

Università degli Studi di Bologna

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DISTART

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti,
delle Acque, del Rilevamento e del Territorio

*Corso di laurea in Ingegneria Civile
Indirizzo Infrastrutture Viarie e Trasporti*

Insegnamento:

COSTRUZIONE DI STRADE, FERROVIE ED AEROPORTI L-S

METODI NUMERICI AVANZATI NELLO STUDIO DELLE SOVRASTRUTTURE STRADALI FLESSIBILI

Elaborato di:

MATTEO LANCIOTTI

Relatore:

Chiar.mo Prof. Ing. GIULIO DONDI

Correlatori:

Dott. Ing. VALERIA VIGNALI

Dott. Ing. GIULIA MANGANELLI

Sessione Terza

Anno Accademico 2008 - 2009

Per una famiglia veramente speciale

in un momento altrettanto speciale

PAROLE CHIAVE

1. Pavimentazioni stradali flessibili
2. Modello degli Elementi Distinti Particellari
3. Clump
4. PFC3D
5. Prova triassiale

INDICE

INTRODUZIONE	pag. I
Capitolo 1	
LA MODELLAZIONE NUMERICA PER LO STUDIO DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI	pag. 1
1.1 <i>Introduzione</i>	pag. 1
1.2 <i>Il metodo delle differenze finite FDM</i>	pag. 5
1.2.1 I concetti di base	pag. 5
1.2.2 Vantaggi e limiti del metodo FDM	pag. 6
1.2.3 Il Finite Volume Method FVM	pag. 6
1.3 <i>Il metodo degli elementi finiti FEM</i>	pag. 9
1.3.1 I concetti di base	pag. 9
1.3.2 Vantaggi e limiti del metodo FEM	pag. 11
1.4 <i>Il metodo degli elementi al contorno BEM</i>	pag. 12
1.4.1 I concetti di base	pag. 12
1.4.2 Vantaggi e limiti del metodo BEM	pag. 15
1.5 <i>Il metodo degli elementi discreti DEM</i>	pag. 16
1.5.1 I concetti di base	pag. 16
1.5.2 Vantaggi e limiti del metodo DEM	pag. 17
1.6 <i>Il DEM esplicito</i>	pag. 18
1.7 <i>Il DEM implicito: il DDA</i>	pag. 22
1.8 <i>Il DEM particellare</i>	pag. 24
1.8.1 Il ciclo di calcolo	pag. 24
1.8.2 La legge forza-spostamento	pag. 27
1.8.3 Il moto	pag. 31
1.8.4 Lo smorzamento	pag. 33
1.8.5 L'intervallo di tempo critico	pag. 34
1.8.6 Vantaggi e limiti del DEM particellare	pag. 36

Capitolo 2

L'INFLUENZA DELLA FORMA DELL'AGGREGATO SUL COMPORTAMENTO DELLE PAVIMENTAZIONI	pag. 37
2.1 Le sovrastrutture stradali	pag. 37
2.1.1 Strati superficiali	pag. 38
2.1.2 Strato di base	pag. 40
2.1.3 Strato di fondazione	pag. 41
2.1.4 Controlli sulle pavimentazioni	pag. 42
2.2 L'elemento litico nelle sovrastrutture stradali	pag. 43
2.2.1 La forma degli inerti	pag. 43
2.3 Le particelle nei DEM	pag. 44
2.3.1 DEM e clustering	pag. 49
2.4 La simulazione della prova di taglio	pag. 50
2.4.1 I cluster utilizzati	pag. 50
2.4.2 I fattori di forma dei grani	pag. 51
2.4.3 La modellazione	pag. 54
2.4.4 I risultati	pag. 55
2.5 La simulazione della prova triassiale	pag. 58
2.5.1 La modellazione	pag. 59
2.5.2 I provini utilizzati	pag. 60
2.5.3 I risultati	pag. 61
2.6 Conclusioni	pag. 62

Capitolo 3

PFC3D BY ITASCA	pag. 63
3.1 Introduzione	pag. 63
3.2 La legge forza-spostamento	pag. 64
3.3 La legge del moto	pag. 68
3.4 Lo smorzamento	pag. 68
3.5 La creazione del modello	pag. 69
3.5.1 Introduzione	pag. 69
3.5.2 La generazione delle particelle	pag. 70
3.5.3 I modelli di contatto	pag. 73
3.5.4 Applicazione delle condizioni iniziali ed al contorno	pag. 78
3.5.5 L'interpretazione dei risultati	pag. 79

Capitolo 4

RESISTENZA AL TAGLIO E PROVA TRIASSIALE	pag. 81
4.1 Resistenza al taglio	pag. 81
4.2 Prove triassiali	pag. 84
4.2.1 I vantaggi della prova	pag. 88
4.3 Resistenza e deformabilità dei terreni incoerenti	pag. 89

Capitolo 5

LA CREAZIONE DEI PROVINI: DALL'INCOLLAGGIO AL LABORATORIO	pag. 93
5.1 Introduzione	pag. 93
5.2 La scelta dei materiali e le loro caratteristiche	pag. 93
5.3 La miscela	pag. 96
5.3.1 La miscela "A"	pag. 97
5.3.2 La miscela "B"	pag. 99
5.4 La creazione dei clump	pag. 100
5.5 Il laboratorio	pag. 103

Capitolo 6

LA MODELLAZIONE NUMERICA: LA STRUTTURA DEI LISTATI	pag. 110
6.1 Introduzione	pag. 110
6.1.1 L'iter di lavoro	pag. 112
6.2 Il listato per la creazione del provino	pag. 113
6.2.1 La generazione dei wall	pag. 113
6.2.2 La generazione delle sfere singole	pag. 115
6.2.3 La generazione dei clump	pag. 117
6.3 Il listato della prova triassiale	pag. 120
6.3.1 Introduzione	pag. 120
6.3.2 Change wall stiffness	pag. 120
6.3.3 Le funzioni FISH	pag. 121
6.3.4 Calcolo e controllo degli stati tensionali	pag. 123
6.3.5 La definizione delle variabili history	pag. 125

Capitolo 7

I RISULTATI DELLE PROVE	pag. 127
7.1 Introduzione	pag. 127
7.2 Le sfere	pag. 127
7.2.1 Sforzo deviatorico e deformazione assiale	pag. 128
7.2.2 Deformazione volumetrica e deformazione assiale	pag. 132
7.2.3 Forze di contatto	pag. 134
7.2.4 I cerchi di Mohr	pag. 144
7.3 I clump	pag. 145
7.3.1 Sforzo deviatorico e deformazione assiale	pag. 146
7.3.2 Deformazione volumetrica e deformazione assiale	pag. 149
7.3.3 Forze di contatto	pag. 151
7.3.4 I cerchi di Mohr	pag. 154
7.4 Conclusioni	pag. 155

CONCLUSIONI pag. 157

BIBLIOGRAFIA pag. 162

INTRODUZIONE

Il lavoro di indagine sviluppato nella presente tesi si colloca all'interno di un Programma di ricerca scientifica di rilevante interesse nazionale (PRIN) promosso dal Ministero dell'Università e della Ricerca e coordinato, per quanto riguarda l'Unità Operativa di Bologna, dal Prof. Ing. Andrea Simone.

La sperimentazione riguarda lo studio avanzato del comportamento a fatica delle pavimentazioni bituminose in esercizio, al fine di ottenere nuovi criteri di progettazione e verifica per sovrastrutture nuove o esistenti e nuove tipologie di sovrastrutture a lunga durata.

L'approccio alla progettazione di queste pavimentazioni sarà incentrato sull'utilizzo di tecniche numeriche avanzate basate sui metodi di calcolo agli elementi distinti particellari (DEM-3D), che prendono in considerazione le condizioni critiche e lo sviluppo dei danni all'interno della sovrastruttura.

L'indagine prevede anche l'analisi di nuovi materiali bituminosi che garantiscano prestazioni adeguate alla tipologia di pavimentazione in esame.

È possibile definire il conglomerato bituminoso come un materiale multifase il cui comportamento meccanico risulta difficilmente schematizzabile a causa della sua complessa natura disomogenea e dell'elevata influenza esercitata dalle condizioni ambientali. Per poterne determinare la risposta tenso-deformativa vengono utilizzati generalmente metodi numerici al continuo, i quali considerano la natura del materiale all'interno di leggi costitutive elasto-plastiche, ma che non consentono un'analisi a livello particellare.

L'approccio continuo si basa su metodologie analitiche e numeriche ben consolidate e, almeno dal punto di vista fenomenologico, risulta essere un sistema efficace, come dimostrato dall'evidenza scientifica.

Tale sistema, però, risulta essere riduttivo e carente, in quanto non prende in considerazione la natura particellare dei materiali granulari, che differiscono dagli altri materiali per il loro comportamento meccanico nettamente diverso.

Di conseguenza la progettazione di pavimentazioni stradali perpetue necessita il superamento dell'approccio tradizionale di calcolo.

Facendo ricorso ad un approccio di tipo discontinuo, è possibile analizzare il carattere discreto del sistema, del quale è possibile studiare i processi microscopici che influenzano il comportamento tenso-deformativo a livello macroscopico.

Nell'ambito dei metodi discontinui si fa riferimento a quello degli Elementi Distinti particellari, perché modella il sistema come un insieme di elementi di forma circolare, adattandosi allo studio del comportamento meccanico di un materiale granulare.

Queste tecniche di modellazione permettono di studiare gli effetti perturbativi, indotti dalle sollecitazioni esterne, all'interno della pavimentazione. Tali sollecitazioni riguardano le forze di contatto e gli spostamenti interparticellari, dipendenti dall'assortimento granulometrico e dalla forma degli aggregati, dai quali è possibile studiare la risposta deformativa dei materiali.

Studi precedenti hanno confermato le potenzialità del metodo nel riprodurre l'effettivo comportamento del conglomerato bituminoso sia nei test di laboratorio sia per il materiale in opera, cioè all'interno di una pavimentazione.

Per quanto riguarda lo studio del comportamento a fatica è possibile ottenere indicazioni sia sul numero di cicli di carico che portano a rottura, sia sulla localizzazione del punto d'innescio della frattura.

Al fine di ottenere un modello più rispondente alla realtà fisica, in grado di approfondire il comportamento del sistema, è possibile introdurre parametri quali la forma e le dimensioni dei grani dell'aggregato.

In particolare l'elaborato ha come scopo la validazione dei modelli simulati attraverso software, mediante il confronto con i risultati ottenuti da prove realizzate in laboratorio.

Il programma di modellazione è il PFC3D prodotto da Itasca Consulting Group, che utilizza il Metodo degli Elementi Discreti Particellari così come è stato definito da Cundall e Strack (1979), e rappresenta il sistema come un insieme di particelle circolari che interagiscono tra loro.

Attraverso questo processo, si vuole affrontare lo studio dei parametri che maggiormente influenzano il comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile, come la forma dell'aggregato, utilizzando particelle con una geometria semplice da riprodurre e con caratteristiche uniformi.

Si farà ricorso ad una prova facente parte dell'ambito geotecnico, come il test triassiale, che permette di realizzare delle configurazioni paragonabili a quelle che si verificano in situ. Un ulteriore pregio è la sua facilità di realizzazione sia in laboratorio, sia mediante modellazione numerica.

Su queste basi la tesi si svilupperà su sette capitoli. Inizialmente verranno introdotti i metodi di modellazione numerica, distinguendoli in metodi al continuo e metodi discontinui, e per ciascuna categoria verranno analizzati i principali modelli.

Successivamente si concentrerà l'attenzione sul software PFC3D, discutendo il processo di calcolo e i principi alla base del sistema, come la legge forza-spostamento, la legge del moto, lo smorzamento, i modelli di contatto e le condizioni iniziali e al contorno.

Per quanto riguarda la tematica dell'influenza della forma delle particelle sul comportamento delle pavimentazioni, si esamineranno le proprietà degli aggregati all'interno degli strati delle sovrastrutture, per poi passare alla loro simulazione con i software di modellazione.

Si renderà necessario descrivere in modo dettagliato le peculiarità della prova triassiale, partendo dalla teoria sulla resistenza al taglio fino all'applicazione del test su materiali granulari.

A questo punto si hanno a disposizione tutti gli strumenti per poter affrontare lo studio dal punto di vista del laboratorio e dal punto di vista della modellazione. Nel primo caso le tematiche principali riguardano la scelta dei materiali, il processo di creazione dei clump e tutta la parte pratica di laboratorio. Nel secondo caso l'attenzione è rivolta alla creazione dei listati sia per la determinazione dei provini che per l'esecuzione del test triassiale.

Nell'ultima parte verranno riportati i risultati ottenuti, cercando di capire le relazioni che intercorrono tra i due sistemi di ricerca, ed evidenziando i punti di incontro emersi durante il periodo di indagine.

Capitolo 1

LA MODELLAZIONE NUMERICA PER LO STUDIO DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI

1.1 Introduzione

I metodi di modellazione numerica sono degli strumenti con i quali è possibile coniugare un buon grado di rappresentazione della geometria del sistema, considerando anche il comportamento tenso-deformativo, e tempi di calcolo ragionevoli.

Secondo la teoria di Hudson (2001) le metodologie di modellazione sono classificabili in quattro grandi categorie (figura 1.1) (Vignali, 2006):

- Metodi di tipo A, basati sull'esperienza del progettista;
- Metodi di tipo B, impostati su modelli analitici semplificati;
- Metodi di tipo C, che prevedono modellazioni mirate a descrivere solo i meccanismi rilevanti del fenomeno trattato;
- Metodi di tipo D, basati su una modellazione completa del fenomeno studiato.

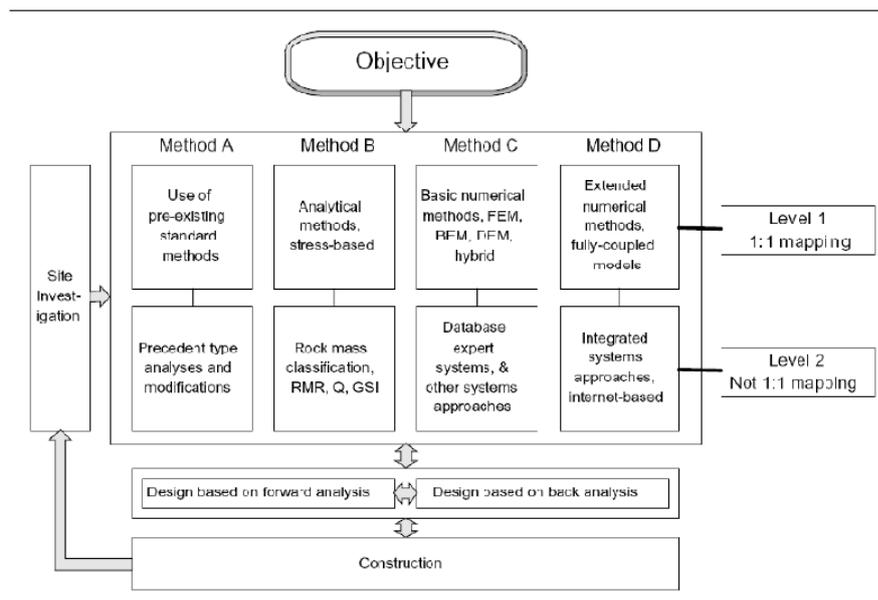


Fig. 1.1 Classificazione dei metodi di modellazione numerica

La scelta del metodo numerico più idoneo al caso in esame si svolge sulla base dell'obiettivo da raggiungere (Objective) e dei dati iniziali a disposizione.

Ciascuna categoria si sviluppa su due livelli:

- Il primo (Level 1), nel quale si studiano singolarmente i meccanismi elementari che originano il fenomeno da modellare (1:1 mapping), i quali sono simulati direttamente attraverso esplicite relazioni tenso-deformative;
- Il secondo (Level 2), che comprende i procedimenti nei quali alcuni parametri iniziali sono inseriti senza essere modellati specificatamente (not 1:1 mapping).

In entrambi i casi è possibile sfruttare dati iniziali ottenuti da prove e rilevamenti in sito (site investigation).

Inoltre è possibile classificare i metodi numerici in due grandi gruppi (Jing, 2003):

- **Metodi al continuo:** schematizzano il sistema come un dominio discretizzato in "unità elementari" di forma geometricamente semplice (triangoli, quadrilateri, tetraedri, ecc..) le quali, pur deformandosi, rimangono costantemente in contatto reciproco attraverso le relative superfici di separazione. Il mezzo così composto conserva in tutti i suoi elementi le proprietà osservate nell'insieme, per cui lo studio può essere condotto a livello fenomenologico anziché a livello "atomico";
- **Metodi discontinui:** rappresentano il sistema come un insieme di corpi discreti e distinti che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto. Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto ed i movimenti dei singoli elementi che lo compongono. Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta

del modello, in quelli discontinui vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

Grazie a questa peculiarità è possibile indagare l'evoluzione della risposta del sistema in condizioni di equilibrio stabile, limite ed a rottura, oltre la quale, a differenza dei metodi al continuo, è ammessa la separazione del dominio in blocchi che continuano a risentire delle sollecitazioni agenti.

Alla prima categoria appartengono (Jing, 2003):

- Il Metodo delle Differenze Finite (Finite Difference Method – FDM);
- Il Metodo degli Elementi Finiti (Finite Element Method - FEM);
- Il Metodo degli Elementi di Contorno (Boundary Element Method - BEM).

Della seconda categoria fa parte il Metodo degli Elementi Discreti (Discrete Element Method - DEM).

Esistono inoltre dei metodi ibridi, come ad esempio quelli FEM/DEM o DEM/BEM.

Il metodo **FDM** si basa sull'approssimazione diretta delle equazioni differenziali parziali (per semplicità indicate come Partial Differential Equations - PDEs) ottenuta sostituendo alle derivate parziali delle differenze definite sul dominio del problema (Jing, 2003). Si tratta quindi di approssimare un continuo in una serie di punti discreti. La soluzione del sistema derivante si consegue imponendo le condizioni iniziali e quelle al contorno.

Il **FEM** richiede la discretizzazione ovvero la suddivisione del dominio del problema in sottodomini (elementi) di forma semplice e regolare (triangoli, quadrati, tetraedri, ...), caratterizzati da un numero fissato di nodi. Per approssimare l'andamento delle PDEs a livello del singolo elemento e generare le equazioni algebriche locali che ne rappresentano il comportamento, si ricorre a funzioni di tentativo in genere polinomiali. Le equazioni così ottenute sono poi assemblate in

sistemi globali la cui soluzione produce l'informazione richiesta nel dominio, dopo aver imposto adeguatamente le condizioni iniziali e quelle al contorno. Il FEM è oggi il metodo numerico maggiormente impiegato nell'ingegneria per la sua flessibilità nel trattare l'eterogeneità e la non linearità dei materiali e la complessità delle condizioni al contorno (Cesari, 2002).

A causa della discretizzazione interna, l'efficienza del FEM e del FDM diminuisce all'aumentare del numero dei gradi di libertà che è in genere proporzionale a quello dei nodi (Jing, 2003).

Il **BEM** richiede invece la discretizzazione del dominio della soluzione solo ai bordi, riducendo così le dimensioni del problema e semplificando i dati richiesti in ingresso. Si basa sulla risoluzione di un'equazione integrale definita sul contorno invece che sulla risoluzione diretta delle PDEs come nel FDM e nel FEM. A parità di livello di discretizzazione tale metodo comporta una maggiore precisione rispetto a questi ultimi (Jing, 2003).

Il **DEM** è un metodo relativamente nuovo se confrontato con quelli sopra descritti. È un metodo discontinuo che schematizza il sistema come un assemblaggio di blocchi connessi tra loro attraverso i relativi punti di contatto. Grandi spostamenti o rotazioni, fratture o completo distacco tra i singoli elementi sono ammessi nel DEM ed impossibili nel FEM, nel FDM e nel BEM.

Le condizioni di compatibilità sugli spostamenti rappresentano un'importante differenza tra i metodi al continuo e quelli discreti: nei primi la compatibilità deve essere imposta tra elementi interni ed è automatica nel FDM e nel BEM ma non nel FEM; nei secondi non è richiesta poiché è sostituita dai modelli costitutivi di contatto tra unità adiacenti.

Di seguito si forniscono alcune indicazioni sui metodi sopra elencati.

1.2 Il metodo delle differenze finite FDM

1.2.1 I concetti di base

Il Metodo delle Differenze Finite (FDM) è il procedimento numerico più antico, utilizzato al fine di ottenere soluzioni approssimate delle equazioni differenziali non lineari alle derivate parziali (per semplicità indicate come Partial Differential Equations - PDEs) (Jing, 2003). L'idea fondamentale su cui si basa è la sostituzione delle derivate parziali delle funzioni obiettivo (ad esempio lo spostamento) mediante delle differenze definite su determinati intervalli del dominio del problema nelle tre direzioni principali Δx , Δy , Δz (figura 1.2) (Wheel, 1996). La soluzione del sistema di equazioni algebriche così ottenuto fornisce in tutti i nodi il valore della funzione obiettivo che soddisfa sia le PDEs, sia le particolari condizioni al contorno.

Il FDM utilizza generalmente griglie regolari come mostrata la figura 1.2.

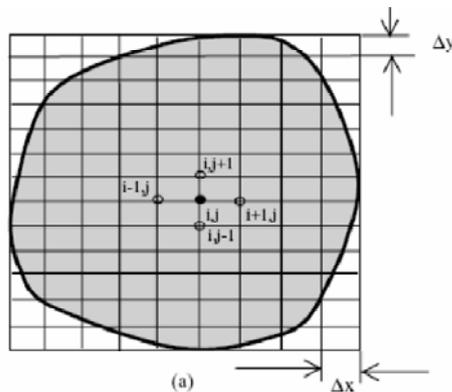


Fig. 1.2 Griglia per il Metodo delle Differenze Finite

Nel caso di uno schema FDM a 5 nodi, ad esempio, le equazioni risultanti nei nodi della griglia (i, j) saranno espresse come combinazione dei valori della funzione nei quattro nodi adiacenti (figura 1.2). Applicando il teorema di Navier al punto generico (i, j) si ottiene:

$$u_x^{i,j} = a_1 \cdot u_x^{i-1,j} + a_2 \cdot u_x^{i,j-1} + a_3 \cdot u_x^{i,j+1} + a_4 \cdot u_x^{i+1,j} + a_5 \cdot u_x^{i+1,j+1} + a_6 \cdot F_x^{i,j}$$

$$u_y^{i,j} = b_1 \cdot u_y^{i-1,j} + b_2 \cdot u_y^{i,j-1} + b_3 \cdot u_y^{i,j+1} + b_4 \cdot u_y^{i+1,j} + b_5 \cdot u_y^{i+1,j+1} + b_6 \cdot F_y^{i,j}$$

Dove:

a_k e b_k ($k = 1, 2, \dots, 6$) sono funzione degli intervalli Δx e Δy della griglia e delle proprietà elastiche del solido;

$F_x^{i,j}$ ed $F_y^{i,j}$ sono le forze in direzione x ed y applicate nel punto (i, j) .

L'insieme di tali equazioni valutate in tutti i punti della mesh produrrà un sistema la cui soluzione può essere ottenuta per mezzo di metodi diretti o iterativi.

1.2.2 Vantaggi e limiti del metodo FDM

Il concetto di base su cui si fonda il Metodo delle Differenze Finite (FDM) è la discretizzazione diretta delle PDEs che governano il problema mediante la sostituzione delle derivate parziali con differenze definite sul contorno dei punti della griglia. In particolare per approssimare le PDEs nell'intorno dei punti campionati non si utilizzano funzioni di interpolazione (come invece accade nel FEM e nel BEM), poiché la configurazione della mesh adottata è tale da generare valori della funzione obiettivo nei punti rappresentativi con intervalli tanto piccoli da rendere gli errori così introdotti non significativi. Per questo motivo il metodo FDM è la tecnica più diretta ed intuitiva per la soluzione delle PDEs (Jing, 2003).

Essendo basato su una griglia regolare, il FDM "convenzionale" risulta generalmente poco adatto alla modellazione di problemi complessi di meccanica delle terre e delle rocce, in quanto fatica a tenere conto di condizioni al contorno particolari e della non omogeneità del materiale. Per questo motivo sono state sviluppate ulteriori versioni basate su griglie quadrilatera irregolari (Perrone & Kao, 1975), tra le quali quella più significativa è l'approccio del Volume Finito (Finite Volume Method - FVM).

1.2.3 Il Finite Volume Method FVM

Il Finite Volume Method (FVM) si basa sull'approssimazione delle PDEs in forma integrale. Si considera un corpo Ω e lo si suddivide in un numero finito N di celle contigue di forma poliedrica arbitraria, chiamate Control Volume (CV) Ω_k , con

confine Γ_k e di versore normale uscente n_i^k con $(k = 1, 2, \dots, N)$. Il confine Γ_k di CV è costituito da un numero (M^k) di elementi poligonal Γ_k^p con $(p = 1, 2, \dots, M^k)$ e vale la relazione (Jing, 2003):

$$\Gamma_k = \bigcup_{p=1}^{M^k} \Gamma_k^p$$

Applicando il teorema di Gauss, le equazioni di equilibrio di Navier-Cauchy in termini di tensioni possono essere riscritte in termini di spostamenti come segue:

$$\sum_{k=1}^N \left[\sum_{p=1}^{M^k} \int_{\Gamma_k^p} t_i^k \cdot d\Gamma + \int_{\Omega_k} f_i \cdot d\Omega \right] = \sum_{k=1}^N \left[\sum_{p=1}^{M^k} \int_{\Gamma_k^p} \sigma_{ij}^k \cdot n_j^p \cdot d\Gamma + F_x^k \right] = 0$$

Dove:

$F_i^k = \rho \cdot g_i \cdot V^k$ vettore delle forze applicato al centro del volume V^k di CV;

ρ è la densità del materiale;

g_i è il vettore delle accelerazioni.

Il metodo consiste nel formulare gli integrali dell'equazione precedente in termini di funzioni algebriche degli spostamenti nei nodi. Applicando tale formula alla cella P della griglia quadrilatera di figura 1.3, ad esempio, avente il centro nel nodo P , quattro lati (ij, jk, kl, li) e quattro nodi (i, j, k, l) , circondata da otto celle vicine con centro I, J, \dots, O , assumendo come variabili gli spostamenti dei centri delle zone, si ottiene (Jing, 2003):

$$A_p \cdot u_x^p + \sum_r A_r \cdot u_x^r + B_p \cdot u_y^p + \sum_r B_r \cdot u_y^r + F_x^K = 0$$

$$C_p \cdot u_y^p + \sum_r C_r \cdot u_y^r + D_p \cdot u_x^p + \sum_r D_r \cdot u_x^r + F_y^K = 0$$

Dove $A_p, A_r, B_p, B_r, C_p, C_r, D_p, D_r$ sono coefficienti funzione della geometria della cella e delle proprietà elastiche del materiale, con $r = 1, 2, \dots, 8$, percorrendo le otto celle circostanti adiacenti alla P .

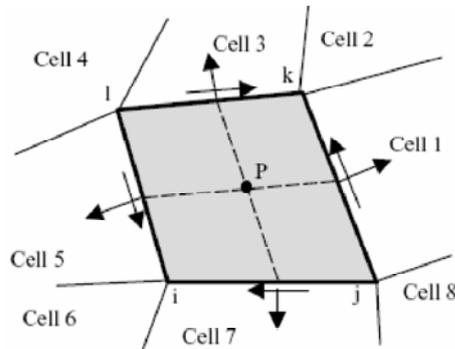


Fig. 1.3 Griglia per il Finite Volume Method

Il FVM è di tipo cell-centred scheme se si utilizzano come variabili gli spostamenti dei centri delle celle e di tipo vertex-centered scheme se invece si adottano gli spostamenti nodali.

Come sottolineato da Bailey (1995) e Fallah (2000), il Finite Volume Method presenta numerose somiglianze con il FEM tanto da essere considerato alla stregua di un ponte tra il FDM ed il FEM; permette infatti di superare la mancanza di flessibilità del FDM tradizionale nella modellazione di griglie irregolari, di condizioni al contorno complesse o di materiali disomogenei. Permangono comunque notevoli difficoltà nel simulare sistemi discontinui che non consentono la continuità tra punti vicini della mesh.

1.3 Il metodo degli elementi finiti FEM

1.3.1 I concetti di base

Il Metodo degli Elementi Finiti (Finite Element Method - FEM), proposto per la prima volta da Clough nel 1960, è uno dei procedimenti numerici più popolari nelle scienze ingegneristiche. Il concetto di base su cui si fonda è la schematizzazione di una struttura continua come un insieme di regioni di volume finito e forma semplice, che non si compenetrano, connesse tra loro in un numero finito di punti detti nodi. Si ipotizza inoltre che gli spostamenti di un punto interno ad un elemento siano funzioni degli spostamenti nodali tramite opportune funzioni del punto dette funzioni di spostamento (Brauer, 1988). Il problema elastico del continuo considerato, la cui esatta formulazione conduce a sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali definiti da opportune condizioni al contorno, viene così discretizzato e ricondotto in via approssimata alla soluzione di un sistema di equazioni lineari (Cesari, 2002).

Per compiere un'analisi FEM sono quindi necessari tre passaggi fondamentali:

- **La discretizzazione del dominio:** consiste nella suddivisione del dominio in un numero finito di elementi tra loro contigui, di forma regolare (triangoli, quadrilateri, ...), definiti da un numero fissato di nodi (figura 1.4);

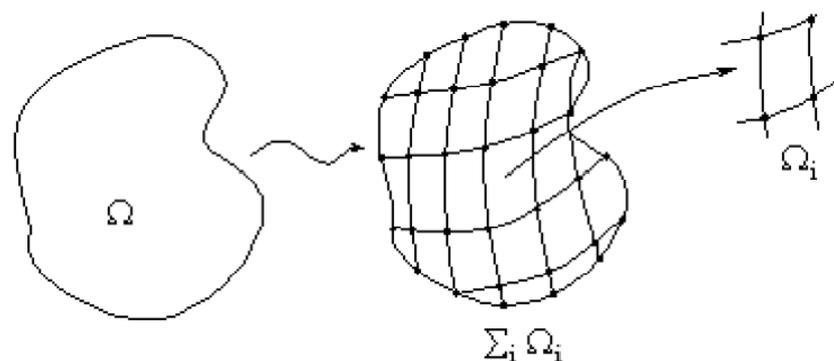


Fig. 1.4 Suddivisione del dominio di integrazione Ω in sottodomini Ω_i

- **L'approssimazione locale:** si ipotizza che la funzione incognita u_i^e (ad esempio lo spostamento) possa essere approssimata per ciascun elemento mediante una funzione nodale u_i^j che, dovendo soddisfare le PDEs, assume la forma (Cesari, 2002):

$$u_i^e = \sum_{j=1}^M N_{ij} \cdot u_i^j$$

dove i termini N_{ij} sono chiamate funzioni forma (o funzioni di interpolazione) ed M è il numero degli elementi. In questo modo è possibile legare gli spostamenti generici dentro all'elemento a quelli nodali. Le funzioni di forma hanno un ruolo importante poiché rappresentano il polinomio che approssima il valore esatto degli spostamenti e quindi determinano la convergenza del metodo;

- **L'assemblaggio e la soluzione dell'equazione matriciale globale:** usando le funzioni forma, le PDEs "originali" del problema sono sostituite da un sistema di equazioni algebriche che assumono la seguente forma (Cesari, 2002):

$$\sum_{i=1}^N [K_{ij}^e] \cdot \{u_i^e\} = \sum_{i=1}^N (f_i^e) \quad \text{oppure} \quad [K] \cdot \{u\} = \{F\}$$

Dove:

$[K_{ij}^e]$ è la matrice di rigidezza;

$\{u_j^e\}$ è il vettore dei valori nodali della variabile incognita, ad esempio lo spostamento;

$\{f_i^e\}$ è il vettore che contiene le forze interne all'elemento, che tiene conto delle condizioni iniziali e di quelle al contorno.

La matrice K è a bande e simmetrica.

1.3.2 Vantaggi e limiti del metodo FEM

La vasta diffusione del Metodo degli Elementi Finiti, testimoniata dall'ampia disponibilità di software di calcolo in commercio, è in gran parte legata alla sua flessibilità nel tener conto della disomogeneità dei materiali e della loro anisotropia, di condizioni al contorno anche complesse e di problemi dinamici. La precisione ottenuta dipende principalmente dalla dimensione dell'intervallo di suddivisione utilizzato per la mesh: la riduzione che si ottiene sull'errore compiuto è proporzionale alla distanza reciproca tra i nodi della griglia, in quanto più ravvicinati sono i nodi migliore è la significatività dei risultati. Per questo motivo, per geometrie complesse si ricorre generalmente a mesh raffittite con passo non costante, che aumenta nelle zone di maggiore interesse (Cesari, 2002).

Lo svantaggio principale di questa tecnica numerica rimane la scarsa capacità di rappresentare il comportamento tenso-deformativo di sistemi soggetti a rottura in quanto, essendo un metodo al continuo, non ammette la separazione reciproca tra gli elementi infinitesimi. A tal proposito Goodman (1968), assumendo che le tensioni di contatto ed i relativi spostamenti lungo le fratture di spessore teorico nullo seguissero una relazione lineare con le rigidità normale e tangenziale, propose un element joint che potesse essere direttamente incorporato in un processo FEM con un'equazione di equilibrio globale data da (figura 1.5):

$$k^G \cdot u^G = f^G$$

dove k^G è una matrice simmetrica i cui elementi sono definiti rispettivamente dalla rigidità normale e tangenziale, dalla lunghezza dell'elemento e dal suo orientamento rispetto al sistema di riferimento globale. Il vettore u^G è il vettore degli spostamenti nodali dei quattro nodi (i, j, k, l) che lo definiscono.

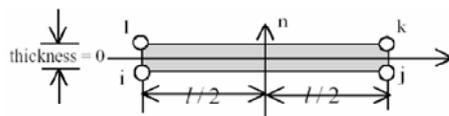


Fig. 1.5 Element joint secondo Goodman

Per consentire il completo distacco dell'element joint da quelli adiacenti, caratteristica non ammessa nella formulazione di Goodman, Zienkiewicz (1970) propose una nuova tipologia di element joint a sei nodi, due dei quali aggiuntivi nella sezione di mezzeria (figura 1.6 a destra).

Nel 1973 Ghaboussi presentò inoltre un nuovo element joint, di spessore finito (t), basato sulla teoria della plasticità, ricorrendo agli spostamenti relativi tra le due facce opposte di una frattura come sistemi incogniti indipendenti (figura 1.6 a sinistra).

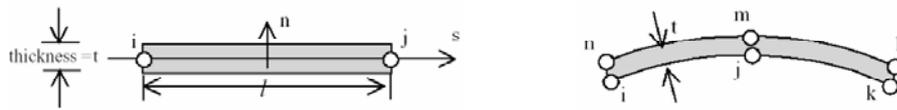


Fig. 1.6 Element joint secondo Ghaboussi (sinistra) e Zienkiewicz (destra)

Nonostante questi miglioramenti, lo studio delle fratture e dei loro meccanismi di propagazione resta ancor oggi il fattore maggiormente limitativo nell'applicazione del FEM allo studio della meccanica dei domini analizzati.

1.4 Il metodo degli elementi al contorno BEM

1.4.1 I concetti di base

Al contrario del FEM e del FDM, il Metodo degli Elementi di Contorno (Boundary Element Method – BEM) adotta una discretizzazione non su tutto il dominio ma solo sul contorno e ne determina una soluzione attraverso un'equazione integrale basata sui teoremi di Betti e di Somigliana. Per un dominio Ω con confine Γ avente versore normale uscente n_i e con forza applicata costante f_i l'equazione diventa:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot u_j \cdot d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot t_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma$$

Dove u_j e t_j sono i vettori spostamento sul contorno Γ , i termini u_{ij}^* e t_{ij}^* sono chiamati nuclei spostamento e c_{ij} è detto termine libero, determinato dalla geometria locale della superficie di confine ($c_{ij} = 1$ quando il punto è interno al dominio).

La risoluzione dell'equazione sopra descritta richiede i seguenti passi:

- Discretizzazione del confine Γ con un numero finito di elementi di contorno: nei problemi 2D gli elementi sono segmenti di linea, che possono avere un nodo al centro dell'elemento (elemento costante), due nodi ai due estremi (elemento lineare) o tre nodi di cui due di estremità ed uno centrale (elemento quadratico). Definito con N il numero totale degli elementi di bordo si può scrivere:

$$c_{ij} \cdot u_j + \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot u_j \cdot d\Gamma = \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot t_j \cdot d\Gamma + \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma$$

- Approssimazione delle funzioni in prossimità degli elementi di bordo mediante funzioni di forma (N_k), in modo simile a ciò che accade nel FEM. Le funzioni spostamento per i vari elementi sono espresse come la somma dei valori nodali:

$$u_i = \sum_{k=1}^m N_k u_i^k \quad t_i = \sum_{k=1}^m N_k t_i^k$$

Dove m è l'ordine dell'elemento (1, 2 o 3 per i problemi 2D) ed u_i^k e t_i^k sono i valori degli spostamenti nodali nel nodo k . Ponendo:

$$T_{ij} = \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma \quad U_{ij} = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma \quad B_i = \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma$$

L'equazione $c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot u_j \cdot d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot t_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma$ può essere

scritta in forma matriciale come:

$$[T_{ij}(l, k)]\{u_j(k)\} = [U_{ij}(l, k)]\{t_j(k)\} + \{B_i(k)\}$$

Dove:

$i, j = 1, 2$ per i problemi 2D e $1, 2, 3$ per i problemi 3D;

$l, k = 1, 2, \dots, N$;

$$T_{ij}(l, k) = c_{ij} \cdot \delta_{l,k} + \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma$$

- Valutazione degli integrali T_{ij} , U_{ij} e B_i ;
- Imposizione delle condizioni al contorno ottenendo come forma finale della $[T_{ij}(l, k)]\{u_j(k)\} = [U_{ij}(l, k)]\{t_j(k)\} + \{B_i(k)\}$ l'equazione:

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

Dove la matrice globale $[A]$ deriva da T_{ij} ed U_{ij} , il vettore incognito $\{x\}$ è costituito dagli spostamenti incogniti ed il vettore noto $\{b\}$ è la somma del vettore delle forze agenti sul corpo $\{B_i\}$ e dei prodotti di T_{ij} con gli spostamenti noti.

L'equazione risultante, a differenza delle matrici sparse e simmetriche tipiche del FEM, è solitamente asimmetrica e fornisce i valori degli spostamenti incogniti nei nodi;

- Valutazione degli spostamenti e delle tensioni all'interno del dominio in funzione di quelli nodali noti.

1.4.2 Vantaggi e limiti del metodo BEM

Il Metodo degli Elementi al Contorno comporta generalmente una riduzione della dimensione del modello computazionale rispetto al FEM o al FDM, in quanto richiede una discretizzazione solo sul contorno del dominio invece che su tutta la sua estensione. Grazie alla sua formulazione integrale diretta, a parità di livello di discretizzazione, il BEM fornisce una precisione dei risultati maggiore rispetto a quella ottenuta con tecniche FEM o FDM.

In generale, però, il BEM non è efficiente come il FEM nel tener conto dell'eterogeneità dei materiali, perché non è caratterizzato da tanti sottodomini quanti sono gli elementi infinitesimi del FEM. Inoltre non è funzionale quanto quest'ultimo nel simulare il comportamento non lineare dei materiali, motivo per cui è più adatto ad analizzare corpi elastici, lineari ed omogenei (Jing, 2003).

Analogamente agli altri metodi precedentemente esaminati anche il BEM manifesta qualche difficoltà nel simulare il comportamento tenso-deformativo di un sistema dotato di discontinuità. Per superare questa difficoltà, sono state proposte diverse tecniche. La prima, presentata da Blandford nel 1981, consiste nel dividere il dominio in sottodomini multipli con fratture lungo le interfacce ottenendo così diverse matrici di rigidezza nei vari sottodomini (figura 1.7 a). Tale tecnica richiede però la conoscenza del percorso compiuto dalla frattura e del suo gradiente di crescita e si applica con difficoltà a quei problemi che non presentano condizioni di simmetria geometrica. Altrimenti è possibile utilizzare il Dual Boundary Element Method (DBEM), proposto da Portela nel 1993, il quale consiste nell'applicare separatamente l'equazione iniziale agli elementi che costituiscono le due facce opposte della frattura (figura 1.7 b).

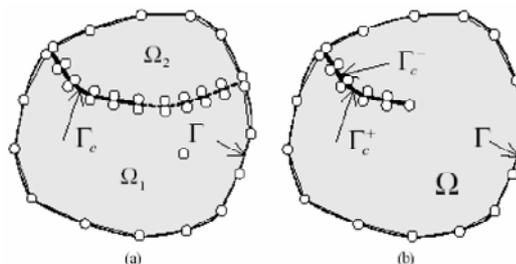


Fig. 1.7 Analisi delle discontinuità nel BEM

1.5 Il metodo degli elementi discreti DEM

1.5.1 I concetti di base

Il Metodo degli Elementi Discreti (DEM) è relativamente nuovo se confrontato con quelli citati precedentemente; le sue origini risalgono al 1971 quando Goodman e Cundall lo applicarono ad un problema di meccanica delle rocce. È un metodo discontinuo che schematizza il sistema come un insieme di corpi indipendenti che interagiscono tra loro attraverso i punti di reciproco contatto, i quali sono i responsabili della trasmissione delle forze all'interno del mezzo. L'interazione tra gli elementi è considerata come un processo dinamico che raggiunge l'equilibrio quando le sollecitazioni interne al sistema sono bilanciate. Le forze e gli spostamenti del mezzo si ricavano tracciando i movimenti dei singoli corpi che lo compongono, i quali sono il risultato della propagazione all'interno del terreno di cause di disturbo che hanno origine ai confini del modello (Choi, 1992). In particolare si applica la seconda legge di Newton agli elementi e la legge forza-spostamento ai punti di contatto. La prima è utilizzata per determinare il moto delle singole unità causato dalle sollecitazioni agenti su esse; la seconda serve per aggiornare le forze di contatto conseguenti (Jing, 2003).

Per ottenere una soluzione del modello DEM conforme alla realtà da simulare, cinque sono i passi fondamentali da seguire:

1. Suddivisione del dominio del problema ed identificazione della tipologia di elementi con cui suddividere il sistema;
2. Rappresentazione della deformazione dei singoli blocchi (che possono essere rigidi o deformabili);
3. Sviluppo di un algoritmo per l'identificazione dei contatti;
4. Formulazione delle equazioni del moto del sistema;
5. Integrazione delle equazioni del moto ed aggiornamento dei contatti tra i blocchi, che variano in conseguenza dei movimenti e delle deformazioni cui è soggetto il sistema.

1.5.2 Vantaggi e limiti del metodo DEM

La differenza fondamentale tra il Metodo degli Elementi Discreti e quelli precedentemente citati risiede nel fatto che, mentre in questi ultimi i contatti fra “unità elementari” rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, nel DEM sono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi. La definizione della mesh e dei modelli costitutivi dei materiali è sostituita dalla determinazione della distribuzione e delle dimensioni degli elementi che compongono il sistema e dalla descrizione del comportamento dei contatti (Calvetti, 2003). Nel DEM lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla distribuzione iniziale delle singole unità, dato che dalla loro posizione relativa dipendono le forze di contatto (Lin et al., 1997).

É inoltre possibile indagare l'evoluzione della risposta del sistema in condizioni di equilibrio stabile, limite ed a rottura, oltre la quale, a differenza dei metodi al continuo, ammette la separazione del dominio in blocchi che continuano a risentire delle sollecitazioni agenti. Per questo motivo il DEM è particolarmente indicato per modellare fenomeni di interazione fra oggetti discreti soggetti a grandi deformazioni o a processi di frattura.

Sono disponibili in particolare tre tipologie:

- Il DEM esplicito, basato su una discretizzazione del sistema secondo uno schema FVM;
- Il DEM implicito, detto anche Discontinuous Deformation Analysis Method (DDA), basato su una discretizzazione del sistema secondo uno schema FEM;
- Il DEM particellare, il quale schematizza gli elementi che compongono il sistema come particelle rigide circolari. Questa caratteristica lo rende particolarmente indicato per la modellazione del comportamento dei materiali granulari.

1.6 Il DEM esplicito

Questo metodo si basa su una discretizzazione del sistema secondo uno schema FVM che rappresenta i singoli blocchi componenti il dominio come poligoni concavi o convessi suddivisi in un numero finito di triangoli in 2D e di tetraedri in 3D (figura 1.8).

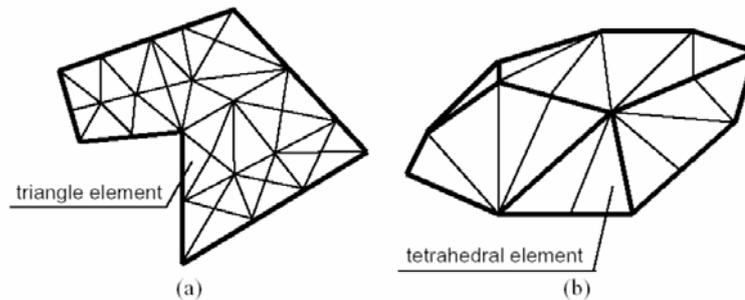


Fig. 1.8 Schematizzazione della mesh prevista dal DEM in 2D (a) e 3D (b)

Per la rappresentazione delle deformazioni si ricorre ad una formulazione Lagrangiana esplicita, mentre i contatti sono determinati cinematicamente sulla base della più piccola distanza tra due blocchi contigui.

Il comportamento dinamico del sistema è rappresentato numericamente attraverso un algoritmo che procede per step successivi durante i quali le velocità e le accelerazioni sono assunte costanti. Il DEM ipotizza che ogni time-step sia tanto piccolo che al suo interno le perturbazioni possano propagarsi soltanto da una particella a quelle immediatamente vicine.

In ogni istante le forze risultanti su un qualsiasi elemento sono determinate esclusivamente dalla sua interazione con quelli cui è a contatto. La velocità di propagazione dipende dalle proprietà fisiche del mezzo discreto considerato.

L'interazione tra due blocchi è schematizzata attraverso:

- Un **modello di rigidità**: fornisce una relazione tra la forza di contatto ed il relativo spostamento (figura 1.9):

$$F_n = k_n \cdot U_n \qquad F_t = -k_t \cdot U_t$$

Dove:

F_n è la forza di contatto in direzione normale;

F_t è la forza di contatto in direzione tangenziale;

k_n è la rigidezza normale;

k_t è la rigidezza tangenziale;

U_n è lo spostamento totale in direzione normale al piano di contatto fra due particelle;

U_t è lo spostamento totale in direzione tangenziale al piano di contatto fra due particelle.

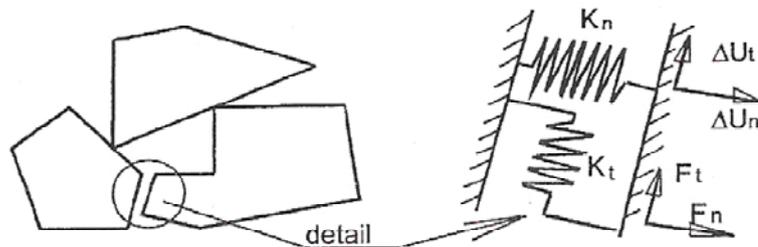


Figura 1.9 Definizione dei contatti nel DEM esplicito

- Un **modello di slittamento**: è una proprietà intrinseca delle entità a contatto. La condizione di slittamento si ha quando la componente tangenziale della forza (F_t^i) eguaglia il valore massimo ammissibile della forza di contatto tangenziale (F_t^{\max}). Questo valore è dato dal coefficiente di attrito minimo tra le entità a contatto (μ) moltiplicato per il modulo della componente normale di compressione della forza (F_n^i).

La condizione di slittamento si può quindi esprimere come (figura 1.10):

$$F_t^i \geq F_t^{\max} = \mu \cdot |F_n^i|$$

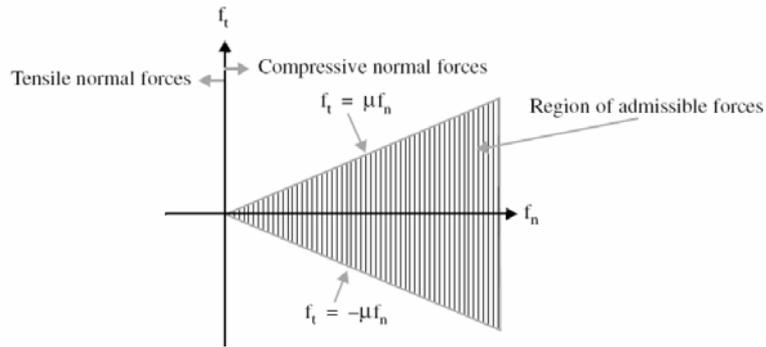


Fig. 1.10 Modello di slittamento

- Un **modello di contatto**, che a seconda del comportamento lungo la direzione normale al moto può essere di tipo (Cundall et al., 1992):
 - *soft contact*, se caratterizzato da un valore finito della rigidità normale. Si assume che la forza di contatto sia nulla nel punto di intersezione iniziale dei due corpi e poi proporzionale agli spostamenti dei contatti stessi. Le forze di contatto quindi si generano in seguito alla compenetrazione dei due elementi adiacenti;
 - *hard contact*, se non ammette la compenetrazione tra particelle vicine.
- La scelta del tipo di modello da adottare deve essere effettuata sulla base di considerazioni fisiche piuttosto che numeriche. È possibile infatti che uno stesso sistema espliciti diversi comportamenti a seconda delle circostanze (Cundall, 1988): se è caratterizzato da un coefficiente di attrito quasi nullo e da un livello tensionale molto basso, è preferibile una schematizzazione *soft contact*; in caso contrario si addice maggiormente uno schema *hard contact*.

Per integrare le equazioni del moto si ricorre a uno schema esplicito alle differenze centrali in opposizione all'approccio implicito usato negli altri metodi numerici al continuo. Le variabili incognite (forze di contatto) di ciascun blocco sono determinate localmente ad ogni time step a partire da quelle note degli elementi immediatamente vicini (Hart et al., 1988).

Considerando il blocco i -esimo del sistema, la seconda legge di Newton può essere scritta nella forma (Jing, 2003):

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{F}{m}$$

Dove:

\dot{u} è la velocità;

t è il tempo;

m è la massa del blocco;

F sono le forze applicate all'elemento.

Applicando uno schema esplicito alle differenze centrali il primo termine dell'equazione precedente diventa:

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} - \dot{u}^{(t-\Delta t/2)}}{\Delta t}$$

Sostituendo tale equazione in $\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{F}{m}$ si ottiene:

$$\dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left[g_i + \frac{\sum F_i^{(t)}}{m} \right] \cdot \Delta t$$

Dove:

\dot{u}_i è la velocità del blocco i -esimo;

g_i è l'accelerazione di gravità;

m è la massa del blocco;

F_i è la forza risultante applicata all'elemento.

Analogamente in termini di velocità angolari si ottiene:

$$\dot{\theta}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{\theta}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left[g_i + \frac{\sum M_i^{(t)}}{I} \right] \cdot \Delta t$$

Dove:

$\dot{\theta}_i$ è la velocità angolare del blocco i-esimo;

I è il momento d'inerzia dell'elemento;

M_i è il momento risultante applicato all'elemento.

Le velocità così calcolate permettono di aggiornare gli spostamenti (u_i) e la rotazione (θ_i) del blocco:

$$u_i^{(t+\Delta t)} = u_i^{(t)} + \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} \cdot \Delta t$$

$$\theta_i^{(t+\Delta t)} = \theta_i^{(t)} + \dot{\theta}_i^{(t+\Delta t/2)} \cdot \Delta t$$

1.7 Il DEM implicito: il DDA

Il Discontinuous Deformation Analysis Method (DDA), proposto nel 1985 da Shi e Goodman, si origina da un algoritmo di back analysis finalizzato alla determinazione della migliore approssimazione della configurazione deformata di un sistema di blocchi a partire da spostamenti e deformazioni note e si fonda sulla minimizzazione dell'energia totale dell'insieme di elementi in reciproca interazione (Cravero et al, 2003). La prima formulazione ricorreva ad una semplice rappresentazione del moto e delle deformazioni dei blocchi con sei variabili base (tre relative al moto del corpo rigido e tre di deformazione costante), poco adatta per blocchi di forma irregolare. Lo sviluppo fondamentale si è avuto con l'introduzione della discretizzazione in elementi FEM la quale prevede la schematizzazione di ogni singolo "elemento discreto" in "elementi finiti" (Cheng et al., 1998 e 2002).

Dalla seconda legge della termodinamica un sistema soggetto a carichi esterni e/o interni si muove o si deforma nella direzione che produce il minimo dell'energia totale (E), la quale è pari alla somma dell'energia potenziale (U), di quella cinetica (K) e di quella dissipata (W) secondo la formula (Jing, 1998):

$$E = U + K - W$$

Minimizzando la formula rispetto allo spostamento (d) si ricava l'equazione del moto del blocco corrispondente (Jing, 1998):

$$\frac{\partial E}{\partial d} = \frac{\partial U + \partial K - \partial W}{\partial d} = 0$$

Svolgendo lo stesso procedimento per tutti gli elementi del dominio, si ottiene un sistema di equazioni algebriche da risolvere secondo la tecnica FEM. Considerando un dominio costituito da N blocchi, aventi ognuno m_i nodi ($i = 1, 2, \dots, N$) dotati di una componente di spostamento normale (u) e tangenziale (v), ad esempio, indicando con $m_1 + m_2 + \dots + m_N = M$ il numero totale di nodi, la minimizzazione dell'energia totale produce un sistema di $2M \times 2M$ equazioni schematizzabili in forma matriciale come di seguito indicato (Langston et al., 2004):

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & k_{N3} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_N \end{Bmatrix} \text{ oppure } [K] \cdot \{D\} = \{F\}$$

Dove:

$[K]$ è la matrice di rigidità del sistema;

$\{D\}$ è la matrice dei vettori spostamento degli N blocchi;

$\{F\}$ è la matrice delle forze risultanti agenti sul sistema.

Per rappresentare ed aggiornare i contatti si utilizzano dei modelli di slittamento e rigidità analogamente a quanto previsto dal DEM esplicito (Ke et al., 1995).

1.8 Il DEM particellare

1.8.1 Il ciclo di calcolo

Il Metodo degli Elementi Distinti Particellari, proposto da Cundall e Strack nel 1979, si basa su principi analoghi a quelli del DEM tradizionale, a differenza del quale schematizza i blocchi costituenti il sistema come particelle rigide di forma circolare. Grazie a quest'ultima caratteristica si propone come una valida metodologia per lo studio del comportamento tenso-deformativo dei materiali granulari.

L'algoritmo di calcolo richiede ad ogni ciclo l'aggiornamento dei contatti in base alla posizione ed al movimento relativo delle particelle (figura 1.11). Ad ognuno è applicata la legge forza-spostamento al fine di valutare l'entità delle forze di contatto. A ciascun elemento invece è applicata la seconda legge di Newton per determinarne la velocità e la posizione sulla base delle forze e dei momenti applicati (Cook et al., 2002).

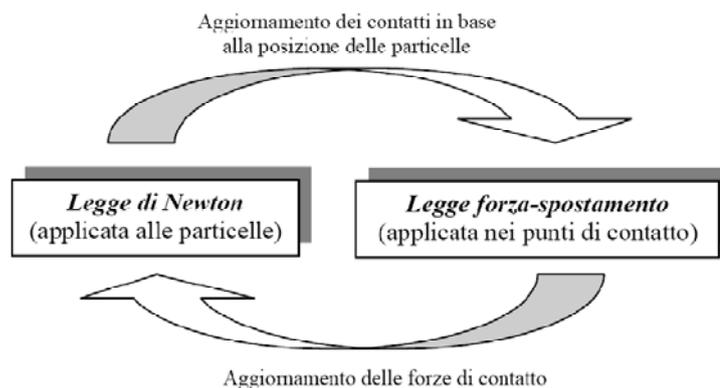


Fig. 1.11 Ciclo di calcolo del DEM particellare

Per illustrare come sono determinate forze e spostamenti durante un ciclo di calcolo, si esamini il caso riportato in figura 1.12 a, utilizzato da Cundall e Strack per spiegare i principi basilari del metodo. Si considerino , privi di peso, indicati con x e y, schiacciati tra due pareti rigide in movimento l'una verso l'altra con velocità costante v.

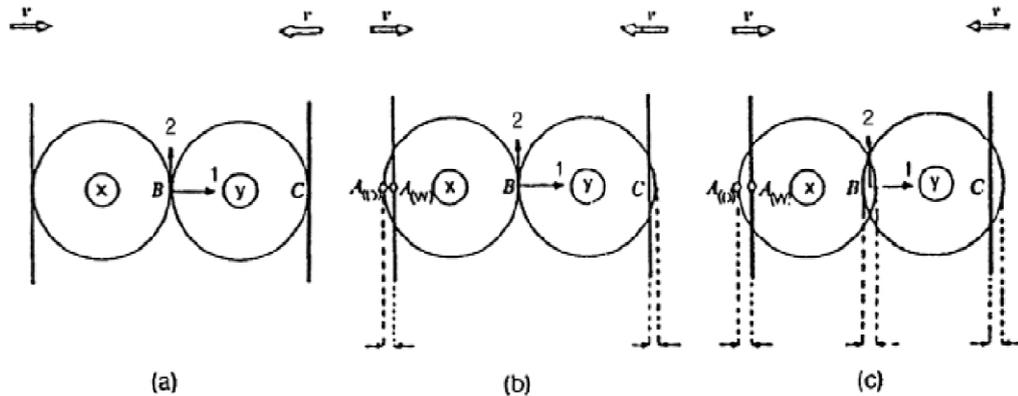


Fig. 1.12 Dischi compressi tra le pareti rigide

Inizialmente, al tempo $t = t_0$, le pareti ed i dischi entrano in contatto, ma non nasce alcuna forza. Dopo un intervallo di tempo Δt , le pareti si sono spostate verso l'interno di una quantità pari a $v\Delta t$. Ipotizzando che le perturbazioni non possa propagarsi oltre un singolo disco durante ciascun intervallo di tempo, si assume che entrambi i dischi mantengano la loro posizione iniziale durante l'intervallo di tempo tra $t = t_0$ e $t = t_0 + \Delta t$. La sovrapposizione si verificherà quindi all'istante $t_1 = t_0 + \Delta t$ nei punti di contatto A e C e la sua entità sarà pari a $\Delta n = v \cdot \Delta t$ (figura 1.12 b).

I punti $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$ sono rispettivamente i punti del disco e della parete che giacciono sulla linea perpendicolare alla stessa e passante per il centro del muro. Il contatto A definito come il punto a metà strada tra $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$; lo spostamento relativo $(\Delta n_{(A)})_{t_1}$ è quello del punto $A_{(W)}$ rispetto a quello del punto $A_{(D)}$ che si verifica in un singolo incremento di tempo.

Gli spostamenti relativi che si hanno nei punti di contatto A e C al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ sono inseriti nella legge forza-spostamento per il calcolo delle forze di contatto:

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n)_{t1} = k_n \cdot v \cdot \Delta t$$

Dove k_n è la rigidezza normale e ΔF_n rappresenta l'incremento della forza normale.

Definendo positiva la direzione 1 che va dal disco x al disco y (figura 1.12 b), le risultanti delle forze $F_{(x)1}$ e $F_{(y)1}$ per i dischi x ed y al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ saranno:

$$F_{(x)1} = k_n \cdot (\Delta_n)_{t1} \quad F_{(y)1} = -k_n \cdot (\Delta_n)_{t1}$$

Queste forze sono utilizzate per determinare le nuove accelerazioni facendo ricorso alla seconda legge di Newton:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad \ddot{y}_1 = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}}$$

Dove \ddot{x}_1 ed \ddot{y}_1 indicano le accelerazioni dei dischi x ed y nella direzione 1 ed $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$ le rispettive masse.

Le accelerazioni così trovate sono assunte costanti nell'intervallo di tempo da $t_1 = t_0 + \Delta t$ a $t_2 = t_0 + \Delta t$ e possono essere integrate in modo tale da ricavare le velocità:

$$[\dot{x}_1] = \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad [\dot{y}_1] = \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t$$

Gli incrementi di spostamento relativo nei contatti A, B e C all'istante $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ si determinano attraverso le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} (\Delta n_{(A)})_{t_2} &= \left\{ v - \left[\frac{F_{(x)l}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \\ (\Delta n_{(B)})_{t_2} &= \left\{ \left[\frac{F_{(x)l}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t - \left[\frac{F_{(y)l}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \\ (\Delta n_{(C)})_{t_2} &= \left\{ \left[\frac{F_{(y)l}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t - [-v] \right\} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Dove $\Delta n_{(A)}$, $\Delta n_{(B)}$ e $\Delta n_{(C)}$ sono considerati positivi se di compressione.

Il ciclo di calcolo prevede dapprima l'applicazione della legge forza-spostamento a tutti i contatti di ogni elemento, al fine di determinarne la forza risultante. In questo modo attraverso la seconda legge di Newton si calcolano prima le nuove accelerazioni, poi di nuovo gli spostamenti dei singoli dischi.

1.8.2 La legge forza-spostamento

La legge forza-spostamento, come anticipato, è applicata ai punti di contatto allo scopo di determinare le forze di contatto derivanti dai rispettivi spostamenti.

Si considerino i due dischi x ed y di figura 1.13 in contatto reciproco. Le coordinate dei centri si indicano con $x_i = (x_1, x_2)$ ed $y_i = (y_1, y_2)$, dove gli indici 1 e 2 si riferiscono agli assi del sistema di riferimento cartesiano rappresentato in figura. Le componenti dei vettori velocità dei due dischi sono rispettivamente $\dot{x}_i = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$ ed $\dot{y}_i = (\dot{y}_1, \dot{y}_2)$, mentre le velocità angolari sono $\dot{\theta}_{(x)}$ e $\dot{\theta}_{(y)}$, considerate positive se antiorarie. I punti $P_{(x)}$ e $P_{(y)}$ sono definiti come i punti per intersezione della linea che collega i centri dei dischi x ed y i quali hanno raggio pari a $R_{(x)}$ e $R_{(y)}$ e masse pari ad $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$.

Due dischi si considerano in contatto solo se la distanza D tra i loro centri risulta essere minore della somma dei loro raggi:

$$D < R_{(x)} + R_{(y)}$$

Se si verifica questa condizione, lo spostamento relativo del punto di contatto C si determina integrando la velocità relativa, definita come la velocità del punto $P_{(x)}$ rispetto al punto $P_{(y)}$.

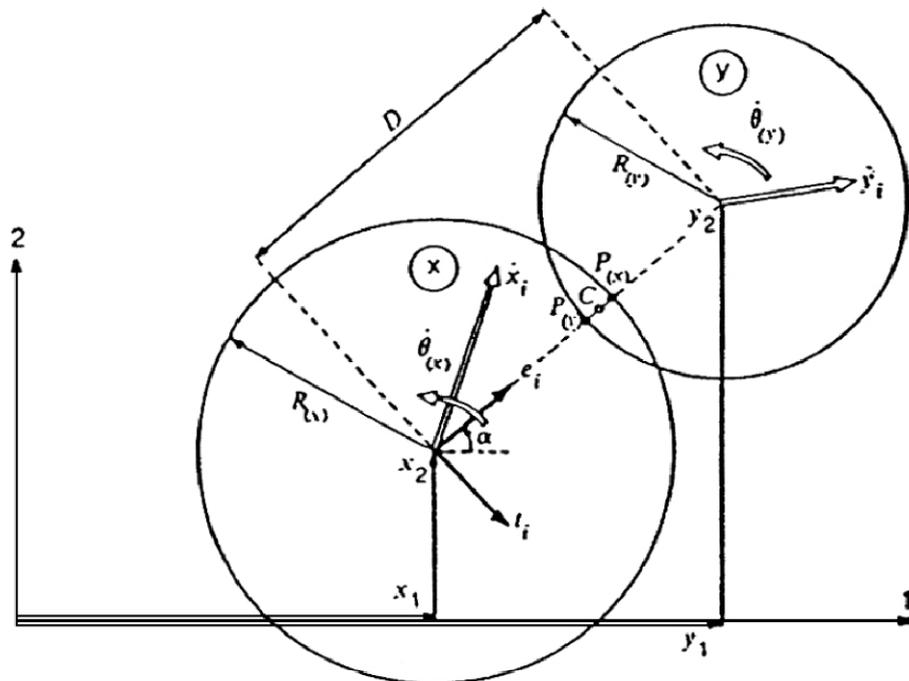


Fig. 1.13 Legge forza-spostamento

Si introducono il versore normale $e_i = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ con direzione che va dal centro del disco x al centro del disco y , tale che:

$$e_i = \frac{y_i - x_i}{D} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$$

ed il versore tangenziale t_i ottenuto attraverso una rotazione di 90° di e_i :

$$t_i = (e_2 - e_1)$$

La velocità relativa \dot{X}_i del punto $P_{(x)}$ rispetto a $P_{(y)}$ può essere espressa come:

$$\dot{X}_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \cdot t_i$$

Le componenti normali (\dot{n}) e tangenziali (\dot{s}) delle velocità relative si calcolano come le proiezioni di \dot{X}_i rispettivamente lungo e_i e t_i :

$$\dot{n} = \dot{X}_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i$$

$$\dot{s} = \dot{X}_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})$$

L'integrazione rispetto al tempo della componente della velocità relativa fornisce le componenti Δn e Δs dell'incremento dello spostamento relativo:

$$\Delta n = (\dot{n}) \cdot \Delta t = \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i\} \cdot \Delta t$$

$$\Delta s = (\dot{s}) \cdot \Delta t = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot \Delta t$$

Questi incrementi di spostamento relativo sono utilizzati nella legge forza-spostamento con lo scopo di calcolare gli incrementi delle forze normali e tangenziali ΔF_n e ΔF_s :

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n) = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \cdot k_n \cdot \Delta t$$

$$\Delta F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s \cdot \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})\} \cdot \Delta t$$

Dove k_n e k_s rappresentano rispettivamente le rigidzze normale e tangenziale.

ΔF_n e ΔF_s sono aggiunti ad ogni intervallo di tempo alla somma di tutti gli incrementi delle forze determinati nei precedenti intervalli:

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s$$

Dove gli indici N e $N-1$ si riferiscono ai tempi t_N e t_{N-1} , di modo che $t_N - t_{N-1} = \Delta t$.

F_n e F_s sono considerate positive se dirette in verso opposto ai versori e_i e t_i (figura 1.14).

Per quanto riguarda lo scorrimento tra i due dischi, l'entità della forza tangenziale F_s sopra calcolata è confrontata con il valore massimo ammissibile $(F_s)_{\max}$ definito come:

$$(F_s)_{\max} = F_n \cdot \tan \phi_\mu + c$$

Dove ϕ_μ è il più piccolo angolo di attrito dei due dischi a contatto e c la coesione.

Una volta determinate le forze normali e tangenziali per ciascun contatto di un disco, per esempio quello x , esse vengono scomposte nelle due componenti lungo le direzioni 1 e 2. La somma di tali componenti fornisce le forze risultanti $\sum F_{(x)1}$ e $\sum F_{(x)2}$.

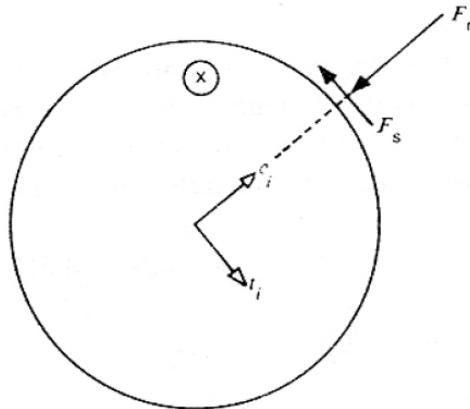


Fig. 1.14 Convenzioni sui segni per F_N e F_S

Il momento risultante agente sul disco x , $\sum M_{(x)}$, è considerato positivo se agisce in senso antiorario ed è dato da:

$$\sum M_{(x)} = \sum F_s \cdot R_{(x)}$$

Dove la sommatoria è estesa a tutti i contatti del disco.

Le forze ed i momenti risultanti agenti sul disco x sono successivamente inseriti nella seconda legge di Newton allo scopo di determinare le nuove accelerazioni \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$.

1.8.3 Il moto

Le velocità \dot{x}_i e $\dot{\theta}_{(x)}$ riportate nelle equazioni si valutano, come indicato da Cundall e Strack, , assumendo che la risultante della forza e del momento al tempo t_N agisca sul disco x nell'intervallo Δt da $t_{N-1/2}$ a $t_{N+1/2}$. La seconda legge di Newton applicata al disco x diventa:

$$m_{(x)} \cdot \ddot{x}_i = \sum F_{(x)i} \qquad I_{(x)} \cdot \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)}$$

Dove $I_{(x)}$ rappresenta il momento di inerzia del disco x . Considerando \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$ costanti nell'intervallo di tempo Δt , dalle equazioni precedenti si ricavano le seguenti espressioni delle velocità:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left[\sum \frac{F_{(x)i}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left[\sum \frac{M_{(x)i}}{I_{(x)}} \right] \cdot \Delta t$$

Queste equazioni sono applicate alla rotazione ad ogni disco; i valori delle velocità così ottenuti possono essere inseriti nella legge forza-spostamento ed il ciclo può essere ripetuto per un nuovo incremento di tempo.

I nuovi valori delle velocità sono utilizzati anche per aggiornare le posizioni e le rotazioni dei dischi per mezzo di un'ulteriore integrazione numerica:

$$(x_i)_{N+1} = (x_i)_N + (\dot{x}_i)_{N+1/2} \cdot \Delta t$$

$$(\theta_{(x)})_{N+1} = (\theta_{(x)})_N + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} \cdot \Delta t$$

Nel modello possono essere incorporate anche forze di massa, come ad esempio quelle gravitazionali. In tal caso si aggiunge il termine $m_{(x)} \cdot g_i$ alla sommatoria delle forze $\sum F_{(x)i}$ che compare nell'equazione della velocità, dove $g_i = (g_1, g_2)$ rappresenta le due componenti del vettore accelerazione dovute alla forza di massa.

1.8.4 Lo smorzamento

Lo smorzamento entra in gioco durante lo slittamento tra due dischi quando il valore della forza tangenziale in corrispondenza di ogni contatto risulta pari ad $(F_s)_{\max}$.

Tenendo conto dell'effetto dello smorzamento le equazioni della velocità diventano:

$$\begin{aligned} (\dot{x}_i)_{N+1/2} &= (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left\{ \sum \frac{[F_{(x)i} + D_{(x)i}]}{m_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \\ (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} &= (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left\{ \sum \frac{M_{(x)}}{I_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Dove $\sum D_{(x)i}$ rappresenta la somma delle componenti delle forze di smorzamento. Per valutarla si considerano le componenti normale (D_n) e tangenziale (D_s) come segue:

$$\begin{aligned} (D_n)_N &= c_n \cdot \dot{n} = c_n \cdot [\dot{x}_i - \dot{y}_i]_{N-1/2} \cdot e_i \\ (D_s)_N &= c_s \cdot \dot{s} = c_s \cdot \left[(\dot{x}_i - \dot{y}_i)_{N-1/2} \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})_{N-1/2} \right] \end{aligned}$$

Dove i coefficienti di smorzamento in direzione normale (c_n) e tangenziale (c_s) si assumono proporzionali alle rigidezze k_n e k_s con β costante:

$$c_n = \beta \cdot k_n \qquad c_s = \beta \cdot k_s$$

La valutazione dei coefficienti di smorzamento rappresenta una delle maggiori difficoltà del metodo.

1.8.5 L'intervallo di tempo critico

Il Metodo degli Elementi Distinti Particellari integra le equazioni del moto utilizzando uno schema alle differenze finite; la soluzione così calcolata risulta stabile solo se l'intervallo di tempo Δt non supera il valore critico. Per la sua determinazione si considera un sistema ad una dimensione composto da una massa (m) e da una molla di rigidezza k (figura 1.15).

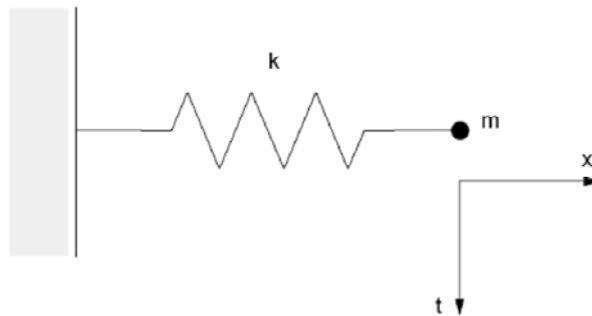


Figura 1.15 Sistema composto da massa e molla

Il moto del punto in cui si concentra la massa è governato dalla seguente equazione differenziale:

$$-kx = m\ddot{x}$$

Indicando con T il periodo del sistema, l'intervallo di tempo critico (t_{crit}) diventa:

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}{\pi}$$

Si consideri ora una serie infinita di masse e di molle (figura 1.16 a). Il più piccolo periodo di questo sistema si avrà quando le masse si muovono in sincronia opponendosi al moto, in modo da evitare il movimento nel centro di ogni molla.

Il moto di ogni singolo punto in cui si suppongono concentrate le masse può essere descritto attraverso i due sistemi equivalenti di figura 1.16 b che caratterizzano il moto di traslazione. L'intervallo di tempo critico per questo sistema sarà:

$$t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Il moto di rotazione è caratterizzato dagli stessi due sistemi di figura 1.16 b nei quali si inserisce al posto di m e di k rispettivamente il momento d'inerzia I di una particella di dimensioni finite e la sua rigidezza alla rotazione (k_{rotaz}). Le equazioni generali dell'intervallo di tempo critico diventano:

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{m}{k_{trasl}}} \quad (\text{moto di traslazione})$$

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{I}{k_{rotaz}}} \quad (\text{moto di rotazione})$$

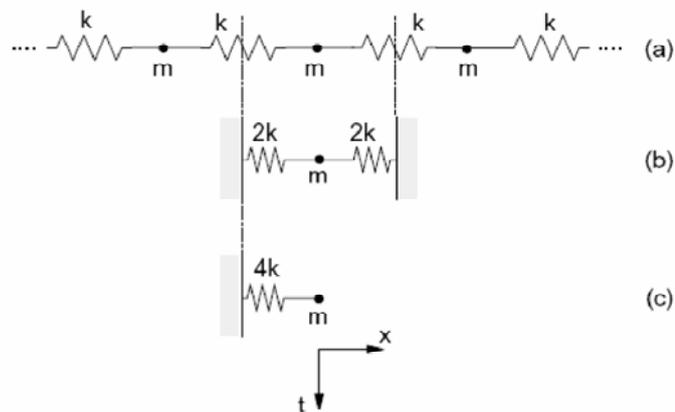


Figura 1.16 Sistema multiplo di masse e molle

1.8.6 Vantaggi e limiti del DEM particellare

La discretizzazione di un sistema in particelle circolari adottata nel Metodo degli Elementi Distinti Particellari può apparire una schematizzazione semplicistica rispetto a quella a blocchi di forma irregolare prevista dal DEM tradizionale. In realtà questa caratteristica rappresenta la maggiore potenzialità di questa tecnica rispetto agli altri procedimenti DEM, in quanto la rende particolarmente indicata per la modellazione dei materiali granulari, il cui comportamento è fortemente condizionato dalla natura delle singole particelle che lo compongono (Masson et al., 2003; Asmar et al., 2002, Issa et al., 1992).

Risulta così possibile considerare il suo carattere discreto attraverso un approccio di tipo microscopico, così da comprendere i processi fisici di base che ne determinano la risposta tenso-deformativa macroscopica.

Capitolo 2

L'INFLUENZA DELLA FORMA DELL'AGGREGATO SUL COMPORTAMENTO DELLE PAVIMENTAZIONI

2.1 Le sovrastrutture stradali

Le sovrastrutture stradali sono delle strutture costituite da strati ciascuno con materiali e spessori diversi, che assolvono alle funzioni di (Bucchi):

- Sopportare i carichi di traffico senza rotture o altre alterazioni pericolose del piano viabile;
- Assicurare al deflusso veicolare una superficie di idonee caratteristiche di regolarità e di aderenza per il comfort e la sicurezza della circolazione, nel rispetto dell'ambiente;
- Salvaguardare gli strati della pavimentazione stessa ed il terreno sottostante (sottofondo) dalle azioni atmosferiche.

Le moderne pavimentazioni stradali possono essere suddivise in tre categorie:

- **Pavimentazioni flessibili**
 - Strato superficiale (usura + binder figura 2.1 a) e b)) in conglomerato bituminoso, 7÷12 cm;
 - Strato di base (figura 2.1 c)) in conglomerato bituminoso, 15÷20 cm;
 - Fondazione (figura 2.1 d)) in stabilizzato granulometrico, 30÷35 cm.
- **Pavimentazioni semirigide**
 - Strato superficiale (usura + binder) in conglomerato bituminoso, 7÷12 cm;
 - Strato di base composto da una zona superiore in conglomerato bituminoso, 10÷15 cm, e una zona inferiore di misto cementato, 20÷25 cm.
 - Fondazione in stabilizzato granulometrico, 25 cm.

- **Pavimentazioni rigide**
 - Strato superficiale in calcestruzzo armato, 18÷28 cm;
 - Strato di base in misto cementato, 15÷25 cm;
 - Fondazione in stabilizzato granulometrico, 25÷50 cm

In relazione al tema trattato nella presente tesi si farà riferimento solamente alle pavimentazioni flessibili.

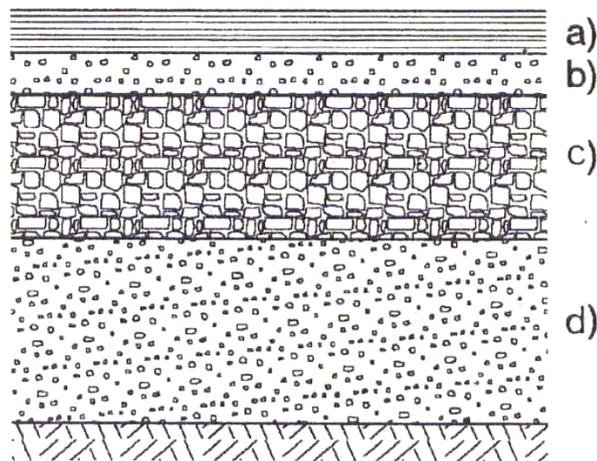


Fig. 2.1 Pavimentazione flessibile

2.1.1 Strati superficiali

Questi strati devono garantire caratteristiche di elevata resistenza meccanica alle azioni di compressione e di flessione, assicurando una buona aderenza ed una bassa resistenza specifica.

Strato di usura

Lo strato di usura rappresenta la superficie di rotolamento e quindi ha il compito di garantire sicurezza, comfort ed economicità di marcia. Deve pertanto assicurare elevata e durevole aderenza e presentare buona resistenza alle azioni tangenziali e alle deformazioni verticali permanenti (ormaie).

Le proprietà di un tappeto d'usura sono da mettersi in relazione con le caratteristiche mineralogiche e granulometriche degli inerti e reologiche dei bitumi.

Gli inerti devono presentare le seguenti caratteristiche:

- Perdita di peso alla prova Los Angeles < 20%;
- Indice dei vuoti < 0,80;
- Materiale frantumato 30%;
- Resistenza a compressione > 1.400 kg/cm^2 ;
- Resistenza all'usura > 0,60.

Per quanto riguarda l'aggregato fino si richiede solamente che il valore ottenuto alla prova dell'equivalente in sabbia sia maggiore del 55%. Infine per l'additivo (filler) viene utilizzata polvere di rocce calcaree e cemento passante al setaccio 30 ASTM, e passante per il 65% col setaccio n° 200.

Con questi elementi si viene a creare una miscela granulometrica come segue:

Tabella 2.1 Granulometria dello strato di usura

Serie crivelli e setacci UNI	% Passante
Crivello 15	100
Crivello 10	70÷100
Crivello 5	43÷67
Setaccio 2	25÷45
Setaccio 0,4	12÷24
Setaccio 0,18	7÷15
Setaccio 0,075	6÷11

Strato di collegamento (binder)

È costituito anch'esso da conglomerato bituminoso, ma con caratteristiche lievemente inferiori a quello usato per lo strato di usura. Contribuisce insieme allo strato di base ad assorbire le azioni flessionali indotte dai carichi.

Gli inerti devono presentare le seguenti caratteristiche:

- Perdita di peso alla prova Los Angeles < 25%;
- Indice dei vuoti < 0,80.

Le caratteristiche dell'aggregato fine e del filler sono identiche a quelle riportate per lo strato di usura.

La miscela dello strato di collegamento è così composta:

Tabella 2.2 Granulometria del binder

Serie crivelli e setacci UNI	% Passante
Crivello 25	100
Crivello 15	65÷100
Crivello 10	50÷80
Crivello 5	30÷60
Setaccio 2	20÷45
Setaccio 0,4	7÷25
Setaccio 0,18	5÷15
Setaccio 0,075	4÷8

2.1.2 Strato di base

Lo strato di base ha il compito di fornire un'adeguata resistenza ai fenomeni di fatica e all'ormaiamento, sopportando fenomeni di inflessione e sollecitazioni di trazione.

La prova Los Angeles, sugli inerti, deve fornire un valore al massimo pari al 25%, mentre per l'aggregato fine si considera un valore superiore al 50% per quanto riguarda la prova dell'equivalente in sabbia. Utilizzando i setacci UNI 0,18 e UNI 0,075 si deve realizzare un passante del 90% per la componente filler.

La curva granulometrica si realizza con i seguenti valori:

Tabella 2.3 granulometria dello strato di base

Serie crivelli e setacci UNI	% Passante
Crivello 40	100
Crivello 30	80÷100
Crivello 25	70÷95
Crivello 15	45÷70
Crivello 10	35÷60
Crivello 5	25÷50
Setaccio 2	20÷40
Setaccio 0,4	6÷20
Setaccio 0,18	4÷14
Setaccio 0,075	4÷8

2.1.3 Strato di fondazione

Lo strato di fondazione è realizzato in stabilizzato granulometrico, materiale composto da: ghiaia, che ha la funzione di scheletro, inerti di pezzatura intermedia, che fungono da riempitivo e frazione fine che funge da "legante".

L'aggregato deve avere dimensioni inferiori a 71 mm, con forma regolare, né piatta né lunga.

La granulometria è la seguente:

Tabella 2.4 granulometria dello strato di fondazione

Serie crivelli e setacci UNI	% Passante
Crivello 71	100
Crivello 40	75÷100
Crivello 25	60÷87
Crivello 10	35÷67
Crivello 5	25÷55
Setaccio 2	15÷40
Setaccio 0,4	7÷22
Setaccio 0,075	2÷10

Il rapporto fra il passante al setaccio 0,075 e quello 0,4 deve essere inferiore a 2/3. La prova Los Angeles deve realizzare una perdita di peso del materiale inferiore al 30%.

2.1.4 Controlli sulle pavimentazioni

Al fine di verificare se la scelta dei materiali e delle loro caratteristiche forniscono, una volta posati, dei requisiti prestazionali che soddisfino i criteri di portanza, aderenza e regolarità, vengono condotti dei controlli sulle pavimentazioni.

Per prima cosa, per poter eseguire queste verifiche, bisogna definire la cosiddetta **sezione omogenea**, cioè un tratto di strada per il quale ha senso definire un valore medio ed una varianza per una determinata grandezza.

Con il rilievo della portanza si determinano le caratteristiche strutturali della pavimentazione, in relazione alla capacità di sopportare i carichi mobili, attraverso il rilievo della deflessione della sovrastruttura per l'effetto dell'applicazione di tali carichi.

L'aderenza al contatto pneumatico/superficie viabile, che è intimamente connessa con la sicurezza della circolazione, si ricava attraverso la rugosità che è la risultante di due componenti: la macrorugosità e la microrugosità. La prima è dovuta all'insieme delle asperità superficiali intergranulari della pavimentazione, mentre la seconda è dovuta alla scabrezza dei singoli elementi lapidei.

La regolarità della superficie viabile è rilevata sia in sezione trasversale che in profilo longitudinale e consente di valutare, ad esempio, la stabilità del moto in curva, la presenza di eventuali sollecitazioni anomale sul veicolo determinate dalla presenza delle orme e la possibilità di ristagno di acqua sulla pavimentazione.

2.2 L'elemento litico nelle sovrastrutture stradali

Gli inerti rappresentano la parte più importante del pacchetto stradale e la più duramente sollecitata tanto dall'azione dei veicoli quanto dai fattori climatici.

Essi devono quindi essere caratterizzati da elevata resistenza meccanica. Devono essere frantumabili, puliti, esenti da polveri o da materiali estranei.

La perdita di peso alla prova di abrasione Los Angeles eseguita sulle singole pezzature, come visto nel paragrafo precedente, deve essere minore del 20 – 25%.

Si utilizzano preferibilmente materiali naturali quali i basalti, le porfiriti, le dioriti ed alcuni inerti alluvionali.

La scelta di questi inerti si basa su prove che hanno lo scopo di definire le caratteristiche principali dei materiali da costruzione. In campo stradale ci si occupa prevalentemente delle prove per la determinazione delle caratteristiche geometriche, fisiche e meccaniche degli elementi lapidei.

L'attenzione è rivolta particolarmente all'aspetto geometrico, che può essere studiato dal punto di vista sia del singolo elemento (studio della forma), sia della miscela (analisi granulometrica).

Al fine di capire come la forma dei grani influisce sul comportamento della sovrastruttura stradale, di seguito, mediante simulazioni con software agli elementi distinti particellari, sarà analizzata in dettaglio l'influenza della forma dell'elemento lapideo.

2.2.1 La forma degli inerti

Si considera l'inerte contenuto in un parallelepipedo e, attraverso la relazione delle tre dimensioni a , b , ed s di questo solido che racchiude l'aggregato, si può definire che (figura 2.2):

- L'inerte è lamellare se sussiste la relazione $s < \frac{a+b}{6}$;
- L'inerte è cubico – sferico se sussistono le relazioni: $\frac{a}{b} < 1,5$ $\frac{s}{b} > 0,5$

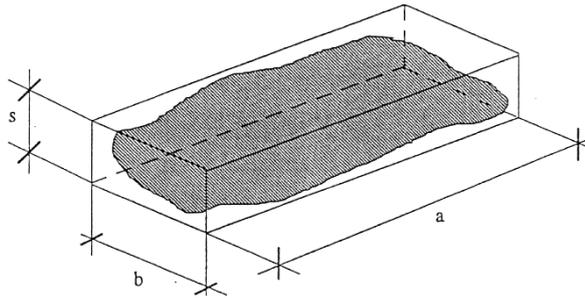


Fig. 2.2 L'inerte e il parallelepipedo

Si può definire anche il cosiddetto coefficiente di forma V_i/V_0 che rappresenta il rapporto tra il volume dell'inerte ed il volume della sfera che lo circoscrive.

Quindi nella realizzazione della sovrastruttura stradale si evita l'utilizzo di materiali con forma rotondeggiante e si prediligono elementi dotati di spigoli vivi che garantiscono una efficace interazione con il legante.

Sono da escludere anche le forme lamellari perché si creano delle sovrapposizioni tra gli aggregati e la conseguente realizzazione di piani di slittamento che possono compromettere la stabilità del manto.

2.3 Le particelle nei DEM

Dopo aver definito come gli aggregati possono influire sulle caratteristiche prestazionali delle pavimentazioni, risulta essere opportuno determinare come la forma delle particelle utilizzate nelle simulazioni possono influire sui risultati.

L'analisi della bibliografia inerente allo sviluppo dei modelli DEM, ha fatto emergere che le principali tipologie di particelle utilizzate sono: quelle circolari, quelle poligonali, quelle ellissoidiche ed in fine i clump e i cluster.

In molti modelli numerici per i materiali granulari, vengono utilizzati **elementi circolari** 2D. Secondo la teoria di Thomas (1999) questi elementi offrono il vantaggio di una semplicità dal punto di vista computazionale per quanto riguarda l'interazione e la ricerca dei contatti tra le particelle, ma benché la modellazione dei

materiali granulari sia semplice, è stato scoperto che le particelle tendono a ruotare e rotolare in maniera eccessiva (Jensen, 1999).

Di conseguenza la risposta meccanica degli assembramenti di elementi circolari, mostra una caratteristica di deformazione simile a quella dei materiali granulari, ma l'intensità dei parametri, come il picco dell'angolo di attrito, sono spesso minori rispetto a quelli dei terreni reali. Questo è dovuto, in parte, alla forma perfettamente circolare delle particelle, che tendono a rotolare in modo eccessivo (Thomas, 1999).

Al fine di ridurre tale rotazione a livelli più realistici, alcuni ricercatori hanno assunto metodi ad hoc, con i quali limitano la rotazione durante lo sviluppo della simulazione.

Il confronto di tale simulazione numerica con la tipica risposta dei laboratori ha mostrato che la prima, utilizzando dischi o sfere, solitamente sottostima la resistenza al taglio del mezzo, quando questo è soggetto ad un carico di compressione uniforme (Jensen, 1999).

Ting e Corkum (1989) furono i primi ricercatori a dimostrare, attraverso simulazioni DEM di prove di taglio, l'esistenza di un'eccessiva rotazione delle particelle circolari all'interno delle simulazioni numeriche.

Questi ricercatori conclusero che la rotazione delle particelle controlla le deformazioni e le tensioni degli aggregati, ma che è possibile risolvere la situazione limitando tale rotazione (Thomas, 1999).

Al fine di migliorare i modelli DEM vennero introdotte particelle con forme molto più complesse che potessero rappresentare in maniera più corretta quella dei materiali naturali.

Walton (1993), Issa e Nelson (1992), impiegarono **elementi di forma poligonale**, che ricordano quelli utilizzati nella meccanica della frattura delle rocce, e confermarono che questo approccio fornisce degli aggregati qualitativamente migliori rispetto a quelli mostrati precedentemente.

Se da un lato l'utilizzo di particelle di forma poligonale riesce a rappresentare meglio la realtà, dall'altro lato questo sistema presenta degli svantaggi

computazionali. Infatti lo schema di contact detection richiede grandi quantità di tempo perché viene monitorato un vasto numero di superfici che interagiscono tra di loro.

Quindi il valore del tempo di calcolo venne utilizzato da Ting et al. (1989) come elemento discriminante per il confronto tra l'utilizzo di particelle di forma poligonale o particelle circolari. Come accennato precedentemente, si riscontra un incremento dei tempi di esecuzione per modellazioni che simulano materiali granulari attraverso particelle poligonali.

Un ulteriore sviluppo, riguardante la riproduzione degli elementi naturali, riguarda la creazione da parte di Ting et al. (1993) di **particelle di forma ellissoidica**.

Questa nuova rappresentazione comporta però una complessità computazionale e tempi di calcolo molto più significativi rispetto all'utilizzo di oggetti circolari. Infatti la determinazione dei contatti ellisse-ellisse richiede la soluzione di equazioni algebriche del quarto grado, rispetto alle equazioni del primo ordine necessarie per un contatto disco-disco. Di conseguenza tale algoritmo di contact detection, benché sostanzialmente più veloce rispetto a quello utilizzato per le particelle poligonali, non è ancora efficiente quanto quelli utilizzati per i dischi o le sfere.

È apparso evidente che la forma degli elementi lapidei non possa essere rappresentata nelle modellazioni attraverso particelle di forma sferica. Con l'utilizzo dei software di modellazione DEM è possibile combinare ogni singola particella con altre, al fine di crearne una nuova con una forma complessa.

Le strategie numeriche più conosciute e più perseguite nel campo degli elementi discreti, per risolvere i problemi legati alla rappresentazione delle particelle, sono:

- Approssimazione della forma reale attraverso l'uso di aggregati di particelle sferiche inscindibili (clump);
- Approssimazione della forma reale attraverso l'uso di aggregati di particelle sferiche disgregabili (cluster).

Nel **clump** (figura 2.3 a destra) le sfere che lo compongono sono collegate tra loro a formare un oggetto che si comporta come un corpo rigido e non è soggetto a rottura, indipendentemente dalle forze in gioco.

Nel **cluster** (figura 2.3 a sinistra) le sfere vanno a formare un elemento con comportamento non rigido e ogni particella possiede una sua velocità di rotazione, caratteristica non presente nel clump che possiede un'unica velocità (Gabrieli, 2008).

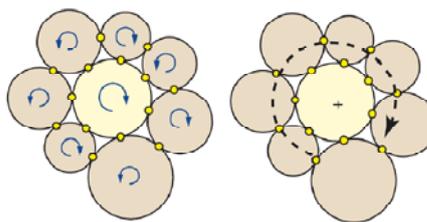


Fig. 2.3 Rappresentazione Cluster e Clump

Quindi il meccanismo di rotazione delle particelle è la più grande differenza tra le due strategie sopraelencate, dove le particelle intra-cluster hanno una determinata velocità, mentre le particelle del clump sono fisse.

Utilizzando la logica clump, l'eccessiva rotazione delle particelle è ridotta, mentre quella intra-cluster non può venire completamente soppressa.

Nella sperimentazione di Cho et al.(2007), vennero utilizzati i cluster per la simulazione di materiali come il granito. Tale modellazione mise a confronto due simulazioni con identici parametri, ma dove l'unica differenza era che la velocità di rotazione delle particelle di uno dei due campioni veniva completamente annullata.

Come conseguenza a questo completo azzeramento, alcuni risultati, come il picco di tensione, assunsero valori molto più elevati.

Comunque non è realistico sopprimere tutte le rotazioni, perché le catene di forze si sviluppano in ogni modo all'interno del dominio e possono subire deformazioni, senza essere influenzate dei movimenti inter e intra-particellari.

Di conseguenza un valido approccio alternativo è rappresentato dall'utilizzo della logica clump, ma bisogna sempre tenere in considerazione l'ambito in cui possono essere applicati i due metodi.

Un vantaggio comune, posseduto sia dalla logica clump che da quella cluster, riguarda l'utilizzo dell'algoritmo di ricerca dei contatti. Per la loro determinazione è necessaria la conoscenza della localizzazione dei centri dei dischi, il raggio e il numero di particelle clump e cluster.

Con queste rappresentazioni i punti di contatto delle superfici solide dei materiali sono fondamentali nell'analisi delle interazioni che intercorrono tra le particelle.

Capire come le sollecitazioni e le deformazioni si evolvono attraverso i contatti è la chiave per ottenere la conoscenza dei sistemi di strutture particellari/granulari.

Il comportamento dei contatti è influenzato da elementi che possono essere inseriti all'interno di due categorie:

- La prima include l'influenza delle condizioni di confinamento, dei livelli di tensione, della rugosità delle superfici e l'evoluzione delle deformazioni.
- La seconda include le caratteristiche micromeccaniche dipendenti dalle particelle, come la dimensione, la forma e la durezza. Per quest'ultima si fa riferimento alla resistenza alla frattura o allo schiacciamento dei grani.

Attraverso l'uso di metodi numerici è possibile accrescere la conoscenza dell'influenza che le caratteristiche micromeccaniche dei materiali granulari hanno sul comportamento dei punti di contatto.

2.3.1 DEM e Clustering

I terreni sono materiali altamente discontinui e sono adatti ad essere modellati con il metodo degli elementi discreti (Cundall e Strack, 1979). Il vantaggio di utilizzare questi metodi numerici, come il DEM, per studiare le zone di contatto interparticellare, è che la quantità delle informazioni micromeccaniche (forze di contatto, dislocazione delle particelle e la loro rotazione) può essere ottenuta facilmente. Questo è in contrasto con i cosiddetti approcci sperimentali nei quali è difficile, se non addirittura impossibile, ottenere le informazioni necessarie senza influenzare i contatti e/o il comportamento delle particelle.

Un miglioramento del DEM, chiamato **clustering**, è stato impiegato da Jensen et al. (1999) per poter capire come le caratteristiche micromeccaniche, come la forma delle particelle, la rotazione e la rugosità delle superfici potessero influenzare il comportamento delle zone di contatto.

L'idea base del clustering può essere riassunta come segue: diverse semplici particelle DEM, come dischi in due dimensioni o sfere in tre dimensioni, possono essere combinate a formare una particella dalla forma complessa chiamata cluster. Come si può vedere negli esempi 2D di figura 2.4 (a) e (b), un singolo elemento DEM tipicamente non rappresenta la geometria delle particelle naturali. Comunque, la figura 2.4 (c) dimostra che attraverso la combinazione di un certo numero di dischi, la geometria dell'elemento naturale può essere rappresentata in maniera più corretta.

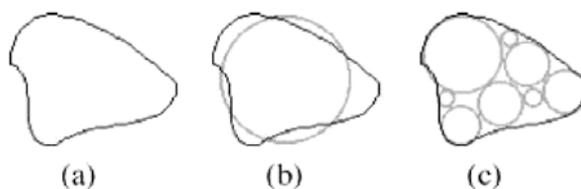


Fig. 2.4 (a) Elemento naturale ipotetico,
 (b) elemento DEM sovrapposto a quello naturale,
 (c) conformazione cluster

Inizialmente il metodo del clustering coinvolgeva solo un cluster di forma semplice, ma successivamente furono sviluppate forme più complesse allo scopo di poter dedurre come queste ultime potessero modificare l'interazione interparticellare.

Ogni particella nel metodo DEM è rigida e, se viene considerata in due dimensioni, presenta tre gradi di libertà, cioè due traslazioni e una rotazione.

Le particelle DEM interagiscono con le vicine attraverso i contatti che sono modellati utilizzando fattori di penalizzazione, necessari a causa della mancanza di fenomeni di compenetrazione tra di esse. La rigidità viene presentata come valore numerico che ha la funzione di vincolo, mentre le forze di contatto tangenziali sono legate al valore dell'attrito limite di Coulomb.

Nella procedura di calcolo ad ogni step vengono aggiornati i contatti, in base alla posizione delle particelle. Successivamente attraverso l'equazione del moto vengono determinate tutte le forze di contatto e le forze viscosive che agiscono sulle particelle DEM, e in seguito sono sommate al fine di ottenere le risultanti. L'accelerazione è calcolata utilizzando la legge di Newton, con la quale è anche possibile determinare i valori delle grandezze cinematiche, come la velocità, e la disposizione delle particelle. Poi si passa allo step successivo.

Il clustering può essere implementato nei codici DEM utilizzando l'esistente metodo di determinazione dei contatti, denominato contact detection, e l'esistente algoritmo per il calcolo delle forze di contatto.

2.4 La simulazione della prova di taglio

2.4.1 I cluster utilizzati

L'analisi condotta da Jensen et al. (1999) inizialmente prendeva in esame unicamente un cluster composto da tre particelle per lo studio del comportamento delle sabbie. In seguito l'analisi fu ampliata con l'introduzione di sette nuovi cluster dalla forma più complessa, al fine di condurre un'indagine più approfondita sull'influenza della forma delle particelle nel comportamento dei contatti. Requisito fondamentale per la creazione di questi nuovi tipi di raggruppamenti, è che ogni

particella DEM possieda almeno due contatti con le altre all'interno del cluster stesso.

La nuova serie sviluppata include un cluster da quattro particelle, due cluster da cinque, tre cluster da sei e un cluster da sette, come riportato in figura 2.5.

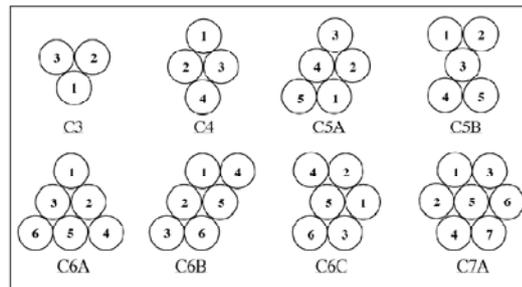


Fig. 2.5 Configurazioni cluster

2.4.2 I fattori di forma dei grani

La tensione di taglio nei terreni è solitamente legata alla tensione normale attraverso il criterio di Mohr-Coulomb che afferma che $\tau = c + \sigma_n \tan \phi$, dove τ è la tensione di taglio, c è la coesione, σ_n è la tensione normale, ϕ è l'angolo di attrito interno o l'angolo di resistenza al taglio, che fornisce una misura diretta della forza di taglio. Nel caso di terreni non coesivi si considera $c = 0$.

In accordo con Holtz e Kovacs (1981), ci sono diversi fattori che influenzano il comportamento della forza di taglio nei terreni.

Il primo fattore è la configurazione (packing) che è comunemente espressa in termini di indice dei vuoti "e", o porosità "n".

L'indice dei vuoti è definito come il rapporto tra il volume dei vuoti e il volume dei solidi: $e = V_v / V_s$

La porosità è definita come il rapporto tra il volume dei vuoti e il volume totale del terreno: $n = V_v / V$

Questi due termini sono direttamente legati uno all'altro, forniscono una misura della configurazione della distribuzione delle masse granulari e grazie al suddetto legame possono essere utilizzati indistintamente.

$$n = \frac{e}{1+e} \qquad e = \frac{n}{1-n}$$

Per una data configurazione dei grani, esistono un massimo e un minimo indice di vuoti che definiscono i limiti delle caratteristiche della loro distribuzione, per esempio stati più densi o più dispersi. Le sabbie naturali hanno un indice di vuoti tipicamente compreso fra questi limiti, che a loro volta dipendono dall'ambiente geologico nel quale si sono formate e dall'energia di compattazione ricevuta.

I valori massimi e minimi di densità sono dei parametri di configurazione per i materiali granulari e questi dipendono principalmente da come le varie frazioni e le varie forme delle particelle sono distribuite all'interno della massa granulare.

Il secondo fattore è la forma delle particelle. I diversi parametri utilizzati per descrivere la forma delle particelle sono la spigolosità (il cui opposto è la rotondità), la sfericità e la rugosità superficiale. Si è scoperto che la sfericità varia all'interno di uno stretto intervallo per il maggior numero di sabbie naturali; perciò, molte valutazioni ingegneristiche sugli effetti della forma dei grani sono state condotte in termini di rotondità o spigolosità, considerando in piccola parte anche la rugosità superficiale e la tessitura.

La spigolosità "A", è una misura del rapporto tra la curvatura degli spigoli della particella che inscrive il cerchio e la distanza degli spigoli dal centro del cerchio inscritto.

La rugosità superficiale "R", è una misura della tessitura superficiale e fornisce una descrizione attraverso un maggiore ingrandimento della superficie della particella.

Il terzo fattore è la dimensione delle particelle e la loro distribuzione. Le sabbie naturali sono a volte poco assortite a causa di processi geologici e sono composte da particelle che hanno quasi tutte la stessa dimensione, oppure possono essere assortite e quindi sono composte da un assembramento di particelle con un grande intervallo di dimensioni.

È già stato determinato sperimentalmente che se l'indice dei vuoti aumenta, lo sforzo di taglio, o ϕ diminuisce. Se la spigolosità "A" aumenta, allora anche ϕ aumenta. Se la rugosità della superficie delle particelle aumenta, aumenta anche ϕ .

Recenti ricerche hanno mostrato che ϕ diminuisce con l'aumento di particelle di medie dimensioni; comunque, le ultime ricerche rivelano che la dimensione delle particelle non ha effetto su ϕ assumendo che l'indice dei vuoti "e", la spigolosità "A" e la rugosità "R" rimangano costanti. La natura della distribuzione della dimensione delle particelle, ben assortite o poco assortite, è importante e un assemblaggio ben assortito mostra un valore molto alto di ϕ se tutti gli altri fattori rimangono costanti.

L'indice dei vuoti è un parametro che dipende dalla forma dei grani e dalle caratteristiche dimensionali, e influenza anche ϕ .

Mentre ϕ rappresenta la resistenza all'attrito interno dei materiali granulari, per la stabilità nei problemi di interazione terreno – struttura, è necessario utilizzare δ , cioè l'angolo di attrito tra le superfici dei grani e delle strutture.

Considerando il comportamento di δ molto simile a ϕ , ci si attende che molte delle relazioni che legano ϕ alle proprietà del terreno si verifichino anche per δ ; nonostante questo esistono alcune differenze non trascurabili. Recenti esperimenti indicano che δ è meno influenzato dalla configurazione iniziale o dall'indice dei vuoti in confronto al valore ϕ .

La dimensione dei grani sembra avere un'influenza su δ , contrariamente a quanto osservato per ϕ . Frost e Han (1999) riportano che δ diminuisce se avviene un aumento della frazione media dei grani.

Sundberg (1999) mostra che le particelle più grandi richiedono una superficie rugosa delle strutture per mobilitare tutte le particelle lungo la stessa superficie. Alcune indagini hanno rivelato che la rugosità della superficie gioca un ruolo importante nel comportamento dei contatti ed è stato scoperto che δ aumenta con l'incremento della rugosità della superficie.

2.4.3 La modellazione

Al fine di determinare come i cluster si comportano e come si comportano di preciso i modelli per le sabbie, sono state eseguite una serie di esperimenti numerici che simulano le caratteristiche bidimensionali della prova di taglio.

Il dominio ha una larghezza di 15 mm e un'altezza iniziale di 60 mm e presenta superfici della struttura rugose, detti wall, nella parte inferiore, nei due lati verticali e nella superficie orizzontale superiore.

Ogni discretizzazione utilizza 500 cluster che vengono generati attraverso un posizionamento casuale all'interno del dominio. Successivamente sono compattati grazie all'applicazione di una forza normale sulla superficie superiore, che agisce su quest'ultima costringendo le particelle a restare all'interno del dominio. Questa procedura genera un dominio di compattazione alto approssimativamente 12 – 14 mm.

Il coefficiente di attrito di contatto tra due particelle DEM, oppure tra una particella e la superficie è stata impostata a 0,4. La rigidità normale e di taglio per il contatto tra due particelle, o tra particella e struttura è pari a $1,2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$. La rigidità è stata determinata basandosi sulla teoria di Hertz applicata a due oggetti sferici.

Una forza verticale di 33,3 N è stata applicata sul muro superiore. La rugosità delle superfici strutturali è stata modellata facendo ricorso ad una forma seghettata con inclinazione di $\pm 45^\circ$ rispetto all'orizzontale (fig. 2.6).

È stata utilizzata un'unica rugosità, e questa ha un periodo pari a $\lambda = 3D$, dove D è il diametro di una singola particella non cluster. Le particelle DEM in contatto con la superficie superiore sono "incollate" ad essa per non permettere rotazioni e spostamenti orizzontali, ottenendo così movimenti verticali uguali a quelli dello strato superiore.

Limitando le particelle in contatto con la superficie superiore, in modo tale da non falsare la prova, la zona di taglio non si viene a formare nelle immediate vicinanze a questa superficie, ottenendo così un modello più realistico.

Lo spostamento orizzontale della superficie di taglio è di 6,3 mm, che è la stessa per tutti i casi analizzati. Le forze totali, normali e di taglio, che agiscono sulle superfici della struttura sono calcolate attraverso la somma delle componenti verticali e orizzontali delle forze di contatto, rispettivamente, per tutti i contatti tra le particelle e le superfici.

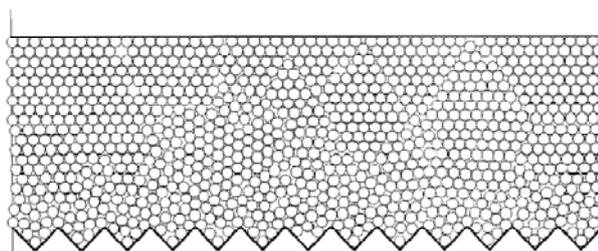


Fig. 2.6 Particolare del dominio di prova: la superficie di taglio

2.4.4 I risultati

Lo scopo delle simulazioni è quello di determinare l'influenza delle caratteristiche riguardanti la forma delle particelle come, per esempio, la spigolosità e la rugosità sull'indice dei vuoti, e l'effetto combinato forma delle particelle - indice dei vuoti sull'angolo di attrito nei contatti.

Influenza della forma delle particelle sull'indice dei vuoti

I risultati dei test vengono utilizzati per mostrare l'andamento dell'indice dei vuoti generato per ogni configurazione di cluster, utilizzando lo stesso sforzo di compattazione, a confronto con le varie forme.

Molte combinazioni non indicano una tendenza ben definita, ma tutte mostrano che i cluster con la loro maggiore spigolosità ottengono un maggiore indice dei vuoti per lo stesso sforzo di compattazione, se comparati alle singole particelle aventi perfetta rotondità.

In tutti i casi l'indice dei vuoti tende a diminuire per cluster che hanno una forma rotondeggiante, ma la differenza tra i vari tipi di cluster è impercettibile.

La prima conclusione è che i cluster ingranano meno, loro non si aggregano insieme in maniera densa e di conseguenza aumenta il volume dei vuoti. Questo corrisponde con le osservazioni fatte da Edil et al. (1975) riguardo all'effetto delle caratteristiche geometriche dei grani sull'ingranamento della sabbia. Da questa esperienze conclusero che la rotondità delle particelle e la tessitura superficiale influenzano il comportamento delle sabbie e che, se le particelle di sabbia tendono a diventare più spigolose, l'indice dei vuoti aumenta.

Influenza della forma delle particelle sull'attrito dei contatti interparticellari

L'angolo di attrito dei contatti è probabilmente influenzato dalla forma delle particelle e dalla rugosità delle superfici della struttura. Zelasko et al. (1975) dimostrarono così che se aumenta la rotondità delle particelle, lo sforzo di taglio e il valore di ϕ diminuiscono. Loro dimostrarono inoltre che al diminuire dell'indice dei vuoti, lo sforzo di taglio e il valore di ϕ aumentano.

Come visto in precedenza il comportamento di δ è molto simile a ϕ , quindi, quando i due valori sono paragonabili, ci si può aspettare che le relazioni che caratterizzano ϕ , si verifichino anche per δ .

Frost e Han (1999) e Sundberg (1999) hanno dimostrato sperimentalmente che l'angolo di attrito dei contatti è maggiore per le particelle spigolose rispetto alle particelle rotonde.

I dati forniti nella tabella 2.5 indicano che i cluster composti da tre o più particelle DEM hanno un valore maggiore di δ rispetto alle singole particelle rotonde.

Tabella 2.5 Risultati della prova

Cluster Type	Maximum Shear Force N	Interface Friction Angle δ , degrees	Coefficient of Interface Friction, $\tan(\delta)$
SINGLE	13	21.3	0.390
C3	23.5	35.2	0.705
C4	22.5	34.0	0.675
C5	22	33.5	0.662
C6A	18.5	29.1	0.557
C6B	21.5	32.8	0.644
C6C	20.5	31.6	0.615
C7A	17.5	27.7	0.525

I cluster sviluppati usano particelle DEM di un'unica dimensione, quindi la rugosità delle sporgenze è la stessa in ogni cluster. Forse la generazione di cluster che utilizza diverse dimensioni delle particelle potrebbe presentare differenti gradi di ingranamento con gli altri cluster, a seconda delle diverse superfici rugose applicate.

In altre parole, la configurazione di cluster generata utilizzando singole particelle DEM potrebbe non cogliere completamente gli effetti della rotondità delle particelle, ma potrebbe caratterizzare meglio gli effetti della sfericità delle sabbie naturali. Utilizzando particelle di differenti dimensioni, nella configurazione dei cluster che simulano la rotondità delle particelle in modo più fedele si potrebbe porre rimedio a questa situazione.

La figura 2.7 mostra l'angolo di attrito dei contatti per le particelle perfettamente rotonde e per i cluster più spigolosi (tipo C3) come funzione della rugosità delle superfici della struttura. La rugosità della superficie è normalizzata rispetto alla dimensione delle particelle attraverso il valore λ .

La figura indica che una volta mobilitate le particelle da parte della superficie della struttura, senza tener conto della rugosità, l'angolo di attrito delle interfacce rimane circa costante.

Questo andamento è stato dimostrato sperimentalmente da Sundberg (1999) per sabbie di differenti dimensioni in contatto con superfici avente differente rugosità. Ha dimostrato che la transizione tra le superfici lisce e quelle completamente rugose avviene per valori di λ pari a 0,5 come supportato dalla simulazione DEM.

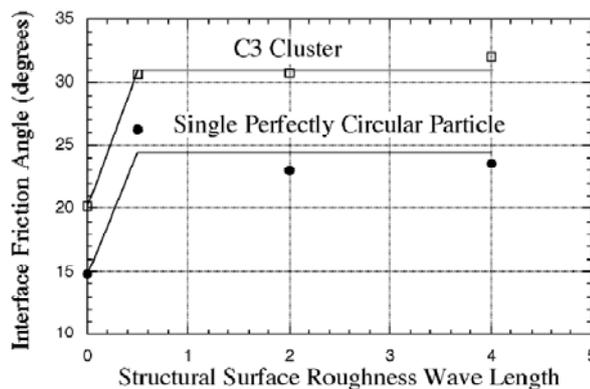


Fig. 2.7 Andamento dell'angolo di attrito per sfere singole e clump C3

2.5 La simulazione della prova triassiale

La ricerca condotta da Tang-Tat Ng (2002) è basata sulla simulazione di una prova triassiale utilizzando il metodo degli elementi discreti.

Tale simulazione prevede l'introduzione di nuove condizioni di confinamento.

Nella prova triassiale, le particelle granulari sono circondate da una membrana di gomma e dal fluido di cella. Tale fluido, posto in pressione, esercita un'azione confinamento sia sulla membrana che sulle particelle.

Il concetto di questo nuovo meccanismo di confinamento è molto semplice: il fluido in pressione è incorporato nel modello, ma la membrana di gomma ne viene esclusa.

In altre parole viene rimossa la membrana e di conseguenza le particelle sono in diretto contatto con il fluido. Questo nuovo sistema viene chiamato **Hydrostatic**

Boundary, dove i contatti tra le particelle e il sistema di confinamento sono ottenuti analiticamente.

Il confinamento idrostatico è stato implementato nel programma ELLIPSE3D (Lin e Ng, 1997); successivamente nel nuovo programma ELLIPSE3H sono stati applicati i movimenti dei confinamenti e vengono calcolate anche le forze.

2.5.1 La modellazione

La simulazione è stata eseguita utilizzando ELLIPSE3H, considerando la costante di gravitazione pari a zero e assumendo che le forze di contatto normali siano calcolate facendo riferimento alla teoria Hertziana.

Per questo test si utilizzano particelle di forma ellissoidale, che vengono generate in maniera casuale all'interno di un volume rappresentativo di forma cubica. La struttura iniziale è estremamente slegata e il valore della porosità è superiore a 0,75. Tale conformazione verrà poi compressa in maniera isotropa. Successivamente il provino sarà sottoposto ad un carico per realizzare una prova triassiale drenata.

Il campione viene compresso in due fasi.

Nella prima fase, il coefficiente di attrito fra gli ellissoidi è impostato a 0,1. Utilizzando valori modesti si può facilmente ottenere un predeterminato indice dei vuoti, e di conseguenza raggiungere una configurazione densa desiderata.

Il rapporto di compressione è mantenuto sufficientemente piccolo in modo tale da non creare sovrapposizioni tra le particelle o con i confinamenti.

Le dimensioni del provino sono ridotte lentamente sotto un indice di vuoti desiderato. Dopo questo primo step, le tre dimensioni del provino sono uguali.

Nella seconda fase, il coefficiente di attrito viene impostato a 0,5. Il campione viene consolidato con una pressione di 100 kPa, mantenuta costante dal sistema con un meccanismo definito servo control.

Quando si raggiunge la fase finale della consolidazione le dimensioni del provino sono leggermente differenti.

2.5.2 I provini utilizzati

Gli effetti della dimensione e della forma delle particelle vengono studiati utilizzando differenti quantità di elementi. Nel campione con le dimensioni uguali (monosize) vengono utilizzate quattro forme differenti di particelle. Ognuno di questi provini viene consolidato con due indici dei vuoti dissimili.

Nei campioni aventi due dimensioni diverse (two-size), sono presenti due tipologie di particelle con identica dimensione dell'asse minore.

I grani vengono identificati utilizzando il coefficiente di forma a/b che esprime il rapporto tra gli assi dell'ellissoide.

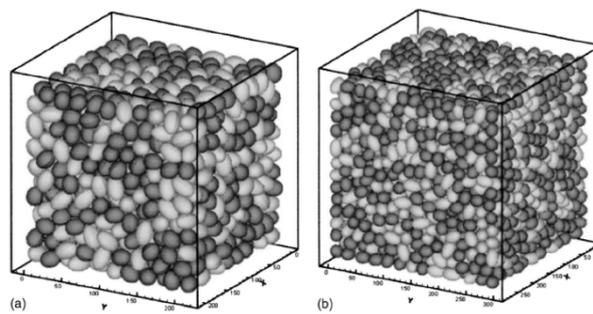


Fig. 2.8 Configurazione dei provini

I colori sono stati utilizzati per evidenziare le particelle di forme diverse, caratteristica che altrimenti sarebbe impossibile da notare utilizzando un unico colore.

Come si può notare, all'interno dei due campioni non si verifica una buona distribuzione delle particelle, fenomeno legato al fatto che particelle di uguale forma si ingranano meglio tra di loro.

2.5.3 I risultati

In totale furono condotti 13 test triassiali CD; le caratteristiche dei campioni e i risultati sono riportati di seguito.

Tabella 2.6 Caratteristiche dei campioni

Specimens	No. of particles	Aspect ratio (a/b)	Void ratio (e_0)	Coordination number (Cn)
A_0	863	1.5	0.635	4.48
B_1, B_2	1,170	1.5	0.659, 0.613	4.66, 6.32
C_1, C_2	1,170	1.7	0.671, 0.622	4.89, 6.37
D_1, D_2	1,170	2.0	0.673, 0.627	5.06, 6.25
E_1, E_2	1,170	1.2	0.676, 0.605	5.32, 6.42
F_1, F_2	3,000	1.5	0.610, 0.574	5.43, 6.75
G	1,170	1.5 & 1.2	0.637	4.98
H	3,000	1.5 & 1.2	0.637	5.70

Tabella 2.7 Risultati delle prove triassiali drenate

Specimens	Void ratio (e_0)	Peak strain ϵ_{peak} (%)	Friction angle (ϕ)
A_0	0.635	10.3	26.0
B_1, B_2	0.659, 0.613	5.20, 2.22	27.5, 30.1
C_1, C_2	0.971, 0.622	5.18, 5.94	26, 28.9
D_1, D_2	0.973, 0.627	2.23, 2.61	25.2, 27.6
E_1, E_2	0.676, 0.605	2.12, 1.28	27.0, 32.4
F_1, F_2	0.610, 0.574	6.29, 0.97	28.8, 30.9
G	0.637	0.95	28.1
H	0.637	3.08	27.3

Dai test effettuati si è potuto notare che le particelle con elevato coefficiente di forma producono valori più piccoli di angolo d'attrito. Questa considerazione coincide con le osservazioni proposte da altri ricercatori (Rothenberg e Bathurst, 1992; Ng e Wang, 1999).

Dai campioni di tipo B2, C2, D2 ed E2, che hanno valori simili del numero di coordinazione, si deduce che l'angolo di attrito diminuisce con l'aumentare del coefficiente di forma.

La diminuzione dell'angolo di attrito, con l'incremento del coefficiente di forma, potrebbe essere causata dal fatto che le particelle con valori elevati dell'asse

maggiori possono ruotare più facilmente attorno all'asse, oppure perché risulta difficile creare stabili catene che possano trasmettere elevate forze di contatto.

È stato determinato che l'angolo di rotazione diminuisce con l'aumento del coefficiente di forma.

La diminuzione dell'angolo di attrito con il coefficiente di forma non è legato in maniera forte all'angolo di rotazione lungo l'asse maggiore, invece la rotazione attorno all'asse minore ha un effetto elevato sulle forze di contatto rispetto alla rotazione attorno a quello maggiore.

2.6 Conclusioni

I test condotti hanno presentato degli sviluppi del metodo degli elementi discreti particellare nella modellazione dei materiali granulari.

Gli esperimenti numerici, aventi lo scopo di simulare la prova di taglio e la prova triassiale, hanno desunto gli effetti della forma delle particelle in funzione dell'indice dei vuoti e dell'angolo di attrito.

I risultati più significativi vengono riportati qui di seguito:

- I cluster con la loro maggiore spigolosità, rispetto alle singole particelle, producono un valore dell'indice dei vuoti "e" più elevato;
- I valori di "e" ottenuti per le varie configurazioni dei cluster presentano variazioni irrilevanti;
- La dimensione dei grani non influisce su ϕ , ma solo su δ ;
- All'aumentare del coefficiente di forma il valore di ϕ diminuisce;
- Se diminuisce il valore "e" aumenta il valore di ϕ .

La modellazione DEM, con lo sviluppo dei cluster e delle particelle ellittiche, è riuscita a catturare l'andamento essenziale dei materiali granulari come mostrato nelle prove. È comunque possibile che gli elementi presentati non rappresentino in modo completo la varietà delle forme dei grani e forse molte altre forme potrebbero essere sviluppate.

Capitolo 3

PFC3D BY ITASCA

3.1 Introduzione

Il software PFC (Particle Flow Code), prodotto da Itasca Consulting Group, utilizza il Metodo degli Elementi Discreti Particellari così come descritto da Cundall e Strack (1979) e rappresenta il sistema come un insieme di particelle circolari che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto (Vignali, 2006).

Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando i movimenti dei singoli elementi che lo compongono e l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto, applicando la seconda legge di Newton alle particelle e la legge forza-spostamento ai punti di contatto. La prima è utilizzata per determinare il moto delle singole unità causato dalle sollecitazioni agenti su esse; la seconda serve per aggiornare le forze di contatto conseguenti.

Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, in PFC vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

La definizione della mesh e dei modelli costitutivi dei materiali è sostituita dalla determinazione della distribuzione e delle dimensioni delle particelle che compongono il sistema e dalla descrizione del comportamento dei contatti. In PFC lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla distribuzione iniziale dei singoli elementi, dato che dalla loro posizione relativa dipendono le forze di contatto.

Le ipotesi su cui si basa sono (Itasca, 2002):

- Le particelle sono circolari e sono considerate come corpi rigidi;
- I contatti avvengono su un'area infinitesima;
- Le particelle possono sovrapporsi l'una all'altra solo nei punti di contatto (soft contact);

- L'entità della sovrapposizione è correlata alla forza di contatto ed è piccola in rapporto alle dimensioni dell'elemento;
- Possono esistere vincoli di resistenza al contatto tra i dischi.

Oltre alle particelle, PFC permette la creazione di altri elementi denominati walls, che si utilizzano per definire i confini del sistema e per agevolare la generazione e la compattazione del sistema (figura 3.1). Possono essere soggetti solo a velocità e non a forze; non sono ammessi contatti muro-muro ma soltanto particella-muro.

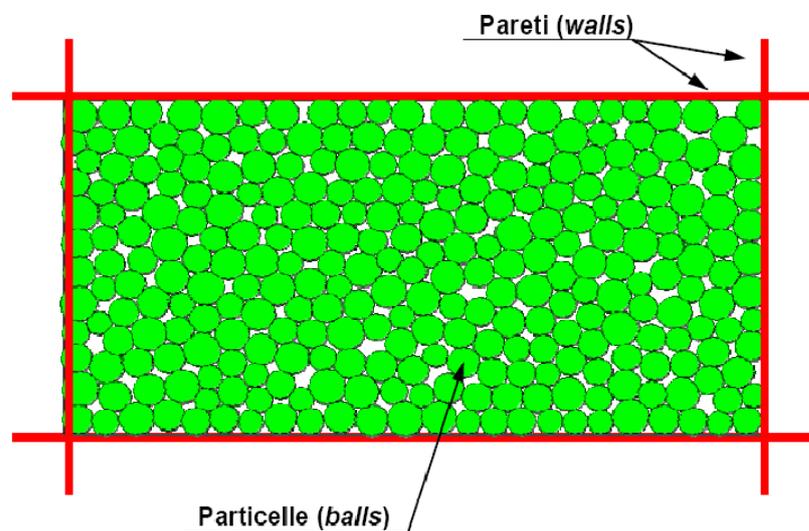


Fig. 3.1 Elementi fondamentali di PFC

3.2 La legge forza-spostamento

La legge forza-spostamento mette in relazione lo spostamento relativo tra due particelle adiacenti e la forza di contatto che si genera nel loro punto di sovrapposizione (approccio soft contact). Si applica in particolare nel punto $x_i^{[c]}$ che giace sul piano di contatto individuato dal versore normale n_i (Potyondy et al., 2004) (figura 3.2).

La forza di contatto si può così suddividere nelle due componenti normale, che agisce nella direzione di n_i , e tangenziale, che si esplica sul piano di contatto. Per le due sfere A e B di figura 3.2, indicando con U_n la loro sovrapposizione, il versore n_i diventa (Cheng et al., 2000):

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d}$$

dove $x_i^{[A]}$ ed $x_i^{[B]}$ sono i vettori posizione dei centri delle due particelle e d è la loro distanza reciproca così definita:

$$d = |x_i^{[B]} - x_i^{[A]}| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]})_y \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})_y}$$

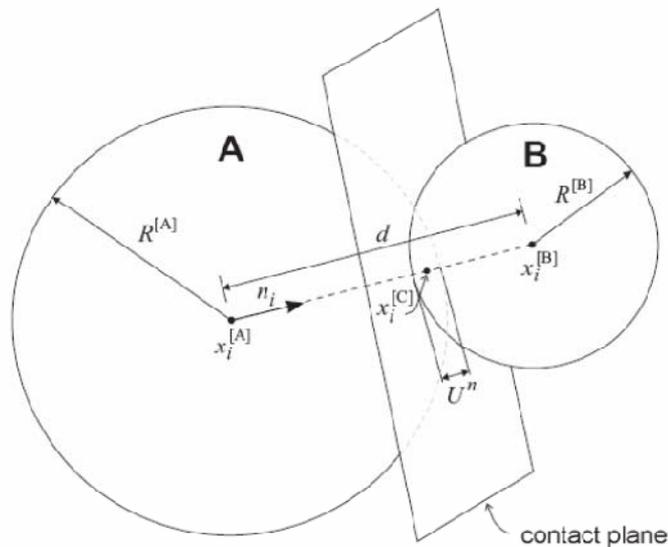


Fig. 3.2 Legge forza-spostamento per un contatto particella-particella

Per un contatto particella-parete come quello rappresentato in figura 3.3, d è pari alla minor distanza tra la ball b ed il muro w ed n_i è diretto lungo la stessa.

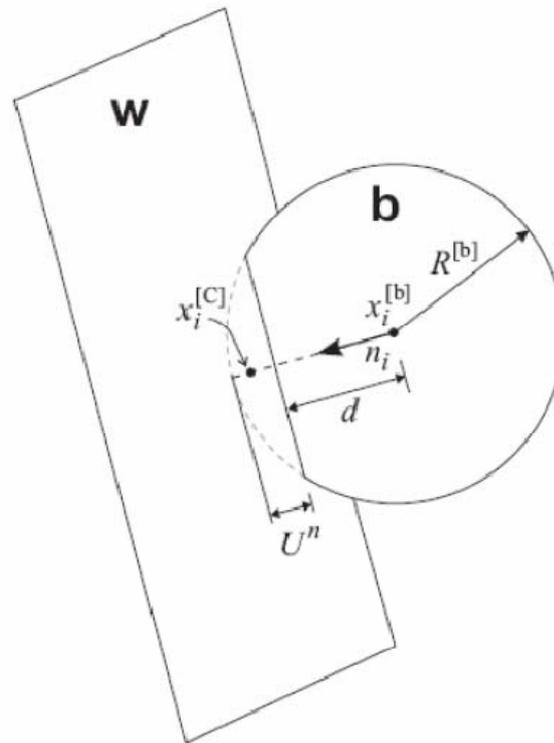


Fig. 3.3 Legge forza-spostamento per un contatto particella-parete

Noti i raggi delle particelle $(R^{[A]}, R^{[B]}, R^{[b]})$, la sovrapposizione U_n , definita come lo spostamento relativo del contatto nella direzione normale, è data da:

$$U_n = R^{[A]} + R^{[B]} - d \quad (\text{contatto particella-particella})$$

$$U_n = R^{[b]} - d \quad (\text{contatto particella-parete})$$

La posizione del punto di contatto $(x_i^{[C]})$ è pari a:

$$x_i^{[C]} = x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-particella})$$

$$x_i^{[C]} = x_i^{[b]} + \left(R^{[b]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-parete})$$

La componente normale (F_i^n) della forza di contatto si valuta in funzione di U_n e della rigidità normale k_n secondo la formula (Elata et al., 1996):

$$F_i^n = k_n \cdot U_n \cdot n_i$$

La componente tangenziale (F_i^s) si valuta in modo incrementale: partendo dal valore nullo nell'istante di formazione del contatto, aumenta ad ogni incremento di spostamento. Per la sua determinazione si studia il moto del contatto attraverso la sua velocità (V_s), che dipende dalle velocità di traslazione (\dot{x}_i) e di rotazione (ω) delle due entità a contatto, secondo la formula:

$$V_s = (\dot{x}_i^{[B]} - \dot{x}_i^{[A]}) \cdot t_i - \omega_3^{[B]} |x_k^{[C]} - x_k^{[B]}| - \omega_3^{[A]} |x_k^{[C]} - x_k^{[A]}|$$

(contatto particella-particella)

$$V_s = (\dot{x}_i^{[w]} - \dot{x}_i^{[b]}) \cdot t_i - \omega_3^{[w]} |x_k^{[C]} - x_k^{[w]}| - \omega_3^{[b]} |x_k^{[C]} - x_k^{[b]}|$$

(contatto particella-parete)

dove $t_i = \{-n_2, n_1\}$

La componente tangenziale dello spostamento del punto di contatto (ΔU_s) diventa quindi:

$$\Delta U_s = V_s \cdot \Delta t$$

da cui si ricava la componente tangenziale della forza di contatto (ΔF_s) in funzione della rigidità tangenziale (k_s):

$$\Delta F_s = -k_s \cdot \Delta U_s$$

3.3 La legge del moto

Il movimento di una particella rigida è determinato dalla risultante delle forze e dei momenti che agiscono su di essa e può essere descritto in termini di moto di traslazione e di rotazione. Il primo è definito dall'accelerazione (\ddot{x}_i) del centro della particella; il secondo da quella angolare ($\ddot{\omega}_i$).

Indicando con F_i la risultante delle forze applicate all'elemento e con g_i il vettore accelerazione di gravità, l'equazione del moto di traslazione di una particella di massa m diventa (Fortin, 2005):

$$F_i = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i)$$

Il moto di rotazione invece può essere descritto dall'equazione:

$$M_i = I \cdot \ddot{\omega}_i$$

dove M_i è la risultante dei momenti agenti sulla particella ed I il suo momento d'inerzia.

3.4 Lo smorzamento

L'energia cinetica che si genera nel sistema in seguito all'interazione tra le particelle è dissipata attraverso i relativi slittamenti. Nel caso in cui questi ultimi non siano sufficienti a far raggiungere al modello uno stato di equilibrio, entra in gioco il fattore di smorzamento (local damping) che applica ad ogni elemento una forza di smorzamento (damping force) proporzionale alla corrispondente forza non bilanciata (unbalanced force).

Quest'ultima è un parametro che permette di controllare se il modello ha raggiunto l'equilibrio statico; il sistema, infatti, si considera in equilibrio quando la massima forza non bilanciata è piccola rispetto a quelle applicate. Se l'unbalanced

force si attesta ad un valore costante non nullo (seppur piccolo) significa che, probabilmente, si stanno verificando rotture o deformazioni plastiche all'interno del modello (Jensen et al., 1999 e 2001).

Il fattore di smorzamento si introduce nell'equazione del moto come segue (Hazzard, 2000):

$$F_i + F_{id} = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i)$$

dove F_{id} rappresenta la forza di smorzamento valutabile in funzione della velocità della particella (\dot{x}_i) mediante la seguente equazione:

$$F_{id} = -\alpha \cdot F_i \cdot \dot{x}_i$$

Il coefficiente di smorzamento α varia tra 0 ed 1; di default è pari a 0,7.

3.5 La creazione del modello

3.5.1 Introduzione

Per la definizione di un modello è necessario specificare:

- La distribuzione e le dimensioni delle particelle che compongono il sistema;
- Il comportamento dei contatti e le proprietà dei materiali, che dettano il tipo di risposta del mezzo quando è sottoposto ad una causa perturbatrice;
- Le condizioni al contorno e quelle iniziali, che definiscono la situazione in situ, cioè prima dell'introduzione della perturbazione.

La procedura generale di soluzione prevede la valutazione dello stato di equilibrio iniziale del sistema, l'applicazione delle alterazioni ed il calcolo della risposta del modello (figura 3.4).

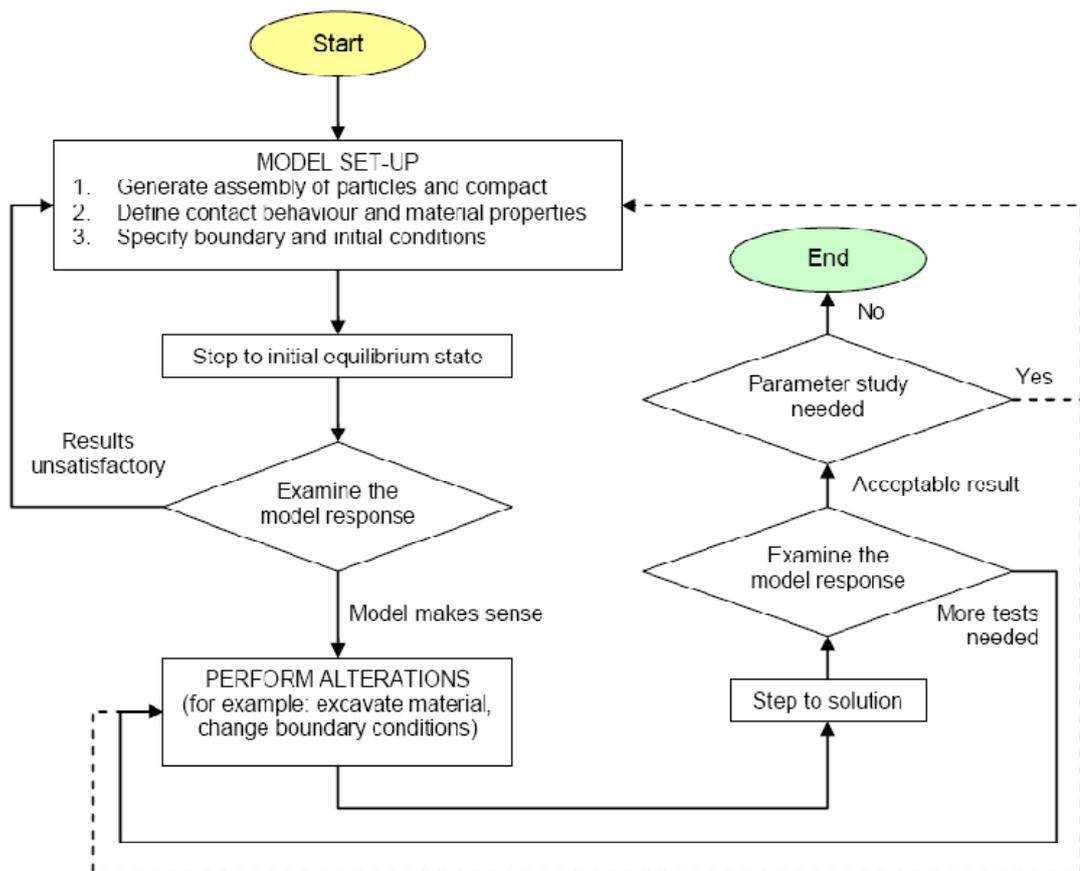


Fig. 3.4 Procedura di soluzione generale di PFC

3.5.2 La generazione delle particelle

Gli elementi che compongono il sistema possono essere generati attraverso due procedure distinte (Jiang et al., 2003):

- quella semplice, che prevede la creazione di una particella per volta definendone il raggio, la posizione ed il numero identificativo (ID number). Sulla base delle informazioni ricevute il software inserisce l'elemento nella posizione fissata, sovrapponendolo ad eventuali altri già esistenti. La sovrapposizione al momento della generazione può creare tensioni e forze di repulsione iniziali molto elevate, ragione per cui questa procedura non si utilizza frequentemente;
- quella generale, che consiste nel creare un insieme iniziale di particelle specificandone le dimensioni dell'area occupata, l'intervallo di variazione del raggio (r_{min} ed r_{max}) e la relativa distribuzione granulometrica. Il software

provvede a creare queste ball disponendole in modo casuale all'interno dello spazio fissato non permettendo però la sovrapposizione tra particelle o tra particelle ed elementi al contorno. Questa procedura è quella più utilizzata in quanto consente di generare sistemi formati da molti elementi in tempi di calcolo ragionevoli.

Una volta create le particelle, le si compatta utilizzando diverse modalità (Dolezalova, 2002):

- Per spostamento delle pareti: consiste nell'avvicinare reciprocamente i confini del sistema fino al raggiungimento della densità desiderata. Questo tipo di approccio presenta notevoli problemi in quanto:
 - Andando a spostare le pareti, si perde la geometria iniziale del modello;
 - La convergenza all'equilibrio è molto lenta, in quanto il disturbo che si genera ai confini deve propagarsi all'interno;
 - La distribuzione di particelle ottenuta non è uniforme;
- Per espansione dei raggi (generation by radius expansion): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di piccolo raggio, successivamente dilatate fino al raggiungimento della densità prevista. È il metodo più semplice ed affidabile, in quanto mantiene le dimensioni iniziali del sistema e, espandendo le particelle dello stesso fattore in tutte le direzioni, gli conferisce proprietà uniformi ed isotrope (figura 3.5);

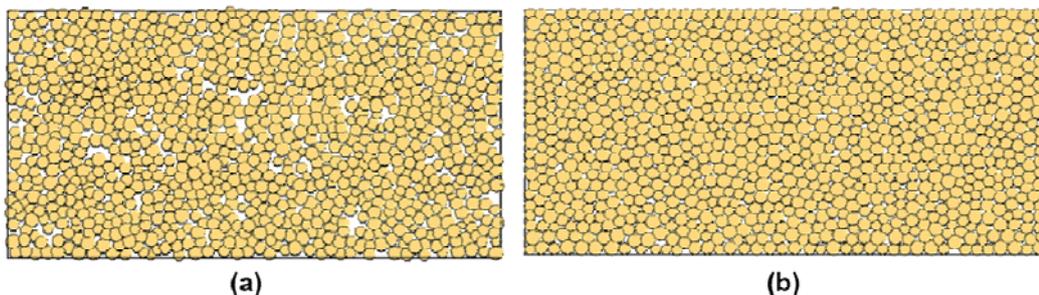


Fig. 3.5 Istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per espansione

- Per repulsione esplosiva (generation by explosive repulsion): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di raggio tale da raggiungere la porosità desiderata. Queste ultime sono disposte casualmente all'interno del sistema con conseguenti sovrapposizioni (figura 3.6) ed elevate forze di repulsione che possono raggiungere valori tali da permettere ad alcune ball di sfuggire attraverso le pareti del sistema.

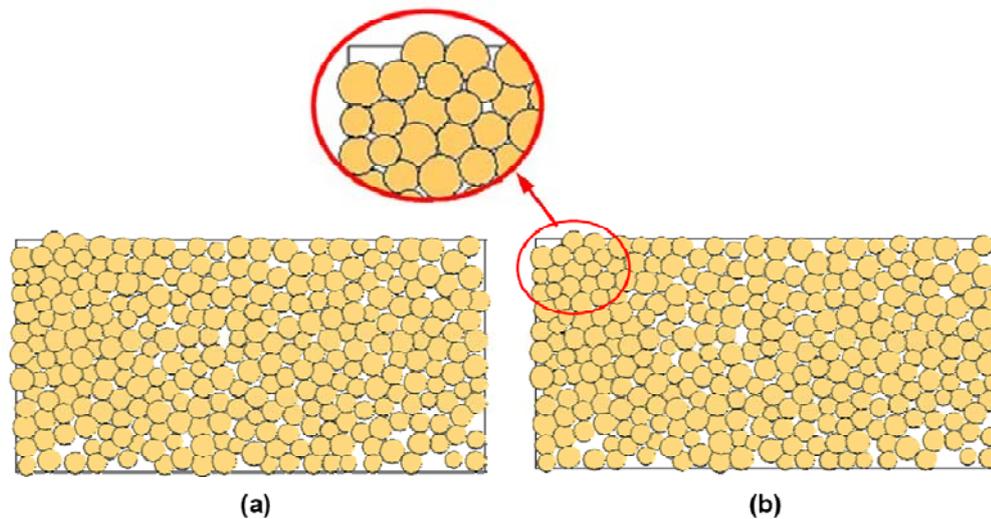


Fig. 3.6 Istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per esplosione

Sfruttando la logica clump e quella cluster, il software prevede inoltre la possibilità di modellare elementi di forma generica ottenuti assemblando particelle circolari che mantengono la stessa posizione reciproca durante l'intera simulazione (figure 3.7 e 3.8). L'unità così formata può essere dotata di comportamento rigido (clump) o deformabile (cluster). In questo modo è possibile quindi ottenere una rappresentazione molto fedele alla realtà fisica.



Fig. 3.7 Elementi clump o cluster

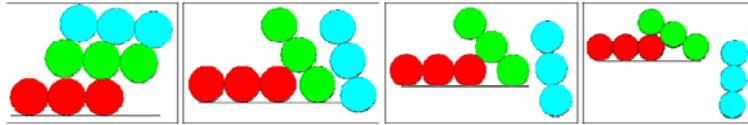


Fig. 3.8 Interazione tra elementi clump costituiti da tre particelle

3.5.3 I modelli di contatto

Il passo fondamentale per la schematizzazione di un sistema tramite PFC è la definizione di un modello di contatto, il quale si compone in generale di tre parti (Itasca, 2002):

- Un modello di rigidità;
- Un modello di slittamento;
- Un modello di legame.

Il modello di rigidità

Il modello di rigidità fornisce una relazione tra le componenti normale (F_n) e tangenziale (F_s) della forza di contatto ed i relativi spostamenti (U_n, U_s):

$$F_n = k_n \cdot U_n \qquad F_s = -k_s \cdot U_s$$

dove k_n e k_s sono rispettivamente le rigidità normale e tangenziale.

Il software in particolare ne prevede due tipologie: il modello lineare e quello di Hertz-Mindlin.

Il modello lineare, molto diffuso per la sua semplicità, ipotizza una relazione lineare tra le forze e gli spostamenti. Note due particelle A e B in reciproco contatto, k_n e k_s si valutano mediante le equazioni di seguito riportate (Cundall, 1988):

$$k_n = \frac{k_n^A \cdot k_n^B}{k_n^A + k_n^B} \qquad k_s = \frac{k_s^A \cdot k_s^B}{k_s^A + k_s^B}$$

Il modello di Hertz-Mindlin è di tipo elastico non lineare e valuta le rigidzze k_n e k_s in funzione del modulo di taglio (G) e del coefficiente di Poisson (ν) di due particelle A e B a contatto mediante le equazioni di seguito riportate (Mindlin, 1953):

$$k_n = \left(\frac{2 \cdot \langle G \rangle \cdot \sqrt{2 \cdot \tilde{R}}}{3 \cdot (1 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot \sqrt{U_n} \quad k_s = \left(\frac{2 \cdot (3 \cdot \langle G \rangle^2 \cdot (1 - \langle \nu \rangle)) \cdot R^{1/3}}{(2 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot |F_i^n|^{1/3}$$

Dove:

U_n è la sovrapposizione tra le due particelle a contatto;

$|F_i^n|$ è la forza di contatto in direzione normale.

Indicando con $R^{[A]}$ ed $R^{[B]}$ i raggi delle due sfere a contatto, i termini delle precedenti formule si valutano secondo quelle di seguito indicate (Di Renzo et al., 2004):

$$\begin{aligned} \text{contatto particella-particella: } \tilde{R} &= \frac{2 \cdot R^{[A]} \cdot R^{[B]}}{R^{[A]} + R^{[B]}} \\ \langle G \rangle &= 0,5 \cdot (G^{[A]} + G^{[B]}) \\ \langle \nu \rangle &= 0,5 \cdot (\nu^{[A]} + \nu^{[B]}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{contatto particella-parete: } \tilde{R} &= R^{[ball]} \\ \langle G \rangle &= G^{[ball]} \\ \langle \nu \rangle &= \nu^{[ball]} \end{aligned}$$

Il modello di slittamento

Il modello di slittamento è una proprietà intrinseca delle entità a contatto, particella-particella o particella-elemento al contorno. La condizione di slittamento si ha quando la componente tangenziale della forza (F_t^i) eguaglia il valore massimo

ammissibile della forza di contatto tangenziale (F_t^{\max}). Questo valore è dato dal coefficiente di attrito minimo tra le entità a contatto (μ) moltiplicato per il modulo della componente normale di compressione della forza (F_n^i). La condizione affinché si abbia slittamento si può quindi esprimere come:

$$F_t^i \geq F_t^{\max} = \mu \cdot |F_n^i|$$

Il modello di legame

PFC prevede diverse tipologie di modello di legame:

- Il legame di contatto (contact bond), che riproduce l'effetto d'adesione che si esplica nel punto di contatto e può essere visto come un insieme di due molle elastiche con rigidezze normale e tangenziale costanti agenti nel punto di sovrapposizione (figura 3.9). È definito dalle componenti normale (n_bond) e tangenziale (s_bond) della forza di contatto. Preclude lo scorrimento reciproco degli elementi adiacenti e non ne impedisce la rotazione, che può essere causata da un momento agente nel punto di sovrapposizione (figura 3.10).

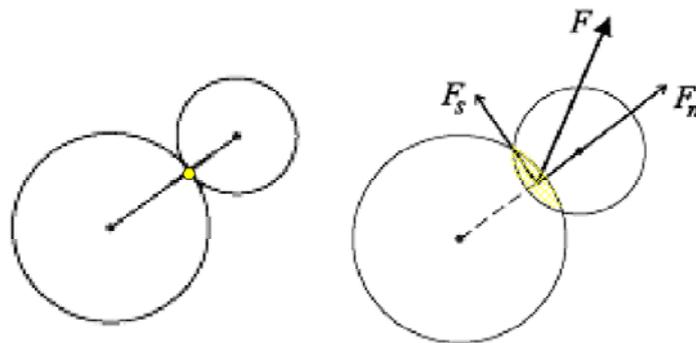


Fig. 3.9 Contact bond

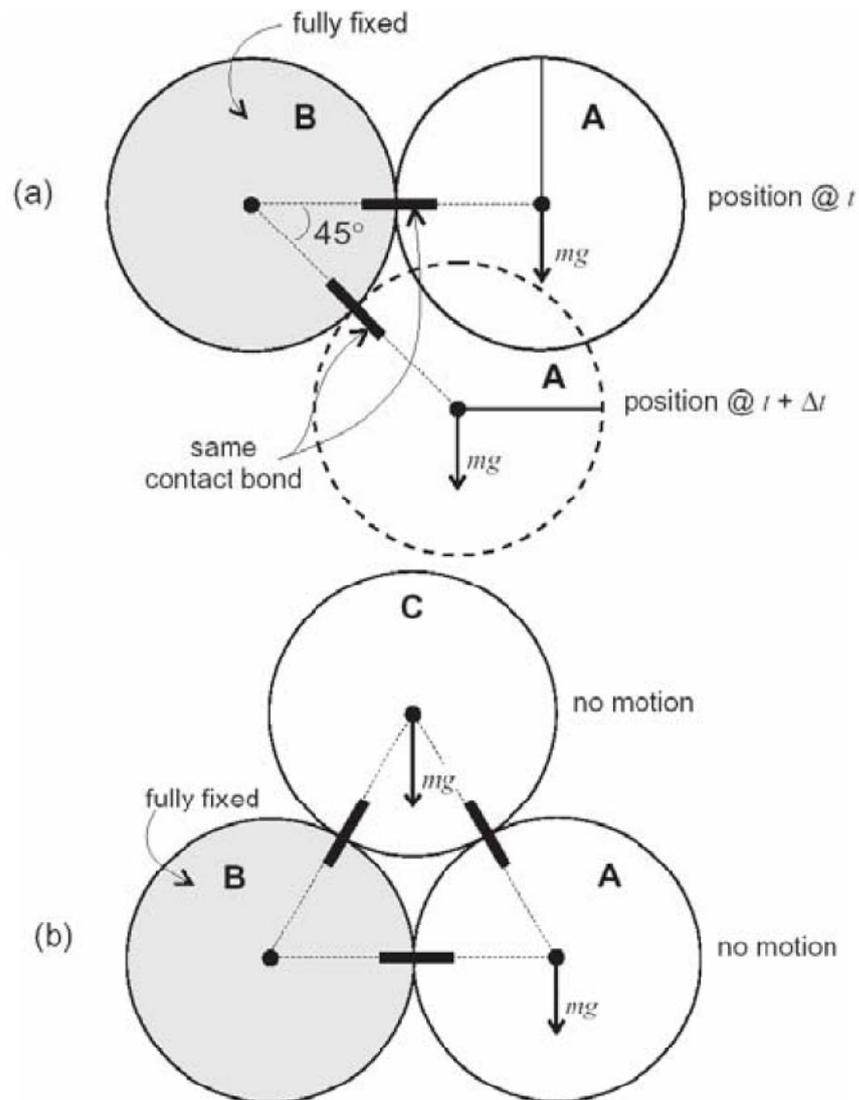


Fig. 3.10 Rotazione senza scorrimento permessa dal contact bond tra due (a) e tre (b) particelle

- Il legame parallelo (parallel bond), che riproduce l'effetto d'adesione di un materiale aggiuntivo depositatosi dopo che le particelle sono giunte a contatto, la cui rigidità agisce in parallelo con quella di contatto (da qui il nome del modello) (figura 3.11). Può essere visto come un insieme di molle elastiche con rigidità normale e tangenziale costanti, uniformemente distribuite su una sezione trasversale circolare o rettangolare situata nel piano di contatto e centrata nel punto di contatto. Ogni carico aggiuntivo applicato alle due particelle, dopo che si è instaurato il legame parallelo, è suddiviso in

modo proporzionale tra la molla del contatto e quella del legame stesso che può trasmettere sia forze che momenti tra le particelle. Questo legame si utilizza generalmente per modellare materiali coesivi ed è definito dalla componente normale della forza di contatto ($pb_nstrength$), da quella tangenziale ($pb_sstrength$) e dalle rigidezze normale (pb_kn) e tangenziale (pb_ks).

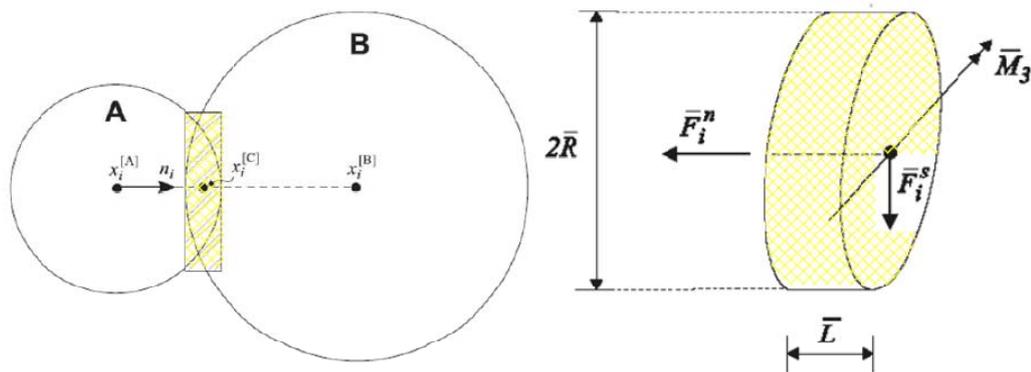


Fig. 3.11 Parallel bond

Le risultanti delle forze e dei momenti che si generano nel punto di contatto si valutano componendoli nelle direzioni normale (n) e tangenziale (s) al piano di contatto. Per la prima si ottiene (figura 3.11):

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s$$

Queste risultanti assumono valore nullo nell'istante in cui si forma il contatto ed aumentano ad ogni time step successivo in funzione degli spostamenti e delle rotazioni subite dalle due entità a contatto.

L'incremento subito nell'intervallo Δt si valuta secondo le seguenti espressioni:

$$\Delta \bar{F}_i^n = (k_n \cdot \Delta U_n \cdot \pi \cdot \bar{R}^2) \cdot n_i$$

$$\Delta \bar{F}_i^s = (k_s \cdot \Delta U_s \cdot \pi \cdot \bar{R}^2)$$

$$\Delta \bar{M}_3 = (k_n \cdot \Delta \theta_3 \cdot I) = k_n \cdot I \cdot (\omega_3^{[B]} - \omega_3^{[A]}) \cdot \Delta t$$

Dove:

\bar{R} è il raggio dell'area di contatto;

I è il momento d'inerzia.

Si ottiene pertanto:

$$\bar{F}_i^n \leftarrow \bar{F}_i^n + \Delta \bar{F}_i^n$$

$$\bar{F}_i^s \leftarrow \bar{F}_i^s + \Delta \bar{F}_i^s$$

$$\bar{M}_3 \leftarrow \bar{M}_3 + \Delta \bar{M}_3$$

Il valore massimo degli sforzi di flessione (σ_{\max}) e di taglio (τ_{\max}) nel contatto è pari a (Kruyt, 1993):

$$\sigma_{\max} = \frac{\bar{F}_i^n}{\pi \cdot \bar{R}^2} + \frac{\bar{M}_3}{I} \qquad \tau_{\max} = \frac{\bar{F}_i^s}{\pi \cdot \bar{R}^2}$$

3.5.4 Applicazione delle condizioni iniziali ed al contorno

Dopo aver generato e compattato il sistema si applicano le condizioni iniziali e quelle al contorno alle particelle ed alle pareti. Alle prime è possibile applicare velocità di traslazione e di rotazione, forze e momenti; le seconde, invece, possono essere soggette solo a velocità e non a forze. Le sollecitazioni così applicate rimangono costanti durante tutta la simulazione.

3.5.5 L'interpretazione dei risultati

I parametri di controllo dei risultati ottenuti si valutano all'interno di un'area circolare detta cerchio di misura (measurement circle) specificata dall'utente. Al suo interno è possibile valutare i seguenti indici:

- Numero di coordinazione (C_n): è definito come il numero medio di contatti per particella e si valuta con la seguente espressione (Itasca, 2002):

$$C_n = \frac{\sum_{N_b} n_c^{(b)}}{N_b}$$

dove N_b è il numero di particelle il cui centro è interno al cerchio di misura ed $n_c^{(b)}$ è il numero di contatti della particella (b). I sistemi caratterizzati da un elevato valore di C_n sono in grado di esplicare buone resistenze meccaniche (O'Sullivan et al., 2004).

- Frazione dei contatti in scorrimento: valuta la frazione di contatti interni al cerchio che hanno subito scorrimento;
- Porosità (n): è definita come il rapporto tra l'area totale dei vuoti all'interno del cerchio di misura (A_v) e l'area dello stesso (A_c) secondo la formula (Itasca, 2002):

$$n = \frac{A_v}{A_c} = \frac{A_c - A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_p}{A_c}$$

Dove A_p è l'area del cerchio occupata dalle particelle così calcolata:

$$A_p = \sum_{N_p} A^{(p)} - A_s$$

Con:

N_p è il numero di particelle che intersecano il cerchio di misura;

$A^{(p)}$ è l'area della particella (p) contenuta nel cerchio;

A_s è l'area delle sovrapposizioni tra le particelle interne al cerchio.

Se si utilizza la procedura di compattazione per espansione, è possibile valutare il coefficiente moltiplicatore dei raggi (m) per variare la porosità del sistema dal valore iniziale n_0 a quello finale n . Indicando con R_0 il raggio iniziale di una particella del sistema e con R quello finale, si ottiene (Itasca, 2002):

$$R = m \cdot R_0$$

Semplificando $n = \frac{A_v}{A_c} = \frac{A_c - A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_p}{A_c}$:

$$n \cdot A_c = A_c - \sum \pi \cdot R^2$$

$$\sum R^2 = \frac{A_c \cdot (1 - n)}{\pi}$$

Si ottiene pertanto:

$$\frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{1 - n}{1 - n_0}$$

Sostituendo $R = m \cdot R_0$ nella $\frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{1 - n}{1 - n_0}$:

$$m = \sqrt{\frac{1 - n}{1 - n_0}}$$

Capitolo 4

RESISTENZA AL TAGLIO E PROVA TRIASSIALE

4.1 Resistenza al taglio

Il problema della resistenza è collegato al comportamento del terreno in quanto, in caso di grandi deformazioni, queste sono controllate dalle azioni reciproche tra le particelle che lo compongono e dalla loro mutua possibilità di scorrimento. In un primo momento è possibile considerare che la resistenza sia almeno in parte controllata da quella al taglio sulle aree di contatto tra i grani. Tale resistenza dipende notevolmente anche dall'incastro delle particelle e quindi è funzione della loro disposizione strutturale (Colombo e Colleselli).

La resistenza al taglio sulle aree di contatto tra i grani è proporzionale alla forza che li spinge l'uno contro l'altro e la si può pertanto considerare una forza di attrito. Sui punti di contatto tra le particelle, per alcuni tipi di terra, si sviluppano delle forze di adesione che contribuiscono alla formazione della resistenza al taglio delle terre.

Con queste premesse sono evidenti le difficoltà connesse alla determinazione delle caratteristiche di resistenza.

Coulomb nel 1773 propose, per i mezzi granulari, la relazione tra la tensione di taglio e la tensione normale:

$$\tau = \sigma \tan \Phi$$

nella quale $\tan \Phi$ esprime il coefficiente di attrito. Per i mezzi coerenti Coulomb propose che ad equilibrare il taglio, oltre all'attrito, figurasse anche una resistenza detta coesione, che si manifesta anche a tensione normale nulla. La relazione precedente si riscrive nella forma (fig. 4.1):

$$\tau = c + \sigma \tan \Phi$$

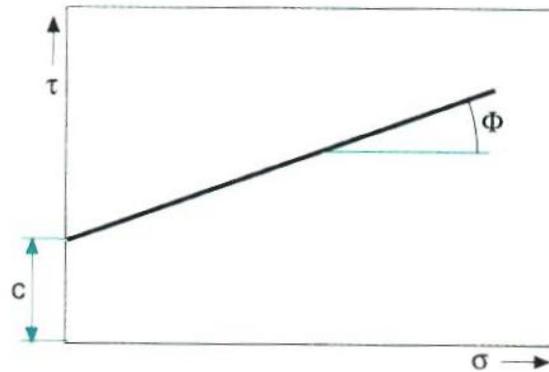


Fig. 4.1 Rappresentazione della relazione di Coulomb

La svolta decisiva, nello studio della resistenza al taglio, avvenne però solamente quando si scoprì che la differenza fondamentale tra le caratteristiche di resistenza al taglio e di comportamento delle sabbie e delle argille dipendeva non tanto dalle diverse proprietà dell'attrito delle particelle, quanto dall'enorme differenza di permeabilità.

La chiarificazione di questo fatto ebbe inizio con la scoperta da parte di Terzaghi del principio della pressione effettiva e con la modifica della relazione di Coulomb nella forma:

$$\tau = c' + (\sigma - u) \tan \Phi' = c' + \sigma' \tan \Phi'$$

nella quale c' e Φ' sono espressioni in termini di pressioni effettive. In questa nuova forma la relazione di Coulomb-Terzaghi ha assunto validità per una grande varietà di materiali e di condizioni di carico.

Questa situazione di rottura è rappresentata nel piano τ, σ' da una retta i cui punti indicano stati tensionali di rottura; i punti al di sotto della retta rappresentano situazioni di parziale sicurezza rispetto alla rottura e quelli al di sopra situazioni irrealizzabili.

Il problema venne ulteriormente chiarito associando alla relazione di Coulomb il criterio di rottura di Mohr $\tau = f(\sigma)$ secondo cui si verifica la rottura quando la tensione di taglio sul piano di rottura diventa funzione della tensione normale a quel piano; questo criterio è espresso dalla relazione:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = f\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)$$

che indica che la rottura ha luogo quando il raggio del cerchio di Mohr delle tensioni $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ è funzione della semisomma delle tensioni principali maggiore e minori $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$, cioè della distanza del centro di questo cerchio dall'origine.

La condizione di rottura perciò può essere definita in termini di curva involuppo di Mohr, cioè di curva tangente ai cerchi di rottura (fig. 4.2).

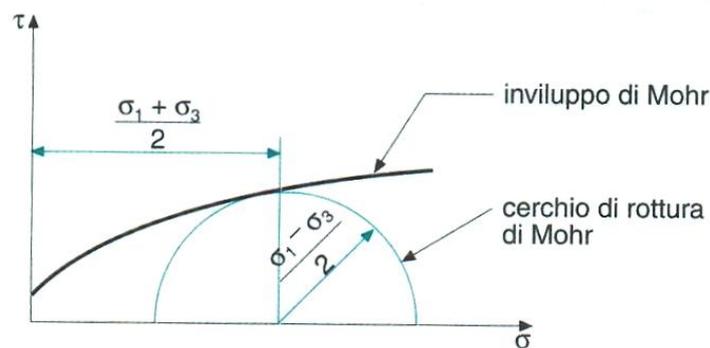


Fig. 4.2 L'involuppo di Mohr

In pratica l'involuppo di Mohr è valido all'interno di un certo campo di pressioni normali e quindi può assumere la forma dell'equazione di Coulomb, dando luogo alla legge di rottura di Mohr-Coulomb. Questa legge ha delle limitazioni e dei difetti evidenti, quali il trascurare l'effetto della tensione principale intermedia σ_2 e delle variazioni di volume collegate alle variazioni di sollecitazione.

Considerando ancora la relazione della retta di rottura $\tau = c' + \sigma' \tan \Phi'$ essa può anche essere scritta in termini di tensioni principali effettive (fig. 4.3):

$$\frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) = \left(\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + c' \cot \Phi' \right) \sin \Phi'$$

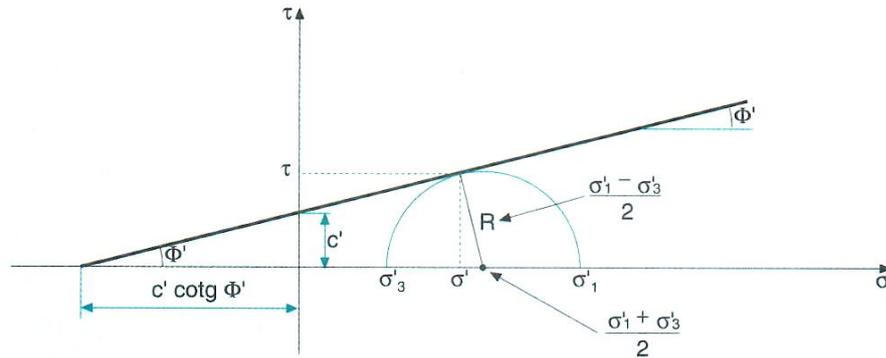


Fig. 4.3 Rappresentazione della relazione della retta di rottura in termini di tensioni effettive

e si può anche scrivere:

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= \left(\frac{1 + \sin \Phi'}{1 - \sin \Phi'} \right) \sigma'_3 + 2c' \left(\frac{\cos \Phi'}{1 - \sin \Phi'} \right) = \\ &= \tan \left(45^\circ + \frac{\Phi'}{2} \right) \sigma'_3 + 2c' \tan \left(45^\circ + \frac{\Phi'}{2} \right) \end{aligned}$$

4.2 Prove triassiali

La prova triassiale rappresenta la prova fondamentale per lo studio del comportamento delle terre ed è usata principalmente per determinare la resistenza al taglio di questi materiali granulari (Colombo e Colleselli).

Il provino è di forma cilindrica e presenta un'altezza pari a 2 ÷ 2,5 volte il diametro; abbastanza usuali sono dimensioni di circa 38 mm di diametro e 75 ÷ 85 mm di altezza; più raramente si lavora con dimensioni di 70 ÷ 100 mm di diametro e

180 ÷ 220 mm di altezza. Per i materiali a grana grossa il diametro del provino deve essere almeno pari a 5 volte la dimensione del grano più grosso.

Nella prova triassiale il provino cilindrico è racchiuso lateralmente da una sottile membrana di gomma fermata alle estremità da anelli ugualmente di gomma; è separato dalla base e dal cappello di carico mediante piastre porose ed è posto in una cella cilindrica riempita d'acqua.

Alcuni collegamenti all'estremità del campione permettono il drenaggio dell'acqua e dell'aria dei pori del provino, la misura della pressione neutra e, inoltre, consentono di procedere alla saturazione del provino con l'applicazione di una pressione (back pressure) al fluido interstiziale.

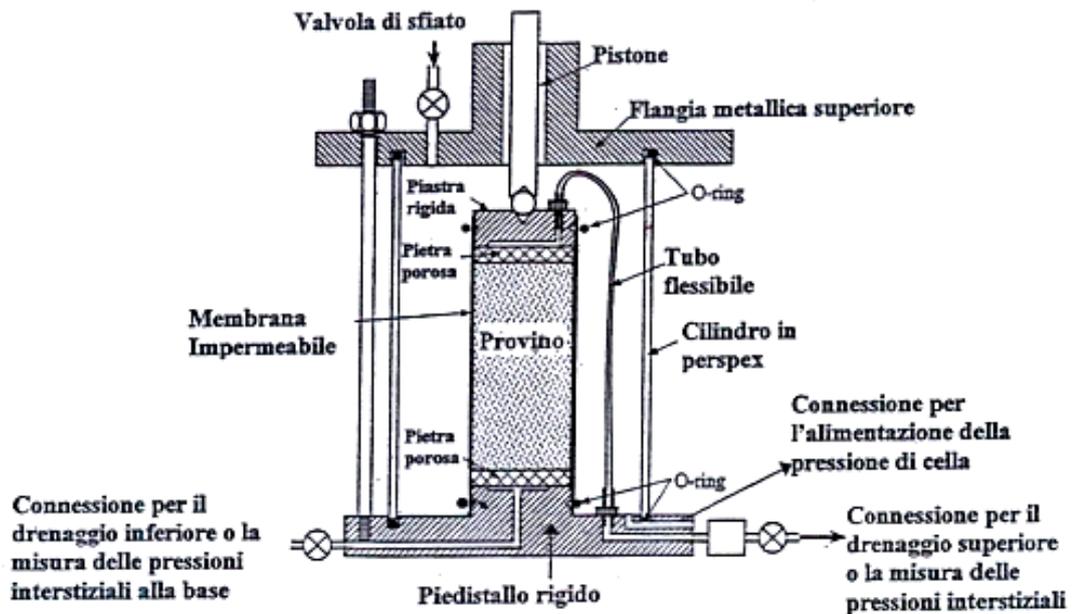


Fig. 4.4 L'attrezzatura di prova

Nella prova triassiale standard il provino cilindrico di terra è prima sottoposto ad una pressione isotropica $\sigma_r = \sigma_a$ (fase di consolidazione), applicata mettendo in pressione l'acqua di cella (pressione di contenimento) e poi ad una pressione $\sigma_a - \sigma_r$ in direzione assiale, applicata mediante una pressa a velocità di deformazione costante, fino ad arrivare alla rottura (fase di rottura).

Poiché non vi sono tensioni di taglio sulle superfici del provino, la tensione assiale σ_a e quella di contenimento σ_r sono le tensioni principali maggiore e minore σ_1 e σ_3 , e l'incremento della tensione assiale $\sigma_a - \sigma_r = \sigma_1 - \sigma_3$ è indicato come tensione o sforzo deviatorico.

Le prove triassiali si distinguono principalmente in relazione alle condizioni di drenaggio che si hanno durante ogni stadio:

- Nelle prove senza drenaggio o prove TxUU non viene permesso alcun drenaggio e quindi nessuna dissipazione di pressione dei pori né durante l'applicazione della pressione di contenimento né durante l'applicazione della pressione verticale.
- Nelle prove con consolidazione, ma senza successivo drenaggio, TxCU viene permesso il drenaggio durante l'applicazione della pressione di contenimento finché il campione è completamente consolidato sotto questa pressione, mentre durante l'applicazione della pressione verticale non è permesso alcun drenaggio e si misura la pressione neutra.
- Nelle prove con drenaggio TxCD il drenaggio è possibile durante tutta la prova, cosicché si ha consolidazione completa sotto la pressione σ_3 , durante l'applicazione della pressione verticale $\sigma_1 - \sigma_3$ non si ha formazione di pressione neutra in eccesso e si misurano le variazioni di volume del provino.

Oltre alla prova triassiale standard (consolidazione isotropa e rottura per compressione) l'attrezzatura permette, a seconda dei valori di σ_a e σ_r , di ottenere le altre seguenti condizioni di prova.

Nella prima fase (consolidazione) si distinguono:

- Consolidazione isotropa $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_a = \sigma'_r$;
- Consolidazione anisotropa $\sigma'_a \neq \sigma'_r$;
- Consolidazione monodimensionale $\sigma'_r = k_0 \cdot \sigma'_a, \varepsilon_r = 0$.

Nella seconda fase di prova (rottura) si distinguono:

- Compressione per carico, aumentando $\sigma_a = \sigma_1$ e tenendo costante $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$;
- Compressione per scarico, tenendo costante $\sigma_a = \sigma_1$ diminuendo $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$;
- Estensione per carico, aumentando $\sigma_r = \sigma_1 = \sigma_2$ e tenendo costante $\sigma_a = \sigma_3$;
- Estensione per scarico, diminuendo $\sigma_a = \sigma_3$ e tenendo costante $\sigma_r = \sigma_1 = \sigma_2$.

Queste diverse condizioni di prova corrispondono ad alcune situazioni reali che si possono incontrare.

La compressione per carico corrisponde allo stato di sollecitazione che si ha nel terreno di fondazione di un'opera, mentre la compressione per scarico corrisponde a quello che si ha nel terreno che spinge un muro di sostegno (spinta attiva).

L'estensione per scarico corrisponde allo stato di sollecitazione nel terreno subito al di sotto del fondo di uno scavo, mentre l'estensione in carico corrisponde a quello che si ha nel terreno al piede di una paratia (spinta passiva) e in corrispondenza di una piastra di ancoraggio.

Le principali limitazioni delle prove triassiali sono date dal fatto che non si può studiare l'influenza della pressione principale σ_2 sulle caratteristiche meccaniche del terreno, perché $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$, e che non si possono studiare casi nei quali c'è rotazione degli assi principali, poiché tali assi di sollecitazione sono prestabiliti; inoltre tra le facce estreme del provino e le piastre porose a contatto si sviluppa dell'attrito che influenza la distribuzione delle deformazioni nel provino stesso, rendendole poco uniformi, e della pressione neutra.

Come mostrato in precedenza, le prove standard sono suddivise in funzione delle condizioni di drenaggio, ricordando che la permeabilità è un fattore con notevole influenza ed è un parametro per distinguere tra terreni a grana grossa (permeabilità elevata) e terreni a grana fine (permeabilità bassa).

Facendo riferimento ai temi trattati nella tesi, si approfondirà l'argomento legato ai terreni a grana grossa, nei quali la permeabilità è elevata e qualunque variazione di pressione dell'acqua nel terreno, rispetto alla pressione iniziale, si dissipa in tempi molto brevi, qualunque sia la causa che la provochi.

Pertanto per questi terreni lo studio del comportamento del materiale può essere analizzato in condizioni drenate.

4.2.1 I vantaggi della prova

È stato precedentemente evidenziato che la prova di compressione (o estensione) cilindrica o prova triassiale è la prova principale, relativamente semplice e versatile, per la determinazione dei parametri di resistenza al taglio delle terre sia in condizioni drenate che non drenate.

Quindi uno dei maggiori pregi forniti dal test è il controllo delle condizioni di drenaggio, con la conseguente possibilità di misurare le pressioni interstiziali (drenaggio impedito) attraverso l'uso di sistemi di trasduttori. Di conseguenza se è noto lo stato tensionale totale, è possibile risalire allo stato tensionale efficace.

Inoltre facendo ricorso alla back-pressure è possibile realizzare la saturazione del provino, rendendo possibile l'introduzione dell'acqua all'interno del campione di materiale da testare.

Infine si vengono a creare condizioni di tensione e di deformazione noti ed uniformi, ricreando così la configurazione a cui il provino era soggetto in situ, e potendo applicare, di conseguenza, un qualsivoglia percorso di carico rappresentativo di alcune situazioni reali.

4.3 Resistenza e deformabilità dei terreni incoerenti

Per i terreni a grana grossa risulta quasi impossibile prelevare campioni indisturbati, per cui è necessario quasi sempre ricorrere a prove in situ per determinare i parametri meccanici. Le prove di laboratorio su campioni ricostruiti permettono però di individuare il comportamento meccanico per varie condizioni di prova rappresentative di alcune situazioni reali (Colombo e Colleselli).

Tenendo presente l'elevata permeabilità e quindi il fatto che le sovrappressioni si dissipano rapidamente, si può fare riferimento alle prove triassiali in condizioni drenate.

Attraverso questa prova è possibile studiare il comportamento di terreni granulari, al fine di determinare gli andamenti dello sforzo deviatorico e dell'indice dei vuoti, al variare della deformazione assiale e a parità di tensione di confinamento. Così facendo è possibile distinguere, per un materiale denso o sciolto, due diverse tipologie di comportamento: quello incoerente e quello dilatante.

I materiali sciolti, sottoposti ad uno sforzo deviatorico, aumentano di densità fino ad arrivare a rottura. I grani si spostano per raggiungere una configurazione più stabile e l'indice dei vuoti si riduce fino a raggiungere un valore critico ed un corrispondente stato ultimo, oltre il quale si ha un'ulteriore deformazione ma senza variazioni di volume e di resistenza. Si dice allora che la curva sforzi-deformazioni è corrispondente ad un materiale con comportamento incoerente.

I materiali densi invece, sotto l'azione dello sforzo deviatorico, all'inizio aumentano di densità ma successivamente avviene un decremento di tale valore con un corrispondente aumento di volume.

Per arrivare a rottura occorre un certo valore di energia che verrà impiegato sia per il lavoro dovuto all'attrito, che è legato agli spostamenti delle particelle, che per il lavoro svolto per permettere l'aumento di volume, fenomeno contrastato dalla tensione di confinamento.

In queste condizioni la resistenza per arrivare a rottura, nei materiali densi, è quindi maggiore di quella fornita dagli stessi materiali ma in condizioni sciolte. La curva sforzi-deformazioni è corrispondente ad un materiale con comportamento dilatante.

Nella figura 4.5 viene mostrato l'andamento della tensione deviatorica e dell'indice dei vuoti rispetto alla deformazione volumetrica.

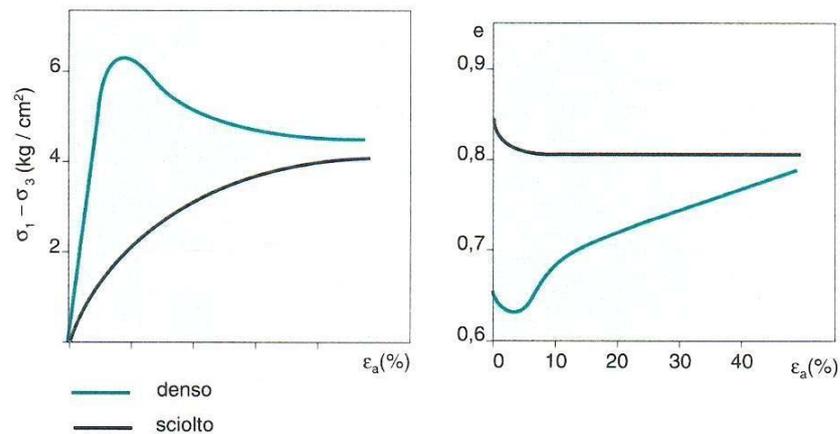


Fig. 4.5 Comportamento dilatante ed incoerente

Nei materiali con comportamento dilatante, si può notare chiaramente un valore massimo detto di rottura, oltre al quale si ha una diminuzione di resistenza, che è attribuibile alla diminuzione del grado di incastro delle particelle, mentre l'indice dei vuoti ha un andamento crescente con tendenza verso il valore critico, cioè a quel valore che non subisce variazioni con il procedere delle deformazioni.

Per quanto riguarda il valore del coefficiente di attrito, si può dedurre che esista un valore massimo di Φ' (detto di picco) e un valore finale detto Φ_{cv} (angolo a volume costante).

Risulta anche che Φ' può essere meglio denominato angolo di resistenza al taglio invece che angolo di attrito interno, poiché rappresenta globalmente l'attrito tra i grani, il mutuo incastro e il lavoro connesso all'aumento di volume (valori

compresi tra 30 e 45°), mentre Φ_{cv} rappresenta l'attrito tra i grani e l'assestamento dei grani a seguito di traslazioni (valori tra 30 e 35°).

L'analisi fin qui condotta era relativa a materiali sciolti e densi studiati attraverso l'utilizzo di uno stesso valore della tensione di confinamento. A questo punto è possibile approfondire il comportamento dei suddetti materiali al variare della tensione σ'_3 .

I materiali sciolti, a seguito di forti diminuzioni della tensione σ'_3 , tenderanno ad assumere un comportamento dilatante.

I materiali densi, all'aumentare della tensione di confinamento, esprimono in maniera poco evidente le caratteristiche di dilatanza

Comunque, in generale, si può affermare che per valori elevati della pressione di confinamento, il valore dell'angolo di picco diminuisce e l'involuppo a rottura ha una curvatura (figura 4.6).

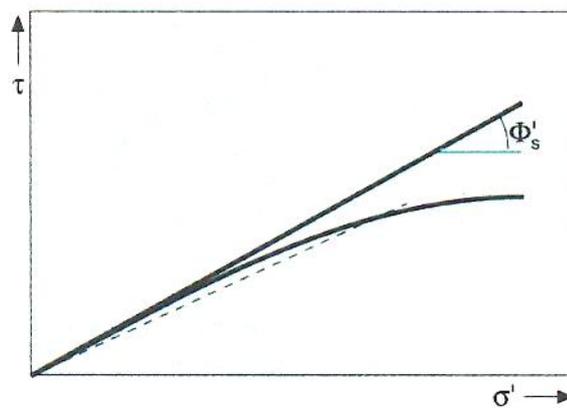


Fig. 4.6 Curvatura dell'involuppo a rottura

Questa diminuzione è probabilmente legata alla riduzione del comportamento dilatante e alla frantumazione dei grani. L'angolo di attrito può essere influenzato anche da altri fattori, oltre che dalla densità e da σ_3 , come la dimensione, la forma e la distribuzione granulometrica delle particelle.

Per quanto riguarda le caratteristiche e i parametri di deformabilità dei terreni incoerenti risultano evidenti le difficoltà di determinarli innanzitutto per la quasi impossibilità di avere campioni indisturbati, poi per le difficoltà connesse ad una corretta esecuzione ed interpretazione delle prove in situ e infine per la grande sensibilità dei parametri a molti fattori. Dall'altro lato però, bisogna considerare che la deformabilità dei terreni a grana grossa è bassa.

Con riferimento alle prove triassiali si può rappresentare (figura 4.7) la compressibilità attraverso il modulo tangente, che indica la pendenza di una linea retta tangente ad un particolare punto della curva sforzi-deformazioni, o mediante il modulo secante che indica la pendenza della retta che collega due punti della curva stessa.

Si considera così il modulo tangente iniziale, determinato come tangente alla curva per l'origine o il modulo secante, corrispondente alla retta passante per l'origine e per il punto corrispondente allo sforzo deviatorico pari al 50% di quello di rottura.

Recenti studi hanno evidenziato l'influenza di vari fattori quali la tensione di confinamento, l'entità della tensione di consolidamento ed il tipo di consolidazione, sui moduli tangente e secante.

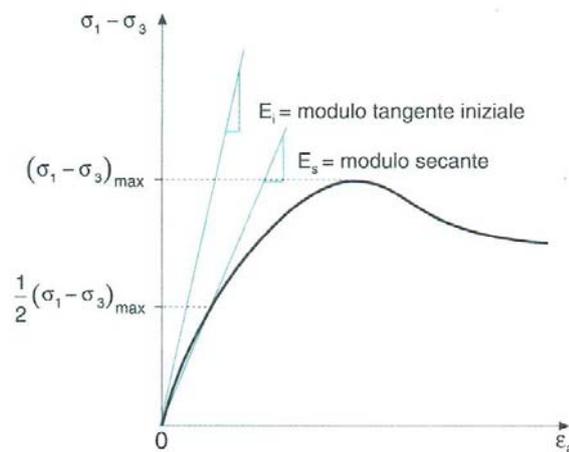


Fig. 4.7 I moduli tangente e secante

Capitolo 5

LA CREAZIONE DEI PROVINI:

DALL'INCOLLAGGIO AL LABORATORIO

5.1 Introduzione

L'attività di ricerca svolta nei seguenti capitoli entra a far parte del progetto dell'Unità Operativa di Bologna riguardo le tecniche numeriche avanzate per la modellazione delle pavimentazioni stradali.

Lo scopo della ricerca fin qui sviluppata, e tuttora in fase di evoluzione, è quello di determinare l'effetto che la forma del materiale granulare produce sul comportamento tenso-deformativo delle pavimentazioni stradali flessibili.

E' possibile raggiungere questo obiettivo attraverso il confronto dei risultati ottenuti con le prove di laboratorio e con la modellazione numerica, attuata tramite il software PFC3D.

Come mostrato nel capitolo 2 le sperimentazioni condotte da Jensen (2001) e da Ng (2004), al fine di indagare l'influenza della forma delle particelle, si basavano su una differente prova di laboratorio o su differenti elementi DEM (ad esempio di forma ellissoidica). Siccome in letteratura non si sono riscontrati studi simili a quello sviluppato nella presente tesi, è stato necessario effettuare diverse ipotesi ed assumere diversi accorgimenti al fine di poter adattare i materiali e la tecnologia a disposizione alla ricerca.

Nelle pagine seguenti verranno mostrati i materiali utilizzati, le modalità di creazione dei clump fino ad arrivare alla realizzazione della prova triassiale presso i laboratori della società Tecnotest a Modena.

5.2 La scelta dei materiali e le loro caratteristiche

Al fine di rappresentare, in maniera fedele, il fuso granulometrico presente nelle sovrastrutture stradali flessibili, si è adottato l'uso di sfere d'acciaio. Questa scelta è legata alla realizzazione di un "aggregato ideale", tale da essere facilmente modellabile con il DEM particellare poiché:

- Hanno una geometria facilmente replicabile sia in termini di diametro, sia di sfericità;
- La superficie delle sfere è uniforme ed è nota la relativa tolleranza di fabbricazione.

Esistono due ulteriori requisiti richiesti alle sfere di acciaio: la resistenza alla ruggine e la durezza. Un materiale che possiede tali caratteristiche è l'acciaio INOX di tipo 420 C che coniuga una media resistenza ed una buona inossidabilità.

Tabella 5.1 Le specifiche dell'acciaio per le sfere

ACCIAIO/ STEEL	Acciai comparabili/Designations of comparable steels		ANALISI/COMPOSITION *														
			C%	Si%	Mn%	P%	S%	Co%	Cr%	Mo%	Ni%	V%	W%	Cu%	Al%	O%	N%
AL CROMO 100 Cr6 **	UNI 100 Cr6 AISI E52100 W. 1.3505	AFN. 100 Cr6 JIS SUJ 2 DIN 100Cr6	0.93 1.05	0.15 0.35	0.25 0.45	0.025 max	0.015 max	- -	1.35 1.60	0.10 max	- -	- -	- -	0.30 max	0.050 max	0.0015 max	- -
INOX AL 13% 420 B ***	UNI X30Cr13 AISI - W. 1.4028	AFN. Z30C13 JIS SUS 420 J 2 DIN X30Cr13	0.26 0.35	1.00 max	1.50 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.00 14.00	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 13% 420 C ***	UNI X40Cr14 AISI - W. 1.4034 EN 1.3541/X47Cr14	AFN. Z40C14 JIS - DIN X46Cr13	0.43 0.50	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.50 14.50	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 B ***	UNI - AISI/SAE 440B W. 1.4112	AFN. - JIS SUS 440B DIN X90CrMoV18	0.85 0.95	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	17.00 19.00	0.90 1.30	- -	0.07 0.12	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 C ***	UNI - AISI 440 C W. 1.4125 EN 1.3543/X108CrMo17	AFN. Z100 CD 17 JIS SUS 440C DIN X105CrMo17	0.95 1.20	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	16.00 18.00	0.40 0.80	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX 18/8 304 ***	UNI X5CrNi18-10 AISI 304/304H W. 1.4301	AFN. Z6CN 18-09 JIS SUS 304 DIN X5CrNi 18-10	0.07 max	1.00 max	2.00 max	0.045 max	0.015 max	- -	17.00 19.50	- -	8.00 10.50	- -	- -	- -	- -	- -	0.11 max
INOX 18/10/3 316 ***	UNI X5CrNiMo1712 AISI 316 W. 1.4401	AFN. Z6CND1711 JIS SUS 316 DIN X5CrNiMo 17-12-2	0.07 max	1.00 max	2.00 max	0.045 max	0.015 max	- -	16.50 18.50	2.00 2.50	10.00 13.00	- -	- -	- -	- -	- -	0.11 max

La fornitura dei materiali è stata affidata alla ditta Torinese MARTIN, la quale fornisce un prodotto che viene realizzato attraverso un percorso che si divide fondamentalmente in cinque passaggi: lo stampaggio, la sgrossatura, la tempra, la rettifica e la lappatura.

Dopo la verifica di idoneità effettuata attraverso il collaudo di accettazione, la materia prima, precedentemente certificata dal fornitore, viene lavorata su stampatrici ad altissima velocità. La seconda fase della lavorazione consiste nel

passaggio dei pezzi tra dischi a gole concentriche per eliminare i testimoni di stampaggio e conferire rotondità alla sfera.

Il trattamento termico, dove necessario, conferisce la massima durezza possibile e quindi le migliori caratteristiche ottenibili in relazione ai materiali impiegati. Successivamente accurati e ripetuti processi di rettifica con mole di ceramica determinano una maggiore precisione dimensionale predisponendo le sfere per la successiva operazione di lappatura finale. Questa fase conferisce alla sfera una superficie perfettamente lucida, compatta ed esente da difetti, ed una rugosità e ondulosità superficiali bassissime, di gran lunga inferiore a quelle previste dalle norme ISO 3290.

Tutte le caratteristiche di precisione, durezza, materiale ecc. vengono controllate durante la produzione e ricontrollate prima della spedizione, alla fine del ciclo di lavoro, per assicurare e garantire la massima qualità. Ogni lotto di sfere viene controllato su sofisticate macchine che eseguono verifiche sullo stato superficiale della sfera e sulla sua integrità, scartando eventuali pezzi difettosi (sito Sfere Martin).



Fig. 5.1 Esempi caratteristiche sfere riportate sulle confezioni

5.3 La miscela

Per la realizzazione delle prove triassiali è stato necessario definire la curva granulometrica della miscela, cioè specificare il quantitativo e le dimensioni delle particelle coinvolte.

Per prima cosa sono state analizzate le specifiche ANAS riguardo i fusi granulometrici relativi alle pavimentazioni tradizionali. I valori riportati sono distinti a seconda dello strato della pavimentazione preso in esame, quali lo strato di base, il binder, lo strato di usura e la fondazione.

Per ognuno di questi elementi viene fissato un intervallo di variazione all'interno del quale possono essere inserite le caratteristiche del materiale slegato, indicandone i limiti superiore ed inferiore (figura 5.2).

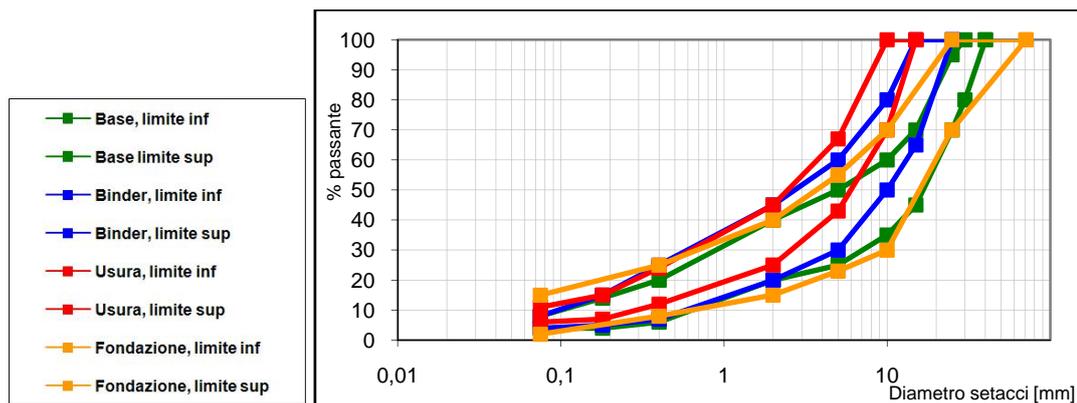


Fig. 5.2 Curva granulometriche degli strati della pavimentazione

Successivamente tramite il confronto delle curve sopraelencate con i valori inizialmente ipotizzati per la creazione della curva granulometrica, si è constatato che si poteva evidenziare una forte correlazione tra il fuso granulometrico dello strato di fondazione ed i nostri dati.

Di conseguenza si è passati ad una fase di ottimizzazione delle varie granulometrie al fine di ottenere una curva granulometrica che avesse la maggiore corrispondenza possibile con i valori ANAS (figura 5.3).

La modellazione si basa, quindi, sulla riproduzione di un pietrisco per fondazione, cercando di minimizzare il numero di diametri delle sfere di acciaio.

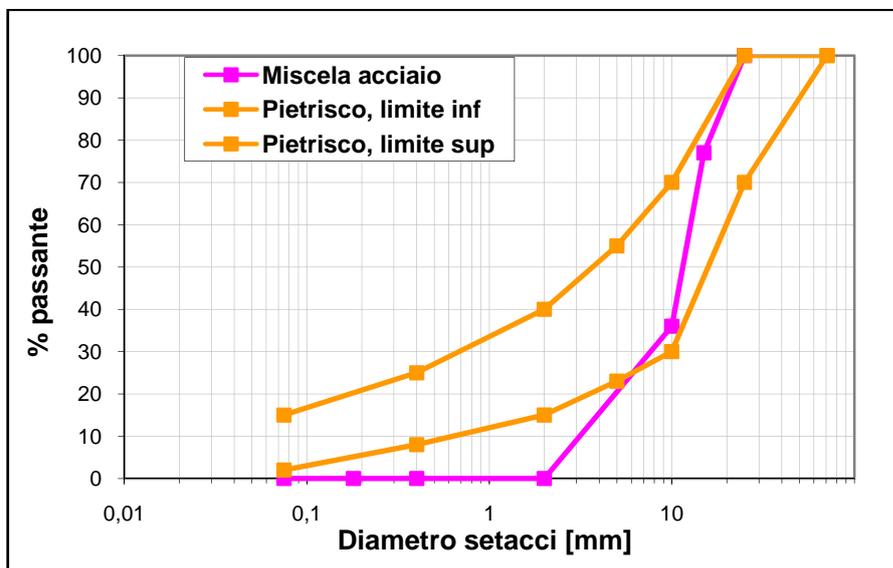


Fig. 5.3 Confronto delle curve granulometriche

5.3.1 La miscela "A"

La miscela è stata realizzata con singole sfere di acciaio per creare un fuso assortito con diametri pari a 2,77 mm, 11 mm e 18 mm.

Come indicato nel capitolo 4, esiste una correlazione tra le dimensioni massime delle particelle, o in realtà degli inerti dei terreni a grana grossa, e le dimensioni del provino. Questo legame impone che la dimensione del diametro del cilindro di prova sia 5 volte superiore alla dimensione dell'elemento più grande.

Di seguito, in figura 5.4 viene riportata la curva granulometrica utilizzata per la miscela "A".

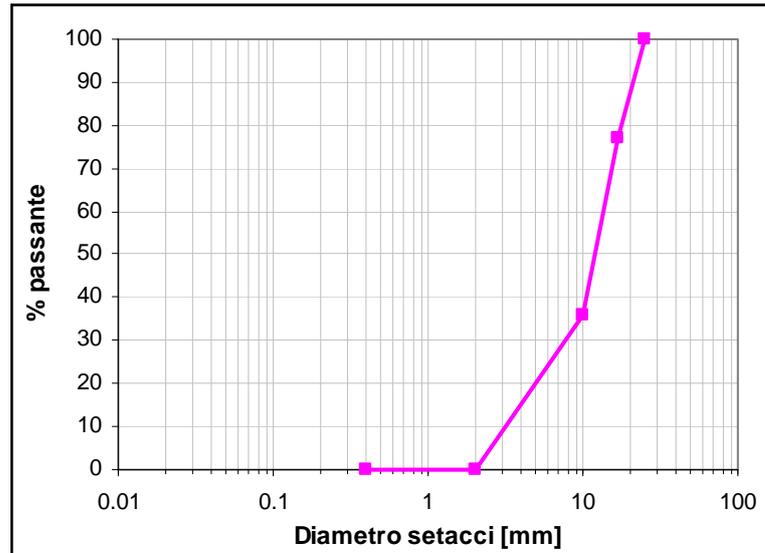


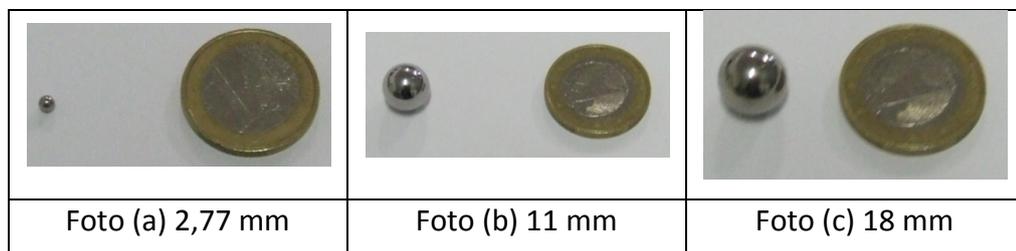
Fig. 5.4 Curva granulometrica della miscela A

Per ogni frazione è stato determinato il numero di elementi necessari per riprodurre la percentuale in peso sul totale (tabella 5.2).

Tabella 5.2 Composizione granulometrica della miscela A

Diametro [mm]	Numero di sfere
2,77	32.204
11	605
18	77

Tabella 5.3 Foto sfere di acciaio, miscela A



5.3.2 La miscela "B"

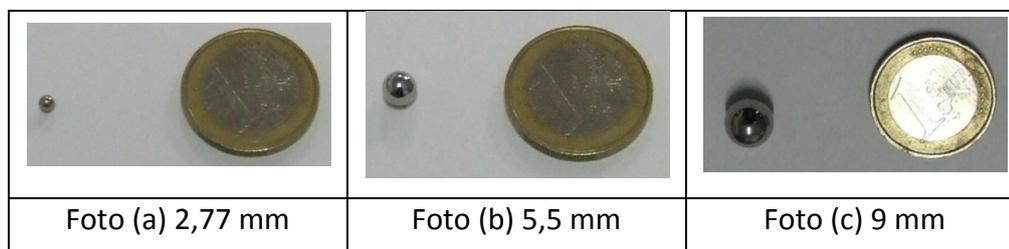
Per creare un fuso assortito la miscela è stata realizzata con singole sfere di acciaio, con diametri pari a 2,77 mm, 5,5 mm e 9 mm. Le sfere con diametro pari a 5,5 e 9 mm sono state incollate in gruppi da tre al fine di ottenere dei clump.

In questo modo i raggruppamenti adottati avranno un diametro totale pari a quello delle sfere singole utilizzate per la modellazione del pietrisco. Si rende così possibile il confronto tra il modello a sfere e quello a clump al fine di poter indagare l'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento delle sovrastrutture stradali.

Tabella 5.4 Composizione granulometrica della miscela B

Diametro [mm]	Numero di sfere
2,77	32.204
Clump con sfere da 5,5	1.080
Clump con sfere da 9	330

Tabella 5.5 Foto sfere di acciaio, miscela B



5.4 La creazione dei clump

La tecnica di realizzazione dei clump è una procedura utilizzata solamente per la miscela di tipo "B". Per questo sistema è stato necessario prendere in considerazione diverse possibilità, per poter individuare la modalità più opportuna al fine di creare particelle di acciaio di forma non sferica.

Gli aspetti da esaminare sono:

- Il vincolo dettato dalla piccola dimensione delle sfere che schematizzano l'aggregato fine della miscela;
- La richiesta di elevata resistenza affinché i clump non si disgreghino durante il test triassiale;
- La facilità di utilizzo del collante;
- L'assenza di residui tossici del collante;

Alla luce di queste considerazioni, e dopo aver confrontato pregi e difetti dei vari materiali, è stato adottato come collante l'acciaio liquido (tabella 5.6).

Tabella 5.6 Scelta del tipo di collante per realizzare clump di acciaio

Tipo di processo	Pregi	Difetti
Saldatura a filo		Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Colla	Facilità di utilizzo	Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Silicone	Facilità di utilizzo	Scarsa resistenza
Resina epossidica	Facilità di utilizzo	Tossicità
Acciaio liquido	Facilità di utilizzo, buona resistenza, nessuna tossicità	

L'acciaio liquido Pattex, prodotto dalla Henkel Loctite Adesivi s.r.l., è una pasta adesiva epossidico/metallica a due componenti di colore acciaio naturale. Viene utilizzata per la saldatura di parti metalliche e su materiali come il vetro, la ceramica, la muratura, il legno e nella maggior parte delle materie plastiche. Può essere impiegata per la stuccatura di fori e fessure su superfici metalliche e per la ricostruzione di piccoli particolari.

Il collante è contenuto all'interno dell'apposita siringa "spingi-prodotto", con la quale è possibile estrarre i due componenti, parte A e parte B, che verranno successivamente miscelati in uguali quantità (rapporto di miscelazione 1:1).

Il fenomeno della presa si realizza in circa 4-6 minuti, mentre la fase di indurimento si svolge nelle successive 24 ore. I valori si riferiscono a condizioni termiche che si aggirano attorno a 20 °C.

Successivamente alle fasi di presa e di indurimento il prodotto presenta un'alta resistenza meccanica e chimica fino alla temperatura di 100 °C (sito Henkel).



Fig. 5.5 Confezione collante Acciaio Liquido Pattex

In seguito alla scelta della pasta adesiva si è passati alla fase vera e propria della realizzazione delle particelle di forma non sferica.

La procedura si basa sull'utilizzo di tre lamiere, al di sotto delle quali venivano poste delle calamite, che creavano delle zone di attrazione in cui poter vincolare una tripletta di sfere di acciaio.

A questo punto viene miscelato il collante, successivamente inserito tra i contatti delle particelle in modo da creare un corpo rigido (figure 5.6).

Inizialmente è stato creato un provino dove i clump, di entrambe le dimensioni, venivano incollati solamente da un lato. Questa tecnica però ha avuto effetti non trascurabili sulla prova di laboratorio. Infatti successivamente alla fase di rottura del test triassiale si è riscontrata una rottura di alcuni clump, con percentuali intorno al 20÷25% sul totale dei raggruppamenti formati con sfere da 5,5 e 9 mm.

Per questa prima fase sono stati creati circa 1.000 clump composti da sfere di 5,5 mm e oltre 200 clump formati da sfere di 9 mm.

Per ovviare a questo problema è stato ripristinato il provino. Questa operazione consiste nell'incollare il secondo lato di quei clump rimasti integri dopo la prova, e nel creare nuovi clump, sempre incollando entrambi i lati, per sostituire quelli danneggiati.

Infine si è passati alla realizzazione di un nuovo provino, con caratteristiche uguali a quello precedente, incollando 1.080 clump con elementi da 5,5 mm e 330 clump con elementi da 9 mm.

In totale la fase di incollaggio è stata eseguita su i due lati dei clump, creando circa 2.100 clump con sfere da 5,5 mm e 550 clump con sfere da 9 mm (figura 5.7).



Fig. 5.6 Creazione clump



Fig. 5.7 I clump realizzati

5.5 Il laboratorio

Alla luce di quanto è stato descritto nel capitolo precedente, si può affermare che la scelta della prova triassiale è stata effettuata considerando che:

- Fornisce risultati significativi sul fenomeno fisico studiato;
- È facile e veloce da svolgere;
- È facile da modellare con il DEM particellare.

Non bisogna dimenticare però, che il test triassiale nasce per lo studio delle terre, e pertanto dobbiamo adottare degli accorgimenti, per poterlo adattare alla nostra sperimentazione.

La problematica principale riguarda il fatto che un cilindro di sfere, o clump, di acciaio, delimitato da una membrana di gomma, non possiede caratteristiche di auto-sostentamento, tipiche delle terre.

Il problema è stato risolto utilizzando un foglio di carta da filtro i cui estremi sono uniti tramite loctite; questo cilindro viene interposto tra la membrana e le particelle per conferire la rigidità necessaria a mantenere il provino in posizione verticale durante il suo confezionamento. Esso non fornisce contributi resistenti durante il test.

Prima di giungere però a questa tecnica risolutiva si è passati attraverso metodologie che hanno portato come risultato il collasso del provino.

Il primo tentativo riguarda l'utilizzo di un campione costituito da un nucleo centrale di particelle grossolane e da una corona esterna di particelle fini a diretto contatto con la membrana, senza alcun sistema di rinforzo. Di conseguenza si è verificato il collasso del campione non appena è stato rimosso il contenimento metallico.

Lo stesso risultato si è verificato per i due campioni costituiti da una curva granulometrica assortita, introdotta all'interno della membrana in modo casuale. Per entrambi è stato applicato un rinforzo composto da un foglio di carta da filtro interposto tra la membrana e le sfere. Nel primo caso i bordi di tale foglio non venivano collegati, mentre nel secondo si è utilizzata della colla che si scioglie in acqua.

Di seguito, in figura 5.8, viene mostrato il collasso dei provini.



Fig. 5.8 Il collasso del provino con rinforzo non incollato

Presso i laboratori della ditta Tecnotest, si sono svolte in tre differenti giornate le prove triassiali consolidate e drenate dei due provini con le singole sfere e dei due provini con i clump.

La prima operazione da svolgere consiste nella costruzione di un cilindro utilizzando un foglio di carta da filtro, le cui estremità vengono incollate per impedire un improvviso collasso del campione.

Sia per il campione composto esclusivamente da sfere, che quello contenente i clump, si è utilizzata una fustella con dimensioni pari a 100 mm di diametro e 200 mm di altezza (figura 5.9).



Fig. 5.9 La carta da filtro e la membrana di gomma

A questo punto il cilindro così realizzato viene racchiuso all'interno di un cilindro metallico di contenimento, che viene utilizzato solamente durante l'inserimento del materiale all'interno del campione (figura 5.10).

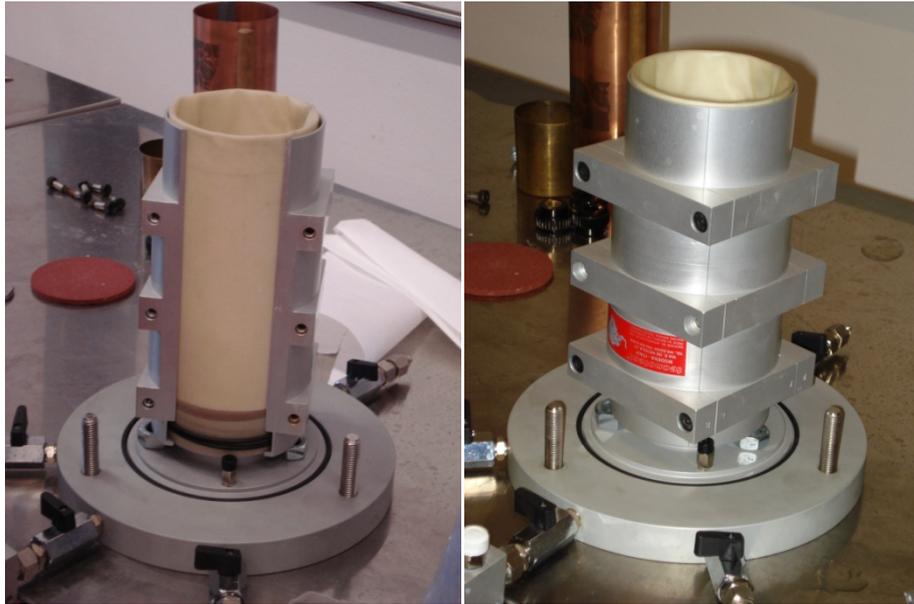


Fig. 5.10 L'anello di contenimento metallico

Successivamente si è passati al processo di riempimento del cilindro utilizzando le sfere o i clump, come indicato nei paragrafi riguardanti le miscele "A" e "B". Oltre alla fase di riempimento, attraverso l'applicazione di un pestello, si fornisce un piccolo sforzo di compattazione al materiale all'interno del campione (figura 5.11). Questo sistema prosegue fino al totale riempimento della fustella (figura 5.12).



Fig. 5.11 L'applicazione del pestello



Fig. 5.12 Il campione riempito di particelle: sfere singole (a sinistra), i clump (a destra)

A questo punto il provino viene inserito all'interno della cella triassiale, che viene riempita di acqua, la quale rappresenta il mezzo per distribuire uniformemente la pressione generata dal macchinario di prova (figura 5.13).

Anche in questo caso le modalità di prova, per i due differenti campioni, sono le stesse e sono riportate qui di seguito:

Tabella 5.7 Caratteristiche fase di consolidazione

N° test	Tensione di confinamento [kPa]	Back pressure [kPa]
1	300	100
2	400	100
3	500	100

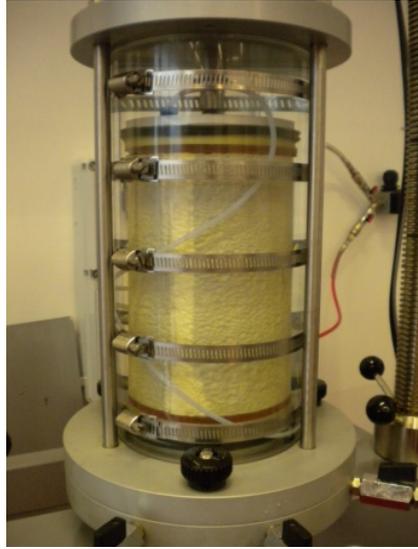


Fig. 5.13 Applicazione della pressione isotropa

L'ultima fase consiste nel sottoporre i provini ad una pressione verticale, generata da una pressa che si muove ad una velocità, impostata dall'operatore, pari a 1 mm/min, che condurrà i campioni alla rottura (figura 5.14).

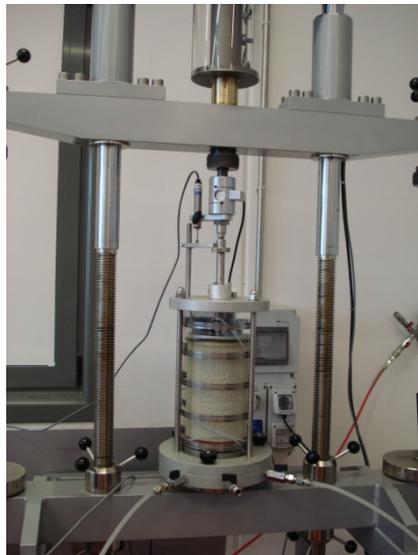


Fig. 5.14 La fase di rottura

Al termine della prova si preleva il campione da dentro la cella triassiale, controllando, nel caso del provino con i clump, quanti elementi si sono rotti.

Come si può vedere dalla figura 5.15 la carta da filtro, a contatto con l'acqua, ha iniziato un processo di disfacimento, validando così l'ipotesi di una mancanza di un contributo resistente da parte di questo cilindro di contenimento. Si può anche aggiungere che il foglio di carta ha fornito un sostegno alle particelle, durante la fase di creazione del campione, confermando la teoria proposta inizialmente.



Fig. 5.15 Il campione dopo la prova

I dati raccolti durante la prova vengono acquisiti tramite il software TDA (Tecnotest Data Acquisition) (figura 5.16). Nel capitolo 7 questi risultati verranno confrontati con i dati sperimentali ottenuti con la simulazione numerica.

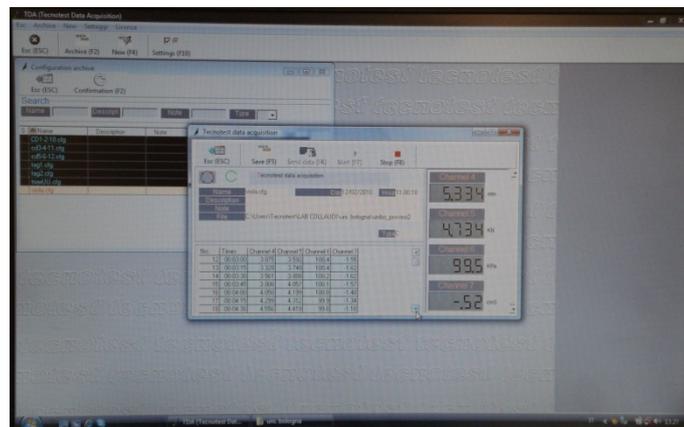


Fig. 5.16 Il software TDA

Capitolo 6

LA MODELLAZIONE NUMERICA:

LA STRUTTURA DEI LISTATI

6.1 Introduzione

La modellazione numerica, che è possibile effettuare con il software PFC3D, permette di realizzare dei modelli al fine di simulare dei problemi fisici. L'utilizzo del termine "modelli" vuole sottolineare la necessità di creare una sequenza di comandi che definiscono le condizioni del problema con le quali giungere, in seguito, alla soluzione numerica.

Gli strumenti principali, come già analizzato nel capitolo 3, che vengono utilizzati per realizzare un sistema discontinuo sono (Vignali, 2006):

- **Le sfere BALL:** definite come l'entità geometrica fondamentale per il metodo degli elementi distinti. I modelli vengono creati attraverso la generazione di un'insieme di sfere all'interno della regione fisica analizzata.
- **I muri WALL:** sono delle superfici delle quali vengono definite, arbitrariamente, le proprietà riguardanti i contatti per l'interazione con le particelle. Questi muri possiedono solo un lato attivo che può interagire con le sfere.

Per la realizzazione del campione, è stata utilizzata una procedura definita "generale", con la quale è possibile generare un insieme di particelle, che il software provvederà a distribuire in modo casuale all'interno dello spazio prefissato.

Il PFC3D accetta qualsiasi sistema ingegneristico di unità di misura. Chiaramente bisogna applicare grande cura quando si esegue una conversione da un sistema ad un altro. Il software non esegue tali conversioni.

Le unità di riferimento sono riportate nella tabelle 6.1 (Itasca, 2002):

Tabella 6.1 Le unità di misura del SI

Sistema Internazionale SI				
Lunghezza	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>
Densità	<i>kg/m³</i>	<i>10³ kg/m³</i>	<i>10⁶ kg/m³</i>	<i>10⁶ g/cm³</i>
Forza	<i>N</i>	<i>kN</i>	<i>MN</i>	<i>Mdynes</i>
Tensione	<i>Pa</i>	<i>kPa</i>	<i>MPa</i>	<i>bar</i>
Gravità	<i>m/s²</i>	<i>m/s²</i>	<i>m/s²</i>	<i>cm/s²</i>
Rigidezza sfere	<i>N/m</i>	<i>kN/m</i>	<i>MN/m</i>	<i>Mdynes/m</i>
Rigidezza contatti	<i>Pa/m</i>	<i>kPa/m</i>	<i>MPa/m</i>	<i>bar/cm</i>

Una volta definito il sistema di misura utilizzato, è possibile elencare le grandezze in gioco che interessano il problema in studio. I valori che verranno riportati qui di seguito si riferiscono alle dimensioni geometriche e alle proprietà fisiche del provino, delle singole particelle e dei clump.

Il cilindro, che rappresenta il dominio del sistema, è generato con un'altezza di 0,2 m ed un diametro di 0,1 m. Inoltre la rigidezza dei muri viene impostata a $1e8$ N/m.

Per la miscela "A" vengono utilizzate singole sfere di acciaio con tre diametri differenti: 2,77 mm, 11 mm e 18 mm. Queste particelle hanno le seguenti proprietà fisiche:

- Densità: 7.750 kg/m^3 ;
- Kn: $1e8 \text{ N/m}$;
- Ks: $1e8 \text{ N/m}$;
- Fric: 0,42 .

Per la miscela “B” vengono utilizzate singole sfere di acciaio con diametro pari a 2,77 mm e clump generati dall’unione di tre singole sfere, con dimensione pari a 5,5 mm e 9 mm. Queste particelle hanno le seguenti proprietà fisiche:

- Densità: 7.750 kg/m^3 ;
- Kn: $1e8 \text{ N/m}$;
- Ks: $1e8 \text{ N/m}$;
- Fric: 0,42 .

6.1.1 L’iter di lavoro

Di seguito verrà descritto, in maniera dettagliata, il processo che ha portato alla realizzazione dei provini e la conseguente simulazione della prova triassiale. Prima però occorre accennare all’iter che è stato effettuato per poter arrivare a conseguire un lavoro valido.

Inizialmente i problemi che si sono presentati riguardavano l’utilizzo di alcuni parametri introdotti nel software, come ad esempio il valore del fric che si riferisce all’angolo di attrito. Il valore corretto, cioè 0,42, è stato ricavato dai circoli di Mohr creati successivamente alla realizzazione del test triassiale di laboratorio.

Altri parametri, invece, influivano sulle caratteristiche geometriche del campione, generando inconvenienti durante l’applicazione del listato della prova triassiale, come ad esempio movimenti “strani” dei muri.

Anche i tempi di calcolo si sono rivelati un grosso ostacolo al processo di modellazione, quindi, si è reso necessario adottare alcuni accorgimenti. Come descritto in seguito si è fatto ricorso alla forza di gravità per poter introdurre le particelle all’interno del dominio. Di conseguenza tale valore è stato alterato per poter velocizzare il processo computazionale.

Successivamente questo parametro è stato riportato al valore reale, ma il provino, a questo punto, necessitava di migliaia di cicli di assestamento, per correggere la reazione verificatasi con il ripristino della gravità.

Per quanto riguarda la prova triassiale i parametri introdotti sono la tensione di confinamento, il valore dell'angolo di attrito e la velocità delle piastre relative alla fase di rottura della prova.

Il valore della velocità delle piastre non è quello reale, ma rappresenta un buon compromesso tra i costi computazionali e l'attendibilità del risultato.

6.2 Il listato per la creazione del provino

6.2.1 La generazione dei wall

La prima fase riguarda la creazione dei confini del dominio, che vengono realizzati attraverso la generazione di superfici, dette wall.

Per poter simulare una prova triassiale, questi muri si differenziano in due tipi: il primo ha forma cilindrica e rappresenta la fustella di prova, mentre il secondo rappresenta una piastra e ne viene posizionata una sia nella parte inferiore che nella parte superiore del campione, come confinamento del provino.

Ad ognuna di queste superfici vengono assegnati i valori di rigidezza e vengono classificate attraverso un numero di identificazione ID.

```
-----
def make_walls
w_stiff= 1e8
extend = 0.1
rad_cy = 0.5*width
_z0 = -extend
_z1 = height*(1.0 + extend)
command
wall type cylinder id=1 kn=w_stiff end1 0.0 0.0_z0 end2 0.0 0.0_z1 rad rad_cy rad_cy
end_command
_x0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z0 = 0.0
_x1 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y1 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z1 = 0.0
_x2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z2 = 0.0
_x3 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y3 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z3 = 0.0
command
```

```

wall id=5 kn=w_stiff face (_x0,_y0,_z0) (_x1,_y1,_z1) (_x2,_y2,_z2) (_x3,_y3,_z3)
end_command
_x0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z0 = height
_x1 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y1 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z1 = height
_x2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z2 = height
_x3 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y3 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z3 = height
command
wall id=6 kn=w_stiff face (_x0,_y0,_z0) (_x1,_y1,_z1) (_x2,_y2,_z2) (_x3,_y3,_z3)
end_command
end
set height=0.2 width=0.1
make_walls

```

Ultimato questo listato il software è in grado di generare il dominio del sistema (fig. 6.1)

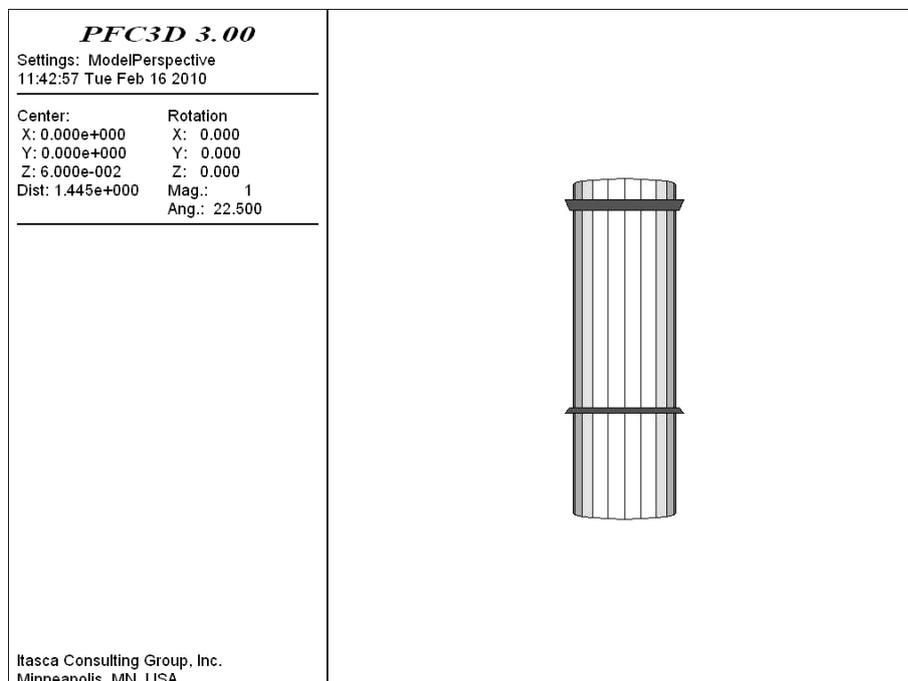


Fig. 6.1 Il cilindro generato con PFC3D

A questo punto si passa alla fase di inserimento delle particelle all'interno del provino. Verranno distinti due listati differenti per contraddistinguere la simulazione eseguita sulle singole sfere da quella eseguita sui clump.

6.2.2 La generazione delle sfere singole

Il listato, riportato nelle pagine seguenti, è stato creato al fine di generare un numero di sfere pari a 32.886, di cui 32.204 con diametro 2,77 mm, 605 con diametro 11 mm e 77 con diametro 18 mm. Ad ogni singola sfera è stato associato un valore ID, che chiaramente varia tra 1 e 32.886.

Le caratteristiche fisiche delle sfere sono quelle riportate precedentemente e tengono in considerazione il valore della densità, della rigidità normale k_n , della rigidità di taglio k_s e del coefficiente di attrito della superficie delle particelle.

Il processo di generazione consiste nel riprodurre, nella maniera più fedele possibile, la tecnica utilizzata in laboratorio per la fase di riempimento del provino. Quindi non si fa ricorso al processo per espansione, tipico del software, ma si realizza un volume di determinate dimensioni, all'interno del quale vengono create le sfere che successivamente si depositeranno all'interno della fustella, perché sottoposte alla forza di gravità. Il volume sopraccitato, viene costruito attraverso degli intervalli di valori delle coordinate x , y , z , che ne definiscono la conformazione.

Non è possibile però generare tutte le particelle con un unico comando, quindi si è reso necessario suddividere il listato in 50 fasi, all'interno delle quali si producevano 650 sfere da 2,77 mm, 12÷13 sfere da 11 mm e 1÷2 sfere da 18mm.

Ad ogni fase è associato un numero di cicli, che si può considerare come una successione di istanti, con i quali è possibile far "scendere" le balls. Il valore cyc ha un andamento crescente e varia tra 450.000 e 800.000.

In alcuni casi il numero impostato si è rivelato troppo basso, creando l'arresto del processo di calcolo, a causa dell'interazione tra le particelle di due fasi successive, dove quelle non ancora sedimentate ostacolano la generazione delle nuove, lasciando un volume disponibile troppo ridotto. L'errore viene identificato come segue: `*** Fewer balls generated than specified.`

Per poter velocizzare la procedura, è stata inizialmente aumentata la gravità, per poi riportarla a valori reali, ma comunque in queste condizioni il software ha impiegato oltre 50 ore di calcolo.

```
-----
gen id=1,650      rad 0.001385 0.001385 x=-0.03,0.03 y=-0.03,0.03 z=0,0.2
gen id=32205,32217 rad 0.0055 0.0055   x=-0.03,0.03 y=-0.03,0.03 z=0,0.2
gen id=32810,32811 rad 0.009 0.009     x=-0.03,0.03 y=-0.03,0.03 z=0,0.2

prop dens = 7750 kn = 1e8 ks = 1e8 fric = 0.42
set grav 0 0 -9.81

cyc 450000

save prov1.sav

restore prov1.sav

gen id=651,1300   rad 0.001385 0.001385 x=-0.035,0.035 y=-0.035,0.035 z=0,0.2
gen id=32218,32230 rad 0.0055 0.0055   x=-0.035,0.035 y=-0.035,0.035 z=0,0.2
gen id=32812,32812 rad 0.009 0.009     x=-0.035,0.035 y=-0.035,0.035 z=0,0.2

prop dens = 7750 kn = 1e8 ks = 1e8 fric = 0.42
set grav 0 0 -9.81

cyc 460000

save prov2.sav
.
.
restore prov49.sav

gen id=31851,32204 rad 0.001385 0.001385 x=-0.035,0.035 y=-0.035,0.035 z=0,0.35
gen id=32803,32809 rad 0.0055 0.0055   x=-0.035,0.035 y=-0.035,0.035 z=0,0.35
gen id=32886,32886 rad 0.009 0.009     x=-0.03,0.03 y=-0.03,0.03 z=0,0.35

prop dens = 7750 kn = 1e8 ks = 1e8 fric = 0.42
set grav 0 0 -9.81

cyc 800000

save prov50.sav
-----
```

Nella figura 6.2 è possibile notare l'evoluzione della procedura di riempimento del campione.

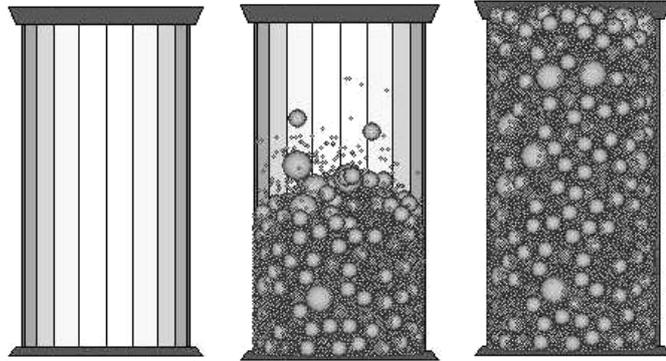


Fig. 6.2 L'evoluzione del provino

6.2.3 La generazione dei clump

Il listato, riportato qui di seguito, è stato creato al fine di generare un numero di particelle pari a 33.502, di cui 32.204 sfere con diametro 2,77 mm, 1.016 clump con sfere di diametro 5,5 mm e 282 clump con sfere di diametro 9 mm. Anche in questo caso ad ogni singola sfera è stato associato un valore ID e le caratteristiche fisiche sono quelle riportate precedentemente, tenendo in considerazione il valore della densità, della rigidezza normale k_n , della rigidezza di taglio k_s e del coefficiente di attrito della superficie delle particelle.

Il processo di generazione dei clump risulta essere molto più complicato rispetto a quello utilizzato per le sfere. Infatti se per le singole particelle era sufficiente un'unica stringa di comandi per generarne fino a 650, per i clump sono necessarie quattro stringhe per crearne solamente uno.

```

-----
ball id=1 x -0.01175    y 0.028763    z 0.12 rad 0.00275
ball id=2 x -0.009     y 0.024       z 0.12 rad 0.00275
ball id=3 x -0.0145    y 0.024       z 0.12 rad 0.00275
clump id=4 range id=1,3
-----

```

Nella prima riga, viene prodotta la prima sfera definendone la dimensione e la posizione all'interno dello spazio del dominio. Analogamente alla prima stringa, anche la seconda e la terza svolgono lo stesso ruolo. Infine con la quarta si fornisce l'istruzione per la realizzazione del clump.

In questo piccolo processo sono stati necessari quattro valori ID, ma considerando il lavoro nel suo complesso è stato necessario digitare oltre 5.000 ID.

Come per il listato della miscela contenente solamente singole sfere, anche per quella composta da clump si è utilizzata la tecnica di applicazione della gravità per far depositare le particelle all'interno del provino.

Il listato, questa volta, è stato suddiviso in 54 fasi, dove per ognuna venivano generate 595 sfere, 20 clump con sfere da 5,5 mm e 6 clump con sfere da 9 mm.

Solamente le singole particelle sono realizzate all'interno del volume predefinito, mentre per i clump si è utilizzato AutoCAD per costruire uno schema geometrico della loro disposizione, e dal quale ricavare le relative coordinate. Per facilitare il processo, si sono mantenuti costanti i valori di x e di y e si è fatto variare il valore della quota z. La schematizzazione è riportata in figura 6.3.

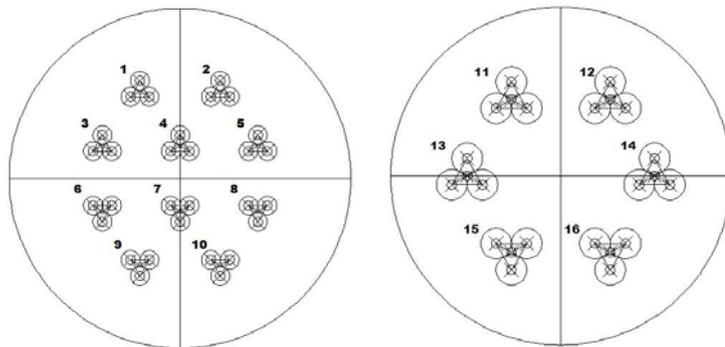


Fig. 6.3 La disposizione dei clump

Come strumento per velocizzare la procedura è stata inizialmente aumentata la gravità, successivamente ristabilita al valore 9,81.

A seguire viene riportato il listato utilizzato per lo svolgimento di un'unica fase delle 54 e le immagini del provino in due istanti differenti (figura 6.4).

```

-----
;generazione primo strato di clump sotto
ball id=1 x -0.01175 y 0.028763 z 0.12 rad 0.00275
ball id=2 x -0.009 y 0.024 z 0.12 rad 0.00275
ball id=3 x -0.0145 y 0.024 z 0.12 rad 0.00275
clump id=4 range id=1,3
.
.
ball id=37 x 0.01175 y -0.028763 z 0.12 rad 0.00275
ball id=38 x 0.0145 y -0.024 z 0.12 rad 0.00275
ball id=39 x 0.009 y -0.024 z 0.12 rad 0.00275
clump id=40 range id=37,39

;generazione secondo strato di clump centrale
ball id=41 x -0.0145 y 0.027794 z 0.14 rad 0.0045
ball id=42 x -0.01 y 0.02 z 0.14 rad 0.0045
ball id=43 x -0.019 y 0.02 z 0.14 rad 0.0045
clump id=44 range id=41,43
.
.
ball id=61 x 0.0145 y -0.027794 z 0.14 rad 0.0045
ball id=62 x 0.019 y -0.02 z 0.14 rad 0.0045
ball id=63 x 0.01 y -0.02 z 0.14 rad 0.0045
clump id=64 range id=61,63

;generazione terzo strato di clump sopra
ball id=65 x -0.01175 y 0.028763 z 0.16 rad 0.00275
ball id=66 x -0.009 y 0.024 z 0.16 rad 0.00275
ball id=67 x -0.0145 y 0.024 z 0.16 rad 0.00275
clump id=68 range id=65,67
.
.
ball id=101 x 0.01175 y -0.028763 z 0.16 rad 0.00275
ball id=102 x 0.0145 y -0.024 z 0.16 rad 0.00275
ball id=103 x 0.009 y -0.024 z 0.16 rad 0.00275
clump id=104 range id=101,103

prop dens = 7750 kn = 1e8 ks = 1e8 fric = 0.42
set grav 0 0 -100000

cyc 10000

save prov1.sav
-----

```

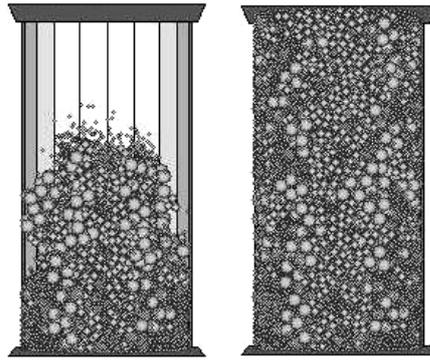


Fig. 6.4 L'evoluzione del provino con clump

6.3 Il listato della prova triassiale

6.3.1 Introduzione

I provini, generati attraverso i listati precedenti, verranno sottoposti alla simulazione della prova triassiale, utilizzando con tensione di confinamento 300, 400 e 500 kPa.

La prova, come nella realtà, è svolta in controllo di deformazione, attraverso la definizione della velocità delle pareti superiore ed inferiore della cella. Durante tutte le fasi del test, la velocità radiale del muro cilindrico di confinamento è controllata automaticamente utilizzando un servo-meccanismo, che mantiene una tensione di confinamento costante all'interno del campione.

6.3.2 Change wall stiffness

A questo punto è possibile definire gli aspetti più importanti della prova. Per prima cosa viene introdotto il comando **change wall stiffness** (cws), con il quale è possibile modificare la rigidità del muro cilindrico. Il manuale consiglia di impostare tale rigidità ad un valore pari ad 1/10 di quello utilizzato per le particelle, al fine di realizzare un confinamento definito "soft" (Itasca, 2002). Successivamente viene anche inserita la funzione **macro zero**, che ha lo scopo di annullare le velocità e le accelerazioni delle particelle.

```

-----
def cws ; change lateral wall stiffnesses
command
wall type cylinder id 1 kn=w_stiff
end_command
end
;
SET w_stiff= 1e7 ; make lateral wall stiffness=1/10 of ball stiffness
cws
cyc 5000

set log on

macro zero 'ini xvel 0 yvel 0 zvel 0 xspin 0 yspin 0 zspin 0'
zero
-----

```

6.3.3. Le funzioni FISH

Con il termine FISH si intende un linguaggio di programmazione implementato in PFC3D che permette all'utente di definire nuove variabili e funzioni, che possono essere usate per ampliare le funzionalità del software o per aggiungere caratteristiche create dall'utente stesso (Itasca, 2002).

Al fine di realizzare la prova triassiale, sono state richiamate le funzioni FISH **servo** e **get_gain**, con le quali si attiva un servo-meccanismo numerico che mantiene costante la tensione di confinamento durante tutto il processo di carico. La funzione servo viene attivata una volta per ciclo, e richiama la funzione **get_ss** in modo da determinare le tensioni, e attraverso l'utilizzo di un sistema servo-control corregge la velocità dei muri, in modo da ridurre la differenza tra i valori di tensione misurati e quelli richiesti.

La funzione servo

```

-----
def servo
while_stepping
get_ss
udr = gr * (wsrr - srrreq)
w_radvel(wadd1) = -udr
if z_servo = 1
udz = gz * (wszz - szzreq)
w_zvel(wadd5) = udz
w_zvel(wadd6) = -udz
end_if
end
-----

```

La funzione get_gain

```

-----
def get_gain
alpha = 0.5
count = 0
avg_stiff = 0
cp = contact_head
loop while cp # null
if c_gobj2(cp) = wadd1
count = count + 1
avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
end_if
cp = c_next(cp)
end_loop
avg_stiff = avg_stiff / count
gr = alpha * height * pi * rad_cy * 2.0 / (avg_stiff * count * tdel)
count = 0
avg_stiff = 0
cp = contact_head
loop while cp # null
if c_gobj2(cp) = wadd5
count = count + 1
avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
end_if
if c_gobj2(cp) = wadd6
count = count + 1
avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
end_if
cp = c_next(cp)
end_loop
ncount = count / 2.0
avg_stiff = avg_stiff / count
gz = alpha * pi * rad_cy^2.0 / (avg_stiff * ncount * tdel)
end
-----

```

La funzione `get_ss`

```

-----
def get_ss
new_rad = w_radend1(wadd1)
rdif = new_rad - rad_cy
zdif = w_z(wadd6) - w_z(wadd5)
new_height = height + zdif
wsrr = -w_radfob(wadd1) / (new_height * 2.0 * pi * new_rad)
wszz = 0.5*(w_zfob(wadd5) - w_zfob(wadd6)) / (pi * new_rad^2.0)
werr = 2.0 * rdif / (rad_cy + new_rad)
wezz = 2.0 * zdif / (height + new_height)
wevol = wezz + 2.0 * werr
end
-----

```

La funzione **iterate** viene utilizzata per far proseguire il processo di calcolo, tramite `step` da 100 cicli, prima di raggiungere lo stato tensionale richiesto, che deve ricadere all'interno del valore di tolleranza indicato.

```

-----
def iterate
loop while 1 # 0
get_gain
if abs((wsrr - srrreq)/srrreq) < sig_tol then
if abs((wszz - szzreq)/szzreq) < sig_tol then
exit
end_if
end_if
command
cycle 100
end_command
end_loop
end
-----

```

6.3.4 Calcolo e controllo degli stati tensionali

Dal listato della funzione `get_ss` si può dedurre che le tensioni assiale e di confinamento sono state valutate come il valor medio di quelle che agiscono rispettivamente sulle superfici di base e sulle due semicirconferenze laterali individuate dal provino, dividendo la forza totale applicata per l'area relativa (Vignali, 2006).

Le deformazioni assiali si determinano in funzione dell'altezza iniziale (L_0) e finale (L) del provino utilizzando la seguente relazione:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{\frac{1}{2} \cdot (L_0 + L)}$$

Quelle volumetriche si valutano in funzione del raggio iniziale (R_0) e finale (R) del cilindro sfruttando la seguente equazione:

$$\varepsilon = \frac{R - R_0}{\frac{1}{2} \cdot (R_0 + R)}$$

La pressione di confinamento σ_c è mantenuta costante mediante la funzione `get_gain` che adatta la velocità radiale della parete cilindrica \dot{u}_w in modo da conservare la tensione misurata $\sigma^{measured}$ entro un determinato scarto da quella richiesta $\sigma^{required}$ secondo la formula:

$$\dot{u}_w = G \cdot (\sigma^{measured} - \sigma^{required}) = G \cdot \Delta\sigma$$

Il parametro G si determina valutando l'incremento della tensione applicata al cilindro $\Delta\sigma_w$ che si genera in un solo timestep Δt secondo la formula (Itasca, 2002):

$$\Delta\sigma_w = (k_{n_w} \cdot N_c \cdot \dot{u}_w \cdot \Delta t) / A$$

Dove:

\dot{u}_w velocità radiale della parete cilindrica;

N_c numero di contatti particella-muro;

k_{n_w} rigidità normale di questi contatti;

A area della parete.

Per la significatività del test è necessario che si verifichi la condizione:

$$|\Delta\sigma_w| < \alpha|\Delta\sigma|$$

Sostituendo $\dot{u}_w = G \cdot (\sigma^{measured} - \sigma^{required}) = G \cdot \Delta\sigma$ e $\Delta\sigma_w = \frac{k_{n_w} \cdot N_c \cdot \dot{u}_w \cdot \Delta t}{A}$

nell'equazione precedente si ottiene:

$$\frac{k_{n_w} \cdot N_c \cdot G \cdot |\Delta\sigma| \cdot \Delta t}{A} < \alpha|\Delta\sigma|$$

Da cui:

$$G = \frac{\alpha A}{k_{n_w} \cdot N_c \cdot \Delta t}$$

6.3.5 La definizione delle variabili history

Attraverso la funzione **accel_platens** è possibile incrementare, in modo controllato, la velocità delle piastre di carico superiore e inferiore, definendo così le seguenti variabili:

```
-----
def conf
devi = wszz - wsrr ; DEVIATORIC STRESS
deax = wezz - wezz_0 ; AXIAL STRAIN
devol = wevol - wevol_0 ; VOLUMETRIC STRAIN
conf = wsrr ; CONFINING STRESS
end
-----
```

Tale velocità incrementa fino a raggiungere quella **_vfinal** in un numero predefinito di step, indicato con **_nstep**.

Nelle prove triassiali, simulate con PFC3D, è stata impostata una velocità finale di 0,035, con la quale è possibile contenere i tempi di calcolo e ottenere risultati che possano essere confrontati con quelli ottenuti dalle prove di laboratorio. Il confronto verrà proposto all'interno del capitolo 7.

Nella figura 6.5 viene riportato il paragone tra un provino nelle condizioni iniziali e quello sottoposto alla prova triassiale.

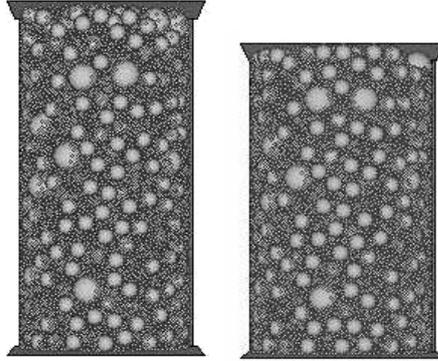


Fig. 6.5 Il provino prima e dopo il test triassiale

Capitolo 7

I RISULTATI DELLE PROVE

7.1 Introduzione

Come mostrato nel capitolo precedente, il software PFC3D è in grado di definire delle variabili che attraverso il sistema HISTORY possono essere messe in correlazione o con i vari step di evoluzione della simulazione, o con altre variabili history, per poterne visualizzare l'andamento durante il processo di modellazione.

Tutte le variabili history sono contraddistinte da un numero ID, e la loro campionatura avviene mediante la definizione di un intervallo di tempo, che il software definisce di default, ma che è possibile modificare attraverso il valore nstep. Comunque non è possibile assegnare diversi valori nstep a differenti variabili.

Quindi, attraverso la logica history è possibile tracciare le variazioni di quantità, come tensioni e deformazioni, definendo così la risposta del provino oggetto di studio.

Nei paragrafi seguenti verranno mostrati i risultati ottenuti, mettendo in relazione, ad esempio, l'andamento della tensione deviatorica o la deformazione volumetrica rispetto alla deformazione assiale. Inoltre verranno proposte anche le rappresentazioni delle catene di forze che si sviluppano all'interno del campione in vari stadi della prova e, infine, si farà riferimento alla realizzazione dei circoli di Mohr con la relativa retta di involuppo a rottura.

7.2 Le sfere

L'analisi qui di seguito riportata fa riferimento alle modellazioni eseguite sul provino composto solamente da particelle di forma sferica e sottoposto alle due prove triassiali, le quali si distinguevano tra di loro per la diversa tensione di confinamento applicata.

Si ricorda che il provino è costituito da 32.886 particelle sferiche, di cui 32.204 di diametro pari a 2,77 mm, 605 da 11 mm e 77 da 18 mm.

In particolare sono state eseguite due prove con tensione di confinamento una pari a 400 kPa e l'altra di 500 kPa.

7.2.1 Sforzo deviatorico e deformazione assiale

Vengono prese in considerazione le curve tensione – deformazione, dove sull'asse delle ascisse è applicata la deformazione assiale, espressa come variazione percentuale dell'altezza del provino rispetto al valore iniziale, mentre sull'asse delle ordinate si rappresenta la tensione deviatorica, espressa in kPa.

Nei grafici viene anche riportata la tensione di confinamento, rappresentata da una linea pressoché orizzontale, a conferma del corretto funzionamento del sistema di servo – controllo che agisce mantenendo la tensione di confinamento costante (figure 7.1 e 7.2).

Al variare della tensione di confinamento i provini modellati evidenziano un comportamento può essere suddiviso in tre fasi:

- Una iniziale, nella quale le deformazioni sono molto piccole e la tensione deviatorica cresce in modo monotono;
- Una intermedia, che si presenta quando il campione incomincia a rompersi e include il punto di picco della curva, che rappresenta il valore massimo della tensione deviatorica;
- Una finale, nella quale la resistenza rimane all'incirca costante.

All'aumentare della tensione di confinamento cresce il valore della resistenza.

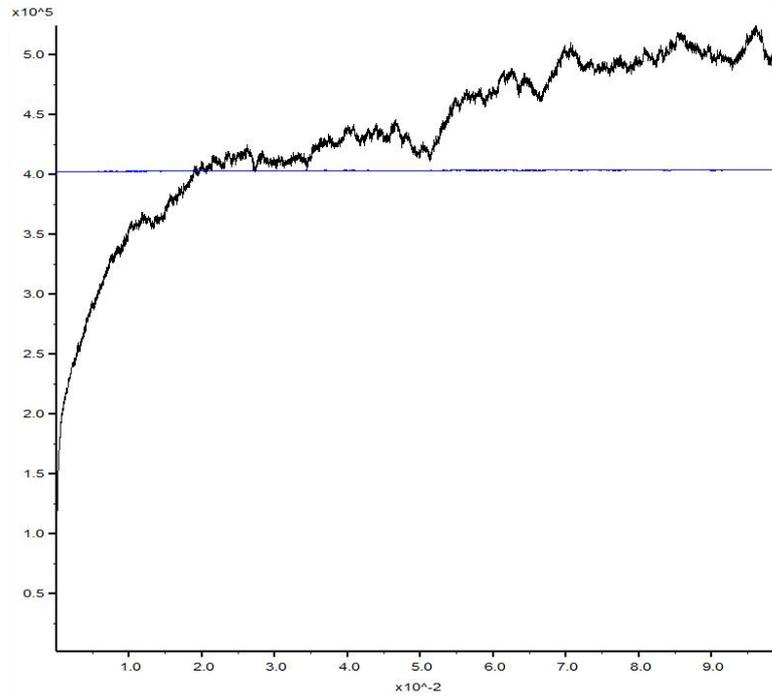


Fig. 7.1 Tensione deviatorica – deformazione assiale, 400 kPa

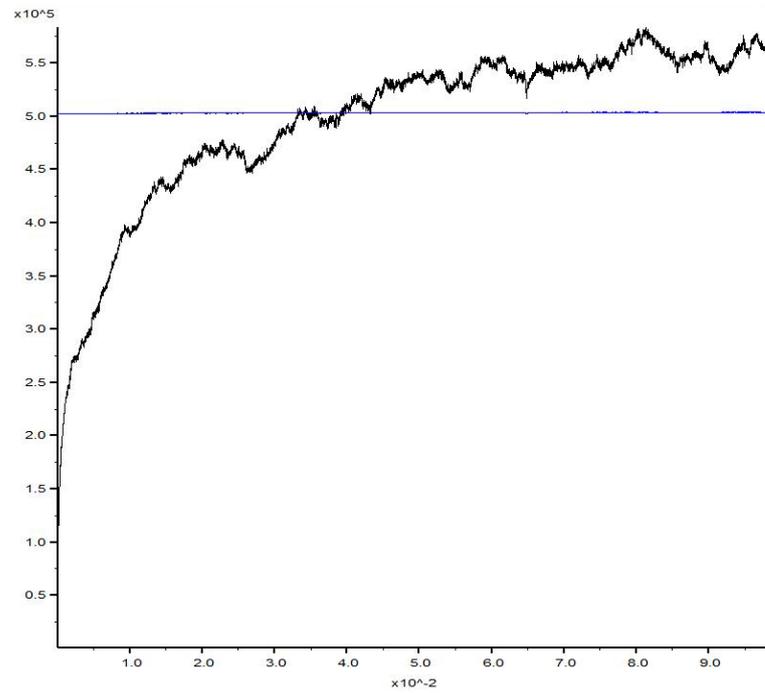


Fig. 7.2 Tensione deviatorica – deformazione assiale, 500 kPa

Attraverso il paragone tra i grafici ottenuti dalla simulazione e quelli acquisiti presso i laboratori della ditta Tecnotest, è possibile apprezzare alcune affinità in termini di:

- valori di picco della resistenza fornita dal campione;
- pendenza del tratto iniziale (figure 7.3 e 7.4).

La differenza sostanziale riguarda la posizione nel grafico del tratto iniziale di incremento della tensione deviatorica. Infatti quello ottenuto in laboratorio risulta traslato più a destra rispetto a quello ottenuto con il modello. Questo è dovuto al fatto che la fase di consolidazione simulata con PFC è perfettamente isotropa e all'inizio del test triassiale il provino è completamente consolidato. Per quanto riguarda la prova di laboratorio, la consolidazione avviene grazie alla pressione di cella che agisce solo sui lati del provino e termina all'inizio del processo di carico, attraverso un riassetamento del campione causato dalla fase di schiacciamento.

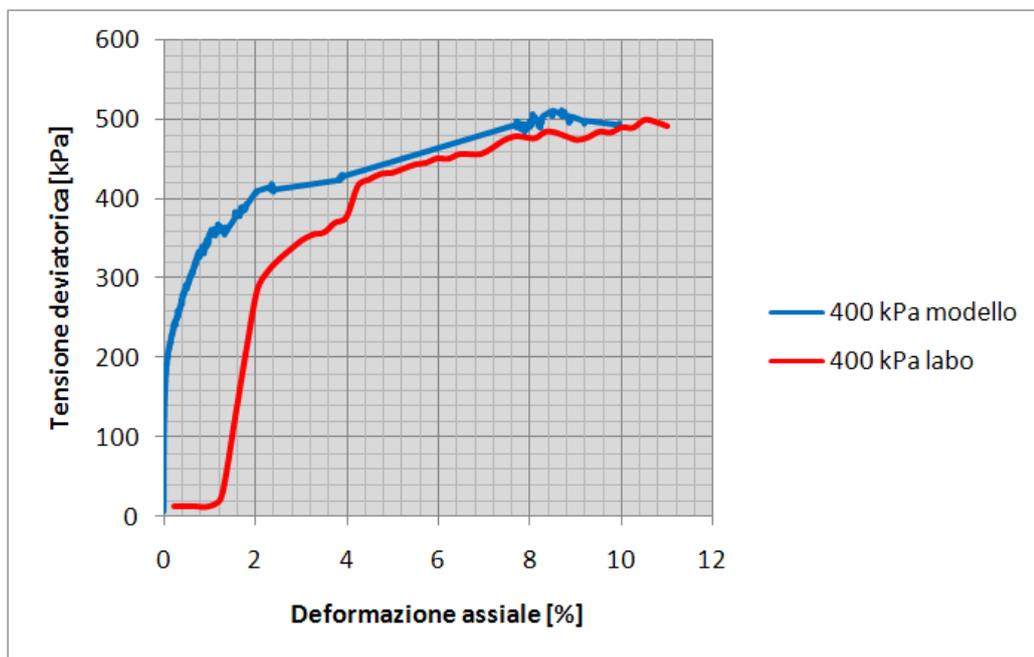


Fig. 7.3 Confronto laboratorio – modello, 400 kPa

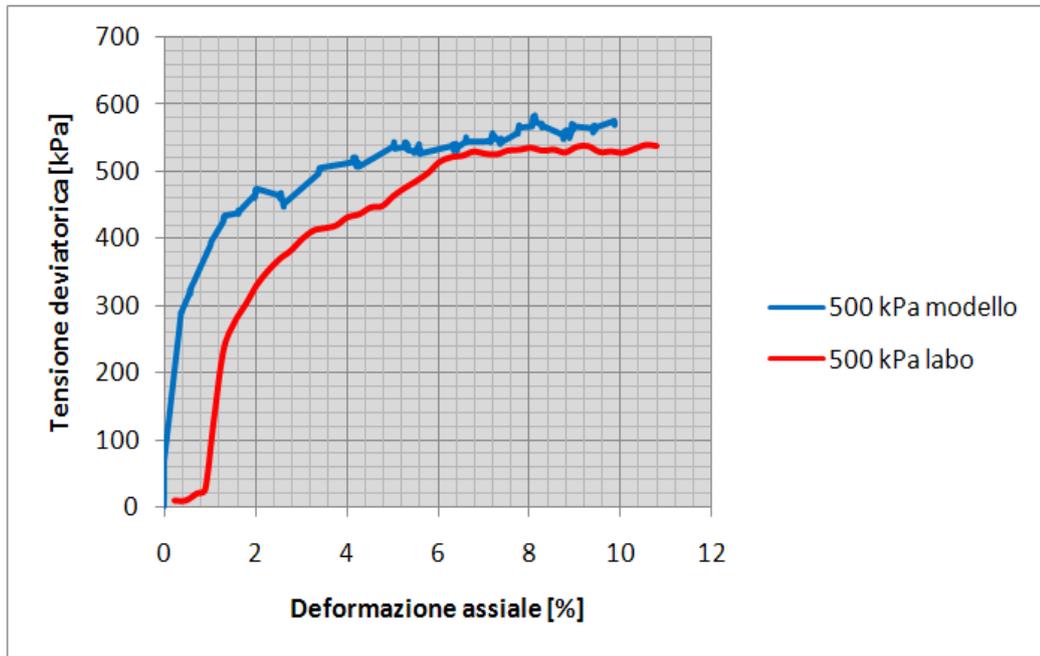


Fig. 7.4 Confronto laboratorio – modello, 500 kPa

Nelle figure 7.5 e 7.6 vengono riportati i due grafici precedenti, ai quali è stata apportata una traslazione delle curve riguardanti la prova di laboratorio. In questo modo è possibile apprezzare maggiormente l'accordo tra i dati reali e quelli ottenuti sperimentalmente.

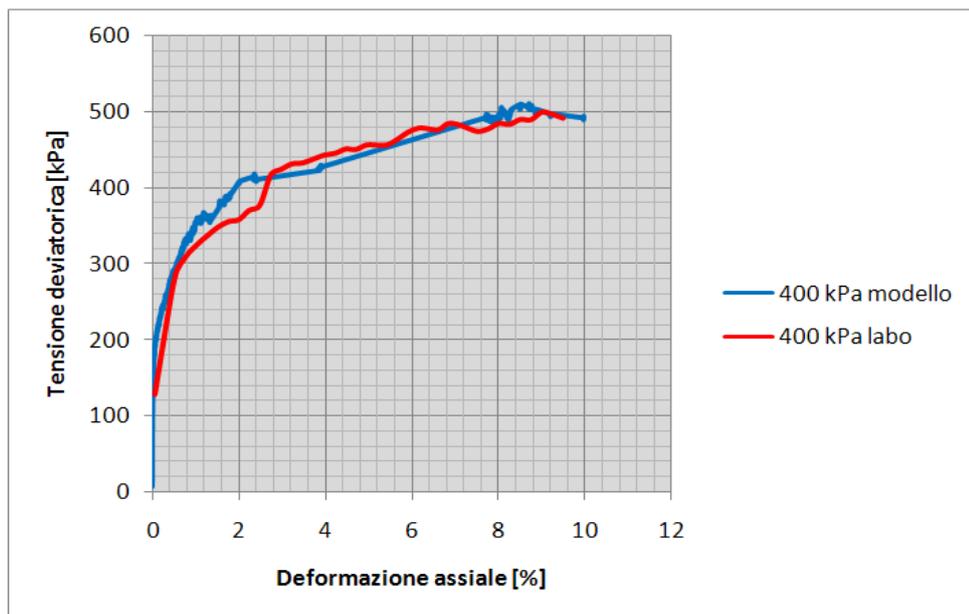


Fig. 7.5 Traslazione curva, 400 kPa

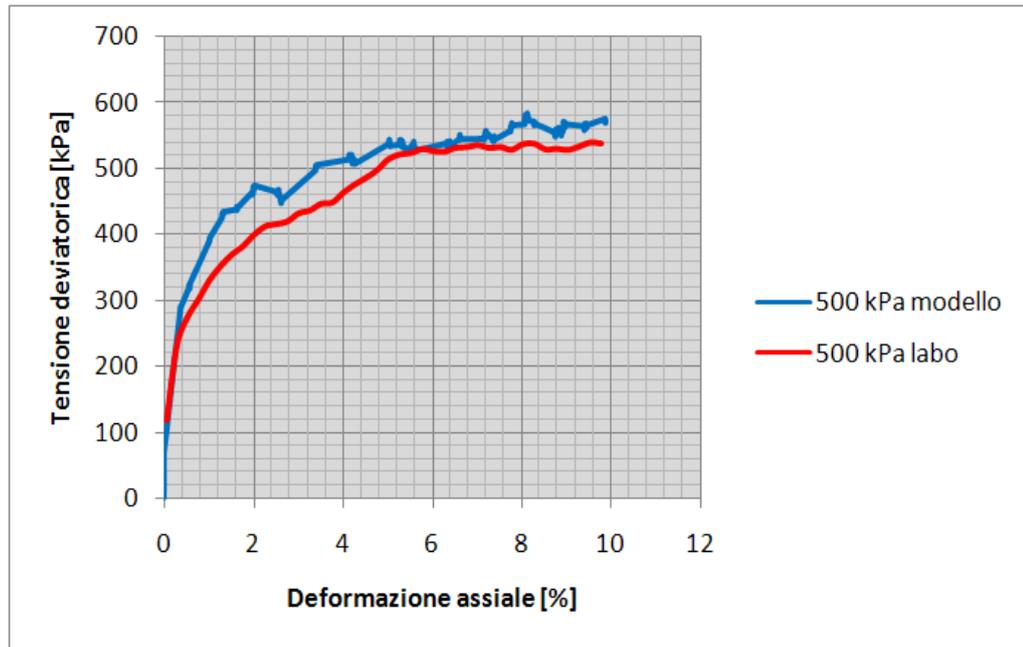


Fig. 7.6 Traslazione curva, 500 kPa

Nella tabella 7.1 vengono riportati i valori di picco delle curve relative alle prove di laboratorio e alle simulazioni nelle due configurazioni di confinamento.

Tabella 7.1 Confronto valori di picco laboratorio – modello, sfere

Tensione di confinamento	Tensione deviatorica di picco		
	Prova di laboratorio	Modello	Errore
400 kPa	500 kPa	520 kPa	4%
500 kPa	540 kPa	580 kPa	7,4%

7.2.2 Deformazione volumetrica e deformazione assiale

Oltre all'analisi del comportamento della tensione deviatorica, risulta essere interessante analizzare anche la variazione di volume rispetto alla deformazione assiale. Tale deformazione viene associata direttamente all'andamento della porosità del campione.

Teoricamente il comportamento dei campioni è contraddistinto da tre momenti principali. Per prima cosa, a causa del carico applicato, avviene una contrazione, che comporta una riduzione del volume. Successivamente le particelle

arrivano a disporsi in una configurazione per la quale non è più possibile che si verifichi un ulteriore addensamento. Di conseguenza si arriva alla rottura del provino. Infine avviene un fenomeno di dilatazione.

Nella realtà, attraverso le simulazioni, è possibile notare una diminuzione del volume per entrambe le situazioni di confinamento. Solo proseguendo la prova oltre la rottura, che è stata interrotta per tempi di calcolo proibitivi, si sarebbe potuto apprezzare il comportamento dilatante.

Tale fenomeno è comunque abbastanza ritardato a causa di un provino caratterizzato da bassa densità, in cui le particelle utilizzate non colmano completamente il dominio di prova, lasciando un piccolo strato vuoto nella parte sommitale.

Le figura 7.7 e 7.8 mostrano l'andamento della deformazione volumetrica rispetto alla deformazione assiale, prima nel caso di una tensione di confinamento di 400 kPa e successivamente con σ_c pari a 500 kPa.

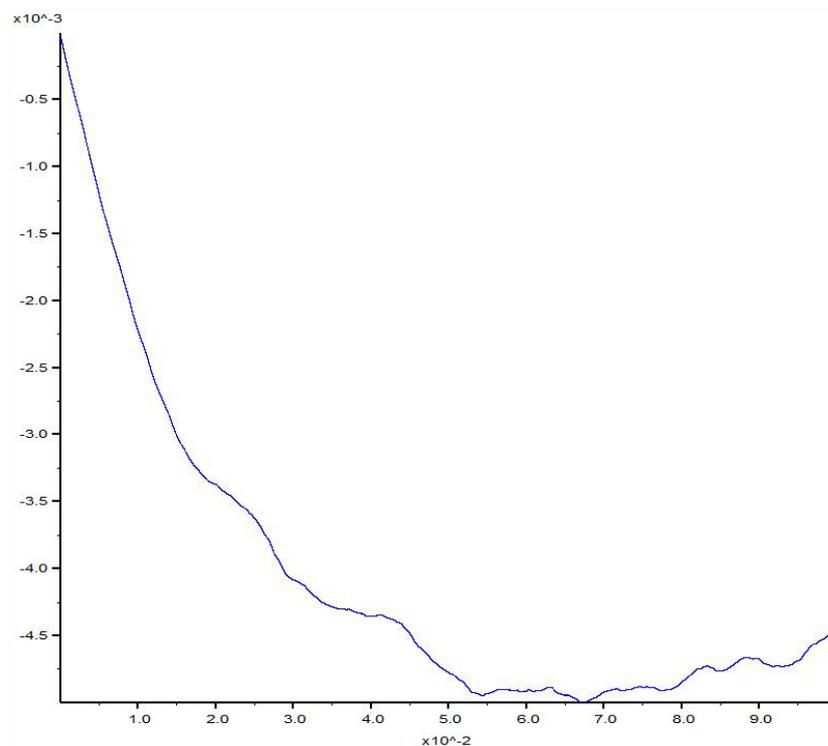


Fig. 7.7 Deformazione volumetrica – deformazione assiale, 400 kPa

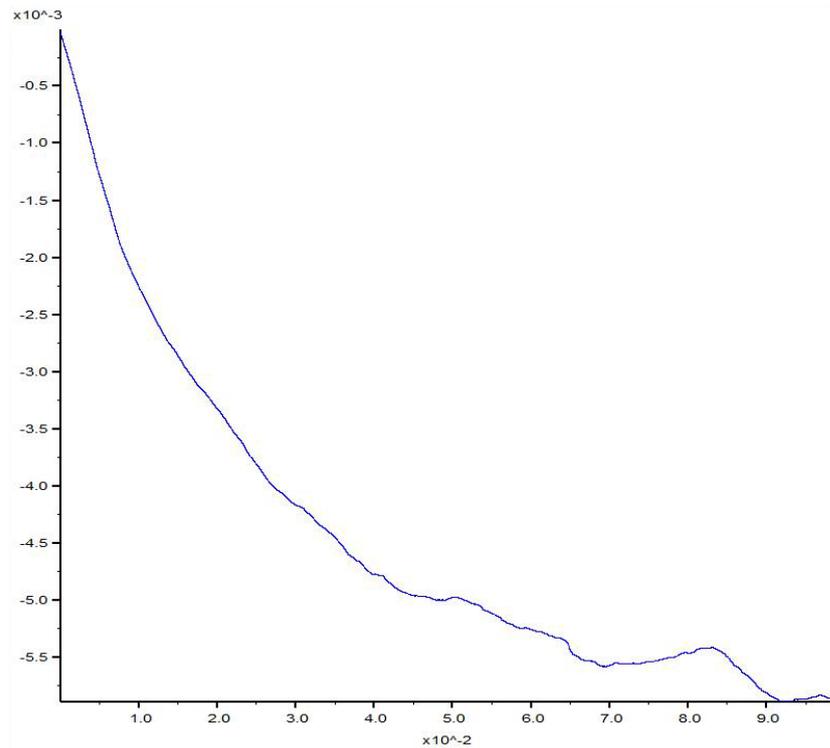


Fig. 7.8 Deformazione volumetrica – deformazione assiale, 500 kPa

7.2.3 Forze di contatto

Nelle figure 7.9 e 7.10 vengono rappresentate le forze di contatto normali che si determinano analiticamente moltiplicando l'entità della sovrapposizione tra due particelle a contatto, per la rigidità nella direzione considerata.

Tale rappresentazione viene generata disegnando dei segmenti che dipartono dai centroidi delle sfere e passano per il punto di contatto. Grazie a questa costruzione i segmenti si collegano tra di loro, andando a creare una maglia continua. Nella simulazione la grandezza del segmento è proporzionale all'intensità della forza. Le due immagini riportano due momenti differenti della realizzazione della prova triassiale da 400 kPa. In particolare la figura 7.9 si riferisce alla fase successiva alla consolidazione isotropa, mentre la figura 7.10 è relativa agli istanti in cui termina il test. Quindi è possibile notare che la rappresentazione delle forze di contatto tra le sfere alla fine della consolidazione isotropa è una rete abbastanza regolare, dove le forze orizzontali e verticali sono di entità paragonabile e tendono a disporsi in maniera uniforme. Nello svolgimento del test triassiale queste forze

incominciano ad aumentare e la loro struttura a rete diventa meno chiara, in quanto le catene di forze tendono ad intensificarsi lungo la direzione verticale. Dalle immagini si può notare, infatti, che le forze, al termine della prova triassiale, hanno entità maggiore soprattutto in corrispondenza delle piastre.

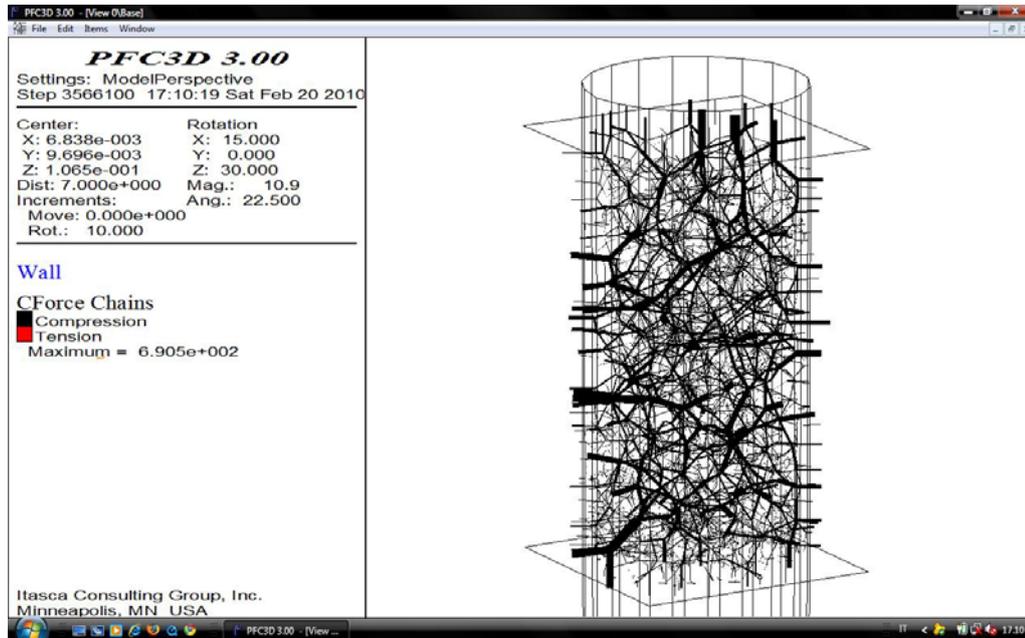


Fig. 7.9 Forze di contatto normali dopo la compressione isotropa, 400 kPa

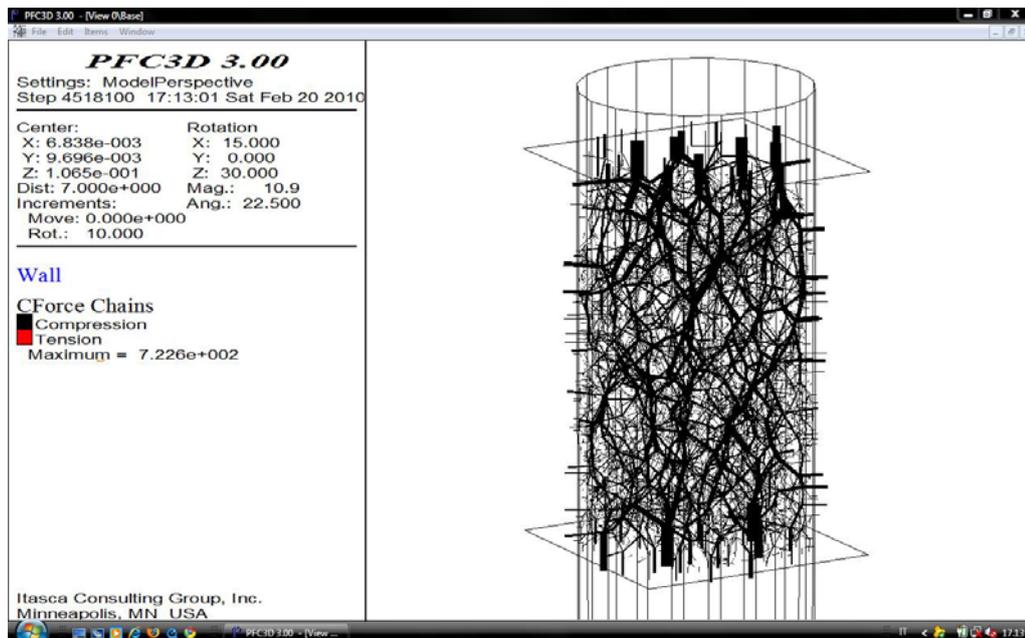


Fig. 7.10 Forze di contatto normali alla fine del test, 400 kPa

Nelle figure 7.11 e 7.12 vengono riportati gli andamenti delle tensioni di contatto tangenziali, sempre nella prova con tensione di confinamento di 400 kPa, sia dopo la fase di compressione che alla fine della prova.

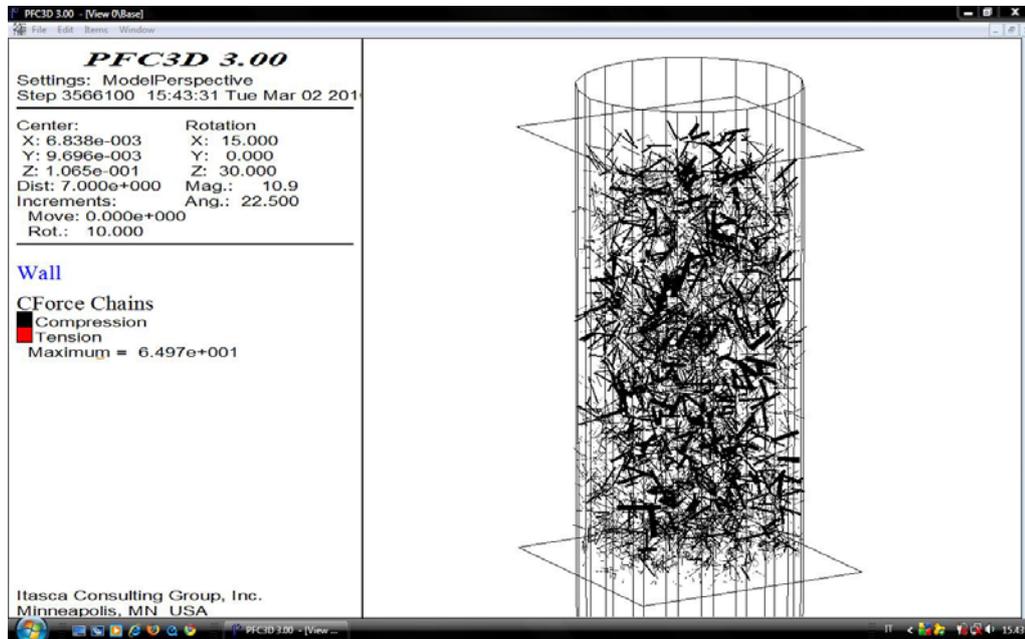


Fig. 7.11 Forze di contatto tangenziali dopo la compressione isotropa, 400 kPa

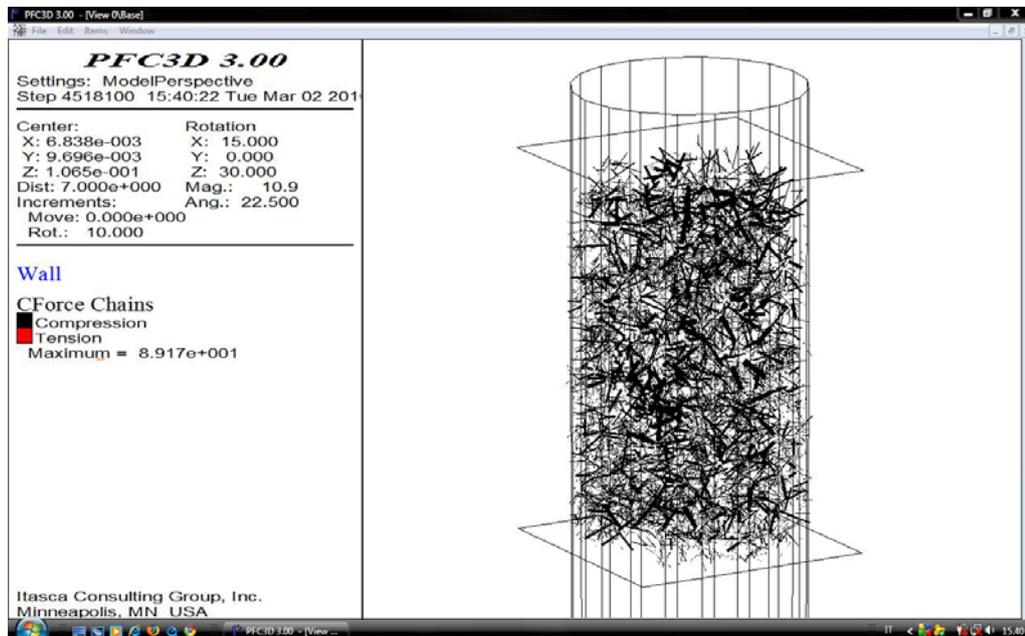


Fig. 7.12 Forze di contatto tangenziali dopo alla fine del test, 400 kPa

Dalle figure precedenti si può notare che la distribuzione delle forze di contatto tangenziali sono maggiormente concentrate nella zona centrale nella fase iniziale, cioè dopo la consolidazione, mentre alla fine della prova si ha una distribuzione maggiore in tutto il dominio e con un incremento dei valori.

Nella tabella 7.2 si riportano i valori di picco sia per le forze di contatto normali che per quelle tangenziali.

Tabella 7.2 Confronto valori di picco forze di contatto normali e tangenziali

Tensione di confinamento		Forze normali	Forze tangenziali
400 kPa	Inizio	690 N	65 N
	Fine	720 N	90 N

Mediante l'utilizzo della funzione di PFC denominata CUTTING PLANE è possibile effettuare delle sezioni verticali e orizzontali, al fine di indagare meglio l'andamento delle catene di forza direttamente all'interno del campione.

La figura 7.13 mostra una sezione trasversale del provino alla fine della prova triassiale con tensione di confinamento di 400 kPa. Tale sezione è stata realizzata a metà del dominio, cioè ad un'altezza pari a 10 cm rispetto all'origine del sistema di riferimento, posizionato nel centro della sezione di base del campione.

La figura 7.14 invece rappresenta una sezione trasversale, sempre nella condizione relativa alla fine del test, ma dislocata nelle vicinanze delle piastre.

Dal confronto delle due immagini è possibile notare che in prossimità della mezzeria le forze sono più concentrate in corrispondenza di alcune sfere; mentre in corrispondenza delle piastre tali forze risultano più distribuite. La forza di picco in corrispondenza delle piastre ha un valore maggiore.

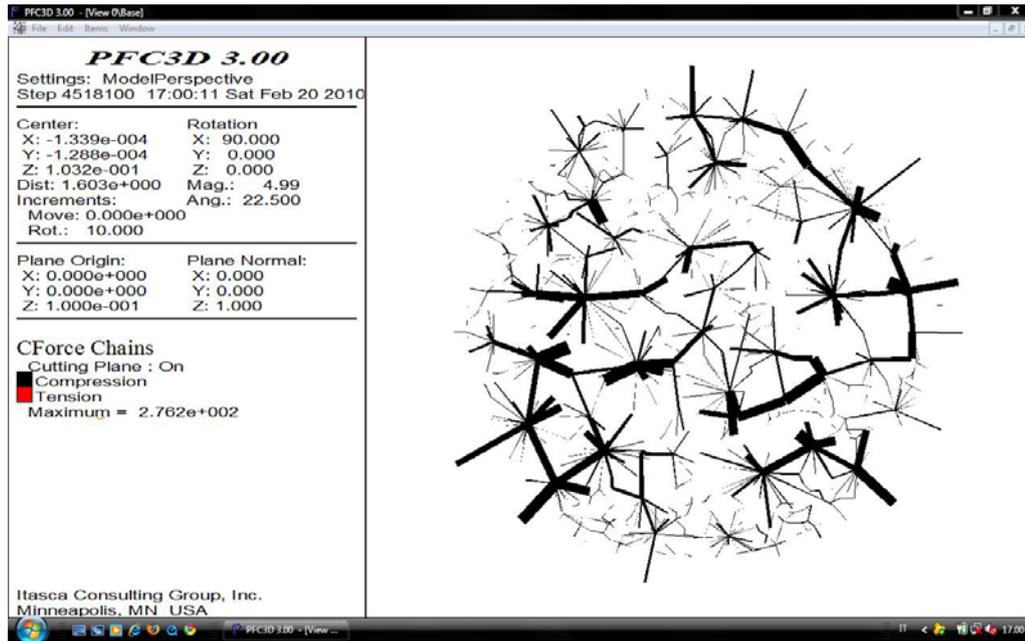


Fig. 7.13 Sezione trasversale a metà provino, 400 kPa

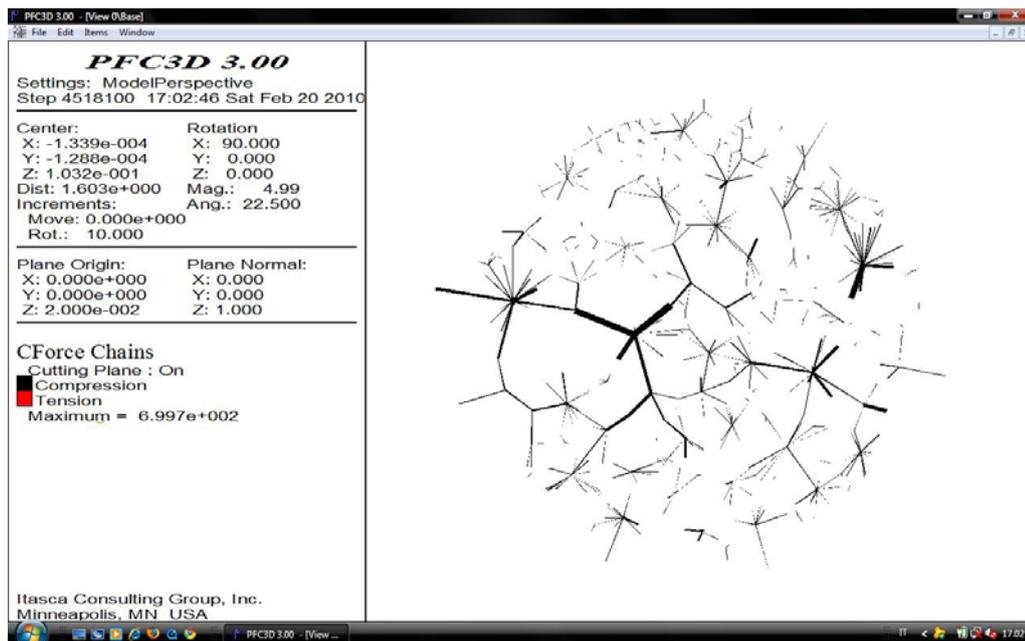


Fig. 7.14 Sezione trasversale vicino alle piastre, 400 kPa

Analogamente alla simulazione della prova triassiale con tensione di confinamento di 400 kPa, anche per quella realizzata con σ_c pari a 500 kPa è possibile rappresentare le forze di contatto normali, nelle due situazioni analoghe al test precedente, cioè dopo la fase di consolidazione e al termine della prova.

Anche in questo caso l'evoluzione delle catene di forze prevede una situazione iniziale con una distribuzione ordinata della maglia dei legami, mentre con lo svolgimento del test le forze si intensificano in direzione verticale.

Nella figura 7.15 viene riportato l'andamento delle forze di contatto normali che si realizza successivamente alla fase di consolidazione, mentre nella figura 7.16 si rappresentano le forze di contatto che si concretizzano alla fine della prova triassiale.

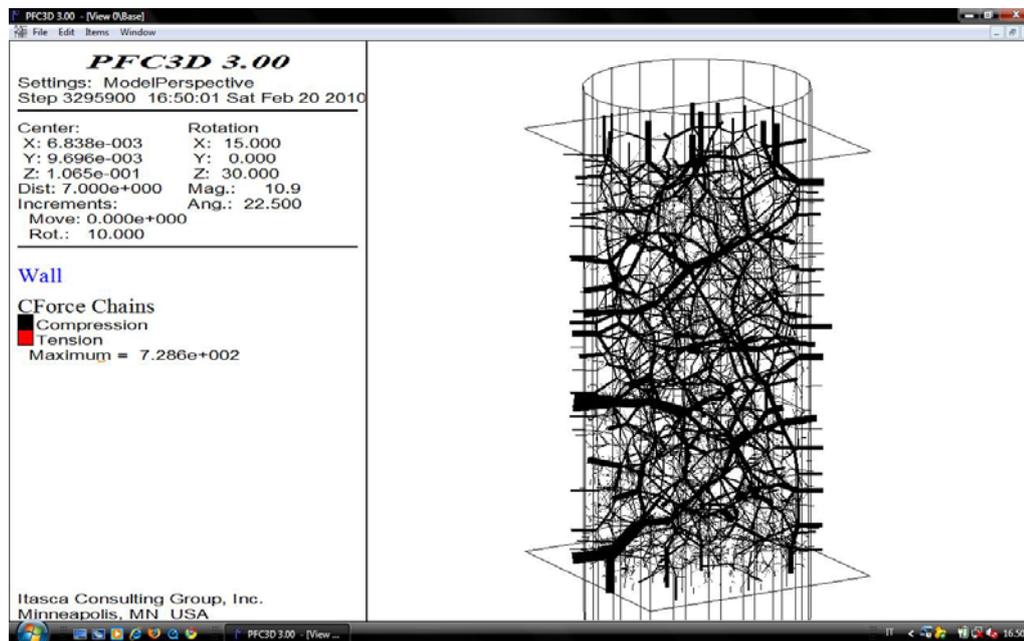


Fig. 7.15 Forze di contatto normali dopo la compressione isotropa, 500 kPa

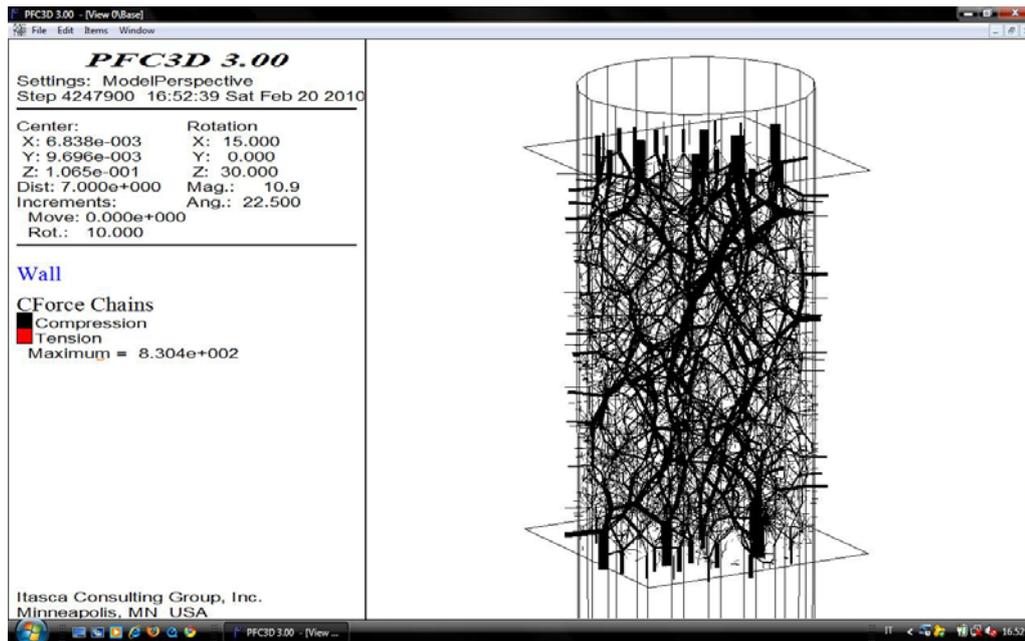


Fig. 7.16 Forze di contatto normali alla fine del test, 500 kPa

Oltre al monitoraggio delle forze di contatto normali, è anche possibile analizzare le forze di contatto tangenziali, che hanno un andamento, durante lo sviluppo del test, che presenta una maggiore distribuzione delle forze ma con una lieve diminuzione del valore di picco (figura 7.17 e 7.18).

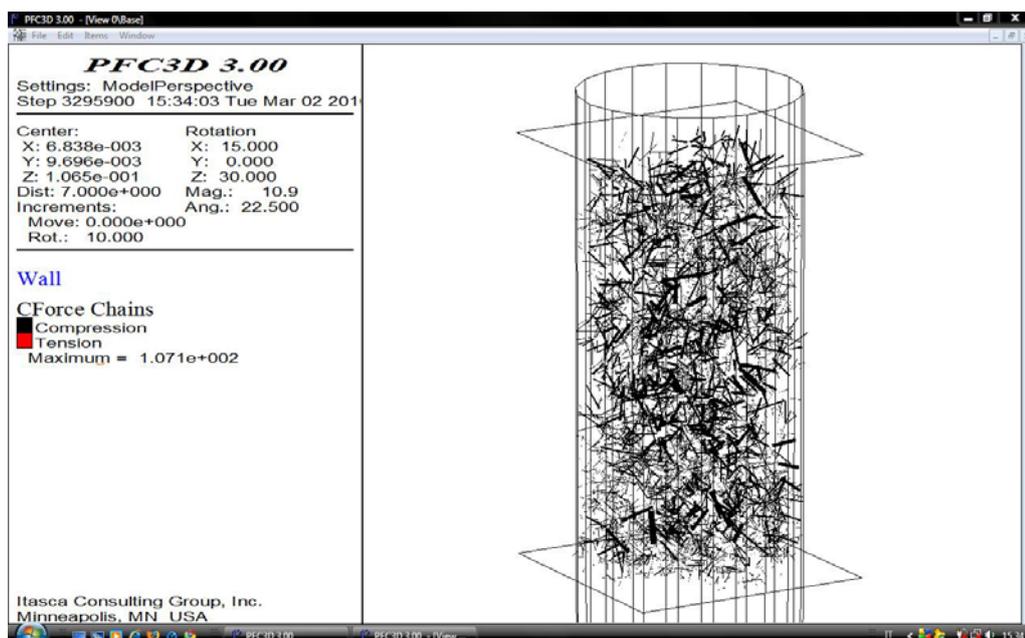


Fig. 7.17 Forze di contatto tangenziali dopo la compressione isotropa, 500 kPa

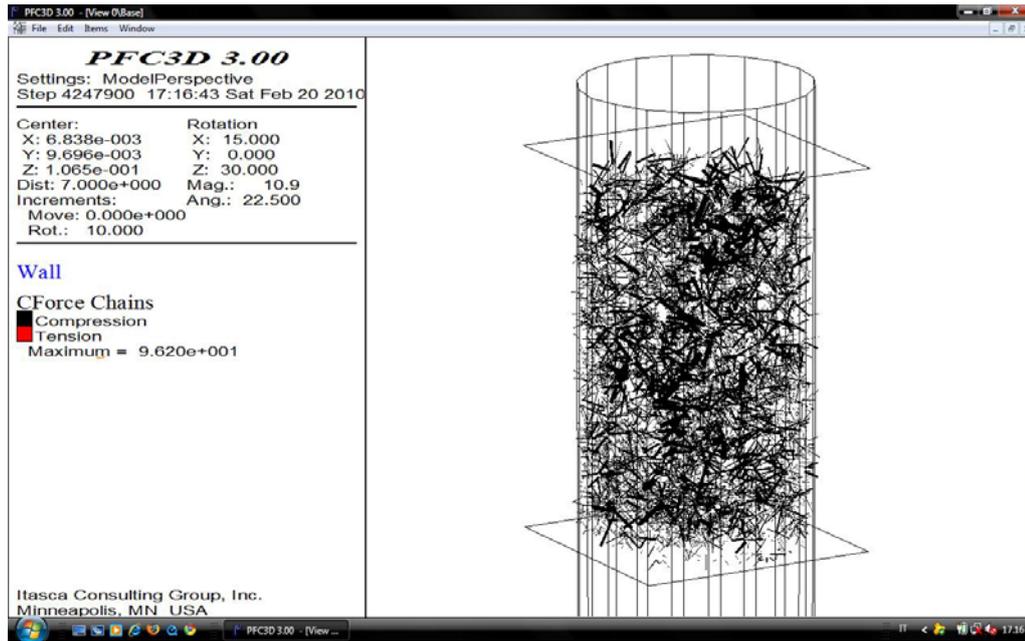


Fig. 7.18 Forze di contatto tangenziali alla fine del test, 500 kPa

Nella tabella 7.3 si riportano i valori di picco sia per le forze di contatto normali che per quelle tangenziali.

Tabella 7.3 Confronto valori di picco forze di contatto normali e tangenziali

Tensione di confinamento		Forze normali	Forze tangenziali
500 kPa	Inizio	730 N	105 N
	Fine	830 N	95 N

Similarmente alla prova triassiale con σ_c pari a 400 kPa, nelle figure 7.19 e 7.20 viene riportato l'andamento delle forze di contatto normali per due sezioni trasversali, una in corrispondenza delle piastre (figura 7.20) e una in corrispondenza della mezzeria (7.19). I risultati sono analoghi al caso precedente.

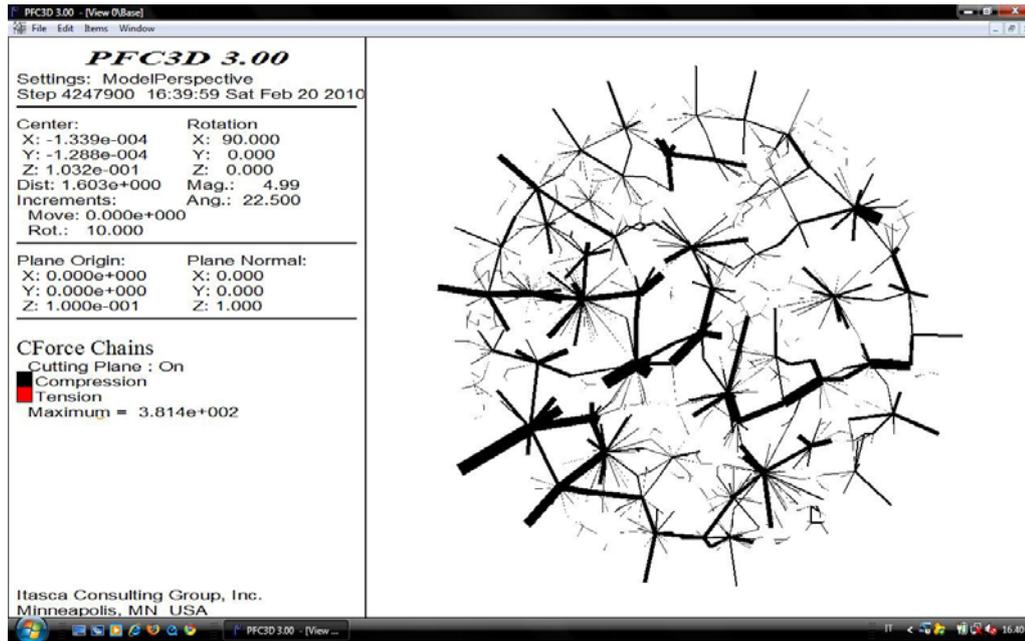


Fig. 7.19 Sezione trasversale a metà provino, 500 kPa

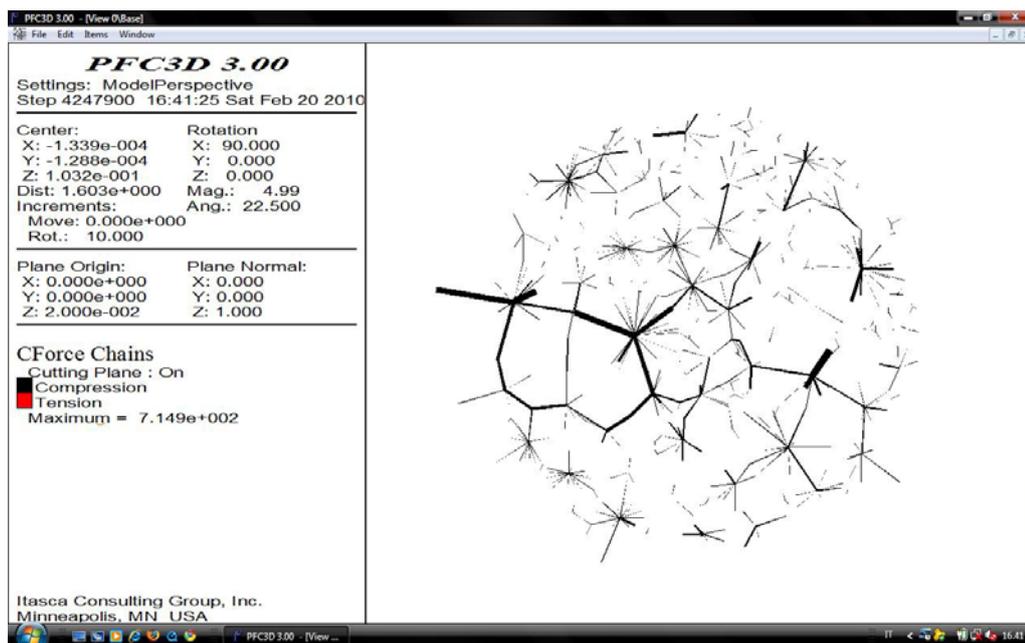


Fig. 7.20 Sezione trasversale vicino alle piastre, 500 kPa

Studiando una sezione verticale (figura 7.21) ed una orizzontale (7.22) del provino che raffigura sfere e forze di contatto, si evince che le catene di forze vengono a disporsi lungo lo scheletro composto dalle sfere di maggior diametro, che si caricano quasi esclusivamente di tutte le forze.

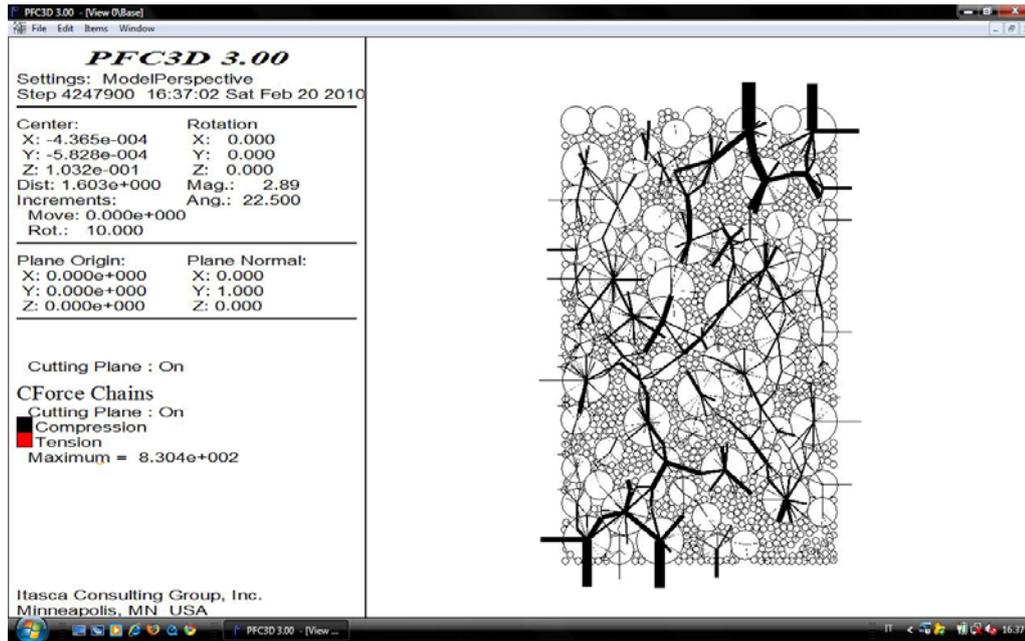


Fig. 7.21 Sezione longitudinale con sfere e forze di contatto, 500 kPa

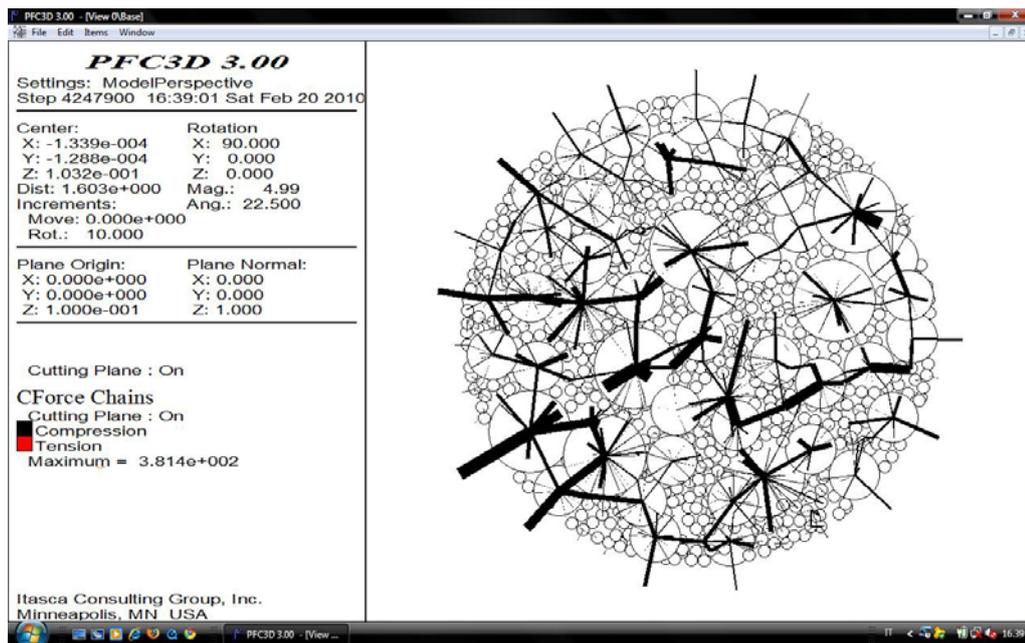


Fig. 7.22 Sezione trasversale a metà provino con sfere e forze di contatto, 500 kPa

Dal confronto tra le tabelle 7.2 e 7.3, inoltre, si evidenzia che le forze di contatto sia normali sia tangenziali aumentano all'aumentare della tensione di confinamento.

7.2.4 I cerchi di Mohr

Attraverso le tensioni che si sviluppano in corrispondenza del picco della curva tensioni – deformazioni è possibile definire la resistenza dei materiali granulari. Un metodo per rappresentare tale resistenza è quello di utilizzare i cerchi di Mohr, che si possono disegnare in modo da raffigurare gli stati tensionali in corrispondenza dei picchi, considerando quindi la condizione di rottura.

Successivamente viene costruita una linea tangente ai cerchi, che viene detta involuppo a rottura di Mohr.

Attraverso la costruzione dei cerchi di Mohr è possibile valutare lo stato tensionale del campione. Infatti se il cerchio che rappresenta lo stato tensionale del sistema si trova al di sotto dell'involuppo a rottura, allora il materiale risulterà stabile. Se, invece, il cerchio è tangente alla curva, il materiale ha raggiunto il limite di resistenza e si formerà una superficie di rottura.

La condizione in cui il cerchio risulta secante alla curva di involuppo corrisponde ad una situazione irrealizzabile.

Mediante i risultati delle prove triassiali simulate è possibile costruire i cerchi di Mohr (figura 7.23), ottenendo le linee di involuppo che definiscono gli angoli di attrito. Questi angoli possono essere considerati gli attriti mobilitati a livello macroscopico.

Dai risultati ottenuti, quindi, è possibile evidenziare che il materiale è caratterizzato da coesione nulla ed angolo di resistenza al taglio pari a $21,5^\circ$ ($tg\phi_1 = 0.40$). Quest'ultimo, in particolare, rappresenta l'angolo di attrito macroscopico ed è pressoché coincidente con quello mobilitato a livello microscopico ($\mu = 0.42$).

La modellazione ad elementi distinti quindi, tarando opportunamente i parametri microscopici, riproduce efficacemente le modalità di prova e l'effettivo comportamento del materiale reale.

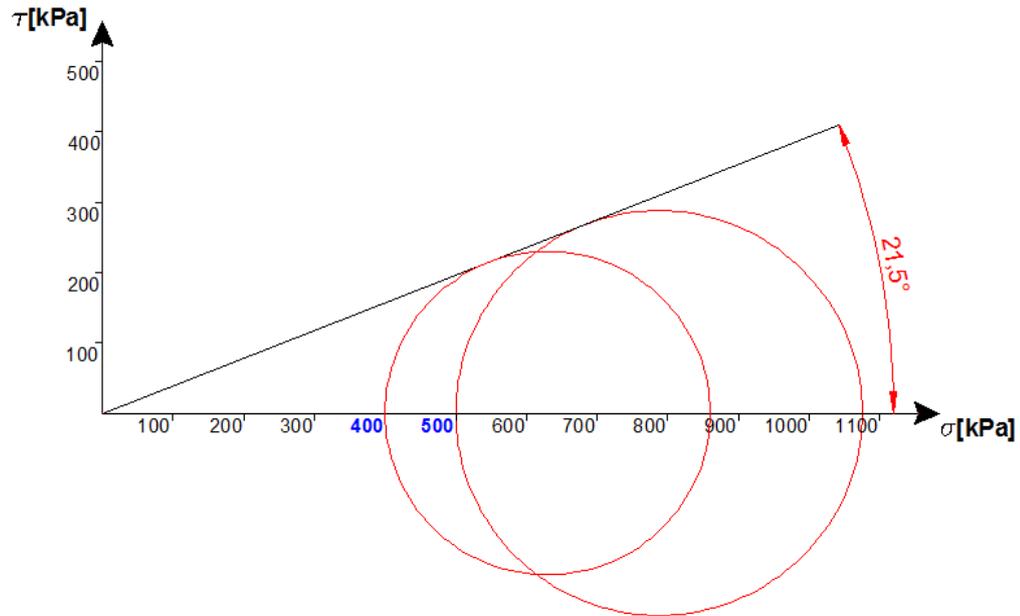


Fig. 7.23 I cerchi di Mohr, provini con sfere

7.3 I clump

L'analisi sviluppata per le modellazioni dei clump ricalca la struttura utilizzata per lo studio dei provini di particelle sferiche. I valori delle tensioni di confinamento sono uguali a quelle applicate per le sfere.

Si ricorda che il provino è costituito da 33.502 particelle, di cui 32.204 sono sfere con diametro di 2,77 mm, 1.016 sono clump formati da gruppi di tre sfere da 5,5 mm e, infine, 282 sono clump formati da gruppi da tre sfere da 9 mm.

I clump utilizzati nella simulazione sono a tre sfere perché, sulla base di precedenti esperienze sempre relative al progetto di ricerca PRIN 2007, risulta che tale configurazione realizza una forma che consente un buon livello di ingranamento, se paragonato ad un clump a due o quattro sfere.

In generale, data la loro forma irregolare, i clump consentono un ingranamento reciproco che contribuisce ad aumentare la resistenza.

7.3.1 Sforzo deviatorico e deformazione assiale

Vengono prese in considerazione le curve tensione – deformazione (figura 7.24 e 7.25), dove sull'asse delle ascisse è applicata la deformazione assiale, espressa come variazione percentuale dell'altezza del provino rispetto al valore iniziale, mentre sull'asse delle ordinate si rappresenta la tensione deviatorica, invece espressa in kPa.

Come per i provini composti solamente da sfere, nei grafici di seguito presentati viene anche riportata la tensione di confinamento, per la quale è possibile evidenziare un andamento pressoché orizzontale, confermando il corretto funzionamento del sistema di servo – controllo.

I provini modellati manifestano anche in questo caso un andamento della curva che, dopo una fase iniziale nella quale la tensione deviatorica cresce in modo monotono, arriva a rottura in corrispondenza del punto di picco della curva.

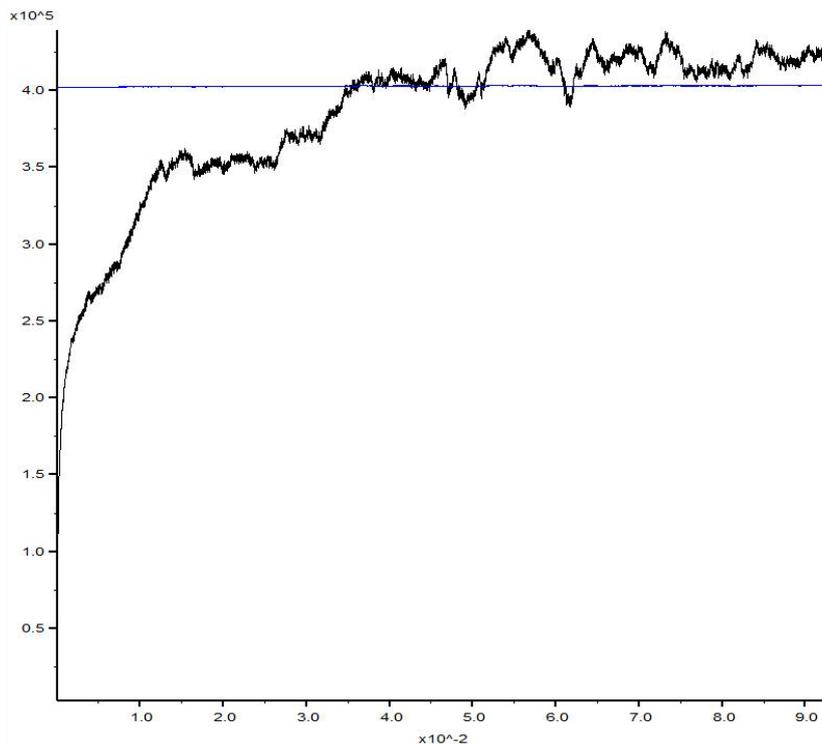


Fig. 7.24 Tensione deviatorica – deformazione assiale, clump 400 kPa

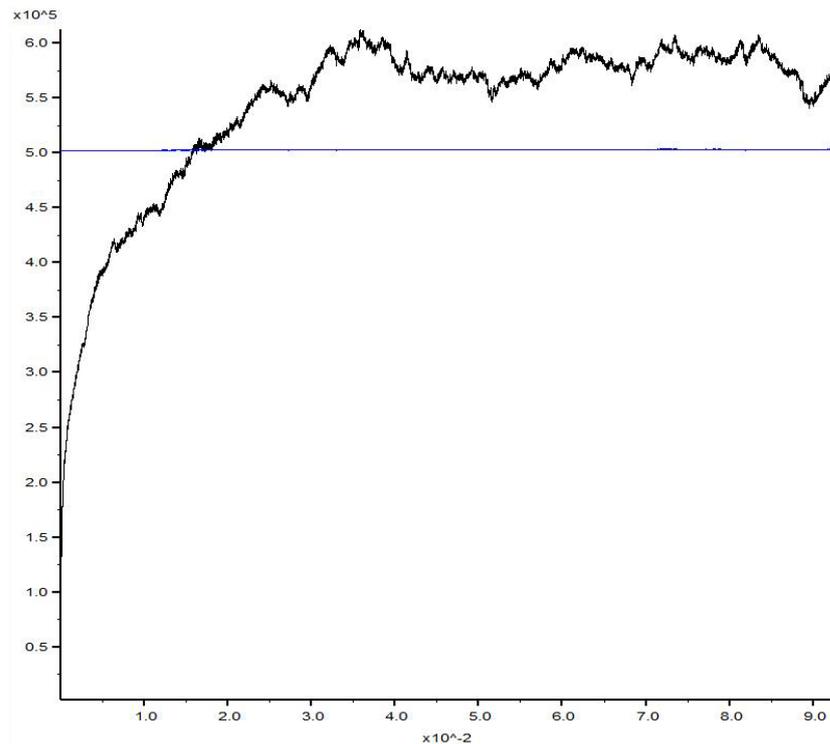


Fig. 7.25 Tensione deviatorica – deformazione assiale, clump 500 kPa

Con il confronto tra i risultati delle modellazioni e quelli di laboratorio è possibile notare che a parte il tratto iniziale, che presenta la medesima pendenza e quindi il medesimo modulo, i valori dei picchi non sono in perfetto accordo. Questo andamento risulta molto più evidente nella prova triassiale con tensione di confinamento di 400 kPa.

Il confronto viene eseguito prima per la prova con tensione di confinamento da 400 kPa (figura 7.26) e poi con quella da 500 kPa (figura 7.27).

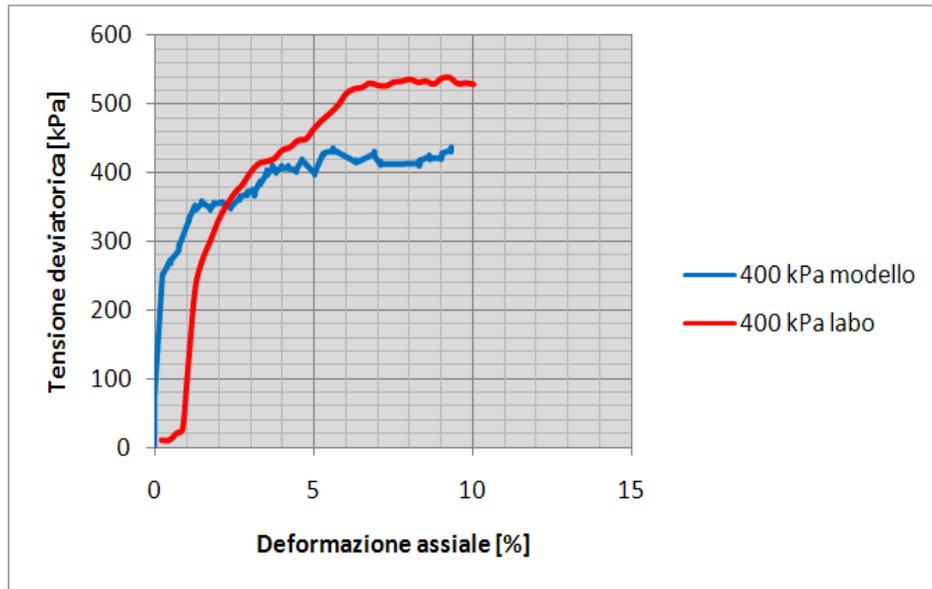


Fig. 7.26 Confronto grafico di laboratorio – PFC, clump 400 kPa

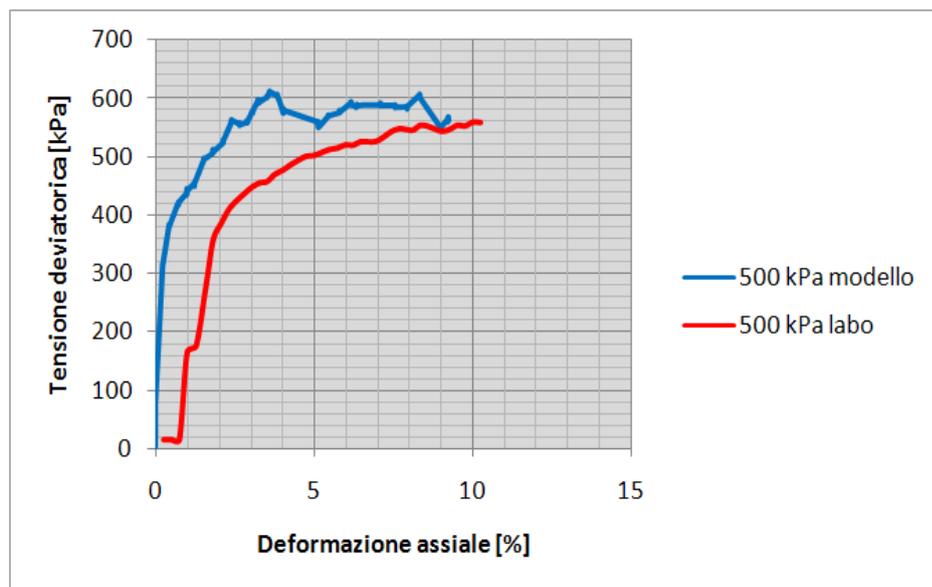


Fig. 7.27 Confronto grafico di laboratorio – PFC, clump 500 kPa

Nella tabella 7.4 vengono riportati i valori di picco delle curve relative alle prove di laboratorio e alle simulazioni nelle due configurazioni di confinamento.

Tabella 7.4 Confronto valori di picco laboratorio – modello, clump

Tensione di confinamento	Tensione deviatorica di picco		
	Prova di laboratorio	Modello	Errore
400 kPa	540 kPa	430 kPa	20,3%
500 kPa	560 kPa	610 kPa	8,9%

7.3.2 Deformazione volumetrica e deformazione assiale

Risulta interessante analizzare, come per le sfere, anche la variazione di volume che viene associata direttamente all'andamento della porosità del campione. Si può notare che inizialmente si ha una contrazione, cioè il volume diminuisce. In seguito il provino si rompe e la porosità non può più diminuire. Infine, a differenza delle prove condotte sulle sfere, per i provini composti da clump è possibile vedere l'inversione di tendenza del grafico, che indica un aumento di volume e quindi il realizzarsi del fenomeno della dilatanza.

Le figura 7.28 e 7.29 mostrano l'andamento della deformazione volumetrica rispetto alla deformazione assiale, prima nel caso di una tensione di confinamento di 400 kPa e successivamente con σ_c pari a 500 kPa.

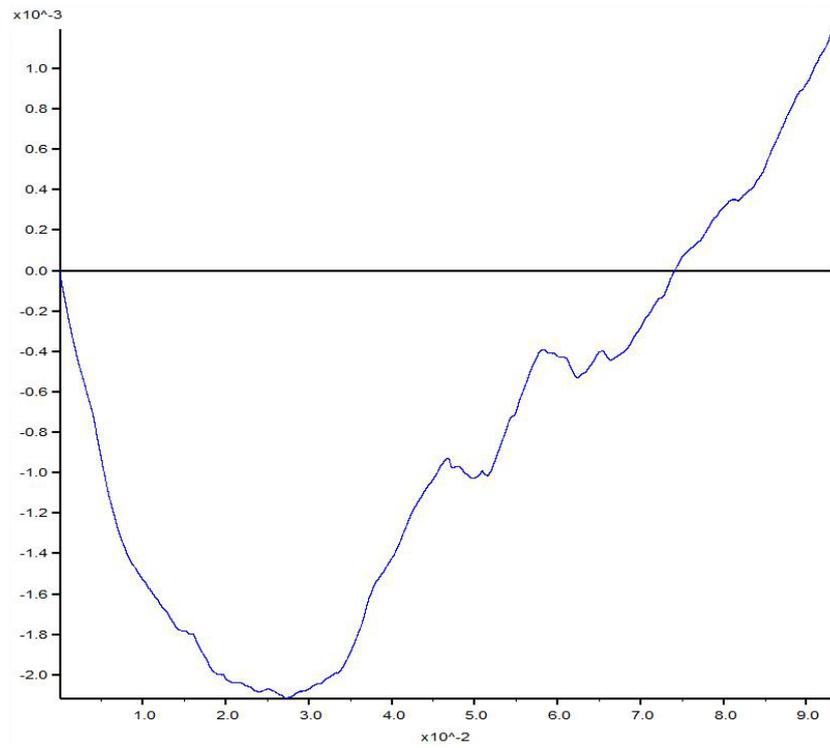


Fig. 7.28 Deformazione volumetrica – deformazione assiale, clump 400 kPa

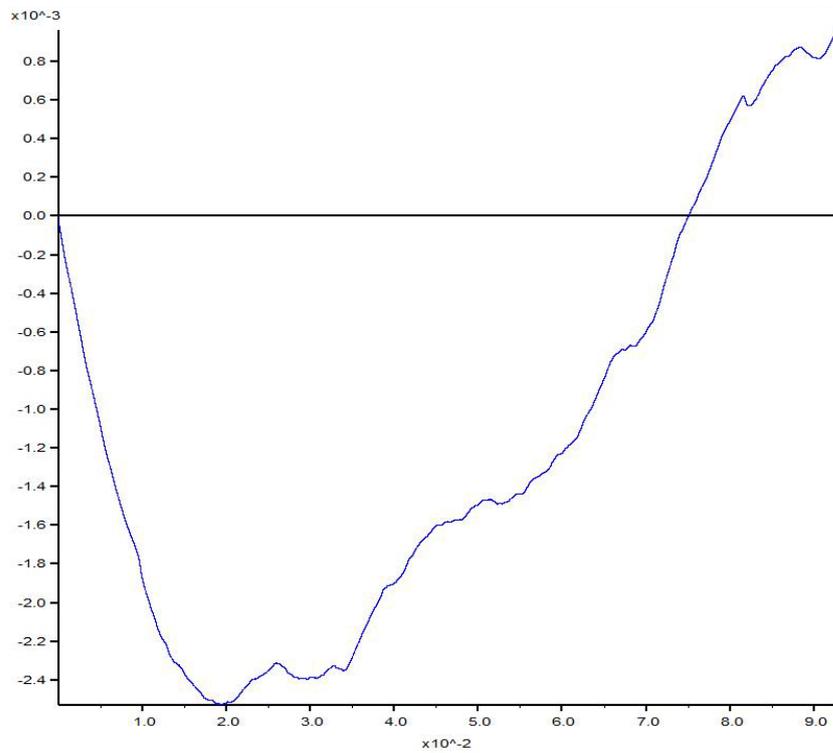


Fig. 7.29 Deformazione volumetrica – deformazione assiale, clump 500 kPa

7.3.3 Forze di contatto

Per quanto riguarda le forze di contatto normali, che si sviluppano all'interno del provino composto da clump, si considerano due situazioni, quella successiva alla fase di consolidazione e quella al termine della prova.

Vengono riportati solamente i risultati di un'unica prova, quella da 500 kPa, in quanto non è possibile apprezzare consistenti differenze nell'altra.

È facile notare, però, che in prossimità della zona centrale del campione si vengono a realizzare forti picchi delle forze di contatto normali. Infatti la rappresentazione grafica mostra segmenti considerevolmente più larghi rispetto a quelli che si distribuiscono nel resto del dominio. Numericamente, la differenza tra il valore delle forze di contatto nella zona centrale e quelle posizionate nelle zone superiore e inferiore, è di circa tre ordini di grandezza.

Questo è probabilmente dovuto ad una distribuzione casuale delle particelle non sferiche, per la quale, le catene di forze sono spinte a confluire in un numero ridotto di clump (figura 7.30 e 7.31).

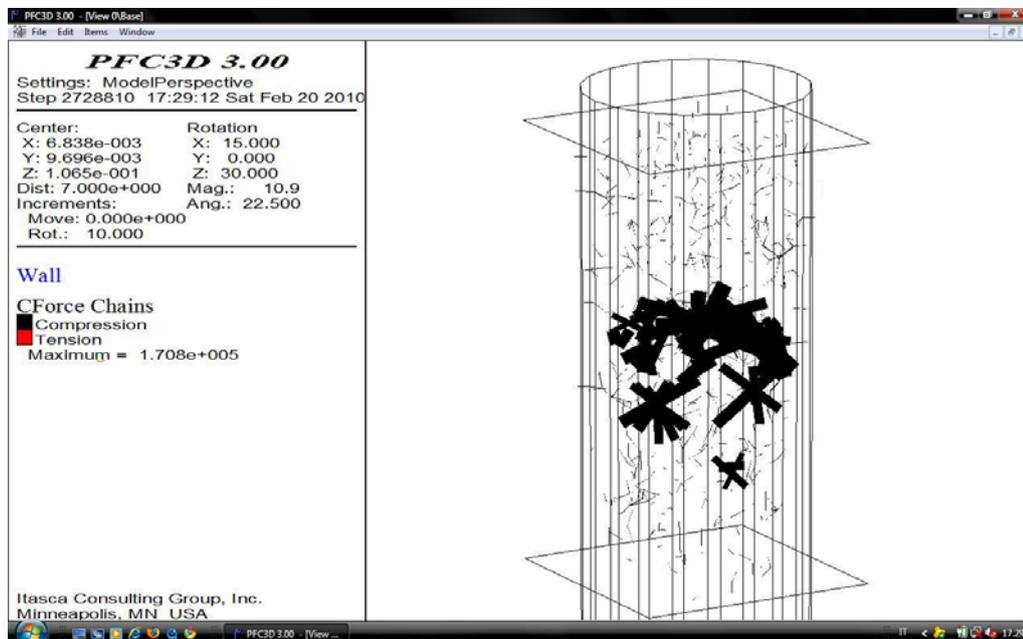


Fig. 7.30 Forze di contatto normali dopo la compressione isotropa, 500 kPa

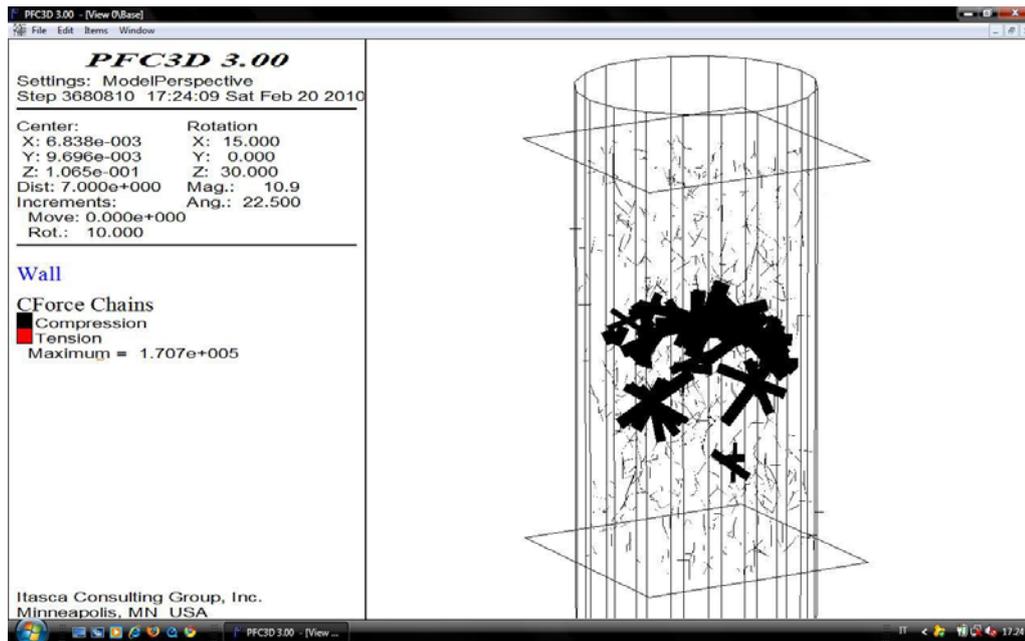


Fig. 7.31 Forze di contatto normali alla fine del test, 500 kPa

Nelle figure 7.32 e 7.33 si riportano gli andamenti delle forze di contatto tangenziali, per la modellazione con tensione di confinamento di 500 kPa, sempre nella condizione successiva alla compressione isotropa e in quella di fine prova.

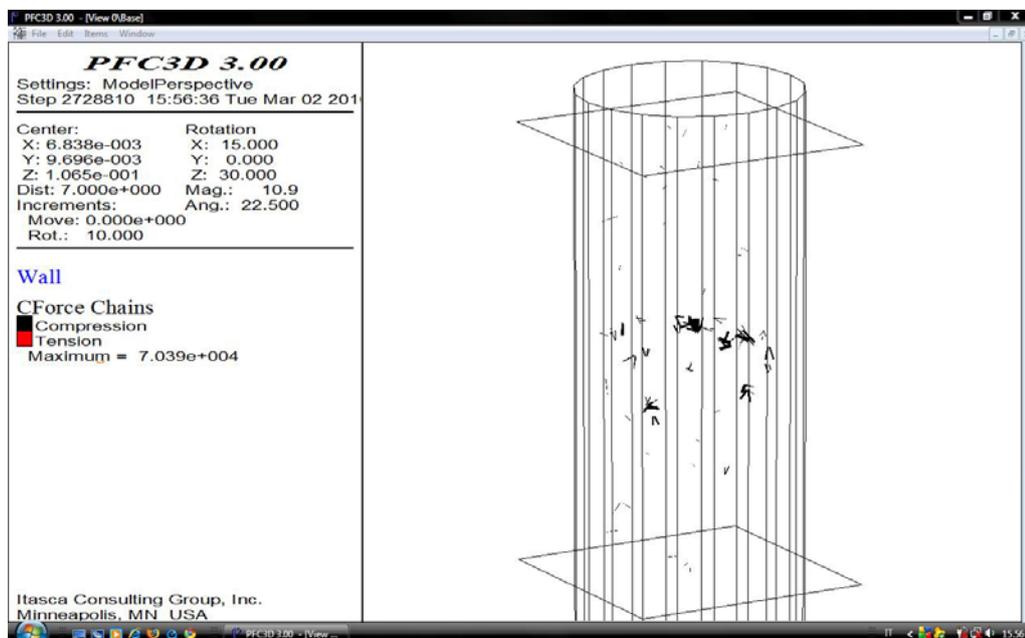


Fig. 7.32 Forze di contatto tangenziali dopo la compressione isotropa, 500 kPa

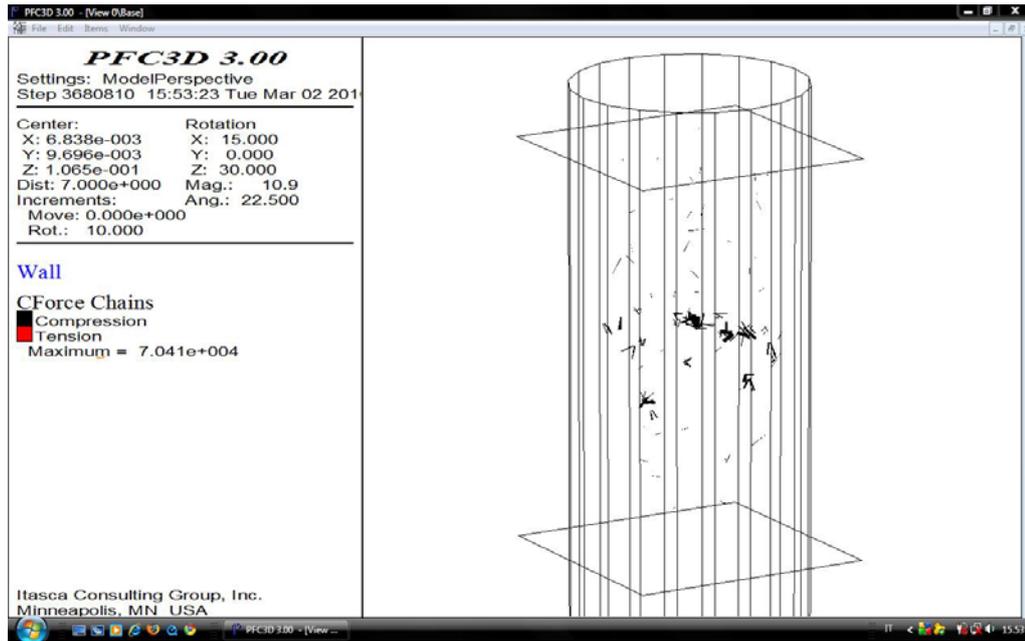


Fig. 7.33 Forze di contatto tangenziali alla fine del test, 500 kPa

Dalle figure precedenti si può notare una forte concentrazione delle forze di contatto tangenziali nella zona centrale del provino, ma durante l'evoluzione della prova i valori di picco sono rimasti pressoché costanti.

Nella tabella 7.5 si riportano i valori di picco sia per le forze di contatto normali che per quelle tangenziali.

Tabella 7.5 Confronto valori di picco forze di contatto normali e tangenziali

Tensione di confinamento		Forze normali	Forze tangenziali
500 kPa	Inizio	171 kN	70,390 kN
	Fine	171 kN	70,410 kN

I risultati ottenuti, confrontando le tabelle 7.2, 7.3 e 7.5, evidenziano che per ogni tipologia di particella elementare le forze di contatto sia normali, sia tangenziali aumentano al crescere della tensione di confinamento. Le prime, in particolare, sono sempre più elevate delle seconde.

Per ogni valore di sollecitazione di confinamento, inoltre, i valori delle forze di contatto aumentano al crescere della complessità della forma delle particelle che

compongono il provino, poiché, aumentando l'ingranamento reciproco tra queste ultime, la resistenza complessiva del sistema diventa più elevata.

7.3.4 I cerchi di Mohr

Attraverso le tensioni che si sviluppano in corrispondenza del picco della curva tensioni – deformazioni è possibile definire la resistenza dei materiali granulari. Un metodo per rappresentare tale resistenza è quello di utilizzare i cerchi di Mohr, che si possono disegnare in modo da raffigurare gli stati tensionali in corrispondenza dei picchi, considerando quindi la condizione di rottura.

Successivamente viene costruita una linea tangente ai cerchi, che viene detta involuppo a rottura di Mohr.

Attraverso la costruzione dei cerchi di Mohr è possibile valutare lo stato tensionale del campione. Infatti se il cerchio che rappresenta lo stato tensionale del sistema si trova al di sotto dell'involuppo a rottura, allora il materiale risulterà stabile. Se, invece, il cerchio è tangente alla curva, il materiale ha raggiunto il limite di resistenza e si formerà una superficie di rottura.

La condizione in cui il cerchio risulta secante alla curva di involuppo corrisponde ad una situazione irrealizzabile.

Mediante i risultati delle prove triassiali simulate è possibile costruire i cerchi di Mohr (figura 7.34), ottenendo le linee di involuppo che definiscono gli angoli di attrito. Questi angoli possono essere considerati gli attriti mobilitati a livello macroscopico.

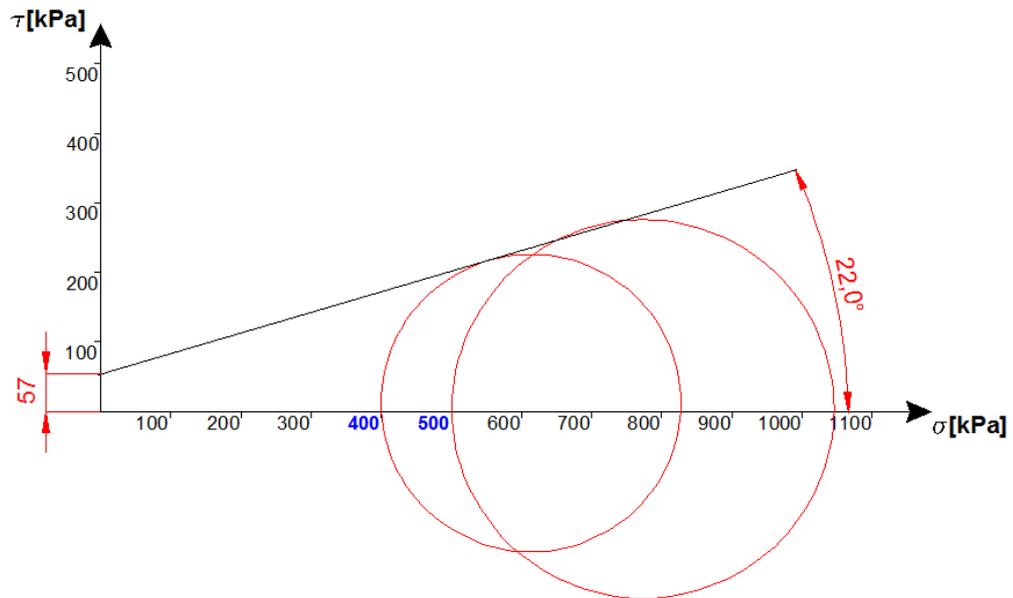


Fig. 7.34 I cerchi di Mohr, provini con clump

Dai risultati ottenuti, quindi, è possibile evidenziare che il materiale è caratterizzato da angolo di resistenza al taglio pari a 22° . Rispetto al provino formato da sfere, quindi, aumenta il valore dell'angolo di attrito macroscopico a testimonianza di un maggiore ingranamento sviluppato dai clump. Quest'ultimo fenomeno, in particolare, è responsabile anche dell'insorgere di una "pseudo-coesione apparente" che testimonia il fatto che l'inserimento di particelle di forma non sferica provoca un aumento della resistenza a taglio del sistema.

7.4 Conclusioni

Dall'analisi fin qui condotta è possibile fissare alcuni punti fondamentali. La ricerca eseguita sul provino costituito solamente da particelle di forma sferica, come mostrato nei paragrafi precedenti, ha fatto emergere il fatto che i valori delle simulazioni e quelli delle prove di laboratorio concordano.

Per quanto riguarda i risultati della sperimentazione condotta sui clump, non è altrettanto possibile trovare un accordo tra le due differenti modalità di prova, cioè quella simulata e quella reale, in particolar modo per il test che prevede come tensione di confinamento 400 kPa.

All'interno di questo prove, come già più volte affermato, sono stati variati dei parametri, ma al solo scopo di ridurre i tempi di calcolo del software. Questi provvedimenti sono stati adottati, in ugual modo, sia per le sfere che per i clump.

Nelle prove realizzate con tensione di confinamento di 500 kPa il campione composto da clump ha fornito una resistenza maggiore rispetto al campione composto da sfere. Questo fatto è dovuto ad un maggiore ingranamento delle particelle non sferiche.

Analoghi risultati erano attesi anche per la prova con tensione di confinamento pari a 400 kPa, ma in questo caso il provino composto da clump ha fornito una resistenza inferiore rispetto a quella generata dalle sfere.

Tuttavia bisogna ricordare che tra le prove di laboratorio e le modellazioni numeriche esiste una sostanziale differenza. Infatti nelle modellazioni il clump, per sua natura, può sopportare qualsiasi stato tensionale senza subire disgregazioni. Non si può dire altrettanto per il clump creati mediante incollatura. Chiaramente la tecnica dell'incollaggio dei due lati ha creato un elemento altamente resistente, ma non esente da rottura.

Questa diversità può avere influito, in modo non trascurabile, sui risultati delle prove, indicando, per quelle modellate, resistenze superiori.

CONCLUSIONI

Il lavoro presentato all'interno di questa tesi ha avuto come fine ultimo l'analisi dell'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento tenso-deformativo di una pavimentazione stradale flessibile. Per raggiungere tale obiettivo è stato necessario iniziare dai riferimenti disponibili in bibliografia, realizzati da altri ricercatori, dai quali attingere le conoscenze emerse dalle loro indagini.

La nozione principale che è stata acquisita è la differenza tra il sistema clump e quello cluster per la realizzazione delle particelle non sferiche. Nel primo caso le sfere che lo compongono sono collegate tra loro a formare un oggetto che si comporta come un corpo rigido, che possiede un'unica velocità e non è soggetto a rottura, indipendentemente dalle forze in gioco. Nel secondo caso, invece, le sfere vanno a formare un elemento con comportamento non rigido ed ogni particella possiede una sua velocità di rotazione. I cluster, per definizione, possono quindi soffrire di problemi di rottura delle particelle, caratteristica che ha fatto preferire i clump come mezzo di rappresentazione del materiale granulare nelle modellazioni svolte nella presente tesi.

Altrettanto importante è stata la scelta del modello utilizzato per effettuare la simulazione numerica. È stato utilizzato, in particolare, il Metodo degli Elementi Distinti Particellari, proposto da Cundall e Strack nel 1979, il quale si basa su principi analoghi a quelli del DEM tradizionale, a differenza del quale schematizza i blocchi costituenti il sistema come particelle rigide di forma circolare. Grazie a quest'ultima caratteristica si propone come una valida metodologia per lo studio del comportamento tenso-deformativo dei materiali granulari.

Questo metodo si basa su un algoritmo di calcolo che richiede ad ogni ciclo l'aggiornamento dei contatti in base alla posizione ed al movimento relativo delle particelle. Ad ognuno è applicata la legge forza-spostamento al fine di valutare l'entità delle forze di contatto, mentre a ciascun elemento è applicata la seconda

legge di Newton per determinarne la velocità e la posizione sulla base delle forze e dei momenti applicati.

Utilizzando tali nozioni, lo studio eseguito ha previsto tre diverse fasi:

- La scelta della metodologia di modellazione più opportuna al fine di simulare l'aggregato reale in modo significativo;
- La calibrazione dei parametri microscopici con cui schematizzare le particelle;
- Indagine dell'influenza della forma e delle dimensioni dei grani dell'aggregato sul comportamento tenso-deformativo del sistema.

Allo scopo di definire la metodologia più opportuna per simulare l'aggregato reale, è stato necessario scegliere la tipologia più adeguata di rappresentazione delle sfere, e definire il test di laboratorio da modellare.

Partendo dai risultati disponibili in letteratura sono state scelte particelle sferiche di acciaio poiché costituiscono un "aggregato ideale", cioè in grado di garantire caratteristiche fisiche e geometriche costanti. In questo modo è possibile fornire un confronto significativo tra i risultati numerici e quelli sperimentali in virtù del fatto che le sfere sono ben riproducibili con il metodo DEM particellare. Infatti tali particelle possiedono una geometria che risulta facilmente modellabile in termini sia di diametro, sia di sfericità, con una superficie uniforme della quale è nota la relativa tolleranza di fabbricazione.

Per quanto riguarda il test di laboratorio da simulare, è stato scelto quello triassiale poiché è in grado di riprodurre le condizioni tensionali e di confinamento che si verificano in sito. Inoltre fornisce risultati significativi sul fenomeno fisico studiato, è facile e veloce da svolgere, ed è altrettanto facile da modellare con il metodo DEM particellare.

Partendo da questi presupposti sono state simulate diverse prove triassiali, con differenti tensioni di confinamento, e sono stati confrontati i risultati ottenuti dai modelli numerici con quelli ricavati in laboratorio.

In particolare sono state considerate due tipologie di provini, nella prima categoria sono presenti quelli costituiti da sfere, utilizzati nella fase iniziale di

calibrazione dei parametri microscopici, come l'attrito tra le particelle, mentre nella seconda sono presenti quelli costituiti da clump a tre sfere, aventi un diametro totale pari a quello delle sfere singole. Quest'ultima condizione permette il confronto tra i modelli, e di conseguenza la determinazione dell'effetto della forma delle particelle.

I risultati ottenuti hanno permesso di valutare le potenzialità ed i limiti del Metodo degli Elementi Distinti Particellari. Per prima cosa è possibile affermare che questa tecnica di simulazione consente una rappresentazione del modello molto fedele alla realtà fisica, e si propone come una valida evoluzione delle teorie tradizionali. Si ricorda che le tecniche tradizionali, come i modelli al continuo, incorporano la natura particellare del conglomerato bituminoso all'interno di leggi costitutive elasto-plastiche, per cui lo studio può essere condotto a livello fenomenologico anziché a livello "atomico". Tale approccio presenta un'efficacia e una significatività, almeno dal punto di vista fenomenologico, consolidata e approvata dall'evidenza scientifica. È opportuno sottolineare però, che i metodi continui non riescono a ricreare la natura particellare tipica dei conglomerati bituminosi.

Diventa, quindi, indispensabile ricorrere ad un approccio di tipo discontinuo, in grado di prendere in considerazione il carattere discreto del sistema ed analizzare i processi microscopici di base che ne determinano il comportamento tenso-deformativo macroscopico.

A tal fine sono però necessari lunghi tempi di calcolo che costringono ad adottare sistemi di dimensioni ridotte o formati da un numero limitato di particelle. Esistono inoltre alcune difficoltà nel correlare i parametri microscopici da inserire nella modellazione con quelli macroscopici derivanti dalla letteratura o da test di laboratorio, richiedendo quindi un'intensa attività di ricerca sperimentale.

Quest'ultima, in particolare, deve essere in grado di fornire chiare correlazioni tra parametri microscopici e macroscopici, permettendo così di stimare accuratamente i valori di input.

Per quanto riguarda i risultati ottenuti, la modellazione ha evidenziato che nei provini si manifesta un andamento della curva sforzo deviatorico - deformazione assiale che, dopo una fase iniziale nella quale la tensione deviatorica cresce in modo monotono, si arriva a rottura in corrispondenza del punto di picco della curva, oltre il quale la resistenza rimane pressoché costante.

Per ogni valore di sollecitazione di confinamento, i valori di picco delle curve aumentano al crescere della complessità della forma delle particelle che compongono il provino, poiché, aumentando l'ingranamento reciproco tra queste ultime, la resistenza complessiva del sistema diventa più elevata;

Per quanto riguarda l'andamento della deformazione volumetrica in funzione della deformazione assiale, si assiste inizialmente ad una riduzione del volume, seguita da un'inversione di tendenza, corrispondente ad un aumento del volume del provino. Il materiale, quindi, sotto l'azione dello sforzo deviatorico all'inizio subisce una contrazione di volume dovuta al fatto che le particelle sono spinte ad assumere un arrangiamento più stretto, poi, dopo la rottura, siccome le particelle non possono addensarsi ulteriormente, si assiste ad una dilatazione. Si nota, quindi, che il materiale esplica un comportamento dilatante, fenomeno che si intensifica al crescere della tensione di confinamento.

Per ogni tipologia di particella elementare le forze di contatto sia normali, sia tangenziali aumentano al crescere della tensione di confinamento, dove in particolare le prime, sono sempre più elevate delle seconde. Per ogni valore di sollecitazione di confinamento, inoltre, i valori delle forze di contatto aumentano al crescere della complessità della forma delle particelle che compongono il provino, poiché, aumentando l'ingranamento reciproco tra queste ultime, la resistenza complessiva del sistema diventa più elevata;

Sul piano di Mohr i risultati ottenuti evidenziano che la resistenza complessiva del sistema risulta maggiore nel sistema composto da clump che in quelli formato solamente da particelle sferiche, verificandosi un aumento dell'angolo di attrito macroscopico.

È quindi possibile affermare che il metodo degli Elementi Distinti Particellari costituisce una valida alternativa a quelli tradizionali al continuo, al fine di ottenere una rappresentazione dei fenomeni maggiormente fedele alla realtà fisica.

Negli ricerche future, in base ai dati ottenuti dalle suddette prove, sarà possibile approfondire l'indagine sullo studio parametrico attraverso sia l'influenza dell'appiattimento delle particelle, utilizzando clump formati da sfere non compenstrate di ugual diametro, sia l'influenza dell'assortimento granulometrico, creando clump composti da sfere non compenstrate di diverso diametro.

BIBLIOGRAFIA

- [1] *Asmar B. N., Langston P. A., Matchett A. J. & Walters J. K.* – **Validation tests on a distinct element model of vibrating cohesive particle systems** – Computers and Chemical Engineering, vol. 26, pag. 785-802, 2002
- [2] *Bailey C. & Cross M.* – **A finite volume procedure to solve elastic solid mechanics problems in three-dimensions on an unstructured mesh** – International Journal of Numerical Methods , vol. 38, pag. 1757-1776, 1995
- [3] *Blandford G. E., Ingraffea A. R. & Liggett J. A.* – **Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method** – International Journal of Numerical Method in Engineering, vol. 17, pg. 387-406, 1981
- [4] *Brauer J.* – **Finite element analysis** – Marcel Dekker, New York, 1988
- [5] *Bucchi A.* – **Appunti delle lezioni di Costruzione di Strade, Ferrovie ed Aeroporti** – Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Civile, Anno Accademico 2004/2005
- [6] *Calvetti F.* – **Limitations and perspectives of the micromechanical modelling of granular materials** – Mathematical and Computer Modelling, vol. 37, pag. 485-495, 2003
- [7] *Cesari F.* – **Introduzione al Metodo degli Elementi Finiti** – Pitagora Editrice, Bologna, 2002
- [8] *Cheng Y. F., Guo S. J. & Lai H. Y.* – **Dynamic simulation of random packing of spherical particles** – Powder Technology, vol. 107, pag. 123-130, 2000
- [9] *Cheng Y. M.* – **Advancements and improvements in discontinuous deformation analysis** – Computers and Geotechnique, vol. 22, n. 2, pag. 153-163, 1998
- [10] *Cheng Y. M. & Zhang Y. H.* – **Coupling of FEM and DDA methods** – The International Journal of Geomechanics, vol. 2, pag. 503-517, 2002

- [11] *Cho N., Martin C. D., Segol D. C.* – **A clumped particle model for rock** – International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 44, pag. 997-1010, 2007
- [12] *Choi S. K.* – **Application of the distinct element method for rock mechanics problems** – Engineering Computations, vol. 9, pag. 225-233, 1992
- [13] *Colombo P., Colleselli F.* – **Elementi di Geotecnica** – terza edizione, editrice Zanichelli, pag. 61-74
- [14] *Cook B. & Jensen R.* – **Discrete Element Methods – Numerical Modelling of Discontinua** – Proceedings of the 3rd International Conference, Santa Fe, New Mexico, September 23-25, Geotechnical Special Publication n. 117, ASCE, 2002
- [15] *Cravero M., Iabichino G. & Oreste P.* – **Metodi per l'analisi di stabilità dei pendii in roccia** – Atti delle Conferenze di Geotecnica di Torino, XIX ciclo, vol. 19.04, 4-6 Novembre, 2003
- [16] *Cundall P. A.* – **Formulation of a three-dimensional distinct element model – part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks** – International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 25, pag. 107-116, 1988
- [17] *Cundall P. A., Strack O. D. L.* – **A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies** – Geotechnique, 29, pag. 47-65, 1979
- [18] *Di Renzo A. & Di Maio F. P.* – **Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes** – Chemical Engineering Science, vol. 59, pag. 525-541, 2004
- [19] *Dolezalova M. & Koran P.* – **Micromechanical modelling of a dump material** – International Journal of Geomechanics, vol. 2, pag. 47-74, 2002
- [20] *Edil T. B., Krizek R. J., Zelasko J. S.* – **Effect of Grain Characteristics on Packing of Sand** – Istanbul Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., 1, pag. 46-54, 1975
- [21] *Elata D. & Berryman J. D.* – **Contact force-displacement laws and the mechanical behaviour of random packs of identical spheres** – Mechanics of Materials, vol. 24, pag. 229-240, 1996

- [22] *Fallah N. A., Bailey C., Cross M. & Taylor G. A.* – **Comparison of finite element and finite volume methods application in geometrically nonlinear stress analysis** – Applied Mathematical Modelling, vol. 24, pag. 439-455, 2000
- [23] *Fortin J., Millet O. & Saxcé G.* – **Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method** – International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 62, pag. 639-663, 2005
- [24] *Frost J. D., Han J.* – **Behavior of interfaces between fiber-reinforced polymers and sands** – J. of Geotech. Eng., ASCE, 125(8), pag. 633–640, 1999
- [25] *Gabrieli F.* – **L'approccio particellare per la modellazione numerica dell'insacco di instabilità di versante in terreni granulari** – Dottorato di Ricerca in Scienze dell'Ingegneria Civile ed Ambientale, XXI ciclo, Università degli Studi di Padova, Anno Accademico 2008/2009
- [26] *Goodman R. E., Taylor R. L. & Brekke T. L.* – **A model for the mechanics of jointed rock** – Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 94, pag. 637-659, 1968
- [27] *Hart R., Cundall P. A. & Lemos J.* – **Formulation of a three-dimensional distinct element model – part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks** – International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 25, pag. 117-125, 1988
- [28] *Holtz R. D., Kovacs W. D.* – **An Introduction to Geotechnical Engineering** – Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1981
- [29] *Hudson J. A.* – **Rock engineering case histories: key factors, mechanisms and problems** – Proceedings of the ISRM Regional Symposium EUROCC2001, Finland, 4-7 June, 2001
- [30] *Issa J.A. & Nelson R. B.* – **Numerical analysis of micromechanical behaviour of granular materials** – Engineering Computations, vol. 9, pag. 211-223, 1992
- [31] *Itasca* – **PFC2D (Particle Flow Code in 2 Dimensions) Manual version 3.0** – Itasca Consultig Group, 2002
- [32] *Itasca* – **PFC3D (Particle Flow Code in 3 Dimensions) Manual version 3.0** – Itasca Consultig Group, 2002

- [33] *Jensen R. P., Bosscher P. J., Plesha M. E., Edil T. B.* – **DEM simulation of granular media-structure interface: effects of surface roughness and particle shape** – Int. J. Numer. Anal. Method in Geomech., 23, pag. 531–547, 1999
- [34] *Jensen R. P., Edil T. B., Bosscher P. J., Plesha M. E., Kahla N. B.* – **Effect of particle shape on interface behavior of DEM-simulated granular materials** – The International Journal of Geomechanics, volume 1, numero 1, 2001
- [35] *Jiang M. J., Konrad J. M. & Leroueil S.* – **An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies** – Computers and Geotechnics, vol. 30, pag. 579-597, 2003
- [36] *Jing L.* – **A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering** – International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 40, pag. 283-353, 2003
- [37] *Jing L.* – **Formulation of discontinuous deformation analysis (DDA) - an implicit discrete element model for block systems** – Engineering Geology, vol. 49, pag. 371-381, 1998
- [38] *Ke T. & Bray J.* – **Modelling of particulate media using discontinuous deformation analysis** – Journal of Engineering Mechanics, vol. 121, n. 11, pag. 1234-1242, 1995
- [39] *Kruyt N. P.* – **Toward micro mechanical constitutive relations for granular materials based on two dimensional discrete element simulation** – Modern approaches to plasticity, Ed. D. Kolymbas, Elsevier, 1993
- [40] *Langston P., Al-Awamleh A., Fraige F. & Asmar B.* – **Distinct element modeling of non-spherical frictionless particle flow** – Chemical Engineering Science, vol. 59, pag. 425-435, 2004
- [41] *Lin X., Ng T.-T.* – **A three dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids** – Geotechnique, 47(2), pag. 319–329, 1997
- [42] *Masson S., Martinez J., Baylac B. & Ferrellec J.* – **Discrete numerical simulation of granular materials** – Mecanique & Industries, vol. 4, pag. 497-504, 2003
- [43] *Mindlin R. D. & Deresiewicz H.* – **Elastic spheres in contact under varying oblique forces** – Journal of Applied Mechanics, vol. 20, pag. 327-344, 1953

- [44] *Ng T.-T.* – **Hydrostatic boundaries in discrete element methods** – Proc., 3rd Int. Conf. on Discrete Element Methods, Santa Fe, N.M., ASCE, New York, pag. 47–51, 2002
- [45] *Ng T.-T.* – **Triaxial test simulations with discrete element method and hydrostatic boundaries** – Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Ottobre 2004, pag. 1188-1194
- [46] *Ng T.-T., Wang C.* – **Numerical study of arrays of ellipsoids** – Proc., 13th EMD Conf., (CD-ROM) ASCE, Baltimore, 1999
- [47] *O’Sullivan C., Bray J. & Riemer M.* – **Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particles using physical tests and discrete element simulations** – Journal of Engineering Mechanics, vol. 130, pag. 1140-1150, 2004
- [48] *Perrone N. & Kao R.* – **A general finite difference method for arbitrary meshes** – Computers and Structures, vol. 5, pag. 45-58, 1975
- [49] *Portela A., Aliabadi M. H. & Rooke D. P.* – **Dual boundary element incremental analysis of crack propagation** – International Journal of Numerical Method in Engineering, vol. 46, pag. 237-284, 1993
- [50] *Potyondy D. O. & Cundall P. A.* – **A bonded-particle model for rock** – International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 41, pag. 1329-1364, 2004
- [51] *Rothenburg L., Bathurst R. J.* – **Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles** – Geotechnique, 42(1), pag. 79–95, 1992
- [52] *Sundberg A. J.* – **Interface Behavior of Granular Media in Direct Shear** – M.S. thesis, University of Wisconsin, Madison, 1999
- [53] *Thomas P. A., Bray J. D.* – **Capturing nonspherical shape of granular media with disk clusters** – Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering, pag. 169-178, March 1999
- [54] *Ting J. M., Corkum B. T., Kauffman C. R. e Greco C.* – **Discrete numerical model for soil mechanics** – J. Geotech. Engng. Div., ASCE, 115, pag. 379-398, 1989

- [55] *Ting J. M., Khwaja M., Meachum L. R. and Rowell J. D.* – **An ellipse-based discrete element model for granular materials** – Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 17, pag. 603-623, 1993
- [56] *Vignali V.* – **Impiego di metodi numerici avanzati nello studio della spinta delle terre** – Tesi di dottorato in Ingegneria dei Trasporti, Università di Bologna, 2006
- [57] *Walton O. R. e Braun R. L.* – **Simulation of rotary-drum and repose tests for frictional spheres and rigid sphere clusters** – Joint DOE/NSF Workshop on Flow of Particulates and Fluids, 20 Sept.-1 Oct 1993, Ithaca, NY
- [58] *Wheel M. A.* – **A geometrically versatile finite volume formulation for plane elastostatic stress analysis** – Journal of Strain Analysis, vol. 31, pag. 111-116, 1996
- [59] *Zelasko J. S., Krizek R. J., Edil T. B.* – **Shear Behavior of Sands as a Function of Grain Characteristics** – Istanbul Conf. Soil Mech. Found. Eng., 1, pag. 55-64, 1975
- [60] *Zienkiewicz O., Best B., Dullage C. & Stagg K.* – **Analysis of nonlinear problems in rock mechanics with particular reference to jointed rock system** – Proceeding of the 2nd International Congress on Rock Mechanics, Belgrade, 1970

SITI INTERNET CONSULTATI

www.ascelibrary.org

www.henkel.com

www.itascacg.com

www.martinballs.it

www.tecnotest.it

www.sciencedirect.com

RINGRAZIAMENTI

Prima di tutto i miei ringraziamenti sono rivolti al Dipartimento di Strade e in particolare modo al Professor Giulio Dondi e agli Ingegneri Valeria Vignali e Giulia Manganelli, per avermi seguito nella realizzazione di questo elaborato, che conclude il mio percorso di studi, e per avermi fornito preziosi insegnamenti.

Un affettuoso grazie deve essere indirizzato ai miei genitori che mi hanno seguito durante tutta la mia carriera studentesca e che hanno fatto in modo di fornirmi un costante supporto, soprattutto nei momenti più duri.

Oltre ai miei genitori devo ricordare le altre persone speciali della mia vita, ovvero mia sorella, mio fratello, i cognati e le “nipotine” che mi hanno spinto a dare il meglio, facendomi sempre vedere il lato positivo delle cose.

Poi c'è Claudia, che cosa posso dire... è la ragazza che ha condiviso con me quasi metà della mia vita, è il sole attorno al quale ruota il mio mondo e che mi riscalda con il suo amore. Posso solo cercare di restituire l'affetto ricevuto e cercare di essere quella metà che completa il suo tutto.

A questo punto voglio ringraziare i Micheli, cioè Cava e Lipiz, che hanno affrontato con me la vita universitaria e che si sono dimostrati leali e fidati amici.

Vorrei poter scrivere il nome di tutti i miei colleghi e amici, ma rischierei di dimenticarne qualcuno, ed è per questo che vi abbraccio tutti con affetto e sincera stima.

Quindi non mi resta che dire nuovamente: **GRAZIE**