

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DISTART

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del
Rilevamento e del Territorio

Corso di laurea specialistica in Ingegneria Civile – Indirizzo Strutture

INSEGNAMENTO: COSTRUZIONE DI STRADE, FERROVIE ED AEROPORTI L-S

**CRITERI DI CALCOLO DELLE
PAVIMENTAZIONI STRADALI FLESSIBILI:
I METODI PARTICELLARI**

Tesi di Laurea di:

BIANCHI MARCO

Relatore:

Chiar.mo Prof. Ing. GIULIO DONDI

Correlatore:

Dott. Ing. VALERIA VIGNALI

II Sessione

PAROLE CHIAVE

Modellazione numerica
Sovrastruttura stradale flessibile
Prova triassiale
Particle Flow Code In Three Dimensions
Metodo degli Elementi Distinti Particellari

INDICE

INTRODUZIONE	1
1. LA FATICA DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI	5
1.1. INTRODUZIONE	5
1.2. LA PAVIMENTAZIONE STRADALE	6
1.2.1. Il pacchetto stradale	6
1.2.2. I materiali impiegati	9
1.3. IL DEGRADO DELLA PAVIMENTAZIONE STRADALE	11
1.3.1. Rottura a fatica di tipo bottom-up	13
1.3.2. Rottura a fatica di tipo top-down o fessurazione longitudinale	15
1.3.3. Deformazione permanente o ormaiamento	16
1.3.4. Addensamento monodimensionale o compressione verticale	17
1.3.5. Scorrimento laterale o movimento plastico	17
1.3.6. Rottura per fenomeni termici (“Thermal Cracking”)	18
1.4. COS’E’ LA FATICA?	19
1.5. CAUSE GENERATRICI ESTERNE E SVILUPPO DEL DANNO PER FATICA	22
1.6. VARIABILI INTERNE CHE INFLUENZANO LE FESSURAZIONI PER FATICA	24
1.7. LO STUDIO DELLA FATICA IN LABORATORIO	25
1.7.1. Tipi di prove a fatica: forme di caricamento ciclico	29
1.7.2. Modi di carico: controllo di tensione (stress control) e di deformazione (strain control)	32
1.7.3. Prove a fatica: variabilità dei dati	34
1.8. RAPPRESENTAZIONE ED INTERPRETAZIONE DI PROVE DI FATICA	36
1.9. L’APPROCCIO TRADIZIONALE	38
1.10. L’APPROCCIO ENERGETICO	45
1.11. L’APPROCCIO IN TERMINI DI DANNO	51
1.12. LEGGI SPERIMENTALI DI FATICA	56
1.13. CONCLUSIONI	58

2. LA CARATTERIZZAZIONE PRESTAZIONALE DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI	61
2.1. INTRODUZIONE	61
2.2. IL MODULO COMPLESSO	63
2.3. IL MODULO SECANTE	66
2.4. IL MODULO RESILIENTE	66
2.5. IL MODULO DI RIGIDEZZA	70
3. DECADIMENTO STRUTTURALE DEI MATERIALI A MATRICE BITUMINOSA	73
3.1. INTRODUZIONE	73
3.2. DECADIMENTO STRUTTURALE DI UNA SOVRASTRUTTURA FLESSIBILE	73
3.3. MECCANICA DEL DANNO	76
3.4. DECADIMENTO DELLA RIGIDEZZA NEI CONGLOMERATI BITUMINOSI	79
3.5. MODELLI DI ACCUMULO DEL DANNO PER FATICA	82
3.6. FASE SPERIMENTALE	86
3.6.1. Il parametro α	90
3.6.2. Il parametro β	91
3.7. ANALISI DEI RISULTATI	92
3.8. CONCLUSIONI	94
4. MODELLO DI PREVISIONE DELLA FESSURAZIONE TERMICA DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI FLESSIBILI	97
4.1. INTRODUZIONE	97
4.2. STUDI E MODELLI DI PREVISIONE DELLA FESSURAZIONE TERMICA	98
4.3. IL MODELLO TEORICO PROPOSTO	101
4.4. INDAGINE SPERIMENTALE	106
4.4.1. Materiali	106
4.4.2. Determinazione sperimentale di $E(T)$	107
4.4.3. Determinazione sperimentale di $\mu(T)$	107

4.5. SOLUZIONE ANALITICA	109
4.5.1. Condizioni al contorno	109
4.5.2. Risultati numerici	109
4.6. CONCLUSIONI	113
5. TECNICHE NUMERICHE AVANZATE DI MODELLAZIONE	115
5.1. INTRODUZIONE	115
5.2. IL METODO DELLE DIFFERENZE FINITE (<i>Finite Difference Method - FDM</i>)	119
5.2.1. Concetti base	119
5.2.2. Vantaggi e limiti del FDM	121
5.3. IL FINITE VOLUME METHOD (FVM)	121
5.4. IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI (<i>Finite Element method - FEM</i>)	124
5.4.1. Concetti base	124
5.4.2. Vantaggi e limiti del FEM	126
5.5. IL METODO DEGLI ELEMENTI DI CONTORNO (<i>Boundary Element Method -BEM</i>)	127
5.5.1. Concetti base	127
5.5.2. Vantaggi e limiti del BEM	130
5.6. IL METODO DEGLI ELEMENTI <i>DISCRETI</i> (<i>Discrete Element Method - DEM</i>)	131
5.6.1. Concetti base	131
5.6.2. Vantaggi e limiti del DEM	132
5.7. IL <i>DEM</i> ESPLICITO	133
5.8. IL <i>DEM</i> IMPLICITO: IL <i>DDA</i>	138
5.9. IL <i>DEM</i> PARTICELLARE	139
5.9.1. Il ciclo di calcolo	139
5.9.2. La legge forza-spostamento	143
5.9.3. Il moto	147
5.9.4. Lo smorzamento	148
5.9.5. L'intervallo di tempo critico	151
5.9.6. Vantaggi e limiti del DEM particellare	153

6. IL METODO AGLI ELEMENTI DISTINTI	
PARTICELLARI	155
6.1. INTRODUZIONE	155
6.2. LO STUDIO MICROMECCANICO DEI MATERIALI	157
7. PFC3D: PARTICLE FLOW CODE IN THREE	
DIMENSIONS	163
7.1. INTRODUZIONE	163
7.2. NOMENCLATURA	165
7.3. COMPONENTI DI UN MODELLO PFC3D	170
7.4. LA LEGGE FORZA-SPOSTAMENTO	171
7.5. LA LEGGE DEL MOTO	174
7.6. LO SMORZAMENTO	175
7.7. LA CREAZIONE DEL MODELLO	175
7.7.1. Introduzione	175
7.8. LA GENERAZIONE DELLE PARTICELLE	176
7.9. I MODELLI DI CONTATTO	179
7.9.1. Il modello di rigidezza	179
7.9.2. Il modello di slittamento	181
7.9.3. Il modello di legame	181
7.10. APPLICAZIONE DELLE CONDIZIONI INIZIALI ED AL	184
CONTORNO	
7.11. L'INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI	185
7.12. APPLICAZIONI DI <i>PFC</i>	186
8. LA MODELLAZIONE NUMERICA DL	
CONGLOMERATO BITUMINOSO	191
8.1. INTRODUZIONE	191
8.2. ASPETTI EMERSI DAI LAVORI DI RICERCA	198
9. L'ANALISI SPERIMENTALE CON PFC3D	201
9.1. INTRODUZIONE: LA SCELTA DEL METODO NUMERICO	201
9.2. SCELTA DELLA METODOLOGIA DI MODELLAZIONE PIÙ	
OPPORTUNA AL FINE DI SIMULARE L'AGGREGATO	
REALE	206
9.3. LA CREAZIONE DEL CAMPIONE	208

9.3.1. Definizione dei confini	209
9.3.2. La generazione delle balls	211
9.3.3. Raggiungimento della porosità desiderata	215
9.3.4. Assegnazione delle proprietà	220
9.4. OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI	221
10. SIMULAZIONE DI UNA PROVA TRIASSIALE	223
10.1. INTRODUZIONE	223
10.2. LA PROVA TRIASSIALE	223
10.3. IL MODELLO UTILIZZATO E LA PREPARAZIONE DEL CAMPIONE	226
10.3.1. Calcolo e controllo dello stato tensionale	227
10.4. PROGRAMMA DELLE PROVE	229
10.5. INDAGINE DELL'INFLUENZA DELLA FORMA E DELLE DIMENSIONI DEI GRANI DELL'AGGREGATO SUL COMPORTAMENTO TENSO-DEFORMATIVO DEL SISTEMA	230
11. RISULTATI DELLE PROVE E LORO INTERPRETAZIONE	237
11.1. INTRODUZIONE	237
11.2. PROVA_1	237
11.2.1. Prova_2 e Prova_3	242
11.3. CONFRONTO TRA LE PROVE	245
11.3.1. Influenza della tensione di confinamento	245
11.4. RISULTATI DELLE PROVE CON LA LOGICA CLUMP	248
11.4.1. Clump a due sfere	248
11.4.1.1. Modello creato	248
11.4.2. Clump a tre sfere	256
11.4.2.1. Modello creato	256
11.4.3. Clump a quattro sfere	260
11.4.3.1. Modello creato	260
11.5. I CIRCOLI DI MOHR	264
11.6. CONCLUSIONI	266

CONCLUSIONI	269
Sviluppi futuri della ricerca	271
BIBLIOGRAFIA	279

INTRODUZIONE

L'approccio tradizionale alla modellazione numerica si basa su uno studio macroscopico della risposta meccanica attraverso modelli costitutivi basati sul continuo che, per la loro intima concezione, non tengono conto della natura eterogenea del materiale.

In ambito stradale, e più in generale nell'ambito dell'ingegneria civile, si osserva tuttavia che il comportamento meccanico dei materiali utilizzati è spesso fortemente influenzato dalla mutua interazione tra le fasi eterogenee che lo costituiscono. Risulta pertanto auspicabile il ricorso ad uno strumento che sia in grado di considerare il carattere discreto della materia, rappresentando i materiali in esame attraverso una struttura eterogenea associabile a quella reale. È questo l'approccio del codice di calcolo DEM (Distinct Element Method), che modella la struttura microscopica del materiale come un insieme di particelle discontinue, rappresentando diversi aspetti della realtà sulla base di leggi costitutive e un numero limitato di parametri intrinseci del materiale.

In particolare, la presente Tesi si propone di studiare attraverso il metodo agli elementi distinti particellari, già utilizzato in letteratura per lo studio di materiali granulari non legati, la modellazione numerica dei materiali della sovrastruttura stradale, considerandone la peculiare eterogeneità data dalla presenza di una matrice litica, caratterizzata da un determinato assortimento granulometrico, e di un legante.

A fronte di ciò, attraverso l'utilizzo del software commerciale PFC3D della Itasca Software, si è affrontato lo studio dei parametri che maggiormente influenzano il comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile.

Nei primi Capitoli sono riportati i risultati di una lunga ricerca bibliografica fatta allo scopo di introdurre l'argomento trattato.

Nel **Capitolo 1** viene introdotto il fenomeno della fatica, una delle principali cause di deterioramento della sovrastruttura stradale.

“La fatica nelle pavimentazioni bituminose è il fenomeno della fessurazione. Essa consiste in due fasi principali, l'innescio e la propagazione, ed è causata dalle

deformazioni per trazione generate non solo dal carico indotto dal traffico, ma anche dalle variazioni di temperatura e dalle procedure di costruzione”.

Alla luce di questa definizione, si rende necessario, pertanto, valutare sia la fase iniziale, sia la propagazione della fessurazione, al fine di ottenere un quadro completo delle prestazioni a fatica di una pavimentazione stradale in generale e di una miscela bituminosa in particolare.

L’esigenza di conoscere la risposta dei materiali bituminosi, costituenti gli strati superficiali delle pavimentazioni stradali, alle sollecitazioni periodiche del traffico veicolare ha portato allo sviluppo di test dinamici di laboratorio tramite i quali è possibile determinare gli stati tenso-deformativi all’interno di un provino.

Nei **Capitoli 2, 3 e 4** si affronta la caratterizzazione dei conglomerati bituminosi in termini di modulo elastico e modulo di rigidità, e del loro degrado strutturale nel tempo sotto l’azione combinata del clima e del traffico.

Nel **Capitolo 5** si possono osservare le potenzialità e i limiti dei vari codici di calcolo di modellazione numerica, che sono convenientemente classificati in due grandi gruppi: i metodi al continuo e i metodi discontinui. L’approccio al continuo ha avuto spesso successo in quanto la microstruttura, in rapporto agli oggetti di normale interesse, ha una scala molto piccola. A volte, però, esso risulta riduttivo: ad esempio è molto scarsa la capacità di questi modelli di prevedere il comportamento non elastico quando i campioni sono sottoposti a carichi arbitrari. Nello studio del comportamento dei conglomerati bituminosi, quindi, diventa più conveniente una modellazione di tipo discontinuo, così da poter comprendere i processi microfisici di base che governano la materia granulare e che portano ad un certo andamento tenso-deformativo a livello della macroscale.

Fino a qualche decennio fa era impensabile studiare i materiali granulari a livello particellare, in quanto le variabili in gioco sono alquanto numerose; oggi con lo sviluppo sempre maggiore dei calcolatori, diventa auspicabile un incremento della ricerca in tale direzione. A tal fine può essere adottato un approccio di tipo microscopico, che consenta di rappresentare i reali processi fisico-meccanici dai quali dipende la risposta macroscopica d’insieme. Ciò è possibile utilizzando il metodo degli Elementi Distinti Particellari (**Capitolo 6**), che schematizza il materiale granulare, assai realisticamente, come un insieme di particelle

indipendenti che interagiscono nei punti di reciproco contatto secondo appropriate leggi costitutive.

Il programma di calcolo utilizzato per le simulazioni numeriche, *Particle Flow Code in Three Dimensions*, è un codice agli Elementi Discreti; nel **Capitolo 7** ne vengono riportate le leggi di base e le potenzialità e nel **Capitolo 8** alcune possibilità di applicazione.

Lo studio sperimentale, in particolare, è stato articolato in due fasi distinte (**Capitoli 9 e 10**). Quella iniziale, mirata alla determinazione dei parametri microscopici con cui schematizzare il materiale, ha previsto la modellazione di diversi test triassiali eseguiti su campioni formati da sfere di acciaio i cui risultati sono stati confrontati con quelli di laboratorio.

La seconda parte dello studio, invece, ha indagato l'influenza della forma e delle dimensioni dei grani dell'aggregato sul comportamento tenso-deformativo del sistema. A tal fine sono stati simulati diversi test triassiali su provini formati da clump di sfere di acciaio, cioè da elementi ottenuti assemblando particelle circolari, aventi comportamento rigido.

Particolare attenzione è stata prestata alla caratterizzazione iniziale dei modelli numerici e alla procedura di calibrazione degli stessi, finalizzata a raggiungere un soddisfacente grado di rispondenza ai risultati sperimentali attraverso una procedura di back analysis.

Le diverse configurazioni studiate, rappresentative di altrettante situazioni reali, costituiscono un solido riferimento per una prima modellazione del fenomeno e propongono l'utilizzo del metodo DEM non solo come analisi di complemento, ma come strumento privilegiato per la descrizione di fenomeni reali non ancora del tutto compresi.

I risultati delle prove sono descritti ampiamente nel **Capitolo 11**.

CAPITOLO1: LA FATICA DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI

1.1. INTRODUZIONE

Il fenomeno della fatica è una delle principali cause di deterioramento della sovrastruttura stradale. Si manifesta in un primo momento nella degradazione degli strati legati del pacchetto e, conseguentemente, nel danneggiamento dell'intera struttura della pavimentazione. I materiali bituminosi utilizzati nella costruzione stradale, infatti, sono soggetti a carichi ripetitivi corrispondenti al continuo passaggio dei veicoli; tali carichi, se sufficientemente elevati, determinano la perdita di rigidità dei materiali costituenti il pacchetto e possono, attraverso l'accumulo delle sollecitazioni nel lungo periodo, portare alla fessurazione ed alla rottura. Il danneggiamento per fatica, pertanto, deve essere correttamente compreso e studiato al fine di assicurare un'adeguata progettazione strutturale.

Le moderne procedure di progetto delle sovrastrutture stradali flessibili, definite empirico-meccanicistiche (M-E), utilizzano modelli di predizione del degrado che tengono conto di tutti i fenomeni di deterioramento che vi concorrono, al fine di valutare il progetto in base a criteri di prestazione stabiliti dal progettista. La valutazione delle performance delle pavimentazioni flessibili include, tra le varie forme di degrado, la rottura a fatica. La metodologia M-E rappresenta uno sviluppo delle moderne tecniche razionali e semiempiriche ed associa all'analisi meccanicistica tradizionale la caratterizzazione a fatica dei materiali in laboratorio.

Per la valutazione del modulo di rigidità e la caratterizzazione a fatica in laboratorio dei conglomerati bituminosi la normativa europea [EN 12697-24: 2004, EN 12697-26: 2004] riporta numerose configurazioni di prova.

Considerata la diversità dei risultati ottenibili applicando differenti procedure di prova su uno stesso materiale in termini sia di valutazione del modulo di rigidità del conglomerato sia di stima della vita utile del materiale (come emerso da precedenti sperimentazioni), uno degli obiettivi di questa tesi è quello di approfondire la conoscenza sul fenomeno della fatica e sui diversi metodi di analisi e procedure di prova a fatica alla luce anche della recente entrata in vigore

delle specifiche inerenti la marcatura CE dei conglomerati bituminosi [EN 13108-1: 2006; EN 13108-20, 2006] che prevede la possibilità di caratterizzare i conglomerati seguendo un approccio di tipo prestazionale.

1.2. LA PAVIMENTAZIONE STRADALE

1.2.1. Il pacchetto stradale

Una pavimentazione stradale, sia essa flessibile o semi-rigida, è tradizionalmente costituita da più strati sovrapposti di materiali differenti, composti da miscele di aggregati lapidei e leganti, a formare una vera e propria struttura frapposta tra i carichi ed il terreno in posto che prende anche il nome di Sovrastruttura Stradale. La serie di strati costituenti ha in genere un'ossatura litica con dimensione degli elementi decrescente dal basso verso l'alto, a fronte di una qualità crescente delle caratteristiche meccaniche degli inerti stessi e della miscela che li comprende.

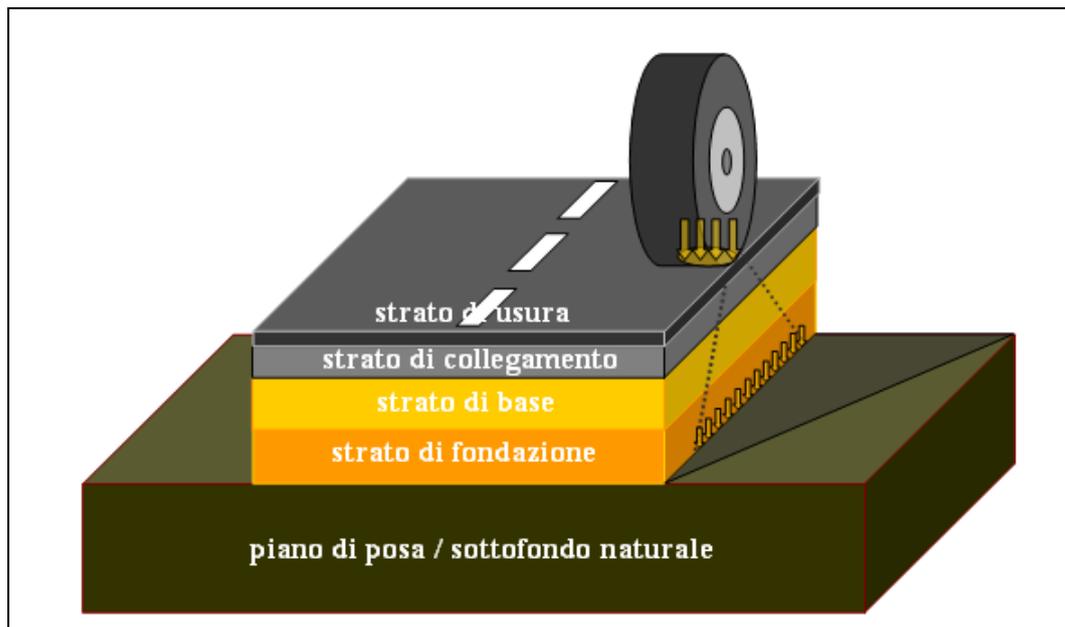


Figura 1.1: Schema di una pavimentazione stradale flessibile.

A ciascuno strato viene storicamente attribuita una funzione precisa e, conseguentemente, una caratterizzazione dimensionale, in termini di spessore ed una meccanica, in termini di resistenza alle sollecitazioni del materiale in esercizio. Prima di descrivere brevemente ciascuno strato, si ricorda che il ruolo primario della sovrastruttura stradale è quello di distribuire sul piano di posa,

ripartendoli convenientemente, gli sforzi dovuti ai carichi del traffico e che, per tale motivo essa dovrà avere uno spessore tale per cui le pressioni trasmesse al suolo siano sufficientemente ridotte e non superino quelle critiche del terreno (si veda la Figura 1.1 riferita al caso di una pavimentazione stradale flessibile).

In generale, a partire dal piano di posa, si possono trovare i seguenti strati:

- **uno strato di fondazione** di 30÷40 cm, posato sul terreno naturale in posto o di bonifica o sul piano finito del rilevato stradale, generalmente costituito da una miscela selezionata di inerti non legati aventi una granulometria assortita. Esso ha in primo luogo la funzione statica di ripartizione dei carichi, ma funge anche da elemento di separazione tra il terreno di sottofondo ed i materiali superficiali più pregiati. In tale senso ostacola anche la risalita capillare dell'acqua e la contaminazione degli strati sovrastanti da parte delle particelle fini del sottofondo;
- **uno strato di base** di 20÷25 cm, che nel caso di sovrastruttura flessibile, è costituito da conglomerato bituminoso con dimensione nominale degli aggregati di solito inferiore a quella dello strato di fondazione. È chiamato a resistere a fenomeni tipici di fatica essendo uno strato inflesso e prevalentemente sottoposto a sollecitazioni di trazione; riveste altresì un ruolo fondamentale nella limitazione del fenomeno dell'ormaiamento superficiale in base alla sua maggiore o minore cedevolezza;
- **uno strato di collegamento o binder** di 7÷10 cm, in conglomerato bituminoso, avente la funzione di collegare lo strato di base e lo strato d'usura, che presenta aggregati di dimensione nominale intermedia (20÷25 mm);
- **uno strato di usura, o manto d'usura** di 3÷4 cm, in conglomerato bituminoso, sul quale gravano direttamente le sollecitazioni indotte dai veicoli. Deve essere quindi in grado di resistere alle azioni normali e tangenziali trasmesse dai pneumatici, soprattutto in fase di accelerazione e decelerazione. Una funzione fondamentale dello strato di usura è legata al fatto che la superficie d'estradosso costituisce il piano viabile della sovrastruttura, sul quale debbono essere garantite caratteristiche di aderenza e regolarità indispensabili per il moto e per la sicurezza stradale.

Per tale motivo sono richieste elevate caratteristiche di resistenza all'urto ed all'abrasione degli inerti, una certa tenacità del legante ed un'opportuna rugosità della superficie finita. Assieme allo strato di collegamento l'usura ha anche la funzione di impedire la dannosa percolazione dell'acqua di superficie verso gli strati profondi, qualora non sia stata appositamente progettata come drenante. In quest'ultimo caso occorre un'impermeabilizzazione bituminosa ad hoc.

Frequentemente, strato di collegamento e strato di usura vengono identificati, nel complesso, col termine di strati superficiali. Gli spessori appena descritti per il caso di una pavimentazione stradale flessibile sono puramente indicativi.

Come già accennato, i compiti basilari della pavimentazione sono essenzialmente due: il trasferimento delle sollecitazioni indotte dai carichi mobili o statici al sottofondo naturale (sostentamento del veicolo) e la realizzazione di un piano viabile regolare e sicuro, ossia tale da garantire sia l'aderenza e quindi il moto, sia il comfort di marcia (sicurezza e regolarità del moto) per i veicoli che la percorrono. Se l'importanza del sostentamento e dell'aderenza era già conosciuta fin dalla costruzione delle strade consolari dell'Impero romano, la richiesta di comfort segue, ad oggi, lo sviluppo dei veicoli su gomma, sempre più performanti e tecnologicamente avanzati. Le modalità con le quali la pavimentazione svolge i compiti descritti sono dipendenti da molteplici fattori legati essenzialmente alla progettazione della sovrastruttura stradale stessa. In particolare, si evidenzia l'importanza dei materiali utilizzati e della loro configurazione di esercizio in opera, ovvero l'insieme degli strati secondo i quali il pacchetto è organizzato ed i relativi spessori.

La scelta dei materiali da impiegare nella costruzione e degli spessori da adottare viene fatta dal progettista sulla base dei volumi di traffico previsti, delle condizioni climatiche del luogo, della vita utile richiesta alla sovrastruttura e dei fondi a disposizione dell'ente proprietario della strada, nonché della natura dell'intervento da realizzare. Occorre, infatti, tener presente che la maggior parte degli interventi costruttivi sono di tipo manutentivo, ossia tali per cui al più vengono ripristinati soltanto gli strati superficiali del pacchetto. Ecco che molto spesso lo schema della sovrastruttura stradale originaria viene modificato con la

posa di nuovi materiali, in modi e tempi diversi e con diversi spessori. Sono frequenti carotaggi di pavimentazioni che rivelano la storia del pacchetto stradale stesso, ove è possibile identificare strati multipli posati in anni successivi con o senza fresatura od applicazioni di irruvidimento e risagomatura quali trattamenti superficiali o microtappeti a freddo.

1.2.2. I materiali impiegati

La Figura 1.2 rappresenta il margine di una pavimentazione stradale in costruzione. Osservandola ci si rende conto dell'eterogeneità dei materiali impiegati a stretto contatto tra loro. Il passaggio dal terreno naturale del piano di fondazione al conglomerato bituminoso, spesso modificato, dello strato di usura appare graduale.

La fondazione generalmente in misto granulare o stabilizzato granulometrico è uno strato definibile come non legato, in quanto non vengono impiegati leganti. Tuttavia, le caratteristiche di assortimento della curva granulometrica che lo contraddistinguono conferiscono al materiale in opera spiccate proprietà di compattezza e di portanza. Oltre ad una precisa configurazione geometrica, gli elementi litici che compongono la fondazione debbono anche rispondere a determinati requisiti fisici e meccanici al fine di garantire il soddisfacimento dei compiti che lo strato deve assolvere. Ecco che la scelta degli inerti non può essere casuale, ma deve sottostare a precise regole e norme. Lo stesso accade per gli inerti presenti nei conglomerati bituminosi che compongono gli strati soprastanti. Basti pensare all'importanza delle prove di abrasione ed urto per gli aggregati dello strato di usura.



Figura 1.2: Margine di una pavimentazione in costruzione.

La richiesta di un piano viabile durevole, regolare e compatto, oltre che impermeabile ed insensibile strutturalmente alla presenza di acqua, ha comportato la necessità di legare tra loro gli inerti con un legante che fosse in primo luogo anidrofilo e chimicamente compatibile con gli aggregati ed, in secondo luogo, relativamente poco costoso, alla luce dei grandi quantitativi da impiegare. Il bitume, già raccolto naturale da affioramenti ed impiegato nella costruzione delle antiche strade romane, svolge ancora oggi egregiamente il proprio compito di legante, pur se attualmente ottenuto dalla distillazione frazionata del petrolio. Risale al 1901, a Lugo di Romagna, la realizzazione della prima strada catramata italiana, nella quale al posto del bitume era impiegato il “catrame liquido del gas”, oggi notoriamente escluso dalle lavorazioni. I conglomerati bituminosi attuali sono, a parte la differente natura del legante, concettualmente simili ai “neri” di allora. Oggi si studiano le curve granulometriche, i bitumi modificati, le percentuali ottimali di bitume ed i rapporti volumetrici al fine di ottenere una miscela che, se correttamente posata in opera, garantisca determinate prestazioni durante tutta la vita utile della pavimentazione.

1.3. IL DEGRADO DELLA PAVIMENTAZIONE STRADALE

I fenomeni di degrado cui è sottoposta una pavimentazione stradale sono molteplici e tra loro strettamente legati. La formazione di fessure, di avvallamenti, di ormaie, di buche, così come gli sgranamenti superficiali e le delaminazioni, sono tutti aspetti diversi del fatto che la sovrastruttura stradale si stia degradando. Il manifestarsi di questi fenomeni, riscontrabili direttamente sul piano viabile, indica molto spesso l'esistenza di carenze all'interno del pacchetto stradale stesso e/o del piano di posa. Le carenze sono generalmente di tipo meccanico-strutturale, per cui ad esempio, gli spessori impiegati per i conglomerati bituminosi non sono sufficienti per sopportare i carichi esterni, oppure gli aggregati scelti per il piano viabile non presentano sufficiente resistenza all'abrasione, od ancora i bitumi utilizzati rammolliscono alle temperature di esercizio. Ecco che, sotto l'effetto delle azioni esterne, il pacchetto, inteso come struttura resistente composta da più materiali, inizia a cedere, manifestando in maniera più o meno spiccata i fenomeni di degrado sopra descritti. Appare evidente come risulti assai complesso il compito di separare gli effetti delle varie azioni che concorrono al degrado della sovrastruttura ed altrettanto difficile è fornire di quest'ultimo un'identificazione oggettiva. Se, ad esempio, si pensasse di realizzare una pavimentazione stradale ex novo e di non sottoporla alle azioni del traffico, né a quelle del clima (alte e basse temperature), né ad altro tipo di azione esterna, ivi comprese la gravità ed il contatto con aria, si può ritenere che essa resti inalterata nel tempo. Ripristinando la gravità ed il contatto con aria in condizioni standard, il pacchetto cambierebbe lentamente le proprie caratteristiche per effetto dell'azione del peso proprio dei materiali e dell'ossidazione degli stessi, in particolare della matrice bituminosa. Se poi si ammettessero variazioni climatiche dell'ambiente in cui la pavimentazione è inserita, gli effetti si sovrapporrebbero, per cui ad esempio, la degradazione del bitume verrebbe accentuata alle alte temperature, oppure l'azione del gelo agirebbe meccanicamente sugli aggregati delle miscele, riducendone le caratteristiche di resistenza meccanica. Se, infine, si applicasse anche il traffico, ecco che la sovrastruttura stradale sarebbe sottoposta ad una serie di azioni normali e tangenziali superficiali che si ripercuoterebbero all'interno del pacchetto sollecitandolo ripetutamente. Le caratteristiche reologiche dei materiali

costituenti gli strati, legate alla temperatura di esercizio ed alla velocità di applicazione dei carichi, e l'azione continuata del traffico, farebbero sì che le deformazioni indotte dai carichi si accumulino e che la capacità della sovrastruttura di resistere nel tempo alle sollecitazioni cui è sottoposta, trasferendole al sottofondo, si riduca fino al raggiungimento dei limiti di resistenza dei materiali stessi, ovvero alla loro rottura.

Si è descritto sommariamente il processo secondo il quale avviene lo scadimento delle proprietà di resistenza dei materiali che compongono il pacchetto stradale, e quindi del pacchetto stesso, inteso come struttura multistrato resistente, sotto le molteplici azioni esterne. Si è inoltre osservato come, a partire da ciò, abbiano luogo i fenomeni di degrado comunemente riscontrabili sul piano viabile. Tuttavia, seppur la loro origine sia dovuta a carenze in termini di resistenza dei materiali, essi si sviluppano in modi e tempi differenti a seconda dei casi. Per cui, ad esempio, una pavimentazione con uno strato di base sottodimensionato può presentare principalmente fessure longitudinali di tipo bottom-up, piuttosto che fessure trasversali dovute a shock termico, oppure una pavimentazione con un bitume di usura troppo poco viscoso può evidenziare, soprattutto nella stagione estiva, ormaia e refluenti sul piano viabile (Figura 1.3).



Figura 1.3: Gravi fessurazioni ed ormaia e refluenti su pavimentazioni stradali.

Dal quadro introduttivo si comprende quanto sia complesso il processo di deterioramento della sovrastruttura e quanto sia difficile individuarne le cause, soprattutto se queste si trovano in profondità, all'interno del pacchetto, ed il verificarsi del fenomeno in superficie rappresenta soltanto l'atto conclusivo

dell'ammaloramento. Occorre poi tener presente che, molto spesso, la contemporaneità di due o più fenomeni di degrado su una porzione di pavimentazione li amplifica vicendevolmente, suscitando il dubbio in chi deve giudicarli, su quale, dei più, sia causa o conseguenza degli altri.

Molto si è fatto per aumentare le caratteristiche di resistenza dei singoli materiali componenti gli strati affinché questi non soffrissero di fatica e si fessurassero o presentassero ormaiamenti.

Le moderne procedure di progetto delle sovrastrutture stradali flessibili come quella presentata nella guida "Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures" [NHCRP, 2004], utilizzano modelli di predizione del degrado che tengono conto di tutti i fenomeni di deterioramento che vi concorrono al fine di valutare il progetto in base a criteri di prestazione stabiliti dal progettista.

La valutazione delle performance delle pavimentazioni flessibili include l'accumulo di deformazioni permanenti, la rottura a fatica (sia bottom-up sia top-down) e la rottura per fenomeni termici.

1.3.1. Rottura a fatica di tipo bottom-up

Questo tipo di rottura viene denominato anche rottura a pelle di coccodrillo (Alligator Cracking). In questo caso la rottura appare inizialmente come una breve frattura longitudinale lungo la traiettoria dei pneumatici che poi velocemente si diffonde fino a formare una rete a maglie strette, un motivo detto appunto a pelle di coccodrillo.

Queste fratture si formano sul fondo degli strati bituminosi e si propagano verso la superficie sotto l'applicazione di un carico ripetitivo. La rottura per fatica è il risultato della flessione ripetuta degli strati bituminosi indotta dal traffico stradale. Sostanzialmente l'inflessione della sovrastruttura stradale per il passaggio dei veicoli si traduce nello sviluppo di stress e deformazioni al di sotto degli strati bituminosi. Tali sollecitazioni causano le prime fratture che in seguito si propagano verso la superficie. Questo meccanismo è illustrato in Figura 1.4 ed in Figura 1.5, dove vengono raffigurati gli strati più superficiali di una particolare pavimentazione flessibile costituita da uno strato sottile di conglomerato "hot-mix

asphalt” (HMA), steso su uno strato di base. Come si vede, l’origine delle fratture è localizzato nell’interfaccia tra lo strato non legato(base layer) e lo strato bituminoso (HMA).

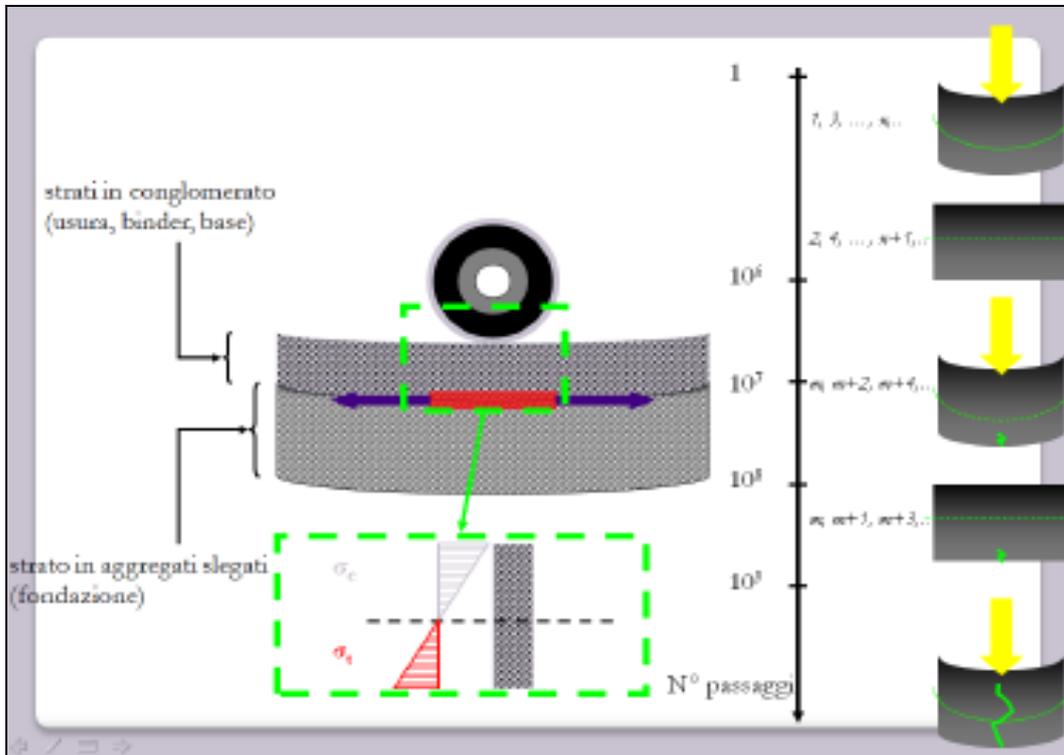


Figura 1.4: Rottura a fatica di tipo bottom-up.

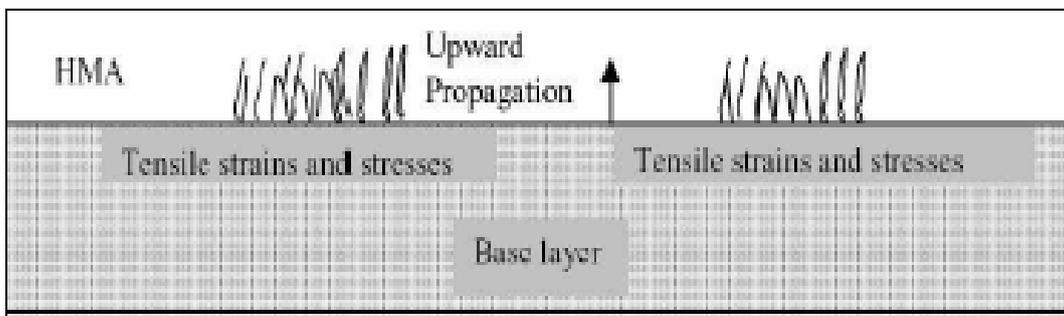


Figura 1.5: Meccanismo di rottura per fatica di tipo bottom-up.

Le motivazioni per spiegare le elevate deformazioni o tensioni di trazione al di sotto dello strato legato possono essere molteplici:

- spessori troppo sottili;
- impiego di conglomerati poco resistenti per l’intensità e la ripetizione del carico indotto dal traffico stradale;
- livelli di carico più alti e maggiore pressione dei pneumatici;

- presenza di punti o aree più deformabili nei materiali non legati di base o nel sottofondo;
- strati di base o sottobase poco resistenti a causa della compattazione inadeguata o dell'incremento dell'umidità e/o del livello della falda acquifera sotterranea.

1.3.2. Rottura a fatica di tipo top-down o fessurazione longitudinale

La maggior parte delle fratture hanno inizio al di sotto degli strati bituminosi e si propagano verso l'alto fino alla superficie. Tuttavia, prove sempre più numerose [COST 333, 1999] dimostrano che le fessure indotte dal carico hanno inizio in superficie e si propagano verso il basso.

Ci sono varie opinioni sui meccanismi che causano questo tipo di rottura, ma non esistono dati conclusivi che possono stabilire quale di essi sia più attendibile degli altri.

Alcuni dei meccanismi proposti considerano il carico indotto dal passaggio dei veicoli come causa dello sviluppo di tensioni e deformazioni in superficie e conseguentemente dell'innescò e propagazione della fessurazione. In tal caso l'invecchiamento del conglomerato bituminoso accelera i due processi.

Altre teorie considerano gli sforzi di taglio indotti sullo strato superficiale bituminoso dai pneumatici radiali con elevata pressione di contatto in prossimità del bordo del pneumatico come causa sia dell'innescò, sia della propagazione delle fessure.

Infine, è stata considerata anche la concomitanza di due fenomeni: l'invecchiamento avanzato del conglomerato bituminoso degli strati superficiali provoca un aumento di rigidità che, in combinazione con le elevate pressioni di contatto adiacenti al carico del pneumatico, causa la fessurazione.

Il meccanismo di propagazione della frattura verso il basso è illustrato in Figura 1.6 ed in Figura 1.7.

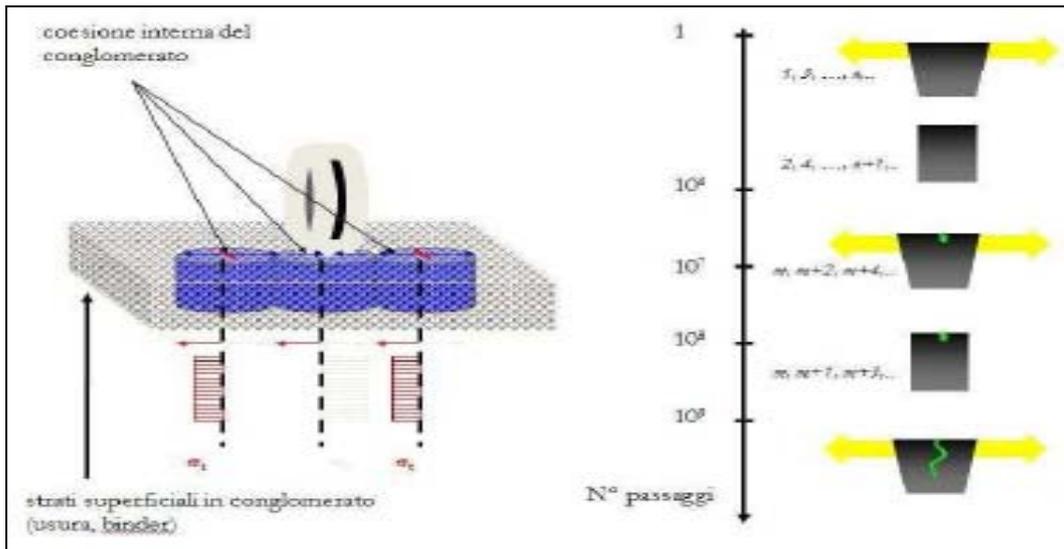


Figura 1.6. Rottura per fatica di tipo top-down.

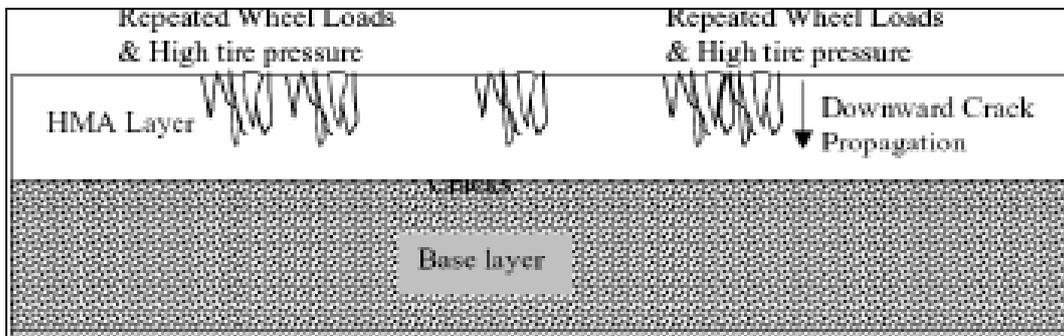


Figura 1.7: Meccanismo di rottura per fatica di tipo top-down.

1.3.3. Deformazione permanente o ormaiamento

L'ormaiamento ("rutting") è sostanzialmente una depressione nella traiettoria dei pneumatici causata da deformazioni anelastiche o plastiche di alcuni o di tutti gli strati della sovrastruttura stradale e/o del sottofondo. Queste deformazioni plastiche sono tipicamente il risultato di due fenomeni: l'addensamento o compressione monodimensionale e lo scorrimento laterale di materiale all'interno degli strati a causa del passaggio dei veicoli. La più grave e prematura distorsione e rottura per ormaiamento è associata allo scorrimento laterale e/o alla presenza di strati della pavimentazione inadeguati in termini di resistenza a taglio. I due tipi di accumulo di deformazioni permanenti sono ulteriormente descritti di seguito.

1.3.4. Addensamento monodimensionale o compressione verticale

Un'ormaia causata dall'addensamento dei materiali è una depressione localizzata in prossimità del centro della traiettoria del pneumatico senza presenza di rilievi sui lati della depressione come illustrato in Figura 1.8 a.

L'addensamento dei materiali generalmente è causato da un eccessivo contenuto di vuoti d'aria o da un'inadeguata compattazione sia degli strati legati, sia di quelli non legati. Ciò consente al tappeto o agli strati sottostanti di compattarsi quando soggetti al traffico stradale. Questo tipo di ormaiamento risulta moderatamente grave.

1.3.5. Scorrimento laterale o movimento plastico

Un'ormaia causata dallo scorrimento laterale del materiale (verso il basso o verso l'alto) è una depressione in prossimità del centro della traiettoria del pneumatico con innalzamento per scorrimento di entrambi i lati della depressione come illustrato in Figura 1.8 b. Questo tipo di ormaiamento è generalmente più grave di quello per compattazione verticale. Lo scorrimento laterale o il movimento plastico dei materiali si verifica in quelle miscele con resistenza al taglio inadeguata o in particolari sezioni della pavimentazione interessate da elevati stati di stress da taglio dovuti alle sollecitazioni indotte dal traffico stradale.

L'eccessivo addensamento degli strati bituminosi a causa di elevati carichi porta anche ad essudazioni o risalite di legante sulla superficie della pavimentazione. Questo tipo di ormaiamento è il più difficile da prevedere e da misurare in laboratorio.

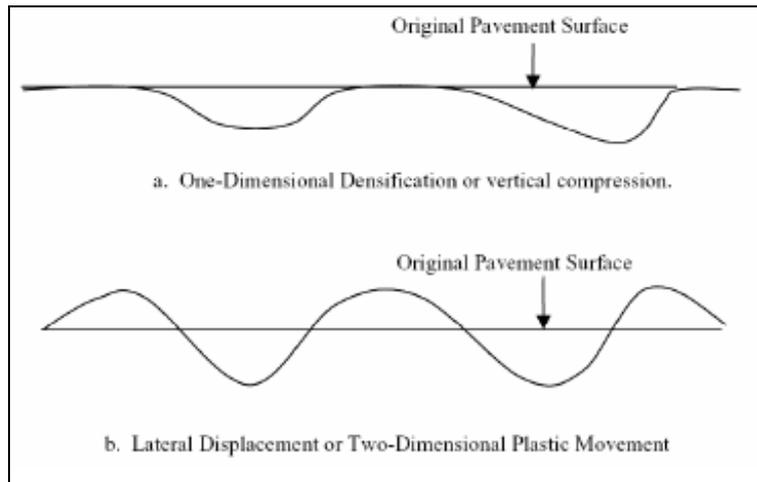


Figura 1.8: Tipi e meccanismi dell'ormaiamento nelle pavimentazioni flessibili (vista del profilo trasversale).

1.3.6. Rottura per fenomeni termici (“Thermal Cracking”)

Questo tipo di rottura si riferisce comunemente alla fessurazione delle pavimentazioni flessibili, dovuta a basse temperature o a oscillazioni termiche cicliche.

Tale rottura appare tipicamente come fessurazione trasversale sulla superficie della pavimentazione.

Le fessure, pressoché perpendicolari all'asse stradale, possono essere causate da contrazione della superficie dello strato bituminoso dovuta a basse temperature, irrigidimento del bitume e/o a oscillazioni termiche giornaliere.

Le rotture causate dagli abbassamenti di temperatura sono denominate fratture per basse temperature (“Low Temperature Cracking”). Le rotture causate da cambiamenti termici ciclici sono invece generalmente chiamate rotture a fatica per fenomeni termici (“Thermal Fatigue Cracking”).

Il primo fenomeno si verifica in regioni dal clima estremamente freddo, mentre il secondo si verifica in regioni con clima caratterizzato da forti escursioni termiche giornaliere e stagionali.

Esistono due tipologie di fratture termiche indipendenti da sollecitazioni da carico: quelle trasversali e quelle in blocco. Le fratture trasversali si manifestano per prime e sono seguite dalla comparsa delle rotture in blocco a causa dell'invecchiamento del conglomerato che, con il tempo, diventa più fragile.

Lo studio del degrado dei conglomerati bituminosi viene generalmente condotto in laboratorio dove è possibile separare e controllare le variabili che concorrono alla determinazione ed all'evoluzione del fenomeno. Le diverse tipologie di prova disponibili riproducono in modo semplificato le condizioni presenti in sito.

1.4. COS'E' LA FATICA?

Gli strati bituminosi costituenti una pavimentazione stradale sono soggetti all'applicazione di un carico di breve durata ogni qualvolta sul piano viabile transita un veicolo. Nel tempo il susseguirsi e l'entità dei carichi da traffico è variabile in funzione delle frequenze di transito e delle tipologie di mezzi transitanti. Si ritiene che ad ogni passaggio corrisponda uno scadimento delle proprietà meccaniche del materiale di strato associato alla formazione di microlesioni nel volume dello stesso, fino alla comparsa di fessure visibili anche ad occhio nudo. L'accumulo del danno porta, nel tempo, al degrado della sovrastruttura ed alla sua perdita di funzionalità. Tale tipo di danneggiamento si manifesta usualmente sotto forma di fessurazioni degli strati bituminosi e prende il nome di "fessurazione per fatica" (fatigue cracking).

Occorre precisare che l'identificazione di una soglia limite oltre la quale la formazione di fessurazioni per fatica risulti non più compatibile con l'esercizio funzionale della pavimentazione stessa è legata alla tipologia infrastrutturale ed al risultato di un'analisi benefici/costi che tenga conto di diversi fattori, in primis la Sicurezza stradale. Bisogna ad esempio considerare l'effetto domino che le fessurazioni possono avere sulle caratteristiche strutturali della sovrastruttura; la percolazione di acque nel sottofondo può ridurre la portanza, oppure la perdita di rigidità degli strati superficiali può risultare in un aumento delle tensioni negli strati sottostanti: la prestazione della pavimentazione sotto l'azione del traffico non dipende solamente dalle caratteristiche dei materiali di ciascuno strato, ma dall'interazione tra questi.

C. L. Monismith, uno tra i più noti studiosi nel campo dei materiali bituminosi e membro onorario della AAPT americana, ha definito nel 1969 la fatica come "quel fenomeno di fessurazione del materiale soggetto a tensioni cicliche o comunque ripetute aventi un valore massimo in genere inferiore alla resistenza a

trazione del materiale stesso”. Tale definizione riassume il comportamento del materiale bituminoso in opera se si assume che le azioni del traffico siano le uniche cause generatrici di stati tenso-deformativi negli strati del pacchetto.

Tradizionalmente la fatica è stata definita [Pell, 1971] come “il fenomeno della frattura dei materiali sotto un carico ripetuto o fluttuante, avente generalmente il massimo valore inferiore alla resistenza a trazione del materiale”. Questa definizione può essere impiegata anche nel caso delle pavimentazioni stradali assumendo che l’applicazione del carico indotta dal traffico stradale sia l’unico meccanismo che possa creare stress ripetuti e, di conseguenza, deformazioni.

L’ampiezza delle deformazioni per trazione è strettamente dipendente dal modulo di rigidità dei materiali e dalla natura delle pavimentazioni in esame, ad esempio in base al tipo di conglomerato bituminoso utilizzato.

Studi scientifici sia teorici, sia condotti sul campo hanno indicato che le deformazioni per trazione al di sotto del principale strato strutturale di una tipica pavimentazione stradale sono dell’ordine dei 30 – 200 microstrain sotto il carico di un asse standard da 80 kN. Tuttavia, le deformazioni sono generate anche da altri fattori e per questo Read [Read, 1996] propose la seguente definizione, incorporando tutti i possibili metodi di sviluppo della frattura: “la fatica nelle pavimentazioni bituminose è il fenomeno della fessurazione. Essa consiste in due fasi principali, l’innescò e la propagazione, ed è causata dalle deformazioni per trazione generate non solo dal carico indotto dal traffico, ma anche dalle variazioni di temperatura e dalle procedure di costruzione”. Secondo Read la struttura della pavimentazione è, infatti, soggetta a variazioni cicliche di temperatura che causano dilatazioni e contrazioni al suo interno inducendo stati tensionali coattivi nella sovrastruttura e pertanto deformazioni nel materiale.

Inoltre, i gradienti di temperatura possono causare movimenti differenziali tra i diversi strati e questo può contribuire allo sviluppo di ulteriori deformazioni.

Per quel che riguarda le procedure di costruzione, invece, esse sono riferite alle fessure in superficie generate durante la compattazione con rulli effettuata in condizioni di temperatura dei conglomerati bituminosi non adeguate (generalmente la compattazione del conglomerato deve essere completata quando esso si trova ancora a temperature non inferiori ai 130°C). Alla luce di questa

nuova definizione, si rende necessario, pertanto, valutare sia la fase iniziale, sia la propagazione della fessurazione, al fine di ottenere un quadro completo delle prestazioni a fatica di una pavimentazione stradale in generale e di una miscela bituminosa in particolare.

La fase iniziale, detta di innesco, consiste essenzialmente nella formazione di una diffusa rete di micro-fratture il cui effetto si traduce in una diminuzione della rigidità macroscopica (modulo). Nella seconda fase, dalla fusione delle microfratture, si forma una macro-frattura che si propaga all'interno del materiale. La fusione si manifesta ad un dato valore di micro-fratturazione (livello di danneggiamento, o livello di fatica). Le due fasi vengono usualmente modellate attraverso schemi differenti come per esempio la meccanica del danneggiamento e la meccanica della frattura lineare elastica rispettivamente.

Allo stato attuale, come emerso durante la sperimentazione condotta dal Comitato Tecnico RILEM nel 2003, la modellazione di entrambi i fenomeni congiuntamente con un approccio unificato è ancora una sfida aperta [Di Benedetto e Aa. Vv., 2003]. Oltre al deterioramento derivante dall'innesco e dalla propagazione della fessura, altri fenomeni, che non devono essere interpretati come fatica, possono contribuire alla riduzione del modulo di rigidità durante la prova. Uno di questi è l'incremento di temperatura all'interno del provino causato dalla dissipazione di energia dovuta alle proprietà visco-elastiche dei conglomerati bituminosi. Un altro fenomeno che può causare pronunciate diminuzioni del modulo durante la sollecitazione meccanica sembra essere la tixotropia del legante.

Il comportamento a fatica è molto sensibile alle caratteristiche del materiale, alle condizioni al contorno, alle procedure di prova ed alle tipologie di carico. Tutto ciò incrementa il numero delle variabili in gioco rendendo così ancor più complessa l'interpretazione generale dei risultati dei test.

Come descritto, il fenomeno della fatica influisce sulla rigidità del materiale determinandone una riduzione del modulo. Tuttavia, la fatica non deve essere scambiata per deformazione permanente. In Figura 1.9 sono descritti in modo separato i due fenomeni.

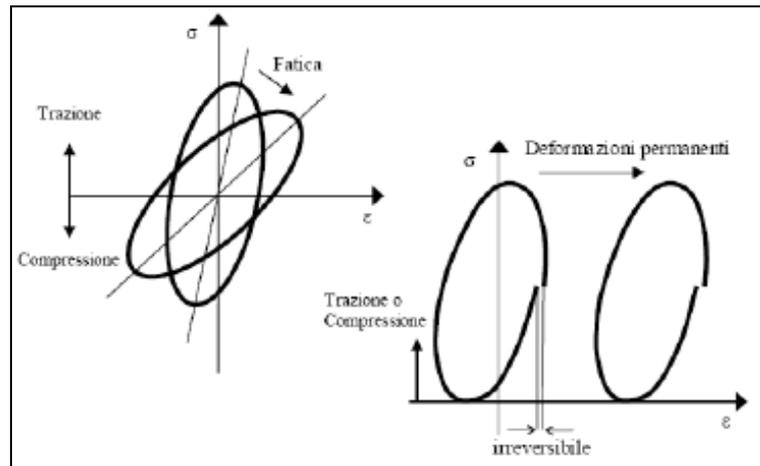


Figura 1.9: Differenza tra fatica e deformazioni permanenti.

Il grafico di sinistra mette in evidenza il decadimento delle caratteristiche meccaniche di un conglomerato bituminoso, sottoposto a prova di fatica, in cui si applichi un carico ciclico sinusoidale. Quello di destra, invece, descrive l'accumulo di deformazioni permanenti esibito dal conglomerato bituminoso durante prove in cui sia applicata una sollecitazione di sola compressione o di sola trazione.

Nella realtà i due fenomeni si combinano dando luogo a fenomeni più complessi le cui interazioni sono molto difficili da valutare. Pertanto si possono comprendere le ragioni per le quali non sia stato ancora stabilito un approccio unitario di riferimento.

1.5. CAUSE GENERATRICI ESTERNE E SVILUPPO DEL DANNO PER FATICA

Alla luce della definizione di Read, si rende necessario valutare sia la fase iniziale di innesco della fessurazione, sia quella di propagazione, al fine di descrivere un quadro completo della prestazione a fatica di una miscela bituminosa e della pavimentazione con essa realizzata. Secondo H. Di Benedetto (2003) la fase dell'innesco corrisponde ad una degradazione del materiale diffusa nel suo volume: si genera una rete di micro-fessure che si estende a partire da un punto di concentrazione. A ciò corrisponde uno scadimento delle rigidezze dei materiali. Nella seconda fase compare una macro-fessura frutto della coalescenza delle micro-fessure; essa si propaga nel materiale ad un gradiente dipendente da svariati fattori e si forma ad un determinato livello di micro-fessurazione altrimenti detto

“livello di danneggiamento” o “livello di fatica”. Le due fasi descritte sono tradizionalmente identificate con i termini di innesco e propagazione e le loro evoluzioni fisiche sono significativamente differenti tanto che, come si vedrà, possono essere descritte tramite approcci modellistici diversi tra cui la Teoria del danno per fatica e la Meccanica lineare della frattura. Esistono tuttavia tentativi di modellazione unificata ancora in fase di approfondimento.

Nella valutazione della genesi e dello sviluppo del danneggiamento fessurativo per fatica occorre tener presente ulteriori aspetti oltre all’entità del traffico ed alle variazioni di temperatura. La natura viscoelastica del bitume sia esso modificato o meno, è trasferita direttamente al conglomerato bituminoso all’atto del suo confezionamento. Esso pertanto risente di tutti quei fenomeni che caratterizzano i leganti idrocarburici. Essendo la fatica intuitivamente associata all’esercizio della sovrastruttura ed al lasso temporale in cui essa si trova ad operare, risulta automatico associarvi anche la nota variazione di consistenza e rigidità del conglomerato bituminoso legata all’invecchiamento ossidativo del legante. Lo studio della fatica di un conglomerato, anche se condotto per via accelerata in laboratorio, non può dunque prescindere dalle variazioni delle caratteristiche dei materiali bituminosi nel tempo non imputabili direttamente a traffico e clima.

Vi è infine il secondo aspetto riguardante lo sviluppo dei degradi fessurativi per fatica ed il rallentamento che questi possono subire a seguito dei cosiddetti fenomeni di “autoriparazione” del conglomerato di cui si tratterà più in dettaglio nel seguito. La natura viscoelastica del conglomerato bituminoso fa sì che temperature e tempi di sollecitazione ne regolino il comportamento non solo durante la fase di sollecitazione, ma anche nel periodo di tempo che intercorre tra due applicazioni successive. Le micro-fessure tipiche della fase di innesco possono, a seconda della temperatura e dei tempi di riposo, autoripararsi e risanare parte del danno subito ritardando, di fatto la coalescenza fessurativa.

Tra le forme di fessurazione per fatica più diffuse si ricordano quelle generate alla base dei conglomerati bituminosi che si propagano verso la superficie e quelle che, generatesi in superficie, tendono ad insinuarsi nello spessore bituminoso. Le prime, in genere identificate col termine inglese “bottom-up”, nascono per effetto delle ripetute sollecitazioni flessionali cui è soggetta la trave bituminosa, che

causano il superamento del limite di deformazione per trazione sopportabile dal conglomerato. La fessura si propaga verso l'alto in quanto la riduzione della sezione reagente nel punto della fessura stessa richiama una concentrazione tensionale che amplifica il fenomeno nel tempo. Nel secondo caso invece, le fessure cosiddette "top-down" nascono in superficie per effetto delle azioni tangenziali cui è soggetto il piano viabile: tra queste si ricordano quelle generate dall'adattamento della superficie teorica del pneumatico al piano e quelle indotte dagli sforzi di trazione e di frenatura.

1.6. VARIABILI INTERNE CHE INFLUENZANO LE FESSURAZIONI PER FATICA

Gli studi delle fessurazioni per fatica condotti dal passato ad oggi hanno permesso di tracciare un quadro sufficientemente dettagliato dell'influenza che le caratteristiche compositive e strutturali dei materiali e dei pacchetti bituminosi hanno sullo sviluppo dei danneggiamenti per fatica. A parità di sollecitazioni esterne, siano esse dovute al traffico od al clima, conglomerati bituminosi diversi, così come pacchetti diversi manifestano diversamente la fatica. In termini di miscela appare del tutto ovvio che la scelta del tipo di aggregato, di legante bituminoso e di additivi può far variare la risposta del conglomerato bituminoso. Allo stesso modo le variabili fisiche delle miscele in esercizio, dovute essenzialmente alla loro posa in opera, influiscono sulla capacità che il conglomerato bituminoso stesso ha di rilassare le tensioni cui è soggetto senza fessurarsi. Pertanto, parametri come peso di volume e volume dei vuoti del conglomerato compattato agiscono direttamente sulla resistenza a fatica. In termini assoluti la costruzione di uno strato bituminoso compatto, resistente e rigido appare come la soluzione migliore per contrastare le fessurazioni per fatica, anche se molti ricercatori sostengono che per gli strati superficiali più sottili sia preferibile un conglomerato non troppo rigido e che si deformi elasticamente sotto gli spostamenti, talvolta significativi, imposti dal traffico.

La scelta dei materiali costituenti le miscele, delle loro proporzioni volumetriche in opera e della rigidità risultante per il conglomerato è legata anche al fenomeno delle deformazioni permanenti che, in genere, si manifesta in modo

complementare alla fessurazione per fatica pur essendo esso stesso causato dalla ripetizione di applicazioni di carico. A ben pensare il fenomeno dell'ormaiamento è una forma di degrado anch'essa espressione della fatica del materiale, anche se non direttamente associabile alla comparsa di fessurazioni. La definizione di Read della fatica dovrebbe, in tal caso, essere ampliata ulteriormente.

In linea di massima si è riscontrato che un incremento del contenuto di bitume favorisce la resistenza a fatica della miscela, pur essendo necessario individuare un contenuto ottimo tale per cui il conglomerato non manifesti eccessivi ormaiamenti. L'importanza del tipo di bitume adottato nei confronti della fatica è nota; i controlli prestazionali proposti dal sistema Superpave ne sono un valido esempio. Resta anche in questo caso la necessità di valutare la scelta in base alla rigidità e consistenza del legante: un bitume troppo rigido, pur efficace contro le deformazioni permanenti, può soffrire di rotture fragili alle basse temperature di esercizio. Anche la scelta degli aggregati è indicativa della resistenza a fatica della miscela in opera. Più che la gradazione (se variata entro i limiti di norma) e la dimensione nominale massima dell'aggregato, è la sua forma a contribuire alla resistenza: lo stesso Read ha riscontrato che aggregati eccessivamente sferici possono non contrastare significativamente la propagazione delle fratture. In termini litologici sono durabilità, tenacia e durezza a influire sulla resistenza a fatica maggiormente che la carica e la tessitura superficiale. Tra i materiali lapidei i fillers giocano un ruolo chiave nel determinare la risposta a fatica del conglomerato. In particolare vari studi hanno riscontrato che:

- un incremento del contenuto di filler migliora, in genere, la resistenza a fatica;
- la variazione del contenuto di filler ha minori effetti di quella del bitume;
- riducendo sotto un certo valore il contenuto di filler si ha lo scadimento della fatica;
- la tipologia del filler è significativamente influente.

1.7. LO STUDIO DELLA FATICA IN LABORATORIO

I primi studi di laboratorio sul fenomeno della fatica furono condotti sui metalli da Wöhler nel 1852. Dall'avvento delle pavimentazioni bituminose quali soluzioni

strutturali su larga scala e, con esse, degli studi per la messa a punto di metodologie di calcolo, l'attribuzione del degrado fessurativo ai fenomeni di fatica ha coinciso con la loro simulazione in laboratorio. P. S. Pell, T. Doan, C. Monismith e W. Van Dijk sono tra i più noti studiosi che, storicamente, si sono interessati dell'ormai annoso fenomeno che affligge gli strati bituminosi di molte strade del mondo. I progressi condotti dagli anni '50 ad oggi sulle metodologie di studio della fatica sono significativi e le configurazioni simulative di prova tengono conto, in maniera più o meno aggregata, di molte delle condizioni cui il conglomerato bituminoso è effettivamente soggetto in sito. Vi sono purtroppo problemi nel riprodurre la variabilità di tali condizioni, per il gran numero di combinazioni di prova possibili e per gli effetti che ciascuna di esse può avere sul comportamento del materiale. Le difficoltà in questo senso sono insite, in primo luogo, sulla capacità che i test di laboratorio possono avere nel ricreare i complessi stati tensionali che si generano negli strati bituminosi al passaggio di un carico veicolare. La schematizzazione bidimensionale proposta da P. S. Pell è riportata nelle Figure 1.10 e 1.11: rendono l'idea di come sia articolato lo stato tensionale che nel tempo di transito agisce sull'elemento di strato.

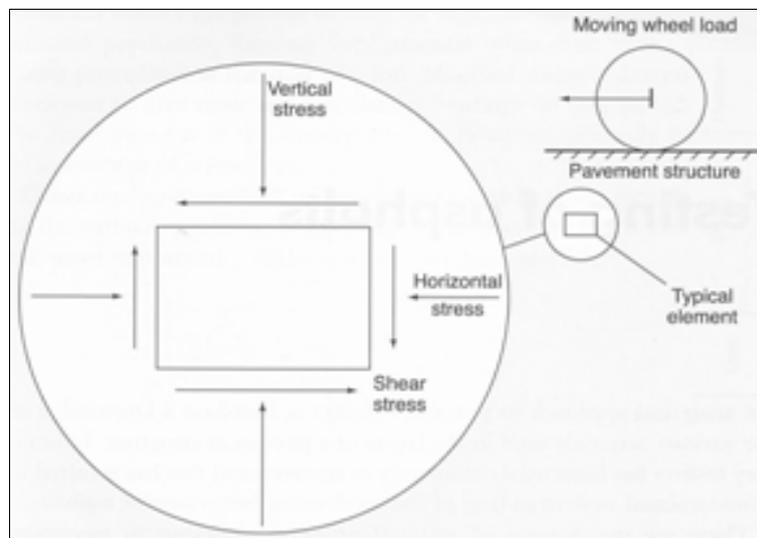


Figura 1.10: Schematizzazione bidimensionale proposta da P. S. Pell.

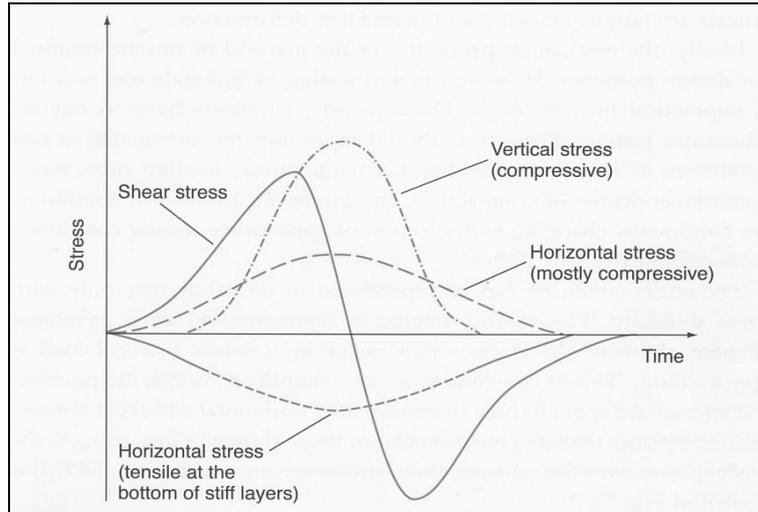


Figura 1.11: Schematizzazione bidimensionale proposta da P. S. Pell.

La caratterizzazione a fatica di un conglomerato bituminoso è solitamente condotta sottoponendo un provino di materiale a carichi ripetuti, in genere della stessa entità, registrando il numero di applicazioni necessarie per portarlo a rottura. La rottura, altrimenti definita come “vita a fatica” è definita sulla base di uno specifico criterio scelto in base al tipo ed alle condizioni di prova. Secondo P. S. Pell, essa è spesso considerata come coincidente con il momento in cui il materiale che costituisce il provino non è più in grado di rispondere alle sollecitazioni in maniera adeguata. I criteri di rottura che scandiscono i tempi di durata della prova possono essere definiti in vario modo. A partire dalla rottura completa del provino per la quale il test non può più fisicamente essere condotto, passando per il punto in cui si registra la prima fessurazione, fino al momento in cui la rigidità, od un'altra proprietà del campione, si è ridotta (o è aumentata) di un certo quantitativo rispetto al suo valore iniziale. La scelta del criterio di rottura è, come detto, legata alla metodologia e configurazione di prova adottata e, pertanto, un commento ingegneristico dei risultati di prove non può prescindere dalla sua conoscenza.

In termini assoluti si può riconoscere una cosiddetta “vita di servizio”, tradizionalmente anche chiamata “vita a fatica”, corrispondente al numero di applicazioni di carico N_s necessarie per portare a rottura il campione secondo il criterio adottato ed una “vita a fessurazione” corrispondente al numero di

applicazioni di carico N_F necessarie per fessurare completamente il provino; quando il punto di rottura coincide con quello di fessurazione si ha che $N_S = N_F$. Così come in una pavimentazione reale il fenomeno fessurativo legato alla fatica del materiale bituminoso è associato alla comparsa di altre forme di degrado, prima fra tutti l'ormaiamento per deformazioni permanenti. Anche nelle simulazioni accelerate di laboratorio tali fenomeni possono coesistere in misura più o meno marcata a seconda della configurazione di prova adottata. Infatti, come detto precedentemente, nella valutazione del numero di applicazioni di carico necessarie affinché il criterio di rottura per fatica sia soddisfatto è dunque opportuno poter distinguere la quota parte che determina fatica da quella che genera deformazioni permanenti. Nella Figura 1.9, proposta da H. Di Benedetto, sono schematizzati gli effetti che le due forme di degrado citate possono avere sui cicli isteretici di prove a fatica: la riduzione del modulo per sola fatica del c.b. soggetto a carico sinusoidale e l'accumulo di deformazioni permanenti esibite dal materiale in prove cicliche di sola trazione o sola compressione.

Nei test in cui vi sia l'applicazione ripetuta di carichi sul provino come quelli a fatica si possono verificare variazioni delle proprietà di resistenza dei materiali e, quindi, l'avvicinamento alla rottura, causate da fenomeni diversi dalle deformazioni permanenti, ma che possono anche esserne causa. Anche in tale caso, questi non debbono essere confusi con la fatica del provino di conglomerato e la valutazione del test dovrebbe tenerne conto. Uno di tali fenomeni fittizi è il riscaldamento del provino dovuta alla dissipazione energetica viscosa che si verifica nella prima parte del test. Analogamente, la riduzione delle caratteristiche di rigidità del materiale possono essere dovute alla tixotropia dei leganti bituminosi. Come si vedrà in seguito, molti degli studi modellistici avanzati cercano di tener conto di tali effetti decurtandoli dal calcolo della fatica.

Questa breve descrizione dei fenomeni che si verificano durante la realizzazione di una prova di fatica mostrano quanto ne sia complessa la rappresentazione e l'analisi razionale e giustificano le risorse investite nell'intento di comprenderli: occorre una distinzione dei singoli effetti reali e fittizi che conducono al raggiungimento del criterio di rottura per ciascuna condizione di prova.

1.7.1. Tipi di prove a fatica: forme di caricamento ciclico

La realizzazione di prove di fatica in laboratorio è subordinata alla natura materica del conglomerato bituminoso ed alla possibilità pratica di sottoporre un campione a sollecitazioni cicliche. Le apparecchiature in grado di applicare forze dinamiche ripetute sono solitamente di tipo pneumatico od oleodinamico e presentano un attuatore che agisce linearmente lungo una direzione. Da ciò ne consegue che, in relazione alla forma del provino, si possano realizzare dispositivi di carico in grado di sottoporre il materiale a sollecitazioni flessionali, normali, taglienti ed, in alcuni casi, anche di tipo torsionale. È pertanto possibile classificare i test di fatica in base alla configurazione di carico assunta in:

- test flessionali: su travetto prismatico, trapezoidale o a mezzaluna su 2, 3 o 4 punti;
- test assiali: su provino cilindrico o a clessidra in trazione e compressione diretta;
- test diametrali: su provino cilindrico in trazione indiretta;
- test a taglio: su provino prismatico o cilindrico in scatola di taglio diretto;
- test a torsione: su provino cilindrico o a clessidra in torsione diretta.

In linea generale, secondo M. Assi, i test di flessione possono essere considerati come rappresentativi della ripetizione delle deflessioni generate nella pavimentazione flessibile dal passaggio dei veicoli. Quelli di trazione/compressione sono rappresentativi degli stati tensionali di trazione che si verificano alla base degli strati bituminosi per effetto delle deflessioni di cui sopra. Quelli di taglio, infine, sono pensati per rappresentare le sollecitazioni di taglio indotte dai veicoli negli strati superficiali del pacchetto bituminoso.

È tuttavia possibile condurre una classificazione più generica in cui si considera l'effettiva omogeneità degli stati tensionali indotti nel provino dal test. In particolare, si possono classificare prove di tipo omogeneo come la trazione/compressione assiale diretta in cui, escludendo gli effetti di bordo, l'intero campione è soggetto al medesimo stato tensionale e prove non omogenee in cui il provino è soggetto a tensioni diverse nel suo volume.

Secondo C. de la Roche ed in base a quanto esposto in precedenza, la riproduzione delle sollecitazioni agenti negli strati bituminosi di una pavimentazione per effetto dei carichi da traffico è compito non facile. In pratica, le sovrastrutture stradali sono soggette ad un caricamento ciclico e composto in una successione di impulsi variabili sia temporalmente, sia in intensità, in relazione alle velocità, ai pesi ed agli assetti dei mezzi transitanti. In laboratorio, tale variabilità non viene generalmente considerata e, pur se diverse ricerche hanno fatto largo uso dei cosiddetti caricamenti composti (compound loading), nella maggior parte delle prove di fatica i carichi ripetuti ciclicamente sono tutti della medesima entità (simple loading). Francken attribuisce alla forma della time history di carico una notevole importanza nell'interpretazione dei risultati di prove di fatica. In Figura 12 sono rappresentate le più comuni forme di caricamento adottate nella realizzazione di prove a fatica. In generale, forze o spostamenti e quindi tensioni o deformazioni possono essere imposte al provino di conglomerato bituminoso in vario modo, il più comune dei quali è l'onda sinusoidale o semi-sinusoidale. Vi sono anche prove per cui l'applicazione è impulsiva o intermittente con forme differenti della singola applicazione, variabili, soprattutto, in ragione delle potenzialità dello strumento. In letteratura alla forma dell'onda di carico è stata attribuita notevole importanza essendo variabile con essa l'energia immessa nel sistema per ogni ciclo di applicazione. A parità di ampiezza di caricamento e di tempo di carico, onde con area sottesa maggiore somministrano maggior energia al provino riducendone la vita a fatica (N_F). La Figura 1.12 schematizza alcune tipiche onde di carico ed evidenzia le differenze energetiche appena descritte.

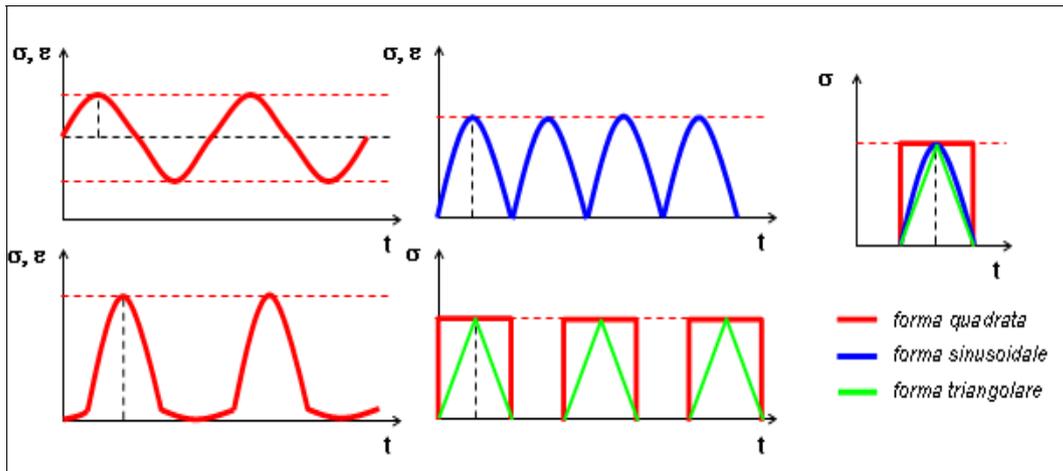


Figura 1.12: Tipiche onde di carico.

Talune forme di caricamento cercano di aderire maggiormente alla realtà includendo periodi di riposo nella storia di carico, che tengano conto degli intervalli di tempo intercorrenti tra il passaggio di un veicolo ed il successivo. Sperimentazioni condotte in questo senso hanno permesso di concludere, in generale, che:

- vi è un aumento della vita a fatica passando da prove continue a prove discontinue; temperatura e tempo di riposo sono di grande influenza sui risultati;
- più alta è la temperatura e più lunghi sono i tempi di riposo, maggiore è il guadagno in termini di vita;
- studi con caricamento intermittente hanno mostrato che oltre un certo limite di tempo non vi è ulteriore accrescimento della vita a fatica;
- un fattore 10 tra il tempo di carico e quello di riposo induce il massimo guadagno in vita;
- il beneficio del tempo di riposo è in genere maggiore per bitumi teneri in quantità elevate.

1.7.2. Modi di carico: controllo di tensione (stress control) e di deformazione (strain control)

In genere i metodi di prova a fatica prevedono il controllo delle forze (tensioni in test omogenei) applicate quando al sistema di sollecitazione è richiesto di calibrare il proprio movimento affinché lo sforzo misurato sulla cella di carico connessa all'attuatore sia costante (in ampiezza od impulso), oppure prevedono il controllo degli spostamenti (deformazioni in test omogenei) imposti quando al sistema di carico è richiesto di muoversi registrando spostamenti ciclici costanti in precisi punti del provino. Si parla, solitamente, di test in controllo di carico od in controllo di spostamento. La Figura 1.13 mostra come in controllo di carico (tensione) al diminuire della rigidità del provino durante il test corrisponda un incremento degli spostamenti (deformazioni) interni ad esso; inversamente, nelle prove a controllo di spostamento (deformazione) le forze (tensioni) risultanti sul campione si ridurranno con la rigidità dello stesso.

È oramai consolidato il fatto che, applicando le due tipologie ad un medesimo campione di conglomerato bituminoso, si ottengano risultati a fatica assai diversi. Il motivo di tali differenze è da spiegarsi in termini di propagazione della rottura all'interno del conglomerato. La frattura è innescata dalla formazione di microlesioni in punti localizzati del campione caratterizzati da elevate concentrazioni di tensione e si propaga successivamente per coalescenza di queste fino alla rottura. La fase di propagazione, come in parte già esposto, dipende dall'intensità di concentrazione tensionale al vertice della frattura e, nelle prove in controllo di tensione, in conseguenza della diminuzione di rigidità del materiale, essa avviene in modo molto rapido. In controllo di deformazione, invece, le tensioni decrescono gradualmente con l'inizio della propagazione e, diminuendo la rigidità, il numero di applicazioni di carico per giungere a rottura si eleva.

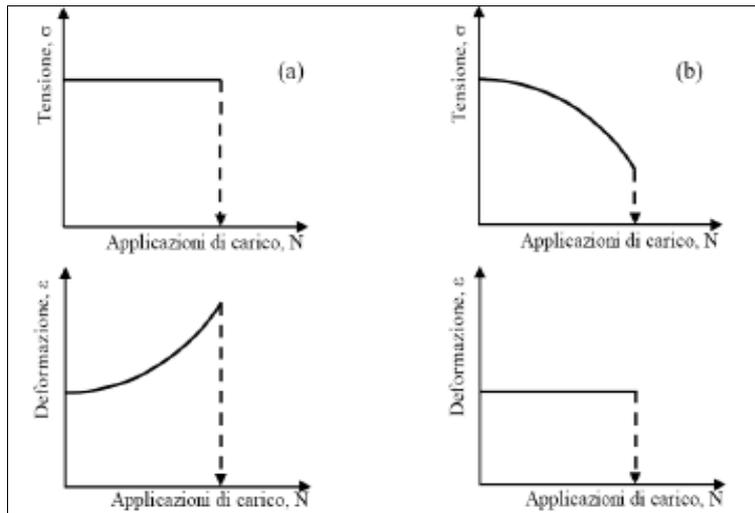


Figura 1.13: Controllo di stress (a); controllo di deformazione (b).

Alla luce del fatto che il modo di carico influenza significativamente i risultati delle prove a fatica, diviene indispensabile chiedersi quali delle due modalità sia preferibile. Da uno studio condotto già nel 1969 da C. Monismith e J. Deacon, è emerso che l'attuazione di prove nell'uno o nell'altro modo è strettamente correlata con l'effettiva rigidità del materiale ed allo spessore dello strato che con esso verrà realizzato. I due studiosi hanno proposto una formulazione quantitativa per differenziare i due modi di carico per mezzo del cosiddetto mode factor. Il parametro riportato nella formulazione seguente contiene gli addendi $|A|$ e $|B|$, rispettivamente la percentuale di variazione della tensione e della deformazione durante il test, per una riduzione percentuale fissa di rigidità. Il mode factor assume un valore pari a -1 nel caso di prove in controllo di tensione e di +1 nel caso di prove in controllo di deformazione:

$$\text{Mode factor} = \frac{(|A| - |B|)}{(|A| + |B|)}$$

Per modi di carico intermedi in cui sia tensioni che deformazioni risultano variabili durante il test, il valore è compreso tra i due limiti di cui sopra. I grafici riportati nella Figura 1.13 precedente descrivono anche in modo qualitativo l'andamento di tensioni e deformazioni in prove di fatica condotte con modi di carico diversi.

Il calcolo del mode factor per vari tipi di sovrastrutture stradali modellate con la teoria del multistrato elastico, ha permesso ai due ricercatori di studiare l'applicabilità dei modi di carico descritti ai reali stati tenso-deformativi di una pavimentazione. Le variazioni di spessori e rigidzze degli strati bituminosi a parità di carichi superficiali applicati, hanno dato luogo a variazioni di tensioni e deformazioni con cui calcolare i mode factors. Il risultato, confermato anche da Odeon 30 anni più tardi e da altri studiosi recentemente, suggerisce che:

- le condizioni di carico in controllo di tensione sono più indicate per conglomerati impiegati in strati di spessore superiore ai 15 cm, in quanto all'aumentare della rigidzza e dello spessore dello strato bituminoso, il mode factor si riduce sotto lo 0;
- le condizioni di carico in controllo di deformazione sono indicate per conglomerati impiegati in strati di spessore inferiore ai 6 cm, in quanto il mode factor è meno influenzato dalla rigidzza del materiale di strato e il conglomerato si deforma sotto carico in ragione della deformabilità degli strati sottostanti del pacchetto;
- per spessori di strato intermedi, sarebbe appropriata l'adozione di un modo di carico compreso tra i due descritti; per una progettazione ingegneristica, tuttavia, sono consigliabili prove in controllo di tensione, in quanto forniscono una stima della vita a fatica del materiale a favore di sicurezza.

Per quanto descritto, appare significativa la conoscenza delle condizioni di impiego del materiale in opera; la scelta del modo di carico più indicato per caratterizzare il campione a fatica dovrebbe essere subordinata al suo spessore, alla sua rigidzza ed a quella degli strati ad esso sottostanti. A favore di sicurezza è consigliabile l'impiego di prove in controllo di carico (o tensione).

1.7.3. Prove a fatica: variabilità dei dati

La Tabella 1.1 riassume le varie configurazioni di prova, la tipologia e la forma di caricamento e la possibilità di applicare periodi di riposo durante il test, secondo quanto descritto ai punti precedenti di questo paragrafo.

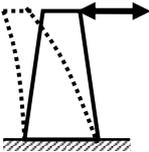
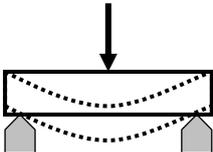
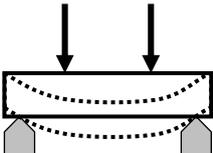
Tipo di test	Geometria	Caricamento	Omogeneità	Forma & Riposo
T/C		Trazione/Compressione Inversione possibile MF = -1	Test omogeneo	Q, Sin, Semi-sin, Tri si
2PB		Two Point Bending Inversione possibile MF = +1	Test non omogeneo	Sin si
3PB		Three Point Bending Inversione possibile MF = +1	Test non omogeneo	Sin, Semi- sin si
4PB		Four Point Bending Inversione possibile MF = +1	Test non omogeneo	Sin, Semi- sin si
IT		Trazione Indiretta Impulsiva Invers. non possibile MF = -1	Test non omogeneo	Semi-sin, Imp si

Tabella 1.1: Varie configurazioni di prova.

L'esperienza delle indagini di laboratorio consente di asserire che esiste sempre una certa variabilità dei risultati ottenuti da prove di fatica condotte su provini di conglomerato bituminoso nominalmente identici e che ciò è particolarmente vero nel caso di miscele asfaltiche, a causa dell'inerente disomogeneità del materiale e delle inevitabili diversità nella preparazione dei campioni. Secondo S. P. Pell la distribuzione probabilistica dei dati ottenuti da prove di fatica su provini nominalmente identici è di tipo logaritmico normale, così come da lui osservato in un'indagine specifica su oltre 100 campioni. Ciò significa che la vita a fatica di un c.b. deve essere valutata su base statistica come una distribuzione di valori singoli. Francken ha stimato che, con l'utilizzo delle moderne strumentazioni di

laboratorio, la variabilità tra i dati di cicli a rottura per i materiali bituminosi può essere contenuta entro un range moltiplicativo compreso tra 1 e 10.

Per la variabilità dei risultati appena descritta, la valutazione della resistenza a fatica di una miscela bituminosa condotta con una delle tipologie di prova riportate nella Tabella 1 precedente, prevede la realizzazione di una serie di prove a valori di tensione o deformazione imposti dal macchinario differenti, per ognuna delle quali si registra il corrispondente numero di cicli a rottura. Nel prossimo paragrafo si illustreranno i vari approcci analitici coi quali rappresentare ed interpretare i risultati ottenuti ed alcune soluzioni modellistiche, con le quali minimizzare il numero di determinazioni di laboratorio e riprodurre al meglio le condizioni di esercizio.

1.8. RAPPRESENTAZIONE ED INTERPRETAZIONE DI PROVE DI FATICA

Il risultato di una singola prova di fatica, cioè la rappresentazione a video di quello che accade durante il test, può essere espresso secondo la variazione di parametri fisico-meccanici legati al materiale sollecitato sotto forma di provino, in funzione del numero di applicazioni di carico cui è sottoposto. A seconda delle strumentazioni di misura attivabili durante il test ed a seconda del criterio di rottura scelto può essere utile graficare, di volta in volta, la variazione della rigidità del provino, piuttosto che la variazione della tensione (deformazione) indotta dal controllo di deformazione (tensione), oppure la variazione dell'energia dissipata per ciascun ciclo di carico. Nei casi più semplici può essere sufficiente rappresentare l'andamento delle deformazioni verticali di un provino cilindrico sottoposto a trazione indiretta e fissarne un valore massimo come criterio di rottura.

La Figura 1.14 riporta una tipica curva di variazione del Modulo Complesso in funzione del numero di cicli. In essa sono facilmente riconoscibili le 3 fasi in cui la maggior parte degli studiosi ritiene possa essere suddiviso il fenomeno della fatica in laboratorio. La rappresentazione proposta è puramente qualitativa e, a seconda della metodologia di prova e del materiale sottoposto a prova, l'andamento della curva può ovviamente assumere conformazioni diverse. In una

prima fase il modulo od il parametro meccanico in sua vece, varia notevolmente fino a raggiungere un valore oltre il quale la variazione risulta pressoché costante e che, generalmente, viene fatto coincidere con l'inizio della seconda fase. Durante quest'ultima si osservano limitati cambiamenti della pendenza della curva di fatica, tanto che si è soliti estrapolarne il coefficiente angolare a fini interpretativi. Il termine della seconda fase ovvero l'inizio della terza fase, viene fatto coincidere con il rapido cambiamento della concavità della curva che, nel caso del modulo complesso, si abbatte fino alla rottura fisica del provino.

Secondo numerosi studiosi all'identificazione delle 3 fasi di una curva di fatica può essere fatto corrispondere lo sviluppo del grado di fessurazione presente nel provino bituminoso così come descritto nei paragrafi precedenti. Secondo H. Di Benedetto la formazione delle micro-lesioni che degradano la miscela nel suo volume riducendone la rigidezza e che prendono il nome di “innesco” della fessura, possono essere fatte corrispondere alla somma delle prime due fasi di prova. Alla terza fase, invece, corrisponde la coalescenza delle micro-fessure in una macro-frattura che si propaga fino alla rottura: si tratta della cosiddetta fase di “propagazione”.

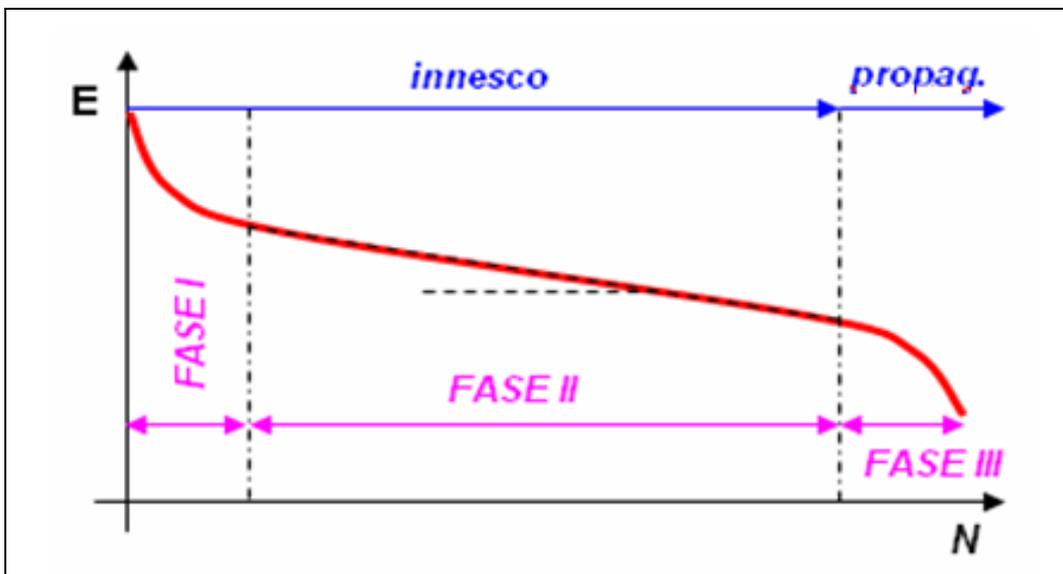


Figura 1.14: Tipica curva di variazione del Modulo Complesso in funzione del numero di cicli.

Gli aspetti fisici corrispondenti alle fasi di innesco e propagazione delle fessure in un provino sottoposto a prove di fatica sono tra loro differenti e, per tale motivo,

anche gli approcci teorici adottati per descriverle sono difformi. Successivamente alla descrizione dei metodi rappresentativi ed analitici dei risultati di prove di fatica, verranno trattati gli studi modellistici, proposti negli anni da vari studiosi, atti a descrivere sia l'innescò, sia la propagazione delle fessure durante i test. Attualmente gli sviluppi della ricerca sembrano propendere per l'utilizzo della Teoria del danno a fatica per descrivere la fase di innescò e per la Teoria della meccanica della frattura per descrivere la fase di propagazione. Ad oggi l'obiettivo teorico di modellare congiuntamente le due fasi in un unico approccio appare ancora lontano. Infatti, alcuni interrogativi pesanti nell'analisi dei dati a fatica restano ancora aperti ed una loro completa soluzione potrà essere di notevole ausilio alla standardizzazione delle prove e della loro interpretazione. In quale proporzione le due forme di fessurazione (innescò e propagazione) stanno avvenendo nei vari punti del provino? Si stanno sviluppando in successione o simultaneamente? Fino a che punto la presenza di effetti fittizi, dovuti per la maggior parte al riscaldamento del provino ed alla tixotropia del legante, possono inficiare i risultati di prova? Quanto influisce, invece, l'effetto di "autoriparazione" del materiale?

1.9. L'APPROCCIO TRADIZIONALE

L'intento di voler applicare i risultati di prove di fatica condotte in laboratorio al caso di una pavimentazione reale, ha portato alla rappresentazione dei dati secondo l'approccio fenomenologico originariamente adottato da Wöhler per i metalli. Sperimentalmente lo studio della fatica è visto come un processo atto a stabilire un legame tra il cambiamento delle proprietà meccaniche del materiale ed il numero di applicazioni di carico. La possibilità di assimilare quest'ultime al transito di veicoli sulla strada ha reso assai appetibile questo metodo rappresentativo potendosi stimare, con le dovute approssimazioni, la vita del materiale in esercizio e condurre un calcolo a fatica della sovrastruttura.

La resistenza a fatica per N cicli di carico è definita come il valore dell'ampiezza della sollecitazione imposta per cui il criterio di rottura è soddisfatto all' N -esimo ciclo. Sulla base di ciò lo studio tradizionale del comportamento a fatica di un materiale bituminoso prevede, come in parte già detto, la realizzazione di una

serie di prove in cui l'ampiezza della sollecitazione viene fatta variare in un range di possibili valori. Per ciascuna serie, vista la variabilità dei dati, debbono essere testati vari provini che forniscono un dato medio. La curva che esprime l'ampiezza di sollecitazione (tensione o deformazione) applicata in funzione del numero di cicli è, appunto, la curva di Wöhler, generalmente rappresentata da una retta sul piano bi-logaritmico. Il suo andamento è descritto da una relazione del tipo:

$$\varepsilon \text{ (oppure } \sigma) = A \cdot N^{-b}$$

dove:

ε o σ :rappresentano l'ampiezza del caricamento (in deformazione o tensione);

N :è il numero di applicazioni di carico per soddisfare il criterio di rottura;

A e b :sono coefficienti legati alla composizione ed alle proprietà della miscela e vengono determinati per regressione lineare dei dati ottenuti.

Tale relazione può anche essere espressa nelle forme classiche inverse:

$$N = K(1/\varepsilon)^n \quad \text{per prove in controllo di deformazione,}$$

o

$$N = C(1/\sigma)^m \quad \text{per prove in controllo di tensione,}$$

essendo:

K , n , C ed m coefficienti di regressione legati alle caratteristiche del materiale ed alla metodologia e condizioni di prova.

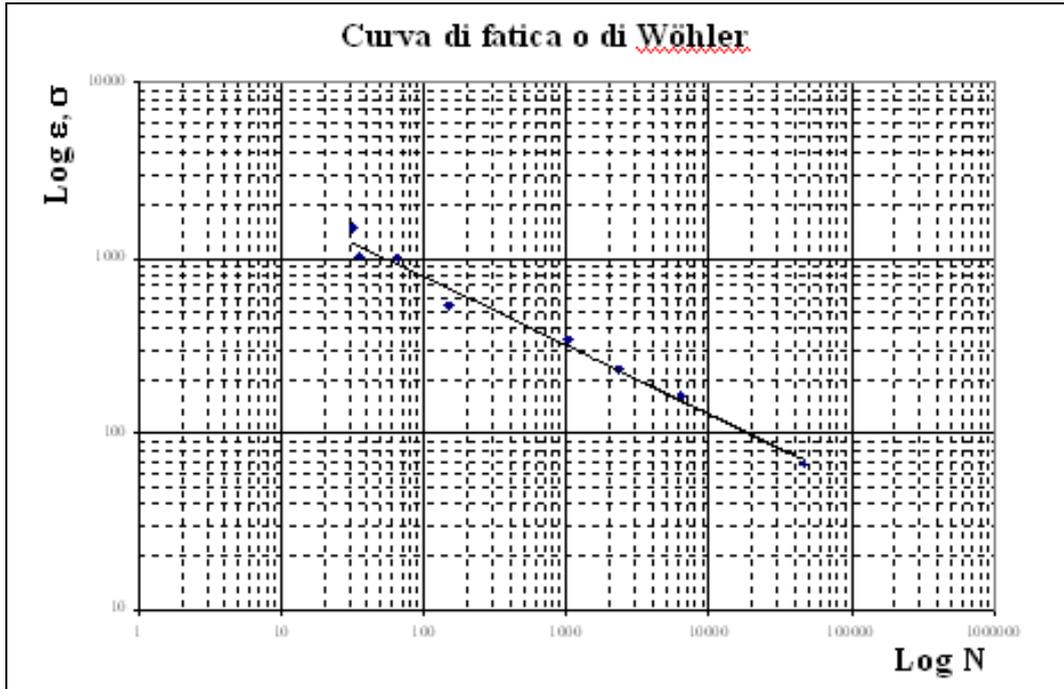


Figura 1.15: Curva di Wöhler.

Elaborando i dati ottenuti da prove in controllo di tensione S. P. Pell ha dimostrato, come si vedrà in seguito, che la deformazione applicata al provino è la variabile che governa la rottura essendo possibile ottenere una singola relazione consistente, esprimendo i risultati in funzione della deformazione iniziale generata. Per tale motivo, la rappresentazione della curve di fatica viene spesso proposta sul piano ε_0 (deformazione iniziale) – N (cicli di carico) e la legge di fatica assume la forma:

$$N = K_1 \left(1/\varepsilon_0\right)^{k_2}$$

essendo N il numero di applicazioni di carico per cui si verifica la rottura a quel dato livello di deformazione iniziale e K_1 , K_2 i coefficienti del materiale.

Nel caso di prove in controllo di deformazione, l'espressione della resistenza a fatica può anche assumere la forma del tipo:

$\varepsilon_6 = J(N)^{-a}$ dove ε_6 corrisponde alla deformazione da imporsi al provino perché raggiunga la rottura a 10^6 cicli di carico, mentre “-a” è la pendenza della regressione lineare nel piano bi-logaritmico.

In generale il punto di rottura a cui registrare N viene tradizionalmente fatto coincidere con l'avvenuta riduzione della rigidità del provino di conglomerato per un certo quantitativo. Nel caso di prove in controllo di tensione, per i motivi sopra esposti, si considera rottura la riduzione del modulo di rigidità al 10% del suo valore iniziale. Spesso si considera anche solo il 50% in analogia alle prove in controllo di deformazione per cui la rottura si fissa nel momento in cui la tensione (forza) applicata, a parità di deformazione, risulta dimezzata. In sintesi i criteri di rottura classici sono del tipo:

$\sigma_{rottura} = 1/2 \sigma_0$ o $\sigma_{rottura} = 1/10 \sigma_0$:per prove in controllo di deformazione, in quanto il danneggiamento provoca una riduzione delle tensioni applicate,

e

$\varepsilon_{rottura} = 2\varepsilon_0$:per prove in controllo di tensione, in quanto il danneggiamento provoca un aumento delle deformazioni applicate.

I tentativi di rappresentare con l'approccio tradizionale i risultati ottenuti da prove di fatica condotte in controllo di carico per mezzo di risultati in controllo di deformazione e viceversa non hanno avuto negli anni esito positivo. La tendenza è quella per cui, nel caso di deformazioni imposte, la vita a fatica sia incrementata di un fattore 10 rispetto a quella di prove in controllo di tensione, a parità di deformazione iniziale. In aggiunta la classificazione qualitativa della resistenza a fatica di materiali diversi ottenuta in laboratorio non sempre corrisponde a quanto effettivamente si riscontra in opera a parità di condizioni. Sono queste le prime

critiche mosse negli anni all'approccio classico da diversi studiosi secondo i quali l'espressione assoluta della fatica di un conglomerato bituminoso deve essere indipendente dal metodo di prova adottato.

Lo stesso H. Di Benedetto, nella presentazione dell'indagine interlaboratori del Comitato Tecnico RILEM 182 PEB, ha evidenziato i limiti dell'approccio classico, ribadendo in primis che le prestazioni a fatica di un medesimo conglomerato risultano variabili a seconda della metodologia di carico adottata. Anche il confronto tra i risultati classici di test flessionali (2, 3 e 4PB) mostra come la fatica dipenda dal tipo di prova ed anche dalle dimensioni del provino per una stessa prova. Per la prova a trazione indiretta invece, l'interpretazione tradizionale soffre della significativa quota parte di cicli di carico responsabile delle deformazioni permanenti nel provino, ma considerata come fatica. Il commento riassuntivo del ricercatore francese circa l'analisi classica dei dati di fatica è che non è in definitiva possibile trasferire i risultati di un test ad un altro e nemmeno adottare la stessa formulazione per predire la fatica dello stesso materiale in opera.

Diversi studi in passato hanno cercato di individuare e caratterizzare l'influenza che i vari parametri di prova e di formulazione possono avere sull'analisi tradizionale della fatica. S. P. Pell già nel 1973, proponeva all'HRB una serie di considerazioni sugli effetti che la rigidità del conglomerato, il modo di caricamento, le variabili di miscela e i periodi di riposo possono avere sui risultati a fatica interpretati tradizionalmente; per completezza, se ne fornisce a seguire una breve sintesi.

La rigidità ha effetti non trascurabili sulla vita a fatica di provini identici testati in controllo di tensione e di deformazione. In controllo di tensione le curve di Wöhler ($\log \sigma - \log N$) ottenute da Pell si collocano pressoché parallele sul piano, con valori più elevati per rigidità più alte, mostrando una forte dipendenza del risultato dalla rigidità: più rigido è il provino, più lunga è la vita a fatica. Graficando sul piano deformazioni - numero di cicli ($\log \varepsilon - \log N$) i risultati di prove in controllo di tensione, è stato riscontrato che, per un campo di temperature abbastanza ampio, i risultati per rigidità differenti coincidono. Le curve di fatica classiche si dispongono pressoché nello stesso punto indicando che la

deformazione è la variabile che governa la rottura. Adottando direttamente prove in controllo di deformazione le cose cambiano: Pell ha osservato un'inversione nella disposizione delle curve sul piano, con resistenze a fatica più elevate per rigidità inferiori. L'autore spiega queste differenze descrivendo le differenti modalità con le quali si sviluppano e si propagano le fessurazioni nel provino durante i due test: rapida propagazione della frattura per l'elevata concentrazione di tensioni alla punta nel caso di prove in controllo di tensione e tasso di sviluppo ridotto a causa della riduzione delle tensioni applicate nel caso di controllo di deformazione. In quest'ultimo caso, per rigidità piccole, le tensioni sono basse e la misurazione dei cicli a fatica include un tempo considerevole necessario per propagare la fessurazione fino ad uno stato che soddisfi il criterio di rottura; per rigidità elevate in partenza, la variazione di rigidità durante il test in controllo di deformazione incide in minor misura sul numero di cicli a rottura, perché il livello tensionale permane comunque elevato. In generale, se la vita a fatica calcolata contiene un significativo tempo di propagazione della fessurazione, allora l'analisi tradizionale basata sull'innesco della frattura per deformazione impressa perde di valore perché la curva di fatica si innalza ed aumenta di pendenza. Ciò vale anche per alcuni test in controllo di tensione ove si verifichi la propagazione della frattura. Per tali motivi secondo Pell è opportuna la scelta di adottare la rappresentazione tradizionale di Wöhler utilizzando il valore della deformazione iniziale misurata per un provino con una certa rigidità iniziale, così come descritta in precedenza.

Si sono descritti gli effetti della rigidità sulla vita a fatica rappresentata tradizionalmente ed, in particolare, Pell ha sottolineato come, in generale, ad un aumento della rigidità corrisponda un incremento di vita per un fissato livello di tensione in prove a controllo di tensione ed una diminuzione di vita per un fissato livello di deformazione in prove a controllo di deformazione. Si comprende come pertanto, ogni variabile di miscela che influisca sulla rigidità lo faccia anche sulla resistenza a fatica del materiale. Tra queste variabili si annoverano il tipo di aggregati e la loro granulometria (filler incluso), il tipo di legante bituminoso, il grado di addensamento e il contenuto di vuoti, ma secondo Pell, le percentuali di bitume e di vuoti nella miscela sono predominanti. L'aumento dei vuoti riduce la

vita a fatica per due motivi: in primo luogo riduce la rigidità del c.b., in secondo luogo aumenta le concentrazioni tensionali nel volume del provino. Ciò sarà maggiormente evidente per prove in controllo di tensione. Un incremento del contenuto di bitume ha solitamente l'effetto di aumentare la resistenza a fatica, ma se i vuoti sono pochi, un eccessivo contenuto di bitume può indebolire il conglomerato riducendone la rigidità complessiva. In quest'ottica esiste comunque un contenuto ottimo di legante a parità di curva granulometrica. Da oltre 400 prove di fatica in cui l'unica variabile è stata il tipo di aggregato, Pell ha potuto concludere che gli effetti di questa variabile sulla fatica sono trascurabili se il contenuto di legante è simile.

Egli in generale conclude che, per ottenere buone prestazioni a fatica da uno strato bituminoso di spessore elevato, occorre confezionare un conglomerato di elevata rigidità: le quantità di filler e di legante debbono essere tali per cui si abbia la massima resistenza a trazione col minor numero di vuoti.

Per quanto concerne gli effetti dei periodi di riposo imposti durante le prove di fatica, Pell riporta quanto ottenuto da altri studiosi sottolineando come la vita a fatica di un conglomerato possa subire benefici allungamenti qualora intervalli di riposo vengano somministrati dopo ogni impulso di carico. Egli conclude che l'utilizzo di prove di laboratorio in continuo possono solo sottostimare la vita a fatica in opera. Degli effetti dei periodi di riposo e del fenomeno dell'autoriparazione si tratterà in seguito.

L'approccio tradizionale allo studio della fatica risulta datato e la variabilità dei dati ottenibili non consente di poterne applicare i risultati alla progettazione di pacchetti bituminosi, senza pagare in termini di minor affidabilità. Recenti ricerche ne hanno minato ulteriormente l'aspetto teorico, mostrando come gli effetti di fenomeni fittizi (riscaldamento del provino e tixotropia del legante) durante i test non possano essere trascurati; il confronto con l'evoluzione del danneggiamento su pavimentazioni reali ha confermato questa tesi. Del resto le problematiche legate alle differenze tra le condizioni di prova in laboratorio e quelle cui è soggetto il c.b. in opera sono note da tempo ed il calcolo di Fattori di Traslazione (Shift Factors) per le curve di fatica ottenute tradizionalmente è sempre stato l'ostacolo maggiore nel passaggio dal laboratorio alla progettazione

a fatica delle sovrastrutture. A. Moleenar chiama il Fattore di traslazione come “il grande sconosciuto” sottolineando come gli effetti della propagazione del danneggiamento e la redistribuzione delle tensioni nel provino non siano concetti trascurabili. Secondo lo studioso olandese almeno il 40% dell’incertezza estimativa sulla resistenza a fatica dei c.b. è legata all’inesattezza dell’approccio modellistico di analisi, valore oggi non più compatibile, ad esempio, con la quantificazione del rischio ai fini contrattuali nella progettazione di un opera. Il numero degli aspetti che concorrono alla determinazione dei Fattori di Traslazione per le rappresentazioni della fatica descrive in modo inequivocabile le origini dell’aleatorietà denunciata da Moleenar ed, in molti casi, non può essere esclusa neanche per gli approcci modellistici più recenti. Metodologia di prova, modo di caricamento, livelli tenso-deformativi, dimensioni dei provini, differenze di compattazione, condizioni climatiche di prova, periodi di riposo, autoriparazione del c.b. sono solo alcuni di questi aspetti.

In base al quadro descritto, l’approccio analitico di tipo tradizionale mostra deficienze nella valutazione della resistenza a fatica dei materiali bituminosi, che debbono essere sorpassate nell’affrontare una moderna progettazione infrastrutturale. Per tale motivo, già da qualche anno, vari studi stanno cercando, su più fronti, di rivedere l’analisi simulativa dei fenomeni di fatica di laboratorio proponendo nuovi approcci modellistici, alcuni dei quali assai promettenti. A seguire si descrivono l’approccio energetico e, in generale, quello in termini di danno.

1.10. L’APPROCCIO ENERGETICO

Il metodo dell’energia dissipata durante una prova di fatica di laboratorio per lo studio della fatica è di tipo meccanicistico. Diversi autori avanzano l’ipotesi che esista un’unica relazione tra la vita a fatica di un provino bituminoso e l’energia totale dissipata durante il test fino alla rottura. Secondo A. Tayebali tale approccio può condurre a risultati più coerenti con la realtà rispetto al caso tradizionale.

Durante la sollecitazione di un provino in conglomerato bituminoso si può, in effetti, riscontrare una dissipazione energetica dovuta al comportamento visco-elastico del materiale. La Figura 1.16 mostra la differenza tra il comportamento di

un materiale elastico ed uno visco-elastico sottoposti ad un carico impulsivo: nel secondo caso è presente un coppia isteretica per cui una parte dell'energia immessa nel sistema è persa e corrisponde all'area racchiusa tra i rami di carico e scarico.

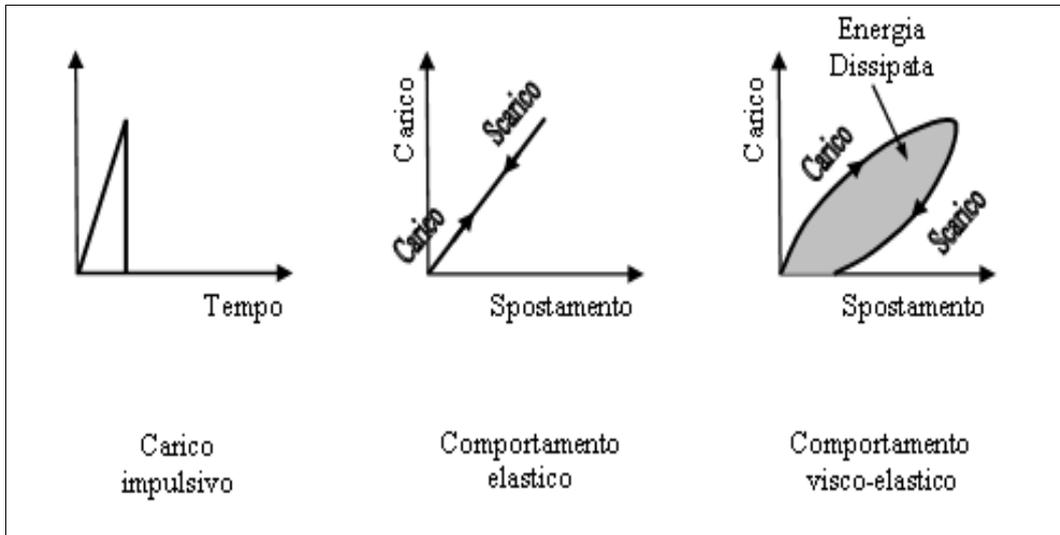


Figura 1.16: Differenza tra il comportamento di un materiale elastico ed uno visco-elastico sottoposti ad un carico impulsivo.

Per una sollecitazione di tipo sinusoidale come quella generalmente adottata per prove a fatica l'energia dissipata durante un ciclo può essere calcolata attraverso la seguente espressione:

$$w_i = \pi \sigma_i \varepsilon_i \sin \phi_i$$

essendo:

w_i :l'energia dissipata durante il ciclo i-esimo;

σ_i :l'ampiezza della tensione al ciclo i-esimo;

ε_i :l'ampiezza della deformazione al ciclo i-esimo;

ϕ_i :lo sfasamento tensione-deformazione al ciclo i-esimo.

La dissipazione di questa energia è in gran parte associata alla deformazione viscosa del materiale che la dissipa in calore, ma anche alla formazione di microlesioni nel materiale che condurranno alla rottura. L'entità dell'energia dissipata per ciclo durante la prova varia in modo differente a seconda che il modo di

caricamento sia in controllo di tensione o di deformazione. Nel primo caso l'energia dissipata per ciclo aumenta, nel secondo decresce. Questo comportamento è coerente con la riduzione della rigidezza del provino e con la variazione del ciclo isteretico durante la prova. La Figura 1.17 seguente è qualitativa.

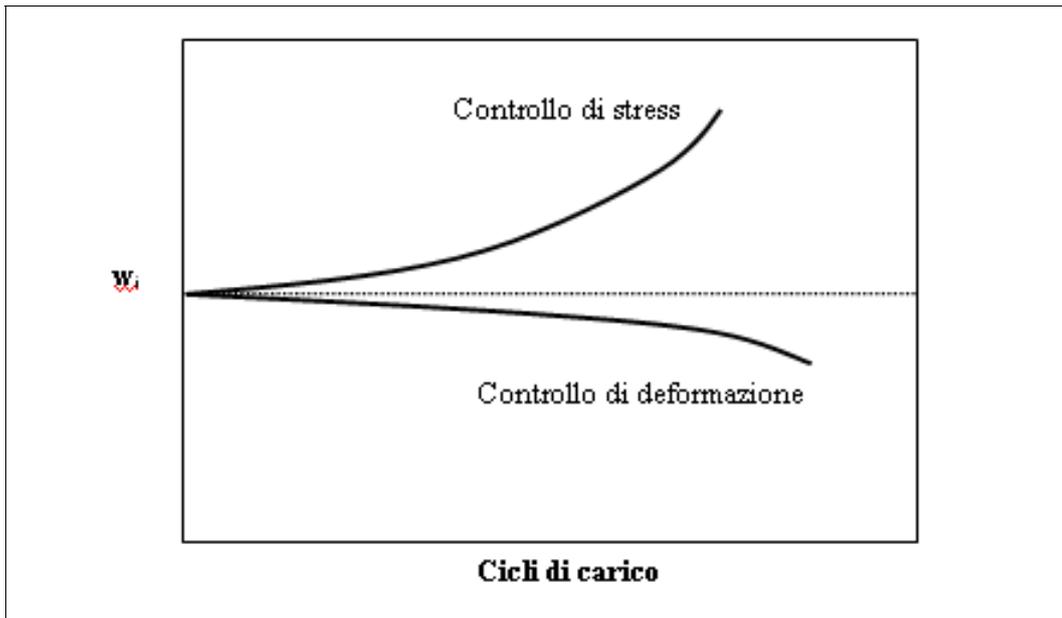


Figura 1.17: Energia dissipata.

I primi studi condotti sull'energia dissipata furono condotti da Chomton e Valayer nel 1972 e successivamente da Van Dijk. La legge di fatica proposta dai primi esprime la relazione che intercorre tra l'energia dissipata in complesso fino alla rottura e il numero di cicli di carico:

$$W = A \cdot N_f^z$$

dove:

W :è l'energia dissipata totale pari a: $\sum_i (\pi \sigma_i \varepsilon_i \sin \phi_i)$;

N_f :è il numero di cicli a rottura;

A, z :sono coefficienti determinati sperimentalmente.

Secondo gli autori l'energia dissipata è funzione delle caratteristiche del materiale, ma, discutibilmente, indipendente dalla configurazione di prova scelta, dalla temperatura (dai 10 ai 40°C), dal modo di caricamento (controllo di tensione o di deformazione) e dalla frequenza (dai 10 ai 50 Hz).

Van Dijk e Visser nel 1977 condussero ulteriori studi e verificarono che non era possibile impiegare una medesima relazione per ogni materiale ed introdussero un indice adimensionale Ψ funzione della rigidità del conglomerato e del tipo di prova cui esso è sottoposto:

$$\Psi = N_f w_0 / W$$

dove:

$$w_0 = \pi \sigma_0 \varepsilon_0 \sin \phi_0$$

essendo:

σ_0 :l'ampiezza iniziale della tensione;

ε_0 :l'ampiezza iniziale della deformazione;

ϕ_0 :lo sfasamento iniziale.

L'indice Ψ tiene conto della variazione di tensione, di deformazione e di sfasamento durante la prova e dipende principalmente dall'evoluzione della rigidità nel test e dal tipo di caricamento: $\Psi < 1$ per prove in controllo di tensione e $\Psi > 1$ per prove in controllo di deformazione. $\Psi = 1$ per ambedue i modi di caricamento quando la rigidità del materiale è superiore ai 26 GPa.

Un secondo tipo di approccio energetico basato sulla dissipazione è stato sviluppato da P. Hopman nel 1989, ripreso da G. M. Rowe nel 1993 e completato da A. Pronk nel 1995. Secondo H. Di Benedetto questo approccio alla fatica è attrattivo restando, tuttavia, di difficile applicazione nel caso di prove a controllo di deformazione. A seguire se ne descrivono i punti salienti.

Nello suo approccio energetico alla fatica P. Hopman ha introdotto il concetto di “Energy ratio” per definire, in prove a controllo di deformazione, il numero di applicazioni di carico (N_1) per cui si considera innescata la fessurazione. Ciò avviene quando le micro-lesioni che interessano il conglomerato bituminoso si traducono per coalescenza in una macro-fessura che da quel momento in poi si propaga fino alla rottura. L’”Energy ratio” è definito come il seguente rapporto:

$$\text{Energy ratio} = n \cdot (w_o/w_i) = n \cdot (\pi\sigma_o\varepsilon_o \sin\phi_o)/(\pi\sigma_i\varepsilon_i \sin\phi_i)$$

essendo:

n :l’i-esimo ciclo;

w_o, w_i :rispettivamente l’energie dissipate al primo ed all’i-esimo ciclo.

Graficando l’Energy ratio in funzione dei cicli di carico si rileva l’esistenza di un numero di cicli N_1 per cui la curva mostra una variazione significativa di pendenza. Secondo Hopman, in base ai suoi studi, tale punto corrisponde ad una riduzione del 40% del modulo complesso estensionale ed all’inizio della propagazione della macro-fessura.

Considerando che le tensioni possono essere espresse in funzione dei moduli complessi e che, nel caso di prove in controllo di deformazione, l’ ε_o non cambia, l’espressione dell’Energy ratio può anche assumere la forma:

$$\text{Energy ratio} = n \cdot (\pi E_o^+ \varepsilon_o^2 \sin\phi_o)/(\pi E_i^+ \varepsilon_o^2 \sin\phi_i)$$

da cui, condensando i fattori costanti in una unica costante senza che la forma della curva sia alterata e tenendo conto che la variazione di $\sin\phi$ è piccola se paragonata a quella di E^* , ne consegue che, secondo Rowe, l’espressione dell’Energy ratio per l’identificazione di N_1 può essere ridotta alla seguente:

$$R_i^\varepsilon = n/E_i^* \quad \text{per prove in controllo di deformazione,}$$

definendo N_1 come il punto in cui la pendenza della curva $R_i^\epsilon - n$ devia dalla linearità.

In modo del tutto analogo Rowe ricava l'espressione della Reduced Energy ratio per prove in controllo di tensione:

$$R_i^\sigma = n \cdot E_i^* \quad \text{per prove in controllo di tensione.}$$

In tale caso, l'ampiezza della tensione resta costante e, a seguito dell'innesco della fessura, il livello tensionale in corrispondenza della sua punta aumenta rapidamente ed il punto N_1 può essere agevolmente identificato sul piano $R_i^\sigma - n$ come il picco della curva ottenuta. La Figura 1.18 mostra l'andamento delle curve ora definite e l'identificazione del ciclo N_1 corrispondente all'innesco della fessura nei due casi.

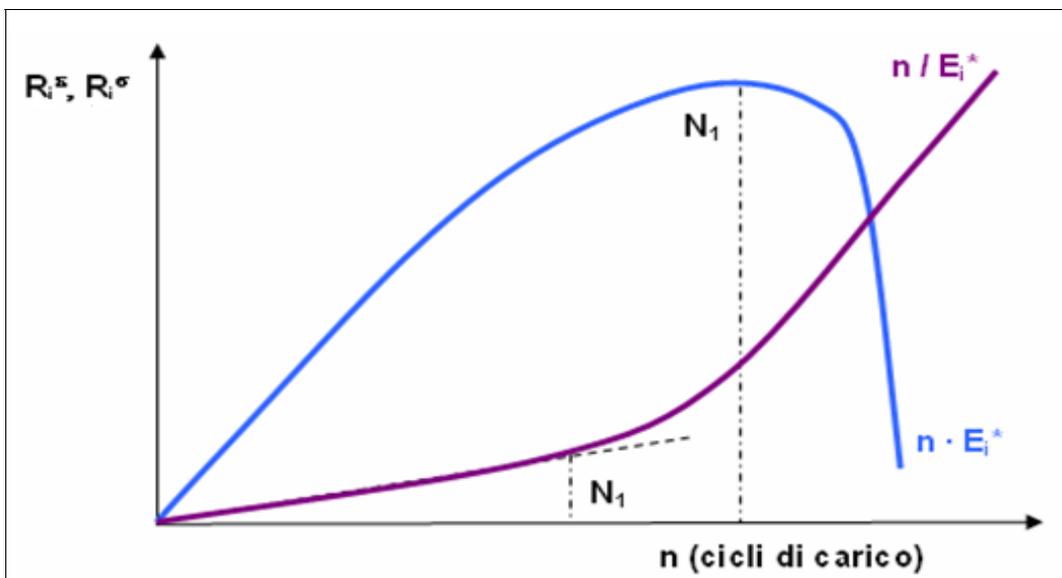


Figura 1.18: Identificazione del ciclo N_1 corrispondente all'innesco della fessura.

Secondo Rowe il fatto di definire la vita a fatica in corrispondenza di N_1 è di forte attrattiva in quanto i dati ottenuti dai due tipi di test rappresentano il materiale nella medesima condizione di danno piuttosto che ad un'arbitraria riduzione del

modulo del 50 o del 90%, peraltro inficiata dalla difficoltà di misurare il modulo iniziale con precisione.

Un'ulteriore semplificazione del Reduced Energy ratio nel caso di prove in controllo di tensione è stata proposta nel 1997 da A. C. Collop e J. Read i quali hanno dimostrato come l'andamento di R_i^σ in funzione del numero di cicli di carico possa essere agevolmente assimilato a quello del rapporto $N/\Delta s$ tra il numero del ciclo di carico n-esimo ed il corrispondente abbassamento assiale del campione (nel caso di prove ITFT). Tale risultato semplifica radicalmente la determinazione del punto di innesco della fessurazione nel caso di configurazioni di prova a trazione indiretta in cui non sia prevista la misurazione delle deformazioni orizzontali del provino, ma soltanto lo spostamento verticale del coltello superiore di carico.

Circa l'approccio energetico proposto da Hopman, H. Di Benedetto avanza alcune perplessità in merito al fatto che, per via della proporzionalità diretta tra la vita a fatica ed il Modulo di dissipazione, alcune miscele bituminose, in linea teorica particolarmente elastiche, possano esibire risultati a fatica eccellenti al contrario di quanto accade nella realtà. Secondo la teoria del Reduced Energy ratio i materiali perfettamente elastici, infatti, non possono raggiungere la rottura per fatica. All'atto pratico, l'energia dissipata non causa solo la rottura dei legami interni al materiale, ma riscalda per gran parte il provino.

1.11. L'APPROCCIO IN TERMINI DI DANNO

Lo studio della fatica dei materiali per mezzo del concetto di danno o danneggiamento ha origine con la nota espressione di accumulo del danno proposta nel 1945 dal meccanico M. Miner, utilizzata per descrivere come i vari livelli di caricamento reali contribuiscano al danneggiamento del materiale:

$$\sum_i^n (n_i/N_i) = 1$$

dove:

n_i :è il numero di cicli per il livello di caricamento σ_i ;

N_i :è il numero di cicli a rottura ottenibili applicando il livello di caricamento σ_i .

Tale legge, pure trovando poco riscontro per i materiali bituminosi, è stata largamente impiegata per via della sua semplicità. Lo stesso P. S. Pell afferma in una pubblicazione del 1973 che, tra le teorie di accumulo del danno, non ve ne è una che mostri un'evidente superiorità all'ipotesi di sommare linearmente i rapporti dei cicli, così come proposto da Miner. C. Monismith suggerì di adottare la legge di Miner per valutare la vita a fatica di miscele bituminose sottoposte a carichi composti basandosi sulle deformazioni imposte e J. Deacon, a conclusione di una ricerca, ha affermato che "la sommatoria lineare dei rapporti di ciclo governa la fatica delle miscele bituminose soggette a stati deformativi multipli di entità variabile".

Successivamente a Miner altri studiosi adottarono l'approccio alla fatica in termini di danno per descrivere il comportamento dei materiali bituminosi sottoposti a carichi ripetuti.

Nel report del Comitato Tecnico RILEM 182 PEB, H. Di Benedetto applica il metodo razionale da lui sviluppato presso l'ENTPE, per analizzare i dati ottenuti da tutti i laboratori coinvolti nella ricerca con l'approccio del danno. L'obiettivo è quello di determinare l'effettivo trend di danneggiamento per ciascun ciclo di carico, correggendolo dagli effetti fittizi che alterano il risultato a fatica, primo fra tutti il riscaldamento riscontrato durante la fase iniziale della prova. In pratica egli osserva le curve di evoluzione del modulo complesso misurato in funzione del numero di cicli di applicazione ed individua 3 fasi differenti e successive durante il test. Una FASE I o fase di adattamento in cui la rapida diminuzione del modulo non può essere dovuta alla sola fatica; il riscaldamento ed un fenomeno locale (tixotropia) intervengono significativamente nella perdita del modulo che, tuttavia, risulta del tutto recuperabile. Una FASE II o fase quasi-stazionaria in cui gli effetti fittizi coesistono, seppur in minima parte, con la fatica del materiale che risulta il fenomeno predominante nella diminuzione della rigidità del provino. Da questa fase l'approccio proposto da Di Benedetto ricava l'evoluzione del

danneggiamento separando e correggendo gli effetti dei fenomeni fittizi. Tale correzione può avere segno positivo o negativo a seconda del modo di caricamento scelto. La FASE III o fase di rottura corrisponde alla propagazione della macro-fessura fino alla rottura del provino. La Figura 1.19 mostra un tipico andamento E – N in cui si distinguono innesco e propagazione.

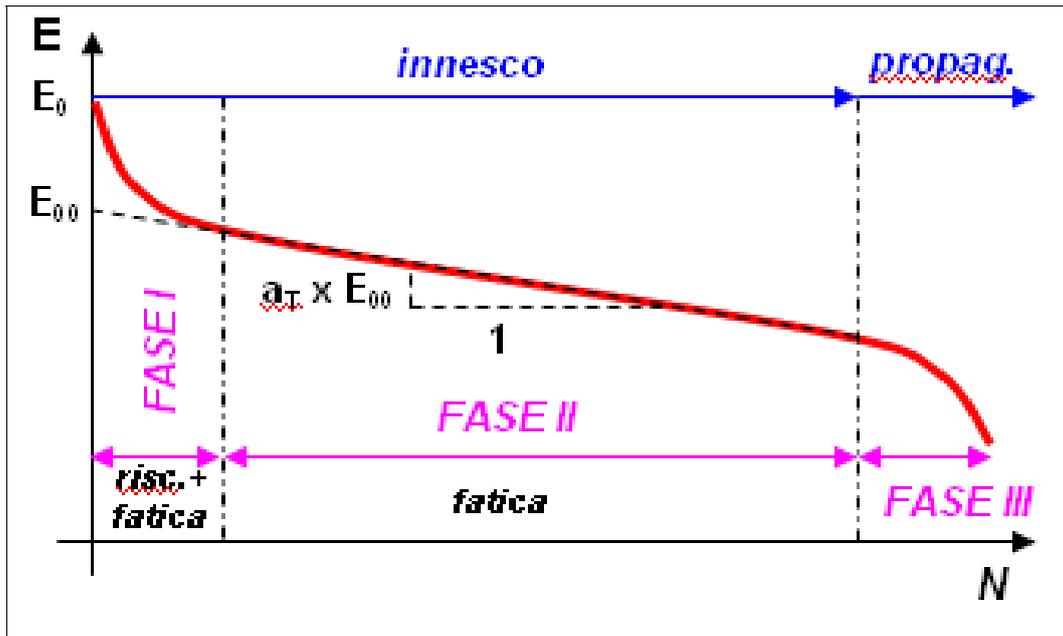


Figura 1.19: Un tipico andamento E – N.

Prendendo spunto dal lavoro di Lemaître, Di Benedetto definisce un parametro isotropico di danno D_{exp} che caratterizza la variazione relativa di modulo tra lo stato iniziale e lo stato del materiale al ciclo N-esimo di una prova a fatica:

$$D_{exp} = (E_0 - E_N) / E_0$$

essendo:

D :il parametro di danno al ciclo N-esimo;

E_0 :il modulo del modulo complesso allo stato iniziale non danneggiato;

$E_N = |E^*|$:il modulo del modulo complesso al ciclo N-esimo.

D_{exp} necessita di correzione dagli effetti fittizi che intervengono nella fase di adattamento ed in parte nella FASE II. In quest'ultima la variazione del modulo è pressoché lineare e può essere estrapolata linearmente fino al primo ciclo di carico individuando così il corrispondente modulo E_{00} . Il coefficiente a_T rappresenta la pendenza della linea di danneggiamento della FASE II. Tale coefficiente può, secondo lo studio proposto, essere suddiviso in due addendi in cui uno tenga conto degli effetti fittizi sulla variazione del modulo (a_{Biased}) ed uno descriva gli effetti della reale fatica ($a_{Fatigue}$):

$$a_T = a_{Fatigue} + a_{Biased}$$

Osservazioni sperimentali e considerazioni teoriche hanno permesso di affermare che gli effetti fittizi hanno un'evoluzione proporzionale alla variazione di energia dissipata e, pertanto, hanno un effetto positivo o negativo nel contributo allo scadimento dipendente dal tipo di caricamento adottato. L'espressione definitiva proposta da DiBenedetto per il calcolo della pendenza a_F della linea di fatica è la seguente:

$$a_F = a_T + a_w C (E_0 - E_{00}) / E_0$$

dove:

a_w :rappresenta la pendenza della curva di dissipazione di energia per ciclo di carico in funzione dei cicli di carico, normalizzata per l'energia dissipata estrapolata per il primo ciclo W_{00} ;

C :è un coefficiente che tiene conto della non-linearità del danneggiamento occorso nella FASE I del test.

Tale espressione consente di descrivere un'evoluzione del danno per intervalli di linearità in cui la curva E – N nella FASE II può essere convenientemente suddivisa.

In termini pratici Di Benedetto suggerisce di ricavare la legge di fatica dall'andamento di E registrato per prove in controllo di deformazione essendo noto come, per prove in controllo di tensione, si verificano aumenti delle deformazioni e dell'energia dissipata per ciclo, al punto che, nella FASE II, la temperatura non riesce a stabilizzarsi.

Applicando la legge alle prove di T/C condotte nel *round robin* RILEM lo studioso francese ha riscontrato come fosse possibile confrontare prove in controllo di tensione con altre in controllo di deformazione per uno stesso materiale. Il che è come naturalmente dovrebbe essere, essendo la resistenza a fatica del c.b. una proprietà intrinseca del materiale. La correzione apportata dal termine a_w alla pendenza a_T è variabile con l'ampiezza delle tensioni (deformazioni) applicate e dipende dalle dimensioni delle superfici di scambio termico del provino oltre che dall'uniformità dello stato tenso-deformativo al suo interno; per test non omogenei è infatti possibile che alcune porzioni del campione siano già in FASE III ed a_F risulti erroneo coesistendo nel provino sia l'innesco che la propagazione.

Un secondo significativo aspetto dell'approccio proposto all'ENTPE è legato alla possibilità di ricavare il comportamento a fatica per prove non omogenee (per es. 4PB) dalla calibrazione del modello realizzata con prove omogenee (per es. T/C), a patto che sia disponibile uno strumento di modellazione strutturale (f.e.m.) della prima. È ad esempio possibile ottenere l'evoluzione del danno nell'intero travetto 4PB da una legge di danneggiamento espressa in funzione dell'ampiezza di deformazione, essendo quest'ultima variabile entro il volume del provino. L'analisi f.e.m. è richiesta per calcolare le variazioni di rigidità nel travetto tramite la corretta integrazione dell'influenza di ciascun elemento di volume. Occorre però che il campo delle deformazioni resti entro quello delle prove T/C e non porti alla FASE III di propagazione nel travetto.

Di Benedetto ritiene che l'approccio razionale in termini di danneggiamento, pur essendo ulteriormente affinabile, rappresenti uno strumento molto più potente ed accurato dell'analisi classica dei risultati di prove a fatica. La separazione degli effetti fittizi dal fenomeno della fatica tende alla rappresentazione intrinseca della

fatica per il c.b. sottoposto a prova e può consentire anche un più agevole studio del fenomeno dell'autoriparazione dei materiali bituminosi.

1.12. LEGGI SPERIMENTALI DI FATICA

La determinazione del comportamento a fatica di una miscela bituminosa può richiedere un notevole impiego di risorse economiche oltre che di tempo. Le strumentazioni di laboratorio per la produzione dei campioni di prova e quelle per la realizzazione dei test hanno, a causa dell'elevato contenuto tecnologico che racchiudono, costi elevati. Il numero di prove necessarie per ricavare un risultato significativo è poi innalzato dalla variabilità dei dati così come descritta in precedenza.

Diviene pertanto lecito intraprendere lo studio di leggi di fatica che, a partire dal minor numero di indagini sperimentali di laboratorio possibile, consentano di definire il comportamento del materiale bituminoso sia in laboratorio, sia su strada. Già nel 1970 J. Epps e C. Monismith cercarono di individuare un metodo per valutare le prestazioni a fatica di un conglomerato tramite un semplice test di trazione. P. S. Pell, invece, dubitando dalla possibilità di predire da un semplice test non ripetitivo il comportamento a fatica di un'ampia varietà di materiali in un altrettanto ampio range di condizioni di esercizio, avanzava la possibilità di adottare un semplice test per studiare la variazione della rigidità dei vari materiali modificando i parametri delle miscele: erano le prime applicazioni dell'oramai noto Nottingham Asphalt Tester.

Nonostante il numero di sperimentazioni sulla fatica si sia moltiplicato tra i gruppi di ricerca di tutto il mondo a partire dagli anni '70 e, quindi, la banca dati della fatica stia da allora crescendo, le differenze metodologiche e di analisi dei dati non hanno consentito un agevole confronto quantitativo tra i vari risultati ottenuti e, spesso, l'applicazione di leggi di fatica messe a punto da un centro di ricerca non hanno trovato un effettivo riscontro altrove. Lo stesso P. S. Pell riteneva promettente lo sforzo da parte degli istituti locali di ricavare leggi di fatica di forma classica da indagini di laboratorio sui propri materiali e di applicarle, per la progettazione strutturale, nel proprio contesto ambientale e trasportistico. In USA, ad esempio, C. Monismith propose una legge di fatica ricavata con l'approccio

tradizionale, specifica per diversi conglomerati bituminosi chiusi impiegati in California. In Italia la Società Autostrade propose una legge di fatica per conglomerati bituminosi superficiali applicabile alla progettazione di pacchetti soggetti a ESA da 120 kN.

Altri ricercatori proposero leggi di fatica basate su prove condotte in laboratorio, che consentissero la progettazione a fatica delle pavimentazioni sulla base della sola conoscenza di alcuni parametri della miscela impiegata. Si trattava di formulazioni empiriche più o meno complesse, derivate dall'individuazione dei parametri caratteristici dei conglomerati che più influivano sulla loro prestazione a fatica in opera. Tra i parametri più adottati si ricordano le percentuali volumetriche di aggregati, bitume e vuoti nelle miscele, la temperatura di rammollimento e il contenuto di asfaleni del legante, il modulo di rigidità e altri. Tra le leggi sperimentali di fatica più note si ricorda quella messa a punto nell'ambito del programma SHRP da A. Tayebali (1994) sulla base di prove 4PB a deformazione controllata.

$$N_{50\%} = 2,738 \cdot 10^5 \cdot e^{(0,077VFB)} \cdot \varepsilon_0^{-3,624} \cdot E''^{-2,720}$$

dove:

ε_0 : è la deformazione iniziale;

VFB : è la percentuale volumetrica di vuoti riempiti di bitume;

E'' : è il modulo di dissipazione iniziale determinato con prova a taglio.

Molte delle leggi di fatica proposte vengono ancora utilizzate con successo per la progettazione a fatica delle pavimentazioni ed alcune sono direttamente implementate su appositi software di calcolo razionale o empirico-meccanicistico. Tuttavia, con l'avvento di nuovi materiali e di nuove soluzioni tecniche strutturali, la bontà di alcune leggi ricavate da sperimentazioni datate, condotte su materiali talvolta obsoleti non ne consente un'agevole e corretta applicazione.

Oggi l'avvento delle normative europee, la crescente diffusione scientifica, la proliferazione dei laboratori specializzati, lo scambio e la condivisione di risultati

attraverso progetti di ricerca nazionali ed internazionali sta indirizzando sempre più i gruppi di ricerca verso l'intento di armonizzare il concetto di prestazione a fatica di un materiale bituminoso per governarne appieno il dominio di variabilità e per fornire ai tecnici progettisti di pavimentazioni stradali gli strumenti necessari ad una progettazione sostenibile dell'infrastruttura. La caratterizzazione prestazionale a fatica in laboratorio del conglomerato bituminoso deve soppiantare quella prescritzionale in cui la miscela era progettata e accettata, in pratica, solo sulla base della Prova Marshall. I Capitolati debbono richiedere una prestazione a fatica del materiale e lasciare al tecnico la possibilità di progettare la composizione tramite l'applicazione empirico-meccanicistica delle indagini di laboratorio.

Il trend della ricerca attuale supera l'affermazione in cui P. S. Pell definisce non possibile la definizione di una relazione univoca per la caratterizzazione a fatica dei materiali bituminosi basandosi sull'osservazione che la vita a fatica di laboratorio è fortemente dipendente dalla metodologia di prova adotta. Il nuovo approccio è, invece, quello di studiare modellazioni del fenomeno della fatica per i conglomerati bituminosi che siano valide in assoluto, indipendentemente dal tipo di test scelto e dalle condizioni di prova adottate. Modelli che tengano conto degli effetti fittizi descritti in precedenza e che consentano di descrivere il comportamento per un qualsiasi materiale bituminoso sulla base del minor numero di prove di laboratorio. In pratica, modelli generali, intrinseci del materiale, di facile calibrazione ed applicazione al progetto.

Nel prossimo paragrafo si fornisce una rapida descrizione dei modelli recentemente proposti dal RILEM TG3, basati sull'approccio in termini di danno, verificatosi, ad oggi, il più coerente con la realtà.

1.13. CONCLUSIONI

Il degrado della pavimentazione stradale è un fenomeno complesso che non può essere studiato in maniera univoca poiché racchiude in se diverse cause che vi concorrono nel tempo. In generale ognuna di queste concause è studiata per quanto possibile singolarmente, attraverso diverse prove sperimentali di laboratorio e molto spesso direttamente su pavimentazione reale. I risultati

ottenuti sono utilizzati nelle moderne procedure di progetto delle sovrastrutture stradali al fine di garantire le necessarie caratteristiche di resistenza strutturale dei materiali componenti, nonché di regolarità ed aderenza del piano viabile.

In particolare il comportamento a fatica presenta una grande varietà di definizioni e di metodi per analizzarne possibili soluzioni.

In questo lavoro si è visto innanzitutto che lo studio della fatica si propone in modo sostanzialmente diverso a seconda che la propagazione della fessura avvenga dal basso verso l'alto (rottura tipo bottom-up) o dall'alto verso il basso (rottura tipo top-down).

Lo studio del comportamento a fatica presenta risultati diversi a seconda dei fattori che la influenzano, i più importanti dei quali sono:

- Carico: la vita a fatica aumenta diminuendo la durata dell'impulso, o aumentando i periodi di riposo, o accrescendo la frequenza, o ancora aumentando l'energia immessa nel sistema per ogni ciclo di carico.
- Condizioni ambientali: la vita a fatica cresce diminuendo la temperatura.
- Caratteristiche dei conglomerati: i conglomerati con rigidità maggiore garantiscono una maggiore vita a fatica; una maggiore percentuale di bitume, una bassa percentuale di vuoti d'aria e un incremento del contenuto di filler sono tutti fattori che migliorano il comportamento a fatica.

Le diverse prove e i diversi test hanno svantaggi e vantaggi da considerare e confrontare:

La prova ITFT rappresenta un utile strumento per il design delle miscele in conglomerato bituminoso poiché ne riproduce fedelmente il comportamento a fatica che si sviluppa in sito sotto l'azione del traffico veicolare e delle condizioni ambientali. È di semplice applicazione e la preparazione dei provini cilindrici non crea generalmente particolari difficoltà. Può essere effettuata su svariate tipologie di miscele, imponendo a piacere il numero di cicli di rottura. Il test può essere utilizzato anche per determinare parametri specifici quale ad esempio il modulo di rigidità.

La continua ripetizione della prova ITFT è preferibile rispetto alla prova a flessione su trave o flessione trapezoidale, poiché quest'ultima non consente l'accumulo delle deformazioni permanenti. La prova 4PB, inoltre, presenta un problema legato ai lunghi tempi necessari per il fissaggio dei piatti d'acciaio alle estremità dei provini.

L'effetto più significativo delle differenze che caratterizzano i test impiegati e che la vita a fatica esibita applicando la prova di trazione indiretta è inferiore a quella ottenuta con prove di flessione.

La teoria della propagazione della frattura basata sulla legge di Paris spiega, in modo abbastanza soddisfacente, le prestazioni delle pavimentazioni bituminose sottoposte a fatica, inserendo nella relazione il parametro di stress di Irwin K , che è il parametro dominante che controlla la propagazione della frattura. Il fattore K , essendo funzione della tensione per flessione, della lunghezza della frattura, della rigidità relativa della pavimentazione, della geometria e delle condizioni al contorno, tiene conto della frattura e della conseguente redistribuzione delle tensioni all'interno della pavimentazione, cosa che la sola tensione per flessione non è in grado di fare.

È stata inoltre analizzata una possibile relazione fra i coefficienti della Legge di Paris e si è dedotto che la legge trovata implica l'esistenza di un punto comune a tutte le curve di propagazione denominato punto di pivot, che assume la sua importanza solo nel caso in cui esso si trovi contenuto all'interno dello stadio II di propagazione e, quindi, solo nel caso in cui sia ottenuto dall'analisi di un insieme di prove omogenee per composizione chimica, trattamento termico e rapporto di carico.

Infine, vengono esaminate alcune delle Leggi di fatica proposte in Letteratura e si evidenzia, a confermare quanto sostenuto fin'ora da tutti gli studi ed elaborati sul comportamento a fatica fatti fino al giorno d'oggi, come la Teoria della Meccanica del Continuo, e in particolare la Legge di Paris qui studiata, sia l'approccio più significativo alla risoluzione del problema, poiché spesso gli altri metodi presentano risultati non attendibili o poco significativi.

CAPITOLO 2: LA CARATTERIZZAZIONE PRESTAZIONALE DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI

2.1. INTRODUZIONE

Modulo complesso, modulo elastico e modulo di rigidezza sono termini che fanno parte del linguaggio comune dei tecnici del settore dei materiali stradali: qual è il loro significato e cosa realmente rappresentano?

L'esigenza di conoscere la risposta dei materiali bituminosi costituenti gli strati superficiali delle pavimentazioni stradali alle sollecitazioni periodiche del traffico veicolare ha portato allo sviluppo di test dinamici di laboratorio tramite i quali è possibile determinare gli stati tenso-deformativi all'interno di un provino. L'implementazione di tali prove è legata alle nuove concezioni progettuali empirico-meccanicistiche che prevedono un approccio coordinato tra il progetto della sovrastruttura e le esperienze di laboratorio.

Nella teoria elastica, il comportamento dei materiali è regolato dal legame costitutivo tensioni-deformazioni la cui relazione è direttamente proporzionale secondo un coefficiente noto come modulo elastico (o modulo di Young); il parametro caratteristico per le miscele bituminose è, invece, il modulo complesso, che tiene conto della natura visco-elastica del conglomerato bituminoso per il quale il rapporto tra tensioni e deformazioni è funzione di diversi parametri, tra cui la modalità di applicazione dei carichi e la temperatura.

I materiali a comportamento visco-elastico presentano stati deformativi conseguenti ad una sollecitazione che si compongono di una parte elastica, accumulata in maniera reversibile, e di una parte plastica, accumulata in maniera irreversibile; il modulo complesso è un numero complesso in cui la parte reale riassume la proprietà elastica, fornendo una misura del lavoro reversibile del materiale compiuto sotto l'azione di un carico, mentre la parte immaginaria riassume le proprietà viscosi responsabili del lavoro reversibile.

Per la determinazione sperimentale del modulo complesso si usa sottoporre in laboratorio provini cilindrici (o trapezoidali) di conglomerato bituminoso a sollecitazioni variabili con legge sinusoidale, ottenendo una deformazione

variabile con la stessa legge e pari frequenza, ma sfasata nel tempo rispetto alla sollecitazione (angolo di fase).

Il valore assoluto del modulo complesso è noto come modulo di rigidezza e si assume come parametro rappresentativo della rigidezza del conglomerato bituminoso. Il valore del modulo di rigidezza è correlato con la capacità dei conglomerati bituminosi di diffondere le deformazioni all'interno del pacchetto stradale e di assorbire le azioni dovute al passaggio dei veicoli.

In linea di principio a parità di condizioni di posa, condizioni esterne e tipo di carico applicato, una pavimentazione caratterizzata da un alto modulo di rigidezza trasferisce sul sottofondo i carichi di compressione su un'area più ampia ma con un'intensità minore rispetto ad una pavimentazione caratterizzata da un basso modulo di rigidezza, per la quale gli sforzi di tensione di maggior entità tendono a concentrarsi in aree ristrette causando fenomeni di ormaiamento o di fessurazione negli strati superficiali e rottura negli strati di sottofondo.

Il comportamento del conglomerato bituminoso in opera, in relazione ai vari istanti di rotolamento delle ruote, è caratterizzato da uno stato di compressione al di sotto del carico diretto del pneumatico e da uno stato di trazione in un intorno dell'area di carico dovuta alla coesione interna del materiale. Il modulo complesso è rappresentativo del comportamento del conglomerato bituminoso soggetto a compressione ciclica diretta mentre, per considerare l'effetto della trazione ciclica indiretta, autorevoli progetti di ricerca americani hanno introdotto il concetto di modulo resiliente [131].

La prova di laboratorio per la determinazione del modulo resiliente è il test di trazione indiretta in cui un carico di compressione con onda semisinusoidale è applicato lungo il diametro verticale di un provino cilindrico e la deformazione reversibile orizzontale risultante è misurata lungo il diametro orizzontale.

Le proprietà meccaniche dei conglomerati bituminosi contenute in un modulo dinamico assumono un grande significato nel processo progettuale di dimensionamento del pacchetto stradale: avvalendosi delle prove di laboratorio, un corretto studio delle miscele bituminose non può prescindere dalla definizione dei valori caratteristici del modulo complesso o del modulo di rigidezza in funzione delle variazioni di temperatura, dell'invecchiamento dei materiali e dei

carichi di traffico, integrando queste informazioni con ulteriori test prestazionali, come ad esempio le prove di fatica o di deformazione accumulata.

2.2. IL MODULO COMPLESSO

Il modulo complesso descrive la relazione tra tensione e deformazione nel materiale viscoelastico.

Il test sul modulo complesso nasce dall'esigenza di conoscere la risposta dei materiali delle pavimentazioni alle sollecitazioni periodiche applicate con notevoli frequenze. Per la determinazione sperimentale delle caratteristiche meccaniche in tali condizioni di carico si usa sottoporre in laboratorio provini cilindrici oppure trapezoidali di conglomerato bituminoso a sollecitazioni monoassiali variabili con legge sinusoidale. La deformazione che ne segue è anch'essa variabile con la stessa legge e con pari frequenza, ma sfasata nel tempo rispetto alla sollecitazione per un intervallo, che è alto per basse frequenze e diminuisce con il crescere della frequenza.

Il concetto di modulo complesso fu utilizzato inizialmente per il bitume in quanto a sua volta materiale con proprietà viscoelastiche e comportamento dipendente dalla temperatura. Il modulo complesso è un numero complesso in cui, la parte reale riassume la proprietà elastica, fornendo una misura del lavoro reversibile del materiale compiuto sotto l'azione di un carico generico, mentre la parte immaginaria riassume le proprietà viscosi responsabili del lavoro irreversibile.

In letteratura il modulo complesso è definito secondo la formula seguente:

$$E^* = E_1 + iE_2 \quad (2.1)$$

$$E_1 = \gamma \left(F/D \cos \varphi + \mu \omega^2 \right) \quad (2.2)$$

$$E_2 = \gamma \left(F/D \sin \varphi \right) \quad (2.3)$$

in cui:

γ = fattore di forma dipendente dalla forma e le misure del provino;

μ = fattore di massa che tiene conto degli effetti inerziali dovuti alla massa del provino;

φ = angolo di sfasamento ovvero la differenza di fase tra la tensione e la deformazione generata.

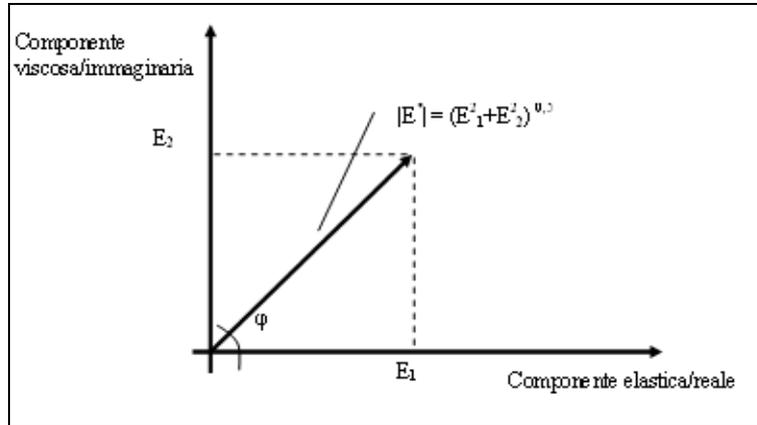


Figura 2.1: Stress e deformazione per un carico dinamico sinusoidale.

Il carico sinusoidale a cui viene sottoposto il provino è definito nella seguente relazione:

$$F(t) = F_0 \sin \omega t \quad (2.4)$$

con:

$$\omega = 2\pi f \text{ (pulsazione del carico)}$$

$$f = \text{frequenza del carico}$$

In termini di tensione e di deformazione:

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega t \text{ (tensione applicata)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi) \text{ (deformazione conseguente al carico)}$$

L'equazione (2.1) può essere scritta anche nella forma seguente:

$$|E^*|(\cos \varphi + i \sin \varphi) = |E^*|e^{i\varphi} \quad (2.5)$$

Il test per la caratterizzazione del modulo complesso è descritto nelle normative americane ASTM, in cui si prescrive che il test venga condotto su provino cilindrico con carico sinusoidale di compressione monoassiale da un minimo di 30 s ad un massimo di 45 s alle temperature di 41, 70 e 104 °F ovvero 5, 25, 40 °C.

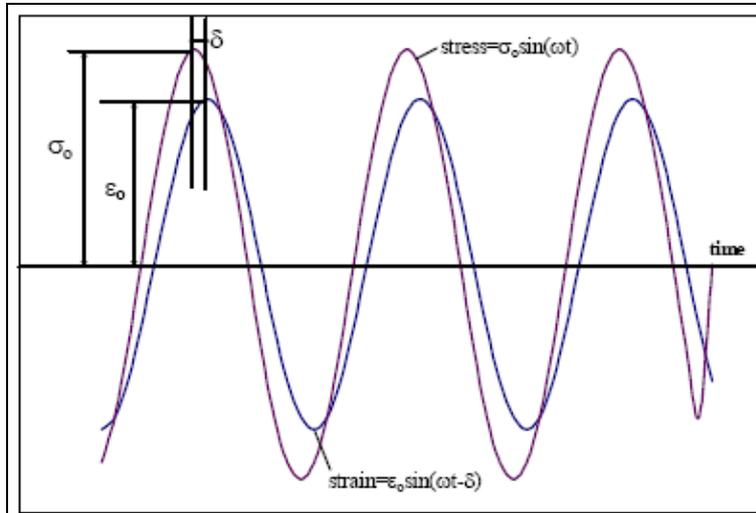


Figura 2.2: Stress e deformazione per un carico dinamico sinusoidale.

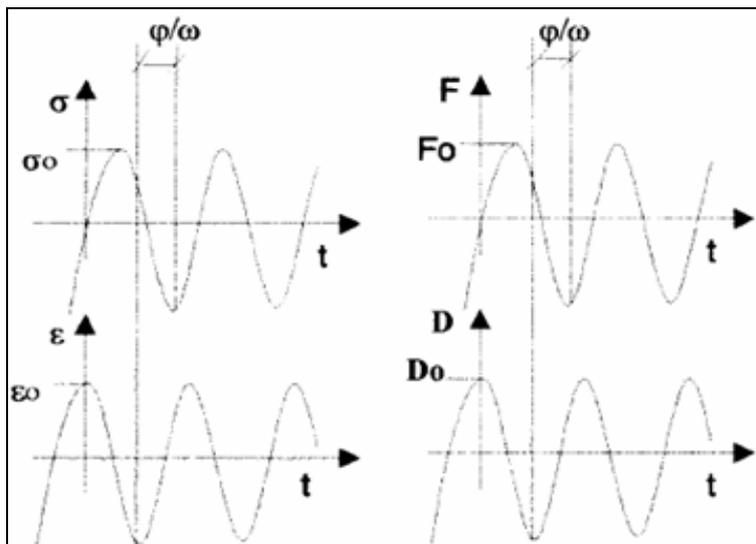


Figura 2.3: Rappresentazione della corrispondenza tra carico applicato F e tensione σ , con spostamento misurato D e deformazione ϵ .

La deformazione assiale del provino è misurata attraverso trasduttori di spostamento applicati sul provino stesso lungo la direzione della compressione.

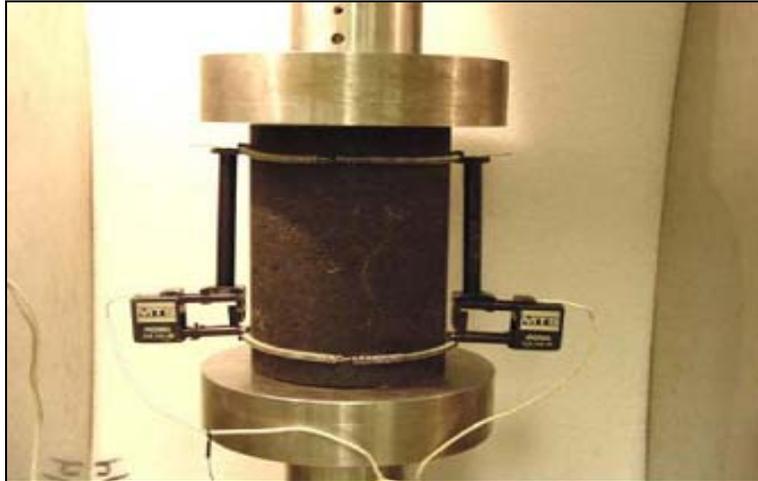


Figura 2.4: Apparecchiatura compressione assiale per il test del modulo complesso su provini cilindrici.

2.3. IL MODULO SECANTE

Il modulo secante è definito come il rapporto tra la tensione e la deformazione in un dato istante di tempo t a temperatura costante in un materiale in cui il carico applicato induce una deformazione rispondente alla seguente legge:

$$\varepsilon(t) = \alpha t^n \quad (2.6)$$

2.4. IL MODULO RESILIENTE

Il modulo resiliente fu introdotto nell'ambito del programma SHRP americano per disporre di un ulteriore parametro meccanico, oltre al modulo complesso, in grado di caratterizzare i conglomerati bituminosi.

Mentre il modulo complesso è determinato considerando la sollecitazione di compressione indotta dal pneumatico nel materiale immediatamente sottostante (caso 1 di Figura 2.3), il modulo resiliente si ottiene analizzando la sollecitazione di trazione indotta dalla coesione interna nel materiale adiacente a quello sottoposto a compressione (caso 2 di Figura 2.3). Per quanto esposto, quindi, si può affermare che il modulo complesso ed il modulo resiliente descrivono le caratteristiche meccaniche del conglomerato bituminoso da due punti di vista complementari.

Il modulo resiliente è definito come il rapporto tra la tensione applicata σ_d e la deformazione resiliente (cioè recuperabile o restituita) ε_r che si ha dopo che la tensione è stata rimossa.

La formula di calcolo è:

$$M_r = \sigma_d / \varepsilon_r \quad (2.7)$$

Tale grandezza può essere considerata quasi elastica poiché, pur discendendo da deformazioni non totalmente reversibili, viene misurata in condizioni sperimentali tali da minimizzare l'influenza delle componenti viscosi.

Nel grafico di Figura 2.5 è rappresentata ε_r la deformazione recuperabile che si ottiene in seguito all'applicazione di un certo numero di cicli di carico-scarico. In un materiale viscoelastico come il c.b., già dopo circa 100 applicazioni, le deformazioni si stabilizzano su un valore che non è più caratterizzato dalla componente plastica ma solo quella elastica.

Secondo le specifiche americane dell'ASTM 4123 che regolamentano il calcolo e la procedura di prova del modulo resiliente, questo viene determinato mediante un test di trazione indiretta in cui un carico di compressione di forma semisinusoidale, viene applicato lungo il diametro verticale di un provino cilindrico e la deformazione orizzontale risultante viene misurata lungo il diametro orizzontale.

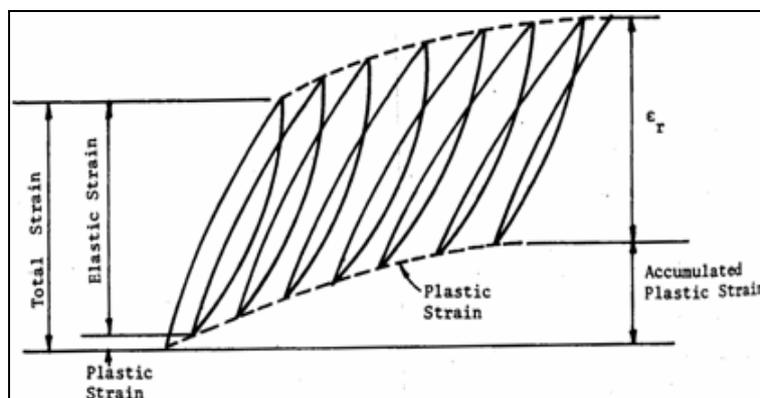


Figura 2.5: Andamento della deformazione per un c.b. sotto un carico ripetuto.

Il calcolo del modulo resiliente è possibile assumendo un certo valore del coefficiente di Poisson calcolato, a sua volta, misurando la deformazione elastica verticale e la deformazione elastica orizzontale; nel caso in cui non vengano misurate le deformazioni verticali, il coefficiente di Poisson è assunto pari a 0,35 per test condotti alla temperatura di riferimento di 25°C.

I valori del modulo resiliente calcolato possono essere utilizzati per valutare le caratteristiche qualitative del materiale da inserire nell'analisi e nella progettazione delle pavimentazioni. Inoltre, dal momento che il test è non distruttivo può essere ripetuto su uno stesso provino applicando variazioni nella temperatura, nel tempo di carico, del periodo di riposo dell'onda di carico.

In funzione dell'interpretazione delle informazioni relative alla deformazione è possibile calcolare due moduli resilienti: il modulo resiliente istantaneo e il modulo resiliente totale.

Il modulo istantaneo è calcolato utilizzando la deformazione recuperabile istantanea, che viene stabilita dall'intersezione di due linee di regressione ed una linea verticale, proiettata dall'intercetta alla parte curva di scarico dell'onda di deformazione.

La prima linea di regressione, è essenzialmente un'estensione della porzione lineare della fase di scarico dell'onda (linea di regressione 1), la linea di regressione 2 parte dalle fine della curva di scarico fino alla fine del periodo di riposo.

Il modulo resiliente totale è determinato utilizzando le deformazioni verticali ed orizzontali ottenute alla fine di ogni ciclo e calcolate prendendo il valore medio delle deformazioni, su almeno il 75% dell'onda di deformazione.

Tale valore include sia la deformazione recuperabile istantanea, sia la deformazione recuperabile dipendente dal tempo che si ha durante il periodo di riposo del ciclo.

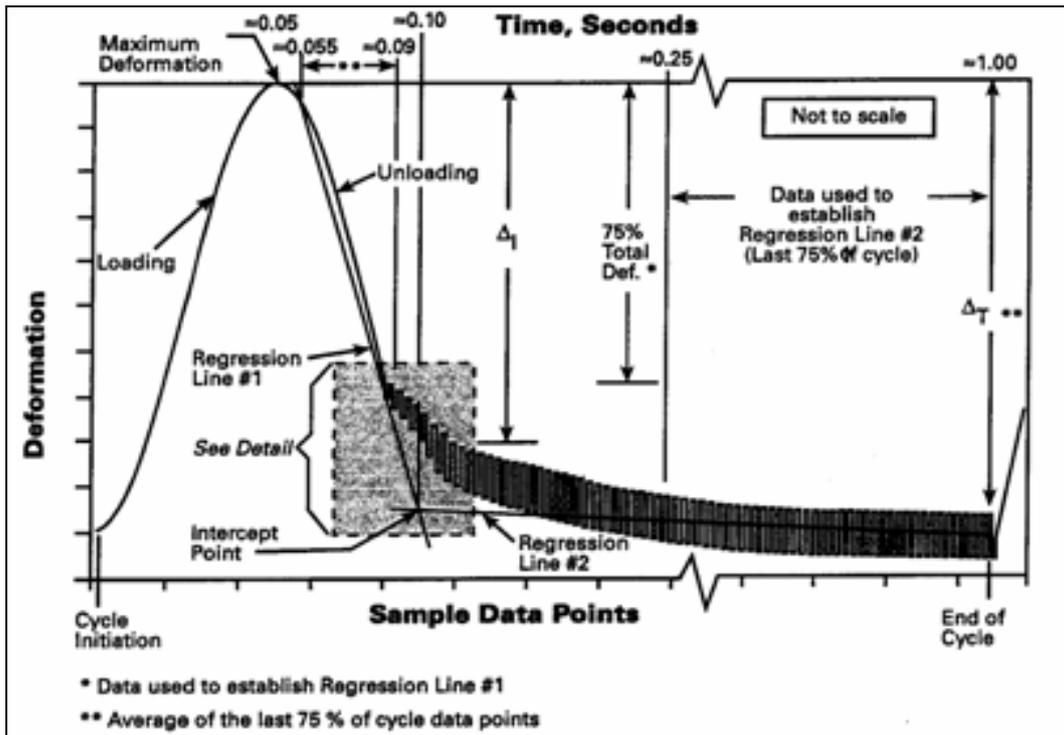


Figura 2.6: Particolare dell'onda di deformazione per il calcolo del modulo resiliente istantaneo.

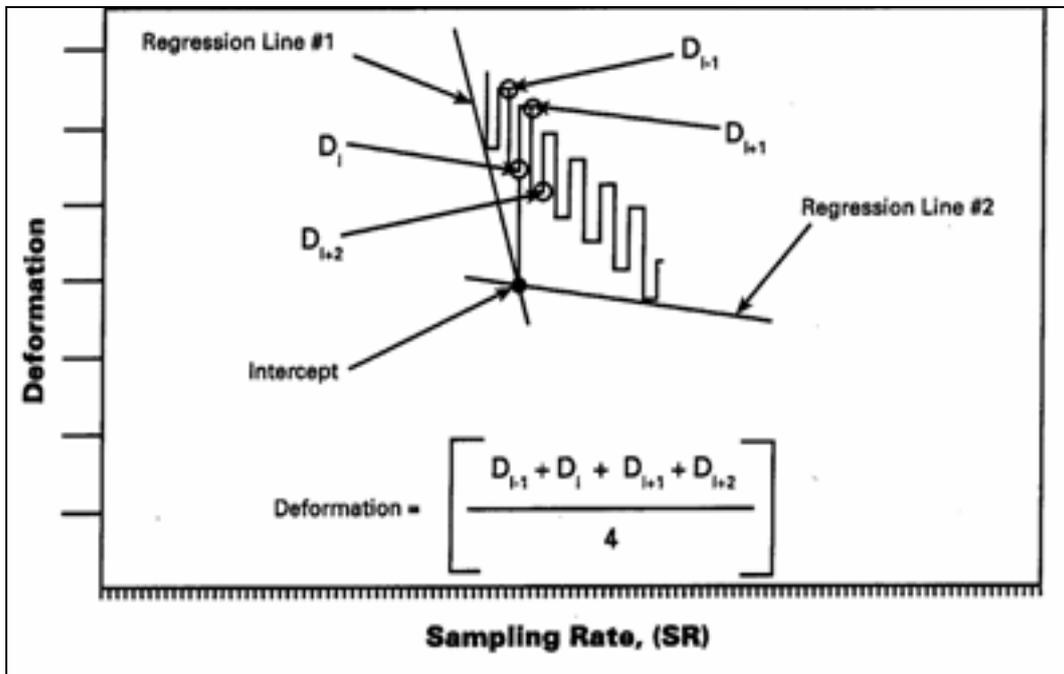


Figura 2.7: Particolare della fase di scarico dell'onda di deformazione. Intercetta delle regressioni lineari.

2.5. IL MODULO DI RIGIDEZZA

Il modulo di rigidezza, o modulo elastico del conglomerato bituminoso, è definito come il valore assoluto del modulo complesso (vedi Figura 2.4), secondo la formula seguente:

$$|E^*| = (E_1^2 + E_2^2)^{0.5} \quad (2.8)$$

Infatti se si considera il valore del modulo complesso come:

$$E^* = |E^*|(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (2.9)$$

si ottiene:

$$E_1 = |E^*| \cos \varphi \quad (2.10)$$

$$E_2 = |E^*| \sin \varphi \quad (2.11)$$

con:

$$\varphi = \arctg(E_2/E_1)$$

Il modulo di rigidezza si può ricavare utilizzando gli stessi test di laboratorio validi per il modulo complesso; solo in Gran Bretagna, verso la metà degli anni 70, si ideò un macchinario di prova (il Nottingham asphalt tester) in grado di applicare una trazione indiretta su provini di c.b. di forma cilindrica e di ricavare direttamente il modulo di rigidezza della miscela secondo una procedura notevolmente semplificata.

Si decise di nominare questo modulo 'indirect tensile stiffness modulus' ovvero ITSM, per differenziare il risultato di tale prova dal valore ottenuto per via matematica dal modulo complesso secondo la formula 2.9.

Il test di trazione indiretta per il calcolo del modulo di rigidezza, è l'unico tra i test visti, a non utilizzare un carico sinusoidale (o semisinusoidale).

La prova consiste nell'applicare un piccolo numero di sollecitazioni lungo il diametro verticale di provini cilindrici, tali da generare una deformazione elastica nel senso diametralmente ortogonale ed opportunamente misurata. La deformazione misurata è la deformazione recuperabile, quindi si può supporre che il materiale rimanga in campo elastico durante la prova. La risposta del c.b. ad un singolo impulso di carico si considera comunque rappresentativa dell'effetto causato dal passaggio di una ruota.

Nel caso di un singolo impulso, la componente irrecuperabile, ovvero la deformazione plastica conseguente alla tensione applicata, ha una grandezza trascurabile e viene ignorata nella misurazione.

Il test ITSM è l'oggetto della presente tesi, e verrà trattato in maniera approfondita nei capitoli seguenti.

CAPITOLO 3: DECADIMENTO STRUTTURALE DEI MATERIALI A MATRICE BITUMINOSA

3.1. INTRODUZIONE

Le caratteristiche di portanza e di resistenza di una pavimentazione stradale decadono nel tempo sotto l'azione combinata del clima e del traffico. Ciò è dovuto al progressivo degrado dei materiali che inizialmente si produce ed osserva a livello prettamente microstrutturale, ma che nel tempo aumenta di intensità ed estensione sino ad interessare anche ampie zone della pavimentazione sotto forma di avvallamenti, corrugazioni, distaccamenti e fessurazioni.

Al fine di limitare i fenomeni di degrado entro limiti compatibili con i richiesti livelli di servizio, occorre predisporre, per ciascuna infrastruttura viaria, programmi di manutenzione che riportino le prestazioni delle pavimentazioni alle condizioni previste in sede progettuale. Risulta di conseguenza necessario riferirsi a modelli matematici che consentano una rappresentazione in continuo dell'evoluzione delle caratteristiche dei materiali e della pavimentazione nell'intero arco della loro vita utile.

Sulla base di un'indagine sperimentale effettuata nel Laboratorio Materiali Stradali del Politecnico di Torino [136], viene proposto un particolare modello non lineare di accumulo del danno per la rappresentazione dell'effettivo stato di degrado dei conglomerati bituminosi: si tratta di un modello a due parametri che risulta in grado di descrivere l'evoluzione delle caratteristiche di rigidità delle miscele sotto l'effetto di sollecitazioni impulsive ripetute che simulano quelle derivanti dal transito dei veicoli.

Secondo quanto rilevato sperimentalmente, tale modello risulta idoneo agli scopi per i quali è stato proposto e potrà essere impiegato nel futuro per la simulazione dell'effettiva evoluzione delle prestazioni delle pavimentazioni stradali flessibili in opera.

3.2. DECADIMENTO STRUTTURALE DI UNA SOVRASTRUTTURA FLESSIBILE

Sebbene per semplicità di calcolo la maggior parte dei metodi analitici impiegati per il progetto delle sovrastrutture utilizzino approcci di tipo discreto, il degrado

strutturale delle pavimentazioni è, di fatto, un fenomeno graduale e continuo. Tali metodi considerano, infatti, sovrastrutture le cui caratteristiche di rigidità si mantengono costanti nel tempo sino al momento in cui, a seguito del passaggio dell' N-esimo asse di carico, si perviene alle condizioni ultime e quindi alla rottura. Nonostante la forte semplificazione operata da questo tipo di modellazione, essa conduce in maniera rapida ed agevole a soluzioni che risultano in linea con l'effettivo comportamento delle sovrastrutture.

Nelle analisi che vengono eseguite nell'ambito della manutenzione programmata delle pavimentazioni la necessità di potere, in ogni istante, valutare l'effettivo stato di ammaloramento di una sovrastruttura e quindi la sua vita utile residua rende indispensabile l'utilizzazione di modelli di comportamento continui. Il degrado viene pertanto generalmente tenuto in conto modellando le prestazioni complessive della sovrastruttura come una funzione decrescente e convessa del tempo, dato che il danno accumulato si manifesta con maggiore intensità verso la fine del periodo di esercizio dell'infrastruttura (Figura 3.1).

In questo contesto sono stati già da tempo proposti alcuni algoritmi automatici di calcolo che prevedono un'evoluzione continua delle prestazioni e che considerano variabile la rigidità dei materiali impiegati nella costruzione del solido stradale.

In termini assai semplificati ciò equivale a considerare, in luogo di un'unica analisi elastica quale quella effettuata all'atto della progettazione di routine della sovrastruttura, una sequenza di modellazioni elastiche che tengano conto della progressiva perdita di rigidità dei materiali: ognuna di queste porta a soluzioni che forniscono una rappresentazione dell'effettivo comportamento in opera nei diversi istanti della vita strutturale della pavimentazione (Figura 3.1).

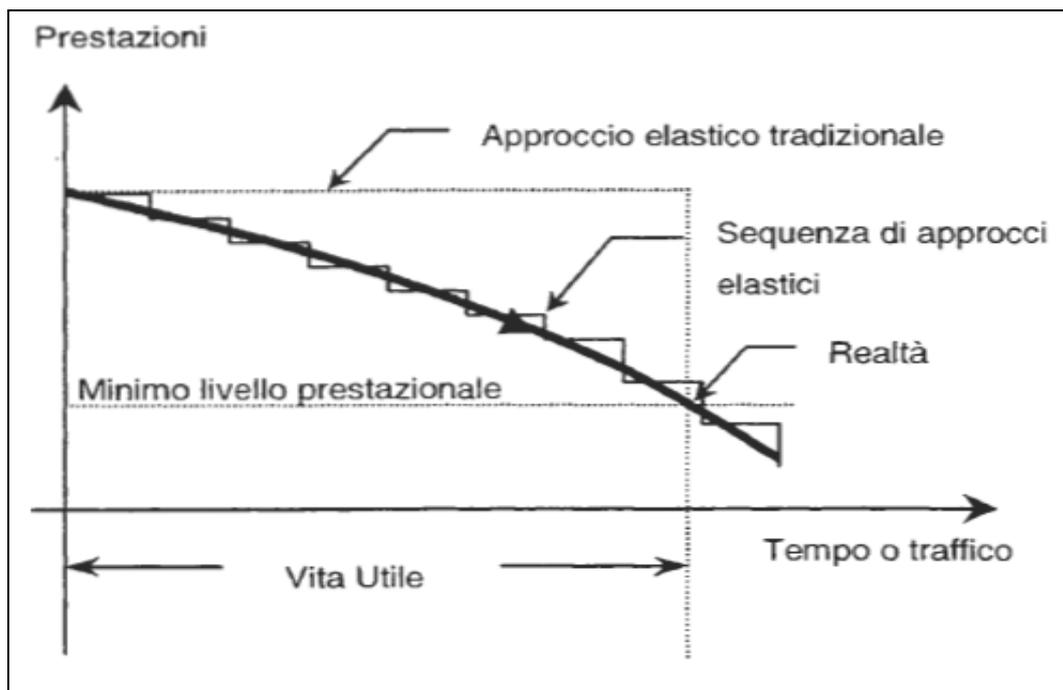


Figura 3.1: Schema di modellazione delle prestazioni nel corso della vita utile della strada.

Secondo quanto riscontrato sperimentalmente, la diminuzione delle prestazioni strutturali delle sovrastrutture è il risultato della somma dei diversi danneggiamenti accumulati nei materiali in esse presenti. Un'aliquota importante di tali danni deriva dai conglomerati bituminosi con i quali vengono costruiti gli strati superiori (usura, collegamento e base).

Questi materiali, caratterizzati da un considerevole grado di anisotropia dovuto alla loro natura granulare, presentano un comportamento anelastico dipendente dalla temperatura e dal livello tenso-deformativo. La sensibile diversità tra le fasi costituenti fa sì che tali materiali risultino fortemente dipendenti dalla composizione (percentuali volumetriche delle singole fasi) e dalla strutturazione interna (grado e modalità di addensamento).

Il loro comportamento risulta inoltre marcatamente influenzato dalle caratteristiche di forma degli aggregati, che determinano un diverso grado di incastro tra i vari granuli, dalla reologia del legante, dalla quale derivano la dipendenza dalla temperatura e dalla frequenza di sollecitazione. Non va dimenticata inoltre l'affinità elettro-chimica tra le due fasi componenti, da cui discendono le caratteristiche di durabilità del materiale sotto l'azione degradante degli agenti atmosferici e dei carichi viaggianti.

Per simulare in laboratorio le condizioni di sollecitazione cui sono soggetti in opera, i conglomerati bituminosi vengono sottoposti a prove di carico ripetute in condizioni controllate di temperatura. Esse mirano a valutare la durabilità del materiale e possono essere eseguite mantenendo costante il carico agente oppure regolandolo in modo tale da mantenere costante la massima deformazione prodotta.

Oltre a fornire informazioni sul numero massimo di ripetizioni del carico cui il materiale è in grado di resistere a ciascun livello di sollecitazione o di deformazione, con la conseguente costruzione delle cosiddette curve di fatica, i risultati di tali prove possono essere interpretati per valutare l'effettivo evolversi del comportamento meccanico dei conglomerati bituminosi. Ciò richiede l'analisi di alcuni parametri meccanici significativi tra cui la rigidità, la deformazione accumulata e quella restituita ad ogni ciclo di carico.

Indipendentemente dalla configurazione di prova (trazione o compressione diretta, flessione, trazione indiretta) e dal tipo e dal livello di sollecitazione, le variazioni di tali proprietà sono il frutto di modificazioni interne al materiale che si sviluppano inizialmente su scala microscopica per poi manifestarsi, dopo un certo numero di ripetizioni del carico, su scala macroscopica. È logico supporre che la presenza di punti deboli nelle zone maggiormente sollecitate, vale a dire dove è maggiore la concentrazione di cavità interne alla fase legante o poste in corrispondenza delle zone di interfaccia tra bitume ed aggregate, possano fungere da innesco della fessurazione.

3.3. MECCANICA DEL DANNO

Introdotta inizialmente nello studio della deformabilità dei metalli studiati da Kachanov alla fine degli anni '50, la Meccanica del Danno venne successivamente ripresa e sviluppata nell'ambito dello studio della frattura duttile e della fatica grazie soprattutto ai contributi di Lemaitre e Chaboche.

Tale scienza, di carattere trasversale all'interno del settore dell'ingegneria dei materiali, tratta dell'evoluzione che ciascun materiale da costruzione subisce nel periodo che intercorre tra l'inizio della sua "storia strutturale" e l'istante in cui, per la comparsa di evidenti fessurazioni, si verifica un cambiamento repentino nel suo

comportamento che si traduce generalmente nel completo collasso della struttura di cui esso fa parte.

Trattando di evoluzioni lente e continue la meccanica del danno ben si adatta ad interpretare quei fenomeni microstrutturali in cui bassi livelli di sollecitazione sono associati a lunghi periodi e/o numerosi cicli di carico.

Per ciò che riguarda i materiali bituminosi, essi degradano in seguito all'accumulo di deformazioni permanenti e alla fessurazione per fatica. Nel primo caso il danno interno è, a parità di ogni altro fattore, direttamente connesso con il tempo di carico; il danno corrispondente alla fessurazione per fatica è invece legato al numero delle ripetizioni del carico. Nelle prove di laboratorio per semplificare l'approccio al problema i due fenomeni di degrado vengono opportunamente disgiunti effettuando prove a carico costante, dette di creep, e prove a carico ripetuto, dette di fatica.

Dall'osservazione delle superfici stradali in condizioni di avanzato stato di ammaloramento è però possibile osservare che le due tipologie di dissesto si manifestano contestualmente e pertanto non è possibile escludere a priori una loro effettiva interdipendenza, di tipo lineare oppure no, come sottolineato in Figura 3.2.

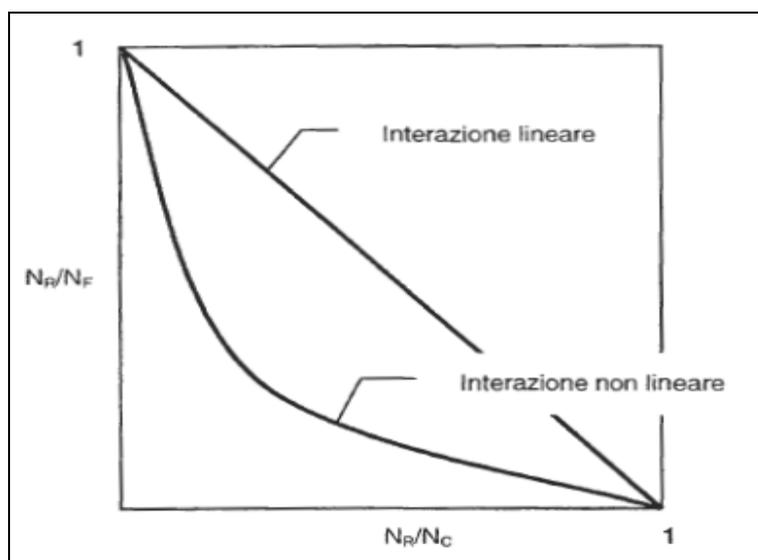


Figura 3.2: Interazioni lineari e non-lineari nell'accumulo di danno per fatica e per creep (N_R , numero di ripetizioni del carico a rottura; N_C , ripetizioni al limite di deformazione per puro creep; N_F , ripetizioni di rottura per pura fatica).

Per quanto attiene all'analisi del comportamento a fatica dei conglomerati bituminosi la meccanica del danno descrive l'evoluzione del comportamento meccanico del materiale dallo stato indisturbato, coincidente con l'applicazione del primo carico ($N = 1$), al momento in cui la fessurazione passa da una scala microscopica ad una macroscopica ($N = N_F$) nel punto più sollecitato della struttura. Per susseguenti applicazioni del carico ($N_F < N < N_u$) si entra invece nel dominio proprio della Meccanica della Frattura.

Il confine che separa le condizioni di danno da quelle di frattura dipende essenzialmente dalle caratteristiche fisiche del materiale: esso è associato a deformazioni dell'ordine del mm per i metalli e per alcuni polimeri, mentre risulta nettamente superiore per altri materiali quali il legno (qualche cm) ed il calcestruzzo (10 cm circa).

È evidente però che la valutazione di tale confine, che rappresenta le condizioni di massimo danno, può risultare del tutto arbitraria se non fondata su criteri ben definiti.

La meccanica del danno consente di superare queste limitazioni in quanto al suo interno viene data una definizione oggettiva del livello di ammaloramento o di danno accumulato D .

Scelta una superficie di riferimento, di area S , interna al corpo considerato il cui versore perpendicolare \vec{n} ne dia la disposizione nello spazio, sia $D_{\vec{n}}$ il rapporto tra l'area delle discontinuità apertesesi sulla superficie nel corso della storia di carico e la superficie totale S , ovvero:

$$D_{\vec{n}} = \frac{S - S_R}{S} \quad (3.1)$$

ove S_R rappresenta la superficie che effettivamente resiste alle sollecitazioni imposte.

L'ipotesi di isotropia, che per i conglomerati bituminosi rappresenta una necessaria semplificazione, permette di svincolare la sopraindicata definizione del danno dalla direzione del versore \vec{n} .

Per tradurre tali concetti in valutazioni oggettive, il progressivo aumento di discontinuità interne può essere osservato misurando la rigidità di un materiale mediante l'esecuzione di prove di carico ripetuto. Per poter asserire ciò si devono però introdurre necessariamente due ipotesi:

- nel corso del processo di ammaloramento la tensione agente nella regione S_R (tensione effettiva) aumenta in rapporto alla crescita delle fessure di area $S - S_R$;
- l'operatore funzionale che lega la tensione alla deformazione rimane immutato nel corso del processo di ammaloramento.

In tali ipotesi, noto il valore iniziale del modulo di rigidità (E_0) e quello corrente (E), il danno D è definito dall'espressione:

$$D = 1 - \frac{E}{E_0} \quad (3.2)$$

3.4. DECADIMENTO DELLA RIGIDEZZA NEI CONGLOMERATI BITUMINOSI

Come è noto le prove di fatica sui conglomerati bituminosi possono essere eseguite in laboratorio mantenendo costante, a seconda dei casi, la tensione applicata o la risultante deformazione. Malgrado le apparecchiature utilizzate per i due tipi di prove siano piuttosto simili, le informazioni che se ne ricavano in termini di ripetizioni di carico a rottura ed evoluzione di rigidità risultano alquanto diverse.

Partendo per entrambe le tipologie di indagine dagli stessi valori di tensione e deformazione, nelle prove a tensione costante si riscontrano durate inferiori rispetto a quelle proprie delle prove a deformazione controllata, associate oltretutto ad una rapida evoluzione del collasso dei campioni. Le prove a deformazione costante durano invece molto di più rispetto alle precedenti, ed in generale presentano un lento decremento delle proprietà di rigidità ed un collasso dei campioni di tipo duttile. Proprio per questo motivo nelle prove di fatica a deformazione controllata si stabilisce che le condizioni di rottura corrispondano ad un valore pari al 50 % di quello registrato inizialmente.

I due processi di collasso possono comunque essere interpretati in maniera unitaria se si tengono in conto gli effetti termo-meccanici che derivano dall'applicazione di carichi ripetuti. Infatti, nelle prove di fatica l'energia meccanica trasmessa ai campioni varia con il numero di applicazioni del carico: essa si dissipa principalmente sotto forma di calore, aumentando gradualmente nelle prove a tensione controllata e diminuendo progressivamente in quelle a deformazione imposta (Figura 3.3).

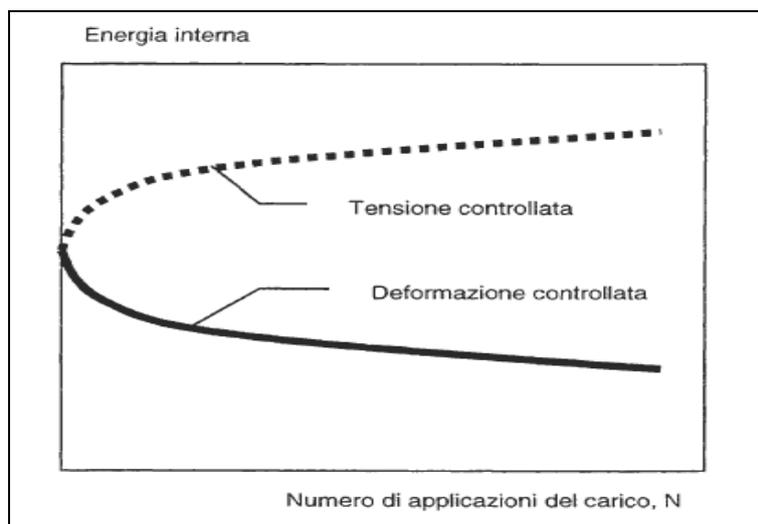


Figura 3.3: Evoluzione dell'energia interna durante prove di fatica condotte a tensione e a deformazione controllata.

I fenomeni rappresentati in Figura 3 giustificano la discordanza di risultati ottenuti con le due tipologie di prova. In particolare, nelle prove a tensione controllata i risultati ottenuti sono influenzati, oltre che dall'accumulo di danno, dall'aumento di temperatura del campione che consegue all'aumento di energia interna.

Alla luce di quanto detto, una generica prova di fatica, effettuata mediante l'applicazione di ripetuti carichi impulsivi ad un campione di conglomerato bituminoso, può essere suddivisa in tre fasi distinte:

- la prima, generalmente limitata ai primi impulsi, nella quale l'assestamento del campione al di sotto del sistema di carico e l'eventuale aumento di energia interna risultano predominanti e contribuiscono maggiormente al decremento della rigidezza;

- la seconda e più estesa, in cui la riduzione di rigidità è imputabile solo al progressivo accumulo di danno per fatica causato dalla crescente formazione di piccole dislocazioni;
- la terza, in cui la coalescenza di tali dislocazioni (microfessure) provoca la formazione di più importanti linee di frattura e quindi il collasso dell'intero campione.

L'evoluzione del danno risulta pertanto effettivamente osservabile durante la seconda e la terza fase caratterizzate da condizioni stazionarie di temperatura.

Nell'elaborazione dei dati sperimentali diventa quindi necessario distinguere gli effetti termici non propriamente legati all'accumulo del danno da quelli che risultano associati ad alterazioni dell'integrità del materiale.

L'aumento di temperatura di 1°C nell'intorno dei 20°C produce infatti mediamente una variazione di rigidità di circa il 6-8%, che può essere, in mancanza di valutazioni relative alla variazione di energia interna, impropriamente ascritta al danneggiamento del materiale.

A questo proposito Di Benedetto, Soltani e Chaverot suggeriscono di estrapolare dai dati sperimentali il valore iniziale del modulo di rigidità impiegando a tale scopo la retta che descrive il secondo tratto della curva N-E.

Tale trattamento dei dati, oltre ad eliminare possibili sorgenti di incertezza nella loro interpretazione, risulta in accordo con il comportamento in opera dei conglomerati bituminosi. Gli effetti termici del tipo descritto risultano infatti del tutto trascurabili all'interno delle pavimentazioni a causa della dispersa distribuzione delle sollecitazioni nella sezione trasversale e per la presenza di una maggiore massa.

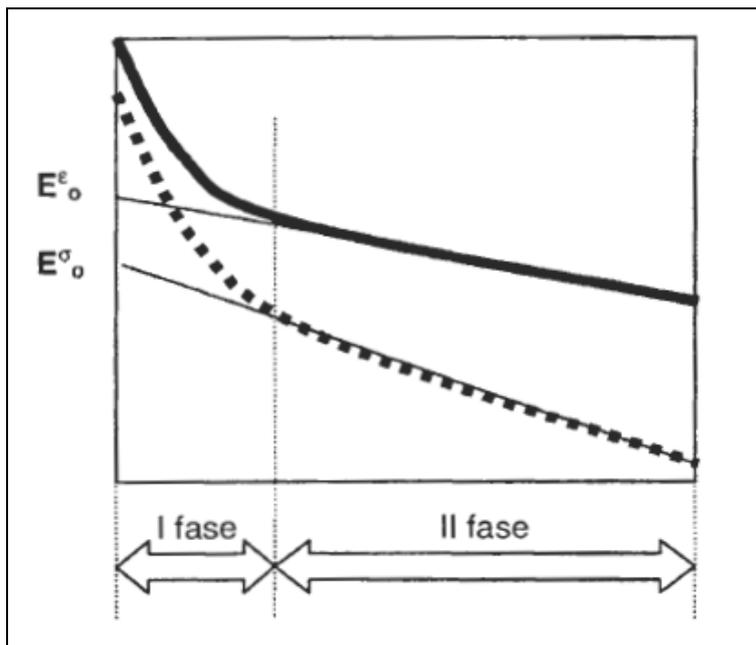


Figura 3.4: Evoluzione del modulo di rigidezza nel corso di prove con carico sinusoidale in controllo di tensione (E^{σ}) e di deformazione (E^{ϵ}).

3.5. MODELLI DI ACCUMULO DEL DANNO PER FATICA

Nata dalle esperienze eseguite a cavallo del secondo conflitto mondiale sull'alluminio, sottoposto a cicli di sollecitazione monoassiali di trazione e compressione, la legge di accumulo lineare del danno è stata estesa, in virtù della sua semplice formulazione, allo studio di altre tipologie di materiali. In particolare essa è stata ed è tuttora diffusamente impiegata nelle più comuni metodologie razionali di calcolo delle pavimentazioni stradali flessibili per la verifica a fatica degli strati legati a bitume.

L'evoluzione del danno in rapporto al numero di cicli di carico imposti è un fenomeno tipicamente non lineare. Tuttavia, nell'ottica di voler semplificare la trattazione, per alcuni materiali e strutture è lecito fare riferimento alla modellazione lineare di Palmgren-Miner in cui si considera univoca la relazione tra il danno D ed il rapporto N/N_r , tra il numero di cicli di carico applicati e quelli che conducono alla rottura. In generale l'applicazione di questo modello risulta opportuna solo quando vi sono lievi differenze tra i vari livelli di sollecitazione cui sono sottoposti i materiali in questione. Considerando situazioni nelle quali vi sia una maggiore diversificazione delle condizioni tenso-deformative si deve però

necessariamente considerare un modello più generale del tipo seguente [Larnaitre & Chaboche, Alimarni]:

$$dD = f(f, T, D, \varepsilon, \sigma) dN \quad (3.3)$$

in cui la velocità con cui cresce il danno D dipende dalle condizioni di temperatura (T) e frequenza di carico (f), dal livello di danno corrente D e dallo stato tenso-deformativo (σ, ε) a cui è sottoposto il materiale.

Secondo quanto rilevato sperimentalmente, la forma funzionale migliore per la rappresentazione dei fenomeni di danneggiamento progressivo è senza dubbio quella esponenziale. Per legare in modo non separabile lo stato di ammaloramento con quello tenso-deformativo (σ o ε) si può considerare cioè la seguente espressione:

$$\frac{\delta N}{\delta D} = D^{\alpha(\varepsilon\sigma)} \left(\frac{(\varepsilon\nu\sigma)}{M(\varepsilon\nu\sigma)} \right)^\beta \quad (3.4)$$

in cui α è una funzione di ε o di σ , M una costante positiva, anch'essa dipendente da ε o da σ , e β un esponente positivo.

Dall'integrale della suindicata equazione si può inoltre ottenere il legame esplicito esistente tra il danno D ed il rapporto N/N_i :

$$D = \left(\frac{N}{N_f} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3.5)$$

$$\alpha \neq 1$$

Tale espressione è tradotta graficamente nelle curve di Figura 3.5, nelle quali si sono considerati vari valori del parametro α inferiori all'unità. Le curve considerate presentano andamenti che non risultano in accordo con quelli che si possono desumere dai dati generalmente riportati in letteratura per prove effettuate sui materiali bituminosi.

L'evoluzione del danno nei conglomerati bituminosi è infatti un fenomeno tipicamente non lineare nel quale risultano accoppiate due caratteristiche distintive che riguardano aspetti diversi del comportamento meccanico.

La coalescenza delle dislocazioni interne si verifica prevalentemente verso la fine della "vita strutturale", mentre una parte di danno viene accumulata per bassi valori di N/N_f a causa del manifestarsi di deformazioni permanenti, con variazioni di volume legate all'assestamento dei granuli di aggregato conseguenti all'applicazione dei primi carichi.

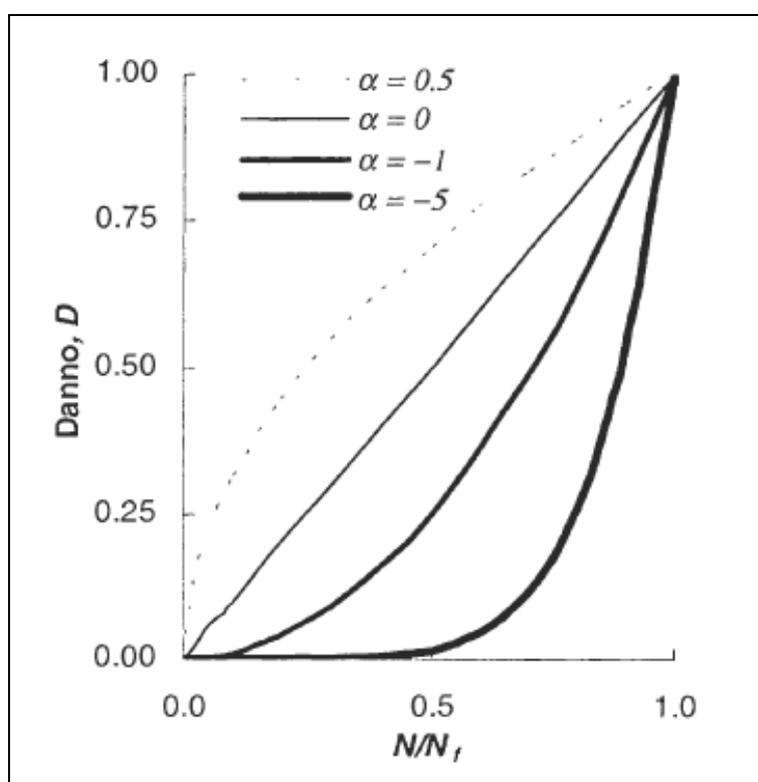


Figura 3.5. Analisi di sensibilità del modello ad 1 parametro α .

Per giungere ad una formulazione in grado di fornire una rappresentazione realistica dei fenomeni osservati è pertanto indispensabile introdurre un parametro aggiuntivo nel legame esistente tra D ed N/N_f . A tale scopo si opera il seguente cambiamento di variabile nell'equazione differenziale (4) precedentemente definita.

Sia:

$$D \rightarrow 1 - (1 - D)^{\beta+1} \quad (3.6)$$

Ne deriva:

$$N = \frac{[1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{1-\alpha}}{(1 + \beta) \cdot (1 - \alpha)} \left[\frac{(\sigma v \varepsilon)}{M(\sigma v \varepsilon)} \right]^{-\beta} \quad (3.7)$$

Dalla quale si ricava:

$$D = 1 - \left[1 - \left(\frac{N}{N_f} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1}{1+\beta}} \quad (3.8)$$

Sebbene più complessa l'espressione (3.8) risulta più flessibile ed adatta a modellare dati sperimentali derivanti da prove su conglomerati bituminosi eseguite nelle più disparate situazioni tenso-deformative.

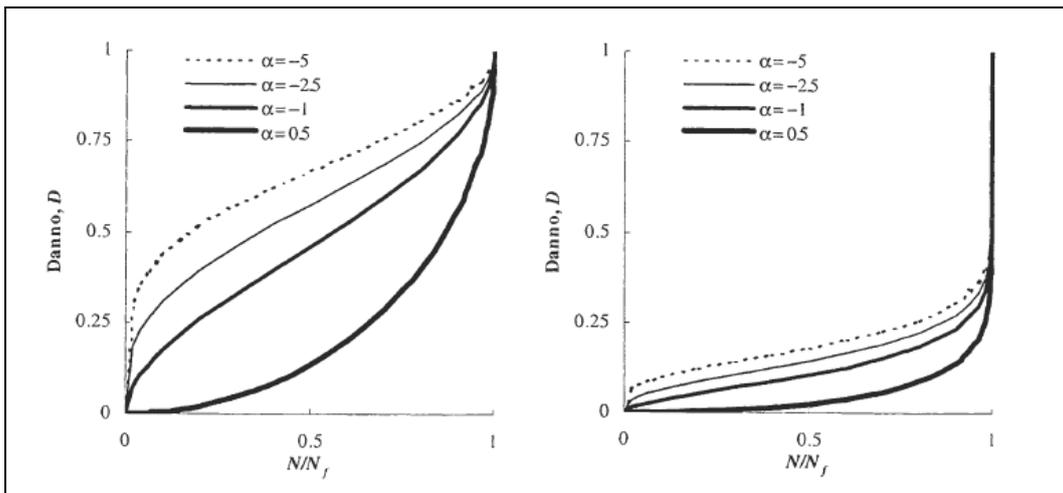


Figura 3.6. Analisi di sensibilità del modello a due parametri (α variabile, $\beta = 1$ e $\beta = 10$).

Ciò risulta evidente dall'analisi delle curve riportate in Figura 3.6 e in Figura 3.7, nelle quali si sono considerati valori del parametro α variabili tra -5 e 0.5 e valori di β compresi tra 1 e 15. Esse mostrano che al variare dei parametri del modello il danno calcolato si manifesta in maniera diversa passando da forme più distribuite, caratteristiche di comportamenti a rottura essenzialmente duttili, a forme in cui esso tende a concentrarsi al termine della vita utile del materiale, tipiche di un comportamento prevalentemente fragile.

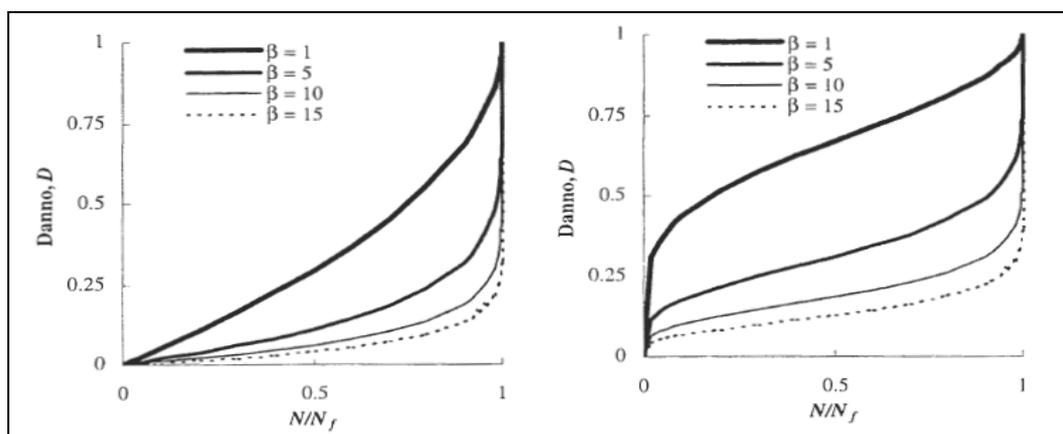


Figura 3.7. Analisi di sensibilità del modello a due parametri (β variabile, $\alpha = 0$ e $\alpha = -5$).

3.6. FASE SPERIMENTALE

In ragione delle considerazioni suesposte, il modello a due parametri indicato in (3.8) è stato impiegato per l'interpretazione di dati sperimentali di prove di fatica a sollecitazione imposta effettuate dagli Autori su diverse miscele bituminose presso il Laboratorio Materiali Stradali del Politecnico di Torino.

La sperimentazione è stata eseguita mediante l'uso del Nottingham Asphalt Tester (NAT), apparecchiatura sperimentale utilizzata già da alcuni anni per l'analisi delle caratteristiche meccaniche dei conglomerati bituminosi in condizioni controllate di temperatura e frequenza di carico.

Si sono prese in esame alcune miscele di conglomerato bituminoso per strati di usura e collegamento ricostruite sia riferendosi alle specifiche delle Norme Tecniche del Capitolato Speciale d'Appalto ANAS (SPANAS, GRTQ, GRA e GRB), sia utilizzando metodologie razionali di mix design tuttora in corso di sperimentazione (TVO, TVOM, TV4 e SPIB).

Sono state così effettuate prove su 68 campioni di conglomerato bituminoso, per la preparazione dei quali sono stati impiegati bitumi non modificati di produzione italiana (classe 80/100) e francese (classe 70/100) associati a due differenti tipologie di aggregati frantumati, di origine fluviale (TV) e non (SP). Alcuni dettagli relativi alla composizione e volumetria delle varie serie prese in esame sono riportate in Tabella 3.1.

Nome	Tipo	n.c.	Bit.	Aggr.	%B	%v	m_i/m_b
TV0	Usura	9	70/100	TV	5.30	6.07	1.17
TV0M	Usura	6	70/100	TV	5.50	3.74	1.27
TV4	Binder	5	70/100	TV	4.61	9.20	0.80
SP4B	Binder	10	80/100	SP	5.20	5.28	0.84
SPANAS	Usura	10	80/100	SP	5.30	3.21	1.60
GRTQ	Binder	14	70/100	SP	5.43	5.54	1.03
GRA	Binder	8	70/100	SP	4.60	8.26	1.36
GRB	Binder	6	70/100	SP	4.03	9.52	1.47

n.c. = numero di campioni della serie

Tabella 3.1. Tipologie e composizione media delle miscele.

La configurazione di carico che il NAT utilizza per l'esecuzione della prova di fatica è quella di trazione indiretta. Il campione di prova è sottoposto a condizioni di carico biassiali con direzioni principali poste lungo la direzione del carico (direzione verticale) e perpendicolarmente ad essa (direzione orizzontale). Il sistema di misura utilizzato nel corso delle suddette prove è costituito da una cella di carico, interposta tra il campione di prova e l'attuatore pneumatico, che controlla gli impulsi di sollecitazione aventi un voluto tempo di picco r_t , e da una coppia di trasduttori di deformazione tipo LVDT posti agli estremi della trave di carico superiore del campione (Figura 3.8).

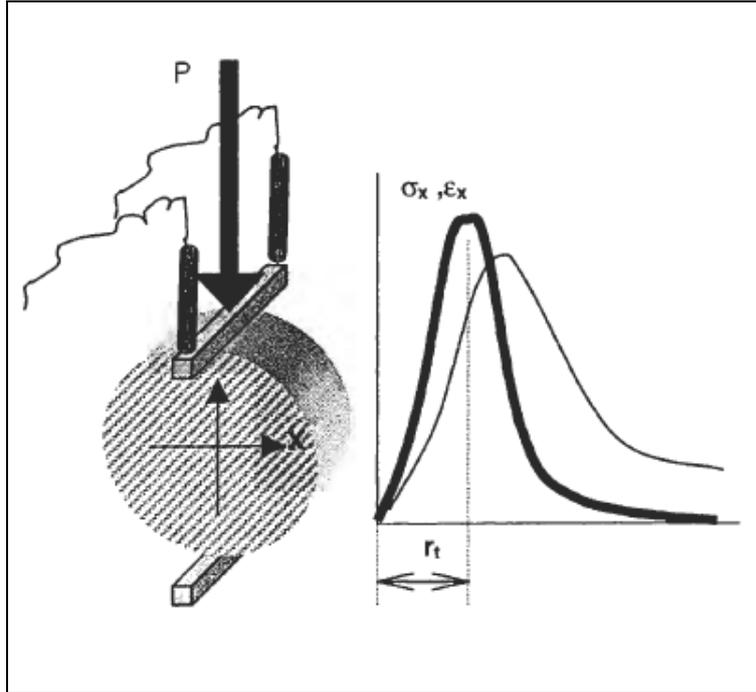


Figura 3.8. Configurazione di prova del Nottingham Asphalt Tester.

Le prove vengono eseguite in regime di controllo di tensione e le misure relative ai carichi applicati, alle deformazioni permanenti e a quelle recuperate alla fine di ogni ciclo di carico vengono trasferite attraverso un sistema di controllo ed acquisizione ad un personal computer.

In corrispondenza di ciascun impulso di carico è inoltre possibile calcolare il modulo di rigidezza elastica M_{NAT} con la seguente espressione:

$$M_{NAT} = \frac{\sigma_x(\max)}{\varepsilon_x(\max)} \cdot (1 + 3\nu) \quad (3.9)$$

dove σ_x e ε_x rappresentano la tensione e la deformazione massima prodotte da ciascun impulso di carico, mentre ν è il rapporto di Poisson.

I dati riguardanti l'evoluzione della rigidezza nel corso delle prove eseguite con il NAT mostrano l'andamento tipico come quello riportato nella Figura 3.9.

Ad un rapido incremento che si manifesta nel corso dei primi impulsi dovuto a fenomeni di assestamento interni al campione e confermati dall'elevata velocità di crescita della deformazione permanente, segue una fase in cui la rigidezza diminuisce linearmente sino al momento in cui, in prossimità della rottura, essa

crolla in maniera repentina per effetto del rapido aumento delle deformazioni prodotte dagli impulsi di carico.

Vengono cioè individuate le tre fasi tipiche di cui si compongono le prove di fatica condotte su miscele bituminose in condizioni di controllo della sollecitazione, ivi compresa la prima di esse nel corso della quale i dati sperimentali sono fortemente influenzati dall'assestamento termomeccanico del materiale e del campione sotto la trave di carico.

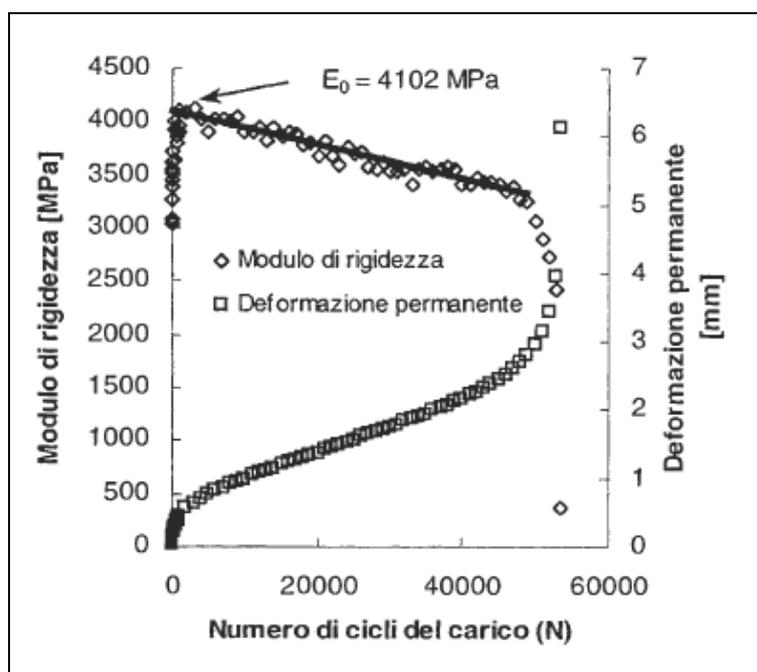


Figura 3.9. Tipici risultati di una prova di fatica a controllo di tensione ($\sigma = 300kPa$, $r_t = 200ms$).

Per ciascuna prova effettuata si è estrapolato dal secondo tratto della curva sperimentale $E = E(N)$ il valore di rigidezza iniziale E_0 con il quale poter ricavare, mediante l'equazione (3.2), l'evoluzione del danno prodotto dal carico per $N > 1$.

Come indicato in Figura 3.10, si è inoltre verificato che la temperatura del campione cresce sensibilmente proprio nella prima fase della prova, mascherando l'effetto prodotto dal progressivo accumulo del danno sulla rigidezza del campione. Si osservi peraltro che il particolare andamento della curva $E = E(N)$ riportato in Figura 3.10 è da attribuirsi al fatto che il campione strumentato

soggetto alle prove indicate era stato preventivamente sottoposto ad altre storie di carico.

Le curve sperimentali del danno $D = D(N/N_f)$ sono state modellate in accordo con l'espressione (3.8) definita in precedenza, ricavando, mediante la tecnica dei minimi quadrati, i valori di α e β che meglio approssimano i punti sperimentali. Successivamente si sono considerate le caratteristiche di composizione e di addensamento delle varie serie di miscele bituminose prese in esame per poterle mettere in relazione con i parametri considerati. I risultati ottenuti in questa fase di modellazione sono riportati nel seguito.

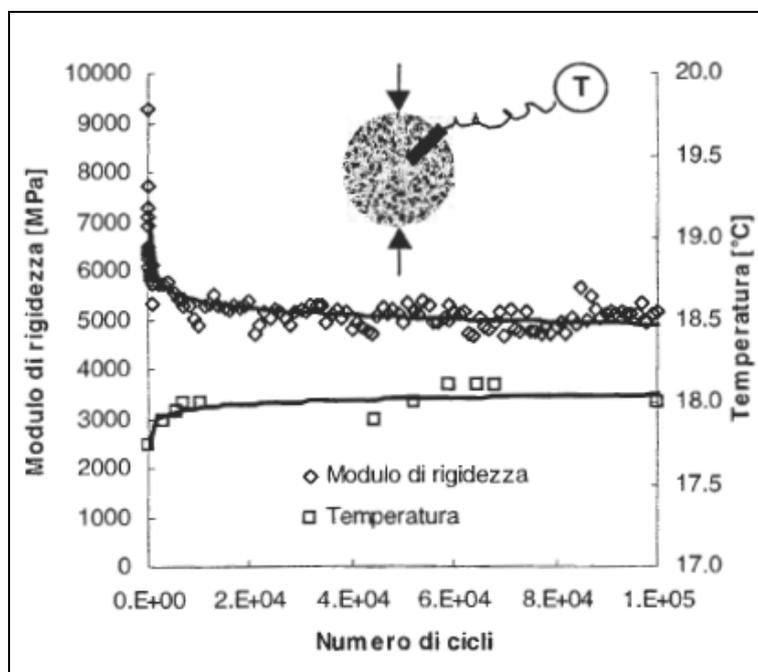


Figura 3.10. Crescita della temperatura nel corso di una prova di fatica su campione sondato ($\sigma = 250kPa$, $r_f = 120ms$).

3.6.1. Il parametro α

Il parametro α consente di tenere conto del legame che esiste tra la forma della curva del danno ed il livello di carico applicato o di deformazione imposta.

Per rendere tale correlazione indipendente dalla temperatura di prova T si è deciso di assumere come grandezza rappresentativa del livello tenso-deformativo la deformazione iniziale elastica ε_{ei} , il cui valore è ricavabile invertendo l'equazione (3.9). I valori medi dei parametri α desunti per ciascuna serie di prove effettuate

su campioni di caratteristiche nominalmente identiche sono stati messi in relazione con la deformazione ε_{ei} . Si è così ottenuta la relazione:

$$\alpha = 0,176 \ln(\varepsilon_{ei} \cdot 10^6) + 1.156 \quad (3.10)$$

3.6.2. Il parametro β

I 68 valori di β ottenuti dalle analisi di regressione fatte per tutte le prove di fatica sono stati messi in relazione con i principali dati di composizione e volumetria di ciascun campione. Riconducendo le correlazioni individuate ad un'unica relazione funzionale, si è così individuata la seguente equazione:

$$\beta = a_0 + a_1 \cdot (\%B)^{b_1} + a_2 \cdot (\%v)^{b_2} + a_3 \cdot \left(\frac{m_f}{m_b} \right)^{b_3} \quad (3.11)$$

in cui %B rappresenta il contenuto di bitume riferito alla massa di aggregati, %v è la porosità della miscela ed $\frac{m_f}{m_b}$ indica il rapporto in massa tra il filler minerale ed il bitume. I valori dei termini a_i e b_i sono i seguenti:

$$\begin{aligned} a_0 &= -406,82 & a_1 &= 0,63 & a_2 &= 381,73 & a_3 &= 0,09 \\ b_1 &= 2,03 & b_2 &= 0,02 & b_3 &= 8,54 \end{aligned}$$

Nella (3.11) non sono state considerate grandezze reologiche del legante poiché le indagini sono state effettuate considerando due sole tipologie di bitume che non consentono di elaborare una formulazione più completa ed articolata.

L'equazione (3.11), posta in relazione ai valori medi di composizione considerati per ciascuna miscela, ha mostrato un elevato coefficiente di correlazione come indicato in Figura 3.11.

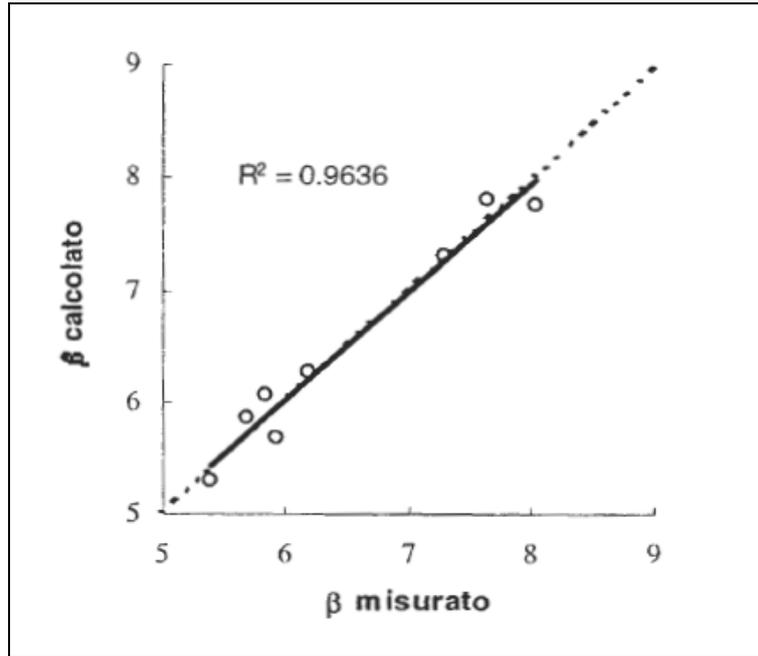


Figura 3.11. Analisi di regressione del parametro β (valori medi di ciascuna miscela).

3.7. ANALISI DEI RISULTATI

Le espressioni (3.10) e (3.11) consentono, limitatamente alle tipologie di miscele studiate, di ben interpretare l'evoluzione del danno nel corso delle prove di fatica a carico impulsivo e sollecitazione controllata che si eseguono con il NAT.

Il campo di validità dei parametri α e β ricavati è il seguente:

$$-2,183 < \alpha < 0,819$$

$$2,311 < \beta < 13,501$$

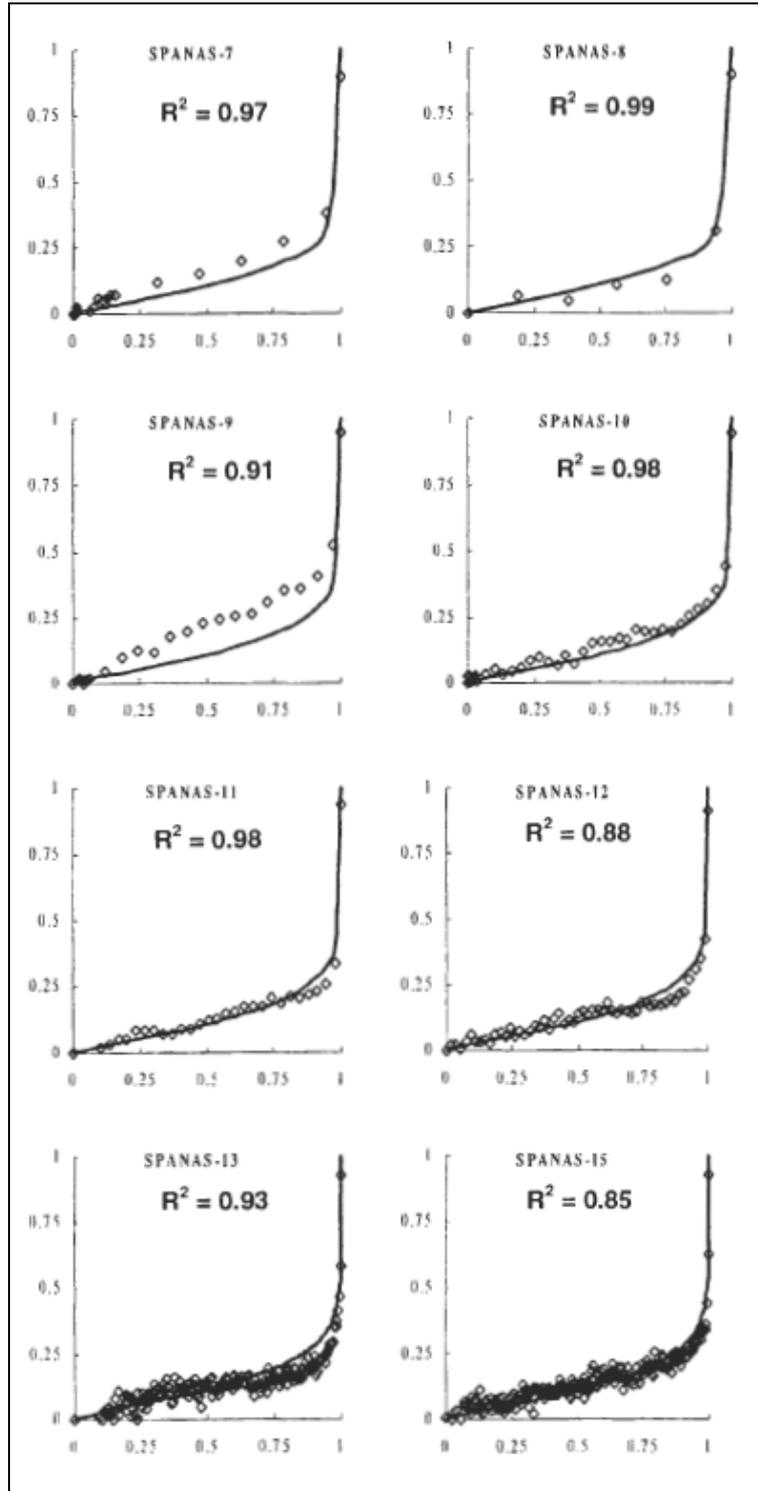


Figura 3.12. Curve di accumulo del danno a diversi livelli di intensità della sollecitazione (dati sperimentali e curve di regressione).

Per verificare l'affidabilità della modellazione proposta si osservino le curve di Figura 3.12, relative ai campioni della serie SPANAS, in cui ai dati ricavati dalle prove sono state associate le curve costruite facendo riferimento alle espressioni

(3.10) e (3.11) sopra proposte. Si osserva come vi sia una elevata affinità tra le curve di modello ed i risultati sperimentali: ciò è peraltro confermato dai coefficienti di correlazione R^2 che risultano sempre superiori a 0,85 e nella maggior parte dei casi vicini all'unità.

Limitatamente alle miscele di conglomerato bituminoso indagate in laboratorio è possibile quindi concludere che il modello analizzato, caratterizzato da due parametri i cui valori sono una funzione delle condizioni di prova e delle proprietà compositive dei conglomerati, è in grado di ben interpretare il fenomeno di accumulo del danno.

Tale modellazione potrà essere presa come riferimento per la messa a punto di algoritmi di calcolo che nella fase di impostazione dei programmi di manutenzione simulino lo stato di conservazione dei materiali e delle pavimentazioni con essi costruite. Una volta estesa ad altre tipologie di miscele bituminose, tale modellazione potrà inoltre costituire, nell'ambito del loro mix design e del controllo di qualità, un valido strumento per il confronto tra i vari materiali.

3.8. CONCLUSIONI

Il modello non lineare di evoluzione del danno per i conglomerati bituminosi proposto consente l'interpretazione delle prove di fatica eseguite su campioni cilindrici sottoposti a cicli continui di carico impulsivo in condizioni controllate di temperatura, frequenza e sollecitazione applicata. La funzione che lega il danno accumulato D al rapporto N/N_f tra il numero di cicli applicati N e quelli a cui resiste il materiale N_f dipende da due parametri, α e β , dipendenti a loro volta sia dalle condizioni iniziali di deformazione elastica impressa, sia dalle caratteristiche compositive della miscela di conglomerato bituminoso considerata. Le analisi di regressione eseguite per ricavare le espressioni analitiche dei parametri α e β ha evidenziato, per le miscele bituminose prese in esame, alti valori dei coefficienti di correlazione.

La validazione del modello è stata eseguita per prove a controllo di tensione e verrà in futuro estesa a prove effettuate in controllo di deformazione. Ulteriori

indagini potranno inoltre chiarire meglio l'influenza di altri effetti legati alla storia dei carichi tra cui la frequenza della sollecitazione, il tempo di riposo e l'applicazione di più livelli di carico sino alla rottura del materiale. Si ritiene inoltre che sarà particolarmente interessante tenere conto, nel corso della modellazione, delle caratteristiche reologiche dei leganti e del loro invecchiamento progressivo.

CAPITOLO 4: MODELLO DI PREVISIONE DELLA FESSURAZIONE TERMICA DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI FLESSIBILI

4.1. INTRODUZIONE

La fessurazione termica è un fenomeno che può manifestarsi nelle pavimentazioni stradali flessibili come conseguenza di una brusca diminuzione della temperatura fino a valori estremamente bassi (*fessurazione per basse temperature o low-temperature cracking*), oppure a causa della fatica termica indotta dalle escursioni termiche giornaliere ripetute nel tempo (*fessurazione per fatica termica o thermal-fatigue cracking*). Il tipico ammaloramento rilevabile sul manto stradale, comune ai due fenomeni, è costituito da una serie di fessure ortogonali alla direzione di sviluppo del nastro stradale, disposte ad intervalli regolari.

La *fessurazione per basse temperature* è dovuta alla tensione termica che si crea nel manto di usura quando, raffreddato, tende a contrarsi. Tale contrazione è ostacolata dall'aderenza con lo strato bituminoso sottostante, spesso favorita dalla interposizione di una mano di attacco che precede la stesa del tappeto di superficie. Le tensioni di trazione indotte nel manto di usura per la contrazione termica impedita, sono spesso tali da superare la resistenza a trazione del conglomerato bituminoso e da innescare lo sviluppo di micro-fessure ai bordi e sul piano di rotolamento della pavimentazione.

La *fessurazione per fatica termica*, prevalente in zone a climi temperati, è innescata da rapidi cicli quotidiani di riscaldamento e raffreddamento. In questo caso la tensione termicamente indotta è inferiore alla resistenza del conglomerato bituminoso e pertanto la fessurazione non avviene immediatamente, ma si sviluppa in un arco di tempo confrontabile con quello necessario per la crisi per fatica indotta nella sovrastruttura stradale dal traffico veicolare.

La casistica acquisita per mezzo di numerosi studi [137], considera critico l'intervallo di temperature compreso fra -7°C e 21°C per lo studio della fatica termica; per temperature più rigide si ritiene che la *low-temperature cracking* sia il fenomeno prevalente e che esso si manifesti con maggiore evidenza e velocità.

4.2. STUDI E MODELLI DI PREVISIONE DELLA FESSURAZIONE TERMICA

Un'analisi degli studi e dei modelli esistenti in letteratura per la previsione della fessurazione termicamente indotta nelle pavimentazioni flessibili ha messo in luce due categorie di approccio al problema: una empirica ed una teorica.

I modelli empirici sono strettamente legati alle osservazioni attraverso le quali sono stati definiti: si basano sulla raccolta di numerosi dati nel corso degli anni e da queste informazioni si deduce il comportamento della pavimentazione nelle diverse condizioni ambientali e di esercizio. In Svezia ed in Finlandia alcuni Autori [138], sulla base di studi del comportamento delle pavimentazioni stradali a lungo termine, hanno proposto un modello ottenuto come combinazione lineare degli effetti di variabili indipendenti (traffico, clima, struttura della pavimentazione, invecchiamento, irregolarità della superficie e caratteristiche reologiche del legante), abbinati a dati di traffico, per la previsione della fessurazione termica. Boutin e Lupien, sulla base di osservazioni condotte negli ultimi 20 anni in Canada su tratti stradali sperimentali, propongono un modello dove viene anche esplicitata una legge di variazione della temperatura all'interno della pavimentazione. *Nei modelli teorici* si descrive, invece, l'andamento delle tensioni indotte attraverso equazioni che comprendono i parametri caratteristici dei materiali e che dipendono strettamente dal loro legame costitutivo.

Le ipotesi su cui si basano frequentemente i modelli più recenti sono:

1. comportamento visco-elastico lineare del conglomerato ad una data temperatura;
2. comportamento termoreologicamente semplice del conglomerato bituminoso e validità del principio di equivalenza tempo-temperatura;
3. deformazione totale degli strati legati pari alla somma della deformazione meccanica e della deformazione di origine termica.

Per il calcolo della tensione indotta da variazioni di temperatura nel conglomerato bituminoso sono stati elaborati modelli basati su soluzioni numeriche, fra i quali

“Thermostress” e “Proved-1D” che si basano su principi matematici simili e che permettono di calcolare la tensione termicamente indotta $\sigma(T)$ in funzione di parametri fondamentali del materiale:

$$\sigma(T) = f\{R(T), \alpha(T), \dot{T}\} \quad (4.1)$$

dove $R(T)$ è la funzione di rilassamento del conglomerato alla temperatura $T(^{\circ}C)$, $\alpha(^{\circ}C^{-1})$ è il coefficiente di dilatazione termica lineare del conglomerato bituminoso e $\dot{T}(^{\circ}C/h)$ è il gradiente termico.

Nel modello “Thermostress” la funzione di rilassamento è dedotta direttamente dai nomogrammi di Van der Poel mentre nel modello “Proved-1D” si introduce la funzione di creep secondo il noto modello reologico di Huet-Sayegh i cui coefficienti sono determinati attraverso misure di modulo complesso del conglomerato bituminoso a diverse frequenze e temperature. Hiltunen e Roque propongono una equazione costitutiva monodimensionale che fornisce il valore delle tensioni termiche all’interno della pavimentazione stradale considerata come una barra di materiale visco-elastico, vincolata alle sue estremità.

L’equazione è scritta in termini di tempo ridotto per il principio di sovrapposizione tempo-temperatura ed è espressa nella forma:

$$S(T) = f\{E(T), \dot{\epsilon}\} \quad (4.2)$$

dove $E(T)$ è il modulo di rigidezza ed $\dot{\epsilon}$ la velocità di deformazione.

Bouldin et al. hanno sviluppato un interessante *modello semiempirico* in cui vengono introdotti il modulo di rigidezza $S(t, T)$ e la velocità di deformazione $m(t, T)$ del solo legante bituminoso ricavati dalla prova al Bending Beam Rheometer all’interno del progetto statunitense SHRP.

Il *supporto sperimentale* più significativo per lo studio della suscettività alla fessurazione alle basse temperature dei conglomerati bituminosi è certamente quello

introdotto da Vinson et al. in seguito arricchito da Isacson e Lu [137] con la prova “Thermal Stress Restrained Specimen Test” (TSRST); la prova fornisce il valore della temperatura di frattura della miscela (Figura 4.1). Il principio fondamentale della prova è mantenere il campione di conglomerato bituminoso ad una lunghezza costante durante il raffreddamento, ovvero vincolare un provino snello di conglomerato sottoposto ad un gradiente termico negativo ed impedirne la contrazione fino alla rottura.

La tensione all’interno del provino continua, infatti, ad aumentare con il diminuire della temperatura, fino a che è possibile valutare la sua resistenza ultima prima della rottura, spesso introdotta dallo sviluppo di micro fessure.

In corrispondenza della temperatura di transizione vetrosa del legante, si riconosce sulla curva tensione/temperatura una zona dove le tensioni indotte dalla temperatura non vengono rilasciate con sufficiente rapidità per la elevata rigidità del bitume.

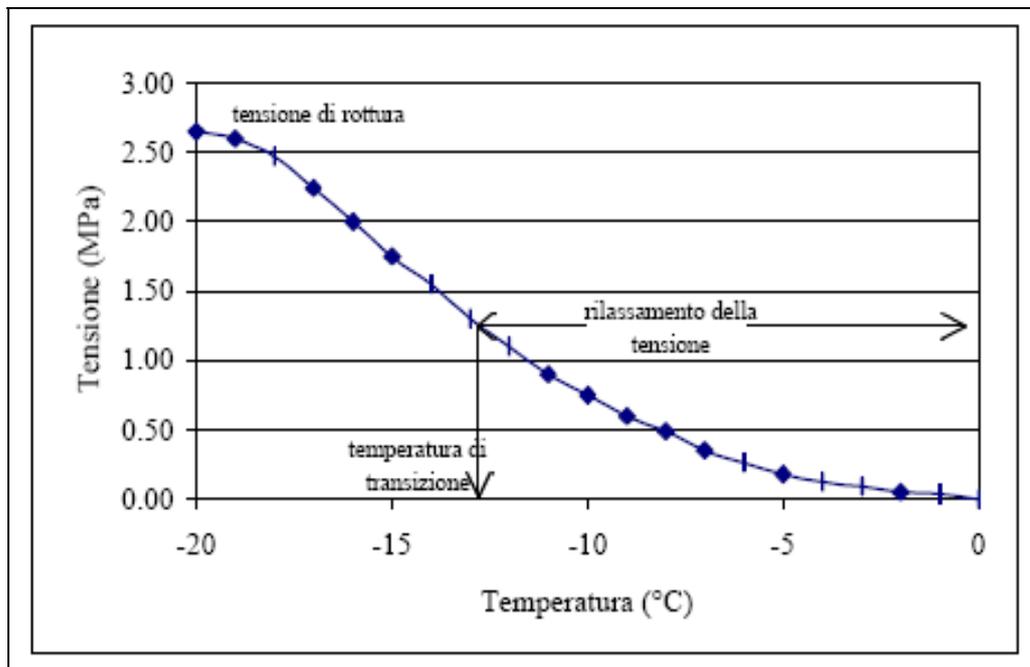


Figura 4.1: Tipico risultato della prova TSRST per un raffreddamento monotono.

4.3. IL MODELLO TEORICO PROPOSTO

Il comportamento meccanico del conglomerato bituminoso può essere interpretato secondo numerosi schemi proposti in letteratura, basati essenzialmente su un approccio reologico, che risultano particolarmente indicati per descrivere le complesse proprietà del materiale in funzione della temperatura, della frequenza e delle entità delle sollecitazioni.

Per le previsioni di crisi del materiale sottoposto alle basse temperature, la quota parte delle deformazioni elastiche è predominante rispetto alle deformazioni di natura viscosa e specificamente di quelle irreversibili; certamente proprio le capacità residue di rilassamento del materiale consentono di limitare o scongiurare il pericolo di fessurazione termica dei manti di usura sottoposti a climi rigidi.

La conformazione del pacchetto strutturale stradale, concepito come sovrapposizione di strati di diversa natura e composizione, diversamente investito da scambi di calore con l'ambiente esterno, consente agevolmente di schematizzare il problema fisico che innesca le tensioni all'interno degli strati legati e che conduce alla fessurazione termica.

Il modello fisico proposto, ben si presta ad essere ricondotto ad un problema analitico che tiene conto delle proprietà di rilassamento dei materiali visco-elastici.

Nel modello teorico proposto, lo strato superficiale legato di una pavimentazione stradale flessibile (manto di usura e binder) viene assimilato ad un unico strato di materiale visco-elastico, omogeneo, isotropo e vincolato in solido, tramite un sottile strato di legante ("mano di attacco"), ad un substrato, anch'esso omogeneo ed ipotizzato perfettamente rigido che rappresenta la base.

Tale modello è di tipo monodimensionale, dal momento che la larghezza e lo spessore degli strati legati sono trascurabili rispetto allo sviluppo del nastro stradale e pertanto il problema è riconducibile allo studio di una barra vincolata ad una base rigida secondo una legge di aderenza (Figura 4.2).

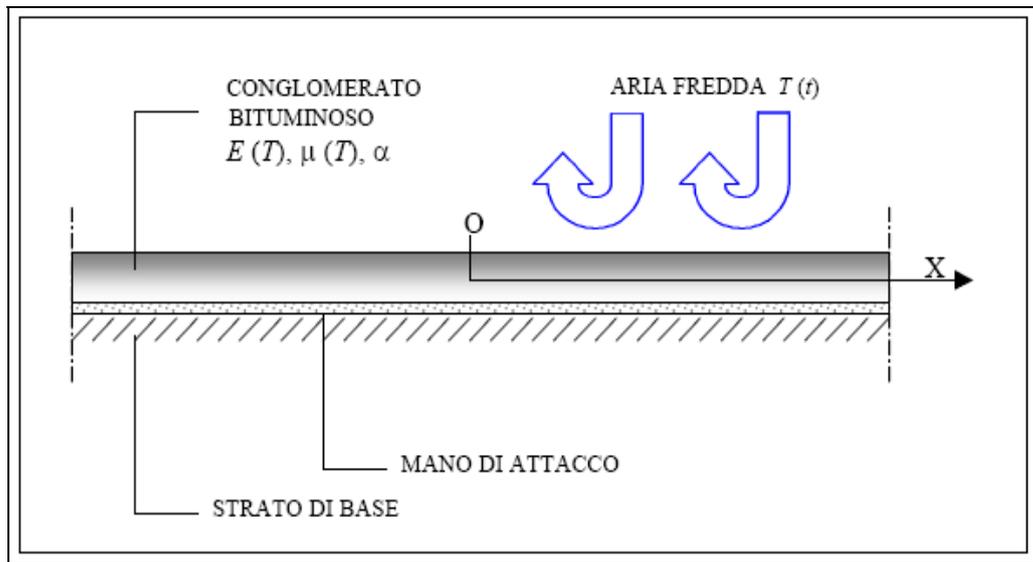


Figura 4.2: Schema dello strato superficiale bituminoso aderente al substrato rigido.

Le grandezze presenti nel problema, per un elemento infinitesimo di strato superficiale in conglomerato bituminoso ed in riferimento alla Figura 4.3, sono le seguenti:

- σ : sforzo assiale nella barra;
- u : spostamento in direzione x ;
- t : tempo;
- $T = T(t)$: temperatura variabile nel tempo;
- n : sforzo tangenziale per unità di lunghezza trasmesso dalla mano da attacco e dal contatto fra lo strato superficiale e base rigida.

La legge di aderenza fra la barra ed il legante è del tipo:

$$n = f(u) \tag{4.3}$$

con $f(u) = 0$ per $u = 0$.

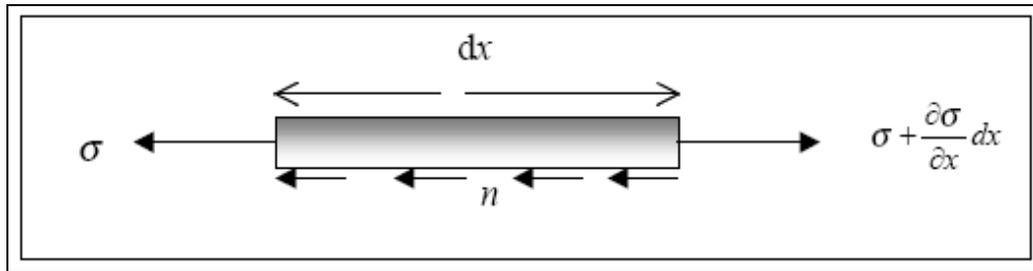


Figura 4.3:Elemento infinitesimo di strato superficiale in conglomerato bituminoso.

Considerando il tratto infinitesimo della barra rappresentato in figura 4.3 si ottengono:

1. “l’equazione di equilibrio per l’elemento infinitesimo”

$$\sigma + ndx = \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \quad (4.4)$$

da cui:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} - n = 0 \quad (4.5)$$

2. “l’equazione costitutiva”

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} = \frac{\dot{\sigma}}{E(T)} + \frac{\sigma}{\mu(T)} + \dot{\varepsilon}_T \quad (4.6)$$

dove:

- $\varepsilon_T = \alpha \cdot T$, con α coefficiente lineare di contrazione termica;
- $E(T)$: modulo di rigidezza del conglomerato bituminoso;
- $\mu(T)$: viscosità del conglomerato bituminoso pari a $\sigma / \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)$

Nell'ipotesi di materiale integro, ovvero nel caso di manto di usura omogeneo e non fessurato, e considerando la barra di lunghezza infinita, si ha che lo sforzo assiale σ non dipende da x , quindi la derivata di σ fatta rispetto ad x è zero.

Dall'equazione di equilibrio per l'elemento infinitesimo si ottiene quindi che $n = 0$, il che verifica solo per $u = 0$ e, di conseguenza, si ottiene $\dot{\epsilon} = 0$.

L'equazione differenziale a cui si giunge in tal caso è dunque:

$$\frac{\dot{\sigma}}{E(T)} + \frac{\sigma}{\mu(T)} + \dot{\epsilon}_T = 0 \quad (4.7)$$

La (4.7) è una equazione differenziale lineare di primo ordine a coefficienti non costanti e non omogenea. Tale equazione ha una soluzione del tipo:

$$\sigma(t) = e^{-\int_0^t \frac{E(v)dv}{\mu(v)}} \left[\sigma_0 - \int_0^t E(z) \dot{\epsilon}_T(z) e^{\int_0^z \frac{E(v)dv}{\mu(v)}} dz \right] \quad (4.8)$$

Come noto e come esplicitato nelle espressioni generali, sia il coefficiente lineare di deformazione termica che la viscosità ed il modulo di rigidità del conglomerato bituminoso, sono funzioni dirette della temperatura.

In particolare, nel corso della sperimentazione, il *coefficiente di contrazione termica lineare* α del conglomerato bituminoso è stato scelto in base ai risultati di diversi studi

specifici.

Di Benedetto e Neifar [139] hanno elaborato un sistema di misurazione delle deformazioni assiali e radiali per provini cilindrici indotte da sollecitazioni termiche nella miscela bituminosa; nelle loro esperienze, condotte in un intervallo di temperatura compreso fra -10°C e -20°C , il coefficiente α risulta compreso tra $3,0 \cdot 10^{-5}$ e $3,5 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$ per quanto riguarda la deformazione assiale e valori compresi

tra $1,7 \cdot 10^{-5}$ e $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ per le deformazioni radiali. Al di sotto di un cosiddetto “dominio di fluage”, collocabile intorno alla temperatura di circa 0°C , tale coefficiente risulta sostanzialmente indipendente dallo stato tensionale presente all’interno del materiale.

Maia et al. per un intervallo di temperature compreso tra -30°C e 0°C , hanno ricavato sperimentalmente valori del coefficiente lineare di contrazione termica compresi fra $1,7 \cdot 10^{-5}$ e $2,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Stoffels e Kwanda hanno determinato il coefficiente di contrazione termica utilizzando la tecnica del resistance strain gage in un intervallo di temperature compreso tra 0°C e -25°C . I valori misurati dei coefficienti di contrazione termica dei provini di differenti conglomerati bituminosi variano linearmente da $1,33 \cdot 10^{-5}$ a $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ nell’intervallo di temperature compreso tra 0°C e -25°C . Mehta et. al. hanno determinato il coefficiente di contrazione termica del conglomerato bituminoso utilizzando una configurazione di trazione indiretta dei campioni; i valori ottenuti variano tra $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $2,94 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ nell’intervallo di temperatura compreso tra -25°C e 0°C .

Marciano e Bertaux all’interno del citato modello “Thermostress”, hanno assunto che il coefficiente α vari tra $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Da quanto emerso dalle esperienze citate, si evince che i valori del coefficiente α sono compresi in un intervallo piuttosto ristretto. Nella risoluzione dell’equazione differenziale (4.8) il coefficiente di contrazione termica α è stato assunto costante e pari a $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, in tutti i punti del manto bituminoso superficiale.

I valori del modulo di rigidezza e della viscosità del conglomerato bituminoso in funzione della temperatura sono stati misurati, per il presente lavoro, nel corso di una specifica indagine sperimentale.

4.4. INDAGINE SPERIMENTALE

4.4.1. Materiali

I materiali utilizzati per le prove di laboratorio sono conglomerati bituminosi composti da aggregato lapideo frantumato da roccia granitica finlandese (granito di Koskenkylä) e legante bituminoso tipo di classe di penetrazione 40/50 (campioni B40/50), 160/220(campioni B160/220) e 50/70 ottenuto da un bitume naturale di classe 70/100 con l'aggiunta del 5.5% di polimeri tipo SBS (campioni PMB 50/70).

La composizione granulometrica delle miscele è riportata in Tabella 4.1.

Setaccio (mm)	Passante (%)
16,0	99
11,2	80
8,0	67
5,6	56
4,0	47
2,0	33
1,0	23
0,5	16
0,25	11
0,125	8
0,063	6

Tabella 4.1: Curva granulometrica adottata nella sperimentazione.

La scelta della curva granulometrica e del particolare bitume a bassa consistenza, si basa sulle indicazioni fornite dai ricercatori finlandesi della Helsinki University of Technology nell'ambito di un progetto sperimentale in collaborazione con il Centro Interuniversitario di Ricerca Stradale (CIRS) [140]. I bitumi a media e bassa penetrazione sono, invece espressione dei leganti impiegati con maggiore diffusione in climi temperati tipicamente italiani.

I tre conglomerati sono stati portati ad una temperatura di $160^{\circ}C$ e compattati con la pressa giratoria a taglio imponendo una pressione di $600kPa$, un angolo di $1,25^{\circ}$, un valore definito di peso specifico G_{mb} ed una percentuale di vuoti finale pari al 2,5%.

4.4.2. Determinazione sperimentale di $E(T)$

Al fine di determinare le caratteristiche meccaniche dei conglomerati oggetto di indagine, sui campioni diversamente composti sono state eseguite prove di modulo complesso secondo la normativa ASTM D 3497-79 utilizzando, in alternativa ai valori suggeriti, le temperature di -10°C , $+5^{\circ}\text{C}$, $+25^{\circ}\text{C}$, $+40^{\circ}\text{C}$ e sfruttando in particolare i risultati delle prove a bassa frequenza, in quanto nel fenomeno della fessurazione termica è secondario il contributo del traffico veicolare confrontato con l'effetto dei gradienti termici e di carichi quasi statici [141].

Per ogni conglomerato e per ogni temperatura di prova sono state quindi eseguite misure di modulo complesso i cui risultati sono espressi quali media di tre determinazioni indipendenti (Figura 4.4). Nel modello proposto viene utilizzata la sola componente elastica del modulo complesso (modulo di restituzione, assimilato al valore di $E(T)$).

La dipendenza del modulo di rigidità dalla temperatura, per il campo di temperature di indagine e alla frequenza di 1 Hz , è sintetizzabile in una espressione del tipo:

$$E = -a \cdot T(t) + b [\text{MPa}] \quad (4.9)$$

con

$a = 550\text{ MPa}/^{\circ}\text{C}$ per B40/50, $480\text{ MPa}/^{\circ}\text{C}$ per PMB50/70, $405\text{ MPa}/^{\circ}\text{C}$ per B160/220;

$b = 19500\text{ MPa}$ per B40/50, 17500 MPa per PMB50/70, 13800 MPa per B160/220;

$T(t)$ = temperatura in gradi centigradi.

4.4.3. Determinazione sperimentale di $\mu(T)$

Per valutare la viscosità del conglomerato bituminoso sono state eseguite prove di creep statico a diverse temperature su provini cilindrici. La prima prova è stata

eseguita alla temperatura di 25°C , con un tempo applicazione di 1000 secondi di una tensione di compressione assiale costante $\sigma_0 = 0,15\text{MPa}$; i dati sono stati rilevati per altri 3000 secondi dopo lo scarico istantaneo. La deformazione è stata registrata attraverso un estensimetro elettronico con fondo scala di 25 mm.

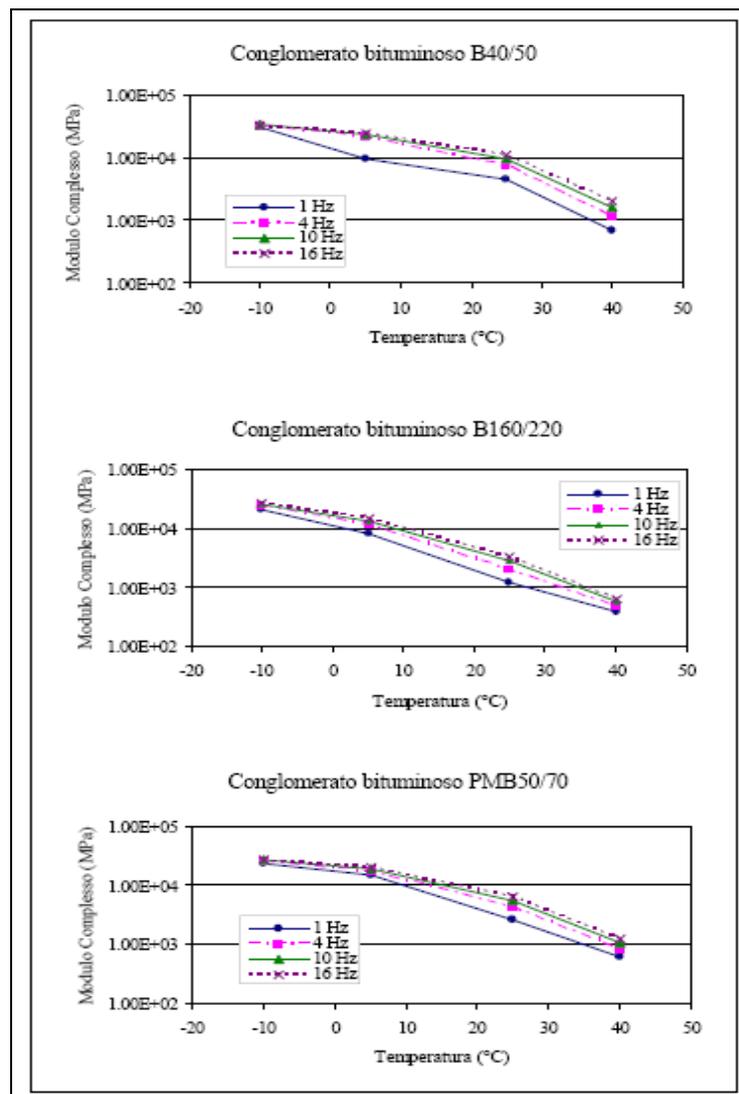


Figura 4.4: Risultati delle prove di modulo complesso.

4.5. SOLUZIONE ANALITICA

4.5.1. Condizioni al contorno

Per il calcolo della tensione indotte da un abbassamento di temperatura all'interno degli strati bituminosi superficiali della pavimentazione stradale, viene tenuta in conto la temperatura prevista in corrispondenza della metà dello spessore dello strato e posta costante in tutti i suoi punti. L'andamento della temperatura $T(t)$ della pavimentazione è ipotizzato variabile linearmente con il tempo secondo gradienti termici variabili tra $-2^\circ C/h$ a $-8^\circ C/h$. Il periodo massimo di applicazione della legge di raffreddamento considerato è di otto ore, che si può ritenere simile alle condizioni reali di raffreddamento continuo in una pavimentazione stradale esposta ad escursioni giornaliere importanti. Ai fini applicativi, per un esempio di calcolo, viene posta la temperatura iniziale pari a $0^\circ C$; e viene contemporaneamente una condizione di pavimentazione scarica (σ pari a $10^{-9} MPa$) all'inizio del calcolo delle tensioni indotte dall'abbassamento della temperatura.

4.5.2. Risultati numerici

L'equazione differenziale (4.7) ha una soluzione in forma chiusa che descrive perfettamente il comportamento del modello fisico proposto. L'applicazione pratica della soluzione rappresentata dalla equazione (4.8), risulta particolarmente complessa nel momento in cui, come nel caso in esame, le caratteristiche meccaniche dei materiali studiati sono stati vincolati alla temperatura ovvero, data l'imposizione di gradienti termici, al tempo.

I risultati sono stati pertanto ottenuti mediante l'ausilio di un processo iterativo sviluppato con il software Mathematica® versione 3.0.

L'andamento delle tensioni nello strato bituminoso superficiale, ottenuto dalla risoluzione del modello definito con i dati sperimentali, è riportato in Figura 4.5 nel caso del conglomerato bituminoso B40/50 ed in Figura 4.6 nel caso del B160/220.

Le tensioni previste nel conglomerato B160/220 hanno valori inferiori a $0,7 \text{ MPa}$ quando la temperatura raggiunge i -20°C con i gradienti più importanti. Confrontando questi valori con la resistenza a trazione indiretta del materiale (circa $5,5 \text{ MPa}$ alla temperatura di -20°C) si osserva che non si verifica alcuna fessurazione. Dalle esperienze di Montepara e Giuliani [142], è stato infatti osservato che le risorse di resistenza a trazione del conglomerato bituminoso, nella quale ha certamente un ruolo la matrice litica, possono essere stimate con buona approssimazione attraverso l'impiego di un test di trazione indiretta, vista la ottima corrispondenza con i dati di trazione diretta alle basse temperature.

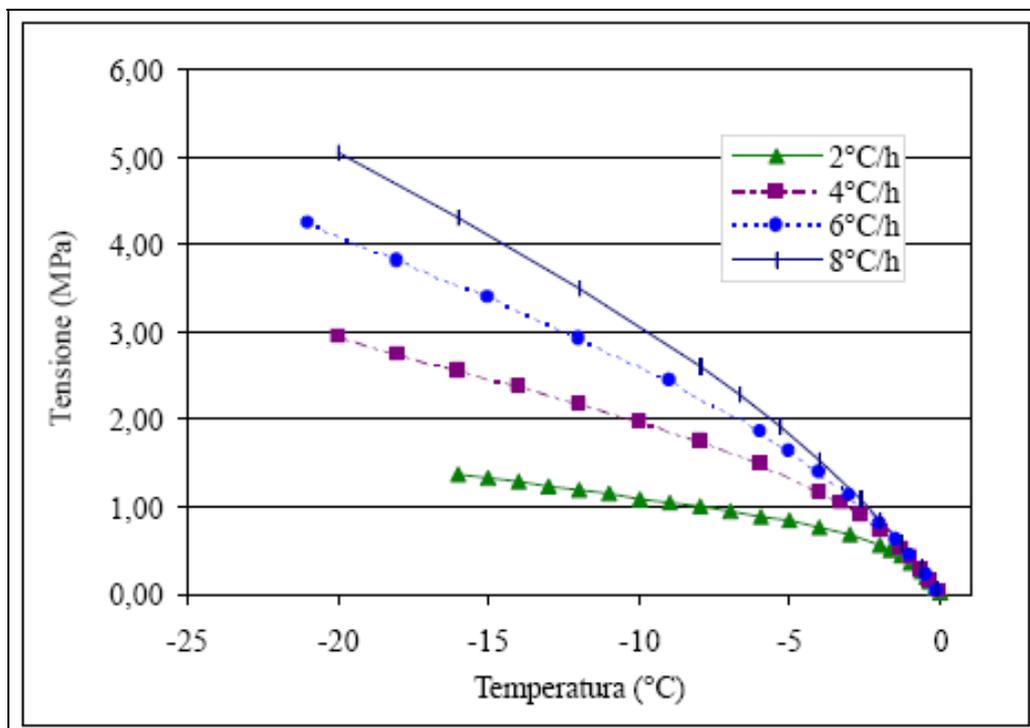


Figura 4.5: Tensioni nel manto bituminoso in funzione delle variazioni di temperatura per il conglomerato B40/50.

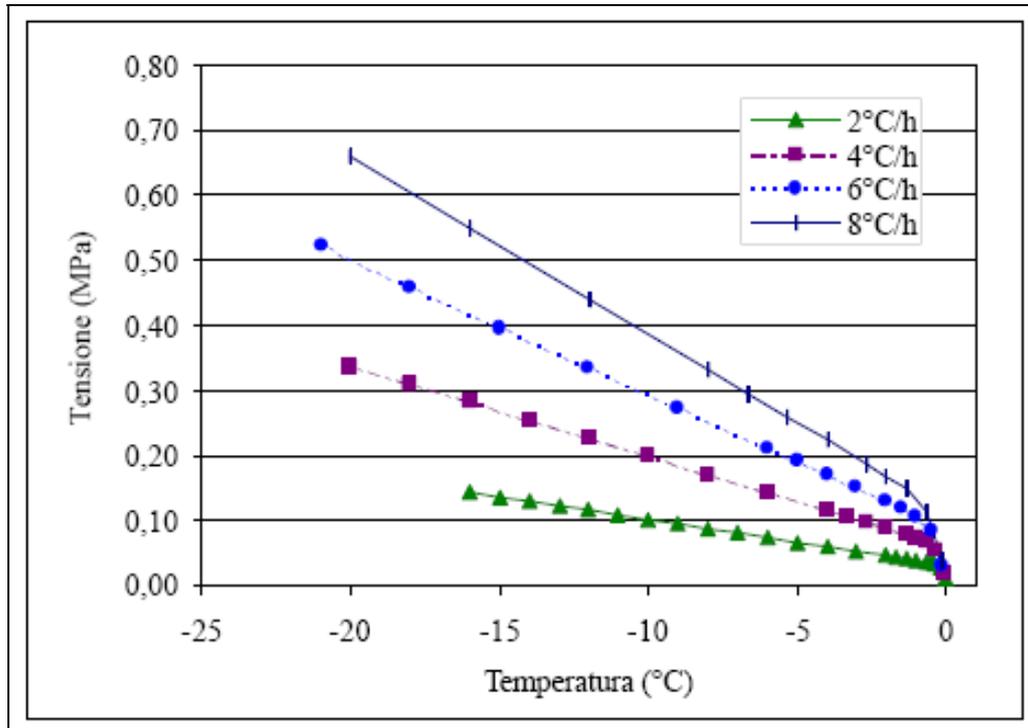


Figura 4.6: Tensioni nel manto bituminoso in funzione delle variazioni di temperatura per il conglomerato B160/220.

Nel caso quindi del conglomerato confezionato con bitume a bassa consistenza, appositamente adottato per impieghi in climi freddi, il modello non prevede la formazione di fessurazioni. Per il conglomerato B40/50 si ottengono come atteso tensioni più elevate, fino a 5 MPa a -20°C , prossima alla tensione di rottura per trazione indiretta alla medesima temperatura, il che comporta l'attesa di fessurazione di origine termica della pavimentazione.

Il calcolo delle tensioni indotte nello strato superficiale delle pavimentazioni flessibili è stato eseguito anche considerando una variazione di temperatura variabile nel corso di 24 ore, secondo un teorico andamento sinusoidale della temperatura del manto di ampiezza pari a 20°C (escursione da $+10^{\circ}\text{C}$ a -10°C). La funzione rappresentativa della temperatura nel punto medio dello spessore dello strato bituminoso è stata assunta del tipo:

$$T(t) = T_0 \cos(\omega t)$$

dove:

$$-T_0 = 10^{\circ}C;$$

$$-\omega = 2\pi f;$$

$$-1/f = 12,16 \text{ e } 24 \text{ ore.}$$

Come condizione iniziale si è posta la tensione all'interno dello strato superficiale pari a zero all'istante in cui ha inizio il processo di calcolo.

I risultati ottenuti dalla risoluzione dell'equazione (4.8), sono riportati nel grafico di Figura 4.7 in funzione del tempo, nel caso del conglomerato bituminoso B40/50. Le tensioni calcolate raggiungono valori massimi che aumentano al diminuire del periodo ovvero al crescere del gradiente termico.

I valori massimi delle tensioni si hanno in corrispondenza della variazione più veloce del gradiente termico e non in corrispondenza della temperatura minima raggiunta.

Questo fatto deriva dall'equazione (4.8), dove è evidente la dipendenza della tensione termicamente indotta dalla velocità di deformazione (e quindi dal gradiente termico) e dalla viscosità del materiale e non direttamente dalla temperatura.

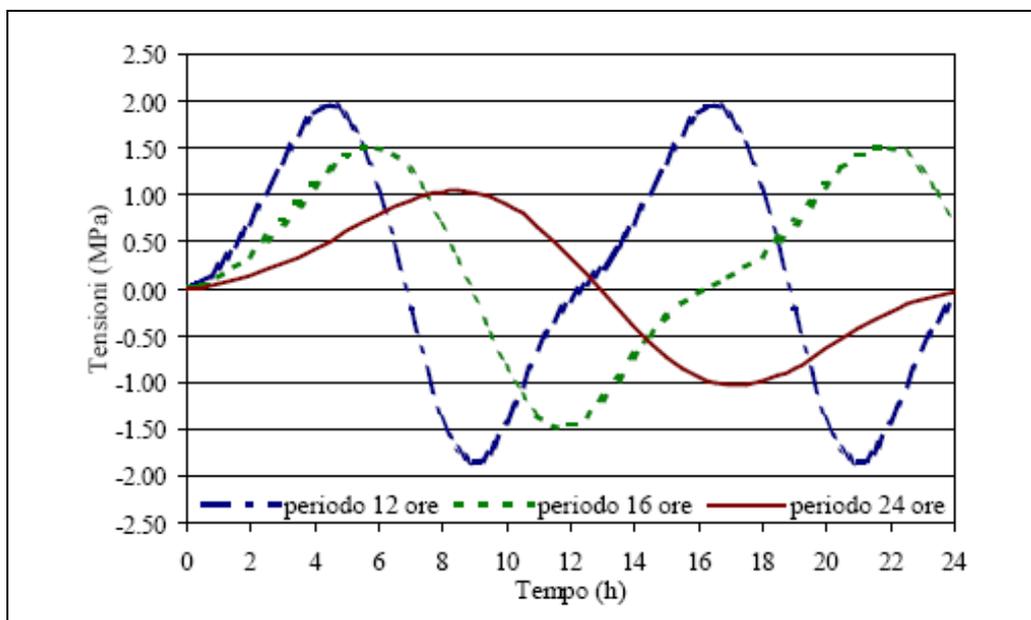


Figura 4.7: Tensioni calcolate per B40/50 con andamento sinusoidale della temperatura.

4.6. CONCLUSIONI

Il fenomeno della fessurazione termica delle pavimentazioni flessibili, pur nella sua intuitiva semplicità, è certamente influenzato da diversi fattori intrinseci del conglomerato bituminoso: in primo luogo dalla reologia e dalla natura del legante e dalle proprietà meccaniche del conglomerato (rigidezza, coefficiente di contrazione termica, resistenza a trazione) ma anche dalla stessa composizione della pavimentazione in termini di spessore e di vincolo tra gli strati. Dunque preservare l'integrità di una pavimentazione bituminosa dall'azione delle temperature rigide e dei cicli termici è la conseguenza di un complesso equilibrio fra conoscenze del progettista, qualità dei materiali e esposizione climatica.

Il modello fisico proposto, con una soluzione in forma chiusa del problema analitico, consente di prevedere le tensioni di trazione indotte nel tempo all'interno del manto di usura dall'esposizione ad una qualunque variazione di temperatura esterna, in funzione delle caratteristiche meccaniche della miscela.

La taratura del modello, basata su una completa indagine sperimentale, ha permesso di evidenziare il fondamentale ruolo del legante. Pur nel rigore della impostazione analitica, la semplicità formale e la versatilità del modello, ne consentono una implementazione che tenga conto di osservazioni sperimentali e delle corrispondenze fra fessurazione termica e mix design del conglomerato bituminoso come strumento di back analysis.

CAPITOLO 5: TECNICHE NUMERICHE AVANZATE DI MODELLAZIONE

5.1. INTRODUZIONE

Il problema della formulazione di una legge costitutiva in grado di descrivere adeguatamente il comportamento meccanico di un conglomerato bituminoso è stato, ed è tuttora, uno degli argomenti di maggior attualità della ricerca scientifica geotecnica internazionale.

Grazie alle potenzialità dei codici di calcolo fondati su efficaci metodi di risoluzione numerica (FEM, FDM, ecc), il problema della modellazione del comportamento dei materiali granulari si è, oggi, spostato su di un altro quesito: quali modelli costitutivi devono essere introdotti nei codice di calcolo?

Nonostante la complessa natura dei conglomerati, i modelli costitutivi generalmente implementati nei codici di calcolo commerciali sono molto semplici, e talvolta non possono coglierne il reale comportamento.

In letteratura sono disponibili numerose metodologie di modellazione classificabili secondo quanto indicato da Hudson (2001) in quattro grandi categorie (Figura 5.1):

- metodi di tipo A, basati sull'esperienza del progettista;
- metodi di tipo B, impostati su modelli analitici semplificati;
- metodi di tipo C, che prevedono modellazioni mirate a descrivere solo i meccanismi rilevanti del fenomeno trattato;
- metodi di tipo D, basati su una modellazione completa del fenomeno studiato.

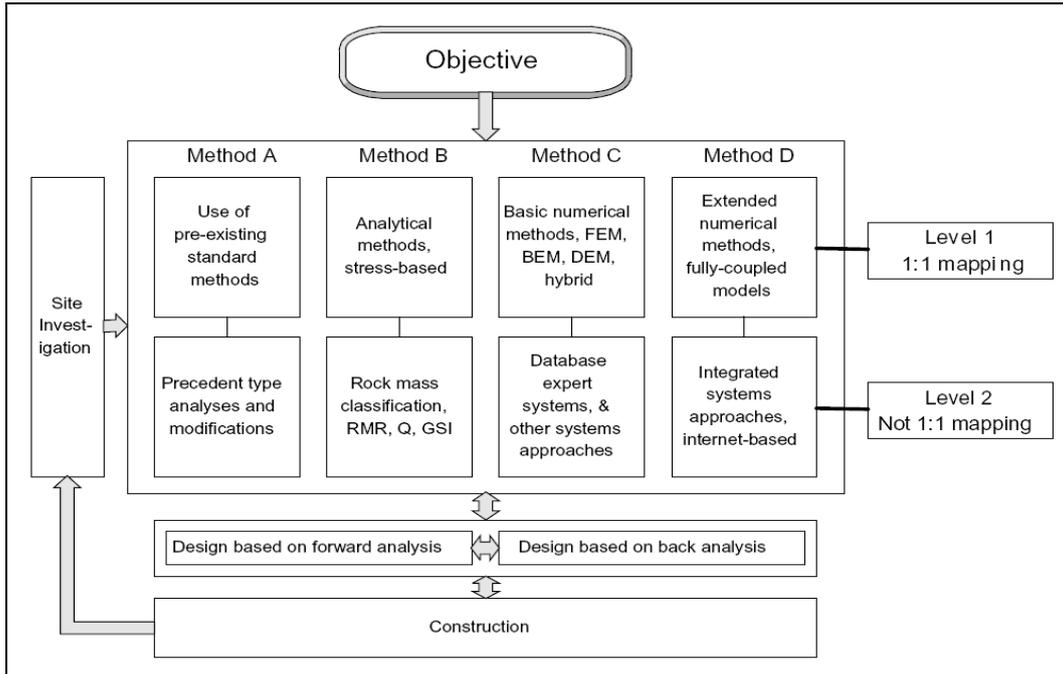


Figura 5.1: Classificazione dei metodi di modellazione numerica (Hudson, 2001).

La scelta del metodo numerico più idoneo al caso in esame si svolge sulla base dell'obiettivo da raggiungere (*Objective*) e dei dati iniziali a disposizione.

Ciascuna categoria si sviluppa su due livelli:

- il primo (*Level 1*), nel quale si studiano singolarmente i meccanismi elementari che originano il fenomeno da modellare (*1:1 mapping*), i quali sono simulati direttamente attraverso esplicite relazioni tenso-deformative;
- il secondo (*Level 2*), che comprende i procedimenti nei quali alcuni parametri iniziali sono inseriti senza essere modellati specificatamente (*not 1:1 mapping*).

In entrambi i casi è possibile sfruttare dati iniziali ottenuti da prove e rilevamenti in sito (*site investigation*).

È convenzione comune, inoltre, classificare i metodi numerici in due grandi gruppi (Jing, 2003):

- **metodi al continuo:** schematizzano il sistema come un dominio discretizzato in “unità elementari” di forma geometricamente semplice (triangoli, quadrilateri, tetraedri, ecc..) le quali, pur deformandosi, rimangono costantemente in contatto reciproco attraverso le relative superfici di separazione. Il mezzo così composto conserva in tutti i suoi

elementi le proprietà osservate nell'insieme, per cui lo studio può essere condotto a livello fenomenologico anziché a livello "atomico";

- **metodi discontinui:** rappresentano il sistema come un insieme di corpi discreti e distinti che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto. Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto ed i movimenti dei singoli elementi che lo compongono. Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, in quelli discontinui vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

Grazie a questa peculiarità è possibile indagare l'evoluzione della risposta del sistema in condizioni di equilibrio stabile, limite ed a rottura, oltre la quale, a differenza dei metodi al continuo, è ammessa la separazione del dominio in blocchi che continuano a risentire delle sollecitazioni agenti.

Alla prima categoria appartengono (Jing, 2003):

- il **Metodo delle Differenze Finite** (*Finite Difference Method – FDM*);
- il **Metodo degli Elementi Finiti** (*Finite Element Method - FEM*);
- il **Metodo degli Elementi di Contorno** (*Boundary Element Method - BEM*).

Della seconda categoria fa parte il **Metodo degli Elementi Discreti** (*Discrete Element Method - DEM*).

Esistono inoltre dei metodi ibridi, come ad esempio quelli *FEM/DEM* o *DEM/BEM*.

Il Metodo delle Differenze Finite (*FDM*) si basa sull'approssimazione diretta delle equazioni differenziali parziali (per semplicità indicate come *Partial Differential Equations - PDEs*) ottenuta sostituendo alle derivate parziali delle differenze definite sul dominio del problema (Jing, 2003). Si tratta quindi di approssimare un continuo in una serie di punti discreti. La soluzione del sistema derivante si

consegue imponendo le condizioni iniziali e quelle al contorno. È il metodo più antico e rappresenta la base per l'approccio esplicito del *DEM*.

Il *FEM* richiede la discretizzazione ovvero la suddivisione del dominio del problema in sottodomini (elementi) di forma semplice e regolare (triangoli, quadrati, tetraedri, ...), caratterizzati da un numero fissato di nodi. Per approssimare l'andamento delle *PDEs* a livello del singolo elemento e generare le equazioni algebriche locali che ne rappresentano il comportamento, si ricorre a funzioni di tentativo in genere polinomiali. Le equazioni così ottenute sono poi assemblate in sistemi globali la cui soluzione produce l'informazione richiesta nel dominio, dopo aver imposto adeguatamente le condizioni iniziali e quelle al contorno. Il *FEM* è oggi il metodo numerico maggiormente impiegato nell'ingegneria per la sua flessibilità nel trattare l'eterogeneità e la non linearità dei materiali e la complessità delle condizioni al contorno (Cesari, 2002).

A causa della discretizzazione interna, l'efficienza del *FEM* e del *FDM* diminuisce all'aumentare del numero dei gradi di libertà che è in genere proporzionale a quello dei nodi (Jing, 2003).

Il *BEM* richiede invece la discretizzazione del dominio della soluzione solo ai bordi, riducendo così le dimensioni del problema e semplificando i dati richiesti in ingresso. Si basa sulla risoluzione di un'equazione integrale definita sul contorno invece che sulla risoluzione diretta delle *PDEs* come nel *FDM* e nel *FEM*. A parità di livello di discretizzazione tale metodo comporta una maggiore precisione rispetto a questi ultimi (Jing, 2003).

Il *DEM* è un metodo relativamente nuovo se confrontato con quelli sopra descritti. È un metodo discontinuo che schematizza il sistema come un assemblaggio di blocchi connessi tra loro attraverso i relativi punti di contatto. Grandi spostamenti o rotazioni, fratture o completo distacco tra i singoli elementi sono ammessi nel *DEM* ed impossibili nel *FEM*, nel *FDM* e nel *BEM*. La Figura 5.2 illustra la discretizzazione di una roccia fratturata (Figura 5.2a) mediante il *FEM* ed il *FDM* (Figura 5.2b), il *BEM* (Figura 5.2c) ed il *DEM* (Figura 5.2d).

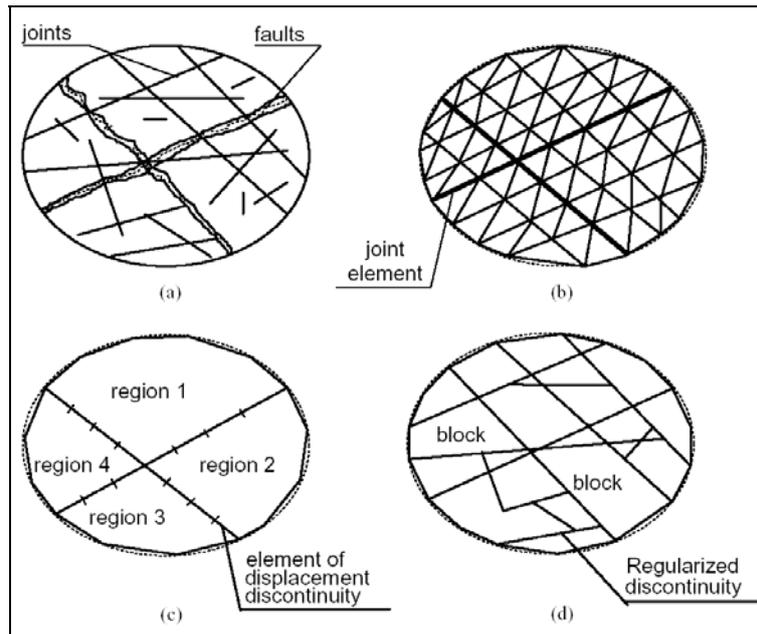


Figura 5.2: Discretizzazione di una roccia fratturata (Jing, 2003).

Le condizioni di compatibilità sugli spostamenti rappresentano un'importante differenza tra i metodi al continuo e quelli discreti: nei primi la compatibilità deve essere imposta tra elementi interni ed è automatica nel *FDM* e nel *BEM* ma non nel *FEM*; nei secondi non è richiesta poiché è sostituita dai modelli costitutivi di contatto tra unità adiacenti.

La scelta di adottare un metodo al continuo o discreto dipende principalmente dalla geometria del sistema: nel caso della modellazione di un ammasso roccioso, ad esempio, il primo approccio è preferibile se quest'ultimo è non fratturato, o con poche fratture, e comunque solo se non si prospetta la possibilità di distacchi di interi blocchi; quello discreto, invece, è vantaggioso se è presente un elevato numero di fratture o se si possono verificare spostamenti su larga scala dei singoli elementi.

Di seguito si forniscono alcune indicazioni sui metodi sopra elencati.

5.2. IL METODO DELLE DIFFERENZE FINITE (*Finite Difference Method - FDM*)

5.2.1. Concetti base

Il Metodo delle Differenze Finite (*FDM*) è il procedimento numerico più antico, utilizzato al fine di ottenere soluzioni approssimate delle equazioni differenziali

non lineari alle derivate parziali (per semplicità indicate come *Partial Differential Equations - PDEs*) (Jing, 2003). L'idea fondamentale su cui si basa è la sostituzione delle derivate parziali delle funzioni obiettivo (ad esempio lo spostamento) mediante delle differenze definite su determinati intervalli del dominio del problema nelle tre direzioni principali Δx , Δy , Δz (Figura 5.3) (Wheel, 1996). La soluzione del sistema di equazioni algebriche così ottenuto fornisce in tutti i nodi il valore della funzione obiettivo che soddisfa sia le *PDEs*, sia le particolari condizioni al contorno.

Il *FDM* utilizza generalmente griglie regolari come quella mostrata in Figura 5.3.

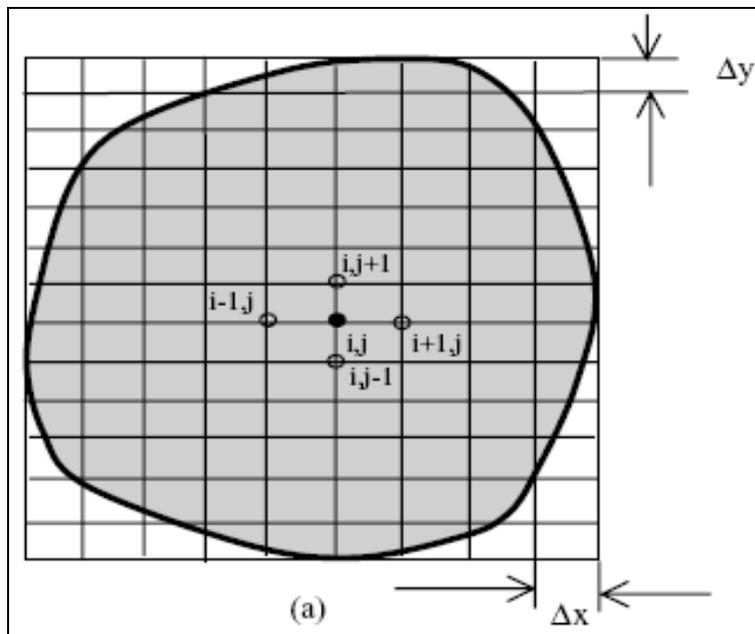


Figura 5.3: Griglia per il Metodo delle Differenze Finite (Wheel, 1996).

Nel caso di uno schema *FDM* a 5 nodi, ad esempio, le equazioni risultanti nei nodi della griglia (i, j) saranno espresse come combinazione dei valori della funzione nei quattro nodi adiacenti (Figura 5.3). Applicando il teorema di Navier al punto generico (i, j) si ottiene:

$$u_x^{i,j} = a_1 \cdot u_x^{i-1,j} + a_2 \cdot u_x^{i,j-1} + a_3 \cdot u_x^{i,j+1} + a_4 \cdot u_x^{i+1,j} + a_5 \cdot u_x^{i+1,j+1} + a_6 \cdot F_x^{i,j} \quad (5.1)$$

$$u_y^{i,j} = b_1 \cdot u_y^{i-1,j} + b_2 \cdot u_y^{i,j-1} + b_3 \cdot u_y^{i,j+1} + b_4 \cdot u_y^{i+1,j} + b_5 \cdot u_y^{i+1,j+1} + b_6 \cdot F_y^{i,j} \quad (5.2)$$

dove:

a_k e b_k ($k = 1, 2, \dots, 6$) sono funzione degli intervalli Δx e Δy della griglia e delle proprietà elastiche del solido;

$F_x^{i,j}$ ed $F_y^{i,j}$ sono le forze in direzione x ed y applicate nel punto (i, j) .

L'insieme di tali equazioni valutate in tutti i punti della mesh produrrà un sistema la cui soluzione può essere ottenuta per mezzo di metodi diretti o iterativi.

5.2.2. Vantaggi e limiti del FDM

Il concetto di base su cui si fonda il Metodo delle Differenze Finite (*FDM*) è la discretizzazione diretta delle *PDEs* che governano il problema mediante la sostituzione delle derivate parziali con differenze definite sul contorno dei punti della griglia. In particolare per approssimare le *PDEs* nell'intorno dei punti campionati non si utilizzano funzioni di interpolazione (come invece accade nel *FEM* e nel *BEM*), poiché la configurazione della mesh adottata è tale da generare valori della funzione obiettivo nei punti rappresentativi con intervalli tanto piccoli da rendere gli errori così introdotti non significativi. Per questo motivo il *FDM* è la tecnica più diretta ed intuitiva per la soluzione delle *PDEs* (Jing, 2003).

Essendo basato su una griglia regolare, il *FDM* "convenzionale" risulta generalmente poco adatto alla modellazione di problemi complessi di meccanica delle terre e delle rocce, in quanto fatica a tenere conto di condizioni al contorno particolari e della non omogeneità del materiale. Per questo motivo sono state sviluppate ulteriori versioni basate su griglie quadrilatera irregolari (Perrone & Kao, 1975), tra le quali quella più significativa è l'approccio del Volume Finito (*Finite Volume Method - FVM*).

5.3. IL FINITE VOLUME METHOD (FVM)

Il *Finite Volume Method (FVM)* si basa sull'approssimazione delle *PDEs* in forma integrale. Si considera un corpo Ω e lo si suddivide in un numero finito N di celle contigue di forma poliedrica arbitraria, chiamate *Control Volume (CV)* Ω_k , con confine Γ_k e di versore normale uscente n_i^k con $k = 1, 2, \dots, N$. Il confine Γ_k di *CV*

è costituito da un numero (M^k) di elementi poligonali Γ_k^p con $p = 1, 2, \dots, M^k$ e vale la relazione (Jing, 2003):

$$\Gamma_k = \bigcup_{p=1}^{M^k} \Gamma_k^p \quad (5.3)$$

Applicando il teorema di Gauss, le equazioni di equilibrio di Navier-Cauchy in termini di tensioni possono essere riscritte in termini di spostamenti come segue:

$$\sum_{k=1}^N \left[\sum_{p=1}^{M^k} \int_{\Gamma_k^p} t_i^k \cdot d\Gamma + \int_{\Omega_k} f_i \cdot d\Omega \right] = \sum_{k=1}^N \left[\sum_{p=1}^{M^k} \int_{\Gamma_k^p} \sigma^{k}_{ij} \cdot n_j^p \cdot d\Gamma + F_x^k \right] = 0 \quad (5.4)$$

dove:

$F_i^k = \rho \cdot g_i \cdot V^k$: vettore delle forze applicato al centro del volume V^k di CV ;

ρ : densità del materiale;

g_i : vettore delle accelerazioni.

Il metodo consiste nel formulare gli integrali dell'equazione 5.4 in termini di funzioni algebriche degli spostamenti nei nodi. Applicando la 5.4 alla cella P della griglia quadrilatera di Figura 5.4, ad esempio, avente il centro nel nodo P , quattro lati (ij, jk, kl, li) e quattro nodi (i, j, k, l), circondata da otto celle vicine con centro I, J, \dots, O , assumendo come variabili gli spostamenti dei centri delle zone, si ottiene (Jing, 2003):

$$A_p \cdot u_x^p + \sum_r A_r \cdot u_x^r + B_p \cdot u_y^p + \sum_r B_r \cdot u_y^r + F_x^K = 0 \quad (5.5)$$

$$C_p \cdot u_y^p + \sum_r C_r \cdot u_y^r + D_p \cdot u_x^p + \sum_r D_r \cdot u_x^r + F_y^K = 0 \quad (5.6)$$

dove:

$A_p, A_r, B_p, B_r, C_p, C_r, D_p, D_r$ sono coefficienti funzione della geometria della cella e delle proprietà elastiche del materiale, con $r = 1, 2, \dots, 8$, percorrendo le otto celle circostanti adiacenti alla P .

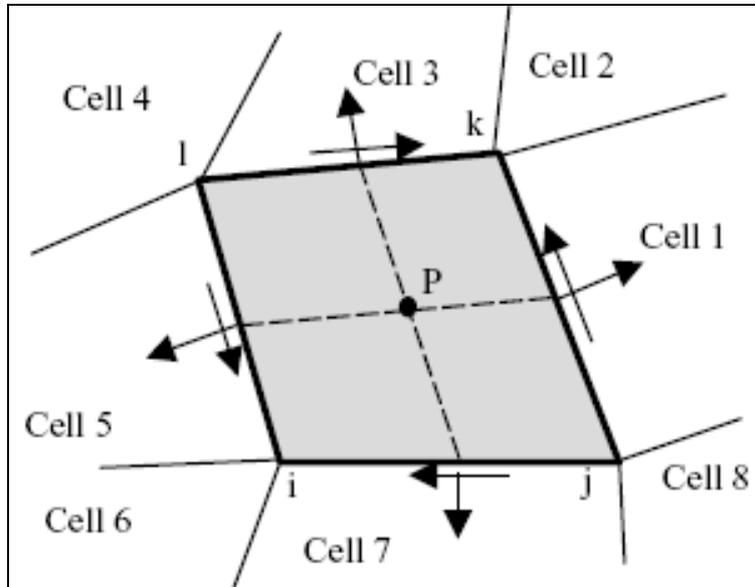


Figura 5.4: Griglia per il *Finite Volume Method* (Jing, 2003).

Il *FVM* è di tipo *cell-centred scheme* se si utilizzano come variabili gli spostamenti dei centri delle celle e di tipo *vertex-centered scheme* se invece si adottano gli spostamenti nodali. Come sottolineato da Bailey (1995) e Fallah (2000), il *Finite Volume Method* presenta numerose somiglianze con il *FEM* tanto da essere considerato alla stregua di un ponte tra il *FDM* ed il *FEM*; permette infatti di superare la mancanza di flessibilità del *FDM* tradizionale nella modellazione di griglie irregolari, di condizioni al contorno complesse o di materiali disomogenei. Permangono comunque notevoli difficoltà nel simulare sistemi discontinui, come ad esempio rocce fratturate, che non consentono la continuità tra punti vicini della mesh. A tal proposito Caillabet (2000) e Granet (2001) hanno sviluppato appositi *fracture element* che schematizzano la discontinuità come un insieme di zone della mesh alle quali è consentito il completo distacco dalle celle adiacenti. Le potenzialità di questi elementi sono state validate simulando numerosi processi di rottura reali come la formazione di bande di taglio durante prove di laboratorio su campioni di roccia e di terreno (Benito et al., 2000) e fenomeni di stabilità delle scarpate (Onate et al., 1994).

5.4. IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI (*Finite Element Method - FEM*)

5.4.1. Concetti base

Il Metodo degli Elementi Finiti (*Finite Element Method - FEM*), proposto per la prima volta da Clough nel 1960, è uno dei procedimenti numerici più popolari nelle scienze ingegneristiche. Il concetto di base su cui si fonda è la schematizzazione di una struttura continua come un insieme di regioni di volume finito e forma semplice, non compenetrantesi, connesse tra loro in un numero finito di punti detti nodi. Si ipotizza inoltre che gli spostamenti di un punto interno ad un elemento siano funzioni degli spostamenti nodali tramite opportune funzioni del punto dette funzioni di spostamento (Brauer, 1998). Il problema elastico del continuo considerato, la cui esatta formulazione conduce a sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali definiti da opportune condizioni al contorno, viene così discretizzato e ricondotto in via approssimata alla soluzione di un sistema di equazioni lineari (Cesari, 2002). Per compiere un'analisi *FEM* sono quindi necessari tre passaggi fondamentali:

- la discretizzazione del dominio: consiste nella suddivisione del dominio in un numero finito di elementi tra loro contigui, di forma regolare (triangoli, quadrilateri, ...), definiti da un numero fissato di nodi (Figura 5.5);

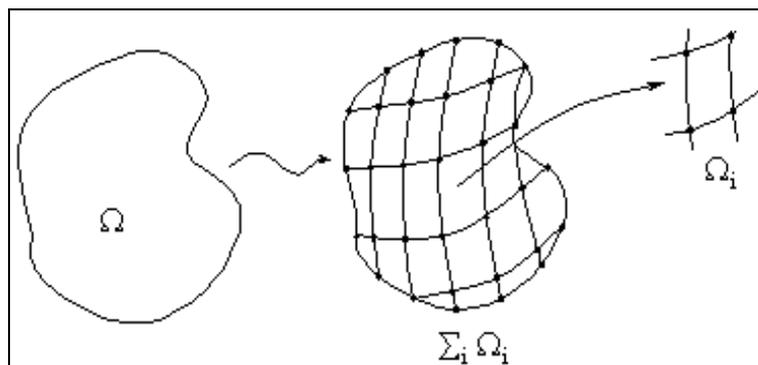


Figura 3.5: Suddivisione del dominio di integrazione Ω in sottodomini Ω_i (Jing, 2003).

- l'approssimazione locale: si ipotizza che la funzione incognita u_i^e (ad esempio lo spostamento) possa essere approssimata per ciascun elemento

mediante una funzione nodale u_i^j che, dovendo soddisfare le *PDEs*, assume la forma (Cesari, 2002):

$$u_i^e = \sum_{j=1}^M N_{ij} \cdot u_i^j \quad (5.7)$$

dove:

N_{ij} sono chiamate funzioni forma (o funzioni di interpolazione) ed M è il numero degli elementi. In questo modo è possibile legare gli spostamenti generici dentro all'elemento a quelli nodali. Le funzioni di forma hanno un ruolo importante poiché rappresentano il polinomio che approssima il valore esatto degli spostamenti e quindi determinano la convergenza del metodo;

- l'assemblaggio e la soluzione dell'equazione matriciale globale: usando le funzioni forma, le *PDEs* "originali" del problema sono sostituite da un sistema di equazioni algebriche che assumono la seguente forma (Cesari, 2002):

$$\sum_{i=1}^N [K_{ij}^e] \cdot \{u_i^e\} = \sum_{i=1}^N (f_i^e) \quad \text{oppure} \quad [K]\{u\} = \{F\} \quad (5.8)$$

dove:

$[K_{ij}^e]$: matrice di rigidezza;

$\{u_j^e\}$: vettore dei valori nodali della variabile incognita, ad esempio lo spostamento;

$\{f_i^e\}$: vettore che contiene le forze interne all'elemento, che tiene conto delle condizioni iniziali e di quelle al contorno.

La matrice K è a bande e simmetrica.

5.4.2. Vantaggi e limiti del FEM

La vasta diffusione del Metodo degli Elementi Finiti, testimoniata dall'ampia disponibilità di software di calcolo in commercio, è in gran parte legata alla sua flessibilità nel tener conto della disomogeneità dei materiali e della loro anisotropia, di condizioni al contorno anche complesse e di problemi dinamici. La precisione ottenuta dipende principalmente dalla dimensione dell'intervallo di suddivisione utilizzato per la mesh: la riduzione che si ottiene sull'errore compiuto è proporzionale alla distanza reciproca tra i nodi della griglia, in quanto più ravvicinati sono i nodi migliore è la significatività dei risultati. Per questo motivo, per geometrie complesse si ricorre generalmente a mesh raffittite con passo non costante, che aumenta nelle zone di maggiore interesse (Cesari, 2002).

Lo svantaggio principale di questa tecnica numerica rimane la scarsa capacità di rappresentare il comportamento tenso-deformativo di sistemi soggetti a rottura in quanto, essendo un metodo al continuo, non ammette la separazione reciproca tra gli elementi infinitesimi. A tal proposito Goodman (1968), assumendo che le tensioni di contatto ed i relativi spostamenti lungo le fratture di spessore teorico nullo seguissero una relazione lineare con le rigidità normale e tangenziale, propose un *element joint* che potesse essere direttamente incorporato in un processo *FEM* con un'equazione di equilibrio globale data da (figura 5.6):

$$k^G \cdot u^G = f^G \quad (5.9)$$

dove:

k^G è una matrice simmetrica i cui elementi sono definiti rispettivamente dalla rigidità normale e tangenziale, dalla lunghezza dell'elemento e dal suo orientamento rispetto al sistema di riferimento globale. Il vettore u^G è il vettore degli spostamenti nodali dei quattro nodi (i, j, k, l) che lo definiscono.

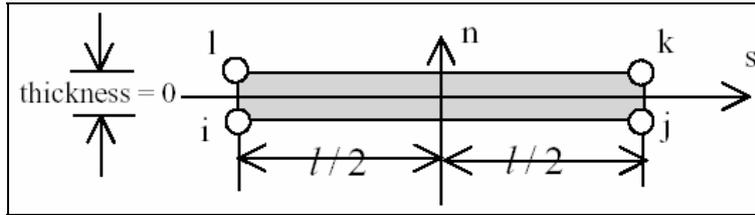


Figura 5.6: *Element joint* secondo Goodman (Jing, 2003).

Per consentire il completo distacco dell'*element joint* da quelli adiacenti, caratteristica non ammessa nella formulazione di Goodman, Zienkiewicz (1970) propose una nuova tipologia di *element joint* a sei nodi, due dei quali aggiuntivi nella sezione di mezzeria (figura 5.7c).

Nel 1973 Ghaboussi presentò inoltre un nuovo *element joint*, di spessore finito (t), basato sulla teoria della plasticità, ricorrendo agli spostamenti relativi tra le due facce opposte di una frattura come sistemi incogniti indipendenti (Figura 5.7b).

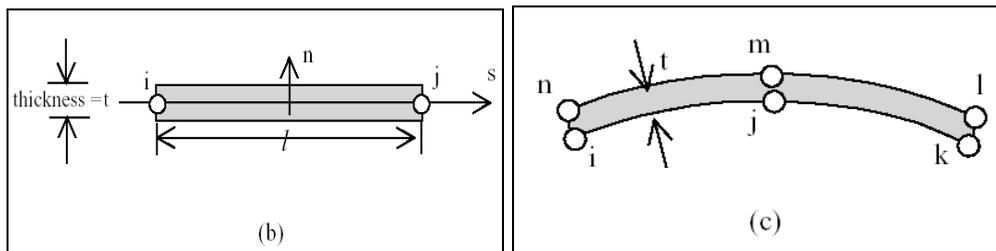


Figura 5.7: *Element joint* secondo Ghaboussi (b) e Zienkiewicz (c) (Jing, 2003).

Nonostante questi miglioramenti, lo studio delle fratture e dei loro meccanismi di propagazione resta ancor oggi il fattore maggiormente limitativo nell'applicazione del *FEM* allo studio della meccanica delle rocce e delle terre.

5.5. IL METODO DEGLI ELEMENTI DI CONTORNO (*Boundary Element Method -BEM*)

5.5.1. Concetti base

Al contrario del *FEM* e del *FDM*, il Metodo degli Elementi di Contorno (*Boundary Element Method – BEM*) adotta una discretizzazione non su tutto il dominio ma solo sul contorno e ne determina una soluzione attraverso un'equazione integrale basata sui teoremi di Betti e di Somigliana. Per un dominio Ω con confine Γ avente versore normale uscente n_i e con forza applicata costante f_i l'equazione diventa:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot u_j \cdot d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot t_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma \quad (5.10)$$

dove:

u_j e t_j sono i vettori spostamento sul contorno Γ , i termini u_{ij}^* e t_{ij}^* sono chiamati nuclei spostamento e c_{ij} è detto termine libero, determinato dalla geometria locale della superficie di confine ($c_{ij} = 1$ quando il punto è interno al dominio).

La risoluzione dell'equazione (5.10) richiede i seguenti passi:

- **discretizzazione del confine Γ con un numero finito di elementi di contorno:** nei problemi 2D gli elementi sono segmenti di linea, che possono avere un nodo al centro dell'elemento (elemento costante), due nodi ai due estremi (elemento lineare) o tre nodi di cui due di estremità ed uno centrale (elemento quadratico). Definito con N il numero totale degli elementi di bordo si può scrivere:

$$c_{ij} \cdot u_j + \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot u_j \cdot d\Gamma = \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot t_j \cdot d\Gamma + \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma \quad (5.11)$$

- **approssimazione delle funzioni in prossimità degli elementi di bordo mediante funzioni di forma (N_k),** in modo simile a ciò che accade nel *FEM*. Le funzioni spostamento per i vari elementi sono espresse come la somma dei valori nodali:

$$u_i = \sum_{k=1}^m N_k u_i^k \quad (5.12)$$

$$t_i = \sum_{k=1}^m N_k t_i^k \quad (5.13)$$

dove m è l'ordine dell'elemento (1, 2 o 3 per i problemi 2D) ed u_i^k e t_i^k sono i valori degli spostamenti nodali nel nodo k . Ponendo:

$$T_{ij} = \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma \quad (5.14)$$

$$U_{ij} = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma \quad (5.15)$$

$$B_i = \int_{\Gamma} \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} \cdot f_j \cdot d\Gamma \quad (5.16)$$

l'equazione 5.10 può essere scritta in forma matriciale come:

$$[T_{ij}(l, k)] \{u_j(k)\} = [U_{ij}(l, k)] \{t_j(k)\} + \{B_i(k)\} \quad (5.17)$$

dove:

$i, j = 1, 2$ per i problemi 2D e $1, 2, 3$ per i problemi 3D;

$l, k = 1, 2, \dots, N$;

$$T_{ij}(l, k) = c_{ij} \cdot \delta_{l, k} + \int_{\Gamma} t_{ij}^* \cdot N_j \cdot d\Gamma \quad (5.18)$$

- **valutazione degli integrali T_{ij} , U_{ij} e B_i ;**
- **imposizione delle condizioni al contorno** ottenendo come forma finale della 5.17 l'equazione:

$$[A] \{x\} = \{b\} \quad (5.19)$$

dove la matrice globale $[A]$ deriva da T_{ij} ed U_{ij} , il vettore incognito $\{x\}$ è costituito dagli spostamenti incogniti ed il vettore noto $\{b\}$ è la somma del vettore delle forze agenti sul corpo $\{B_i\}$ e dei prodotti di T_{ij} con gli spostamenti noti.

L'equazione risultante 5.19, a differenza delle matrici sparse e simmetriche tipiche del *FEM*, è solitamente asimmetrica e fornisce i valori degli spostamenti incogniti nei nodi;

- **valutazione degli spostamenti e delle tensioni** all'interno del dominio in funzione di quelli nodali noti.

5.5.2. Vantaggi e limiti del BEM

Il Metodo degli Elementi al Contorno comporta generalmente una riduzione della dimensione del modello computazionale rispetto al *FEM* o al *FDM*, in quanto richiede una discretizzazione solo sul contorno del dominio invece che su tutta la sua estensione. Grazie alla sua formulazione integrale diretta, a parità di livello di discretizzazione, il *BEM* fornisce una precisione dei risultati maggiore rispetto a quella ottenuta con tecniche *FEM* o *FDM*.

In generale, però, il *BEM* non è efficiente come il *FEM* nel tener conto dell'eterogeneità dei materiali, perché non è caratterizzato da tanti sottodomini quanti sono gli elementi infinitesimi del *FEM*. Inoltre non è funzionale quanto quest'ultimo nel simulare il comportamento non lineare dei materiali, motivo per cui è più adatto ad analizzare corpi elastici, lineari ed omogenei (Jing, 2003).

Analogamente agli altri metodi precedentemente esaminati anche il *BEM* manifesta qualche difficoltà nel simulare il comportamento tenso-deformativo di un sistema dotato di discontinuità. Per superare questa difficoltà, sono state proposte diverse tecniche. La prima, presentata da Blandford nel 1981, consiste nel dividere il dominio in sottodomini multipli con fratture lungo le interfacce ottenendo così diverse matrici di rigidezza nei vari sottodomini (Figura 5.8a). Tale tecnica richiede però la conoscenza del percorso compiuto dalla frattura e del suo gradiente di crescita e si applica con difficoltà a quei problemi che non presentano condizioni di simmetria geometrica. Altrimenti è possibile utilizzare il *Dual Boundary Element Method (DBEM)*, proposto da Portela nel 1993, il quale consiste nell'applicare separatamente l'equazione 5.11 agli elementi che costituiscono le due facce opposte della frattura (Figura 5.8b).

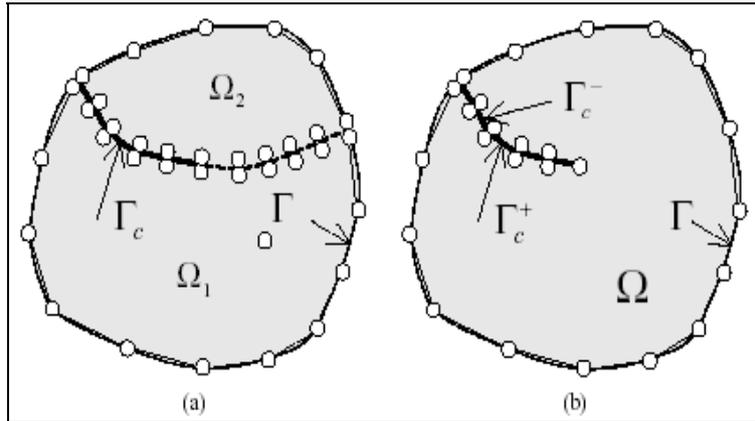


Figura 5.8: Analisi delle discontinuità nel *BEM* (Jing, 2003).

5.6. IL METODO DEGLI ELEMENTI DISCRETI (*Discrete Element Method - DEM*)

5.6.1. Concetti base

Il Metodo degli Elementi Discreti (*DEM*) è relativamente nuovo se confrontato con quelli descritti nei paragrafi precedenti; le sue origini risalgono al 1971 quando Goodman e Cundall lo applicarono ad un problema di meccanica delle rocce. È un metodo discontinuo che schematizza il sistema come un insieme di corpi indipendenti che interagiscono tra loro attraverso i punti di reciproco contatto, i quali sono i responsabili della trasmissione delle forze all'interno del mezzo. L'interazione tra gli elementi è considerata come un processo dinamico che raggiunge l'equilibrio quando le sollecitazioni interne al sistema sono bilanciate. Le forze e gli spostamenti del mezzo si ricavano tracciando i movimenti dei singoli corpi che lo compongono, i quali sono il risultato della propagazione all'interno del terreno di cause di disturbo che hanno origine ai confini del modello (Choi, 1992). In particolare si applica la seconda legge di Newton agli elementi e la legge forza-spostamento ai punti di contatto. La prima è utilizzata per determinare il moto delle singole unità causato dalle sollecitazioni agenti su esse; la seconda serve per aggiornare le forze di contatto conseguenti (Jing, 2003).

Per ottenere una soluzione del modello *DEM* conforme alla realtà da simulare, cinque sono i passi fondamentali da seguire:

1. suddivisione del dominio del problema ed identificazione della tipologia di elementi con cui suddividere il sistema;

2. rappresentazione della deformazione dei singoli blocchi (che possono essere rigidi o deformabili);
3. sviluppo di un algoritmo per l'identificazione dei contatti;
4. formulazione delle equazioni del moto del sistema;
5. integrazione delle equazioni del moto ed aggiornamento dei contatti tra i blocchi, che variano in conseguenza dei movimenti e delle deformazioni cui è soggetto il sistema.

5.6.2. Vantaggi e limiti del DEM

La differenza fondamentale tra il Metodo degli Elementi Discreti e quelli precedentemente trattati risiede nel fatto che, mentre in questi ultimi i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, nel *DEM* sono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi. La definizione della mesh e dei modelli costitutivi dei materiali è sostituita dalla determinazione della distribuzione e delle dimensioni degli elementi che compongono il sistema e dalla descrizione del comportamento dei contatti (Calvetti, 2003). Nel *DEM* lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla distribuzione iniziale delle singole unità, dato che dalla loro posizione relativa dipendono le forze di contatto (Lin et al., 1997).

È inoltre possibile indagare l'evoluzione della risposta del sistema in condizioni di equilibrio stabile, limite ed a rottura, oltre la quale, a differenza dei metodi al continuo, ammette la separazione del dominio in blocchi che continuano a risentire delle sollecitazioni agenti. Per questo motivo il *DEM* è particolarmente indicato per modellare fenomeni di interazione fra oggetti discreti soggetti a grandi deformazioni o a processi di frattura, come il flusso di materiali granulari all'interno di tubi, sili e tramogge, la dinamica di fenomeni franosi, la risposta sismica, il collasso delle strutture, ecc... (Morris et al., 2001; Jing et al., 2002; Jing et al., 2003; Barbero et al., 2005). Sono disponibili in particolare tre tipologie:

- il *DEM* esplicito, basato su una discretizzazione del sistema secondo uno schema *FVM*;

- il *DEM* implicito, detto anche *Discontinuous Deformation Analysis Method (DDA)*, basato su una discretizzazione del sistema secondo uno schema *FEM*;
- il *DEM* particellare, il quale schematizza gli elementi che compongono il sistema come particelle rigide circolari. Questa caratteristica lo rende particolarmente indicato per la modellazione del comportamento dei materiali granulari. Per questo motivo è stato utilizzato in questa tesi per indagare i cinematismi di spinta a tergo di un'opera di sostegno in vera grandezza, anche rinforzata.

5.7. IL *DEM* ESPLICITO

Questo metodo si basa su una discretizzazione del sistema secondo uno schema *FVM* che rappresenta i singoli blocchi componenti il dominio come poligoni concavi o convessi suddivisi in un numero finito di triangoli in 2D e di tetraedri in 3D (Figura 5.9).

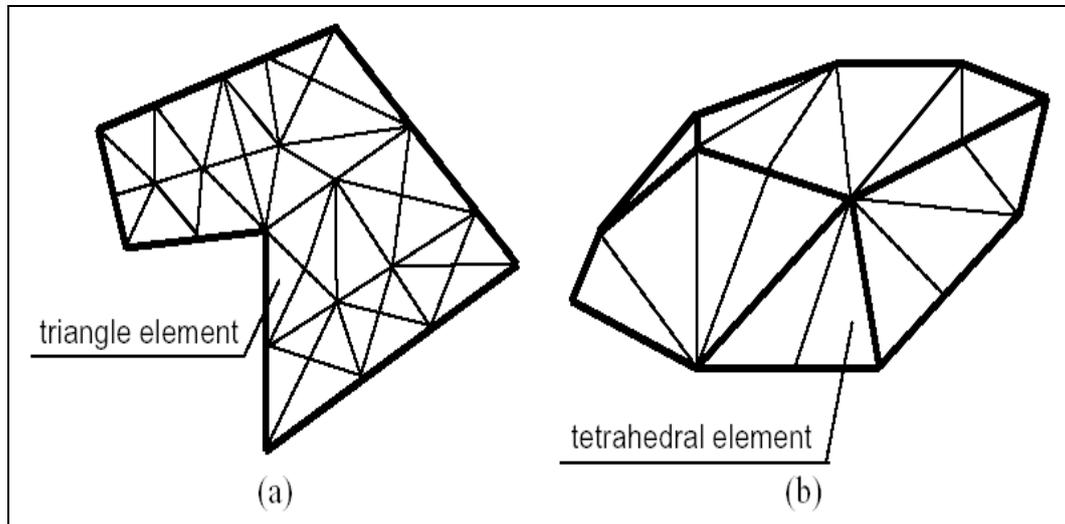


Figura 5.9: Schematizzazione della mesh prevista dal *DEM* in 2D (a) e 3D (b) (Jing, 2003),

Per la rappresentazione delle deformazioni si ricorre ad una formulazione Lagrangiana esplicita, mentre i contatti sono determinati cinematicamente sulla base della più piccola distanza tra due blocchi contigui.

Il comportamento dinamico del sistema è rappresentato numericamente attraverso un algoritmo che procede per step successivi durante i quali le velocità e le accelerazioni sono assunte costanti. Il *DEM* ipotizza che ogni time-step sia tanto piccolo che al suo interno le perturbazioni possano propagarsi soltanto da una particella a quelle immediatamente vicine. In ogni istante le forze risultanti su un qualsiasi elemento sono determinate esclusivamente dalla sua interazione con quelli cui è a contatto. La velocità di propagazione dipende dalle proprietà fisiche del mezzo discreto considerato.

L'interazione tra due blocchi è schematizzata attraverso:

- **un modello di rigidità:** fornisce una relazione tra la forza di contatto ed il relativo spostamento (Figura 5.10):

$$F_n = k_n \cdot U_n \quad (5.20)$$

$$F_t = -k_t \cdot U_t \quad (5.21)$$

dove:

F_n : forza di contatto in direzione normale;

F_t : forza di contatto in direzione tangenziale;

k_n : rigidità normale;

k_t : rigidità tangenziale;

U_n : spostamento totale in direzione normale al piano di contatto fra due particelle;

U_t : spostamento totale in direzione tangenziale al piano di contatto fra due particelle.

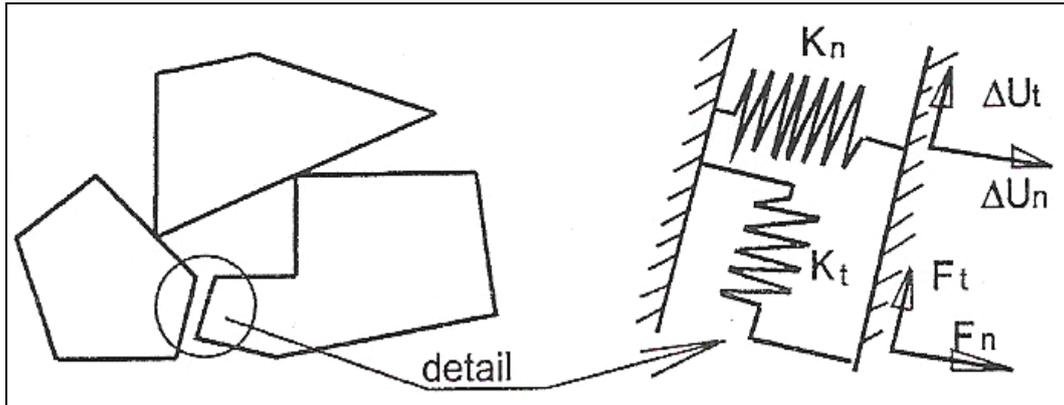


Figura 5.10: Definizione dei contatti nel DEM esplicito (Jing, 2003).

- un modello di slittamento:** è una proprietà intrinseca delle entità a contatto. La condizione di slittamento si ha quando la componente tangenziale della forza (F_t^i) eguaglia il valore massimo ammissibile della forza di contatto tangenziale (F_t^{\max}). Questo valore è dato dal coefficiente di attrito minimo tra le entità a contatto (μ) moltiplicato per il modulo della componente normale di compressione della forza (F_n^i). La condizione di slittamento si può quindi esprimere come (Figura 5.11):

$$F_t^i \geq F_t^{\max} = \mu \cdot |F_n^i| \quad (5.22)$$

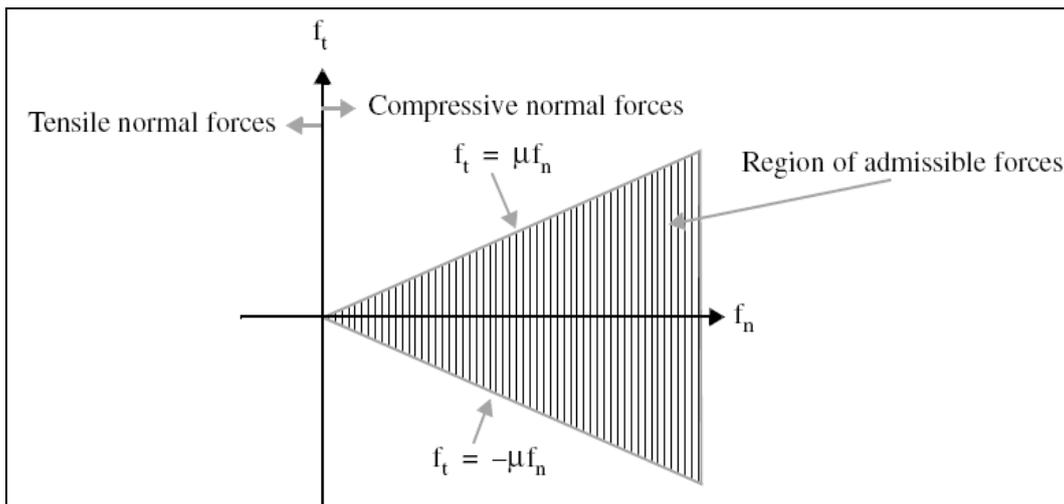


Figura 5.11: Modello di slittamento (Kruty, 2003).

- un modello di contatto,** che a seconda del comportamento lungo la direzione normale al moto può essere di tipo (Cundall et al., 1992):

- *soft contact*, se caratterizzato da un valore finito della rigidità normale. Si assume che la forza di contatto sia nulla nel punto di intersezione iniziale dei due corpi e poi proporzionale agli spostamenti dei contatti stessi. Le forze di contatto quindi si generano in seguito alla compenetrazione dei due elementi adiacenti;
- *hard contact*, se non ammette la compenetrazione tra particelle vicine.

La scelta del tipo di modello da adottare deve essere effettuata sulla base di considerazioni fisiche piuttosto che numeriche. È possibile infatti che uno stesso sistema espliciti diversi comportamenti a seconda delle circostanze (Cundall, 1988): se è caratterizzato da un coefficiente di attrito quasi nullo e da un livello tensionale molto basso, è preferibile una schematizzazione *soft contact*; in caso contrario si addice maggiormente uno schema *hard contact*.

Per integrare le equazioni del moto si ricorre a uno schema esplicito alle differenze centrali in opposizione all'approccio implicito usato negli altri metodi numerici al continuo. Le variabili incognite (forze di contatto) di ciascun blocco sono determinate localmente ad ogni time step a partire da quelle note degli elementi immediatamente vicini (Hart et al., 1988).

Considerando il blocco i -esimo del sistema, la seconda legge di Newton può essere scritta nella forma (Jing, 2003):

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{F}{m} \quad (5.23)$$

dove:

\dot{u} : velocità;

t : tempo;

m : massa del blocco;

F : forze applicate all'elemento.

Applicando uno schema esplicito alle differenze centrali il primo termine della 5.23 diventa:

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} - \dot{u}^{(t-\Delta t/2)}}{\Delta t} \quad (5.24)$$

Sostituendo la 5.24 nella 5.23 si ottiene:

$$\dot{u}^{(t+\Delta t/2)}_i = \dot{u}^{(t-\Delta t/2)}_i + \left[g_i + \frac{\sum F_i^{(t)}}{m} \right] \cdot \Delta t \quad (5.25)$$

dove:

\dot{u}_i : velocità del blocco i-esimo;

g_i : accelerazione di gravità;

m : massa del blocco;

F_i : forza risultante applicata all'elemento.

Analogamente in termini di velocità angolari si ottiene:

$$\dot{\theta}^{(t+\Delta t/2)}_i = \dot{\theta}^{(t-\Delta t/2)}_i + \left[\frac{\sum M_i^{(t)}}{I} \right] \cdot \Delta t \quad (5.26)$$

dove:

$\dot{\theta}_i$: velocità angolare del blocco i-esimo;

I : momento d'inerzia dell'elemento;

M_i : momento risultante applicato all'elemento.

Le velocità così calcolate permettono di aggiornare gli spostamenti (u_i) e le rotazione (θ_i) del blocco:

$$u^{(t+\Delta t)}_i = u^{(t)}_i + \dot{u}^{(t+\Delta t/2)}_i \cdot \Delta t \quad (5.27)$$

$$\theta^{(t+\Delta t)}_i = \theta^{(t)}_i + \dot{\theta}^{(t+\Delta t/2)}_i \cdot \Delta t \quad (5.28)$$

5.8. IL DEM IMPLICITO: IL DDA

Il *Discontinuous Deformation Analysis Method (DDA)*, proposto nel 1985 da Shi e Goodman, si origina da un algoritmo di *back analysis* finalizzato alla determinazione della migliore approssimazione della configurazione deformata di un sistema di blocchi a partire da spostamenti e deformazioni note e si fonda sulla minimizzazione dell'energia totale dell'insieme di elementi in reciproca interazione (Cravero et al, 2003). La prima formulazione ricorreva ad una semplice rappresentazione del moto e delle deformazioni dei blocchi con sei variabili base (tre relative al moto del corpo rigido e tre di deformazione costante), poco adatta per blocchi di forma irregolare. Lo sviluppo fondamentale si è avuto con l'introduzione della discretizzazione in elementi *FEM* la quale prevede la schematizzazione di ogni singolo "elemento discreto" in "elementi finiti" (Cheng et al., 1998 e 2002).

Dalla seconda legge della termodinamica un sistema soggetto a carichi esterni e/o interni si muove o si deforma nella direzione che produce il minimo dell'energia totale (E), la quale è pari alla somma dell'energia potenziale (U), di quella cinetica (K) e di quella dissipata (W) secondo la formula (Jing, 1998):

$$E = U + K - W \quad (5.29)$$

Minimizzando la 5.29 rispetto allo spostamento (d) si ricava l'equazione del moto del blocco corrispondente (Jing, 1998):

$$\frac{\partial E}{\partial d} = \frac{\partial U + \partial K - \partial W}{\partial d} = 0$$

Svolgendo lo stesso procedimento per tutti gli elementi del dominio, si ottiene un sistema di equazioni algebriche da risolvere secondo la tecnica *FEM*. Considerando un dominio costituito da N blocchi, aventi ognuno m_i nodi ($i = 1, 2, \dots, N$) dotati di una componente di spostamento normale (u) e tangenziale (v), ad esempio, indicando con $m_1 + m_2 + \dots + m_N = M$ il numero totale di nodi, la minimizzazione dell'energia totale produce un sistema di $2M \times 2M$ equazioni

schematizzabili in forma matriciale come di seguito indicato (Langston et al., 2004):

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & k_{N3} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_N \end{Bmatrix} \quad \text{oppure} \quad [K] \cdot \{D\} = \{F\} \quad (5.30)$$

dove:

$[K]$: matrice di rigidità del sistema;

$\{D\}$: matrice dei vettori spostamento degli N blocchi;

$\{F\}$: matrice delle forze risultanti agenti sul sistema.

Per rappresentare ed aggiornare i contatti si utilizzano dei modelli di slittamento e rigidità analogamente a quanto previsto dal *DEM* esplicito (Ke et al., 1995).

5.9. IL *DEM* PARTICELLARE

5.9.1. Il ciclo di calcolo

Il Metodo degli Elementi Distinti Particellari, proposto da Cundall e Strack nel 1979, si basa su principi analoghi a quelli del *DEM* tradizionale, a differenza del quale schematizza i blocchi costituenti il sistema come particelle rigide di forma circolare. Grazie a quest'ultima caratteristica si propone come una valida metodologia per lo studio del comportamento tenso-deformativo dei materiali granulari.

L'algoritmo di calcolo richiede ad ogni ciclo l'aggiornamento dei contatti in base alla posizione ed al movimento relativo delle particelle (Figura 5.12). Ad ognuno è applicata la legge forza-spostamento al fine di valutare l'entità delle forze di contatto. A ciascun elemento invece è applicata la seconda legge di Newton per determinarne la velocità e la posizione sulla base delle forze e dei momenti applicati (Cook et al., 2002).

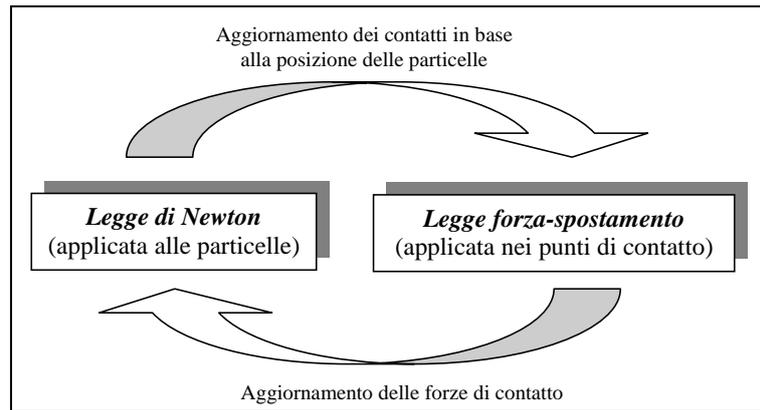


Figura 5.12: Ciclo di calcolo del *DEM* particellare (Itasca, 2002).

Per illustrare come sono determinati forze e spostamenti durante un ciclo di calcolo, si esamini il caso riportato in Figura 5.13a, utilizzato da Cundall e Strack per spiegare i principi basilari del metodo. Si considerano due dischi circolari, privi di peso, indicati con x ed y , schiacciati tra due pareti rigide in movimento l'una verso l'altra ad una velocità costante v .

Inizialmente, al tempo $t = t_0$, le pareti ed i dischi entrano in contatto, ma non nasce alcuna forza. Dopo un intervallo di tempo Δt , le pareti si sono spostate verso l'interno di una quantità pari a $v\Delta t$. Ipotizzando che le perturbazioni non possano propagarsi oltre un singolo disco durante ciascun intervallo di tempo, si assume che entrambi i dischi mantengano la loro posizione iniziale durante l'intervallo di tempo tra $t = t_0$ e $t = t_0 + \Delta t$. La sovrapposizione si verificherà quindi all'istante $t_1 = t_0 + \Delta t$ nei punti di contatto A e C e la sua entità sarà pari a $\Delta n = v \cdot \Delta t$ (Figura 5.13b).

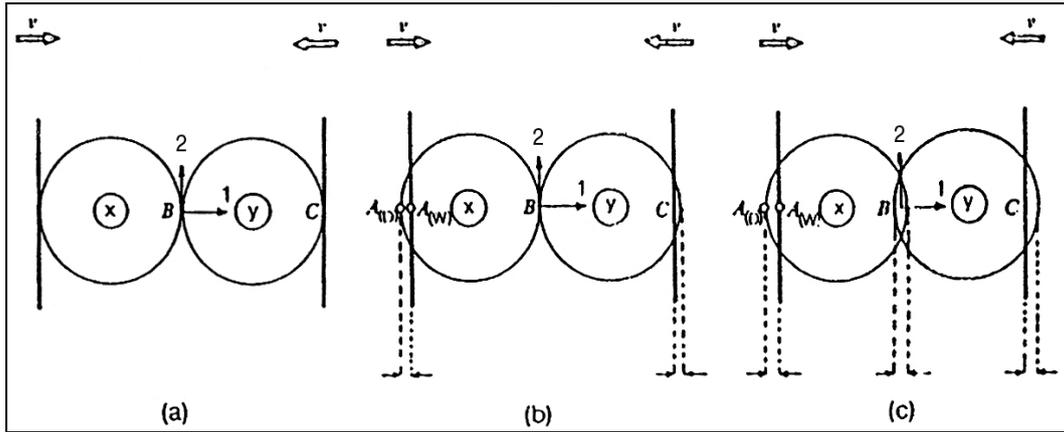


Figura 5.13: Schema di due dischi compressi tra due pareti rigide (Cundall & Strack, 1979).

I punti $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$ sono rispettivamente i punti del disco e della parete che giacciono sulla linea perpendicolare alla stessa e passante per il centro del muro. Il contatto A è definito come il punto a metà strada tra $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$; lo spostamento relativo $(\Delta n_{(A)})_{t_1}$ è quello del punto $A_{(W)}$ rispetto a quello del punto $A_{(D)}$ che si verifica in un singolo incremento di tempo.

Gli spostamenti relativi che si hanno nei punti di contatto A e C al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ sono inseriti nella legge forza-spostamento per il calcolo delle forze di contatto:

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n)_{t_1} = k_n \cdot v \cdot \Delta t \quad (5.31)$$

dove k_n è la rigidità normale e ΔF_n rappresenta l'incremento della forza normale.

Definendo come positiva la direzione 1 che va dal disco x al disco y (Figura 5.13b), le risultanti delle forze $F_{(x)1}$ ed $F_{(y)1}$ per i dischi x ed y al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ saranno:

$$F_{(x)1} = k_n \cdot (\Delta n)_{t_1} \quad (5.32)$$

$$F_{(y)1} = -k_n \cdot (\Delta n)_{t_1} \quad (5.33)$$

Queste forze sono utilizzate per determinare le nuove accelerazioni facendo ricorso alla seconda legge di Newton:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad (5.34)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \quad (5.35)$$

dove \ddot{x}_1 ed \ddot{y}_1 indicano le accelerazioni dei dischi x ed y nella direzione 1 ed $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$ le rispettive masse.

Le accelerazioni così trovate sono assunte costanti nell'intervallo di tempo da $t_1 = t_0 + \Delta t$ a $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ e possono essere integrate in modo tale da fornire le velocità:

$$[\dot{x}_1] = \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (5.36)$$

$$[\dot{y}_1] = \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t \quad (5.37)$$

Gli incrementi di spostamento relativo nei contatti A , B e C all'istante $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ si determinano attraverso le seguenti relazioni:

$$(\Delta n_{(A)})_{t_2} = \left\{ v - \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \quad (5.38)$$

$$(\Delta n_{(B)})_{t_2} = \left\{ \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t - \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \quad (5.39)$$

$$(\Delta n_{(C)})_{t_2} = \left\{ \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t - [-v] \right\} \cdot \Delta t \quad (5.40)$$

dove $\Delta n_{(A)}$, $\Delta n_{(B)}$ e $\Delta n_{(C)}$ sono considerati positivi se di compressione.

Il ciclo di calcolo prevede dapprima l'applicazione della legge forza-spostamento a tutti i contatti di ogni elemento, al fine di determinarne la risultante. In questo modo attraverso la seconda legge di Newton si calcolano prima le nuove accelerazioni, poi di nuovo gli spostamenti dei singoli dischi.

5.9.2. La legge forza-spostamento

La legge forza-spostamento, come anticipato, è applicata ai punti di contatto allo scopo di determinare le forze di contatto derivanti dai rispettivi spostamenti.

Si considerino i due dischi x ed y di Figura 5.14 in contatto reciproco. Le coordinate dei centri si indicano con $x_i = (x_1, x_2)$ ed $y_i = (y_1, y_2)$, dove gli indici 1 e 2 si riferiscono agli assi del sistema di riferimento cartesiano rappresentato in figura. Le componenti dei vettori velocità dei due dischi sono rispettivamente $\dot{x}_i = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$ ed $\dot{y}_i = (\dot{y}_1, \dot{y}_2)$, mentre le velocità angolari sono $\dot{\theta}_{(x)}$ e $\dot{\theta}_{(y)}$, considerate positive se antiorarie. I punti $P_{(x)}$ e $P_{(y)}$ sono definiti come i punti di intersezione della linea che collega i centri dei dischi x ed y i quali hanno raggio pari ad $R_{(x)}$ ed $R_{(y)}$ e masse pari ad $m_{(x)}$ ed $m_{(y)}$.

Due dischi si considerano in contatto solo se la distanza D tra i loro centri risulta essere minore della somma dei loro raggi:

$$D < R_{(x)} + R_{(y)} \quad (5.41)$$

Se si verifica questa condizione, lo spostamento relativo del punto di contatto C si determina integrando la velocità relativa, definita come la velocità del punto $P_{(x)}$ rispetto al punto $P_{(y)}$.

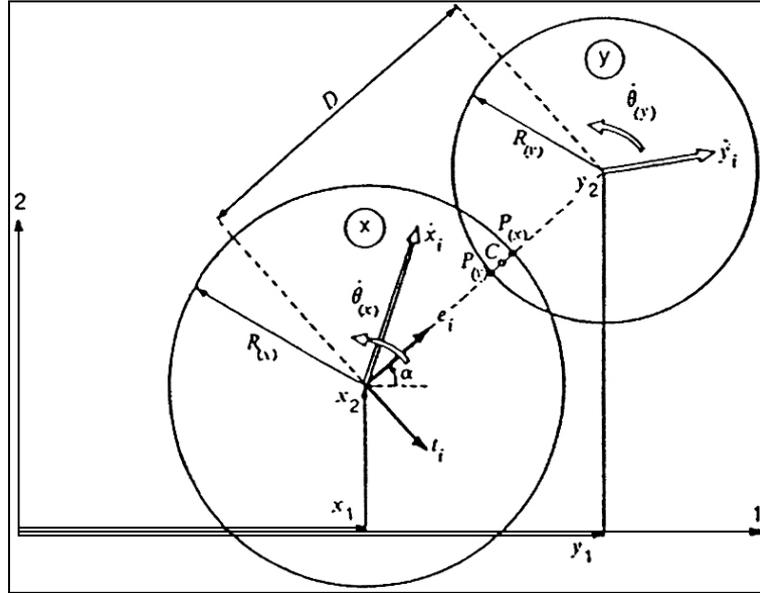


Figura 5.14: Legge forza-spostamento (Cundall & Strack, 1979).

Si introducono il versore normale $e_i = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ con direzione che va dal centro del disco x al centro del disco y , tale che:

$$e_i = \frac{y_i - x_i}{D} = (\cos \alpha, \sin \alpha) \quad (5.42)$$

ed il versore tangenziale t_i ottenuto attraverso una rotazione di 90° di e_i :

$$t_i = (e_2 - e_1) \quad (5.43)$$

La velocità relativa \dot{X}_i del punto $P_{(x)}$ rispetto a $P_{(y)}$ può essere espressa come:

$$\dot{X}_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \cdot t_i \quad (5.44)$$

Le componenti normali (\dot{n}) e tangenziali (\dot{s}) delle velocità relative si calcolano come le proiezioni di \dot{X}_i rispettivamente lungo e_i e t_i :

$$\dot{n} = \dot{X}_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \quad (5.45)$$

$$\dot{s} = \dot{X}_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \quad (5.46)$$

L'integrazione rispetto al tempo della componente della velocità relativa fornisce le componenti Δn e Δs dell'incremento dello spostamento relativo:

$$\Delta n = (\dot{n}) \cdot \Delta t = \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i\} \cdot \Delta t \quad (5.47)$$

$$\Delta s = (\dot{s}) \cdot \Delta t = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot \Delta t \quad (5.48)$$

Questi incrementi di spostamento relativo sono utilizzati nella legge forza-spostamento con lo scopo di calcolare gli incrementi delle forze normali e tangenziali ΔF_n e ΔF_s :

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n) = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \cdot k_n \cdot \Delta t \quad (5.49)$$

$$\Delta F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s \cdot \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})\} \cdot \Delta t \quad (5.50)$$

dove k_n e k_s rappresentano rispettivamente le rigidzze normale e tangenziale.

ΔF_n e ΔF_s sono aggiunti ad ogni intervallo di tempo alla somma di tutti gli incrementi delle forze determinati nei precedenti intervalli:

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \quad (5.51)$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \quad (5.52)$$

dove gli indici N e $N-1$ si riferiscono ai tempi t_N e t_{N-1} , di modo che

$$t_N - t_{N-1} = \Delta t.$$

F_n e F_s sono considerate positive se dirette in verso opposto ai versori e_i e t_i (Figura 5.15).

Per quanto riguarda lo scorrimento tra i due dischi, l'entità della forza tangenziale F_s sopra calcolata è confrontata con il valore massimo ammissibile $(F_s)_{\max}$ definito come:

$$(F_s)_{\max} = F_n \cdot \tan \phi_\mu + c \quad (5.53)$$

dove ϕ_μ è il più piccolo angolo di attrito dei due dischi a contatto e c la coesione.

Una volta determinate le forze normali e tangenziali per ciascun contatto di un disco, per esempio quello x , esse vengono scomposte nelle due componenti lungo le direzioni 1 e 2. La somma di tali componenti fornisce le forze risultanti $\sum F_{(x)1}$ e $\sum F_{(x)2}$.

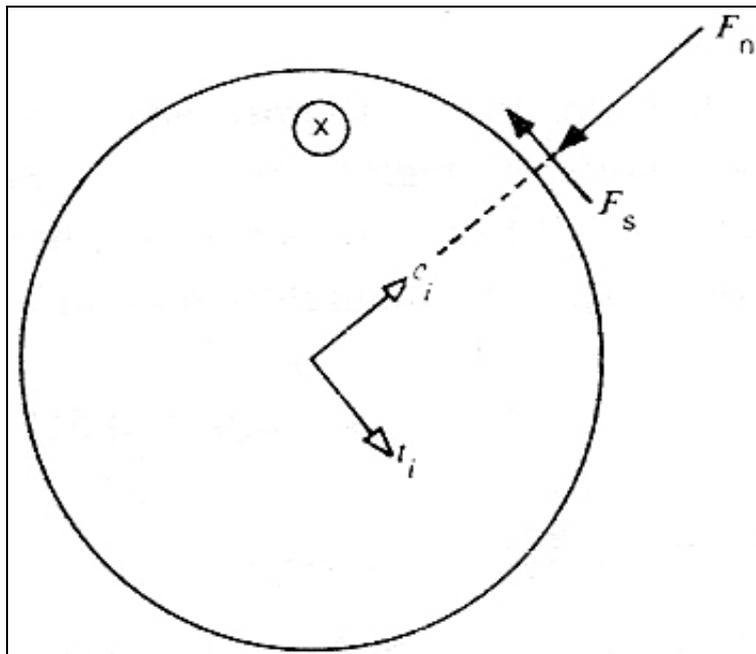


Figura 5.15: Convenzioni sui segni per F_n e F_s (Cundall et al., 1979).

Il momento risultante agente sul disco x ($\sum M_{(x)}$) è considerato positivo se agisce in senso antiorario ed è dato da:

$$\sum M_{(x)} = \sum F_s \cdot R_{(x)} \quad (5.54)$$

dove la sommatoria è estesa a tutti i contatti del disco.

Le forze ed i momenti risultanti agenti sul disco x sono successivamente inseriti nella seconda legge di Newton allo scopo di determinare le nuove accelerazioni \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$.

5.9.3. Il moto

Le velocità \dot{x}_i e $\dot{\theta}_{(x)}$ riportate nelle equazioni 5.49 e 5.50 si valutano, come indicato da Cundall e Strack, assumendo che la risultante della forza e del momento al tempo t_N agisca sul disco x nell'intervallo Δt da $t_{N-1/2}$ a $t_{N+1/2}$. La seconda legge di Newton applicata al disco x diventa:

$$m_{(x)} \cdot \ddot{x}_i = \sum F_{(x)i} \quad (5.55)$$

$$I_{(x)} \cdot \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} \quad (5.56)$$

dove $I_{(x)}$ rappresenta il momento di inerzia del disco x . Considerando \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$ costanti nell'intervallo di tempo Δt , dalle 3.55 e 3.56 si ricavano le seguenti espressioni delle velocità:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left[\sum \frac{F_{(x)i}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (5.57)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left[\sum \frac{M_{(x)i}}{I_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (5.58)$$

Queste equazioni sono applicate alla rotazione ad ogni disco; i valori delle velocità così ottenuti possono essere inseriti nella legge forza-spostamento ed il ciclo può essere ripetuto per un nuovo incremento di tempo.

I nuovi valori delle velocità sono utilizzati anche per aggiornare le posizioni e le rotazioni dei dischi per mezzo di un'ulteriore integrazione numerica:

$$(x_i)_{N+1} = (x_i)_N + (\dot{x}_i)_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (5.59)$$

$$(\theta_{(x)})_{N+1} = (\theta_{(x)})_N + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (5.60)$$

Nel modello possono essere incorporate anche forze di massa, come ad esempio quelle gravitazionali. In tal caso si aggiunge il termine $m_{(x)} \cdot g_i$ alla sommatoria delle forze $\sum F_{(x)i}$ che compare nell'equazione 5.57, dove $g_i = (g_1, g_2)$ rappresenta le due componenti del vettore accelerazione dovute alla forza di massa.

5.9.4. Lo smorzamento

Quando il valore assoluto della forza tangenziale in corrispondenza di ogni contatto risulta essere $(F_s)_{\max}$, durante lo scivolamento si verifica uno smorzamento per attrito.

Il modello consente l'opzione di includere due forme di smorzamento viscoso, indicate come smorzamento ai contatti e smorzamento globale. Lo smorzamento ai contatti opera sulle velocità relative e può essere considerato come risultante degli ammortizzatori agenti nelle direzioni normale e tangenziale ai contatti; lo smorzamento viscoso si verifica nella direzione tangenziale e non è applicato quando avviene lo scivolamento. In questo caso opera il solo smorzamento per attrito.

I coefficienti di smorzamento ai contatti nelle direzioni normale e tangenziale sono rappresentati da c_n e c_s . Se si tiene conto di tale smorzamento, nelle sommatorie delle forze date dalle equazioni 5.57 e 5.58 si dovrà tenere conto anche delle forze di smorzamento, ovvero:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left\{ \frac{\sum [F_{(x)i} + D_{(x)i}]}{m_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \quad (5.61)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left\{ \frac{\sum M_{(x)}}{I_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \quad (5.62)$$

dove $\sum D_{(x)i}$ rappresenta la somma delle componenti delle forze di smorzamento ai contatti e dove $\sum M_{(x)}$, sommatoria dei momenti, ora include anche il contributo delle forze di smorzamento ai contatti. Le componenti globali $D_{(x)i}$ si determinano dalle componenti normale (D_n) e tangenziale (D_s) delle forze di smorzamento nei punti di contatto, che sono ottenute dalle seguenti equazioni:

$$(D_n)_N = c_n \cdot \dot{n} = c_n \cdot [\dot{x}_i - \dot{y}_i]_{N-1/2} \cdot e_i \quad (5.63)$$

$$(D_s)_N = c_s \cdot \dot{s} = c_s \cdot [(\dot{x}_i - \dot{y}_i)_{N-1/2} \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})_{N-1/2}] \quad (5.64)$$

dove i coefficienti di smorzamento in direzione normale (c_n) e tangenziale (c_s) si assumono proporzionali alle rigidzze k_n e k_s con proporzionalità β costante:

$$c_n = \beta \cdot k_n \quad (5.65)$$

$$c_s = \beta \cdot k_s \quad (5.66)$$

La valutazione dei coefficienti di smorzamento rappresenta una delle maggiori difficoltà del metodo (Cheng, 2003; Fairhurst et al., 1999).

Lo smorzamento globale opera sulle velocità assolute dei dischi ed è introdotto nel calcolo del moto come l'effetto di ammortizzatori che connettono ogni particella al terreno. Tali ammortizzatori operano sia sulle componenti del vettore velocità che su quelle del vettore rotazionale.

Se si include, oltre che lo smorzamento ai contatti, anche lo smorzamento globale, le equazioni del moto 5.55 e 5.56 diventano:

$$m_{(x)} \ddot{x}_i = \sum [F_{(x)i} + D_{(x)i}] - C \dot{x}_i \quad (5.67)$$

$$I_{(x)} \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} - C^* \dot{\theta}_{(x)} \quad (5.68)$$

dove C e C^* sono i coefficienti dello smorzamento globale che operano rispettivamente su \dot{x}_i e $\dot{\theta}_{(x)}$.

Integrando le due equazioni del moto appena scritte utilizzando uno schema alle differenze centrali, si ottengono le velocità valutate in corrispondenza della metà dell'intervallo di tempo considerato:

$$(\dot{x}_i)_N = \frac{1}{2} [(\dot{x}_i)_{N-1/2} + (\dot{x}_i)_{N+1/2}] \quad (5.69)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_N = \frac{1}{2} [(\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2}] \quad (5.70)$$

Scrivendo:

$$(\ddot{x}_i) = \frac{[(\dot{x}_i)_{N+1/2} - (\dot{x}_i)_{N-1/2}]}{\Delta t} \quad (5.71)$$

$$(\ddot{\theta}_{(x)}) = \frac{[(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} - (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2}]}{\Delta t} \quad (5.72)$$

si ottiene:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{x}_i)_{N-1/2} \left[1 - \frac{C}{m_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right] + \sum (F_{(x)i} + D_{(x)i})_N \frac{\Delta t}{m_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C}{m_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (5.73)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} \left[1 - \frac{C^*}{I_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right] + (\sum M_{(x)})_N \frac{\Delta t}{I_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C^*}{I_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (5.74)$$

I coefficienti di smorzamento globale C e C^* si assumono proporzionali rispettivamente alla massa e al momento d'inerzia:

$$C = \alpha m_{(x)} \quad (5.75)$$

$$C^* = \alpha I_{(x)} \quad (5.76)$$

Utilizzando tali espressioni, si possono ovviamente riscrivere le equazioni precedenti.

Tutte queste equazioni di forza-spostamento e di moto descrivono in modo completo ed esaustivo il modello assunto per rappresentare un materiale granulare. In tale modello l'energia viene dissipata solo attraverso l'attrito, lo smorzamento ai contatti e quello globale. L'uso dello smorzamento in aggiunta all'attrito è infatti necessario affinché l'insieme possa raggiungere uno stato di equilibrio in ogni condizione.

Se nel modello non venisse incluso né lo smorzamento globale né quello ai contatti, l'insieme non sarebbe in grado di raggiungere il perfetto equilibrio: nella pratica tuttavia lo scostamento dall'equilibrio può essere reso piccolo a piacere riducendo la velocità di caricamento applicata.

5.9.5. L'intervallo di tempo critico

Il Metodo degli Elementi Distinti Particellari integra le equazioni del moto utilizzando uno schema alle differenze finite; la soluzione così calcolata risulta stabile solo se l'intervallo di tempo Δt non supera il valore critico. Per la sua determinazione si considera un sistema ad una dimensione composto da una massa (m) e da una molla di rigidezza k (Figura 5.16).

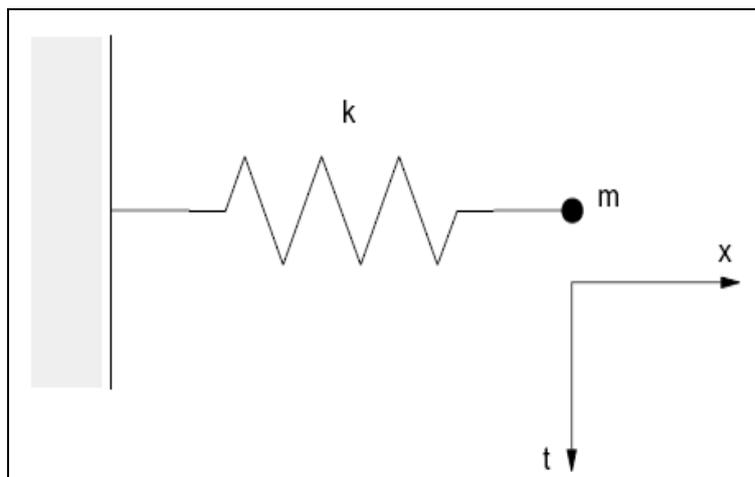


Figura 5.16: Sistema composto da una massa e da una molla (Cundall & Strack, 1979).

Il moto del punto in cui si concentra la massa è governato dalla seguente equazione differenziale (Cundall et al., 1988):

$$-kx = m\ddot{x} \quad (5.77)$$

Indicando con T il periodo del sistema, l'intervallo di tempo critico (t_{crit}) diventa:

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}{\pi} \quad (5.78)$$

Si consideri ora una serie infinita di masse e di molle (Figura 5.17a). Il più piccolo periodo di questo sistema si avrà quando le masse si muovono in sincronia opponendosi al moto, in modo da evitare il movimento nel centro di ogni molla. Il moto di ogni singolo punto in cui si suppongono concentrate le masse può essere descritto attraverso i due sistemi equivalenti di Figura 5.16b che caratterizzano il moto di traslazione. L'intervallo di tempo critico per questo sistema sarà:

$$t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5.79)$$

Il moto di rotazione è caratterizzato dagli stessi sistemi di Figura 5.17b nei quali si inserisce al posto di m e di k rispettivamente il momento d'inerzia I di una particella di dimensioni finite e la sua rigidità alla rotazione (k_{rotaz}). Le equazioni generali dell'intervallo di tempo critico diventano:

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{m}{k_{trasl}}} \quad (\text{moto di traslazione}) \quad (5.80)$$

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{I}{k_{rotaz}}} \quad (\text{moto di rotazione}) \quad (5.81)$$

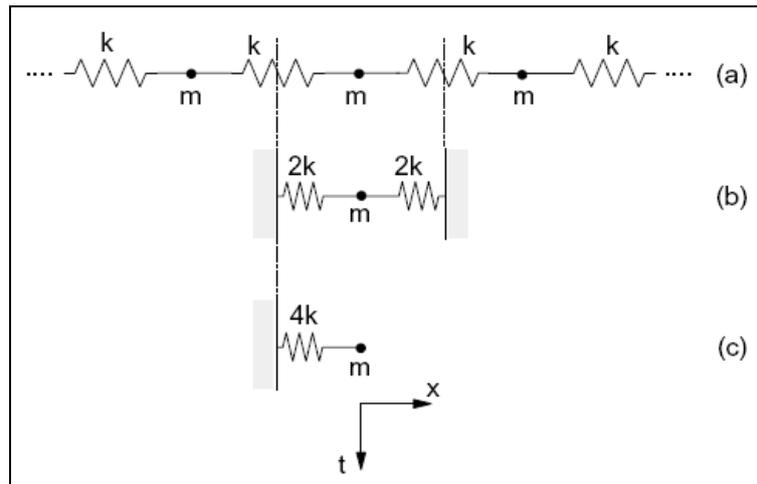


Figura 5.17: Sistema multi-massa e molle (Cundall & Strack, 1979).

5.9.6. Vantaggi e limiti del DEM particellare

La discretizzazione di un sistema in particelle circolari adottata nel Metodo degli Elementi Distinti Particellari può apparire una schematizzazione semplicistica rispetto a quella a blocchi di forma irregolare prevista dal *DEM* tradizionale. In realtà questa caratteristica rappresenta la maggior potenzialità di questa tecnica rispetto agli altri procedimenti *DEM*, in quanto la rende particolarmente indicata per la modellazione dei materiali granulari, il cui comportamento è fortemente condizionato dalla natura delle singole particelle che lo compongono (Masson et al., 2003; Asmar et al., 2002, Issa et al., 1992). Risulta così possibile considerare il suo carattere discreto attraverso un approccio di tipo microscopico, così da comprendere i processi fisici di base che ne determinano la risposta tenso-deformativa macroscopica.

A tal fine le potenzialità di questa metodologia sono state sfruttate per indagare l'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile. In particolare è stato utilizzato un apposito software di calcolo denominato *Particle Flow Code (PFC)*, le cui caratteristiche sono descritte nel prossimo capitolo.

Essendo una tecnica numerica particolarmente efficiente, il *DEM* ha trovato applicazione in svariati campi quali la meccanica delle rocce, la meccanica dei terreni, l'analisi strutturale, i processi che coinvolgono i materiali granulari, la meccanica dei fluidi, ecc...

La differenza di base tra il *DEM* ed i metodi al continuo è che nel primo caso i modelli di contatto tra i vari componenti del sistema cambiano continuamente con l'avanzare del processo di deformazione, mentre nel secondo caso sono fissati a priori.

Inoltre, nel *DEM* sono possibili grandi spostamenti causati da movimenti rigidi dei singoli blocchi, come ad esempio la loro rotazione, l'apertura di fratture, il completo distacco tra di essi, cosa che risulta invece impossibile sia nel *FDM* così come nel *FEM* e nel *BEM*.

Un'importante differenza tra i metodi al continuo e quelli discreti è il trattamento delle condizioni di compatibilità tra gli spostamenti: nei metodi al continuo tra gli elementi interni deve essere imposta tale compatibilità, che risulta automatica nel caso del *FDM* e del *BEM*, mentre nel caso del *FEM* la si assicura mantenendo costante la connessione tra elementi e nodi e facendo sì che l'ordine delle funzioni di forma lungo il confine comune a due elementi sia lo stesso, in modo tale che non si verifichi alcuna discontinuità tra gli spostamenti lungo e attraverso il confine stesso; nel *DEM* invece la compatibilità tra gli spostamenti dei blocchi non è richiesta ed è sostituita dalle condizioni di contatto tra i blocchi.

CAPITOLO 6: IL METODO AGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI

6.1. INTRODUZIONE

Le scoperte di Newton e Leibnitz nella seconda metà del XVII secolo fornirono diretti stimoli per lo sviluppo della meccanica del continuo e della teoria dell'elasticità, focalizzando l'attenzione sul tentativo di definire il comportamento macroscopico dei materiali attraverso l'integrazione delle interazioni a scala molecolare. Tuttavia, già all'epoca nascevano i primi dubbi sull'applicabilità delle ipotesi di materiale continuo, che richiede alla materia di non avere una struttura discreta a livello molecolare.

Nonostante gli sviluppi delle conoscenze in merito, il dibattito è tuttora aperto.

L'approccio tradizionale alla modellazione numerica consiste, infatti, in uno studio macroscopico della risposta meccanica, attraverso modelli costitutivi basati sul continuo, come ad esempio i metodi FEM (Finite Element Method), che, per la loro concezione, non tengono conto della natura eterogenea del materiale. Tuttavia, in ambito stradale si osserva che il comportamento meccanico dei materiali utilizzati è spesso fortemente influenzato dalla mutua interazione tra le fasi eterogenee che lo costituiscono (Kim e Buttlar, 2006 - Collop et al., 2004). Diverse esperienze (Button et al., 1992 – Tashman et al., 2001) evidenziano la sostanziale influenza dell'orientamento e della distribuzione interna degli aggregati sulle proprietà volumetriche e meccaniche del materiale compattato.

Per superare questa discrepanza risulta pertanto opportuno fare riferimento ad un codice di calcolo che consideri il carattere discreto dei materiali in esame, rappresentando il materiale stesso come una struttura particellare associabile a quella reale. È questo l'approccio dei codici DEM (Distinct Element Method), che analizzano il materiale, identificato come un insieme di elementi discontinui, partendo dalla sua struttura microscopica. Le principali differenze tra i codici al continuo (FEM) e quelli discreti (DEM) sono evidenti già da una semplice analisi dei dati di input e di output. Nei metodi al continuo il materiale viene definito in termini

di modulo elastico e coefficiente di Poisson, caratteristiche macroscopiche del materiale oggetto di studio. Nei metodi discreti, invece, l'utente definisce l'esatta curva granulometrica del materiale, o comunque un determinato assortimento granulometrico che tenga conto della natura eterogenea dello stesso, nonché i modelli di contatto microscopici che regolano il comportamento del sistema. Analogamente, i risultati forniti da un codice FEM sono costituiti dai valori medi delle tensioni e delle deformazioni del materiale, mentre nei codici DEM si abbandona il concetto generale di tensione per ragionare su valori di picco di spostamenti e forze di contatto tra le particelle, che danno origine al comportamento macroscopico del materiale (Dondi et al., 2008). La scelta tra i due approcci è in gran parte influenzata dalla scala di osservazione del fenomeno simulato, come schematizzato in Figura 6.1 (Kim et al., 2006). Il grafico mostra i range di applicazione delle diverse tecniche di analisi numerica, evidenziando che, in presenza di fenomeni localizzati, quali le fessure, non è opportuno trattare il materiale come continuo. Molti modelli al continuo non sono infatti in grado di considerare la natura discreta della fessura, così come questa si presenta nella realtà, né di analizzare il deterioramento del materiale.

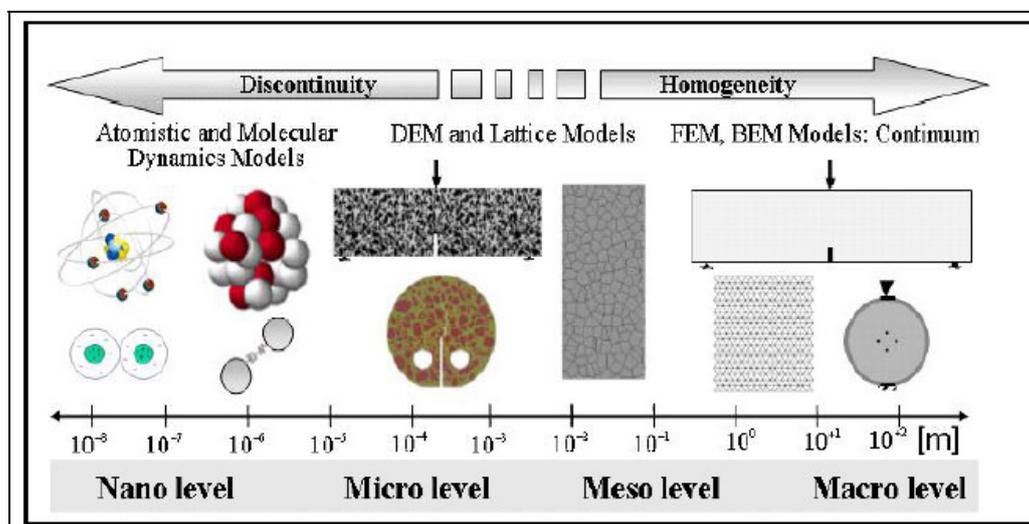


Figura 6.1: Strutture multi-scala e tecniche di modellazione numerica (Kim et al., 2006).

Nei modelli DEM, invece, il solido è rappresentato come un insieme di particelle, in cui è consentito il distacco dei legami, se questi sono inizialmente presenti, e il ricongiungimento di due superfici separate.

Due sono, infatti, le ipotesi fondamentali che caratterizzano un metodo DEM (Cundall e Hart, 1992):

- 1) il modello consente spostamenti e rotazioni finite di corpi discreti, incluso un completo distacco delle particelle;
- 2) il modello riconosce i nuovi contatti automaticamente, via via che il calcolo procede.

Aspetto peculiare del codice DEM è dunque la capacità di rappresentare diversi aspetti della realtà basandosi su leggi costitutive elementari e un numero limitato di parametri intrinseci del materiale: il comportamento macroscopico del materiale viene infatti definito attraverso due semplici leggi iterate ripetutamente, ovvero la legge del moto di Newton applicata alle particelle e la legge forza/spostamento applicata ai contatti.

6.2. LO STUDIO MICROMECCANICO DEI MATERIALI

Una volta evidenziate le principali differenze con l'approccio tradizionale, è opportuno analizzare nel dettaglio il Metodo agli Elementi Distinti Particellari.

Le discontinuità furono introdotte per la prima volta nei modelli numerici alla fine degli anni '60 da Ngo et al. (1967) e da Goodman et al. (1968), attraverso modifiche effettuate sui modelli al continuo. Successivamente, fu Cundall (1971) a presentare un metodo alternativo, chiamato appunto Metodo agli Elementi Distinti: il modello discontinuo viene realizzato a priori e la materia viene schematizzata attraverso un insieme di particelle sferiche che interagiscono tra loro solo attraverso i punti di contatto. Il metodo nasce per lo studio della meccanica delle rocce e, in particolare, per l'analisi della frattura progressiva degli ammassi rocciosi, rappresentati come un insieme di elementi discreti interagenti reciprocamente attraverso parametri microscopici quali attrito e rigidità. Gli elementi del modello possono staccarsi

dall'ammasso roccioso, traslare, ruotare ed interagire successivamente con altri blocchi scambiandosi forze e momenti, secondo leggi del moto e leggi forza-spostamento che governano il sistema e costituiscono le basi teoriche del DEM. Su questi concetti fondamentali si basa il codice di calcolo BALL, sviluppato da Cundall e Strack (1979): il programma consente di definire una rappresentazione numerica bidimensionale del materiale granulare, inserendo alcune caratteristiche in grado di considerare gli effetti dello smorzamento e della velocità di applicazione del carico. La validazione del codice è stata eseguita comparando le immagini della distribuzione delle forze di contatto nei modelli con le fotografie ottenute dall'analisi foto-elastica di provini reali (De Josselin de Jong e Verruijt, 1969).

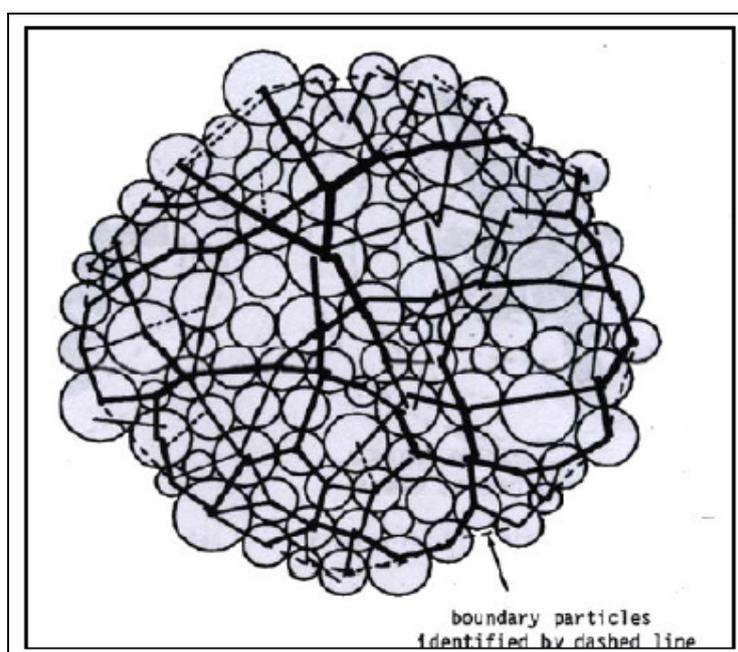


Figura 6.2: Distribuzione delle forze di contatto per un modello di 100 particelle (Cundall e Strack, 1979).

Negli anni 80 Cundall, Drescher e Strack hanno implementato il codice BALL introducendo nuove metodologie per misurare il valore medio delle tensioni e delle deformazioni, definendo inoltre, appositi elementi boundary, necessari per l'impostazione delle condizioni al contorno. Ancora Cundall sviluppò successivamente il primo codice di calcolo tridimensionale, TRUBAL: gli elementi,

di forma sferica, sono generati in modo random all'interno di un volume di confinamento fino ad ottenere la densità desiderata. Un algoritmo di servo-controllo, attivo per un dato livello pensionale isotropo, permette di far convergere il modello verso la nuova condizione di equilibrio. Le simulazioni sono state validate sperimentalmente con le esperienze di laboratorio di Ishibashi e Chen (1988), mostrando buoni risultati nei test biassiali, ma scarsa precisione nei test triassiali. Una versione modificata di TRUBAL fu proposta da Thornton et al. (1997) nel codice GRANULATE, in grado di modellare il meccanismo della frattura in un insieme di particelle legate dotate di energia superficiale con una funzione autoadesiva, che garantisce l'attrazione reciproca delle particelle.

La prima versione del **Particle Flow Code (PFC)**, il codice di calcolo cui si fa riferimento nel corso della presente tesi, compare invece già nel 1995. Dalla sua nascita, il software è stato utilizzato in diverse applicazioni, tra cui si ricorda la ricerca di Hazzard (2000) per lo studio dell'innescò e della propagazione della frattura nella roccia. Il confronto tra i risultati di laboratorio e le simulazioni numeriche hanno confermato l'affidabilità del modello di rottura DEM per l'analisi del meccanismo di frattura del granito. In seguito, diversi studiosi hanno utilizzato il PFC per lo studio dei materiali rocciosi, nella versione sia bidimensionale (PFC2D) sia tridimensionale (PFC3D). Nel 2001 Cundall aveva previsto che entro il 2010 la tecnologia sarebbe stata in grado di far girare un modello contenente 10 milioni di particelle tridimensionali su un computer da 2.000\$ in un tempo compreso tra qualche minuto e un paio d'ore. Indipendentemente da tale assunzione, al momento è possibile ipotizzare che il DEM possa essere in futuro utilizzato accanto e a supporto delle analisi di laboratorio per estendere la base di dati a disposizione: dal "laboratorio fisico" si estrapoleranno le indicazioni e i parametri chiave da utilizzare come input per la calibrazione del modello a livello micromeccanico, mentre il "laboratorio numerico" avrà il compito di completare il range dei dati richiesti, stabilendo come cambiano le caratteristiche meccaniche di un materiale o di una miscela al variare del volume dei vuoti, della granulometria e di altri parametri di interesse.

Ad oggi, diverse sono le applicazioni del metodo DEM presenti in letteratura, sia in termini di argomenti trattati che di scala di analisi.

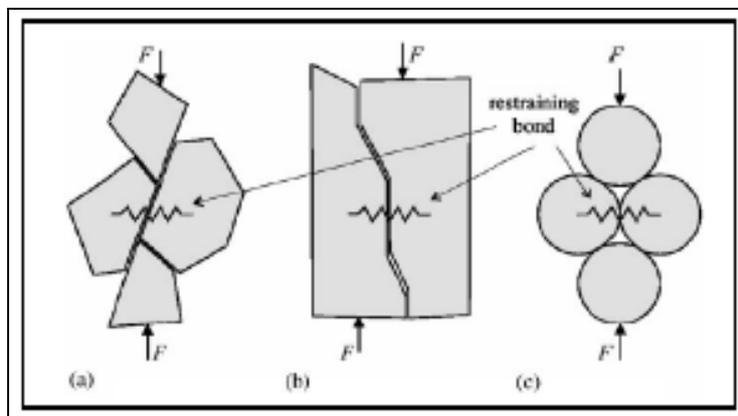


Figura 6.3: Meccanismo fisico di fessurazione indotto da trazione indiretta (a, b) e schematizzazione come insieme legato di particelle circolari (c)- Potyondy e Cundall, 2004.

Tra le esperienze più significative a tal proposito, si ricorda quella di Potyondy e Cundall (2004), in cui viene proposto un modello numerico costituito da un impacchettamento di elementi circolari o sferici di diametro non uniforme, legati tra loro nei punti di contatto (Figura 6.3). Le proprietà microscopiche dei materiali sono definite dai parametri di rigidità e resistenza delle sfere e dei loro legami. Questi dati permettono di rappresentare esplicitamente il danno nel materiale come rottura di legami, evento che porta alla formazione di una frattura macroscopica (Figura 6.4): in altre parole, il danno può essere rappresentato direttamente, attraverso la formazione e il monitoraggio di microfessure, e non più indirettamente, attraverso il suo effetto sul legame costitutivo del materiale, come nei metodi computazionali di materiale continuo. Il BPM (Bonded Particle Model) presentato, non impone dunque ipotesi e semplificazioni teoriche tipiche dello studio al continuo, ma può dare risultati macroscopici analoghi, se valutato alla scala opportuna.

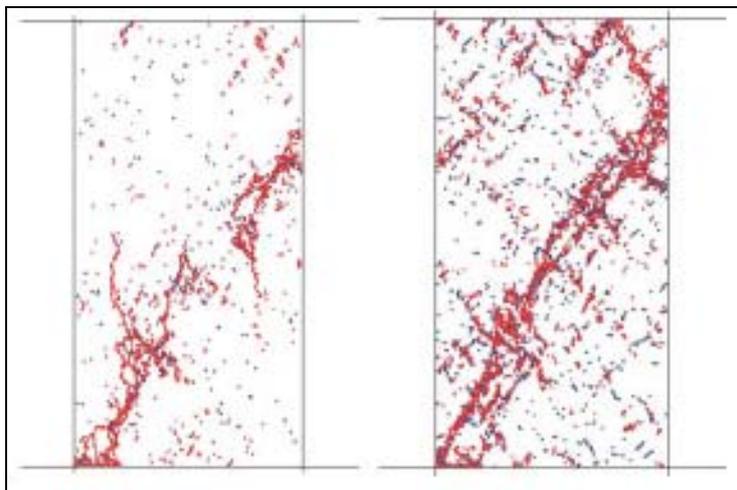
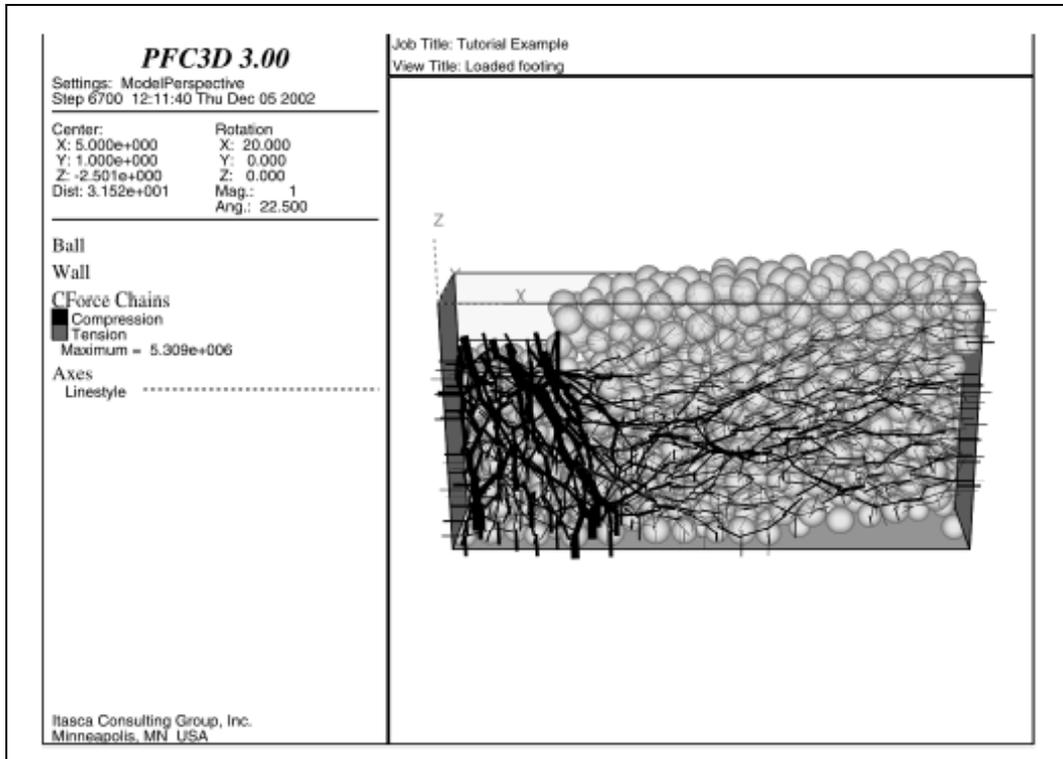


Figura 6.4: Distribuzione delle fessure post picco alla pressione di confinamento di 0.1 MPa (sinistra) e 70 MPa (destra) - Potyondy, Cundall, 2004.

A tale proposito, è opportuno citare lo studio condotto da Calvetti (2003), in cui sono descritti diversi esempi di modellazione numerica agli elementi distinti, al variare della scala di definizione. Partendo dalla considerazione che il modello DEM è principalmente caratterizzato dalla sua natura discreta, sono infatti necessari diversi livelli di “idealizzazione” per simulare un problema reale, in funzione dei dati disponibili sull’assortimento granulometrico del materiale e della possibilità di definire un modello numerico che riproduca i principali aspetti del problema. Tutte le simulazioni presentate sono in grado di descrivere qualitativamente il comportamento previsto: questo implica che le ipotesi semplificative assunte nella modellazione possono essere controbilanciate da un’opportuna procedura di calibrazione. Ovviamente è richiesto un certo “engineering judgment” per verificare che il modello sia “il più semplice possibile, ma non ulteriormente semplice”. In generale, più il modello è simile al problema reale, più generale può essere la procedura di calibrazione. A fronte di queste osservazioni, risulta evidente che il principale vantaggio dell’approccio DEM è quello di bypassare la necessità di definire un modello costitutivo equivalente al continuo, in quanto i parametri di un modello ad elementi distinti sono puramente micromeccanici (rigidezza degli elementi e attrito interparticellare).

CAPITOLO 7: PFC 3D: PARTICLE FLOW CODE IN 3 DIMENSIONS



7.1. INTRODUZIONE

Il software *PFC* (*Particle Flow Code*), prodotto da *Itasca Consulting Group*, utilizza il Metodo degli Elementi Discreti Particellari così come descritto da Cundall e Strack (1979) e rappresenta il sistema come un insieme di particelle circolari che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto.

Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando i movimenti dei singoli elementi che lo compongono e l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto, applicando la seconda legge di Newton alle particelle e la legge forza-spostamento ai punti di contatto. La prima è utilizzata per determinare il moto delle singole unità causato dalle sollecitazioni agenti su esse; la seconda serve per aggiornare le forze di contatto conseguenti. Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, in *PFC* vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

La definizione della mesh e dei modelli costitutivi dei materiali è sostituita dalla determinazione della distribuzione e delle dimensioni delle particelle che compongono il sistema e dalla descrizione del comportamento dei contatti. In *PFC* lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla distribuzione iniziale dei singoli elementi, dato che dalla loro posizione relativa dipendono le forze di contatto.

Le ipotesi su cui si basa sono (Itasca, 2002):

- le particelle sono circolari e sono considerate come corpi rigidi;
- i contatti avvengono su un'area infinitesima;
- le particelle possono sovrapporsi l'una all'altra solo nei punti di contatto (*soft contact*);
- l'entità della sovrapposizione è correlata alla forza di contatto ed è piccola in rapporto alle dimensioni dell'elemento;
- possono esistere vincoli di resistenza al contatto tra i dischi.

Oltre alle particelle, *PFC* permette la creazione di altri elementi denominati *walls*, che si utilizzano per definire i confini del sistema e per agevolare la generazione e la compattazione del sistema (Figura 7.1). Possono essere soggetti solo a velocità e non a forze; non sono ammessi contatti muro-muro ma soltanto particella-muro.

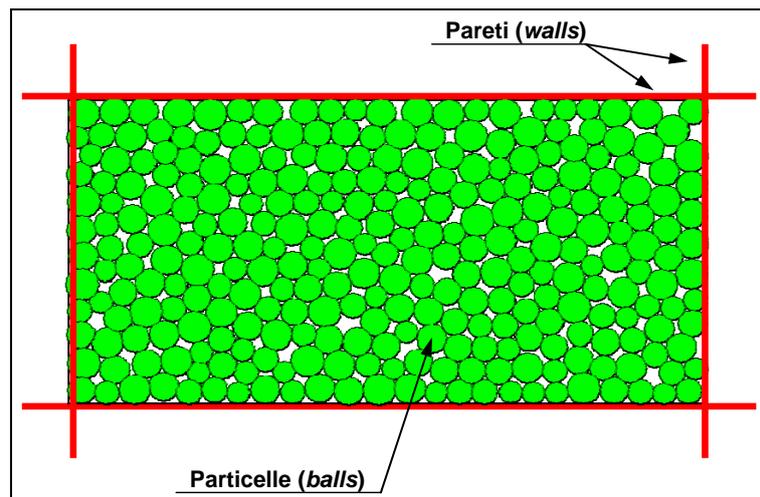


Figura 7.1: Elementi fondamentali di *PFC*.

7.2. NOMENCLATURA

La figura 7.2 illustra la terminologia e le definizioni base di PFC3D.

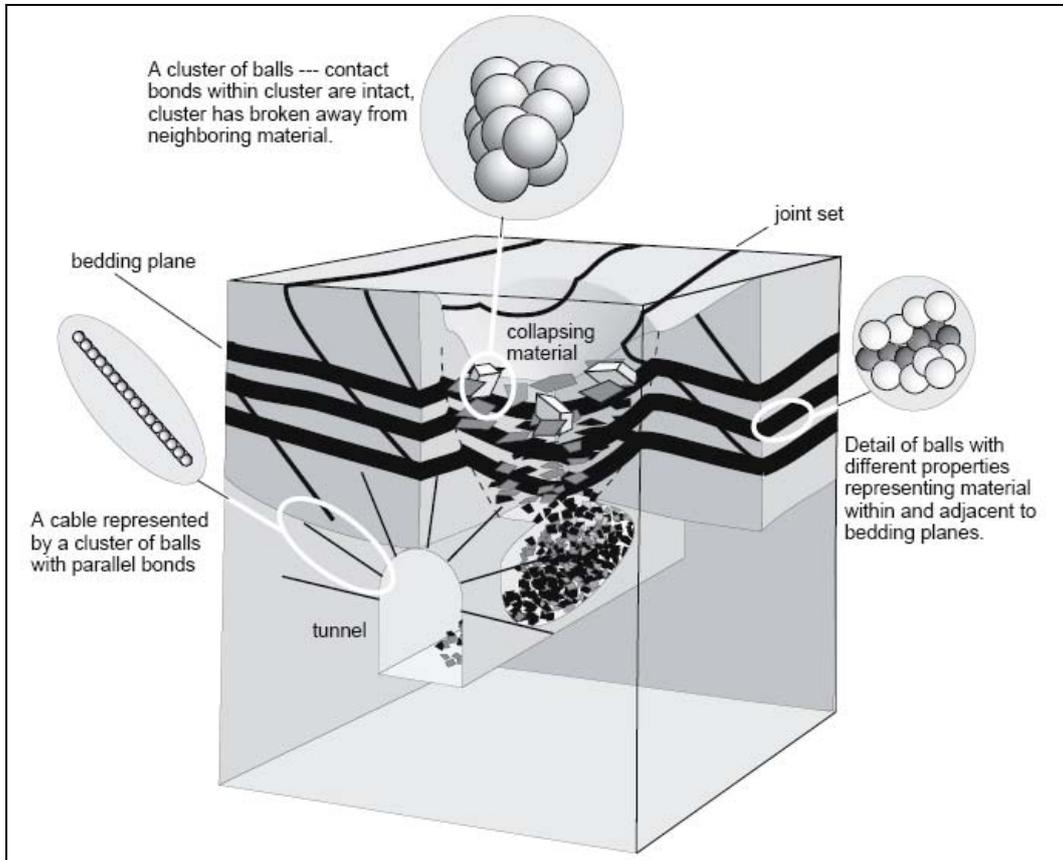


Figura 7.2: Esempio di un modello PFC3D.

MODELLO PFC3D - Il modello PFC3D viene creato dall'utente per simulare un problema fisico. Il termine "PFC3D model" indica la sequenza di comandi PFC3D, che definiscono le condizioni di problema per la soluzione numerica.

BALL - Una ball è l'entità geometrica fondamentale per il calcolo del singolo elemento. Il modello PFC3D viene creato generando un insieme di particelle all'interno della regione fisica che viene analizzata. Le balls vengono trattate come sfere.

WALL - Un muro è un piano in cui sono definite arbitrariamente proprietà di contatto per l'interazione con le balls. Esistono due tipi di pareti: *pareti infinite*,

che sono infiniti piani e *muri finiti*, che sono piani poligonali. I muri finiti possono essere collegati. Un muro ha un lato "attivo", che può interagire con le balls.

CONTATTI – Le balls interagiscono con altre balls o con i walls tramite contatti puntuali. Le forze che si sviluppano tra ball e ball o tra ball e wall sviluppano il contatto. I contatti vengono creati quando due balls, o una ball e un muro, si sovrappongono; ciò corrisponde ad una deformazione fisica.

CONFINE DEL MODELLO - Il confine del modello è la periferia del modello PFC3D. I walls possono essere utilizzati per definire il confine del modello o, in alternativa, può essere assegnata una velocità prescritta ad una serie di sfere.

CLUSTER - Le particelle sferiche possono essere unite insieme in gruppi legati con forma angolare o a blocchi. Questi raggruppamenti possono interagire gli uni con gli altri e possono approssimare il comportamento di un sistema di blocchi. Il cluster può rappresentare strutture naturali, come ad esempio un blocco roccioso, o artificiali, come il rivestimento di una galleria.

CLUMP - Un clump è un gruppo di particelle che si comporta come un corpo rigido (con un confine deformabile) che non si rompono, a prescindere dalle forze che agiscono su di esso.

DISCONTINUITA'- La discontinuità è costituita da uno o più contatti che si separano in un cluster blocchi del sistema e che hanno proprietà di contatto diversi da quelli associati con il cluster.

CONDIZIONI AL CONTORNO - Una condizione al contorno è la prescrizione di un vincolo o di una condizione controllata lungo un confine del modello. Ad esempio, un muro può avere una velocità prescritta, oppure una o più sfere possono essere soggette ad una velocità prescritta o ad una forza applicata.

CONDIZIONI INIZIALI - Questo è lo stato iniziale di tutte le variabili nel modello (ad esempio le forze di contatto) prima di qualsiasi cambiamento di

carico. Lo stato iniziale è di solito calcolato in due fasi. In primo luogo, si trova lo stato compattato. Ciò comporta l'imballaggio delle balls per ottenere una desiderata porosità. Allora, le forze e le velocità sono applicate in modo tale da raggiungere uno stato di forze equilibrato che sia rappresentativo dello stato iniziale del problema.

NUMERO ID-I singoli elementi di un modello PFC3D sono identificati attraverso numeri interi positivi (ID). Questi sono numeri unici che aiutano l'utente a individuare specifici elementi in un modello. Il comando **PRINT** viene utilizzato per ottenere i numeri ID. I numeri ID di identificazione possono essere assegnati dall'utente, ma in caso contrario, essi sono assegnati automaticamente da PFC3D.

RANGE – Un range in PFC3D è una descrizione delle estensioni di delimitazione di una variabile. Questa potrebbe essere uno specifico volume di spazio, un insieme di numeri di identificazione delle particelle, ecc.

GRUPPI - Sono insiemi di balls, che sono collettivamente identificati da un nome univoco. I gruppi sono utilizzati per limitare il range di alcuni comandi, come ad esempio il comando **PROPRIETA'**, in modo da intervenire solo sugli elementi di tale gruppo.

CICLO o STEP - La soluzione di un problema richiede un certo numero di passi computazionali. Durante le varie fasi, le informazioni associate con il fenomeno che si sta indagando si propagano attraverso le particelle del modello attraverso i contatti. Per arrivare ad uno stato di equilibrio (o stato di flusso stazionario) per una soluzione statica è necessario un certo numero di passi

FORZA NON BILANCIATA-La forza sbilanciata indica quando uno stato di equilibrio meccanico (o l'inizio del flusso granulare) è raggiunto per un'analisi di tipo statico. Un modello è in perfetto equilibrio se la risultante del vettore delle forze associato ad ogni centroide delle particelle è pari a zero. I valori massimo e medio del vettore forza sbilanciata sono monitorati in PFC3D e visualizzati sullo

schermo quando il comando STEP o CYCLE sono richiamati. La massima forza sbilanciata non sarà mai esattamente pari a zero per l'analisi numerica. Il modello è considerato in equilibrio quando la massima (o media) forza non bilanciata è piccola rispetto alla massima (o media) forza di contatto del modello di particelle. Se la forza sbilanciata si avvicina a un valore costante diverso da zero, questo probabilmente indica che la rottura e lo spostamento dei grani si stanno verificando all'interno del modello.

SOLUZIONE STATICA - Una soluzione statica o quasi-statica è raggiunta in PFC3D quando il tasso di variazione di energia cinetica in un modello si avvicina a un valore trascurabile. Questa operazione viene eseguita mediante sistemi di smorzamento delle equazioni del moto. Nella fase statica, il modello non sarà né in uno stato di forze equilibrate né in uno stato di costante flusso di materiale, se una parte o la totalità del modello è instabile sotto le condizioni di carico applicato.

SOLUZIONE DINAMICA- Per una soluzione dinamica (che è il comportamento di default), tutte le equazioni del moto, compresi i termini inerziali, sono risolte; la generazione e la dissipazione di energia cinetica influiscono direttamente sulla soluzione. Soluzioni dinamiche sono necessarie per i problemi che sono caratterizzati da alte frequenze e carichi di breve durata (ad esempio, l'impatto o il carico esplosivo).

MODELLO DI CONTATTO - Il modello di contatto rappresenta il comportamento costitutivo (in termini di rigidità e slittamento) che si verifica presso i contatti in un modello PFC3D. In PFC3D sono disponibili diversi modelli di contatto, che rappresentano i vari tipi di comportamento comunemente associati alle particelle.

BOND / BONDING – Le particelle possono essere legate insieme attraverso dei contatti. Esistono due modelli di legame: un legame di contatto e un legame parallelo. Entrambi i legami possono essere immaginati come una sorta di collante

che unisce tra loro due particelle. Il legame di contatto è di dimensioni irrisorie, mentre il legame parallelo è di dimensione limitata ed agisce su una sezione circolare compresa tra le particelle. Il legame di contatto può trasmettere solo una forza, mentre il legame parallelo può trasmettere sia una forza che un momento.

CERCHIO DI MISURA - All'interno di un dato volume sferico del modello PFC3D possono essere misurati diversi parametri. La posizione e la dimensione della sfera di analisi sono definiti dall'utente. I parametri sferici possono essere definiti per misurare la porosità, lo sforzo, la velocità di deformazione e la frazione di slittamento.

POROSITA' - La porosità è il rapporto tra il volume dei vuoti delle sfere all'interno di un data regione del modello e il volume totale della regione. La porosità è legata allo stato di compattazione del modello (ad esempio, una bassa porosità implica una elevata compattazione). La porosità può essere misurata in un modello con un cerchio di misura.

STRESS - Il tensore degli sforzi è calcolato in un modello PFC3D all'interno di una sfera di misurazione. Questo sforzo è la tensione media, tenendo conto del volume di tutte le balls con centroidi all'interno della sfera. Non è una misura puntuale come nelle analisi al continuo. La procedura utilizzata per calcolare il tensore degli sforzi tiene conto dell'effetto della porosità.

VELOCITA' DI DEFORMAZIONE - Il tensore della velocità di deformazione è calcolato in un modello PFC3D all'interno di un cerchio di misura. Il calcolo del tensore della velocità di deformazione si basa sui vettori velocità di tutte le balls con centroidi all'interno del cerchio. Le deformazioni possono essere calcolate tramite la scrittura di una funzione **FISH** per integrare la velocità di deformazione nel tempo. (**FISH** è il linguaggio di programmazione incorporato all'interno PFC3D).

NUMERO DI COORDINAZIONE - Il numero di coordinazione è il numero medio di contatti per le balls con centroidi che rientrano all'interno di un cerchio di misura.

FRAZIONE DI SCORRIMENTO - La frazione di scorrimento è la frazione di contatti fisici all'interno di un cerchio di misura, che ha forze di taglio pari allo 0,1% della forza limite tagliante. I contatti legati sono considerati non scorrevoli, a prescindere dal valore della loro forza di taglio.

7.3. COMPONENTI DI UN MODELLO PFC3D

Un modello PFC3D è costituito da particelle sferiche (o BALLS).

Il modello più piccolo possibile che può essere analizzato con PFC3D è costituito da una sola particella. La maggior parte dei problemi, tuttavia, è definita dall'assemblaggio di centinaia o migliaia di particelle.

Se due balls sono spostate insieme in modo che si toccano, verrà formato un punto di contatto. Ogni ball in un modello PFC3D può essere in contatto con diverse altre balls, e il numero di contatti può cambiare dinamicamente nel corso di un modello al muoversi della ball stessa. Le pareti (walls) sono utilizzate in PFC3D sia per definire i confini di un modello generare e compattare le balls. Le pareti possono essere posizionate per generare cluster di balls in diverse regioni del modello e poi essere cancellate, quando la fase di generazione è completa. La velocità dei walls può essere specificata.

Le balls sono generate all'interno di una regione di spazio definito dalle coordinate globali. Tutti i centroidi delle balls e punti di contatto si trovano attraverso il loro vettore posizione (x, y, z). Le pareti finite sono identificate dalle coordinate globali dei vertici delle facce che le compongono. Le pareti infinite sono identificate dalle coordinate di un punto origine e di versore normale. Ogni ball e ogni wall sono identificati da un numero (ID) di identificazione. Il numero ID delle sfere e dei muri e altre proprietà della ball o del wall possono essere trovati digitando i due comandi:

```
print ball
```

print wall

Informazioni generali sul numero totale di balls e di contatti in un modello si possono trovare digitando:

print info

La generazione del modello con PFC3D consiste nella creazione di un assemblaggio di particelle e spesso comporta la compattazione di questo assemblaggio ad un vicino stato imballato.

7.4. LA LEGGE FORZA-SPOSTAMENTO

La legge forza-spostamento mette in relazione lo spostamento relativo tra due particelle adiacenti e la forza di contatto che si genera nel loro punto di sovrapposizione (approccio *soft contact*). Si applica in particolare nel punto $x^{[C]}_i$ che giace sul piano di contatto individuato dal versore normale n_i (Potyondy et al., 2004) (Figura 7.3).

La forza di contatto si può così suddividere nelle due componenti normale, che agisce nella direzione di n_i , e tangenziale, che si esplica sul piano di contatto. Per le due sfere A e B di Figura 7.2, indicando con U_n la loro sovrapposizione, il versore n_i diventa (Cheng et al., 2000):

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (7.1)$$

dove $x_i^{[A]}$ ed $x_i^{[B]}$ sono i vettori posizione dei centri delle due particelle e d è la loro distanza reciproca così definita:

$$d = |x_i^{[B]} - x_i^{[A]}| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}) \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (7.2)$$

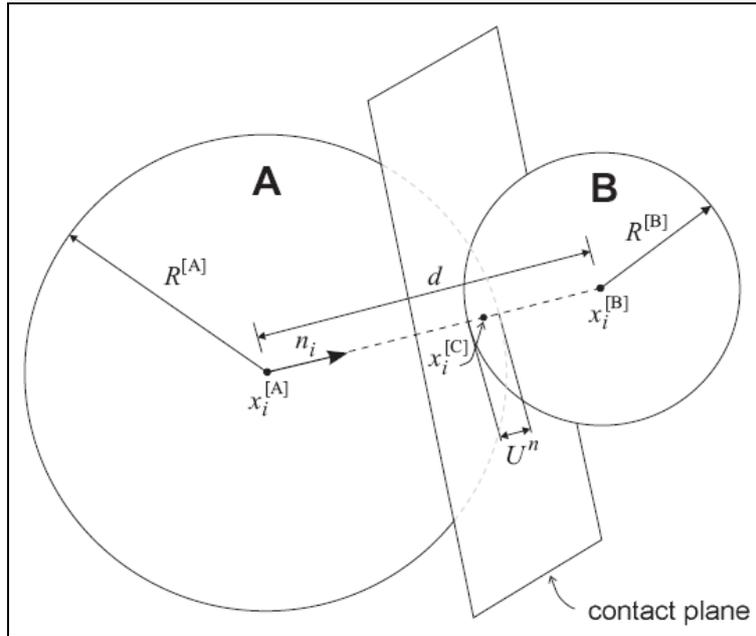


Figura 7.3: Legge forza-spostamento per un contatto particella-particella (Itasca, 2002).

Per un contatto particella-parete come quello rappresentato in Figura 7.4, d è pari alla minor distanza tra la ball b ed il muro w ed n_i è diretto lungo la stessa.

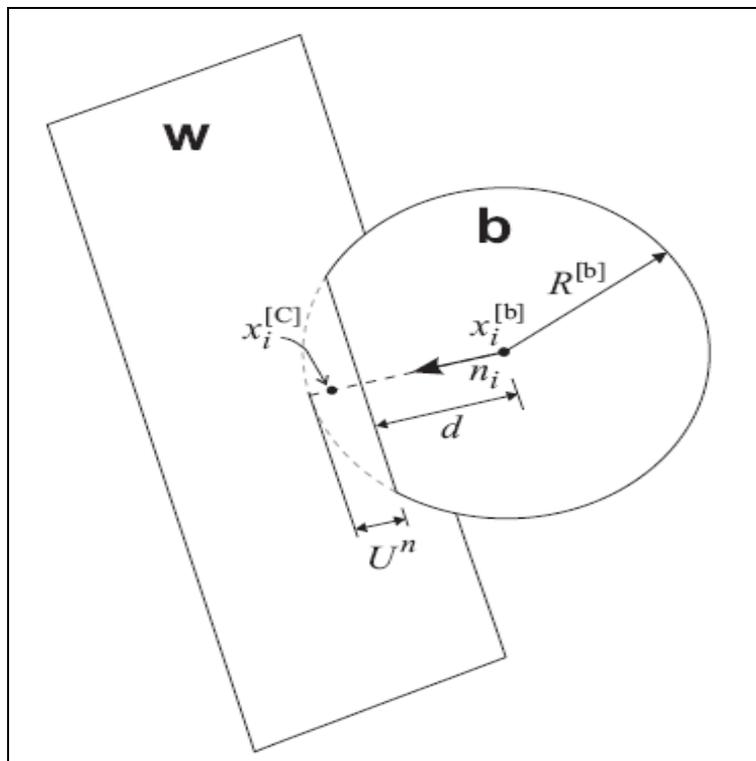


Figura 7.4: Legge forza-spostamento per un contatto particella-parete (Itasca, 2002).

Noti i raggi delle particelle ($R^{[A]}$, $R^{[B]}$ ed $R^{[b]}$), la sovrapposizione U_n , definita come lo spostamento relativo del contatto nella direzione normale, è data da:

$$U_n = R^{[A]} + R^{[B]} - d \quad (\text{contatto particella-particella}) \quad (7.3)$$

$$U_n = R^{[b]} - d \quad (\text{contatto particella-parete}) \quad (7.4)$$

La posizione del punto di contatto ($x_i^{[c]}$) è pari a:

$$x_i^{[c]} = x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-particella}) \quad (7.5)$$

$$x_i^{[c]} = x_i^{[b]} + \left(R^{[b]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-parete}) \quad (7.6)$$

La componente normale (F_i^n) della forza di contatto si valuta in funzione di U_n e della rigidità normale k_n secondo la formula (Elata et al., 1996):

$$F_i^n = k_n \cdot U_n \cdot n_i \quad (7.7)$$

La componente tangenziale (F_i^s) si valuta in modo incrementale: partendo dal valore nullo nell'istante di formazione del contatto, aumenta ad ogni incremento di spostamento. Per la sua determinazione si studia il moto del contatto attraverso la sua velocità (V_S), che dipende dalle velocità di traslazione (\dot{x}_i) e di rotazione (ω) delle due entità a contatto, secondo la formula:

$$V_S = (\dot{x}_i^{[B]} - \dot{x}_i^{[A]}) \cdot t_i - \omega^{[B]}_3 |x_k^{[C]} - x_k^{[B]}| - \omega^{[A]}_3 |x_k^{[C]} - x_k^{[A]}|$$

(contatto particella-particella) (7.8)

$$V_S = (\dot{x}_i^{[w]} - \dot{x}_i^{[b]}) \cdot t_i - \omega^{[w]}_3 |x_k^{[C]} - x_k^{[w]}| - \omega^{[b]}_3 |x_k^{[C]} - x_k^{[b]}|$$

(contatto particella-parete) (7.9)

dove $t_i = \{-n_2, n_1\}$.

La componente tangenziale dello spostamento del punto di contatto (ΔU_s) diventa quindi:

$$\Delta U_s = V_s \cdot \Delta t \quad (7.10)$$

da cui si ricava la componente tangenziale della forza di contatto (ΔF_s) in funzione della rigidità tangenziale (k_s):

$$\Delta F_s = -k_s \cdot \Delta U_s \quad (7.11)$$

7.5. LA LEGGE DEL MOTO

Il movimento di una particella rigida è determinato dalla risultante delle forze e dei momenti che agiscono su di essa e può essere descritto in termini di moto di traslazione e di rotazione. Il primo è definito dall'accelerazione (\ddot{x}_i) del centro della particella; il secondo da quella angolare ($\ddot{\omega}_i$).

Indicando con F_i la risultante delle forze applicate all'elemento e con g_i il vettore accelerazione di gravità, l'equazione del moto di traslazione di una particella di massa m diventa (Fortin, 2005):

$$F_i = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i) \quad (7.12)$$

Il moto di rotazione invece può essere descritto dall'equazione:

$$M_i = I \cdot \ddot{\omega}_i \quad (7.13)$$

dove M_i è la risultante dei momenti agenti sulla particella ed I il suo momento d'inerzia.

7.6. LO SMORZAMENTO

L'energia cinetica che si genera nel sistema in seguito all'interazione tra le particelle è dissipata attraverso i relativi slittamenti. Nel caso in cui questi ultimi non siano sufficienti a far raggiungere al modello uno stato di equilibrio, entra in gioco il fattore di smorzamento (*local damping*) che applica ad ogni elemento costituenti una forza di smorzamento (*damping force*) proporzionale alla corrispondente forza non bilanciata (*unbalanced force*). Quest'ultima è un parametro che permette di controllare se il modello ha raggiunto l'equilibrio statico; il sistema, infatti, si considera in equilibrio quando la massima forza non bilanciata è piccola rispetto a quelle applicate. Se l'*unbalanced force* si attesta ad un valore costante non nullo (seppur piccolo) significa che, probabilmente, si stanno verificando rotture o deformazioni plastiche all'interno del modello (Jensen et al., 1999 e 2001).

Il fattore di smorzamento si introduce nell'equazione del moto (7.12) come segue (Hazzard, 2000):

$$F_i + F_{id} = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i) \quad (7.14)$$

dove F_{id} rappresenta la forza di smorzamento valutabile in funzione della velocità della particella (\dot{x}_i) mediante la seguente equazione:

$$F_{id} = -\alpha \cdot F_i \cdot \dot{x}_i \quad (7.15)$$

Il valore del coefficiente di smorzamento α varia tra 0 ed 1; di default è pari a 0.7.

7.7. LA CREAZIONE DEL MODELLO

7.7.1. Introduzione

Per la definizione di un modello è necessario specificare:

- la distribuzione e le dimensioni delle particelle che compongono il sistema;

- il comportamento dei contatti e le proprietà dei materiali, che dettano il tipo di risposta del mezzo quando è sottoposto ad una causa perturbatrice;
- le condizioni al contorno e quelle iniziali, che definiscono la situazione in situ, cioè prima dell'introduzione della perturbazione.

La procedura generale di soluzione prevede la valutazione dello stato di equilibrio iniziale del sistema, l'applicazione delle alterazioni ed il calcolo della risposta del modello (Figura 7.5).

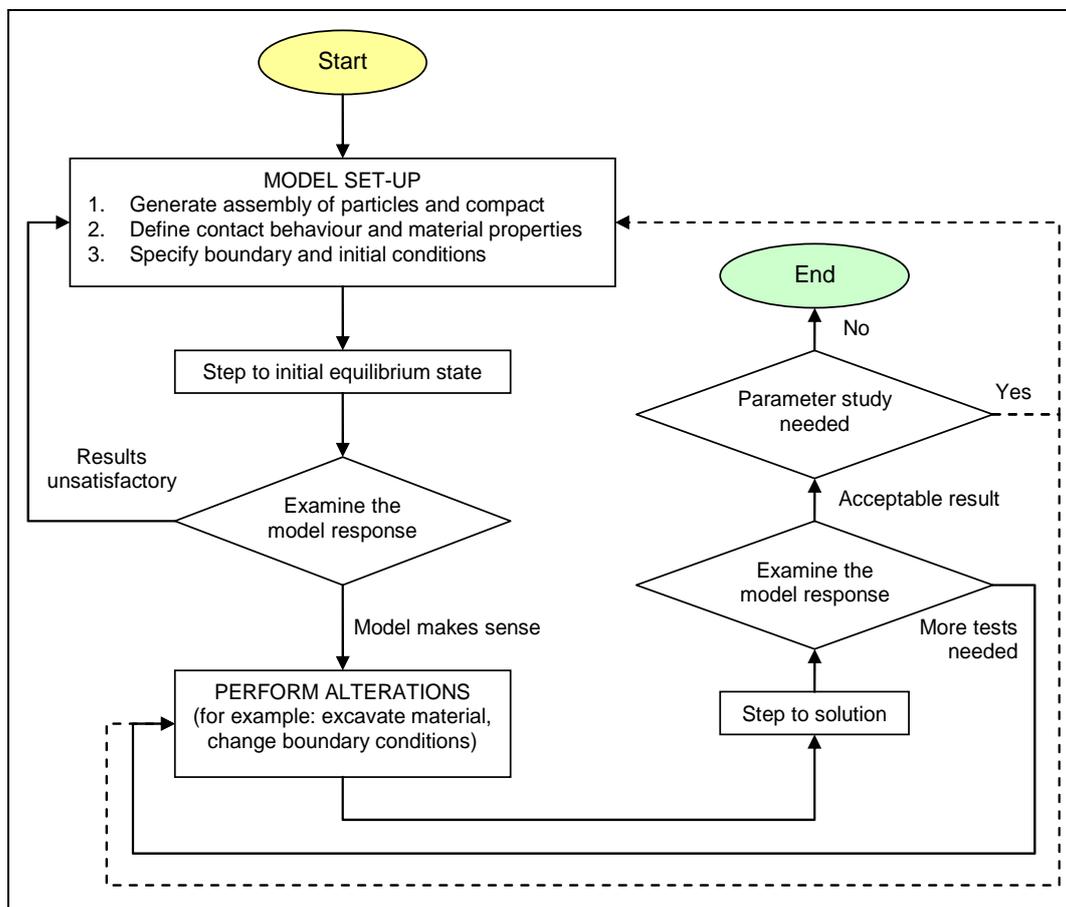


Figura 7.5: Procedura di soluzione generale di *PFC* (Itasca, 2002).

7.8. LA GENERAZIONE DELLE PARTICELLE

Gli elementi che compongono il sistema possono essere generati attraverso due procedure distinte (Jiang et al., 2003; Koerner, 1999):

- quella semplice, che prevede la creazione di una particella per volta definendone il raggio, la posizione ed il numero identificativo (*ID*

number). Sulla base delle informazioni ricevute il software inserisce l'elemento nella posizione fissata, sovrapponendolo ad eventuali altri già esistenti. La sovrapposizione al momento della generazione può creare tensioni e forze di repulsione iniziali molto elevate, ragione per cui questa procedura non si utilizza frequentemente;

- quella generale, che consiste nel creare un insieme iniziale di particelle specificandone le dimensioni dell'area occupata, l'intervallo di variazione del raggio (r_{min} ed r_{max}) e la relativa distribuzione granulometrica. Il software provvede a creare queste ball disponendole in modo casuale all'interno dello spazio fissato non permettendo però la sovrapposizione tra particelle o tra particelle ed elementi al contorno. Questa procedura è quella più utilizzata in quanto consente di generare sistemi formati da molti elementi in tempi di calcolo ragionevoli.

Una volta create le particelle, le si compatta utilizzando diverse modalità (Dolezalova, 2002)):

- **per spostamento delle pareti:** consiste nell'avvicinare reciprocamente i confini del sistema fino al raggiungimento della densità desiderata. Questo tipo di approccio presenta notevoli problemi in quanto:
 - andando a spostare le pareti, si perde la geometria iniziale del modello;
 - la convergenza all'equilibrio è molto lenta, in quanto il disturbo che si genera ai confini deve propagarsi all'interno;
 - la distribuzione di particelle ottenuta non è uniforme;
- **per espansione dei raggi** (*generation by radius expansion*): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di piccolo raggio, successivamente dilatate fino al raggiungimento della densità prevista. È il metodo più semplice ed affidabile, in quanto mantiene le dimensioni iniziali del sistema e, espandendo le particelle dello stesso fattore in tutte le direzioni, gli conferisce proprietà uniformi ed isotrope (Figura 7.6);

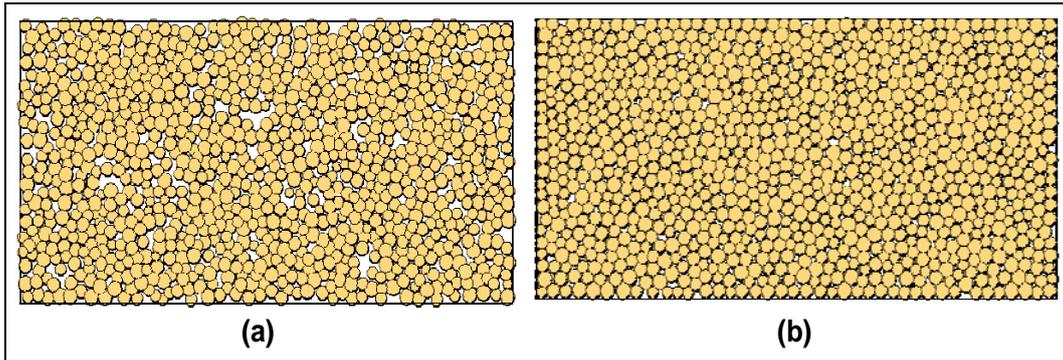


Figura 7.6: Istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per espansione (Itasca, 2002).

- **per repulsione esplosiva** (*generation by explosive repulsion*): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di raggio tale da raggiungere la porosità desiderata. Queste ultime sono disposte casualmente all'interno del sistema con conseguenti sovrapposizioni (Figura 7.7) ed elevate forze di repulsione che possono raggiungere valori tali da permettere ad alcune ball di sfuggire attraverso le pareti del sistema.

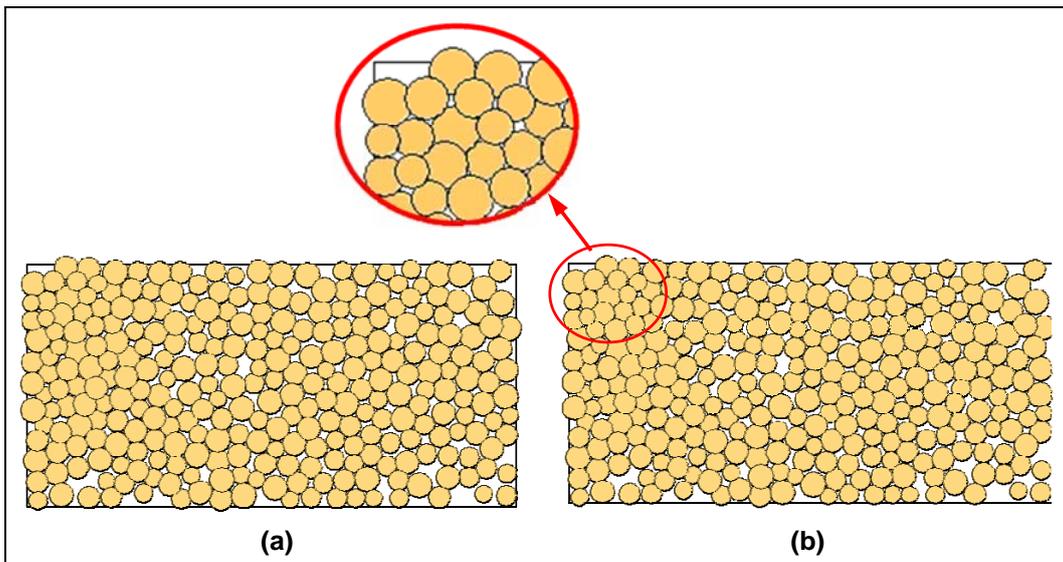


Figura 7.7: Istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per esplosione (Itasca, 2002).

Sfruttando la logica *clump* e quella *cluster*, il software prevede inoltre la possibilità di modellare elementi di forma generica ottenuti assemblando particelle circolari che mantengono la stessa posizione reciproca durante l'intera simulazione (Figure 7.8 e 7.9). L'unità così formata può essere dotata di comportamento rigido (*clump*) o deformabile (*cluster*). In questo modo è possibile quindi ottenere una rappresentazione molto fedele alla realtà fisica.

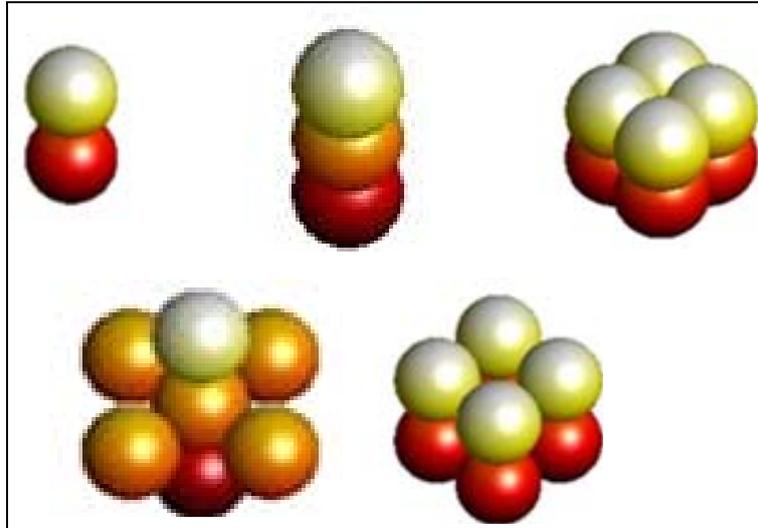


Figura 7.8: Elementi *clump* o *cluster* (Konietzky, 2002).

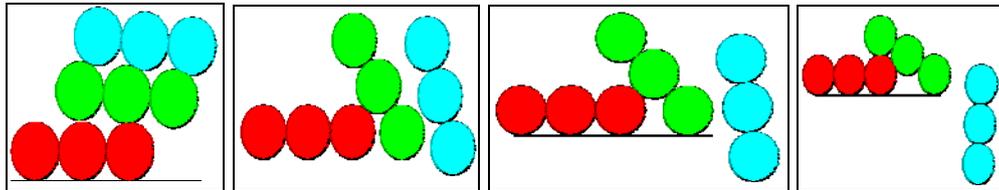


Figura 7.9: Interazione tra elementi *clump* costituiti da tre particelle (Thomas et al., 1997).

7.9. I MODELLI DI CONTATTO

Il passo fondamentale per la schematizzazione di un sistema tramite *PFC* è la definizione di un modello di contatto, il quale si compone in generale di tre parti (Itasca, 2002):

- un modello di rigidità;
- un modello di slittamento;
- un modello di legame.

7.9.1. Il modello di rigidità

Il modello di rigidità fornisce una relazione tra le componenti normale (F_n) e tangenziale (F_s) della forza di contatto ed i relativi spostamenti (U_n , U_s):

$$F_n = k_n \cdot U_n \quad (7.16)$$

$$F_s = -k_s \cdot U_s \quad (7.17)$$

dove k_n e k_s sono rispettivamente le rigidzze normale e tangenziale.

Il software in particolare ne prevede due tipologie: il modello lineare e quello di Hertz-Mindlin.

Il modello lineare, molto diffuso per la sua semplicità, ipotizza una relazione lineare tra le forze e gli spostamenti. Note due particelle A e B in reciproco contatto, k_n e k_s si valutano mediante le equazioni di seguito riportate (Cundall, 1988):

$$k_n = \frac{k_n^A \cdot k_n^B}{k_n^A + k_n^B} \quad (7.18)$$

$$k_s = \frac{k_s^A \cdot k_s^B}{k_s^A + k_s^B} \quad (7.19)$$

Il modello di Hertz-Mindlin è di tipo elastico non lineare e valuta le rigidzze k_n e k_s in funzione del modulo di taglio (G) e del coefficiente di Poisson (ν) di due particelle A e B a contatto mediante le equazioni di seguito riportate (Mindlin, 1953):

$$k_n = \left(\frac{2 \cdot \langle G \rangle \cdot \sqrt{2 \cdot \tilde{R}}}{3 \cdot (1 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot \sqrt{U_n} \quad (7.20)$$

$$k_s = \left(\frac{2 \cdot (3 \cdot \langle G \rangle^2 \cdot (1 - \langle \nu \rangle) \cdot \tilde{R})^{1/3}}{(2 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot |F_i^n|^{1/3} \quad (7.21)$$

dove:

U_n : sovrapposizione tra le due particelle a contatto;

$|F_i^n|$: forza di contatto in direzione normale.

Indicando con $R^{[A]}$ ed $R^{[B]}$ i raggi delle due sfere a contatto, i termini delle 4.20 e 4.21 si valutano secondo le formule di seguito indicate (Di Renzo et al., 2004):

$$\text{contatto particella-particella: } \tilde{R} = \frac{2 \cdot R^{[A]} \cdot R^{[B]}}{R^{[A]} + R^{[B]}} \quad (7.22)$$

$$\langle G \rangle = 0.5 \cdot (G^{[A]} + G^{[B]}) \quad (7.23)$$

$$\langle v \rangle = 0.5 \cdot (v^{[A]} + v^{[B]}) \quad (7.24)$$

$$\text{contatto particella-parete: } \tilde{R} = R^{[ball]} \quad (7.25)$$

$$\langle G \rangle = G^{[ball]} \quad (7.26)$$

$$\langle v \rangle = v^{[ball]} \quad (7.27)$$

7.9.2. Il modello di slittamento

Il modello di slittamento è una proprietà intrinseca delle entità a contatto, particella-particella o particella-elemento al contorno. La condizione di slittamento si ha quando la componente tangenziale della forza (F_t^i) eguaglia il valore massimo ammissibile della forza di contatto tangenziale (F_t^{\max}). Questo valore è dato dal coefficiente di attrito minimo tra le entità a contatto (μ) moltiplicato per il modulo della componente normale di compressione della forza (F_n^i). La condizione affinché si abbia slittamento si può quindi esprimere come:

$$F_t^i \geq F_t^{\max} = \mu \cdot |F_n^i| \quad (7.28)$$

7.9.3. Il modello di legame

PFC prevede diverse tipologie di modello di legame:

- il legame di contatto (*contact bond*), che riproduce l'effetto d'adesione che si esplica nel punto di contatto e può essere visto come un insieme di due molle elastiche con rigidezze normale e tangenziale costanti agenti nel punto di sovrapposizione (Figura 7.10). È definito dalle componenti normale (*n_bond*) e tangenziale (*s_bond*) della forza di contatto. Preclude lo scorrimento reciproco degli elementi adiacenti e non ne impedisce la

rotazione, che può essere causata da un momento agente nel punto di sovrapposizione (Figura 7.11).

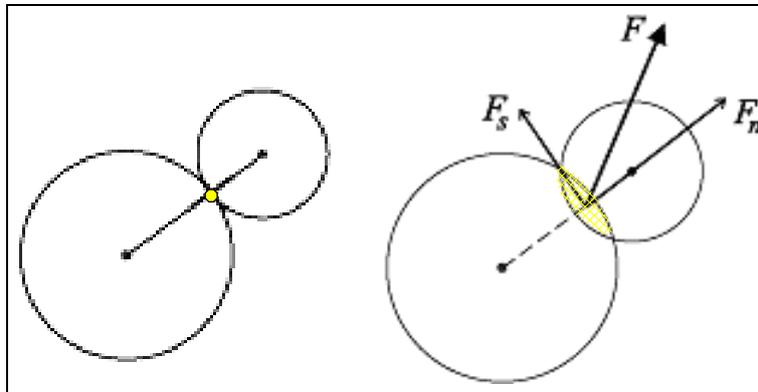


Figura 7.10: *Contact bond* (Itasca, 2002).

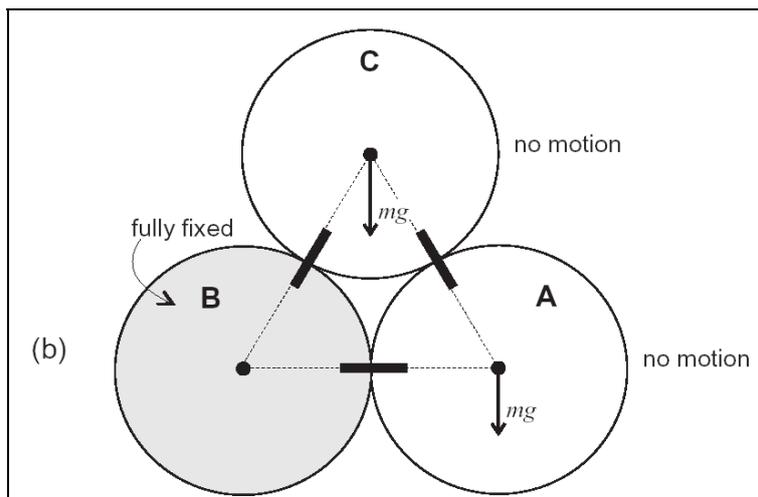
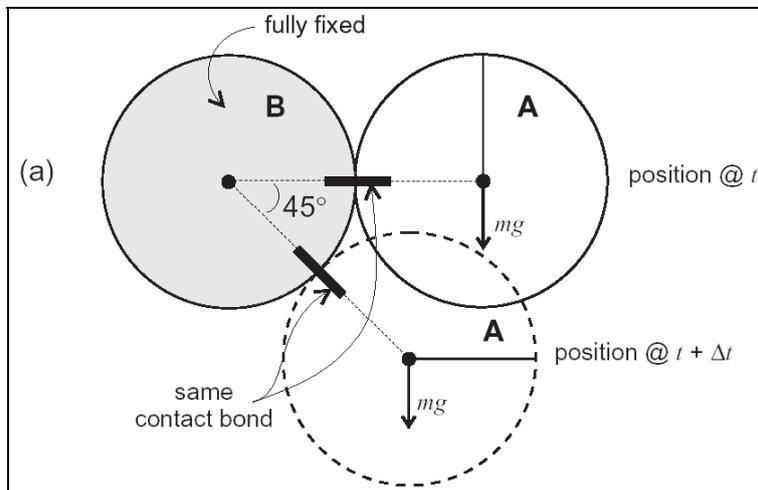


Figura 7.11: Rotazione senza scorrimento permessa dal *contact bond* tra due (a) e tre (b) particelle (Itasca, 2002).

- il legame parallelo (*parallel bond*), che riproduce l'effetto d'adesione di un materiale aggiuntivo depositatosi dopo che le particelle sono giunte a contatto, la cui rigidità agisce in parallelo con quella di contatto (da qui il nome del modello) (Figura 7.12). Può essere visto come un insieme di molle elastiche con rigidità normale e tangenziale costanti, uniformemente distribuite su una sezione trasversale circolare o rettangolare situata nel piano di contatto e centrata nel punto di contatto. Ogni carico aggiuntivo applicato alle due particelle, dopo che si è instaurato il legame parallelo, è suddiviso in modo proporzionale tra la molla del contatto e quella del legame stesso che può trasmettere sia forze che momenti tra le particelle. Questo legame si utilizza generalmente per modellare materiali coesivi ed è definito dalla componente normale della forza di contatto ($pb_nstrength$), da quella tangenziale ($pb_sstrength$) e dalle rigidità normale (pb_kn) e tangenziale (pb_ks).

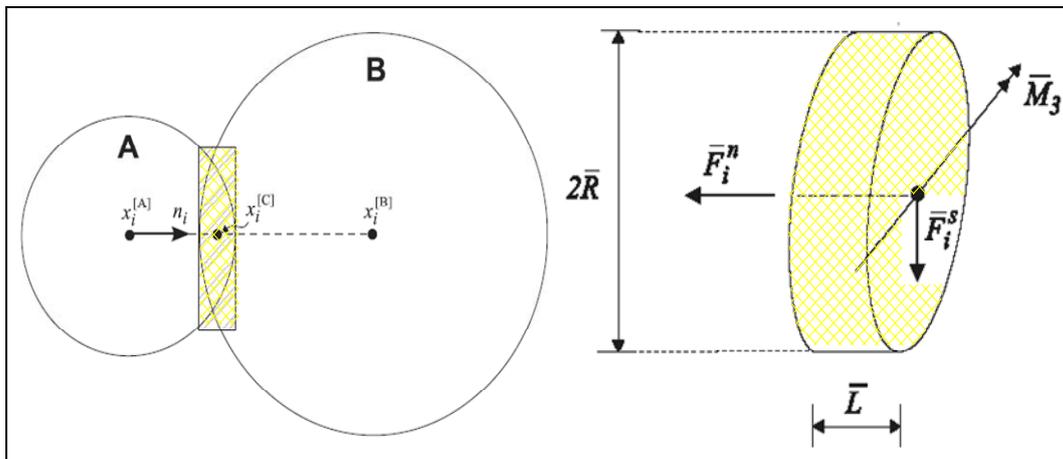


Figura 7.12: *Parallel bond* (Itasca, 2002).

Le risultanti delle forze e dei momenti che si generano nel punto di contatto si valutano componendoli nelle direzioni normale (n) e tangenziale (s) al piano di contatto. Per la prima si ottiene (Kruyt, 1999) (Figura 7.12):

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s \quad (7.29)$$

Queste risultanti assumono valore nullo nell'istante in cui si forma il contatto ed aumentano ad ogni timestep successivo in funzione degli spostamenti e delle rotazioni subite dalle due entità a contatto. L'incremento subito nell'intervallo Δt si valuta secondo le seguenti espressioni:

$$\Delta \bar{F}^n_i = (k_n \cdot \Delta U_n \cdot \pi \cdot \bar{R}^2) \cdot n_i \quad (7.30)$$

$$\Delta \bar{F}^s_i = (k_s \cdot \Delta U_s \cdot \pi \cdot \bar{R}^2) \quad (7.31)$$

$$\Delta \bar{M}_3 = (k_n \cdot \Delta \theta_3 \cdot I) = k_n \cdot I \cdot (\omega^{[B]}_3 - \omega^{[A]}_3) \cdot \Delta t \quad (7.32)$$

dove:

\bar{R} : raggio dell'area di contatto;

I : momento d'inerzia.

Si ottiene pertanto:

$$\bar{F}^n_i \leftarrow \bar{F}^n_i + \Delta \bar{F}^n_i \quad (7.33)$$

$$\bar{F}^s_i \leftarrow \bar{F}^s_i + \Delta \bar{F}^s_i \quad (7.34)$$

$$\bar{M}_3 \leftarrow \bar{M}_3 + \Delta \bar{M}_3 \quad (7.35)$$

Il valore massimo degli sforzi di flessione (σ_{max}) e di taglio (τ_{max}) nel contatto è pari a (Kruyt, 1993):

$$\sigma_{max} = \frac{\bar{F}^n_i}{\pi \cdot \bar{R}^2} + \frac{\bar{M}_3}{I} \quad (7.36)$$

$$\tau_{max} = \frac{\bar{F}^s_i}{\pi \cdot \bar{R}^2} \quad (7.37)$$

7.10. APPLICAZIONE DELLE CONDIZIONI INIZIALI ED AL CONTORNO

Dopo aver generato e compattato il sistema si applicano le condizioni iniziali e quelle al contorno alle particelle ed alle pareti. Alle prime è possibile applicare velocità di traslazione e di rotazione, forze e momenti; le seconde, invece,

possono essere soggette solo a velocità e non a forze. Le sollecitazioni così applicate rimangono costanti durante tutta la simulazione.

7.11. L'INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

I parametri di controllo dei risultati ottenuti si valutano all'interno di un'area circolare detta **cerchio di misura** (*measurement circle*) specificata dall'utente. Al suo interno è possibile valutare i seguenti indici:

- **numero di coordinazione (C_n):** è definito come il numero medio di contatti per particella e si valuta con la seguente espressione (Itasca, 2002):

$$C_n = \frac{\sum_{N_b} n_c^{(b)}}{N_b} \quad (7.38)$$

dove N_b è il numero di particelle il cui centro è interno al cerchio di misura ed $n_c^{(b)}$ è il numero di contatti della particella (b). I sistemi caratterizzati da un elevato valore di C_n sono in grado di esplicitare buone resistenze meccaniche (O'Sullivan et al., 2004).

- **frazione dei contatti in scorrimento:** valuta la frazione di contatti interni al cerchio che hanno subito scorrimento;
- **porosità (n):** è definita come il rapporto tra l'area totale dei vuoti all'interno del cerchio di misura (A_v) e l'area dello stesso (A_c) secondo la formula (Itasca, 2002):

$$n = \frac{A_v}{A_c} = \frac{A_c - A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_p}{A_c} \quad (7.39)$$

dove A_p è l'area del cerchio occupata dalle particelle così calcolata:

$$A_p = \sum_{N_p} A^{(p)} - A_s \quad (7.40)$$

con:

N_p : numero di particelle che intersecano il cerchio di misura;

$A^{(p)}$: area della particella (p) contenuta nel cerchio;

A_s : area delle sovrapposizioni tra le particelle interne al cerchio.

Se si utilizza la procedura di compattazione per espansione, è possibile valutare il coefficiente moltiplicatore dei raggi (m) per variare la porosità del sistema dal valore iniziale n_0 a quello finale n . Indicando con R_0 il raggio iniziale di una particella del sistema e con R quello finale, si ottiene (Itasca, 2002):

$$R = m \cdot R_0 \quad (7.41)$$

Semplificando la 7.39:

$$n \cdot A_c = A_c - \sum \pi \cdot R^2 \quad (7.42)$$

$$\sum R^2 = \frac{A_c \cdot (1-n)}{\pi} \quad (7.43)$$

Si ottiene pertanto:

$$\frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{1-n}{1-n_0} \quad (7.44)$$

Sostituendo la 7.41 nella 7.44:

$$m = \sqrt{\frac{1-n}{1-n_0}} \quad (7.45)$$

7.12. APPLICAZIONI DI PFC

Numerose sono le applicazioni del software *PFC*; esso permette di modellare:

- il comportamento tenso-deformativo di materiali granulari legati e non legati: simulando i fondamentali test di laboratorio è possibile raccogliere

informazioni sulle principali grandezze caratteristiche (Cheng et al., 1988; Bardet, 1991; Dounias, 1993; Anandarajah, 1994; Antonellini et al., 1995; Sawamoto et al., 1998; Ishikawa et al., 1998; Sitharam, 1999; Lainer, 2000; McDowell et al., 2002; Yao et al., 2002; Zhang et al., 2002M; Tomiczek, 2002; El Shami et al., 2002 e 2003; Hentz et al., 2004; Marelllo, 2005; Guerrero et al., 2005; Holt et al., 2005) (Figura 7.13);

- il flusso di materiali granulari all'interno di tubi, sili e tramogge (Nazeri et al., 2000; Niessen et al., 2002; Bwalya et al., 2002; Masson et al., 2002 e 2003; Theuerkauf, 2003; Kawabata et al., 2004) (Figure 7.14, 7.15 e 7.16);
- la dinamica di fenomeni franosi (Barla et al., 2001; Stead et al., 2001; Cambou et al., 2002; Imre, 2004; Morris et al., 2004; Maynar et al., 2005) (Figura 7.17 e 7.18);
- il comportamento sotto carico del ballast ferroviario (Lim et al., 2005);
- la risposta sismica ed il collasso delle strutture (Chang et al., 1991; Sadd et al., 2000; Tsuji, 2000; Lin et al., 2003; Hainbüchner et al., 2002; Hazzard et al., 2004) (Figura 7.19): le applicazioni di *PFC* allo studio dell'interazione terreno-struttura durante un evento sismico rivestono un ruolo estremamente importante alla luce degli ultimi aggiornamenti in materia di Normativa sismica nazionale. Con l'introduzione dell'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 del 20 Marzo 2003 "Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica" (G.U. n. 105, 08/05/2003) e del DM n. 159 del 14 Settembre 2005 "Norme tecniche per le costruzioni" (G.U. n. 222, 23/09/2005), infatti, tutto il territorio nazionale è considerato a rischio sismico ed è introdotta una disciplina specifica per ogni tipologia di costruzione compresi edifici, ponti ed opere di fondazione e di sostegno dei terreni. Diversamente dal passato assumono un ruolo fondamentale gli aspetti inerenti alla dipendenza delle sollecitazioni dalle caratteristiche del sottofondo e si suggerisce di prendere in considerazione la non linearità del comportamento del terreno durante l'interazione dinamica con la

struttura. Per queste applicazioni il metodo degli Elementi Distinti Particellari diventa quindi uno strumento indispensabile.

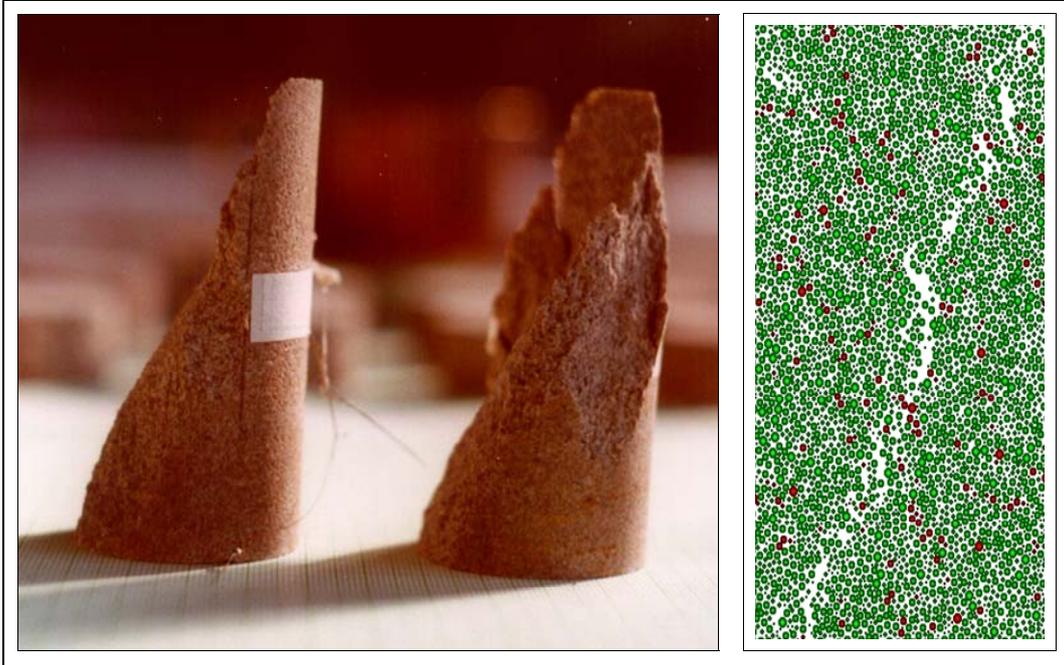


Figura 7.13: Test di rottura su un campione di roccia (Tomiczek, 2002).

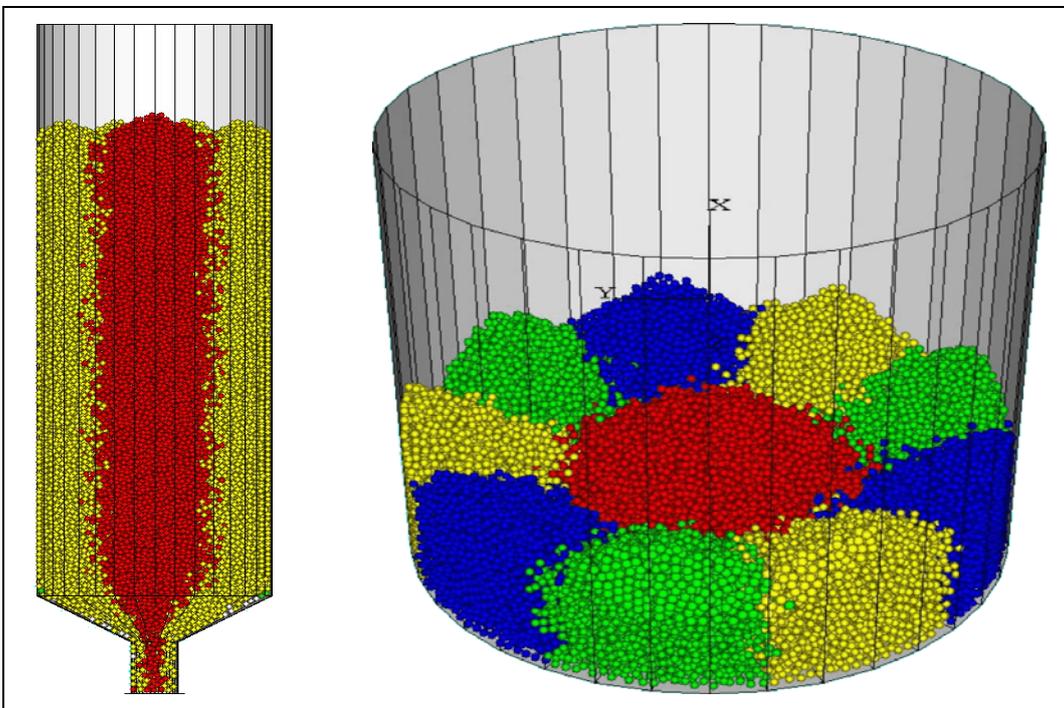


Figura 7.14: Flusso di materiali granulari all'interno di sili e tramogge (Niessen et al., 2002).

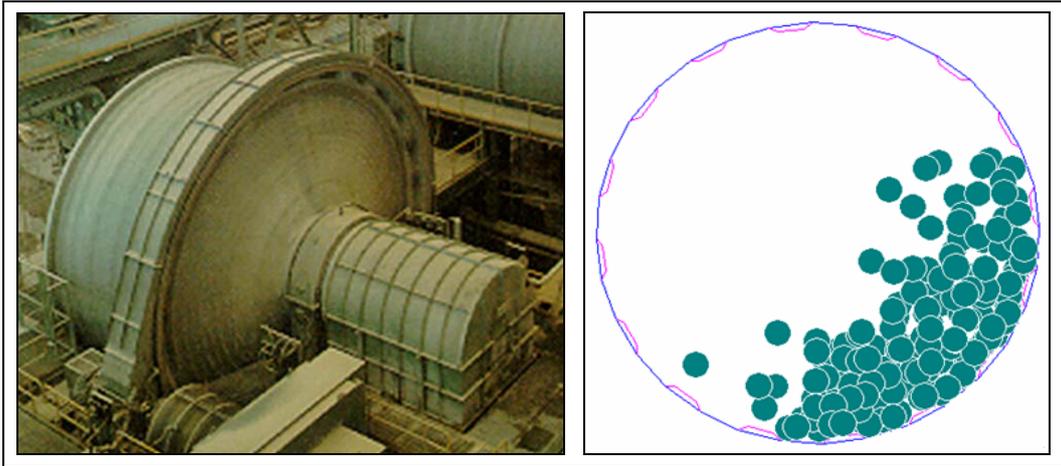


Figura 7.15: Modellazione di un impianto di macinazione (Bwalya, 2002).

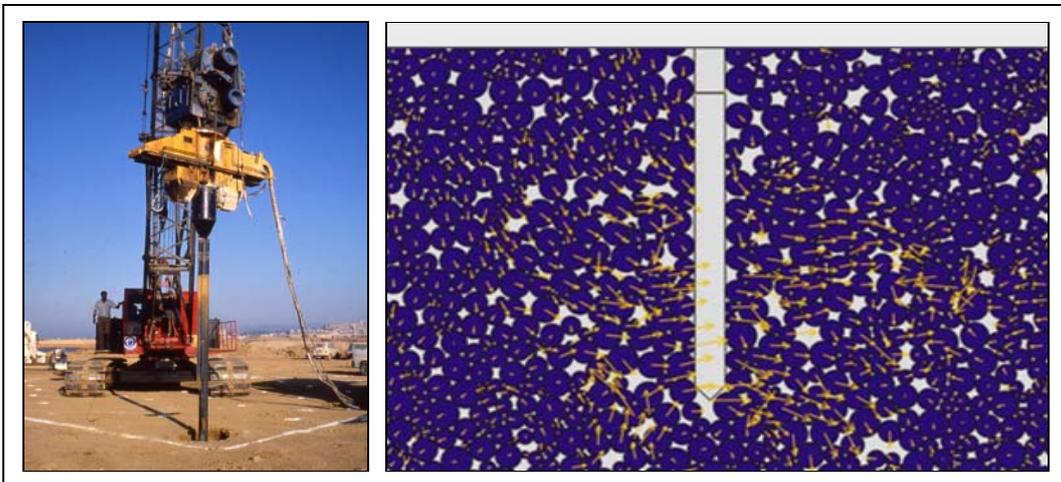


Figura 7.16: Modellazione dei meccanismi di vibroflottazione (Giese, 2002).

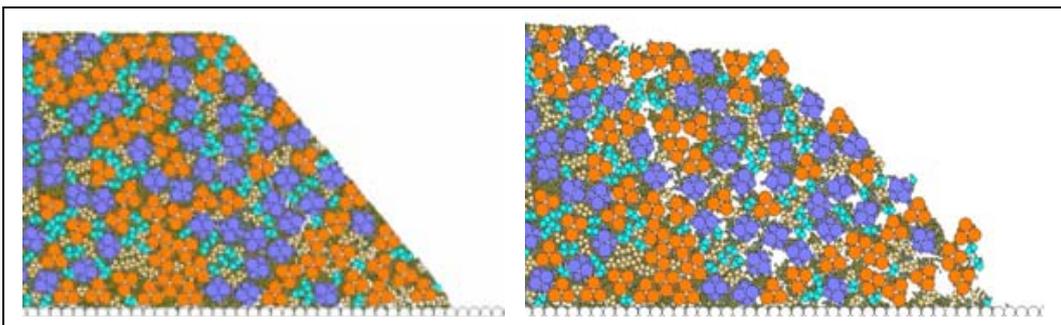


Figura 7.17: Verifica della stabilità di un pendio (Cambou et al., 2002).

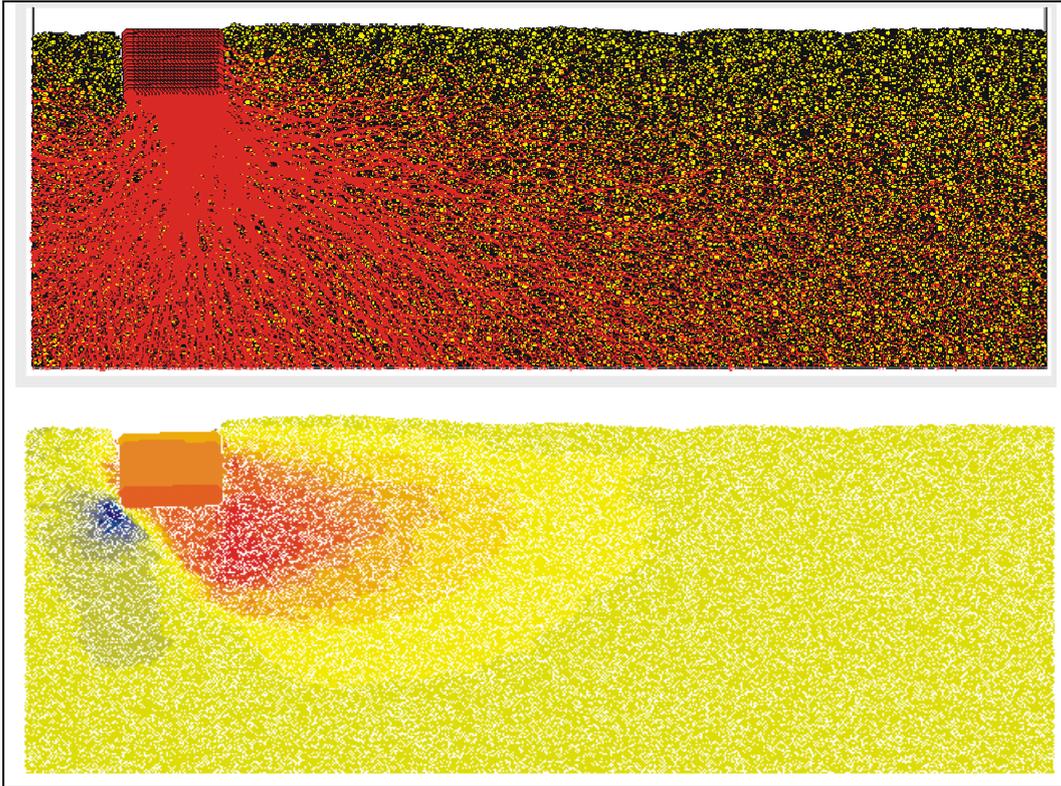


Figura 7.18: Studio della stabilità di una fondazione superficiale (Hainbüchner et al., 2002).

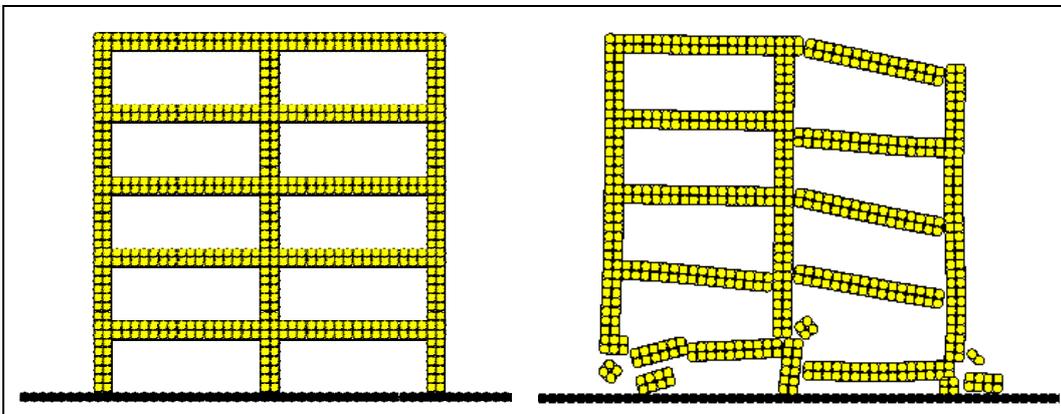


Figura 7.19: Risposta sismica di una struttura (Hazzard et al., 2004).

CAPITOLO 8: LA MODELLAZIONE NUMERICA DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

8.1. INTRODUZIONE

Come già anticipato ed evidenziato dai dati sperimentali, il conglomerato bituminoso è un materiale eterogeneo, il cui comportamento meccanico è fortemente influenzato dalle proprietà delle fasi che lo costituiscono.

Questo aspetto risulta di particolare rilevanza nella modellazione numerica, ambito spesso affrontato tramite l'approccio tradizionale al continuo, che non sempre è in grado di cogliere gli aspetti intrinseci che regolano il comportamento del materiale.

Un'interessante alternativa risulta pertanto lo studio attraverso **il Codice di Calcolo agli Elementi Distinti Particellari.**

Nei capitoli precedenti sono state descritte le potenzialità di questa metodologia di calcolo e alcune applicazioni ai materiali granulari. Ad oggi, tuttavia, non sono molte le esperienze riguardanti lo studio del conglomerato bituminoso riportate in letteratura.

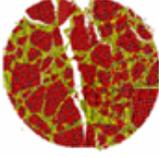
Model Category and Schematic(s)		Sample of Related Literature	
		Model Developers	Applications to Asphalt Mastics and Mixtures
Non-interacting particles, geometry not specified		Einstein Hashin	Schapery and Lytton Buttler and Roque
Non-interacting particles, geometry specified		Hashin and Shtrikman Christensen and Lo	Buttler and Roque Buttler et al. Shashidhar and Shenoy
Particle interaction allowed	Simplified geometry specification		Discrete Element Method: Cundall Chang and Meegoda Rothenburg et al.
	Complex geometry specification	FEM MDEM 	Finite Element Method: Summary of Literature Provided by Cook, Malkus, and Plesha Kose et al. MDEM: Described Herein

Figura 8.1: Evoluzione dei modelli micromeccanici per lo studio dei conglomerati bituminosi (Buttler e You, 2001).

In particolare, l'utilizzo della micromeccanica per prevedere le proprietà del conglomerato bituminoso è stata oggetto di crescente attenzione solo nel corso dell'ultimo decennio, con lo studio di diversi approcci, di cui la Figura 8.1 riporta un breve schema rappresentativo (Buttlar e You, 2001).

Le prime due categorie, in cui non è ammessa l'interazione tra le particelle, forniscono scarsi risultati nella modellazione del conglomerato, a causa dell'eccessiva semplificazione del modello nel simulare i contatti tra gli elementi e la trasmissione di sforzi attraverso lo scheletro litico (Buttlar e Roque, 1996 - 1997). Tuttavia, questi modelli hanno comunque fornito risultati utili nello studio di miscele particolari e dei mastici (Buttlar et al., 1999 - Shashidhar e Shenoy, 2000). Nel 1992, Rothenburg et al. svilupparono un modello ad elementi discreti che considera semplici particelle poligonali come aggregate, il cui comportamento ai contatti è regolato da legami costitutivi per gli aggregati e per il legante. Analogamente, Chang and Meegoda (1997, 1999) svilupparono una versione modificata del codice TRUBAL di Cundall, denominate ASBAL, che prevedeva un insieme di particelle cilindriche connesse tra loro attraverso una combinazione di legami aggregate-aggregati e aggregate-bitume. I risultati hanno dimostrato che il modello ASBAL prevede accuratamente le tensioni residue del provino di laboratorio dopo la compattazione, il modulo iniziale, i livelli tensionali durante il test e il numero di contatti all'interno della miscela.

Parallelamente, sono state condotte anche applicazioni del metodo FEM per lo studio di mastici a livello microstrutturale (Kose et al., 2000), mediante la ricostruzione della microstruttura del materiale mastice attraverso l'immagine ottenuta da una scansione ottica ad alta risoluzione. Le tecniche presentate presentano vantaggi e svantaggi. I modelli che non prevedono l'interazione tra le particelle sono semplici ed efficienti, ma non hanno l'accuratezza necessaria per l'applicazione generalizzata ai conglomerati bituminosi, in cui rilevate è l'interazione tra gli aggregati. La modellazione FEM, invece, consente una modellazione di dettaglio degli aggregati, ma non è in grado di simulare le variazioni geometriche ai contatti, come lo scorrimento tra gli aggregati. Tra le esperienze positive nel campo della modellazione particellare del conglomerato bituminoso si ricorda quella riportata da Buttlar e You

nel 2000, costituita da un'analisi MDEM (Microfabric Discrete Element Modeling), implementando un codice DEM in cui le diverse fasi del conglomerato bituminoso (mastice e aggregati) sono state modellate attraverso **clusters**, insiemi di piccoli elementi uniti tra loro. L'MDEM risulta avere tutti i pregi del DEM, ovvero simulare correttamente il provino di laboratorio, compreso la sua compattazione e la capacità di gestire complesse variazioni di geometria, inclusi i contatti, gli spostamenti e la propagazione della frattura. Introducendo l'uso di clusters è inoltre possibile modellare accuratamente le forme complesse degli aggregati e la propagazione delle fessure attorno e all'interno di essi. Inizialmente la simulazione ha previsto l'elaborazione di un provino sintetico di forma circolare, costituito da 130 cilindri di diametro costante pari a 12.5 mm, distribuiti secondo un impacchettamento esagonale e caricati diametralmente per riprodurre un test IDT (Figura 8.2).

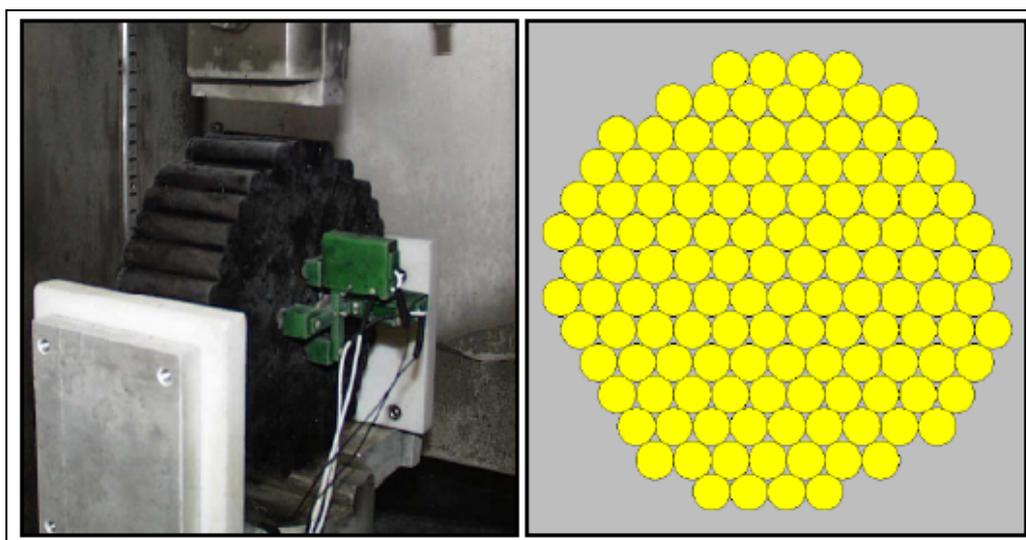


Figura 8.2: Provino sintetico sottoposto a IDT e modello numerico a elementi discreti – 130 particelle (Buttlar e You, 2000).

Gli elementi sono caratterizzati da un coefficiente di attrito statico di 1.0/1.2 e la rigidità del legame di parallelo è pari a 8.84×10^8 Pa. La validazione del modello numerico è avvenuta riproducendo lo stesso provino in laboratorio, attraverso la costruzione dello stesso provino con aggregati prefabbricati di forma cilindrica (“India stones”), immersi in un mastice di bitume e filler e successivamente disposti

in modo da formare un campione analogo a quello numerico. La miscela è stata testata alla temperatura di -15°C , simulando pertanto un comportamento prettamente elastico e fragile. In un secondo tempo è stata testata e modellata una miscela di Stone-Mastic Asphalt (SMA), la cui distribuzione degli inerti è stata appositamente scansata tramite uno scanner ottico ad alta risoluzione e riprodotta nel modello numerico. La scelta dello Stone Mastic è propedeutica alla modellazione numerica per l'elevato effetto di interlocking che si sviluppa tra gli aggregati, dovuto all'assenza della pezzatura intermedia.

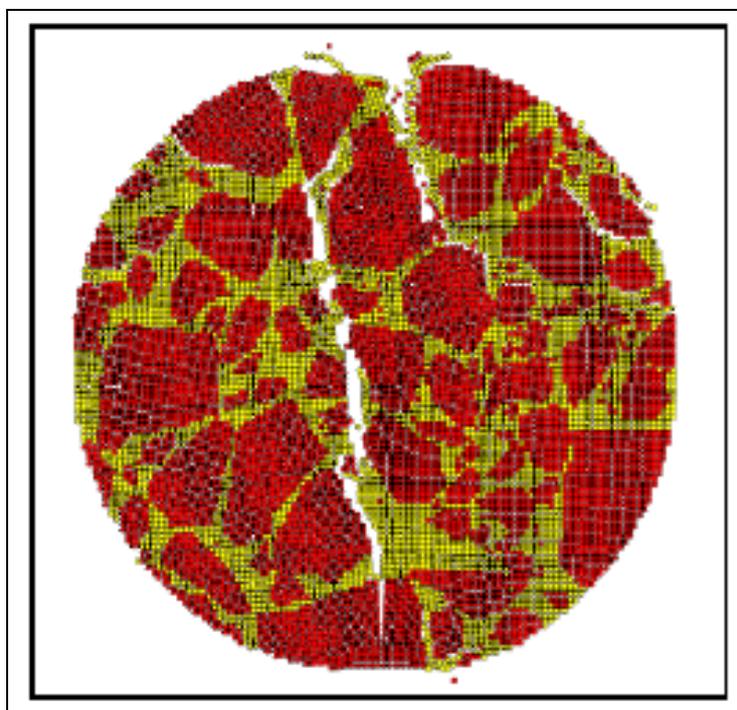


Figura 8.3: Simulazione del test di trazione indiretta e rottura del provino (Buttlar e You, 2000).

Il modello è realizzato secondo logica cluster, con la tecnica dell'up-scaling ed è caratterizzato da elevato coefficiente di attrito interparticellare, resistenza degli aggregati pari a 5.60 MPa, resistenza del mastice pari a 1.40 MPa e rigidezza del mastice pari a 3.44 GPa, dedotto tramite una relazione empirica. La modalità di rottura evidenziata dal modello numerico mostra una frattura all'interfaccia mastice-inerti e attraverso almeno uno degli aggregati rappresentati (Figura 8.3). Una

procedura analoga è stata utilizzata anche nello studio condotto sempre da Buttlar e You nel 2004 per la modellazione del test di modulo complesso: il parametro E^* ricercato è stato misurato attraverso una prova di trazione/compressione su miscele di Sand Mastic e, successivamente, conglomerato bituminoso testate secondo un range frequenze definite (0.1, 1, 5 e 10 Hz) di temperature relativamente basse (-20, -10, 0°C).

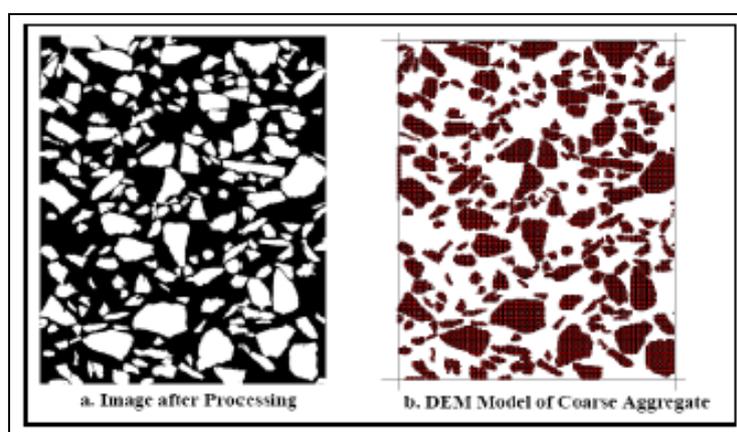


Figura 8.4: Analisi dell'immagine e modello DEM derivato (Buttlar and You, 2004).

La microstruttura bidimensionale del modello è stata ottenuta anche in questo caso attraverso uno scanner ottico ad alta risoluzione, convertendo i bordi degli aggregati, elaborati attraverso il software Image Pro Plus, in poligoni inseriti nel software di calcolo per l'assegnazione delle caratteristiche meccaniche (Figura 8.4). Il modello è oggetto di un'opportuna calibrazione che modifica il raggio dei poligoni secondo un coefficiente di concentrazione $c=0.52$ al fine di by-passare il problema relativo all'interazione tra gli aggregati. Interessanti spunti si possono cogliere soprattutto dalle modellazioni tridimensionali, di cui sono presenti alcuni esempi in letteratura. In particolare, Collop et al. (2004) hanno analizzato il comportamento di una miscela bituminosa ideale sottoposta a un test di creep uniassiale. Nella memoria si ipotizza che la rigidità finita degli elementi ball, che esplica la sua funzione nell'interazione tra le particelle nei soli punti di contatto, sia direttamente collegata all'effetto che il bitume ha sulla miscela, ipotesi condivisa e considerata come punto di partenza nello studio della presente tesi. Tra le altre ipotesi dei ricercatori si ricorda inoltre

l'assunzione degli elementi ball sferici, con attrito interparticellare nullo e resistenza dei legami di contatto elevata tale da non registrare rotture nei legami di contatto. Lo studio viene condotto su una miscela ideale, caratterizzata da particelle sferiche con medesimo raggio, paragonabile ad una sabbia legata da bitume, in modo da minimizzare gli effetti legati all'aggregate interlock ed estremizzare il comportamento del legante, descritto appunto attraverso la rigidità di contatto normale e tangenziale delle particelle.

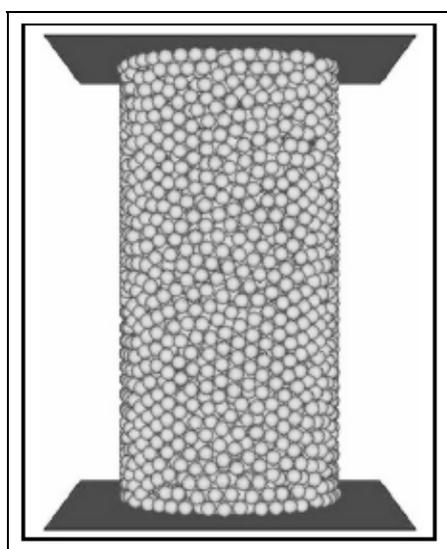


Figura 8.5: Modello numerico 3D (Collop et al., 2004).

L'analisi del comportamento elastico del modello ha portato a studiare l'influenza delle dimensioni del provino, in termini di numerosità delle particelle: i ricercatori hanno stabilito che il numero minimo di particelle per ottenere un errore inferiore al 2% nel modulo di Young e nel coefficiente di Poisson è 4.500. Inoltre, il *bulk modulus* del materiale risulta proporzionale alla rigidità di contatto normale, ma indipendente da quella tangenziale, mentre il coefficiente di Poisson dipende esclusivamente dal rapporto tra la rigidità di contatto normale e tangenziale. Restando in ambito tridimensionale, un'ulteriore spunto viene fornito dalla modellazione ad elementi distinti particellari della prova ISTM di Dondi e Bragaglia (2006), in cui il provino di conglomerato bituminoso viene schematizzato attraverso

un insieme di sfere il cui raggio è funzione della curva granulometrica dell'aggregato lapideo, secondo la teoria dell'up-scaling, ovvero shiftando verso destra la curva granulometrica reale, garantendo una granulometria corrispondente a quella originaria, ma con un minor numero di elementi e pertanto di più rapida analisi computazionale. Il modello è stato realizzato con la tecnica esplosive-repulsion, ovvero generando un numero finito di elementi (2.500) appartenenti a un solido di confinamento realizzato con elementi boundary, e incrementandone progressivamente il raggio raggiungendo la porosità voluta. In corrispondenza dei contatti, è stato modellato il comportamento visco-elastico secondo il modello di Burger, mentre le resistenze di contatto sono state assunte elevate in modo da garantire la conservazione dei legami di contatto e permettere al modello di sviluppare un comportamento visco-elastico semplificato nelle fasi di carico/scarico. Il coefficiente di attrito microscopico tra le particelle è fissato pari a 0.6, corrispondente a un angolo di attrito macroscopico di circa 32° . Il provino è caricato tramite due piastre di carico, modellate con elementi boundary dotati di coefficiente di attrito nullo e rigidzze elevate, con valori tipici dell'acciaio. Nella memoria si osserva in particolare che nella simulazione della prova, a differenza dell'evidenza sperimentale in cui lo stato tensionale indotto dalla forza verticale si sviluppa istantaneamente in tutti i punti del sistema, lo spostamento relativo della piastra di carico genera forze che si propagano nel modello, attraverso i punti di contatto, con velocità finita, funzione del numero di particelle costituenti il modello. Per determinare le tensioni normali che le forze di contatto generano sui piani diametrali orizzontale e verticale, nel modello sono stati inseriti degli elementi misuratori a forma di parallelepipedo, in cui la tensione compare come valore medio, lungo la superficie del parallelepipedo, della sommatoria delle componenti ortogonali al piano delle forze contenute nel generico solido misuratore. Una procedura di questo tipo consente di ottenere risultati in termini di forze-deformazioni, che danno un'idea del modello in esame pensato come continuo. Le Figure 8.6a e 8.6 b seguenti riportano l'interpolazione dei valori puntuali degli sforzi così dedotti, mostrando un errore relativo massimo, rispetto ai dati sperimentali, del 3% per la forza verticale, del

5% per la deformazione orizzontale, del 19% per il modulo di rigidezza a trazione indiretta e dell'8% per il tempo di crescita della forza impulsiva.

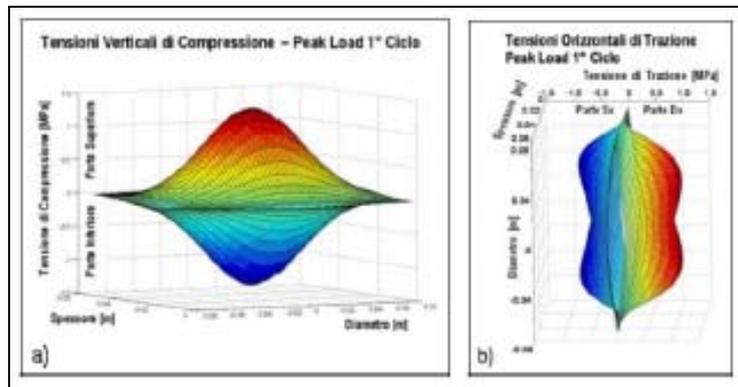


Figura 8.6: Interpolazione degli sforzi registrati durante la modellazione: superficie esponenziale per sforzi di compressione (a), superficie a sella per sforzi di trazione (b) – Dondi e Bragaglia, 2006.

8.2. ASPETTI EMERSI DAI LAVORI DI RICERCA

Questi lavori di ricerca forniscono un contributo per lo studio dei materiali della sovrastruttura stradale attraverso un codice di calcolo in grado di considerare la peculiare eterogeneità della materia, data dalla presenza di una matrice litica, caratterizzata da un determinato assortimento granulometrico, e di un legante. Le ricerche sono state condotte affiancando una robusta fase sperimentale a indagini di natura prettamente numerica condotte attraverso il software commerciale PFC della Itasca Software, basato sul metodo agli elementi distinti particellari (DEM).

Aspetto peculiare di tale codice di calcolo è la modellazione della materia come un insieme di particelle discontinue e indeformabili, il cui comportamento macroscopico è regolato da semplici leggi costitutive e un numero limitato di parametri intrinseci del materiale. Gli elementi del modello numerico hanno di fatto lo scopo di approssimare il comportamento tenso-deformativo del materiale, mediante una determinata rigidezza, che viene attivata qualora le particelle siano legate o in contatto tra loro. Le forze esterne sono invece sviluppate attraverso elementi di contorno, che generano un'onda di forza all'interno del modello. L'implementazione del sistema risolutivo di equazioni non lineari, dato dalla seconda legge di *Newton* per

le particelle e dalla legge forza-spostamento per i contatti, permette di determinare lo spostamento e la rotazione degli elementi nel tempo, l'eventuale distacco delle particelle e la formazione di nuovi punti di contatto.

I risultati ottenuti mostrano che i parametri micromeccanici legati al comportamento macroscopico del modello numerico sono sia le rigidità dei singoli elementi ball, proporzionali al modulo elastico del materiale, sia le resistenze dei legami di contatto, associate alla resistenza ultima del materiale. Anche in questo caso ottima è la rispondenza con i dati sperimentali, sia dal punto di vista qualitativo che quantitativo.

In definitiva, dunque, le analisi e gli studi condotti permettono di affermare che il metodo agli elementi distinti particellari può essere visto come un interessante approccio per la modellazione numerica in alternativa alla modellazione tradizionale al continuo, essendo in grado di cogliere la natura eterogenea del materiale oggetto di studio. In particolare, il metodo DEM, già applicato con successo ai materiali sciolti, è stato adattato allo studio di materiali legati ottenendo ottimi risultati sia per i materiali contenenti legante idraulico, caratterizzati da un comportamento fragile definito da pochi parametri micromeccanici, sia per la modellazione del legame viscoso, che tuttavia richiede la calibratura di un maggior numero di parametri. A tal proposito sono da evidenziare gli aspetti negativi emersi nel corso dello studio, legati alla lenta procedura di calibrazione del modello numerico e all'elevato onere computazionale, strettamente correlato al numero di elementi e alla tipologia di legami del modello stesso. Infine, è opportuno osservare che il metodo DEM non si propone solo come analisi di complemento, ma in alcuni ambiti risulta essere uno strumento privilegiato per la descrizione dei fenomeni reali non ancora del tutto compresi, giustificandone uno studio più approfondito.

Il principale elemento di originalità riguarda lo studio dei materiali attraverso un codice di calcolo in grado di considerare la natura eterogenea della materia e, in particolare, l'applicazione del metodo ad elementi distinti particellari ai materiali legati, visti non più come un continuo, ma come insieme eterogeneo di elementi caratterizzati dalla presenza di matrice litica e legante: numerose esperienze in

letteratura trattano, infatti, dell'utilizzo del metodo DEM nello studio di materiali granulari, mentre solo di recente si è estesa l'applicazione ai materiali legati. Tale metodo infatti consente pertanto di partire da un'analisi a livello microscopico per simulare il comportamento macroscopico del materiale, riuscendo a cogliere aspetti di dettaglio che sfuggono alla tradizionale modellazione FEM.

CAPITOLO 9: L'ANALISI SPERIMENTALE CON PFC3D

9.1. INTRODUZIONE: LA SCELTA DEL METODO NUMERICO

Il conglomerato bituminoso è un materiale multifase il cui comportamento meccanico risulta difficilmente schematizzabile a causa della sua complessa natura disomogenea ed anisotropa e dell'elevata influenza esercitata dalle condizioni ambientali.

Per indagarne la risposta tenso-deformativa si utilizzano generalmente metodi numerici al continuo che incorporano la sua natura particellare all'interno di leggi costitutive elasto-plastiche. Il concetto di continuo, infatti, implica che il sistema analizzato conservi in tutti i suoi elementi infinitesimi le proprietà osservate nell'insieme, per cui lo studio può essere condotto a livello fenomenologico anziché a livello "atomico". A giustificare l'approccio continuo c'è da un lato il vantaggio di poter disporre di metodologie analitiche e numeriche ben consolidate, e dall'altro l'evidenza sperimentale che ne prova l'efficacia e la significatività almeno da un punto di vista fenomenologico.

Spesso però, esso risulta riduttivo e carente: è ormai noto infatti che i mezzi granulari esplicano un comportamento meccanico nettamente diverso da quello degli altri materiali e questa differenza è imputabile proprio alla loro natura particellare. Un mezzo granulare è composto da numerose particelle che interagiscono tra loro attraverso i punti di reciproco contatto mediante i quali le sollecitazioni si trasmettono all'interno del sistema. Diventa quindi indispensabile ricorrere ad un approccio di tipo discontinuo, in grado di prendere in considerazione il carattere discreto del sistema ed analizzare i processi microscopici di base che ne determinano il comportamento tenso-deformativo macroscopico.

Fino a qualche decennio fa era impensabile studiare il conglomerato bituminoso a livello particellare a causa della numerosità delle variabili in gioco; oggi invece, grazie al potenziamento dei calcolatori, diventa auspicabile uno sviluppo in questa direzione.

Scopo del presente lavoro è proprio quello di affrontare questo nuovo tipo di approccio che non deve essere inteso in contrapposizione a quello tradizionale al

continuo, ma come un'efficace integrazione mirata ad ottenere una rappresentazione dei fenomeni maggiormente fedele alla realtà fisica.

La Tabella 9.1 mostra il confronto tra l'approccio tradizionale (in grigio) e quello discontinuo nella progettazione di una pavimentazione flessibile (Birgisson et al., 2007).

Tra i metodi discontinui disponibili in letteratura, in particolare, è stato scelto quello degli Elementi Distinti Particellari, poiché, schematizzando il sistema come un insieme di particelle di forma circolare, si presta particolarmente allo studio del comportamento meccanico di un materiale granulare.

I risultati ottenuti in precedenti studi hanno confermato le potenzialità del metodo nel riprodurre l'effettivo comportamento visco-elastico del conglomerato bituminoso sia durante test di laboratorio condotti su provini di piccole dimensioni, sia all'interno di una pavimentazione stradale flessibile. Nell'ambito dello studio del comportamento a fatica di quest'ultima, in particolare, hanno evidenziato che con questa metodologia è possibile ottenere indicazioni sia sul numero di cicli di carico che la portano a rottura, operazione questa già possibile con le tecniche classiche, sia sulla localizzazione del punto d'innescò della frattura. Si riesce così a studiare la propagazione di fenomeni fessurativi di tipo bottom-up e top-down, tenendo in considerazione anche la sovrapposizione degli effetti conseguente alla loro interazione all'interno dello strato.

Tecniche numeriche	Metodo degli Elementi Finiti (<i>FEM</i>). Metodo degli Elementi Distinti Particellari (<i>DEM-P</i>).
Dati di input	Carichi applicati, temperatura, modulo elastico e coefficiente di Poisson dei materiali che costituiscono il sistema. Curva granulometrica dell'aggregato, modelli di contatto microscopici dei materiali che costituiscono il sistema.
Risultati	Tensioni e deformazioni - valori medi. Spostamenti e forze di contatto tra le particelle - valori di picco.
Condizioni della pavimentazione	Condizioni omogenee (lo stato della miscela non varia). Condizioni eterogenee (lo stato della miscela può variare).
Studio della fatica, dell'ormaiamento, delle fessurazioni alle basse temperature	L'innesco e la propagazione del fenomeno sono di tipo continuo (figura 1). Il metodo fornisce in output il numero di cicli di carico che portano a rottura la pavimentazione. L'innesco e la propagazione del fenomeno si sviluppano per step successivi. Si riesce quindi a modellare la rottura microscopica (figura 1), ottenendo in output il numero di cicli di carico che portano a rottura la pavimentazione e la posizione del punto in cui si localizza la frattura.
Studio dell' <i>healing</i> del conglomerato bituminoso	Non è possibile modellare il fenomeno. È possibile modellare il fenomeno.
Studio del <i>bonding</i> tra gli strati di una sovrastruttura	Solo in corrispondenza delle interfacce tra gli strati. Su tutti i piani orizzontali passanti per la pavimentazione.

Tabella 9.1: Confronto tra l'approccio tradizionale (in grigio) e quello discontinuo nella progettazione di una pavimentazione flessibile (Birgisson et al., 2007).

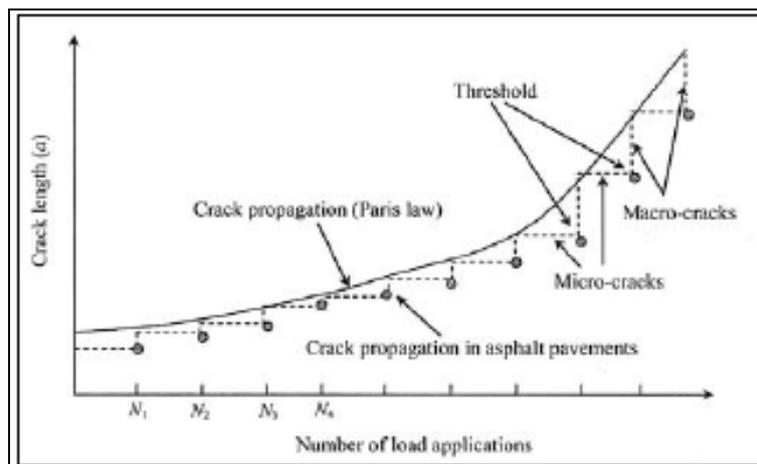


Figura 9.1: Propagazione delle fratture in una pavimentazione stradale (Birgisson et al., 2007).

Il confronto tra i risultati numerici e quelli ottenuti dalle leggi di fatica tradizionali, inoltre, ha evidenziato che l'introduzione di parametri quali la forma

e le dimensioni dei grani dell'aggregato permette non solo di ottenere un modello più rispondente alla realtà fisica, ma anche di approfondire il comportamento a fatica del sistema individuando nuovi punti in corrispondenza dei quali possono innescarsi le fratture. Nasce quindi l'esigenza di indagare ulteriormente questi parametri; a tal fine un utile strumento è rappresentato dal confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali ottenuti da modelli formati da sfere reali.

A differenza del più diffuso Metodo agli Elementi Finiti questo procedimento numerico è relativamente nuovo; risulta quindi necessario individuare preliminarmente i valori dei parametri microscopici con cui schematizzare il sistema. Questi ultimi sono stati determinati, come suggerito da Ting (1989) e Potyondy (2004), dalla simulazione di test di laboratorio, confrontando i risultati del modello numerico con quelli sperimentali. In particolare è stata utilizzata la modellazione 3D di una prova triassiale. I parametri sperimentali utilizzati per la comparazione sono stati ottenuti sfruttando i risultati ottenuti da Haeri et al. (2000).

In Figura 9.2 è riportato un diagramma di flusso che costituisce la chiave di lettura dello studio eseguito.

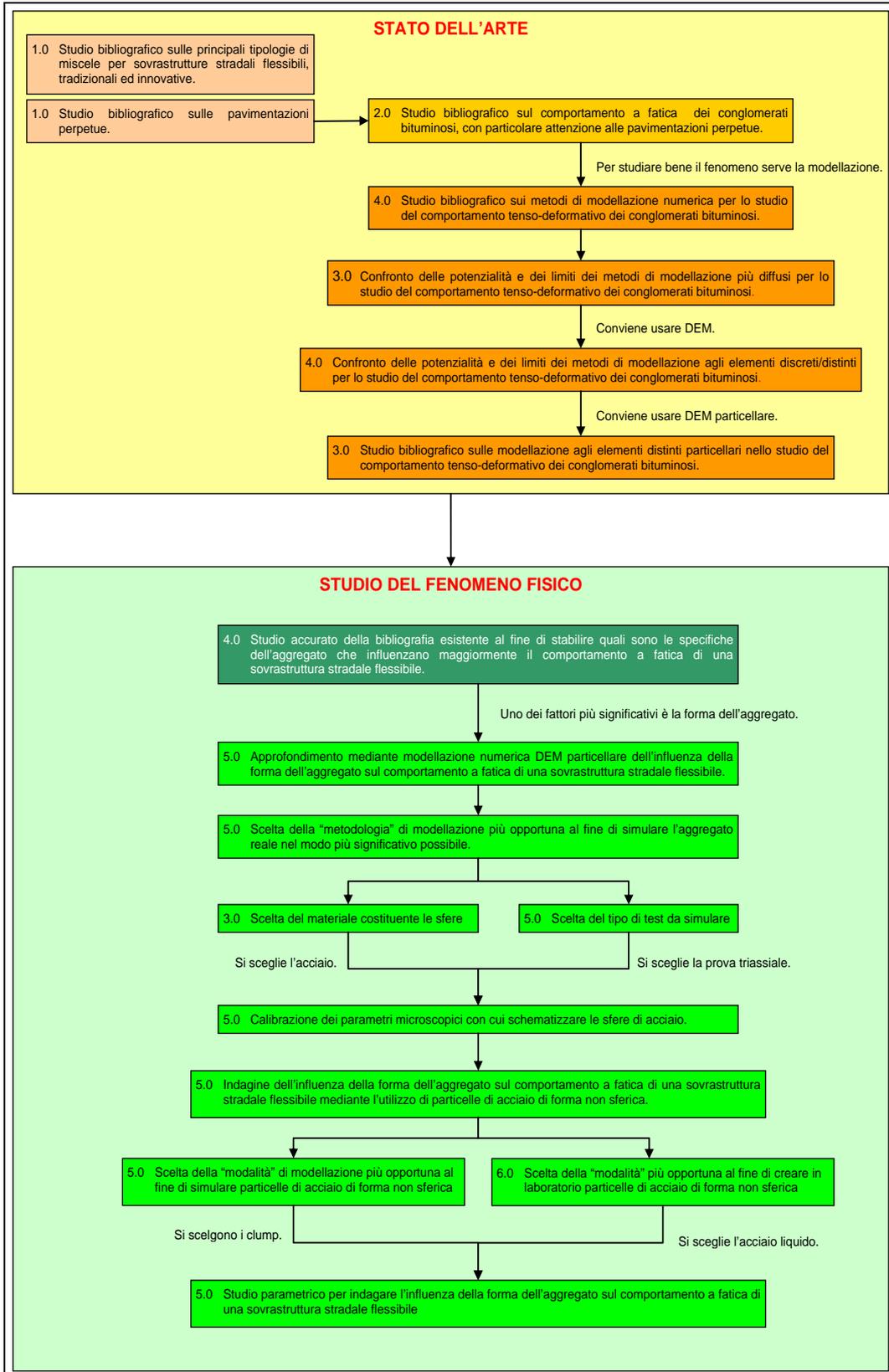


Figura 9.2: Schema dello studio eseguito.

9.2. SCELTA DELLA METODOLOGIA DI MODELLAZIONE PIÙ OPPORTUNA AL FINE DI SIMULARE L'AGGREGATO REALE

Al fine di definire la metodologia più opportuna per simulare l'aggregato reale in modo significativo è stato necessario:

- scegliere il materiale costituente le sfere;
- definire il test di laboratorio da modellare.

Partendo dai risultati disponibili in letteratura [1-3] è stato scelto l'**acciaio** poiché costituisce un "aggregato ideale", in grado di fornire un confronto significativo tra i risultati numerici e quelli sperimentali in virtù del fatto che è ben riproducibile con il metodo DEM particellare.

Infatti:

- la geometria delle sfere in acciaio è facilmente modellabile in termini sia di diametro, sia di sfericità;
- la superficie delle sfere è uniforme ed è nota la relativa tolleranza di fabbricazione.

Sono stati scelti, in particolare, elementi di **acciaio inox AISI 420C°DRY** di diametro compreso tra 2.778 mm e 20.64 mm (Tabella 9.2).

ACCIAIO/ STEEL	Acciai comparabili/Designations of comparable steels		ANALISI/COMPOSITION *														
			C%	Si%	Mn%	P%	S%	Co%	Cr%	Mo%	Ni%	V%	W%	Cu%	Al%	O%	N%
AL CROMO 100 Cr6 ***	UNI 100 Cr6 AISI E52100 W.1.3505	AFN. 100 Cr6 JIS SUJ 2 DIN 100Cr6	0.93 1.05	0.15 0.35	0.25 0.45	0.025 max	0.015 max	- -	1.35 1.60	0.10 max	- -	- -	- -	0.30 max	0.050 max	0.0015 max	- -
INOX AL 13% 420 B ***	UNI X30Cr13 AISI - W.1.4028	AFN. Z30C13 JIS SUS 420 J 2 DIN X30Cr13	0.26 0.35	1.00 max	1.50 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.00 14.00	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 13% 420 C ***	UNI X40Cr14 AISI - W.1.4034 EN 1.3541/X47Cr14	AFN. Z40C14 JIS - DIN X46Cr13	0.43 0.50	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.50 14.50	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 B ***	UNI - AISI/SAE 440B - W.1.4112	AFN - JIS SUS 440B DIN X90CrMoV18	0.85 0.95	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	17.00 19.00	0.90 1.30	- -	0.07 0.12	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 C ***	UNI - AISI 440 C W.1.4125 EN 1.3543/X108CrMo17	AFN. Z100 CD 17 JIS SUS 440C DIN X105CrMo17	0.95 1.20	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	16.00 18.00	0.40 0.80	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX 18/8 304 ***	UNI X5CrNi18-10 AISI 304/304H W.1.4301	AFN. Z6CN 18-09 JIS SUS 304 DIN X5CrNi 18-10	0.07 max	1.00 max	2.00 max	0.045 max	0.015 max	- -	17.00 19.50	- -	8.00 10.50	- -	- -	- -	- -	- -	0.11 max

Tabella 9.2: Tipologie di acciaio per sfere – specifiche compositive dell' acciaio inox AISI 420C DRY.

Per quanto riguarda la prova di laboratorio da simulare, partendo dai risultati disponibili in letteratura [4-39], è stata scelta la prova triassiale poiché:

- fornisce risultati significativi sul fenomeno fisico studiato;
- è facile e veloce da svolgere;
- è facile da modellare con il metodo DEM particellare.

L'attrezzatura di prova comprende le seguenti parti principali (Figura 9.3):

- cella triassiale, costituita da una camera cilindrica a tenuta alle cui estremità sono montati il pistone di carico (al tetto) e le opportune connessioni idrauliche (alla base);
- sistema per la regolazione e la misurazione della pressione di cella e di quella interstiziale;
- pressa per la compressione assiale del provino;
- strumenti di misura.

Durante la prova il campione, rivestito da una membrana impermeabile, viene confinato mediante pressione idraulica entro l'apposita cella e sottoposto ad un carico assiale tale da provocarne la rottura.

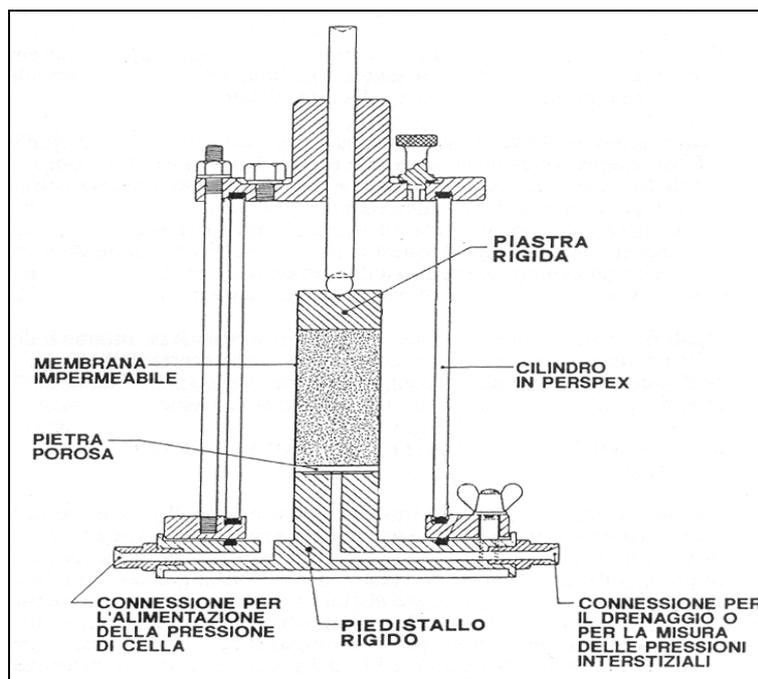


Figura 9.3: Cella triassiale (AGI, 1994).

9.3. LA CREAZIONE DEL CAMPIONE

Il modello viene definito attraverso i seguenti passaggi fondamentali:

1. impostazione delle condizioni al contorno;
2. generazione del gruppo di particelle da studiare all'interno di elementi boundary;
3. scelta del tipo d'interazione fra le particelle e delle caratteristiche del materiale costituente le stesse, utilizzando procedure di back analysis e calibrando le proprietà sulla base di test di laboratorio con dati sperimentali noti;
4. impostazione delle condizioni iniziali di sollecitazione attraverso la gestione degli elementi wall, che possono alternativamente essere in moto a una determinata velocità, registrando la forza di reazione che si sviluppa su di essi, oppure in moto con velocità tale da mantenere una determinata forza di reazione;
5. esecuzione del test mediante la definizione di forze ed azioni, intimamente legate alle condizioni al contorno e condizioni iniziali;
6. interpretazione dei risultati ottenuti.

I dati di input necessari sono suddivisi in dati geometrici e proprietà fisiche. I dati geometrici descrivono la posizione e l'orientamento delle pareti rigide nonché la posizione e il raggio degli elementi ball, rispetto ad un sistema di riferimento globale (x, y, z). Le proprietà fisiche, invece, includono i dati relativi a densità e coesione delle particelle, il coefficiente d'attrito e le rigidità dei contatti e dei legami instaurati tra gli elementi. Inoltre si ricorda che, essendo il mezzo discreto, gli sforzi e le deformazioni continue non esistono in tutti i punti dell'insieme delle particelle; è tuttavia possibile calcolare i valori medi di tali grandezze come media dei valori assunti all'interno di opportuni cerchi di misura, definiti dall'utente.

I risultati ottenuti devono pertanto essere interpretati con più attenzione rispetto ad un'analisi di sistemi al continuo in quanto il codice di calcolo in esame modella di fatto un sistema non-lineare formato da particelle discrete che evolvono nel tempo.

Sulla base della metodologia sintetizzata, il punto di partenza per la modellazione in esame è stata la creazione degli elementi al contorno che rappresentano le pareti della cella triassiale, ovvero il contenitore del campione.

Si ricorda che il Particle Flow Code accetta qualsiasi sistema di unità di misura consistente: nel presente studio il sistema di unità di misura utilizzato è il Sistema Internazionale (SI), pertanto le lunghezze saranno espresse in metri (m) e le forze in Newton (N). Per completezza, la Tabella 9.3 riporta le principali unità di misura utilizzate.

Grandezza	Unità di misura
Lunghezza	M
Densità	kg/m^3
Forza	N
Pressione	Pa
Accelerazione	m/s^2
Rigidezza ball [$k_n - k_s$]	N/m
Rigidezza del legame CB	N
Rigidezza del legame PB	Pa/m

Tabella 9.3: Sistema di unità di misura.

9.3.1. Definizione dei confini

La fase iniziale consiste nella creazione dei confini del sistema; essi possono essere definiti da una serie di pareti (walls) oppure da stringhe di particelle.

Una volta definita l'origine degli assi cartesiani di riferimento, vengono impostati gli elementi wall, tramite le coordinate x, y e z del nodo iniziale e finale. Le dimensioni sono state scelte coerentemente con quelle della cella reale, ovvero larghezza 7,0 cm e altezza 14,0 cm. Ad essi vengono inoltre attribuiti i parametri di rigidezza normale (k_n) e tangenziale (k_s) pari a $1 \cdot 10^8 N/m$, valori piuttosto elevati al fine di ottenere elementi di contorno indeformabili.

Nel nostro caso abbiamo creato un cilindro e due piastre, una inferiore e una superiore, per definire i confini del sistema utilizzato i seguenti comandi:

```

def make_walls
w_stiff= 1e8
extend = 0.1
rad_cy = 0.5*width
_z0 = -extend
_z1 = height*(1.0 + extend)
command
wall type cylinder id=1 kn=w_stiff end1 0.0 0.0 _z0 end2 0.0 0.0 _z1 rad rad_cy
rad_cy
end_command
_x0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z0 = 0.0
_x1 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y1 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z1 = 0.0
_x2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z2 = 0.0
_x3 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y3 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z3 = 0.0
command
wall id=5 kn=w_stiff face (_x0,_y0,_z0) (_x1,_y1,_z1) (_x2,_y2,_z2)
(_x3,_y3,_z3)
end_command
_x0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y0 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z0 = height
_x1 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_y1 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z1 = height
_x2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y2 = rad_cy*(1.0 + extend)
_z2 = height
_x3 = rad_cy*(1.0 + extend)
_y3 = -rad_cy*(1.0 + extend)
_z3 = height
command
wall id=6 kn=w_stiff face (_x0,_y0,_z0) (_x1,_y1,_z1) (_x2,_y2,_z2)
(_x3,_y3,_z3)
end_command
end
set height=14.0 width=7.0
make_walls

```

Viene in questo modo realizzato un contenitore cilindrico di raggio 70 mm e altezza 140 mm (rapporto altezza/larghezza pari a 2, come previsto dall'apposita normativa sulle prove triassiali (UNI CEN ISO TS 17892-8 e UNI CEN ISO TS 17892-2)) che costituisce le dimensioni dello spazio di generazione delle particelle sferiche (balls) che verranno create negli steps successivi.

La Figura 9.4 mostra il confinamento del provino.

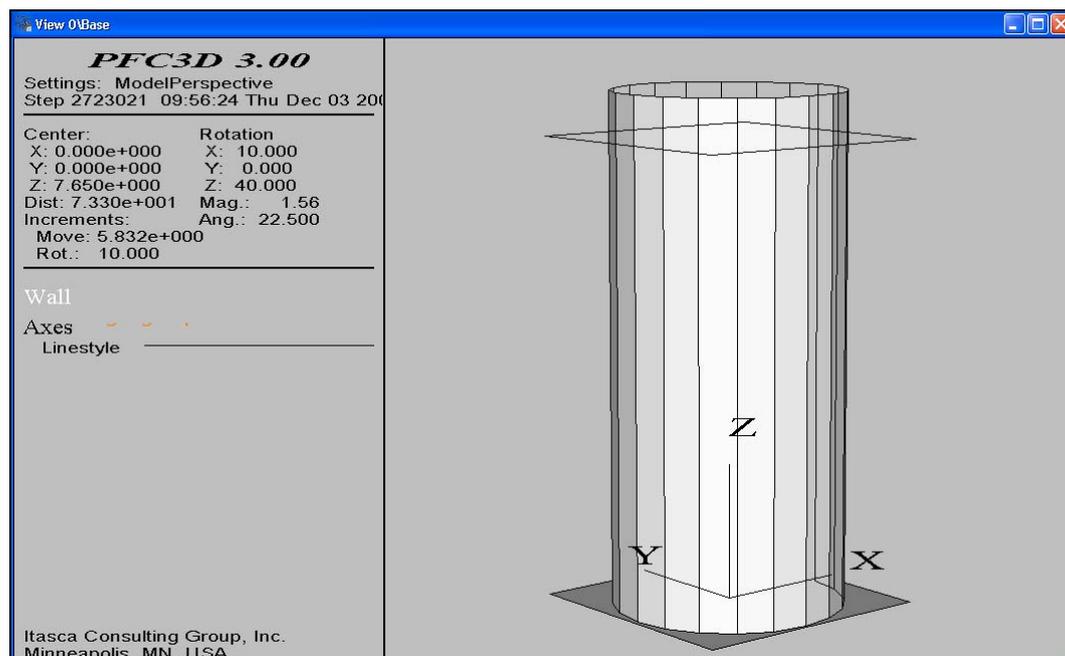


Figura 9.4: Confinamento del provino costituito da un elemento cilindrico chiuso superiormente ed inferiormente da due pareti che riproducono le piastre di carico.

9.3.2. La generazione delle balls

Il passo successivo è la definizione delle particelle, balls, che rappresentano la miscela di conglomerato bituminoso.

PFC3D possiede due comandi che possono essere utilizzati per creare le particelle: **BALL** e **GENERATE**.

Il comando **BALL** crea una singola particella; l'utente deve specificare le coordinate del centro (x, y, z) e le dimensioni del raggio e il programma provvede ad inserirle nella posizione specificata, indipendentemente dalla presenza di altri oggetti; per esempio, le particelle possono essere collocate in modo tale da sovrapporsi ad altre particelle.

Il comando **GENERATE** crea un determinato numero di particelle le cui posizioni risultano essere influenzate da quelle degli oggetti circostanti; questo procedimento di definizione delle particelle non ammette quindi sovrapposizioni.

Nel nostro caso il provino è stato generato procedendo attraverso una serie di passi: ad ogni step vengono generati un certo numero di elementi (di raggio prefissato) per ottenere un provino il più assortito possibile, seguendo la distribuzione semplificata della curva granulometrica fornita.

La validità della procedura di generazione del campione è stata investigata confrontando la curva granulometrica ottenuta dal modello numerico con quella sperimentale (Figura 9.5).

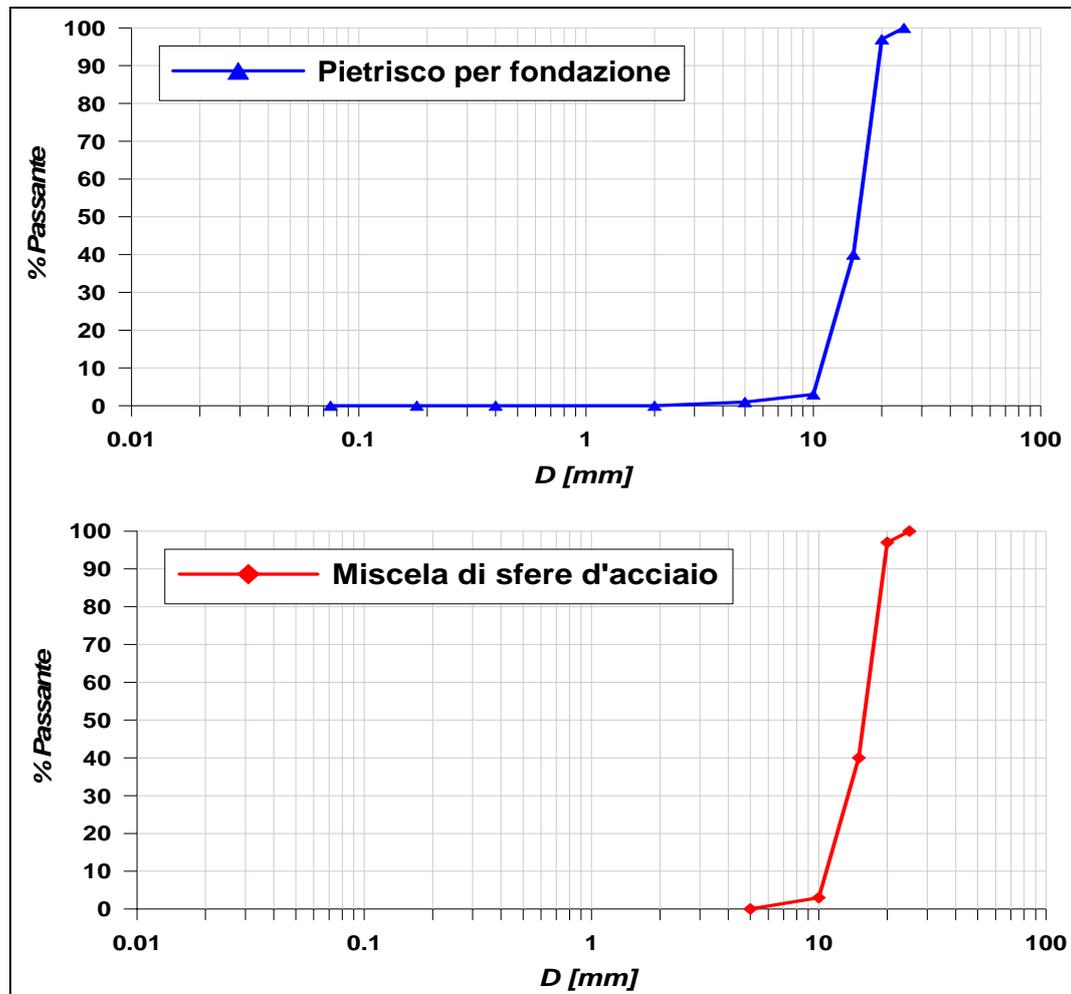


Figura 9.5: Curva granulometrica del materiale reale e della miscela modellata.

Per fare questo si è utilizzato un foglio Excel in cui si è realizzata un' apposita tabella (Tabella 9.4) per facilitare il processo di generazione delle balls.

CONFIGURAZIONE N. 1 - FORMA SFERICA					Sfere in acciaio		Inerte	test					
D_{stera}	V_{stera}	N_{sfera} (multiplo di 3)	V_i ($V_{tot} \Phi_{i-esimo}$)	$\sum V_i$	Crivelli e setacci UNI	Passante in volume	Passante	Passante		V_{TOT}	$V_{PROVINO}$	POROS	FRAZIONI POROS
[mm]	[mm ³]		[mm ³]	[mm ³]	[mm]	[mm ³]	[%]	[%]		[m ³]	[m ³]	[%]	
5,50	87,11	5	436	436	25	424372	100,00	100	OK	0,00042	0,00054	21,24	0,02
9,00	381,70	35	13360	13795	20	419769	98,92	97	NO				0,67
11,00	696,91	232	161683	175478	15	175478	41,35	40	NO				8,09
18,00	3053,63	80	244290	419769	10	13795	3,25	3	OK		D = 70 mm		12,22
20,64	4803,92	1	4804	424372	5	0	0,00	0	OK		H = 140 mm		0,23
		353	424372										21,24

Tabella 9.4: Tabella Excel.

Nella tabella vengono specificati i valori dei seguenti parametri di progetto:

- diametro delle sfere di acciaio utilizzate nella modellazione;
- volume delle sfere di acciaio, in funzione dei vari diametri utilizzati;
- numero di sfere per ciascun valore di diametro;
- volume i-esimo occupato dalle particelle aventi lo stesso diametro i;
- sommatoria dei volumi parziali;
- diametri dei crivelli e dei setacci UNI, utilizzati per ottenere la curva granulometrica del pietrisco di fondazione;
- passante in volume [mm³] e passante in percentuale [%] della miscela di sfere di acciaio;
- passante in percentuale [%] della miscela di pietrisco;
- volume totale occupato dalla miscela di sfere di acciaio;
- volume del provino di confinamento;
- valore della porosità [%];
- valore delle frazioni di porosità [%], relative ai volumi i-esimi.

Si entra così nella Tabella Excel inserendo dei valori iniziali di tentativo del numero di sfere di ciascun diametro utilizzato, cui corrisponderanno determinati valori di frazione di passante ai vari crivelli o setacci UNI.

Si opera per tentativi andando a cercare la configurazione (l'assortimento numerico delle sfere di acciaio), cui corrisponde la curva granulometrica che meglio approssima quella del pietrisco di fondazione da simulare.

Le particelle sferiche (balls) sono state create attraverso il comando GENERATE. Si è dovuto specificare il numero di sfere da creare ad ogni ciclo, il valore del raggio specifico di ogni singola particella (questo per rispettare le condizioni iniziali, date dalla curva granulometrica del pietrisco di cui si intende simulare il comportamento) e il range di variazione delle dimensioni dell'area da occupare, ossia le dimensioni della cella di confinamento.

Il programma provvede così a creare queste balls ed a disporle in modo casuale (a random), non permettendo però sovrapposizioni fra le singole particelle e fra queste e le pareti che fungono da confinamento del sistema; questo costituisce una forte limitazione, che non sempre consente di raggiungere la porosità desiderata, come verrà illustrato in seguito.

Durante la generazione degli elementi, ad ogni particella viene automaticamente attribuito un codice numerico identificativo (ID) progressivo, garantendo una definizione univoca della particella.

Bisogna tenere presente che il comando GENERATE può a volte creare un numero di particelle inferiore rispetto a quello specificato dall'utente. Questo solitamente si verifica quando, per generare il numero di balls desiderate, occorre una sovrapposizione fra le stesse. Il processo di generazione viene arrestato se si verifica che la porosità target è irrealisticamente bassa.

Nel corso della modellazione questo problema è stato risolto diminuendo il numero richiesto di particelle da generare, non potendo aumentare le dimensioni dello spazio di generazione delle balls, costituente una condizione al contorno del nostro problema.

La Figura 9.6 mostra la generazione del primo numero di particelle di raggio specificato.

Come si può notare dalla figura, le balls vengono generate dal programma e disposte in una posizione casuale all'interno della cella triassale.

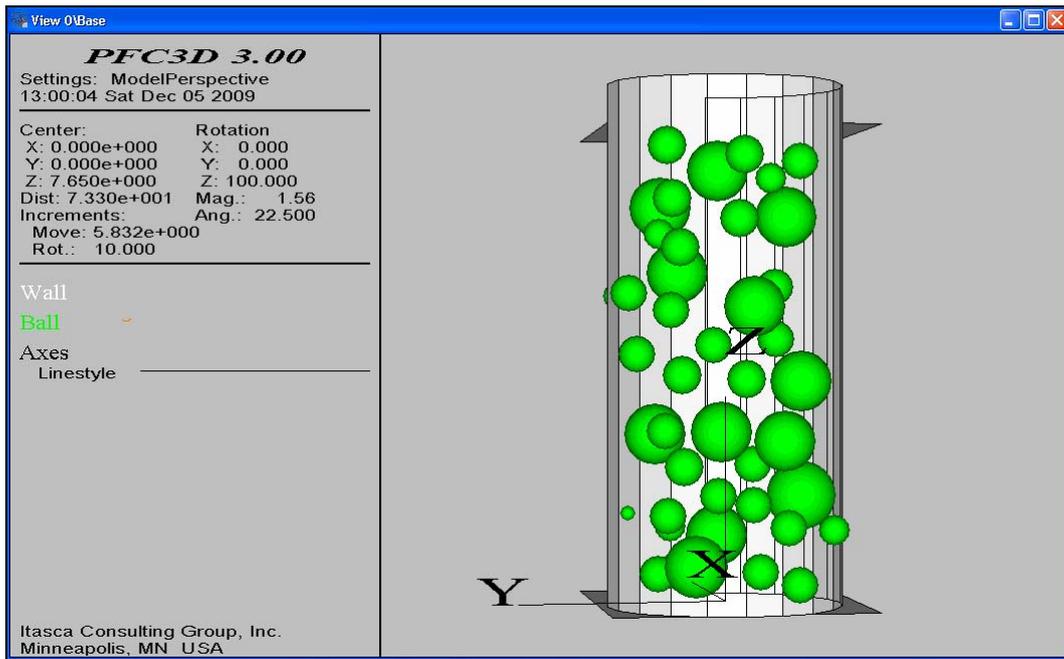


Figura 9.6: Esempio di particelle generate a random all'interno della cella triassiale.

Già da questi primi passi dell'applicazione sperimentale, quindi, si è visto che la definizione della geometria, delle proprietà e delle condizioni al contorno non è il punto forte di PFC3D: non si riesce a priori a specificare uno stato compattato, in quanto non esiste un unico modo di disporre le particelle all'interno di un dato volume di partenza.

Lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla sistemazione iniziale degli elementi, dato che le forze di contatto, responsabili della nascita delle tensioni, dipendono proprio dalle posizioni relative fra essi.

9.3.3. Raggiungimento della porosità desiderata

Un'altra condizione iniziale è data dalla creazione di un provino con una certa porosità e che si trovi in uno stato di equilibrio.

Bisogna precisare che non è possibile sistemare particelle con una porosità piccola a piacere; con certi valori di porosità si possono sistemare le balls in modo che non si tocchino, per cui lo stato tensionale iniziale risulterà nullo. Però, man mano che si vogliono raggiungere valori di porosità minori, quindi insiemi più densi e compatti, dovranno nascere delle sovrapposizioni fra le particelle, di conseguenza

lo stato tensionale iniziale non sarà più nullo: nasceranno delle forze di contatto dipendenti dall'entità di tali sovrapposizioni.

Parlando di porosità (n) è bene ricordare la sua definizione:

$$n = 1 - V_p / V \quad (9.1)$$

dove V_p è la somma dei volumi delle particelle e V è il volume del contenitore.

Quindi:

$$nV = V - \sum \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (9.2)$$

$$\sum R^3 = 3V(1 - n)/4\pi \quad (9.3)$$

dove \sum è riferita a tutte le particelle e R è il raggio delle particelle.

Non esiste un unico modo per creare un insieme di particelle compatto:

- Un sistema potrebbe essere quello di creare una famiglia di particelle che non si tocchino, quindi lo stato iniziale risulterà molto sciolto, con una densità bassa; si provvederà solo in seguito a diminuire la porosità muovendo i confini del sistema. Questo tipo di approccio presenta però notevoli problemi: innanzitutto, dovendo muovere la pareti, si perde la geometria specificata inizialmente, perché i confini avranno una nuova posizione; inoltre la convergenza all'equilibrio è molto lenta in quanto il disturbo che si è generato ai confini deve propagarsi all'interno; infine la distribuzione definita tende ad essere non uniforme, in quanto differenti parti del sistema vengono compattate in diversi rapporti.
- Un modo alternativo e molto semplice è quello di generare un insieme di particelle di piccolo raggio e poi raggiungere uno stato più compatto attraverso la loro espansione: i raggi delle sferette vengono aumentati fino al raggiungimento della porosità desiderata.

Questo è sicuramente il metodo migliore e più semplice per ottenere un sistema compatto: le particelle sono libere di muoversi fino a che non si raggiunge una configurazione di equilibrio, stato che corrisponderà al punto di minimo della funzione deformazione-energia. Visto che le particelle vengono espanse dello stesso fattore, la condizione finale corrisponderà a uno stato di tensione isotropo.

Dati gli inconvenienti di questi due approcci, nel nostro caso si è dovuto pensare ad un metodo alternativo per realizzare un provino costituito da un insieme di particelle compatto di data porosità.

Infatti la geometria iniziale del nostro “campione” è specificata e non può essere variata applicando delle velocità alle pareti, perché ciò comporterebbe una modifica delle condizioni iniziali di confinamento.

Inoltre il nostro campione di prova è caratterizzato da una certa curva granulometrica iniziale definita in precedenza, quindi da un insieme di particelle di dimensioni non uniformi, mentre il secondo approccio consente di creare solo dei provini monogranulari con particelle dello stesso diametro.

Non potendo applicare delle velocità ai confini si è pensato di ottenere uno stato compatto del campione di prova assegnando, ad ogni passo di generazione, la forza di gravità, agente nella direzione negativa dell'asse z.

Questo viene fatto attraverso il comando:

set gravity 0 0 -9,81

Il programma viene fatto ciclare (attraverso il comando CYCLE e specificando il numero di steps computazionali che si vogliono eseguire) e la frazione di campione, fino a questo punto generata, passa dallo stato iniziale di Figura 9.6 (stato iniziale molto sciolto, con un'alta porosità) allo stato più compattato di Figura 9.7.

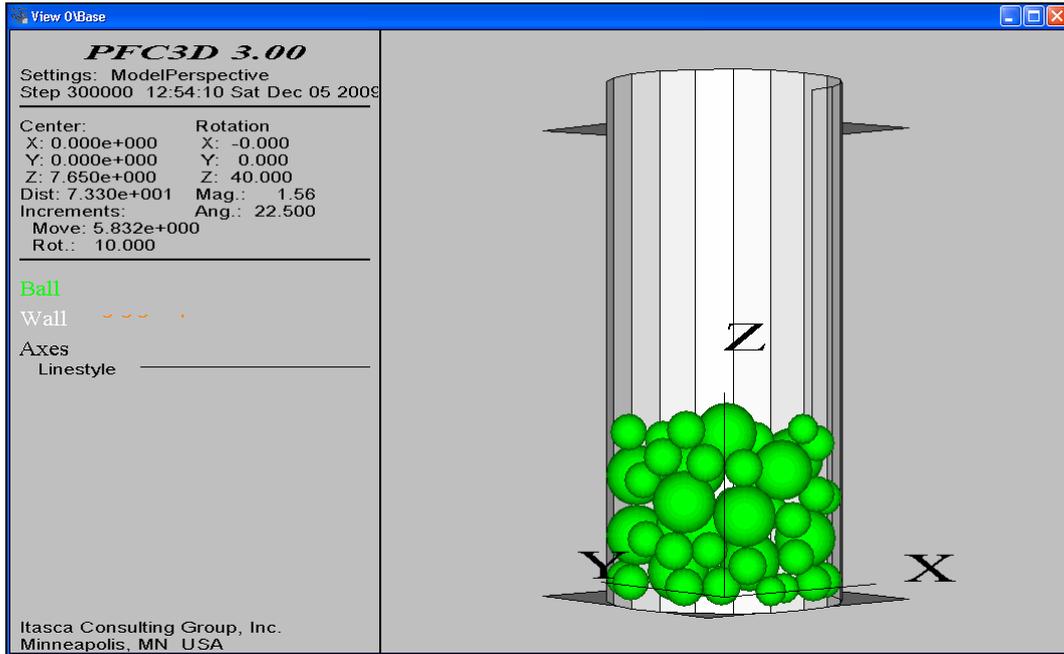


Figura 9.7: Stato intermedio di provino compattato.

Il provino di Figura 9.7 mostra uno stato molto più denso e compatto, cui è associato un valore di porosità molto più basso rispetto a quello iniziale.

Il provino viene così confezionato per passi successivi: ad ogni nuovo step per ogni valore dei diametri viene generato un certo numero di particelle non sovrapposte e viene successivamente applicata la forza gravitazionale per ottenere un unico stato compattato.

Procedendo per fasi successive, si crea dunque un provino costituito da particelle di diametro diverso che occupano l'intero volume della cella triassiale (Figura 9.8); questo però, non rappresenta il modello finale, perché ancora caratterizzato da una porosità troppo alta rispetto al valore di progetto definito da normativa e assunta alla base della modellazione.

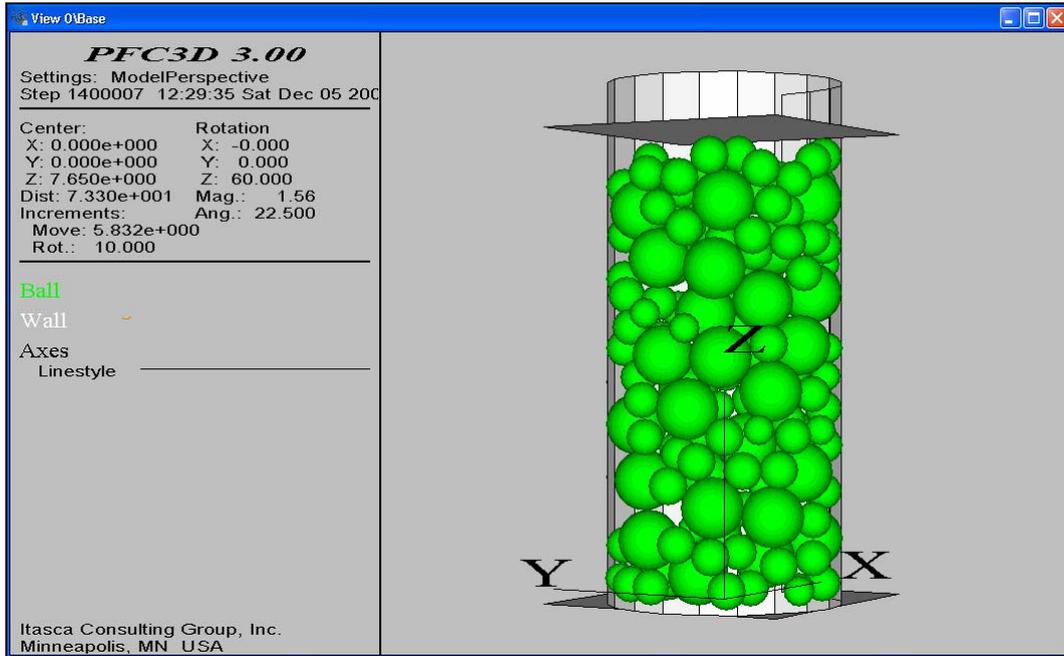


Figura 9.8: Stadio intermedio di creazione del campione.

Al fine di ottenere un assemblaggio ancor più compatto, quindi un valore di porosità più bassa, viene applicata una forza maggiore (attraverso il comando `ini z force =`) che, andando ad agire sulle singole particelle, permette un maggior ingranamento tra le stesse e quindi il confezionamento del provino finale (Figura 9.8) costituito da 353 elementi generati sulla base delle caratteristiche del pietrisco di fondazione da simulare (Tabella 9.5).

Questa forza, prima di condurre la prova triassiale, sarà settata a zero perché non rappresenta una forza reale, ma viene utilizzato solo per raggiungere lo stato di addensamento finale.

La Figura 9.9 mostra il modello al termine della procedura di preparazione: si nota il raggiungimento di un provino molto ben assortito e con una bassa percentuale di indice dei vuoti.

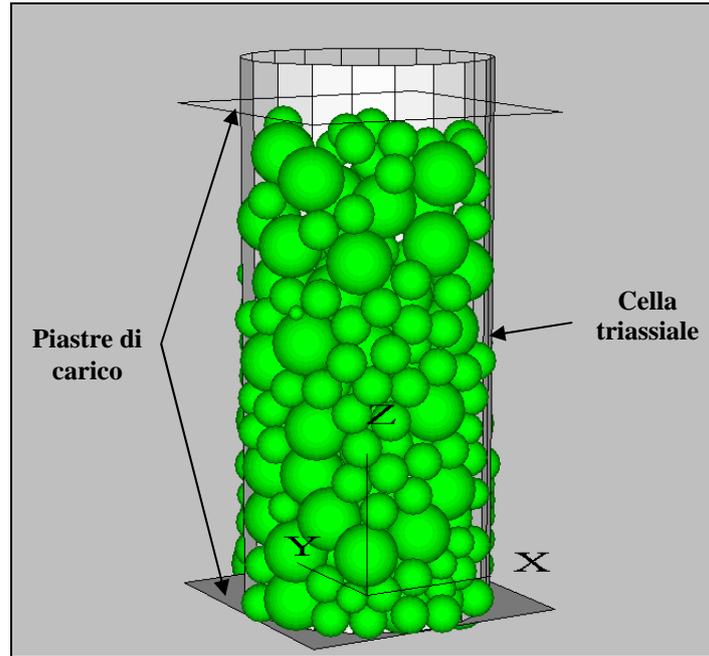


Figura 9.9: Provino finale per la prova triassiale.

Crivelli, setacci [mm]	% passante	
	Materiale reale	Materiale modellato
25	100	100
20	97	97
15	40	40
10	3	3
5	1	0
2	0	0
0.4	0	0
0.18	0	0
0.075	0	0

Tabella 9.5: Curva granulometrica del materiale reale e della miscela modellata.

9.3.4. Assegnazione delle proprietà

Infine, una volta definita la geometria del modello, è necessario attribuire le proprietà degli elementi presi in considerazione. Si ricorda che il materiale da modellare è granulare e non legato pertanto, come ricordato da Dondi e Vignali (2006), è sufficiente definire per ogni ball una rigidità normale (k_n) e tangenziale (k_s). Tali valori sono stati posti pari a $1 \cdot 10^8 \text{ N/m}$, sulla base di dati reperibili in letteratura, e saranno oggetto di verifica e taratura in funzione dei risultati della prova reale. Analogamente viene posto inizialmente pari a 0.2 [3].

il coefficiente di attrito interparticellare, che, si ricorda, è correlato ma non direttamente corrispondente al coefficiente di attrito interno del materiale. L'unico parametro fissato e non oggetto di variazione è la densità delle particelle, imposta pari a 7750 kg/m^3 , corrispondente alla densità del campione di acciaio.

Poiché il terreno da modellare è incoerente (pietrisco), nella definizione delle caratteristiche dei contatti non sono introdotti modelli di legame. Il comportamento del mezzo è quindi governato unicamente dalle rigidzze normale (k_n) e tangenziale (k_s) (secondo un modello di rigidzza lineare) e dalle proprietà d'attrito (μ).

La Tabella 9.6 riporta sinteticamente le caratteristiche iniziali attribuite al modello numerico.

Numero ball	353
Rigidezza normale (k_n) [N/m]	10^8
Rigidezza tangenziale (k_s) [N/m]	10^8
Rigidezza degli elementi al contorno (k_w) [N/m]	10^8
Coefficiente di attrito particella-particella (μ)	0.2
Coefficiente di attrito particella-elemento al contorno (μ_w)	0

Tabella 9.6: Caratteristiche del modello di contatto.

Il valore dell'angolo d'attrito interparticellare ($\mu = 0.2$) ed il coefficiente d'attrito tra particella ed elemento al contorno ($\mu_w = 0$) sono stati valutati sulla base dei risultati ottenuti da O'Sullivan et al. (2001) [3].

9.4. OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI

In questo capitolo sono state affrontate le problematiche incontrate nella creazione del campione di prova, utilizzando il codice particellare PFC3D.

Riassumiamo i risultati e le osservazioni più importanti:

- La procedura migliore per generare le particelle è quella effettuata tramite il comando **GENERATE** che dispone le balls create a random nel campo specificato dall'utente. In questo modo però non si riescono ad ottenere

sistemi compatti, in quanto non sono ammesse sovrapposizioni tra le particelle.

- Per raggiungere configurazioni più compatte si assegna la forza di gravità (**set gravity 0 0 -9.81**), si cancellano (comando **DELETE ball**) le balls che, acquistando una velocità eccessiva, fuoriescono dagli elementi di confine, e si applica alle sfere un'ulteriore forza, nelle direzione negativa dell'asse z, per ottenere valori di porosità prossimi a quella di progetto. Questa forza verrà poi settata a zero prima di condurre la prova triassiale, in quanto è utilizzata solo per raggiungere uno stato di assemblaggio tra le particelle il più denso possibile, ma non rappresenta una forza realmente esistente.

CAPITOLO 10: SIMULAZIONE DI UNA PROVA TRIASSIALE

10.1. INTRODUZIONE

In questo capitolo si descrive la **prova triassiale** che è la prova di laboratorio più completa e significativa per la determinazione della resistenza a compressione di provini cilindrici.

Il comportamento meccanico dei conglomerati bituminosi può essere schematizzato pensando ad un mezzo elasto-plastico anisotropo. Ne segue che la risposta di un campione a un dato sistema di sollecitazione dipende dalla sua storia tensionale e dal percorso di sollecitazione attraverso il quale si raggiunge la situazione finale.

La determinazione dei parametri necessari alla descrizione di tale comportamento è pertanto subordinata alla possibilità di disporre di apparecchiature di laboratorio che permettano di riprodurre le condizioni iniziali, le condizioni di sollecitazione e deformazione e le condizioni di drenaggio, tipiche del problema reale in esame. Poiché le diverse apparecchiature di laboratorio hanno, per motivi costruttivi, delle prestazioni limitate, solo alcune delle esigenze elencate sono di volta in volta soddisfatte, per cui è importante conoscere tali limiti in modo da poter valutare l'affidabilità dei parametri ottenuti da ciascuna prova.

10.2. LA PROVA TRIASSIALE

Un'apparecchiatura triassiale dovrebbe, in linea di principio, permettere il *controllo delle tre tensioni principali*, in maniera tale da rendere possibile la realizzazione di stati tensionali generali.

Questo controllo comporta però delle difficoltà di ordine meccanico tali da giustificare l'uso solo per sofisticate prove di ricerca; invece normalmente si fa ricorso a un tipo di prova più semplice che, impropriamente, continua a essere definita prova triassiale ma che in realtà è una *prova di compressione o estensione cilindrica*.

La Figura 10.1 mostra uno schema dell'apparecchiatura usata. Il campione di conglomerato bituminoso (di forma cilindrica) è protetto da una sottile membrana

di gomma ed è posto in una cella, all'interno della quale è possibile applicare una pressione, in seguito indicata con σ_c .

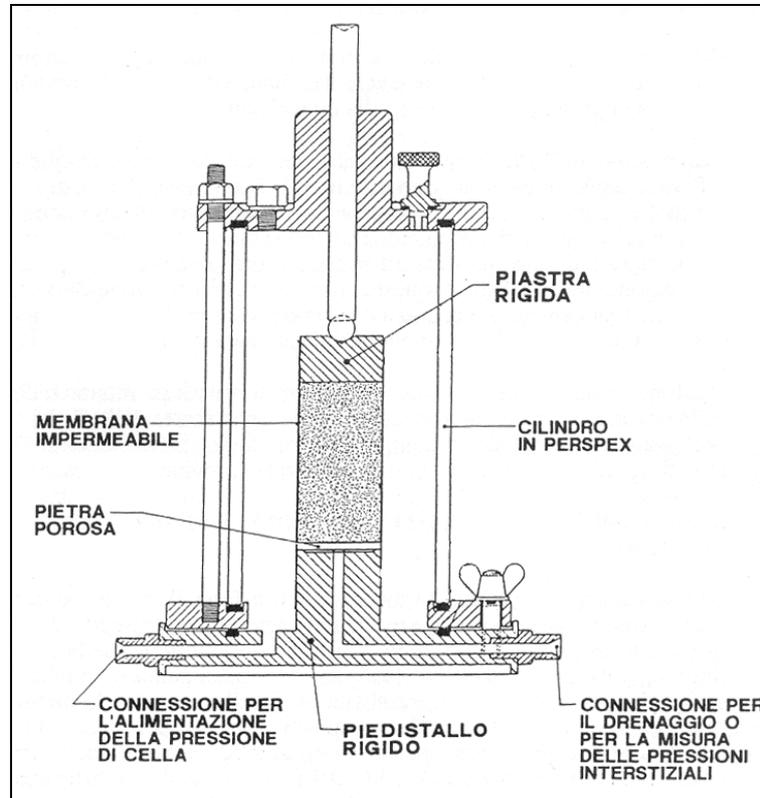


Figura 10.1: Schema dell'apparecchio triassiale.

Tale pressione produce solo una sollecitazione isotropa, e per portare a rottura il provino è necessario anche agire sul carico assiale.

La differenza tra la pressione assiale σ_a e la σ_c costituisce lo sforzo deviatorico applicato al provino, e, a seconda dei valori assegnati a σ_c e σ_a , si possono realizzare prove di compressione o di estensione, in carico o scarico.

Le estremità del provino sono collegate all'esterno, in modo che nelle fasi drenate è possibile ottenere espulsione dell'acqua e misurare la variazione di volume subita dal provino, mentre nelle fasi non drenate gli stessi collegamenti servono per misurare la pressione dell'acqua interstiziale.

Inoltre, nella fase di consolidazione del provino, tali collegamenti servono per conseguire un'eventuale saturazione del campione, tramite applicazione della *back-pressure*.

Queste ultime possibilità (cioè, il controllo delle condizioni di drenaggio e la misura della pressione interstiziale) costituiscono i principali vantaggi della cella triassiale e ne giustificano il largo utilizzo sia nel campo della ricerca sia in quello professionale.

Naturalmente l'apparecchiatura presenta anche alcune limitazioni, e tra queste le più importanti sono le seguenti:

- a) date le condizioni di simmetria assiale, non è possibile indagare sull'influenza che la tensione principale intermedia σ_2 ha sulle caratteristiche meccaniche del conglomerato;
- b) gli assi principali di sollecitazione sono prestabiliti in relazione all'asse del provino, per cui in problemi in cui c'è una continua rotazione di tali assi non è possibile stabilire con continuità la variazione di comportamento che il materiale presenta, ma analizzare solo i due casi estremi di compressione o estensione;
- c) l'attrito tra le facce del provino e il basamento inferiore e il cappellotto in testa condiziona la distribuzione delle deformazioni, che risultano poco uniformi.

Se il rapporto tra l'altezza e il diametro è compreso tra 1.5 e 2.5 l'influenza delle condizioni al contorno di estremità non ha peso apprezzabile sui parametri di resistenza al taglio. Nel corso di prove non drenate, comunque, tale differenza di deformazioni comporta una distribuzione della pressione dei pori all'interno del campione, per cui, dato che tale pressione è misurata usualmente alla base, occorre prevedere dei tempi di equalizzazione di essa.

Le condizioni di prova che possono essere realizzate sono le seguenti:

In fase di consolidazione:

- consolidazione isotropa: $\sigma'_c = \sigma'_a$
- consolidazione anisotropa: $\sigma'_c \neq \sigma'_a$
- consolidazione monodimensionale: $\sigma'_c = k_o \sigma'_a$

In fase di rottura:

- la compressione per carico può essere simulata incrementando $\sigma_a (= \sigma_1)$ e tenendo costante $\sigma_c (= \sigma_2 = \sigma_3)$;
- la compressione per scarico può realizzarsi tenendo costante $\sigma_a (= \sigma_1)$ e decrementando $\sigma_c (= \sigma_2 = \sigma_3)$;
- l'estensione per carico aumentando $\sigma_c (= \sigma_2 = \sigma_1)$ e tenendo costante $\sigma_a (= \sigma_3)$;
- l'estensione per scarico decrementando $\sigma_a (= \sigma_3)$ e mantenendo costante $\sigma_c (= \sigma_2 = \sigma_1)$.

10.3. IL MODELLO UTILIZZATO E LA PREPARAZIONE DEL CAMPIONE

La procedura utilizzata per effettuare la prova è quella di confinare un campione cilindrico, costituito da una famiglia di particelle ben compattate, all'interno di una cella triassiale.

Le pareti superiore e inferiore simulano le piastre di carico, e la parete laterale del cilindro simula il confinamento dal campione. Il campione viene caricato in *controllo di deformazione* specificando le velocità delle pareti superiore ed inferiore. Durante tutte le fasi del test, la velocità radiale della parete cilindrica di confinamento è controllata automaticamente da un servo-meccanismo numerico (attuato attraverso una funzione FISH), che mantiene la tensione di confinamento costante all'interno del campione ($\sigma_c = \text{costante}$). Le tensioni e le deformazioni del campione sono determinate rispettivamente sommando le forze che agiscono sulle pareti e valutando le variazioni della distanza relativa tra le pareti. La risposta del materiale è calcolata attraverso il monitoraggio dei valori delle tensioni e delle deformazioni utilizzando la logica **HISTORY**.

Il campione viene generato secondo la modalità e le fasi descritte dettagliatamente nel capitolo precedente, sulla base della curva granulometrica della miscela di

acciaio, di un valore di porosità di progetto e delle dimensioni del provino di confinamento.

In particolare, nel nostro caso, il campione cilindrico ha un diametro di 70 mm e un'altezza di 140 mm ed è costituito da 353 particelle di diametro compreso tra 5,50 mm e 20,64 mm.

10.3.1. Calcolo e controllo dello stato tensionale

Per prima cosa deve essere definito il meccanismo che durante i test provvederà a calcolare e controllare lo stato tensionale. Il campione viene caricato specificando la velocità della parete superiore ed inferiore. Gli stati tenso-deformativi del campione sono determinati attraverso la funzione FISH `get_ss`.

Le tensioni sono calcolate attraverso il valore medio delle forze che agiscono sulle due coppie di pareti opposte: per ogni parete viene calcolata dividendo la forza totale che vi agisce per la sua area. Le tensioni nelle direzioni radiale e assiale sono calcolate utilizzando la relazione generale:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{\frac{1}{2}(L_0 + L)} \quad (10.1)$$

dove L e L_0 sono rispettivamente il raggio o la lunghezza attuale del campione, e il raggio o la lunghezza iniziale del campione.

Durante tutto il processo di carico, la tensione di confinamento è mantenuta costante regolando la velocità radiale della parete utilizzando un servo-meccanismo numerico che viene attivato con le funzioni FISH `servo` e `get_gain`. La funzione `servo` viene richiamata ad ogni ciclo e a sua volta richiama la funzione `get_ss` per determinare le sollecitazioni e utilizzare il servo-controllo numerico per regolare la velocità della parete, in modo da ridurre la differenza tra la tensione misurata e quella richiesta. La variabile `z_servo` funziona in questo modo: se è nulla, il servo-controllo non interviene sulle pareti superiore ed inferiore (ad esempio, sulle piastre). Il servo-meccanismo attiva l'algoritmo seguente. L'equazione per la velocità della parete è:

$$\dot{u}^{(w)} = G \cdot (\sigma^{measured} - \sigma^{required}) = G \cdot \Delta\sigma \quad (10.2)$$

dove G è il “parametro di guadagno”, che è stimato dalla funzione `get_gain` utilizzando il seguente ragionamento.

Il massimo incremento di tensione derivante dallo spostamento di un muro in un singolo timestep è:

$$\Delta F^{(w)} = k_n^{(w)} \cdot N_c \cdot \dot{u}^{(w)} \cdot \Delta t \quad (10.3)$$

dove N_c è il numero di contatti particella-muro, e $k_n^{(w)}$ è la rigidezza media normale di questi contatti. Pertanto, la variazione di tensione applicata alla parete è:

$$\Delta\sigma^{(w)} = \frac{k_n^{(w)} \cdot N_c \cdot \dot{u}^{(w)} \cdot \Delta t}{A} \quad (10.4)$$

dove A è l'area della parete.

Per la stabilità, il valore assoluto della variazione di tensione della parete deve essere inferiore rispetto al valore assoluto della differenza tra le tensioni misurate e richieste. In pratica, è utilizzato un fattore di rilassamento, α , in modo tale che il requisito della stabilità diventi:

$$|\Delta\sigma^{(w)}| < \alpha |\Delta\sigma| \quad (10.5)$$

Sostituendo le eq. (10.2) e (10.4) nell'eq. (10.5) si ottiene:

$$\frac{k_n^{(w)} \cdot N_c \cdot G \cdot |\Delta\sigma| \cdot \Delta t}{A} < \alpha |\Delta\sigma| \quad (10.6)$$

e il guadagno è determinato attraverso:

$$G = \frac{A}{k_n^{(w)} \cdot N_c \cdot \Delta t} \quad (10.7)$$

Il campione può essere testato settando la funzione **z_servo** sullo 0 e specificando la velocità delle piastre superiore ed inferiore. Durante ogni prova, il servo-controllo mantiene la tensione di confinamento costante e pari al valore richiesto (di 10^6 in questo caso).

Si utilizza la funzione **accel_platens**, che incrementa la velocità delle piastre di carico superiore ed inferiore in modo controllato, e definisce le seguenti variabili history:

- **conf** la tensione media di confinamento, σ_c (mantenuta costante dal servo-controllo);
- **devi** la sollecitazione assiale deviatorica, σ_d , definita come $\sigma_a - \sigma_c$, dove σ_a è la tensione assiale;
- **deax** la deformazione assiale, ε_a ;
- **devol** la deformazione volumetrica, $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$.

10.4. PROGRAMMA DELLE PROVE

Una volta generato il campione, possiamo effettuare su di esso più prove, variando alcuni parametri.

La prova, di tipo consolidato drenato, è stata modellata in due fasi distinte (Figura 10.2):

- quella iniziale di compressione isotropa, nella quale il campione viene lasciato consolidare sotto l'azione della pressione di cella;
- quella di rottura, nella quale il provino è sottoposto ad uno sforzo di compressione assiale.

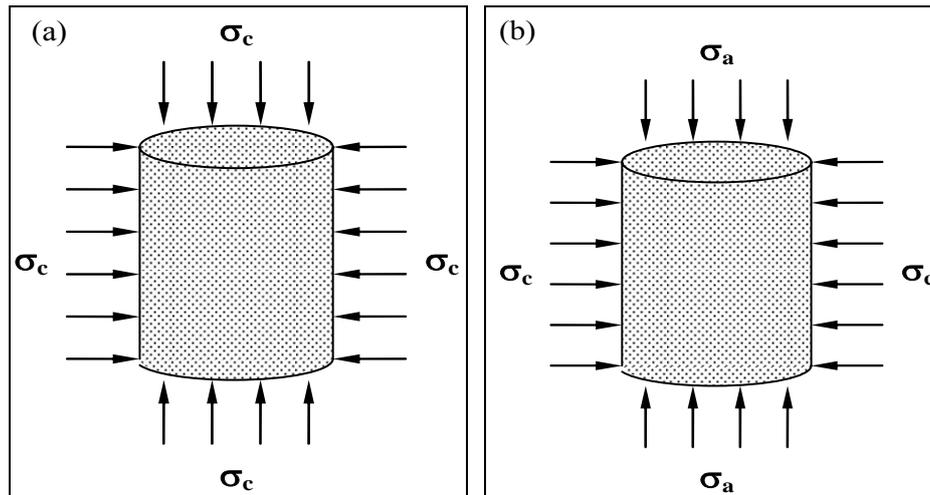


Figura 10.2: Prova triassiale: fase di compressione isotropa (a) e fase di rottura (b).

Per ogni ciclo di calcolo sono stati monitorati:

- le forze di contatto interne al provino, che aumentano all'avanzare del test;
- la tensione di confinamento (σ_c);
- la tensione assiale (σ_a);
- la tensione deviatorica ($\sigma_d = \sigma_a - \sigma_c$);
- la deformazione assiale (ε_a);
- la deformazione volumetrica (ε_v).

10.5. INDAGINE DELL'INFLUENZA DELLA FORMA E DELLE DIMENSIONI DEI GRANI DELL'AGGREGATO SUL COMPORTAMENTO TENSO-DEFORMATIVO DEL SISTEMA

Per indagare l'influenza della forma e delle dimensioni dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile è stato necessario definire preliminarmente le modalità di modellazione più opportune al fine di riprodurre particelle di acciaio di forma non sferica sia numericamente sia in laboratorio.

Dall'analisi dei risultati disponibili in letteratura [40-44], in particolare, le modalità più diffuse e consolidate per simulare con il metodo DEM particellare grani di forma non sferica sono gli elementi clump e quelli cluster, ottenuti assemblando particelle circolari ed aventi rispettivamente comportamento rigido e non.

Nel presente studio, in particolare, si adottano **clump** aventi un diametro totale pari a quello delle sfere singole utilizzate nella fase di calibrazione, al fine di ottenere un confronto significativo tra il modello a sfere e quello a clump.

Per indagare l'influenza della forma e delle dimensioni dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile, in particolare, è stato condotto uno studio parametrico che prevede le fasi indicate in Figura 10.3.

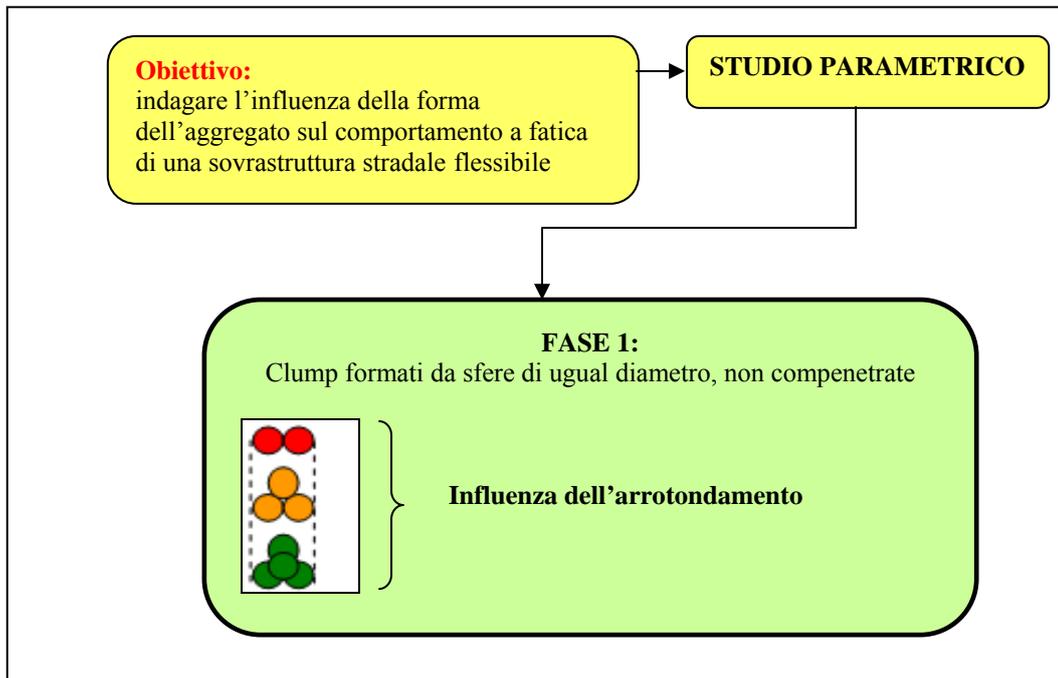


Figura 10.3: Studio parametrico.

Per comprendere maggiormente il problema e per opportuni approfondimenti sperimentali, è stato conveniente introdurre nuovi parametri, quali forma e dimensioni dei grani dell'aggregato, per ora trascurati a causa di limiti computazionali.

A tal fine sono stati creati nuovi modelli, generati attraverso la logica **clump**. Quest'ultima, in particolare, consente di creare elementi di forma generica, dotati di comportamento rigido, ottenuti assemblando particelle circolari.

Per questo modello sono stati definiti cinque tipi di **clump**, di dimensioni diverse (Tabella 10.1), caratterizzati da due sfere di ugual diametro, non compenstrate.

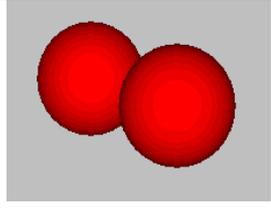
Numero di particelle del clump	2
Raggio delle particelle che compongono il clump	Ball n. 1: $(R_1/2)$ Ball n. 2: $(R_1/2)$
Descrizione del clump	

Tabella 10.1: Forma dei **clump** utilizzati.

L'obiettivo è quello di indagare l'influenza della forma delle particelle che costituiscono l'aggregato sul comportamento a fatica.

Si è pensato quindi di mantenere il diametro costante ($D_{TOT} = cost$) e di realizzare un campione, costituito da clump, generati su questa ipotesi (Tabella 10.2): si adottano **clump** aventi un diametro totale pari a quello delle sfere singole utilizzate nella fase di calibrazione, al fine di ottenere un confronto significativo tra il modello a sfere e quello a clump.

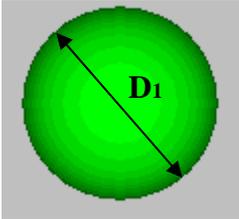
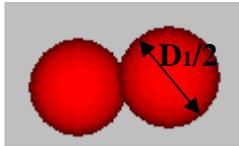
Ball		Clump	
Diametro della ball	$D_1 = D_{TOT}$	Diametro delle particelle che compongono il clump	Ball n. 1: $(D_1/2)$ Ball n. 2: $(D_1/2)$
Descrizione della ball		Descrizione del clump	

Tabella 10.2: Confronto tra modello a sfere e a clump (a 2 sfere).

Per realizzare il provino secondo la logica clump si è utilizzata una tabella appositamente costruita in Excel (Tabella 10.3), nella quale si è andato a variare il numero di elementi clump, fino a raggiungere il valore di porosità del provino precedente.

Per ottenere il numero di clump con cui realizzare il nuovo modello si è fatto il seguente ragionamento.

Il volume occupato dalla singola ball di diametro D_1 è:

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_1^3 \quad \text{per una ball di raggio } R_1 = D_1/2. \quad (10.8)$$

Il volume occupato dal clump costituito da 2 sfere di ugual diametro $D_2 = D_1/2$, non compenstrate, è:

$$V_2 = 2 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_2^3 \right) \quad (10.9)$$

dove:

$$R_2 = D_2/2 = D_1/4 = R_1/8 \quad (10.10)$$

Quindi, sostituendo la (10.10) nella (10.9) risulta:

$$V_2 = 2 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_2^3 \right) = 2 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{R_1^3}{8} \right) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R_1^3 \quad (10.11)$$

Confrontando V_1 con V_2 , si nota che il volume occupato dal clump è 4 volte inferiore rispetto al volume occupato dalla singola ball. Si conclude quindi che, per sostituire una sfera di diametro D_1 (raggio $R_1 = D_1/2$) è necessario realizzare 4 clump, formati ciascuno da 2 sfere di diametro $D_2 = D_1/2$.

CONFIGURAZIONE N. 2 - CLUMP TETRAEDRICI								Sfere in acciaio	Inerte	test						
$D_{Sfere,Clump}$	$D_{Hx,Clump}$ orizzontale	$D_{Hx,Clump}$ orizzontale	$D_{V,Clump}$ verticale	V_{Clump}	$N_{Hx,Clump}$ (multiplo di 3)	$V_i (V_{tot} \Phi_{i,Clump})$	ΣV_i	Crivelle setacci UNI	Passante in volume	Passante	Passante		$N_{Hx,Clump}$	V_{TOT}	V_{PORSUM}	POROS
(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ³)		(mm ³)	(mm ³)	(mm)	(mm ³)	(%)	(%)			(m ³)	(m ³)	(%)
5,50	22,00	22,00	5,50	174,23	2	348	348	25	424185	100,00	100	OK	8	0,00042	0,00054	21,27
9,00	36,00	36,00	9,00	763,41	17	13270	13619	20	419592	98,92	97	NO	70			
11,00	44,00	44,00	11,00	1393,82	116	161683	175302	15	175302	41,33	40	NO	464			
18,00	72,00	72,00	18,00	6107,26	40	244290	419592	10	13619	3,21	3	OK	160		D=70 mm	
20,64	82,56	82,56	20,64	9207,84	0	4593	424185	5	0	0,00	0	OK	2		H=140 mm	
					176	424185							704			

Tabella 10.3: Tabella Excel.

Per rendere ancor più significativo il confronto tra il modello a sfere e quello a clump al fine di indagare l'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento tenso-deformativo di una sovrastruttura stradale flessibile, sono stati poi realizzati altri modelli adottando i clump rappresentati nelle Tabelle 10.4 e 10.5, aventi un diametro totale pari a quello delle sfere singole utilizzate nella precedente modellazione.

La Tabella 10.4 descrive i clump formati da tre sfere di ugual diametro non compenstrate, la Tabella 10.5, invece, illustra i clump generati con quattro sfere di ugual diametro non compenstrate e disposte secondo una configurazione tetraedrica.

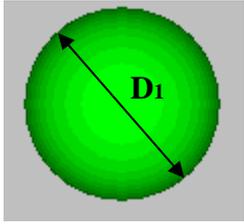
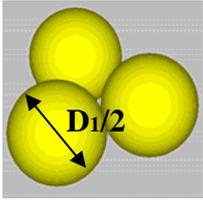
Ball		Clump	
Diametro della ball	$D_1 = D_{TOT}$	Diametro delle particelle che compongono il clump	Ball n. 1: $(D_1/2)$ Ball n. 2: $(D_1/2)$ Ball n. 3: $(D_1/2)$
Descrizione della ball		Descrizione del clump	

Tabella 10.4: Confronto tra modello a sfere e a clump (a 3 sfere).

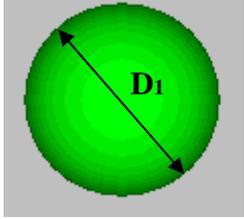
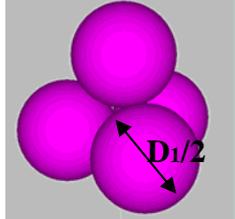
Ball		Clump	
Diametro della ball	$D_1 = D_{TOT}$	Diametro delle particelle che compongono il clump	Ball n. 1: $(D_1/2)$ Ball n. 2: $(D_1/2)$ Ball n. 3: $(D_1/2)$ Ball n. 4: $(D_1/2)$
Descrizione della ball		Descrizione del clump	

Tabella 10.5: Confronto tra modello a sfere e a clump tetraedrici (a 4 sfere).

Vengono così modellati nuovi provini costituiti da clump, di diametro ed altezza pari rispettivamente a 0.7 m e 1.4 m, generati sulla base delle caratteristiche del materiale reale da simulare (Tabella 10.6 e Figura 10.4).

I nuovi provini vengono creati attraverso le stesse procedure e le stesse modalità, descritte dettagliatamente nel capitolo precedente, con cui è stato generato il provino costituito da sole sfere.

Crivelli, setacci [mm]	% passante	
	Materiale reale	Materiale modellato
25	100	100
20	97	97
15	40	40
10	3	3
5	1	0
2	0	0
0.4	0	0
0.18	0	0
0.075	0	0

Tabella 10.6: Curva granulometrica del materiale reale e della miscela modellata.

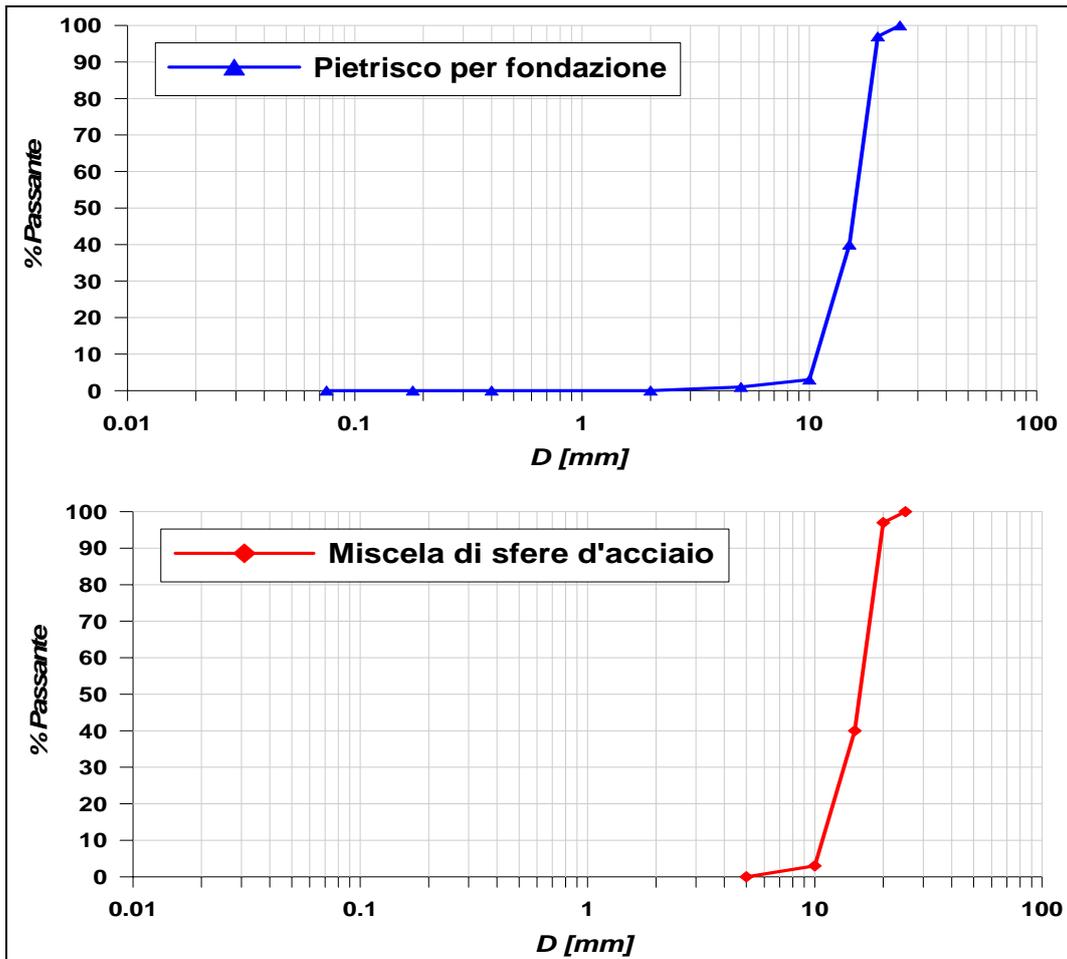


Figura 10.4: Curva granulometrica del materiale reale e della miscela modellata.

Anche su questi nuovi provino viene poi simulata una prova di tipo consolidato drenato, modellata in due fasi distinte:

- quella iniziale di compressione isotropa, nella quale il campione viene lasciato consolidare sotto l'azione della pressione di cella;
- quella di rottura, nella quale il provino è sottoposto ad uno sforzo di compressione assiale.

Anche in questi casi sono state simulate diverse prove triassiali al variare della tensione di confinamento (σ_c) e per ogni test è stato analizzato l'andamento della tensione deviatorica (σ_d) in funzione della deformazione assiale (ε_a).

CAPITOLO 11: RISULTATI DELLE PROVE E LORO INTERPRETAZIONE

11.1. INTRODUZIONE

In questo capitolo si riportano i risultati di alcune simulazioni numeriche effettuate per riprodurre una delle prove di laboratorio più diffuse: **la prova triassiale**.

Il mezzo più efficace, semplice ed immediato che abbiamo per interpretare i risultati di test numerici effettuati è quello delle **history**: tramite questo strumento possiamo valutare gli andamenti delle variabili che ci interessano per monitorare i dati durante tutte le fasi delle prove.

Sono state simulate diverse prove triassiali al variare della tensione di confinamento (σ_c) (Tabella 11.1). Per ogni test è stato analizzato l'andamento della tensione deviatorica (σ_d) in funzione della deformazione assiale (ε_a).

N. test	Tensione di confinamento (σ_c) [MPa]	Tensione assiale (σ_a) [MPa]
Prova_1	0.6	0.6
Prova_2	1	1
Prova_3	3	3

Tabella 11.1: Programma delle prove: dati a fine consolidazione.

11.2. PROVA_1

Ricordiamo che in questo caso il campione utilizzato è sottoposto ad una tensione di confinamento σ_c durante tutta la prova pari 0.6 MPa . Il coefficiente di attrito è 0.2 e corrisponde ad un angolo di attrito interparticellare (microscopico) di circa 11.3° . il carico, come già detto, viene dato conferendo ai muri, che simulano le piastre superiore ed inferiore, una velocità di traslazione costante.

Nella Figura 11.1 si può vedere come appare il campione nella condizione iniziale, cioè subito dopo la generazione.

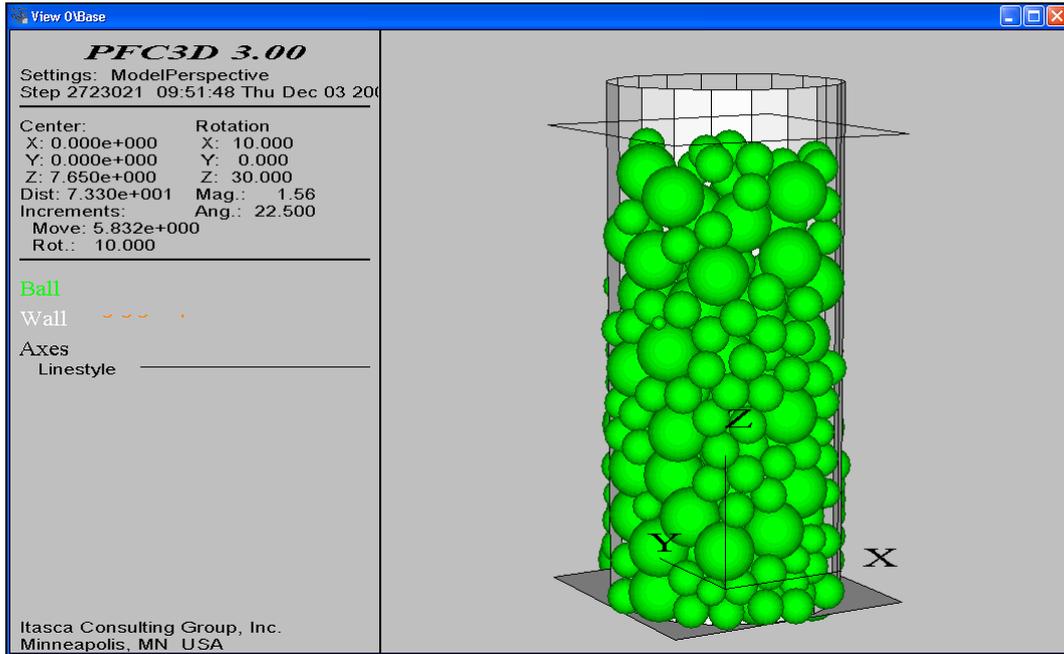


Figura 11.1: Il campione nella condizione iniziale: disposizione delle particelle.

In Figura 11.2, invece, sono rappresentate le forze di contatto tra le particelle: esse si ottengono moltiplicando l'entità della sovrapposizione tra due balls a contatto per la rigidità nella direzione considerata, quindi quella normale per il calcolo delle forze normali, quella tangenziale per il calcolo delle forze tangenziali. Le rigidità nel nostro caso hanno lo stesso valore nelle due direzioni ($1 \cdot 10^8 \text{ N/m}$).

In Figura 11.2 sono riportate le forze di contatto totali, nelle Figure 11.3a e 11.3b si riportano rispettivamente le componenti normali e tangenziali.

In queste Figure le linee di colore nero rappresentano appunto le forze di contatto (di compressione) che si sviluppano tra le particelle e il loro spessore ci dà un'idea della grandezza di queste entità, in quanto viene plottato in modo proporzionale alla loro intensità.

Si può vedere chiaramente, confrontando le Figure 11.3a e 11.3b, che le forze di contatto tangenziali sono molto piccole rispetto a quelle normali.

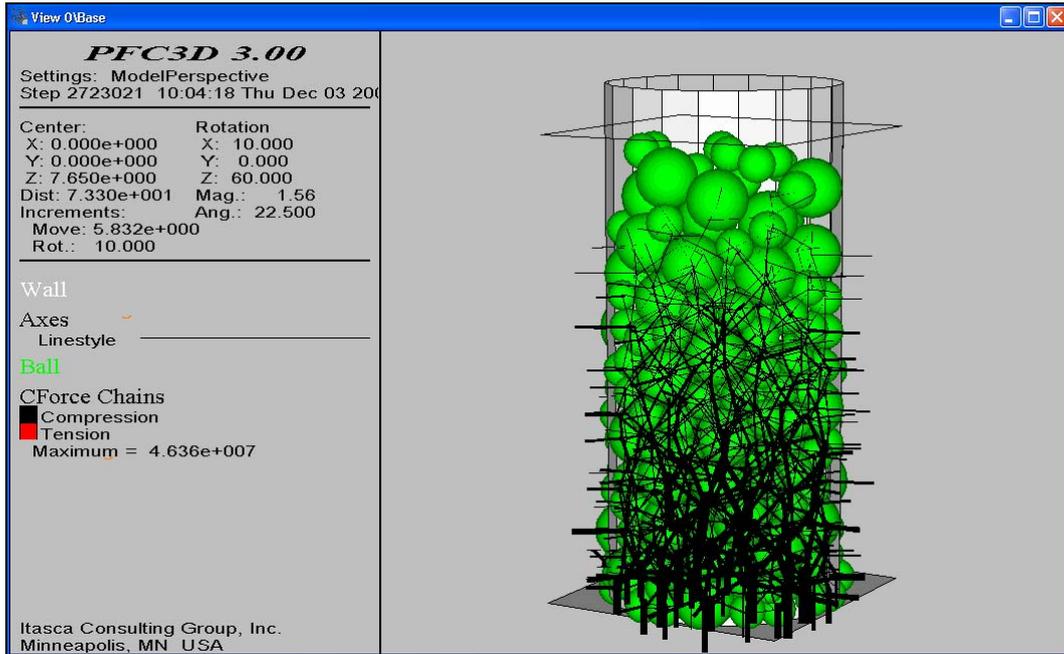


Figura 11.2: Il campione con $\sigma_c = 0.6MPa$ nella condizione iniziale: andamento delle forze di contatto.

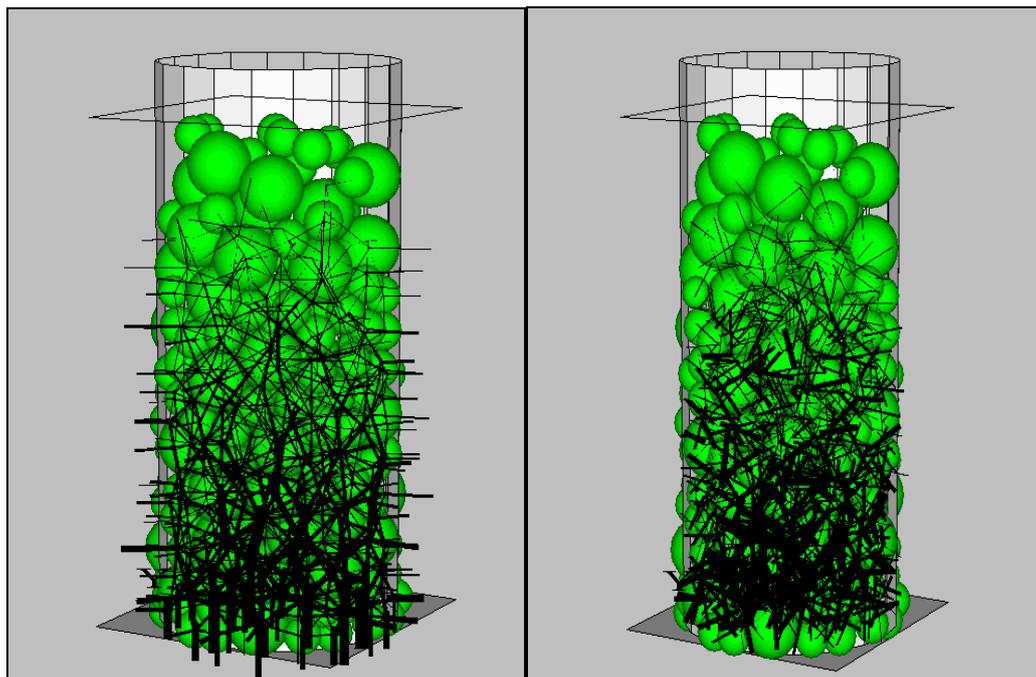


Figura 11.3: Il campione con $\sigma_c = 0.6MPa$ nella condizione iniziale:

- andamento delle forze di contatto normali;
- andamento delle forze di contatto tangenziali.

Andiamo ora a considerare le tipiche curve che caratterizzano le prove triassiali: la curva tensione-deformazione ($\sigma_d - \varepsilon_a$) e la curva variazione di volume-deformazione.

Nella Figura 11.4 in ascissa si trova la deformazione assiale ε_a e in ordinata la tensione deviatorica σ_d , nonché la tensione di confinamento $\sigma_c = 0.6MPa$. Per quanto riguarda quest'ultima si può vedere che è rappresentata da una linea pressoché orizzontale: questo conferma che il servo-controllo sta mantenendo la tensione di confinamento circa costante; la curva è rappresentata quindi al solo scopo di verifica.

Molto più interessante è l'andamento della tensione deviatorica.

Il campione presenta una risposta più o meno plastica; le fluttuazioni sono dovute al numero di particelle utilizzate, piccolo rispetto alla realtà.

Il comportamento del campione appare simile a quello osservato nelle classiche prove di laboratorio e può essere suddiviso in tre diversi stadi:

1. uno stadio iniziale nel quale le deformazioni sono molto piccole; in questa fase la tensione deviatorica cresce in modo monotono;
2. un secondo stadio che si verifica quando il campione comincia a rompersi e include il punto di picco della curva, che rappresenta il valore massimo della tensione deviatorica (nel nostro caso $550 kPa$). Poi la curva comincia a scendere, con conseguente diminuzione della resistenza;
3. una fase finale nella quale la resistenza è all'incirca costante.

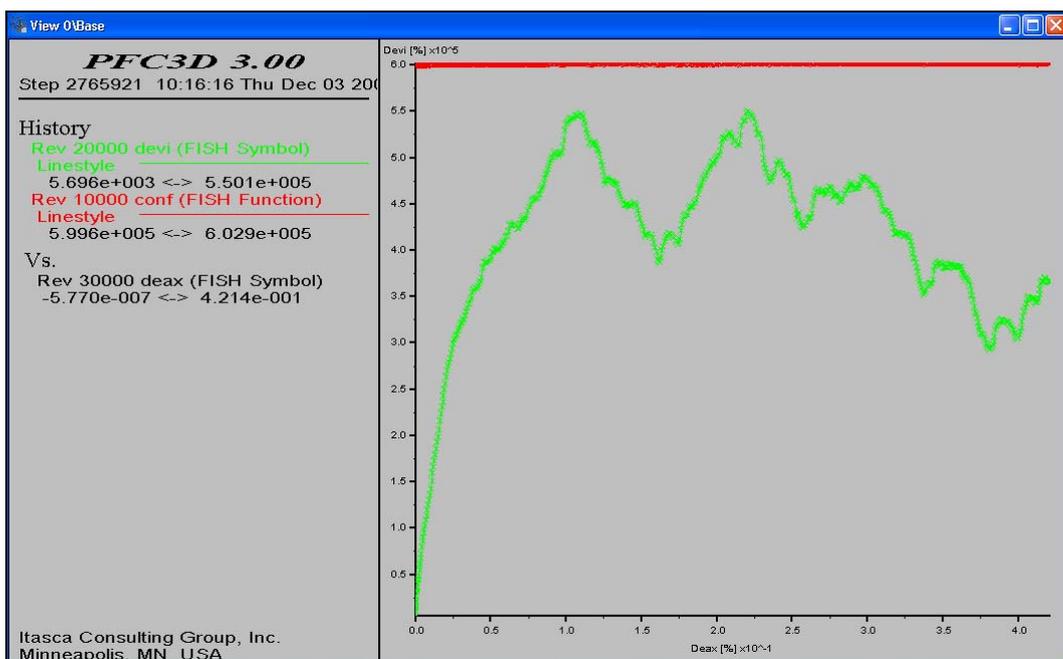


Figura 11.4: Il campione con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

È interessante analizzare parallelamente la variazione di volume che corrisponde direttamente all'andamento della porosità del campione (Figura 11.5).

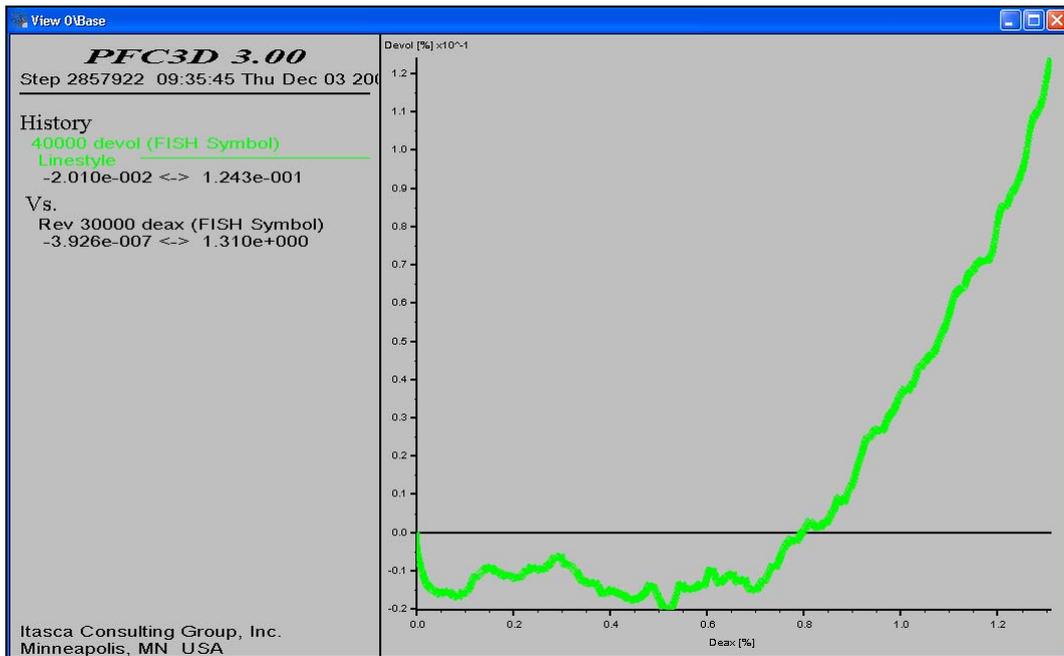


Figura 11.5: Il campione con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

Dal grafico di Figura 11.5 si può notare che, in corrispondenza della fase 1, si ha una contrazione iniziale, cioè il volume subisce una diminuzione: le particelle si addensano. Nello stadio 2 il campione si rompe: le particelle non possono compattarsi ulteriormente e la porosità, sotto questo stato iniziale, non può diminuire. Da questo punto in poi il provino comincia a dilatarsi: essendo ora un sistema estremamente denso l'unica possibilità che ha per deformarsi è di aumentare di volume. Questo è detto fenomeno della *dilatanza*.

Cerchiamo di comprendere meglio questo comportamento deformativo in maniera generale.

La deformazione del campione è il risultato delle deformazioni al suo interno e dei movimenti delle singole particelle che lo compongono.

Nei materiali granulari si hanno due contributi fondamentali alla deformazione:

- distorsione delle singole particelle;
- moto relativo tra le particelle, che può essere di scorrimento o di rotolamento.

Questi due meccanismi sono tra loro indipendenti.

Per quanto riguarda il nostro modello, la prima cosa da osservare è che le particelle che costituiscono il sistema sono rigide, quindi indeformabili: il primo meccanismo non può avvenire e la deformazione in questo caso è rappresentata dall'entità delle sovrapposizioni tra le particelle che generano le forze di contatto e quindi le tensioni.

Per quanto riguarda il secondo meccanismo, invece, le particelle inizialmente scorrono per raggiungere una configurazione più densa, raggiunta la quale si ha una sorta di rottura.

In corrispondenza del picco il campione ha mobilitato la sua massima resistenza: questo valore viene preso come la resistenza al taglio del provino in esame. Il corrispondente angolo di attrito è il massimo angolo che il conglomerato bituminoso può fornire a quella densità iniziale e per quel livello di tensione di confinamento ($\sigma_c = 0.6MPa$).

Superata la rottura si ha una diminuzione di resistenza attribuibile alla diminuzione del grado di incastro, e la porosità aumenta. La resistenza al taglio diminuisce fino ad un valore ultimo cui corrisponde un angolo di attrito critico. Da qui in poi non si registrano grosse variazioni né di tensione né di volume, mentre la deformazione assiale continua ad incrementarsi. L'angolo di attrito critico è indipendente dalla densità relativa iniziale e dal valore della tensione di confinamento σ_c .

L'angolo di attrito di picco, invece, dipende dalla densità iniziale e dalle tensioni di confinamento.

11.2.1. Prova_2 e Prova_3

Per poter comprendere meglio il comportamento dei campioni di conglomerato bituminoso nella simulazione con PFC3D, sono state condotte altre prove, variando il valore delle tensioni assiale e di confinamento.

Nella prova_2 vengono assegnate una tensione assiale e di confinamento pari a $\sigma_a = \sigma_c = 1MPa$.

La prova_3, invece, è condotta con un valore iniziale della tensione assiale e di confinamento pari a $\sigma_a = \sigma_c = 3MPa$.

Anche di queste due prove considereremo due tipi di grafici:

- la curva tensione-deformazione, cioè l'andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale;
- la curva variazione di volume-deformazione, cioè l'andamento della deformazione volumetrica in funzione della deformazione assiale.

Tali curve sono rappresentate nelle Figure 11.6, 11.7, 11.8 e 11.9.

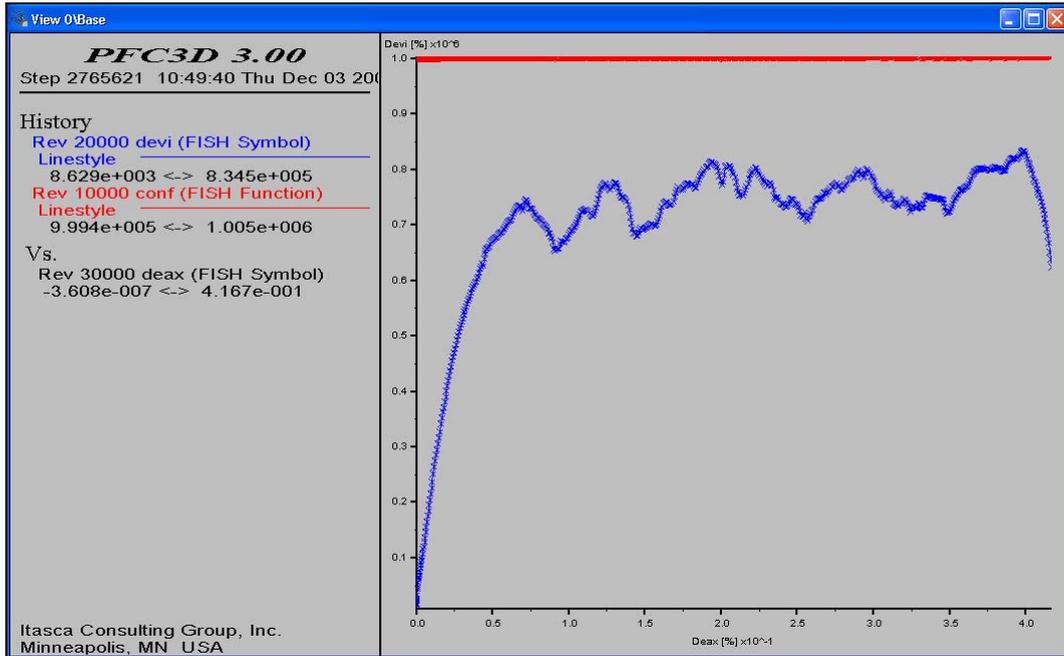


Figura 11.6: Il campione con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

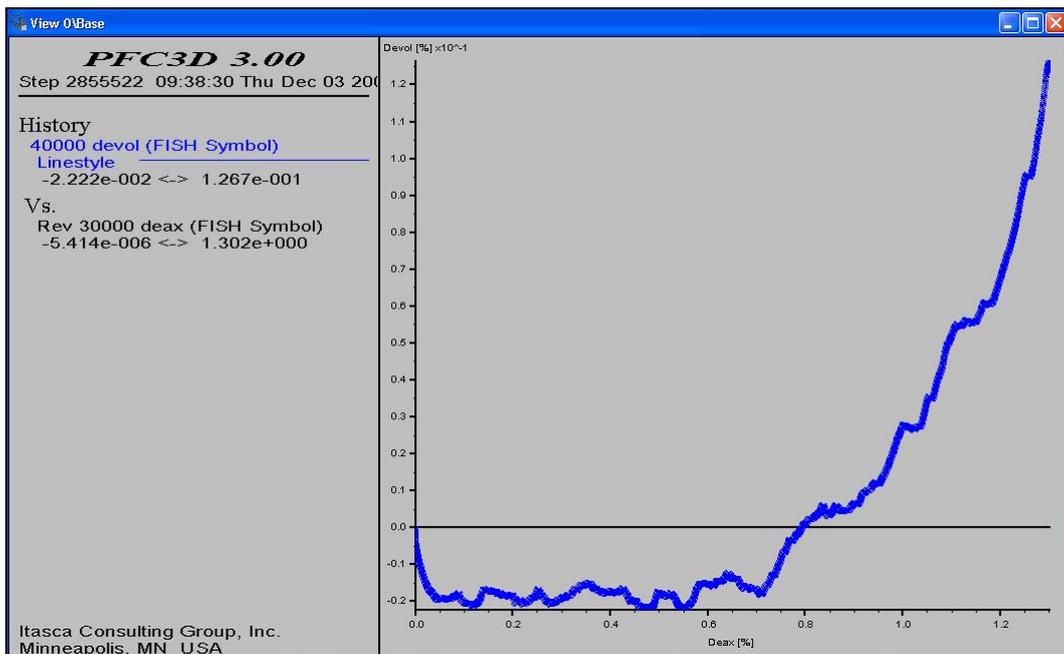


Figura 11.7: Il campione con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

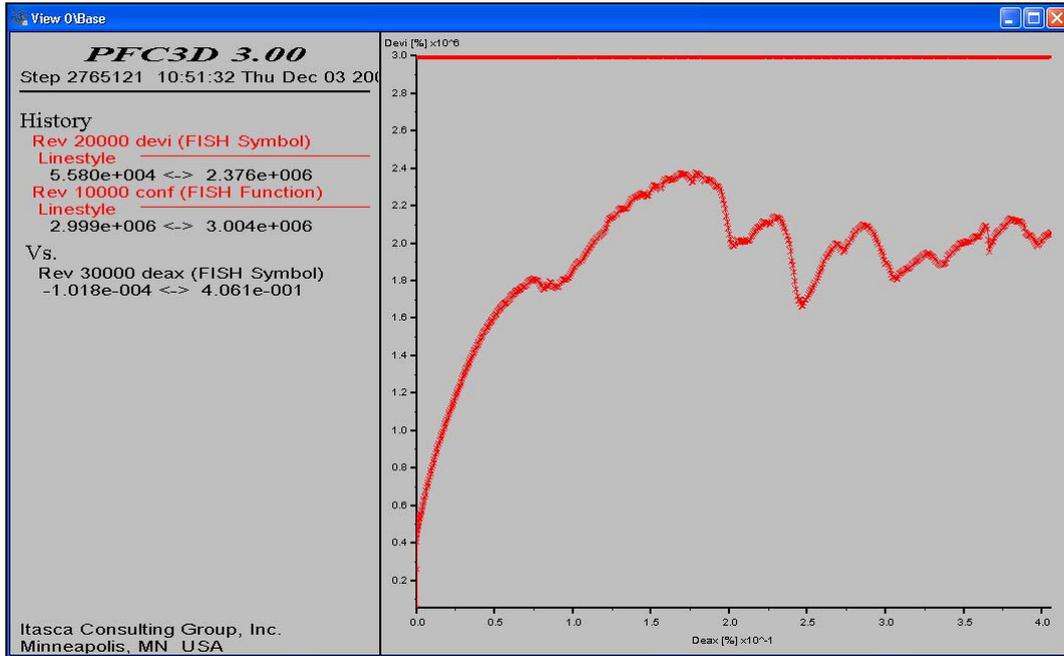


Figura 11.8: Il campione con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

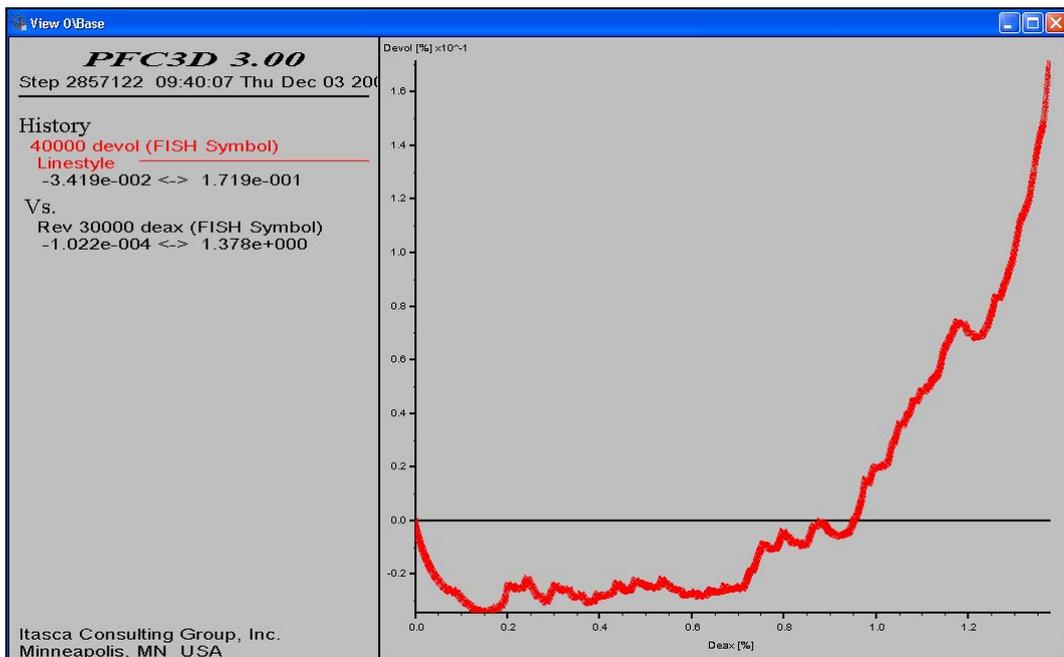


Figura 11.9: Il campione con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

I provini modellati manifestano un andamento della curva $\sigma_d - \varepsilon_a$ che, dopo una fase iniziale nella quale la tensione deviatorica cresce in modo monotono, arriva a rottura in corrispondenza del punto di picco della curva, oltre il quale la resistenza diminuisce.

11.3. CONFRONTO TRA LE PROVE

11.3.1. Influenza della tensione di confinamento

Se riportiamo i risultati delle 3 prove su uno stesso grafico (Figura 11.12), possiamo studiare l'influenza della *tensione di confinamento*. I campioni utilizzati nei test infatti, hanno tutti lo stesso coefficiente di attrito microscopico, pari a 0.2 e alle pareti viene assegnata sempre la stessa velocità: quello che cambia è la tensione di confinamento, e di conseguenza la porosità (quindi la densità) del campione, in quanto lo stato tensionale e lo stato di addensamento sono in relazione diretta.

Le tensioni di confinamento sono, lo ricordiamo:

- **PROVA_1** $\sigma_c = 0.6MPa$
- **PROVA_2** $\sigma_c = 1MPa$
- **PROVA_3** $\sigma_c = 3MPa$

Dalle curve tensione-deformazione (Figura 11.12) si nota chiaramente che, come viene incrementata la tensione di confinamento σ_c , la tensione deviatorica σ_d aumenta notevolmente, quindi è maggiore la resistenza del sistema. Il picco si ha a livelli tensionali crescenti con la σ_c e le corrispondenti deformazioni assiali sono pure maggiori. Il conglomerato bituminoso, infatti, è un materiale attritivo: la resistenza allo scorrimento in ogni punto di contatto è proporzionale alla forza nel contatto e quindi la resistenza globale aumenta se aumenta σ_c .

Quindi all'aumentare della tensione di confinamento (σ_c) crescono sia la resistenza ultima sia quella residua.

La tensione di confinamento influenza anche la configurazione finale e il valore delle forze di contatto che si sviluppano all'interno del campione, al termine della prova.

All'aumentare della tensione di confinamento (σ_c) aumenta lo stato di compattazione finale dei provini e il valore delle forze di contatto, come mostrato nelle Figure 11.10 e 11.11.

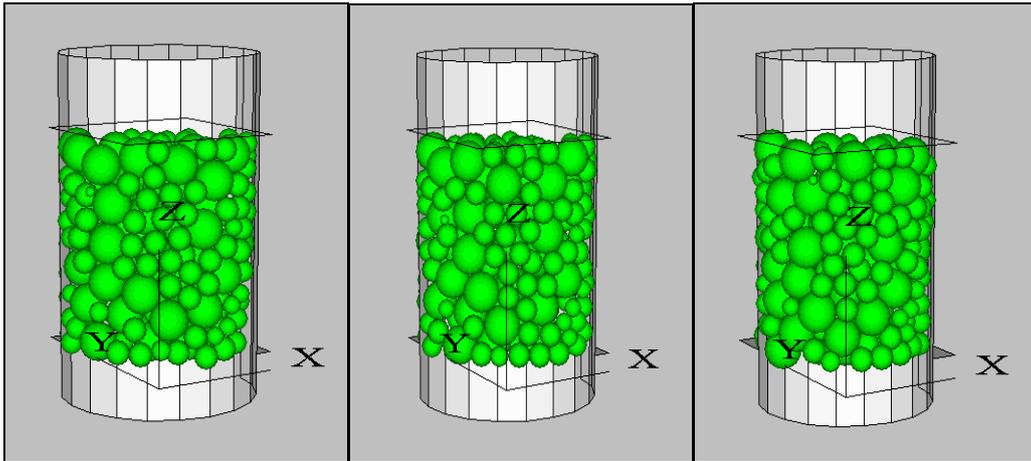


Figura 11.10: Configurazioni finali dei provini sottoposti a tre diversi valori di tensione di confinamento: a) $\sigma_c = 0.6MPa$; b) $\sigma_c = 1MPa$; c) $\sigma_c = 3MPa$.

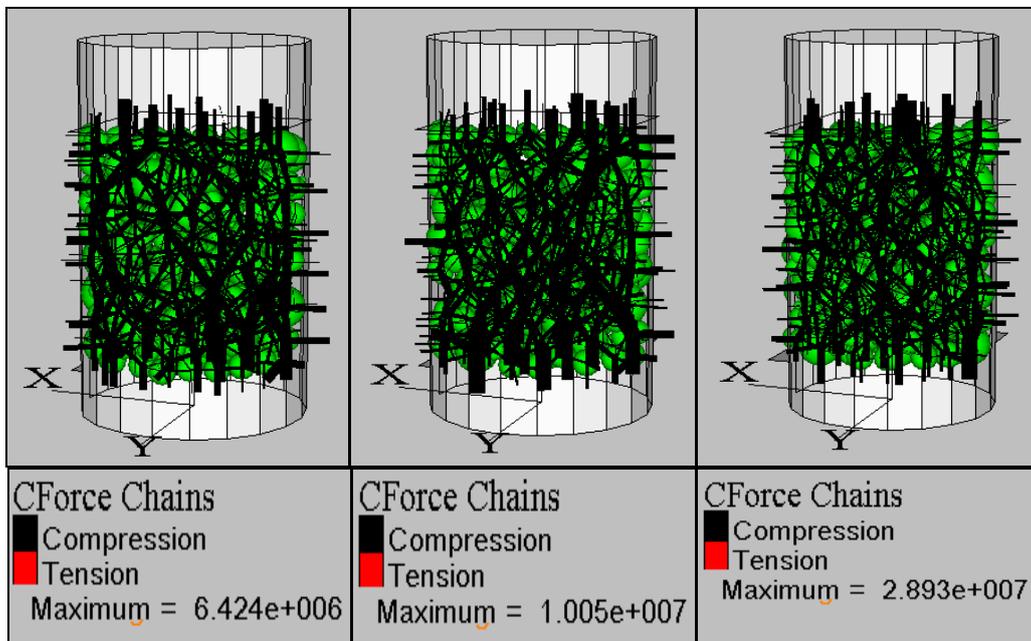


Figura 11.11: Andamento delle forze di contatto nei provini al termine della prova per tre diversi valori della tensione di confinamento: a) $\sigma_c = 0.6MPa$; b) $\sigma_c = 1MPa$; c) $\sigma_c = 3MPa$.

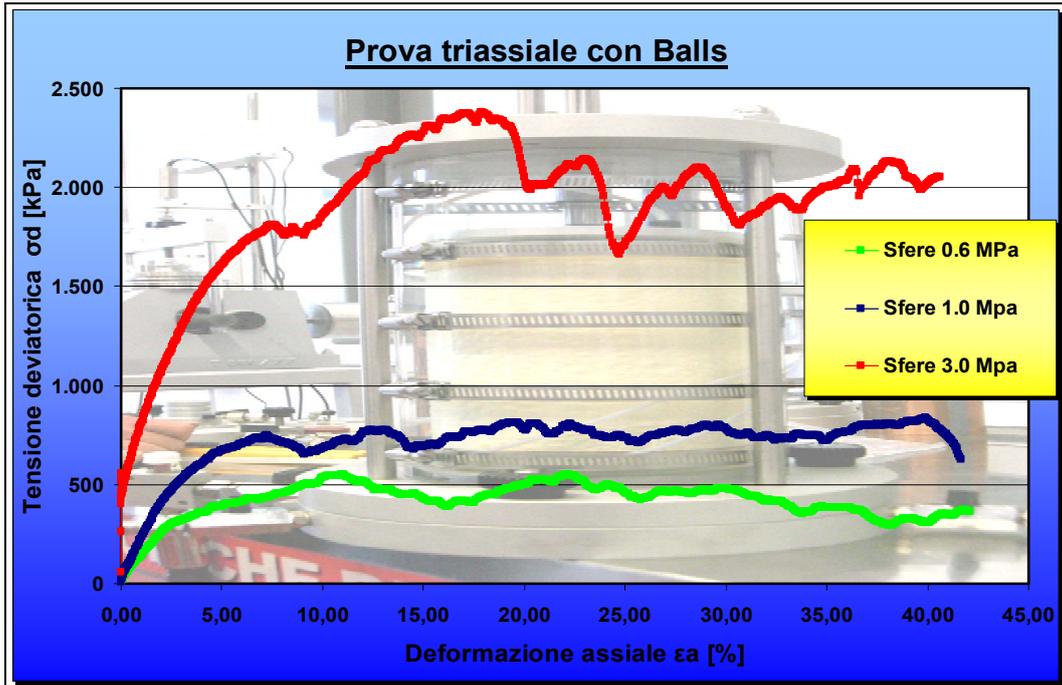


Figura 11.12: Diagramma $\sigma_d - \epsilon_a$: risultati numerici al variare della tensione di confinamento σ_c .

Per meglio capire l'influenza della tensione di confinamento si costruiscono delle curve normalizzate ottenute dividendo la tensione assiale σ_a per la σ_c (Figura 11.13).

Le curve così ottenute hanno una forma molto simile tra loro.

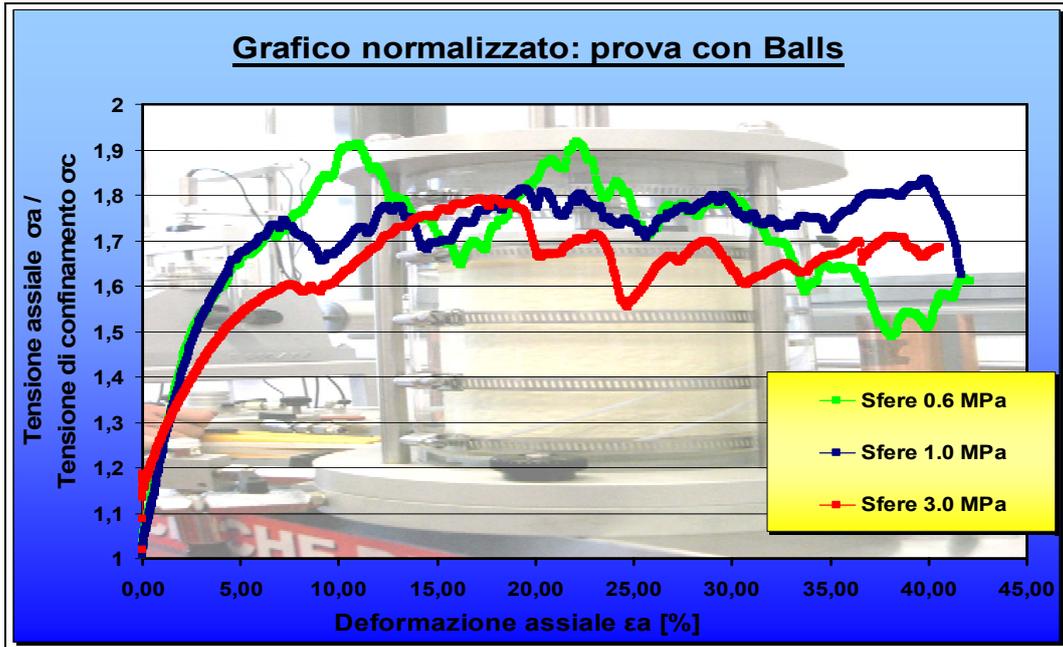


Figura 11.13: Curve normalizzate: tensione assiale/tensione di confinamento in funzione della deformazione assiale.

.Dal grafico normalizzato si può notare che il rapporto σ_a/σ_c in corrispondenza del picco varia poco, fra 1,7 e 1,9 circa: la tensione assiale è circa il doppio di quella di confinamento.

11.4. RISULTATI DELLE PROVE CON LA LOGICA CLUMP

11.4.1. Clump a due sfere

<p>Descrizione clump</p>	
-------------------------------------	--

Tabella 11.2: Descrizione clump a due sfere.

11.4.1.1. Modello creato

Viene modellato un provino costituito da 2824 balls, cioè 1412 clump a 2 sfere, di diametro ed altezza pari rispettivamente a 0.7 m e 1.4 m (Figure 11.14).

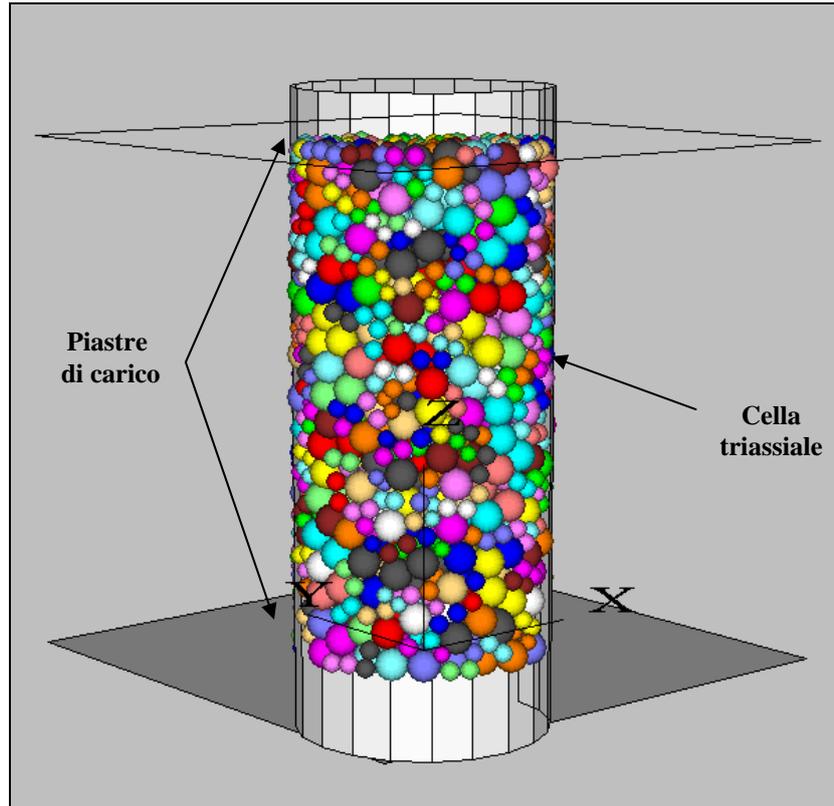


Figura 11.14: Modellazione della cella triassiale e del provino per elementi di generica generica (**clump** a due sfere).

Il nuovo provino viene creato attraverso le stesse procedure e le stesse modalità, descritte dettagliatamente nel capitolo precedente, con cui è stato generato il provino costituito da sole sfere. I risultati delle tre prove simulate per tre diversi valori della tensione di confinamento sono riportati ed illustrati nelle Figure di seguito (Figure 11.15, 11.16, 11.17, 11.18, 11.19 e 11.20).

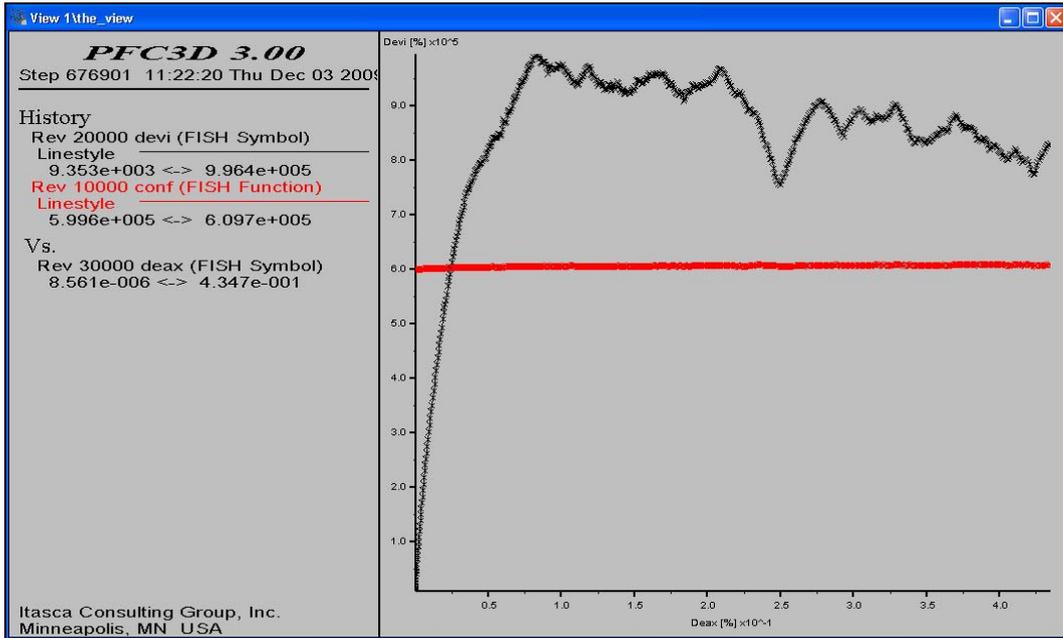


Figura 11.15: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

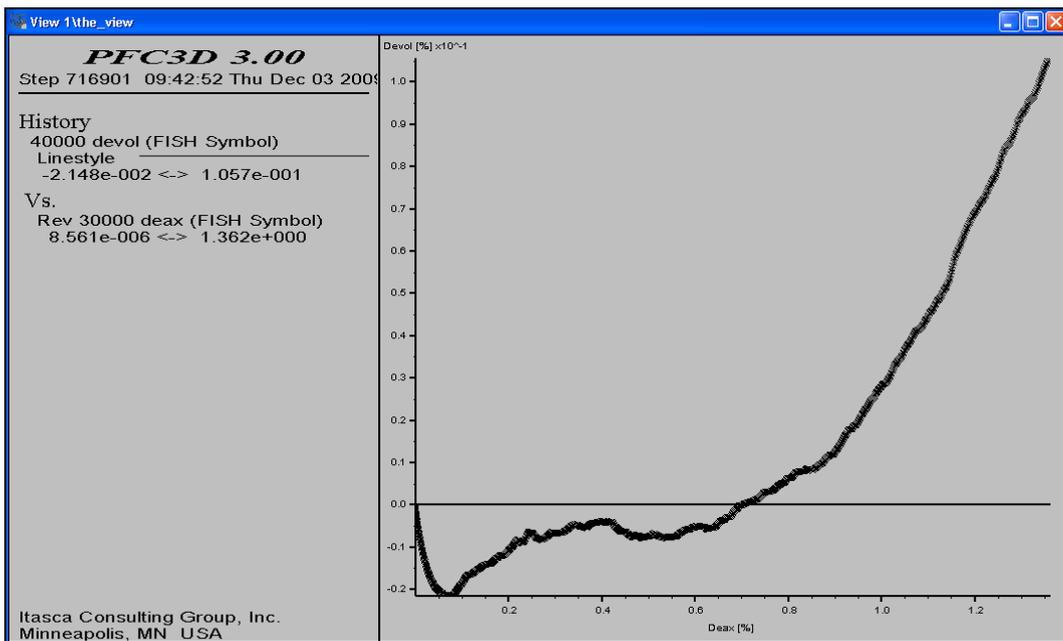


Figura 11.16: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

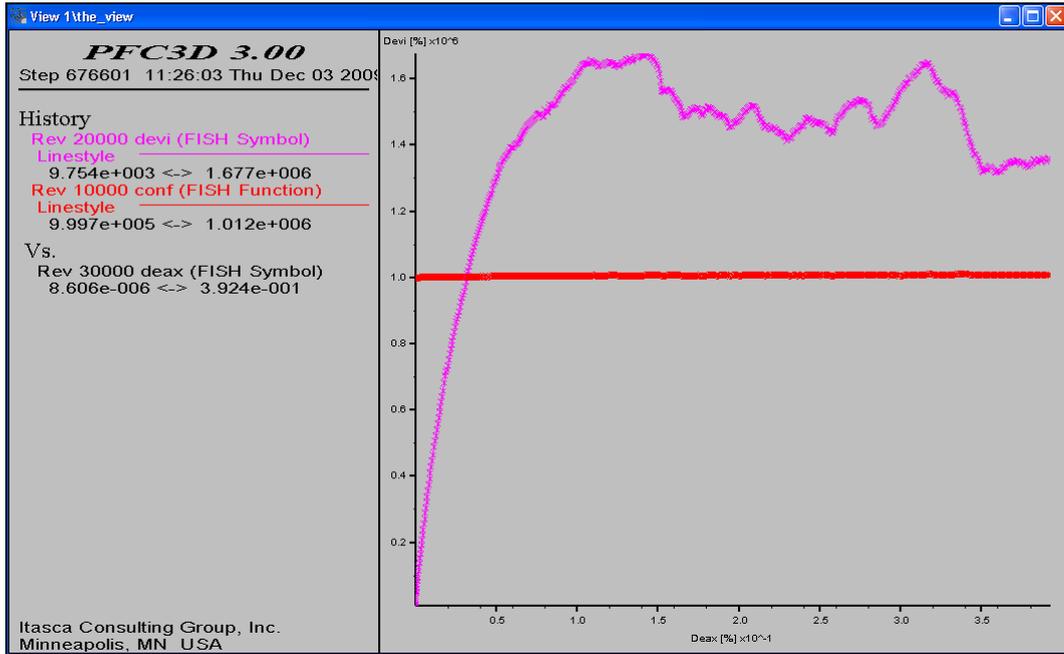


Figura 11.17: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

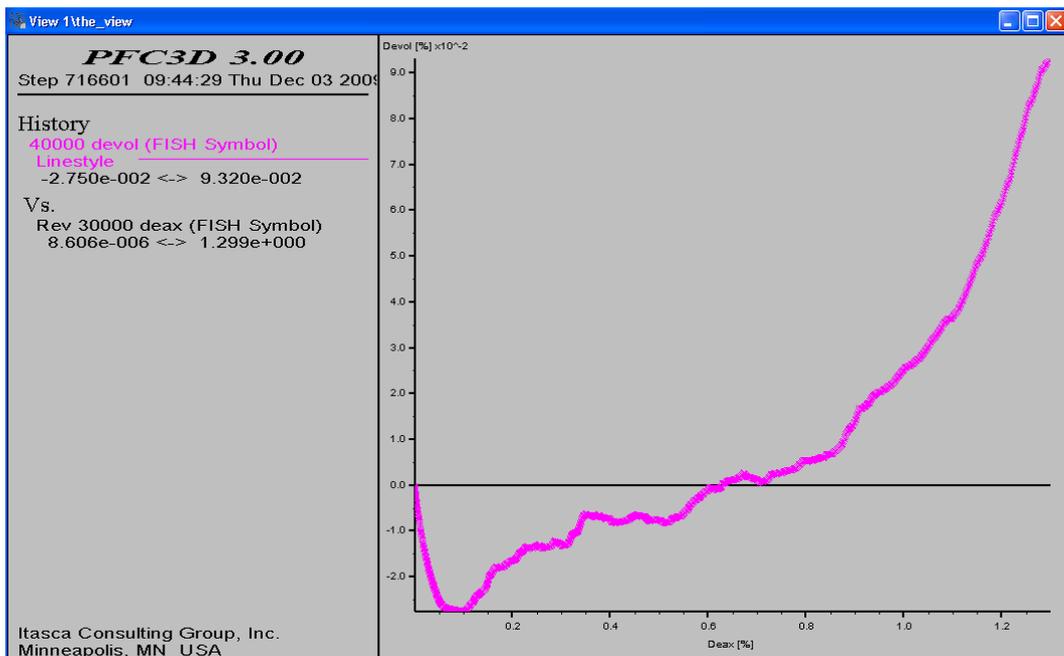


Figura 11.18: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

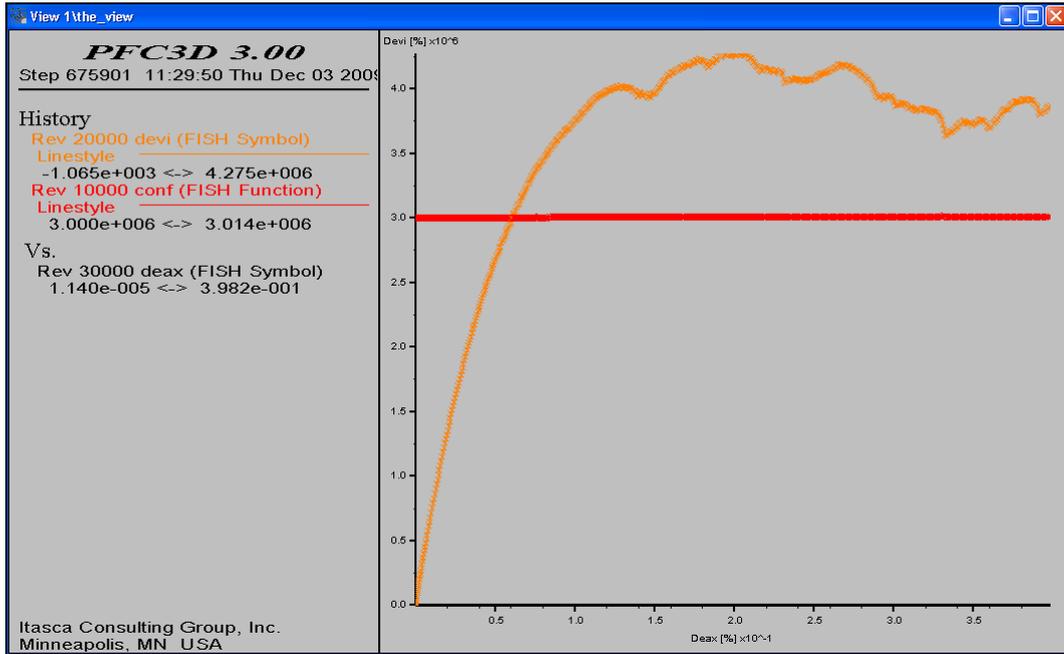


Figura 11.19: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

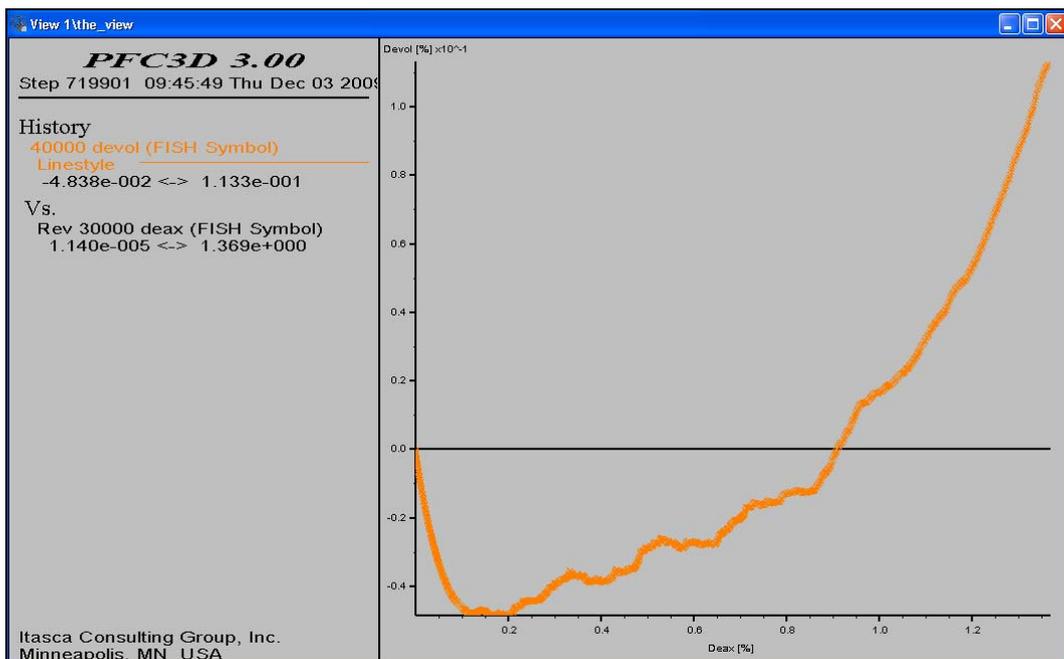


Figura 11.20: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

La Figura 11.21 mostra l'andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale al variare delle tensione di confinamento; la Figura 11.22 rappresenta gli stessi risultati, diagrammati in forma adimensionale.

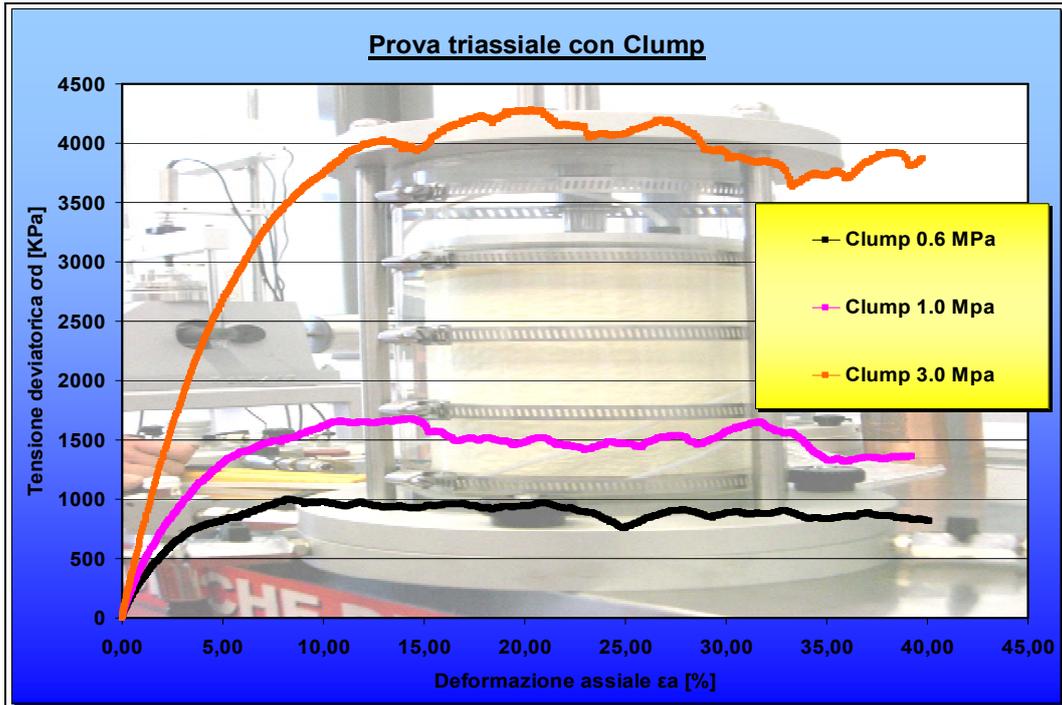


Figura 11.21: Diagramma $\sigma_d - \epsilon_a$: risultati numerici al variare della tensione di confinamento σ_c (prova con clump a due sfere).

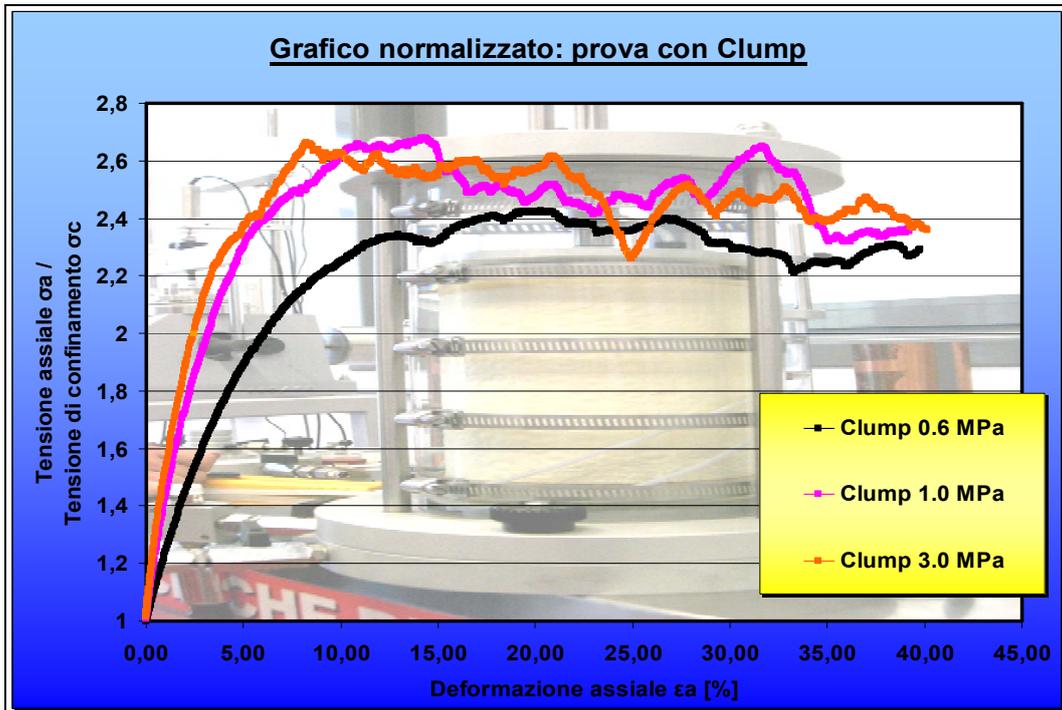


Figura 11.22: Curve normalizzate: tensione assiale/tensione di confinamento in funzione della deformazione assiale (prova con clump a due sfere).

Le Figure 11.21 e 11.22 confermano i risultati ottenuti con il modello a sfere: dalle curve tensione-deformazione si nota che la tensione deviatorica σ_d aumenta

in maniera monotona fino al valore di picco (corrispondente alla rottura del campione), poi la resistenza diminuisce e si assesta ad un valore quasi costante. All'aumentare della tensione di confinamento (σ_c) crescono sia la resistenza ultima sia quella residua.

Nelle Figure 11.23 e 11.24 viene riportato un confronto dei risultati ottenuti con il modello a sfere e quello a clump, in termini di curve tensioni-deformazioni.

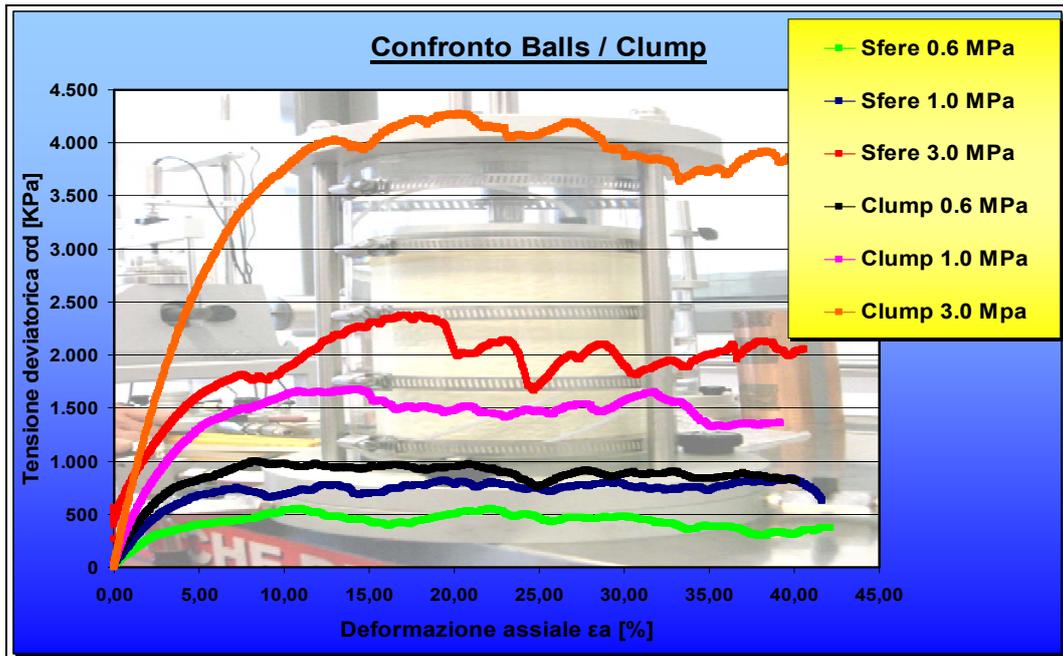


Figura 11.23: Confronto curve $\sigma_d - \varepsilon_a$ tra prove con modello a sfere e prove con modello a clump a due sfere.

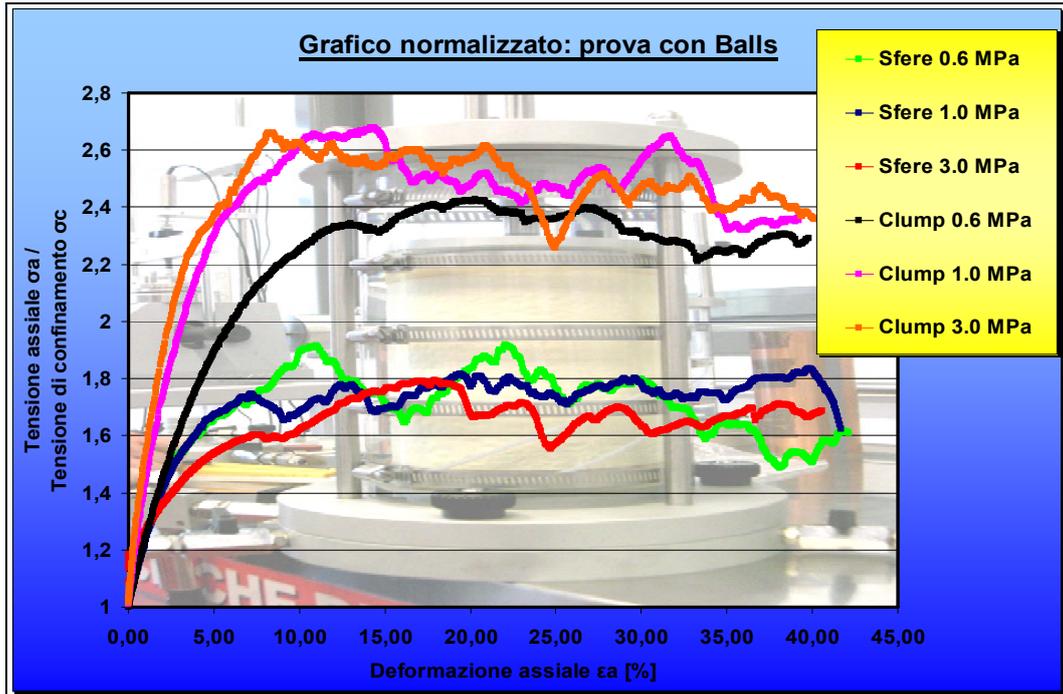


Figura 11.24: Curve normalizzate: tensione assiale/tensione di confinamento in funzione della deformazione assiale - confronto tra i risultati dei modelli a sfere ed a clump a due sfere.

Le stesse osservazioni possono essere condotte sui risultati delle prove eseguite sugli altri campioni modellati.

11.4.2. Clump a tre sfere

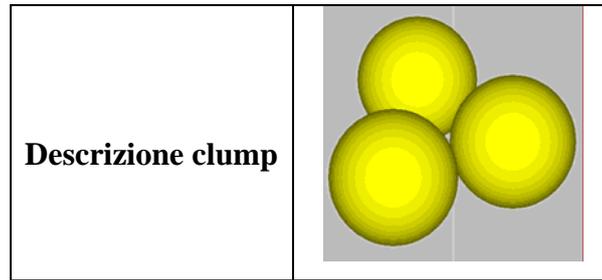


Tabella 11.3: Descrizione clump a tre sfere.

11.4.2.1. Modello creato

Il provino creato è costituito da 2823 balls, cioè 941 clump a 3 sfere, di diametro ed altezza pari rispettivamente a 0.7 m e 1.4 m (Figure 11.25).

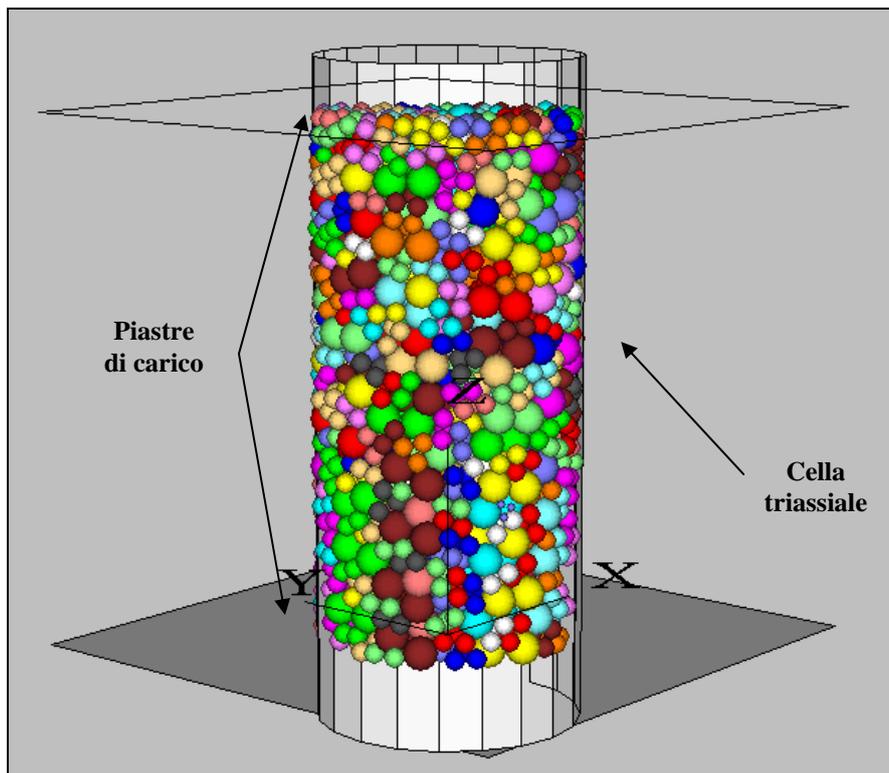


Figura 11.25: Modellazione della cella triassiale e del provino per elementi di generica generica (**clump** a tre sfere).

Nelle Figure (Figure 11.26, 11.27, 11.28, 11.29, 11.30 e 11.31) sono riportate le curve tensione-deformazione e variazione di volume-deformazione per tre diversi valori della tensione di confinamento.

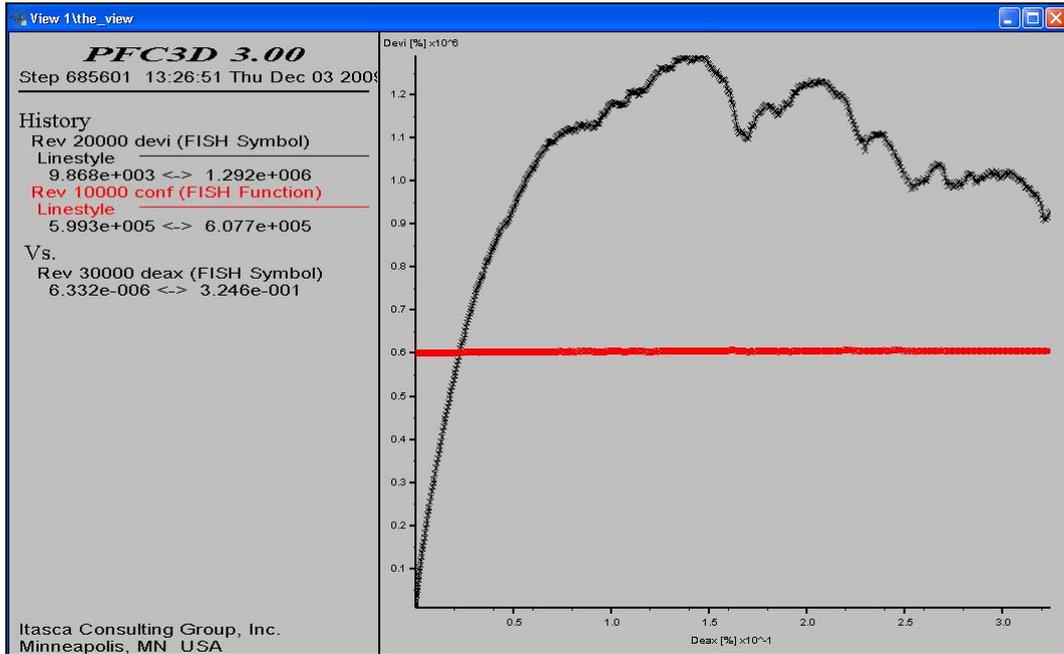


Figura 11.26: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

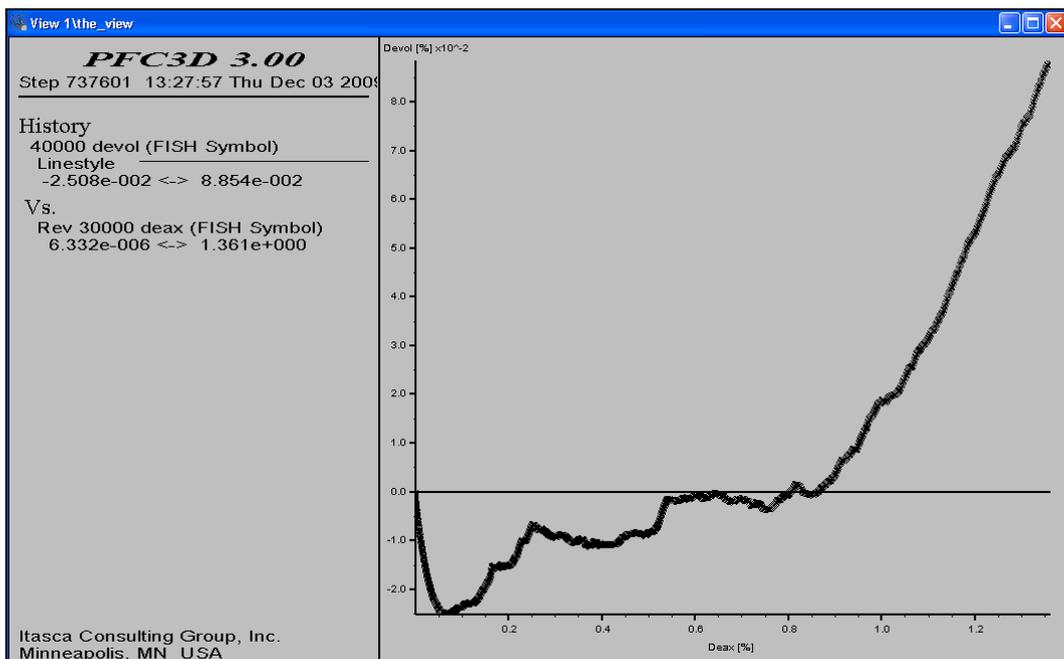


Figura 11.27: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

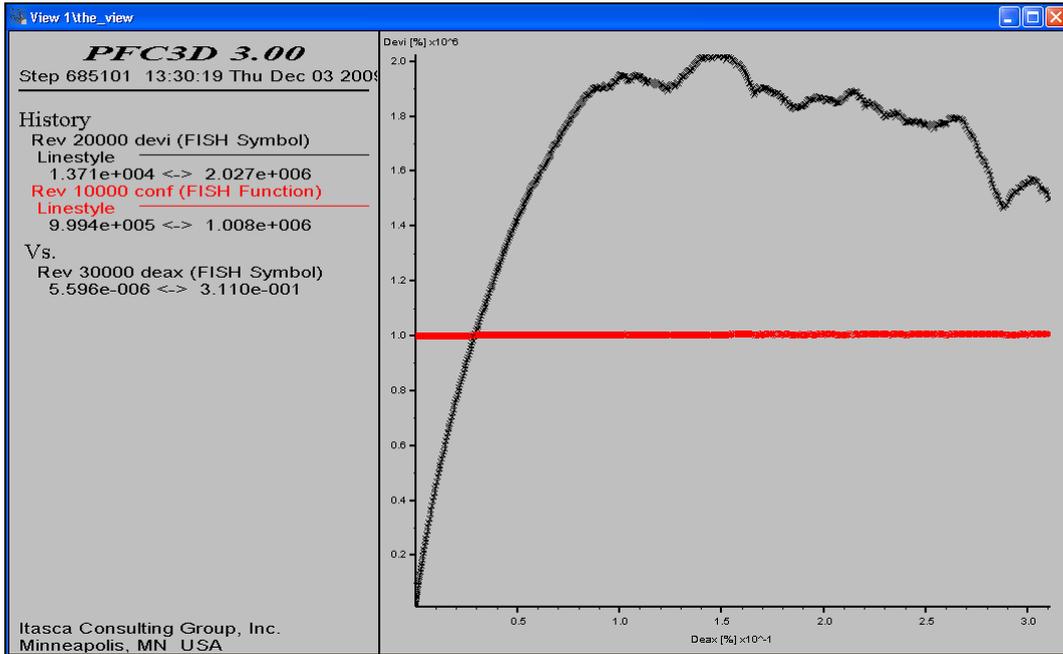


Figura 11.28: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

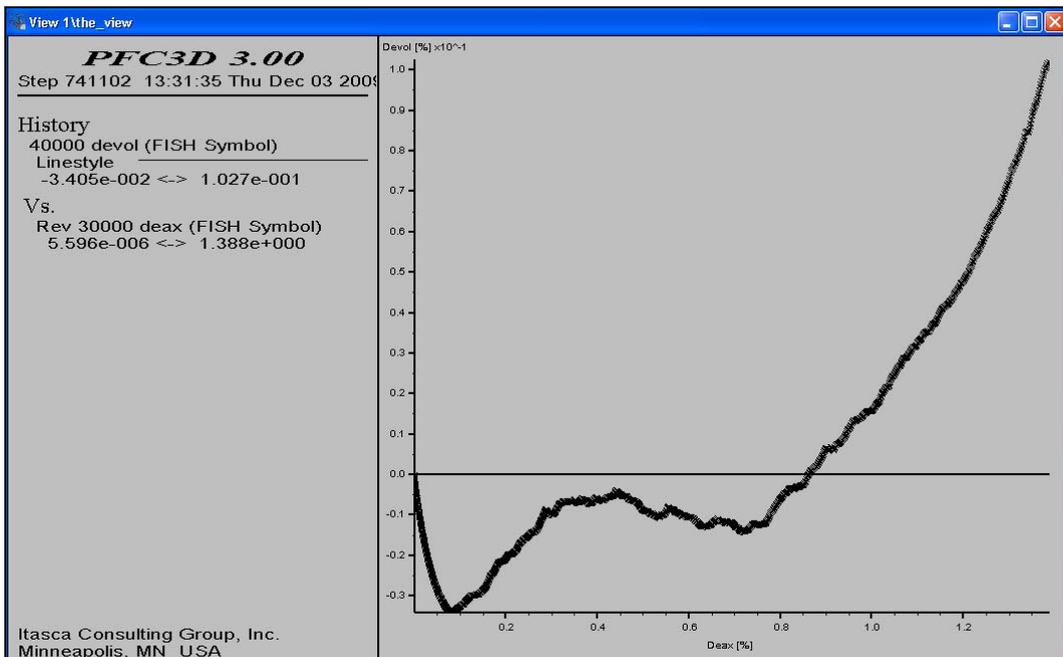


Figura 11.29: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

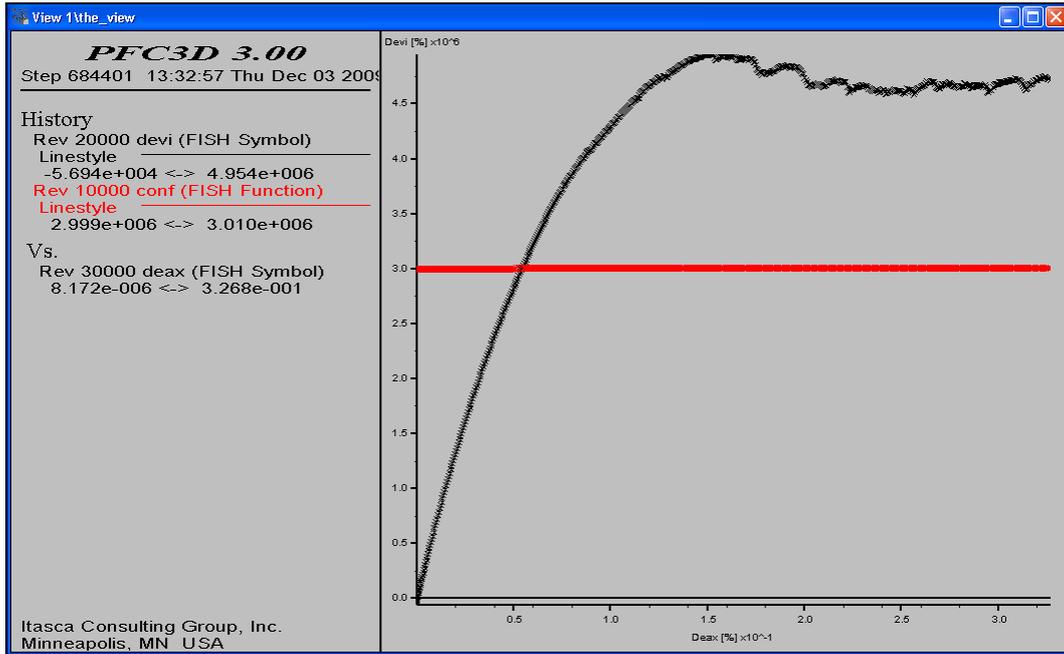


Figura 11.30: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

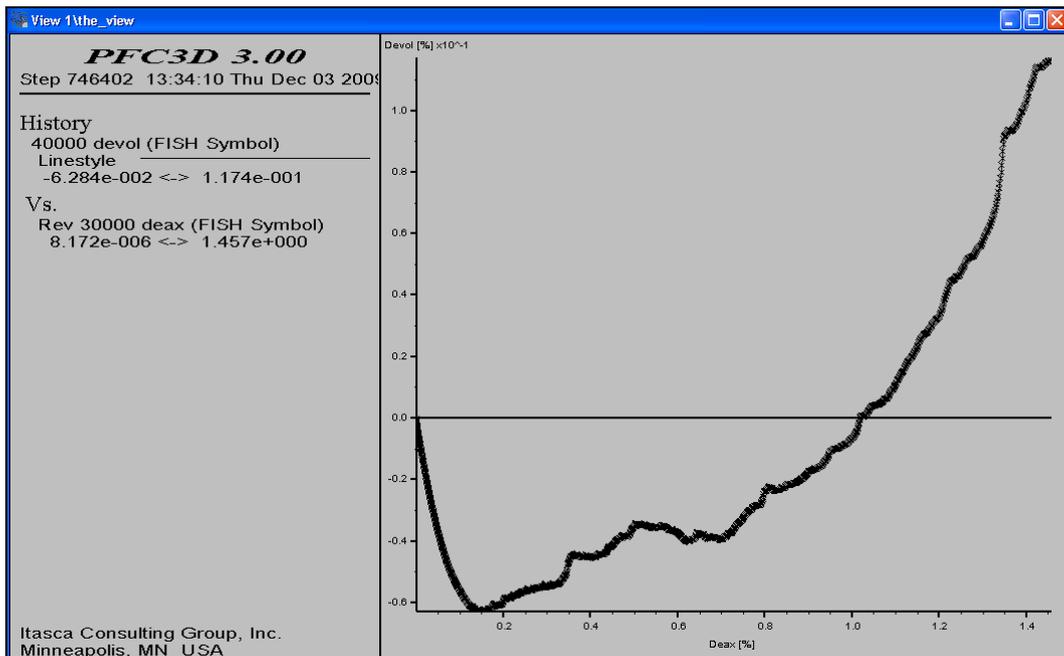


Figura 11.31: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

11.4.3. Clump a quattro sfere

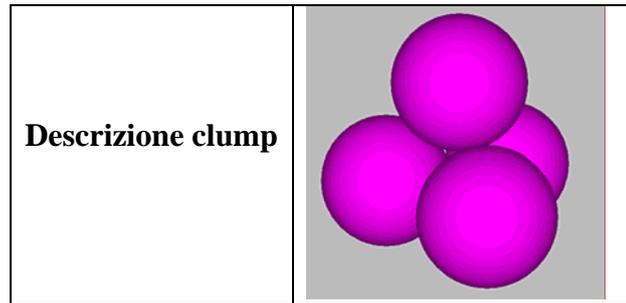


Tabella 11.4: Descrizione clump a quattro sfere.

11.4.3.1. Modello creato

Il provino è costituito da 2824 elementi, cioè 706 clump tetraedrici.

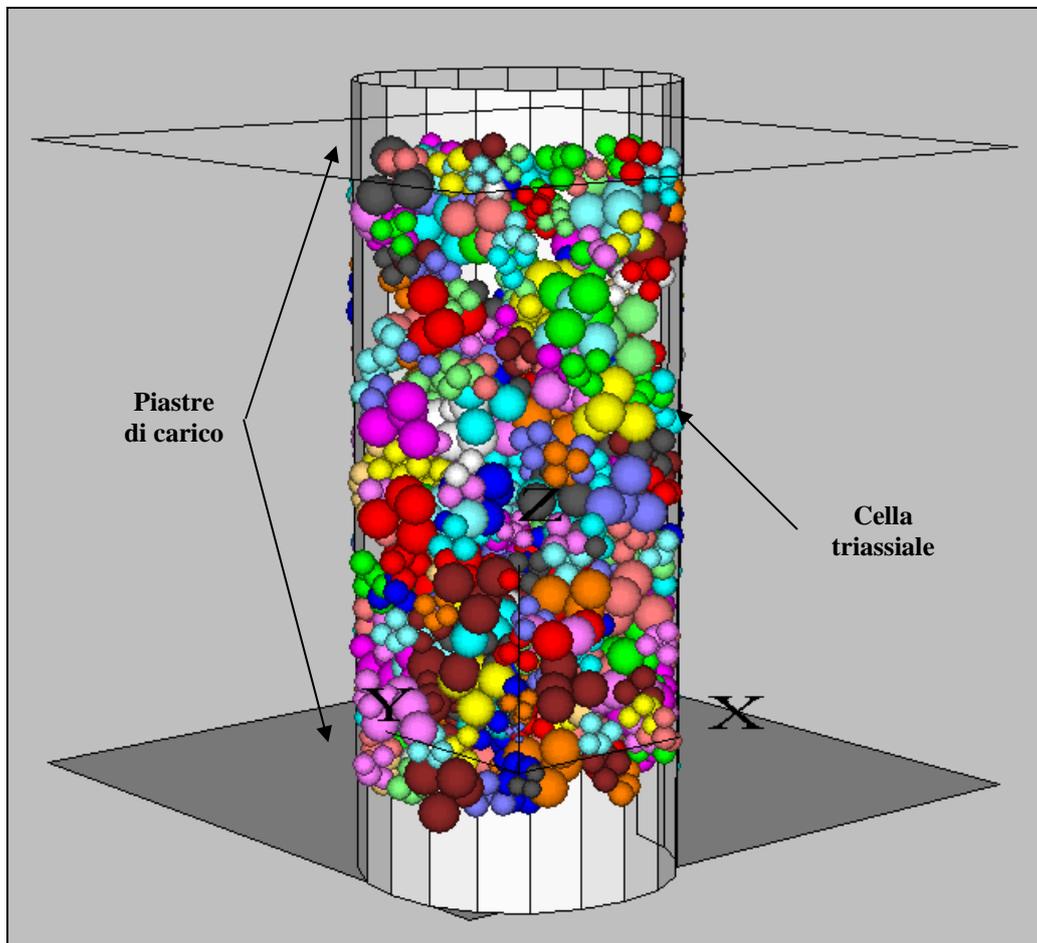


Figura 11.32: Modellazione della cella triassiale e del provino per elementi di generica generica (**clump** a tre sfere).

I risultati delle tre prove simulate per tre diversi valori della tensione di confinamento sono riportati ed illustrati nelle Figure di seguito (Figure 11.34, 11.35, 11.36, 11.37, 11.38 e 11.39).

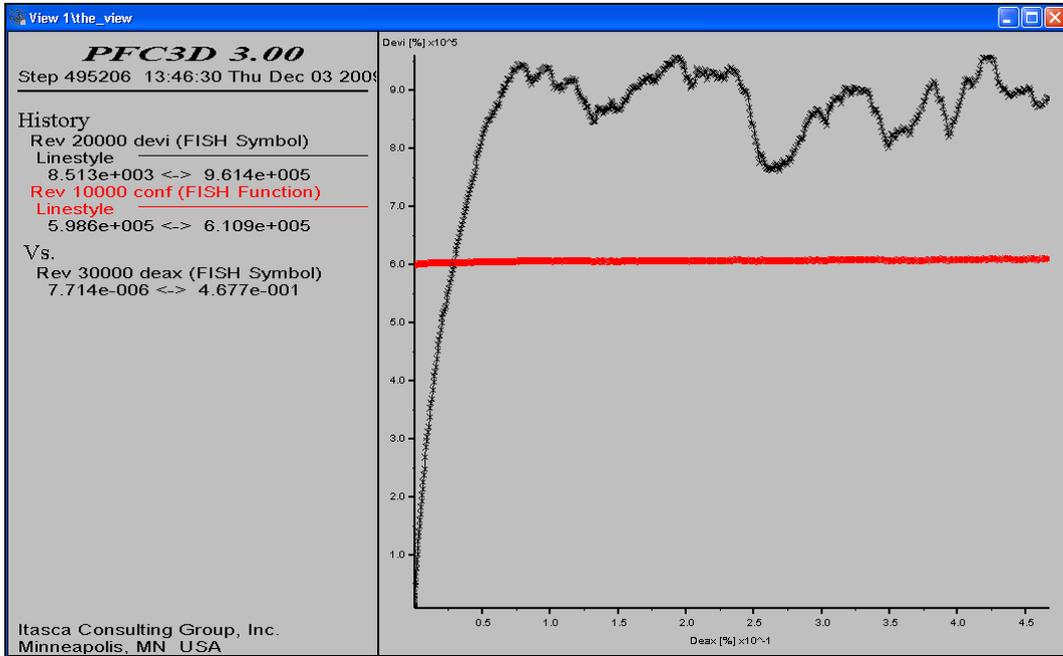


Figura 11.33: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

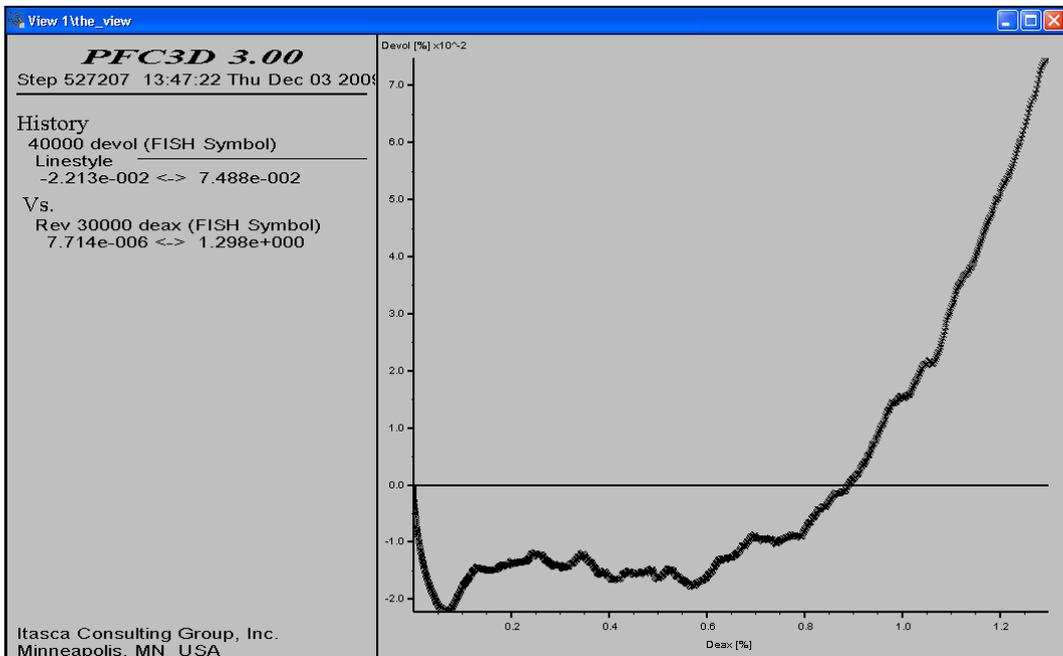


Figura 11.34: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 0.6MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

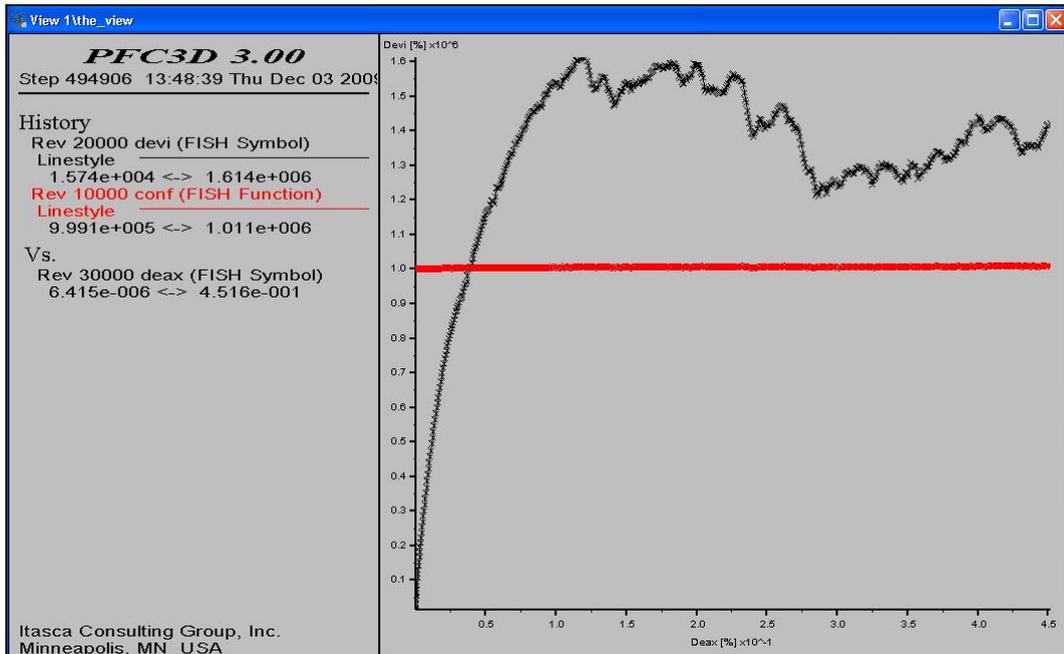


Figura 11.35: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

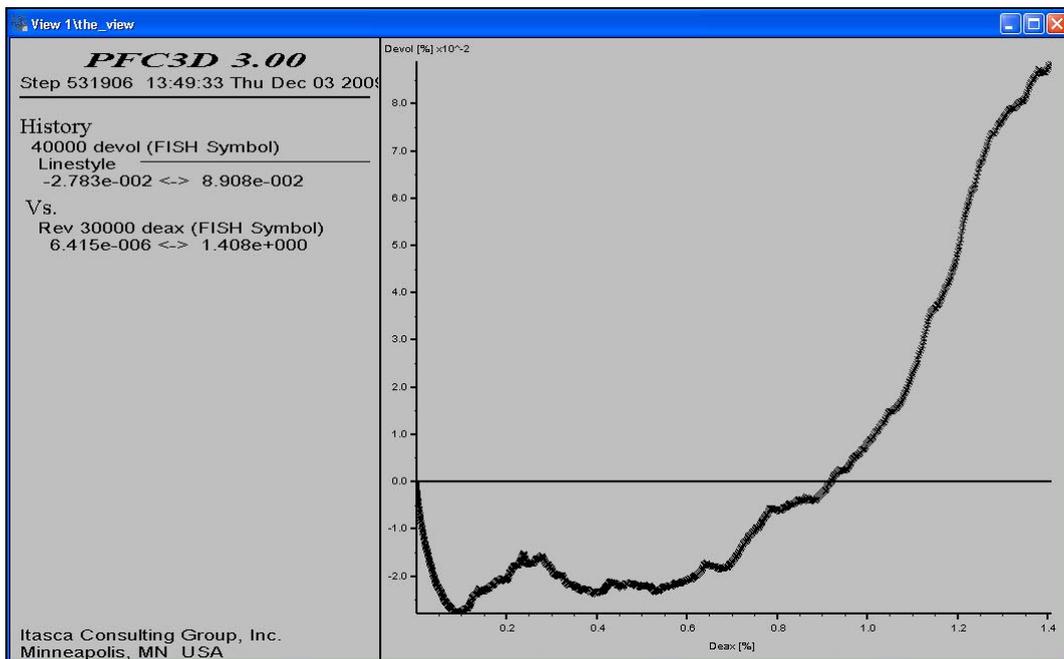


Figura 11.36: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 1MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

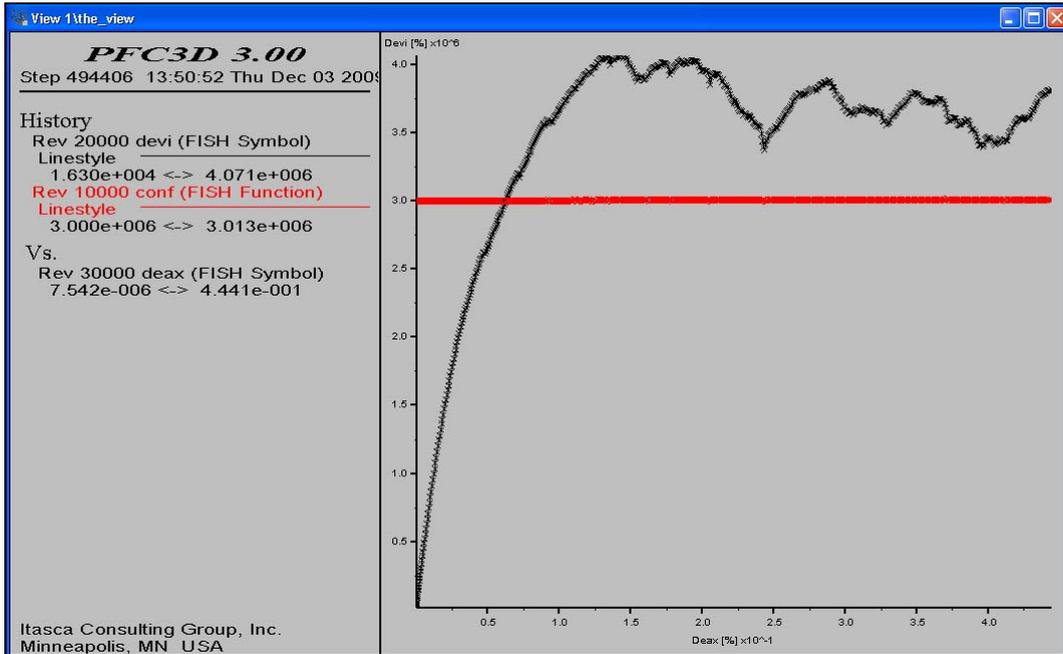


Figura 11.37: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

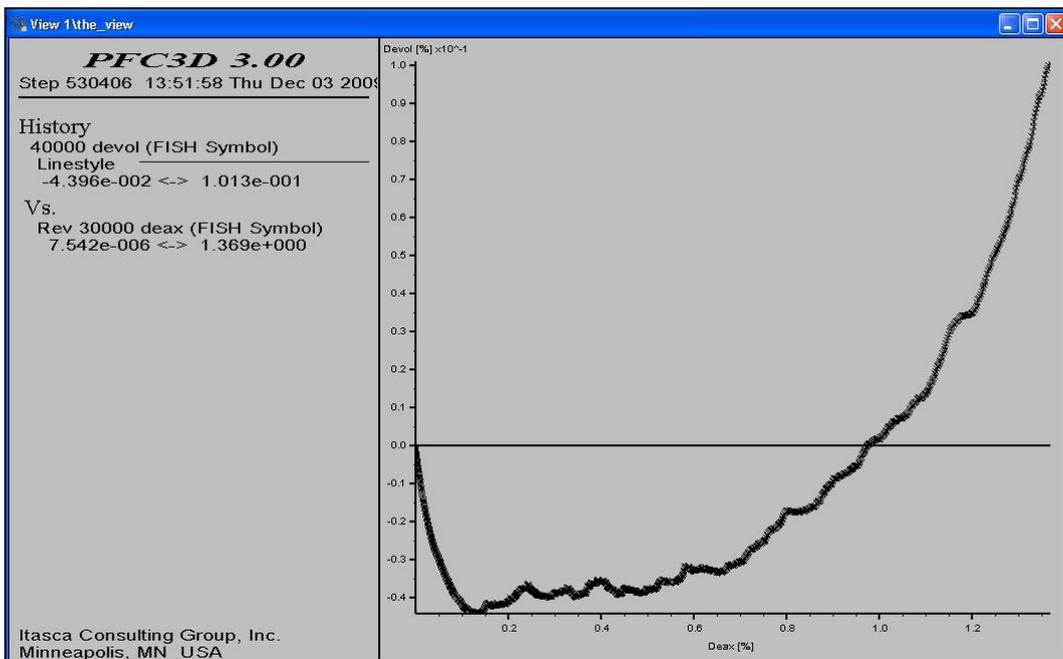


Figura 11.38: Il campione clump a due sfere con $\sigma_c = 3MPa$: andamento della deformazione volumetrica tensione deviatorica in funzione della deformazione assiale.

11.5. I CIRCOLI DI MOHR

La resistenza dei conglomerati bituminosi può essere definita in termini delle tensioni che si sviluppano in corrispondenza del picco della curva tensione-deformazione. Un metodo per rappresentare la resistenza è quello di utilizzare i cerchi di Mohr: si disegnano i cerchi che rappresentano appunto gli stati tensionali in corrispondenza dei picchi, considerando quindi la condizione di rottura. Viene poi costruita una linea tangente ai cerchi: tale curva è detta *inviluppo di rottura di Mohr*. Attraverso questa costruzione diventa semplice valutare lo stato tensionale di un campione:

- se il cerchio di Mohr che rappresenta lo stato tensionale del sistema si trova al di sotto della curva di inviluppo di rottura, allora il conglomerato bituminoso sarà stabile sotto questo stato tensionale;
- se il cerchio è tangente alla curva, il conglomerato bituminoso ha raggiunto il limite di resistenza e si formerà una superficie di rottura;
- non è possibile avere stati tensionali rappresentati da cerchi che intersechino la curva di inviluppo: tale condizione corrisponderebbe a una deformazione indefinita.

Se si costruiscono i cerchi di Mohr delle prove effettuate (Figura 11.39, 11.40, 11.41 e 11.42), si ottengono delle linee di inviluppo che definiscono degli angoli di attrito. Tali angoli possono essere considerati gli attriti mobilitati a livello macroscopico. Si può notare che i valori di questi angoli sono diversi da quelli microscopici.

Infatti:

- per le prove con le balls, ad un angolo di attrito interparticellare di 11.3° ($\mu = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato a livello macroscopico di 16° ;
- per le prove effettuate con i clump, ad un angolo di attrito interparticellare di 11.3° ($\mu = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato a livello macroscopico rispettivamente di 25° (per i clump a due sfere), 27° (per i clump a tre sfere) e 24° (per i clump a quattro sfere).

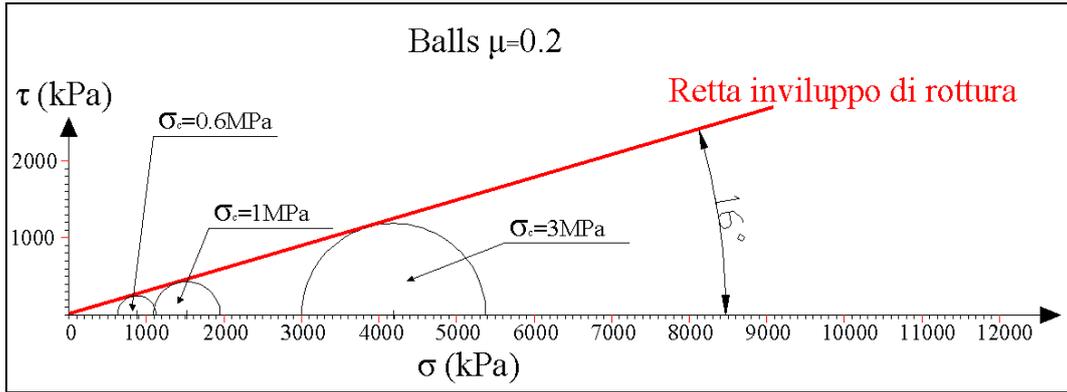


Figura 11.39: Circoli di Mohr per le prove con le balls.

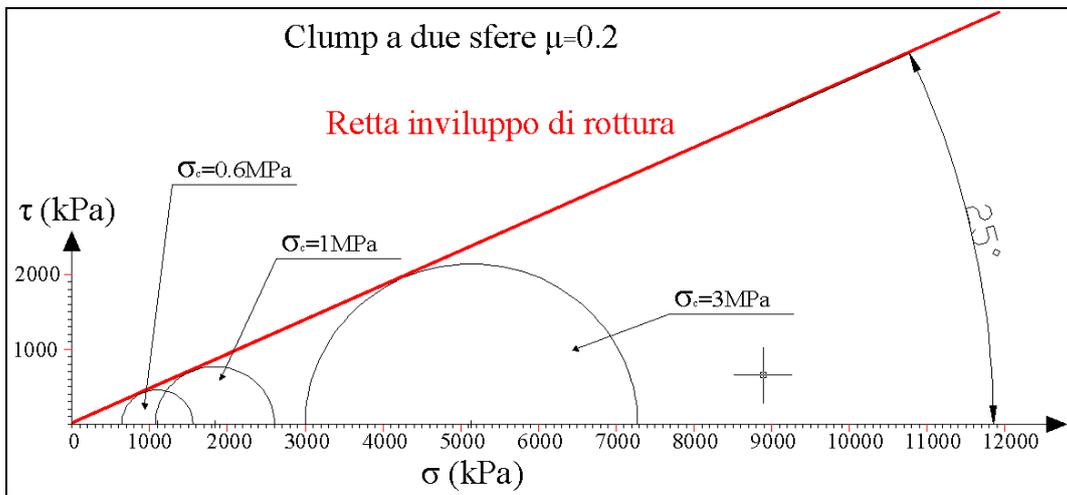


Figura 11.40: Circoli di Mohr per le prove con i clump a due sfere.

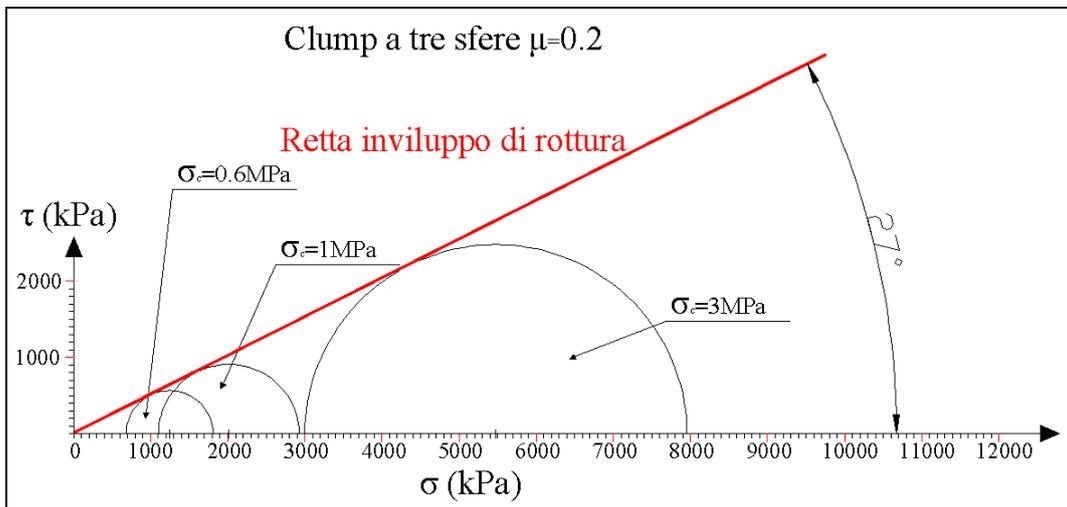


Figura 11.41: Circoli di Mohr per le prove con i clump a tre sfere.

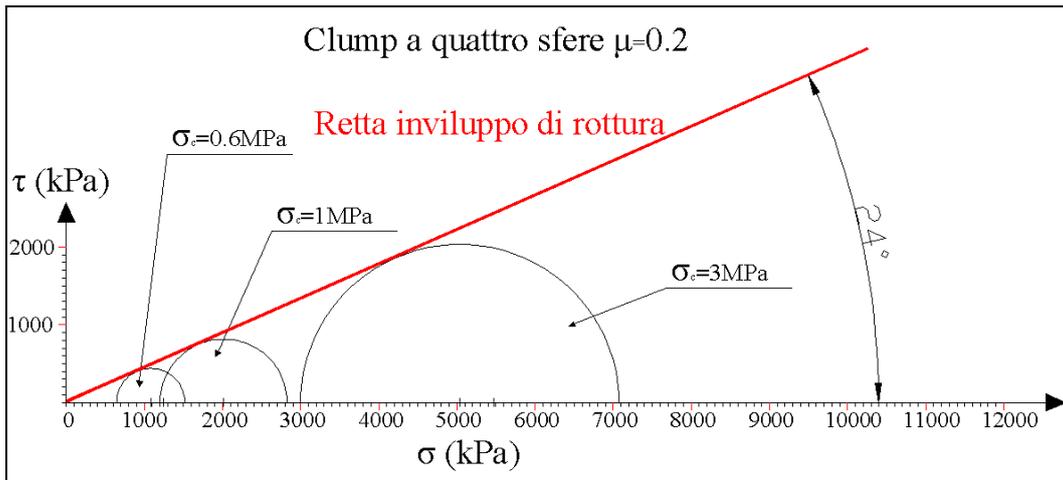


Figura 11.42: Circoli di Mohr per le prove con i clump a quattro sfere.

11.6 CONCLUSIONI

Quello che ci interessa è trovare una certa corrispondenza tra il comportamento dei campioni generati e sottoposti a prova con quello registrato nelle tradizionali classiche prove che si eseguono in laboratorio.

Dallo studio dell'andamento delle curve ottenute si nota uno stadio iniziale nel quale le deformazioni sono molto piccole, mentre la tensione deviatorica cresce e si ha una contrazione volumetrica. Questo fino ad arrivare a un picco in corrispondenza del quale viene mobilitata la massima resistenza del campione: da questo punto in poi il conglomerato inizia a rompersi, la curva tensione-deformazione a scendere, con conseguente diminuzione della resistenza, mentre il provino si dilata. Arrivati a deformazioni assiali medio-alte si può osservare l'inizio di una fase finale nella quale la resistenza è all'incirca costante e non si rilevano più variazioni significative di volume.

Il comportamento reale è quindi perfettamente riprodotto dal modello, le curve in questo caso presentano un po' di oscillazioni, ma ciò è dovuto semplicemente al numero di particelle, piccolo rispetto a quello che si ha nella realtà.

Si nota come i provini generati con la logica clump raggiungono maggiori resistenze sia di picco sia residue rispetto al provino a sfere; ciò è imputabile al fatto che le balls utilizzate consentono uno sviluppo parziale dell'ingranamento tra gli elementi dell'inerte, mentre il modello generato con la logica clump assicura un ingranamento reciproco tra le particelle superiore a quello fornito dalle sfere.

Quindi l'introduzione di parametri, quali la forma e le dimensioni dei grani dell'aggregato, consentono di ottenere un modello più rispondente alla realtà fisica.

Considerazioni molto interessanti si ottengono analizzando la Figura 11.43, in cui sono illustrati i risultati delle varie prove triassiali eseguite sui modelli a clump.

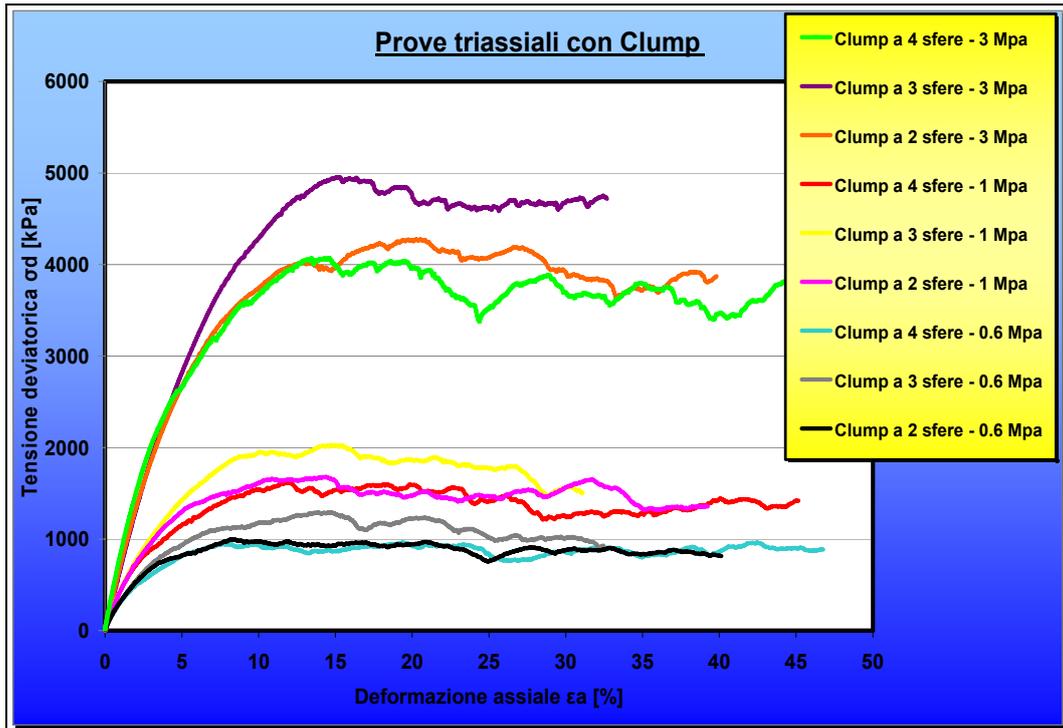


Figura 11.43: Diagramma $\sigma_d - \epsilon_a$: risultati numerici al variare della tensione di confinamento σ_c (prove triassiali con Clump).

Si osserva che il modello realizzato con i clump tetraedrici raggiunge minori resistenze sia di picco che residue rispetto ai provini generati con i clump a due e tre sfere; questo può essere dovuto al fatto che la forma tetraedrica limita l'ingranamento tra gli elementi. Ciò è coerente con quanto visto durante la fase di generazione dei campioni, in cui è stata necessaria una maggior forza di compattazione per la modellazione dei provini a clump tetraedrici.

Si è anche cercato di comprendere la relazione tra l'attrito interparticellare e quello che invece il sistema rivela a livello macroscopico (l'angolo di attrito mobilitato nella prova triassiale): i due valori non coincidono perfettamente e ciò può essere imputato al comportamento dilatante del materiale.

Riportando i valori delle tensioni di rottura delle varie prove sul piano di Mohr (Figura 11.44), si ottengono delle curve di involuppo quasi lineari. Tramite queste linee si sono definiti gli angoli di attrito, che possono essere considerati gli attriti mobilitati a livello macroscopico.

Si nota che i valori di questi angoli sono diversi da quelli microscopici.

La differenza tra i valori microscopici e quelli macroscopici può essere imputata al comportamento dilatante dei campioni.

È possibile quindi affermare che l'attrito interparticellare e la struttura iniziale del campione (quindi il suo grado di addensamento, che dipende direttamente dalla tensione di confinamento) hanno una grande influenza sul comportamento tenso-deformativo e volumetrico di sistemi sottoposti a prova triassiale.

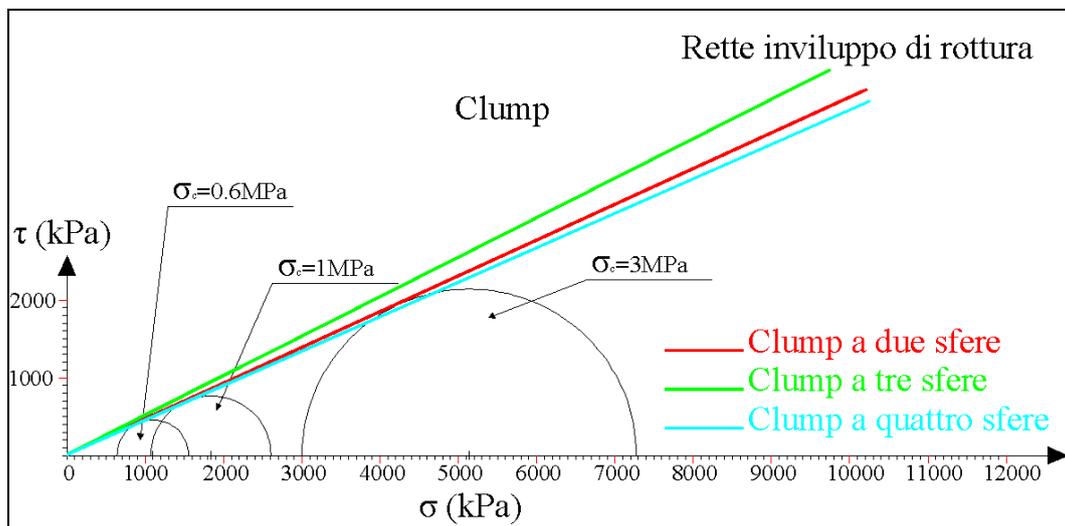


Figura 11.44: Circoli di Mohr per le prove con i clump.

Il grafico di Figura 11.44 conferma che il modello realizzato con i clump tetraedrici raggiunge minori resistenze sia di picco che residue rispetto ai provini generati con i clump a due e tre sfere; infatti l'angolo d'attrito mobilitato a livello macroscopico cala.

Questo è un'ulteriore dimostrazione che il provino a clump tetraedrici determina un minor ingranamento reciproco tra gli elementi dell'inerte.

CONCLUSIONI

Il principale elemento di originalità presentato nel corso della Tesi riguarda lo studio dei materiali attraverso un codice di calcolo in grado di considerare la natura eterogenea della materia e, in particolare, l'applicazione del metodo ad elementi distinti particellari ai materiali legati, visti non più come un continuo, ma come insieme eterogeneo di elementi caratterizzati dalla presenza di matrice litica e legante. Numerose esperienze in letteratura trattano, infatti, dell'utilizzo del metodo DEM nello studio di materiali granulari, mentre solo di recente si è estesa l'applicazione ai materiali legati, come è stato approfondito nel corso della presente indagine. Il metodo esaminato consente pertanto di partire da un'analisi a livello microscopico per simulare il comportamento macroscopico del materiale, riuscendo a cogliere aspetti di dettaglio che sfuggono alla tradizionale modellazione FEM..

Particolare attenzione è stata prestata alla caratterizzazione iniziale dei modelli numerici e alla procedura di calibrazione degli stessi, finalizzata a raggiungere un soddisfacente grado di rispondenza ai risultati sperimentali attraverso una procedura di back analysis.

La ricerca è stata condotta affiancando una fase sperimentale a indagini di natura prettamente numerica condotte attraverso il software commerciale PFC3D della Itasca Software, basato sul metodo agli elementi distinti particellari (DEM).

Aspetto peculiare di tale codice di calcolo è la modellazione della materia come un insieme di particelle discontinue e indeformabili, il cui comportamento macroscopico è regolato da semplici leggi costitutive e un numero limitato di parametri intrinseci del materiale. Gli elementi del modello numerico hanno di fatto lo scopo di approssimare il comportamento tenso-deformativo del materiale, mediante una determinata rigidità, che viene attivata qualora le particelle siano legate o in contatto tra loro. Le forze esterne sono invece sviluppate attraverso elementi di contorno, che generano un'onda di forza all'interno del modello.

L'implementazione del sistema risolutivo di equazioni non lineari, dato dalla seconda legge di *Newton* per le particelle e dalla legge forza-spostamento per i contatti, permette di determinare lo spostamento e la rotazione degli elementi nel

tempo, l'eventuale distacco delle particelle e la formazione di nuovi punti di contatto.

Al programma è anche abbinato un linguaggio di programmazione FISH che consente all'utente di definire nuove variabili e funzioni. In questo modo si possono ampliare le potenzialità del codice lasciando la possibilità di creare programmi specifici adattati a casi particolari.

Il metodo DEM, già applicato con successo ai materiali sciolti, è stato adattato allo studio di materiali legati ottenendo ottimi risultati per i conglomerati bituminosi, che tuttavia richiedono la calibratura di un maggior numero di parametri. A tal proposito sono da evidenziare gli aspetti negativi emersi nel corso dello studio, legati alla lenta procedura di calibrazione del modello numerico e all'elevato onere computazionale, strettamente correlato al numero di elementi.

In definitiva, dunque, le analisi e gli studi condotti nel corso della presente Tesi permettono di affermare che il metodo agli elementi distinti particellari può essere visto come un interessante approccio per la modellazione numerica in alternativa alla modellazione tradizionale al continuo, essendo in grado di cogliere la natura eterogenea del materiale oggetto di studio.

Il Metodo degli Elementi Distinti Particellari, fornendo i valori di picco delle forze e degli spostamenti a cui è soggetto il sistema, consente una rappresentazione del modello molto fedele alla realtà fisica e si propone quindi come una valida evoluzione delle teorie tradizionali basate, invece, sui valori medi delle grandezze indagate. Per lo studio del comportamento a fatica, in particolare, è possibile ottenere indicazioni sia sul numero di cicli di carico che la portano a rottura, operazione questa già possibile con le tecniche classiche, sia soprattutto sulla localizzazione del punto d'innescio della frattura. Diventa così possibile studiare la propagazione di fenomeni fessurativi di tipo *bottom-up* e *top-down*, tenendo in considerazione anche la sovrapposizione degli effetti conseguente alla loro interazione all'interno dello strato.

Infine, è opportuno osservare che il metodo DEM non si propone solo come analisi di complemento, ma in alcuni ambiti risulta essere uno strumento

privilegiato per la descrizione dei fenomeni reali non ancora del tutto compresi, giustificandone uno studio più approfondito.

Sviluppi futuri della ricerca

La ricerca presentata pone le basi per interessanti sviluppi futuri, mirati alla definizione di un vero e proprio “laboratorio numerico” in cui il metodo DEM possa essere utilizzato accanto e a supporto delle analisi di laboratorio per estendere la base di dati a disposizione. Analogamente a quanto svolto nel corso della Tesi, il laboratorio fisico rimarrà la base di partenza per le indicazioni e i parametri chiave da utilizzare a livello micromeccanico per la calibrazione del modello, mentre il “laboratorio numerico” completerà il range dei dati richiesti, stabilendo come cambiano le caratteristiche meccaniche di un materiale o di una miscela al variare del volume dei vuoti, della granulometria e di altri parametri di interesse.

Avendo già svolto la fase 1, il passo successivo sarà quello di investigare l’influenza dell’appiattimento e dell’assortimento granulometrico sul comportamento a fatica della sovrastruttura stradale flessibile; in particolare, verrà condotto uno studio parametrico articolato nelle fasi indicate in Figura 10.1.

La fase 2 prevederà la creazione di clump formati da sfere di ugual diametro, non compenstrate ed allineate al fine di indagare l’influenza dell’appiattimento sul comportamento tenso-deformativo della pavimentazione.

Nella fase 3, invece, si realizzeranno clump formati da sfere di diametro diverso, non compenstrate per analizzare l’influenza dell’assortimento granulometrico.

Verranno così realizzati nuovi modelli mediante la logica clump, sui quali verranno condotte altre prove triassiali di tipo consolidato-drenato al variare dei parametri di prova più significativi.

Si analizzeranno le solite curve tensione-deformazione e variazione di volume-deformazione al fine di ottenere dei risultati sulla base dei quali ricavare le dovute conclusioni.

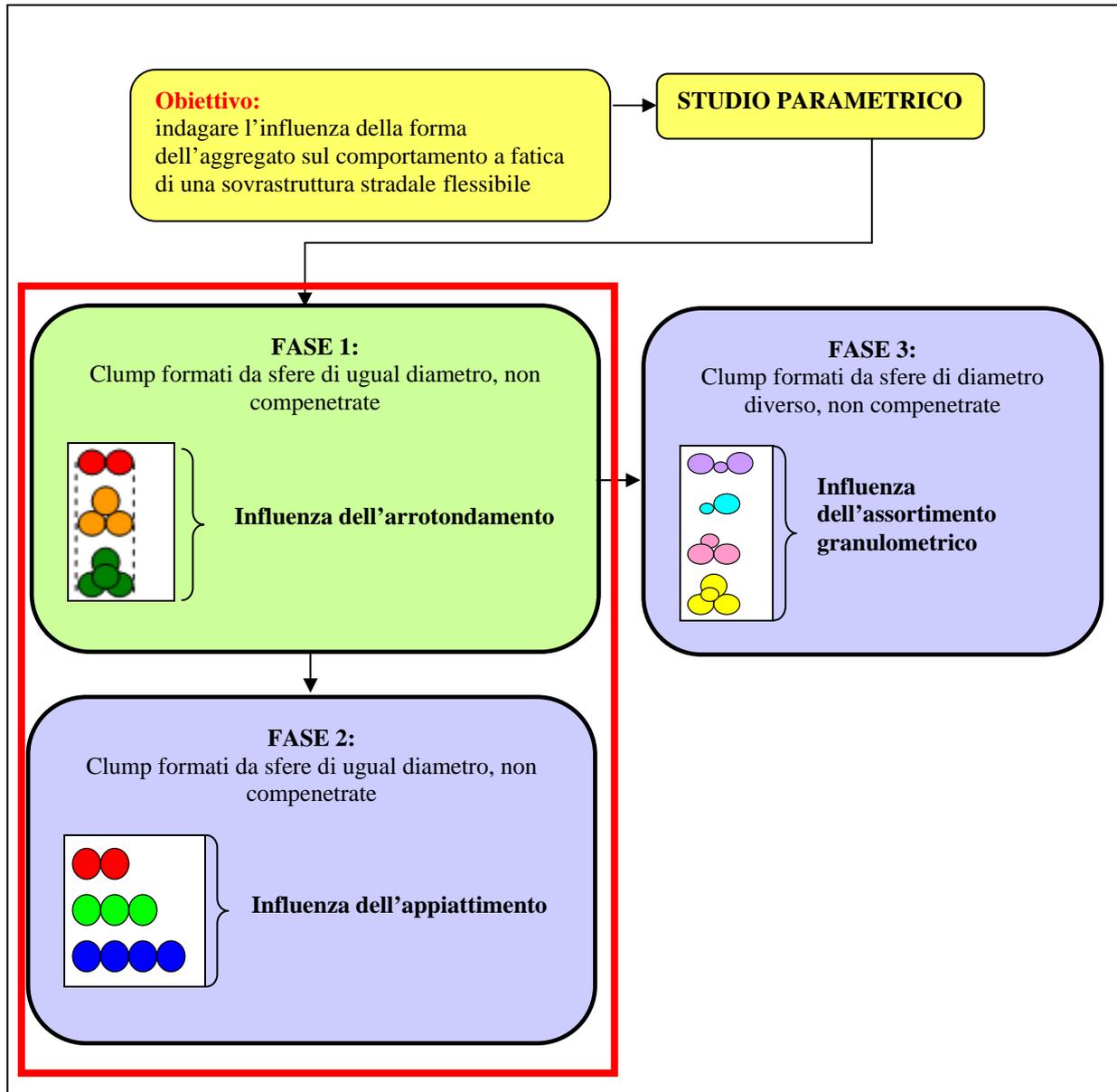


Figura 1: Studio parametrico futuro.

La fase successiva prevederà un'ampia attività di laboratorio durante la quale si andranno a riprodurre i campioni precedentemente generati tramite la modellazione con PFC3D.

In questa fase verranno utilizzate le sfere di acciaio, scelte nelle analisi precedenti al fine di simulare l'aggregato reale nel modo più significativo.

Ricordiamo infatti che, partendo dai risultati disponibili in letteratura [1-3] è stato scelto l'**acciaio** poiché costituisce un "aggregato ideale", in grado di fornire un confronto significativo tra i risultati numerici e quelli sperimentali in virtù del fatto che è ben riproducibile con il metodo DEM particellare.

Infatti:

- la geometria delle sfere in acciaio è facilmente modellabile in termini sia di diametro, sia di sfericità;
- la superficie delle sfere è uniforme ed è nota la relativa tolleranza di fabbricazione.

Sono stati scelti, in particolare, elementi di **acciaio inox AISI 420C°DRY** di diametro compreso tra 2.778 mm e 20.64 mm (Tabella 1e Figura 2).

ACCIAIO/ STEEL	Acciai comparabili/Designations of comparable steels		ANALISI/COMPOSITION *														
			C%	Si%	Mn%	P%	S%	Co%	Cr%	Mo%	Ni%	V%	W%	Cu%	Al%	O%	N%
AL CROMO 100 Cr6 ***	UNI 100 Cr6 AISI E52100 W.1.3505	AFN. 100 Cr6 JIS SUJ 2 DIN 100Cr6	0.93 1.05	0.15 0.35	0.25 0.45	0.025 max	0.015 max	- -	1.35 1.60	0.10 max	- -	- -	- -	0.30 max	0.050 max	0.0015 max	- -
INOX AL 13% 420 B ***	UNI X30Cr13 AISI - W.1.4028	AFN. Z30C13 JIS SUS 420 J 2 DIN X30Cr13	0.26 0.35	1.00 max	1.50 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.00 14.00	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 13% 420 C ***	UNI X40Cr14 AISI - W.1.4034 EN 1.3541/X47Cr14	AFN. Z40C14 JIS - DIN X46Cr13	0.43 0.50	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.50 14.50	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 B ***	UNI - AISI/SAE 440B - W.1.4112	AFN - JIS SUS 440B DIN X90CrMoV18	0.85 0.95	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	17.00 19.00	0.90 1.30	- -	0.07 0.12	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 C ***	UNI - AISI 440 C W.1.4125 EN 1.3543/X108CrMo17	AFN. Z100 CD 17 JIS SUS 440C DIN X105CrMo17	0.95 1.20	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	16.00 18.00	0.40 0.80	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX 18/8 304 ***	UNI X5CrNi18-10 AISI 304/304H W.1.4301	AFN. Z6CN 18-09 JIS SUS 304 DIN X5CrNi 18-10	0.07 max	1.00 max	2.00 max	0.045 max	0.015 max	- -	17.00 19.50	- -	8.00 10.50	- -	- -	- -	- -	- -	0.11 max

Tabella 1: Tipologie di acciaio per sfere – specifiche compositive dell' **acciaio inox AISI 420C DRY**.



Figura 2: Sfere di **acciaio inox AISI 420C°DRY** di diametro compreso tra 2.778 mm e 20.64 mm.

Per quanto riguarda le “modalità” di modellazione più opportune al fine di riprodurre particelle di acciaio di forma non sferica in laboratorio, saranno svolti diversi test al fine di capire quale sia il collante migliore con cui unire le sfere che compongono il clump.

Verranno prese in considerazione diverse possibilità, tenendo presente vari aspetti quali:

- il vincolo dettato dalla piccola dimensione delle sfere che schematizzano l’aggregato fine della miscela;
- la richiesta di elevata resistenza affinché i clump non si disgreghino durante il test triassiale;
- la facilità di utilizzo del collante;
- l’assenza di residui tossici del collante.

Alla luce di queste considerazioni verrà adottato come collante l’**acciaio liquido** (Tabella 2).

Tipo di processo	Pregi	Difetti
Saldatura a filo		Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Colla	Facilità di utilizzo	Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Silicone	Facilità di utilizzo	Scarsa resistenza
Resina ipossidica	Facilità di utilizzo	Tossicità
Acciaio liquido	Facilità di utilizzo, buona resistenza, nessuna tossicità	

Tabella 2: Scelta del tipo di collante per realizzare clump di acciaio.

BIBLIOGRAFIA

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Cui L., O'Sullivan C. & O'Neill S. (2007), "*An analysis of the triaxial apparatus using a mixed boundary three-dimensional discrete element model*", Geotechnique, vol. 57, n. 10 pp. 831-844;
- [2] O'Sullivan C. & Bray J. (2003), "*Relating the response of idealized analogue particles and real sands*", Proceedings of the 1st international PFC symposium, 6-8 November, Germany, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publisher;
- [3] O'Sullivan C., Bray J. & Riemer M. (2004), "*Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particles using physical tests and discrete element simulations*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 130, pg. 1140-1150;
- [4] Potyondy D. O. & Cundall P. A. (2004), "*A bonded-particle model for rock*", International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 41, pg. 1329-1364;
- [5] Theuerkauf J., Dhodapkar S., Manjunath K., Jacob K. & Steinmetz T. (2003), "*Applying the Discrete Element Method in Process Engineering*", Chemical Engineering Technologies, vol. 26, pg. 157-162;
- [6] Thomas P. & Bray J. D. (1997), "*Capturing nonspherical shape of granular media with disk clusters*", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 125, pg. 169-178;
- [7] Huang Z., Yang Z. & Wang Z. (2008), "*Discrete element modeling of sand behavior in a biaxial shear test*", Journal of Zhejiang University, vol. 9, pp. 1176-1183;
- [8] Cho N., Martin C.D. & Sego D.C. (2007), "*A clumped particle model for rock*", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 44, pp. 997-1010;
- [9] Hiroshi T. & Kazuyoshi I. (2001), "*Numerical simulation of triaxial test using two and three dimensional DEM*", Powders and grains, Balkema Editor;
- [10] Katzenbach R. & Schmitt A. (2004), "*Micromechanical modelling of granular materials under triaxial and odometer loading*", Proceedings of the 2nd

international PFC symposium, 28-29 October, Kyoto, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publishers;

[11] Pierce E. & Cundall K. (2003), "*PFC3D modelling of caved rock under draw*", Proceedings of the 1st international PFC symposium, 6-8 November, Germany, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publisher;

[12] Uthus L. (2007), "*Deformation properties of unbound granular aggregates*", Thesis for the degree of philosophiae doctor, Trondheim, Norwegian University of Science and Technology, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Civil and Transport Engineering;

[13] Nougier-Lehon C. , Cambou B. & Vincent E. (2003), "*Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials: a numerical analysis*", International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, vol. 27, pp. 1207–1226;

[14] O’Sullivan C., Bray J. & Riemer M. (2004), "*Influence of particle shape and surface friction variability on response of rod-shaped particulate media*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 128, pg. 1182-1192;

[15] Salot C., Gotteland P. & Villard P. (2009), "*Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests*", Granular Matter;

[16] You Z., Adhikari S. & Dai Q. (2008), "*Three-dimensional discrete element models for asphalt mixtures*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 134, n. 12;

[17] Maynar M. J. & Medina Rodríguez L. E. (2005), "*Discrete numerical model for analysis of earth pressure balance tunnel excavation*", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 131, n. 10;

[18] Ng T. (2004), "*Triaxial test simulations with discrete element method and hydrostatic boundaries*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 130, n. 10, pp.1188–1194;

[19] Collop A.C., McDowell G.R. & Lee Y.W. (2006), "*Modelling dilation in an idealised asphalt mixture using discrete element modelling*", Granular Matter, vol. 8, pp. 175-184;

- [20] Lee, Y.W. (2006), “*Discrete element modelling of idealised asphalt mixture*”, PhD Thesis, The University of Nottingham, Nottingham, UK.
- [21] Zelelew H.M. & Papagiannakis A.T. (2009), “*DEM simulation of asphalt concrete uniaxial creep*”, Mairepav6;
- [22] Favier J. F., Abbaspour-Fard M. H. & Kremmer M. (2001), “*Modeling nonspherical particles using multisphere discrete elements*”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 127, n.10, pp. 971–977;
- [23] Lim W. L. & McDowell G. R. (2005), “*Discrete element modelling of railway ballast*”, Granular Matter, vol. 7, pp. 19–29;
- [24] Calvetti F., Combe G. & Lanier J. (1997), “*Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material: relation between structure evolution and loading path*”, Mechanics of cohesive-frictional materials, Vol. 2, pp. 121–163;
- [25] Abbas A., Masad E., Papagiannakis T. & Shenoy A. (2005), “*Modelling asphalt mastic stiffness using discrete element analysis and micromechanics-based models*”, The International Journal of Pavement Engineering, vol. 6, n. 2, pp. 137–146;
- [26] Collop A. C., McDowell G. R. & Lee Y. (2004), “*Use of the distinct element method to model the deformation behavior of an idealized asphalt mixture*”, The International Journal of Pavement Engineering, vol. 5, n. 1, pp. 1–7;
- [27] Micaelo R., Ribeiro J. & Azevedo M., “*Discrete element modelling of field asphalt compaction*”;
- [28] Liu Y., Dai Q. & You Z. (2009), “*Viscoelastic model for discrete element simulation of asphalt mixtures*”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 135, No. 4;
- [29] Abbas A., Masad E., Papagiannakis T. & Harman T. (2007), “*Micromechanical modeling of the viscoelastic behavior of asphalt mixtures using the discrete-element method*”, International Journal of Geomechanics, vol. 7, n. 2, pp. 131–139;
- [30] You Z., Buttlar G. & Dai Q. (2006), “*Aggregate effect on asphalt mixture properties by modelling particle to particle interaction, analysis of asphalt pavement materials and systems*”;

- [31] Kim H., Buttlar G. & Partl M. (2008), "*Investigation of fracture toughening mechanisms of asphalt concrete using the clustered discrete element method*", 8th Swiss Transport Research Conference, October 15-17;
- [32] Ullidtz P., "*Distinct element method for study of failure in cohesive particulate media*", Transportation Research Record 1757, Paper No. 01-2706.;
- [33] You Z. & Buttlar W. G. (2005), "*Application of discrete element modelling techniques to predict the complex modulus of asphalt–aggregate hollow cylinders subjected to internal pressure*", Journal of the Transportation Research Board, National Research Council, 1929, 218-226;
- [34] You Z. & Buttlar W. G. (2006), "*Micromechanical modeling approach to predict compressive dynamic moduli of asphalt mixtures using the distinct element method*", Journal of the Transportation Research Board, National Research Council, 1970, pp. 73-83;
- [35] Kim H., Wagoner M.P. & Buttlar W.G. (2008), "*Simulation of heterogeneous cohesive fracture model in asphalt concrete using discrete element method*", Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 20, No. 8, pp.552-563;
- [36] Tan S. A., Low B. H. & Fwa T. F. (1994), "*Behavior of asphalt concrete mixtures in triaxial compression*", Journal of Testing and Evaluation, vol. 22, n. 3, pp. 195-203;
- [37] Degiovanni E. (2009), "*Analisi sperimentale dei materiali della sovrastruttura stradale attraverso la modellazione agli elementi distinti particellari*", Università degli Studi di Parma, Facoltà di Ingegneria, Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile;
- [38] Yohannes B., Hill K. & Khazanovich L. (2009), "*Mechanistic modeling of unbound granular materials*";
- [39] Uthus L., Hopkins M.A. & Horvli I. (2008), "*Discrete element modelling of the resilient behaviour of unbound granular aggregates*", International Journal of Pavement Engineering, vol. 9, n° 6, pag. 387-395;
- [40] Lu M. & McDowell G.R. (2007), "*The importance of modeling ballast particle shape in the discrete element method*", Granular Matter, vol. 9, pp. 69-80;

- [41] Jensen R. P., Bosscher P. J., Plesha M. E. & Edil T. (1999), “*DEM simulation of granular media-structure interface: effects of surface roughness and particle shape*”, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 23, pg. 531-547;
- [42] Jensen R. P., Edil T., Bosscher P. J., Plesha M. E. & Kahla N. (2001), “*Effect of particle shape on interface behaviour of DEM-simulated granular materials*”, The International Journal of Geomechanics, vol. 1, pg. 1-19;
- [43] Wang L., Zhang B., Wang D. & Yue Z. (2006), “*Fundamental mechanics of asphalt compaction through FEM and DEM modelling, Analysis of pavement materials and systems*”;
- [44] Tavaréz A. & Plesha E. (2006), “*Discrete element method for modelling solid and particulate materials, International journal for numerical methods in engineering*”;
- [45] Articolo Cescam 2008 “*Pavimentazioni per gli spazi pedonali e ciclabili*”;
- [46] Tesi Anniballi Andrea “*Manutenzione stradale: microtappeti drenanti fibrorinforzati ad elevata aderenza superficiale*”;
- [47] Tesi Romandni Daniele “*Conglomerati bituminosi drenanti*”;
- [48] Ppt Cesare Sangiorgi SiTEB 2006;
- [49] Tesi Bentivegna Lucia “*I conglomerati colorati*”;
- [50] Articolo Cescam 2007 “*Le caratteristiche delle pavimentazioni per le intersezioni stradali a raso*”;
- [51] Tesi Rapino Flavia “*Le pavimentazioni stradali per la viabilità in ambito urbano*”;
- [52] Tesi Bolognesi Marcello “*Il manto di usura Splitt Mastix Asphalt: aspetti progettuali, funzionali e applicativi*”;
- [53] Tesi Pitzalis Fabrizio “*SMA: Splitt Mastix Asphalt*”;
- [54] Tesi Consilvio Mario “*Caratterizzazione sperimentale dell'utilizzo del granulato di gomma nei conglomerati bituminosi*”;
- [55] Tesi Casanova Fausto “*Studio sperimentale di pavimentazioni stradali anti-vibranti*”;
- [56] Tesi Albino Alberto “*Analisi sperimentale di pavimentazioni stradali antivibranti*”;

- [57] File “*microtappeti*”;
- [58] Articolo Cescam 2005 “*La sovrastruttura stradale per la mobilità non motorizzata*”;
- [59] Articolo VIATEC 2004 “*La progettazione integrata della manutenzione delle pavimentazioni stradali: proposta di materiali innovativi*”;
- [60] Articolo VIATEC 2004 “*La progettazione integrata della manutenzione delle pavimentazioni stradali: proposta di materiali innovativi*”;
- [61] Tesi Frascari Alessio “*Le pavimentazioni semi-flessibili*”;
- [62] Tesi Fattorini Giovanna “*Analisi sperimentale del comportamento a fatica di pavimentazioni semiflessibili*”;
- [63] Articolo SIV 2006 “*Le pavimentazioni semiflessibili: la caratterizzazione del grouted macadam*”;
- [64] Tesi Carpani Gaia “*Conglomerati bituminosi a bassa energia*”;
- [65] Tesi di dottorato Rastelli Silvia, università di Parma;
- [66] Tesi Manardi Marco “*I conglomerati bituminosi fotocatalitici*”;
- [67] Tesi Piselli Alessandro “*Healing: il fenomeno dell’auto-riparazione nei conglomerati bituminosi*”;
- [68] Rolt J., “*Long-Life Pavements*”, TRL;
- [69] Asphalt Pavement Alliance Publications, *Perpetual pavement*;
- [70] Articolo Rassegna del Bitume “*Le pavimentazioni stradali a manutenzione zero*”;
- [71] Articolo Inarcos “*Le pavimentazioni stradali “a manutenzione zero”: caratterizzazione dei materiali e criteri progettuali*”;
- [72] Monismith C.L. (2004), “*Evolution of long-lasting asphalt pavement design methodology: a perspective*”, International symposium on design and construction of long-lasting asphalt pavements, Auburn University, AL;
- [73] Bhattacharjee S., Scott Gould J., Mallick B. & Hugo F. (2004), “*Use of MMLS3 scaled accelerated loading for fatigue characterization of hot mix asphalt (HMA) in the laboratory*”, 2nd International Conference on Accelerated Pavement Testing, September, Minneapolis, MN, USA;

- [74] Carpenter S. H., Ghuzlan A. & Shen S. (2003), “*A fatigue endurance limit for highway and airport pavements*”, Annual Meeting of the Transportation Research Board, January;
- [76] Transportation Research Board Circular (2001), “*Perpetual bituminous pavements*”, number 503, December, ISSN 0097-8515;
- [77] Newcomb D.E., Buncher M., Huddleston I.J. (2001), “*Concepts of Perpetual Pavements*”;
- [78] Nunn, M.E., A. Brown, D. Weston and J.C. Nicholls (1997), “*Design of long-life flexible pavements for heavy traffic*”, Report No. 250, Transportation Research Laboratory, Berkshire, United Kingdom;
- [79] Ppt Cesare Sangiorgi, convegno Elletipi 2006;
- [80] Tesi Confortini Giuliano “*Studio sperimentale di conglomerati bituminosi ad alto modulo*”;
- [81] Baek J. & Al-Qadi I. (2006), FE Modeling of Reflective Cracking Initiation and Propagation: “*Investigation of the Effect of Steel Reinforcement Interlayer on Retarding Reflective Cracking in HMA Overlay*”, Transportation Research Board, 85th Annual Meeting, January 22-26, Washington, D.C;
- [82] Birgisson P PB.P, Montepara A., Napier J., Romeo E. & Tebaldi G., “*Evaluation of aggregate size-dependent of asphalt mixtures in cracking behaviour*”;
- [83] Bodin D., de La Roche C. & A. Chabot (2004), “*Prediction of bituminous mixes fatigue behavior during laboratory fatigue tests*”, 3rd Eurasphalt & Eurobitume Congress, Vienna, Paper 286;
- [84] Carpenter S. H. & Shen S. (2006), “*Dissipated Energy Approach to Study Hot-Mix Asphalt Healing in Fatigue*”, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1970, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., pp. 178–185;
- [85] Coccurullo A. (2008), “*Caratterizzazione meccanica avanzata dei conglomerati bituminosi: valutazione del modulo e test a fatica a trazione indiretta*”, Tesi di dottorato in ingegneria dei trasporti, Università di Bologna;

- [86] Di Benedetto H. (1996), "*The fatigue of the bituminous mixes: a pertinent approach of its measurement and of its characterization*", Eurasphalt & Eurobitume congress;
- [87] Grant T. (2001), "*Determination of asphalt mixture healing rate using the Superpave Indirect Tensile Test*", Thesis presented to the graduate school of the University of Florida;
- [88] Khalid H. & Artamendi I., "*Characterisation of Fatigue Damage of Asphaltic Materials*";
- [89] Kim B. & Roque R. (2006), "*Evaluation of healing property of asphalt mixtures*", Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, n. 1970, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., pp. 84–91;
- [90] Kim H. & Buttlar W. G., "*Micromechanical Fracture Modeling of Asphalt Mixture Using the Discrete Element Method*", Advances in Pavement Engineering;
- [91] Medani T.O. & Molenaar A.A.A., "*Estimation of fatigue characteristics of asphaltic mixes using simple tests*";
- [92] Molenaar A.A.A., "*Crack growth in asphaltic mixes*";
- [93] Pronk A.C. , "*Comparison of 2 and 4 point fatigue test and healing in 4 point dynamic bending test based on the dissipated energy concept*";
- [94] Rowe G.M. & Bouldin M. G. (2000), "*Improved techniques to evaluate the fatigue resistance of asphaltic mixtures*", 2nd Eurasphalt & Eurobitume Congress Barcelona;
- [95] Santagata E. & Toraldo E. (2002), "*Metodologie di indagine sperimentale per la valutazione del comportamento a rottura dei conglomerati bituminosi*", Convegno SIIV;
- [96] Santucci L., *Rut resistant asphalt pavements* ;
- [97] Santucci L., "*The Role of Compaction in the Fatigue Resistance of Asphalt Pavements*";
- [98] Tebaldi G. (2003), "*La fatica nei conglomerati bituminosi*", Corso SIIV 2003 di Alta Formazione alla Ricerca;

- [99] Tema Sangiorgi Cesare “*Il fenomeno della fatica nei conglomerati bituminosi*”;
- [100] Tesi Baraghini Beatrice “*Analisi del comportamento a fatica del conglomerato bituminoso con riferimento a prove di laboratorio e in sito*”;
- [101] Tesi Ciucchi Lorenzo “*Test dinamici per la caratterizzazione prestazionale dei conglomerati bituminosi tiepidi*”;
- [102] Tesi Coccurullo Andrea “*La fatica nei conglomerati bituminosi: la prova ITFT e la prova 2PB*”;
- [103] Tesi Ghiraldini Sara “*Studio sperimentale per la caratterizzazione reologica di conglomerati bituminosi tramite prove di flessione su quattro punti*”;
- [104] Tesi Grillini Sabrina “*Studio sperimentale per la caratterizzazione della resistenza alle deformazioni dei conglomerati bituminosi impiegati nella sovrastruttura della linea tpgv (civis) Bologna*”;
- [105] Tesi Seracchioli Sara “*La fatica nei conglomerati bituminosi*”;
- [106] Werkmeister S., “*Study on the Fatigue Behaviour of Asphalt Mixes Using the Dynamic Indirect Tensile Test within the Scope of Analytical Design*”;
- [107] Jing L. (2003), “*A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering*”, International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 40, pg. 283-353;
- [108] Pham, X.P. & Varyani, K.S., “*Application of three dimensional discrete element method in the prediction of deck loading due to green water effect*”;
- [109] Vignali V. (2006), “*Impiego di metodi numerici avanzati nello studio della spinta delle terre*”, Tesi di dottorato in Ingegneria dei Trasporti, Università di Bologna;
- [110] Stead D., Eberhardt E., Coggan J. & Benko B. (2001), “*Advanced numerical techniques in rock slope stability analysis*” – application and limitation, Proceedings of International Conference “LANDSLIDES – Causes, Impacts and Countermeasures”, 17-21 Giugno, Davos, Svizzera, pg. 615-624;
- [111] Sadd M. H., Dai Q., Venkitanarayanan P. & Shukla A. (2004), “*Microstructural simulation of asphalt materials: modeling and experimental studies*”, Journal of materials in civil engineering, vol. 16;

- [112] Birgisson B., Soranakom C., Napier J. A. L. & Roque R. (2004), "*Microstructure and fracture in asphalt mixtures using a boundary element approach*", Journal of materials in civil engineering, vol. 16;
- [113] Leone A., Aristodemo M. (1999), "*Analisi ad elementi di contorno di stati elastici piani*", Report n. 5, Progetto MECOM, Programma Operativo Plurifondo 94/99, Misura 4.4 "Ricerca scientifica e tecnologica", Sviluppi ed applicazioni della meccanica computazionale nella progettazione strutturale in campo civile ed industriale;
- [114] Minelli S. (2001), "*Accoppiamento bem-fem per l'analisi di strutture a piastre sottili*";
- [115] Chang K. G. & Meegoda J.N. (1997), "*Micromechanical simulation of Hot Mix Asphalt*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 123, pp. 495-503;
- [116] Kim R., "*Modeling of asphalt concrete*";
- [117] You Z. & Dai Q. (2007), "*Review of advances in micromechanical modelling of aggregate-aggregate interactions in asphalt mixtures*", Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 34, pp. 239-252;
- [118] Jing L. & Hudson J. A. (2002), "*Numerical methods in rock mechanics*", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 39, pg. 409-427;
- [119] Caridi G. & Praticò F. (2003), "*Sul problema della modellizzazione delle sovrastrutture stradali nell'ottica della previsione dello stato tenso-deformativo*", Convegno nazionale SIIV, Padova;
- [120] Frye K. & Marone C. (2002), "*The effect of particle dimensionality on granular friction in laboratory shear zones*", Geophysical Research Letters, vol. 29, n. 19;
- [121] Nezami G. & Hashash Y., "*The use of static discrete element method to simulate biaxial compression test*";
- [122] Lim W., "*Mechanics of railway ballast behaviour*", Thesis submitted to The University of Nottingham;
- [123] Abbas A. (2004), "*Simulation of the micromechanical behaviour of asphalt mixtures using the discrete element method*", Doctor of philosophy in

civil engineering, Washington State University, Department of Civil and Environmental Engineering;

[124] Deshpande V. S. & Cebon D. (2004), “*Micromechanical modeling of steady-state deformation in asphalt*”, Journal of materials in civil engineering, vol. 16;

[125] Collop A. C., McDowell G. R. & Lee Y. (2004), “*Use of the distinct element method to model the deformation behavior of an idealized asphalt mixture*”, The International Journal of Pavement Engineering, vol. 5, n. 1, pp. 1–7;

[126] Cheung C.Y., Cocks A.C.F. & Cebon D. (1999), “*Isolated contact model of an idealized asphalt mix*”, International Journal of Mechanical Sciences, vol. 41, pp. 767-792;

[127] Zeghal M., “*A discrete element study of the resilient behaviour of granular materials*”;

[128] Abbas A.R., Papagiannakis A. & Masad E. (2006), “*Micromechanical simulation of asphaltic materials using the discrete element method*”, Asphalt concrete;

[129] You Z. & Buttlar W. G. (2004), “*Discrete element modeling to predict the modulus of asphalt concrete mixtures*”, Journal of materials in civil engineering, vol. 16;

[130] Jiang M. J., Konrad J. M. & Leroueil S. (2003), “*An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies*”, Computers and Geotechnics, vol. 30, pg. 579-597;

[131] Cambou B., Dubujet Ph. & Nouguier-Lehon C. (2004), “*Anisotropy in granular materials at different scales*”, Mechanics of Materials, vol. 36, pp. 1185–1194;

[132] Langston P., Al-Awamleh A., Fraige F. & Asmar B. (2004), “*Distinct element modelling of non-spherical frictionless particle flow*”, Chemical Engineering Science, vol. 59, pg. 425-435;

[133] Shashidhar N. & Shenoy A. (2002), “*On using micromechanical models to describe dynamic mechanical behavior of asphalt mastics*”, Mechanics of Materials, vol. 34, pp. 657–669;

- [134] Kuhn R. & Bagi K. (2009), “*Specimen size effect in discrete element simulations of granular assemblies*”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 135, n. 6;
- [135] Dr. Ing. Fabio Picariello, Dr. Ing. Stefano Tattolo, Articolo pubblicato su “*Strade e Autostrade*” n.6 - Novembre-Dicembre 2006, “*La caratterizzazione dei conglomerati bituminosi mediante i moduli dinamici*”;
- [136] Carlo De Palma, Ezio Santagata, Marco Bassani, “*Decadimento strutturale dei materiali a matrice bituminosa*”, DITIC-Politecnico di Torino;
- [137] Isacsson, U. & Lu X. (2001). “*Effect of binder rheology on the low-temperature cracking of asphalt mixtures*”. International Journal of Road Materials and Pavement Design (vol.2), Francia;
- [138] Jämsä, H. et al. 1997. “*Development of deterioration models for cold climate using long-term pavement field data*”. ISAP, Proceedings of the 8th international conference on asphalt pavements (vol. 2), Seattle, USA;
- [139] Di Benedetto, H. & Neifar, M. 1997. “*Coefficients de dilatation et de contraction thermiques d’un enrobe bitumineux avec et sans chargement mecanique*”. MTBM, Mechanical Tests for Bituminous Materials, Lyon, Francia;
- [140] CIRS, Centro Interuniversitario di Ricerca Stradale, Helsinki University of Technology, 2000. “*Suitability of SHRP Test Methods for European Bitumens*”. Progetto di Ricerca Italo-Finlandese, Parma, Italia;
- [141] Haas, R.C.G. & Phang, W.A. 1988. “*Relationships between mix characteristics and low-temperature pavement cracking*”. AAPT, Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists (vol. 57), USA;
- [142] Montepara, A., Giuliani F. 2002. “*Effect of low-temperatures on mechanical characteristics of bituminous mixtures*”. First Southamerican Winter Provia, World's End Road Congress, Tierra del Fuego, Argentina.

RIFERIMENTI NORMATIVI

EN 12697-24: 2004, EN 12697-26: 2004]

EN 13108-1: 2006; EN 13108-20, 2006

UNI CEN ISO TS 17892-8 e UNI CEN ISO TS 17892-2

Siti web consultati

www.ascelibrary.org

www.buildup.it

www.engineeringvillage2.org

www.sba.unibo.it

www.sciencedirect.com

RINGRAZIAMENTI

Quando inizi gli studi di Ingegneria non penseresti mai di giungere un giorno a scrivere questa pagina di ringraziamenti; quindi ora mi trovo un attimo in difficoltà e spero di non dimenticare nessuno...

Il primo immenso Grazie, con la G maiuscola, è rivolto ai miei genitori: a loro devo il fatto di aver avuto la possibilità di intraprendere gli studi per diventare un vero Ingegnere!

Il babbo Edo e la mamma Rossella sono sempre stati presenti durante tutto il mio percorso e mi hanno fatto sentire sempre il loro appoggio soprattutto nei momenti di crisi e di difficoltà, che non sono di certo mancati.

Grazie anche ai miei due fratelli, Luca e Matteo, i migliori che potessi desiderare.

Grazie mille ai nonni, a chi mi ha accompagnato con fiducia in questi anni, a chi è ancora accanto a me e a chi, purtroppo, non c'è più.

Rivolgo i miei più sentiti ringraziamenti alle persone che mi hanno permesso di svolgere al meglio questo lavoro, quindi prima fra tutti la Dott.ssa Vignali, che mi ha seguito passo dopo passo durante tutte le fasi della tesi con una disponibilità e cortesia non comuni. Ringrazio poi il Prof. Dondi per avermi assegnato questo importante argomento di Tesi, il Prof. Simone e tutto il Dipartimento D.I.S.T.A.R.T., il quale ha sempre dimostrato di possedere un clima socievole e ben disposto nei confronti dei laureandi.

Un grazie immenso va a Giulia, una persona speciale con cui ho condiviso momenti ed esperienze bellissime in questi ultimi due anni. Grazie per la sua costante presenza, per le belle ore passate sia a lezione sia al di fuori della Facoltà. Grazie mille anche per la disponibilità dimostratami in questo ultimo periodo e per aver riletto e corretto tutti i capitoli della Tesi. Grazie veramente di cuore!

Un grazie particolare a Luca, persona ed amico delizioso con il quale ho svolto questo lavoro di Tesi, alternando momenti di duro impegno a momenti di battute, scherzi e risate.

Grazie a tutti gli amici del bar Sport!Cina, Ugo, Matty e Ely, Michele e Francy, Biagio, Ciccio, Dani, Maicol e Giulia, Giuseppe e Ylenia, Gig, Federica, Federico e Chiarina, Filippo e Alice, Fodo, Bronz, Paul e Diego, Lucio, Massi.....

Ringrazio poi i miei compagni di Facoltà: Carletto, Steve, Panza, Michi, Frasca, Came, Dani, Leo, assieme ai quali è stato più facile superare questi anni di studi e fatiche.

Grazie ai miei coinquilini, Andrea, Laura e Chiara, Lory, che mi hanno sempre fatto sentire come a casa e sono stati per me come una seconda famiglia.

Grazie, infine, a chi si accinge a leggere questa breve dissertazione...