

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

**L'APPRENDIMENTO COOPERATIVO
NEI PROCESSI DI INCLUSIONE
DI STUDENTI CON DSA**

Tesi di Laurea in Didattica della Matematica

Relatore:
Chiar.mo Prof.
GIORGIO BOLONDI

Correlatore
Chiar.ma Prof.ssa
PATRIZIA SANDRI

Presentata da:
FRANCESCO D'INTINO

III Sessione

Anno Accademico 2011/12

Sommario

Capitolo 1. I METODI DELLA RICERCA EDUCATIVA.....	5
1.1 La ricerca educativa.....	5
1.2 Il ruolo e l'importanza della ricerca educativa	5
1.3 Le diverse strategie di ricerca e lo studio di caso.....	6
1.4 Impostazione di uno studio di caso.....	8
Capitolo 2. TERMINOLOGIA: DIFFICOLTÀ DI APPRENDIMENTO.....	11
2.1 Difficoltà generali	11
2.2 DSA	11
2.3 Approfondimento su alcuni disturbi	13
Capitolo 3. INTEGRAZIONE/INCLUSIONE A SCUOLA	16
3.1 La didattica speciale	16
3.2 Gli elementi di una didattica inclusiva	17
3.3 Il successo formativo.....	18
Capitolo 4. MATEMATICA COME SAPERE.....	20
4.1 Diritti universali dell'uomo.....	20
4.2 L'importanza della matematica.....	21
Capitolo 5. LA TECNICA DELL'APPRENDIMENTO COOPERATIVO	25
5.1 Necessità di cambiamento nell'insegnamento della matematica	25
5.2 Il sistema didattico	25
5.3 La trasmissione della conoscenza	26
5.4 Il gruppo collaborativo	28
Capitolo 6. INIZIA IL PROGETTO	31
6.1 Introduzione e obiettivi.....	31
6.2 Individuazione della classe	32
6.3 Impostazione iniziale del progetto.....	33
6.4 Costruzione del questionario	35
Capitolo 7. INDAGINE DELLE DIFFICOLTÀ.....	38
7.1 Situazione della classe.....	38
7.2 Rapporti tra gli insegnanti	39
7.3 Situazione di Ivan.....	40
7.4 Situazione di Elena	42

7.5 Risposte al questionario	43
Capitolo 8. PROGETTAZIONE DELL'INTERVENTO COOPERATIVO.....	51
8.1 Gli elementi essenziali	51
8.2 Scelte di progettazione.....	52
Capitolo 9. REALIZZAZIONE DELL'INTERVENTO COOPERATIVO	59
9.1 Lezione di introduzione	59
9.2 Prima esercitazione	60
9.3 Seconda esercitazione.....	65
9.4 Terza esercitazione.....	67
9.5 Questionario conclusivo	69
Capitolo 10. CONCLUSIONI.....	73
APPENDICE	77
BIBLIOGRAFIA	89

Capitolo 1. I METODI DELLA RICERCA EDUCATIVA

1.1 La ricerca educativa

La ricerca educativa è un'attività conoscitiva sistematica e controllata svolta su una data realtà educativa¹. È considerata parte del “sapere scientifico”, anche se è una ricerca che parte da situazioni umane soggettive e, quindi, soggettive. Quando allora una ricerca può dirsi scientifica?

Molto dipende dall'agire del ricercatore, infatti una ricerca può intendersi scientifica se mira a produrre un sapere controllabile. Il ricercatore dovrà quindi rendere il più possibile chiaro ed esplicito il percorso che lo ha portato ad ottenere un dato sapere. È lui che deve esplicitare in maniera esaustiva le premesse teoriche e dichiarare in modo esplicativo obiettivi ed aspettative. Il ricercatore ha inoltre il compito di rendere chiari tutti i passaggi logici ed empirici che compie, mettendo a disposizione tutti gli elementi possibili perché altri ricercatori possano criticare, con opportune argomentazioni, scelte e passaggi di ricerca. Solo in questo modo si potrà attribuire un valore “scientifico” alla ricerca, anche in campo educativo e nelle scienze umane. Questo non vuol dire de-umanizzare il lavoro dell'educatore, renderlo freddo e rigido nei suoi modelli pre-costituiti ma evitare il tradizionalismo.

L'insegnante, l'educatore, non è un freddo esecutore di direttive imposte dall'alto, dalla scienza, ma una presenza attiva e creativa, capace di “leggere” le situazioni e adattare le sue strategie al fine di offrire risposte originali, adeguate ed efficaci².

1.2 Il ruolo e l'importanza della ricerca educativa

La ricerca educativa sprona insegnanti ed educatori a formarsi per acquisire sempre maggiore sensibilità e competenza metodologica e li aiuta ad assumere essi stessi un *atteggiamento di ricerca*, osservando gli eventi, dialogando con le persone coinvolte, cogliendo gli elementi più importanti di una determinata realtà educativa.

Saper leggere e analizzare le situazioni, trarne spunti operativi costituisce uno degli elementi distintivi della professionalità, che permette di passare da un atteggiamento passivo ad uno attivo, consapevole di quanto si sta facendo, degli obiettivi, dei perché. In questo modo gli interventi diventano scelte.

¹ Nanni, PELLEZZO, Malizia, 2008.

² Trincherò, 2004.

Attraverso la ricerca educativa è possibile trovare sempre nuovi strumenti concreti per rispondere alle esigenze che emergono nei vari processi educativi e per facilitare la comunicazione tra le diverse professionalità che lavorano sulla stessa realtà educativa.

Scopo ultimo di tutta l'attività di ricerca è infatti quello di mettere a disposizione il sapere, ossia un patrimonio di conoscenze utile a prendere decisioni consapevoli, basate su una conoscenza che rispetta i canoni del sapere scientifico.

1.3 Le diverse strategie di ricerca e lo studio di caso

Ogni ricerca empirica nasce da un bisogno conoscitivo, definito *problema di ricerca*. Questo bisogno inizia ad essere percepito quando affiora in noi il dubbio che le conoscenze di cui disponiamo siano insufficienti a fornire risposte valide ad un particolare contesto educativo. È allora che l'uomo si mette in un atteggiamento di ricerca.

Il *problema di ricerca* viene dunque formulato come una domanda, dalla quale ne discenderanno gli obiettivi. Ed è proprio sulla base di questi obiettivi che il ricercatore sceglierà un'opportuna strategia di ricerca, tra cui le seguenti cinque possono essere considerate come le principali:

1. Ricerca standard: l'intento è individuare determinate relazioni tra fattori, tra modalità di intervento e risultato, tra una caratteristica del soggetto e l'insorgere di uno specifico comportamento;
2. Ricerca per esperimento: l'intento è individuare relazioni causa-effetto tra fattori, tra uno specifico intervento e l'aspettativa di un determinato effetto;
3. Ricerca interpretativa: l'intento è comprendere le motivazioni alla base delle azioni dei soggetti studiati, cioè cosa porta il soggetto ad agire in un determinato modo;
4. Ricerca azione: l'intento è ottenere conoscenza per intervenire sulla realtà, capire quali sono i problemi rilevanti in un gruppo e come risolverli all'interno del gruppo;
5. Studio di caso: l'intento è quello di creare un quadro di informazioni quanto più ricco e dettagliato su un caso specifico, di conoscere in modo approfondito la realtà di un determinato soggetto al fine di valutarne un intervento.

Da questo quadro derivano due diverse tecniche di ricerca: la *ricerca quantitativa* e la *ricerca qualitativa*. La prima basata su un'ampia raccolta di dati incasellati poi tramite il riferimento alla statistica, la seconda basate su una raccolta di dati a bassa strutturazione, come l'intervista libera e l'osservazione esperienziale.

In particolare nel mio elaborato mi soffermerò sulla metodologia definita “studio di caso”, tecnica qualitativa che mira a stabilire un’interazione empatica con il soggetto osservato proprio per ricostruire l’intenzionalità alla base delle sue stesse azioni, *interpretando* così la realtà sotto esame. Tale ricercatore non si pone lo scopo di scoprire e astrarre leggi dalla situazione osservata, ma progetta di raggiungere una piena *comprensione* delle motivazioni alla base dei comportamenti e delle azioni dei protagonisti dello studio, nel loro specifico contesto situazionale.

Lo studio di caso è infatti una strategia di ricerca che si basa sull’analisi approfondita di casi singoli, anche in una prospettiva longitudinale, e ha il suo preludio con le idee innovative in materia di psicologia e pedagogia, tra gli altri, di Gaston Richard. Sarà però negli anni sessanta e settanta, con l’avvento della *grounded theory* di Barney G. Glaser e Anselm S. Strauss, che si vedrà la vera “riscoperta” delle strategie di ricerca basate su una matrice qualitativa, in antitesi a quelle basate su una matrice quantitativa che in quegli anni stavano prendendo il sopravvento in campo sociale.

La *grounded theory*, o teoria circostanziata, è infatti una metodologia di ricerca che mira ad interpretare i processi sottesi ad un determinato fenomeno. Secondo tale teoria il ricercatore dovrebbe osservare un fenomeno senza essere condizionato dalla pre-esistente letteratura sull’argomento, in modo che la formulazione di *teorie* possa derivare direttamente dall’analisi dei *dati locali e contestuali*. In questo contesto, perciò, osservazione ed elaborazione teorica procedono di pari passo in una interazione continua. Sono quindi i dati osservati e raccolti a “parlare” e non teorie pre-strutturate o pregiudizi. Il rischio di questo approccio, secondo alcuni autori, potrebbe affiorare nell’incapacità di districarsi dal caos dei numerosi stimoli ricevuti, a causa dell’assenza di punti di riferimento, e ciò potrebbe portare ad una inadeguatezza ad andare oltre il livello descrittivo. Tra gli aspetti positivi della teoria risultano invece la capacità di adattamento alle diverse posizioni epistemologiche e la flessibilità.

Sarà Robert Stake nel 1975 a definire le basi dello studio di caso, criticando l’impostazione nomotetica (descrizione singola dei vari fenomeni) della teoria di taglio positivistico, e proponendo un approccio olistico (totale, completo) alla valutazione degli interventi educativi.

Questo tipo di studio parte da un obiettivo conoscitivo ben preciso, per poi focalizzarsi su poche istanze, fondamentali per la comprensione delle azioni del soggetto in esame, denominato appunto *caso*. Dunque le domande che fanno da sfondo alla ricerca riguardano il *come* e il *perché* si verificano determinati eventi o comportamenti, oppure se un intervento ha

avuto un impatto positivo o negativo sul soggetto in questione. Il metodo di ricerca dello studio di caso non vuole infatti spiegare un determinato fenomeno, bensì lo vuole conoscere. *Conoscere* per comprendere, per sapersi rapportare e comportare di conseguenza. Lo studio di caso avvicina il ricercatore al suo oggetto/soggetto di studio e si fonda su una raccolta folta e dettagliata di dati e informazioni, che aiutano nella comprensione del fenomeno. L'analisi di tali dati deve essere mirata sugli obiettivi, facendo attenzione a non perdersi tra i tanti stimoli dell'ambiente di studio. Scopo dei dati raccolti e catalogati con cura è quello di fornire un'evidenza empirica alla ricerca, in grado di dare risposte a quelle domande che guidano lo studio stesso. Esso avviene in un arco temporale ben definito, che può essere più o meno lungo. Il ricercatore, abbiamo detto, focalizza la sua attenzione su un numero limitato di fattori, passibili di cambiamento nel corso della ricerca, che egli ritiene rilevanti per lo studio di caso, anche se è ben consapevole che esistono molti più fattori, rispetto a quelli studiati, che influiscono sulla situazione presa in esame.

Gli studi di caso si dividono in studi su casi singoli (*holistic case study*) e studi su casi multipli (*embedded case study*). Nel primo caso l'obiettivo è quello di comprendere la complessa struttura di relazioni intessute attorno al caso in questione e descriverla nella sua unica e irripetibile specificità, solo dopo aver fatto questo è possibile utilizzare l'evidenza empirica raccolta per soffermarsi, comprendere temi più generali. Nello studio di caso multiplo il procedimento è leggermente diverso: si studia un fenomeno generale attraverso lo studio dei singoli soggetti che ne prendono parte o che sono interessati, presi però singolarmente, uno per uno, e non attraverso il campionamento come invece avviene per la ricerca standard.

È interessante sapere che il quadro teorico abbozzato all'inizio di uno studio di caso può subire modificazioni durante lo studio man mano che l'evidenza empirica viene raccolta.

1.4 Impostazione di uno studio di caso

Nello studio di caso il ricercatore ha a disposizione alcuni strumenti per non perdersi nel caos degli stimoli con cui viene in contatto. Innanzitutto il suo *background teorico*, ossia l'insieme delle sue conoscenze pregresse, dei suoi valori e delle sue credenze o aspettative sul fenomeno che sta studiando. E poi la *mappa concettuale*, strumento che aiuta il ricercatore ad esplicitare il quadro teorico iniziale dal quale partirà lo studio. Questi strumenti aiuteranno il ricercatore a giungere alla produzione di un quadro teorico finale.

Per far sì che lo studio di caso sia efficace è necessario che sia impostato secondo una linea guida composta da:

- **Raccolta dati:** deve essere folta e dettagliata. Le *tecniche di raccolta dati* possono avere natura qualitativa e quantitativa. In particolare si usano interviste, documenti, archivi di dati. Gli *strumenti di raccolta dati* sono ad esempio questionari, griglie di osservazione, scalette di intervista, e possono modificarsi durante la ricerca con la modificazione del quadro teorico e con l'acquisizione di nuova evidenza empirica;
- **Analisi:** le strategie predilette di analisi nello studio di caso sono quelle longitudinali ed ecologiche di dati qualitativi, proprio per la finalità idiografica della ricerca. Molto importante è la ricostruzione storica degli eventi e il contesto ecologico entro il quale tali eventi si verificano, composto dalle caratteristiche della famiglia, del gruppo amicale, della scuola. L'analisi consiste quindi nell'esaminare il materiale empirico raccolto, costruire con esso categorie, schemi riassuntivi e tabelle, dai quali ottenere poi altre evidenze empiriche con le quali rivedere il quadro teorico di partenza e le ipotesi iniziali;
- **Validità e attendibilità:** man mano che si procede nella raccolta dei dati, questi vengono resi pubblici ai diretti interessati, i quali sono spesso gli informatori-chiave, per ottenere una validazione delle proprie interpretazioni. Tale procedura consente di ottenere evidenze empiriche attendibili e valide. La validità dello studio viene quindi confermata mediante quattro processi di *triangolazione*:
 - *dei dati:* si rilevano dati relativi agli stessi fattori in tempi, contesti e situazioni differenti. Se essi portano alle stesse conclusioni allora sono validi;
 - *di metodo:* sono usati contemporaneamente più metodi di indagine e di raccolta dati;
 - *dei ricercatori:* gli stessi fenomeni sono studiati da diversi ricercatori che utilizzano gli stessi metodi, le stesse tecniche e partono dallo stesso quadro teorico;
 - *della teoria:* sono esaminati gli stessi fenomeni da ricercatori con quadri teorici diversi e differenti punti di vista.

Oltre a questo l'attendibilità dello studio deriva dalla descrizione dettagliata delle procedure con cui i dati vengono raccolti e interpretati.

È un dato di fatto che, a causa della pluralità di aspetti e della complessità delle situazioni educative, lo studio di caso è una delle strategie di ricerca maggiormente utilizzate.

Esso è però uno studio nel quale bisogna “mettersi in gioco”, ogni sua fase deve essere *partecipata* ed il ricercatore si deve sentire coinvolto. Lo studio di caso presuppone quindi nel ricercatore una doppia sensibilità: quella di un bambino che scopre il mondo e quello di un’artista che a questo mondo dà forma³.

³ Trincherò, 2004.

Capitolo 2. TERMINOLOGIA: DIFFICOLTÀ DI APPRENDIMENTO

2.1 Difficoltà generali

Il Disturbo Specifico di Apprendimento (DSA) fa parte di una più ampia gamma di possibili difficoltà riscontrabili dallo studente che possono causarne il fallimento nel contesto scolastico.

I principali profili che sottostanno a una difficoltà scolastica includono⁴:

- Condizioni di deficit (mentale, sensoriale visivo, sensoriale uditivo, multiplo);
- Disturbo Specifico dell'Apprendimento (DSA);
- Disturbi specifici collegati (disturbo dell'attenzione, iperattività, autismo, disturbi del comportamento, problematiche emotive gravi);
- Svantaggio socioculturale grave (condizioni di deprivazione precoce, appartenenza a gruppi svantaggiati e/o stranieri);
- Difficoltà in altre aree scolastiche rilevanti (lingua straniera, matematica, abilità trasversali di studio, ecc ...).

Non sempre è possibile tracciare in maniera netta i confini tra una categoria e l'altra e, inoltre, possono verificarsi casi di compresenza tra due o più problematiche senza che si possa stabilire in modo preciso la correlazione tra di esse.

In questo mio lavoro mi occuperò prevalentemente della seconda tipologia, il Disturbo Specifico dell'Apprendimento, senza però precludere la presenza di aspetti riguardanti anche le altre categorie.

2.2 DSA

Lo studio delle difficoltà dell'apprendimento nasce negli anni '50 e '60 del secolo scorso, periodo in cui vengono formulate le prime definizioni cliniche relative a un insieme di disturbi nei quali, nonostante gli apprendimenti scolastici risultino penalizzati, l'intelligenza dei soggetti in questione non appare compromessa.

Nel 1962, A. S. Kirk pubblica il volume *Educating Exceptional Children*, nel quale adopera per la prima volta l'espressione "learning disabilities" per indicare un ritardo dovuto a una possibile disfunzione cerebrale e/o a disturbi emotivi o comportamentali, escludendo però la possibilità di ritardo mentale, deprivazione sensoriale o fattori culturali e di istruzione.

⁴ Troiano, Zuccaro, 2007.

L'anno seguente, in un discorso pronunciato presso la neonata ACLD (Association for Children with Learning Disabilities), Kirk raccomandò fortemente l'utilizzo di questo termine in sostituzione delle etichette eziologiche in uso all'epoca "brain injured" e "perceptually handicapped"⁵.

La prima definizione di DSA (in inglese SLD, Specific Learning Disabilities) viene data nel 1968 dal primo report annuale del National Advisory Committee on Handicapped Children, una commissione operante dell'Office of Education degli Stati Uniti:

The term specific learning disability means a disorder in one or more of the basic psychological processes involved in understanding or in using language, spoken or written, which may manifest itself in an imperfect ability to listen, speak, read, write, spell, or to do mathematical calculations...⁶

Il termine disturbo specifico dell'apprendimento indica un disturbo relativo a uno o più processi psicologici coinvolti nella comprensione o nell'uso del linguaggio, parlato o scritto, che può manifestarsi in una ridotta capacità di ascoltare, parlare, leggere, scrivere, sillabare, o fare calcoli matematici... (*traduzione mia*).

In Italia si registra un'attività di ricerca e la pubblicazione di articoli teorici e pratici a partire dagli anni '70; purtroppo, fino a tutti gli anni '80, si verificano alcuni insuccessi dovuti a scelte come la creazione di classi speciali per l'handicap e di classi differenziali, nelle quali avrebbero dovuto trovar posto anche i bambini con disturbi specifici. Finalmente nel 1980, viene affrontato il problema di tradurre l'espressione "(specific) learning disability" e si opta per "disturbo (specifico) di apprendimento", al fine di evitare l'identificazione del soggetto con la patologia da cui è affetto.

Si parla quindi di DSA quando un bambino mostra delle difficoltà isolate e circoscritte nella lettura, nella scrittura e nel calcolo, in una situazione in cui il livello scolastico globale e lo sviluppo intellettuale sono nella norma e non sono presenti deficit sensoriali.

Una prima e importante distinzione che è necessario operare è quella tra disturbi generici e disturbi specifici dell'apprendimento. I primi si manifestano nei bambini con disabilità sensoriali (ad esempio, di udito o vista) o neurologici e/o con ritardo mentale; i problemi possono essere riscontrati in tutte le aree di apprendimento (lettura, calcolo ed espressione scritta) e interferiscono in modo significativo con l'apprendimento scolastico.

I DSA, invece, si manifestano in bambini con adeguate capacità cognitive, uditive e visive, e compaiono con l'inizio del percorso scolastico; per stabilire la presenza di DSA si utilizza generalmente il cosiddetto *criterio della discrepanza*: esso consiste in uno scarto

⁵ Kirk, Kirk, 1983.

⁶ U.S. Office of Education, 1968.

significativo tra le abilità intellettive nel dominio specifico interessato (Quoziente Intellettivo nella norma) e l'intelligenza generale adeguata per l'età cronologica (abilità nelle attività di scrittura, lettura e calcolo).

La definizione maggiormente condivisa da numerose associazioni di ricerca e intervento nel campo dei DSA è quella presentata da Hammill nel 1990:

Learning Disability si riferisce ad un gruppo eterogeneo di disturbi manifestati da significative difficoltà nell'acquisizione e nell'uso di abilità di ascolto, espressione orale, lettura, ragionamento e matematica, presumibilmente dovuti a disfunzioni del sistema nervoso centrale. Possono coesistere con la LD problemi nei comportamenti di autoregolazione, nella percezione sociale e nell'interazione sociale, ma non costituiscono di per sé una LD. Le LD possono verificarsi in concomitanza con altri fattori di handicap o con influenze estrinseche (culturali, d'istruzione, ecc ...) ma non sono il risultato di quelle condizioni o influenze⁷.

2.3 Approfondimento su alcuni disturbi

Di seguito viene fornita una breve descrizione⁸ di alcuni dei disturbi che rientrano nella categoria dei Disturbi Specifici di Apprendimento, ovvero: dislessia e disturbi della scrittura, disturbi del calcolo, disturbi dell'apprendimento non verbale, disturbi nella soluzione di problemi, disturbo di attenzione e di iperattività e aspetti emotivo-motivazionali.

Dislessia e disturbi della scrittura: il bambino disortografico fatica ad analizzare la composizione fonologica delle parole e a passare da un codice fonetico a uno grafemico. Per dislessia si intende solo lo specifico disturbo riguardante l'automatizzazione e correttezza della scrittura; per disortografia invece la correttezza della scrittura; per disgrafia una specifica difficoltà nella realizzazione manuale dei grafemi, si fatica quindi a riconoscere quanto scritto dal bambino.

Disturbi del calcolo: disturbi di questo tipo possono riguardare aspetti molto differenti; si va infatti dalla comprensione dei simboli aritmetici alla comprensione del valore quantitativo dei numeri, dalla scelta dei dati per la soluzione di un problema all'allineamento in colonna, dalla semplice memorizzazione di combinazioni tra numeri (ad esempio le tabelline) all'uso competente delle procedure di calcolo.

La Consensus conference italiana ha riconosciuto due profili distinti di discalculia: il primo è caratterizzato da una debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di

⁷ Hammill, 1990.

⁸ Cornoldi, 2007.

cognizione numerica (cioè quantificazione, comparazione, seriazione, strategie di calcolo mentale); il secondo invece fa riferimento alle procedure esecutive (come lettura, scrittura e messa in colonna) e al calcolo.

Disturbi dell'apprendimento non verbale (visuospaziale): le caratteristiche principali di questo tipo di disturbo sono: difficoltà di coordinazione psicomotoria; difficoltà nella capacità di adattarsi a situazioni nuove e/o complesse con la tendenza ad adottare comportamenti meccanici, ripetitivi e inappropriati; difficoltà nella risoluzione di problemi e nello stabilire relazioni di causa-effetto; difficoltà in aritmetica e di comprensione del testo; si evidenziano anche problemi di ragionamento, di formazione di concetti astratti, nella percezione, nel giudizio e nell'interazione sociale che possono portare, con l'avanzare dell'età, al ritiro e all'isolamento sociale.

Disturbi nella soluzione di problemi: si possono notare quando ci si imbatte in situazioni problematiche in cui, per poter raggiungere il successo, è necessario ristrutturare l'interpretazione degli elementi a disposizione (abilità detta "problem insight"). Problemi di questo genere stimolano in modo particolare un pensiero di tipo produttivo e non solamente conoscenze di tipo riproduttivo. Le difficoltà possono essere suddivise in quattro tipologie: difetti di logica (applicati al mondo dei numeri), difetti di progettazione dell'azione (riguardanti le difficoltà inerenti alla pianificazione), perseverazione in procedure che si dimostrano non più appropriate (in cui il bambino, una volta trovata una modalità di soluzione di un problema la ripropone sistematicamente anche ad altri problemi seppur differenti), difficoltà di compiere i calcoli richiesti dal problema.

Esistono quindi delle difficoltà nel processo di risoluzione dei problemi che, secondo il modello di Mayer, è costituito da due parti, a loro volta suddivise in due momenti: la prima è la codifica del problema, a sua volta suddivisa nei processi di traduzione e integrazione, mentre la seconda è il processo di ricerca, formato a sua volta da pianificazione e calcolo.

Disturbo di attenzione e di iperattività: l'età media di insorgenza di questo disturbo è compresa tra i 3 e i 4 anni. Per poter diagnosticare un disturbo dell'attenzione, un bambino deve presentare almeno sei tra i seguenti sintomi per un minimo di sei mesi: compie errori di disattenzione, riscontra difficoltà nel sostenere l'attenzione nei compiti, sembra non ascoltare se gli si parla direttamente, incontra difficoltà nel portare a termine i compiti, ha difficoltà a organizzare compiti o attività varie, è riluttante a impegnarsi in compiti che comportano uno sforzo mentale sostenuto, perde materiale necessario per i compiti, è facilmente distratto da stimoli esterni, è sbadato nelle attività quotidiane.

Per il disturbo di iperattività, invece, i sintomi sono: si agita sulla sedia, si alza in classe in situazioni in cui dovrebbe stare seduto, corre e si arrampica, ha difficoltà a impegnarsi in attività tranquille, parla eccessivamente, risponde prima che venga completata la domanda, interrompe e si comporta in modo invadente verso gli altri.

Aspetti emotivo-motivazionali: i bambini che soffrono di questo disturbo hanno un concetto di sé più negativo rispetto ai compagni, provano più ansia e hanno poca autostima di se stessi; non si sentono responsabili del loro apprendimento e ciò li porta ad abbandonare il compito al sorgere delle prime difficoltà. Un altro aspetto che si collega a quelli sopra riportati è quello riguardante le autoattribuzioni, cioè la spiegazione che un bambino si dà per i propri risultati scolastici; tale interpretazione può essere interna, esterna, stabile, instabile, controllabile o non controllabile. Da questo deriva lo stile attributivo proprio del bambino che coincide con il suo modo di reagire di fronte a un risultato scolastico, positivo o negativo che sia; il pericolo principale è che il bambino rinunci all'impegno e i conseguenti insuccessi non potranno che confermare la mancanza di abilità che si era attribuito.

Capitolo 3. INTEGRAZIONE/INCLUSIONE A SCUOLA

3.1 La didattica speciale

Accedere al sapere è un diritto della cittadinanza, esso deve essere indipendente dalle condizioni fisiche, psichiche, relazionali, e sociali che caratterizzano l'individuo; una scuola che lavora per l'integrazione/inclusione di tutti e di ognuno deve quindi porre tra gli obiettivi questo diritto. Una scelta di questo tipo significa chiedere agli insegnanti una riflessione che produca un'innovazione sia sul piano organizzativo sia su quello delle modalità di insegnamento/apprendimento.⁹

Bisogna quindi puntare su una didattica di qualità che alla crescita sul piano delle conoscenze aggiunga anche quella sul piano dell'educazione ai valori.

L'integrazione/inclusione è un processo che si basa sulla costruzione di rapporti comunitari significativi ed è finalizzato a favorire la formazione della personalità del soggetto disabile; perché questo sia possibile però è indispensabile che tutta la comunità scolastica condivida questo principio e si adoperi per portarlo avanti.¹⁰

Può capitare infatti che alcuni docenti sostengano la realizzazione di un intervento riabilitativo intensivo perché il soggetto con deficit acquisisca capacità "normali" e in particolare che questo avvenga in un ambiente protetto e specializzato. Altri docenti invece possono essere convinti che l'integrazione in classe possa verificarsi solo nel momento in cui il ragazzo con disabilità abbia potenzialità tali da raggiungere gli obiettivi di base stabiliti per i compagni; in questo modo però il concetto di integrazione si intende come un adattamento a senso unico, cioè è il soggetto con disabilità che deve adattarsi ai compagni, non tenendo conto delle differenze individuali.¹¹

L'integrazione comporta quindi un impegno dal punto di vista istituzionale, organizzativo, culturale e, nonostante cerchi di valorizzare le potenzialità della persona con deficit, va a beneficio anche di quegli studenti che non hanno bisogni educativi speciali, contribuendo a una crescita civile e sociale dell'intera comunità. L'organizzazione scolastica si pone quindi al servizio dell'apprendimento di tutti e di ognuno, non dimenticando le differenze individuali.¹²

Canevaro sostiene che per ridurre le situazioni di handicap in cui può trovarsi un individuo con deficit è basilare considerare il contesto all'interno del quale interagisce il

⁹ Sandri, 2007.

¹⁰ Sandri, 2007.

¹¹ Sandri, 2007.

¹² Sandri, 2007.

soggetto, senza focalizzarsi unicamente sugli aspetti legati al suo deficit; la riduzione dell'handicap passa dalla comprensione del deficit e di tutto il contesto nel quale è inserita la persona.

Il deficit non può essere ridotto, al contrario di quanto avviene per gli handicap che sono legati a elementi variabili che, una volta identificati, possono portare all'annullamento di tali difficoltà.

Questo può accadere soltanto se ogni insegnante si rende capace di accogliere e accompagnare ogni allievo, nel rispetto della sua individualità, per favorirne l'espressione massima delle sue potenzialità.

3.2 Gli elementi di una didattica inclusiva

Questo tipo di didattica è innovativo perché si fonda sull'assunto che l'allievo con disabilità sia un allievo che fa parte a tutti gli effetti della classe e che la sua presenza possa consentire, se favorita da docenti competenti, un'occasione formativa per tutti e per ognuno.

Per attuarla si può prima di tutto far sì che tutti gli studenti di tutte le classi dell'istituto e del gruppo classe in cui è presente un allievo con disabilità accolgano la realtà del deficit e dell'handicap, ciò è possibile con l'inserimento di percorsi di conoscenza di diversi deficit nel curriculum (nel gruppo classe in cui è presente l'allievo con disabilità, quando si parlerà in particolare del deficit del ragazzo, occorre tenere conto della sua sensibilità e chiedere prima l'autorizzazione sua e della sua famiglia).¹³

Oltre a queste proposte che facilitano la comprensione delle diversità e la sensibilizzazione alle stesse si deve affiancare un lavoro didattico volto sia all'individualizzazione e alla personalizzazione; con la prima si intende l'uso di diverse procedure didattiche a seconda delle diverse caratteristiche di ogni studente, con lo scopo che tutti gli alunni raggiungano gli obiettivi di base comuni fissati dal curriculum.¹⁴

È una programmazione che si realizza modificando le modalità di perseguimento degli obiettivi fondamentali previsti per tutti gli allievi, utilizzando diverse strategie che intervengono sulle procedure didattiche e in particolare sui tempi, gli spazi, i contenuti, i materiali e gli esercizi; tutto questo però sempre per garantire l'acquisizione di apprendimenti corrispondenti a quelli previsti dal curriculum.¹⁵

¹³ Sandri, 2007.

¹⁴ Sandri, 2007.

¹⁵ Sandri, 2007.

Per personalizzazione invece si intende la diversificazione delle mete formative, per favorire la promozione delle diverse potenzialità individuali o anche per permettere l'approfondimento di interessi personali; questo avviene spostando l'attenzione dall'organizzazione delle discipline alle caratteristiche dell'allievo con lo scopo di andare oltre il didatticismo per focalizzarsi maggiormente sulla formazione globale della persona; tutto parte dall'osservazione della storia del soggetto disabile, dalla conoscenza dei suoi punti di forza e di debolezza, per dirigere l'intervento didattico verso il raggiungimento di obiettivi funzionali al suo progetto di vita.¹⁶

Il percorso personalizzato è da attuare solo nel caso in cui, dopo un accurato esame sia delle strategie messe in atto dai docenti sia dei risultati ottenuti, si rileva un'effettiva impossibilità da parte dell'allievo di raggiungere gli obiettivi di base previsti per la classe.

3.3 Il successo formativo

Le cause di insuccesso scolastico e/o formativo da parte di un allievo con deficit sono molteplici: possono riguardare l'allievo e cioè le sue caratteristiche e le sue potenzialità cognitive, tenendo conto anche delle sue variabili emotive, affettive e motivazionali; altre possono dipendere dai concetti delle materie e dalla loro difficoltà epistemologica; altre ancora invece riguardano il docente, in particolare le modalità didattiche ed educative e la relazione che si è instaurata con l'allievo e con i compagni.¹⁷

Tanto il docente curricolare quanto quello specializzato nel sostegno degli allievi con deficit devono possedere una serie di competenze fondamentali. Essi devono: raccogliere informazioni, osservazioni, valutazioni il più possibile chiare e condivise su quanto costituisce il deficit e gli handicap ad esso associati; analizzare i bisogni, i suoi punti di forza, costruire una mappa delle risorse e dei vincoli presenti nel contesto; individuare le difficoltà di apprendimento e la loro natura (difficoltà generali e specifiche); proporre dei percorsi individualizzati/personalizzati, rendendo noti all'allievo gli obiettivi da perseguire e facendo sì che egli si attivi il più possibile autonomamente per raggiungerli, favorendo la costruzione cooperativa delle conoscenze; utilizzare diversi mediatori didattici (attivi, iconici, analogici, simbolici) e strategie didattiche integrate (tutoring, cooperative learning, tecnologie multimediali,...); fornire molteplici opportunità di crescita in un'ottica di progettualità dinamica (valutazione formativa) che comporti cambiamenti e adattamenti anche rispetto alla

¹⁶ Sandri, 2007.

¹⁷ Sandri, 2007.

programmazione comune, per costruire una comunità di apprendimento solidale e consapevole delle diversità e delle ricchezze di ognuno. Non si tratta infatti di negare le differenze, ma di considerarle come un dato da cui partire per condurre una riflessione epistemologica sulla struttura delle discipline e sulla loro didattica, apportando le modifiche necessarie al fine di rispondere con maggior efficacia alle specifiche esigenze formative dei singoli studenti.¹⁸

Il docente deve privilegiare il dialogo con lo studente con deficit, senza cadere nell'errore di scaricare sull'insegnante di sostegno tutte le responsabilità che esulano dal mero insegnamento della sua materia, in primis la comunicazione con l'allievo stesso.

Lo scopo di questo dialogo è accrescere la fiducia in sé dello studente, aiutandolo a credere maggiormente nelle sue possibilità di apprendimento. In questo senso anche la collaborazione tra i docenti è fondamentale affinché si riesca a creare le migliori condizioni possibili che permettono allo studente di imparare ad imparare, ovvero a riflettere apertamente sulle strategie cognitive che sottendono al suo processo di apprendimento.¹⁹

¹⁸ Sandri, 2007.

¹⁹ Sandri, 2007.

Capitolo 4. MATEMATICA COME SAPERE

«Vorremmo che per quel che riguarda la matematica l'accento battesse non tanto sull'insegnamento quanto sull'apprendimento, non tanto sulle nostre esperienze quanto su quelle dei ragazzi; in pratica che ci si spostasse dal nostro mondo al loro mondo.»
(Zoltan Paul Dienes, 1960)

4.1 Diritti universali dell'uomo

L'Assemblea Generale delle Nazioni Unite ha approvato il 10 dicembre 1948 la *Dichiarazione universale dei diritti dell'uomo* a seguito delle atrocità commesse durante la seconda guerra mondiale; questo documento è il primo a sancire in modo universale i diritti che spettano a ogni essere umano.

I temi più inerenti al mio lavoro sono il diritto alla vita, libertà e uguaglianza (art. 1 e 3), il diritto al riposo e allo svago (art. 24), il diritto all'istruzione che deve essere indirizzata al pieno sviluppo della personalità umana (art. 26), il diritto alla vita culturale della comunità, alla fruizione delle arti e alla partecipazione al progresso scientifico (art. 27).

Oltre a questo vorrei citare anche la *Convenzione sui diritti delle persone con disabilità* adottata il 13 dicembre 2006 che amplia il precedentemente citato documento inserendo particolari attenzioni a favore delle persone con disabilità, inibendo quindi la loro discriminazione. Questa convenzione si preoccupa di promuovere, proteggere e assicurare il pieno ed eguale godimento di tutti i diritti umani e di tutte le libertà fondamentali da parte delle persone con disabilità (art.1), la libertà di promuovere le proprie scelte e la piena ed effettiva partecipazione e inclusione all'interno della società (art.3).

Ancora più importanti sono gli articoli 24, 27 e 30; il primo si preoccupa dell'istruzione e in particolare riconosce il diritto delle persone con disabilità di accedere all'istruzione senza discriminazioni e su una base di uguaglianza di opportunità. Il sistema educativo deve prevedere la loro integrazione scolastica a tutti i livelli e offrire possibilità di istruzione finalizzate al pieno sviluppo del potenziale umano, allo sviluppo della propria personalità, dei talenti e della creatività fino al loro massimo potenziale.

Si deve inoltre tenere conto delle necessità individuali di ognuno e fare in modo che le persone con disabilità ricevano il sostegno necessario, all'interno del sistema educativo generale, al fine di agevolare la loro effettiva istruzione.

L'art.27 invece riconosce il diritto delle persone con disabilità al lavoro, su base di parità con gli altri; ciò include il diritto all'opportunità di mantenersi attraverso il lavoro che esse scelgono e in un ambiente lavorativo aperto, che favorisca l'inclusione e l'accessibilità

alle persone con disabilità. Si deve in particolare evitare la discriminazione fondata sulla disabilità e proteggere i diritti delle persone con disabilità, su base di eguaglianza con gli altri, a condizioni lavorative giuste e favorevoli.

In ultimo, l'art.30 assicura che le persone con disabilità possano partecipare alla vita culturale, godendo dell'accesso ai materiali culturali in formati accessibili e soprattutto abbiano l'opportunità di sviluppare e realizzare il loro potenziale creativo, artistico e intellettuale, non solo a proprio vantaggio, ma anche per l'arricchimento della società.

4.2 L'importanza della matematica

Prima di qualsiasi altra considerazione vorrei quindi cercare di rispondere a una domanda che credo tutti, in qualche momento della propria vita scolastica, si siano posti: a cosa serve la matematica?

Bisogna infatti ammettere che, come confermano alcuni studi di etnomatematica, esistono vari tipi di matematica che non si apprendono a scuola come ad esempio la cosiddetta matematica del medico, del camionista, dell'architetto, del contadino, dello sportivo, ecc.; queste infinite matematiche non vengono apprese sui banchi di scuola ma piuttosto nell'attività ripetuta di giorno in giorno, oppure per imitazione o ancora implicitamente.

Quindi perché affannarsi tanto nello studio di una materia che non trova riscontro nella quotidianità? Tuttavia, a mio parere, sarebbe un errore sostituire questi apprendimenti matematici settoriali con le basi della matematica curricolare, sia dal punto di vista educativo che culturale; vediamo perché.

Come prima motivazione inizierei col dire che la matematica serve nella quotidianità; costituisce infatti un bagaglio di conoscenze indispensabili a tutti per affrontare i problemi pratici di tutti i giorni che possono andare dal costo della spesa, agli sconti, all'organizzazione della giornata in termini di tempo.

Un'altra ragione è che la matematica è fondamentale per la descrizione della realtà: è il linguaggio attraverso il quale le altre scienze sperimentali riescono a progredire ognuna nel suo campo di interesse. Essa, infatti, offre modelli coerenti e strumenti efficaci a coloro che devono descrivere fenomeni (naturali, economici, ecc.), risolvere problemi o prendere decisioni; in poche parole è la principale responsabile dell'avanzamento tecnologico di cui beneficiamo ogni giorno nei più svariati ambiti della vita.

Giusto per citare alcuni esempi possiamo ricordare che, in economia, la matematica aiuta a ottimizzare le risorse e gli investimenti o a pianificare i processi produttivi; in fisica permette di studiare ed esprimere con formule i fenomeni naturali (come disse Galileo Galilei: "*Il grande libro della natura può essere letto solo da coloro che conoscono il linguaggio in cui fu scritto: e questo linguaggio è la Matematica*"); in biologia serve per lo studio dell'evoluzione dei popoli; in ingegneria per la progettazione e la costruzione; in statistica per analizzare dati e rilevazioni; in meteorologia per le previsioni del tempo; nell'arte, in cui sono basilari le proporzioni e la geometria; nella musica, in cui le note si possono distribuire su una scala logaritmica e alcune sinfonie sono costruite basandosi su leggi matematiche; o ancora in medicina, astronomia, ricerca spaziale, informatica, e in altre discipline ancora.

Con la matematica si possono esaminare situazioni problematiche da cui estrarre caratteristiche utili per poterle schematizzare e descrivere con un *modello matematico*: si spera in tal modo di comprenderle meglio e di ottenere risultati che permettano di conoscerle e controllarle.

Un'altra motivazione adducibile è la bellezza della matematica stessa, apprezzabile solo attraverso lo studio di questa materia. La mente ha bisogno di essere educata ad apprezzarla: come per capire a fondo i prodotti dell'arte e della musica è richiesto un certo grado di istruzione, lo stesso può dirsi delle qualità dei teoremi e delle dimostrazioni.

Questo ci conduce alla quarta ragione: lo sforzo intellettuale. Certa arte e certa musica richiedono uno sforzo superiore, ma è solo così che si possono conquistare le altezze intellettuali a cui si elevano coloro che le praticano; lo sforzo di concentrazione e lo studio assiduo che sono necessari per fruire della bellezza della matematica vengono ampiamente ricompensati.

Tutto il cammino necessario alla comprensione è giustificato dal fatto che la matematica è a tutti gli effetti un linguaggio; non si tratta di un linguaggio naturale, bensì formale, creato dall'uomo con degli scopi ben precisi e secondo regole convenzionali che non ammettono eccezioni. I simboli sono la rappresentazione di questa disciplina e una volta che li comprendiamo possiamo addentrarci nella conoscenza matematica.

Il linguaggio matematico si basa su un alfabeto fatto di variabili, costanti, operazioni, relazioni e ha le sue regole sintattiche; la matematica si basa su un metodo, infatti ogni sua affermazione deve essere rigorosamente provata e per introdurre nuovi oggetti sono necessarie le definizioni che a tal scopo utilizzano gli oggetti fondamentali già conosciuti. La

matematica in sé è un'arte, infatti tutte le creazioni necessitano di una grande capacità inventiva per essere sviluppate.

L'ultima ragione che vorrei citare è il fatto che la formazione del curricolo scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale sia quella culturale della matematica, strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e sapere logicamente coerente e sistematico dall'altro, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: privata del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe ridotta a un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, non diventerebbe altro che una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. Questi due aspetti sono intimamente correlati, ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato lungo l'intero il percorso formativo. Infatti, dietro competenze strumentali come eseguire calcoli, risolvere equazioni, leggere dati, misurare grandezze, calcolare le probabilità, è sempre presente un aspetto culturale che collega tali competenze alla storia della nostra civiltà e alla complessa realtà in cui viviamo. Solo avvicinando sempre più la conoscenza all'attuazione potremo disporre di quegli strumenti che permettono di legare lo speculativo all'operativo.

L'educazione matematica deve contribuire, assieme a tutte le altre discipline, alla formazione culturale della persona, in modo da consentirle di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, porsi e risolvere problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni d'incertezza. La conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare l'allievo in maniera graduale all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico come strumenti per l'interpretazione del reale, e non deve costituire unicamente un bagaglio astratto di nozioni.

Vorrei concludere questo paragrafo citando Ennio De Giorgi a proposito della libertà e dei sogni, concetti che sono indispensabili a ogni essere umano:

Il matematico ha una libertà che altri scienziati hanno meno o non hanno: pensare alle cose che lo interessano di più, scegliere gli argomenti che ritiene più belli e il modo che ritiene più bello di affrontarli. D'altro canto il matematico ama il dialogo con gli altri; risolvere un problema senza avere un amico a cui esporre la soluzione e con cui discutere, significa perdere buona parte del gusto della matematica.

E ancora:

All'origine della creatività in tutti i campi c'è quella che io chiamo la capacità o la disponibilità a sognare, a immaginare mondi diversi. A questa si unisce poi la capacità di comunicare i propri sogni; e una comunicazione non ambigua richiede anche la conoscenza del linguaggio, delle regole interne di diverse discipline. Il consiglio che do a tutti è di pensare con grande libertà ma poi sforzarsi di tradurre i pensieri in una forma realmente comprensibile, realmente chiara e non ambigua e provare a comunicarli ad altri amici, ad altre persone per vedere se si è trovata la forma giusta.

Perché, quindi, privare gli studenti di tutto questo?

Capitolo 5. LA TECNICA DELL'APPRENDIMENTO COOPERATIVO

«I fiocchi di neve, presi singolarmente sono piccoli e fragili, ma uniti tra loro possono fare cose incredibili.»

5.1 Necessità di cambiamento nell'insegnamento della matematica

Negli ultimi anni numerosi ricercatori, pedagogisti, matematici e psicologi si sono trovati in accordo sul fatto che la matematica debba essere insegnata in modo attivo, cioè coinvolgendo direttamente l'alunno nell'apprendimento.

Sin dagli anni '70 la ricerca didattica si è focalizzata sulle metodologie di insegnamento e il risultato è che non deve essere insegnata come un dogma di fronte al quale gli studenti non possono far altro che imparare mnemonicamente, ma al contrario deve essere “costruita” in modo attivo da chi impara, tenendo conto delle proprie modalità di apprendimento e delle risorse personali che ognuno possiede.

Se la base di partenza è questa bisogna quindi mettere in discussione ciò che avviene durante lo svolgimento della lezione; l'errore dello studente dovrà quindi essere esaminato a fondo per trovarne le cause, bisognerà incoraggiare i diversi modi di espressione personale cercando di portarli alla precisione e al rigore matematico giustificando questo sforzo con la necessità di una comunicazione con gli altri chiara e libera da incomprensioni.²⁰

È necessario che i docenti abbandonino l'idea che l'insegnamento della matematica è una mera trasmissione del sapere e invece concentrino i loro sforzi per incoraggiare gli studenti all'esplorazione, aiutarli a esplicitare le loro idee sugli oggetti matematici, renderli consapevoli che molte questioni matematiche hanno più di una risposta corretta e molte vie di risoluzione equivalenti anche se diverse, insegnare l'importanza di un ragionamento accurato, incoraggiarli sulle loro capacità matematiche.

5.2 Il sistema didattico

Il sistema didattico è costituito dalla terna Sapere, Insegnante e Alunno; è necessario quindi considerare tutti i rapporti che ci sono tra questi tre anelli della catena, non limitando la scelta didattica all'unica relazione insegnante-alunno.

²⁰ Pesci, 2011.

Il primo termine, Sapere, ha bisogno di una definizione più precisa, Yves Chevallard nel 1985 distingue tre tipi di sapere: sapere sapiente (oggetto di sapere), sapere da insegnare, sapere insegnato.

L'Insegnante deve fare in modo che gli studenti possano apprendere e quindi che siano in condizioni ottimali per farlo; i suoi ruoli principali sono caratterizzati dal processo di devoluzione e dal processo di istituzionalizzazione. Con il primo, l'insegnante deve responsabilizzare l'allievo nella risoluzione di un problema e curarsi che quest'ultimo accetti questo compito. Nella fase di istituzionalizzazione l'insegnante riconosce l'adeguatezza del prodotto degli alunni e li aiuta a sintetizzare la conoscenza che essi hanno prodotto perché questa diventi un sapere culturale fruibile non solo nel contesto scolastico ma anche in altre situazioni.²¹

L'Alunno ha come scopo principale l'apprendimento, che nel caso della matematica però non è da intendere come una conoscenza incentrata sulle definizioni e sui teoremi ma piuttosto occuparsi della risoluzione di problemi, dovrebbe quindi dare una base solida per affrontarli anche nella quotidianità, di qualsiasi tipo essi siano.

5.3 La trasmissione della conoscenza

Come detto precedentemente, secondo il modello tradizionale una lezione di matematica prevede che l'insegnante mostri il sapere e l'allievo, come un contenitore, venga "riempito" dalle spiegazioni date in classe. Il problema principale di questo modello è che dal momento in cui l'insegnante spiega un concetto, l'allievo si vede costretto a rassomigliare all'insegnante, inteso come depositario del sapere; lo studente non si sentirà libero e desideroso di indagare e di proporre soluzioni alternative per paura di non rientrare nei canoni esplicitati dal docente. È l'insegnante che ha ragione perché detiene il potere di affermare la correttezza dell'espressione di un concetto e la risposta esatta viene rinforzata mediante una "ricompensa", ma tutto ciò non garantisce la comprensione da parte dell'allievo.

A contrastare questa modalità è il costruttivismo radicale, nato con Piaget ed elaborato da Von Glasersfeld. Secondo questo modello il bambino in crescita organizza il mondo che poco alla volta ha la possibilità di sperimentare; la conoscenza quindi è intesa come un'attività di adattamento e quindi i concetti, i modelli e le teorie si definiscono "adeguati" se risultano efficaci nel contesto in cui vengono applicati (questo punto permette di eliminare l'idea di un'unica verità esistente).

²¹ Pesci, 2011.

Il costruttivismo radicale si basa su due principi fondamentali:

- Il soggetto conoscente costruisce attivamente la conoscenza, non la riceve in maniera passiva
- La funzione della cognizione è adattativa e serve per organizzare il mondo dell'esperienza, non per scoprire la realtà ontologica²²

Secondo questa teoria, l'insegnamento deve essere distinto dall'addestramento; quest'ultimo, infatti, concentra l'attenzione solo sulle azioni di chi viene addestrato, mentre il docente deve curarsi di ciò che passa per la testa degli studenti.

È importante, inoltre, l'interpretazione del linguaggio, infatti la conoscenza non può essere trasmessa semplicemente con l'uso di parole, ma è necessario che gli stessi studenti imparino a costruirla individualmente. L'insegnamento coinvolge tutta la classe, mentre l'apprendimento è un'attività privata che ogni studente esercita in maniera separata dai compagni.

Secondo molti teorici della didattica, il costruttivismo radicale è eccessivamente individualistico, perciò, basandosi sul lavoro di Vygotsky, è stata elaborata una visione caratterizzata da una svolta verso gli aspetti sociali dell'insegnamento. Questa teoria prende il nome di "costruttivismo sociale", e vede l'apprendimento come un processo che avviene prima di tutto tra persone, e solo successivamente come una pratica di interiorizzazione personale.

In di questa prospettiva, per fare matematica a scuola bisogna tenere presenti i seguenti punti:

- prevedere dei periodi in classe nei quali i ragazzi organizzano in piccoli gruppi la soluzione di un problema. È importante sollecitare l'inventiva degli studenti, e favorire la negoziazione sui diversi modi di procedere e l'argomentazione a difesa delle proprie posizioni;
- attuare una fase di sviluppo dei processi di costruzione e una riflessione sui compiti già conclusi, dando vita a una discussione sulle possibili alternative proposte;
- assegnare prove scritte, compiti a casa e procedure di controllo relative ai risultati, al fine di rendere evidente come gli errori siano fenomeni necessari in una partecipazione attiva alle lezioni.²³

²² Von Glasersfeld, 1992.

²³ Pesci, 2011.

5.4 Il gruppo collaborativo

Un modello di insegnamento-apprendimento che tiene conto sia della dimensione disciplinare che di quella affettiva e sociale delle relazioni nel processo didattico è il cosiddetto “apprendimento collaborativo”. In Italia si è sviluppato negli anni '80 grazie a Mario Comoglio e Giorgio Chiari.

Questa modalità didattica si contrappone a quelle di tipo competitivo e individualistico, avendo obiettivi sia sul piano disciplinare che su quello sociale. Numerose ricerche dimostrano la maggior validità dell'apprendimento cooperativo rispetto agli altri metodi, basandosi su parametri come la memorizzazione, la capacità di trasferire conoscenze, la produzione di ragionamenti complessi, gli atteggiamenti verso se stessi e verso gli altri, il benessere psicologico, la riduzione di stereotipi e pregiudizi e lo sviluppo di competenze sociali.

Attraverso i gruppi collaborativi, gli alunni hanno maggiori opportunità di formulare e condividere ipotesi in classe, obiettivi che risultano fondamentali nelle indicazioni nazionali per l'insegnamento della matematica. La discussione in aula avviene in due momenti successivi: prima all'interno del singolo gruppo, e in seguito nella discussione collettiva.

I padri di questo modello educativo possono essere considerati John Dewey, Kurt Lewin e Morton Deutsch, che elaborarono le loro teorie negli anni del secondo dopoguerra. A partire dagli anni '70, invece, i principali diffusori di questo modello sono considerati i ricercatori statunitensi R. T. Johnson e D. W. Johnson.

Le caratteristiche centrali dell'apprendimento cooperativo sono quattro. La prima è l'interdipendenza positiva, ovvero quel fenomeno che si verifica quando i membri del gruppo capiscono che la collaborazione è tale che non può esistere il successo individuale senza il successo collettivo. Ognuno deve essere convinto di poter dare un contributo personale utile e indispensabile al lavoro di gruppo.

La seconda è l'assegnazione dei ruoli, la quale garantisce che ognuno utilizzi le proprie abilità per il lavoro di gruppo e al tempo stesso riduce la possibilità che qualcuno non partecipi affatto o che, al contrario, vada a occupare una posizione predominante rispetto agli altri. La definizione di un ruolo può favorire anche il superamento di problemi come la scarsa autostima o il senso di non efficacia.

La terza componente è rappresentata dalle abilità sociali. Gli studenti, infatti, devono saper prendere decisioni, esprimersi e ascoltare, stimolare la discussione, saper mediare e condividere, incoraggiare e aiutare, creare un clima di fiducia e risolvere i conflitti.

Quarta e ultima caratteristica è la valutazione, secondo la quale i risultati raggiunti vanno misurati sia a livello individuale che a livello di gruppo.

I vantaggi dell'apprendimento cooperativo sono molteplici. Dal punto di vista disciplinare, i principali benefici di questo metodo sono i seguenti:

- migliore relazione con la disciplina;
- maggiore autonomia nell'acquisizione e nell'utilizzo delle conoscenze;
- potenziamento delle strategie di studio;
- maggiore capacità di studio e di sintesi;
- senso di autoefficacia.

Dal punto di vista relazionale, invece, si riscontra:

- maggiore capacità di lavorare in gruppo;
- aumento delle occasioni per condividere con i compagni sentimenti, aspirazioni e difficoltà;
- maggiori capacità di risolvere situazioni conflittuali;
- migliore percezione di se stessi;
- maggiore tolleranza e capacità di comprensione e accettazione degli altri.²⁴

Ogni gruppo collaborativo prevede al suo interno cinque o sei elementi, a ciascuno dei quali corrisponde un ruolo specifico da svolgere. Questi ruoli sono:

- 1) Orientato al compito: deve fare in modo che il suo gruppo raggiunga il miglior risultato possibile. Progetta il piano di lavoro e sollecita il gruppo a prendere decisioni.
- 2) Orientato al gruppo: è responsabile del clima comunicativo nel gruppo, si preoccupa che tutti partecipino in egual misura e gestisce eventuali conflitti.
- 3) Memoria: si occupa della verbalizzazione scritta dei risultati raggiunti e, durante il lavoro, ripete le decisioni condivise.
- 4) Relatore: stende la versione finale dei risultati raggiunti e la espone a tutta la classe nella fase conclusiva del lavoro.
- 5) Osservatore: si preoccupa che ognuno svolga il proprio ruolo e prende appunti sulle dinamiche osservate.²⁵

²⁴ Pesci, 2011.

²⁵ Pesci, 2011.

Per facilitare il riconoscimento di ciascun ruolo, è bene che ogni studente abbia un cartellino della mansione che ricopre. Il ruolo previsto per l'insegnante è quello di supervisore: durante il lavoro in gruppi non deve dare suggerimenti, ma essere attento ai processi interrelazionali, dando agli alunni suggerimenti a bassa voce se necessario. La rotazione dei ruoli è essenziale.²⁶

Nella formazione dei gruppi si può optare per avere gruppi omogenei o gruppi eterogenei. L'insegnante è il più indicato a determinare i criteri per la suddivisione della classe; l'obiettivo generale, in ogni caso, è quello di avere dei gruppi al cui interno possa nascere una vera collaborazione. Eventuali cambiamenti nella loro composizione possono essere attuati solo in presenza di grossi problemi.²⁷

Prima di iniziare l'attività collaborativa, l'insegnante deve preparare il materiale da consegnare ad ogni gruppo. È preferibile che il compito che gli alunni dovranno affrontare sia riportato su un unico foglio al quale dovranno fare riferimento tutti i componenti, evitando di consegnarne una copia a ogni studente, al fine di favorire la cooperazione sin dalle primissime fasi. I fogli utilizzati da ogni gruppo dovranno essere conservati in una cartellina che si consiglia di fare personalizzare dagli studenti stessi affinché sentano più forte il senso di appartenenza collettiva.²⁸

La valutazione nell'apprendimento cooperativo costituisce un momento importante e decisamente più complesso, perché non solo si verifica il livello qualitativo e quantitativo dell'apprendimento, ma si monitora anche il processo sul livello delle competenze sociali. Inoltre, si devono considerare i risultati raggiunti sia nella dimensione individuale che in quella di gruppo. Per registrare fedelmente i comportamenti degli allievi in gruppo si può predisporre una griglia per lo studente che ricopre il ruolo di osservatore, destinata a fornire notizie sull'andamento delle relazioni interpersonali. In alternativa, è possibile preparare un questionario con domande aperte per lasciare che gli studenti si esprimano più liberamente.²⁹

²⁶ Pesci, 2011.

²⁷ Pesci, 2011.

²⁸ Pesci, 2011.

²⁹ Pesci, 2011.

Capitolo 6. INIZIA IL PROGETTO

6.1 Introduzione e obiettivi

La mia scelta di fare l'insegnante è stata frutto di una lunga riflessione e del bagaglio di esperienze che, come ogni persona, mi arricchisce e mi permette di crescere. Come tutte le parole, anche "insegnante" può avere molti significati diversi, se ne possono dare tante definizioni, è una professione, o meglio una vocazione, che può assumere infiniti risvolti. A mio parere, la persona che decide di insegnare, oltre ad ambire a trasmettere qualcosa che suscita in lui una forte emozione, deve essere anche un educatore. Non posso pensare di tenere una lezione di matematica senza che ci sia un coinvolgimento reciproco tra me e i miei futuri alunni; affinché gli studenti riescano ad apprendere, e lo facciano con piacere, è indispensabile che l'insegnante si curi sia della sua relazione con loro che di quella che vivono gli uni con gli altri.

Per questo motivo quando sono venuto a conoscenza dell'apprendimento cooperativo ho pensato che potesse essere un metodo efficace per facilitare le relazioni tra gli studenti e far entrare ancora di più l'aspetto valoriale nelle attività in classe; in sostanza con questo metodo non si esplicitano soltanto gli obiettivi puramente scolastici, ma anche quegli obiettivi che possono sembrare esterni alla scuola ma che in realtà saranno basilari nel resto della vita, ovvero i valori umani e sociali.

Ho pensato quindi di provare ad applicare questa modalità di gestione della classe per valutare se fosse migliore sia in termini di apprendimento, sia in termini sociali, così da poterla riproporre una volta che sarò diventato finalmente insegnante.

Durante il mio cammino universitario ho potuto approfondire i principali problemi legati all'apprendimento, che molto spesso esulano dalle questioni prettamente disciplinari e di contenuto, e per questo ho voluto incentrare la mia tesi sul valore aggiunto rappresentato dai metodi di apprendimento cooperativo, e concentrandomi in particolare sull'inclusione di quegli studenti che, a causa di difficoltà specifiche d'apprendimento, risultano svantaggiati rispetto agli altri compagni nelle lezioni cosiddette "tradizionali".

Lo scopo di questa tesi è valutare se la tecnica dell'apprendimento cooperativo può favorire l'apprendimento di tutti i ragazzi, compresi quelli con DSA, sfruttando nel contesto del lavoro di gruppo le differenze che caratterizzano ogni alunno. In questa prospettiva, inclusione significa quindi vedere nello studente con DSA una risorsa in più da donare ai

compagni anziché un peso o un freno all'apprendimento dell'intera classe. Al fine di realizzare questo ribaltamento di significato e di provare in prima persona l'applicazione di questa metodologia, ho deciso di svolgere un esperimento diretto durante un periodo di tirocinio di tre mesi all'interno di una classe di scuola media superiore.

6.2 Individuazione della classe

Nel progettare questa esperienza, la prima decisione fondamentale era quella di individuare una classe che rispondesse ad alcuni criteri che garantissero uno svolgimento adeguato.

La prima condizione indispensabile era, ovviamente, la presenza tra gli studenti di almeno un soggetto con DSA, e già questa prima selezione mi ha lasciato con tre sole classi possibili tra i due istituti situati nella zona in cui vivo che avevo precedentemente contattato per sapere se fossero aperti a ospitarmi per il periodo di tirocinio.

Il secondo criterio, altrettanto importante, era che fosse una classe del biennio, cioè una prima o una seconda superiore. Questo perché delle classi di età più avanzata avrebbero presentato al loro interno dinamiche interrelazionali già sedimentate dagli anni di convivenza, che quindi avrebbero lasciato poco spazio all'introduzione di metodi di interazione alternativi. Inoltre, nelle classi finali, in matematica si affrontano argomenti molto complessi che presuppongono conoscenze avanzate, che quindi avrebbero comportato molto probabilmente un divario eccessivo tra la preparazione degli studenti con DSA e del resto dei compagni, impedendo così di organizzare esercitazioni che coinvolgessero tutti gli alunni allo stesso modo. Dall'altro lato, nemmeno una classe prima sarebbe stata una scelta ideale, benché preferibile rispetto a una quarta o quinta, perché il mio tirocinio avrebbe avuto inizio a ottobre e quindi gli studenti si sarebbero trovati a lavorare in gruppo con compagni che ancora non conoscevano abbastanza, forzandoli a gestire al tempo stesso i problemi legati allo svolgimento degli esercizi e quelli legati all'interazione con gli altri. Delle tre classi selezionate, una era una quarta, e perciò è stata scartata.

Un altro parametro importante era la dimensione della classe. Dato che la durata del mio progetto era limitata a tre mesi, confrontarmi con un numero eccessivo di studenti avrebbe reso molto difficile raggiungere un livello di conoscenza individuale soddisfacente. Questa necessità nasceva anche dalla mia mancanza di esperienza all'interno di una classe; un gruppo ridotto di studenti sarebbe stato per me più semplice da gestire, lasciandomi più tempo ed energie per concentrarmi sugli scopi specifici del mio progetto. Entrambe le classi rimaste soddisfacevano questo criterio, perciò non ne ho scartata nessuna.

Ultimo criterio, scontato ma non banale, era la disponibilità del docente di matematica a collaborare con me. Questo aspetto mi ha permesso di effettuare la decisione finale, dato che la docente di una di queste due classi ha manifestato un grande interesse e un forte entusiasmo nei confronti del mio progetto e di un'eventuale collaborazione.

La classe nella quale ho svolto il mio tirocinio è stata quindi la 2° X dell'Istituto Tecnico Commerciale "Rino Molari" di Santarcangelo di Romagna, in provincia di Rimini.

Gli alunni della 2° X sono 20, tra questi ci sono due ragazzi con problemi, (preciso che i nomi sono inventati) Ivan che presenta un livello cognitivo borderline ed Elena che invece è un'alunna con DSA misto.

6.3 Impostazione iniziale del progetto

Una volta trovata la classe che corrispondeva ai criteri descritti al paragrafo precedente, ho avuto un colloquio con l'insegnante di matematica e con l'insegnante di sostegno perché mi dessero informazioni sulla situazione globale e in particolare sui due ragazzi con difficoltà. Descriverò l'esito di questi incontri nel prossimo capitolo.

Assieme alla docente titolare, ho scelto di frequentare tutte le lezioni di matematica fin da subito; al secondo anno di ragioneria le ore settimanali di matematica sono quattro, e ciò mi ha dato la possibilità di conoscere sufficientemente i ragazzi e di monitorare l'andamento delle lezioni, i tempi, il clima della classe e la partecipazione degli studenti.

Il passo successivo è stato scegliere un argomento del curriculum di matematica che si adattasse bene al progetto che volevo realizzare. Dopo vari colloqui con l'insegnante di matematica abbiamo optato per il piano cartesiano, più in particolare la determinazione di punti e rette, il calcolo di distanze e lo studio di fasci di rette. La scelta è ricaduta su questo argomento innanzitutto perché viene affrontato in una maniera tale da non presupporre una grande quantità di conoscenze pregresse; di conseguenza, tutti avrebbero avuto la possibilità di costruirsi basi solide per affrontare le difficoltà che sarebbero scaturite nel momento dell'approfondimento del tema. Inoltre, il piano cartesiano permette di vedere gli oggetti algebrici trattati nella parte precedente del programma tramite la loro rappresentazione grafica, e questo può essere un modo per facilitare la comprensione anche a quei ragazzi che faticano a operare astrazioni sui concetti e necessitano di un'altra prospettiva dalla quale rivederli.

Oltre all'osservazione passiva in classe durante le lezioni ho deciso di proporre a tutti gli studenti un questionario sulla matematica che indagasse l'atteggiamento con il quale

ognuno di loro si pone nei confronti di questa materia, quale idea se ne è fatto, che emozioni prova quando la studia o quando segue una lezione.

È importante conoscere approfonditamente le convinzioni che gli alunni hanno riguardo alla matematica; esse sono il risultato del loro continuo processo di interpretazione delle esperienze con la materia, e agiscono da guida nella selezione delle risorse da attivare, in particolare possono inibire a priori l'utilizzazione delle risorse adeguate.³⁰

Inoltre,

I sistemi di convinzioni costituiscono la cornice all'interno della quale un individuo seleziona e impegna le risorse cognitive, cioè prende decisioni.³¹

Inizialmente avevo diviso le domande secondo 5 argomenti diversi che erano:

1. Convinzioni sul compito: molti studenti credono che la matematica formale abbia poco a che fare col pensiero reale o con il problem solving, che i problemi matematici si possano sempre risolvere in meno di 10 minuti o ancora che i problemi richiedano necessariamente l'uso di operazioni aritmetiche.³²
2. Teorie del successo: comprendono le convinzioni sugli obiettivi dell'insegnamento e sulle aspettative dell'insegnante, su cosa significhi aver successo in matematica e su quali sono le cause del successo o le strategie da attivare per ottenerlo. Le convinzioni più frequenti sono, ad esempio, che per studiare matematica non sia necessaria la teoria ma sia sufficiente l'esecuzione di esercizi, che il buon senso in matematica non serva, che per imparare la matematica ci voglia tanta memoria o che per andare bene bisogna essere "portati". Le teorie del successo possono portare a non condividere un fallimento riconosciuto dall'insegnante, infatti il successo può essere connotato in modi diversi: alcuni lo identificano con il rendimento, altri con la percezione di capire.³³
3. Visione della matematica: l'idea che uno studente si fa della matematica dipende dalle convinzioni sul successo che si è costruito. La matematica può essere vista come un'attività priva di senso, come una disciplina di prodotti piuttosto che di processi, oppure utile solo per un fine strumentale. A seconda della visione che hanno, gli

³⁰ Silver, 1982.

³¹ Schoenfeld, 1983.

³² Zan, 2007.

³³ Zan, 2007.

studenti interpretano in due modi diversi la parola “capire”: il primo fa riferimento a un meccanismo da memorizzare e da applicare, in pratica a obiettivi di immediata spendibilità; il secondo invece si può associare a parole come ragionamento e teoria, e richiede tempi lunghi. Le combinazioni più problematiche si rivelano quando l’allievo e l’insegnante hanno una visione diversa e quindi il successo sancito dall’insegnante è diverso dal successo che intende l’allievo.³⁴

4. Convinzioni su di sé: questo tipo di convinzioni possono avere un effetto paralizzante sull’apprendimento dell’allievo, infatti affinché decida di investire delle energie e le risorse necessarie per riuscire deve necessariamente credere di poter controllare la disciplina. Il senso di autoefficacia è fondamentale, è la convinzione che lo studente ha di poter eseguire un compito all’interno di una disciplina.³⁵
5. Emozioni: fanno parte degli aspetti motivazionali, riguardano l’assunzione di responsabilità in relazione al compito richiesto dall’insegnante. Oltre a questo, alla paura di sbagliare si può aggiungere anche quella di non capire o di apparire inadeguati. L’emozione non nasce da un evento ma dall’interpretazione che se ne dà, quindi le emozioni negative causate dalla matematica risentono in realtà delle convinzioni che l’allievo ha della materia.³⁶

Gli aspetti emozionali non possono essere separati da quelli cognitivi, così come quelli individuali non possono essere separati da quelli sociali.³⁷

6.4 Costruzione del questionario

Ho riflettuto a lungo sulle domande da includere nel questionario e anche sulla loro forma, la bozza iniziale prevedeva questi quesiti divisi per argomento:

1. Convinzioni sul compito
 - A. Pensi che studiare matematica ti possa essere utile nella vita di tutti i giorni?
2. Teorie del successo
 - A. In matematica sono più importanti la teoria o gli esercizi?
 - B. È fondamentale avere una buona memoria se si fa matematica?

³⁴ Zan, 2007.

³⁵ Zan, 2007.

³⁶ Zan, 2007.

³⁷ Brown, 1983.

- C. La matematica è una delle materie che dà maggiori problemi agli studenti, secondo te qual è il motivo?
- D. Controllando il risultato di un esercizio scopri che ti è venuto anche se non hai ben capito come hai fatto, come ti senti?
3. Visione della matematica
- A. Se dovessi definire la matematica cosa scriveresti?
- B. Il buon senso in matematica non serve. Sei d'accordo con questa affermazione?
- C. Quando senti di aver capito un argomento di matematica?
- D. Quali sono le doti per riuscire in matematica al tuo livello di scuola? Indicane 3 che reputi essenziali.
4. Convinzioni su di sé
- A. Hai difficoltà in matematica? Se sì, secondo te da cosa dipendono?
- B. A cosa attribuisce le tue difficoltà in matematica?
5. Emozioni
- A. Ti piace la matematica? Perché?
- B. Che emozioni provi quando fai matematica?

Dopo una fitta corrispondenza di e-mail con il docente Pietro Di Martino, segnalatomi dalla correlatrice Patrizia Sandri, sono arrivato alla stesura definitiva del questionario; ho deciso, grazie ai suoi consigli, di modificare alcune domande e di escluderne altre.

Riguardo alla 1A il pericolo consisteva nel fatto che alcuni studenti cercassero di dare la risposta socialmente giusta, con la conseguenza che perdesse di significato, perciò è stata riformulata in modo che fosse più aperta e costringesse i ragazzi a uscire allo scoperto:

- Secondo te a cosa può essere utile nella vita aver studiato matematica per tutti questi anni?

La domanda 2A come inizialmente formulata poteva fornire poche indicazioni e quindi è diventata:

- Quando studi matematica, quale percentuale del tempo utilizzi per la teoria e quale per gli esercizi?

La 2C è diventata:

- La matematica è una delle materie che dà maggiori problemi agli studenti, secondo te qual è il principale motivo di questa difficoltà così diffusa?

Anche la 3A è stata riformulata in modo che fosse più aperta:

- Scrivi tre aggettivi per descrivere la matematica.

Le domande 2B, 2D, 3B e 3C sono invece state eliminate; le prime tre perché poco chiare, mentre l'ultima perché c'era il pericolo che gli studenti scrivessero la risposta socialmente giusta, non tenendo conto della loro vera opinione.

Le restanti domande invece sono rimaste invariate.

Capitolo 7. INDAGINE DELLE DIFFICOLTÀ

«Quando allenteremo la fatica di quegli stanchi “tram” chiamati programmi e passeggeremo, liberi di comprendere davvero il mondo che ci circonda e, attraverso quel mondo, noi stessi?

In tram è vietato parlare al conducente:
il suo compito è portarti dove dice il programma.

Non distrarlo, non innervosirlo.

Fa il suo lavoro.

In una passeggiata c'è una guida che sta sì davanti perché conosce la meta, ma sa volgersi indietro a guardare chi gli è affidato per indicare, spiegare, segnalare, incoraggiare, sostare e lasciarsi interpellare.

Fa il suo lavoro.»

(Alessandro D'Avenia, 2012)

7.1 Situazione della classe

Il primo mese di tirocinio mi ha dato la possibilità di osservare attentamente le dinamiche interne alla classe e il livello di apprendimento dei ragazzi. Inizialmente mi sono concentrato sull'organizzazione delle lezioni; ho notato che la maggior parte del tempo viene utilizzato dall'insegnante di matematica per fare esercizi, chiamando uno studente a svolgerlo alla lavagna mentre gli altri sono invitati a fare altrettanto dal proprio posto. Purtroppo ho notato che non tutti partecipano attivamente, anzi, la maggior parte dei ragazzi che svolgono il compito lo fanno seguendo i passaggi di chi lo risolve alla lavagna senza curarsi troppo di controllare se ciò che scrive sia giusto o meno; inoltre non sembrano molto consapevoli di ciò che fanno, o meglio, i calcoli li svolgono abbastanza correttamente però manca la consapevolezza del significato degli oggetti matematici con cui operano.

Durante il mese di osservazione ho assistito anche a un compito in classe che ho poi avuto modo di correggere per valutare la preparazione degli studenti e mi sono reso conto che gli alunni considerati più bravi commettono errori concettuali non trascurabili, ad esempio nella scomposizione del trinomio speciale applicano l'algoritmo senza verificare l'effettiva uguaglianza; mostrano difficoltà nella semplificazione, soprattutto nel caso in cui sia necessario il raccoglimento del segno meno, a volte non esplicitano la soluzione dell'equazione (si fermano un passaggio prima), e infine hanno difficoltà nel trovare il segno delle disequazioni fratte, nella distinzione tra equazione impossibile o indeterminata, o ancora nel cambio di verso nelle disequazioni.

In accordo con l'insegnante ho tenuto due lezioni durante le quali ho spiegato alcuni metodi di risoluzione dei sistemi di equazioni di primo grado. Sin dall'inizio ho cercato di impostare la lezione sul dialogo tra me e gli studenti e piano piano sono venuti fuori i

problemi e i dubbi che nutrono riguardo a definizioni base come soluzione di un'equazione, uguaglianza, ecc.

Ho notato che i ragazzi erano poco propensi a dialogare con me e si sentivano piuttosto insicuri nelle risposte; probabilmente non sono abituati a interagire con l'insegnante. Purtroppo queste mancanze caratterizzano tutta la classe e non solo i due ragazzi considerati in difficoltà.

A volte capita che questi ultimi, Ivan ed Elena, si assentino dalla lezione insieme all'insegnante di sostegno o all'educatore per fare esercizi a parte e cercare di stare più concentrati avendo anche la possibilità di chiedere spiegazioni direttamente all'adulto di riferimento; in questo modo, però, si corre il pericolo di rimandare ai ragazzi l'immagine di essere gli unici incompetenti, e quindi ritengo che una simile pratica vada evitata il più possibile.

7.2 Rapporti tra gli insegnanti

Dalla mia osservazione diretta ho potuto constatare che non c'è una vera e propria programmazione, né tantomeno la consapevolezza del valore pedagogico dello scambio di ruolo tra docenti, curricolare e specializzato nel sostegno, per questo quando ho chiesto alla docente di matematica di uscire con Ivan ed Elena, sfruttando il fatto che oltre all'insegnante di sostegno rimanessi in classe anche io con il resto dei ragazzi, questa non se l'è sentita di lasciare la classe; il messaggio che purtroppo arriva ai ragazzi è che l'insegnante di sostegno o l'educatore si trovano in classe esclusivamente per i due ragazzi con difficoltà, rafforzando l'idea negativa di questi ultimi di essere gli unici bisognosi di aiuto e incapaci di farcela da soli.

Le lezioni di matematica si svolgono il lunedì, il martedì e il venerdì ma l'insegnante di sostegno è presente solamente il martedì, mentre il lunedì viene l'educatore che cerca di aiutare Ivan a seguire la lezione con continuità. La differenza di ruoli tra queste due figure non è molto chiara, e ciò purtroppo va a discapito della professionalità di entrambi. Ho anche notato che le loro competenze matematiche non sono solide e credo che le spiegazioni fornite ai due ragazzi rischino di apportare ben pochi benefici, se non addirittura generare nuovi problemi; l'insegnante di sostegno è laureato in Scienze Naturali, indirizzo che ha poco a che fare con la matematica, e anche l'educatore, avendo conseguito il titolo di Educatore sociale e culturale, dimostra di non essere all'altezza di spiegare con precisione e cognizione di causa la materia in esame.

7.3 Situazione di Ivan

L'insegnante di sostegno mi ha informato che Ivan ha problemi di deficit d'attenzione e iperattività; ha un livello cognitivo valutato come *borderline*. Nella classificazione ICD10 risulta un F90, cioè:

La diagnosi per la ricerca di sindrome ipercinetica richiede la chiara presenza di marcati livelli di disattenzione, iperattività e irrequietezza, che sono evidenti in diverse situazioni e persistenti nel tempo e che non dipendono da altri disturbi quali l'autismo o le sindromi affettive.

G1. Deficit dell'attenzione. Almeno sei dei seguenti sintomi persistono da almeno sei mesi in una misura che è inadeguata e incompatibile con il livello di sviluppo del bambino:

- (1) spesso non riesce a prestare molta attenzione ai dettagli, o fa errori di negligenza nello svolgimento dei compiti scolastici, nel lavoro o in altre attività;
- (2) spesso non riesce a mantenere l'attenzione nello svolgimento di compiti o di attività ludiche;
- (3) spesso sembra non ascoltare ciò che gli viene detto;
- (4) spesso non segue le istruzioni o non completa i compiti scolastici, i lavori domestici o le mansioni sul luogo di lavoro (non per un comportamento oppositivo o per mancata comprensione delle istruzioni);
- (5) ha spesso difficoltà ad organizzare compiti e attività;
- (6) evita spesso o ha una forte avversione per compiti, quali i compiti a casa, che richiedono un intenso sforzo mentale;
- (7) perde spesso le cose necessarie per alcuni compiti o attività, come le dotazioni scolastiche, matite, quaderni, giocattoli o utensili;
- (8) è spesso facilmente distratto da stimoli esterni;
- (9) è spesso negligente nello svolgimento delle attività quotidiane.

G2. Iperattività. Almeno tre dei seguenti sintomi di iperattività persistono da almeno sei mesi in una misura che è inadeguata e incompatibile con il livello di sviluppo del bambino:

- (1) ha frequenti movimenti nervosi delle mani e dei piedi e si dimena sulla sedia;
- (2) si alza spesso dalla sedia in classe o in altre situazioni in cui è il caso di stare seduti;

(3) spesso corre o si arrampica in situazioni in cui ciò è inappropriato (negli adulti e negli adolescenti può essere presente soltanto una sensazione di irrequietezza);

(continua)⁴⁰

(4) è spesso eccessivamente rumoroso nelle attività ludiche o ha difficoltà a svolgere silenziosamente attività piacevoli;

(5) presenta un persistente comportamento caratterizzato da eccessiva attività motoria che non viene sostanzialmente modificato dal contesto sociale o dalle richieste.

G3. Impulsività. Almeno uno dei seguenti sintomi di impulsività persiste da almeno sei mesi di una misura che è inadeguata e incompatibile con il livello di sviluppo del bambino:

(1) spesso risponde in maniera sconsiderata a domande non ancora completate;

(2) non riesce spesso a stare in fila o ad aspettare il proprio turno nei giochi o nelle situazioni di gruppo;

(3) spesso interrompe o si intromette nelle attività altrui (ad esempio, nelle conversazioni e nei giochi altrui);

(4) spesso parla eccessivamente senza un'adeguata adesione alle regole sociali.³⁸

La situazione familiare che il ragazzo ha alle spalle è molto complicata dato che non ha praticamente rapporti con il padre, mentre la madre, pur presentandosi saltuariamente ai colloqui con gli insegnanti, si dimostra disponibile a collaborare con essi soltanto a parole; da quanto emerso durante i consigli di classe sembra quasi che desideri che il figlio smetta di studiare e vada a lavorare. Vista questa situazione è chiaro che per Ivan la scuola rappresenta l'unica occasione di studio.

Per lo psicologo è un grosso risultato il fatto che stia frequentando ancora le lezioni; i docenti, assieme all'insegnante di sostegno, si stanno interrogando sulla decisione di proporgli una programmazione diversificata (per il momento invece segue un programma semplificato), questo però significherebbe non ottenere un diploma paritario a quello dei suoi compagni al termine del percorso scolastico.

La strategia adottata dagli insegnanti è semplicemente quella di seguirlo nelle materie fondamentali del corso. Oltre che dall'insegnante di sostegno, nei giorni in cui esso non è

³⁸ OMS, ICD-10, 1996.

presente, Ivan è assistito anche da un educatore, il quale mi ha a sua volta confermato il suo scarso impegno a casa. Sin dalla scuola media inferiore si porta dietro delle lacune sulle frazioni e anche se ha provato ad affrontare con lui i prodotti notevoli li ha dimenticati in pochi giorni.

Da quanto ho potuto vedere in classe, dal punto di vista comportamentale mi sembra che non abbia problemi di iperattività infatti sta composto nel suo banco e non è eccessivamente rumoroso (questa mia sensazione è stata confermata anche dalla professoressa di matematica che lo trova molto più calmo rispetto all'anno scorso).

Riguardo invece all'attenzione in classe purtroppo mi sento di confermare che ha problemi a stare concentrato sulla lezione e sugli esercizi che gli vengono assegnati; durante il compito in classe inoltre mi sembra che non abbia neanche la motivazione per voler far bene, il desiderio di riuscire a dare il massimo. Mentre lo svolge, l'insegnante di sostegno gli si affianca rimanendo in piedi e, qualora lo veda in difficoltà, interviene facendogli notare eventuali errori o disattenzioni. Non vedo questo atteggiamento in modo positivo in quanto immagino sia una situazione dura da accettare per Ivan, soprattutto perché è sotto gli occhi di tutti e sembra confermare l'idea che non può farcela da solo.

Controllando il compito in classe di Ivan noto che ha svolto pochi esercizi tra quelli assegnati; delle tre equazioni che ha fatto la prima è corretta, mentre le ultime due mostrano qualche errore di segno. Mi ha colpito la seconda equazione perché anziché portare le incognite nel membro di sinistra e i termini noti in quello di destra (come solitamente sono abituati a fare tutti) ha fatto il contrario, forse notando che i monomi con l'incognita erano già tutti a destra, così facendo ha risparmiato un passaggio inutile. Gli altri due esercizi che ha svolto invece non li ha portati a termine, forse perché contenevano frazioni; infatti si è fermato al passaggio in cui avrebbe dovuto sommarle. Probabilmente per lui le maggiori difficoltà in matematica sono causate da lacune precedenti, dalla scarsa motivazione e dallo scarso senso di autoefficacia.

7.4 Situazione di Elena

Parlando con la docente e l'insegnante di sostegno e analizzando la sua certificazione è emerso che ha un DSA misto (dislessia, disortografia, discalculia). Questo suo problema è stato diagnosticato solo alle medie, quindi troppo tardi per poter pensare a un intervento riabilitativo; lo psicologo consiglia quindi un approccio di tipo compensativo grazie a strumenti come PC per prendere gli appunti, calcolatrice e tabelle. Dispone di più tempo

durante le verifiche e si consiglia di valutarla per i contenuti e non per la forma. È restia a usare gli strumenti dispensativi e compensativi probabilmente perché non vuole sentirsi diversa dagli altri.

Durante il periodo di osservazione ho notato che scrive piuttosto male e forse confonde la sua scrittura (ha un modo strano di fare la Y, molto simile alla X); in una lezione, interpellata dalla professoressa, le è stato chiesto di trovare il minimo comune multiplo, e oralmente non ha avuto problemi a farlo, inoltre ha dovuto anche svolgere dei calcoli e lo ha fatto con una discreta velocità, senza errori. Penso quindi che la sua sia una difficoltà dovuta prevalentemente alla produzione scritta.

Raramente segue le lezioni, a volte appare un po' persa nei suoi pensieri e deve essere richiamata dall'insegnante; quando vengono assegnati degli esercizi da fare in classe può capitare che si limiti a copiarli dalla lavagna piuttosto che cercare di risolverli autonomamente.

Nel corso del mese di osservazione ho anche avuto la possibilità di esaminare un suo compito in classe e ho notato una presenza massiccia di errori di segno (non so se dovuti a carenza di conoscenze riguardanti il segno della moltiplicazione, disattenzione o ancora errori nella lettura dei passaggi precedenti), qualche errore nel dare il giusto significato alle parentesi (soprattutto quando si tratta di dover moltiplicare tra loro dei polinomi) e qualche imprecisione nella gestione del minimo comune multiplo tra frazioni algebriche doppie. Da ciò che ho potuto valutare, grazie alla mia presenza in classe e grazie al dialogo con l'insegnante di matematica e quello di sostegno, mi sento di poter dire che la sua difficoltà riguarda gli aspetti procedurali piuttosto che la cognizione numerica, in particolare la lettura e la scrittura dei numeri e l'incolonnamento; non sembra avere troppe difficoltà nel calcolo a mente.

7.5 Risposte al questionario

Come ho scritto nel capitolo precedente, ho proposto un questionario a tutta la classe finalizzato a comprendere meglio il loro rapporto con la matematica, sia dal punto di vista delle convinzioni sulla materia che sul piano emotivo. L'obiettivo principale era individuare eventuali ostacoli che spesso non sono dovuti soltanto alle scarse conoscenze di matematica ma anche ad altri fattori importanti che ho già trattato nei capitoli precedenti, come ad esempio le convinzioni sul compito, le teorie del successo, le emozioni, il senso di autoefficacia e la visione della matematica.

Il questionario comprendeva un totale di 9 domande, sette delle quali aperte mentre le restanti erano a risposta multipla. Ovviamente i ragazzi non hanno visto le categorie sopra indicate che caratterizzavano ogni domanda e per impedire che facessero dei collegamenti le ho anche alternate mischiandole tra loro.

Di seguito riporto le domande poste, assieme alle risposte date dagli studenti:

1A) Secondo te a cosa può essere utile nella vita aver studiato matematica per tutti questi anni?

- **Ivan:** *“Non lo so e non mi interessa.”* Questa risposta può far pensare che non creda che la matematica formale abbia a che fare con la vita reale, dato che non dà la minima importanza alla questione.
- **Elena:** *“È un po' utile per fare i conti.”* Questa risposta presuppone un fine unicamente strumentale.
- **Classe:** La maggior parte degli studenti pensa che la matematica serva unicamente per fare calcoli (6 studenti) o in ambito lavorativo (4), alcuni sostengono che sia utile per fare ragionamenti logici (3), altri che non serva a niente (3) e in ultimo che sia utile per non farsi ingannare (2). Oltre la metà comunque la associa al “far di conto” e questo è comprensibile dato che si tratta di una classe di ragioneria. Una risposta tra le tante di questo tipo è stata: *“A niente, solo a fare i conti e a risolvere calcoli e percentuali.”*

2A) Quando studi matematica, quale percentuale del tempo utilizzi per la teoria e quale per gli esercizi?

- **Ivan:** *“0%”* Questa risposta può indicare l'assunzione di un atteggiamento ribelle nei confronti del questionario ma può anche essere una risposta onesta nel senso che a casa non studia matematica per niente.
- **Elena:** *“30% teoria e 70% pratica.”* Dà più importanza agli esercizi però comunque spende un po' di tempo per studiare la teoria.
- **Classe:** Quasi tutti gli studenti dicono di dedicare il 20% alla teoria e l'80% agli esercizi (12), alcuni ammettono di non guardare affatto la teoria (4), pochi invece dividono equamente il tempo di studio riservato alla teoria e alla pratica (2). Una ragazza ad esempio scrive: *“Quando studio, se così vogliamo dire, non guardo neanche la teoria, faccio direttamente gli esercizi e se ho qualche lacuna vado a riguardarmi l'argomento interessato.”*

2C) *La matematica è una delle materie che dà maggiori problemi agli studenti, secondo te qual è il principale motivo di questa difficoltà così diffusa?*

- **Ivan:** *“Che è pallosa.”*
- **Elena:** *“Il principale motivo è che la gente non ha voglia di studiarla.”*
- **Classe:** Questa domanda ha ottenuto le risposte più variegata, la maggior parte degli studenti pensa che il principale motivo sia perché ha molte regole, è lunga e complessa (5), altri invece perché non hanno le qualità necessarie come logica, intuizione e memoria (4), per altri ancora non ha senso (3), non bisogna studiarla ma capirla (2), non interessa (2), poco impegno (2). Segnalo tre risposte: *“Perché rispetto ad altre materie non ha un perché, si fa così e basta.”* - *“Perché ha molte regole che si assomigliano ma sono diverse, più complesse.”* - *“Non puoi esprimere te stesso, sei vincolato da regole.”*

3A) *Scrivi 3 aggettivi per descrivere la matematica.*

- **Ivan:** *“Noiosa, difficile, indecifrabile.”* In questa risposta Ivan esce allo scoperto e utilizza tutti aggettivi decisamente negativi, toccando un picco con il terzo, di fronte al quale sono rimasto piuttosto colpito dalla carica emotiva che esprime.
- **Elena:** *“Noiosa, odiosa, pallosa.”* Anche Elena non si risparmia scegliendo aggettivi negativi che però, a differenza di Ivan, escludono fattori derivanti dalla comprensione.
- **Classe:** Gli aggettivi utilizzati sono stati: noiosa (13), difficile (11), logica (4), impegnativa (3), utile (3), appassionante (2), faticosa (2), triste (1), caotica (1), cattiva (1).

3D) *Quali sono le doti per riuscire in matematica al tuo livello di scuola? Da questa lista (attenzione, impegno, predisposizione innata, precisione, ambiente di provenienza, capacità di concentrazione, intuizione, memoria, preparazione di base, interesse, metodo di studio, intelligenza) indicane 3 che reputi essenziali.*

- **Ivan:** *“Predisposizione innata, interesse, attenzione.”* Con questa scelta è come se avesse deciso di non assumere responsabilità riguardo alla sua presunta incapacità di poter capire la matematica e quindi anche dalla necessità di impegnarsi.
- **Elena:** *“Attenzione, memoria, preparazione di base.”*

- **Classe:** Le doti scelte sono state: impegno (13), attenzione (9), memoria (7), capacità di concentrazione (6), intelligenza (5), intuito (4), preparazione di base (3), metodo di studio (3), interesse (2), predisposizione innata (1), precisione (1).

4A) Hai difficoltà in matematica? Se sì, secondo te da cosa dipendono?

- **Ivan:** *“Dalla mancanza di voglia.”*
- **Elena:** *“Ho un po’ di difficoltà perché non ho voglia di studiarla.”* Entrambi quindi ammettono di avere difficoltà.
- **Classe:** Molti studenti hanno risposto di non avere troppe difficoltà (6), tra quelli che le hanno invece alcuni scrivono che dipendono dall’attenzione (3), altri dal poco studio (2), altri che le difficoltà vanno e vengono (2), altri che oltre un certo risultato non possono andare (2), altri incolpano la confusione fatta dai compagni durante la spiegazione in classe (1), e infine la mancanza di ordine (1). Cito due risposte: *“Non ho troppe difficoltà ma non sono bravissimo, dipendono che più di tanto non riesco a fare.”* - *“In matematica ho difficoltà, ma non saprei da cosa dipendono. Forse sono poco intelligente.”*

4B) A cosa attribuisce le tue difficoltà in matematica? Scegli le motivazioni da questa lista (scarsa intelligenza, intelligenza di tipo diverso da quello necessario, scarso impegno, difficoltà della materia, sfortuna, eccessive richieste dell’insegnante, metodo di studio sbagliato, lacune di base, studio insufficiente, fattori emotivi).

- **Ivan:** *“Scarso impegno, difficoltà della materia, sfortuna, eccessive richieste dell’insegnante.”* Le cause scelte da Ivan sono in buona parte esterne, non dipendono da lui.
- **Elena:** *“Scarso impegno, difficoltà della materia, lacune di base.”* C’è nuovamente un rimando alle lacune di base, probabilmente anche durante la scuola media inferiore faceva fatica in matematica.
- **Classe:** Le motivazioni scelte sono state: scarso impegno (8), studio insufficiente (7), difficoltà della materia (6), sfortuna (6), metodo di studio sbagliato (6), eccessive richieste dell’insegnante (2), fattori emotivi (2), scarsa intelligenza (1), intelligenza di tipo diverso da quello necessario (1).

5A) Ti piace la matematica? Perché?

- **Ivan:** *“Mi fa schifo per la complessità.”* Questa avversione può essere giustificata dal suo sentirsi inadatto alla comprensione della materia.
- **Elena:** *“Poco perché ci sono un sacco di argomenti che secondo me non servono a niente.”* Ritorna il pensiero che la matematica abbia un fine unicamente strumentale.
- **Classe:** Ovviamente la maggior parte dei ragazzi scrive che non gli piace (10), ad altri piace (5), infine per altri dipende dal fatto che riescano negli esercizi o meno (3). Ecco tre risposte, una per ogni tipo: *“Sinceramente no, non mi piace per niente, è complicata, noiosa e non ti porta a provare nessun sentimento. È fatta per quelle persone troppo serie che provano piacere a inventare nuove formule che, alla fine, nella vita non servono a niente.”* - *“A me piace molto la matematica perché è una materia dove bisogna ragionare e a me piace ragionare.”* - *“Dipende, quando gli esercizi mi vengono mi piace, quando non mi vengono la odio.”*

5B) Scrivi 3 emozioni che associ al fare matematica.

- **Ivan:** *“Tristezza, malinconia, insoddisfazione.”* Qui Ivan esce di nuovo allo scoperto, esplicitando le brutte emozioni che prova nelle ore di matematica; riesco quasi a provare il disagio che ha ammesso di vivere nei confronti di questa materia.
- **Elena:** *“Noia, sonno.”* Con questa risposta Elena manifesta la sua difficoltà a seguire le lezioni di matematica.
- **Classe:** La maggioranza degli studenti ha indicato la noia (9), tristezza (7), malinconia (4), soddisfazione (4), nervosismo (4), frustrazione (3), depressione (1), curiosità (1), felicità (1), nausea (1), agitazione (1).

Rivedendo le risposte di Ivan divise per argomento mi accorgo di avere un quadro più completo delle sue convinzioni e posso trarre qualche conclusione. Le due domande riguardanti le convinzioni sul compito rilevano che non è affatto interessato alla matematica in sé ma piuttosto al voto, da ciò che ha scritto si deduce che non ritiene la materia importante nella vita di tutti i giorni. Dalle risposte sulle teorie del successo e sulla visione della matematica si può pensare che attribuisca la colpa del suo fallimento in parte alla mancanza di voglia e di impegno e in parte alla difficoltà della materia per la quale secondo lui è necessaria una predisposizione innata. Questo rapporto difficile è confermato anche dalle risposte sulle emozioni che la matematica gli provoca, tutte negative e piuttosto forti come tristezza,

malinconia e insoddisfazione; nonostante ciò quest'ultimo termine mi fa pensare che in fondo sia presente un piccolo desiderio di mettersi in gioco.

Dopo aver somministrato il questionario ho avuto anche modo di intervistare alcuni ragazzi sulle risposte date e ovviamente tra questi ho incluso anche Ivan ed Elena. Ho pensato comunque di fare domande anche ad altri ragazzi in modo che sia Ivan che Elena non si sentissero sotto osservazione e quindi nuovamente percepissero che nei loro confronti viene adottato un comportamento diverso dagli altri.

Nell'intervista ho chiesto a Ivan perché avesse dato risposte così secche e dure, lui mi ha risposto che è stato sincero fino in fondo (e d'altronde era quello che avevo chiesto più volte prima di consegnare loro il questionario) e ha cercato di comunicare tutto il disagio che il fare matematica gli provoca. Successivamente mi sono indirizzato sulle domande che riguardavano le difficoltà e le possibili cause, e lui mi ha confermato di non impegnarsi molto sia perché non ne vede il motivo, dato che considera la matematica inutile nella quotidianità, ma anche che non sente di avere quella predisposizione che invece tale materia richiede secondo lui. Ritengo che difficilmente proverà a impegnarsi durante le ore di lezione proprio per questo insieme di credenze, perciò mi auguro che il lavoro cooperativo possa fornirgli un aiuto dal punto di vista delle motivazioni personali e anche che l'impegno che potrà iniziare a spendere nello studio insieme gli infonda la speranza necessaria a continuare a dedicarsi allo studio della matematica.

Le risposte al questionario di Elena, invece, rivelano che non è molto interessata alla matematica in sé ma piuttosto al voto, e da ciò si potrebbe pensare che non ritenga la materia importante nella vita di tutti i giorni se non per "fare i conti", come ha esplicitato in una risposta.

I quesiti che riguardavano le teorie del successo hanno ottenuto risposte dalle quali si deduce che non considera la teoria importante nello studio della matematica, ma che sono invece gli esercizi ad avere la priorità. È la poca voglia di studiare che è la causa del suo insuccesso; numerose domande confermano questo pensiero e identificano il fallimento come una causa dello scarso impegno e delle lacune di base che sostiene di avere. Alla domanda relativa alla visione della matematica ha risposto sostenendo di avere una particolare avversione per la materia, probabilmente sia perché è difficile, sia perché non ne vede alcuna utilità se non come strumento di calcolo. Questa stessa sensazione è messa in risalto anche dalle domande che indagavano sulle emozioni nei confronti della matematica.

Intervistando Elena ho voluto capire cosa intendesse per "studiare", dal momento che sosteneva di utilizzare il 30% del tempo dedicato alla materia per la teoria, mentre dalla sua

visione della matematica veniva fuori quanto la ritenesse utile solo in funzione dei calcoli. La risposta di Elena ha smascherato l'equivoco dei termini, infatti la ragazza mi ha riferito che secondo lei "studiare" significa imparare a fare gli esercizi, mentre "fare gli esercizi" per lei significa solo fare altra pratica velocizzandosi nello svolgimento. Questo conferma quanto ha sostenuto nel resto delle risposte e chiarisce ogni dubbio: fare matematica, per lei, significa solamente eseguire calcoli.

Soffermandomi invece sulle risposte del resto della classe, è emerso che la maggior parte degli alunni vede nella matematica un fine esclusivamente strumentale; infatti, dato che frequentano una scuola con un indirizzo ben preciso, immaginano che la utilizzeranno nel loro lavoro principalmente per fare i conti; tuttavia non mi dispiacerebbe che avessero l'opportunità di allargare un po' la prospettiva e si accorgessero della grande importanza di questa materia. Le domande riguardanti le teorie del successo evidenziano quanta poca importanza diano alla teoria, in opposizione alla necessità di possedere intuizione e memoria per le innumerevoli regole da affrontare, considerate necessarie per la risoluzione degli esercizi. La visione che hanno della matematica è prevalentemente negativa, molti ragazzi hanno sottolineato quanto possa essere noiosa e difficile, in pochi hanno usato l'aggettivo "logica".

In quanto a doti necessarie indicano impegno, attenzione e memoria: questi termini si possono leggere in tanti modi ma alla luce delle risposte precedenti vanno tutti ricondotti, secondo me, allo svolgimento degli esercizi piuttosto che all'impegno nel costruire un ordine mentale o all'attenzione per la definizione degli oggetti matematici utilizzati.

Le risposte sulle convinzioni di sé mi hanno un po' stupito, una buona parte afferma di non avere troppe difficoltà e il resto dei compagni che i loro problemi dipendono principalmente dall'attenzione e dal poco studio o anche dalla sfortuna. Dal livello di apprendimento che ho osservato nel mese di ottobre non mi sento di dire che siano sufficientemente preparati né tantomeno consapevoli di cosa significhi "fare matematica", tuttavia mi accorgo che l'idea che si sono fatti della matematica come disciplina pratica dipende tanto da come è stata presentata loro dall'insegnante. Ritengo inoltre che le numerose lezioni trascorse a risolvere esercizi alla lavagna siano state decisive in questa opinione comune.

La domanda sulle emozioni provate nel fare matematica conferma l'avversione per la materia; la maggior parte dei ragazzi confessa di provare noia e tristezza, alcuni anche malinconia e abbattimento; pochissimi utilizzano termini positivi come soddisfazione, curiosità e felicità.

In conclusione, penso che il progetto proposto dopo questo periodo di osservazione prevalentemente passiva possa aiutare tutta la classe a rivedere alcune loro opinioni consolidate, formatesi nel corso della loro carriera scolastica.

Capitolo 8. PROGETTAZIONE DELL'INTERVENTO COOPERATIVO

«Se vuoi costruire una nave non distribuire compiti, non organizzare lavoro. Prima risveglia invece negli uomini la nostalgia del mare lontano e sconfinato. Appena si sarà risvegliata in loro questa sete si metteranno subito al lavoro.»
(Antoine de Saint-Exupery, 1940)

8.1 Gli elementi essenziali

Nei capitoli precedenti ho già descritto la tecnica dell'apprendimento cooperativo; con questa modalità le risorse e l'origine dell'apprendimento sono soprattutto gli allievi. Essi si aiutano reciprocamente e sono corresponsabili del loro apprendimento, stabiliscono il ritmo di lavoro, si correggono e si valutano, sviluppano e migliorano le relazioni sociali per favorire l'apprendimento. In tutto questo l'insegnante svolge il ruolo di facilitatore e organizzatore dell'attività didattica.

L'indagine sulle difficoltà condotta nel primo mese di tirocinio mi è servita per conoscere in modo più approfondito Ivan ed Elena e il resto della classe, le relazioni che intercorrono tra loro e le dinamiche che si sono costituite nel contesto delle lezioni. Le ore trascorse in classe mi hanno dato la possibilità di vivere sulla mia pelle anche i rapporti tra la docente, l'insegnante di sostegno e l'educatore, e di stringere con loro un rapporto di amicizia che si è rivelata preziosa in questa fase di lavoro insieme; ho sentito la fiducia dei miei "colleghi" nei miei confronti, e il clima positivo di collaborazione necessario per realizzare al meglio alcune lezioni con il metodo dell'apprendimento cooperativo; ho sentito che il progetto non era solo mio ma era diventato un progetto a cui tutti volevano dare il proprio contributo.

Ricordo che perché la cooperazione funzioni occorre strutturare accuratamente cinque elementi essenziali in ogni lezione:

1. L'interdipendenza positiva: si assegnano compiti in modo chiaro e un obiettivo comune, gli studenti devono capire che il successo individuale non può esistere senza quello collettivo; l'interdipendenza positiva induce i membri del gruppo a impegnarsi per la riuscita dei propri compagni come per la propria, è un elemento basilare nell'apprendimento cooperativo.³⁹
2. La responsabilità individuale e di gruppo: ogni membro del gruppo deve contribuire con la sua parte di lavoro al raggiungimento dell'obiettivo comune; il gruppo, avendo

³⁹ Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

definito in modo chiaro gli scopi da ottenere, deve essere in grado di misurare i progressi compiuti e gli sforzi individuali di ogni componente.⁴⁰

3. L'interazione costruttiva: gli studenti devono lavorare insieme, condividendo le risorse, aiutandosi, incoraggiandosi e sostenendosi a vicenda. I gruppi di apprendimento cooperativo possono quindi fungere da sistema di sostegno sia scolastico che personale; questo aiuto reciproco ha attuazione con la spiegazione verbale delle strategie di soluzione dei problemi, la discussione tra i membri riguardo ai concetti studiati e la condivisione delle conoscenze.⁴¹
4. Le abilità necessarie nei rapporti interpersonali: oltre a imparare i contenuti delle materie scolastiche, gli studenti devono sviluppare le abilità interpersonali e di piccolo gruppo necessarie per la buona riuscita del lavoro assieme. L'apprendimento cooperativo risulta quindi più complesso rispetto all'apprendimento competitivo o individualistico, in quanto gli studenti si occupano contemporaneamente del lavoro sul compito e del lavoro di gruppo. Ogni studente deve saper sostenere un ruolo di guida nel proprio gruppo, prendere decisioni, creare un clima di fiducia, gestire i conflitti; queste abilità sociali devono essere insegnate con la stessa cura con cui si insegnano le abilità scolastiche.⁴²
5. La valutazione di gruppo: i membri devono verificare i progressi compiuti rispetto al raggiungimento degli obiettivi e l'efficacia dei loro rapporti di lavoro. Per migliorare il processo di apprendimento occorre che ogni membro analizzi le modalità di lavoro collettivo e identifichi quali tipi di comportamento mantenere e quali invece modificare.⁴³

8.2 Scelte di progettazione

Rispetto alle molteplici indicazioni che ho reperito in vari testi sull'apprendimento cooperativo, ho dovuto operare delle scelte che sono state influenzate dal livello di conoscenza dell'ambiente scolastico in cui mi trovavo (e questo include il tipo di scuola, gli insegnanti con cui collaboro, i ragazzi che compongono la classe) e anche dalle mie credenze e opinioni che in questi anni mi sono costruito.

⁴⁰ Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

⁴¹ Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

⁴² Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

⁴³ Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

Durante il nostro colloquio, io e la docente di matematica abbiamo deciso di lavorare in modo cooperativo sull'argomento del piano cartesiano, fissando come obiettivi didattici:

- rappresentare i punti nel piano cartesiano
- calcolare il punto medio tra due punti
- calcolare la distanza tra punti
- conoscere l'equazione generica della retta
- conoscere il significato di coefficiente angolare e ordinata all'origine
- rappresentare le rette nel piano cartesiano
- riconoscere dall'equazione rette parallele e perpendicolari
- appartenenza di un punto ad una retta
- trovare punti di intersezioni tra le rette
- trovare la distanza di un punto da una retta
- trovare l'equazione di una retta date opportune condizioni
- conoscere i fasci di rette
- saper operare con i fasci di rette

Riguardo invece agli obiettivi sociali, come prevede il metodo dell'apprendimento cooperativo, abbiamo deciso di includere:

- creare un clima di fiducia tra i membri (saper incoraggiare, aiutare gli altri)
- facilitare la comunicazione (parlare a voce bassa, parlare uno alla volta, ascoltare, stimolare la discussione)
- condividere le conoscenze (chiedere e dare informazioni)
- saper mediare se nascono dei conflitti tra i membri
- prendere decisioni (saper sostenere un ruolo di guida all'interno del gruppo)

In aggiunta a questi, abbiamo pensato che fosse importante per Ivan ed Elena fissare qualche obiettivo in più, cercando di sfruttare il lavoro cooperativo per aiutarli ad aumentare il proprio rendimento scolastico. In questo senso confidiamo che al termine del progetto Ivan sviluppi una maggiore responsabilità nei confronti dei compiti scolastici, in modo da aumentare le sue motivazioni personali pressoché nulle, e anche che incrementi il suo scarso senso di autoefficacia che probabilmente gioca un ruolo fondamentale nel suo ridotto impegno scolastico; in questo senso si cercherà di dare una continuità alla sua partecipazione alla lezione, sfruttando la cooperazione con gli altri per mantenere l'attenzione sul compito da svolgere. Per quanto riguarda Elena, invece, speriamo che la collaborazione con i suoi

compagni di classe la aiuti a comprendere l'importanza dello studio della teoria e che il lavoro di gruppo rinforzi la sua concentrazione affinché segua tutti i passaggi necessari al raggiungimento dell'obiettivo didattico comune.

Pensando alla ripartizione delle lezioni, abbiamo deciso di alternarne alcune di spiegazione frontale dell'insegnante ad altre in cui invece gli studenti lavoreranno insieme in gruppi collaborativi; durante le ore di presentazione dell'argomento da parte del docente, i ragazzi dovranno prendere appunti che poi potranno utilizzare nello svolgimento dei compiti assegnati durante le esercitazioni cooperative (la scelta di non permettere l'uso dei libri di testo durante le esercitazioni è stata presa proprio per incentivare gli alunni a seguire attentamente le spiegazioni dell'insegnante, di modo che poi fossero consapevoli di poter fare affidamento solo sui propri appunti).

Riguardo alla formazione dei gruppi, diverse motivazioni ci hanno spinto a decidere che fossero composti da 3 persone; infatti, i gruppi di dimensioni contenute necessitano di un minore tempo nell'organizzazione, facilitano una conoscenza rapida e rendono più probabile la nascita di un rapporto d'amicizia tra i componenti, concedono più spazio a ogni membro, aumentano l'eventualità di episodi di sostegno personale tra i compagni, rendono più difficile il rifiuto di partecipazione di uno studente all'interno del proprio gruppo, aiutano l'insegnante a identificare con più precisione le eventuali difficoltà dei ragazzi e a monitorare l'andamento del lavoro. Il gruppo di grandi dimensioni invece, nonostante usufruisca di una maggiore disponibilità di capacità e risorse, presuppone già buone abilità nel lavoro di gruppo e diminuisce l'interazione diretta e l'affiatamento, rendendo così più complicata la coesione e l'amicizia tra i membri.

Un'altra decisione relativa ai gruppi è stata quella di comporli in modo eterogeneo; questo è stato fatto perché ci fosse una maggiore riflessione ed elaborazione, un più fitto scambio di spiegazioni e una maggiore discussione tra i ragazzi; confidiamo nel fatto che tutti questi fattori favoriranno una comprensione più approfondita degli argomenti trattati. Ivan è stato affiancato quindi a un ragazzo, D., e a una ragazza, C.; abbiamo scelto D. perché è un ragazzo molto calmo e ha una grande capacità di concentrazione, è determinato a portare a termine ciò che gli viene assegnato e può aiutare Ivan a rimanere impegnato sul compito; C. invece è una ragazza con buoni voti, molto calma e paziente, speriamo che possa infondere fiducia e motivare positivamente Ivan. Per quanto riguarda Elena invece è stata messa in gruppo con una ragazza, S., che ha ottimi voti ed è abbastanza popolare tra i compagni e un ragazzo, V., che è particolarmente preciso nell'utilizzo delle regole matematiche e piuttosto tranquillo;

pensiamo quindi che questo binomio possa aiutare Elena a capire l'importanza dello studio della teoria e a mantenere l'attenzione sul compito.

Al fine di strutturare l'interdipendenza positiva abbiamo chiesto a ogni gruppo di pensare a un nome da darsi. Con questo stratagemma i membri rafforzeranno l'idea di un'identità collettiva e si sentiranno ancor più uniti e responsabili l'uno nei confronti dell'altro.

Nella definizione dei ruoli, prima di decidere quali utilizzare e i relativi compiti, ho stilato un elenco delle funzioni necessarie a massimizzare l'apprendimento degli studenti, dividendole in quattro categorie:

1. Gestione del gruppo
 - Controllare i toni di voce
 - Controllare i rumori
 - Controllare i turni
2. Funzionamento del gruppo
 - Spiegare idee e procedure
 - Registrare le decisioni del gruppo
 - Incoraggiare la partecipazione
 - Osservare i comportamenti dei membri
 - Fungere da guida
 - Fornire sostegno
 - Chiarire e illustrare le idee dei membri
3. Apprendimento
 - Ricapitolare le risposte più significative
 - Precisare (correggere gli errori nelle spiegazioni dei membri)
 - Verificare la comprensione
 - Elaborare i concetti e le strategie
4. Stimolo al gruppo
 - Criticare le idee, non le persone
 - Chiedere motivazioni riguardo alle idee
 - Sintetizzare le idee
 - Sviluppare le idee
 - Verificare (ponendo domande)
 - Valutare il lavoro di gruppo⁴⁴

⁴⁴ Johnson, Johnson, Holubec, 1996.

Dal momento che, sia per me che per i ragazzi, era la prima esperienza di lavoro cooperativo, ho pensato di assegnare solo funzioni molto semplici e chiare da svolgere perché il rischio che gli alunni faticassero nella gestione di così tanti compiti era alto. Per questo ho optato per l'utilizzo di tre ruoli:

1. **Coordinatore:** in alcuni testi che trattano l'apprendimento cooperativo viene utilizzato il termine "leader"; io ho preferito chiamarlo in questo modo perché non sembrasse l'unico responsabile dello svolgimento del compito. Per il coordinatore ho previsto i seguenti compiti: segnare gli obiettivi didattici (che vengono comunicati dall'insegnante all'inizio di ogni esercitazione), pianificare lo svolgimento del compito (organizza il tempo in funzione degli obiettivi da portare a termine), incoraggiare la partecipazione di tutti i membri del gruppo, mantenere l'attenzione del gruppo sul compito (controlla che ognuno lavori attivamente).
2. **Scettico:** è un ruolo scomodo, nel senso che è colui che pone domande e chiede spiegazioni riguardo alle proposte di risoluzione di tutti i membri; ho scelto questo termine perché chi ricopre questo ruolo si senta in diritto di fare domande. I suoi compiti sono: porre domande rispetto alle proposte di soluzione dei membri del gruppo, chiedere spiegazioni sui procedimenti, compilare il *foglio discussioni* sul quale annota gli argomenti e i motivi del dibattito.
3. **Memoria:** trascrive tutto quello che il gruppo produce. I suoi compiti principali sono: ripetere le decisioni condivise, compilare il *foglio compito* scrivendo la soluzione degli esercizi/problemi con tutti i passaggi.

In aggiunta a questi ruoli previsti per gli allievi, ce n'è anche un quarto che invece deve ricoprire l'insegnante:

4. **Supervisore:** durante le esercitazioni il docente deve supervisionare e assicurarsi che i gruppi funzionino in modo corretto. I compiti che deve svolgere sono: vigilare sul corretto funzionamento dei gruppi, non fornire suggerimenti riguardo agli esercizi/problemi assegnati.

Un altro aspetto che non ho sottovalutato è stato la sistemazione dell'aula:

Essa infatti influisce su quasi tutti i comportamenti degli studenti e degli insegnanti, è importante per molte ragioni:

- La disposizione dello spazio e degli arredi dell'aula mostra simbolicamente quali sono i comportamenti che vengono considerati appropriati in classe e ciò che ci si aspetta che gli studenti facciano; l'organizzazione dell'aula è un messaggio agli studenti.
- Può facilitare o ostacolare direttamente il rendimento scolastico.
- Una buona organizzazione spaziale aiuta lo studente a focalizzare l'attenzione sia a livello visivo che uditivo.
- Può agevolare o ostacolare la gestione della classe, il funzionamento dei gruppi di apprendimento, le relazioni tra gli studenti.⁴⁵

Per questo durante lo svolgimento delle esercitazioni ho scelto di riorganizzare la disposizione dei banchi, facendo attenzione che i membri di ogni gruppo avessero la possibilità di guardarsi negli occhi, così da poter mantenere il contatto visivo con gli altri componenti del gruppo e parlarsi a voce bassa senza disturbare gli altri compagni. Ho fatto unire i banchi dei membri di ogni gruppo affinché avessero un tavolo di lavoro abbastanza grande da utilizzare tutti insieme e che garantisse, nello stesso tempo, un passaggio agile per favorire il movimento tra i gruppi dell'insegnante.

L'ultimo aspetto che ho considerato nella programmazione dell'intervento cooperativo è stato l'organizzazione dei materiali; tra questi erano previsti per ogni gruppo:

- Un *foglio istruzioni*, grazie al quale gli studenti disponevano di un breve riassunto su come lavorare in modo cooperativo oltre a un elenco delle abilità sociali necessarie a questo scopo.
- Un *foglio obiettivi*, affidato al Coordinatore, il quale deve completarlo indicando gli obiettivi didattici espressi dall'insegnante e i concetti e le conoscenze necessarie coinvolti nello svolgimento dell'esercitazione. Esso funge anche da promemoria degli obiettivi individuali che ognuno deve raggiungere.
- Un *foglio compito*, contenente gli esercizi e i problemi da risolvere insieme; inizialmente anch'esso è affidato al Coordinatore che deve leggerlo agli altri membri del gruppo e organizzare il piano di lavoro. In un secondo momento invece è la Memoria che lo compila annotando lo svolgimento degli esercizi/problemi in maniera condivisa dai membri del gruppo.
- Un *foglio discussioni*, affidato allo Scettico, il quale annota tutto ciò che emerge dal confronto con i membri durante la risoluzione degli esercizi/problemi assegnati.

⁴⁵ Johnson, 1969

- Tre *fogli revisione*, uno per ciascuno studente che lo deve compilare singolarmente in base all'andamento dell'esercitazione appena conclusa; esso contiene domande di valutazione sia sul rendimento personale che sui risultati ottenuti in gruppo. Questi fogli aiutavano gli studenti a riflettere sull'esperienza appena conclusa ma sono anche un modo per l'insegnante di avere delle indicazioni sull'andamento dell'esercitazione.

Ho scelto di consegnare a ciascun gruppo una sola copia di ogni foglio, di modo che gli studenti fossero costretti a lavorare insieme condividendo il materiale e dialogando tra loro.

Capitolo 9. REALIZZAZIONE DELL'INTERVENTO COOPERATIVO

«Uno per tutti e tutti per uno.»
(Alexandre Dumas, 1844)

9.1 Lezione di introduzione

Finalmente è partito il progetto. L'attesa era tanta, infatti all'entrata in aula alcuni ragazzi hanno chiesto quando sarebbe iniziato e sono stati contenti di sapere in quel momento che era quella la lezione che ne segnava l'inizio. Quest'ultima è stata divisa in due parti: una di spiegazione, nella quale ho reso partecipi gli studenti di come si sarebbe svolto il lavoro insieme nei due mesi successivi, e un'altra di lezione frontale dell'insegnante, nella quale veniva introdotto l'argomento del piano cartesiano.

Durante la prima fase ho spiegato ai ragazzi che il nuovo argomento sarebbe stato affrontato con un metodo di conduzione di classe diverso dal solito e cioè con l'apprendimento cooperativo, che significa lavorare a gruppi su un compito assegnato. Li ho messi al corrente del fatto che sarebbero cambiati sia gli obiettivi (sono didattici ma anche sociali), i criteri di valutazione (individuali e di gruppo) e lo svolgimento della lezione; in particolare ho posto l'accento su quest'ultimo punto, specificando che tutta la classe sarebbe stata divisa in gruppi da tre, all'interno dei quali ogni membro ha un proprio ruolo e si collabora per risolvere alcuni problemi/esercizi proposti dall'insegnante. Nella spiegazione mi sono soffermato sull'importanza delle abilità sociali, esplicitando quali fossero quelle indispensabili nell'ottica cooperativa; ho anche fatto un parallelismo tra il lavoro di gruppo e lo sport di squadra, sottolineando l'importanza che ognuno dei membri si senta direttamente responsabile nei confronti degli altri, in modo che i rapporti tra gli studenti siano tali per cui nessuno possa riuscire individualmente se non con il successo dell'intero gruppo.

Ho notato che c'era un livello d'attenzione molto alto in aula, sicuramente perché era una lezione fuori dall'ordinario ma anche perché la mia presenza in questo mese di osservazione deve averli incuriositi non poco. Entrando più nello specifico ho spiegato che all'inizio di ogni esercitazione avrei consegnato a ogni gruppo 5 fogli: il *foglio istruzioni* (grazie al quale possono avere sempre sott'occhio i passaggi importanti del lavoro cooperativo e le abilità sociali richieste per operare in questo senso), il *foglio obiettivi* (affidato al Coordinatore, che si preoccupa di compilarlo nel momento in cui l'insegnante comunica gli obiettivi propri dell'esercitazione), il *foglio discussioni* (affidato allo Scettico, e sul quale vengono annotati i punti sui quali si è discusso maggiormente durante lo

svolgimento dell'esercitazione), il *foglio compito* (ce n'è solamente una copia per gruppo e contiene i problemi/esercizi che devono essere risolti; è affidato alla Memoria che lo riempie con le risposte condivise dal gruppo), tre *fogli revisione* (al termine dell'esercitazione ognuno lo compila singolarmente e riguarda la valutazione di sé e del lavoro di gruppo appena terminato). Il momento della spiegazione dei ruoli è stato particolarmente seguito perché sono stati sorpresi di scoprire la modalità di lavoro in gruppo. Al termine del discorso ho comunicato la divisione della classe in gruppi da tre membri ciascuno, affidando loro una cartelletta rigida contenente i fogli sopra citati (escluso il *foglio compito*) e chiedendo a ogni gruppo di pensare al nome da darsi per poi scriverlo sulla cartelletta.

Terminato questo momento ho ricordato a tutti che la lezione successiva sarebbe stata di tipo collaborativo e avrebbero previsto alcuni esercizi da svolgere in gruppo, per questo li ho incoraggiati a prendere appunti dato che avrebbero potuto consultare solo il proprio quaderno durante lo svolgimento dell'esercitazione. Ho lasciato quindi la parola all'insegnante che ha dato inizio alla seconda fase della lezione con la spiegazione frontale degli argomenti previsti. La docente ha introdotto l'argomento del piano cartesiano, spiegando alla lavagna come rappresentare i punti su di esso, come trovare il punto medio di un segmento in una dimensione; ha anche scritto la formula per calcolare la distanza tra due punti nel piano, ma senza commentarla. Questa decisione è stata presa assieme a me perché nell'esercitazione prevista per la lezione successiva avrebbero dovuto cercare di dimostrarla, e questo era un modo per favorire la discussione tra i membri del gruppo dato che si sarebbero trovati di fronte a qualcosa di insolito.

Durante la spiegazione dell'insegnante ho colto l'occasione per osservare i comportamenti dei ragazzi, in particolare quelli di Ivan e di Elena. Ho notato che Ivan ha seguito attentamente la lezione dell'insegnante sul piano cartesiano e ha addirittura preso appunti fino a che non è finita l'ora; parlando subito dopo con il suo insegnante di sostegno anche lui ha ammesso la sua sorpresa nel vederlo così attento durante la spiegazione; date queste premesse mi sento di dire che il progetto è partito molto bene. Elena invece, a causa dei suoi evidenti problemi nel prendere appunti, si è limitata ad ascoltare, rimanendo discretamente concentrata sul discorso dell'insegnante.

9.2 Prima esercitazione

Nella prima esercitazione abbiamo inserito una parte iniziale di esercizi che riguardava per lo più il posizionamento dei punti nel piano cartesiano e un lavoro su ascisse e ordinate, e

questo perché gli studenti prendessero una certa confidenza con la rappresentazione grafica degli oggetti matematici. La seconda parte invece approfondiva il discorso della lezione precedente e includeva esercizi sul calcolo del punto medio di un segmento, sulla distanza tra due punti e infine sulla dimostrazione della formula necessaria per calcolarla.

Appena entrati in classe abbiamo fatto sistemare i banchi secondo la disposizione richiesta dal lavoro cooperativo, cioè in modo che i membri di ogni gruppo riuscissero a guardarsi negli occhi a vicenda, e abbiamo diviso i ragazzi nei sette gruppi annunciati nella scorsa lezione. Prima di consegnare loro la cartelletta contenente i fogli necessari all'esercitazione abbiamo chiesto se avessero pensato al nome del gruppo e tutti i gruppi ce l'hanno prontamente comunicato (siccome alcuni sono nomi particolarmente simpatici ho deciso di trascriverli: The greens, Non è mai un errore, Qui Quo Qua, Gli invincibili, Gruppo tecnico tattico, Intelligenti³, Celtics).

Era quindi arrivato il momento dell'annuncio dei ruoli, perciò ho preso i tesserini, su ognuno dei quali era riportato il nome del ruolo stesso e i relativi compiti assegnati, e ho iniziato a distribuirli a tutti i gruppi; i tesserini erano molto semplici ma di un colore distintivo per ogni ruolo e sono piaciuti tantissimo, al punto che se li sono tutti attaccati sulla maglia con la spilla. A Ivan è toccato il cartellino della Memoria; per lui ho pensato questo ruolo nella speranza che lo stimolasse a seguire tutta l'esercitazione dato che poi, in quanto Memoria, avrebbe dovuto scrivere la sintesi di ciò che era stato detto e deciso riguardo agli esercizi. Elena invece era lo Scettico del gruppo; ho scelto di darle questo ruolo perché ho notato che nei momenti in cui segue la lezione capita che ponga domande riguardo al tema in esame e ho pensato che in questo modo avrebbe potuto stimolare la discussione all'interno del suo gruppo.

Abbiamo consegnato anche le cartellette, ognuna della quali conteneva tutti i fogli necessari allo svolgimento dell'esercitazione (istruzioni, obiettivi, discussioni, compito, revisione) e prima che gli studenti iniziassero a lavorare abbiamo riletto assieme il *foglio istruzioni* (che contiene una traccia da seguire con i punti più importanti per lavorare bene in modo cooperativo) e dettato ai Coordinatori gli obiettivi didattici della lezione:

- Rappresentazione di punti sulla retta e sul piano
- Conoscere i quadranti del piano cartesiano
- Calcolare la distanza di un punto dagli assi
- Capire la formula della distanza tra due punti e saperla calcolare
- Trovare il punto medio di un segmento

Dopo aver ricordato il permesso di usare i propri appunti, ma non i libri di testo, abbiamo dato il via all'esercitazione.

Già dai primi minuti in molti ragazzi hanno chiamato me o l'insegnante per chiedere conferme o aiuti sugli esercizi, senza pensare minimamente di porre le stesse domande ai loro compagni di gruppo; prontamente sono stati spinti a farlo da noi supervisori. La mia paura era che la professoressa aiutasse i ragazzi negli esercizi, ma non mi sembra che questo sia accaduto. Mentre gli studenti erano impegnati nella risoluzione degli esercizi, noi supervisori camminavamo per l'aula e avevamo modo di osservare i comportamenti dei gruppi; con questa modalità di lezione si ha la possibilità di scoprire tante piccole sfumature caratteriali e comportamenti dei ragazzi e penso che sia già una cosa positiva di per sé in quanto, conoscendoli meglio, si potrà lavorare insieme a loro con una maggiore cognizione di causa.

Di tanto in tanto cercavo di controllare Ivan ed Elena senza farmi notare; nella prima mezz'ora ho notato che Ivan lavorava al suo compito con un buon impegno, poi invece mi sono accorto che copiava da un suo compagno, D., senza che lui se ne accorgesse, ma ho deciso di non intervenire dato che probabilmente, non essendo abituato a studiare, era stanco. Nel gruppo di Elena invece la situazione era più movimentata, nel senso che tutti i membri discutevano l'uno con l'altro rispetto ai metodi di risoluzione degli esercizi; fortunatamente lo facevano in modo molto amichevole, senza mai mancare di rispetto.

Quando mancava poco più di un quarto d'ora al termine della lezione abbiamo iniziato a esortare i ragazzi a velocizzare i tempi ma purtroppo nessun gruppo è riuscito a terminare tutti gli esercizi previsti. La maggior parte dei gruppi ha concluso solamente il primo foglio compito; nelle lezioni successive perciò chiederemo ai coordinatori di gestire meglio il tempo, tuttavia per questa volta può andare bene così dato che è la prima lezione gestita in modo cooperativo e i ragazzi devono abituarsi a lavorare insieme agli altri e anche a preoccuparsi dei compiti aggiuntivi che derivano dai loro ruoli all'interno del gruppo.

Controllando gli esercizi svolti ho notato che Ivan era partito cercando di fare da solo i primi due esercizi (alcune cose le ha lasciate in bianco e altre le ha sbagliate, ma almeno si è messo in gioco, cosa non da poco data la sua nota difficoltà di partecipazione alle lezioni), mentre dal terzo in poi è abbastanza palese che abbia copiato da D.; ho pensato quindi di parlare con D. e responsabilizzarlo di più nei confronti di Ivan, mettendolo al corrente del fatto che ha copiato da lui, così che stia più attento a evitare queste situazioni.

L'esercitazione di Elena invece è andata piuttosto bene, non ha commesso particolari errori se non nel terzo esercizio in cui ha confuso le ascisse con le ordinate; riguardo al suo ruolo di Scettico non ha compilato quasi per niente il *foglio discussioni* nonostante il suo

gruppo fosse stato uno dei più attivi in questo senso. Nel resto dei gruppi si sono alternate delle prestazioni molto buone, contenenti pochissimi errori, a prestazioni deludenti; spero che tutto questo sia causato dal bisogno di abituarsi a collaborare in gruppo e anche dall'ambientarsi nel lavorare con il piano cartesiano.

Prima della seconda lezione collaborativa ho chiamato D. e ho cercato di responsabilizzarlo di più nei confronti di Ivan in modo che si curasse di lui e facesse attenzione che lavorasse senza copiare.

All'ingresso in classe il giorno della seconda lezione collaborativa i ragazzi mi sono sembrati abbastanza contenti di lavorare nuovamente in gruppo. Prima di farli iniziare a lavorare ho dato qualche consiglio sulla base di come si erano comportati nella lezione precedente: ho detto loro di prestare più attenzione al tempo che hanno a disposizione (richiamando i Coordinatori a dettare i tempi di svolgimento degli esercizi con maggiore precisione), di ricordarsi di compilare con cura i fogli assegnati ai vari ruoli (soprattutto quello delle discussioni che nella prima lezione era stato un po' snobbato) e di cercare di fare le cose prima singolarmente e, solamente dopo, confrontarsi con gli altri membri del gruppo. Successivamente ho consegnato loro le cartelle con tutti i fogli necessari all'esercitazione e subito è sceso un silenzio quasi surreale in aula, tutti hanno iniziato a lavorare singolarmente sugli esercizi: mi ha davvero colpito!

Questa volta, tutti i gruppi hanno terminato il lavoro senza troppi problemi e, prima di ritirare i fogli compito, gli studenti hanno dovuto decidere se firmare o no la parte di "responsabilità comune"; la firma di uno studente comporta l'affermazione di queste tre frasi:

- Sono d'accordo con le risposte del gruppo elencate nel foglio compito;
- Ho acquisito la padronanza degli argomenti del compito;
- Sono sicuro che tutti i membri di questo gruppo hanno acquisito tale padronanza.

In questo modo gli studenti sono costretti a interrogarsi sul lavoro appena svolto e domandarsi se siano davvero convinti che tutti i membri del gruppo hanno compreso gli argomenti appena trattati; è un altro metodo per rafforzare l'interdipendenza positiva. Sfruttando gli ultimi dieci minuti di lezione, abbiamo fatto compilare ad ognuno il *foglio revisione*, contenente alcune domande che indagano sull'esperienza dell'esercitazione sia dal punto di vista personale che di gruppo. Questa autovalutazione viene fatta singolarmente, cosicché i membri del gruppo non si influenzino a vicenda nel dare risposte.

Rispetto alla lezione precedente ho notato che i ragazzi hanno cercato in misura minore sia me che l'insegnante; mi auguro che la ricerca di conferme nel docente cali sempre più, favorendo il confronto e l'appoggio reciproco tra i membri del gruppo.

Quando mi sono confrontato con l'insegnante di sostegno, questi mi ha detto di esser stato colpito dal fatto che Ivan abbia svolto tutti gli esercizi nella prima parte di esercitazione, perché ciò significava che si era interessato al compito nonostante gli ultimi tre esercizi li avesse copiati da D.; durante questa ora di lezione è andato raramente a controllare Ivan, lo vedeva lavorare insieme agli altri membri del suo gruppo e, giustamente, lo ha lasciato fare.

In questa seconda parte di esercitazione, Ivan ha sbagliato solamente due esercizi su cinque, ma la vera notizia positiva è che ha provato a farli tutti e ha seguito il lavoro di gruppo per tutta la durata della lezione; è davvero un ottimo traguardo. Tutti e tre i componenti del suo gruppo hanno firmato la "responsabilità comune" e dal *foglio revisione* è emerso che tutti si sono trovati bene a lavorare insieme; tra le cose che hanno imparato citano sia argomenti didattici che sociali, in particolare Ivan scrive: "Ho imparato cosa vuol dire lavoro di gruppo, a trovare le coordinate dei punti e la distanza". Il voto finale che si dà è il più basso dei tre, spero comunque che questo metodo di lavoro possa aiutarlo nell'accrescere la stima di sé.

Anche i membri del gruppo di Elena hanno firmato la "responsabilità comune", compresa lei; nel *foglio revisione* sono concordi nell'affermare che devono impegnarsi di più nel rispetto dei tempi, infatti hanno lasciato insoluti gli ultimi due esercizi, svolgendo gli altri in modo piuttosto corretto. Elena afferma che lavorare in gruppo non è facile, ma ha seguito il consiglio di compilare con più attenzione il *foglio discussioni*, e da come agisce si vede che si sta impegnando.

Riguardo all'andamento della classe in generale mi sono confrontato con la professoressa ed entrambi ci siamo accorti che spesso i ragazzi non leggono attentamente le consegne degli esercizi e quindi si trovano in difficoltà per questo motivo; abbiamo quindi deciso che la volta successiva avremmo insistito di più sull'importanza di questo aspetto. Alla luce della correzione dei compiti e della lettura delle revisioni posso dire che gli esercizi che hanno dato più problemi sono il 9° (sulla distanza dei punti dagli assi) e il 12° (sul punto medio).

In alcuni gruppi mancavano le firme di alcuni membri, e ciò indica che non tutti hanno compreso gli argomenti trattati; è importante proporre loro una riflessione riguardo a questo aspetto: secondo loro cosa significa? Possono fare qualcosa per migliorare il lavoro di gruppo e sopperire a questa mancanza? Il lavoro cooperativo si sta rivelando veramente proficuo per i ragazzi e ricco di opportunità per riflettere sui loro comportamenti all'interno della classe e

cercare di darsi delle risposte, che poi dovranno produrre quel miglioramento che caratterizza la crescita dell'individuo.

Ho notato anche che in molti casi lo svolgimento individuale degli esercizi è uguale per tutti e coincide anche con il *foglio memoria*, il che non ha senso perché indica che tutti fanno la stessa cosa e poi ricopiano una volta ancora le soluzioni, mentre nelle revisioni alcuni scrivono di essersi confrontati con gli altri; ciò che bisogna evitare nelle prossime esercitazioni è che svolgano gli esercizi insieme anche durante il momento di lavoro individuale.

Nella lezione successiva quindi sarà bene riprendere l'argomento della distanza dagli assi (pochi ragionano sul piano cartesiano e si affidano unicamente ai calcoli) e il punto medio; urge fare un discorso che li faccia riflettere sull'importanza delle consegne, sulle firme mancanti e sui compiti tutti uguali.

9.3 Seconda esercitazione

Prima di affrontare la seconda esercitazione, l'insegnante ha svolto due lezioni tramite il metodo della spiegazione frontale, nelle quali ha ripreso gli argomenti che si erano dimostrati più ostici per i ragazzi durante la prima esercitazione; successivamente, ha introdotto un nuovo argomento, ovvero le rette nel piano cartesiano. Ogni mattina i ragazzi mi si avvicinavano e si informavano circa la lezione di quel giorno per sapere in anticipo se si sarebbe fatto il lavoro a gruppi, era evidente come preferissero lavorare in quel modo piuttosto che seguire una lezione frontale. È stato bello constatare come questo nuovo metodo li avesse contagiati positivamente, tanto da essere così coinvolti da preoccuparsi di come sarebbe stata la lezione e cosa si sarebbe fatto. Anche la professoressa ha confermato che il lavoro cooperativo è piaciuto molto, purtroppo però parlando con lei ho capito che non ha intenzione di riproporlo nei mesi successivi perché lo ritiene molto impegnativo e, avendo cinque classi da seguire, non pensa di avere il tempo necessario a portarlo avanti. Abbiamo notato entrambi che alcuni ragazzi sembrano migliorati sensibilmente in matematica, si sentono più tranquilli e rispondono alle domande poste dall'insegnante durante le lezioni senza troppi problemi. Non pensavo che il coinvolgimento vissuto dopo una sola esercitazione cooperativa potesse influenzare il loro atteggiamento in questo modo, ma in effetti è cambiato anche il loro atteggiamento nei confronti della lezione frontale.

Nel *foglio compito* della seconda esercitazione abbiamo inserito problemi sulle rette nel piano cartesiano; questa volta, memori delle difficoltà di gestione del tempo

nell'esperienza cooperativa precedente, abbiamo limitato il numero di esercizi e inoltre non abbiamo inserito alcuna richiesta di dimostrazione, di modo che gli studenti potessero concentrarsi maggiormente sul lavoro di gruppo senza doversi curare di troppi elementi nuovi; inoltre abbiamo pensato di dare un'ora di tempo per svolgere il compito e utilizzare l'ultima mezz'ora disponibile per correggere assieme gli esercizi, cosicché i ragazzi potessero accorgersi subito di eventuali errori commessi o di concetti di cui si erano fatti idee sbagliate.

Una volta entrati in classe abbiamo comunicato il cambiamento dei ruoli rispetto all'esercitazione precedente; la loro rotazione è importante perché fa sì che ogni ragazzo sperimenti una prospettiva diversa del lavoro di gruppo, e sono convinto che questo lo aiuti a capire meglio il comportamento dei compagni e le loro eventuali difficoltà nei ruoli che ricoprono. Questa volta sia Ivan che Elena saranno i coordinatori dei loro gruppo; mi aspetto che prendendo in mano la situazione e si rendano conto di quanto sia importante la presenza di una persona che detta i tempi e prepara un piano di lavoro, e che si sentano maggiormente coinvolti nello svolgimento degli esercizi con i compagni. Insieme alla consegna dei tesserini e delle cartellette ho dato a ognuno dei gruppi anche un foglietto nel quale avevo scritto un piccolo commento su come si erano comportati nell'esercitazione precedente, provocandoli affinché cercassero di correggere ciò che non era andato perfettamente e di migliorarsi vicendevolmente. L'elenco degli obiettivi didattici comprendeva l'apprendimento di:

- Forma esplicita e implicita dell'equazione della retta
- Rappresentazione di rette sul piano
- Appartenenza di un punto ad una retta
- Identificare il coefficiente angolare m e l'ordinata all'origine q nell'equazione di una retta
- Condizione di parallelismo per le rette

Osservando il gruppo di Ivan ho notato che partecipava attivamente anche in questa esercitazione, mentre il gruppo di Elena si è dimostrato quello in cui avvengono più discussioni. Il ruolo da supervisore ora si limita all'osservazione, infatti gli studenti ci chiamano sempre meno, e questo è un fatto positivo perché significa che iniziano ad affidarsi di più ai loro compagni.

Al termine del lavoro di gruppo, durato un'ora, c'è stata mezz'ora di correzione degli esercizi. La professoressa li ha riproposti alla lavagna chiedendo ad alcuni ragazzi di risolverli dal posto; spesso si è rivolta a quelli con più difficoltà in matematica, cosa che prima invece non faceva, e con mia grande sorpresa tutti hanno risposto correttamente alle domande. È

stata davvero una bellissima sensazione perché significava che gli studenti avevano capito davvero come affrontare gli esercizi e che il lavoro di gruppo funziona.

Successivamente ho controllato i *fogli compito* e ho visto che le firme della responsabilità comune erano leggermente superiori all'esercitazione precedente; dalle risposte che i ragazzi hanno dato durante la correzione del compito era già evidente che questa seconda esperienza fosse andata meglio della prima.

Nel foglio revisione, Ivan afferma di aver imparato il concetto di coefficiente angolare e la condizione di parallelismo tra rette; poi si lascia andare a un commento simpatico esprimendo chiaramente quanto non gli sia piaciuto il ruolo di coordinatore (testualmente: "Mai fare il coordinatore"); probabilmente ha avuto difficoltà nel pianificare i tempi di lavoro perché ciò richiedeva che stesse sempre concentrato e attento sul compito. Ivan scrive anche di avere ricevuto alcuni consigli su come svolgere degli esercizi; le revisioni dei suoi compagni di gruppo confermano che c'è stato un aiuto tramite delle spiegazioni reciproche ma anche che sentono l'unione tra i membri, anche grazie alla simpatia che li caratterizza.

Per quanto riguarda Elena, anche lei dichiara di aver imparato il concetto di coefficiente angolare e la condizione di parallelismo tra rette; il contributo che si sente di aver dato per aiutare il gruppo a lavorare con efficienza è stato dire la sua opinione rispetto ai vari esercizi, non sente inibizioni nel far valere quello che pensa. Nel complesso il suo gruppo sta lavorando bene, si confrontano tantissimo ed Elena, con la sua testardaggine, ha messo più volte in crisi S., studentessa dagli ottimi voti, che è costretta a rivedere le sue certezze approfondendo la conoscenza degli argomenti per poter rispondere alle obiezioni della sua compagna.

9.4 Terza esercitazione

Alcune lezioni successive alla seconda esperienza di gruppo sono saltate a causa di impegni extra-scolastici della classe, oltre che a causa del concorso per gli insegnanti, quindi il nuovo argomento, che comprendeva principalmente l'introduzione dei fasci di rette, è stato trattato un po' velocemente. A peggiorare la situazione la mattina in cui era prevista la terza esercitazione è stata la massiccia assenza di ragazzi della classe; per questo io e l'insegnante siamo stati costretti a riorganizzare i gruppi e i ruoli da affidare agli studenti in pochissimo tempo, lasciando perdere quasi totalmente ciò che avevamo programmato i giorni precedenti.

Dopo aver sistemato l'aula, distribuito i tesserini e le cartellette, abbiamo annunciato gli obiettivi didattici:

- Condizione di perpendicolarità per le rette
- Distanza di un punto da una retta
- Conoscere i fasci di rette
- Saper operare con i fasci di rette

Dato che la seconda esercitazione era andata molto bene, anche in questa avevamo previsto due momenti: il primo di lavoro in gruppo della durata di un'ora e il secondo di correzione alla lavagna degli esercizi appena svolti, della durata di mezz'ora.

Già dai primi minuti ci siamo resi conto che i ragazzi erano molto stanchi e facevano fatica a lavorare e a restare concentrati sul compito assegnato; una possibile spiegazione di questa difficoltà può essere che non si fossero preparati a sufficienza sui fasci di rette, forse perché avevano avuto poco tempo nei giorni precedenti o forse perché confidavano di poter consultare gli appunti durante l'esercitazione. Purtroppo si sono resi conto che se non si capisce a fondo un argomento è molto difficile che si riescano a svolgere gli esercizi anche disponendo degli appunti; ho sfruttato comunque questo episodio perché a tutti fosse chiaro questo concetto e ne potessero trarre un insegnamento per il futuro. I diversi gruppi sono riusciti a svolgere solo pochi esercizi e, dato il visibile disagio che traspariva dai loro sguardi, abbiamo deciso di interrompere l'esercitazione anzitempo e correggere insieme tutto il compito. Durante la fase di correzione alla lavagna abbiamo alternato dei momenti di spiegazione ad altri in cui abbiamo ripreso i concetti la cui comprensione ci era apparsa più ostica per i ragazzi.

La mancanza di tempo ci ha impedito di riproporre l'esperienza nella lezione successiva, e quindi ci siamo visti costretti a concludere l'esperienza di gruppo con un'esercitazione piuttosto negativa. Qualche lezione dopo era previsto il compito in classe e io ho assistito come semplice osservatore, anche se ormai, grazie al rapporto consolidato con molti degli studenti, mi consideravano parte della classe e quindi mi cercavano per ricevere conferme o indicazioni riguardo agli esercizi che dovevano svolgere. I risultati sono stati nella norma, molti hanno confermato i voti che avevano preso nella verifica precedente, nessuno però li ha peggiorati; in particolare Ivan è riuscito a prendere la sufficienza e, al momento della consegna dei compiti in classe, l'ho visto esultare visibilmente. Elena invece non era presente alla verifica e quindi non posso esprimermi riguardo alla sua preparazione, nonostante ciò posso affermare che, durante le esercitazioni, da parte sua si notava un certo grado di miglioramento nell'apprendimento degli argomenti trattati.

9.5 Questionario conclusivo

A conclusione di questa esperienza durata quasi 3 mesi, ho proposto a tutta la classe un “Questionario natalizio” per avere un riscontro sul lavoro svolto e verificare cosa pensassero i diretti interessati, cioè gli studenti, del metodo dell’apprendimento cooperativo dopo averlo sperimentato sulla propria pelle ed essersi messi in gioco direttamente. Di seguito riporto le domande poste, assieme alle risposte date dagli studenti:

1) Molti dicono che l’apprendimento collaborativo richiede più impegno ma risulta più efficace: qual è la tua opinione dopo l’esperienza svolta? Hai fatto più fatica rispetto alle lezioni tradizionali?

- **Ivan:** *“Secondo me se ogni membro presta l’attenzione che serve richiede meno impegno, un po’ come me e l’esperienza a gruppi, non ho fatto molta fatica.”*
- **Elena:** *“Secondo me con il lavoro a gruppi si fatica di meno perché si è in di più e quindi c’è meno da studiare.”*
- **Classe:** La maggior parte degli studenti pensa che sia un metodo meno faticoso e più efficace (8), altri che comporti la stessa fatica ma aiuti nell’apprendimento (5), altri che sia più faticoso ma più efficace (3) infine alcuni pensano che sia troppo faticoso e preferiscono le lezioni tradizionali (2). Due risposte che mi hanno colpito sono state: *“È un metodo d’apprendimento efficace, che non insegna solo a fare esercizi o sapere quella determinata materia, ma ti fa anche maturare come persona: non sei da solo, devi rispettare non solo te stesso ma anche altre 2/3 persone ed è una cosa positiva! E no, non ho fatto più fatica delle solite lezioni di matematica, anzi, è stato molto più piacevole.”* - *“Sinceramente non credo che lavorando in gruppo ci si debba impegnare di più. Forse la mia è una risposta un po’ azzardata ma in fondo basta pensarci un attimo; è molto più complicato stare da soli, a tu per tu con il foglio, cercando di buttar giù qualcosa di sensato piuttosto che lavorare insieme ad altri compagni, che magari hanno qualche capacità in più o in meno, che hanno imparato una cosa più di un’altra. Unendo tutti ci si completa, come si dice: l’unione fa la forza! E certamente può essere un modo più efficace e costruttivo per affrontare determinati argomenti, però bisogna stare attenti a non abusarne! È giusto anche usare il metodo tradizionale per imparare a essere autonomi, avere un cervello ben funzionante e non dipendere sempre dagli altri.”*

2) *Come ti sei sentito durante i lavori di gruppo?*

- **Ivan:** *“A mio agio, se qualcosa non la capivo poi mi veniva spiegata e abbiamo lavorato contribuendo insieme.”*
- **Elena:** *“Mi sono sentita normale.”*
- **Classe:** Molti hanno affermato di sentirsi bene per il dialogo e la fiducia presente (8), altri perché insieme ci si compensa (6), alcuni provavano rabbia se non riuscivano negli esercizi (3) uno solo si è sentito poco partecipe. Una frase che mi sento di trascrivere è: *“Durante i lavori di gruppo mi sono sentita bene perché ho avuto la possibilità di esporre le mie idee e opinioni con la consapevolezza che il gruppo mi avrebbe aiutata a capire e avrebbe discusso insieme al fine di raggiungere un’opinione comune.”*

3) *Come è cambiato il tuo modo di stare in classe rispetto alle lezioni tradizionali? Hai seguito meglio il lavoro svolto in matematica durante questi mesi di scuola?*

- **Ivan:** *“Forse qualche miglioramento c’è stato, riesco a seguire di più le lezioni.”*
- **Elena:** *“Con il lavoro a gruppi ho seguito meglio perché anche se non capivo qualcosa me la spiegavano i componenti del gruppo.”*
- **Classe:** La maggior parte sostiene che il loro modo di stare in classe non è cambiato ma hanno seguito meglio le lezioni (8), altri si sono sentiti più a loro agio (5), alcuni hanno cambiato il loro modo di stare in classe e hanno tratto benefici dal nuovo metodo di lezione (2), altri ancora non hanno modificato il loro atteggiamento (2), solo per un’alunna è andata peggio perché non riusciva a rimanere concentrata.

4) *Pensi che il lavoro di gruppo abbia facilitato l’apprendimento degli argomenti trattati (piano cartesiano, punti, rette, fasci di rette)? Rispetto alle tue prestazioni in matematica pensi di aver migliorato o peggiorato il tuo rendimento?*

- **Ivan:** *“Penso di essere migliorato ripassando queste cose con gli altri membri del gruppo.”*
- **Elena:** *“Si il lavoro a gruppi ha facilitato l’apprendimento perché se non capivo qualcosa chiedevo ad altri e me la spiegavano e quindi il rendimento di un po’ è salito.”*
- **Classe:** Molti sono stati facilitati e hanno mantenuto un rendimento simile (6), altri sono stati facilitati migliorando il rendimento (5), per altri invece è rimasto tutto uguale (4), infine per alcuni non è stato positivo e hanno peggiorato il rendimento (2).

Due risposte mi hanno particolarmente colpito: *“Penso di sì, penso che questo abbia facilitato l’apprendimento di questi argomenti, infatti ho migliorato di mezzo voto il mio risultato.”* - *“No, penso che il lavoro di gruppo non abbia facilitato il lavoro ma lo abbia reso più difficile e penso di aver peggiorato le mie prestazioni.”*

5) Cosa ti è piaciuto di più dell’esperienza compiuta? Perché?

- **Ivan:** *“Il concetto di piano cartesiano, perché c’è un po’ di geometria su cui alle medie andavo abbastanza bene.”*
- **Elena:** *“Mi è piaciuto lavorare con altri perché si segue meglio.”*
- **Classe:** La maggioranza degli studenti ha risposto citando lo stare in gruppo e aiutarsi a vicenda, potendo esprimere le proprie idee e approfondire la conoscenza dei compagni. Una risposta in particolare è stata: *“Mi è piaciuto il modo in cui gli alunni si sono resi protagonisti all’interno del gruppo, come quando un compagno non capiva un argomento, quello che lo sapeva meglio glielo rispiegava.”*

6) Cosa ti è piaciuto di meno dell’esperienza compiuta? Perché?

- **Ivan:** *“Fasci di rette, roba troppo complicata.”*
- **Elena:** *“Mi è piaciuto tutto.”*
- **Classe:** Per più della metà è stato tutto positivo (10), ad altri non sono piaciuti gli esercizi troppo difficili (4), ad alcuni le poche lezioni frontali dell’insegnante (3) a una la mancanza di impegno dei compagni. Cito quattro risposte: *“Mi sono piaciute molto meno le spiegazioni della prof. Perché sono molto più noiose dei lavori a gruppi e oltre ad avere scarsa attenzione, annoiandosi è molto più difficile capire i concetti.”* - *“La cosa che mi è piaciuta di meno è che non ha aiutato, a mio parere, a farci capire gli argomenti perché per me ha confuso ancora di più le idee.”* - *“Non saprei, penso sia stato tutto bello. In un modo o nell’altro è stata un’esperienza diversa dal solito e bisogna imparare ad apprezzare tutto, in questo caso anche la matematica, se esiste un motivo c’è.”* - *“Che non la rifaremo più perché è un bel modo per imparare.”*

7) Se dovessi scegliere tra la lezione tradizionale e l’apprendimento cooperativo, quale preferiresti? Perché?

- **Ivan:** *“L’apprendimento cooperativo perché si impara di più in un modo meno noioso.”*
- **Elena:** *“Sceglierei l’apprendimento cooperativo perché si segue meglio.”*

- **Classe:** La maggior parte degli studenti sceglierebbe l'apprendimento cooperativo (8), alcuni alternerebbero i due metodi (6), altri invece preferiscono la lezione tradizionale (4). Una risposta che segnalo è: *“Se dovessi scegliere tra i due metodi sarei molto indeciso perché quello tradizionale mi ha insegnato tutto ciò che so fino ad ora però questo nuovo metodo di apprendimento cooperativo mi ha colpito e mi è piaciuto, quindi io alternerei, farei un argomento con il nuovo metodo e uno con quello vecchio e così via, però se dovessi scegliere di fare una lezione la farei con il nuovo metodo.”*

Oltre al questionario, ho colto l'occasione di intervistare nuovamente Ivan ed Elena sfruttando una lezione durante la quale erano usciti dall'aula a svolgere esercizi insieme all'insegnante di sostegno. Ho chiesto a Ivan cosa pensasse dell'esperienza appena conclusa, e lui ha affermato che il lavoro cooperativo gli piace molto per vari motivi: il primo è che fare le cose insieme agli altri è meno pesante, lui a casa non studia molto mentre la presenza dei membri del suo gruppo lo aiuta a impegnarsi e a restare concentrato sul compito; inoltre si sente più libero di parlare e discutere di matematica con i suoi compagni piuttosto che fare domande dal posto alla professoressa perché, a suo dire, rallenterebbe il corso della lezione (secondo me un'altra motivazione potrebbe essere che si sentirebbe al centro dell'attenzione dovendo rivelare le sue difficoltà). Abbiamo poi parlato del piano cartesiano e siccome mi aveva detto che gli piace suonare la chitarra, gli ho fatto un parallelo tra i tasti e le corde della chitarra con le ascisse e le ordinate del piano; il collegamento gli è piaciuto particolarmente, tanto che alla fine della chiacchierata ha ammesso che non avrebbe mai pensato che ci potesse essere un risvolto matematico anche nella musica.

Anche Elena mi ha detto che lavorare in gruppo le è piaciuto molto e che è riuscita a chiarirsi alcuni dubbi riguardanti la matematica; siccome ho visto che nel questionario citava la memoria come capacità fondamentale per andare bene in matematica abbiamo intavolato una discussione sul significato di “capire un argomento”; dopo un po' di confronto è emerso che secondo lei significa saper fare gli esercizi, perciò ho provato a farle un esempio di cosa significhi capire chiedendole perché nelle equazioni quando si porta un termine da una parte all'altra dell'uguale bisogna cambiargli segno; è andata molto in crisi e per farle capire meglio le ho fatto l'esempio della bilancia e rispiegato il motivo di questo passaggio. Al termine della discussione mi ha confessato di avere finalmente chiaro il concetto di equazione grazie all'immagine che le avevo portato come esempio, chissà che non le sia d'aiuto agganciarsi ad altre immagini per i prossimi argomenti.

Capitolo 10. CONCLUSIONI

«Tutto passa, ma tutto rimane.
Questa è la mia sensazione più profonda:
che niente si perde completamente,
niente svanisce,
ma si conserva in qualche modo e da qualche parte.
Ciò che ha valore rimane, anche se noi cessiamo di percepirlo.»
(Pavel Aleksandrovič Florenskij, 1935)

Ora che il progetto è concluso, posso provare a fare un bilancio sul suo svolgimento; l'obiettivo principale della mia tesi era valutare l'apprendimento cooperativo come metodo finalizzato a favorire l'apprendimento degli studenti, in particolare di quelli con difficoltà specifiche di apprendimento, cercando di valorizzare questi ultimi in modo che potessero essere considerati un valore aggiunto per la classe, raggiungendo quindi l'inclusione. Un altro intento era l'integrazione degli obiettivi didattici con quelli sociali, affinché la scuola sia un ambiente dal valore altamente educativo e sostenga i ragazzi non solo nella crescita intellettuale ma anche in quella valoriale, necessaria per vivere a fondo gustando i piaceri che solo una sana e profonda relazione con gli altri può donare.

Al centro del mio progetto c'erano Ivan ed Elena, i due ragazzi con DSA; per conoscerli meglio e per farmi un'idea sulle loro maggiori difficoltà scolastiche ho unito all'osservazione diretta in classe un questionario inerente al loro rapporto con la matematica e un'intervista individuale. Questi tre strumenti mi hanno permesso di formulare un prospetto approfondito per poi progettare un intervento mirato e pensare delle soluzioni che si adattassero alla situazione che mi sono ritrovato ad affrontare.

Ricordo che Ivan mi aveva colpito per la sua mancanza assoluta di motivazione nel seguire la lezione, al punto che chiedeva spesso di uscire per andare in bagno anche in momenti importanti delle spiegazioni dell'insegnante; questo disinteresse si rifletteva anche sulla sua difficoltà nel seguire la lezione, capitava raramente che fosse attento a ciò che succedeva in classe. Nel questionario iniziale aveva ammesso di avere difficoltà in matematica alludendo a problemi di mancanza di impegno, in sostanza non aveva voglia di studiarla; approfondendo le sue risposte, però, è emerso un grande disagio nel fare matematica causato molto probabilmente da uno scarso senso di autoefficacia (ricordo che provavo io stesso imbarazzo quando era affiancato costantemente dall'insegnante di sostegno che sembrava accudirlo per ogni cosa durante l'ora di matematica). Partendo da questa situazione, gli obiettivi che mi ero posto per Ivan erano fondamentalmente due: speravo che la

relazione con i compagni lo aiutasse prima di tutto ad avere continuità nella partecipazione durante le lezioni, riuscendo quindi ad aumentare il suo livello di attenzione, e mi auspicavo che questo lo aiutasse a trovare delle motivazioni, sviluppando un maggiore senso di responsabilità nei confronti dei compiti scolastici.

L'osservazione attenta durante il lavoro di gruppo e il questionario finale mi fanno pensare che questi tre mesi di progetto sono stati davvero molto utili per lui; ha dimostrato un impegno crescente nelle esercitazioni svolte insieme ai suoi compagni e, nonostante abbia ancora qualche difficoltà con alcuni contenuti (in particolare citava i fasci di rette), conosce gli argomenti trattati in questi mesi. Questa idea che mi sono fatto trova conferme in quello che scrive a conclusione del progetto: il nuovo metodo cooperativo rende le lezioni meno pesanti quindi riesce a seguirle di più proprio perché fa meno fatica, e durante il lavoro a gruppi si è sentito a suo agio e più libero nel fare domande dato che i suoi compagni erano disposti a spiegargli ciò che non capiva; ha anche visto un miglioramento nelle sue prestazioni e spero che ciò lo aiuti a sviluppare un maggiore senso di autoefficacia. In conclusione, dice che se dovesse scegliere tra l'apprendimento cooperativo e le lezioni tradizionali preferirebbe il primo.

Anche Elena dopo la valutazione iniziale mi era sembrata piuttosto passiva durante le lezioni. Spesso la vedevo estraniarsi da ciò che stava succedendo in classe lasciandosi andare ai suoi pensieri; era consapevole di avere qualche difficoltà in matematica, che però attribuiva unicamente alla mancanza di voglia di studiare, e inoltre evitava di utilizzare gli strumenti dispensativi, come la calcolatrice o il PC per prendere appunti, per non apparire diversa dai compagni. Gli obiettivi che mi ero posto per Elena erano sostanzialmente due: che lei comprendesse l'importanza dello studio della teoria, senza la quale gli esercizi sono solo dei gesti meccanici privi di significato, e che riuscisse a rimanere più concentrata durante le lezioni per partecipare di più e sentirsi più coinvolta.

Il suo comportamento durante il lavoro a gruppi mi ha colpito, interveniva spesso e insieme agli altri membri ha discusso parecchio e a volte anche piuttosto animatamente; ha ammesso che per lei non è stato facile lavorare in gruppo dato che ha un carattere piuttosto testardo. Secondo lei nelle lezioni cooperative si fatica di meno e, come Ivan, ritiene di aver migliorato il suo rendimento dato che la presenza dei suoi compagni la aiutava a seguire meglio il lavoro e, in caso di difficoltà, poteva fare affidamento su di loro che erano pronti a chiarirle i dubbi che manifestava; in conclusione anche lei preferirebbe che le lezioni si svolgessero con questo metodo.

Ora però vorrei anche spostare lo sguardo su tutta la classe, e chiedermi quali cambiamenti ci siano stati nell'atteggiamento degli studenti nel vivere questa esperienza. Le relazioni sociali sono migliorate? Hanno lavorato condividendo le conoscenze, incoraggiandosi, sostenendosi, comunicando tra loro in un clima di fiducia? Dalle osservazioni fatte e dal questionario finale mi sento di dire che, nonostante le lezioni di tipo cooperativo siano state solamente quattro, i ragazzi hanno dimostrato grandi cambiamenti; con il progredire delle esercitazioni il loro modo di lavorare in gruppo è sensibilmente migliorato, la maggior parte ha apprezzato questo nuovo metodo di lezione tanto che lo reputa meno faticoso e più coinvolgente. La partecipazione generale infatti ne ha tratto parecchi benefici: all'inizio di ogni lezione c'era sempre qualche studente che si avvicinava a me e all'insegnante chiedendo cosa si sarebbe fatto quel giorno, e, dato che reputo molto importante la curiosità dei ragazzi per fare sì che si sentano maggiormente coinvolti e attivi nella lezione, questa è davvero un'ottima notizia. Le relazioni tra loro, secondo me, sono migliorate, e infatti in molti hanno scritto nel questionario finale che si sentivano più liberi di parlare e discutere di matematica. Questo aspetto può anche aiutarli a rivedere l'opinione che la maggior parte di loro aveva della materia e cioè che fosse unicamente finalizzata al calcolo e agli esercizi, mentre invece è bello che riescano ad apprezzare anche il confronto reciproco che può nascere dalle discussioni in gruppo. Ricordo inoltre che in tanti ammettevano di provare emozioni negative nel fare matematica, insieme agli altri invece questi ostacoli si sono ridimensionati, non sentirsi da soli di fronte al compito può rendere meno pesante il lavoro. D'altra parte, però, mi sono accorto di un possibile pericolo che deve essere controllato con attenzione e cioè che i ragazzi non si adagino durante le lezioni, studiando poco a casa consapevoli del fatto che durante le esercitazioni possono consultare gli appunti.

In conclusione, vorrei dire che secondo me questo metodo di lavoro può servire in ottica inclusiva, innanzitutto perché sia Ivan che Elena, essendo meno seguiti dall'insegnante di sostegno, hanno potuto sperimentare la sensazione di sentirsi più autonomi acquistando più fiducia nelle proprie capacità e allo stesso tempo l'immagine di sé che costruiscono, e che tutti i compagni notano, è che non sono diversi dagli altri. Credo che Ivan abbia aiutato i membri del suo gruppo a sentirsi maggiormente responsabili nei confronti degli altri e quindi a non preoccuparsi solamente di se stessi ma prendere in considerazione anche ciò che ci circonda. Riguardo a Elena invece sono convinto che, in certi frangenti, le conoscenze dei membri del suo gruppo siano state messe a dura prova e tutto questo non può che rafforzare l'apprendimento di ognuno, le sue domande insistenti sono state indispensabili perché i suoi compagni potessero costruirsi un'immagine più solida e resistente degli argomenti trattati.

Il metodo dell'apprendimento cooperativo unisce obiettivi didattici e sociali, affidando una buona parte di lavoro direttamente nelle mani degli studenti. Credo fermamente che, responsabilizzando maggiormente i ragazzi nei confronti di se stessi e degli altri, essi possano rispondere positivamente in modi che ci meraviglieranno: essi hanno delle qualità e delle possibilità che, se stimolate nel giusto modo, ripagheranno con tanto di interessi tutta la fatica spesa.

Un'ultima considerazione che mi sento di fare riguarda la mia futura carriera di insegnante di matematica. Sulla base di questa esperienza e dei risultati ottenuti grazie al metodo dell'apprendimento cooperativo, sono certo che quando inizierò finalmente a lavorare all'interno della scuola vorrò riproporre ai miei alunni questo genere di esperienza.

APPENDICE

COORDINATORE

1. Segna gli obiettivi didattici
2. Pianifica lo svolgimento del compito
3. Incoraggia la partecipazione di tutti i membri del gruppo
4. Mantiene l'attenzione del gruppo sul compito

SCETTICO

1. Pone domande rispetto alle proposte di soluzione dei membri del gruppo
2. Chiede spiegazioni sui procedimenti
3. Compila il "foglio discussioni" sul quale annota gli argomenti e i motivi del dibattito

MEMORIA

1. Ripete le decisioni condivise
2. Compila il "foglio compito" scrivendo la soluzione degli esercizi/problemi con tutti i passaggi

SUPERVISORE

1. Vigila sul corretto funzionamento dei gruppi
2. Non fornisce suggerimenti riguardo agli esercizi/problemi assegnati

FOGLIO ISTRUZIONI

Nome del gruppo: _____

Componenti del gruppo: _____

Come lavorare in modo cooperativo

- il **coordinatore** compila il *foglio obiettivi* scrivendo gli obiettivi indicati dall'insegnante e completando la parte inerente a "concetti e strategie coinvolte" mano a mano che si procede nella risoluzione degli esercizi
- INIZIO ESERCITAZIONE: il **coordinatore** legge ad alta voce il problema/esercizio
- ogni componente del gruppo pensa a risolverlo autonomamente (in questa fase è importante che ognuno provi a svolgerlo da solo, senza guardare ciò che fanno i compagni)
- a turno si condividono le riflessioni e ci si confronta (in questa fase lo **scettico** annota sul *foglio discussioni* tutto ciò che viene fuori dallo scambio di idee, in particolare i diversi punti di vista o le difficoltà dei membri del gruppo)
- il gruppo decide la risposta comune (tutti devono essere d'accordo e convinti della scelta) e la **memoria** la annota nel *foglio compito*, intanto il **coordinatore** scrive nella parte "concetti e strategie coinvolte" le conoscenze che sono state necessarie alla risoluzione di tale esercizio
- si ripete il passaggio per ogni problema/esercizio
- FINE ESERCITAZIONE: al termine di tutti i problemi/esercizi i membri del gruppo decidono se firmare o no la "responsabilità comune"
- il gruppo si scioglie e ognuno compila il *foglio revisione* da solo

Abilità sociali indispensabili al lavoro in gruppo

- creare un clima di fiducia tra i membri (saper incoraggiare, aiutare gli altri)
- facilitare la comunicazione (parlare a voce bassa, parlare uno alla volta, ascoltare, stimolare la discussione)
- condividere le conoscenze (chiedere e dare informazioni)
- saper mediare se nascono dei conflitti tra i membri
- prendere decisioni (saper sostenere un ruolo di guida all'interno del gruppo)

FOGLIO OBIETTIVI

Data: _____

Nome del gruppo:

Componenti del gruppo:

Obiettivi didattici (*indicati dall'insegnante*):

Responsabilità individuali:

- raggiungere gli obiettivi didattici
- assicurarsi che li raggiungano anche gli altri compagni del gruppo

Concetti e strategie coinvolte (*conoscenze necessarie per poter svolgere il compito*):

FOGLIO DISCUSSIONI

Data: _____

Nome del gruppo:

Componenti del gruppo:

INDICAZIONI PER IL SUPERVISORE

Per osservare al meglio se il lavoro cooperativo funziona, il supervisore può fare riferimento a queste domande:

- Gli studenti capiscono il compito?
- Gli studenti accettano la responsabilità individuale (cioè si preoccupano di raggiungere gli obiettivi didattici e che li raggiungano anche i loro compagni di gruppo)?
- Gli studenti applicano le abilità sociali?

Ecco invece alcune domande che può porre a tutti i membri di un gruppo:

- Cosa state facendo?
- Perché?
- A cosa vi servirà?

Come si interviene

- Intervenire solo in caso di assoluta necessità
- Fare in modo che tutto il gruppo vi presti attenzione
- Criticare le azioni, non gli studenti
- Far risolvere i problemi agli studenti

Cosa si rischia

- Interferire spesso per risolvere i problemi
- Avere un atteggiamento di eccessivo distacco dagli studenti
- Solo un componente del gruppo vi presta attenzione
- Mettere in imbarazzo o offendere uno studente criticandolo
- Fare riferimento al passato

FOGLIO COMPITO 1a

Data: _____

Nome e Cognome: _____

Nome del gruppo: _____

Es. 1 Scrivi le ascisse dei punti rappresentati sulle retta orientata r di origine O :

Es. 2 Costruisci un sistema di riferimento cartesiano e rappresenta i seguenti punti:

$$A(-1; -3) \quad B\left(\frac{1}{4}; 5\right) \quad C(-2; 2) \quad D\left(0; \frac{8}{3}\right)$$
$$E\left(-\frac{13}{4}; 1\right)$$

Es. 3 Nel seguente sistema di riferimento cartesiano rappresenta:

- due punti M e K che hanno la stessa ordinata di A ;
- due punti R ed S che hanno la stessa ordinata di B , ma positiva;
- due punti P e Q che hanno la stessa ordinata di C , ma negativa.

Es. 4 Scrivi le coordinate di ciascuno dei punti rappresentati nel sistema di riferimento cartesiano e indica quali punti hanno la stessa ascissa e quali la stessa ordinata:

Es. 5 Nel seguente sistema di riferimento cartesiano rappresenta:

- il punto M che ha la stessa ascissa di B e la stessa ordinata di D ;
- il punto K che ha la stessa ascissa di C e la stessa ordinata di E ;
- il punto R che ha la stessa ascissa di E e la stessa ordinata di A ;
- il punto S che ha la stessa ascissa di A e la stessa ordinata di B , ma negativa.

FOGLIO COMPITO 1b

Data: _____

Nome del gruppo: _____

Componenti del gruppo: _____

Es. 6 Senza rappresentarli sul piano cartesiano, indica a quale quadrante o a quale asse appartiene ciascuno dei seguenti punti

A (1 ; 2) B (-3 ; 10) C $(0 ; \frac{9}{4})$ D $(\frac{5}{8} ; -5)$
E (2 ; 0)

Es. 7 Fissato sul piano un sistema di riferimento cartesiano, calcola la distanza dei seguenti punti dagli assi cartesiani

A (-5 ; 3) B $(\frac{3}{7} ; -1)$ C (9 ; 0)

Es. 8 Calcola la distanza dei seguenti punti dall'origine $O (0 ; 0)$ di un sistema di riferimento cartesiano

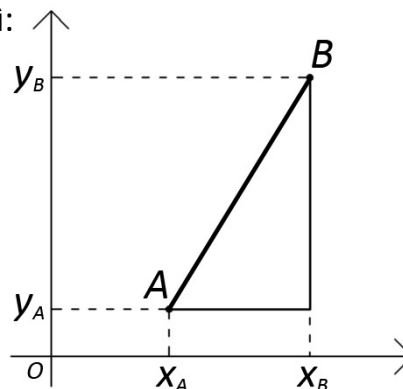
A (-3 ; -4) B (6 ; 8) C $(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2})$ D (0 ; 0)

Es. 9 Scrivi le coordinate di tre punti che hanno distanza dall'asse y pari a $\frac{2}{3}$

Es. 10 Verifica che il triangolo ABC di vertici $A (2 ; 1)$, $B (2 ; 4)$ e $C (-3 ; 2)$ è isoscele.

Es. 11 Aiutandoti con la figura dimostra perché la formula usata per calcolare la distanza tra due punti è proprio così:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Es. 12 Determina le coordinate del punto medio M dei punti $A(5; 3)$ e $B(1; 4)$.

Es. 13 Verifica che il triangolo ABC di vertici $A(-3; 1)$, $B(-1; 3)$ e $C(-5; 3)$ è rettangolo. Calcolane l'area e il perimetro.

Es. 14 Di un segmento AB sono noti un estremo e il punto medio M . Determina le coordinate dell'altro estremo.

$$B(6; 4) \qquad M\left(2; -\frac{1}{2}\right)$$

FOGLIO COMPITO 2

Data: _____

Nome del gruppo: _____

Componenti del gruppo: _____

Es. 1 Scrivi in forma esplicita rispetto all'incognita y le seguenti equazioni lineari in due incognite:

a) $2y - 20 = 4x$

b) $x - y + 2 = 0$

Es. 2 In ciascuno dei seguenti casi verifica se il punto P appartiene alla retta data:

a) $6 - 2y = x$

$P(4; 1)$

b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

$P(0; 4)$

Es. 3 In un sistema cartesiano disegna le rette che corrispondono a ciascuna delle seguenti equazioni:

a) $x = \frac{4}{3}$

b) $y + 4 = 0$

c) $y - 2x = 1$

Es. 4 Date le seguenti equazioni di rette, stabilisci senza rappresentarle se si tratta di rette parallele all'asse x , parallele all'asse y , passanti per l'origine degli assi oppure di rette generiche:

a) $y = 2x + 3$

b) $4y = 2x$

c) $7 - 4x = 5$

Es. 5 Determina il coefficiente angolare m e l'ordinata all'origine q di ciascuna delle seguenti rette:

a) $y = x - 2$

b) $x = -y$

c) $2y = 8 - 5x$

Es. 6 Stabilisci se le seguenti coppie di rette sono parallele:

a) $y = 4x + 4$

b) $y - 1 = -2$

$3y - 12x = -9$

$x = y + 7$

RESPONSABILITÀ COMUNE

Al termine di questa esercitazione posso affermare che:

1. Sono d'accordo con le risposte del gruppo elencate nel foglio compito
2. Ho acquisito la padronanza degli argomenti del compito
3. Sono sicuro che tutti i membri di questo gruppo hanno acquisito tale padronanza

Firme dei componenti del gruppo

FOGLIO COMPITO 3

Data: _____

Nome del gruppo: _____

Componenti del gruppo: _____

Es. 1 Quanti tipi di fasci di rette conosci? Fai un esempio di ognuno.

Es. 2 Dato il fascio di rette di equazione:

$$(k + 1)x - 2ky + 3 = 0$$

determina il valore di k per cui si ottiene la retta del fascio parallela alla retta di equazione $y = 2x + 1$

Es. 3 Determina, se possibile, il punto di intersezione P delle seguenti coppie di rette:

$$2x + y - 1 = 0 \qquad 5y + 5x + 5 = 0$$

Es. 4 Determina la distanza del punto P dalla retta r :

$$P (5; 2) \qquad r: 3x + 2y - 6 = 0$$

Es. 5 Dato il fascio di rette di equazione:

$$3x + (k + 1)y + 2 = 0$$

determina il valore di k per cui si ottiene la retta del fascio:

- a)** parallela all'asse x **b)** perpendicolare alla retta $y = -2x + 7$
c) passante per l'origine **d)** passante per il punto $P (1; 2)$

Es. 6 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto P e avente coefficiente angolare m :

$$P (5; -2) \qquad m = -3$$

RESPONSABILITÀ COMUNE

Al termine di questa esercitazione posso affermare che:

1. Sono d'accordo con le risposte del gruppo elencate nel foglio compito
2. Ho acquisito la padronanza degli argomenti del compito
3. Sono sicuro che tutti i membri di questo gruppo hanno acquisito tale padronanza

Firme dei componenti del gruppo

FOGLIO REVISIONE

Data: _____

Nome e Cognome: _____

Gruppo e altri componenti:

Autovalutazione

1. Scrivi le 3 cose più importanti che hai imparato oggi:

2. Sento di aver capito i concetti presenti negli esercizi appena svolti.

del tutto abbastanza poco per niente

3. Se la mia risposta non concordava con quella di un altro, cercavo di capire perché.

sempre spesso qualche volta mai

4. Quando non capivo qualcosa domandavo.

sempre spesso qualche volta mai

5. Ho cercato di fare in modo che i miei compagni si sentissero rispettati.

sempre spesso qualche volta mai

6. Mi sono assicurato che tutti i miei compagni di gruppo capissero come fare i compiti che ci venivano assegnati.

sempre spesso qualche volta mai

7. Ho coinvolto tutti i miei compagni di gruppo nel lavoro.

sempre spesso qualche volta mai

8. Se dovessi darmi un voto da 1 a 10 su come ho lavorato in gruppo mi meriterei: _____

Valutazione del Gruppo

9. Elenca 3 cose che il gruppo ha fatto bene:

10. Scrivi un contributo particolare che ogni membro (te compreso) ha dato per aiutare il gruppo a lavorare con efficienza:

11. Scrivi 1 cosa che il gruppo dovrebbe migliorare:

**[se le risposte alle domande aperte sono lunghe,
scrivi pure nel retro del foglio]**

BIBLIOGRAFIA

Assemblea Generale delle Nazioni Unite (1948) *Dichiarazione Universale dei Diritti dell'Uomo*. New York, Organizzazione delle Nazioni Unite.

Assemblea Generale delle Nazioni Unite (2006) *Convenzione sui diritti delle persone con disabilità*. New York, Organizzazione delle Nazioni Unite.

Booth Tony, Ainscow Mel (2008) *L'Index per l'inclusione. Promuovere l'apprendimento e la partecipazione nella scuola*. Gardolo, Edizioni Erickson.

Cornoldi Cesare (a cura di) (2007) *Difficoltà e disturbi dell'apprendimento*. Bologna, Il Mulino.

D'Amore Bruno, Fandiño Pinilla Martha Isabel (2001) *La matematica del quotidiano in La matematica e la sua didattica n. 3*. Bologna, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna.

Guagenti Maria Grazia (2011) *La matematica: non solo numeri... L'importanza della matematica*. in Assodolab, rivista scientifica trimestrale. Anno XII, n. 1, Trinitapoli, Associazione Nazionale Docenti di Laboratorio.

Hammill, D.D. (1990), *On defining learning disabilities: an emerging consensus*, in *Journal of Learning Disabilities* , 23.

Johnson David, Johnson Roger, Holubec Edythe (1996), *Apprendimento cooperativo in classe. Migliorare il clima emotivo e il rendimento*. Gardolo, Edizioni Erickson.

Nanni Carlo, Prellezo José Manuel, Malizia Guglielmo (a cura di) (2008) *Dizionario di scienze dell'educazione*, Roma, LAS.

Pesci Angela (2011) *I suggerimenti della ricerca in didattica della matematica per la pratica scolastica*, appunti per il corso.

Sandri Patrizia (2007) *La didattica speciale nei processi di inclusione scolastica*, dispensa.

Trincherò Roberto (2004) *I metodi della ricerca educativa*. Roma, Laterza.

Troiano Martina, Zuccano Patrizia (2007) *Dislessia, Vademecum. Disturbi specifici di apprendimento*. Bologna, Biblioteca digitale dell'Associazione Italiana Dislessia.

U.S. Office of Education (1968) *First annual report of the National Advisory Committee on Handicapped Children*. Washington, DC: U.S. Department of Health, Education and Welfare.

Zan Rosetta (2007) *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano, Springer-Verlag Italia.

SITOGRAFIA

Emmer Michele (2004) "Libertà, amore, fantasia: una vita in numeri (Ricordo di M. Emmer)". In *Quaderni del Dipartimento di Matematica dell'Università del Salento*, 2004.5.

Kirk S.A., Kirk W.D. (1983) *On Defining Learning Disabilities*, in *Journal of Learning Disabilities*, 16.

Metelli Gianfranco (2011) "A cosa serve la matematica?" In Istituto Arici, gennaio 2011.

Odifreddi Piergiorgio (2012) "Perché la matematica?" In *La Repubblica*, agosto 2012.

RINGRAZIAMENTI

Federica

La mia futura sposa, devo aggiungere altro?

Patrizia Sandri

Perché nonostante il poco tempo a disposizione mi ha seguito e consigliato nella realizzazione di questa tesi.

Pietro Di Martino

Per la sua preziosa consulenza sui questionari.

Genny e Totò

I fratelli che mi hanno sopportato in questi faticosi mesi pre-laurea.

Famiglia e Amici

Dato che mi conoscono a fondo sanno che mi sono ridotto all'ultimo per stampare la tesi, perciò possono intuire perché questi ringraziamenti sono così sintetici.

Triennio e Parrocchia

Senza voi sarei diverso.