Z_X Z_V Z_N$$

- Z_W è il fattore di rapporto fra le durezze, che vale:

$$Z_W = 1{,}2 - \frac{HB - 130}{1700}$$

  Questo è vero solo se la durezza è superiore a 130 HB e inferiore a 470 HB; evidentemente si usa solo per la ruota costruita di materiale più tenero. Se la durezza Brinell non è compresa fra questi valori, il fattore Z_W vale 1.

- Z_L è il fattore di lubrificazione, ottenuto dal diagramma riportato in Figura 26, in funzione della viscosità del lubrificante utilizzato;

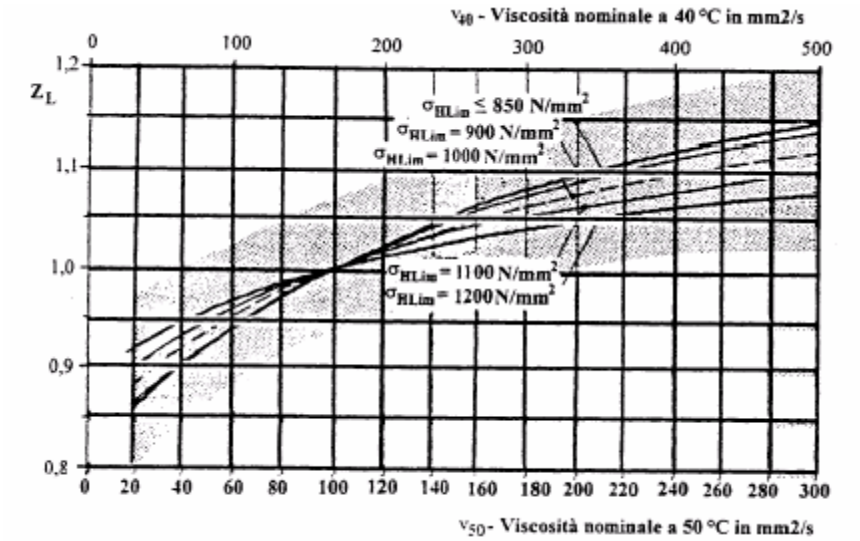


Figura 26 – Diagramma Z_L

- Z_R è il fattore di rugosità che è diagrammato in Figura 27 secondo la rugosità totale media della dentatura; Rtm100 è il valore medio della rugosità fra ruota e pignone con interasse 100 mm, con espressione

$$R_{tm100} = \frac{R_{tm1} + R_{tm2}}{2} \sqrt[3]{\frac{100}{a}}$$

  Con a = interasse tra le ruote.

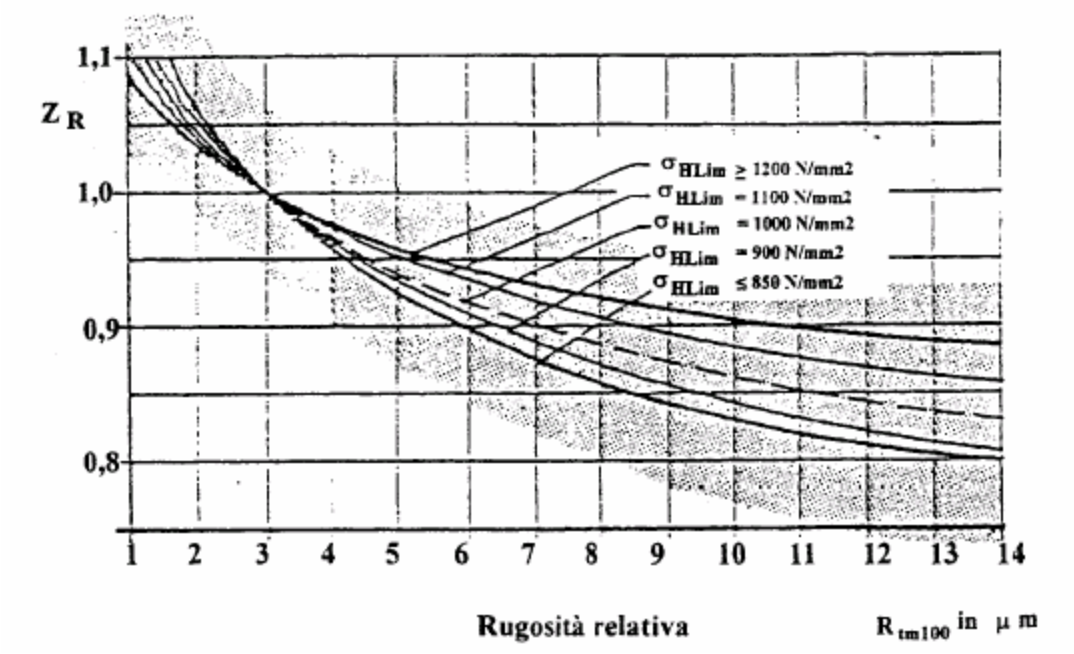


Figura 27 – Diagramma Z_R

- Z_X fattore dimensionale, che dipende dal materiale della ruota: si pone uguale a 1 se la ruota è di acciaio trattato termicamente in modo corretto.
- Z_V fattore di velocità, diagrammato in Figura 28 in funzione della velocità periferica sul diametro primitivo, che richiede un calcolo iterativo come il precedente fattore K_V.

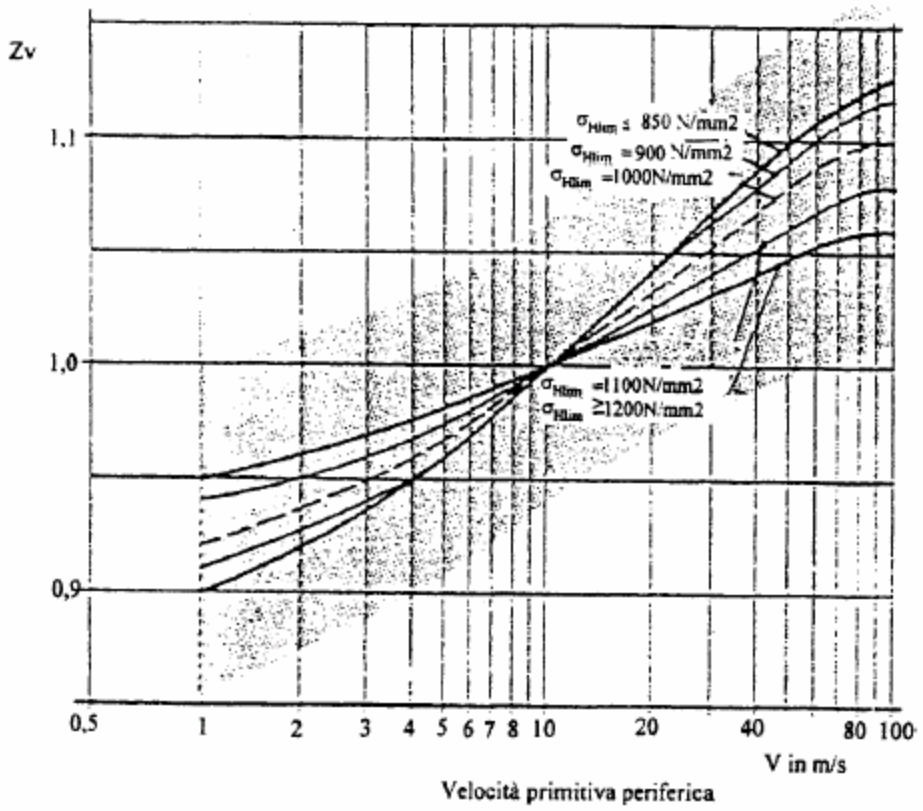


Figura 28 – Diagramma Z_V

- Z_N fattore di durata, diagrammato in Figura 29, che è diverso da 1 solo se si richiede la durata "a termine" dell'ingranaggio

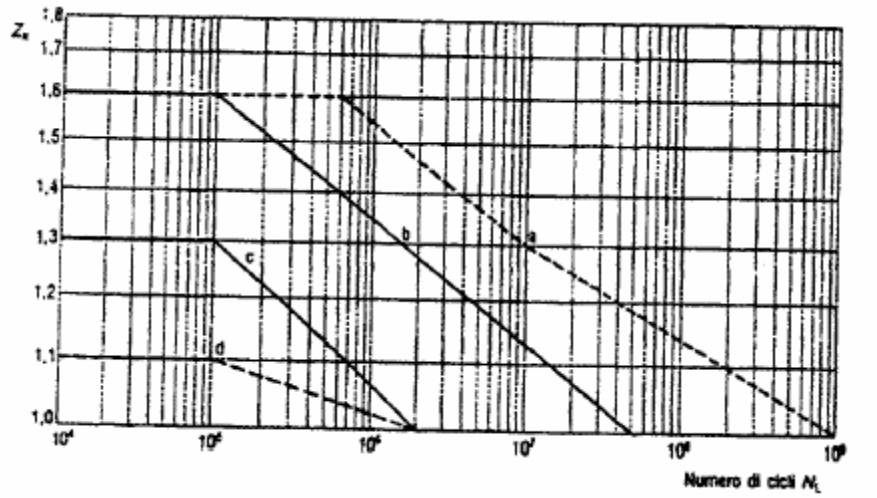


Figura 29 – Diagramma Z_N

- σ_{Hlim} pressione limite di fatica superficiale, tabulata in Figura 30 secondo il materiale

Materiale	Durezza superficiale	σ_{Hlim} N/mm^2	σ_{Flim} • N/mm^2
Acciaio non legato di base	HB = 150 HB = 200	480 550	205 200
Acciai in getti	HB = 150	415	170
Ghisa grigia	HB = 190 HB = 230	410 460	90 100
Ghisa a grafite sferoidale	HB = 200 HB = 250	560 630	215 230
Acciaio al carbonio bonificato	HB = 150 HB = 200	560 600	240 255
Acciaio legato bonificato	HRC 25 - 30 HB 253 - 286	800 850	320 335
Acciaio bonificato con tempra superficiale (temprato ad induzione o alla fiamma)	HRC = 50 HRC = 55	1320 1370	375 415**
Acciaio legato cementato •	HRC = 58 ÷ 62	1650	525
Acciaio bonificato nitrurato	HV1 = 700 ÷ 850	1450 ••	470

* Per tensione alterna (per esempio ruote oziose) assumere il 70% dei valori indicati. Per senso di rotazione reversibile, apportare una riduzione di minor entità.

** Valori validi per indurimenti estesi al piede del dente. Nel caso in cui l'indurimento è limitato ai fianchi del dente, il valore di σ_{Flim} è generalmente minore di quello dell'acciaio bonificato base e a volte nettamente minore.

• Valori validi per spessori efficaci di indurimento da 0,15 a 0,20 m_n al termine delle lavorazioni.

•• Valore valido (eccetto per gli acciai all'alluminio) per nitrurazione gassosa prolungata o per un adeguato spessore di indurimento (da 0,4 fino a 0,6 mm per m_n da 2 a 5 mm) e per ingranaggi con interasse modesto.

Figura 30 – Tabella σ_{Hlim}

- S_{Hlim} coefficiente di sicurezza.

Il procedimento deve essere iterativo, innanzitutto, dovendo imporre una dimensione iniziale della ruota, si sceglierà un modulo di primo tentativo, sul quale si condurranno tutte le considerazioni.

Si ricava la forza tangenziale, il diametro primitivo, la velocità periferica; sulla base di questi, si individuano i fattori K_V e Z_V.

Si deve, dopo avere individuato tutti i coefficienti, valutare la disuguaglianza:

$$Z_\epsilon \sqrt{K_V K_A} Z_E Z_H \sqrt{\frac{2M_t}{\gamma m^3 Z_1^2}\left(\frac{1+{}^1/_\tau}{{}^1/_\tau}\right)} \leq \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hlim}} Z_W Z_R Z_L Z_X Z_V Z_N$$

Da cui:

$$m = \sqrt[3]{\frac{2M_t}{\gamma Z_1^2}\left(\frac{1+{}^1/_\tau}{{}^1/_\tau}\right) K_V K_A \left(\frac{S_{Hlim} Z_\epsilon Z_E Z_H}{\sigma_{Hlim} Z_W Z_R Z_L Z_X Z_V Z_N}\right)^2}$$

Il valore del modulo così ottenuto dovrà essere arrotondato al valore normalizzato prossimo per eccesso; se tale valore non concorda con l'ipotesi formulata in precedenza, si dovrà procedere scegliendo un nuovo valore, sul quale bisogna iterare il calcolo, fino alla convergenza definitiva.

Dimensionamento sulla resistenza a flessione della base del dente (Lewis)

La formula che porta al giusto proporzionamento modulare sulla resistenza a flessione della base del dente risulta essere:

$$\mathrm{m} = \sqrt[3]{\frac{2M_r}{\gamma Y Z_1 k}}$$

Con:

- m modulo in mm; il valore scelto alla fine del procedimento di calcolo deve essere assunto prossimo al modulo unificato più vicino;
- M_r momento resistente sulla ruota;
- γ rapporto fra la larghezza L della ruota e il modulo m; per applicazioni comuni γ=10
- Y coefficiente di Lewis, si trova su tabelle (Figura 31) in funzione del numero di denti e dell'angolo di pressione α;
- Z_1 numero di denti della ruota minore, deve essere superiore al limite minimo;
- k carico di sicurezza del materiale, esso va espresso in funzione della velocita periferica:

$$\mathrm{k} = \frac{\mathrm{k_0}}{\mathrm{k_v}} = \mathrm{k_0}\frac{5{,}6}{5{,}6 - \sqrt{\mathrm{V_p}}}$$

Con:

V_p= velocita periferica [m/s]

k_0= resistenza a basse velocita di rotazione desumibile dalla tabella dei materiali di Figura 32

Valori del coefficiente Y di Lewis

Numero di denti Z	Angolo di pressione: ϕ=15°	Angolo di pressione: ϕ=20°
12	0.210	0.245
13	0.220	0.261
14	0.226	0.276
15	0.236	0.289
16	0.242	0.295
17	0.251	0.302
18	0.261	0.308
19	0.273	0.314
20	0.283	0.320
21	0.289	0.327
22	0.292	0.330
24	0.298	0.336
26	0.307	0.346
28	0.314	0.352
30	0.320	0.358
34	0.327	0.371
38	0.336	0.383
43	0.346	0.396
50	0.352	0.408
60	0.358	0.421
75	0.364	0.434
100	0.371	0.446
150	0.377	0.459
300	0.383	0.471
∞	0.390	0.484

Figura 31 - Tabella Y

Materiali di comune impiego nella costruzione delle ruote dentate (N/mm^2)

Materiale	Carico di rottura	Carico di sicurezza k_0	Durezza Brinell (H_B)	Pressione ammissibile p_0
Ghisa grigia (G 20)	200	40	205-210	400-420
Ghisa grigia (G 25)	250	50	210-220	450-470
Ghisa sferoidale (GS5512)	550	110	200-250	450-550
Ghisa bonificata (60ASTM)	700-900	150	270-350	550-650
Acciaio (Fe 52)	520	100	140-150	320-340
Acciaio (F e 60)	600	120	160-170	380-400
Acciaio da fucina (Fe 50)	500-600	120	150-155	400-420
Acciaio da fucina (Fe 60)	600-700	130	175-180	440-460
Acciaio da bonifica (C 40)	700-850	160	210-220	500-520
Acciaio da bonifica (C 50)	750-900	180	240-250	540-560
*Acciaio da Tempera (C 48)	780-950	200-220	650-750	1300-1400
Acciaio al nichel (38 Ni Cr Mo 4)	1000-1100	220-240	300-320	600-650
*Acciaio al nichel (40 Ni Cr Mo 7)	1100-1200	240-260	320-340	700-750
Acciaio al nichel (40 Ni Cr Mo 4)	1000-1200	240-280	640-720	1200-1300
Acciaio da cementazione (16 Cr Ni 4)	1200-1400	220-280	650-750	1250-1350
Acciaio da cementazione (20 Cr Ni 4)	1300-1600	250-300	720-800	1350-1450
Acciaio da cementazione (18 Ni Cr Mo 5)	1300-1600	250-300	720-820	1400-1500
Acciaio da nitrurazione (42 Cr Al Mo 7)	900-1100	250-280	800-850	1150-1250
Acciaio di nitrurazione (38 Cr Al Mo 7)	1000-1100	240-280	800-900	1250-1350

*Temperato

Il carico di sicurezza k va inteso per basse velocità di rotazione

In mancanza di precise indicazioni per l'acciaio si può assumere: $k = \sigma_r/(4\text{-}5)$

Figura 32 - Tabella caratteristiche materiale

Anche in questo caso il procedimento è da considerare iterativo, in quanto alcune grandezze in gioco risultano essere dipendenti dalle dimensione delle ruote; si deve quindi ripetere il calcolo fino alla convergenza.

Verifica sulla fatica a flessione (Normativa UNI 8862)

Per quanto riguarda il calcolo a fatica per flessione delle ruote di ingranaggi la normativa UNI 8862 (1987) fa riferimento alla condizione di resistenza a rottura del dente tramite la relazione:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP}$$

Dove σ_F è la tensione equivalente al piede del dente nel punto più sollecitato (tensione effettiva) espressa nel modo seguente:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b\,m} y_{fa}\, y_{sa}\, y_\varepsilon \left(K_A\, K_V\, K_{f\varepsilon}\, K_{f\beta}\right)$$

Ed è una tensione calcolata che dipende dalla forza tangenziale F_t (forza media di funzionamento), dalla larghezza della dentatura b, dal modulo normale m e da una serie di fattori (parametri relativi all'ingranaggio e parametri relativi al funzionamento).

La tensione σ_{FP} è detta tensione ammissibile, ma è calcolata in modo completamente diverso dalla tensione ammissibile del calcolo statico.

Essa infatti vale:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim}\, y_{ST}\, y_{NT}}{S_{F\,min}}\, y_{\delta relT}\, y_{RrelT}\, y_X$$

Ed è funzione della tensione limite di fatica del materiale σ_{Flim}, del fattore di sicurezza minimo alla flessione $S_{F\,min}$ e di una serie di coefficienti (parametri relativi alla fatica) che correggono il limite di fatica del materiale, uno dei quali, il fattore di durata y_{NT}, rappresenta la curva di Wöhler del componente.

I parametri relativi all'ingranaggio sono:

- y_{fa} fattore di forma del dente,
- y_{sa} fattore di correzione della tensione,
- y_ε fattore del rapporto di condotta,

E tengono conto degli effetti della geometria del dente sulla massima tensione equivalente che si realizza nel materiale.

In particolare:

- y_{fa} è il fattore di forma e tiene conto dell'effetto della geometria del dente sulla tensione nominale di flessione; è calcolabile analiticamente tramite la relazione seguente:

$$y_{fa} = \frac{6\left(\frac{h_{fa}}{m}\right)\cos(\alpha_{an})}{\left(\frac{S_{fn}}{m}\right)^2 \cos(\alpha_n)}$$

Che è analoga a quella relativa al calcolo del fattore di forma Y (secondo Lewis); in questo caso, però, si tiene conto dell'effettivo angolo di inclinazione α_{an} della forza globale F scambiata fra i denti riferito alla sezione normale del dente (che ovviamente coincide con quella frontale nel caso di ruote a denti diritti.

La sezione più sollecitata, riportata in Figura 33, secondo la normativa è individuata da due rette inclinate di 30° rispetto all'asse di simmetria del dente (aventi origine nel punto di intersezione fra l'asse di simmetria e la retta dei contatti) e tangenti al profilo ad evolvente, mentre nel calcolo di Lewis si faceva riferimento al punto di tangenza con la parabola di uniforme resistenza.

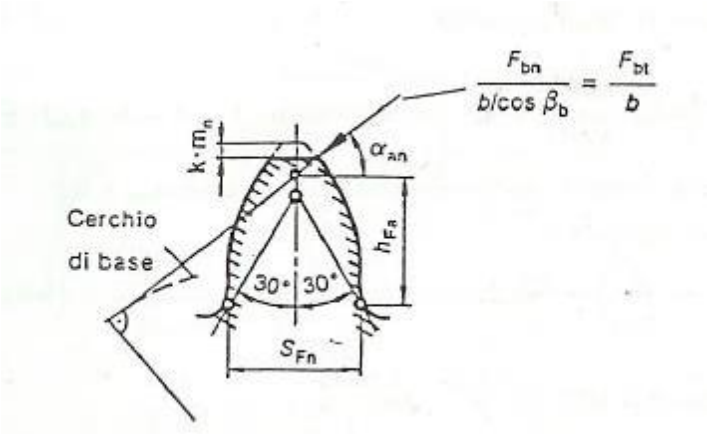


Figura 33 - Individuazione sezione più sollecitata

Il valore di y_{fa} è anche facilmente leggibile da diagrammi forniti dalla normativa (diversi a seconda della tipologia della dentiera di riferimento) in funzione del numero di denti virtuale Z_v.

- y_{sa} è il fattore di correzione della tensione nominale di flessione e tiene conto delle concentrazioni di tensione al piede del dente e del fatto che la tensione effettiva non è dovuta solo alla flessione.
  Il calcolo analitico di tale fattore è piuttosto complicato e presenta molti casi particolari che sono descritti dalla normativa; se non si necessita di particolare precisione il valore di y_{sa} può essere agevolmente ricavato da diagrammi forniti dalla normativa stessa ed esattamente analoghi a quelli utilizzati per il calcolo di y_{fa}.

In sostituzione dei fattori y_{fa} e y_{sa} si può utilizzare il prodotto dei due, indicato in letteratura come fattore y_{sf} ; questo fattore è impiegato per il calcolo della tensione equivalente al piede del dente ed è diagrammato in funzione del numero di denti Z (o Z_v nel caso di ruote a denti elicoidali) come in Figura 34.

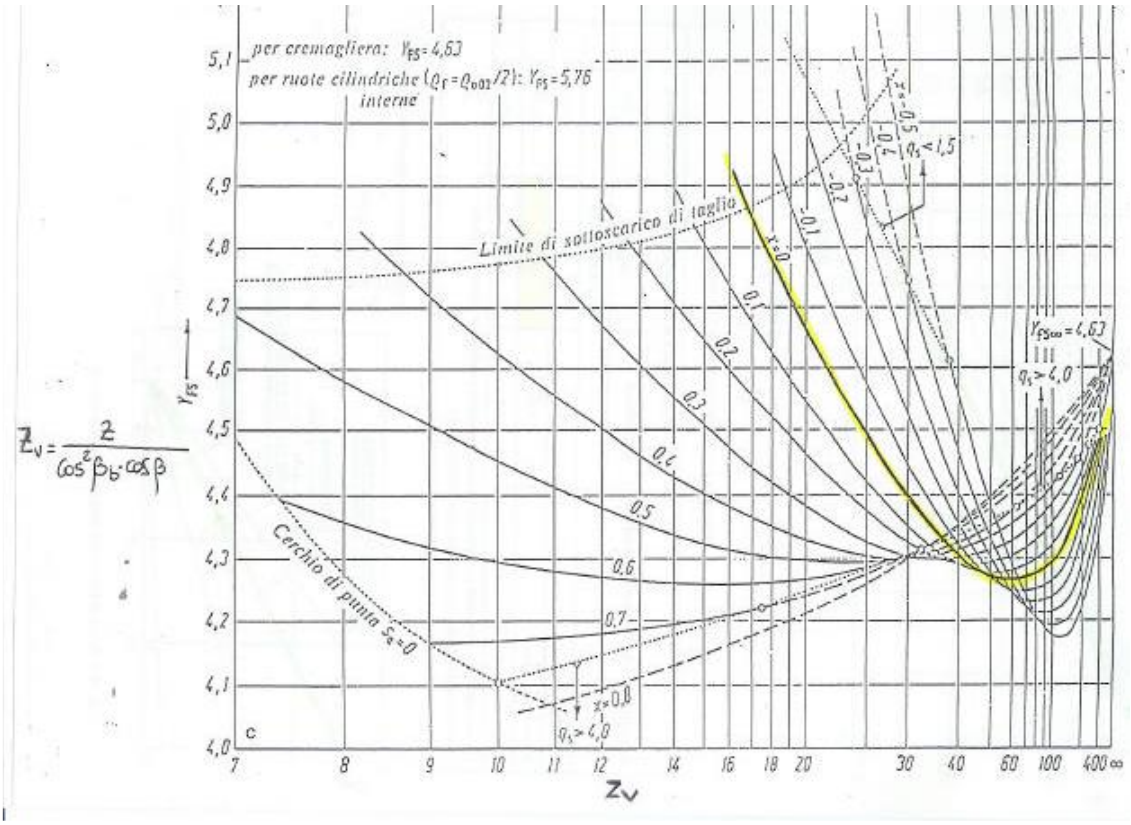


Figura 34 – Diagramma y_{sf}

- y_ε è il fattore del rapporto di condotta e tiene conto del fatto che, se ci sono più di due denti in presa contemporaneamente, nelle condizioni di massima tensione al piede la forza non è applicata in testa al dente (condizione per cui sono calcolati y_{fa} e y_{sa}), ma in un altro punto del profilo del dente stesso.
  Il valore di y_ε può essere ottenuto dalle seguenti formule fornite dalla normativa:

$$y_\varepsilon = 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon} \; con \; \varepsilon < 2$$
$$y_\varepsilon = 0.5 \; con \; \varepsilon \geq 2$$

  Con ε fattore di ricoprimento.

I parametri relativi al funzionamento sono:

- K_a fattore di applicazione del carico;
- K_v fattore dinamico;
- K_{fb} fattore di distribuzione longitudinale del carico (o di disallineamento);
- K_{fa} fattore di distribuzione trasversale del carico.

Nel caso più generale è necessario calcolarli nell'ordine appena indicato, poiché ognuno di essi è funzione anche dei precedenti (o meglio della forza tangenziale F_t corretta).

Esistono però, anche in questo caso, dei metodi di calcolo semplificati che tengono conto dei vari fattori in modo meno preciso, ma di solito accettabile se non si hanno esigenze particolari.

E' da precisare inoltre che gli effetti dinamici interni ed esterni di cui tengono conto i primi due coefficienti sono determinati in maniera piuttosto arbitraria e sarebbe preferibile, quando possibile, effettuare un calcolo più preciso della forza tangenziale F_t attraverso una analisi dinamica del sistema.

- K_a è il fattore di applicazione del carico e tiene conto dell'entità dei sovraccarichi a cui è sottoposto il sistema per cause esterne all'ingranaggio; può essere determinato tramite la tabella di figura 35 in funzione dei tipi di sovraccarico che si presentano sul motore e sulla macchina operatrice.

Caratteristiche di funzionamento del motore	Caratteristiche di funzionamento della macchina azionata		
	uniforme	sovraccarichi leggeri	sovraccarichi forti
	Valori orientativi di K_A * •		
Uniforme	1,0	1,25	1,75
Sovraccarichi leggeri	1,25	1,5	2,0 o più
Sovraccarichi forti	1,5	1,75	2,25 o più

* I valori indicati non sono validi per ingranaggi funzionanti a velocità prossime alle velocità di risonanza.

• Per ingranaggi moltiplicatori, moltiplicare i valori indicati per 1,1.

Figura 35 – Tabella K_a

- K_v è il fattore dinamico e tiene conto degli effetti dovuti alle masse rotanti, e, secondo un calcolo di prima approssimazione, è funzione solo della massima velocità periferica della ruota dentata V_P (velocità calcolata in corrispondenza della circonferenza primitiva). Si può, in questo caso, ottenere tramite la formula reperibile in letteratura:

$$K_v = \frac{5.6 + \sqrt{V_P}}{5.6}$$

- K_{fb} è il fattore di distribuzione longitudinale del carico (o di disallineamento) e tiene conto delle disuniformità di applicazione del carico lungo il dente (nel caso di mancanza di informazioni precise si può ipotizzare unitario).

- K_{fa} è il fattore di distribuzione trasversale del carico e tiene conto delle disuniformità a causa di errori di passo e di profilo nell'applicazione del carico (nel caso di mancanza di informazioni precise si può ipotizzare unitario).

I parametri relativi alla fatica sono:

- y_{ST} fattore di correzione della tensione ;
- $S_{F\,min}$ fattore di sicurezza a flessione;
- $y_{\delta relT}$ fattore relativo di sensibilità all'intaglio;
- y_{RrelT} fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente;
- y_X fattore di dimensione ;

- y_{NT} fattore di durata.

Essi tengono conto delle riduzioni della tensione ammissibile per cause prettamente correlate alla fatica. In particolare:

- y_{ST} è il fattore di correzione della tensione e tiene conto del tipo di sollecitazione (pulsante, alternata, alternata positiva…) e si ricava utilizzando il diagramma di Smith e Goodman. Nel caso, ad esempio, di sollecitazione pulsante positiva si ha (come implicitamente indicato nella normativa):

$$y_{ST} = 2$$

- $S_{F\,min}$ è il fattore di sicurezza a flessione (per le sollecitazioni di fatica in generale è unitario).

- $y_{\delta relT}$ è il fattore relativo all'intaglio e dipende dal grado di precisione tecnologica della ruota dentata (è pari a 1 per ruote "tecnologicamente perfette" prese come riferimento). Si calcola come:

$$y_{\delta relT} = \frac{1 + \sqrt{0.2(1 + 2q_s)\rho'}}{1 + \sqrt{1.2\rho'}}$$

Il coefficiente ρ' dipende dalla sensibilità intrinseca del materiale all'intaglio e si può ricavare dalla tabella fornita dalla normativa e riportata in Figura 36;

Materiale		Coefficiente ρ'
Ghisa grigia con carico di rottura a trazione R_m, in N/mm², di	150	0.3124
	300	0.3095
Acciaio nitrurato		0.1005
Acciaio a basso tenore di carbonio, acciaio non legato di base, acciaio per getti, con carico unitario di snervamento superiore R_{eH}, in N/mm₂, di	300	0.0833
	400	0.0445
Acciaio bonificato e ghisa sferoidale, con carico unitario di scostamento della proporzionalità $R_{p0,2}$, in N/mm², di	500	0.0281
	600	0.0194
	800	0.0064
	1000	0.0014
Acciaio cementato		0.0030

Figura 36 – Tabella ρ′

q_s è detto parametro d'intaglio e può essere calcolato come:

$$q_s = \frac{s_{fn}}{2\rho_f}$$

s_{fn} [mm] è lo spessore del dente al piede ed è calcolabile con le formule fornite dalla normativa, ρ_f [mm]è il raggio di curvatura in corrispondenza della testa del dente.

- y_{RrelT} è il fattore relativo dello stato della superficie al piede del dente e dipende dal grado di finitura superficiale nei punti di maggiore sollecitazione alla base del dente. La normativa fornisce dei diagrammi per un calcolo veloce (in Figura 37 ne è riportato uno a titolo d'esempio), se non si necessita di particolare precisione.

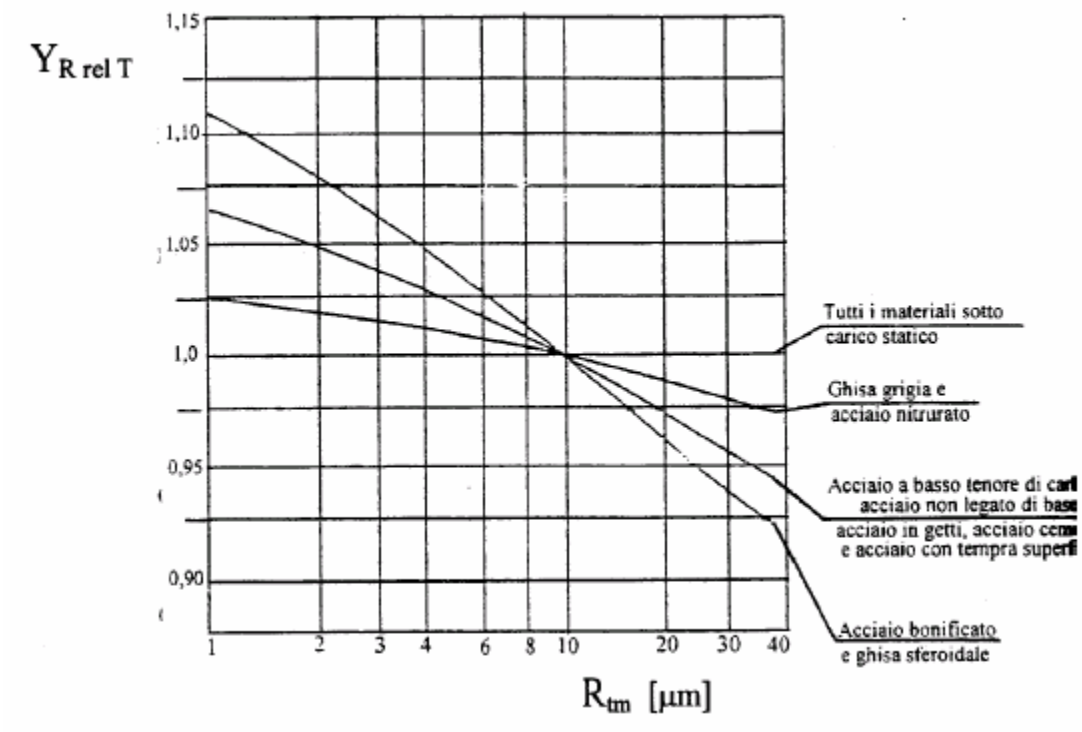


Figura 37 – Diagramma y_{RrelT}

- y_X è il fattore di dimensione e dipende dalle dimensioni della ruota. Il fattore di dimensione è diagrammato in funzione del modulo normale e del tipo di materiale. Se il materiale costituente la ruota è idoneo alla dimensione della stessa ed è stato trattato in modo opportuno, si può assumere questo fattore di valore unitario.

- y_{NT} è il fattore di durata o fattore della curva di Wöhler e dipende dal materiale utilizzato. Se si cerca una vita a fatica illimitata si può porre unitario.

4.3.2. Soluzione di primo tentativo (Trasmissione del moto)

Si utilizza una trasmissione tramite ingranaggi a denti diritti, con la quale si vuole invertire il senso di rotazione del moto con rapporto di trasmissione -1, nello schema comunemente detto treno di ingranaggi riportato in Figura 38. Per invertire il moto servono un numero pari di ruote.

Si procede dimensionando le ruote di dimensioni minori, rispettivamente la motrice e la condotta.

Per ottenere il rapporto di trasmissione desiderato -1, le ruote oziose saranno imposte di uguali dimensioni, dimensioni che saranno determinate dall'interasse che si necessita coprire a seconda delle soluzioni finali.

Non si potrà quindi conoscere le dimensioni di esse fino a quando non sarà definita la soluzione adottata per il meccanismo.

Nel caso in cui l'interasse desiderato non sia copribile posizionando tutti gli assi delle ruote su uno stesso piano, si può procedere posizionando gli assi delle ruote oziose su un piano parallelo a quello su cui giacciono gli assi delle ruote motrice e condotta.

Questo porta a un leggero disallineamento delle forze agenti sui cuscinetti, me evita di dover correggere la dentatura delle ruote per ricavare l'interasse voluto. Si può agire anche su altri parametri geometrici dei meccanismi, ma queste saranno decisioni da implementare in sede dello progettazione del design finale.

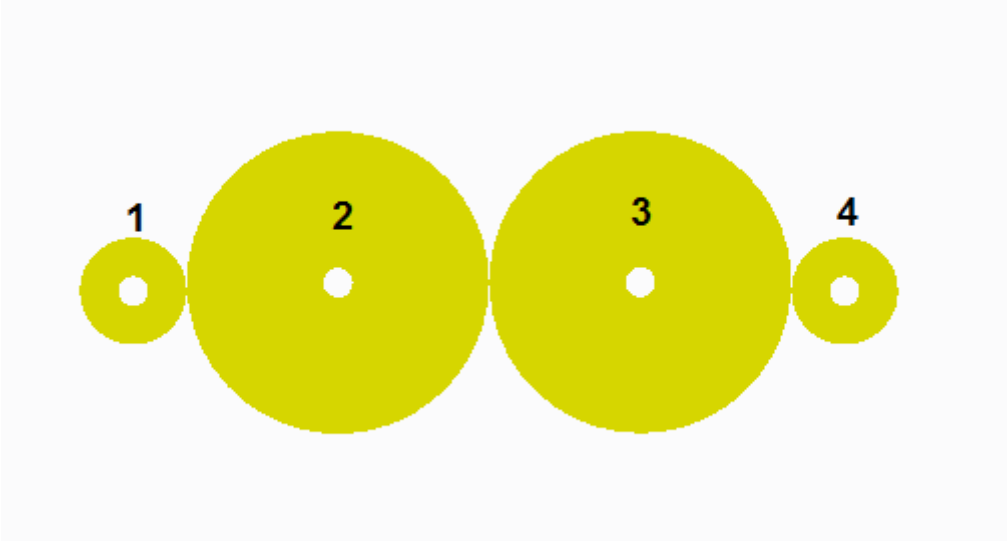


Figura 38 - Schema treno di ingranaggi

Visto che si necessita del numero di denti delle ruote oziose Z_2 per il dimensionamento, si impone 51, corrispondente al numero di denti necessario a coprire un interasse tra gli alberi $a = 238\,mm$ (interasse della soluzione attuale) con l'utilizzo di due ruote oziose.

Si sono utilizzati i seguenti dati di input per il dimensionamento a pitting:

- $\omega_1 = 69.813\ \frac{rad}{s}$
- $M_1 = 7.91\ Nm$
- $Z_1 = Z_4 = 18$
- $Z_2 = Z_3 = 51$
- Materiale 38 Ni Cr Mo 4 bonificato
- Durezza Brinell 260 HB
- $\sigma_{Hlim} = 850\ \frac{N}{mm^2}$
- Angolo di pressione $\alpha = 20°$
- $\gamma = 10$
- $m_{1°tentativo} = 2\ mm$
- $S_{Hlim} = 1.5$

Grazie a tali dati si sono ricavati i seguenti coefficienti come da procedura di dimensionamento:

- $Z_E = 189.81$
- $Z_H = 2.495$
- $Z_\epsilon = 0.886$
- $K_A = 1.5$
- $K_V = 1.2$
- $Z_W = 1.18$
- $Z_R = 1$
- $Z_L = 1$
- $Z_X = 1$
- $Z_V = 0.95$
- $Z_N = 1$

Ciò fornisce un modulo $m = 1{,}73\ mm$, che approssimato all'intero maggiore più vicino verifica $m_{1°tentativo} = 2\ mm$.

Si è utilizzato un coefficiente di sicurezza $S_{Hlim} = 1{,}5$ in quanto in questa zona gli ingombri sono meno stringenti, anzi non dispiacciono ruote di dimensioni maggiori in quanto dobbiamo coprire con esse un certo interasse.

Si passa al dimensionamento sulla resistenza a flessione della base del dente, per la quale si sono utilizzati gli ulteriori dati di input:

- $\mathrm{k}_0 = 220$

Grazie agli input si è ricavato il seguente coefficiente come da procedura di dimensionamento:

- $Y = 0.308$

Che porta al risultato di $m = 1.16\ mm$, che verifica $m = 2\ mm$.

Rimane ora da verificare la fatica a flessione sulla base del dente, per la quale servono gli ulteriori dati di input:

- $\sigma_{Flim} = 600\ \frac{N}{mm^2}$
- $S_{F\ min} = 2$
- $s_{fn} = 3.14\ mm$

Grazie ai quali si sono ricavati i seguenti coefficienti come da procedura di dimensionamento:

- $\mathrm{y_{sa}} = 4.8$
- $y_\varepsilon = 0.706$
- $y_\beta = 1$
- $K_a = 1.5$
- $K_v = 1.2$
- $K_{f\varepsilon} = 1$
- $K_{f\beta} = 1$
- $y_{ST} = 2$
- $y_{NT} = 1$
- $y_{\delta relT} = 1.028$

- $y_{RrelT} = 1.025$
- $y_X = 1$

Risulta in questo modo $\sigma_F = 67\ \frac{N}{mm^2} \leq \sigma_{FP} = 632.5\ \frac{N}{mm^2}$, condizione che verifica la soluzione di primo tentativo.

4.4. Sistema articolato piano

4.4.1. Generalità

Si chiamano sistemi articolati quei meccanismi composti da membri rigidi, uniti tra loro unicamente da coppie elementari. *[3]*

Sistemi articolati di tipo generale potrebbero avere gli assi delle coppie rotoidali comunque orientati, ma non è questo un caso frequente nelle macchine automatiche, nelle quali trovano più spesso impiego sistemi articolati piani.

I membri di un sistema articolato possono avere svariate forme in base ad esigenze costruttive, ma si presentano schematicamente come aste rettilinee accoppiate tra loro per mezzo di cerniere o pattini.

È ovvio che la forma costruttiva assunta dai veri membri non influenza il comportamento cinematico del sistema, il quale dipende solo dalle direzioni degli assi delle coppie prismatiche e dalle posizioni che su ciascun membro hanno gli assi delle coppie rotoidali.

Quindi le coppie rotoidali sono schematizzate con cerniere di diametro molto inferiore alla lunghezza delle aste.

La conformazione dei membri può solo influire sulle limitazioni all'ampiezza dei movimenti, conseguenti a possibili interferenze tra le varie parti.

I sistemi articolati con sole coppie rotoidali vengono suddivisi a seconda del numero e del tipo dei membri costituenti in quadrilateri, pentalateri, esalateri, ecc.

Il meccanismo più semplice risulta essere il quadrilatero articolato piano, riportato in Figura 39, la cui catena cinematica risulta composta da quattro membri rigidi collegati da quattro coppie rotoidali avente un solo grado di libertà.

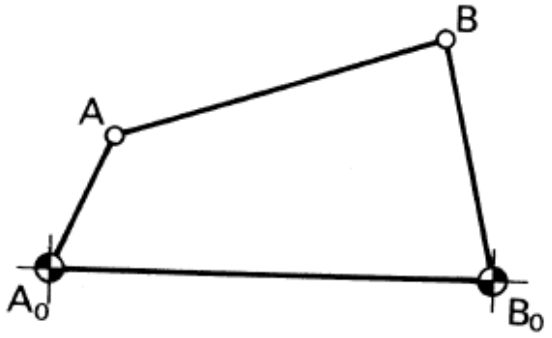


Figura 39 - Schema quadrilatero articolato

Una delle aste, la A_0B_0 è fissa e prende il nome di telaio, mentre l'asta opposta AB prende il nome di biella.

Le aste incernierate a quella fissa AA_0 e BB_0, rotanti rispettivamente attorno ad A_0 e B_0, prendono il nome di manovelle quando possono compiere rotazioni complete, di bilancieri quando la loro mobilità è limitata a una rotazione parziale.

Gli estremi del campo di mobilità di un bilanciere prendono il nome di punti morti, condizione che si verifica quando l'asta opposta al bilanciere si allinea con la biella.

I quadrilateri articolati si possono suddividere in due gruppi, denominati di Grashof o non di Grashof.

I primi sono quelli per i quali la somma delle lunghezze del lato più corto e del lato più lungo è minore della somma della lunghezza degli altri due. I secondi sono quelli per cui vale la disuguaglianza opposta.

Nel caso invece dell'uguaglianza tra i due addendi i quadrilateri fanno parte di una classe limite a cui appartengono i parallelogrammi articolati, gli antiparallelogrammi articolati e i quadrilateri isosceli.

I quadrilateri articolati di Grashof sono un caso interessante in quanto il lato più corto può compiere rotazioni complete rispetto agli altri tre. In base alla tipologia del lato più corto si hanno tre casi:

1. Il lato più corto è il telaio: il quadrilatero è a doppia manovella
2. Il lato più corto è adiacente al telaio: il quadrilatero è a manovella bilanciere
3. Il lato più corto è la biella: il quadrilatero è a doppio bilanciere.

I quadrilateri non di Grashof sono invece tutti a doppio bilanciere.

Ogni quadrilatero di Grashof può essere montato in due configurazioni simmetriche rispetto al telaio che consentono di raggiungere posizioni tra loro simmetriche.

Invece i quadrilateri non di Grashof possono assumere posizioni simmetriche rispetto al telaio senza cambiare configurazione

I meccanismi più interessanti risultano essere quelli che presentano almeno una manovella, si può così collegare questo elemento ad un motore avente moto rotatorio uniforme.

Di notevole interesse risulta essere il moto della biella nei quadrilateri articolati, che è il moto rototraslatorio piano di un corpo rigido avente due suoi punti vincolati a traiettorie circolari.

Le traiettorie dei punti di biella possono assumere aspetti molti diversificati a seconda delle dimensioni dei membri del quadrilatero, per questo risultano molto interessanti. Per questi motivi si sceglie di sviluppare soluzioni tramite questa tipologia di sistemi articolati.

Viene di seguito spiegata una metodologia analitica per la sintesi cinematica (dimensionamento dei membri) di un quadrilatero articolato atto a compiere una certa applicazione.

4.4.2. Metodi di sintesi tramite diadi piane

La grande maggioranza di sistemi articolati piani può essere pensata come combinazione di coppie di vettori chiamate diadi. Per esempio il quadrilatero articolato può essere ritenuto combinazione di due diadi, illustrate in Figura 40: la parte sinistra rappresentata mediante la coppia di vettori W e Z e la parte destra dai vettori W* e Z*. *[4]*

I vettori che rappresentano la biella AB ed il telaio A_0B_0 possono essere facilmente determinati mediante le seguenti relazioni vettoriali:

$$\mathrm{AB} = \mathrm{Z} - \mathrm{Z}^*$$

$$A_0B_0 = W + AB - W^*$$

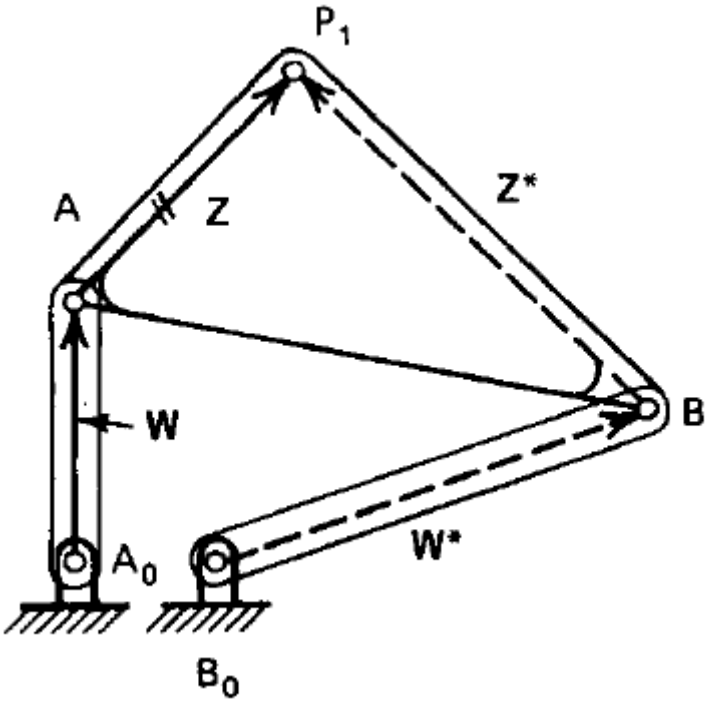


Figura 40 - Quadrilatero articolato piano composto da due diadi

Si consideri ora solo una delle due diadi che formano il quadrilatero, ad esempio quella di sinistra, e con questa si voglia collocare un punto P del piano in determinate posizioni.

Detta P_j la posizione j-esima del punto P, se si misurano le rotazioni dei vettori a partire dalla posizione iniziale P_1 (positive quelle antiorarie), si ha:

- β_j rotazione di W nel passaggio di P dalla posizione iniziale P_1 alla posizione P_j ,
- α_j rotazione di Z nel passaggio di P dalla posizione iniziale P_1 alla posizione P_j .

Definendo inoltre le posizioni P_1 e P_j tramite i vettori complessi R_1 e R_j (rispetto ad un arbitrario sistema di riferimento complesso x-iy con origine in O, come riportato in Figura 41), deve aversi per la chiusura del poligono $A_0AP_1OP_jA_jA_0$:

$$We^{i\beta_j} + Ze^{i\alpha_j} - R_j + R_1 - Z - W = 0$$

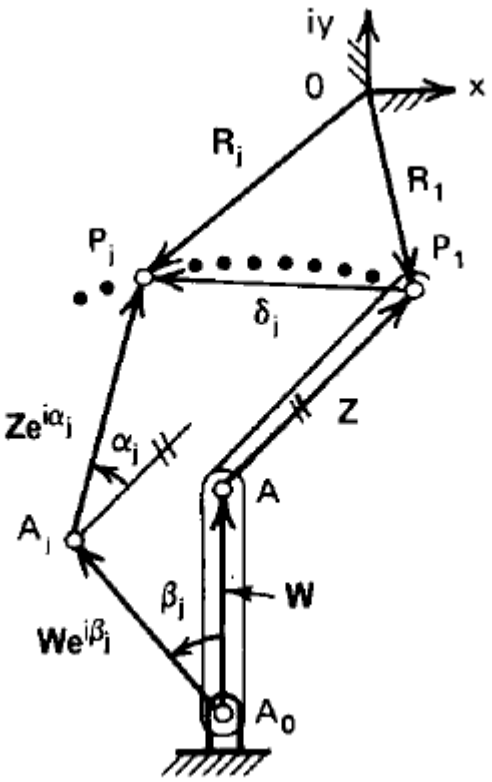


Figura 41 - Diade piana in due diverse posizioni

La precedente equazione si può anche scrivere nel modo seguente:

$$W\left(e^{i\beta_j}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_j}-1\right)=\delta_j$$

Con:

$$\delta_j = R_j - R_1$$

Che esprime la chiusura dell'anello $A_0AP_1OP_jA_jA_0$.

In altre parole l'equazione è la somma vettoriale effettuata seguendo l'anello che contiene la prima e la j-esima posizione della diade. Questa equazione è detta standard form se sono noti gli angoli α_j o β_j e se il vettore δ_j è noto, ovvero le posizioni P_1 e P_j sono note (sono noti i vettori R_1e R_j).

Questa è la situazione comune quando si devono raggiungere i classici obiettivi della sintesi cinematica: generazione di movimenti, generazione di traiettorie, generazione di funzioni.

Numero di scelte arbitrarie

Dal momento che il numero di parametri (le due componenti di ogni vettore) che descrivono il meccanismo nella sua posizione iniziale è finito, il numero di posizioni (o movimenti) che può essere imposto in un problema di sintesi sarà finito.

Si pensi, per fissare le idee, alla generazione di movimenti con una diade.

Nella Figura 41, saranno assegnati i vettori δ_j e le rotazioni del secondo membro mobile della diade, cioè gli angoli α_j. Se il numero di posizioni prescritte è pari a due (j=2), l'equazione vettoriale diventa:

$$W\left(e^{i\beta_2}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)=\delta_2$$

Dove le incognite sono 5 (le due componenti W_x e W_y del vettore W, le due componenti Z_x e Z_y del vettore Z e l'angolo β_2).

Si hanno quindi due equazioni scalari che contengono cinque incognite scalari.

Se tre delle cinque incognite vengono fissate arbitrariamente, le equazioni possono essere risolte nelle restanti due incognite. Poiché in generale c'è un infinito numero di scelte per ognuna delle tre variabili "libere", il numero di possibili soluzioni per un problema di sintesi di questo tipo è ∞^3 (infinito al cubo).

Se il numero di posizioni prescritte aumenta di uno, il numero di equazioni scalari aumenta di due (le equazioni vettoriali aumentano di uno), ma si ha una sola incognita in più. Perciò si avrà un numero di soluzioni pari a ∞^2.

La situazione è riassunta nella tabella di Figura 42. Ogni volta che si aggiunge una posizione, si aggiungono due equazioni scalari ed il numero di incognite scalari aumenta di uno. Se il numero di posizioni prescritto è cinque, non si hanno variabili che è possibile scegliere in modo arbitrario.

Perciò cinque è il massimo numero di posizioni possibile per la soluzione di un problema di generazione di movimento mediante diade.

n° di posizioni(n) j=2,3,…n	n° di equazioni scalari(e)	n° di incognite scalari (i)	n° di soluzioni (∞^{i-e})
2	2	5 (W, Z, β_2)	∞^3
3	4	6 (+β3)	∞^2
4	6	7 (+β4)	∞
5	8	8 (+β5)	finito

Figura 42 - Tabella Posizioni-Soluzioni

Analizziamo nel dettaglio i vari casi per capire quali di essi possa esserci utile nella risoluzione del problema in esame.

Generazione di movimento – due posizioni (j=2)

Sono prescritti i valori di δ_2 e α_2, cioè le due posizioni e la rotazione relativa data al secondo membro per coprirle. Si ha un'unica equazione vettoriale:

$$W\left(e^{i\beta_2}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)=\delta_2$$

Se, ad esempio, si scelgono ad arbitrio il vettore Z e l'angolo β_2, la soluzione per W è la seguente:

$$W=\frac{\delta_2-Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)}{\left(e^{i\beta_2}-1\right)}$$

Questa rappresenta un sistema di due equazioni scalari che è lineare nelle due incognite W_x e W_y.

Generazione di movimento – tre posizioni (j=2, 3)

Sono prescritti i valori di δ_2, δ_3 e α_2, α_3, cioè le tre posizioni e le due rotazioni relative date al secondo membro per coprirle. Il sistema di equazioni è il seguente:

$$W\left(e^{i\beta_2}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)=\delta_2$$
$$W\left(e^{i\beta_3}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_3}-1\right)=\delta_3$$

Il sistema corrisponde a quattro equazioni scalari. Se vengono scelti ad arbitrio i valori di β_2 e β_3, il sistema è lineare nelle incognite W e Z. Perciò, scelti ad arbitrio β_2 e β_3, anche questo problema è lineare. La soluzione può essere trovata mediante la regola di Cramer:

$$W=\frac{\begin{vmatrix}\delta_2 & e^{i\alpha_2}-1\\ \delta_3 & e^{i\alpha_3}-1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}e^{i\beta_2}-1 & e^{i\alpha_2}-1\\ e^{i\beta_3}-1 & e^{i\alpha_3}-1\end{vmatrix}}$$

$$Z=\frac{\begin{vmatrix}e^{i\beta_2}-1 & \delta_2\\ e^{i\beta_3}-1 & \delta_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}e^{i\beta_2}-1 & e^{i\alpha_2}-1\\ e^{i\beta_3}-1 & e^{i\alpha_3}-1\end{vmatrix}}$$

Generazione di movimento – quattro posizioni (j=2, 3, 4)

Le equazioni vettoriali sono tre:

$$W\left(e^{i\beta_2}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)=\delta_2$$
$$W\left(e^{i\beta_3}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_3}-1\right)=\delta_3$$
$$W\left(e^{i\beta_4}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_4}-1\right)=\delta_4$$

E' concessa una sola scelta arbitraria; in particolare potrà essere scelto uno tra i sette parametri scalari: coordinate di W e Z, angoli β_2, β_3 e β_4. Questa volta, anche se scegliamo arbitrariamente uno degli angoli β_j il sistema contiene espressioni trascendenti negli altri due angoli β. Si può quindi concludere che tre è il massimo numero di posizioni che si possa prescrivere per avere ancora un problema di tipo lineare.

Generazione di movimento – cinque posizioni (j=2, 3, 4, 5)

Il sistema di equazioni vettoriali risulta non lineare nelle incognite β_j e non sono ammesse scelte arbitrarie.

$$W\left(e^{i\beta_2}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_2}-1\right)=\delta_2$$
$$W\left(e^{i\beta_3}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_3}-1\right)=\delta_3$$
$$W\left(e^{i\beta_4}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_4}-1\right)=\delta_4$$
$$W\left(e^{i\beta_5}-1\right)+Z\left(e^{i\alpha_5}-1\right)=\delta_5$$

Sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di movimenti (3 posizioni)

Come già accennato, il quadrilatero articolato può essere pensato come combinazione di due diadi. Si veda a questo proposito la Figura 43.

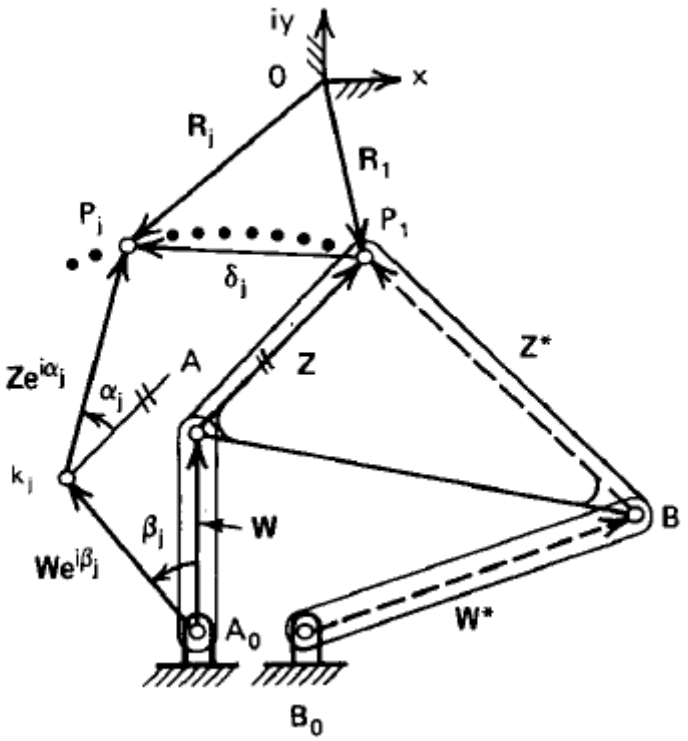


Figura 43 - Composizione di un quadrilatero articolato mediante diadi

Gli angoli di cui ruotano i membri della diade di sinistra sono al solito indicati con β_j e α_j. Per distinguerli da quelli della diade di destra, si introduce una nuova notazione riportata in Figura 44, con cui i β_j del lato sinistro diventano φ_j e quelli del lato destro ψ_j, mentre gli α_j sono gli stessi, essendo i vettori Z rigidamente connessi a formare la biella del quadrilatero, e vengono chiamati γ_j. Con l'ausilio di questa notazione, le equazioni diventano:

Per il lato sinistro:

$$W\left(e^{i\varphi_j}-1\right)+Z\left(e^{i\gamma_j}-1\right)=\delta_j$$

E, analogamente, per il lato destro:

$$W^*\left(e^{i\psi_j}-1\right)+Z^*\left(e^{i\gamma_j}-1\right)=\delta_j$$

Dove, se le posizioni assegnate sono tre, j=2, 3.

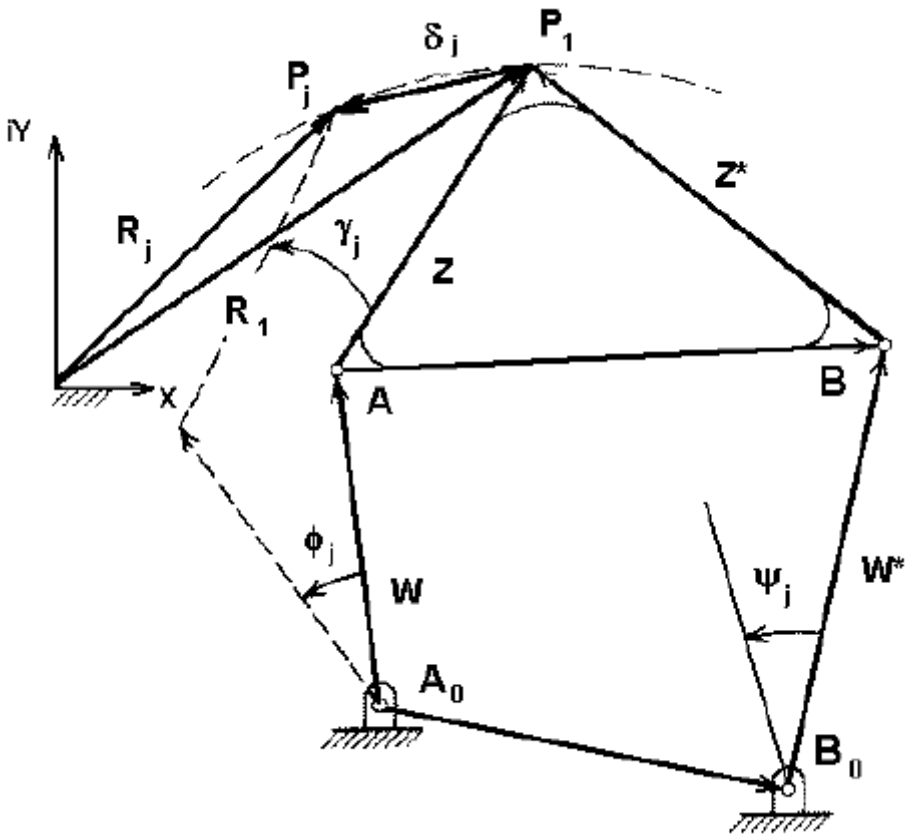


Figura 44 - Diadi per la generazione di movimenti con tre posizioni

Per la generazione di movimenti, i vettori δ_2, δ_3e gli angoli γ_2, γ_3 sono assegnati.

Conviene scegliere come parametri arbitrari, gli angoli φ_j per il lato sinistro e gli angoli ψ_j per il lato destro, in modo che il problema sia lineare nelle incognite W, Z e W*, Z*. La soluzione può essere facilmente trovata, ad esempio mediante la regola di Cramer.

Una volta ottenuta la soluzione, per individuare biella e telaio del quadrilatero articolato, si utilizzano le seguenti:

$$AB = Z - Z^*$$
$$A_0B_0 = W + AB - W^*$$

Bisogna tenere a mente che occorre verificare che il quadrilatero sia concretamente in grado di risolvere il problema. In particolare occorre verificare che, per raggiungere con continuità le posizioni imposte, non si debba smontare e rimontare il quadrilatero in un'altra configurazione.

Si può fare questo verificando che il quadrilatero non passi per la singolarità.

Sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di movimenti (2 posizioni)
In questo caso, si deve nuovamente sintetizzare una generazione di movimenti e i vettori δ_2 e l'angolo γ_2 sono assegnati.

Il sistema di equazioni si riduce a due equazioni vettoriali,

$$W\left(e^{i\varphi_2}-1\right)+Z\left(e^{i\gamma_2}-1\right)=\delta_2$$
$$W^*\left(e^{i\psi_2}-1\right)+Z^*\left(e^{i\gamma_2}-1\right)=\delta_2$$

Cioè quattro equazioni scalari, nelle dieci incognite W, Z e W*, Z* (vettori), φ_2, ψ_2. Per rendere il sistema risolvibile e lineare bisognerà quindi scegliere come parametri arbitrari non solo gli angoli φ_2, ψ_2 ma anche due tra W, Z, W* e Z*.

Come nel caso precedente una volta ottenuta la soluzione si individuano i membri del quadrilatero articolato e si verifica che per raggiungere con continuità le soluzioni non si debba cambiare configurazione.

Sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di funzioni
Si faccia riferimento alla Figura 45. Per la generazione di funzioni, occorre correlare le rotazioni prescritte del membro di input con quelle del membro di output. In altre parole è assegnato il legame tra gli angoli φ_j e ψ_j.

Si noti che in questo caso la posizione di biella non ha interesse.

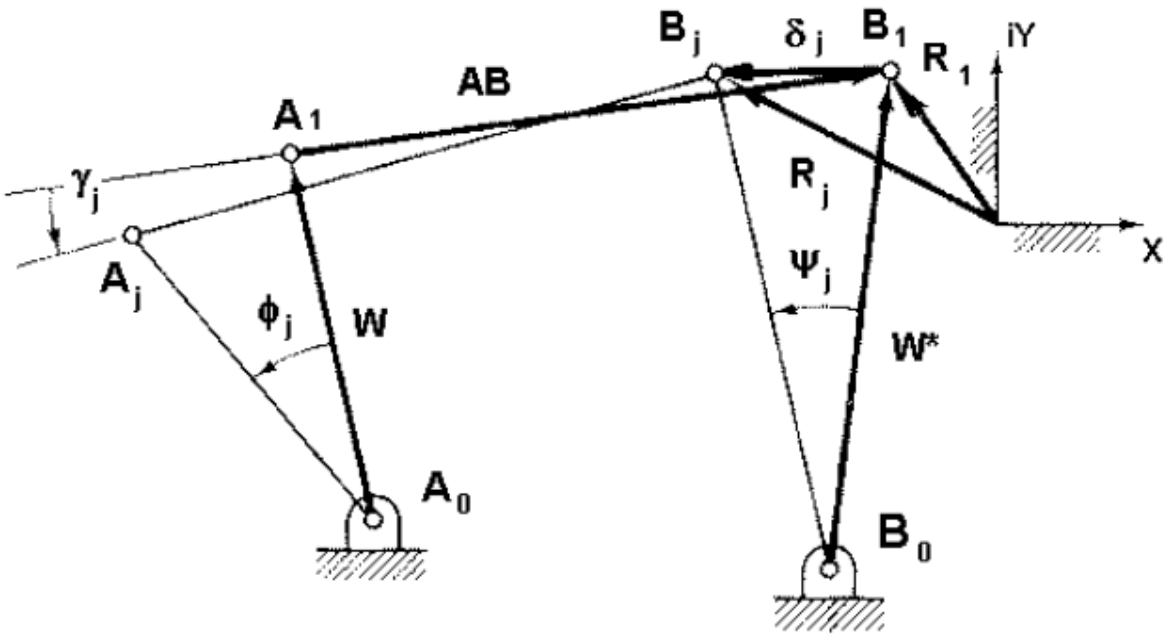


Figura 45 - Diadi per la generazione di funzioni

Deve valere la chiusura dell'anello $B_0B_1A_1A_0A_jB_jB_0$, cioè deve aversi:

$$W\left(e^{i\varphi_j}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_j}-1\right)-W^*\left(e^{i\psi_j}-1\right)=0$$

Questa è l'equazione per i problemi di generazione di funzioni. Non è nella forma standard (vedi equazione diade) perciò si devono rivedere i discorsi fatti a proposito di posizioni prescritte e numero di scelte arbitrarie.

Se n è il numero di posizioni assegnate, si riescono a scrivere (n-1) equazioni vettoriali del tipo soprascritta, il che equivale ad avere 2(n-1) equazioni scalari. Il numero di incognite scalari è 6+n-1 (i vettori W, AB, W* e gli angoli γ_j (j=2,3,…n).

Il numero di scelte arbitrarie sarà pertanto pari alla differenza tra il numero di incognite ed il numero di equazioni, cioè: 6+n-1-2(n-1)=7-n. Ne risulta che sette è il massimo numero di posizioni che è possibile assegnare per generare funzioni mediante un quadrilatero articolato. La tabella di Figura 46 riassume la situazione.

n° di posizioni(n) j=2,3,…n	n° di equazioni scalari(e=2*(n-1))	n° di incognite scalari (i=6+n-1)	n° di soluzioni (∞^{i-e})
2	2	7 (W,W*, Z, γ2)	∞^5
3	4	8 (+γ3)	∞^4
4	6	9(+γ4)	∞^3
5	8	10(+γ5)	∞^2
6	10	11 (+γ6)	∞
7	12	12 (+γ7)	finito

Figura 46 - Tabella posizioni - soluzioni

Si supponga ora di scegliere arbitrariamente due delle sette incognite scalari originarie, ad esempio W* (o, in alternativa, W). Si ha:

$$W\left(e^{i\varphi_j}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_j}-1\right)=W^*\left(e^{i\psi_j}-1\right)$$
$$W\left(e^{i\varphi_j}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_j}-1\right)=\delta_j$$

Avendo indicato:

$$W^*\left(e^{i\psi_j}-1\right)=\delta_j$$

Si è ottenuta quindi la forma standard e la tabella riguardante la sintesi di funzioni diventa equivalente alla tabella riguardante la sintesi di traiettorie.

La scelta arbitraria di W* fissa la scala del quadrilatero ed il suo orientamento, ma non incide sulla funzione che lega le rotazioni φ_j e ψ_j.

Una volta ottenuto il quadrilatero, tutto il meccanismo può essere scalato ed orientato in qualunque maniera senza modificare tale relazione. Questo non succede per i generatori di movimento o di traiettoria, nei quali la modifica della lunghezza di un'asta fa cambiare anche il movimento o la traiettoria generati. Poiché la funzione $\psi_j = f(\varphi_j)$ non dipende dalla scelta di W*, non ha senso includere W* tra le incognite del problema.

Una volta ricondotto il problema alla forma standard, è necessario sintetizzare una sola diade (W, AB) a differenza di quanto accade per la generazione di movimenti e di traiettorie dove occorre individuarne due (W, Z e W*, Z*).

Nel caso in cui n=3 (tre posizioni), cioè j=2,3, si procede nel seguente modo:

$$W\left(e^{i\varphi_2}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_2}-1\right)=W^*\left(e^{i\psi_2}-1\right)$$
$$W\left(e^{i\varphi_3}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_3}-1\right)=W^*\left(e^{i\psi_3}-1\right)$$

I dati assegnati sono: φ_2, φ_3, ψ_2, ψ_3

Scelto ad arbitrio W* risultano noti δ_2e δ_3. A questo punto le equazioni si presentano nella forma standard:

$$W\left(e^{i\varphi_2}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_2}-1\right)=\delta_2$$
$$W\left(e^{i\varphi_3}-1\right)+AB\left(e^{i\gamma_3}-1\right)=\delta_3$$

Scelti ad arbitrio gli angoli γ_2,γ_3 il problema è lineare nelle incognite W e AB.

Tecnica del loop chiuso per la generazione di funzioni

Si consideri il quadrilatero articolato di Figura 47 e si scriva l'equazione di chiusura; si ottiene:

$$Z_2+Z_3-Z_4+Z_1=0$$

Per la generazione di funzioni, solo le relazioni tra gli angoli hanno interesse, perciò è possibile scalare il meccanismo ed orientarlo in modo qualunque senza modificare tali relazioni.

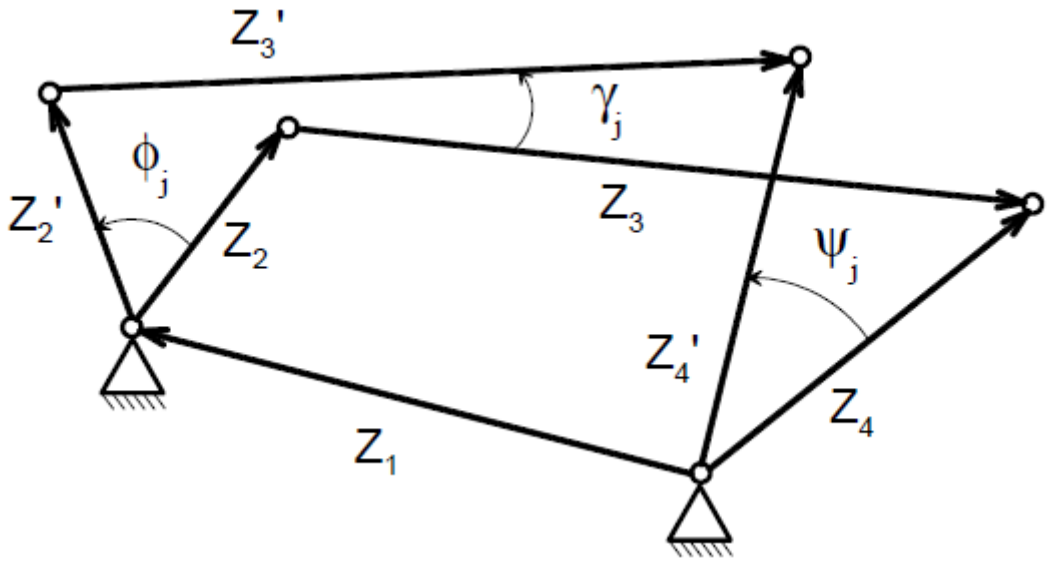


Figura 47 - Tecnica del loop chiuso

Si può allora assumere Z_1= -1, cioè il telaio di lunghezza unitaria, diretto ed orientato come l'asse reale del sistema di riferimento. L'equazione si modifica e diventa:

$$Z_2 + Z_3 - Z_4 - 1 = 0$$

Nella j-esima posizione assunta dal quadrilatero si ha:

$$Z_2' + Z_3' - Z_4' - 1 = 0$$

Che è possibile scrivere nel modo seguente:

$$Z_2 e^{i\varphi_j} + Z_3 e^{i\gamma_j} - Z_4 e^{i\psi_j} - 1 = 0$$

Quest'ultima è una equazione non omogenea, lineare nelle incognite Z_2, Z_3, Z_4 a coefficienti complessi. Se tre sono le posizioni assegnate, si ha:

$$\begin{aligned} &Z_2 + Z_3 - Z_4 = 1 \\ &Z_2 e^{i\varphi_2} + Z_3 e^{i\gamma_2} - Z_4 e^{i\psi_2} - 1 = 0 \\ &Z_2 e^{i\varphi_3} + Z_3 e^{i\gamma_3} - Z_4 e^{i\psi_3} - 1 = 0 \end{aligned}$$

I dati sono φ_2, φ_3, ψ_2 e ψ_3. Le incognite sono i vettori Z_2, Z_3, Z_4 e gli angoli γ_2, γ_3. Si hanno perciò 6 equazioni scalari e 8 incognite scalari: le soluzioni sono ∞^2 (come ci si attendeva). Scelti ad arbitrio gli angoli γ_2, γ_3, restano 3 equazioni vettoriali nelle tre incognite vettoriali Z_2, Z_3, Z_4.

4.4.3. Soluzione di primo tentativo (Meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati)

Si sono indagate due soluzioni:

1. Meccanismo con sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di movimenti
2. Meccanismo con sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di funzioni

Meccanismo con sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di movimenti

Per quanto riguarda il meccanismo con sintesi di un quadrilatero per la generazione di movimenti, nell'approcciarsi al problema si è definito che la caramella deve continuare ad essere estratta dalle sue alette inferiori mediante due meccanismi che agiscono ognuno su una aletta, come nella soluzione attuale.

Il meccanismo continua ad essere azionato con velocità angolare costante = 69.813 rad/s, valore derivante da considerazioni precedenti.

Il punto di biella atto all'estrazione andrà ad agire all'estremità interna dell'aletta, la biella sarà poi sagomata in modo tale da agire lungo tutta la lunghezza dell'aletta.

Ricordando che nella soluzione attuale il contatto avviene nell'intorno di un punto, ossia il punto di tangenza tra la traiettoria circolare del dito e la traiettoria rettilinea in direzione verticale del pacchetto, si vuole migliorare questo contatto imponendo una traiettoria il più possibile rettilinea anche all'estrattore.

Indagando gli ingombri di macchina si ottiene la possibilità di poter imporre una traiettoria rettilinea in direzione verticale di 25 mm, di cui in Figura 48 sono indicati il punto iniziale e finale.

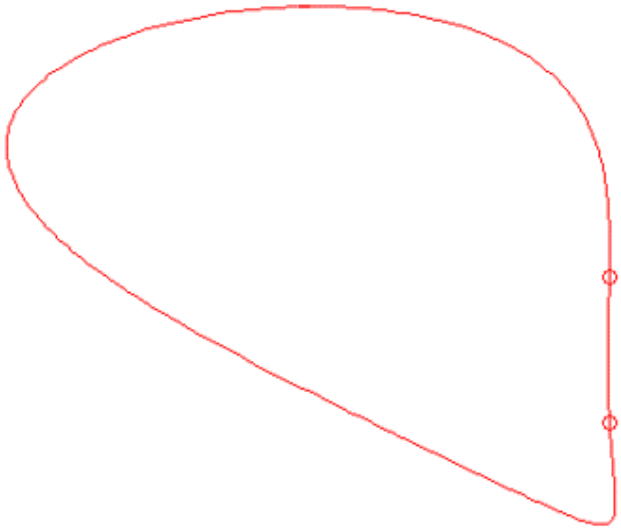


Figura 48 - Traiettoria del meccanismo

Per fare ciò si sono utilizzati metodi di sintesi di un quadrilatero articolato tramite la generazione di movimenti, implementati all'interno di un algoritmo sviluppato tramite il software Matlab® di sintesi tramite analisi ripetute.

Più precisamente, come riportato schematicamente in Figura 49, la validazione della sintesi avviene attraverso l'analisi cinematica del meccanismo e la verifica dei vincoli imposti dall'applicazione, tra le soluzioni applicabili viene poi scelto il meccanismo che presenta le caratteristiche migliori.

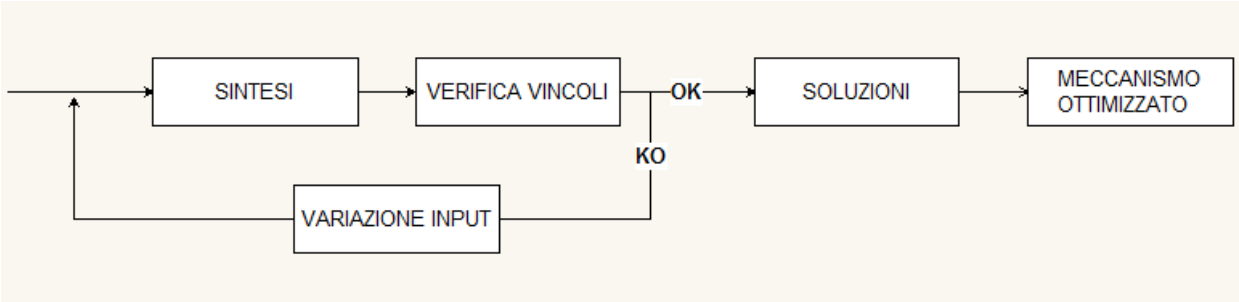


Figura 49 - Schema algoritmo di sintesi tramite analisi ripetute

Essendo scopo dell'applicazione percorrere una traiettoria con buona approssimazione rettilinea durante il contatto con il pacchetto, risultano imposti solamente due punti della traiettoria, rispettivamente il punto iniziale e il punto finale della retta approssimata.

Per convergere alla soluzione ottimale è stato inizialmente implementato un algoritmo di sintesi per generazione di movimenti imposti tre punti della traiettoria come descritto nei paragrafi precedenti, visto la difficoltà di imporre a priori dati di input per la risoluzione della sintesi mediante l'imposizione di due punti di traiettoria, in particolar modo Z e Z* (in pratica le dimensioni della biella e del punto di biella atto a coprire la traiettoria, posizionati a coprire il primo punto imposto),

e alla necessità di ottimizzare il meccanismo rispetto ai stringenti vincoli di spazio disponibile imposti dall'applicazione.

Il terzo punto è stato imposto come punto di disimpegno dal contatto, e per ottimizzare il meccanismo è stato fatto variare mediante cicli iterativi del software nello spazio a disposizione.

Trovata la soluzione ottimale mediante l'imposizione di tre punti della traiettoria attraverso l'algoritmo di sintesi con analisi ripetute, si sono ricavati da questa soluzione i parametri per poter implementare una sintesi mediante due punti della traiettoria; più precisamente si sono estratti i valori di Z e Z*, in modo tale da poter risolvere il sistema di equazioni di suddetta sintesi come descritto nei paragrafi precedenti.

Si sono iterati i dati in input nella sintesi di movimenti mediante l'imposizione di due punti della traiettoria nell'intorno della soluzione trovata tramite la sintesi di movimenti mediante l'imposizione di tre punti della traiettoria, trovando in questo modo una soluzione migliore alla precedente in termini di minor accelerazioni massime appartenenti al punto di biella atto all'estrazione, che pregiudicavano il funzionamento dinamico del meccanismo a causa della correlazione con le forze d'inerzia. I miglior risultati nascono probabilmente da una discretizzazione più fina dei dati in ingresso all'algoritmo nel caso di sintesi attraverso l'imposizione di due punti della traiettoria.

Diagramma di flusso dell'algoritmo di sintesi tramite analisi ripetute

Viene ora illustrato tramite il diagramma di flusso di Figura 51 l'algoritmo implementato nel software Matlab®.

Esso presenta la possibilità, come già descritto in precedenza, di implementare svariati metodi di sintesi.

Si riepilogano in Figura 50, i dati di input imposti ed i dati di input iterati per la sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di movimenti nel caso di due e tre posizioni di biella.

	Due punti	Tre punti
Input imposti	δ_2, γ_2	δ_2, γ_2
Input iterati	Z, Z^*, φ_2, ψ_2	δ_3, γ_3, φ_2, φ_3, ψ_2, ψ_3

Figura 50 - Tabella Input

L'algoritmo ha funzionamento iterativo, in ingresso vengono inseriti i dati che permettono la sintesi del meccanismo, al quale uno volta sintetizzato, vengono imposti vincoli tramite analisi cinematica. Se almeno uno di questi vincoli non viene rispettato il meccanismo sintetizzato non è ritenuto applicabile come soluzione, viene allora modificato il valore di una delle variabili in ingresso e sintetizzato un nuovo meccanismo.

Solo i meccanismi che soddisfano tutti i vincoli passano alla matrice delle soluzioni insieme ai parametri quantitativi che indicano il superamento dei vincoli, dalla quale verrà scelto il meccanismo che ottimizza l'insieme di questi parametri.

I vincoli sono ordinati in relazione alla leggerezza computazionale, in modo da scartare il più velocemente possibile i meccanismi non idonei e risparmiare sul tempo di applicazione totale dell'algoritmo.

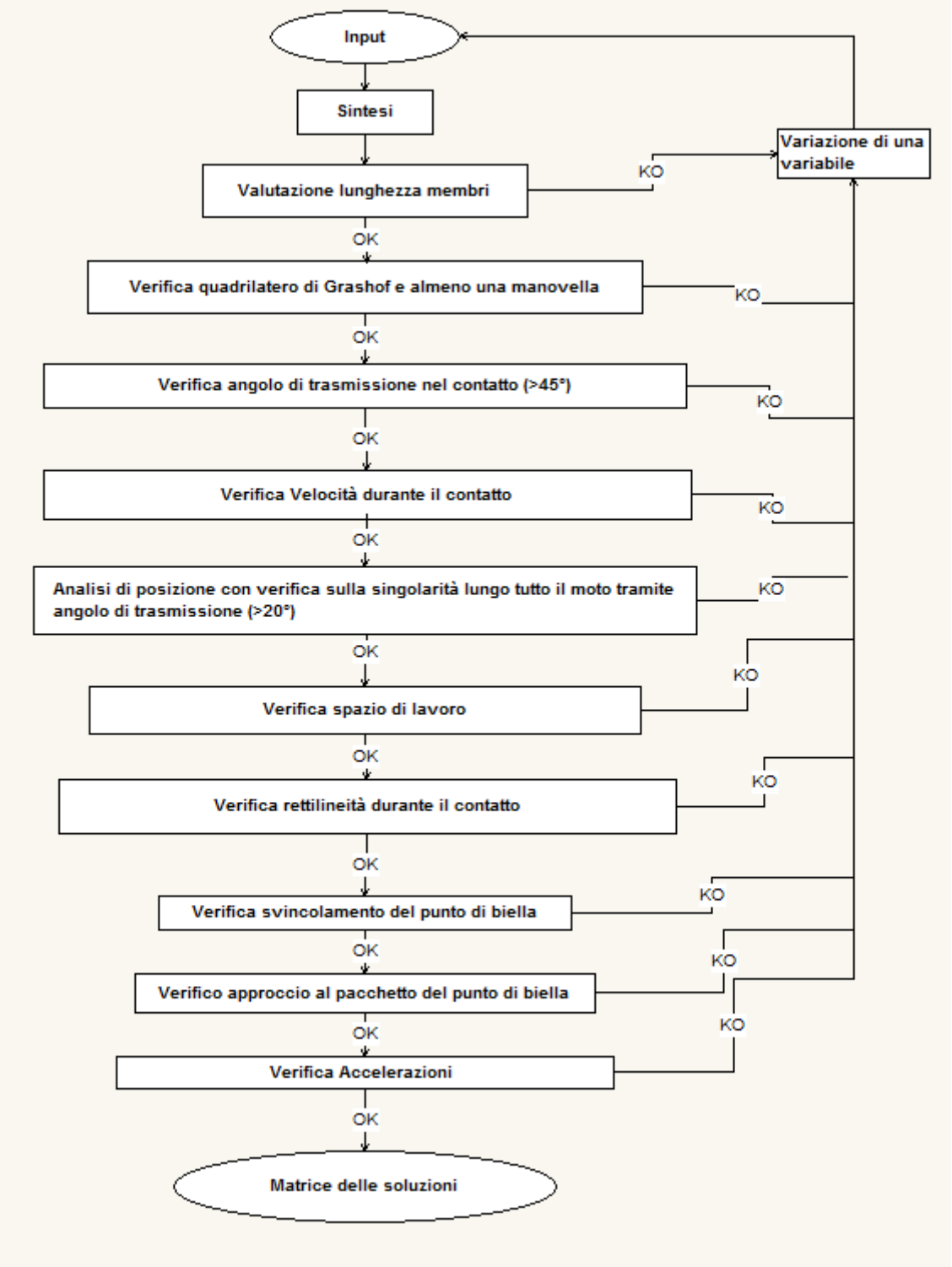


Figura 51 - Diagramma di flusso dell'algoritmo per la sintesi del meccanismo

Si analizza ora più in dettaglio l'applicazione dei vincoli:

- Valutazione lunghezza dei membri: si impone che le dimensioni di manovella, biella, bilanciere, telaio del quadrilatero articolato sintetizzato rispettino vincoli costruttivi.
  Non si potrà costruire il quadrilatero se le lunghezze dei membri risultano essere troppo ridotte, in quanto non si troveranno boccole o cuscinetti di adeguate dimensioni per essere applicate ai membri e allo stesso tempo sopportare le sollecitazioni, è stato quindi imposto un limite minimo di 28 mm alla lunghezza dei membri. Allo stesso modo è stato imposto un limite massimo di 500 mm a causa dello spazio disponibile in macchina.

- Verifica che il quadrilatero sia di Grashof e abbia almeno una manovella: per l'applicazione è imposto l'utilizzo di un motore elettrico che compia una rotazione completa, per questo ricerchiamo un quadrilatero di questa tipologia.

- Verifica degli angoli di trasmissione nel contatto (>45°): si verifica questo solo nei punti di inizio e fine contatto per efficienza computazionale, ovvero due dei punti imposti nella sintesi, con buona approssimazione questo sarà vero anche durante tutto il contatto. In questo modo si evita che l'azione resistente riportata all'asse motore sia amplificata, e il possibile scaturire di vibrazioni.

- Verifica velocità durante il contatto: si impone che nel punto iniziale e finale del contatto la velocità posseduta dal punto di biella atto all'estrazione sia contenuto all'interno di un range che permetta il corretto funzionamento del Waste Box e soddisfi il limite massimo di velocità relativo tra estrattore e pacchetto precedentemente definito (in primo tentativo si era imposto che l'estrattore si accostasse al pacchetto alla stessa velocità per poi accelerarlo alla velocità voluta per il rispetto della condizione sul Waste Box, ma in concomitanza con altri vincoli non si giungeva a soluzioni per il problema). Questo range risulta definito come 2,5-3,1 m/s.

- Analisi di posizione con verifica della singolarità: si effettua l'analisi di posizione nel periodo verificando inoltre che il meccanismo non si avvicini alla singolarità per scongiurare il rischio di cambio configurazione. Questo avviene tramite il controllo dell'angolo di trasmissione che deve essere superiore alla soglia di 20°.

- Verifica spazio di lavoro: si controlla inoltre sempre tramite analisi di posizione che i membri del meccanismo nella loro traiettoria rispettino gli ingombri consentiti dagli altri organi di macchina.

- Verifica della rettilineità durante il contatto: si controlla che la traiettoria durante il contatto approssimi una retta consentendo una deviazione massima di 2 mm.

- Verifica svincolamento del punto di biella: il punto di biella atto all'estrazione deve uscire dalla traiettoria del pacchetto una volta effettuata l'estrazione sull'aletta inferiore, prima che sopraggiunga l'aletta superiore del pacchetto.

- Verifica approccio al pacchetto del punto di biella: allo stesso modo si controlla che il punto di biella atto all'estrazione, prima di approcciarsi all'aletta inferiore, non venga in contatto con altre parti del pacchetto.

- Verifica delle accelerazioni: si verifica che le accelerazioni del punto di biella rimangano all'interno di un limite massimo imposto 40g.

Dalla matrice delle soluzioni viene in seguito estratta la soluzione migliore consultando i parametri ricavati, in particolar modo selezionando la soluzione più favorevole rispetto agli ingombri, alla velocità durante il contatto e alle accelerazioni massime.

Il meccanismo sintetizzato possiede le seguenti dimensioni teoriche riportate in figura 52:

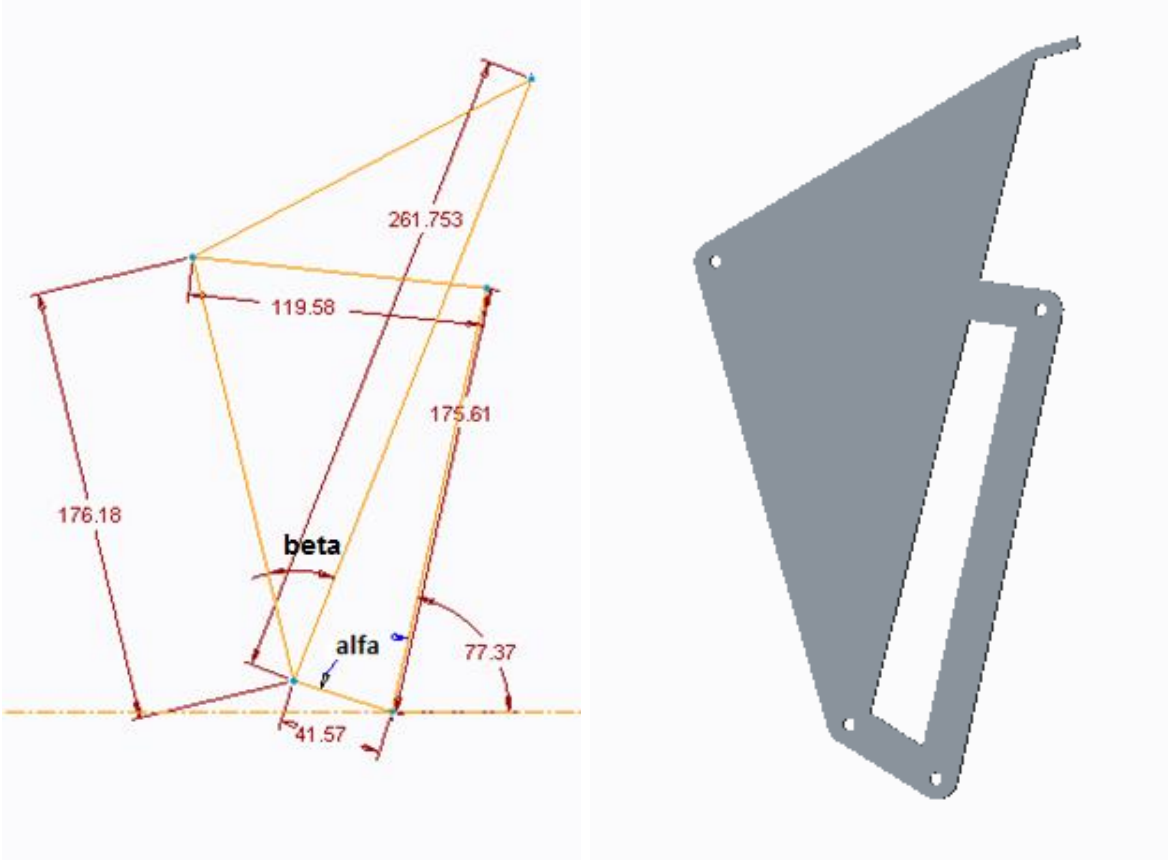


Figura 52 - Meccanismo sintetizzato e design di primo tentativo

- Telaio: 175.6 mm
- Angolo telaio dall'orizzontale: 77.4°
- Manovella: 41.6 mm
- Biella: 176.2 mm
- Bilanciere: 119.6 mm
- Punto di biella: 261.8 mm
- Beta (angolo del punto di biella riferito alla biella): -35°

Vengono riportati i grafici della deviazione dalla rettilineità (Figura 53), dell'angolo di trasmissione del meccanismo (Figura 54) e della velocità (Figura 55) e accelerazione (Figura 56) del punto di biella atto all'estrazione rispetto all'angolo di manovella.

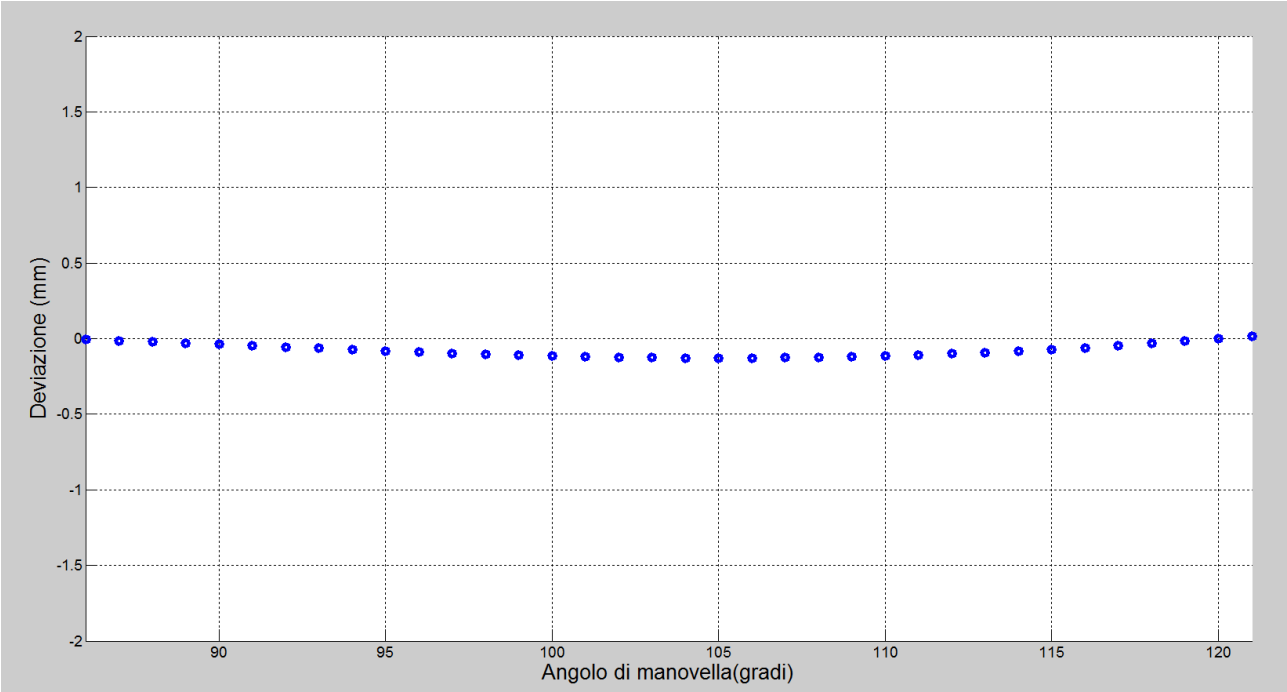


Figura 53 - Grafico deviazione da traiettoria rettilinea

La massima deviazione dalla traiettoria rettilinea durante il contatto risulta essere 0.2 mm.

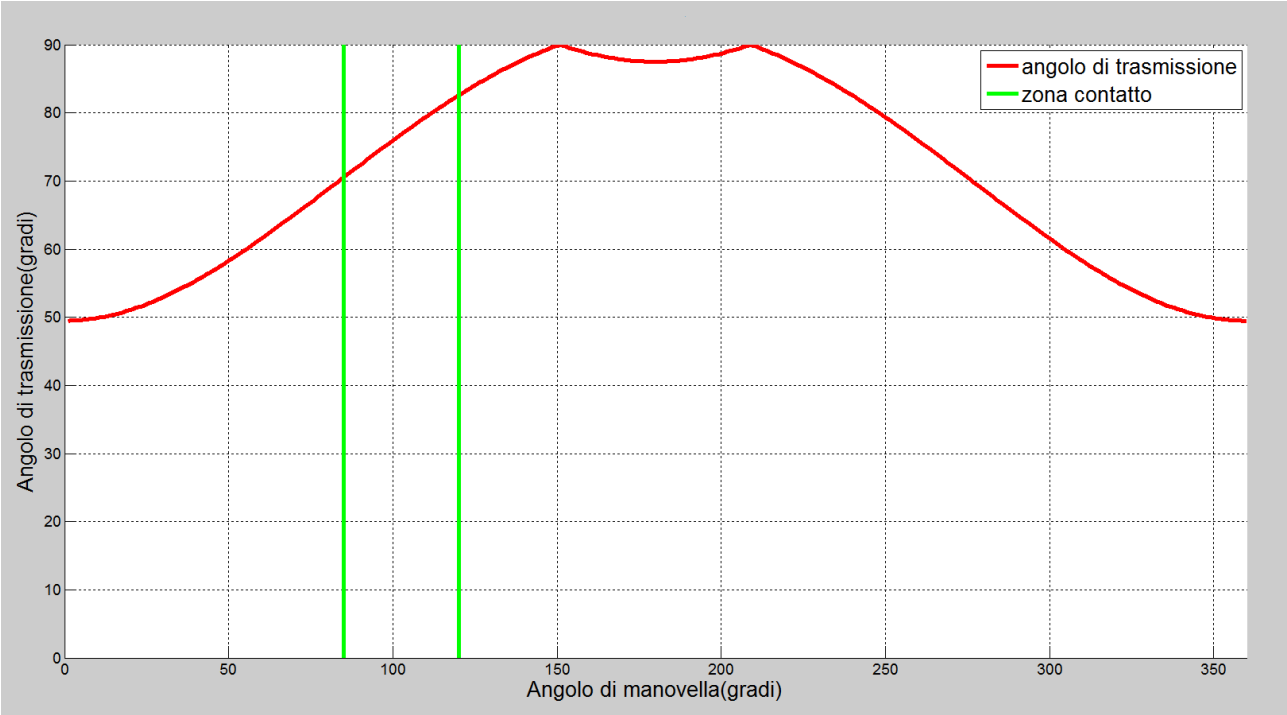


Figura 54 - Grafico Angolo di trasmissione-Angolo di Manovella

L'angolo di trasmissione risulta essere elevato lungo tutto lo spazio di lavoro del meccanismo.

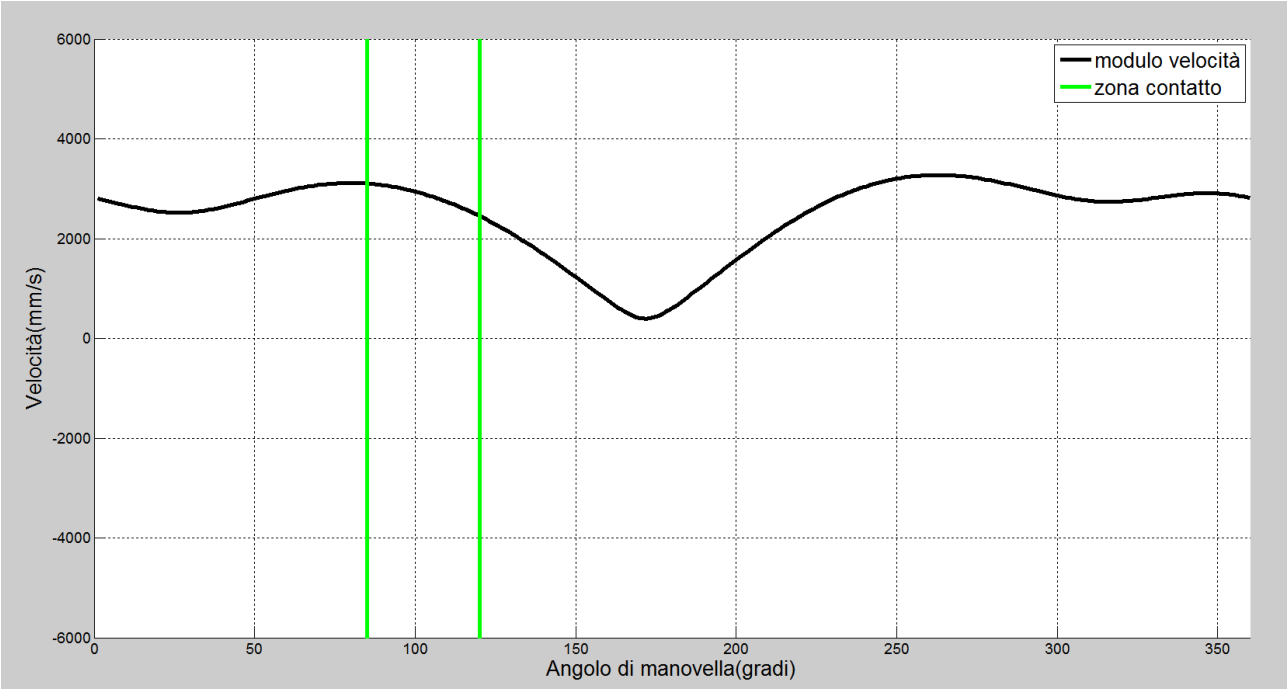


Figura 55 - Grafico Velocità punto di biella - Angolo di manovella

Per quanto riguarda la velocità del punto di biella durante il contatto, si vorrebbe ottenere una velocità il più possibile costante vicino al valore di 3 m/s, per garantire al Waste Box un adeguata finestra temporale per il funzionamento. Purtroppo si è verificato che non è possibile ottenere grande precisione su questo dato a causa degli altri vincoli imposti. Infatti la velocità del punto di biella nella zona di contatto risulta essere inizialmente 3.043 m/s decrescendo leggermente fino a 2.506 m/s. Questo decremento di velocità sarà smorzato dal pacchetto grazie alla flessibilità delle alette (essendo previsto l'utilizzo di motori brushless, si può in seguito applicare una legge di moto che ottimizzi questo tratto, nel caso si verifichi sperimentalmente che il decremento di velocità crei problemi).

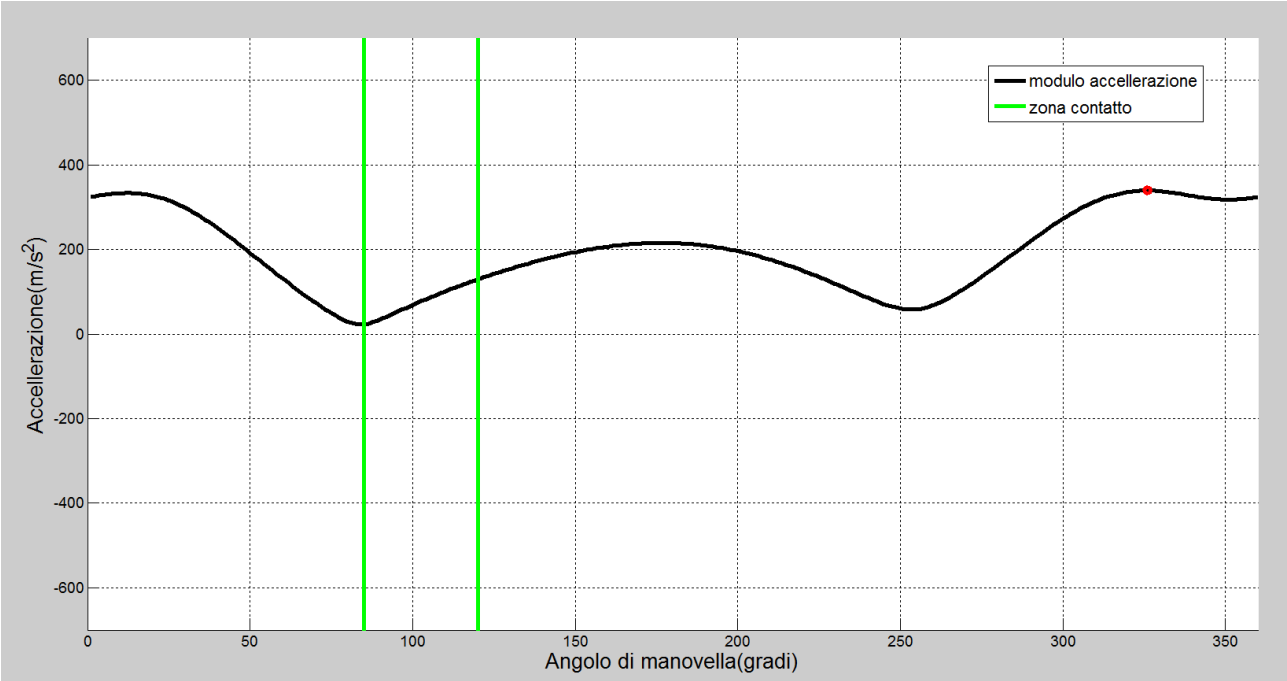


Figura 56 - Grafico Accelerazione punto di biella - Angolo manovella

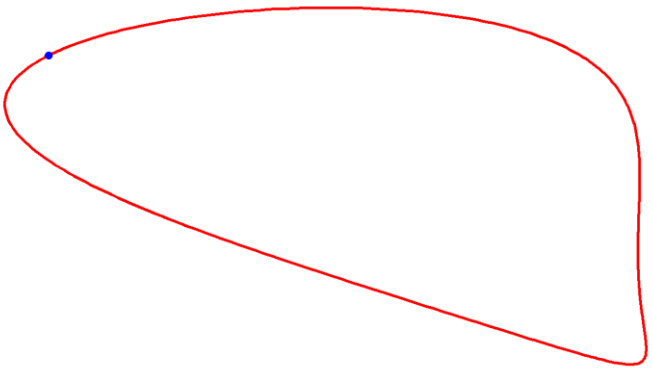


Figura 57 - Punto di massima accelerazione della traiettoria

L'accelerazione massima del punto di biella risulta essere 339 m/s^2, valore elevato ma fuori dalla zona di contatto, cerchiato in blu in Figura 57 nel corrispondente punto di traiettoria, a cui si può porre rimedio tramite un design accurato.

Si sono implementati anche metodi di sintesi alternative per cercare di porre rimedio a queste elevate accelerazioni. Più precisamente si è imposta la velocità oppure l'accelerazione del punto di biella in uno o più punti critici come ulteriori equazioni da aggiungere al sistema di sintesi per generazione di movimenti con due punti, in modo da limitare le accelerazioni. In questo modo, crescendo la dimensione del sistema, risultano minori il numero delle variabili da imporre. Si è fatto questo grazie alla funzione build-in di Matlab® fsolve, che permette la risoluzione di sistemi non lineari partendo da una soluzione di primo tentativo.

In questo modo si sono sintetizzati quadrilateri migliori sotto il punto di vista delle accelerazioni, ma che non rispettano gli altri vincoli imposti dal sistema, queste soluzioni sono quindi state scartate.

Meccanismo con sintesi di un quadrilatero articolato per la generazione di funzioni

Per quanto riguarda il meccanismo con sintesi di un quadrilatero per la generazione di funzioni, si è di utilizzato lo schema riportato in Figura 58. L'estrazione avviene tramite dita collegate rigidamente alle aste del quadrilatero articolato O_1 A B O_3, quadrilatero sintetizzato per la generazione di funzioni in modo che il rapporto di trasmissione tra le aste O_1 A e O_3 B sia mediamente -1 durante il contatto con il pacchetto, così che l'estrazione avvenga in maniera pressoché speculare sulle alette del pacchetto.

Questo quadrilatero viene a suo volta azionato, nella finestra di lavoro che consente il rapporto di trasmissione voluto, attraverso un parallelogramma articolato che controlla l'alzata della camma 5, rigidamente collegata all'asta del quadrilatero per generazione di funzioni e alla quale è imposto meccanicamente il contatto con la biella del parallelogramma. Il parallelogramma è a suo volta azionato tramite motore brushless.

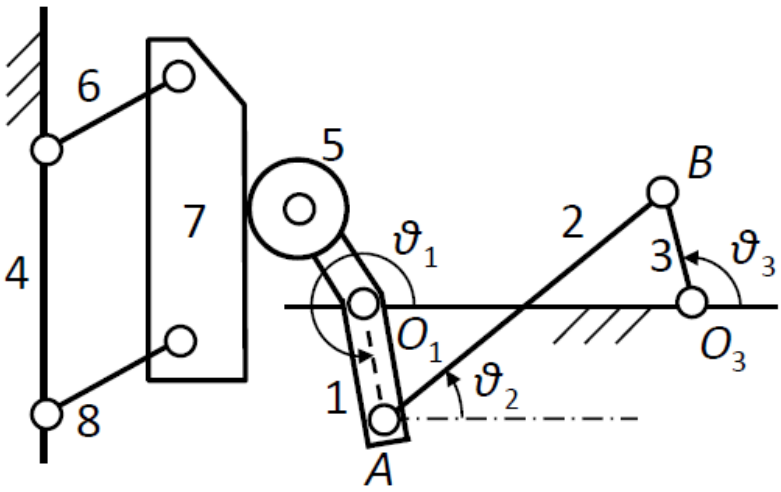


Figura 58 - Schema meccanismo

Implementando il sistema nel software Matlab® attraverso un algoritmo di sintesi tramite analisi ripetute simile a quello utilizzato in precedenza, si è esclusa la possibilità di implementare il meccanismo per l'applicazione, in quanto una volta estratto il pacchetto dalle alette poste nella parte inferiore, le dita dell'estrattore vanno ad interferire con le alette poste nelle parte superiore del pacchetto durante la corsa di ritorno, che risulta essere inversa alla corsa di andata, per ogni dimensionamento del meccanismo, come riportato in Figura 59 a titolo d'esempio.

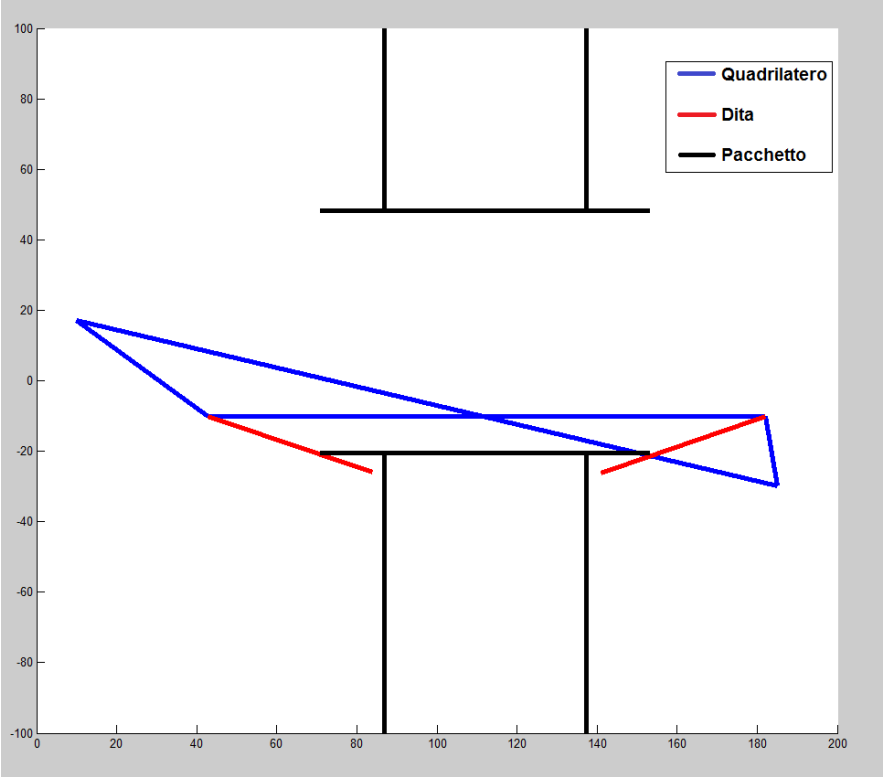


Figura 59 - Schema momento di contatto non desiderato

Questa soluzione è quindi stata scartata.

4.4.4. Soluzione di primo tentativo (Trasmissione del moto)

Per quanto riguarda la trasmissione del moto mediante sistema articolato, essa viene indagata solamente in combinazione con meccanismi formati da sistemi articolati, in quanto non mostra affinità con le altre soluzioni in gioco.

Si sono indagate due soluzioni differenti:

1. Parallelogramma articolato
2. Antiparallelogramma articolato

Come riportato in Figura 60 unitamente ai meccanismi per estrazione del pacchetto, che risultano in questi casi differenti per il ramo sinistro e destro, essi risultano essere lo stesso quadrilatero, montato nelle due diverse configurazioni. Nel caso venga adottata una di queste soluzioni per la trasmissione del moto andranno adottati artifizi meccanici atti a impedire il cambio di configurazione durante il passaggio della singolarità.

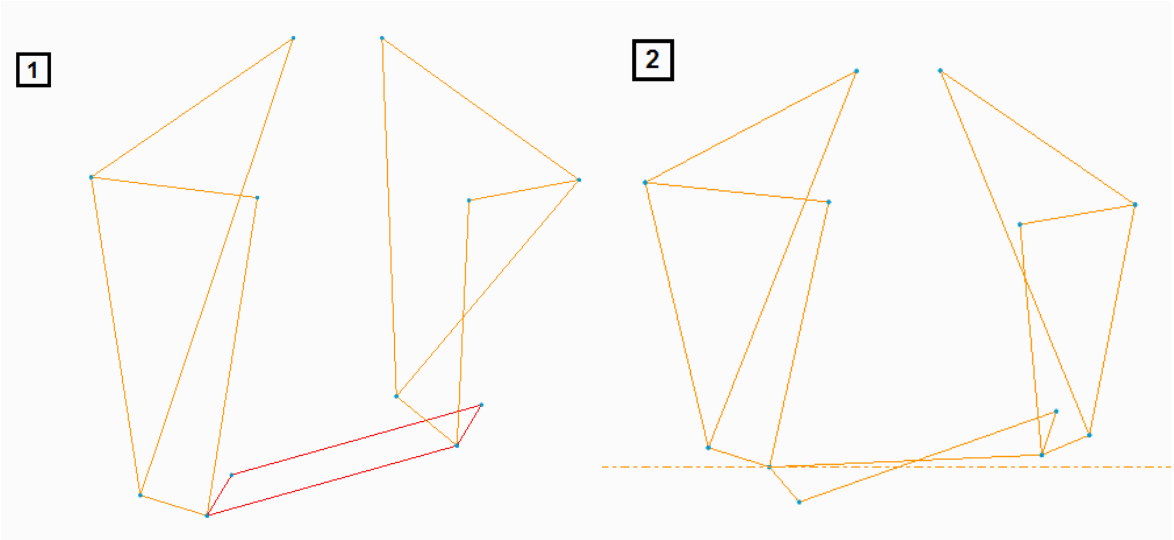


Figura 60 – Schema Trasmissione mediante parallelogramma ed antiparallelogramma

Trasmissione del moto mediante parallelogramma articolato

Il parallelogramma articolato risulta appartenere alla classe limite di quadrilateri articolati identificati da Grashof. Esso possiede due manovelle con verso di rotazione concorde; nonostante i quadrilateri articolati, assunti come membri di entrata ed uscita le due manovelle, siano per definizione non omocinetici, si può assumere in questo caso che il rapporto di trasmissione sia costante ed uguale a 1.

Si impone il moto a velocità angolare costante di 69.813 rad/s alla manovella del ramo sinistro, mantenendo in questo modo il meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati già sintetizzato. Si ricerca quindi un meccanismo per il ramo destro che rispetti gli stessi vincoli implementati nell'algoritmo per il ramo sinistro e che approssimi cinematicamente la traiettoria del ramo sinistro almeno durante il contatto con il pacchetto.

Agendo in direzione opposta al ramo sinistro ed essendo azionato tramite la medesima velocità angolare di manovella in verso e modulo, il meccanismo del ramo destro viene a trovarsi in una

configurazione di tipologia diversa rispetto al ramo sinistro, e la sintesi tramite analisi ripetute non porta a soluzioni a causa dei stringenti vincoli dell'applicazione descritti nei paragrafi precedenti.

Questa soluzione viene quindi scartata.

Trasmissione del moto mediante antiparallelogramma articolato

L'antiparallelogramma articolato risulta essere un parallelogramma articolato montato in una differente configurazione. Possiede quindi anch'esso due manovelle, il cui rapporto di trasmissione risulta essere non omocinetico con una relazione dipendente dalla lunghezza dei propri membri, ma con un rapporto di trasmissione mediamente uguale a -1. Le sue manovelle risultano quindi muoversi in versi discordi.

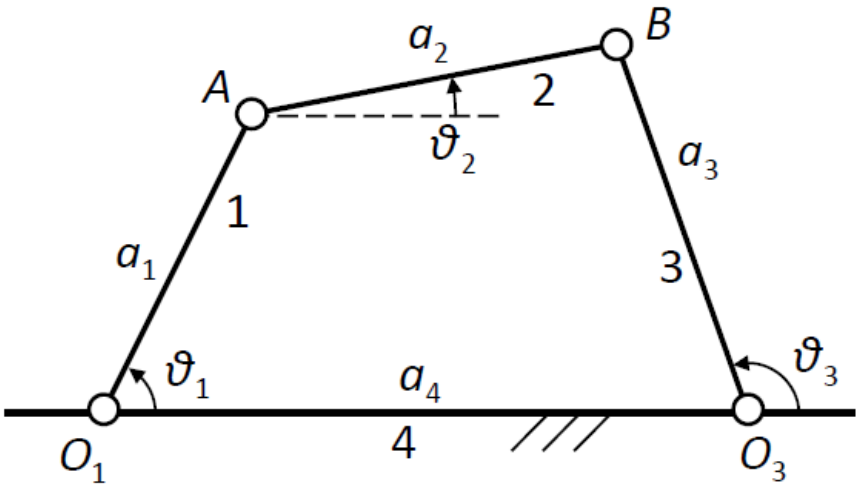


Figura 61 - Quadrilatero articolato

Il rapporto di trasmissione tra le due manovella risulta, rispettando le denominazioni riportate in Figura 61 e valide per ogni quadrilatero articolato: *[1]*

$$\tau = \frac{\dot{\theta}_3}{\dot{\theta}_1} = \frac{a_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{a_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)}$$

Si impone il moto a velocità angolare costante di 69.813 rad/s alla manovella del ramo sinistro, mantenendo in questo modo il meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati già sintetizzato.

Si vuole quindi sintetizzare il meccanismo del ramo destro, azionato mediante la seconda manovella dell'antiparallelogramma. Questo meccanismo dovrà recuperare la non omocineticità dell'antiparallelogramma garantendo una traiettoria cinematicamente simile a quella del ramo sinistro durante il contatto con il pacchetto.

Si impongono le dimensioni dei membri dell'antiparallelogramma attraverso vincoli costruttivi, cioè ricordando che i membri non potranno avere dimensioni troppo limitate per essere fisicamente costruiti, e allo stesso tempo cercando di limitare la banda entro la quale il rapporto di trasmissione varia intorno al valore -1.

Una volta sintetizzato il meccanismo per il ramo destro le dimensioni dei membri dell'antiparallelogramma verranno scalate in funzione della distanza tra gli assi di azionamento del

ramo sinistro e destro, operazione che non provoca variazione a livello di rapporto di trasmissione tra i membri.

Per il meccanismo del lato destro si è implementato nuovamente tramite Matlab® un algoritmo per sintesi tramite analisi ripetute simile a quello descritto in precedenza che porta all'ottimizzazione del risultato, con in aggiunta le seguenti variabili:

- Angolo di sfasamento tra la manovella del meccanismo lato sinistro e la manovella sinistra dell'antiparallelogramma
- Angolo di sfasamento tra la manovella del meccanismo lato destro e la manovella destra dell'antiparallelogramma

E i seguenti vincoli:

- Traiettoria che approssima quella del lato sinistro durante il contatto
- Velocità che approssima quella del lato sinistro durante il contatto
- Accelerazione che approssima quella del lato sinistro durante il contatto

Questo ha portato alla sintesi del meccanismo riportato in Figura 62 ed avente le seguenti dimensioni:

	Ramo SX	Antiparallelogramma	Ramo DX	
Telaio	175.6	176.7	149.7	mm
Angolo Telaio	77.4	2.6	95.4	deg
Manovella	41.6	29.7	33.4	mm
Biella	176.2	176.7	151.9	mm
Bilanciere	119.6	29.7	75.7	mm
Punto biella	261.8		254.7	mm
Beta	-35		33.6	deg
Sfasamento	148		49	deg

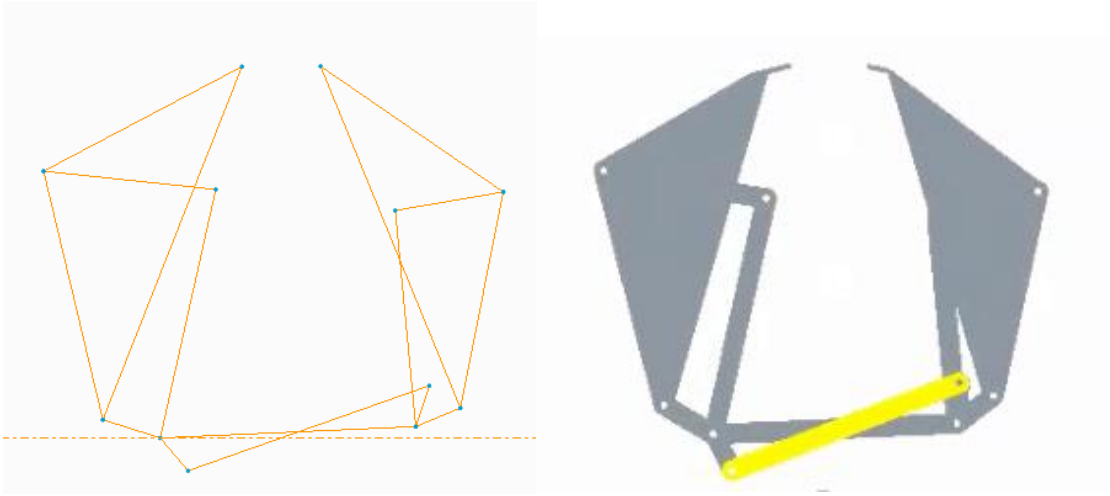


Figura 62 - Schema e design di primo tentativo del meccanismo

Essendo beta l'angolo del vettore che individua il punto di biella atto all'estrazione riferito alla biella, come già definito recedentemente.

Si riportano ora i grafici relativi al meccanismo per alcune considerazioni, cominciando dall'analisi delle traiettorie e dei punti utilizzati per la sintesi in Figura 63:

Figura 63 - Traiettorie e punti imposti per la sintesi

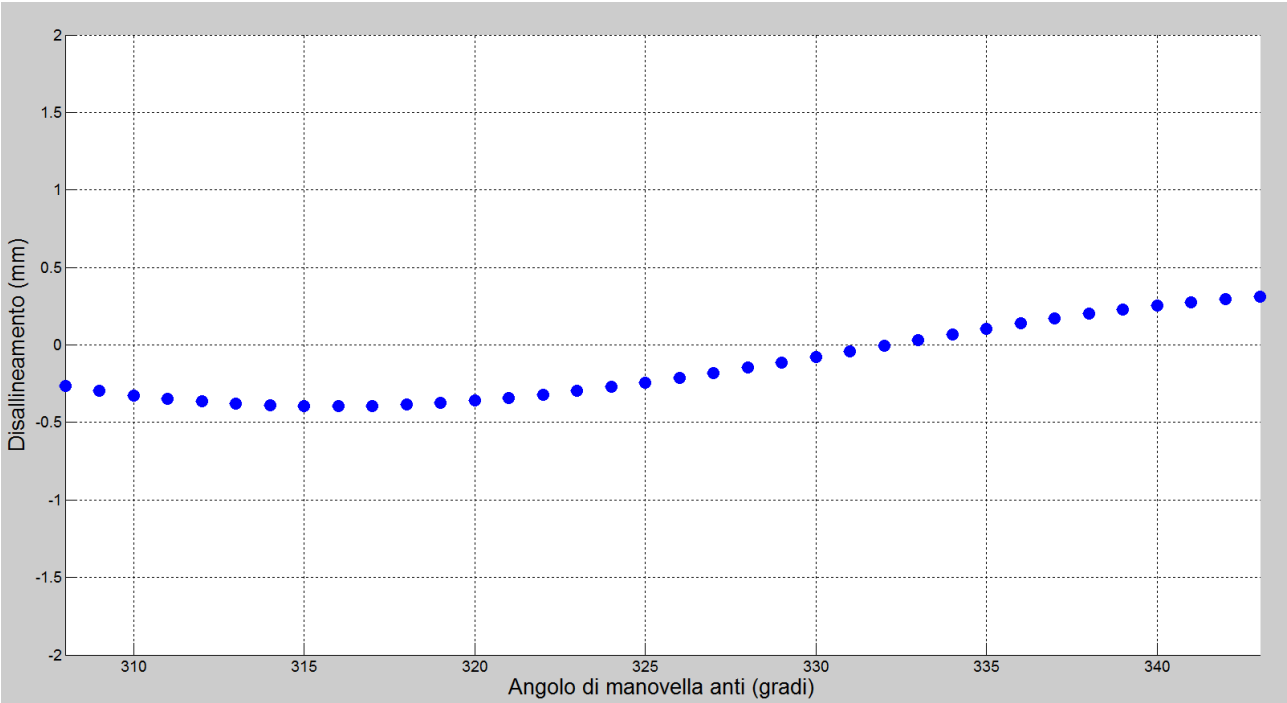


Figura 64 – Grafico disallineamento della dita durante il contatto

Come riportato in Figura 64, il massimo disallineamento tra le dita durante il contatto con il pacchetto risulta essere di 0.4 mm, dimensione che verrà smorzata dalla flessibilità del pacchetto.

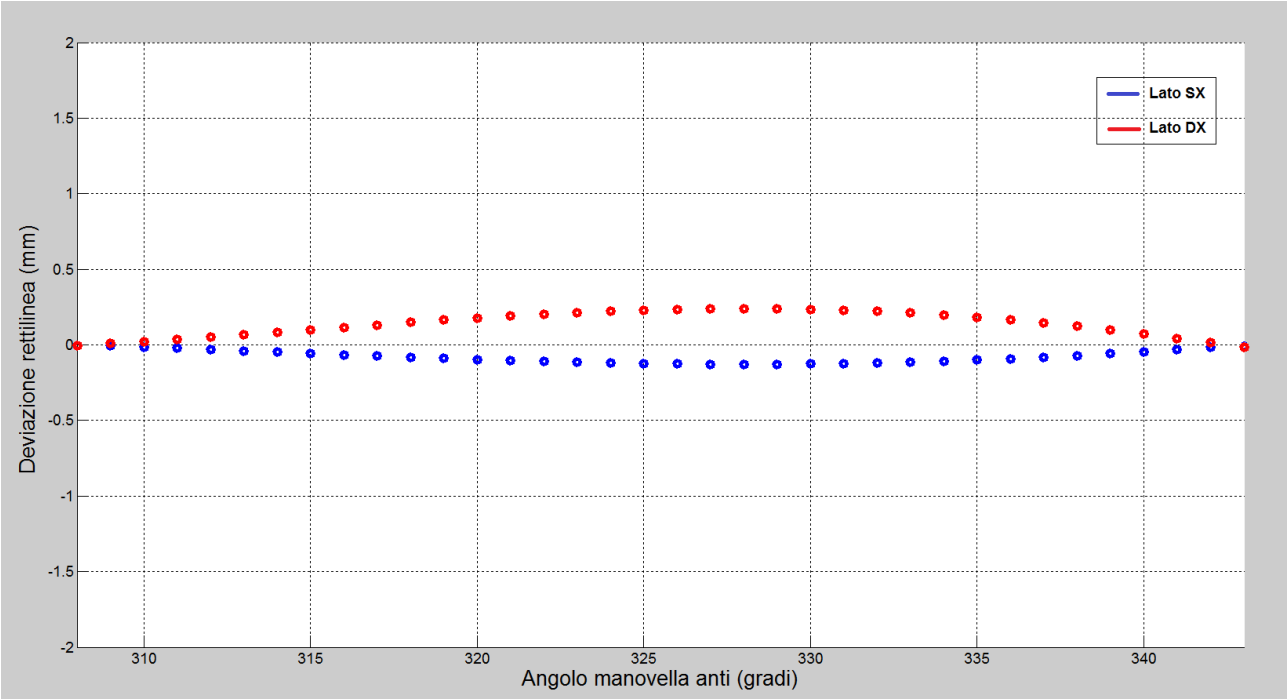


Figura 65 - Grafico deviazione rettilinea

In Figura 65 è riportata la massima deviazione dalla rettilineità durante il contatto, che risulta essere di 0.2 mm per il lato sinistro e di 0.3 mm per il lato destro.

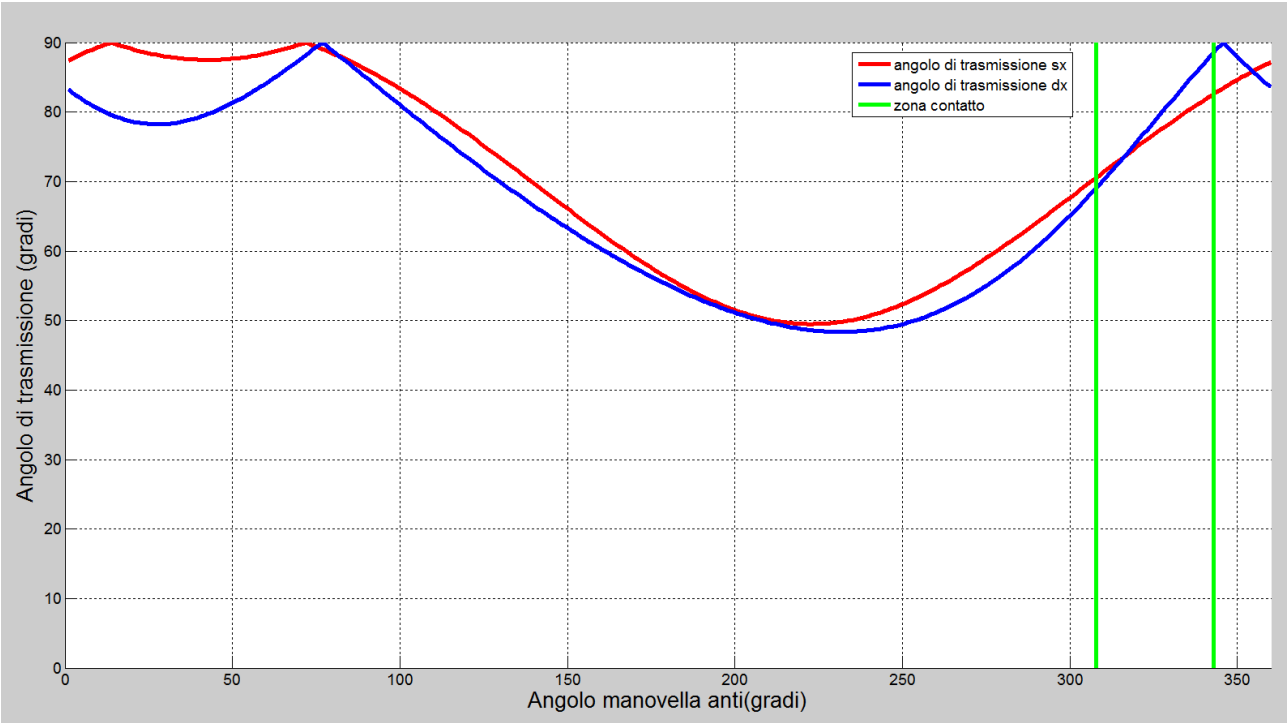


Figura 66 - Grafico Angolo di trasmissione

Come si evince in Figura 66, l'angolo di trasmissione risulta essere elevato lungo lo spazio di lavoro per entrambe i rami.

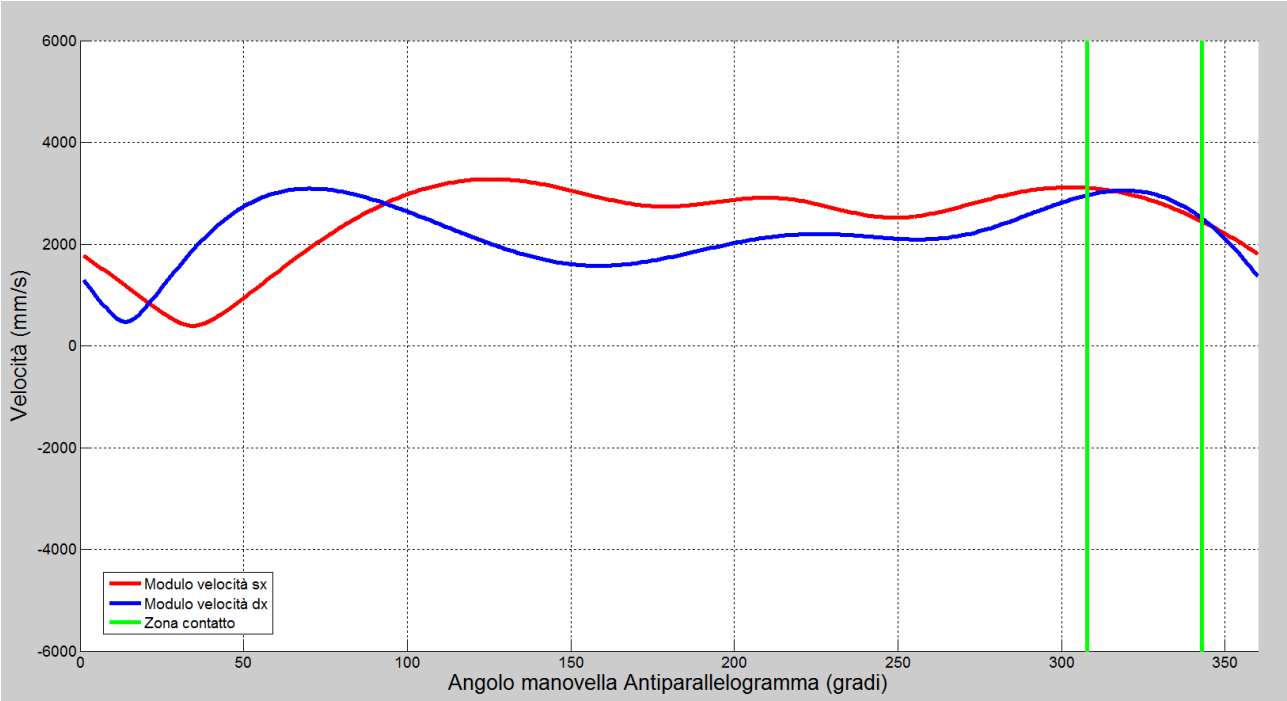


Figura 67 - Grafico Velocità punto di biella - Angolo manovella Antiparallelogramma

Come si nota dal grafico di Figura 67, durante il contatto con il pacchetto le velocità dei punti di biella atti all'estrazione sono pressoché simili.

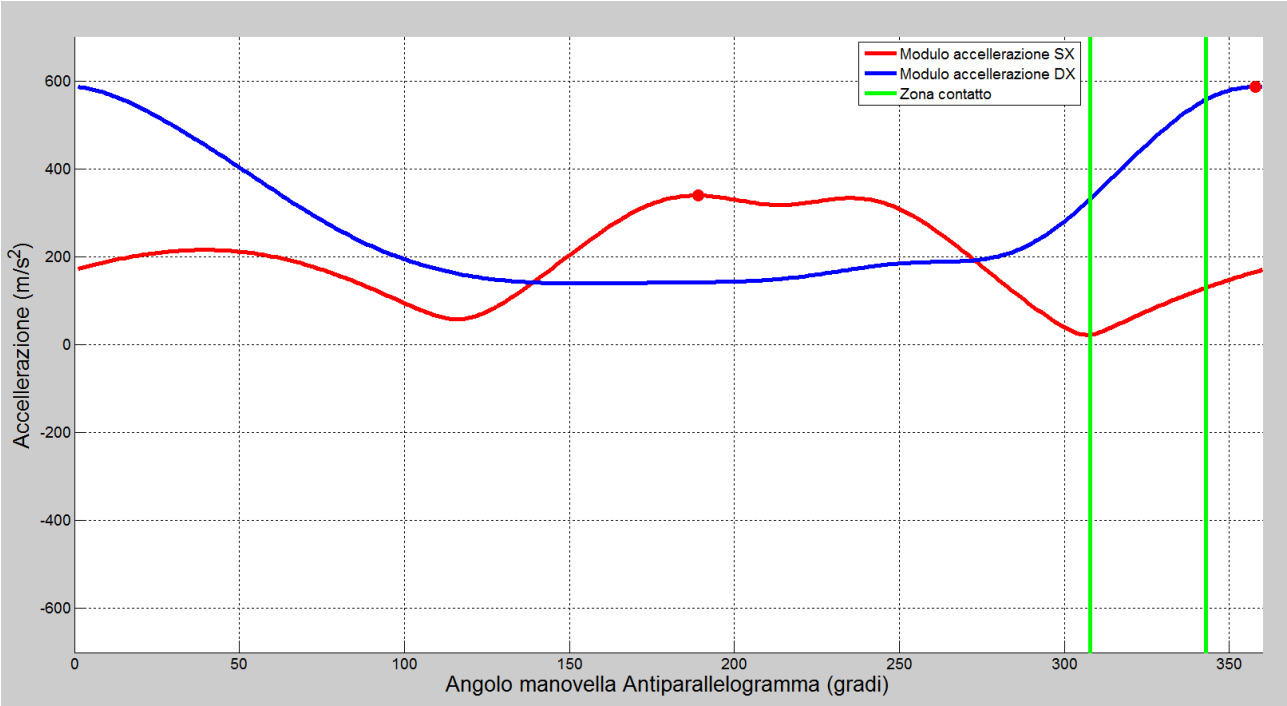


Figura 68 - Grafico Accelerazione punto di biella - Angolo manovella Antiparallelogramma

Figura 69 - Punti di accelerazione massima nella traiettoria

Per quanto riguarda le accelerazioni, riportate in Figura 68, risultano picchi maggiori per quanto riguarda il meccanismo del ramo destro, soprattutto nella zona di contatto con il pacchetto, che potrebbe portare problemi dal punto di vista del dimensionamento dinamico. Più precisamente l'accelerazione massima del punto di biella, i cui punti nella traiettoria sono riportati in figura 69, sono per il ramo sinistro 339.27 m/s^2, mentre per il ramo destro 586.69 m/s^2.

Inoltre durante il contatto le accelerazioni risultano avere valori molto differenti, questo è un problema visto che le accelerazioni sono proporzionali alle forze che vengono applicate al pacchetto, il che significherebbe imprimere al pacchetto una rotazione.

Per questo la soluzione risulta non essere la migliore.

4.5. Matrici di valutazione

Per tenere conto delle caratteristiche generali delle soluzioni su cui si è svolta la progettazione e ottenere un parametro di giudizio oggettivo ci si è affidati a matrici di valutazione, in funzione dei seguenti parametri:

- Compatibilità ambientale
- Ingombro
- Precisione
- Costo

Ad ogni parametro è stato assegnato un peso e una valutazione da 1 a 5, in modo tale da selezionare le soluzioni che risultano avere un punteggio migliore.

1. **Progettazione ed analisi di un meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati**

	Compatibilità ambientale	Ingombro	Precisione	Costo		Media pesata
Pesi	1	1	1,5	1,5		
Ingranaggi	4	4	3	2		15,5
Cinghia sincrona	3	3	3	5		18
Catena	4	0	2	5		14,5
Sistema articolato	3	4	5	4		20,5

Si decide in questo modo di sviluppare, tralasciando la soluzione attuale tramite ingranaggi già ottimizzata, soluzioni con meccanismi per l'estrazione di pacchetti preformati comprendenti cinghie sincrone e sistemi articolati.

2. Progettazione ed analisi di una trasmissione del moto

	Compatibilità ambientale	Ingombro	Precisione	Costo		Media pesata
Pesi	1	1	1,4	1,5		
2 Brushless	4	3	5	1		15,5
Rotismi	4	4	4	2		16,6
Cinghia sincrona	3	2	4	5		18,1
Sistema articolato	3	4	4	4		18,6

Tralasciando la soluzione attuale composta da due motori brushless, si sviluppano soluzioni per una trasmissione del moto con rotismi, cinghia sincrona e sistema articolato, vista la piccola differenza tra le valutazioni.

4.6. Soluzioni

Selezionate le soluzioni da sviluppare al punto 1 e 2, le si compongono a seconda delle loro caratteristiche, come riportato nella matrice grafica di Figura 70. Per aiutare la comprensione vengono riportati disegni CAD con design di primo tentativo per ogni soluzione.

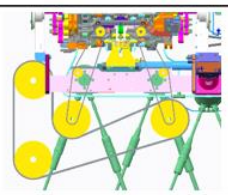
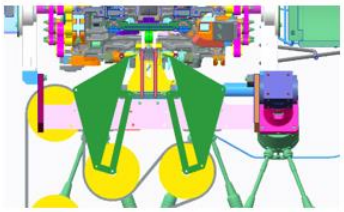
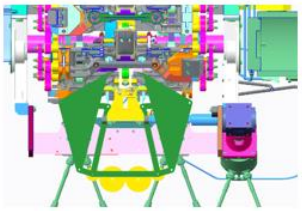
MECCANISMO	TRASMISSIONE		
	Cinghia sincrona	Ingranaggi	Sistema Articolato
Cinghia sincrona			
Sistema Articolato			

Figura 70 - Matrice delle soluzioni

Vengono di seguito riportate brevemente le caratteristiche delle soluzioni, le cui procedure di dimensionamento sono riportate nei paragrafi precedenti.

Soluzione 1

1. Meccanismo per l'estrazione del pacchetto preformato tramite cinghia sincrona
2. Trasmissione del moto tramite cinghia sincrona

Come descritto nei paragrafi dedicati, si riportano le soluzioni riguardanti la cinghia del meccanismo sia nel caso commerciale che non commerciale.

Caratteristiche cinghia del meccanismo (commerciale, Figura 71):

Cinghia sincrona 10 AT5/720 VA TPUAU1

- Trasmissione omocinetica con rapporto di trasmissione = 1
- Coppia max= 3.96 Nm
- Velocità nominale= 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- Interasse principale = 302.45mm
- N° 2 pulegge da disegno + 1 tensionatore
- Dp1 = Dp2 = 35.014 mm
- Z1 = Z2 = 22
- Lunghezza 720 mm
- Possibilità di proteggere la cinghia tramite carter

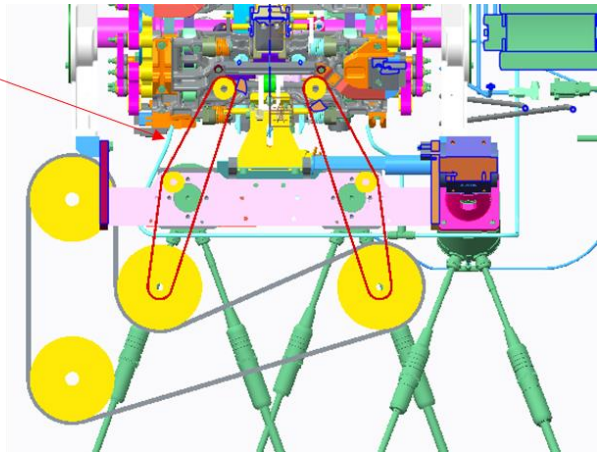


Figura 71 - Cinghia 10 AT5/720 VA TPUAU1

Caratteristiche cinghia del meccanismo (non commerciale, Figura 72):

Cinghia sincrona

- Trasmissione omocinetica con rapporto di trasmissione = 1
- Coppia max= 3.96 Nm
- Velocità nominale = 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- Interasse principale = 168 mm
- N° 2 pulegge da disegno + 1 tensionatore
- Dp1 = Dp2 = 35.014 mm
- Z1 = Z2 = 22
- Lunghezza 455 mm
- Possibilità di proteggere la cinghia tramite carter

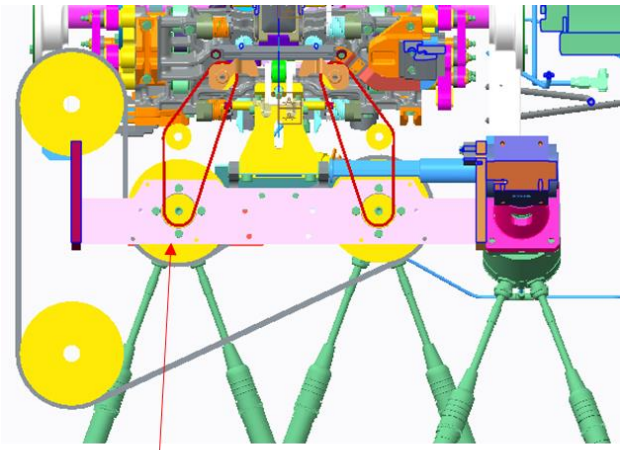


Figura 72 - Cinghia 10 AT5/455 VA TPUAU1

Caratteristiche cinghia della trasmissione (Figura 73):

Cinghia sincrona 25 AT10/1800 DL VA TPUAU1

- Trasmissione omocinetica con rapporto di trasmissione = -1
- Coppia max = 7.91 Nm
- Velocità nominale = 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- Interasse principale = 320mm
- N° 4 pulegge commerciali VA 42 AT10 / 40-2 hub 80x10
- Dp1 = Dp2 = Dp3 = Dp4 =127.32 mm
- Z1 = Z2 = Z3 = Z4 = 40
- Lunghezza 1800 mm
- Possibilità di proteggere la cinghia tramite carter

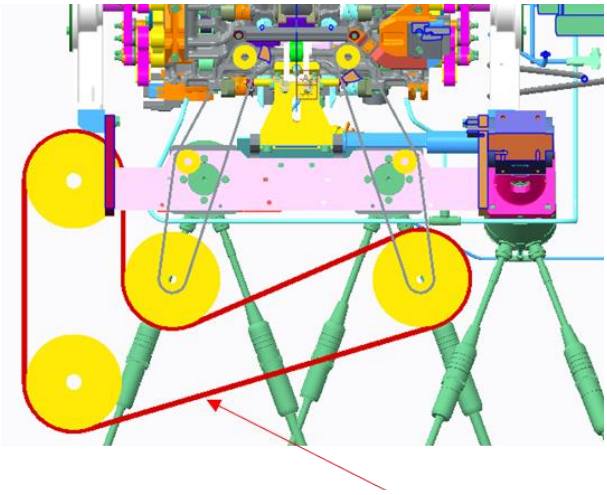


Figura 73 - Cinghia 25 AT10/1800 DL VA TPUAU1

Ricapitolando, i vantaggi di questa soluzione risultano essere i costi grazie all'impiego di cinghie, mentre gli svantaggi risultano essere gli ingombri a causa delle elevate dimensioni delle pulegge utilizzate nella trasmissione del moto.

Dopo colloqui con il fornitore, si è stabilito di non utilizzare pulegge di dimensioni minori a causa della possibilità di rottura per controflessione.

Effettuando però test di durata con pulegge di dimensioni minori allo scopo di validarne l'impiego, si può probabilmente limare questo svantaggio.

Soluzione 2

1. Meccanismo per l'estrazione del pacchetto preformato tramite sistema articolato
2. Trasmissione del moto tramite cinghia sincrona

Caratteristiche sistema articolato del meccanismo (Figura 74):

Quadrilatero articolato

- Telaio: 175.6 mm
- Angolo telaio: 77.4°
- Manovella: 41.6 mm
- Biella: 176.2 mm
- Bilanciere: 119.6 mm
- Punto di biella: 261.8 mm
- Beta: -35°
- Interasse: 165.3 mm

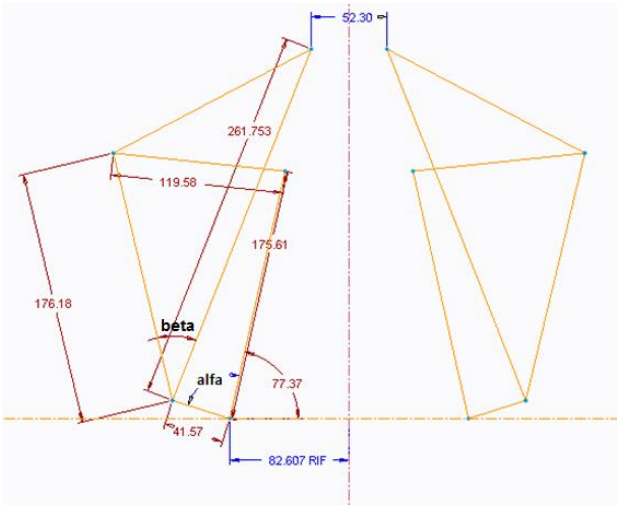


Figura 74 - Quadrilatero meccanismo

Caratteristiche cinghia della trasmissione (Figura 75):

Cinghia sincrona 25 AT10/1500 DL VA TPUAU1

- Trasmissione omocinetica con rapporto di trasmissione = -1
- Coppia max = 7.91 Nm
- Velocità nominale = 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- Interasse principale = 165.25 mm
- N° 4 pulegge commerciali VA 42 AT10 / 40-2 hub 80x10
- Dp1 = Dp2 = Dp3 = Dp4 =127.32 mm
- Z1 = Z2 = Z3 =Z4 = 40
- Lunghezza 1500 mm
- Possibilità di proteggere la cinghia tramite carter

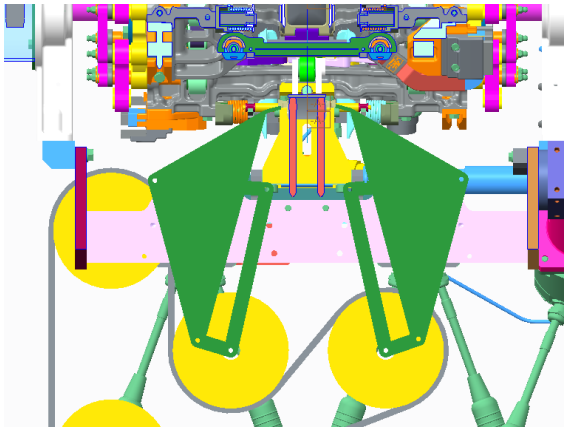


Figura 75 - Cinghia 25 AT10/1500 DL VA TPUAU1

Ricapitolando, i vantaggi di questa soluzione risultano essere i costi grazie all'impiego di cinghie e sistemi articolati, oltre un miglior contatto con il pacchetto garantito dal sistema articolato.

Gli svantaggi risultano essere gli ingombri a causa delle elevate dimensioni delle pulegge utilizzate nella trasmissione del moto e le elevate accelerazioni del meccanismo, che si può comunque dimensionare attraverso un design oculato.

Inoltre, visto che l'attuazione avviene tramite motore brushless, si può implementare una legge di moto per smorzare i picchi di accelerazione del meccanismo.

Soluzione 3

1. Meccanismo per l'estrazione del pacchetto preformato tramite cinghia sincrona
2. Trasmissione del moto tramite rotismi

In questa soluzione orientata a limitare gli ingombri vengono implementati cinghie non commerciali.

Caratteristiche cinghia del meccanismo (non commerciale):

Cinghia sincrona

- Trasmissione omocinetica e con rapporto di trasmissione = 1
- Coppia max= 3.96 Nm
- Velocità nominale = 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- Interasse principale= 168 mm
- N° 2 pulegge da disegno + 1 tensionatore
- Dp1 = Dp2 = 35.014 mm
- Z1 = Z2 = 22
- Lunghezza 455 mm
- Possibilità di proteggere la cinghia tramite carter

Caratteristiche rotismo della trasmissione (Figura 76):

Ingranaggi cilindrici a denti diritti

- N° ruote = 6
- Trasmissione omocinetica e con rapporto di trasmissione = -1
- ω_1 = 69.813 rad/s = 666.7 rpm
- M_1 = 7.91 Nm
- m = 2 mm
- $Z_1 = Z_6 = 18$
- $Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = 26$
- Interasse = 238mm
- Necessità di protezione tramite carter

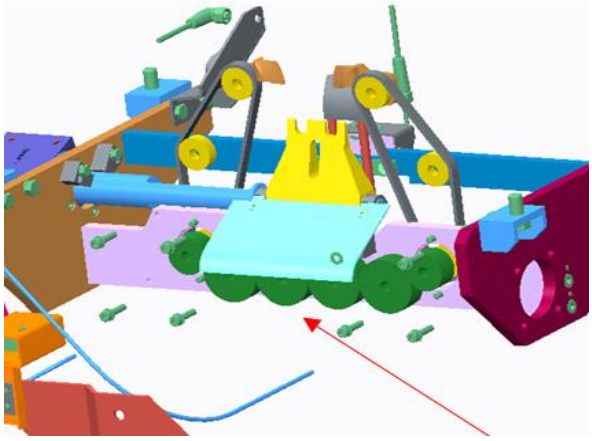


Figura 76 - Trasmissione tramite ingranaggi

Questa soluzione porta il vantaggio di ridurre notevolmente gli ingombri, ma in egual modo vengono ad aumentare i costi a causa degli ingranaggi.

Soluzione 4

1. Meccanismo per l'estrazione del pacchetto preformato tramite sistema articolato
2. Trasmissione del moto tramite rotismi

Caratteristiche sistema articolato del meccanismo (Figura 77):

Quadrilatero articolato

- Telaio: 175.6 mm
- Angolo telaio: 77.4°
- Manovella: 41.6 mm
- Biella: 176.2 mm
- Bilanciere: 119.6 mm
- Punto di biella: 261.8 mm
- Beta: -35°
- Interasse: 165.3 mm

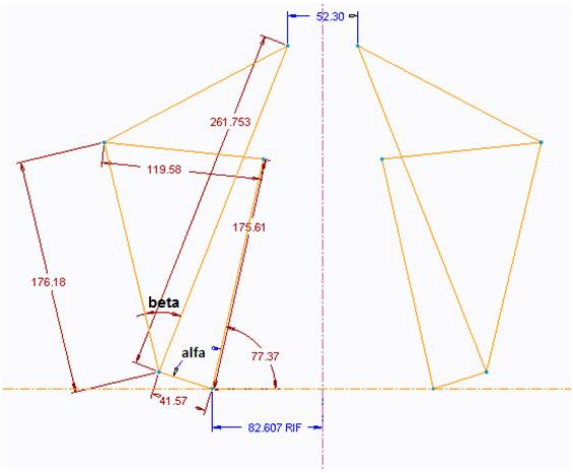


Figura 77 - Quadrilatero meccanismo

Caratteristiche rotismo della trasmissione (Figura 78):

Ingranaggi cilindrici a denti diritti

- N° ruote = 4
- Trasmissione omocinetica e con rapporto di trasmissione = -1
- $\omega_1 = 69.813$ rad/s = 666.7 rpm
- $M_1 = 7.91$ Nm
- m = 2 mm
- $Z_1 = Z_4 = 18$
- $Z_2 = Z_3 = 33$
- Interasse = 165.3 mm
- Necessità di un carter

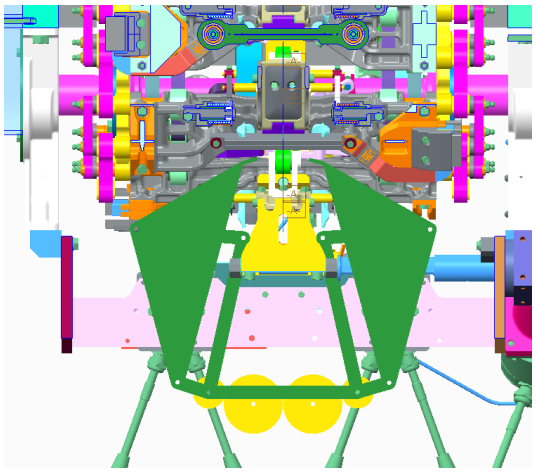


Figura 78 - Soluzione 4

Il vantaggio di questa soluzione risulta essere il miglior contatto con il pacchetto garantito dal sistema articolato. Gli svantaggi risultano invece essere i costi introdotti dagli ingranaggi e le accelerazioni del sistema articolato.

Soluzione 5

1. Meccanismo per l'estrazione del pacchetto preformato tramite sistema articolato
2. Trasmissione del moto tramite sistema articolato

Caratteristiche:

	Ramo SX	Antiparallelogramma	Ramo DX	
Telaio	175.6	176.7	149.7	mm
Angolo Telaio	77.4	2.6	95.4	deg
Manovella	41.6	29.7	33.4	mm
Biella	176.2	176.7	151.9	mm
Bilanciere	119.6	29.7	75.7	mm
Punto biella	261.8		254.7	mm
Beta	-35		33.6	deg
Sfasamento	148		49	deg

Gli angoli di sfasamento sono definiti come angoli tra le manovelle dei rami e le manovelle dell'antiparallelogramma.

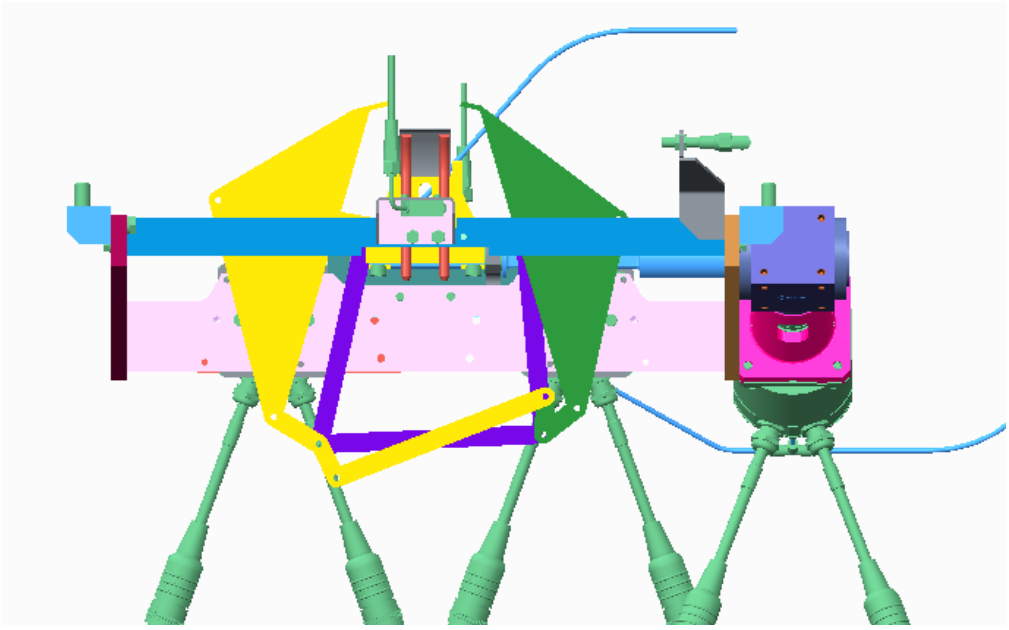


Figura 79 - Soluzione 5

Questa soluzione, riportata con design di primo tentativo in Figura 79, offre il vantaggio di ridurre i costi, ma come accennato in precedenza offre il notevole svantaggio di applicare forze differenti sulle alette del pacchetto introducendo una rotazione dello stesso.

Grazie alle considerazioni effettuate si decide di sviluppare le soluzioni numero 1 e 2.

4.7. Ottimizzazione della legge di moto

Visto che l'utilizzo di motori brushless è imposto per affinità con i motori di macchina, vengono implementate leggi di moto alle soluzioni, cercando di apportare migliorie.

4.7.1. Soluzione 1

Viene implementata una legge di moto per migliorare il contatto con il pacchetto, più precisamente l'obiettivo è accostarsi con il dito dell'estrattore al pacchetto con la stessa velocità, per poi accelerarlo alla velocità voluta durante il contatto.

Da contatti con il cliente è risultato che questo approccio ottiene risultati peggiori rispetto al contatto attuale con differenti velocità, causate da difficoltà di sincronizzazione con gli altri organi macchina in maniera precisa, ma si riporta a titolo di esempio.

Viene utilizzata una legge di moto composta da due tratti formati entrambi da polinomi di settimo grado, in modo da imporre la continuità di posizione, velocità, accelerazione, jerk; questo produce però picchi di velocità ed accelerazione più elevati.

Il primo tratto impone il contatto con il pacchetto, mentre il secondo serve a stabilire una rotazione completa nel periodo.

Viene riportata ora l'equazione della legge di moto e le condizioni iniziali e finali dei due tratti:

$$\alpha(t) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 + a_5 T^5 + a_6 T^6 + a_7 T^7$$

Con $T = t - t_i$

	Primo tratto	Secondo tratto	
Tempo iniziale	0	0,006	s
Tempo finale	0,006	0,090	s
Angolo iniziale	0	0,279	rad
Angolo finale	0,279	6,283	rad
Velocità angolare iniziale	26,884	69,813	rad/s
Velocità angolare finale	69,813	26,884	rad/s
Accelerazione angolare iniziale	4000	8000	rad/s^2
Accelerazione angolare finale	8000	4000	rad/s^2
Jerk iniziale	1500000	-150000	rad/s^3
Jerk finale	-150000	1500000	rad/s^3

La legge di moto risulta essere la seguente, riportata in Figura 80:

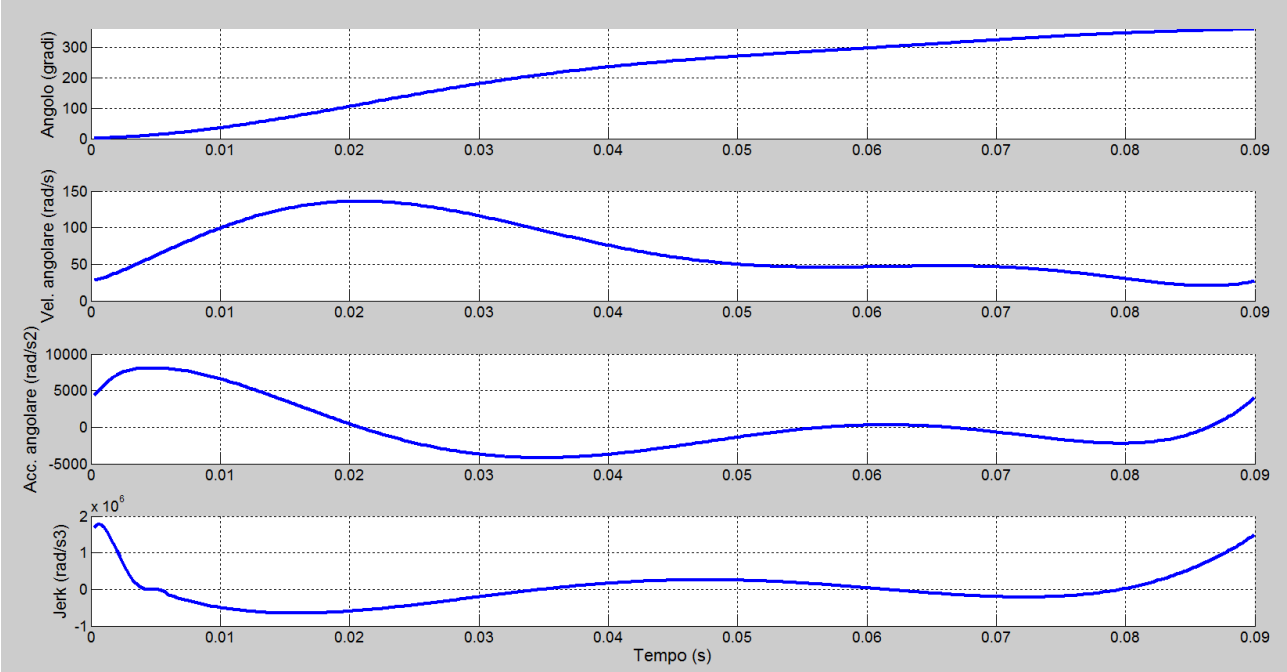


Figura 80 - Legge di moto soluzione 1

Risulta necessario verificare se la soluzione risulti in grado di sopportare le nuove grandezze cinematiche e dinamiche in gioco.

Inserendo i dati nei modelli precedentemente descritti esso risulta verificato.

4.7.2. Soluzione 2

In questo caso si inserisce una legge di moto per abbassare i picchi di accelerazione propri del meccanismo, lasciando invariata la legge di velocità angolare costante nella zona di contatto, garantendo che esso continui a rispettare i vincoli imposti dall'applicazione.

Si inserisce una legge formata da tre tratti (poli 7-w=costante-poli7), aventi le seguenti condizioni al contorno.

	Primo tratto (poli7)	Secondo tratto (w=cost.)	Terzo tratto (poli7)	
Tempo iniziale	0	0,021	0,031	s
Tempo finale	0,021	0,031	0,090	s
Angolo iniziale	0	1,396	2,112	rad
Angolo finale	1,396	2,112	6,283	rad
Velocità angolare iniziale	60,000	69,813	69,813	rad/s
Velocità angolare finale	69,813	69,813	60,000	rad/s
Accelerazione angolare iniziale	1000	0	0	rad/s2
Accelerazione angolare finale	0	0	1000	rad/s2
Jerk iniziale	200000	0	0	rad/s3
Jerk finale	0	0	200000	rad/s3

La legge di moto imposta dal motore brushless risulta essere la seguente, riportata in Figura 81:

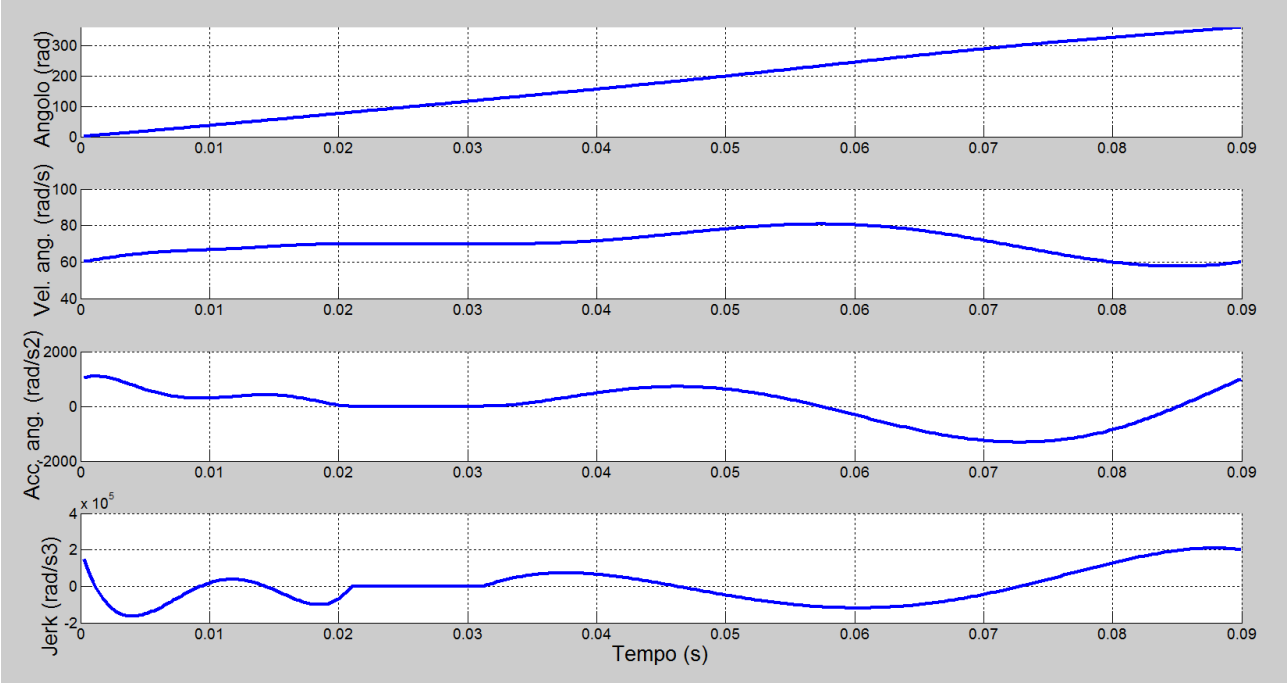


Figura 81 - Legge di moto soluzione 2

Applicandola al meccanismo, si ottiene la velocità e l'accelerazione del punto di biella atto all'estrazione modificate, come riportato nei grafici di Figura 82:

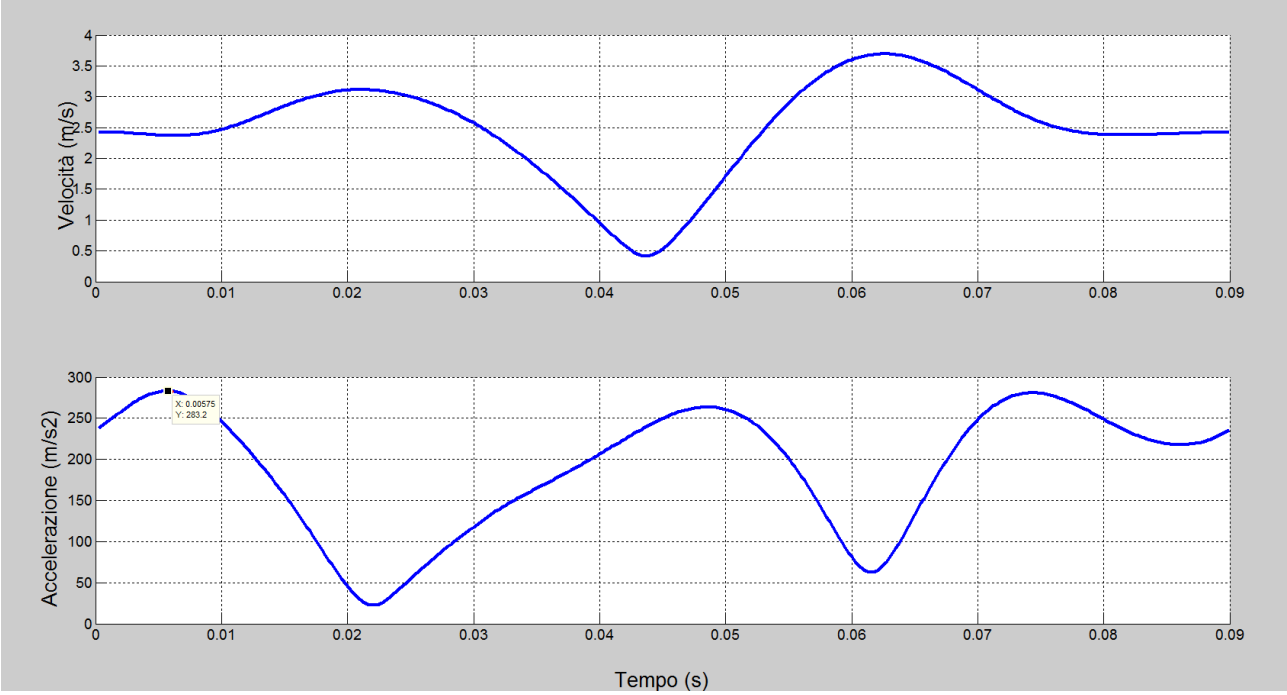


Figura 82 - Legge di moto applicata alla soluzione 2

Si ottiene l'abbassamento del picco di accelerazione del punto di biella a 283,2 m/s^2, rispetto ai precedenti 339 m/s^2.

5. VALUTAZIONI SU FORMATI DIFFERENTI (TBA 200 SLIM LEAF)

Si vuole valutare la flessibilità delle soluzioni trovate per il formato TBA 125 S, in modo tale da adattare queste soluzioni a differenti formati, in particolare al formato TBA 200 SL.

Inserendo nel modello i dati relativi al nuovo formato si possono ricavare i parametri da modificare per adattare le soluzioni (escludendo la modifica più ovvia, ossia l'introduzione di una legge di moto).

Parametri caratteristici TBA 200 SL (Figura 83):

- Altezza caramella 140 mm
- Larghezza 46 mm
- Spessore 35 mm
- Altezza TBA 119mm
- Lunghezza tubo carta utilizzato 170 mm

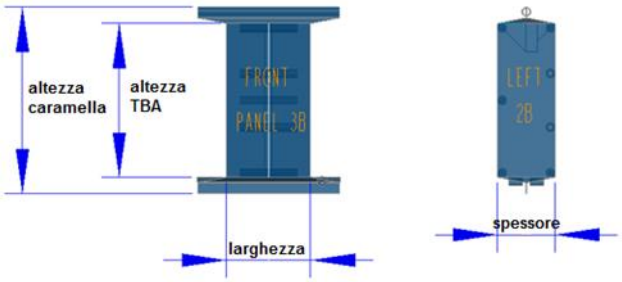


Figura 83 - TBA 200 SL

La prima considerazione è che per rispettare il vincolo di estrazione del pacchetto non appena avvenuta la sua formazione da parte del Jaw System, bisogna allontanare l'estrattore da esso, essendo aumentata l'altezza della caramella. Questo offset risulta:

$$d_{TBA\,200\,SL} = \left[altezza\ caramella\ 200 - \frac{altezza\ caramella\ 200 - altezza\ 200}{2}\right] - \left[altezza\ caramella\ 125 - \frac{altezza\ caramella\ 125 - altezza\ 125}{2}\right] = 33.55\ mm$$

E' quindi possibile allontanare della stessa quantità anche l'asse di rotazione dello scivolo della Waste Box, mantenendo inalterata la distanza tra esso e l'estrattore, rendendo più facile sottostare al vincolo dell'azionamento della Waste Box.

Risulta inoltre essere maggiore la velocità di uscita della caramella dal Jaw System, perché è aumentata la lunghezza del pacchetto ma deve essere ancora rispettata la produttività di 40000 pacchetti/ora.

Significa quindi che, non modificando l'estrattore e il suo azionamento, esso mantiene inalterata la sua velocità, garantendo un contatto meno aggressivo con la caramella.

Il vincolo di azionamento dello scivolo del Waste Box risulta però essere sodisfatto in maniera non accettabile, con un margine di soli 0.2 [ms], il che significa che qualsiasi effetto imprevisto o non considerato dalle formule teoriche incepperebbe il sistema.

Occorre quindi apportare altre modifiche, di seguito applicate alle soluzioni.

5.1. Soluzioni

5.1.1. Modifiche alla soluzione attuale

Si allontana di 33.55 mm l'asse di rotazione dello scivolo della Waste box, non si aumenta ulteriormente questa dimensione per non inserire delle guide per il pacchetto.

Si pensa allora di ristabilire la velocità relativa tra estrattore e pacchetto allo stesso valore considerato accettabile per il formato TBA 125 S.

Scartando la soluzione più ovvia, ossia l'inserimento di una legge di moto, ricordando che il dito deve compiere un giro in un periodo T = 0.09 s, e che quindi la sua velocità angolare non può essere modificata se mantenuta costante, l'unica alternativa risulta aumentare il raggio del dito, fattibile visto che gli ingombri sono diminuiti allontanandosi dal Jaw System.

Inserendo i dati relativi al TBA 200 SL insieme alle modifiche strutturali (visibili in Figura 84) appena descritte all'interno del modello, si ricava l'intervallo di azionamento dello scivolo del Waste Box, che risulta essere di 36 ms, maggiore dei 30 ms necessari, con un buon margine di 6 ms.

La coppia resistente ridotta all'asse motore M_R risulta essere di 3.24 Nm.

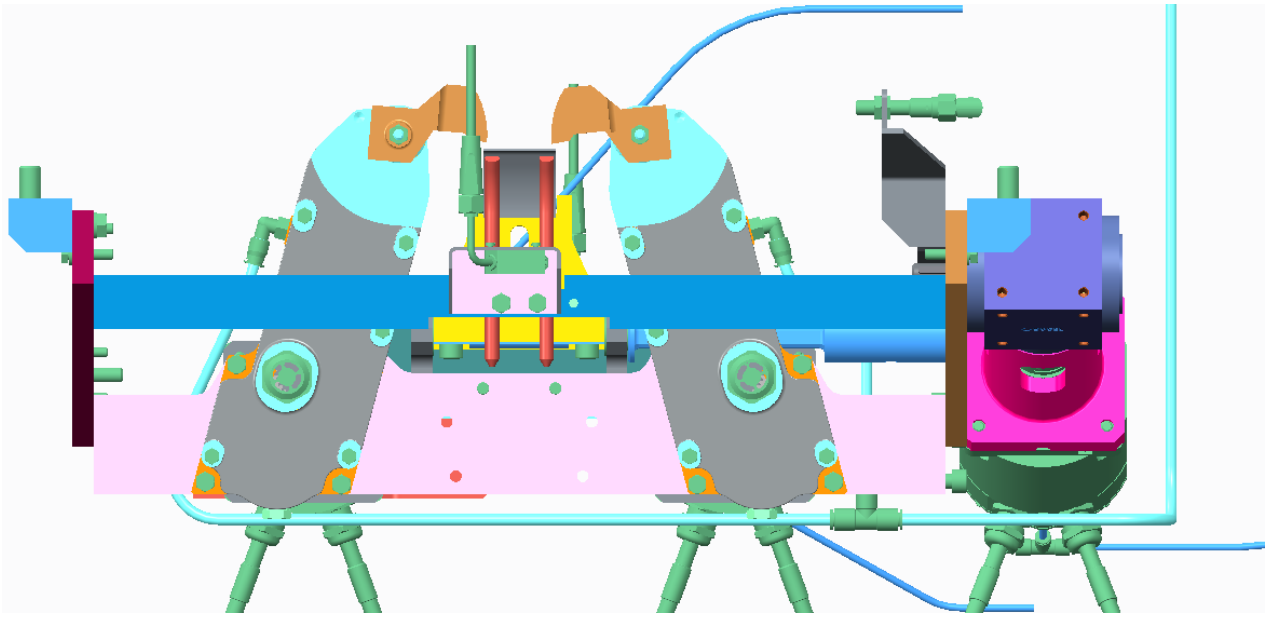


Figura 84 - Soluzione attuale adattata per il formato TBA 200 SL

Si procede verificando se il motore Motor Rockwell MPS-B310P (brushless), già utilizzato per il precedente formato di pacchetto, possa essere utilizzato anche in questa applicazione; utilizzando le formule precedentemente illustrate risulta:

$$\omega_{max} = 5000\ rpm \geq \omega = 666.7\ rpm$$

$$M_{m\ max} = 3.6\ Nm \geq M_{r\ max} = 3.24\ Nm$$

$$P_{m\ nom} = 380\ W \geq \frac{M_{r\ max}\ \omega}{K_H K_T} = 251.39\ W$$

Risulta superfluo indagare di nuovo il transitorio iniziale in quanto le inerzie in gioco subiscono cambiamenti minimi a fronte dell'enorme margine posseduto dal motore.

Si può quindi utilizzare lo stesso motore anche per il formato TBA 200 SL.

Si procede verificando se gli ingranaggi a denti diritti già utilizzati per il TBA 125 S, avente modulo = 1 mm, possano sopportare gli sforzi indotti dal diverso formato di pacchetto, utilizzando le formule descritte in precedenza.

Si ipotizza di utilizzare un acciaio legato da bonifica, il 38 Ni Cr Mo 4, con trattamento finale di tempra, avente le seguenti caratteristiche:

- σ_{Hlim} pressione limite di fatica superficiale = 1320 [N/mm^2]
- σ_{Flim} tensione limite di fatica del materiale = 600 [N/mm^2]
- Durezza Brinell 482 HB
- $Z_1 = Z_5 = 18$
- $Z_2 = Z_3 = Z_4 = 51$
- Angolo di pressione $\alpha = 20°$
- $\gamma = 10$
- $S_{Hlim} = 1$
- $k_0 = 220$
- $S_{F\ min} = 1.5$
- $s_{fn} = 1.57\ [mm]$

Ricavandosi tutti i parametri dai grafici e dalle tabelle, con coefficiente di sicurezza unitario, si giunge ai seguenti risultati:

$$m_{pitting} = 0.81\ mm < m = 1\ mm$$

$$m_{flessione} = 0.88\ mm < m = 1\ mm$$

$$\sigma_F = 232\ \frac{N}{mm^2} \leq \sigma_{FP} = 843\ \frac{N}{mm^2}$$

Gli ingranaggi risultano quindi verificati anche per questa applicazione.

Ricapitolando, abbassando l'estrattore attuale di una data quantità data dal differente formato e cambiando la geometria del dito, questa applicazione è attuabile anche per il formato TBA 200 SL.

5.1.2. Soluzione 1

Per quanto riguarda la soluzione 1, sostanzialmente simile alla soluzione attuale fatto salvo le trasmissioni, si possono applicare le stesse modifiche effettuate sulla soluzione attuale.

Si procede quindi alla verifica del motore utilizzato per la soluzione 1 (Motor Rockwell MPS-B320P):

$$\omega_{max} = 5000\ rpm \geq \omega = 666.7\ rpm$$

$$M_{m\,max} = 7.91\ Nm \geq M_{r\,max} = 6.48\ Nm$$

$$P_{m\,nom} = 1500\ W \geq \frac{M_{r\,max}\,\omega}{K_H K_T} = 502.77\ W$$

Essendo verificato il motore e rimasta immutata la velocità periferica, il meccanismo e la trasmissione risultano verificate in quanto dimensionate sulla coppia massima del motore.

Viene riportato in Figura 85 il design di primo tentativo.

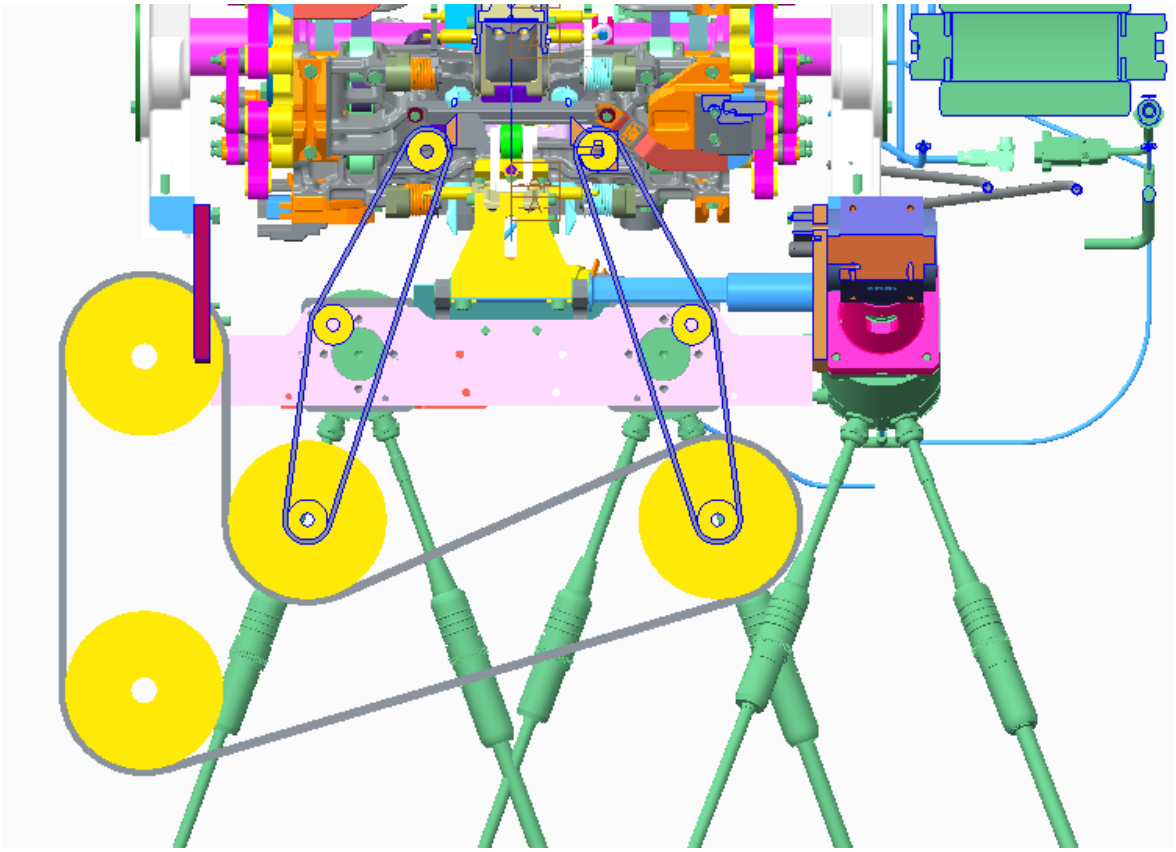


Figura 85 - Soluzione 1 adattata al formato TBA 200 SL

5.1.3. Soluzione 2

In questo caso, essendo il sistema articolato sintetizzato per ottenere certi parametri relativi al TBA 125 S, bisognerebbe effettuare nuovamente una sintesi per soddisfare le caratteristiche del formato TBA 200 SL.

Si vuole però mantenere lo stesso meccanismo, per questo si decide di agire sulle geometrie di macchina.

Per ottenere un margine di 6 ms sulla commutazione dello scivolo del Waste box, ritenuto accettabile, si sceglie allora di allontanare ulteriormente il pivot dello scivolo dal punto di estrazione e di guidare il pacchetto lungo questo tratto per impedire la perdita di controllo.

Tramite l'utilizzo del modello monodimensionale risulta necessario quindi allontanare di una distanza pari a 113 mm, come riportato in Figura 86.

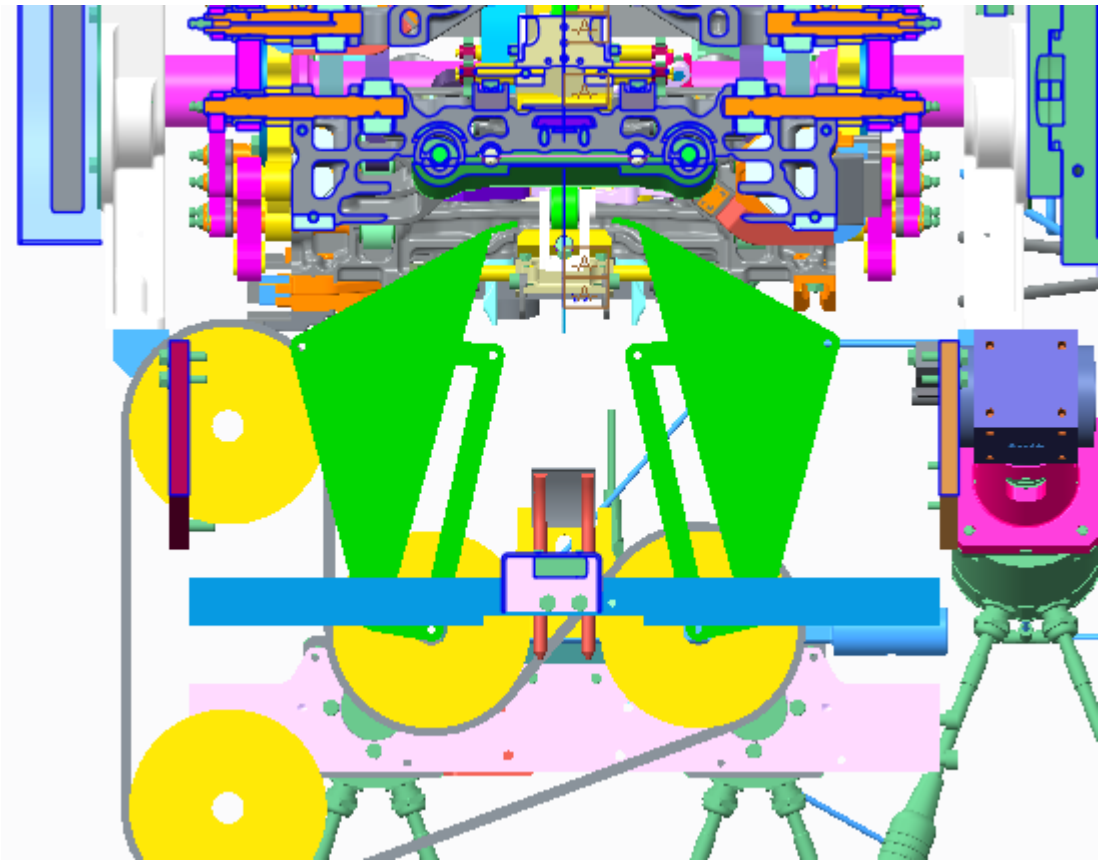


Figura 86 - Soluzione 2 adattata al formato TBA 200 SL

In questo modo si mantiene lo stesso meccanismo, ottenendo un cambio formato più rapido.

6. CONCLUSIONI

La progettazione e l'analisi di nuove soluzioni per il meccanismo estrattore di pacchetti preformati è stato improntato sulla Filling Machine E3/Speed per il formato TBA 125 S.

Grazie ai contatti con il cliente ed alla analisi della soluzione esistente, si sono ricavate le specifiche di progetto, con le quali è stato sviluppato un modello cinetostatico dell'estrattore.

Si è deciso, in accordo con le specifiche di progetto, di estrarre il pacchetto preformato (caramella) mediante le alette inferiori, agendo da due direzioni opposte così come implementato nella soluzione esistente, senza specificare la tipologia di organi meccanici utilizzati, che sono stati definiti "dita". Infatti risulta essere il modo più semplice ed efficace di estrarre il pacchetto.

Utilizzando il modello è parsa subito chiara l'impossibilità di portare il moto direttamente ad entrambe le dita con una sola trasmissione a causa dei limitati spazi a disposizione, si è dovuto quindi dividere il problema in due sottoproblemi:

1. **Progettazione ed analisi di un meccanismo per l'estrazione di pacchetti preformati**
2. **Progettazione ed analisi di una trasmissione del moto**

Per ognuna delle parti del problema sono state progettate ed analizzate un ampio ventaglio di soluzioni comprendenti:

- Cinghie
- Catene
- Rotismi
- Sistemi articolati

Sono state scartate in principio soluzioni che non permettessero il sincronismo preciso imposto dall'applicazione (ad esempio: cinghie piane, ruote di frizione, ecc.).

Non sono state prese in considerazione camme spaziali per problemi di ingombro e camme piane a causa dell'avversità dell'ambiente in cui verrebbero a trovarsi; inoltre essendo imposto l'uso di motori brushless per avere la stessa tipologia di motore presente sul modulo di macchina, una eventuale legge di moto può essere imposta tramite esso.

E' stata effettuata una scrematura delle soluzioni in esame tramite matrici di valutazione, imposti certi parametri per il progetto a cui è stato dato un peso a seconda dell'importanza.

Le rimanenti soluzioni parziali sono state accoppiate secondo le proprie affinità, sviluppando soluzioni complete. Due di esse risultano le migliori:

- Meccanismo tramite cinghie sincrone con trasmissione del moto tramite cinghie sincrone, migliore grazie ai costi ridotti, nonostante ingombri elevati delle pulegge per la trasmissione del moto,
- Meccanismo tramite sistema articolato con trasmissione del moto tramite cinghie sincrone, migliore grazie ai costi ridotti e al miglior contatto garantito con il pacchetto, nonostante accelerazioni elevate, a cui si può sopperire con un oculato design del meccanismo, oltre a ingombri elevati delle pulegge per la trasmissione del moto.

Infine si è valutata la flessibilità delle soluzioni scelte verificando l'adattabilità ad un differente formato di pacchetto, ossia il TBA 200 SL. Risulta in effetti possibile l'applicazione di queste soluzioni per altri formati.

Ottenute queste due nuove soluzioni, si attendono sviluppi futuri, ossia:

- Ottimizzazione del design delle soluzioni
- Scelta della soluzione più opportuna
- Adattamento per altri formati

In modo tale da arrivare a costruire un prototipo e verificare l’effettiva validità della soluzione.

Bibliografia:

1. Dispense di appunti di Meccanica degli azionamenti T del prof. Carricato M., Università di Bologna, 2014-2015, www.universibo.unibo.it
2. Giovannozzi R.; Costruzioni di macchine vol. I e II, Bologna, Patron, 1980
3. Magnani P.L., Ruggeri G.; Meccanismi per macchine automatiche, Torino, UTET, 1986
4. Dispense di appunti di Meccanica applicata alle macchine LM del prof. Rivola A., Università di Bologna, 2013-2014, http://diem1.ing.unibo.it/mechmach/rivola.html

Sitografia:

5. www.brecoflex.com
6. www.franciacatene.it
7. www.rockwellautomation.com