





**Alma Mater Studiorum-Universita' degli studi  
di Bologna**

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA E  
DELL'INFORMAZIONE

"Guglielmo Marconi"

DEI

TESI DI LAUREA IN SISTEMI DI PROPULSIONE  
ELETTRICA M

**Metodo di calcolo unificato del  
punto di lavoro degli azionamenti  
elettrici in corrente alternata**

Candidato

Marco Gelati

Relatore

Chiar.mo Claudio Rossi

Correlatore

Prof. Domenico Casadei

Anno Accademico 2015/2016

Sessione II



## *Ringraziamenti*

Ringrazio i miei genitori che mi hanno sostenuto e mi hanno dato la possibilità di completare questo percorso formativo. Ringrazio la mia ragazza Nicoletta per il supporto e l'incoraggiamento nei momenti più difficili, ma anche per la spensieratezza e allegria che sa trasmettermi in ogni momento. Ringrazio mio fratello Andrea per i consigli e punti di vista differenti e costruttivi. Ringrazio mia figlia Benedetta, che mi ha dato l'energia per superare qualsiasi prova.



# Prefazione

Il tema della seguente tesi tratta l'analisi del punto di funzionamento dei motori AC utilizzando la "Teoria Unificata delle Macchine in corrente alternata". L'obiettivo del progetto è di fornire un approccio unificato all'analisi dei principali motori sincroni e asincroni a corrente alternata. Infatti, passando dai valori reali ai valori in per unità, è possibile raggiungere le stesse equazioni di macchina, le quali saranno diverse solamente per il valore di alcuni parametri che caratterizzeranno la tipologia del motore. Scopo dell'analisi è la ricerca del miglior punto di funzionamento sotto varie condizioni operative (limitazioni di corrente, velocità, tensione, etc...), calcolando on-line i valori di corrente con cui alimentare la macchina e ricavando quale sarà la massima coppia disponibile in ogni prova. Il vantaggio di questo approccio è l'applicabilità a tutti i tipi di motori e quindi può essere definito un approccio universale, e garantisce risultati che permettono di dedurre come si comporta la macchina, dalla sincrona alla asincrona. Attraverso l'uso di Matlab, software molto potente di calcolo, e di Simulink col quale abbiamo creato il modello del nostro studio, è possibile avere immediatamente una istantanea di come variano le correnti, le coppie e le potenze per ogni configurazione immessa dall'utente. Ovviamente questo codice di calcolo potrà poi essere, in altra sede, implementato per controllare effettivamente un azionamento.





# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Stato dell'Arte</b>	<b>7</b>
1.1 Equazioni per una macchina sincrona . . . . .	10
1.1.1 Equazioni base . . . . .	11
1.1.2 Limiti di corrente, tensione e coppia in p.u. . . . .	11
1.2 Equazioni per una macchina asincrona . . . . .	20
1.3 Curva MTC . . . . .	24
1.4 Curva MTV . . . . .	25
1.5 Punto Base . . . . .	27
1.6 Punto di funzionamento a media velocità . . . . .	27
1.7 Inseguimento di Coppia (Torque Follower) . . . . .	28
1.8 Soluzione dell'equazione quartica . . . . .	29
<b>2 Logica per lo studio del punto operativo</b>	<b>35</b>
2.1 Logica di scelta del punto di funzionamento . . . . .	35
2.2 Interpretazione logica di funzionamento . . . . .	37
2.3 Schema Simulink e descrizione blocchi . . . . .	39
2.3.1 Descrizione blocco Control . . . . .	44
<b>3 Simulazioni script MTC, Torque Follow</b>	<b>63</b>
3.1 Grafici e simulazioni con lo script per l'MTC . . . . .	63
3.2 Grafici e simulazioni per la Torque Follow . . . . .	72
<b>4 Grafici Simulink</b>	<b>81</b>
4.1 Simulazioni . . . . .	81
4.2 Grafici Simulink . . . . .	81
4.2.1 SPM-SM: Motore sincrono a magneti superficiali . . . . .	82
4.2.2 IPM-SM: Motore sincrono a magneti interni . . . . .	91
4.2.3 PMAR-SM: Motore sincrono a riluttanza . . . . .	99



# Elenco delle figure

1.1	Schema di un azionamento elettrico . . . . .	8
1.2	Interazione blocchi principali di controllo . . . . .	8
1.3	Assi d-q : a sinistra(WR-SM); in centro (SPM-SM); a destra (ARPM-SM)	11
1.4	Schema generale di controllo . . . . .	12
1.5	Limite di corrente espresso in p.u. nel riferimento d-q . . . . .	14
1.6	Curva di tensione . . . . .	16
1.7	Variazione della centro della ellisse . . . . .	16
1.8	Luoghi geometrici dei punti di tensione in funzione di r . . . . .	17
1.9	Curve di coppia al variare di r . . . . .	18
1.10	Punti ammessi per il funzionamento ottimale . . . . .	18
1.11	Curve limite di tensione e corrente per diverse tipologie di motore	19
1.12	Sistema di riferimento per una macchina asincrona . . . . .	20
1.13	Sistema di riferimento per una macchina asincrona in condizioni di orientamento di campo	
1.14	Curva di tensione per un motore asincrono . . . . .	23
1.15	Curve caratteristiche per un motore asincrono . . . . .	23
1.16	Curva MTC per differenti tipi di motore . . . . .	24
1.17	Curva MTV per differenti valori di tensione con $a = 0.5, r = 0.25, I_0 = 1$	25
1.18	Coppie nella condizione di MTV $a = 0.5, r = 0.25, I_0 = 1$ . . .	26
1.19	Coppie nella condizione di Torque Follow $a = 2, r = 0.9, t = 1$	29
2.1	Schema di selezione del punto di funzionamento nel piano $\tilde{i}_d - \tilde{i}_q$	36
2.2	Schema di selezione del punto di funzionamento nel piano $\tilde{i}_d - \tilde{i}_q$	37
2.3	Schema generale del funzionamento di un motore con Simulink	41
2.4	Blocco real->pu . . . . .	42
2.5	Schema di controllo tradizionale di un motore tramite Simulink	43
2.6	Blocco MTV Simulink . . . . .	44
2.7	Blocco MTV Simulink . . . . .	44
2.8	Blocco Torque Follow in Simulink . . . . .	45
2.9	Blocco Torque Follow in Simulink . . . . .	46
2.10	Script per la funzione di Torque Follow . . . . .	48
2.11	Blocco a di Simulink . . . . .	49

2.12	Blocco a di Simulink . . . . .	49
2.13	Blocco b di Simulink . . . . .	49
2.14	Blocco b di Simulink . . . . .	50
2.15	OR logico . . . . .	50
2.16	Blocco C di Simulink . . . . .	51
2.17	Blocco C di Simulink . . . . .	52
2.18	Script per la funzione di MTC . . . . .	53
2.19	Blocco c in Simulink . . . . .	54
2.20	Blocco c in Simulink . . . . .	54
2.21	And Logico . . . . .	55
2.22	Blocco D in Simulink . . . . .	55
2.23	Blocco D in Simulink . . . . .	56
2.24	Blocco E in Simulink . . . . .	57
2.25	Blocco E in Simulink . . . . .	57
2.26	Blocco d in Simulink . . . . .	58
2.27	Blocco d in Simulink . . . . .	58
2.28	Blocco e in Simulink . . . . .	59
2.29	Blocco e in Simulink . . . . .	59
2.30	Blocco f in Simulink . . . . .	60
2.31	Blocco f in Simulink . . . . .	60
2.32	Blocco pu->real . . . . .	61
3.1	MTC con $a=2, r=0.9, t>0$ , macchina a magneti permanenti superficiali	64
3.2	Andamento delle correnti con $a=2, r=0.9, t>0$ . . . . .	64
3.3	MTC con $a=1, r=0.15, t>0$ , macchina sincrona a riluttanza .	65
3.4	MTC con $a=1, r=0.7, t>0$ , macchina a magneti permanenti interni	65
3.5	MTC con $a=0, r=4, t>0$ , macchina asincrona . . . . .	66
3.6	MTC con $a=2, r=0.9, t<0$ , macchina a magneti permanenti superficiali	66
3.7	Andamento delle correnti con $a=2, r=0.9, t<0$ . . . . .	67
3.8	MTC con $a=1, r=0.15, t<0$ , macchina sincrona a riluttanza .	67
3.9	Andamento delle correnti con $a=1, r=0.15, t<0$ . . . . .	68
3.10	MTC con $a=1, r=0.7, t<0$ , macchina a magneti permanenti interni	68
3.11	Andamento delle correnti con $a=1, r=0.7, t<0$ . . . . .	69
3.12	MTC con $a=0, r=4, t<0$ , macchina asincrona . . . . .	69
3.13	Andamento delle correnti con $a=0, r=4, t<0$ . . . . .	70
3.14	MTC con $a=2, r=0.9, t>0, t<0$ , macchina magneti superficiali	71
3.15	Torque Following con $a=2, r=0.9, t=1$ , macchina a magneti superficiali	72
3.16	Torque Following con $a=1, r=0.15, t=1$ , macchina a riluttanza	73
3.17	Torque Following con $a=1, r=0.7, t=1$ , macchina a magneti interni	73
3.18	Torque Following con $a=0, r=4, t=1$ , macchina asincrona . . .	74
3.19	DeltaR in funzione di b, $a=2, r=0.9, t=1$ . . . . .	74

3.20	Grafico Torque Follow con $a=2, r=0.9, t=1$ . . . . .	75
3.21	DeltaR in funzione di b con $a=0, r=4, t=1$ , macchina asincrona	75
3.22	Grafico Torque Follow con $a=0, r=4, t=1$ , macchina asincrona	76
3.23	Nessuna soluzione trovata se iperboli esterne alla ellisse . . . . .	77
3.24	Errore script: rami di iperbole . . . . .	77
3.25	Script corretto Torque Following . . . . .	78
3.26	Script corretto Torque Following . . . . .	79
3.27	Errore Script Torque Following: presenza di soluzioni immaginarie	79
4.1	SPMSM: Curve di corrente con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	82
4.2	SPSM: componenti id con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	83
4.3	SPMSM: componenti iq con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	83
4.4	SPMSM: Curve di coppia con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	84
4.5	SPMSM: Curve di potenza con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	84
4.6	SPMSM: Curve di corrente con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	85
4.7	SPMSM: curve di coppia con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	86
4.8	SPMSM: componenti id con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	86
4.9	SPM-SM: componenti iq con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	87
4.10	SPMSM: Curve di potenza con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 1$	87
4.11	SPMSM: Curve di corrente con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 2$	88
4.12	SPMSM: componenti id con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 2$	88
4.13	SPMSM: componenti iq con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 2$	89
4.14	SPMSM: Curve di coppia con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 2$	89
4.15	SPMSM: Curve di potenza con $a = 2, r = 0.9$ . Corrente limite $I_o = 2$	90
4.16	IPMSM: Curve di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	91
4.17	IPMSM: Componenti d,q di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	92
4.18	IPMSM: Curve di coppia e potenza con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	93
4.19	IPMSM: Curve di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	94
4.20	IPMSM: Componenti d,q di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	95
4.21	IPMSM: Curve di coppia e potenza con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 1$	96
4.22	IPMSM: Curve di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 2$	97
4.23	IPMSM: Componenti d,q di corrente con $a = 1, r = 0.7$ . Corrente limite $I_o = 2$	98
4.24	PMARSM: Curve di corrente con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 1$	99
4.25	IPMSM: Componenti d,q di corrente con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 1100$	
4.26	IPMSM: Curve di coppia e potenza con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 1101$	
4.27	PMARSM: Curve di corrente con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 2102$	
4.28	IPMSM: Componenti d,q di corrente con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 2103$	
4.29	IPMSM: Curve di coppia e potenza con $a = 1, r = 0.15$ . Corrente limite $I_o = 2104$	



# Capitolo 1

## Stato dell'Arte

Il tema della seguente tesi tratta l'analisi del punto di funzionamento dei motori AC utilizzando la "Teoria Unificata delle Macchine in corrente alternata". Il vantaggio di questo approccio è l'applicabilità a tutti i tipi di motori trifase, siano essi sincroni o asincroni. Le macchine che verranno considerate sono:

SPM-SM	Surface Permanent Magnet Synchronous Machine
IPM-SM	Internal Permanent Magnet Synchronous Machine
ARPM-SM	Assisted Reluctance Permanent Magnet Synchronous Machine
IM	Induction Machine

In fig. 1.1 si può vedere la struttura generale di un azionamento che in generale è formato da tre parti principali integrate fra loro:

- controllore
- convertitore statico
- motore

I limiti sui quali ci si soffermerà principalmente in questa tesi sono:

- limite di coppia (**T<sub>max</sub>**): massima coppia erogabile dalla macchina
- limite di tensione(**V<sub>dc</sub>**): massima tensione sul Bus DC
- limite di corrente (**I<sub>o</sub>**): massima corrente circolante nello statore

Il controllore a sua volta è composto da microcontrollore e algoritmo di controllo. Perciò, mediante l'utilizzo di sensori che forniscono misure sia elettriche che meccaniche, viene deciso dal blocco di controllo il miglior punto di

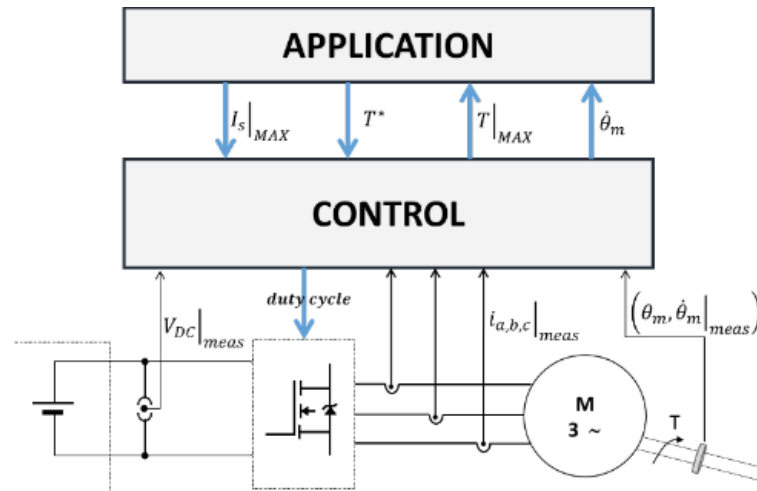


Figura 1.1: Schema di un azionamento elettrico

funzionamento per il motore così da imporre determinate tensioni all'inverter. Nelle applicazioni di trazione elettrica generalmente è richiesto che:

- la coppia richiesta venga sempre fornita, a meno che non siano superati i limiti di coppia massima della macchina. In tal caso verrà fornita quest'ultima.
- l'ampiezza della corrente fornita allo statore sia minima per il valore di coppia richiesto

In fig. 1.2 si può vedere la struttura generale di un azionamento

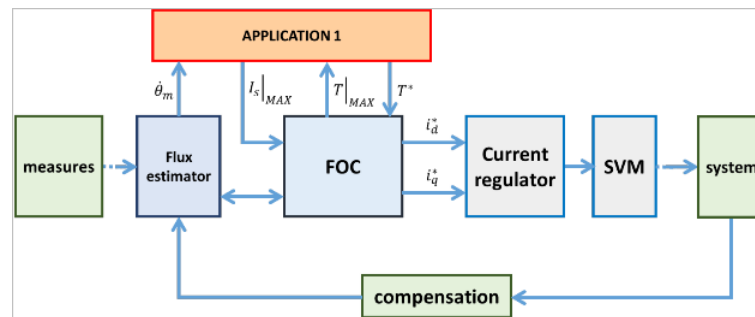


Figura 1.2: Interazione blocchi principali di controllo

e l'obiettivo perciò sarà quello di definire un metodo di selezione del punto di lavoro ottimo, adottando però l'ipotesi di Controllo ad orientamento di Campo(FOC) , che si interfaccia con le altre sezioni inerenti:



1. misure elettriche e meccaniche
2. stime di flusso
3. riferimento spaziale per l'orientamento
4. regolazione di corrente
5. regolazione di tensione
6. algoritmi di compensazione

Come mostrato in 1.2 il blocco FOC produce due uscite:

- componenti di riferimento  $i_d, i_q$
- massima coppia  $T_{max}$  generabile (rispettando limiti di tensione e corrente)

quindi in questa tesi verrà affrontato il tema dello studio e analisi del blocco FOC, il quale permette di calcolare il punto di lavoro ottimale ( $i_d, i_q$ ) per la macchina. Il metodo che verrà utilizzato è la teoria unificata degli azionamenti in AC, che deriva dall'analisi standard, però applicabile a qualsiasi tipo di motore sincrono e asincrono. La analisi unificata è analiticamente determinata da equazioni che vengono riportate in per unità (p.u.) così da avere i seguenti vantaggi:

1. semplificazione delle equazioni
2. semplice e diretta rappresentazione grafica dei limiti (tensione, corrente, coppia, MTC, MTV)
3. confronto fra diversi tipi di macchine
4. relazione stretta tra tensione e velocità di macchina
5. minore range di variazione dei parametri e delle variabili nell'analisi
6. semplificazione del problema di UCG, ovvero del comportamento anormale della macchina in condizioni di guasto dell'inverter.

Il punto 4 indica che utilizzando il metodo p.u., con una sola variabile si possono rappresentare sia gli effetti della variazione di velocità della macchina che della tensione imposta dalla batteria. Bisogna considerare che nel normale funzionamento nella trazione elettrica, si possono avere repentini e ampi cambi di tensione. La teoria unificata permette di gestire tutte queste

variazioni senza incertezza e discontinuità. Il punto 5 è molto interessante per l'implementazione dell'algoritmo di controllo su un microcontrollore, infatti il range di variazione di tutti i parametri, che interessa tutti i tipi di macchine è molto limitato e definito.

Le equazioni che verranno successivamente introdotte sarà possibile importarle su Software di simulazione e modellizzazione (Simulink e AMSim), così da creare un modello del funzionamento del sistema. Tale modello sarà poi possibile utilizzarlo direttamente su un microcontrollore per testarne l'effettivo e reale funzionamento.

Il concetto di modellizzazione è molto importante e permette di:

- settare a piacimento i parametri del motore sul modello e verificarne il reale comportamento
- esplorare il funzionamento di una macchina in qualsiasi condizione operativa
- semplice integrazione dell'algoritmo di controllo del motore con il sistema di controllo della trazione

## 1.1 Equazioni per una macchina sincrona

In questa sezione si farà riferimento alla ipotesi di Controllo ad Orientamento di Campo per macchine sincrone. La conversione di energia in una macchina a magneti o a induzione è correlata al campo rotante. Per studiare questi fenomeni conviene sempre adottare dei sistemi di riferimento e si può in generale affermare che:

- se il sistema di riferimento è fisso allora un campo rotante nasce da correnti variabili nel tempo
- se il sistema di riferimento è rotante allora un campo rotante nasce da correnti continue

L'analisi unificata considera il secondo sistema di riferimento, su assi d-q, sincrono con il rotore e con l'asse d allineato al vettore del flusso di eccitazione. Mediante le trasformazioni di Park, è possibile passare dal modello di macchina su assi d-q (bifase) al modello di macchina su assi a, b, c (trifase).

### 1.1.1 Equazioni base

In fig. 1.3 vengono rappresentati i principali tipi di rotore che verranno studiati e la disposizione degli assi di riferimento d e q, che permetterà di scrivere determinate equazioni.

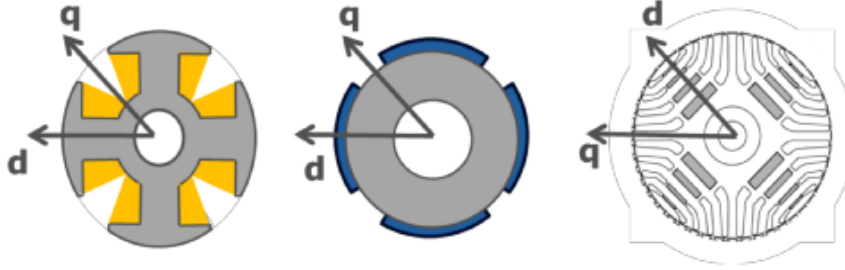


Figura 1.3: Assi d-q : a sinistra(WR-SM); in centro (SPM-SM); a destra (ARPM-SM)

Vengono riportate in seguito le equazioni nel riferimento d-q delle tensioni, flussi e coppia.

$$v_d = R_s i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - w\varphi_q \quad (1.1.1)$$

$$v_q = R_s i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + w\varphi_d \quad (1.1.2)$$

$$\varphi_d = L_d i_d + M_{se} i_e \quad (1.1.3)$$

$$\varphi_q = L_q i_q \quad (1.1.4)$$

$$\varphi_e = L_e i_e + \frac{3}{2} M_{se} i_d \quad (1.1.5)$$

$$T = \frac{3}{2} p (M_{se} i_e i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) \quad (1.1.6)$$

### 1.1.2 Limiti di corrente, tensione e coppia in p.u.

Bisogna sempre far riferimento al contesto di utilizzo di un modello, perchè le condizioni al contorno incidono pesantemente sull'effettiva capacità di rappresentazione della realtà. Infatti nelle applicazioni di azionamenti, essendo presenti componenti elettronici di potenza, esistono dei limiti oltre i quali conviene non andare. In fig.1.4 è presente partendo da sinistra verso destra:

- alimentazione alternata di ingresso con i morsetti R,S,T

- stadio di raddrizzamento trifase, nominato Converter Circuit
- condensatore C che stabilizza la tensione in uscita dal raddrizzatore trifase
- stadio di sicurezza dato da un diodo di libera circolazione e da un IGBT che permettono di non avere sovratensioni sul condensatore del Bus DC
- inverter trifase che fornisce, secondo comando, tensioni e correnti modulabili in ampiezza e frequenza
- morsetti di uscita U, V, W

Come si può notare in fig. 1.4

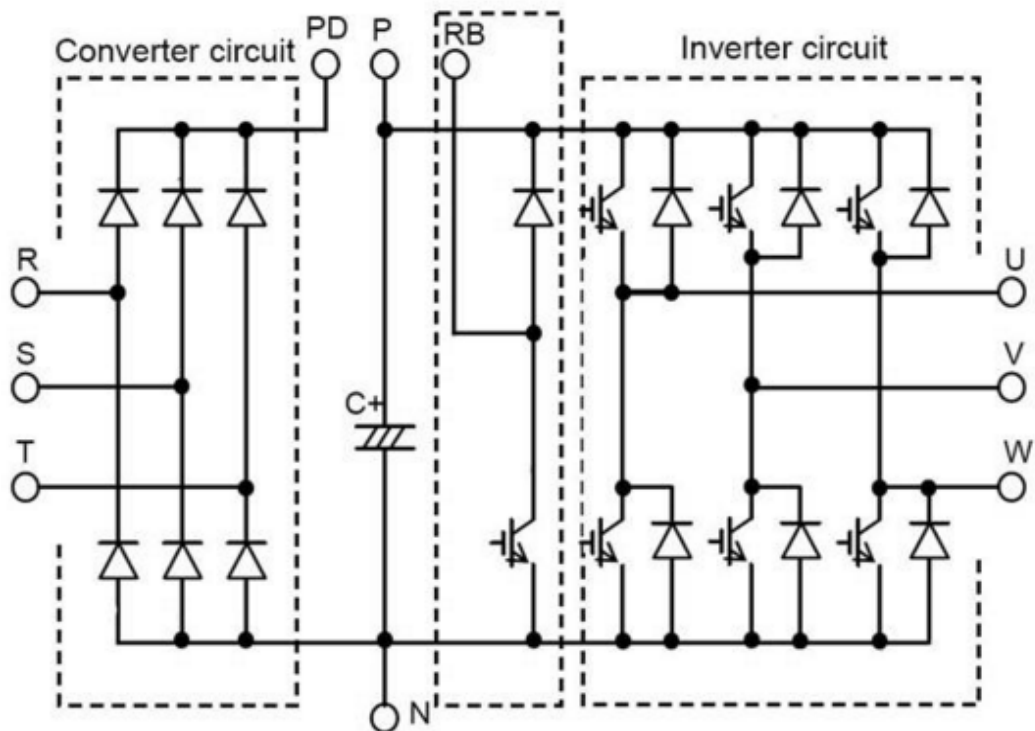


Figura 1.4: Schema generale di controllo

esistono sicuramente due limiti da tenere sempre presente:

- limite di corrente dovuto alla massima corrente sopportabile dall'azionamento

- limite di tensione massima sul Bus DC

In seguito verranno descritti un po più approfonditamente questi aspetti.

### Equazione del limite di corrente

Questa sottosezione tratta dei limiti di corrente e tensioni, i quali andranno ad influire sul punto di lavoro ottimale per la macchina. L'analisi viene affrontata mantenendo un sistema di riferimento in d-q, quindi verrà considerato l'asse delle ascisse con la corrente  $i_d$  e l'asse delle ordinate con la corrente  $i_q$ . Le componenti d-q della corrente sono la variabile da controllare per ogni azionamento in AC.

Dopo aver introdotto la corrente nominale di motore  $I_n$  si possono definire i valori in p.u.  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_q$  e successivamente il luogo dei punti che definisce il limite di corrente che può essere applicato agli avvolgimenti di statore.

$$\tilde{i}_d = \frac{i_d}{I_n} \quad (1.1.7)$$

$$\tilde{i}_q = \frac{i_q}{I_n} \quad (1.1.8)$$

$$I_0^2 = \tilde{i}_d^2 + \tilde{i}_q^2 \quad (1.1.9)$$

Quest'ultimo è strettamente collegato a:

- massima portata dell'inverter
- caratteristiche termiche dei cavi degli avvolgimenti
- condizioni di funzionamento del motore

Il limite del modulo della corrente, nel riferimento d-q, è delineato da una circonferenza rappresentata in fig. 1.5.

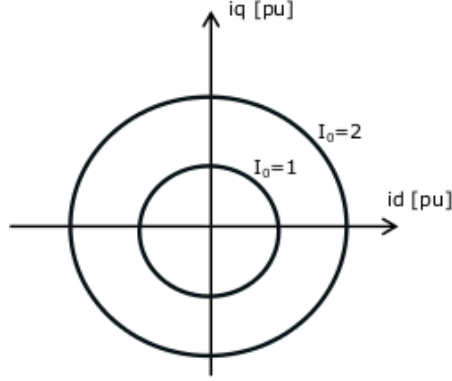


Figura 1.5: Limite di corrente espresso in p.u. nel riferimento d-q

### Equazione del limite di tensione

Per affrontare l'analisi del limite di tensione saranno introdotte inizialmente le due ipotesi seguenti:

1. sistema in condizioni di regime permanente  $\frac{d}{dt} = 0$
2. effetto della resistenza di statore trascurabile  $R_s = 0$

La seconda ipotesi esprime il concetto che ad elevata velocità la resistenza dell'avvolgimento statorico è trascurabile, mentre bisogna prestare attenzione al suo valore a bassi valori di  $w$ . Il limite di tensione è rappresentato dalla massima ampiezza  $V$  che può essere applicata agli avvolgimenti di statore attraverso l'inverter. Anche in questo caso, come per il limite di corrente, si otterrà un luogo dei punti entro il quale è consigliabile che rimanga il vettore di tensione. In seguito sono riportate le equazioni (1.1.10) e (1.1.11), dove viene tralasciato il termine resistivo, e il luogo dei punti per il limite di tensione.

$$v_d = -wL_q I_q \quad (1.1.10)$$

$$v_q = wL_d I_d + wM_{se} i_e \quad (1.1.11)$$

$$V^2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (1.1.12)$$

Introducendo la (1.1.10) e (1.1.11) nella (1.1.12) si ottiene:

$$\left(\frac{V}{wL_q}\right)^2 = i_q^2 + \left(\frac{L_d}{L_q}\right)^2 \left(i_d + \frac{M_{se} i_e}{L_d}\right)^2 \quad (1.1.13)$$

Vengono introdotte in seguito alcune variabili ausiliarie che faciliteranno i conti e la rappresentazione grafica:

$$r = \frac{L_d}{L_q} \quad (1.1.14)$$

$$b = \frac{V}{I_n w L_q} \quad (1.1.15)$$

$$c = \frac{V}{I_n w L_d} \quad (1.1.16)$$

$$a = \frac{M_{se} i_e}{I_n L_d} \quad (1.1.17)$$

**r** rappresenta il rapporto di anisotropia e **b** il coefficiente che esprime la relazione tra tensione e velocità.

Si nota che **b**, a parità di tensione impressa, è inversamente proporzionale alla velocità. Analogamente a **b** si definisce **c** che si differenzia per il coefficiente di induttanza.

Il termine **a** invece rappresenta il coefficiente di flusso.

Introducendo quindi (1.1.14) (1.1.15) e (1.1.16) nella (1.1.13) si ottiene:

$$b^2 = \tilde{i}_q^2 + (r)^2(\tilde{i}_d + a)^2 \quad (1.1.18)$$

Il luogo dei punti per il limite di tensione è una ellisse con asse maggiore e minore in funzione dei coefficienti di induttanza  $L_d$  e  $L_q$ , se il coefficiente  $r$  è diverso da 1. Con il coefficiente di anisotropia unitario invece la curva di tensione sarà una circonferenza. Il centro dell'ellisse avrà coordinate  $\tilde{i}_{d0}$  e  $\tilde{i}_{q0}$ :

$$\tilde{i}_{d0} = -a \quad (1.1.19)$$

$$\tilde{i}_{q0} = 0 \quad (1.1.20)$$

Viene rappresentata la curva di tensione in fig.1.6 dove si nota che all'aumentare di  $w$  il semiasse  $b$  diminuisce. Invece l'ellisse al variare di  $a$  è raffigurata in fig.1.7.

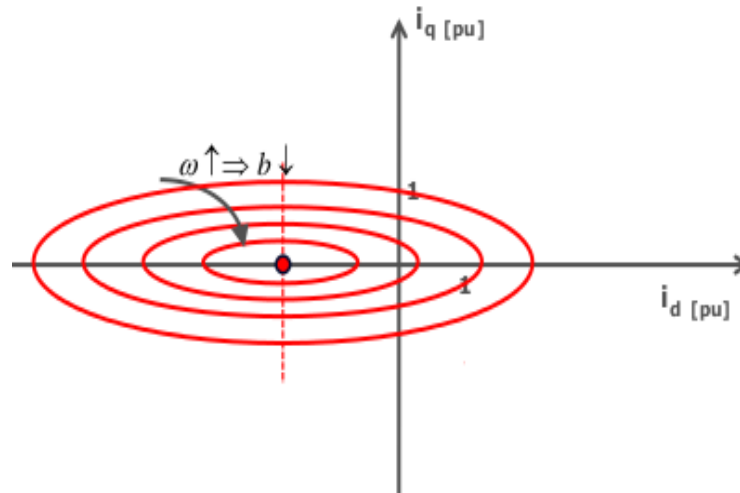


Figura 1.6: Curva di tensione

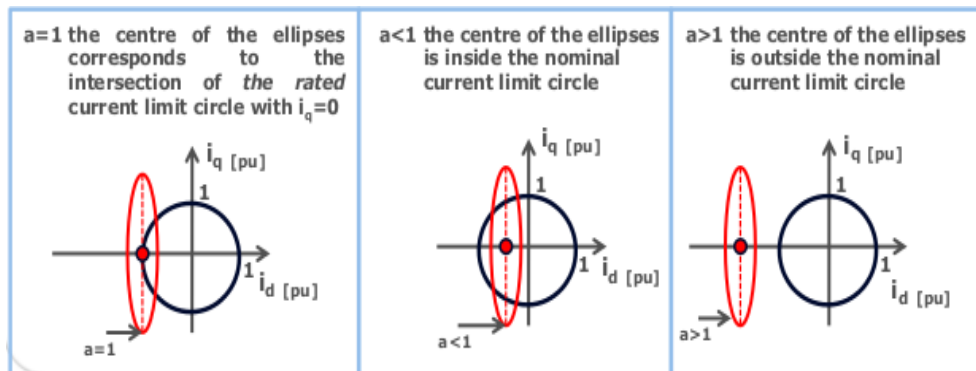


Figura 1.7: Variazione della centro della ellisse

In figura 1.8 vengono rappresentate le varie geometrie delle curve di tensione derivanti dal coefficiente di anisotropia  $r$ .



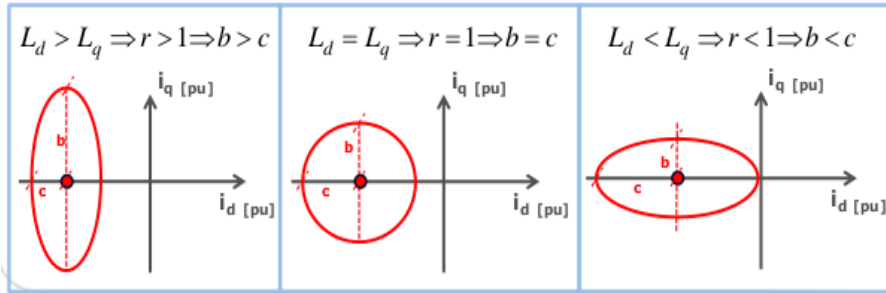


Figura 1.8: Luoghi geometrici dei punti di tensione in funzione di  $r$

### Equazione di coppia in p.u.

Introducendo le eq. (1.1.14), (1.1.15), (1.1.17) nella (1.1.6) si ottiene:

$$T = \frac{3}{2} p L_d I_n^2 \left( a \tilde{i}_q + \left(1 - \frac{1}{r}\right) \tilde{i}_q \tilde{i}_d \right) \quad (1.1.21)$$

che possiamo scomporre in

$$T = T_o \tilde{t} \quad (1.1.22)$$

dove

$$T_o = \frac{3}{2} p L_d I_n^2 \quad (1.1.23)$$

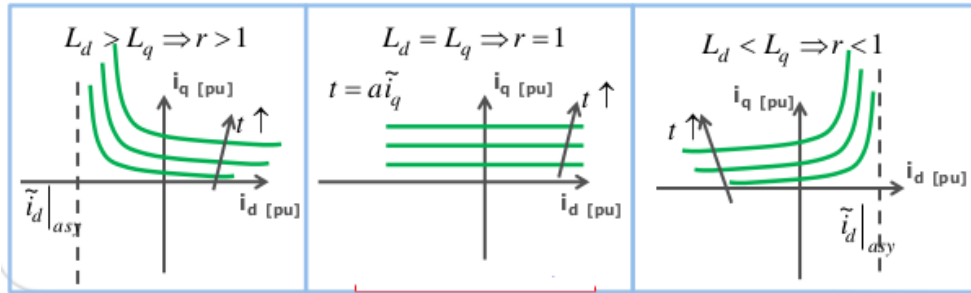
$$\tilde{t} = \left( a \tilde{i}_q + \left(1 - \frac{1}{r}\right) \tilde{i}_q \tilde{i}_d \right) \quad (1.1.24)$$

$T_o$  rappresenta un coefficiente costante mentre  $\tilde{t}$  è la curva di coppia normalizzata. Dalla (1.1.24) si può dedurre che l'asintoto di coppia ha espressione

$$\tilde{i}_d|_{asy} = -a \frac{r}{r-1} \quad (1.1.25)$$

$$\tilde{i}_q|_{asy} = 0 \quad (1.1.26)$$

Le curve di coppia sono delle iperboli se il coefficiente  $r \neq 0$  oppure delle rette parallele all'asse  $d$  nel caso di  $r = 0$  e vengono rappresentate in fig.1.9 al variare di  $t$ .

Figura 1.9: Curve di coppia al variare di  $r$ 

### Punti operativi

Per una determinata condizione sono da considerare ammissibili solo punti di funzionamento che:

- rispettano i limiti di tensione e corrente dell'applicazione di utilizzo
- non rispettano i limiti solo per brevi periodi di tempo, come ad esempio lavorare con una sovracorrente di statore

e questo lo si può ben capire dal grafico in fig. 1.10 dove la zona in grigio delimita la zona di funzionamento ottimale. All'esterno dell'area compresa tra le curve limite non è detto che non avvengano malfunzionamenti, soprattutto causati dalle sovratensioni.

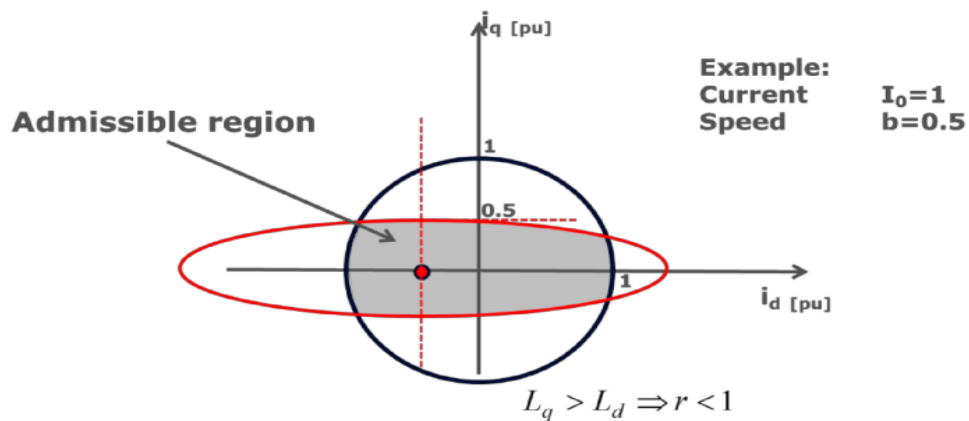


Figura 1.10: Punti ammessi per il funzionamento ottimale

In figura 1.11 viene riportata una tabella riassuntiva per diverse tipologie di motore dei concetti esposti precedentemente.

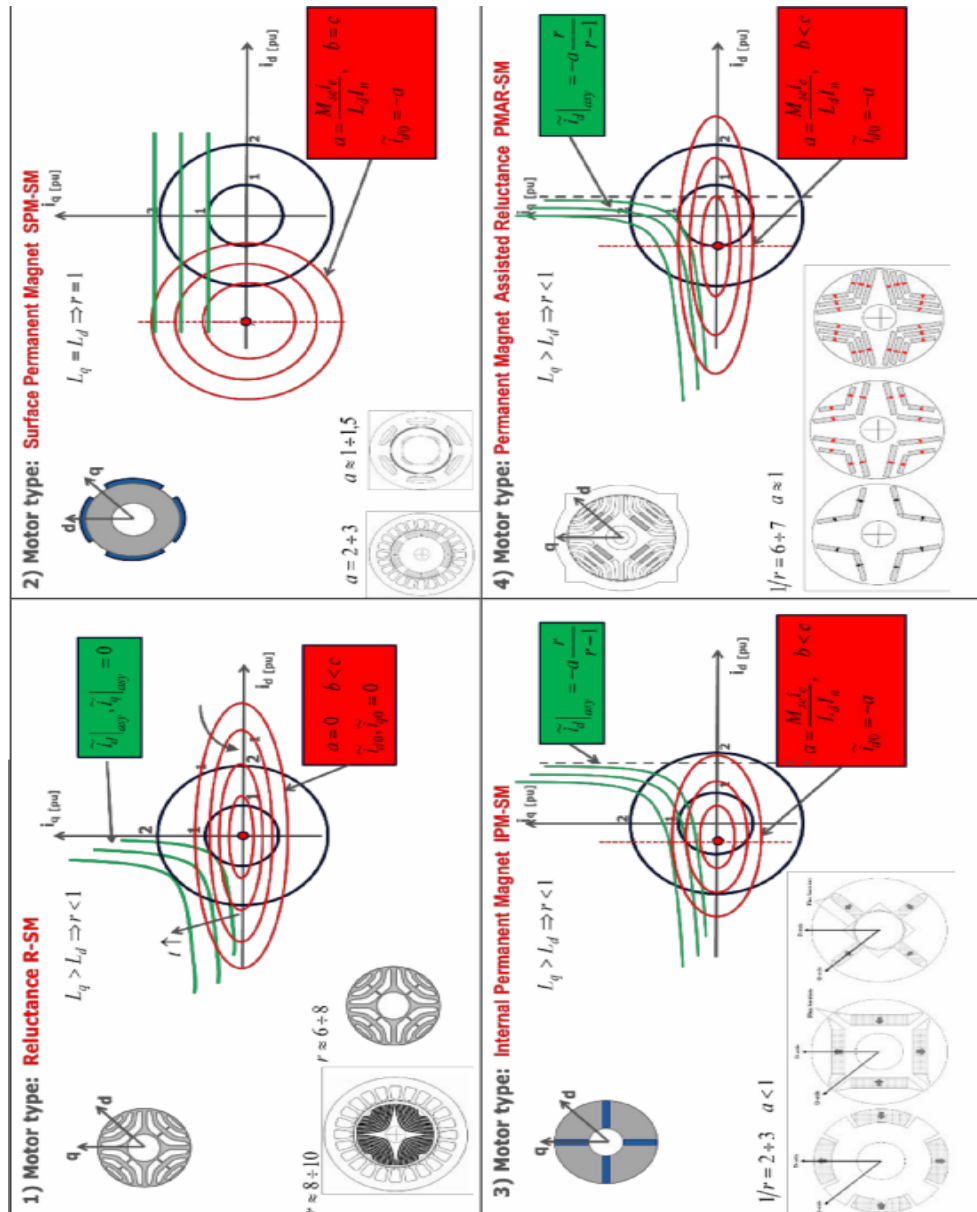


Figura 1.11: Curve limite di tensione e corrente per diverse tipologie di motore

## 1.2 Equazioni per una macchina asincrona

Utilizzando il piano normalizzato  $\tilde{i}_d - \tilde{i}_q$  è possibile usare gli stessi principi esposti in precedenza anche per la macchina asincrona. In seguito si riporta il sistema di riferimento che verrà considerato e successivamente le equazioni di tensione e flusso per statore e rotore, accompagnate dalla espressione di coppia.

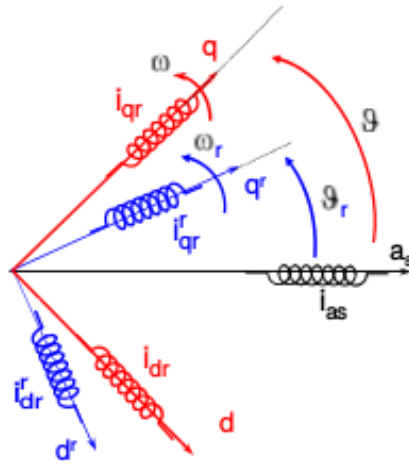


Figura 1.12: Sistema di riferimento per una macchina asincrona

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + w\varphi_{ds} \quad (1.2.1)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - w\varphi_{qs} \quad (1.2.2)$$

$$0 = r_r i_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + (w - w_r)\varphi_{dr} \quad (1.2.3)$$

$$0 = r_r i_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - (w - w_r)\varphi_{qr} \quad (1.2.4)$$

$$\varphi_{qs} = L_s i_{qs} + M i_{qr} \quad (1.2.5)$$

$$\varphi_{ds} = L_s i_{ds} + M i_{dr} \quad (1.2.6)$$

$$\varphi_{qr} = L_r i_{qr} + M i_{qs} \quad (1.2.7)$$

$$\varphi_{dr} = L_r i_{dr} + M i_{ds} \quad (1.2.8)$$

$$T = \frac{3}{2} p \frac{M}{L_r} (i_{qs} \varphi_{dr} - i_{ds} \varphi_{qr}) \quad (1.2.9)$$

Vengono introdotte poi alcune ipotesi di studio:

- $\varphi_{qr} = 0$  : condizioni di orientamento di campo
- $\sigma L_s = L_s - \frac{M^2}{L_r} \approx (l_s + l_r)$ : coefficiente di perdita
- $\frac{d\varphi_{dr}}{dt} = 0$  : condizioni di regime permanente

che modifica quindi il sistema di riferimento come rappresentato in fig. 1.13:

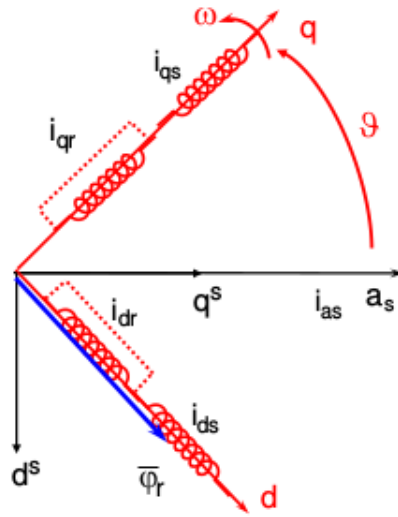


Figura 1.13: Sistema di riferimento per una macchina asincrona in condizioni di orientamento di campo

Introducendo le ipotesi nelle (1.2.1) e (1.2.2) si ottiene:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + w L_s i_{ds} \quad (1.2.10)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} - w \sigma L_s i_{qs} \quad (1.2.11)$$

$$T = \frac{3}{2} p \frac{M^2}{L_r} i_{qs} i_{ds} \quad (1.2.12)$$

Se ora si considerano, come nel caso della macchina sincrona le ipotesi di regime permanente e resistenza di statore trascurabile si ottiene dalle (1.2.10)

e (1.2.11):

$$v_{qs} = wL_s \dot{i}_{ds} \quad (1.2.13)$$

$$v_{ds} = -w\sigma L_s \dot{i}_{qs} \quad (1.2.14)$$

che introdotte nel limite di tensione come in (1.1.12) danno:

$$b^2 = \left( \frac{V}{I_n w \sigma L_s} \right)^2 = \frac{1}{\sigma^2} \tilde{i}_{ds}^2 + \tilde{i}_{qs}^2 \quad (1.2.15)$$

Analogamente al caso sincrono, vengono introdotti alcuni coefficienti che semplificheranno conti e che forniranno un luogo dei punti per il limite di tensione corrispondente a un'ellisse con asse maggiore nella direzione delle ordinate.

$$r = \frac{1}{\sigma} \quad (1.2.16)$$

$$b = \frac{V}{I_n w \sigma L_q} \quad (1.2.17)$$

$$c = \frac{V}{I_n w \sigma L_d} \quad (1.2.18)$$

$$a = 0 \quad (1.2.19)$$

Il motore asincrono viene interpretato come un motore sincrono con  $r > 1$ . L'espressione di coppia può essere scritta come:

$$T = T_o t \quad (1.2.20)$$

dove

$$T_o = \frac{3}{2} p L_s I_n^2 \quad (1.2.21)$$

$$(1.2.22)$$

e invece la curva di coppia normalizzata ha espressione

$$t = (1 - \sigma) \tilde{i}_{qs} \tilde{i}_{ds} \quad (1.2.23)$$

In figura 1.15 vengono rappresentate le curve di corrente, coppia e tensione per un motore asincrono.

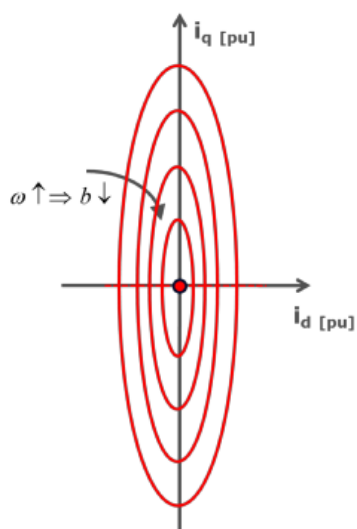


Figura 1.14: Curva di tensione per un motore asincrono

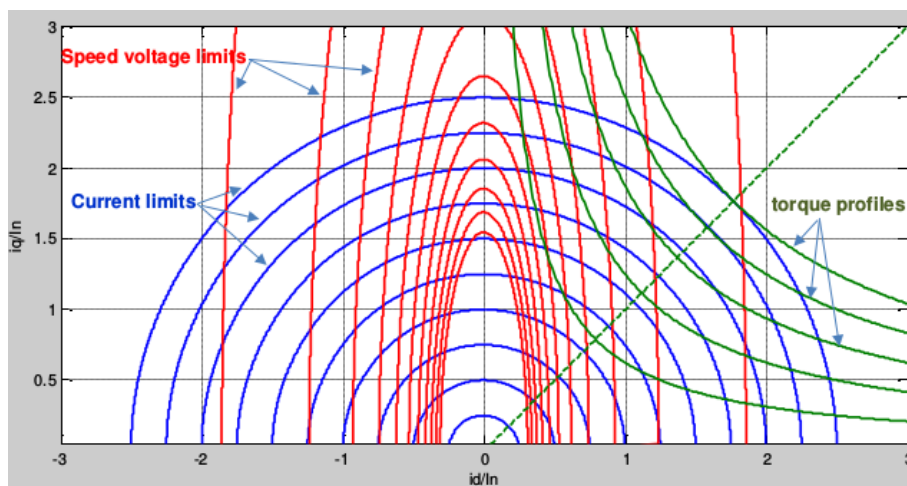


Figura 1.15: Curve caratteristiche per un motore asincrono

### 1.3 Curva MTC

La curva MTC rappresenta, per ogni curva di coppia normalizzata, il luogo dei punti di funzionamento corrispondenti alla minima corrente di statore. Perciò fissata una curva di coppia, il punto di MTC sarà comunque quello che riduce al minimo la distanza dall'origine nel piano  $i_d$ - $i_q$ . L'equazione della MTC si ottiene calcolando il minimo della funzione  $I_o$  dato dalla (1.1.9). Effettuando alcuni passaggi è possibile ottenere le due espressioni riportate in seguito:

$$\tilde{i}_d - \tilde{i}_q^2 \frac{r'}{(a + r'\tilde{i}_d)} = 0 \quad (1.3.1)$$

$$\tilde{i}_d - \tilde{i}_q \frac{r't}{(a + r'\tilde{i}_d)^2} = 0 \quad (1.3.2)$$

con

$$r' = 1 - \frac{1}{r} \quad (1.3.3)$$

Si trova quindi:

$$\tilde{i}_q|_{MTC} = \sqrt{\tilde{i}_d^2 + \frac{a}{r'}\tilde{i}_d} \quad (1.3.4)$$

In fig.1.16 viene rappresentata la curva MTC per differenti motori.

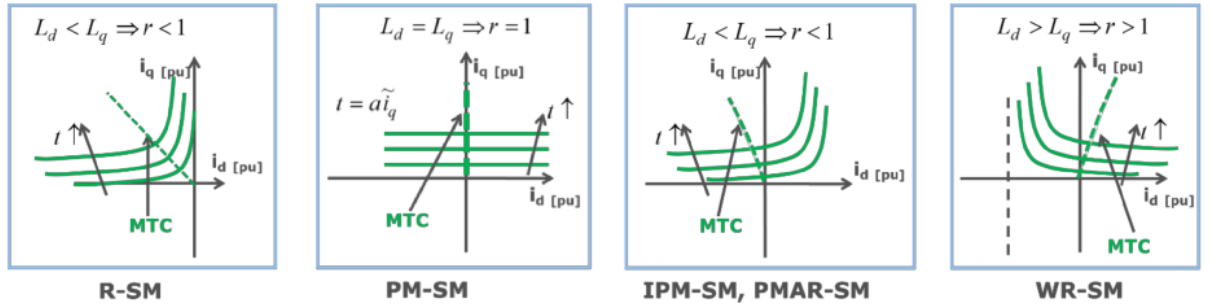


Figura 1.16: Curva MTC per differenti tipi di motore

L'espressione (1.3.4) è molto utile per la valutazione della performance del motore, perchè fornisce direttamente la curva MTC nel piano normalizzato  $\tilde{i}_d$  -  $\tilde{i}_q$ . Un reale sistema di controllo richiede il calcolo di MTC per ogni valore



di coppia richiesta, ma la (1.3.4) non permette di farlo. Solitamente la (1.3.4) viene usata per calcolare in anticipo i valori  $\tilde{i}_{d,MTC}$ ,  $\tilde{i}_{q,MTC}$  per qualsiasi valore di coppia. Si potrebbe anche adottare il metodo di interpolazione, ma non permette di valutare un range ampio di valori di parametri come si vuole affrontare in questo contesto. Perciò in seguito verrà analizzata la soluzione analitica per la MTC, infatti richiamando la (1.1.24), ricavando da essa  $\tilde{i}_q$  e sostituendolo nella (1.3.1) si ottiene l'equazione (1.3.5) per la  $\tilde{i}_d$  ed è di quarto grado.

$$r'^3 \tilde{i}_d^4 + 3ar'^2 \tilde{i}_d^3 + 3a^2 r' \tilde{i}_d^2 + a^3 \tilde{i}_d - t^2 r' = 0 \quad (1.3.5)$$

## 1.4 Curva MTV

La curva MTV rappresenta il punto di massima coppia corrispondente a un valore fissato di tensione. In generale, riducendo le dimensioni dell'ellisse, ricordando che è il luogo dei punti limite di tensione, si ha che la massima coppia non appartiene più all'intersezione tra l'ellisse stessa e la circonferenza di raggio  $I_o$ . Bisognerà considerare infatti i punti di tangenza tra l'iperbole della coppia e l'ellisse, che saranno interni alla circonferenza, corrispondenti ad una  $I < I_o$ . Queste considerazioni sono ben esplicitate graficamente in fig.1.17

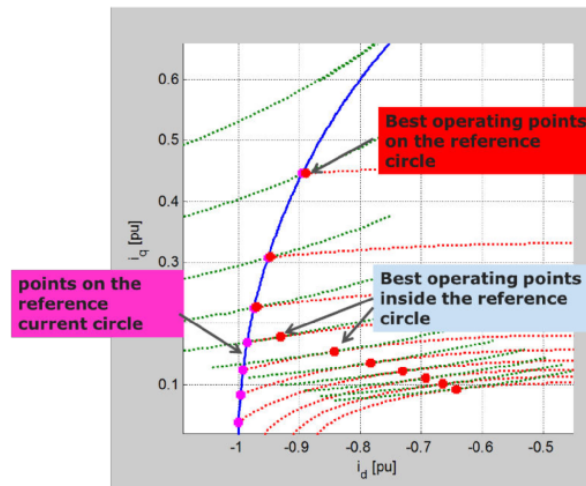


Figura 1.17: Curva MTV per differenti valori di tensione con  $a = 0.5$ ,  $r = 0.25$ ,  $I_0 = 1$

Per trovare questi punti di tangenza, bisogna calcolare e porre uguali le componenti d-q del gradiente della iperbole in (1.1.24) e della ellisse (1.1.18).

Effettuando i calcoli si ottiene la seguente equazione

$$\frac{i_q(1 - \frac{1}{r})}{a + i_d(1 - \frac{1}{r})} = \frac{r^2(a + i_d)}{i_q} \quad (1.4.1)$$

che ha le 2 successive soluzioni.

$$\begin{cases} \text{se } r > 1 \rightarrow \tilde{i}_{q1} = \frac{r\sqrt{(a+\tilde{i}_d)(r-1)(ar-\tilde{i}_d+r\tilde{i}_d)}}{(r-1)} \\ \text{se } r < 1 \rightarrow \tilde{i}_{q2} = -\frac{r\sqrt{(a+\tilde{i}_d)(r-1)(ar-\tilde{i}_d+r\tilde{i}_d)}}{(r-1)} \end{cases}$$

Tali soluzioni andranno inserite nella (1.1.18) per ottenere:

$$\tilde{i}_{d,MTV} = \frac{3ar - 4ar^2 + \sqrt{a^2r^2 + 8b^2r^2 - 16b^2r + 8b^2}}{4r(r-1)} \quad (1.4.2)$$

e quindi inserendo la (1.4.2) nella equazione di coppia si ricava

$$\tilde{i}_{q,MTV} = \sqrt{b^2 - r^2(\tilde{i}_d + a)^2} \quad (1.4.3)$$

Perciò dati  $\tilde{i}_{q,MTV}$  e  $\tilde{i}_{d,MTV}$  ricavati dalla (1.4.2) e dalla (1.4.3) si ottiene l'equazione (1.4.4) cioè coppia massima per ogni tensione o velocità.

$$\tilde{t}_{MTV} = a\tilde{i}_{q,MTV} + (1 - \frac{1}{r})\tilde{i}_{q,MTV}\tilde{i}_{d,MTV} \quad (1.4.4)$$

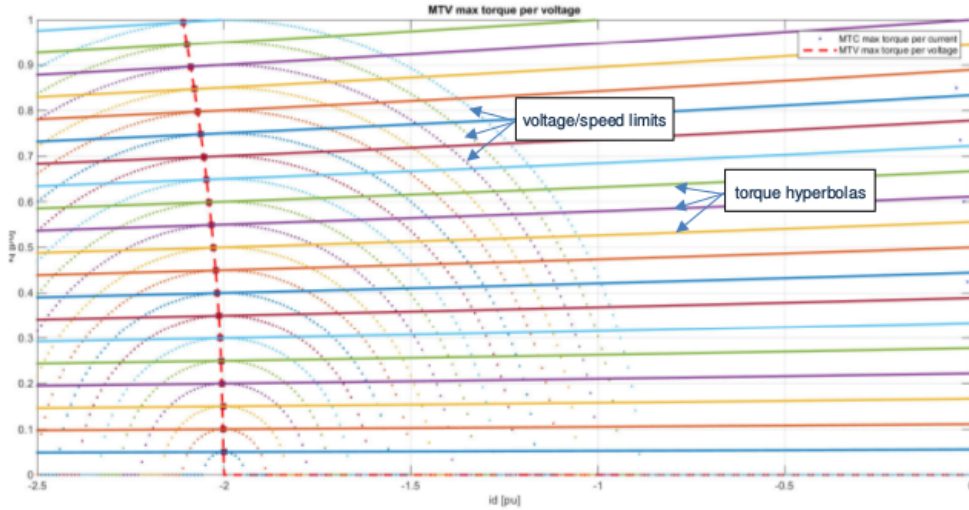


Figura 1.18: Coppie nella condizione di MTV  $a = 0.5$ ,  $r = 0.25$ ,  $I_0 = 1$

## 1.5 Punto Base

Per ogni modulo di corrente fornito  $I_o$  esiste una ellisse passante per l'intersezione tra la circonferenza e la curva MTC.

Perciò possiamo definire il punto base **B** come intersezione tra:

- circonferenza di raggio  $I_o$ , che indica il limite di corrente
- curva MTC, che indica i punti di massima coppia data una minima corrente
- ellisse corrispondente

In questo punto potrà poi passare una determinata iperbole di coppia che sarà quella massima in condizioni di MTC. Questa coppia viene nominata **coppia base**. Per trovare i punti di intersezione tra la circonferenza e l'MTC, bisogna passare al calcolo delle coordinate polari imponendo:

$$\tilde{i}_d = I_o \cos\theta \quad (1.5.1)$$

$$\tilde{i}_d = I_o \cos\theta \quad (1.5.2)$$

Sostituendo la (1.5.1), (1.5.2) nella (1.3.4) si ottiene:

$$\begin{aligned} \text{se } r > 1 &\rightarrow \cos\theta = -\frac{a + \sqrt{a^2 + 8I_0^2 r'^2}}{4I_0 r'} \\ \text{se } r < 1 &\rightarrow \cos\theta = -\frac{a - \sqrt{a^2 + 8I_0^2 r'^2}}{4I_0 r'} \end{aligned}$$

L'equazione dell'ellisse, in coordinate polari risulta essere:

$$b^2 = (1 - I_0^2 \cos^2\theta) + r^2(I_0 \cos\theta + a)^2 \quad (1.5.3)$$

Sostituendo la (1.5) o (1.5) nella (1.5.3) si ottiene l'ellisse passante per il punto base, chiamata **ellisse base**.

## 1.6 Punto di funzionamento a media velocità

Per qualsiasi valore limite di corrente  $I_0$ , partendo dalla condizione di MTC, è possibile considerare come punto di funzionamento ottimale quello di intersezione tra la circonferenza di corrente e l'ellisse di tensione/velocità. Infatti aumentando la velocità, quindi riducendo il valore del semiasse  $b$ , si andrà a

cercare punti ottimali in altre zone. Ovviamente si otterranno due soluzioni, delle quali si riterrà idonea quella con componente  $\tilde{i}_d < 0$ . Si ottiene quindi :

$$\tilde{i}_d = \frac{-r^2 a - \sqrt{-b^2 + I_0^2 + r^2 a^2 + r^2 b^2 - r^2 I_0^2}}{r^2 - 1} \quad (1.6.1)$$

$$\tilde{i}_q = \sqrt{I_0^2 - \tilde{i}_d^2} \quad (1.6.2)$$

Trasformando in coordinate polari le  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_q$  come in sezione 1.5 si ottiene in (1.6.3) il coseno dell'angolo nel punto di intersezione.

$$\cos\theta_{BC} = \frac{-r^2 a + \sqrt{-b^2 + I_0^2 - r^2 a^2 + r^2 b^2 - r^2 I_0^2}}{I_0(r^2 - 1)} \quad (1.6.3)$$

## 1.7 Inseguimento di Coppia (Torque Follower)

Le coordinate del punto di funzionamento che fornisce una determinata coppia derivano dalla intersezione tra l'iperbole di riferimento e l'ellisse, le quali equazioni vengono richiamate in seguito.

$$\begin{cases} \tilde{t} = a\tilde{i}_q + (1 - \frac{1}{r})\tilde{i}_q\tilde{i}_d \\ b^2 = \tilde{i}_q^2 + r^2(\tilde{i}_d + a)^2 \end{cases}$$

Le condizioni in cui si applicherà la Torque Follow sono interessanti nella zona compresa tra la curva MTV e la curva MTC. Infatti se la coppia richiesta è maggiore di quella teoricamente possibile, allora si lavorerà nel punto MTC che non ha problemi dal punto di vista dei limiti di tensione e corrente. La coppia massima che può essere fornita avrà una curva di iperbole passante per il punto base. Se invece la coppia richiesta è interna alla circonferenza di corrente, allora si lavorerà comunque nella zona della MTV, rispettando quindi i limiti di tensione.

Anche in questo caso la soluzione di  $\tilde{i}_d$  è data dalla risoluzione della equazione (1.7.1) di quarto grado:

$$a_4\tilde{i}_d^4 + a_3\tilde{i}_d^3 + a_2\tilde{i}_d^2 + a_1\tilde{i}_d + a_0 = 0 \quad (1.7.1)$$

dove

$$a_4 = (r - 1)^2 \quad (1.7.2)$$

$$a_3 = 2ar(r - 1) + 2a(r - 1)^2 \quad (1.7.3)$$

$$a_2 = r^2a^2 + 4a^2r(r - 1) + a^2(r - 1)^2 - b^2\frac{(r - 1)^2}{r^2} \quad (1.7.4)$$

$$a_1 = 2r^2a^3 + 2a^3r(r - 1) - 2ab^2\frac{(r - 1)}{r} \quad (1.7.5)$$

$$a_0 = r^2a^4 - b^2a^2 + t^2 \quad (1.7.6)$$

Le soluzioni della 1.7.1 derivano dalla stessa procedura di sezione 1.3

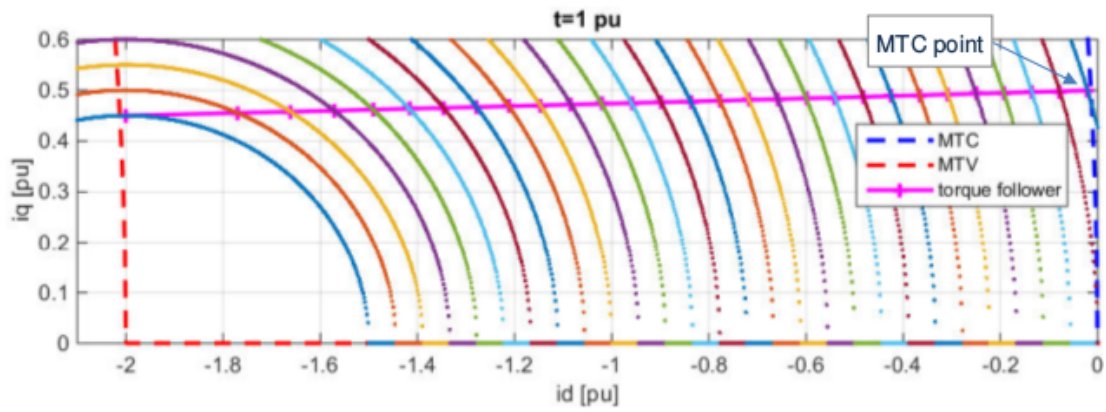


Figura 1.19: Coppie nella condizione di Torque Follow  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ ,  $t = 1$

## 1.8 Soluzione dell'equazione quartica

Per lo studio della MTC e della Torque Following ci si è imbattuti in equazioni di quarto. Infatti sia l'eq. 1.3.5 che la 1.7.1 si possono ricondurre alla eq. 1.8.1

$$a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0 \quad (1.8.1)$$

e per la soluzione vengono introdotti alcuni coefficienti:

$$p = \frac{8a_4a_2 - 3a_3^2}{8a_4^2} \quad (1.8.2)$$

$$q = \frac{a_3^3 - 4a_4a_3a_2 + 8a_4^2a_1}{8a_4^3} \quad (1.8.3)$$

$$\Delta_0 = a_2^2 - 3a_3a_1 + 12a_4a_0 \quad (1.8.4)$$

$$\Delta_1 = 2a_2^3 - 9a_3a_2a_1 + 27a_3^2a_0 + 27a_4a_1^2 - 72a_4a_2a_0 \quad (1.8.5)$$

Da questi si definiscono:

$$\Delta = \frac{4\Delta_0^3 - \Delta_1^2}{27} \quad (1.8.6)$$

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}} \quad (1.8.7)$$

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{2}{3}p + \frac{1}{3a_4} \left(Q + \frac{\Delta_0}{Q}\right)} \quad (1.8.8)$$

e si trovano infine le soluzioni in 1.8.9,1.8.10,1.8.11,1.8.12:

$$x_1 = -\frac{a_3}{4a_4} - S + \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}} \quad (1.8.9)$$

$$x_2 = -\frac{a_3}{4a_4} - S - \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}} \quad (1.8.10)$$

$$x_3 = -\frac{a_3}{4a_4} + S + \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}} \quad (1.8.11)$$

$$x_4 = -\frac{a_3}{4a_4} + S - \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}} \quad (1.8.12)$$

Per la soluzione della equazione di quarto grado nella variabile  $i_{d-MTC}$  si avranno i seguenti coefficienti:

$$a_4 = r'^3 \quad (1.8.13)$$

$$a_3 = 3ar'^2 \quad (1.8.14)$$

$$a_2 = 3a^2r' \quad (1.8.15)$$

$$a_1 = a^3 \quad (1.8.16)$$

$$a_0 = -tr' \quad (1.8.17)$$

e le soluzioni sono riportate in seguito:

$$\begin{cases} se\ r > 1 \rightarrow \tilde{i}_{d-MTC} = x_3 \\ se\ r < 1 \rightarrow \tilde{i}_{d-MTC} = x_1 \end{cases}$$

La componente  $i_q$  sarà quindi:

$$\tilde{i}_{q-MTC} = \sqrt{\tilde{i}_{d-MTC}^2 + \frac{a}{r'} \tilde{i}_{d-MTC}} \quad (1.8.18)$$

Nel caso di Torque Following invece si avrà:

$$a_4 = (r - 1)^2 \quad (1.8.19)$$

$$a_3 = 2ar(r - 1) + 2a(r - 1)^2 \quad (1.8.20)$$

$$a_2 = r^2a^2 + 4a^2r(r - 1) + a^2(r - 1)^2 - b^2 \frac{(r - 1)^2}{r^2} \quad (1.8.21)$$

$$a_1 = 2r^2a^3 + 2a^3r(r - 1) - 2ab^2 \frac{(r - 1)}{r} \quad (1.8.22)$$

$$a_0 = r^2a^4 - b^2a^2 + t^2 \quad (1.8.23)$$

Anche in questo caso le soluzioni saranno:

$$\begin{cases} se\ r > 1 \rightarrow \tilde{i}_{d-t-follower} = x_3 \\ se\ r < 1 \rightarrow \tilde{i}_{d-t-follower} = x_1 \end{cases}$$

La componente  $i_q$  sarà quindi:

$$\tilde{i}_{q-t-follower} = \frac{\tilde{t}}{a + (1 - \frac{1}{r})\tilde{i}_{d-t-follower}} \quad (1.8.24)$$

Il problema di questo tipo di risoluzione della eq.1.8.1 è che se  $\Delta$  ricavato dalla 1.8.6 è negativo allora sono presenti anche soluzioni di tipo complesso, le quali portano a imprecisioni ed errori.

Perciò in seguito viene sinteticamente analizzato un metodo alternativo che verrà poi implementato su Matlab.

**Metodo Cardano-Ferrari** Se si considerano le equazioni quartiche come non lineari, ci sono molti metodi che permettono di trovare una approssimazione numerica per gli zeri di una funzione a una sola variabile. Il problema riscontrato nella soluzione precedente era la presenza di soluzioni immaginarie, le quali possono essere evitate attraverso alcuni metodi numerici come quello di Cardano-Ferrari. Per utilizzare il metodo Cardano-Ferrari nella soluzione della equazione quartica, è necessario prima introdurre quella di terzo grado, riportata in (1.8.25).

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (1.8.25)$$

Effettuando la sostituzione  $x = y - \frac{a}{3}$   
si ottiene

$$y^3 + py + q = 0 \quad (1.8.26)$$

dove

$$\begin{cases} p = b - \frac{a^2}{3} \\ q = c - \frac{ab}{3} - \frac{2a^3}{27} \end{cases}$$

Considerando la soluzione come somma di due termini, cioè  $y = u + v$   
e effettuando la sostituzione in (1.8.26) allora:

$$(u + v)^3 + p(u + v) + q = 0 \quad (1.8.27)$$

dalla quale, effettuando i conti e ponendo nulli i membri che la compongono  
si ottiene:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ u^3 v^3 = -\frac{p}{27} \end{cases}$$

Ora sapendo somma e prodotto dei termini  $u^3$  e  $v^3$ , significa che questi  
termini sono soluzioni di una equazione di secondo grado con appropriati  
coefficienti riportata in eq. (1.8.28)

$$z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0 \quad (1.8.28)$$

che ha soluzioni:

$$\begin{cases} u^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \\ v^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \end{cases}$$

Estraendo il cubo e ricordando che  $y = u + v$  si ottiene:

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (1.8.29)$$



e per ottenere le soluzioni in  $x$  effettuiamo una trasformazione lineare, come riportato in 1.8.30

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} - \frac{a}{3} \quad (1.8.30)$$

Questa formula restituisce nove soluzioni di  $x$ , e solo quelle che soddisfano la condizione  $uv = -\frac{p}{3}$  saranno selezionate. I valori corretti di  $u$  e  $v$  saranno dipendenti dal segno del discriminante della eq.1.8.28.

Ora si può considerare l'equazione di quarto grado espressa in 1.8.31

$$a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0 \quad (1.8.31)$$

dove dividendo per  $a_0$  e facendo alcuni passaggi si ottiene:

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x\right)^2 = \left(\frac{a^2}{4} - b\right)x^2 - cx - d \quad (1.8.32)$$

Nella (1.8.32) è da stabilire se il polinomio a secondo membro sia un quadrato perfetto. In caso positivo, il problema di risolvere l'equazione di quarto grado si riduce alla soluzione di secondo grado del tipo in (1.8.33)

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x\right)^2 = (px + q)^2 \quad (1.8.33)$$

Allora si troverà

$$\begin{cases} x^2 + \frac{a}{2}x = px + q \\ x^2 + \frac{a}{2}x = -(px + q) \end{cases}$$

Nel caso invece il secondo membro della (1.8.32) fosse imperfetto, è necessario introdurre una variabile  $y$  che lo trasformi in perfetto. Si ottiene quindi:

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{4} - b + y\right)x^2 - \left(c - \frac{1}{2}ay\right)x + \frac{1}{4}y^2 \quad (1.8.34)$$

e per avere un quadrato perfetto è necessario l'annullamento del determinante in  $x$ . Dopo alcuni passaggi si ottiene l'equazione cubica in 1.8.35:

$$y^3 - by^2 + (ac - 4d)y + 4bd - a^2d - c^2 = 0 \quad (1.8.35)$$

Prendendo una sua soluzione (ad esempio  $y_1$ ) e sostituendola nella 1.8.34 si ottiene:

$$\left(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2}\right)^2 = (ex + f)^2 \quad (1.8.36)$$

dove  $e$  e  $f$  dipendono dalla soluzione della eq. cubica. In particolare si avrà:

$$\begin{cases} e = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b + y_1} \\ f = -e \frac{(c - \frac{1}{2}ay_1)}{2(\frac{a^2}{4} - b + y_1)} \end{cases}$$

Le quattro soluzioni sono ottenute risolvendo il sistema di secondo grado:

$$\begin{cases} x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y}{2} = ex + f \\ x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y}{2} = -(ex + f) \end{cases}$$

e sono le stesse della eq.1.8.9, eq.1.8.10, eq.1.8.11, eq.1.8.12.

Queste soluzioni potranno essere:

- quattro soluzioni reali se c'è intersezione
- due soluzioni reali e due soluzioni complesse se c'è intersezione
- quattro soluzioni complesse se non c'è soluzione

Sarà uno degli obiettivi di questo trattato delineare il comportamento del modello di Simulink nel caso ci sia soluzione oppure no.

# Capitolo 2

## Logica per lo studio del punto operativo

### 2.1 Logica di scelta del punto di funzionamento

L'obiettivo di questa tesi è quello di creare un modello in Simulink che caratterizzi e interpreti il comportamento di macchina così da poter scegliere il punto di funzionamento ottimale. Per fare questo è necessario inserire dei blocchi, ognuno dei quali è caratterizzato da:

- variabili di ingresso
- parametri di ingresso
- parametri interni al blocco
- funzioni interne al blocco
- variabili di uscita

Le variabili di uscita si ottengono mediante alcune operazioni che proprio il blocco di Simulink svolge al suo interno. Un passaggio molto importante sarà quello di interpretare alcune soluzioni, cioè alcune variabili di uscita, che potrebbero non essere idonee per l'effettivo controllo di macchina. Per lo studio della posizione del punto di funzionamento, si può costruire uno schema intuitivo, riportato in fig. 2.1 e 2.2 e attraverso il quale si potrà poi utilizzare la logica di selezione per lo sviluppo in Simulink di Matlab. Nella fig.2.1 la soluzione riporta la corrente di uscita effettiva, alla quale sarà abbinata comunque una determinata coppia. Invece nella fig.2.2 si calcola la coppia massima derivante semplicemente dalla reciproca posizione tra curva di corrente e curva di tensione. Il concetto è che se la curva limite di corrente

è interna alla curva limite di tensione allora sarà la corrente a fornire la condizione più severa per il funzionamento e viceversa.

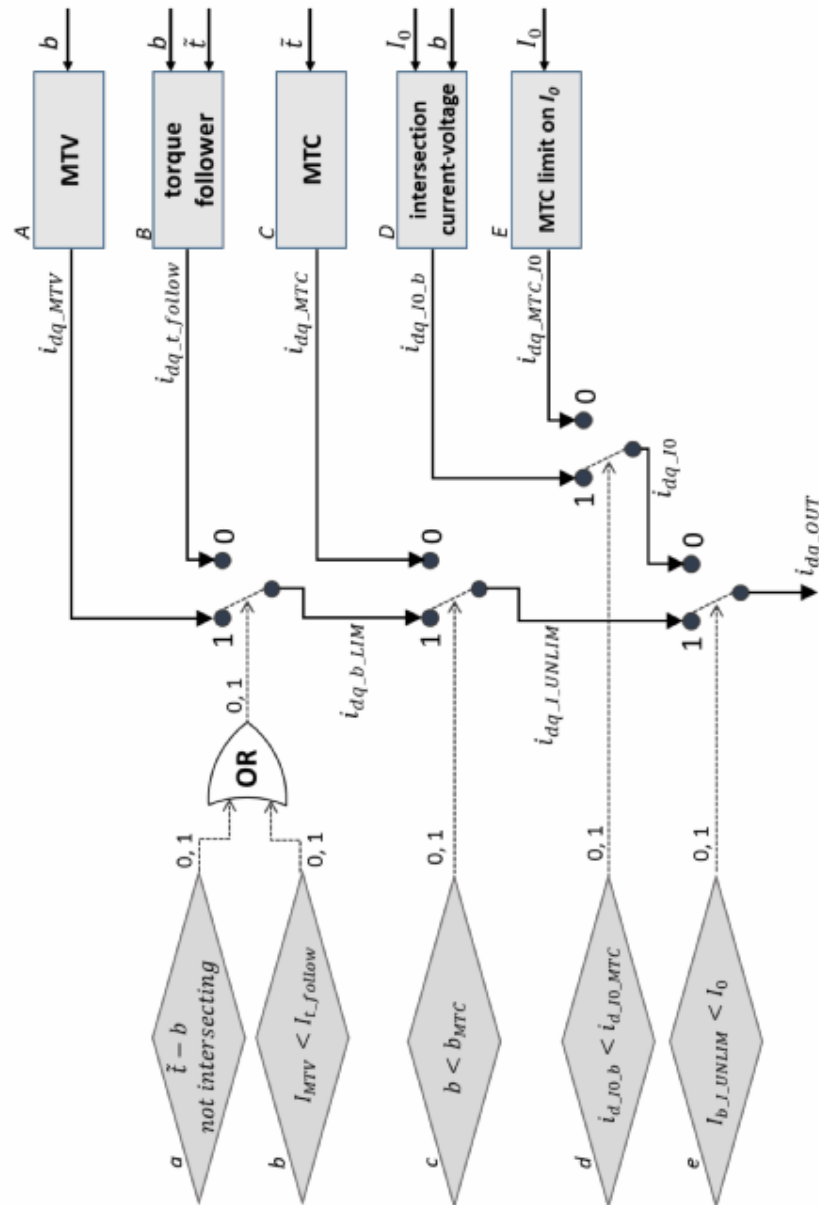


Figura 2.1: Schema di selezione del punto di funzionamento nel piano  $\tilde{i}_d - \tilde{i}_q$

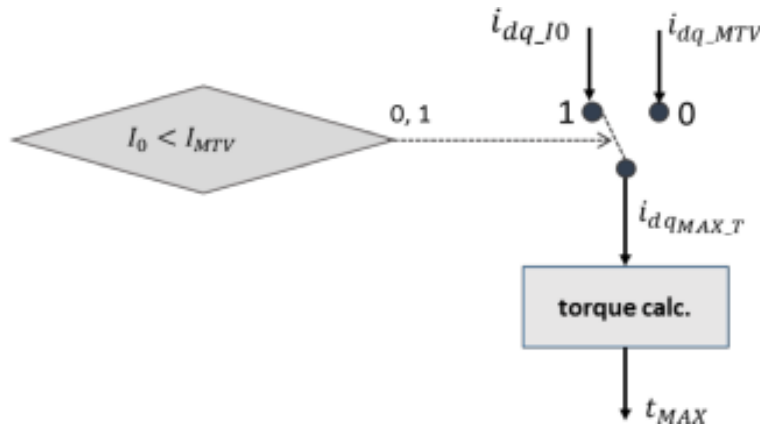


Figura 2.2: Schema di selezione del punto di funzionamento nel piano  $\tilde{i}_d - \tilde{i}_q$

Come si può notare, la descrizione dello schema di selezione passa attraverso una logica binaria che, in funzione di alcune condizioni di selezione, permette di interpretare e confrontare i valori di corrente e di coppia.

## 2.2 Interpretazione logica di funzionamento

Prima di iniziare la descrizione dei passaggi logici, occorre precisare che la variabile di uscita che interessa è sicuramente la corrente, perchè poi da essa attraverso la relazione in eq.1.1.24 si riesce a ricavare la coppia. Ecco in seguito i vari step logici:

**blocco A:** viene studiato l'MTV o Maximum Torque Voltage, ovvero la massima coppia ottenibile dall'azionamento in condizioni di tensione massima sopportabile sul Bus DC. Dato il coefficiente di velocità  $b$  di riferimento, attraverso le equazioni della sezione 1.4 si ricavano i valori di  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_q$  corrispondenti alla massima coppia disponibile, trovando il punto di tangenza tra ellisse e iperbole. Viene quindi calcolata la  $i_{dq-MTV}$ .

Come rappresentato in fig.2.1, se si considerano gli uni come positivi e gli zeri come negativi, si ottiene che nel **blocco a-b**, essendo l'uscita OR = 1 in tutti i casi tranne per i valori 0,0 degli ingressi, è valido il punto MTV e la corrente  $i_{dq-MTV}$  diventa un limite stringente quando fosse valida una qualsiasi delle condizioni seguenti:

- blocco *a*: non c'è intersezione tra coppia e ellisse
- blocco *b*:  $I_{MTV} < I_{t-follow}$  ovvero la coppia richiesta dall'utenza corrisponde ad un modulo di  $I$  esterno alla ellisse

Quindi la massima coppia disponibile in condizioni MTV sarà l'iperbole tangente all'ellisse limite fornita.

Infatti

Si trova così il punto indicato con  $i_{dq-b-LIM}$ . Se entrambi gli ingressi fossero 0 allora significa che potrei seguire il punto per l'inseguimento di coppia.

Il valore di  $i_{dq-MTV}$  verrà poi confrontato con il valore derivante dal blocco B.

**blocco B:** data la coppia di riferimento  $\tilde{t}$  da seguire e anche il limite di tensione  $b$  dell'applicazione, in riferimento alla sezione 1.7, vengono calcolati i valori di corrente  $i_{dq-t-follow}$ . Il punto operativo di Torque Follower ha però un range limitato di validità:

- l'inseguimento di coppia è limitato dal limite di corrente dato dal modulo  $I_0$
- se  $b < b_{MTC}$  allora verranno utilizzate le coordinate del punto MTV
- se  $b > b_{MTC}$  allora verranno utilizzate le coordinate del punto MTC

**blocco C:** viene fornita la curva di coppia  $\tilde{t}$  e si calcolano le coordinate  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_q$  della corrente nel punto di intersezione tra la curva MTC e coppia di riferimento, ovvero della  $i_{dq-MTC}$ . Questo era stato trattato nella sezione 1.3. Perciò in questo blocco si otterrà la coppia richiesta con il valore minimo di corrente di statore. Dalla logica binaria che interessa il blocco C e dalla condizione  $b < b_{MTC}$  si ricaverà quindi il valore di  $i_{dq-I-UNLIM}$ . Infatti se  $b < b_{MTC}$  non si hanno limitazioni di corrente e si avrà una ellisse minore della ellisse base facendo corrispondere ad ogni punto di funzionamento una  $I < I_0$ . Se invece  $b > b_{MTC}$  allora bisogna ritenere valido come punto di funzionamento il punto MTC.

**blocco D:** dati  $I_0$  e  $b$  si ottengono i valori delle coordinate di corrente  $i_{dq-I_0-b}$ , come descritto in sezione 1.6, dati dalla intersezione tra la ellisse e la circonferenza di riferimento.

**blocco E:** data  $I_0$  si ricavano le componenti  $i_d$  e  $i_q$  nel punto MTC, come sono state ricavate nella sezione 1.5, considerando quindi l'intersezione tra circonferenza con  $I_0$  e la curva MTC.

Viene quindi ricavata la corrente  $i_{dq-MTC-I_0}$ . In questo blocco perciò si ottiene il valore di coppia massima ottenibile con il valore massimo disponibile di corrente di statore.

**blocco d:** considerando

- $i_{d-I_0-b}$ : corrente rispettiva nel punto di intersezione tra ellisse di semi-asse  $b$  e circonferenza di raggio  $I_0$

- $i_{d-I_0-MTC}$ : corrente rispettiva nel punto di intersezione tra curva MTC e circonferenza base

allora se  $i_{d-I_0-b} < i_{d-I_0-MTC}$  si ha che l'ellisse considerata è interna alla ellisse base, quindi pone un limite stringente per la condizione di funzionamento. Quindi bisognerà considerare il punto ottimale di intersezione tra circonferenza ed ellisse, come illustrato nella sezione 1.6.

Nel caso non fosse rispettata la condizione sopra, sarà preso in considerazione il punto di intersezione tra la circonferenza e la curva MTC. Se la corrente corrispondente al punto di intersezione tra ellisse di semiasse b e circonferenza ha modulo  $< I_0$  allora si è in condizioni idonee, altrimenti bisognerà considerare un diverso punto operativo. Questo punto sarà il risultante dal blocco d al quale corrisponderà una corrente  $i_{dq-I_0}$

**blocco e:** in questo blocco invece viene paragonato il modulo della corrente  $i_{dq-I-UNLIM}$  nominato  $I_{b-I-UNLIM}$  con il modulo della corrente nominale  $I_0$ .

Infatti da questo paragone si avranno due possibili esiti:

- se  $I_{b-I-UNLIM} < I_0$  allora  $i_{dq-OUT} = i_{dq-I-UNLIM}$
- se  $I_{b-I-UNLIM} > I_0$  allora  $i_{dq-OUT} = i_{dq-I_0}$

Per avere la coppia massima disponibile bisogna tener conto della fig.2.2 dove si ottiene la  $i_{dq-MAX-T}$ , ovvero la corrente massima disponibile tenendo conto dei limiti di corrente e tensione. Infatti si avranno le seguenti condizioni:

- se  $I_0 < I_{MTV}$  allora  $i_{dq-MAX-T} = i_{dq-I_0}$
- se invece  $I_0 > I_{MTV}$  allora  $i_{dq-MAX-T} = i_{dq-MTV}$

Perciò possiamo dedurre che lo schema logico risponde a due domande:

- il punto di funzionamento ottimale genera la coppia richiesta con il valore minimo di ampiezza della corrente di statore
- il punto di funzionamento genera la massima coppia possibile, considerando i valori limite di tensione e corrente

## 2.3 Schema Simulink e descrizione blocchi

In figura 2.3 viene rappresentato lo schema generale del controllo del punto di funzionamento di motore attraverso Simulink di Matlab.

Le variabili di ingresso sono:

- la coppia espressa in Nm
- la velocità espressa in giri/minuto
- la tensione sul bus DC espressa in Volt
- la corrente limite espressa in Ampere

Questi ingressi vengono comunque registrati nella memoria di Matlab attraverso il blocco To Workspace, così da poter effettuare operazioni e grafici successivamente. Queste variabili entrano poi nel blocco real->pu, rappresentato in fig.2.4 dove vengono convertiti i valori da reale a per unità. Il metodo per unità è molto comodo per poter confrontare diverse tipologie di macchina. E' utilizzato in generale in diversi ambiti, ma nel caso di nostro interesse viene utilizzato con lo scopo di poter trarre conclusioni riguardo a diverse configurazioni di macchine elettriche rotanti, come previsto dalla Teoria Unificata. L'equazione di coppia in p.u. deriva dalla eq.1.1.24. Il coefficiente b, rappresentativo della ellisse di tensione e dipendente appunto da tensione e velocità, deriva dalla eq.1.2.17. Infine il valore della corrente in p.u. deriva dal quoziente tra la corrente limite e la corrente nominale.

In fig. 2.5 viene rappresentato il blocco Control che è quello di maggiore interesse per la trattazione. Ciò che si nota è che le variabili di ingresso sono quindi:

- $t$ : coppia di riferimento  $t$
- $b$ : coefficiente di tensione  $b$
- $I_0$ : corrente di riferimento

mentre le variabili di uscita sono:

- $t_{out}$ : coppia effettivamente fornita dall'azionamento
- $t_{MAX}$ : coppia massima disponibile
- $I_{lim}$ : corrente limite
- $i_{OUT}$ : corrente effettiva circolante nello statore

Dentro al blocco Control si ha lo schema Simulink di fig. 2.5, che rispecchia completamente anche dal punto di vista grafico lo schema di fig. 2.1.



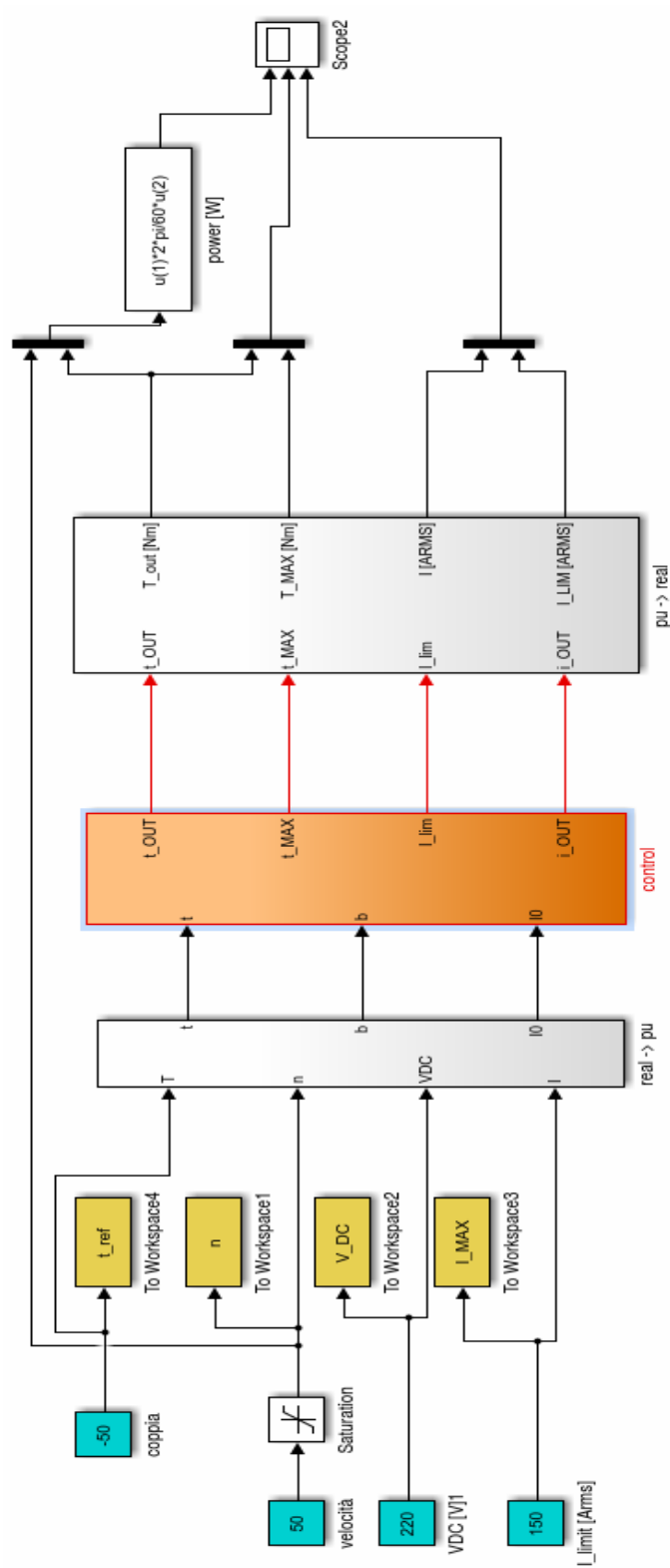


Figura 2.3: Schema generale del funzionamento di un motore con Simulink

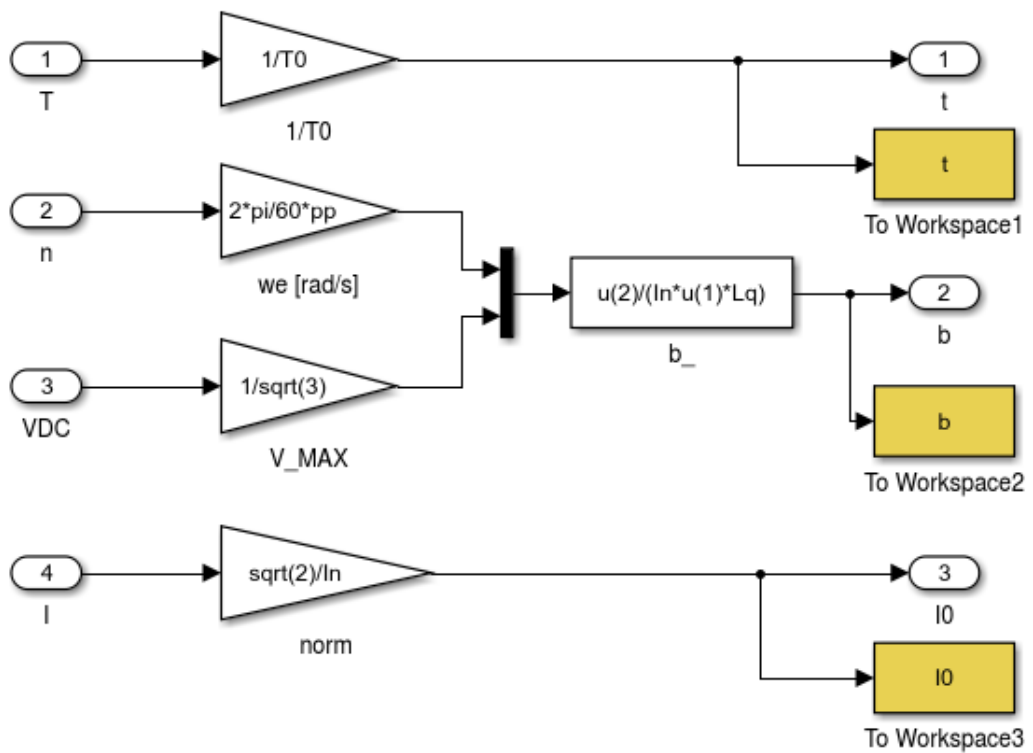


Figura 2.4: Blocco real->pu

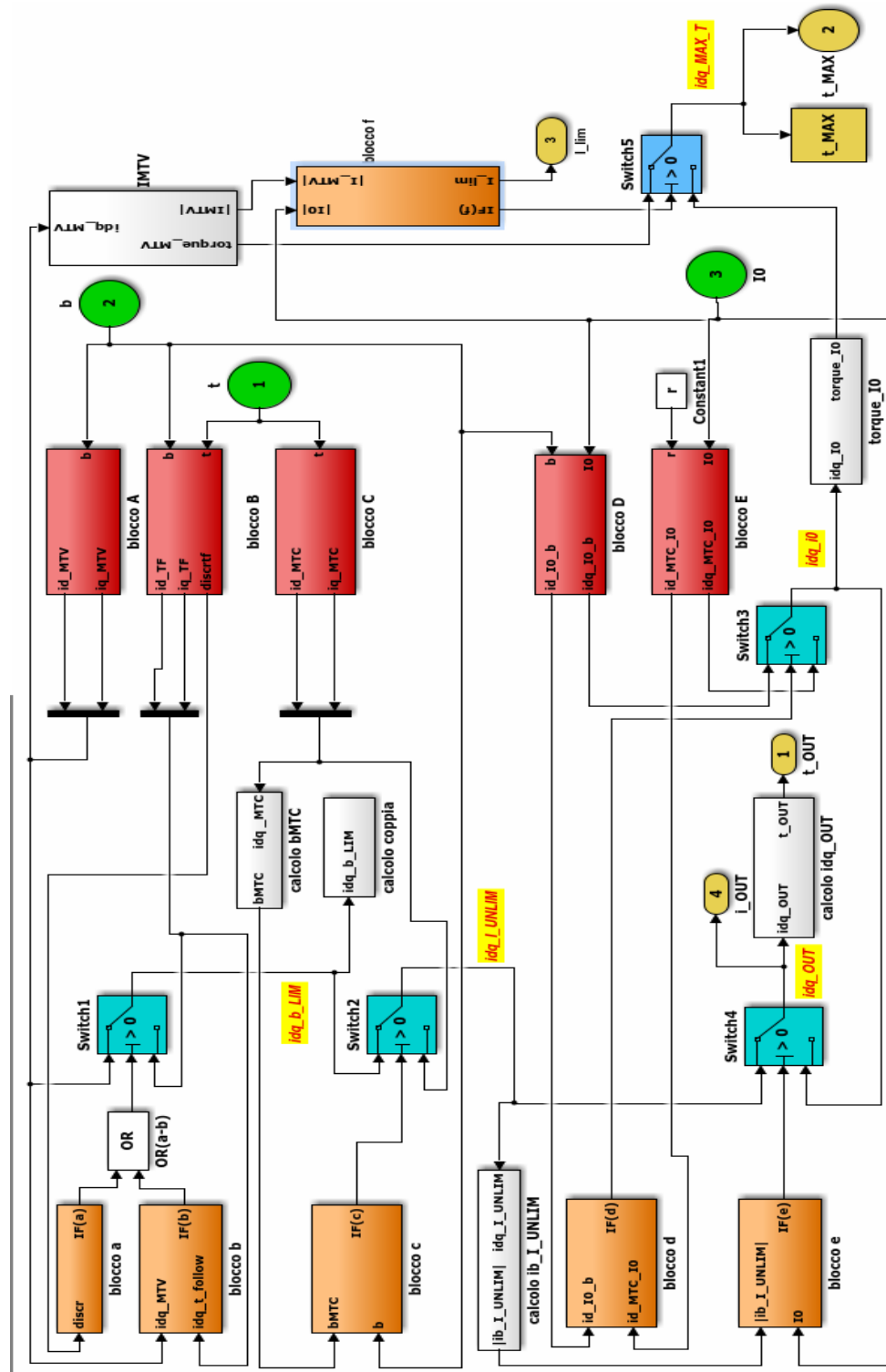


Figura 2.5: Schema di controllo tradizionale di un motore tramite Simulink

### 2.3.1 Descrizione blocco Control

In fig.2.6 viene rappresentato il blocco **A** che descrive il funzionamento in condizioni MTV, ovvero Max Torque Voltage,

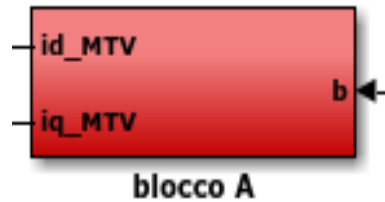


Figura 2.6: Blocco MTV Simulink

Al suo interno si ha lo schema in fig.2.7 dove vengono ricavate le  $i_{d-MTV}$  dalla 1.4.2e la  $i_{q-MTV}$  dalla eq.1.4.3. I valori ricavati vengono poi inviati al Worspace di Matlab per il post-processing.

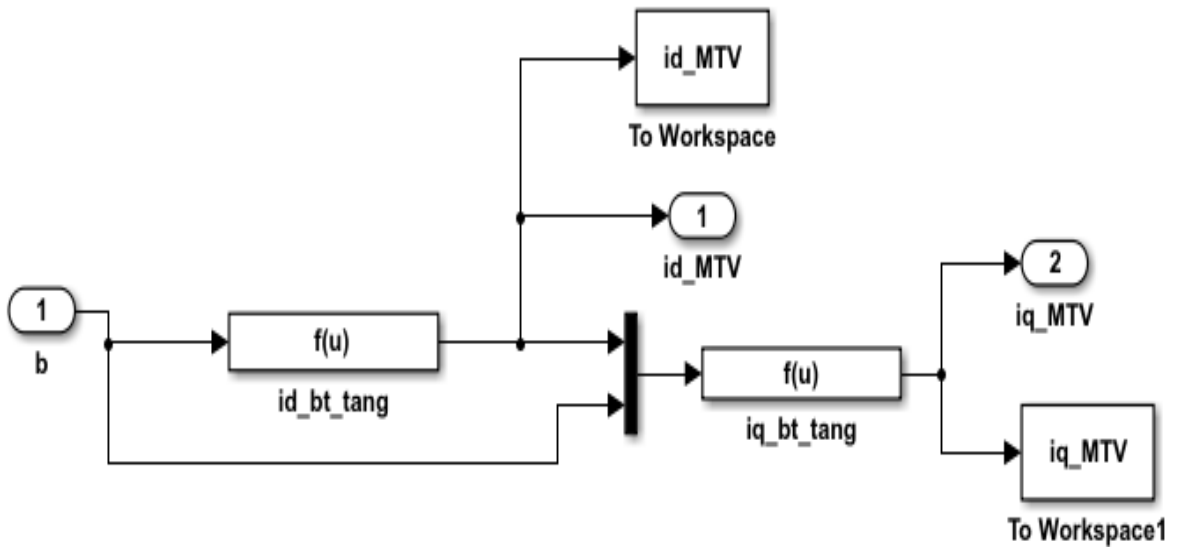


Figura 2.7: Blocco MTV Simulink

Ecco di seguito uno schema delle variabili e dei parametri di ingresso e di uscita:

Tabella 2.1: Variabili/parametri blocco A

In-Out	Tipo	U.d.m.	Range	Descrizione
b	variabile	reale	$b > 0$	Coefficiente funzione della velocità e della tensione
r	variabile	$\geq 0$	$0 < r < 15$	Coefficiente di anisotropia
a	variabile	$\geq 0$	$0 < a < 2.5$	Ascissa del centro della ellisse di tensione
$i_{d-MTV}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ascisse della $i_{dq-MTV}$
$i_{q-MTV}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ordinate della $i_{dq-MTV}$

In fig.2.8 viene rappresentato il blocco **B** che descrive il funzionamento in condizioni Torque Following.

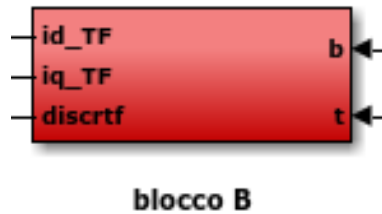


Figura 2.8: Blocco Torque Follow in Simulink

Al suo interno si ha lo schema in fig.2.9 dove vengono ricavate la  $i_{d-TF}$  e la  $i_{q-TF}$  dalla risoluzione della quartica 1.7.1.

In questo caso si è utilizzata un blocco di Matlab chiamato Function che permette di ricavare determinate variabili di uscita immettendo ingressi e parametri in uno script che verrà poi lanciato con la simulazione in Simulink.

Ecco di seguito uno schema delle variabili e dei parametri di ingresso e di uscita:

Tabella 2.2: Variabili/parametri blocco B

In-Out	Tipo	U.d.m.	Range	Descrizione
b	variabile	reale	$b > 0$	Coefficiente funzione della velocità e della tensione
r	variabile	$\geq 0$	$0 < r < 15$	Coefficiente di anisotropia
a	variabile	$\geq 0$	$0 < a < 2.5$	Ascissa del centro della ellisse di tensione
t	variabile	p.u.	$> 0$	Curva di coppia di riferimento
discrtf	parametro	binario	(0,1)	Assume 1 se c'è soluzione
$i_{d-TF}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ascisse della $i_{dq-TF}$
$i_{q-TF}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ordinate della $i_{dq-TF}$

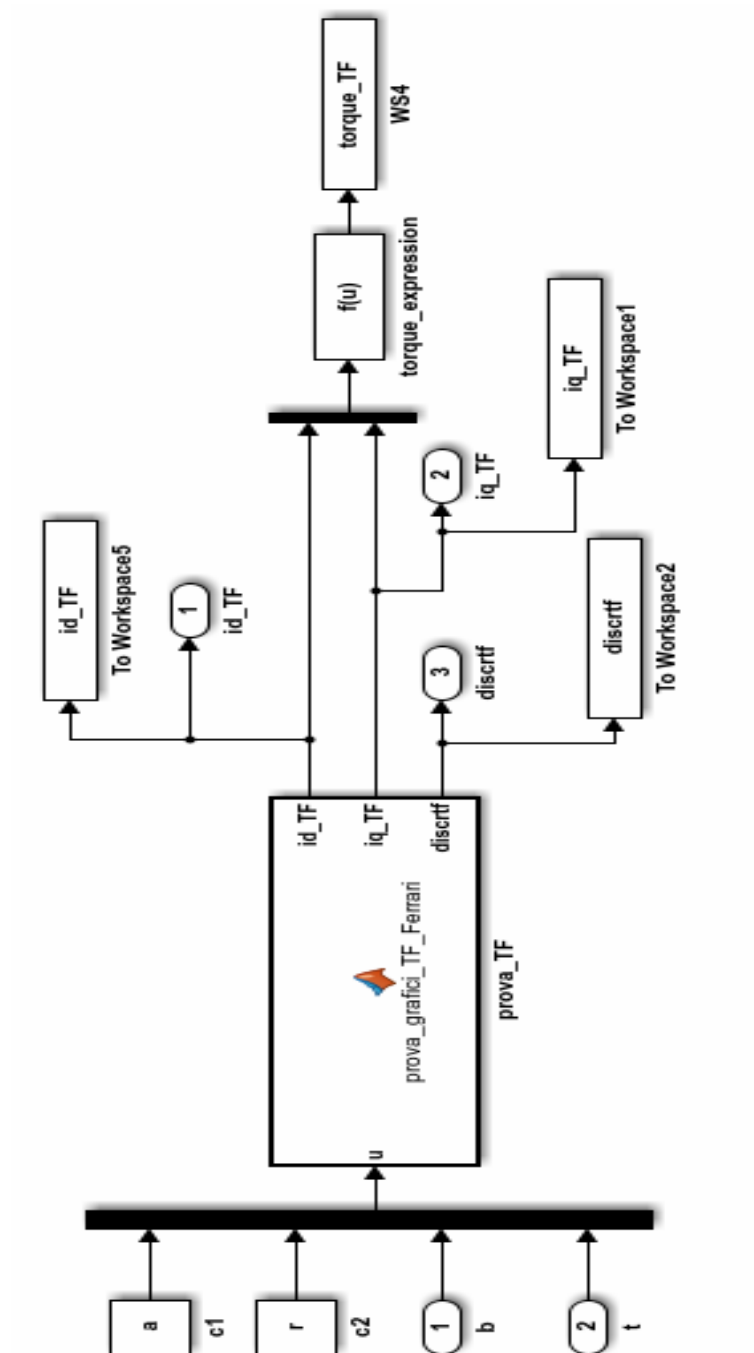


Figura 2.9: Blocco Torque Follow in Simulink

Viene riportato di seguito in fig. 2.10 lo script in Matlab della funzione che è stata utilizzata per calcolare le soluzioni della condizione di Torque Follow.

In questo script si è prestata attenzione al fatto che il DeltaR, ovvero il discriminante ricavato dalla relazione 1.8.6 risulta negativo se non c'è soluzione e risulta positivo se invece esiste soluzione. Perciò per alleggerire il carico dal punto di vista computazionale, si è deciso di porre immediatamente = 0 i risultati di  $i_{d-TF}$  e  $i_{q-TF}$  nel caso il DeltaR fosse negativo. Nel capitolo successivo verrà lanciato questo script e verrà evidenziato il comportamento di questa decisione. Da notare che viene creato un parametro *discr* sia per l'MTC che per la Torque Follow che assumerà tali valori:

- $discr = 1$  se esiste soluzione, ovvero se  $DeltaR > 0$
- $discr = 0$  se non esiste soluzione

Il numero binario *discr* sarà quello che in base alle soluzioni nella condizione di Torque Follow varierà il valore dello switch 1, come rappresentato in fig.2.5, per determinare la corrente  $i_{dq-b-LIM}$ .

Passando alla descrizione del blocco **a** rappresentato in fig.2.11 che al suo interno contiene lo schema in fig.2.12

si delinea la condizione di intersezione tra la iperbole di coppia e la ellisse di tensione. Perciò si ottiene che:

- se  $discr = 0$  allora il blocco  $\leq$  lascia passare il segnale 0
- se  $discr = 1$  allora il blocco  $\leq$  lascia passare il segnale 1

e IF(a) assumerà proprio valore 0 o 1. Nel blocco **b**, rappresentato in fig.2.13

e in fig.2.14

invece viene confrontato il valore in modulo tra la corrente derivante dal blocco MTV e quella derivante dal blocco Torque Follow. Perciò vale:

- se  $|I_{MTV}| > |I_{dq-t-follow}|$  allora il blocco  $\leq$  lascia passare il segnale 1
- se  $|I_{MTV}| < |I_{dq-t-follow}|$  allora il blocco  $\leq$  lascia passare il segnale 0

e IF(b) è proprio il segnale ricercato, quindi al blocco OR si avranno in ingresso due numeri di tipo booleano.

Si riporta in fig.2.15 lo schema logico dell'OR il quale riuscirà a stabilire se c'è intersezione tra la curva di coppia di riferimento richiesta e la ellisse di tensione. Come già descritto precedentemente, se la iperbole è esterna alla ellisse, allora la condizione più stringente è data dalla tensione e quindi in

```

a=1; r=1.5;t=1;b=3;r1=1-1/r;
for i=1:length(b)
    A(i)=(2*a*r*(r-1)+2*a*(r-1)^2)/((r-1)^2);
    B(i)=(r^2*a^2+4*a^2*r*(r-1)+a^2*(r-1)^2-b(i).^2*(r-1)^2/r^2)/((r-1)^2);
    C(i)=(2*a^3*r^2+2*a^3*r*(r-1)-2*a*b(i).^2*(r-1)/r)/((r-1)^2);
    D(i)=(r^2*a^4-b(i).^2*a^2+t^2)/((r-1)^2);
    Pr(i)=A(i)*C(i)-4*D(i)-(B(i))^2/3;
    Qr(i)=4*B(i)*D(i)-A(i)^2.*D(i)-C(i)^2+(B(i))*(A(i)*C(i)-4*D(i))/3+2*(-B(i))^3/27;
    DeltaR(i)=Qr(i)^2./(4)+Pr(i)^3/27
    if DeltaR(i)>=0
        Ur(i)=sign(-Qr(i)/2+(DeltaR(i))^(1/2))*(abs(-Qr(i)/2+(DeltaR(i))^(1/2)))^(1/3);
        Vr(i)=sign(-Qr(i)/2-(DeltaR(i))^(1/2))*(abs(-Qr(i)/2-(DeltaR(i))^(1/2)))^(1/3);
        S1r(i)=Ur(i)+Vr(i)+B(i)/3;
        G(i)=A(i)/2-(sqrt(A(i)^2)/(4)-B(i)+S1r(i)));
        H(i)=S1r(i)/2-(sqrt(A(i)^2)/(4)-B(i)+S1r(i))*((-C(i)+A(i)*S1r(i)/2)/(2*(A(i)^2/4-B(i)+S1r(i))));
        I(i)=A(i)/2+(sqrt(A(i)^2)/(4)-B(i)+S1r(i));
        L(i)=S1r(i)/2+(sqrt(A(i)^2)/(4)-B(i)+S1r(i))*((-C(i)+A(i)*S1r(i)/2)/(2*(A(i)^2/4-B(i)+S1r(i))));
        discr(i)=1;
        S1(i)=-G(i)/2+sqrt(G(i).^2-4.*H(i))./2; S3(i)=-I(i)/2+sqrt(I(i).^2-4.*L(i))./2;
    if r<1
        id_TF(i)=S3(i);
    else
        id_TF(i)=S1(i);
    end
    iq_TF(i)=t/(a+(1-1/r)*id_TF(i));
    else
        id_TF(i)=0; iq_TF(i)=0; discr(i)=0;
    end
end
end

```

Figura 2.10: Script per la funzione di Torque Follow





Figura 2.11: Blocco a di Simulink

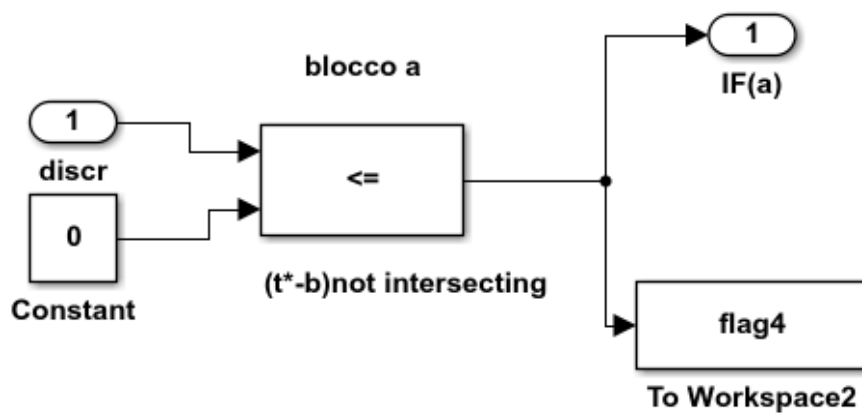


Figura 2.12: Blocco a di Simulink

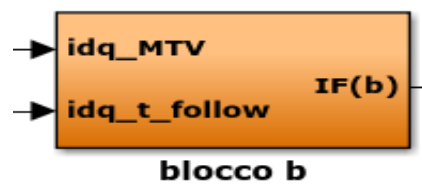


Figura 2.13: Blocco b di Simulink

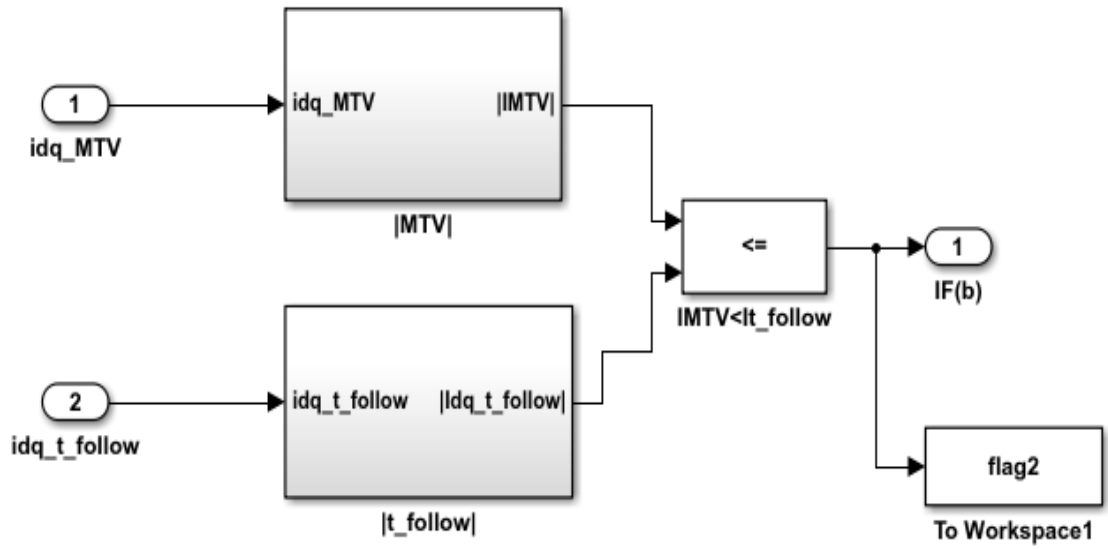


Figura 2.14: Blocco b di Simulink

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Figura 2.15: OR logico

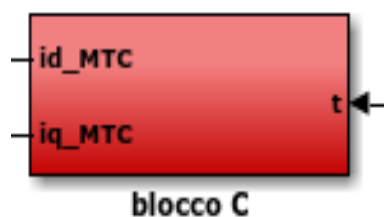


Figura 2.16: Blocco C di Simulink

uscita dallo switch 1 si avrà  $i_{dq-b-LIM} = i_{dq-MTV}$ . In caso contrario si avrà  $i_{dq-b-LIM} = i_{dq-t-follow}$ .

Il blocco **C** viene rappresentato in fig.2.17 e 2.16.

Viene riportato di seguito in fig. 2.18 lo script in Matlab della funzione che è stata utilizzata per calcolare le soluzioni della condizione di MTC.

Anche in questo script è il segno del DeltaR a determinare se la presenza di soluzioni di nostro interesse. In questo caso non si è creato un parametro discr come nel caso Torque Follow, perchè il determinante è sempre positivo e quindi esistono sempre soluzioni. Viene riportato in seguito lo schema dei parametri e variabili di questo blocco:

Tabella 2.3: Variabili/parametri blocco C

In-Out	Tipo	U.d.m.	Range	Descrizione
r	variabile	$\geq 0$	$0 < r < 15$	Coefficiente di anisotropia
a	variabile	$\geq 0$	$0 < a < 2.5$	Ascissa del centro della ellisse di tensione
t	variabile	p.u.	$> 0$	Curva di coppia di riferimento
$i_{d-MTC}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ascisse della $i_{dq-MTC}$
$i_{q-MTC}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ordinate della $i_{dq-MTC}$

In fig. 2.19 e 2.20 viene descritto il blocco **c**, mentre in fig.2.21 è rappresentato lo schema logico della porta AND. Si può quindi interpretare il blocco **c** come:

- se  $b < b_{MTC}$  allora in uscita dalla porta AND si avrà un segnale 1
- se  $b > b_{MTC}$  allora in uscita dalla porta AND si avrà un segnale 0

Il segnale in uscita  $IF(c)$  assumerà quindi valore 0 o 1 e regolerà il comportamento dello Switch 2. Quindi:

- se  $IF(c) = 1$  allora  $i_{dq-b-LIM} = i_{dq-I-UNLIM}$

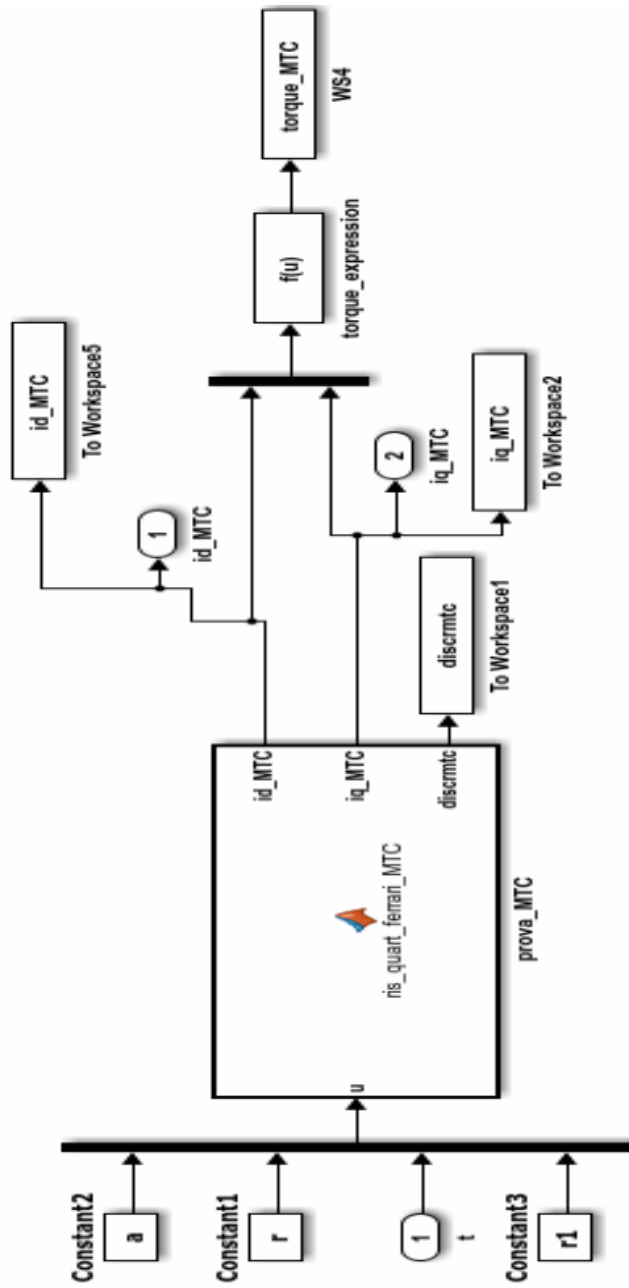


Figura 2.17: Blocco C di Simulink

```

a=2;r=0.9; t=-4:0.1:4;
r1=1-1/r;
A=(3*a*r1^2)/r1^(3);
B=(3*a^2*r1)/r1^(3);
C=(a^3)/r1^(3);
D=- (t.^2).*r1)./r1.^(3);
Pr=A*C-4.*D-(-B)^(2)/(3);
Qr=4*B.*D-A^(2).*D-C^(2)+B.*(A*C-4.*D)./(3)-2*B^(3)/(27);
DeltaR=Qr.^2./(4)+Pr.^3./(27);
if DeltaR>=0
Ur=sign(-Qr./2+(DeltaR).^(1/2)).*(abs(-Qr./2+(DeltaR).^(1/2))).^(1/3);
Vr=sign(-Qr./2-(DeltaR).^(1/2)).*(abs(-Qr./2-(DeltaR).^(1/2))).^(1/3);
Slr=Ur+Vr+B./3;
discr=1;
else
    id_MTC(i)=0;
    iq_MTC(i)=0;
    discr=0;
end
G=A./2-sqrt(A.^2/(4)-B+Slr);
H=Slr./2-sqrt(A.^2/(4)-B+Slr).*(-C+A*Slr/2)./(2.*(A^2/4-B+Slr));
I=A./2+sqrt(A.^2/(4)-B+Slr);
L=Slr./2+sqrt(A.^2/(4)-B+Slr).*(-C+A*Slr/2)./(2.*(A^2/4-B+Slr));
if a==0
    rad_quart=((t.^2*r1)/(r1^3)).^(1/4);
    if r>1.01
        id_MTC=rad_quart;
    elseif r<0.99
        id_MTC=-rad_quart;
    end
elseif (0.99<r)&&(r<1.01) % eq.3.38 pag.76
    id_MTC=0;
elseif r>1.01
    S1=-G/2+sqrt(G.^2-4.*H)./2;
    id_MTC=S1;
elseif r<0.99
    S4=-I/2-sqrt(I.^2-4.*L)./2;
    id_MTC=S4;
end
for i=1:length(id_MTC)
    if t(i)>=0
        iq_MTC(i)=[(id_MTC(i).*a+id_MTC(i).^2*r1)/r1].^(1/2)]
    else
        iq_MTC(i)=-[(id_MTC(i).*a+id_MTC(i).^2*r1)/r1].^(1/2)]
    end
end
end

```

Figura 2.18: Script per la funzione di MTC

- se  $IF(c) = 0$  allora  $i_{dq-MTC} = i_{dq-I-UNLIM}$

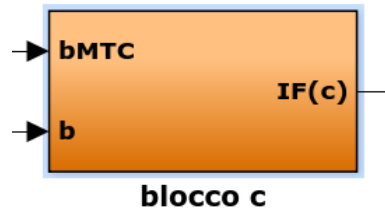


Figura 2.19: Blocco c in Simulink

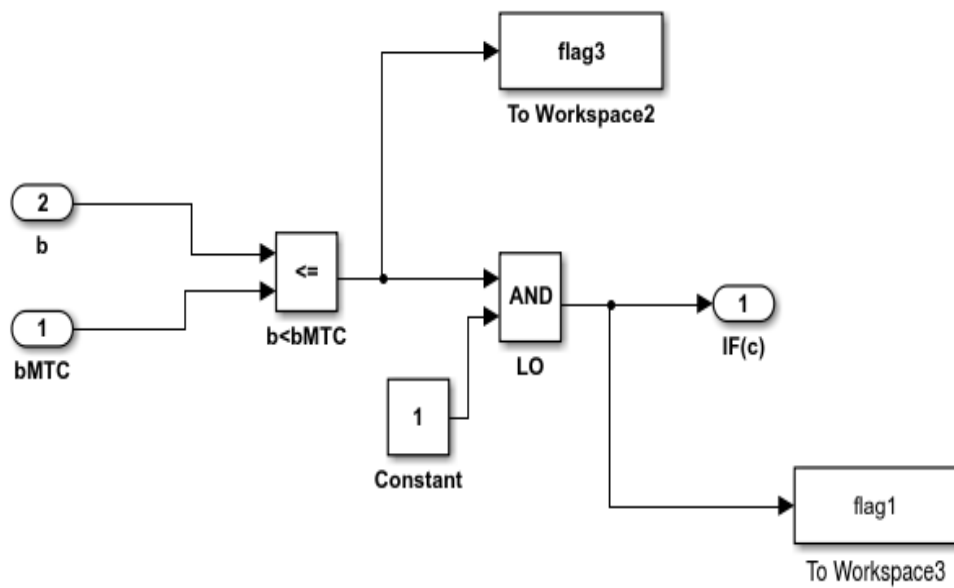


Figura 2.20: Blocco c in Simulink

In fig.2.22 e 2.23 vengono riportati gli schemi del blocco D.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A AND B</b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Figura 2.21: And Logico

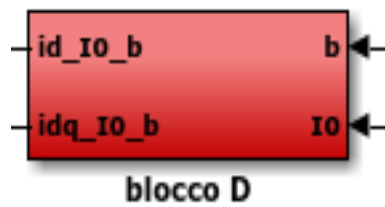


Figura 2.22: Blocco D in Simulink

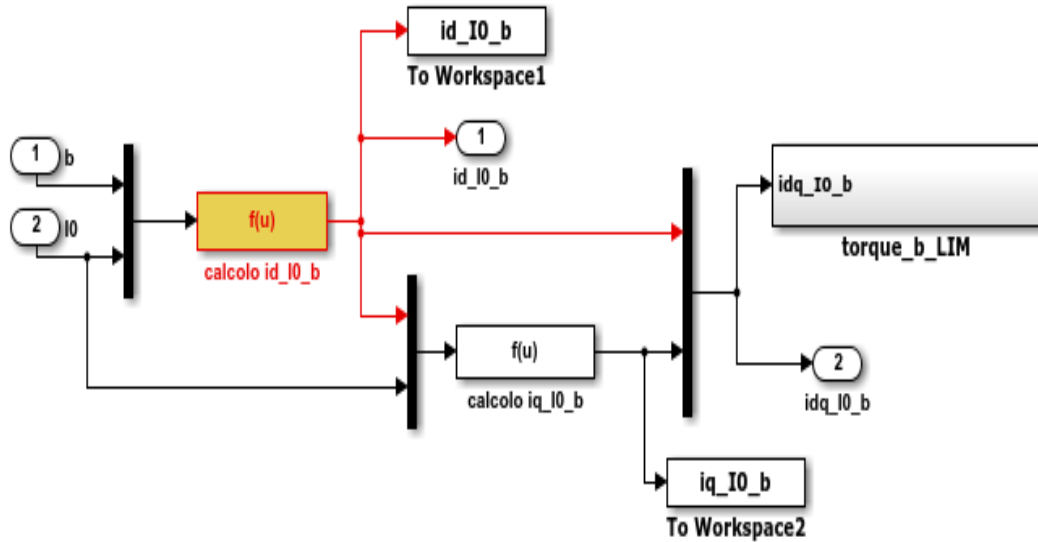


Figura 2.23: Blocco D in Simulink

In **D** viene calcolata l'intersezione tra la curva di tensione e la circonferenza di corrente, utilizzando le equazioni nella sezione 1.6.

Tabella 2.4: Variabili/parametri blocco D

In-Out	Tipo	U.d.m.	Range	Descrizione
b	variabile	reale	$b > 0$	Coefficiente funzione della $w$ e della $V$
r	variabile	$\geq 0$	$0 < r < 15$	Coefficiente di anisotropia
$I_0$	variabile	p.u.	$0 < I_0 < 2$	Corrente di statore
a	variabile	$\geq 0$	$0 < a < 2.5$	Ascissa del centro della ellisse di tensione
$i_{d-I_0-b}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ascisse della $i_{dq-I_0-b}$
$i_{q-I_0-b}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ordinate della $i_{dq-I_0-b}$

In fig.2.24 e 2.25 vengono riportati gli schemi del blocco **E**.



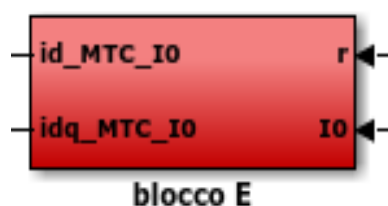


Figura 2.24: Blocco E in Simulink

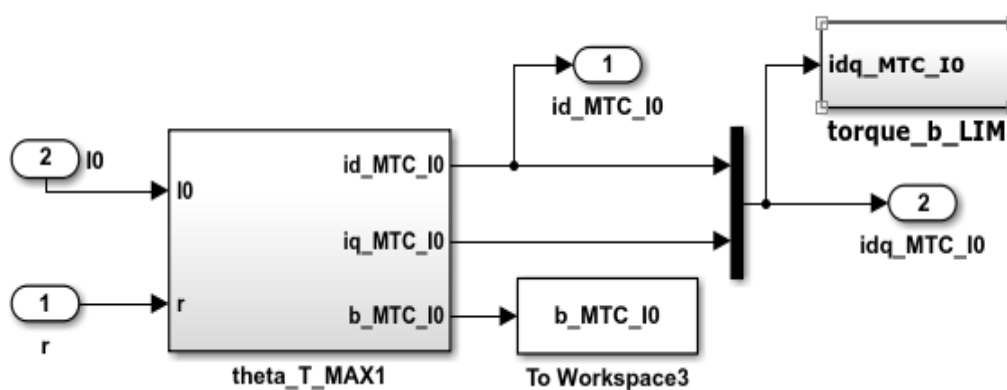


Figura 2.25: Blocco E in Simulink

In **E** viene calcolata l'intersezione tra la circonferenza di corrente e la curva di MTC, quindi si ricavano i punti di coppia con corrente massima disponibile, come riportato nella sezione 1.5. Viene anche calcolato il valore di  $b$  corrispondente al punto base, ovvero  $b_{MTC}$ , come già ricavato dalla eq.1.5.3 dopo aver sostituito  $i_{d-MTC-I0}$  e  $i_{q-MTC-I0}$ .

Tabella 2.5: Variabili/parametri blocco E

In-Out	Tipo	U.d.m.	Range	Descrizione
$b$	variabile	reale	$b > 0$	Coefficiente funzione della $w$ e della $V$
$r$	variabile	$\geq 0$	$0 < r < 15$	Coefficiente di anisotropia
$I_0$	variabile	p.u.	$0 < I_0 < 2$	Corrente di statore
$a$	variabile	$\geq 0$	$0 < a < 2.5$	Ascissa del centro della ellisse di tensione
$i_{d-MTC-I0}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ascisse della $i_{dq-MTC-I0}$
$i_{q-MTC-I0}$	variabile	p.u.	0-1	Componente delle ordinate della $i_{dq-MTC-I0}$

Il blocco **d** viene rappresentato in fig.2.26 e 2.27, dove viene paragonata la componente  $i_d$  tra le correnti risultanti dal blocco D ed E. Perciò si avrà tale condizione:

- $IF(d) = 1$  se l'ellisse di tensione è interna alla ellisse base
- $IF(d) = 0$  se l'ellisse di tensione è esterna alla ellisse base

e il valore assunto da  $IF(d)$  andrà a decidere la posizione dello Switch 3. Quindi:

- se  $IF(d) = 1$  allora  $i_{dq-I0} = i_{dq-I0-b}$
- se  $IF(d) = 0$  allora  $i_{dq-I0} = i_{dq-MTC-I0}$

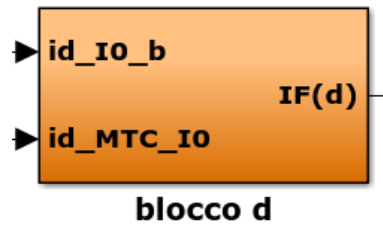


Figura 2.26: Blocco d in Simulink

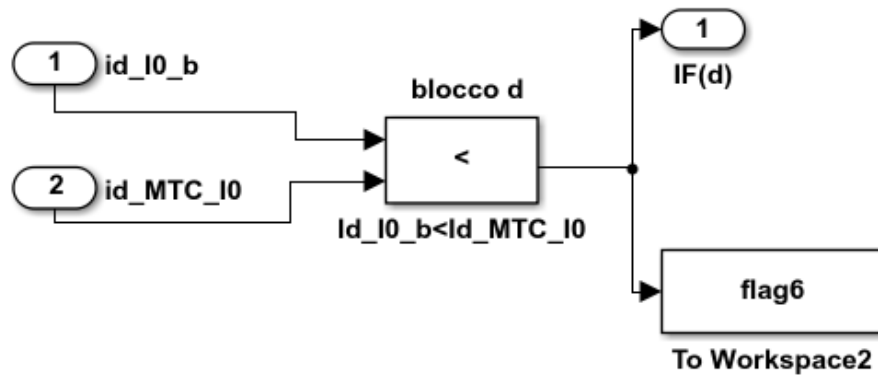


Figura 2.27: Blocco d in Simulink

Il blocco **e** in fig.2.28 e 2.29 confronta i moduli delle correnti  $i_{dq-I-UNLIM}$  e  $I_0$  e pone una restrizione basata proprio sul modulo della corrente limite

$I_0$ . Se la corrente calcolata dai precedenti passaggi  $i_{dq-I-UNLIM}$  ha modulo maggiore della corrente limite allora deve essere scartata e si userà la macchina con la massima corrente disponibile  $I_0$ . Lo Switch 4 deriva il suo comportamento dal valore di  $IF(e)$  e quindi:

- se  $IF(e) = 1$  allora  $i_{dq-OUT} = i_{dq-I-UNLIM}$
- se  $IF(e) = 0$  allora  $i_{dq-OUT} = i_{dq-I0}$

Trovata  $i_{dq-OUT}$  è facilmente ricavabile la coppia corrispondente  $t_{OUT}$  applicando l'eq.1.1.24.

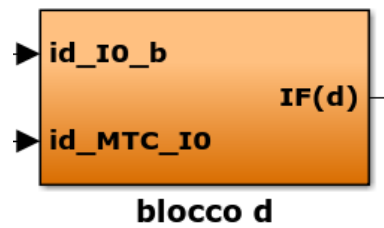


Figura 2.28: Blocco e in Simulink

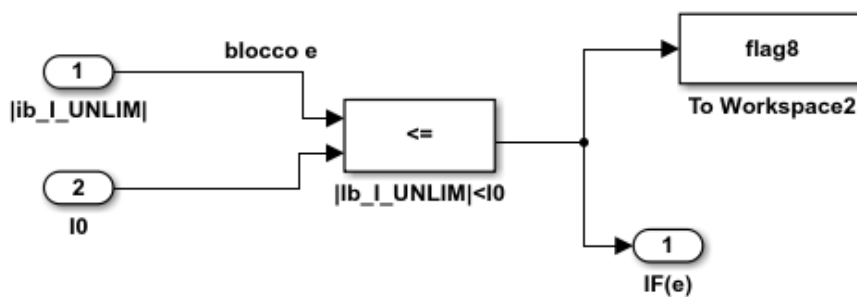


Figura 2.29: Blocco e in Simulink

Non rimane infine che calcolare la coppia massima disponibile  $t_{MAX}$  attraverso il blocco f in fig.2.30 e 2.31.

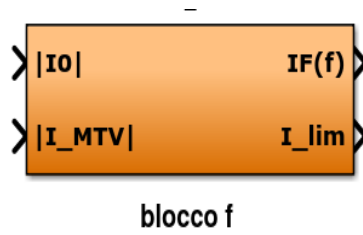


Figura 2.30: Blocco f in Simulink

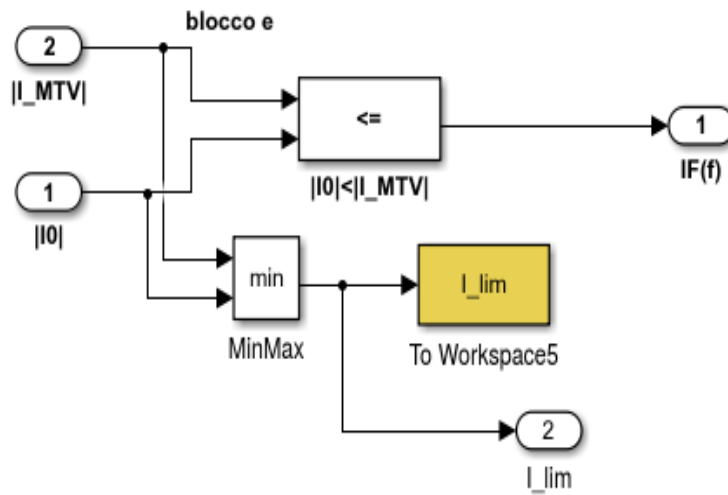


Figura 2.31: Blocco f in Simulink

Viene quindi posta la condizione sui moduli di corrente tale per cui:

- se  $|I_0| < |I_{MTV}|$  allora  $IF(f)=1$  e quindi  $t_{MAX} = torque_{I_0}$
- se  $|I_0| > |I_{MTV}|$  allora  $IF(f)=0$  e quindi  $t_{MAX} = torque_{MTV}$

Ora che sono state trovate le variabili in uscita:

- $t_{OUT}$ = coppia effettivamente fornita dall'azionamento
- $t_{MAX}$ = coppia massima teoricamente disponibile
- $I$ = corrente effettivamente circolante nello statore
- $I_{LIM}$ = corrente limite

bisogna riportare le grandezze ai valori reali, quindi occorre trasformare da p.u. a valori effettivi. Questo si fa con il blocco in fig.2.32.

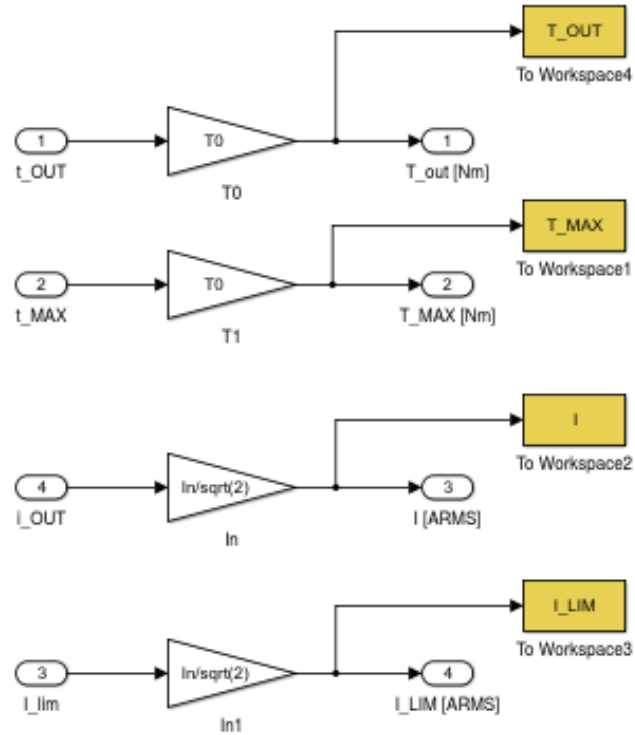


Figura 2.32: Blocco pu->real

Infine ci sarà uno Scope che permette di visualizzare le grandezze di interesse. Nel prossimo capitolo verranno inserite alcune immagini che visualizzano il comportamento in modalità Max torque Current e Torque Following utilizzando gli script di Matlab, così da vedere come si comportano per diverse tipologie di motore.



# Capitolo 3

## Simulazioni script MTC, Torque Follow

### 3.1 Grafici e simulazioni con lo script per l'MTC

Come già descritto nei capitoli precedente, l'MTC è la curva che minimizza il modulo della corrente di statore e permette di avere al momento stesso la massima coppia. Nello script di fig.2.18 si è affrontato il problema di risoluzione della eq.quartica, le quali soluzioni potrebbero essere anche immaginarie e quindi inutili per il nostro scopo. Di seguito vengono riportati alcuni grafici che rappresentano il comportamento di diverse tipologie di motori, con diversi valori di  $a$  ed  $r$ . Nello script sviluppato con il nostro elaborato, è stata permessa la possibilità di visualizzare le soluzioni della MTC anche con coppia negativa e con qualsiasi valore di  $r$ . In figura 3.1 viene rappresentata la curva MTC per valori di coppia positivi con:

- $a=2$ , quindi si tratta di macchina sincrona a magneti superficiali
- $r=0.9$ ,
- $0 < t < 4$

Si può notare che non ci sono errori nella intersezione tra la curva MTC e le curve di coppia e che nelle soluzioni non c'è presenza di parti immaginarie. In seguito verranno riportate alcune figure con i valori di norma più comuni per i motori, per vedere se lo script in Matlab risponde bene in ogni caso.

In figura 3.2 viene rappresentata l'andamento delle correnti  $i_d$  e  $i_q$ .

Verranno anche rappresentate le stesse figure ma con coppia negativa, per verificare il corretto funzionamento del codice di Matlab.

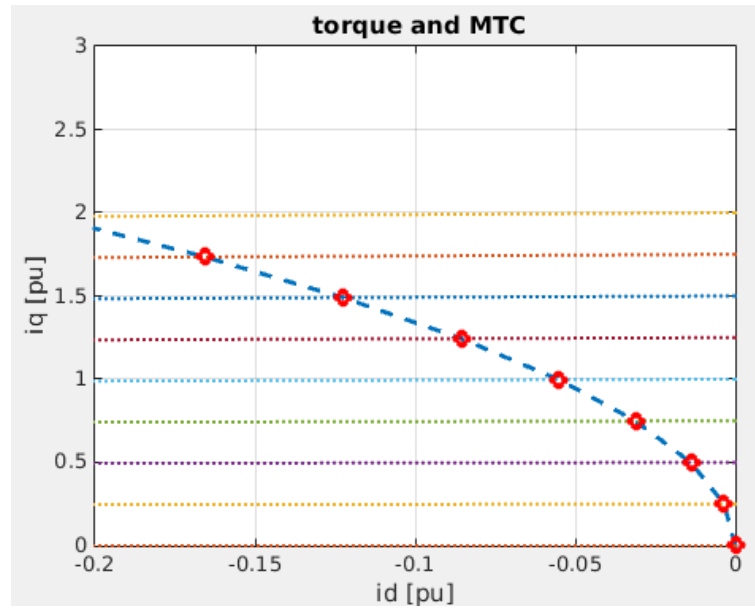


Figura 3.1: MTC con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t>0$ , macchina a magneti permanenti superficiali

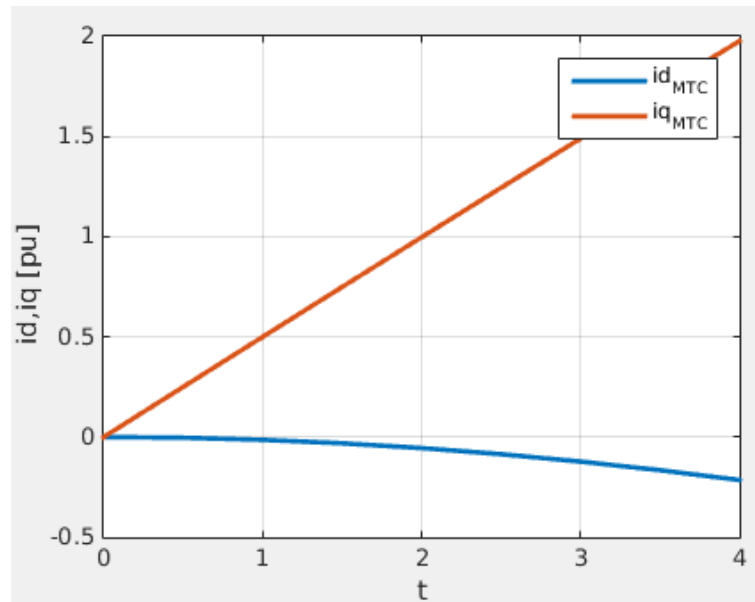
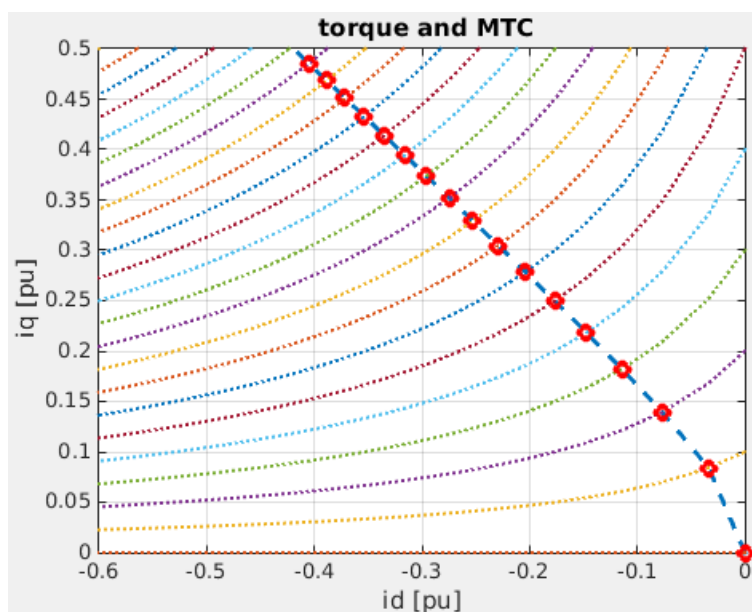
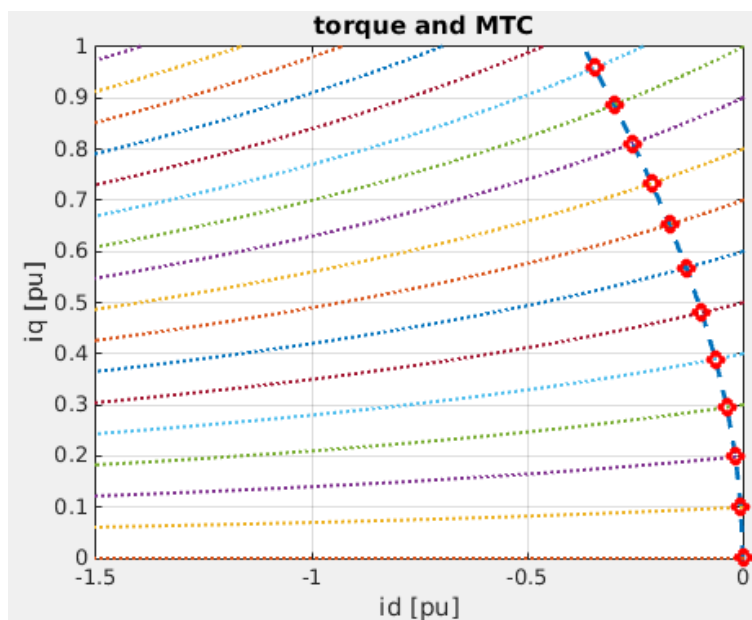


Figura 3.2: Andamento delle correnti con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t>0$



Figura 3.3: MTC con  $a=1$ ,  $r=0.15$ ,  $t>0$ , macchina sincrona a riluttanzaFigura 3.4: MTC con  $a=1$ ,  $r=0.7$ ,  $t>0$ , macchina a magneti permanenti interni

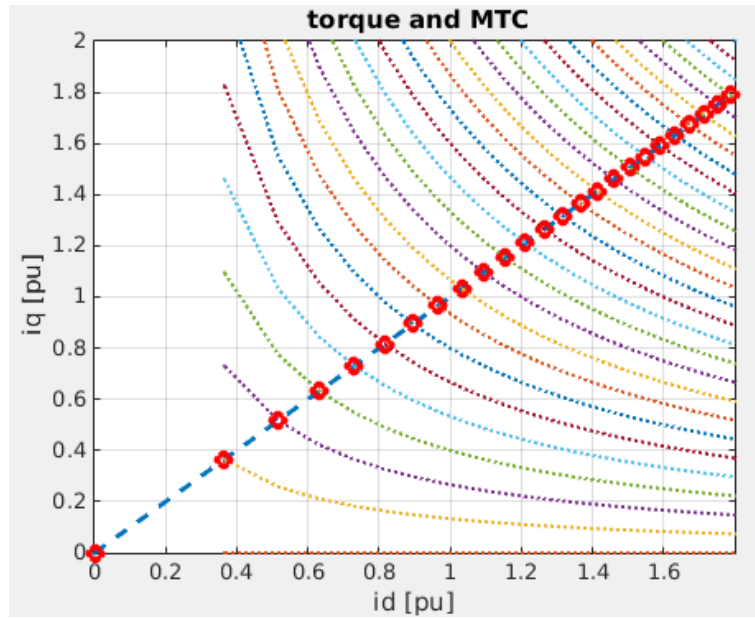


Figura 3.5: MTC con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t>0$ , macchina asincrona

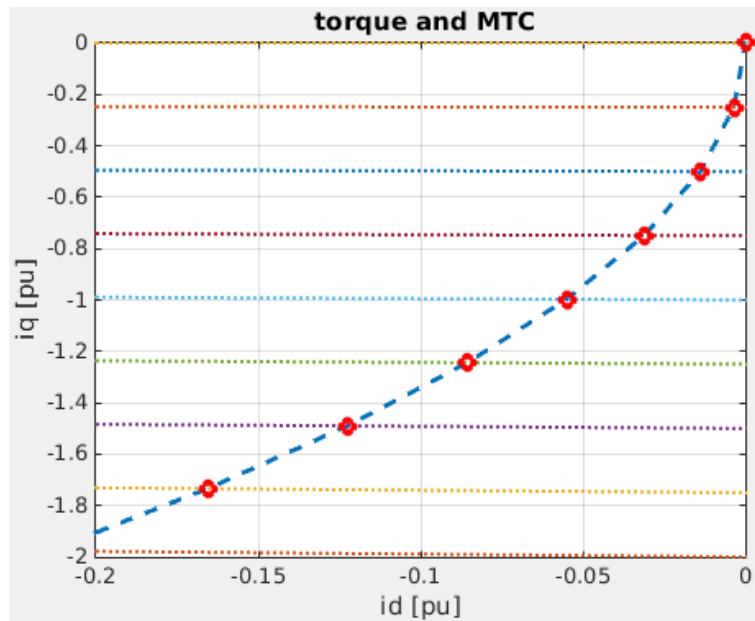
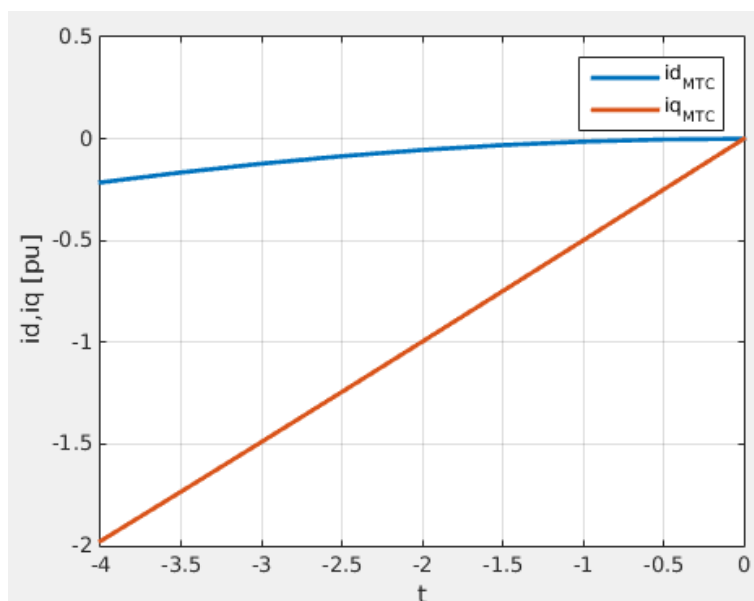
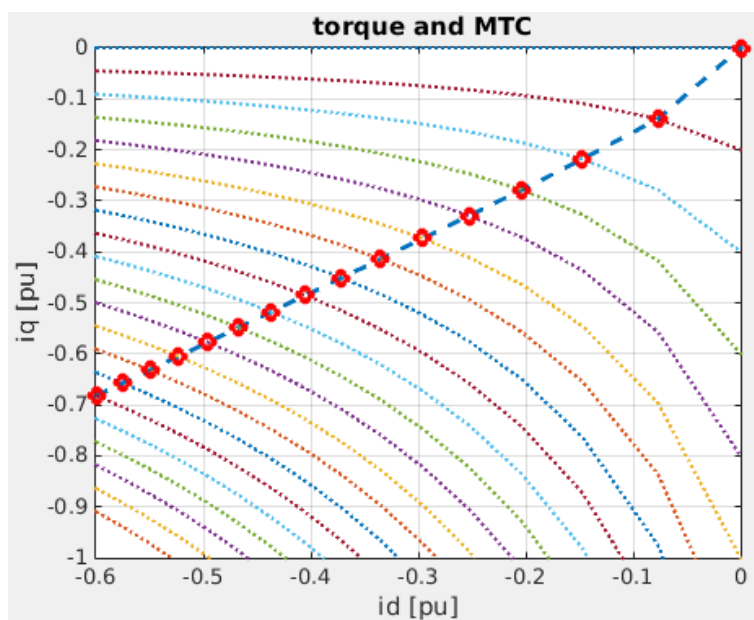


Figura 3.6: MTC con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t<0$ , macchina a magneti permanenti superficiali

Figura 3.7: Andamento delle correnti con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t < 0$ Figura 3.8: MTC con  $a=1$ ,  $r=0.15$ ,  $t < 0$ , macchina sincrona a riluttanza

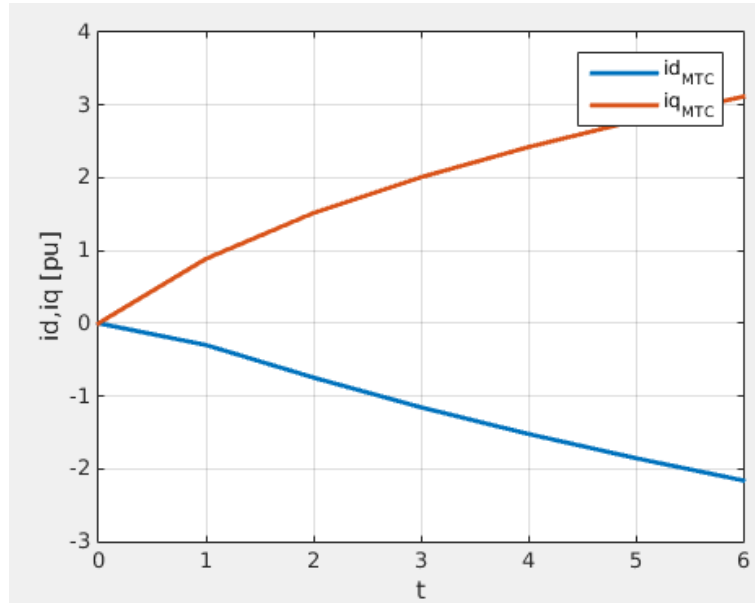


Figura 3.9: Andamento delle correnti con  $a=1$ ,  $r=0.15$   $t < 0$

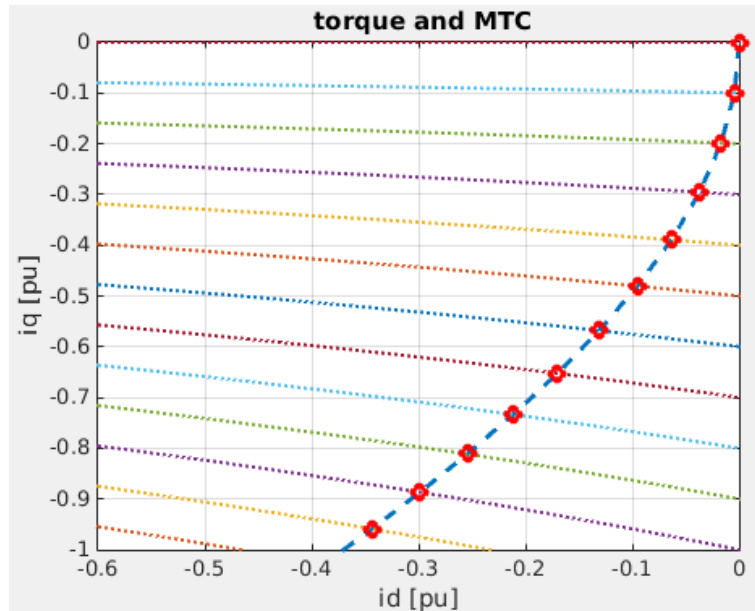
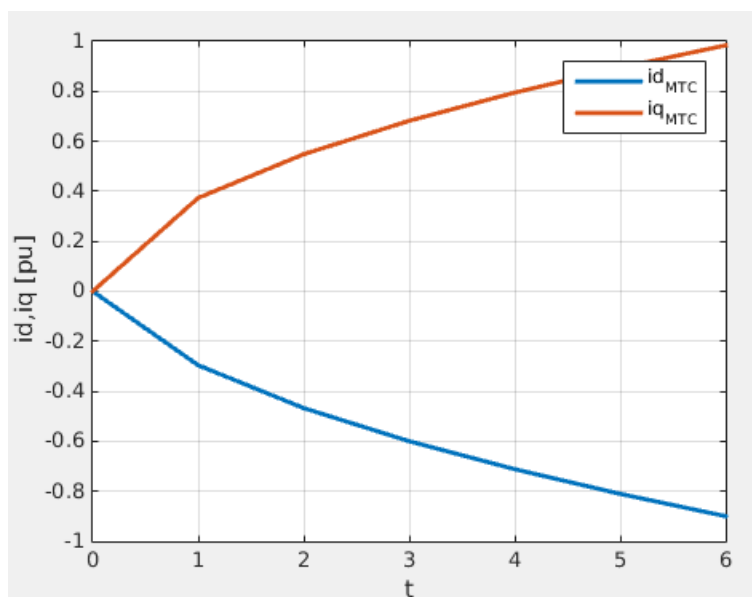
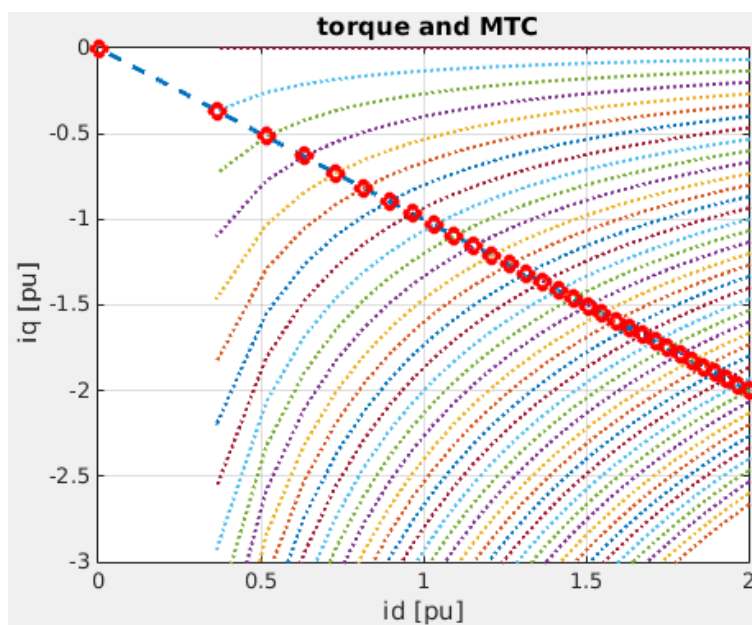


Figura 3.10: MTC con  $a=1$ ,  $r=0.7$ ,  $t < 0$ , macchina a magneti permanenti interni

Figura 3.11: Andamento delle correnti con  $a=1$ ,  $r=0.7$ ,  $t<0$ Figura 3.12: MTC con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t<0$ , macchina asincrona

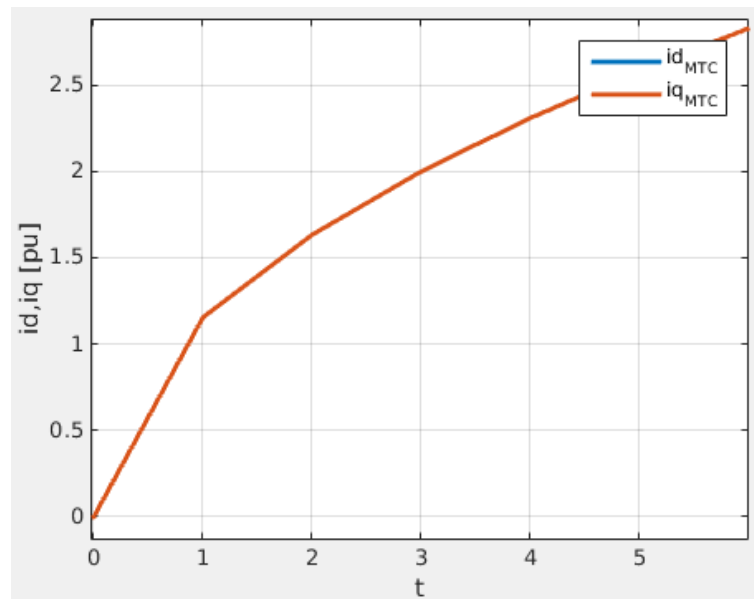


Figura 3.13: Andamento delle correnti con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t < 0$

Si può quindi concludere che lo script di Matlab riguardante la condizione di MTC risulta validato perchè non esistono soluzioni immaginarie e viene trovato ogni punto di intersezione tra coppia e curva MTC. Viene raffigurata in fig.3.14 il caso di magneti superficiali nel caso di coppia sia negativa che positiva.

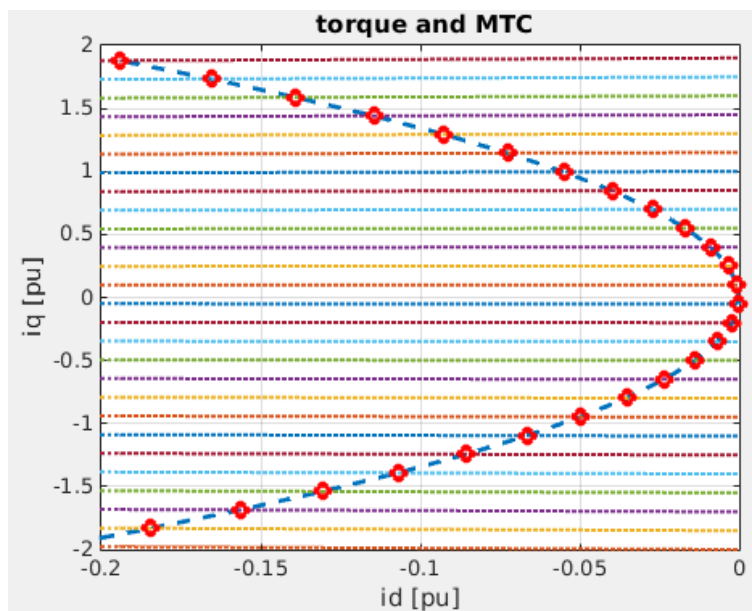


Figura 3.14: MTC con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t>0$ ,  $t<0$ , macchina magneti superficiali

## 3.2 Grafici e simulazioni per la Torque Follow

Per il Torque Following, verranno rappresentate in seguito le figure inerenti diverse tipologie di motore. La condizione in cui si utilizzerà sarà comunque una transizione tra i punti di Max Torque Voltage e Max Torque Current e si cercherà di validare il metodo di Cardano-Ferrari proprio in questo range.

In figura 3.15, 3.16, 3.17 si nota la zona di Torque Follow e le curve di MTC e MTV. Lo script risponde bene in questo ambito e quindi si può pensare che lo script sia effettivamente valido. In questo contesto verrà successivamente anche mostrato l'utilizzo dello script all'esterno di questo range di funzionamento così da vedere se effettivamente la soluzione di Cardano-Ferrari è valida in ogni range e con ogni motore.

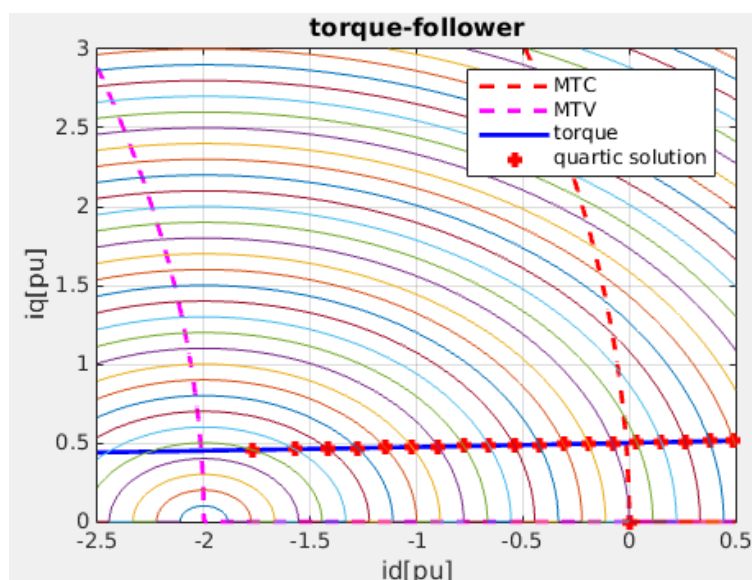
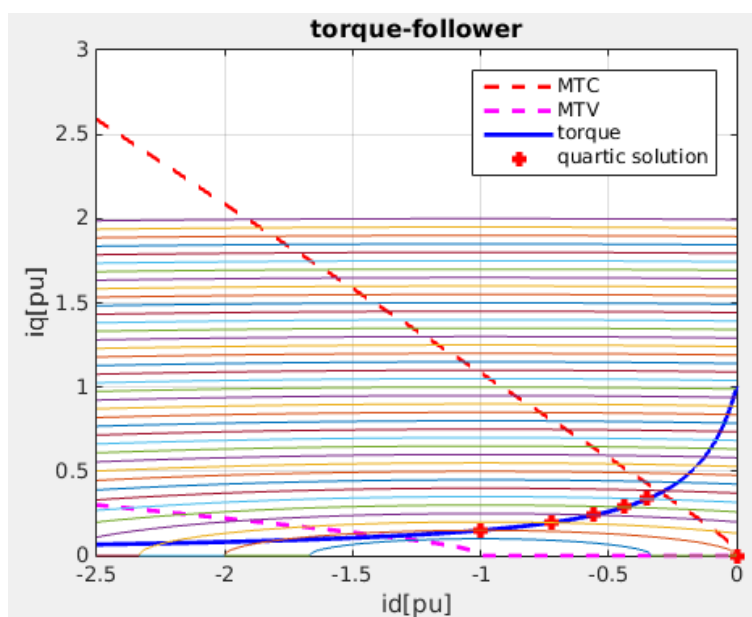
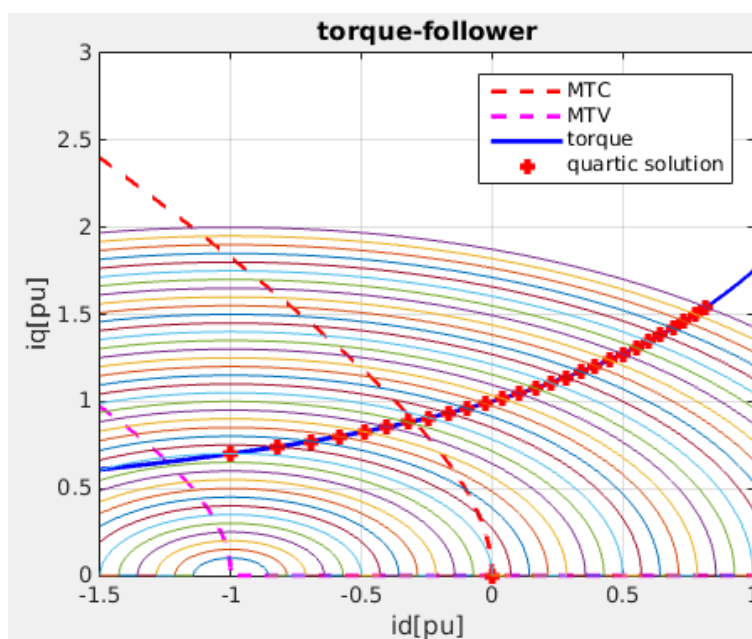


Figura 3.15: Torque Following con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t=1$ , macchina a magneti superficiali

Come si può notare però in fig.3.18 non viene trovata soluzione. Viene riportato di seguito il ragionamento che ha fatto pensare al porre nulle le soluzioni della  $i_{d-TF}$  e  $i_{q-TF}$  in base al segno del  $\Delta R$ . In fig.3.19 e fig.3.21 vengono riportati gli andamenti del  $\Delta R$  in funzione della variazione di velocità, quindi in funzione della variazione di  $b$ . Si può notare che il  $\Delta R$  rimane negativo anche se teoricamente dovrebbero trovarsi soluzioni, perciò si ritiene non esauriente questo metodo nel caso di motori asincroni.

Eseguendo altri tentativi di variazione delle variabili  $a$ ,  $r$ ,  $t$  si è trovato probabilmente un errore dovuto al porre nulle le soluzioni nel caso il  $\Delta R$



Figura 3.16: Torque Following con  $a=1$ ,  $r=0.15$ ,  $t=1$ , macchina a riluttanzaFigura 3.17: Torque Following con  $a=1$ ,  $r=0.7$ ,  $t=1$ , macchina a magneti interni

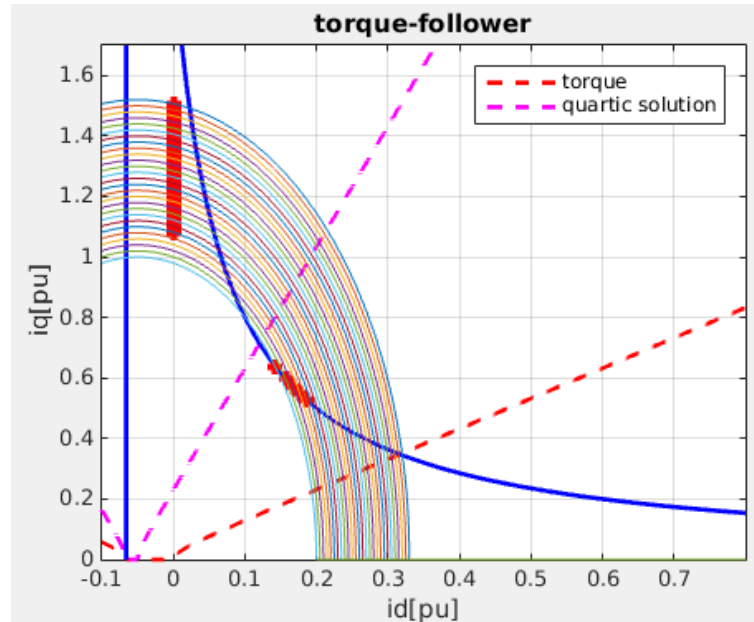


Figura 3.18: Torque Following con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t=1$ , macchina asincrona

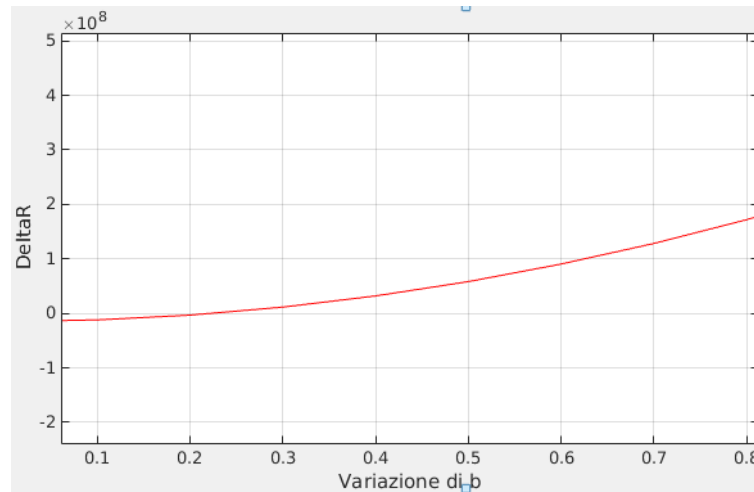
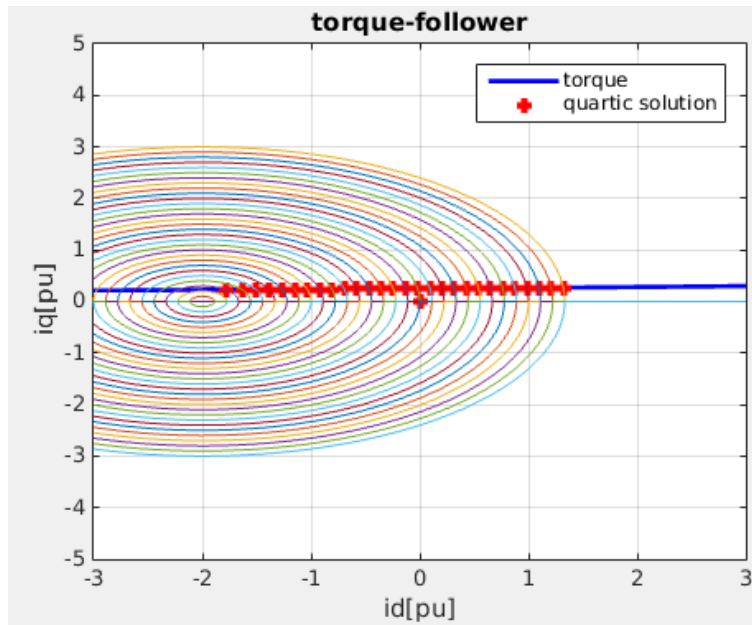
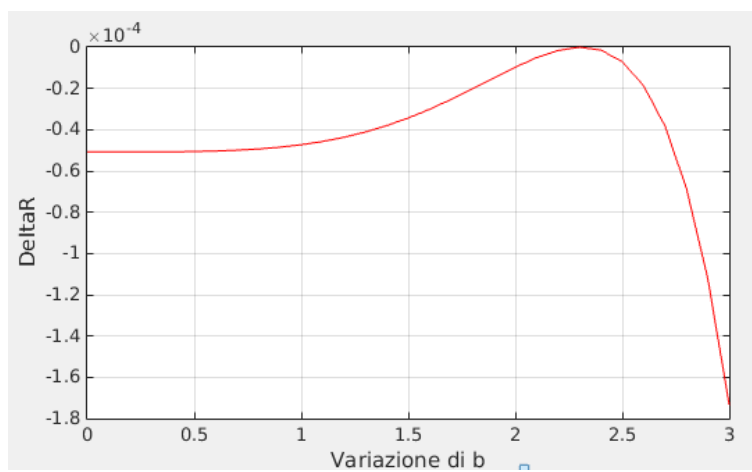


Figura 3.19: DeltaR in funzione di b,  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t=1$

Figura 3.20: Grafico Torque Follow con  $a=2$ ,  $r=0.9$ ,  $t=1$ Figura 3.21: DeltaR in funzione di b con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t=1$ , macchina asincrona

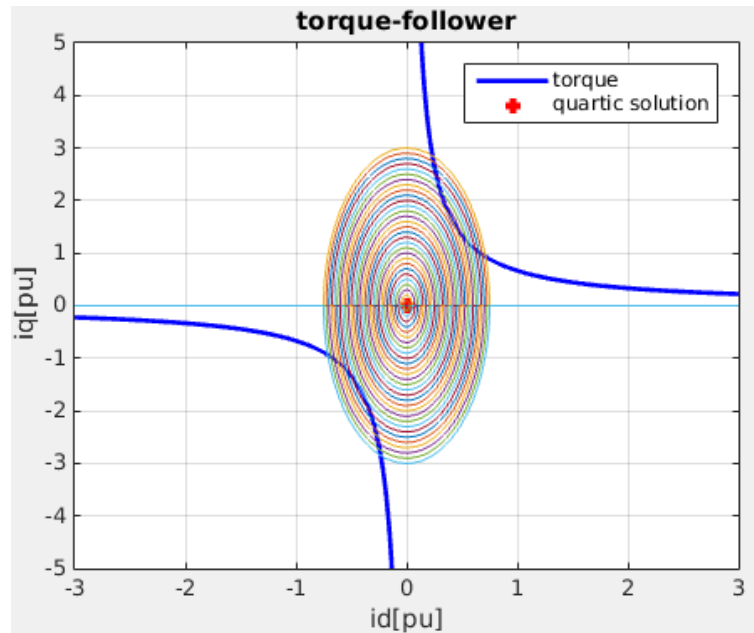


Figura 3.22: Grafico Torque Follow con  $a=0$ ,  $r=4$ ,  $t=1$ , macchina asincrona

della fig.2.10 fosse negativo. Probabilmente l'errore sta proprio a monte di questa imposizione, infatti si potrebbero trovare delle altre soluzioni ma sarebbero comunque immaginarie. Si è notato che, essendo la curva di coppia una iperbole, quando i due rami della stessa iperbole vanno a interessare una stessa zona di Torque Follow, allora lo script non trova soluzione. Si può fare un paragone prendendo come esempio fig.3.23 dove è giusto che non si trovi soluzione, e fig.3.24 dove invece dovrebbe trovarsi ma lo script non riesce nel suo compito.

Perciò possiamo concludere che in questi casi in cui i rami di iperbole di sovrappongono entrambi alla curva ellittica di tensione, allora il metodo del porre nulle le soluzioni se il  $\Delta R < 0$  è inesatto. Si è perciò provato un altro script, ovvero quello rappresentato in fig.3.25

e si ottiene un grafico di simulazione riportato in fig.3.26.

Il problema di questo script è che vengono trovate soluzioni immaginarie, cioè si ottiene un risultato anche quando effettivamente non c'è intersezione tra la curva di coppia e la curva di tensione. Questo lo si può facilmente dedurre da figura 3.27

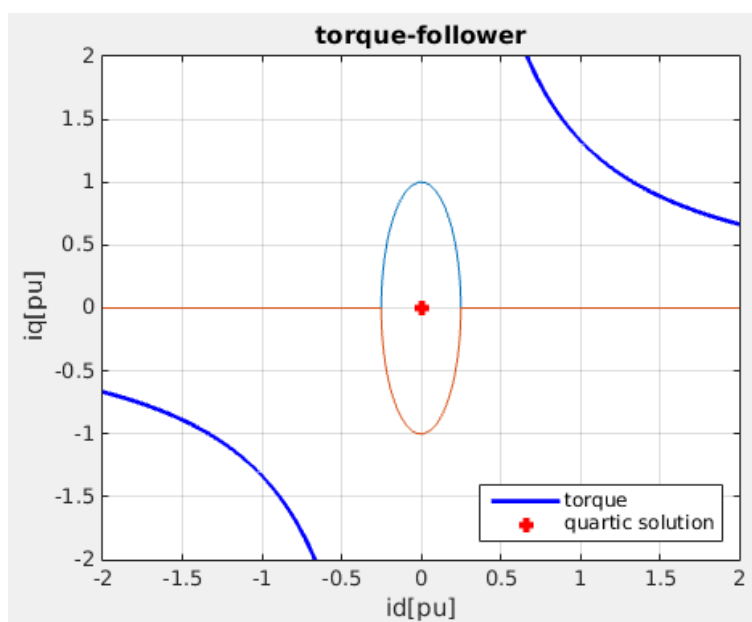


Figura 3.23: Nessuna soluzione trovata se iperboli esterne alla ellisse

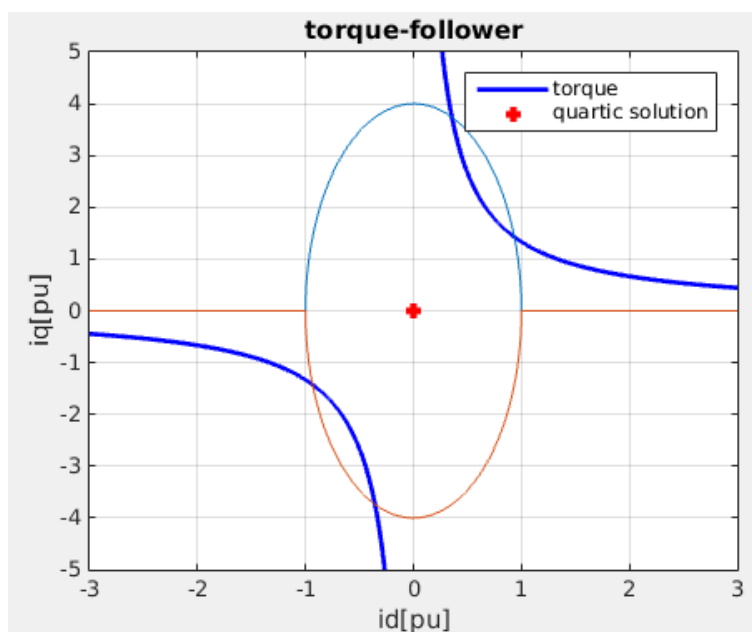


Figura 3.24: Errore script: rami di iperbole

```

function [id_TF] = ris_quart_ferrari_TF(a,r,b,t)
for i=1:length(b)
%risoluzione della quartica
A(i)=(2*a*r*(r-1)+2*a*(r-1)^2)/((r-1)^2);
B(i)=(r^2*a^2+4*a^2*r*(r-1)+a^2*(r-1)^2-b(i).^2*(r-1)^2/r^2)/((r-1)^2);
C(i)=(2*a^3*r^2+2*a^3*r*(r-1)-2*a*b(i).^2*(r-1)/r)/((r-1)^2);
D(i)=(r^2*a^4-b(i).^2*a^2+t^2)/((r-1)^2);
Pr(i)=A(i)*C(i)-4*D(i)-(B(i))^2/(3);
Qr(i)=4*B(i)*D(i)-A(i)^2.*D(i)-C(i)^2+(B(i))*(A(i)*C(i)-4*D(i))/(3)+2*(-B(i))^3/(27);
DeltaR(i)=Qr(i)^2./(4)+Pr(i)^3/(27);
if DeltaR(i)>=0
    Ur(i)=sign(-Qr(i)/2+(DeltaR(i))^(1/2))*(abs(-Qr(i)/2+(DeltaR(i))^(1/2)))^(1/3);
    Vr(i)=sign(-Qr(i)/2-(DeltaR(i))^(1/2))*(abs(-Qr(i)/2-(DeltaR(i))^(1/2)))^(1/3);
    S1r(i)=Ur(i)+Vr(i)+B(i)/3;
else
    teta(i)=atan(sqrt(-DeltaR(i))/(-Qr(i)/2));
    if teta(i)<0
        teta(i)=teta(i)+pi;
    else
        teta(i)=teta(i);
    end
    S1r(i)=2*sqrt(-Pr(i)/3)*cos((teta(i))./3)+B(i)/3;
end
G(i)=A(i)/(2)-(sqrt(A(i)^2/(4)-B(i)+S1r(i)));
H(i)=S1r(i)/(2)-(sqrt(A(i)^2/(4)-B(i)+S1r(i)))*((-C(i)+A(i)*S1r(i)/2)/(2*(A(i)^2/4-B(i)+S1r(i))));
I(i)=A(i)/(2)+(sqrt(A(i)^2/(4)-B(i)+S1r(i)));
L(i)=S1r(i)/(2)+(sqrt(A(i)^2/(4)-B(i)+S1r(i)))*((-C(i)+A(i)*S1r(i)/2)/(2*(A(i)^2/4-B(i)+S1r(i))));
S1(i)=-G(i)/2+sqrt(G(i)^2-4*H(i))/2;
S3(i)=-I(i)/2+sqrt(I(i)^2-4*L(i))/2;
if r<1
    id_TF(i)=S3(i);
else
    id_TF(i)=S1(i);
end
end
end
end

```

Figura 3.25: Script corretto Torque Following

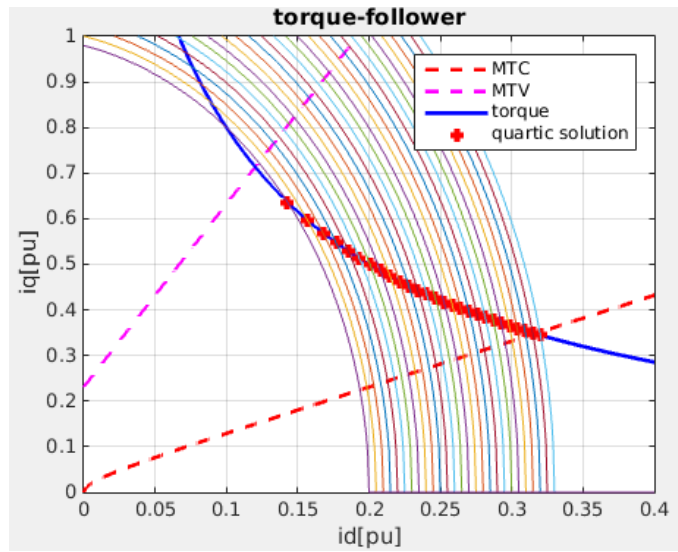


Figura 3.26: Script corretto Torque Following

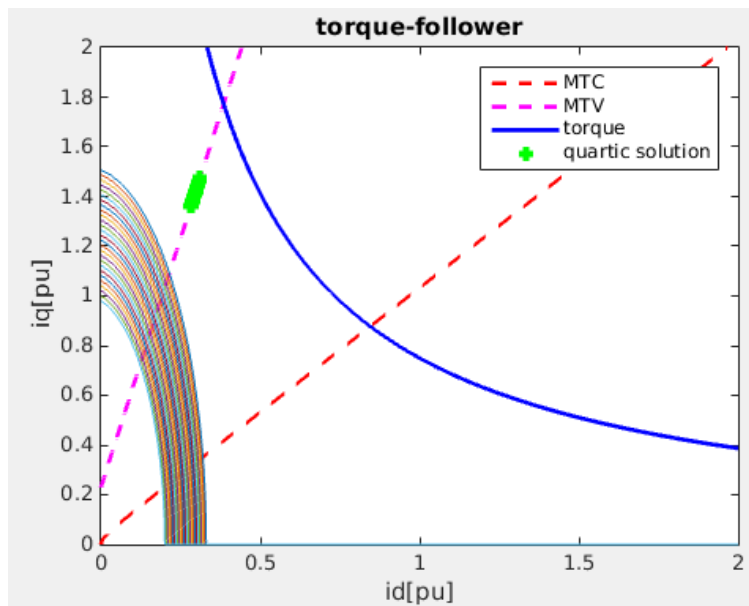


Figura 3.27: Errore Script Torque Following: presenza di soluzioni immaginarie

Conclusione di questo capitolo è che il metodo dello studio del DeltaR, soprattutto nelle condizioni di  $a = 0$  riguardanti per i motori asincroni, è

da ritenere inesatto. Infatti anche nelle simulazioni Simulink che verranno effettuate nel prossimo capitolo verrà omessa la simulazione di questo caso.



# Capitolo 4

## Grafici Simulink

### 4.1 Simulazioni

### 4.2 Grafici Simulink

Questa sezione sarà dedicata ai risultati della simulazione, dove verranno fatte vedere le curve di

- corrente
- coppia
- potenza

per le tipologie di motori a:

- magneti superficiali
- magneti interni
- riluttanza

Si evidenzieranno i valori di curve MTV, MTC, Torque Follow e si riuscirà a percepire l'effettivo andamento della corrente e coppia di uscita.

## 4.2.1 SPM-SM: Motore sincrono a magneti superficiali

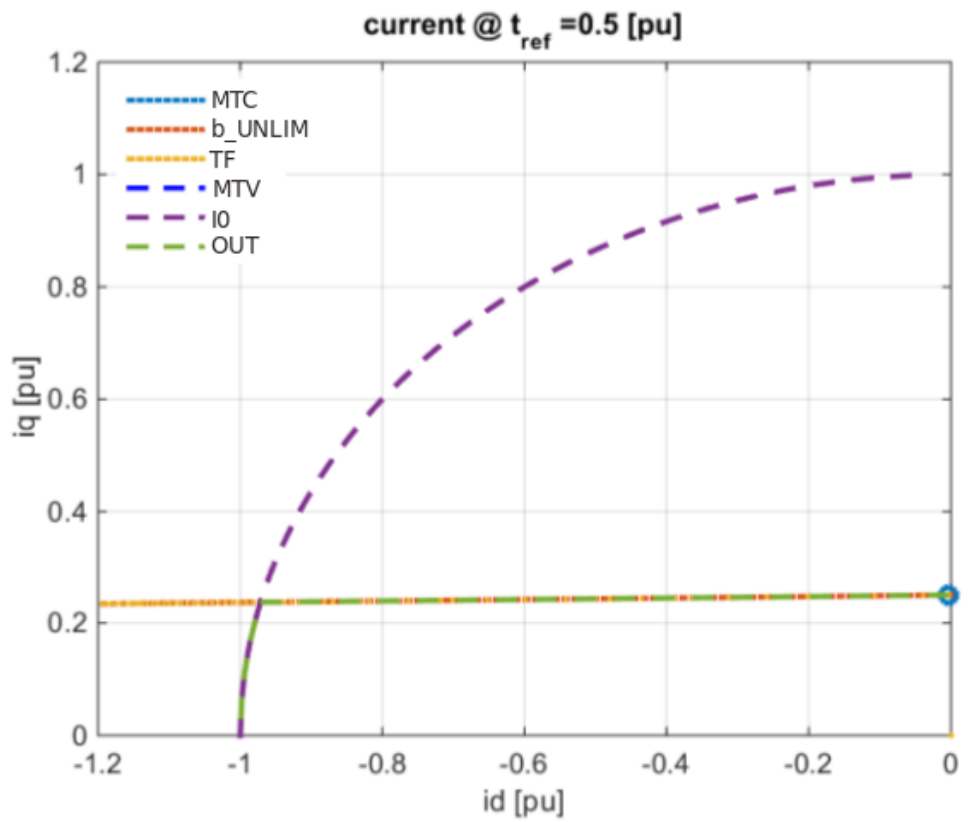


Figura 4.1: SPMSM: Curve di corrente con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

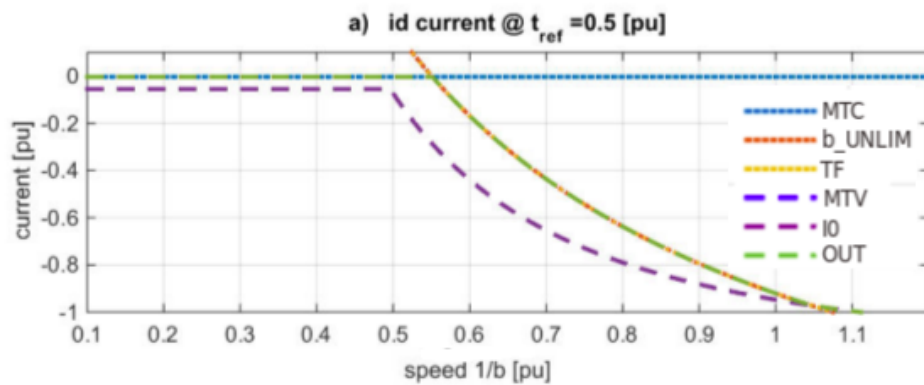


Figura 4.2: SPSM: componenti id con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

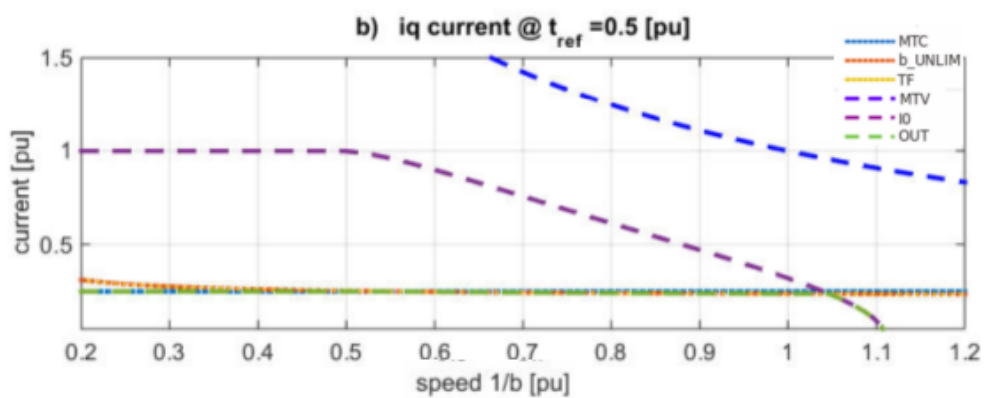


Figura 4.3: SPMSM: componenti iq con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

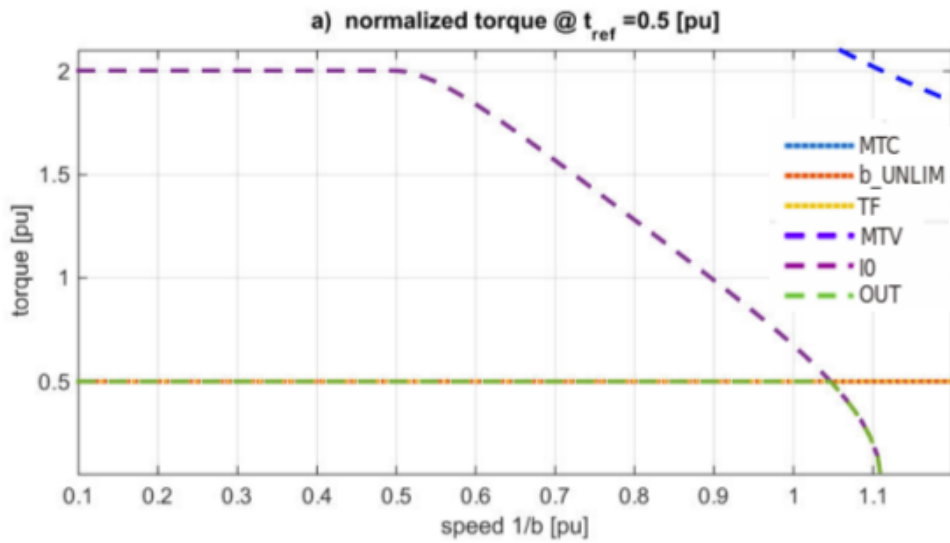


Figura 4.4: SPMSM: Curve di coppia con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

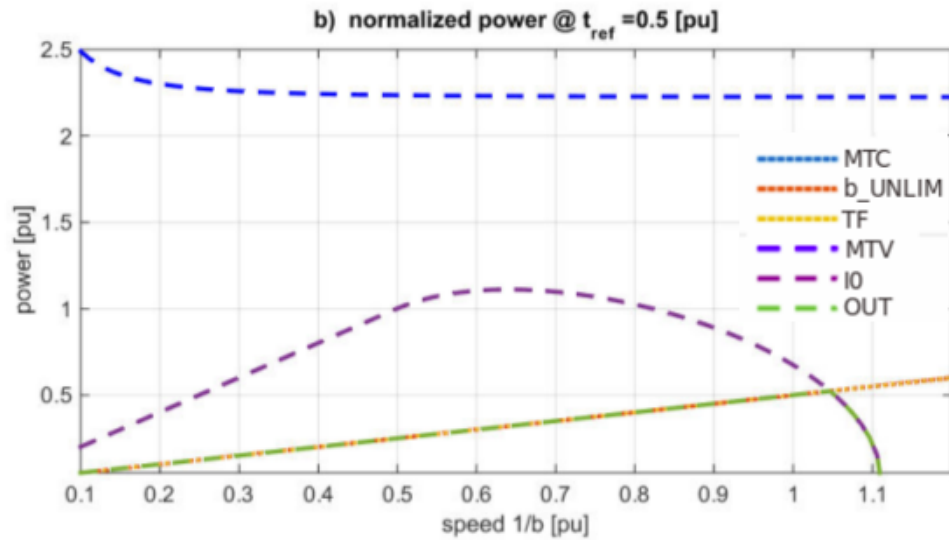


Figura 4.5: SPMSM: Curve di potenza con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

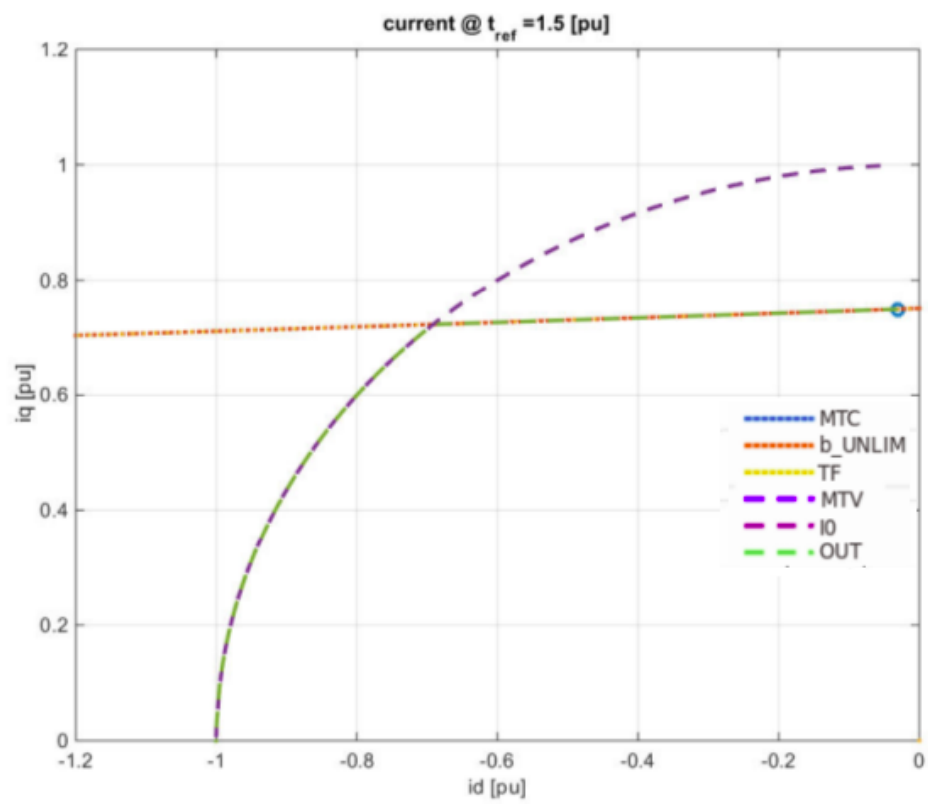


Figura 4.6: SPMSM: Curve di corrente con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

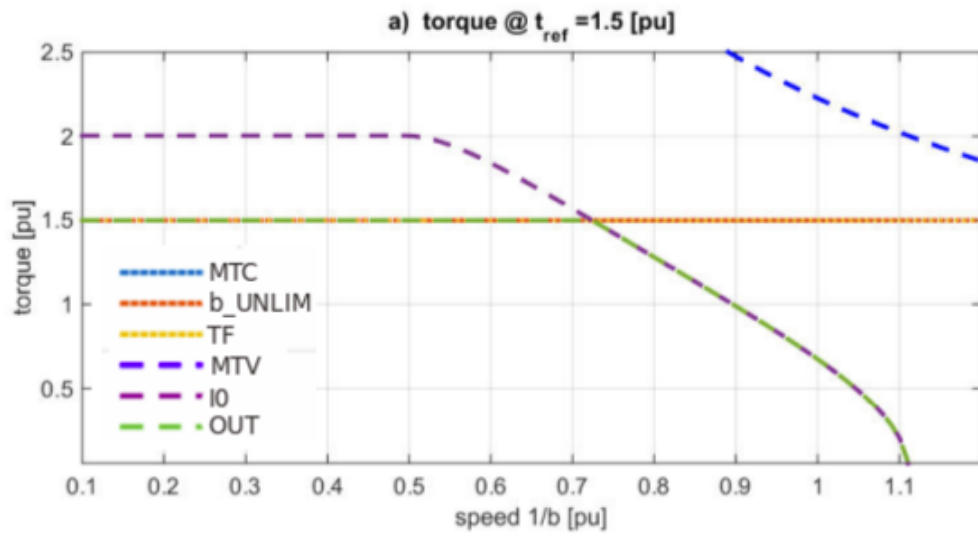


Figura 4.7: SPMSM: curve di coppia con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

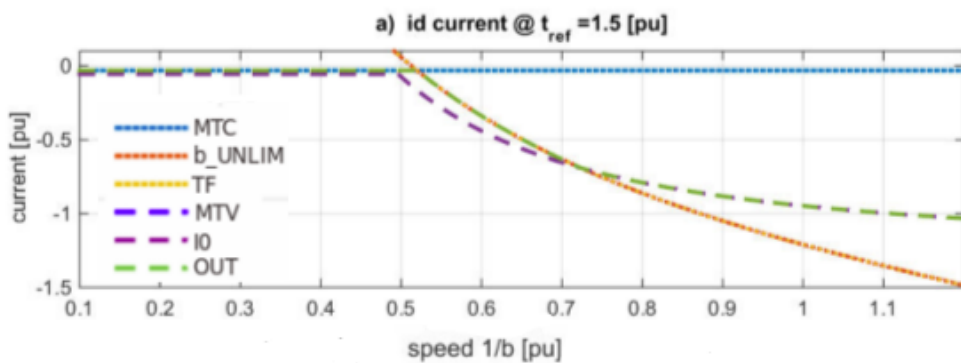


Figura 4.8: SPMSM: componenti id con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

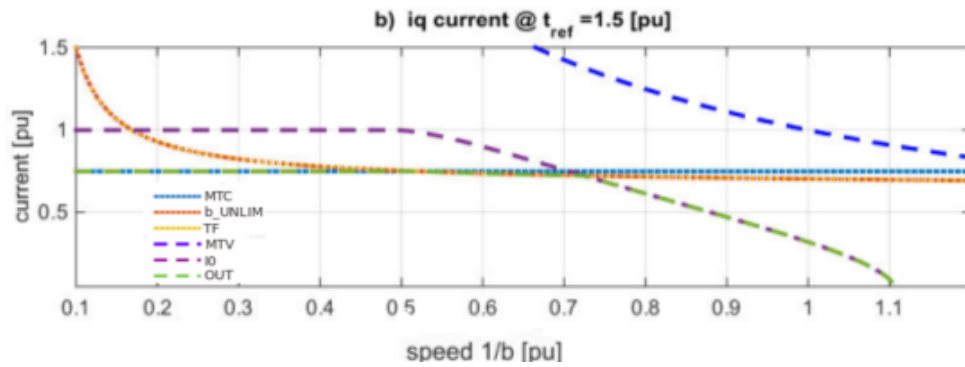


Figura 4.9: SPM-SM: componenti iq con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

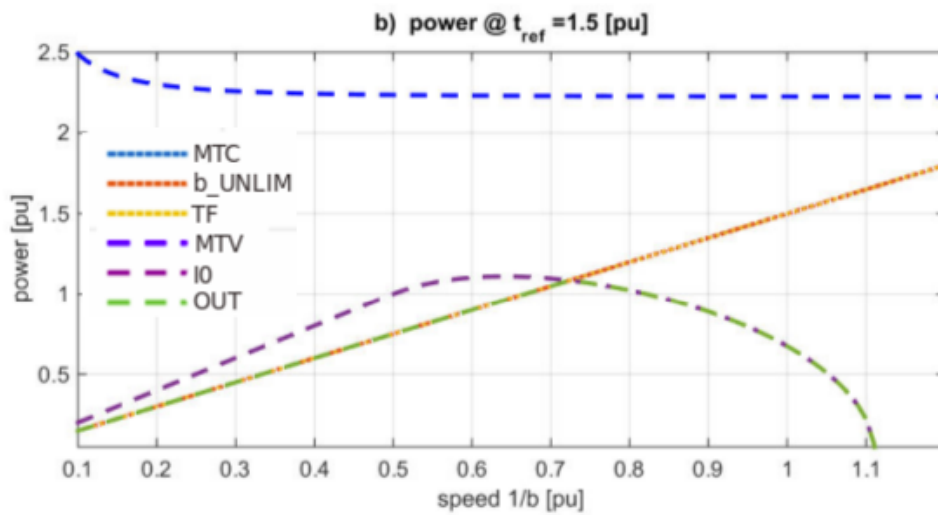


Figura 4.10: SPMSM: Curve di potenza con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 1$

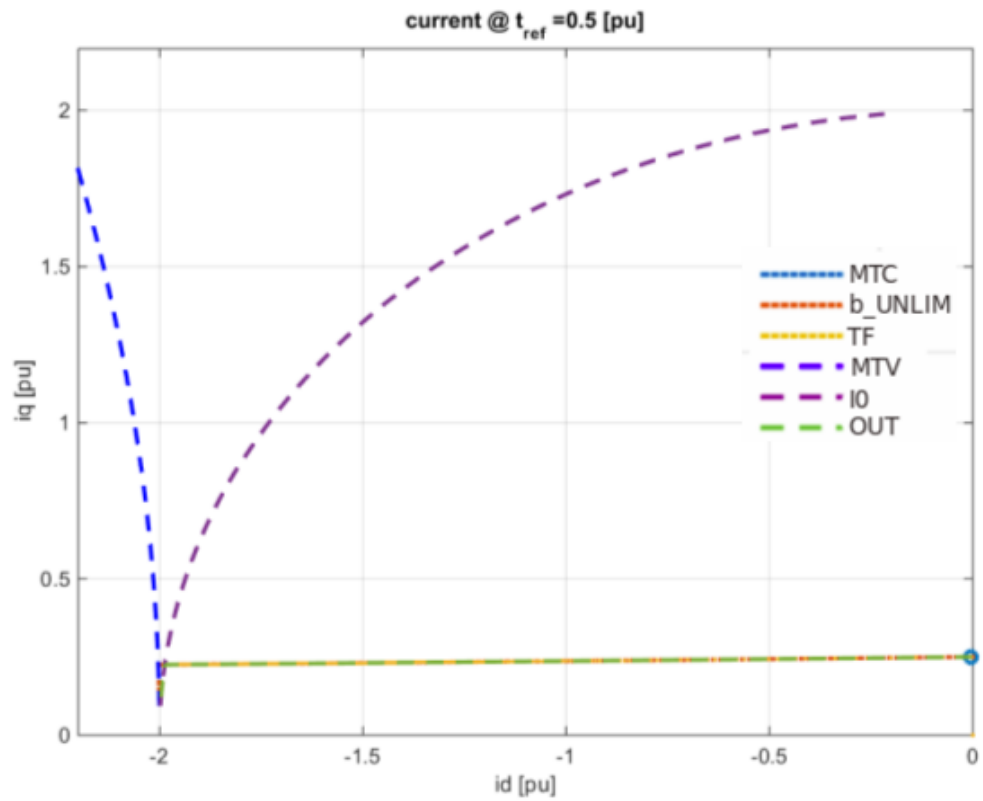


Figura 4.11: SPMSM: Curve di corrente con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 2$

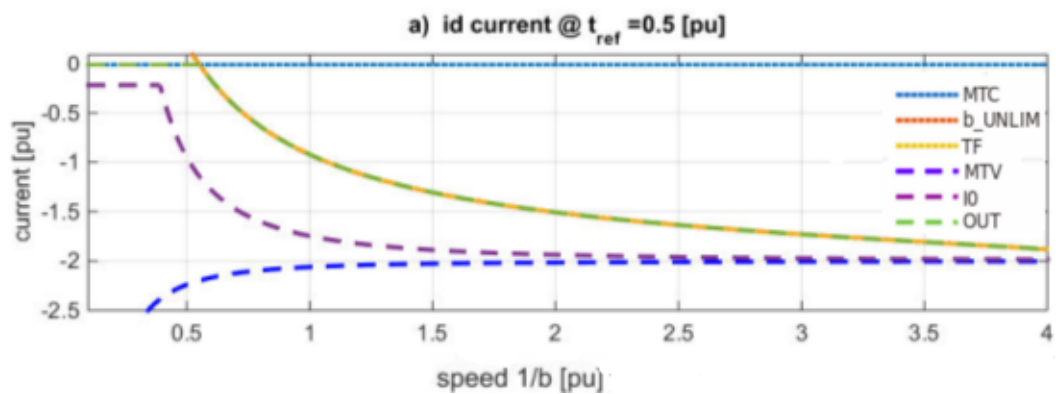


Figura 4.12: SPMSM: componenti id con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 2$



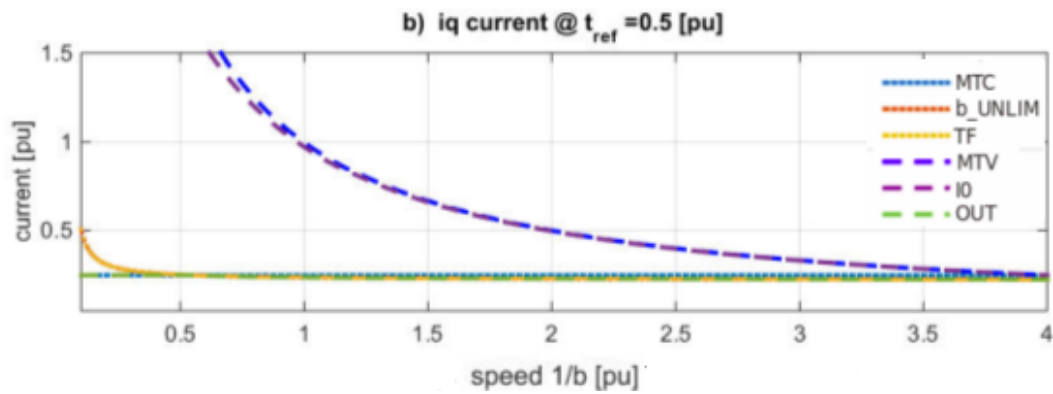


Figura 4.13: SPMSM: componenti iq con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 2$

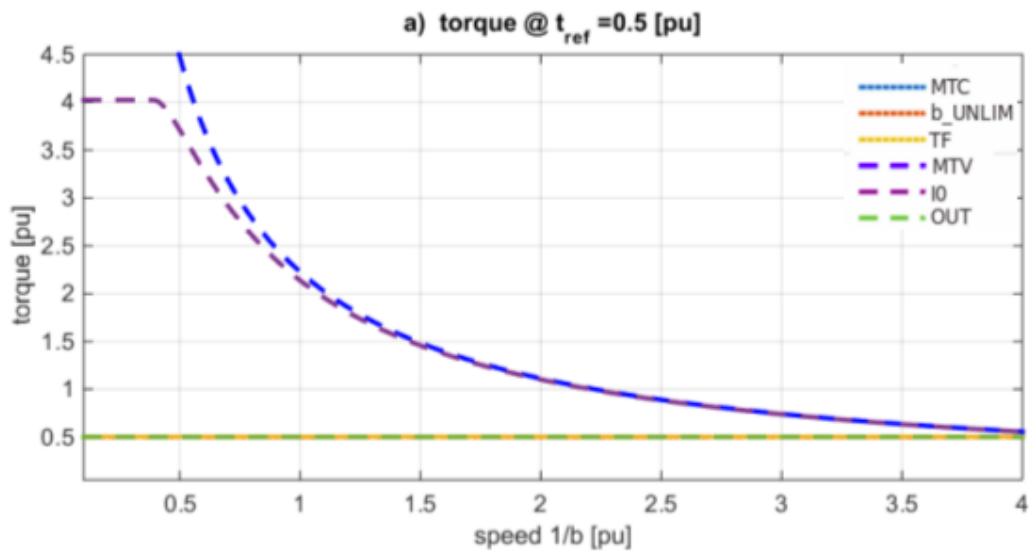


Figura 4.14: SPMSM: Curve di coppia con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 2$

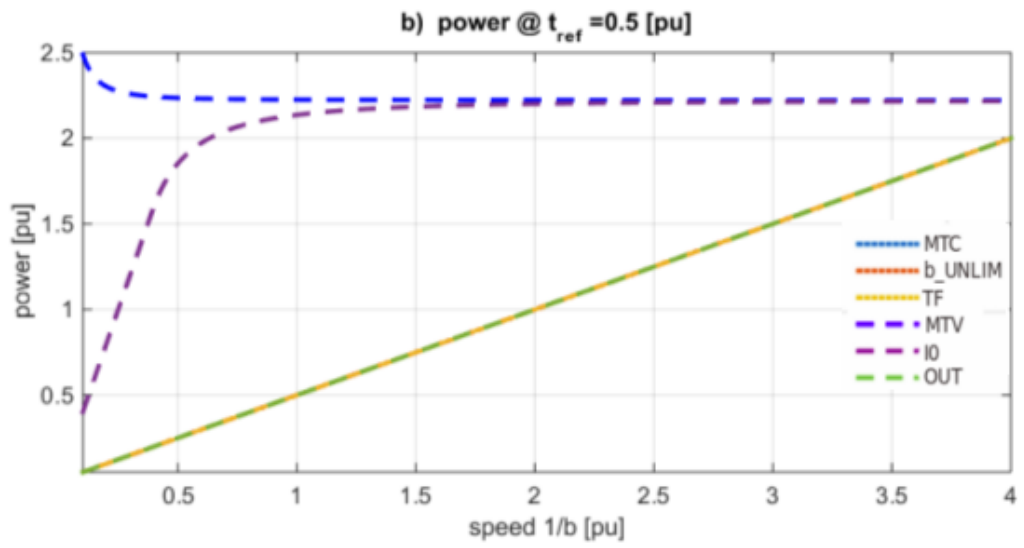


Figura 4.15: SPMSM: Curve di potenza con  $a = 2$ ,  $r = 0.9$ . Corrente limite  $I_o = 2$

## 4.2.2 IPM-SM: Motore sincrono a magneti interni

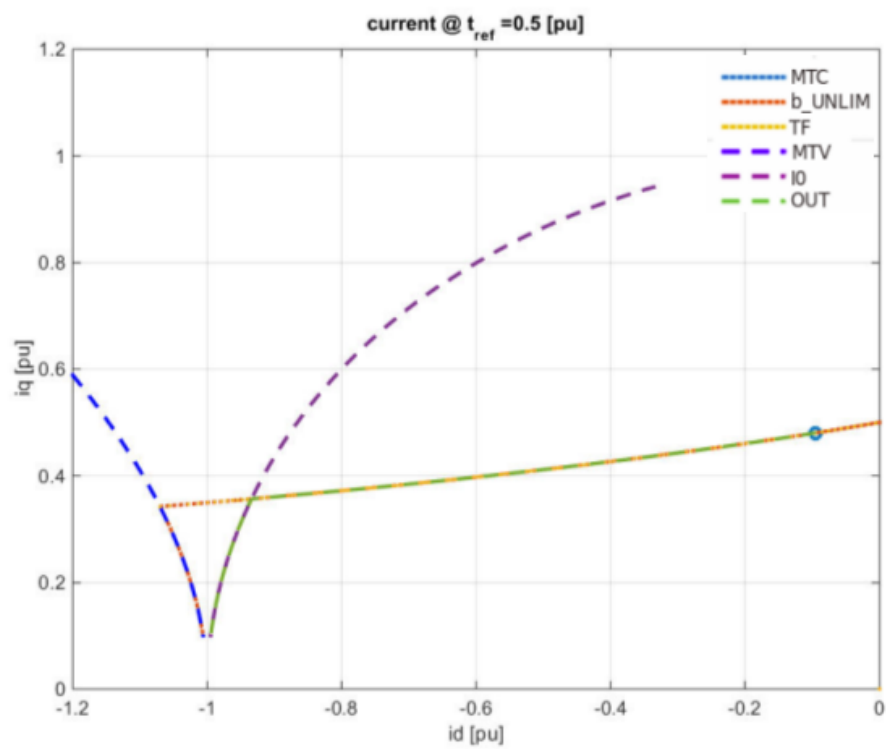


Figura 4.16: IPMSM: Curve di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 1$

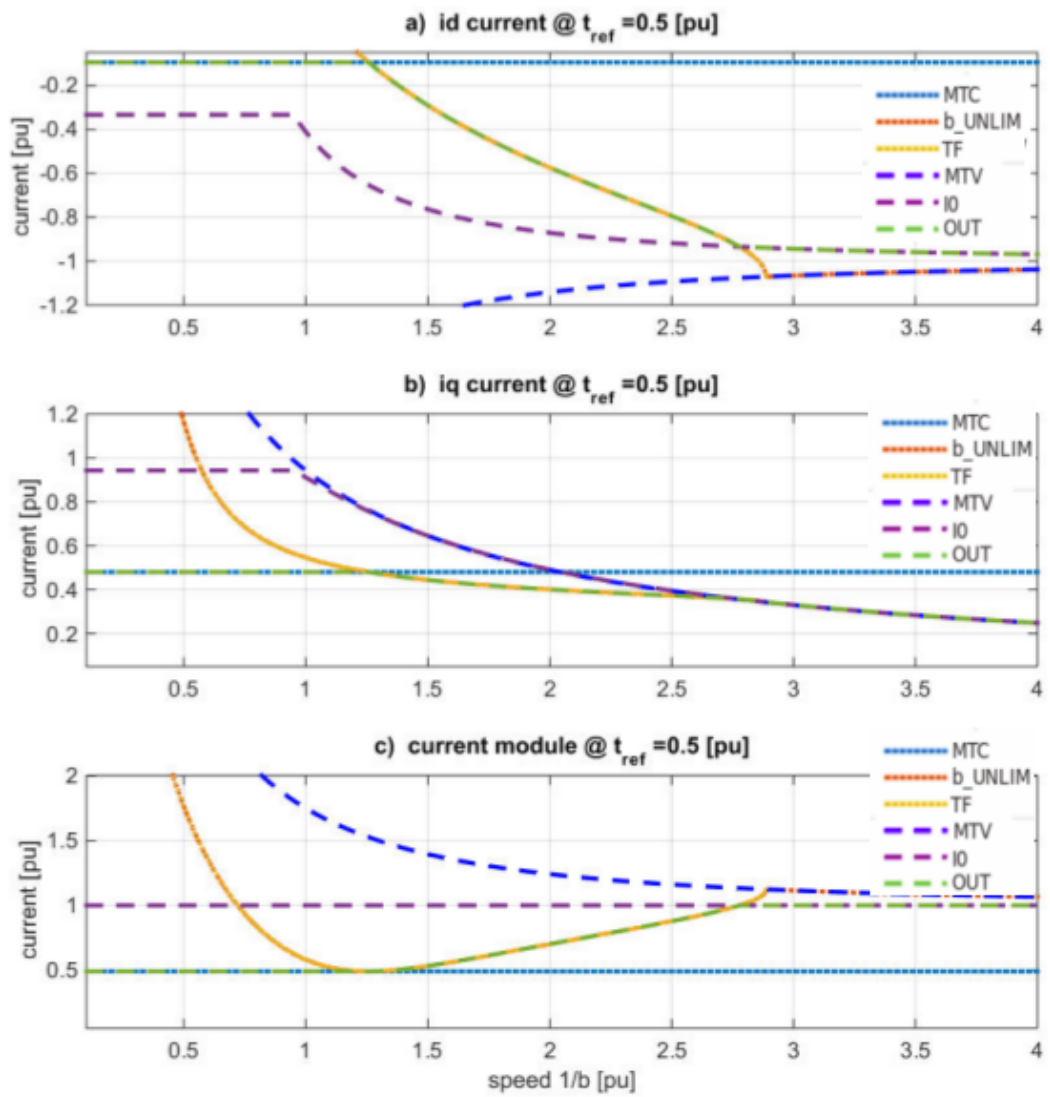


Figura 4.17: IPMSM: Componenti d,q di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_0 = 1$

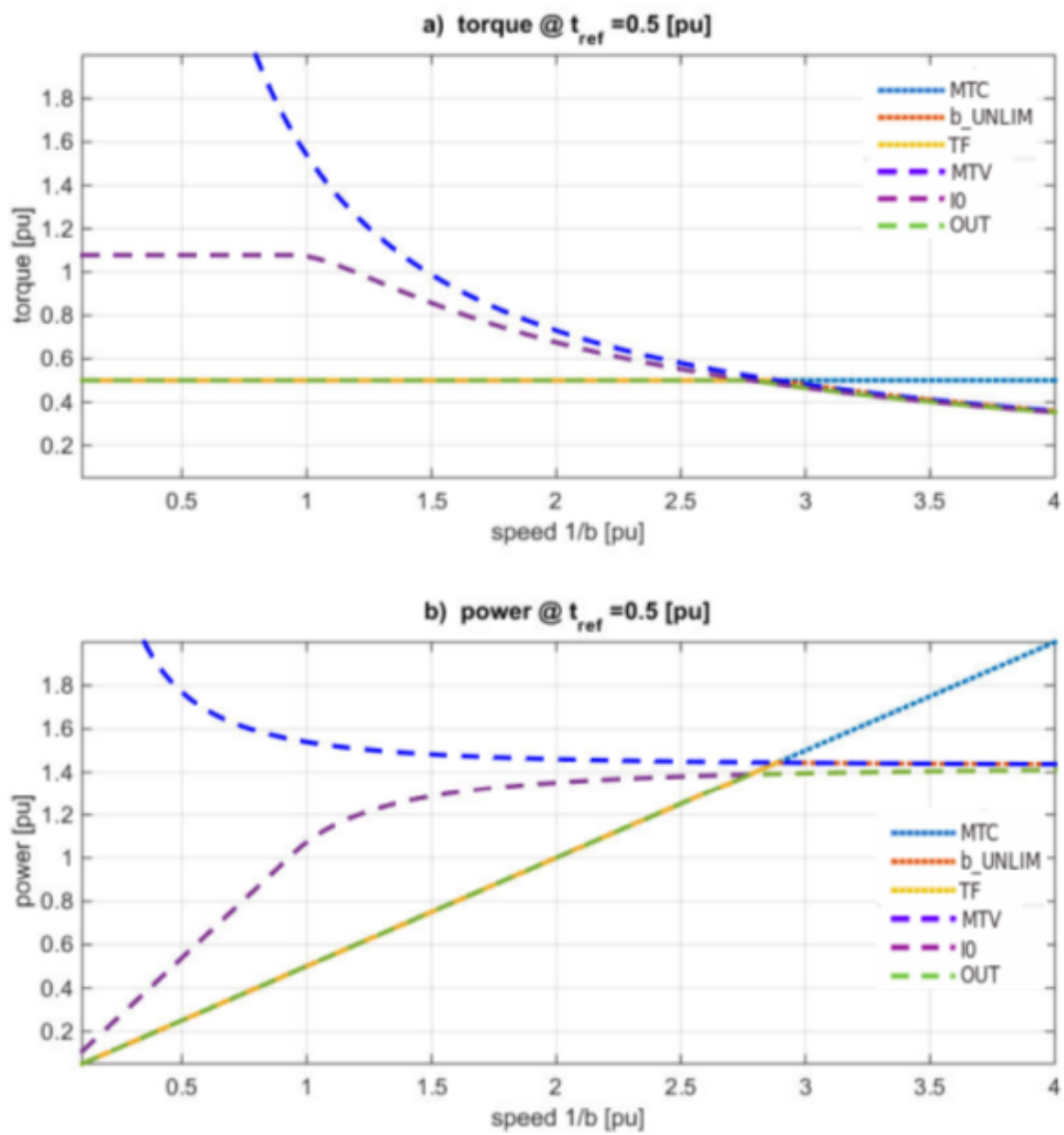


Figura 4.18: IPMSM: Curve di coppia e potenza con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 1$

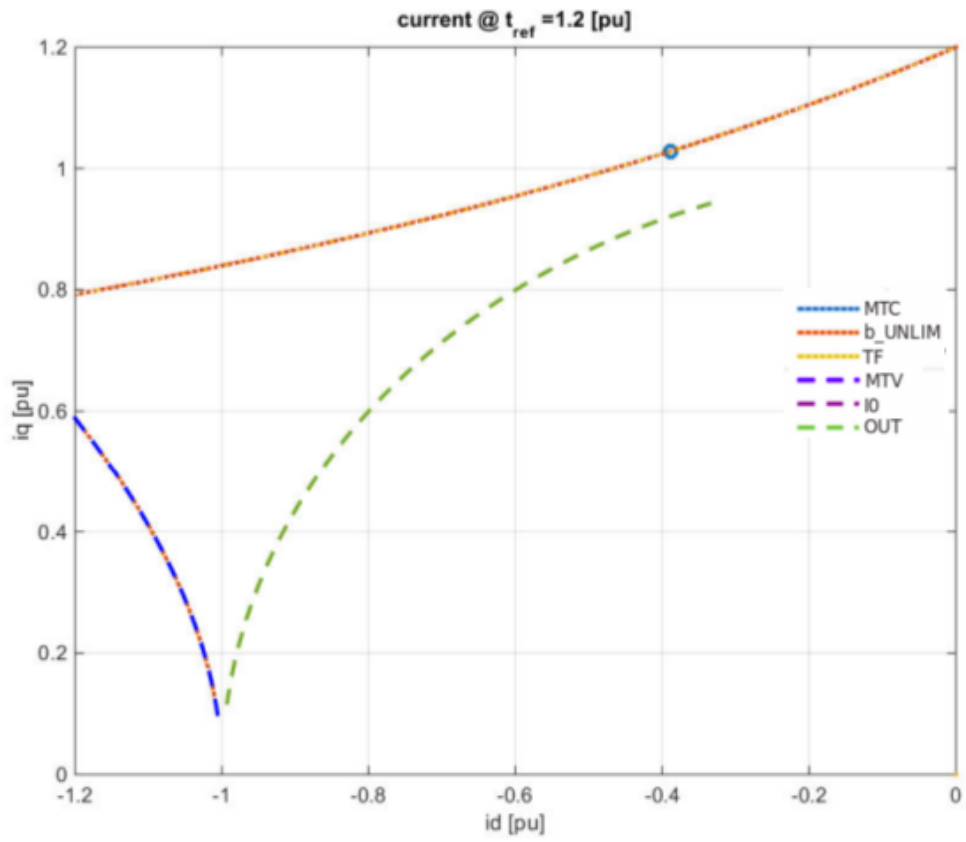


Figura 4.19: IPMSM: Curve di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 1$

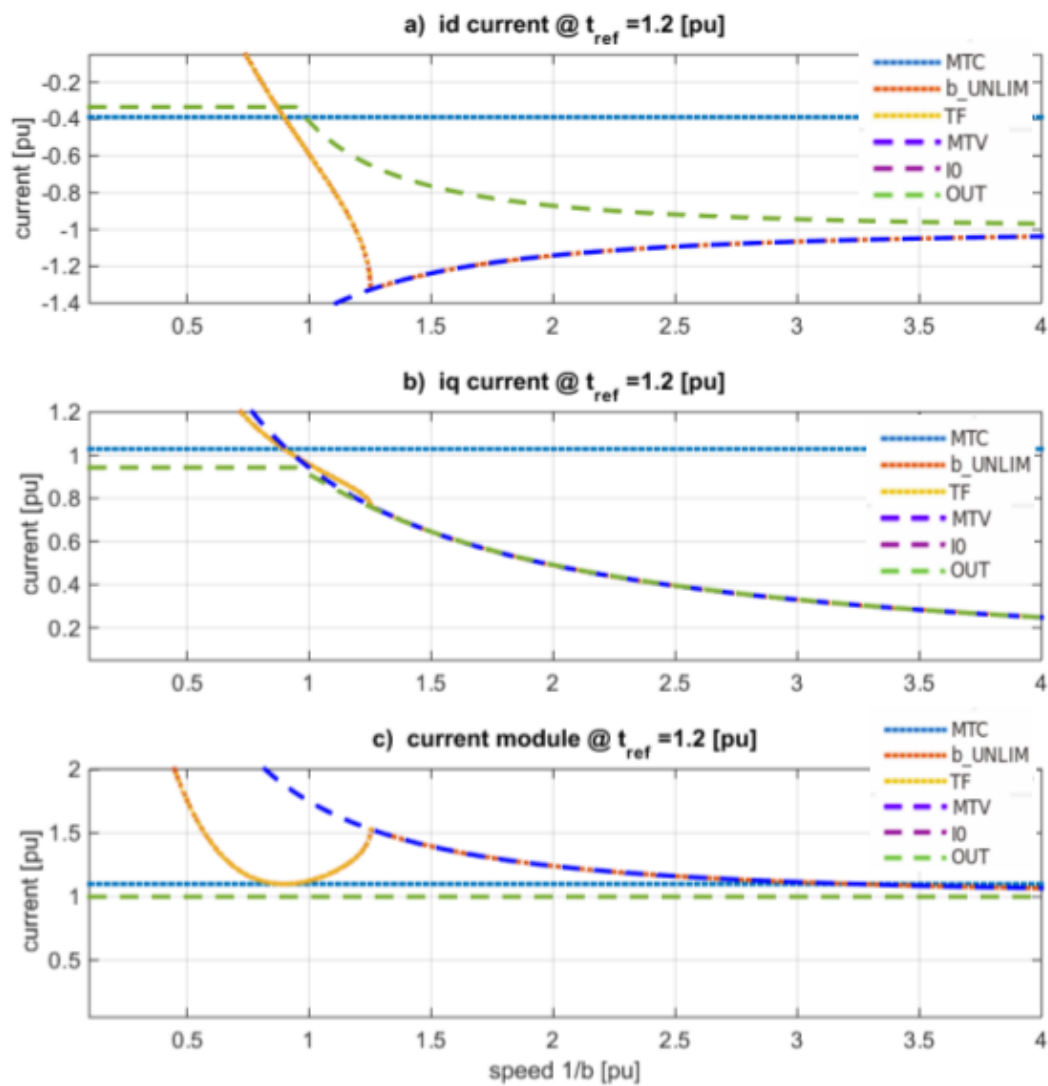


Figura 4.20: IPMSM: Componenti d,q di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 1$

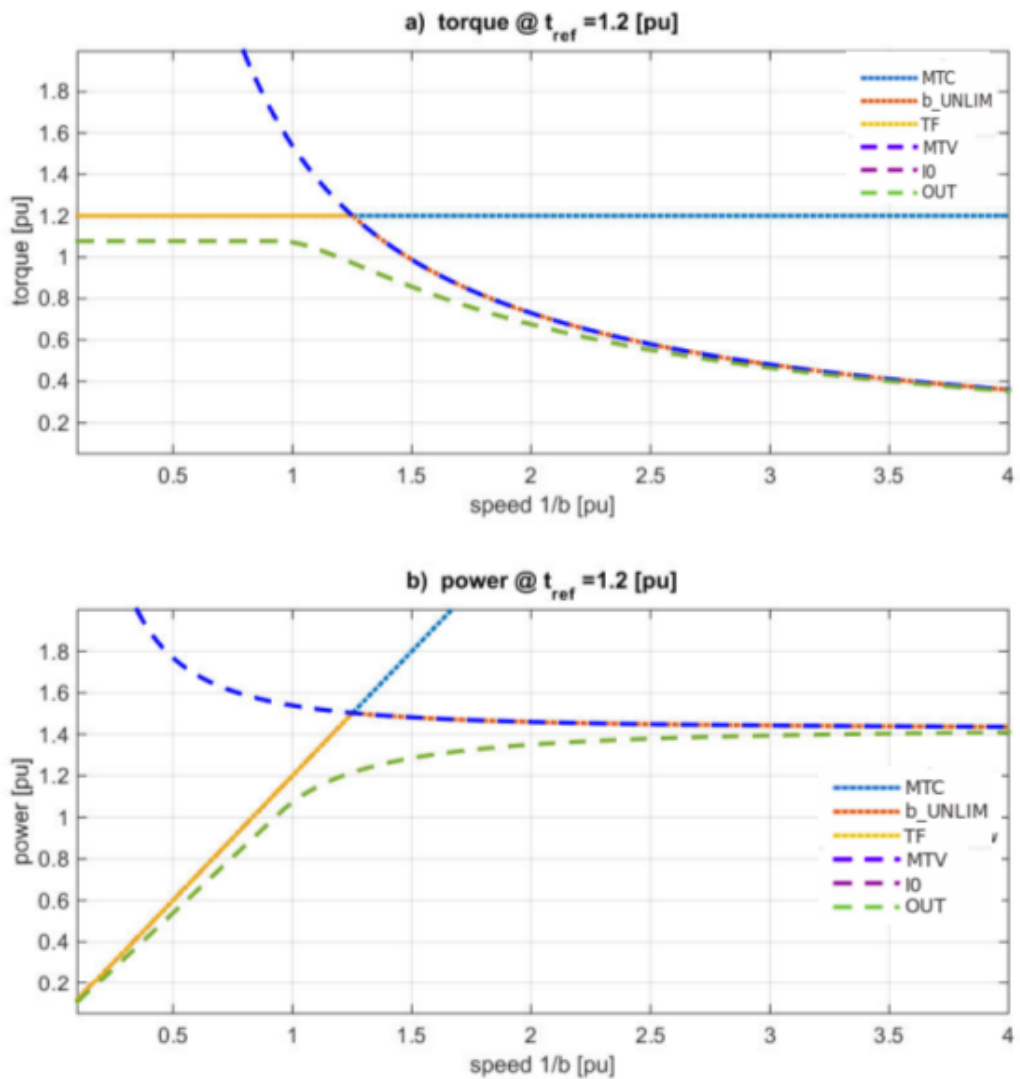


Figura 4.21: IPMSM: Curve di coppia e potenza con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 1$



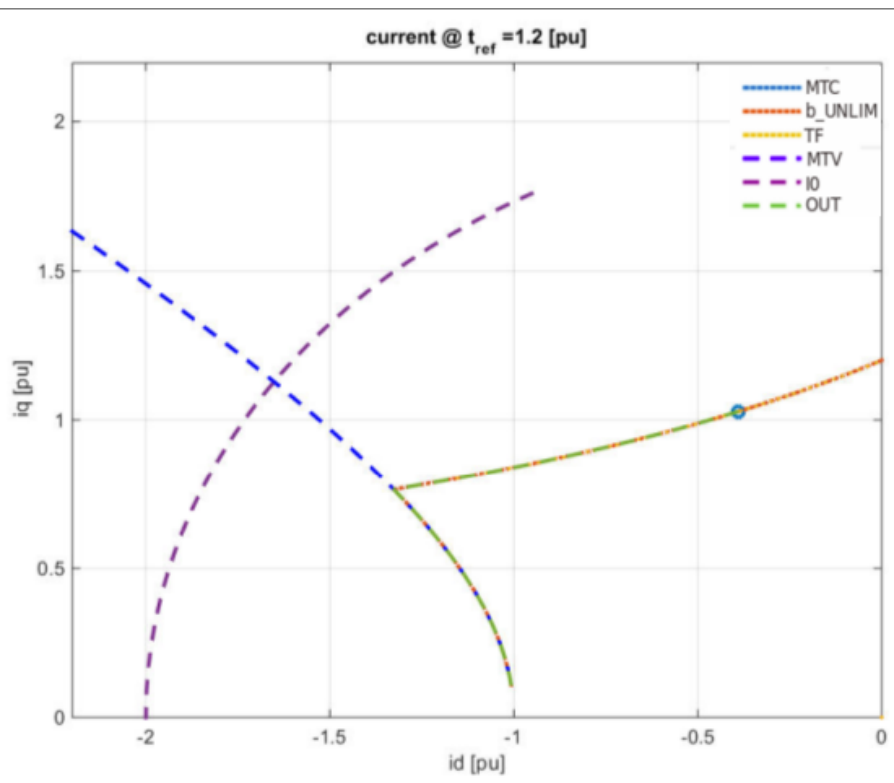


Figura 4.22: IPMSM: Curve di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 2$

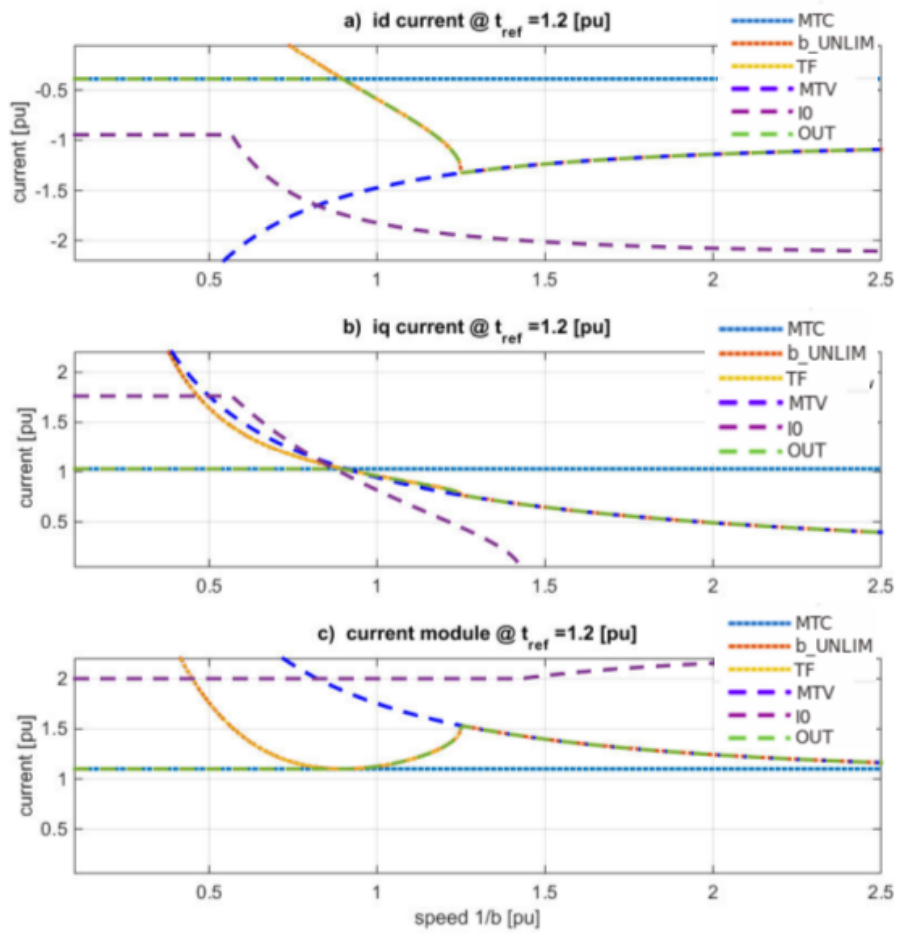


Figura 4.23: IPMSM: Componenti d,q di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.7$ . Corrente limite  $I_o = 2$

## 4.2.3 PMAR-SM: Motore sincrono a riluttanza

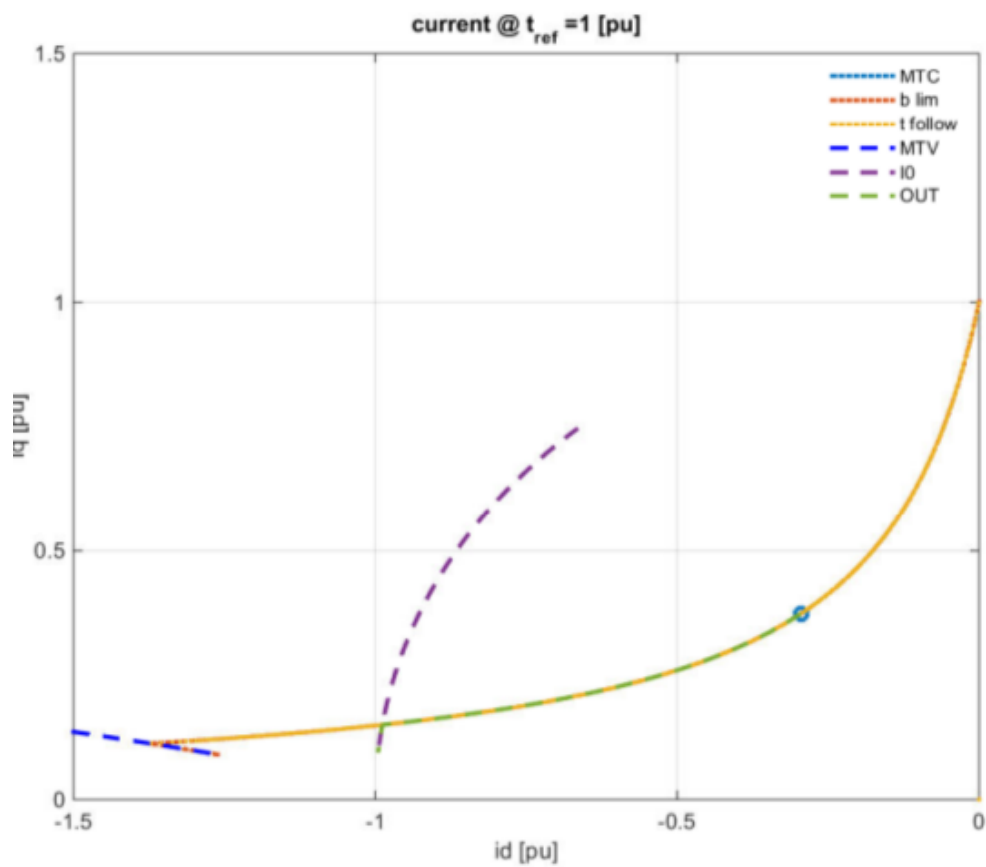


Figura 4.24: PMARSM: Curve di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_o = 1$

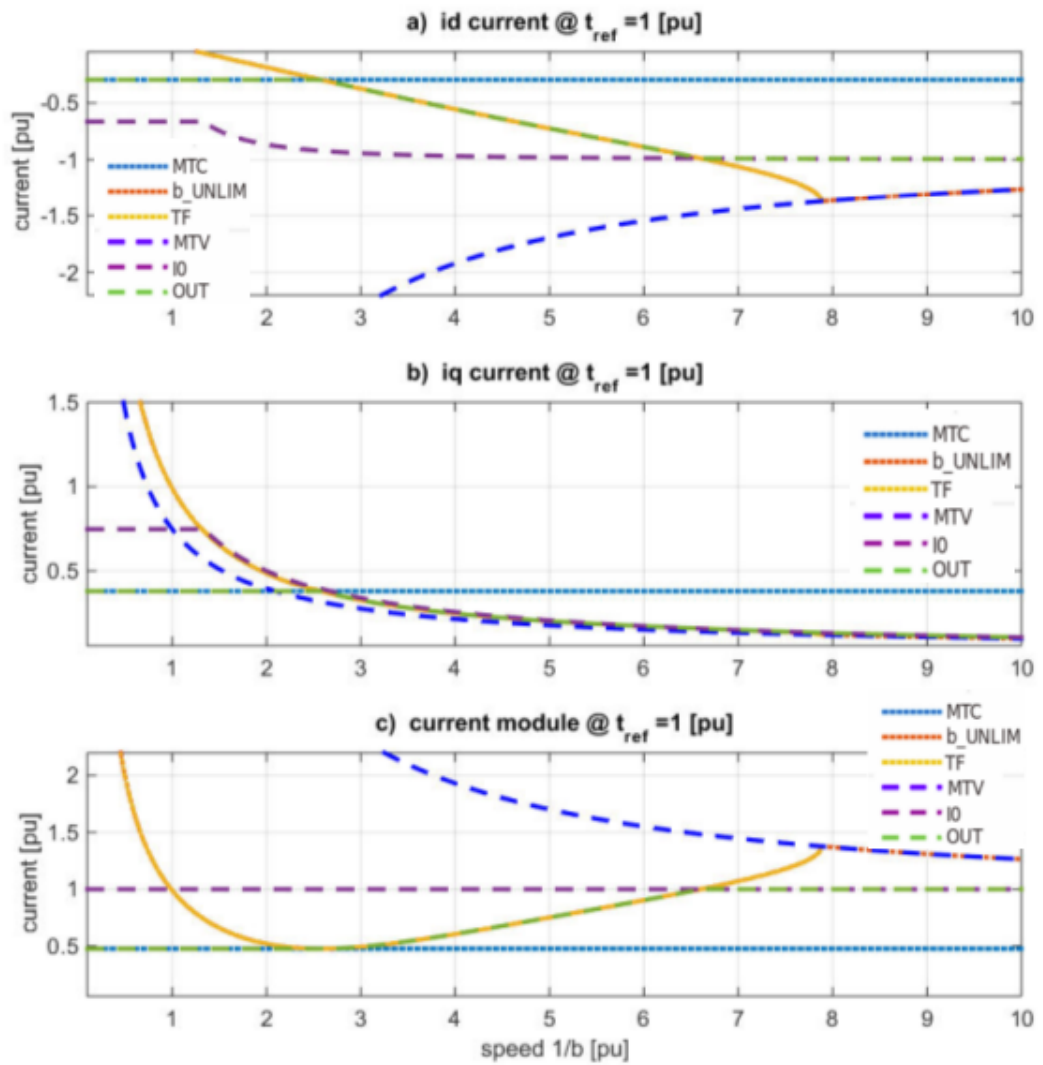


Figura 4.25: IPMSM: Componenti d,q di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_0 = 1$

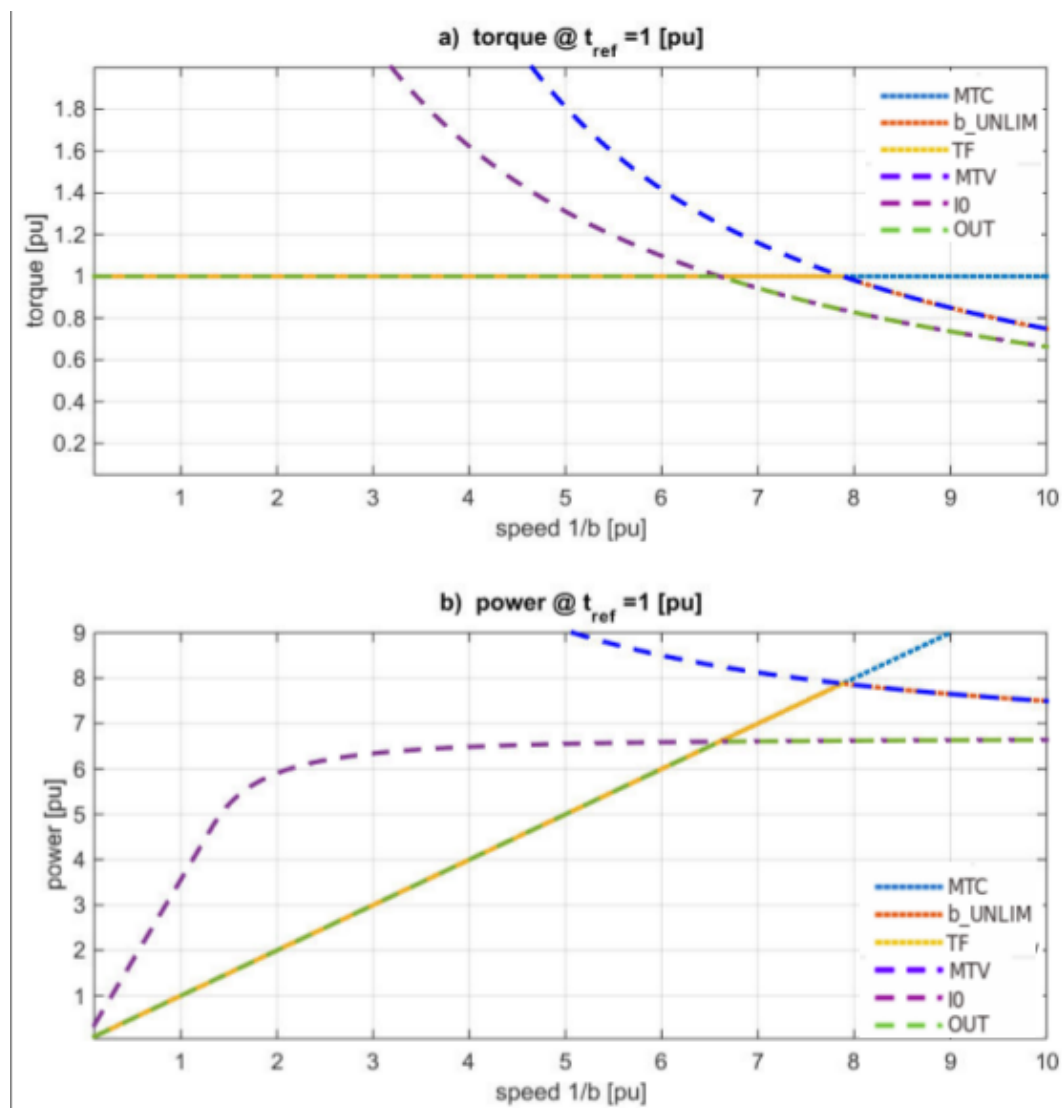


Figura 4.26: IPMSM: Curve di coppia e potenza con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_o = 1$

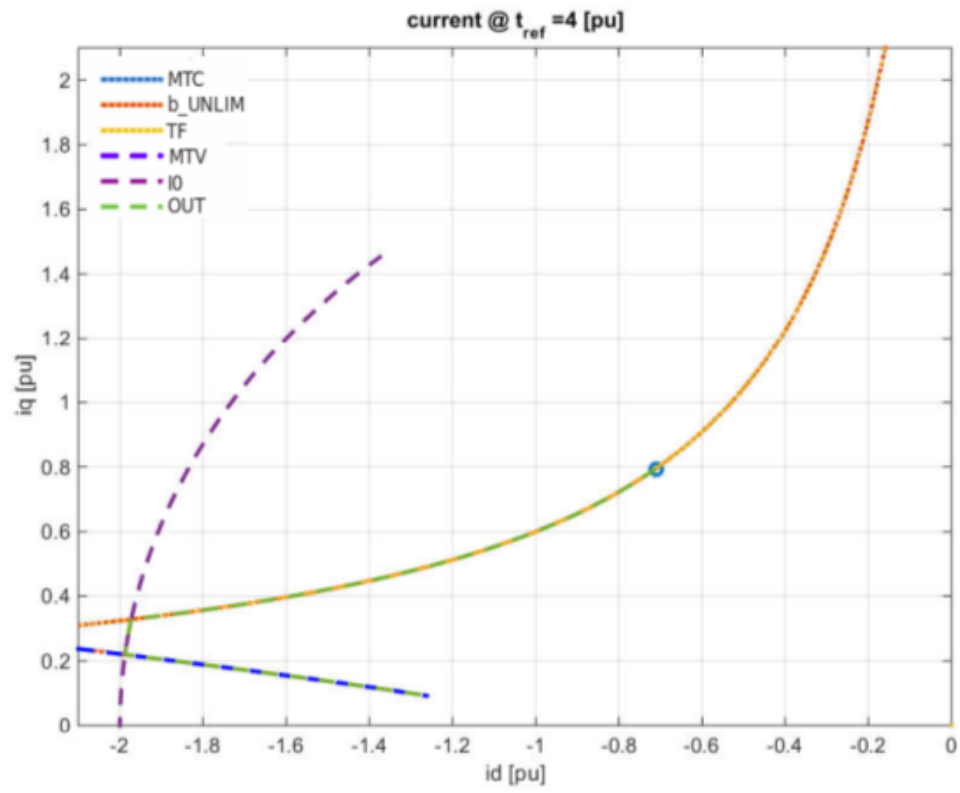


Figura 4.27: PMARSM: Curve di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_o = 2$

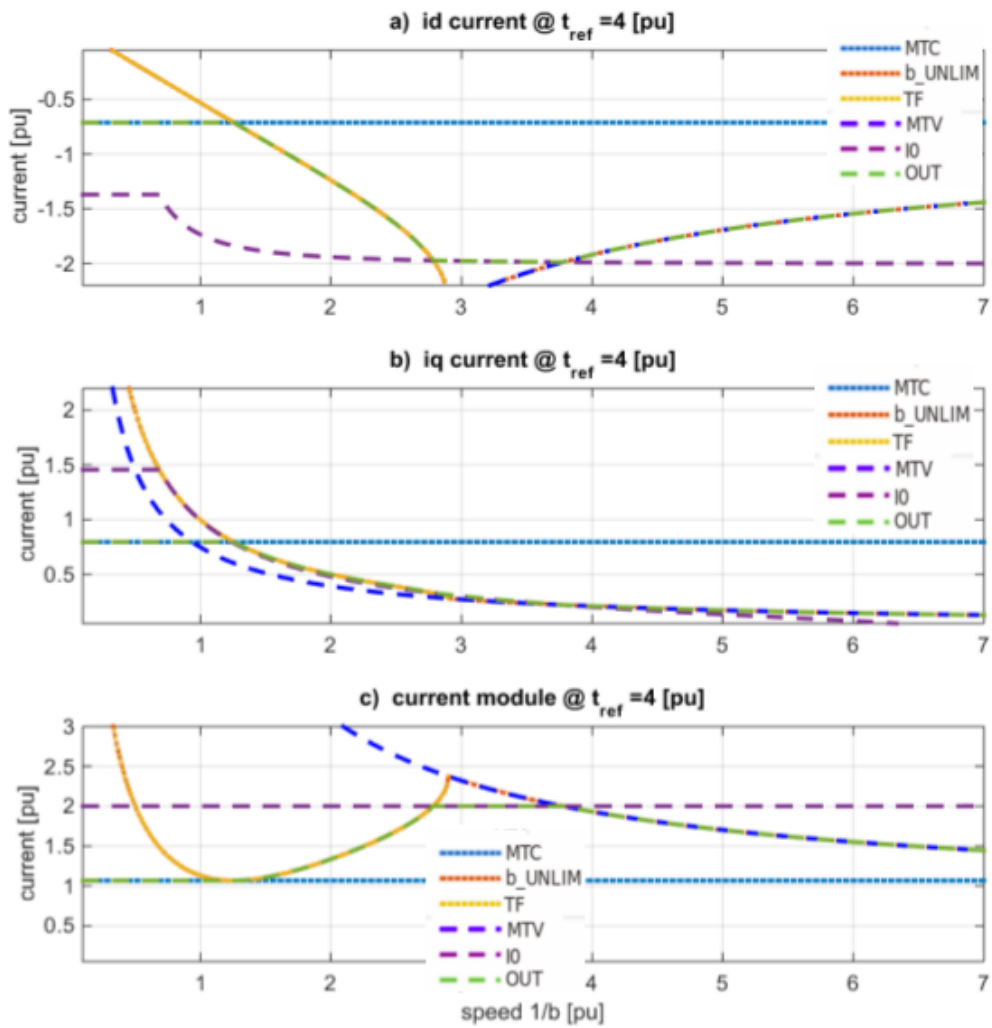


Figura 4.28: IPMSM: Componenti d,q di corrente con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_o = 2$

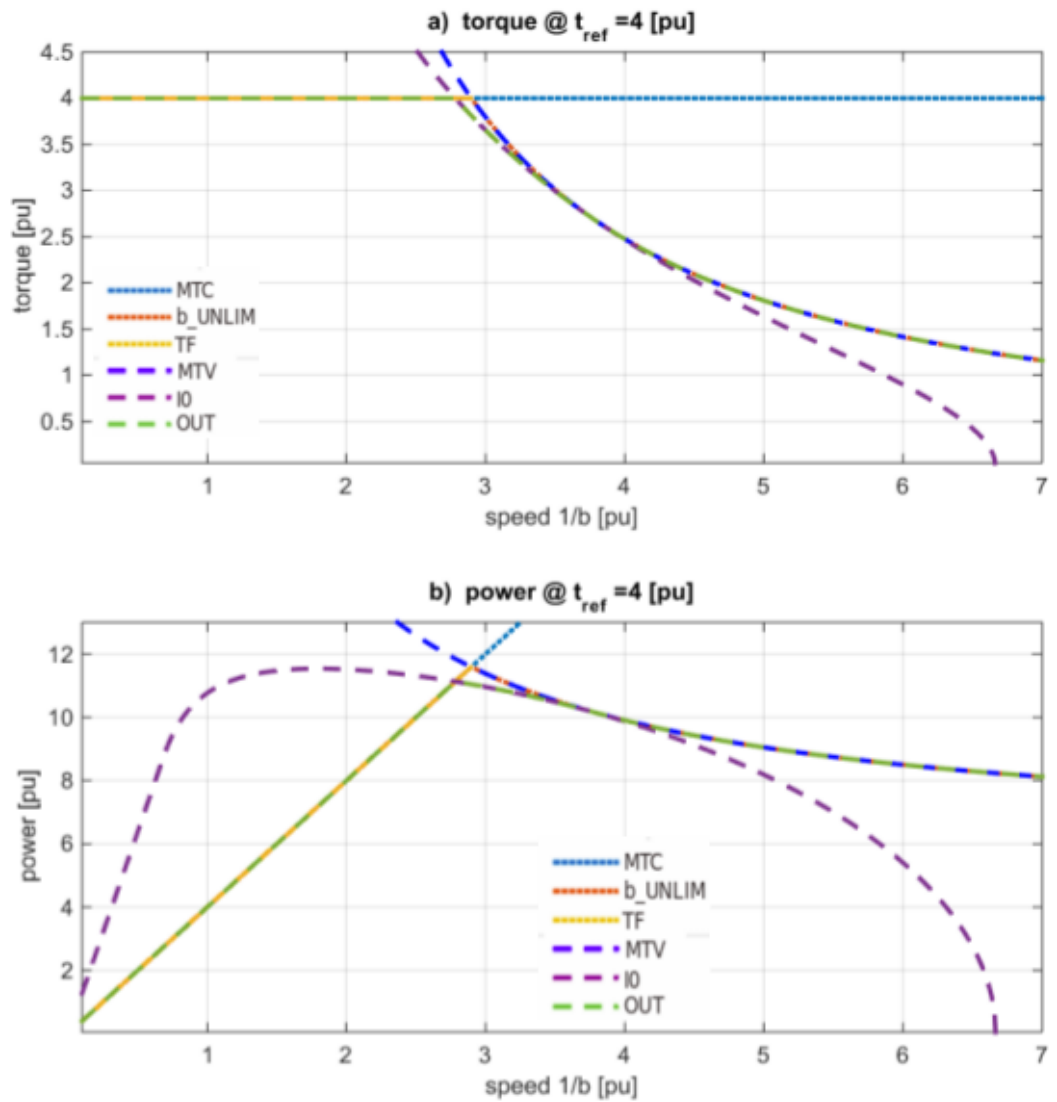


Figura 4.29: IPMSM: Curve di coppia e potenza con  $a = 1$ ,  $r = 0.15$ . Corrente limite  $I_o = 2$



# Conclusioni

Sono stati analizzati mediante gli script di Matlab e Simulink i comportamenti di alcuni motori in varie condizioni di lavoro. L'obiettivo della tesi è stato quello di verificare la validità delle risoluzioni di Cardano-Ferrari per le equazioni di quarto grado che interessano le curve di MTC e MTV. È stato appurato che il metodo di Cardano funziona bene solo per un certo range di parametri  $a$ ,  $r$ ,  $t$ , ovvero quelli riguardanti alcune tipologie di motore. Per il motore asincrono invece, che presenta il valore  $a$  nullo, non è confermata la validità del metodo. Bisognerà quindi cercare di implementare queste equazioni prestando attenzione a questi dettagli. È stato validato anche il modello Simulink, il quale ha risposto bene per la ricerca della effettiva corrente fornita e della coppia di uscita dall'azionamento. Anche qui bisognerà essere accorti nel suo utilizzo quando si immetteranno valori di ingressi che, per come è strutturato lo script della Torque Following, daranno soluzioni o immaginarie oppure inesistenti.



# Bibliografia

AC drives - unified analysis: autori Rossi, Pilati