



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN
INGEGNERIA MECCANICA**

**STUDIO DI FATTIBILITÀ DI
TOMOGRFIA A MUONI PER
RADIOGRAFIA MECCANICA E
STRUTTURALE DI COMPONENTI**

Relatore
Prof. Vivarelli Iacopo
Correlatore
Dott. Pezzotti Lorenzo

Presentata da
Malavolti Luca

Sessione: Marzo 2026

Anno Accademico 2024/2025

ABSTRACT

La tomografia a muoni è una tecnica di imaging emergente che sfrutta i muoni cosmici per investigare la densità interna di strutture di grande scala. Rispetto ad altre metodologie non invasive, essa presenta il vantaggio di poter penetrare volumi molto estesi di materiale, risultando quindi di grande interesse in applicazioni che spaziano dall'archeologia alla geofisica, fino all'ingegneria civile.

In questo lavoro di tesi è stato sviluppato e ottimizzato un software dedicato alla ricostruzione tomografica basata su muoni, con l'obiettivo di studiarne le potenzialità e i limiti. L'approccio ha previsto l'analisi di simulazioni che al meglio descrivono tali fenomeni, cercando un'applicazione industriale coerente con le potenzialità del metodo. Attraverso lo sviluppo di software dedicati è stata investigata la metodologia necessaria ad ottenere risultati soddisfacenti che potessero essere applicati nel campo dell'ingegneria.

L'uso di una sofisticata simulazione ha permesso la rappresentazione di un blocco di cemento contenete sbarre di ferro, lo scopo dello studio è verificare se attraverso una tomografia a muoni si è in grado di risalire alla posizione tridimensionale delle sbarre all'interno del cemento, con quali precisioni ed in quali specifiche condizioni.

I risultati ottenuti hanno permesso di delineare il campo di applicabilità della tecnologia in contesti ingegneristici, quali il monitoraggio di infrastrutture, mettendo in evidenza sia i vantaggi che le criticità attualmente presenti.

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
1. INTRODUZIONE ALLA FISICA DELLE PARTICELLE	8
1.1 MODELLO STANDARD	8
1.2 INTERAZIONI CON LA MATERIA.....	9
1.2.1 PERDITE DI ENERGIA.....	9
1.2.2 SCATTERING	14
2. TOMOGRAFIA A MUONI.....	18
2.1 MUONI E PROPRIETA'.....	18
2.2 TOMOGRAFIA A MUONI.....	20
2.3 APPLICAZIONI E STATO DELL'ARTE.....	24
3. RIVELATORI	28
3.1 REQUISITI DI RIVELAZIONE.....	28
3.2 FUNZIONAMENTO DEI RIVELATORI	30
3.3 RIVELATORI A IONIZZAZIONE	31
3.4 RIVELATORI A SCITILLAZIONE.....	36
3.4.1 FUNZIONAMENTO RIVELATORI A SCINTILLAZIONE	37
3.5 RIVELATORI A SEMICONDUTTORI IN SILICIO	39
3.5.1 SEMICONDUTTORI	39
3.5.2 FUNZIONAMENTO RIVELATORI A SEMICONDUTTORI	42
4. STUDIO DI FATTIBILITA' PER MUOGRAFIE IN CAMPO INGEGNERISTICO	46
4.1 SIMULAZIONE E IPOTESI	46
4.1.1 DATI DI SIMULAZIONE	49
4.2 ANALISI DEI PARAMETRI	51
4.2.1 PERDITE DI ENERGIA.....	51
4.2.2 ANGOLO DI SCATTERING.....	54
4.2.3 CONFRONTO EVENTI E ANALISI STATISTICA.....	60
4.3 PRIMO METODO DI BINNING SPAZIALE ED ANALISI STATISTICA.....	65
4.3.1 IDEA DI BASE.....	65
4.3.2 APPLICAZIONE E RISULTATI.....	66
4.3.3 DISCRIMINAZIONE CON SCATTERING MEDIO.....	68
4.3.4 METODO PER LA LOCALIZZAZIONE 3D	70
4.3.5 MAPPATURA 3D DELLE COLLISIONI.....	73
4.3.6 DISTRIBUZIONE COORDINATE VERTICALI	75

4.3.7 TEMPI DI RIVELAZIONE.....	76
4.4 OTTIMIZZAZIONE DEL METODO.....	78
4.4.1 DEFINIZIONE DELLO SCORE.....	78
4.4.2 ANALISI STATISTICA DEL CLASSIFICATORE	82
4.4.3 OTTIMIZZAZIONE DEL SISTEMA DI CLUSTERING	86
4.4.4 DISTRIBUZIONE DEI PUNTI DI INTERSEZIONE	89
4.5 TEMPISTICHE DI RIVELAZIONE	91
4.5.1 DUE MILIONI DI EVENTI.....	91
4.5.2 DISCRIMINAZIONE PER DENSITA'.....	96
4.5.3 MINIMO NUMERO DI EVENTI	97
CONCLUSIONI	101
BIBLIOGRAFIA	103

INTRODUZIONE

La tomografia a muoni è una tecnica di imaging 3D che sta assumendo sempre più importanza nel mondo dell'industria, le cui applicazioni variano dal mondo della geofisica fino all'ingegneria civile. La tecnologia sfrutta i muoni, particelle subatomiche che continuamente si formano dall'interazione tra raggi cosmici ed atmosfera, creando un flusso continuo che arriva verso il suolo terrestre. La proprietà principale di tali particelle è la loro elevata energia, che permette loro di passare attraverso materiali anche molto densi e per distanze elevate, caratteristiche che ne hanno permesso l'uso per scopi di mappatura interna di diversa natura.

Valutando lo stato delle particelle in ingresso ed in uscita dal medium di interesse si riescono ad ottenere informazioni riguardo l'andamento interno della densità, individuando la presenza di materiali, cavità o deformazioni. Esistono due metodologie distinte che permettono di effettuare uno studio sulla composizione interna del materiale attraversato dai muoni, la prima si basa sul confronto tra la distribuzione del flusso di muoni in uscita dal materiale studiato ed il flusso di muoni tipico, che invece non attraversa nessun materiale. Dal confronto di questi due campioni si possono ottenere, come verrà illustrato in seguito, informazioni sulla composizione interna del materiale che si intende studiare. La seconda tecnica invece necessita di conoscere lo stato della distribuzione del flusso di muoni in ingresso ed in uscita dal materiale oggetto dello studio. Alla base di questa tecnologia si sfruttano le proprietà di interazione tra i muoni e le particelle di materiale con cui interagisce, maggiore è la densità del materiale con cui il muone entra in contatto, maggiore sarà la deviazione risentita dalla traiettoria del muone. Di conseguenza, analizzando la direzione di ingresso e di uscita del fascio muonico si riescono ad individuare zone a maggior densità, corrispondenti ad esempio alla presenza di un materiale diverso. Per questa ragione le prime applicazioni di queste tecnologie sono state fatte nel campo della sicurezza [1], ad esempio per individuare la presenza di testate nucleari all'interno di container commerciali, una tale applicazione risulta perfetta in quanto le testate nucleari sono composte da elementi ad elevatissima densità, l'alto gradiente di densità con i materiali circostanti produce un'elevata deviazione del fascio muonico rendendo immediata l'individuazione dell'anomalia rispetto ad un caso normale.

La tomografia a muoni risulta di ampio interesse per applicazioni industriali per diverse ragioni, anzitutto il flusso di muoni è generato dall'interazione tra raggi cosmici ed

atmosfera, quindi è costantemente in arrivo e non ha un costo di per sé. Inoltre, si tratta di una tecnologia di screening non invasiva: il passaggio di muoni attraverso i materiali non ne danneggia la struttura o ne varia le proprietà. È sicura, non emette radiazioni, è perciò adatta ad ambienti sensibili o popolati. Ha una penetrazione molto elevata, per via dell'elevata energia dei muoni è in grado di attraversare materiali densi, come roccia o metallo per centinaia o migliaia di metri. Queste caratteristiche rendono tale tecnologia di grande interesse, soprattutto per applicazioni su larga scala, come applicazioni geologiche o su infrastrutture ingegneristiche.

Le prime applicazioni sono state nel mondo della geologia. Data la grande capacità di penetrazione dei fasci muonici, questa tecnologia si sposa perfettamente con le necessità richieste per studi geologici. Attraverso una tomografia a muoni si è in grado di valutare la struttura interna di montagne, individuando stratificazioni di materiali differenti o presenza di cavità, in studi recenti [2] è stata utilizzata per valutare la composizione interna del Vulcano Etna, individuando la presenza di crateri, che in seguito hanno causato un collasso, e la presenza di fratture, a cui ha seguito l'inizio di uno stadio di eruzione, sottolineando quindi la grande utilità per applicazioni nel mondo geologico e gli importanti risultati a cui può portare.

Ottimizzare i processi riguardanti questa tecnologia significherebbe portare ad applicazioni interessanti e molto utili, il basso costo della tecnologia e le sue proprietà non invasive la rendono perfetta per il monitoraggio delle infrastrutture, garantendo uno sguardo all'interno dei materiali sarebbe in grado di fornire informazioni cruciali sullo stato dei componenti, quindi guidare interventi di manutenzioni mirati e puntuali. Per queste ragioni le applicazioni che ad oggi si stanno sviluppando attraverso l'uso della tomografia a muoni riguardo l'ingegneria delle grandi strutture, attraverso rilevazioni che sfruttano i muoni si è in grado di effettuare monitoraggi sulle condizioni dei materiali e sulla stabilità della struttura in generale, di particolare interesse per grandi opere civili come ponti o dighe. Analogamente, questa tecnologia è anche applicabile al campo dell'archeologia, del monitoraggio dei rifiuti nucleari e nel campo dell'industria mineraria [3].

Queste applicazioni hanno tutte in comune di essere riguardanti oggetti di elevate dimensioni, dove le differenze di densità interna sono rilevanti e per cui rilevazioni fatte in tempi dilatati non costituiscono un problema. Questo perché i principali punti deboli di questa tecnologia sono la precisione in caso di bassi gradienti di densità e la necessità di

tempistiche elevate per effettuare misurazioni che portino a risultati soddisfacenti, per via del basso flusso naturale di muoni.

Risulta chiaro, a questo punto, come uno studio accurato sull'ottimizzazione di questa tecnologia avrebbe risultati diretti sul mondo dell'industria moderna, ampliando il campo di applicazione della tomografia a muoni a numerosissime possibilità. Nel seguente studio si analizza l'applicabilità del metodo ad uno specifico scenario di ingegneria civile, dove si tenta di effettuare una tomografia di un blocco di cemento armato, dovendo quindi individuare la posizione delle sbarre di armatura contenute al suo interno per consentirne una precisa procedura di manutenzione. Diversamente dalle applicazioni già presenti nello stato dell'arte, lo studio si propone di valutare l'applicabilità della tecnologia a strutture di dimensione ridotta e con un minor gradiente di densità tra i materiali contenuti. Infine, una parte cruciale di questo studio è valutare che le tempistiche di esposizione necessarie ad ottenere dei risultati corretti rispetto al posizionamento dell'armatura interna al cubo in cemento siano coerenti con applicazioni in campo civile.

Il seguente trattato di tesi è strutturato in un primo capitolo di introduzione ai muoni, in cui ne vengono illustrate la natura e le proprietà principali, a questo segue il secondo capitolo, in cui si descrive il funzionamento della tomografia a muoni, la natura delle leggi fisiche che la governano e si presenta lo stato dell'arte di questa tecnologia. Il terzo capitolo propone l'esposizione dei principali metodi utilizzati per ricavare informazioni sui muoni, si descrivono quindi i principali meccanismi di rivelazione utilizzati ad oggi, definendone il funzionamento, le proprietà dei muoni che si è in grado di misurare e le principali doti e limitazioni di questi strumenti di rivelazione. Infine, nel quarto capitolo si espone la metodologia adottata alla risoluzione del problema presentato, l'identificazione delle sbarre in ferro contenute nel cubo di cemento. Si illustra quindi il processo logico che ha supportato la creazione di un algoritmo che, partendo dalle variabili misurabili dai rivelatori, è in grado, attraverso uno studio specifico, di identificare la corretta posizione delle sbarre.

1. INTRODUZIONE ALLA FISICA DELLE PARTICELLE

1.1 MODELLO STANDARD

La fisica delle particelle è un ambito della fisica che si occupa dello studio della struttura microscopica della materia e della radiazione, cercando di individuarne i componenti ultimi per classificarli e studiarne le reciproche interazioni. Ad oggi l'insieme di teorie che riesce a descrivere in maniera più soddisfacente la fenomenologia riguardante questo aspetto della realtà prende il nome di Modello Standard (MS). Il MS prevede la presenza di diverse tipologie di particelle. Si faccia riferimento alla figura 1.1.

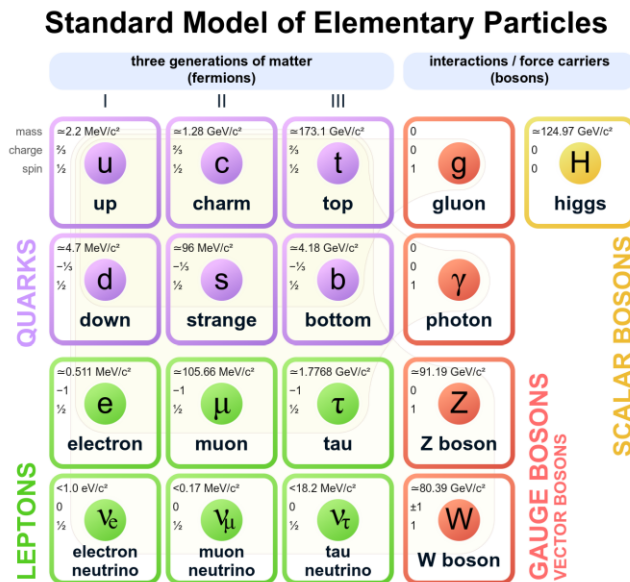


Figura 1.1: Classificazione particelle elementari del MS [4] .

Esistono diversi metodi per raggruppare in gruppi distinti le particelle rappresentate. Il primo metodo è quello di distinguere i fermioni, particelle dotate di spin frazionario, rispetto ai bosoni, caratterizzati da spin intero. Tutte le particelle elementari che compongono la materia sono fermioni, i bosoni si occupano invece di mediare le interazioni tra le particelle. I fermioni si dividono a loro volta in due categorie in base al tipo di interazione al quale possono essere sottoposti, la prima categoria è quella dei quark, sapori soggetti anche alle interazioni forti, la seconda invece sono i leptoni, che invece non sono soggetti alle

interazioni forti ma solamente a gravità ed interazioni elettrodeboli [5]. I quark sono organizzati in doppietti, up-down, charm-strange e top-bottom, di cui in genere il primo elemento è quello dotato di massa maggiore ed ha una carica elettrica positiva di modulo pari a due terzi quella dell'elettrone, il secondo è invece dotato di carica elettrica negativa di modulo pari a un terzo quella dell'elettrone. I leptoni a loro volta sono accoppiati in doppietti, ognuno con il proprio neutrino. Si hanno quindi elettrone, muone, tau e i rispettivi neutrini, i primi tre hanno carica negativa unitaria, mentre i neutrini hanno carica elettrica nulla ed una massa di diversi ordini di grandezza inferiore rispetto al relativo leptone carico.

In generale le particelle soggette anche a interazioni forti sono dette adroni e sono costituiti da quark, ad esempio abbiamo i protoni (composti da due quark up ed uno down) oppure i neutroni (composti da due down e uno up).

Infine, abbiamo i bosoni, particelle che regolano le interazioni, quali i gluoni che mediano l'interazione forte tra quark, i fotoni che mediano l'interazione elettromagnetica tra particelle cariche, i bosoni Z e W che mediano le interazioni deboli tra leptoni e tra quark ed infine il bosone di Higgs che è responsabile dell'interazione tra le particelle massive, in particolare interagisce con tutte le particelle con un'intensità proporzionale alla massa di queste.

1.2 INTERAZIONI CON LA MATERIA

Il passaggio di particelle cariche attraverso la materia comporta un'interazione tra la particella e la struttura che compone il materiale che fa da medium. In particolare, l'interazione tra la particella carica ed il materiale genera due fenomeni principali, la perdita di energia da parte della particella incidente ed una flessione sulla sua traiettoria di moto.

Vediamo come questi due fenomeni vengono descritti nel campo della fisica delle particelle, da quali grandezze dipendono e come ne viene quantificato l'effetto.

1.2.1 PERDITE DI ENERGIA

La perdita di energia della particella incidente è dovuta alle collisioni che avvengono tra la particella e gli elettroni legati degli atomi che compongono il materiale. In tali collisioni una

piccola frazione dell'energia cinetica della particella incidente viene trasferita al materiale, provocando effetti di eccitamento o ionizzazione sugli atomi di quest'ultimo. Per materiali generalmente densi il numero di collisioni per unità di lunghezza è molto elevato e di conseguenza la perdita di energia che complessivamente viene registrata dalla particella è consistente. Un esempio è dato dal passaggio di un protone, dotato di 10 MeV di energia, in uno strato di rame, l'elevato numero di collisioni tra la particella e gli elettroni legati degli atomi del metallo sarebbe tale da generare una perdita pari all'intera energia inizialmente posseduta dal protone in uno spessore di soli 0.25 mm, arrestandone quindi il moto.

Generalmente le collisioni atomiche si suddividono in due categorie, le "soft collisions", le quali generano solamente eccitamento degli elettroni legati degli atomi del mezzo, e le "hard collisions", in queste ultime l'energia ceduta alla particella bersaglio può essere tale da estrarre un elettrone e l'elettrone estratto capace di ionizzare ulteriori atomi del materiale, dando origine a ionizzazione secondaria e alla produzione di elettroni secondari.

La corretta formula quanto-meccanica per il calcolo dell'energia trasferita dal passaggio di una particella carica attraverso un medium è ottenuta attraverso considerazioni che riguardano la quantità di moto trasmessa. Tale formula è generalmente conosciuta come formula di Bethe-Bloch, gli studiosi che prima di tutti la determinarono. Essa si presenta nella seguente formula:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right], \quad (1.1)$$

i cui termini sono spiegati in figura 1.2 [6].

$2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 = 0.1535 \text{ MeVcm}^2/\text{g}$	
r_e : classical electron radius = $2.817 \times 10^{-13} \text{ cm}$ m_e : electron mass N_a : Avogadro's number = $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ I : mean excitation potential Z : atomic number of absorbing material A : atomic weight of absorbing material	ρ : density of absorbing material z : charge of incident particle in units of e $\beta = v/c$ of the incident particle $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ δ : density correction C : shell correction W_{max} : maximum energy transfer in a single collision.

Figura 1.2: Termini della Bethe-Bloch Formula [6].

Tale formula descrive la perdita di energia, risentita da una particella carica, per unità di percorso attraverso un materiale. La trasmissione di energia è dovuta all'interazione con gli elettroni legati degli atomi.

Si noti la forte dipendenza rispetto alla velocità della particella incidente, il termine $1/\beta^2$ mostra come all'aumentare della velocità relativistica della particella le perdite dovute alle sue interazioni con la materia diminuiscano, aumentando invece per velocità relativistiche inferiori.

Un altro parametro di cruciale importanza per la definizione della perdita di energia risentita dalla particella è il potenziale medio di ionizzazione, I . Tale parametro, come si può notare dalla formula di Bethe-Bloch (1.1), ha un peso importante. Inoltre, è un parametro il cui calcolo diretto è molto complesso. Per la stima di tale parametro si sfruttano misure empiriche di dE/dx per diversi materiali, ricavando formule semi empiriche che descrivono l'andamento di I in funzione di Z , ottenendo risultati soddisfacenti con errori sul valore di I nell'intorno del 5% [7].

Infine, risulta di interesse valutare la presenza dei termini di correzione δ e C , rispettivamente per le alte e le basse energie della particella incidente.

I termini di correzione δ e C presenti nella formula di Bethe-Bloch tengono conto di effetti che vanno oltre le ipotesi più semplici del modello classico. In particolare, essi includono rispettivamente effetti relativistici sul campo elettromagnetico della particella incidente e la struttura a shell dell'atomo.

Il termine δ , noto come *density correction*, diventa rilevante alle alte energie e descrive la modifica del campo elettromagnetico della particella incidente dovuta a effetti relativistici, che portano a una polarizzazione del mezzo attraversato. Tale polarizzazione riduce l'efficacia dell'interazione con gli elettroni più distanti, determinando una diminuzione della perdita di energia. Questo effetto risulta più marcato nei materiali ad elevata densità elettronica.

Il termine C , detto *shell correction*, è invece significativo alle basse energie e corregge le approssimazioni alla base della formulazione di Bethe-Bloch, che assumono gli elettroni atomici come liberi e quasi stazionari rispetto alla particella incidente. Quando la velocità della particella diventa confrontabile con quella degli elettroni legati agli orbitali atomici, tale ipotesi non è più valida ed è necessario introdurre una correzione che tenga conto della struttura elettronica dell'atomo.

Si mostra l'effetto che tali correzioni assumono sull'andamento della perdita di energia in figura 1.3. Si noti come l'applicazione della correzione alle basse energie, relative al termine correttivo C , abbia un effetto poco significativo, portando a piccole differenze rispetto all'andamento che non considera le correzioni. La correzione δ , che avviene ad energie più elevate, mostra invece un effetto più consistente sull'andamento delle perdite di energia, dimostrato dalla maggior differenza che vige tra l'andamento con o senza correzioni.

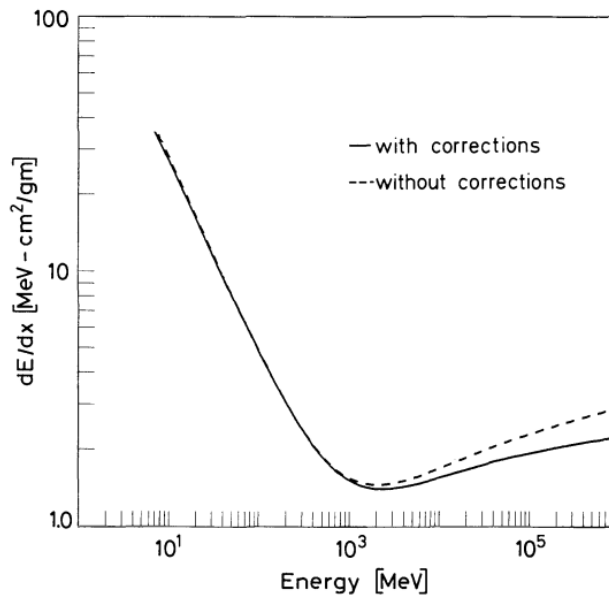


Figura 1.3: Confronto tra la formula di Bethe-Bloch con o senza correzioni, il calcolo rappresentato è rispetto a passaggio attraverso uno strato di rame [6].

Risulta di interesse notare un aspetto comune nell'andamento delle curve di Bethe-Bloch in funzione dell'energia cinetica valutate per diverse tipologie di particelle. In figura 1.4 sono rappresentati gli andamenti delle perdite di energia per ionizzazione normalizzate alla densità del materiale attraversato. Si noti come l'andamento di dE/dx , ad energie non relativistiche, sia principalmente dominato dal termine $1/\beta^2$, diminuendo all'aumentare della velocità, fino a circa $v \cong 0.96c$, dove si trova un punto di minimo. Questa viene identificata come la regione di minima ionizzazione delle particelle ed è interessante notare come particelle dotate di stessa carica presentino valori circa uguali di minimo dE/dx . Superato questo punto, il termine $1/\beta^2$ diventa pressoché costante, e dE/dx cresce nuovamente per via della dipendenza dal termine logaritmico, crescita sedata dal termine di correzione δ .

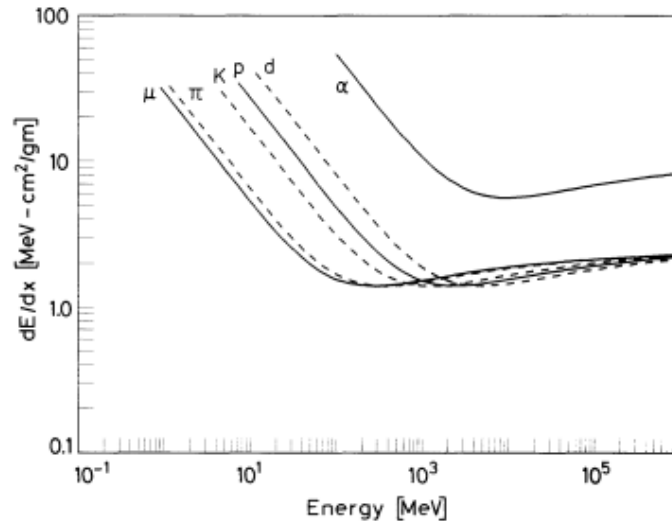


Figura 1.4: Andamento di dE/dx per diverse particelle elementari, in funzione dell'energia della particella, il calcolo rappresentato è rispetto a passaggio attraverso uno strato di rame [6].

La formula di Bethe-Bloch descrive le perdite di energia dovute dall'interazione con gli elettroni degli atomi legati del materiale, anche dette perdite di energia per ionizzazione. Esiste però un altro meccanismo che genera perdite di energia ed è il così detto Bremsstrahlung. Questo processo interessa tutte le particelle dotate di carica, ed il suo funzionamento è il seguente. Quando la particella passa vicino al nucleo di un atomo, inevitabilmente risente dell'elevato campo elettrico di cui questo è dotato, deviando quindi la propria traiettoria attraverso un effetto di scattering. Lo scattering che avviene sulla traiettoria della particella viene accompagnato dall'emissione di radiazione da parte della particella, che avviene sotto forma di fotoni, di conseguenza causando una perdita di energia pari all'energia del fotone che viene emesso. È importante denotare che l'emissione di radiazione è un evento probabilistico, il quale dipende principalmente da due fattori, l'energia della particella e la sua massa. All'aumentare dell'energia di cui è dotata la particella, la probabilità che si verifichi un fenomeno di Bremsstrahlung cresce velocemente. Per elettroni e positroni dotati di poche decine di MeV le perdite per radiazione risultano già essere comparabili se non maggiori rispetto alle perdite per ionizzazione.

D'altro canto, la massa della particella ha un peso altrettanto importante. La probabilità di emissione radiativa varia inversamente al quadrato della massa della particella. Il muone, dotato di una massa circa 200 volte quella dell'elettrone, è sottoposto ad una probabilità di

perdite per radiazione circa 40 000 volte inferiore rispetto ad un elettrone dotato di stessa energia, il che significa che le perdite radiative per un muone risultano comparabili rispetto a quelle per ionizzazione solamente per livelli energetici molto elevati, di centinaia di GeV.

Risulta importante a questo punto denotare un parametro che per ogni tipo di particella definisca la soglia di energia superata la quale le perdite per radiazione uguagliano quelle per ionizzazione. Tale parametro è detto Energia Critica, E_c della particella, per avere un'idea della differenza di tale valore tra particelle di diversa massa, il valore di Energia Critica nel piombo per l'elettrone è $E_c = 7.43 \text{ MeV}$ e per il muone è $E_c = 141 \text{ GeV}$, ovvero ad un valore di energia 20 000 volte più elevato [8]. Si deduce immediatamente come le perdite per radiazione abbiano un ruolo di interesse solo per particelle leggere come elettroni e positroni, mentre per particelle più pesanti il loro contributo sia di gran lunga trascurabile rispetto alle perdite per ionizzazione, fino ad energie molto elevate.

1.2.2 SCATTERING

Il secondo fenomeno che si genera dall'interazione tra una particella carica ed il materiale è dovuto all'effetto dello scattering elastico Coulombiano con i nuclei degli atomi del materiale di cui è composto il medium. Tale comportamento è governato dalla famosa formula di Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = z_2^2 z_1^2 r_e^2 \frac{(m_e c / \beta p)^2}{4 \sin^4(\theta/2)}. \quad (1.2)$$

Tale formula esprime la cross section $d\sigma/d\Omega$ in funzione di θ . $d\sigma/d\Omega$ rappresenta la frazione media delle particelle che subiscono scattering all'interno dell'angolo solido $d\Omega$ per unità di flusso per unità di tempo, ovvero la probabilità che la singola particella subisca scattering in $d\Omega$ diviso la probabilità che questa passi attraverso la "unit area" della particella target, illustrazione è fornita in figura 1.5.

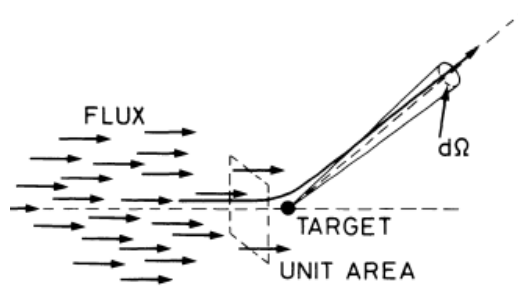


Figura 1.5: Definizione della Cross Section dello scattering [6].

Dalla formula di Rutherford si nota la dipendenza con il termine $1/\sin^4(\theta/2)$, ovvero che all'aumentare dell'angolo di deflessione θ la probabilità crolla. Ciò si traduce nel fatto che la maggioranza delle collisioni sia caratterizzata da angoli di deflessione ridotti, che risultano molto più probabili.

In generale, il trattamento dello scattering Coulombiano può assumere forme diverse a seconda della tipologia di collisione che si vuole trattare. L'applicazione della formula di Rutherford (1.2) è coerente solamente con il trattamento di singole collisioni tra particelle, ad esempio per il passaggio di una particella attraverso spessori estremamente sottili, dove la probabilità di avere più di una collisione Coulombiana risulta ridotta. Nel caso in cui si voglia trattare il passaggio di una particella attraverso materiali più spessi, il numero di collisioni risulta necessariamente più elevato, di conseguenza l'uso della formula di Rutherford non è più soddisfacente. Per la trattazione di casi di questo genere quello che si fa è trattare il problema in maniera statistica, così da ottenere la distribuzione di probabilità dell'angolo di deflessione complessivo in funzione dello spessore del materiale attraversato. La particella risulta infatti affetta da scattering multiplo ed uno sguardo statistico è il metodo migliore per quantificare probabilisticamente la deflessione che si ottiene tra la direzione in ingresso ed in uscita dal materiale attraversato, una rappresentazione grafica è rappresentata in figura 1.6.

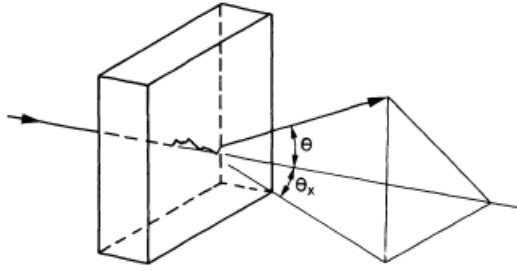


Figura 1.6: Scattering Multiplo di una particella carica. La rappresentazione della deflessione è estremamente esagerata [6].

Una particella carica che attraversa uno spessore di materiale noto è soggetta a numerose deflessioni di angoli di scattering ridotti. Considerando piccoli scattering multipli il comportamento dello scattering complessivo è ben rappresentato da una distribuzione gaussiana dove gli eventi di “hard scattering”, collisioni meno frequenti che generano deflessioni maggiori sulla traiettoria della particella, producono code non gaussiane.

Queste distribuzioni di scattering coulombiano sono ben rappresentate dalla teoria di Molière, che si applica a casi di scattering multiplo caratterizzati da deflessioni di angoli ridotti. Nella sua trattazione si descrive la forma che assume la distribuzione dell’angolo di scattering risultato di numerose piccole deformazioni, studiosi quali Hingland, Lynch & Dalh hanno tradotto la complessa teoria di Molière in una formula analitica semplificata in grado di fornire il valore di scattering rappresentativo della deflessione complessiva che si ottiene tra la direzione di ingresso e di uscita dal materiale attraversato. La descrizione avviene nei seguenti termini:

Definendo:

$$\theta_0 = \theta_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{space}^{rms} \quad (1.3)$$

$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln\left(\frac{xz^2}{X_0 \beta^2}\right) \right] \quad (1.4)$$

In tale formulazione viene fornito il valore della larghezza *rms*, ovvero della deviazione quadratica media della traiettoria a seguito del passaggio attraverso uno spessore *x* in un materiale caratterizzato da una “radiation length” X_0 , per una particella carica caratterizzata

da una quantità di moto p . Il valore che si ottiene corrisponde all'approssimazione Gaussiana del valore centrale corrispondente al 98% della distribuzione che si ottiene [9].

Lo scattering complessivo dipende quindi dal tipo di materiale e dallo spessore attraversato, in particolare, aumentando all'aumentare dello spessore. La "radiation length" X_0 è proporzionale all'inverso della densità elettronica del materiale, rappresentativa del numero di interazioni elettroniche che si instaurano tra la particella in moto ed il materiale attraversato. Inoltre, la formula è migliorata empiricamente rispetto alla formulazione iniziale di Molière, che ragiona ipotizzando scattering multiplo di piccole entità di deflessione. Il termine logaritmico, infatti, tiene conto delle code non Gaussiane relative agli eventi più rari di "hard scattering", risultando in una formulazione più aderente ai risultati sperimentali.

2. TOMOGRAFIA A MUONI

2.1 MUONI E PROPRIETA'

I muoni (μ) sono particelle elementari che rientrano nella famiglia dei leptoni, sono caratterizzati dagli stessi numeri quantici che definiscono l'elettrone, carica elettrica e spin, a differenza della massa, che per i muoni è di $105.66 \text{ MeV}/c^2$, circa 200 volte quella dell'elettrone, $0.511 \text{ MeV}/c^2$.

I muoni vengono generati naturalmente dall'interazione tra raggi cosmici e gli strati più alti dell'atmosfera terrestre. I raggi cosmici sono particelle subatomiche che si generano all'esterno dell'atmosfera terrestre, nello spazio interplanetario o intergalattico, entrando nell'atmosfera avvengono collisioni tra queste particelle subatomiche ed i nuclei degli atomi che incontrano, principalmente Azoto e Ossigeno, ne è fornita una illustrazione in figura 2.1.

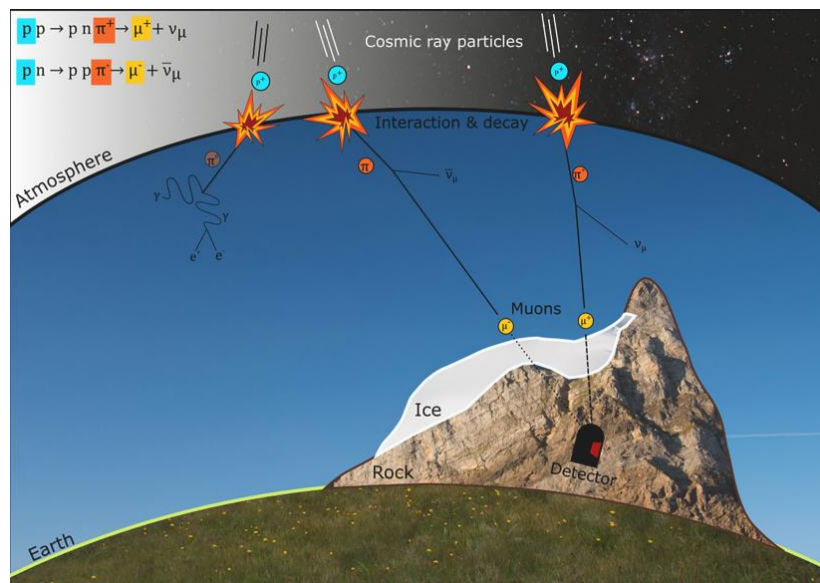


Figura 2.1: Rappresentazione della formazione dei muoni da collisioni tra raggi cosmici e atmosfera, applicazione di tomografia a muoni su larga scala [10].

Le collisioni che si generano sono governate dalla forza nucleare forte e l'energia con cui i raggi cosmici collidono con i nuclei è elevata a punto tale che in una frazione consistente di questi eventi non solo si abbia la rottura dei nuclei degli atomi, ma anche dei loro costituenti (nucleoni, protoni e neutroni). Il risultato di tali collisioni è la formazione di nuove particelle

composte da partoni, ovvero nuovi adroni, particelle che prendono parte all'interazione nucleare forte. Pioni (π^+ , π^0 , π^-) e Kaoni (K^+ , K^- , K_S^0 , K_L^0) sono le due tipologie di particelle subnucleari che principalmente si generano in questo tipo di collisioni. Quando queste particelle sono cariche, il loro decadimento dominante prevede la formazione di muoni: $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ (99.99% delle volte) e $K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ (64% delle volte), quando non decadono direttamente in muoni, i kaoni decadono in pioni che, se carichi portano alla formazione di muoni [11].

I muoni μ sono particelle instabili, a loro volta hanno un processo di decadimento che presenta la formazione di elettroni e neutrini, $\mu^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$ e $\mu^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$. La vita del muone in condizione di riposo ha una durata $\tau \approx 2.2 \mu\text{s}$, ma date le velocità prossime a quelle della luce si è in condizioni relativistiche e di conseguenza si ha una dilatazione del tempo di vita osservato pari al fattore di Lorenz $\gamma \equiv 1/\sqrt{1-\beta^2}$ con $\beta = v/c$ la velocità relativistica del muone. Generalmente la creazione dei muoni è tale per cui a buona parte delle particelle che si creano corrispondono valori di quantità di moto abbastanza elevati, permettendo ai muoni di arrivare fino al livello del mare; un valore di energia di 4 GeV, corrispondente a valori di picco della distribuzione di quantità di moto dei muoni, comporta un fattore di dilatazione $\gamma \approx 20$, a cui coincide un valore di lunghezza di decadimento, ovvero la distanza che la particella percorre prima di decadere, circa pari a $l = \gamma\beta\tau c \approx 24 \text{ km}$. L'atmosfera terrestre ha un'estensione massima di circa 16 km e di conseguenza i muoni riescono a viaggiare fino al livello del mare, costituendo la parte più consistente delle particelle cariche che vi arrivano, con un rateo di circa 170 Hz/m^2 [12].

La cascata di muoni che si genera a seguito delle collisioni tra raggi cosmici e atomi dell'alta atmosfera è caratterizzata da una distribuzione angolare che risulta essere approssimativamente proporzionale a $\cos^n(\theta)$, dove θ rappresenta l'angolo rispetto allo zenith e n è una costante che dipende da energia, altitudine, latitudine e profondità, generalmente $n \approx 2$ [13]. Questa forte dipendenza rispetto all'angolo di zenith fa sì che ci sia una forte differenza tra la portata di muoni caratterizzati da un flusso quasi verticale, e la molto più ridotta quantità di muoni che hanno una traiettoria più orizzontale.

I muoni, in accordo con la teoria del comportamento delle particelle che attraversano la materia, riportata nel capito precedente, sono affetti dai fenomeni di perdita di energia e di deviazione della traiettoria dovuta allo scattering Coulombiano. Facendo riferimento a quanto descritto precedentemente, si noti come le perdite di energia di cui risente un muone sono principalmente dovute a fenomeni di ionizzazione ed eccitamento che si instaurano tra

il muone e gli elettroni legati degli atomi appartenenti al materiale attraversato. Le perdite di energia per radiazione, Bremsstrahlung, risultano invece trascurabili, l'energia posseduta dai muoni cosmici, infatti, risulta essere di gran lunga inferiore rispetto alla "Critical Energy" del muone, ovvero il valore di energia per cui le perdite per radiazione diventano confrontabili con quelle per ionizzazione. Per queste ragioni, una buona descrizione delle perdite di energia risentite da un muone cosmico è fornita dalla formula di Bethe-Bloch (1.1) dotata delle correzioni alle alte e alle basse energie.

Per quanto riguarda l'effetto di scattering Coulombiano risentito dalla traiettoria del muone, anche in questo caso il comportamento è ben descritto dalla formula (1.4) definita nel capitolo precedente. È importante notare come la formula tenga conto della tipologia di materiale che viene attraversato tramite la considerazione del fattore "radiation length" X_0 , tale parametro è inversamente proporzionale al numero atomico Z del materiale attraversato. Ottenendo scattering più elevati nel caso di collisioni con materiali ad elevato Z piuttosto che con collisioni con materiali a basso Z .

Data l'elevata energia dei muoni, nell'ordine dei GeV, oltre 10 000 volte più elevata dei raggi X, e il modo in cui interagiscono con la materia, sono particelle altamente penetranti, riuscendo ad attraversare centinaia di metri di roccia o cemento. Questo li rende particolarmente interessanti per applicazioni di tomografia.

2.2 TOMOGRAFIA A MUONI

La tomografia a muoni è una tecnica completamente passiva che sfrutta il naturale flusso di muoni che costantemente arriva sul suolo terrestre. Attraverso le nozioni riportate precedentemente, ovvero conoscendo la distribuzione di probabilità relativa alla direzione con cui i muoni arrivano al suolo, si possono ricavare informazioni interessanti. Confrontando l'andamento teorico con la direzione effettiva del flusso di muoni che si ottiene a valle del passaggio attraverso un materiale, si è in grado di ottenere una buona conoscenza rispetto alla conformazione interna al materiale. Nel passaggio attraverso il medium, i muoni incontrano materiali a diversa densità, caratterizzati da diversi Z , generando sul muone fenomeni di perdita di energia e scattering Coulombiano caratteristici del tipo di materiale che incontrano. Questa è la base del funzionamento della cosiddetta "Absorption based Muography" (AM) [11], una tecnica di imaging basata sulla ricostruzione della densità interna di un materiale, basandosi sulle informazioni relative allo "stopping

power” risentito dai muoni che vi passano attraverso, ovvero sulle nozioni che si hanno sull’effetto del fenomeno di perdita di energia risentita dal muone. La caratteristica su cui si regola questa tecnica di imaging può essere interpretata in termini di “opacità” lungo il percorso del muone, definita come la densità lungo un percorso, $O = \int \rho(x) dx$. Un’unità di misura comune per questa grandezza è “meter water equivalent” (mwe), con una conversione pari a $1 \text{ mwe} = 100 \text{ g/cm}^2$, ed una perdita di energia di un muone energetico di circa 0.2 GeV/mwe [11].

Nel caso in cui lo spessore da attraversare fosse un parametro noto, dalla misura dell’opacità si riesce direttamente a ricavare una stima della densità del materiale, al contrario se risulta di interesse conoscere lo spessore del materiale attraversato, conoscendone la densità a priori, si riesce a ricavare lo spessore dalla misura dell’opacità.

In alternativa, esiste un'altra metodologia per effettuare tomografie a muoni. Facendo riferimento alle nozioni rispetto allo scattering risentito dai muoni, descritte nel capitolo precedente, dall’ equazione (1.4) si nota come l’andamento della larghezza della distribuzione dello scattering sia direttamente correlata al tipo di materiale che attraversa, in particolare, al valore di Z relativo al materiale attraversato. Questo pone le basi per la cosiddetta “scattering based muography” (SM) [11], una tecnica tramite la quale, valutando l’andamento della distribuzione di probabilità dello scattering risentito dal passaggio attraverso il materiale, si è in grado di risalire alla presenza di materiali ad elevato Z all’interno di un background di materiale a Z inferiore, con applicazioni quali l’individuazione di materiale fossile nucleare (a Z elevato) all’interno di container commerciali (a Z certamente inferiore), illustrazione in figura 2.2.

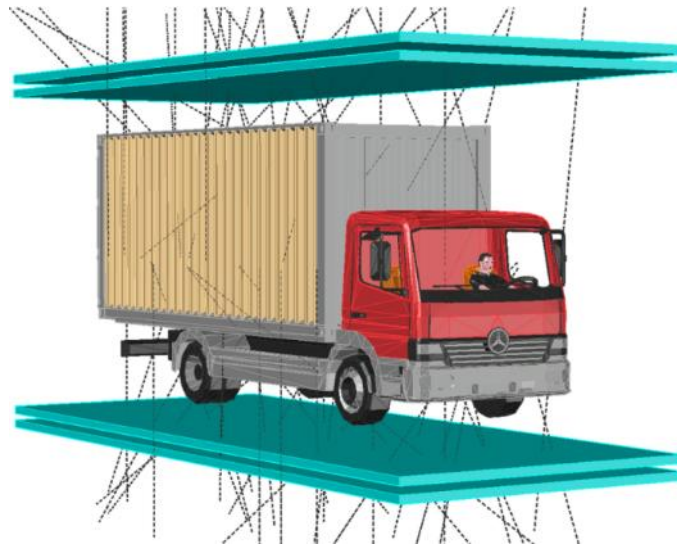


Figura 2.2: Ispezione di un container commerciale con tecnologia SM [11].

Entrambe le metodologie, AM e SM pongono le basi del proprio funzionamento su considerazioni riguardo la distribuzione di probabilità di un largo numero di eventi muonici, non è possibile ricavare informazioni utili da un singolo evento di passaggio di un muone in uno strato di materiale.

Data la diversa natura delle due tecniche di imaging queste risultano ottimali per diverse tipologie di applicazioni, generalmente si può considerare la AM come la tecnica più adatta per applicazioni di tomografie su oggetti di grandi dimensioni e invece la SM per target più piccoli. La SM, infatti, necessita di ricostruire la traiettoria del muone prima e dopo il passaggio attraverso il materiale, impraticabile per applicazioni su oggetti di grandi dimensioni, mentre per la AM è sufficiente un unico tracker posto a valle dell'oggetto. Inoltre, il passaggio attraverso materiali su larga scala comporterebbe l'arresto di un numero considerevole di muoni, riducendo in maniera significativa l'apporto informativo necessario per la SM, rendendola inutilizzabile. Per la AM invece l'assenza di segnale è intrinsecamente un'informazione utile che dice qualcosa sulla conformazione interna del materiale attraversato.

L'utilizzo della AM prevede la produzione di tomografie solamente su due dimensioni, fornendo una stima della distribuzione di densità interna al materiale. Il funzionamento si basa sulla misura della trasmittanza (τ) dei muoni, ovvero del rapporto tra i muoni in un flusso generico, misurato a cielo aperto (N_{FS}), ed il flusso invece che si misura a valle dell'oggetto di interesse (N_T), secondo la formula:

$$\tau = \frac{N_T}{N_{FS}} \quad (2.1)$$

Un materiale che presenta una trasmittanza minore sarà caratterizzato da uno “stopping power” maggiore, ovvero da una densità maggiore che genera una perdita di energia più consistente nei muoni, provocandone un assorbimento consistente. Attraverso accurate simulazioni si è in grado di conoscere il comportamento della trasmittanza relativo a diverse tipologie di materiali, riuscendo quindi a ricondurre i valori di τ che si ottengono nelle effettive prove ai valori di densità a cui corrispondono, costruendo una mappatura 2D della distribuzione di densità media.

A determinare l'accuratezza di tali stime, oltre alla precisione con cui vengono costruite le simulazioni, sono i parametri che definiscono la precisione con cui vengono effettuate le misure dai rivelatori, di cui si parla più nello specifico nel capitolo 3. Un parametro di interesse può essere l'accuratezza angolare del rivelatore, $\Delta\alpha$, che comunemente assume valori nell'ordine del milliradiante. Ipotizzando applicazioni coerenti con la tecnica AM, quindi per strutture di grandi dimensioni, si faccia riferimento alla figura 2.1, la risoluzione spaziale Δr che si ottiene rispetto ad un punto situato a distanza L dal rivelatore può essere calcolata come $\Delta r = L \times \Delta\alpha$. Considerando applicazioni della AM nel campo della vulcanologia, una situazione tipica è rappresentata da $L \approx 1 \text{ km}$ e $\Delta\alpha \approx 30 \text{ mrad}$, implicando una risoluzione spaziale $\Delta r \approx 30 \text{ m}$, meglio di molte altre tecniche comunemente usate in campo geologico [14].

Per quanto riguarda la tecnica SM, attraverso le misure a monte e a valle dell'oggetto è in grado di ricavare la traiettoria in ingresso ed in uscita dal materiale, ricavando quindi un punto teorico in cui ipoteticamente avviene lo scattering. Come si può notare dalla rappresentazione in figura 2.2, sono necessari due rivelatori a monte e a valle dell'oggetto, in questa maniera ognuno rileva la posizione di passaggio e posso determinare la direzione di ingresso e di uscita, quindi lo scattering. Questo, combinato alla presenza di rivelatori posti a posizioni e in orientamenti distinti è in grado di fornire una ricostruzione 3D della configurazione interna al materiale.

I vantaggi principali delle muografie rispetto alle altre tecniche di tomografia sono l'alta capacità penetrativa dei muoni, che riescono ad attraversare materiali anche molto densi grazie alla loro elevata energia, e il fatto che questo tipo di tecnica è completamente passiva e non distruttiva. Dall'altra parte però, come principale svantaggio c'è la necessità di

effettuare misure di durata molto elevata. Data la natura statistica dello studio sono necessarie milioni di misure per ottenere tomografie ad elevata risoluzione, corrispondenti a giorni se non settimane di esposizione e di acquisizione dati in loco.

Infine, data la dipendenza della distribuzione angolare del flusso di muoni dall'angolo di zenith, la maggioranza degli eventi è caratterizzato da una traiettoria pressoché verticale, risultando in una maggiore risoluzione sul piano orizzontale rispetto a quello verticale.

2.3 APPLICAZIONI E STATO DELL'ARTE

La prima applicazione di tomografia a muoni risale al 1950 per conto del fisico britannico George, che attraverso l'uso di telescopi Geiger in grado di individuare radiazioni ionizzanti, cercò di dedurre lo spessore di uno strato di ghiaccio sovrastante una miniera in Australia [15]. Dieci anni dopo ci fu la prima applicazione nel campo dell'archeologia, la quale vide l'introduzione di un telescopio a strati di camere a scintilla, in grado di tracciare la traiettoria del moto delle particelle che lo attraversano, in questo studio il gruppo guidato da Alvarez sfruttò una tomografia a muoni per indagare la presenza di tunnel nascosti all'interno delle piramidi di Giza, Egitto [16]. Seguirono diverse applicazioni, principalmente nel campo della geologia, della vulcanologia e dell'archeologia, di cui una rappresentazione è fornita in figura 2.3, si noti come in questa applicazione il flusso di muoni di interesse per lo studio è quasi orizzontale, situazione in cui risulta necessario un tempo di campionamento molto elevato per acquisire dati sufficienti ad una radiografia dettagliata della struttura.

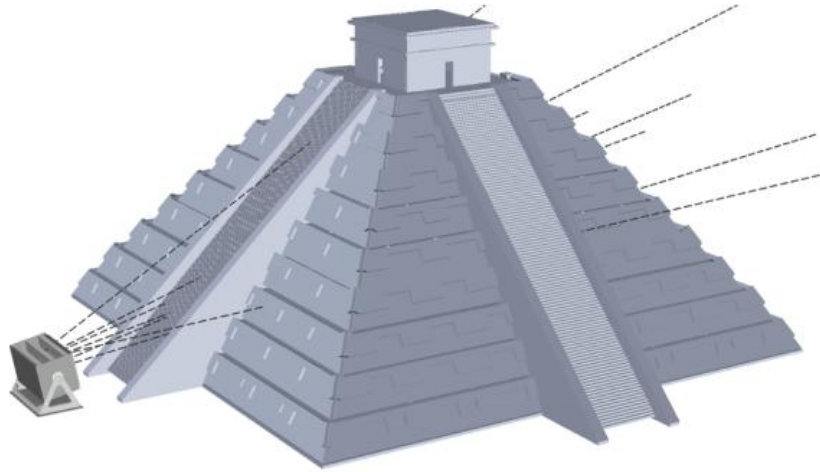


Figura 2.3: Applicazione di tomografia a muoni AM per lo studio di una struttura archeologica a campo aperto [11].

Queste applicazioni fondano il loro funzionamento sulla tecnica AM, valutando il modulo di attenuamento del flusso di muoni quando attraversa strutture di grosse dimensioni e quindi riuscendo a ricavare informazioni sulla conformazione interna. Queste soluzioni risultano particolarmente adatte alla natura dei muoni, che sono in grado di attraversare spessori di centinaia di metri attraverso materiali densi come rocce o cemento, inoltre, sono soluzioni caratterizzate da una semplicità elevata di configurazione, poiché basta un solo rivelatore di muoni posto a valle dell'oggetto di interesse, una rappresentazione è stata fornita in figura 2.1 per uno studio geologico.

Dai primi anni Novanta il Giappone ha ricoperto il ruolo di avanguardia per quanto riguarda le applicazioni di muografie nel mondo della vulcanologia, un importante passo è stato fatto nel 2009, quando attraverso uno studio di tomografia a muoni si è riusciti a prevedere l'eruzione del Monte Asama [17]. Uno studio simile è stato fatto in Italia nel 2017, quando un gruppo di ricercatori ha sfruttato la tomografia a muoni per indagare la struttura interna del Vulcano Etna [2], individuando la presenza di crateri, che in seguito hanno causato un collasso, e la presenza di fratture, a cui ha seguito l'inizio di uno stadio di eruzione.

Tali studi sottolineano la grande utilità di applicazioni nel mondo geologico e gli importanti risultati a cui può portare questa tecnica basata su particelle cosmiche.

Un passo importante fu segnato dagli studi effettuati da Borozdin nel 2003 [1], qui si vide la prima applicazione della tecnologia SM, che sfrutta le proprietà dello scattering Coulombiano che agisce sui muoni per distinguere la presenza di materiali caratterizzati da

diversi numeri atomici, riscontrando interessanti risultati, prima di tutto nel settore nucleare e di sicurezza del territorio in cui l'alto gradiente sul numero atomico degli elementi attraversati garantisce buoni risultati.

Negli ultimi anni le ricerche sulle applicazioni delle muografie si sono intensificate, diventando un vero e proprio settore di ricerca, con più di 25 articoli scientifici pubblicati ogni anno. In particolare, l'avanzamento della tecnologia sta permettendo di ottenere risultati sempre più accurati, fornendo mappature più dettagliate delle conformazioni interne delle strutture e concentrandosi sullo studio di strutture sempre di più piccole dimensioni, cercando applicazioni di interesse dal punto di vista industriale.

Un campo nel quale la tomografia a muoni può avere importanti implicazioni è il settore dell'ingegneria civile, in cui un problema consistente è rappresentato dal monitoraggio di infrastrutture che hanno raggiunto o superato la loro aspettativa di vita [18]. Molto spesso la documentazione tecnica di suddette strutture risulta incompleta o perfino assente, rendendo difficili interventi di manutenzione precisi e mirati che garantiscano la conservazione dell'infrastruttura [19]. Le tecnologie non distruttive utilizzate ad oggi per effettuare questo tipo di diagnosi, quali radar a penetrazione del suolo (GPR), l'utilizzo di ultrasuoni o di tomografie a infrarossi, presentano limitazioni significative per quanto riguarda le capacità di attraversamento e di discriminazione dei materiali [20]. La GPR garantisce una buona risoluzione, ma il segnale fatica a superare strati di 20-30 cm in materiali a densità comparabile a quella del cemento, gli ultrasuoni risultano buoni per individuare cavità, ma presentano limiti nella scannerizzazione di geometrie in modo preciso.

In questo senso la tomografia a muoni si presenta come la perfetta soluzione, è una tecnologia non invasiva, con grande capacità di penetrazione e capacità di distinguere i materiali che compongono la struttura in maniera soddisfacente. Ad oggi però esistono ancora grandi limitazioni rispetto ad applicazioni di muografia nel mondo dell'ingegneria civile, prima di tutto la limitata disponibilità di strumenti per la rivelazione, che spesso, derivando da applicazioni geofisiche, sono caratterizzati da dimensioni e peso significativi che ne limitano la possibilità di utilizzo. Inoltre, la necessità di tempistiche elevate, richieste per l'acquisizione di un numero di dati sufficienti ad una risoluzione soddisfacente della struttura interna, rappresenta un ulteriore limite, soprattutto in strutture a rischio come dighe o ponti, in cui il tempo di diagnosi vorrebbe ridotto al minimo.

Recentissimi studi mostrano come combinando le analisi di tomografia a muoni a sistemi di allenamento con reti neurali si riescano ad ottenere dati soddisfacenti in tempistiche molto

più compatte, fino ad una riduzione di un fattore 85 sul tempo di esposizione necessario per produrre rappresentazioni tridimensionali della struttura interna di blocchi di cemento, mantenendo una risoluzione elevata [21].

Tali risultati spianano la strada alla muografia nel mondo dell'ingegneria civile, prospettandone un futuro in cui tale tecnologia risulti essenziale per un monitoraggio in tempo reale di infrastrutture di ogni tipo. La costruzione di sistemi di rivelazione sempre più compatti e adattabili unita allo sviluppo di software sempre più avanzati si tradurrebbe in un'applicabilità ampissima della tomografia a muoni, che potrebbe assumere un ruolo chiave per applicazioni a scala sempre ridotta, aumentando la precisione dei suoi risultati e riducendo le tempistiche richieste per l'acquisizione dei dati necessari.

3. RIVELATORI

3.1 REQUISITI DI RIVELAZIONE

Data la vasta gamma di applicazioni possibili per la tomografia a muoni, i rivelatori di particelle utilizzati per questo tipo di tecnologia devono soddisfare una moltitudine di requisiti che può variare a seconda dell'applicazione. Generalmente, nel caso dei muoni, data la bassa frequenza di eventi che si misurano, garantire alta velocità di acquisizione e trasmissione dati non rappresenta uno degli aspetti principali nella progettazione dei rivelatori. Più di interesse risultano la capacità di essere comandato da remoto con minimo intervento e, a seconda dell'applicazione, la minimizzazione del consumo di energia. A seconda dell'applicazione può esserci molta differenza tra le configurazioni e le tecnologie che meglio si adattano al caso specifico di muografia che si desidera effettuare. Nel caso di muografia SM si ha la necessità di ricostruire con elevata accuratezza la traiettoria percorsa dal muone, risultando quindi nella necessità di disporre di sistemi di rivelazione ad elevata sensibilità, nell'ordine del *mrad* mantenendo un rivelatore compatto. Tali rivelatori saranno posti in coppia a monte e a valle dell'oggetto da analizzare, come mostrato in figura 3.1, così da poter risalire alla traiettoria in ingresso ed in uscita dall'oggetto di studio.



Figura 3.1: Esempio di tomografia a muoni SM di un rifiuto nucleare, si noti la presenza della coppia di rivelatori posta a tracciare il flusso muonico in ingresso ed in uscita [11].

Questa disposizione sfrutta la dipendenza dell'orientamento del flusso muonico dall'angolo allo zenith, risultando in un flusso pressoché verticale. Quindi disponendo i rivelatori sopra e sotto l'oggetto di interesse si riesce a catturare la parte preponderante di muoni che lo attraversano.

Nel caso di tomografia a muoni AM, quindi per applicazioni su più larga scala relative a infrastrutture o strutture naturali, non c'è la necessità di ricostruire con elevata accuratezza la traiettoria dei muoni, in quanto non è di interesse ricavare la misura dell'angolo di scattering a cui è stato sottoposto il muone. Ciò si traduce in configurazioni di rivelatori differenti, a minor risoluzione angolare, ad esempio nell'ordine di 10 mrad , e nella possibilità di porre un unico set di rivelatori a valle della struttura, come rappresentato in figura 2.3 [11]. In tali casi si usano i suddetti “telescopi muonici”, rivelatori composti da multipli strati di rilevazione che registrano la posizione di passaggio del muone. Inoltre, può esistere la necessità di effettuare misurazioni dal sottosuolo, in tali casi si presenta la necessità di effettuare scavi per consentire il corretto posizionamento del rivelatore. Dato l'elevato costo di tali operazioni, sono stati introdotti design di rivelatori specifici per questo tipo di applicazioni, se ne fornisce un esempio in figura 3.2. Questo tipo di configurazioni è apparso per la prima volta nel Rif. [3], in cui simulazioni per applicazioni in campo minerario ne hanno sottolineato i vantaggi rispetto ai classici telescopi.

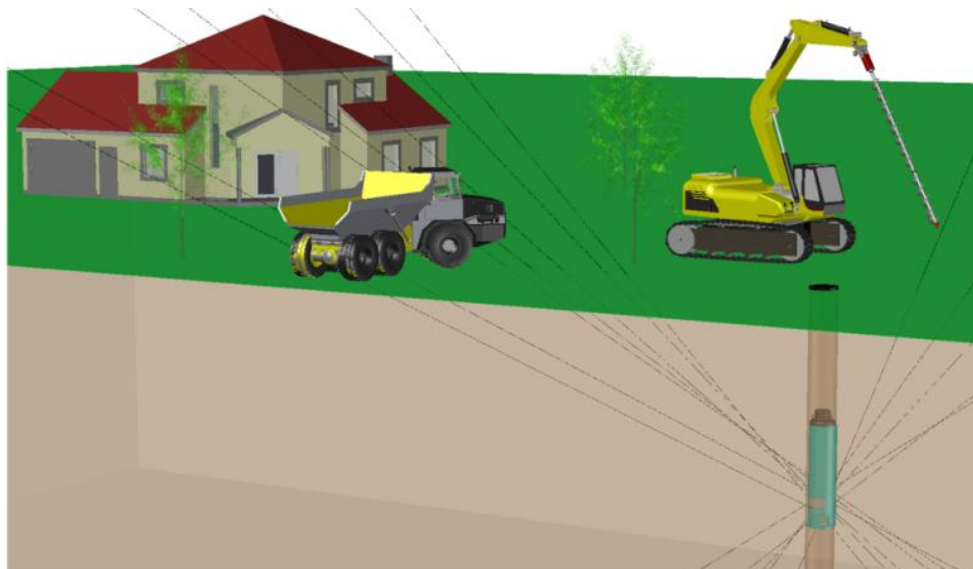


Figura 3.2: Rivelatori per tunnel per applicazioni da sottosuolo [11].

3.2 FUNZIONAMENTO DEI RIVELATORI

Il seguente paragrafo ed i successivi di questo capitolo, si basano in larga scala sulla trattazione dei rivelatori di particelle proposta in W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* [6]. Inoltre, spesso si usa il termine “radiazione” per far riferimento al passaggio della particella attraverso il rivelatore.

Nonostante durante il corso della storia della fisica delle particelle si sia visto lo sviluppo di una moltitudine di tecnologie di rivelazione differenti, tutte si basano sullo stesso principio fondamentale: il trasferimento di parte o dell'intera energia, posseduta dalla particella, al rivelatore, dove viene convertita in un segnale più accessibile per l'interpretazione umana. Come visto nel capitolo 1, le particelle cariche trasferiscono la propria energia alla materia attraverso collisioni dirette con gli elettroni atomici, quindi inducendo eccitazione o ionizzazione dell'atomo. La differenza tra le diverse tipologie di rivelatori nasce proprio dalla maniera in cui avviene la conversione tra l'energia di ionizzazione trasferita al dispositivo ed il rispettivo segnale che la accompagna. Distingueremo rivelatori gassosi, in cui gli elettroni ionizzati vengono raccolti per formare un segnale di corrente elettrica, gli scintillatori, in cui sia eccitazione che ionizzazione contribuiscono all'induzione di una transizione molecolare che genera un segnale luminoso, ed infine i rivelatori a silicio, con un funzionamento basato sulla formazione di coppie elettrone-lacuna a seguito del passaggio della particella.

Un primo aspetto da considerare quando si parla di rivelatori è la sensibilità, ovvero la capacità di produrre un segnale utile per un dato tipo di radiazione ed energia in ingresso. I rivelatori sono progettati per avere sensibilità rispetto a specifici range di radiazione ed energia, di interesse per il caso specifico di applicazione. La sensibilità del rivelatore dipende da diversi fattori, quali la “cross section” delle reazioni ionizzanti nel rivelatore, la massa del rivelatore, il suo rumore intrinseco ed il materiale che ne circonda il volume sensibile. La “cross section”, ovvero la sezione d'urto delle reazioni ionizzanti, e la massa del rivelatore determinano la probabilità che la radiazione incidente converta parte o l'intera della sua energia in ionizzazione. Nel caso di particelle cariche, quali i muoni, si ha alta capacità ionizzante, ciò si traduce nella possibilità di ottenere ionizzazione anche per rivelatori a bassa densità e per piccoli volumi. Il contrario avviene invece nel caso di particelle neutre, dove risulta necessario disporre di rivelatori ad alta densità e volumi considerevoli al fine di garantire un numero di interazioni per unità di tempo soddisfacente.

Nel caso di rivelatori per neutrini, infatti, generalmente sono necessarie masse dell'ordine di grandezza delle tonnellate al fine di garantire un rate di interazione soddisfacente [6, Cap.5]. Nonostante la ionizzazione abbia luogo all'interno del rivelatore, affinché si generi un segnale utilizzabile, è necessario che questa abbia valori superiori ad una soglia specifica. Affinché il passaggio della radiazione sia distinguibile, è necessario che la ionizzazione che induce sia maggiore del valore medio del rumore a cui è affetto il rivelatore, rumore legato al design del rivelatore e dell'elettronica associata. Infine, è importante tenere in considerazione la presenza del materiale protettivo del volume sensibile del rivelatore. Per via di fenomeni di assorbimento è inevitabile che il passaggio attraverso questo strato di materiale sia consentito solo a radiazioni con energia sufficiente, per questa ragione lo spessore di tale materiale pone un limite inferiore rispetto all'energia minima delle radiazioni rilevabili.

Oltre alla capacità di rilevare posizione e passaggio della radiazione, la maggioranza dei rivelatori è anche in grado di fornire informazioni riguardo l'energia della radiazione. Questo è dovuto al fatto che l'entità della ionizzazione indotta dalla radiazione è proporzionale all'energia che la radiazione cede nell'interazione con il volume sensibile del rivelatore. Generalmente il segnale di output dei rivelatori elettrici è nella forma di un impulso di corrente e l'entità della ionizzazione indotta si riflette sulla quantità di carica elettrica contenuta nel segnale, ovvero l'integrale dell'impulso rispetto al tempo. Assumendo che la forma del segnale prodotto, per ipotesi, non cambi da un evento all'altro, allora questa grandezza è proporzionale all'ampiezza o all'altezza dell'impulso del segnale. La relazione tra l'energia della radiazione e la carica o altezza dell'impulso del segnale è detta risposta del rivelatore. È da notare che tale risposta è funzione del tipo di particella che costituisce la radiazione e della rispettiva energia, ne segue che rivelatori che presentano risposte lineari per un tipo di radiazione possano presentare risposte ad andamenti differenti per radiazioni diverse. Di seguito si procede all'illustrazione delle tipologie di rivelatori più comuni; rivelatori a ionizzazione, scintillatori e rivelatori a semiconduttori.

3.3 RIVELATORI A IONIZZAZIONE

I rivelatori a ionizzazione furono i primi dispositivi elettronici sviluppati per la rilevazione di radiazioni. Questi strumenti si basano sulla capacità di collezionare gli elettroni di ionizzazione e gli ioni che si producono in un gas dal passaggio di una radiazione. Il gas

risulta essere l'opzione ottimale come medium di queste tecnologie per via dell'elevata mobilità che elettroni e ioni esprimono al suo interno, risultando ottimale per la raccolta di questi a valle di fenomeni di ionizzazione dovuti al passaggio della radiazione.

Di rivelatori a ionizzazione gassosi ne esistono principalmente di tre categorie, la camera a ionizzazione, il contatore proporzionale e il contatore Geiger-Muller [6, Cap.6]. Lo sviluppo di questi risale alla prima metà del secolo passato e il loro design risulta essere rimasto circa invariato rispetto alla configurazione che presentava alla fine degli anni '40, quando vi fu l'introduzione dei rivelatori scintillatori. Le tre configurazioni condividono lo stesso funzionamento base; si abbia un contenitore, che per semplicità consideriamo cilindrico, con pareti conduttrici ed una piccola finestra terminale. Il cilindro è riempito di un gas appropriato, generalmente un gas nobile come Argon. Lungo l'asse del cilindro è disposto un filo conduttore a cui è applicato un voltaggio positivo $+V_0$, ciò determina la presenza di un campo elettrico radiale

$$E = \frac{1}{r} \frac{V_0}{\ln(b/a)} \quad (3.1)$$

di cui r è la distanza radiale rispetto all'asse del cilindro, a il raggio del filo centrale e b il raggio interno del cilindro. In figura 3.1 è rappresentato il cilindro ed i rispettivi componenti.

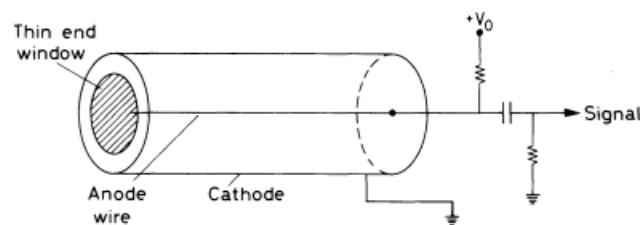


Figura 3.1: Configurazione base di un rivelatore a ionizzazione gassoso semplificato [6].

Data questa configurazione, se una radiazione penetra all'interno del cilindro, dall'interazione con il gas si generano un certo numero di coppie elettrone-ione, in maniera diretta nel caso in cui la radiazione fosse costituita da una particella carica, in maniera indiretta attraverso ionizzazioni secondarie per radiazioni neutre. Il numero medio di coppie che si generano è proporzionale all'energia che si deposita all'interno della camera. Data la presenza del campo elettrico E , gli elettroni verranno accelerati verso l'anodo e gli ioni verso il catodo, generando un segnale in corrente correlato al passaggio della radiazione. Al variare

del voltaggio $+V_0$ imposto, varia il numero di cariche che si è in grado di raccogliere, come mostrato in figura 3.2.

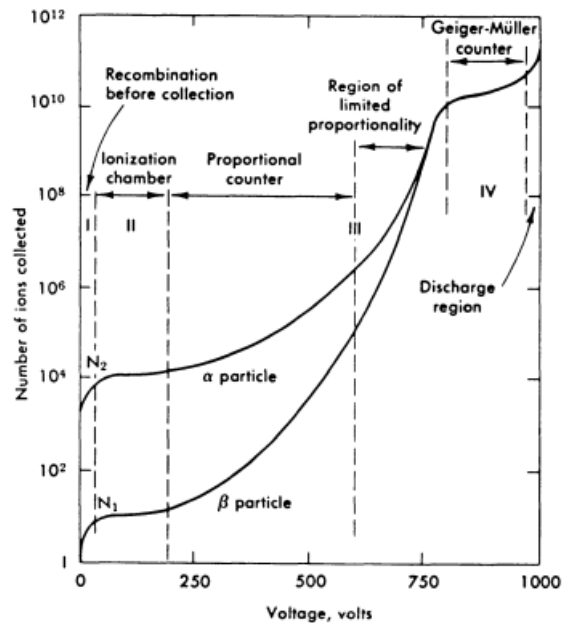


Figura 3.2: Numero di ioni raccolti al variare della tensione applicata in una camera a gas a singolo filo [6].

Si noti come per valori nulli del voltaggio il numero di coppie raccolte sia zero, questo perché le coppie elettrone-ione si ricombinano sotto l'effetto della loro stessa attrazione elettrica. Aumentando la tensione, la corrente generata dal moto delle cariche aumenta sempre di più, fino al punto in cui tutte le coppie elettrone-ione sono state raccolte ed anche un ulteriore aumento nella tensione $+V_0$ non porterebbe ad un aumento di cariche raccolte. Questo corrisponde alla prima zona piana, zona II in figura 3.2, rivelatori che lavorano in questa condizione sono detti camere a ionizzazione poiché raccolgono gli ioni direttamente generati dal passaggio della radiazione. In questi casi il segnale in corrente è molto ridotto, perciò si usano per applicazioni per grandi flussi di radiazione, ad esempio per misurare l'esposizione ai raggi gamma. Facendo ancora riferimento alla figura 3.2, aumentando nuovamente la tensione, superando la zona II appena descritta, abbiamo nuovamente un aumento della corrente. Questo è dovuto al fatto che un ulteriore aumento di tensione genera un aumento nell'intensità del campo elettrico, ciò comporta che gli elettroni liberi vengano accelerati fino ad un'energia alla quale sono in grado a loro volta di indurre ionizzazione. Si genera quindi una cascata di ionizzazione, ovvero un effetto domino di elettroni che si liberano e inducono a loro volta ionizzazione, con un conseguente aumento sensibile del numero di cariche raccolte. Rivelatori che operano in queste condizioni, zona III della figura 3.2,

vengono chiamati contatori proporzionali. Il nome deriva dal fatto che il numero di coppie elettrone-ione presenti nella cascata è direttamente proporzionale al numero di elettroni primari, ovvero di prima ionizzazione, ciò si traduce in un'amplificazione della corrente proporzionale alla tensione di lavoro. Aumentando ulteriormente la tensione oltre questa zona la quantità totale di ionizzazione prodotta attraverso i processi di moltiplicazione diventa sufficientemente grande da far sì che la carica spaziale generata distorca il campo elettrico in prossimità dell'anodo, perdendo la caratteristica di proporzionalità della zona III. Questo processo avviene perché si ha una tensione tale per cui la cascata di ionizzazione risulta avere un'intensità che genera un'enorme produzione di ioni positivi, i quali risultano molto più lenti rispetto agli elettroni, ciò si traduce in un accumulo di carica positiva che distorce il campo elettrico preesistente. Questa zona di funzionamento è nota come la regione a proporzionalità limitata. Aumentando ancora la tensione, quello che accade è che invece che dare luogo ad una singola cascata di ionizzazione in un qualche punto nel filo anodico si genera una reazione a catena, che produce cascate lungo tutta la lunghezza del filo. Queste cascate secondarie sono causate dai fotoni emessi da molecole che si de-eccitano, i quali danno vita ad ulteriori ionizzazioni. Questo fenomeno genera una corrente in uscita completamente satura, con valori di ampiezza non più dipendenti dall'energia della radiazione in ingresso. Per arrestare la scarica, è necessario che nel mezzo sia presente un gas di quenching, in grado di assorbire i fotoni e dissiparne l'energia attraverso altri canali. I rivelatori che operano in questa regione di tensione sono detti contatori Geiger-Müller. Questa regione, zona IV della rappresentazione fornita in figura 3.2, è caratterizzata da un plateau di piccole variazioni di ioni raccolti. La larghezza di questo plateau dipende dall'efficienza del gas di quenching, in genere si lavora a una tensione tale da posizionarsi al centro di questo plateau.

Generalmente questo tipo di configurazioni di rivelatori si utilizza per applicazioni che richiedono elevata risoluzione angolare, caso di tomografie SM. Il muone attraversa il gas lasciando un percorso di ionizzazione, la presenza di un campo elettrico esterno fa sì che queste cariche che si liberano vengano raccolte per generare un segnale proporzionale al livello di ionizzazione indotto dal passaggio del muone, quindi proporzionale all'energia della particella incidente. Per valori di tensioni tali da collocarci nella zona III del funzionamento precedentemente descritto, si ottengono cascate di ionizzazione che consentono guadagni di 10^4 o superiori, mantenendo una piena proporzionalità tra la carica raccolta e la ionizzazione iniziale. Disponendo di segnali grandi, i requisiti sull'elettronica di Front-End (FE) per guadagno e rumore risultano poco stringenti [11]. Questa tecnologia

sfrutta il basso flusso di muoni utilizzando pochi e semplici canali elettronici, risultando in un sistema di rivelazione ad elevata risoluzione e ad ampio volume sensibile a fronte di un costo relativamente contenuto. Nel caso di rivelatori a gas ad un unico strato la risoluzione è direttamente correlata al diametro dei canali elettronici, configurazione rappresentata nella parte superiore della figura 3.3. La risoluzione può essere ulteriormente migliorata attraverso un approccio a camera multi-filo, con strisce di catodo segmentate per la lettura, rappresentazione fornita nella parte inferiore della figura 3.3. Semplici algoritmi di centro di gravità, che utilizzano la carica indotta sulle strisce, permettono di raggiungere risoluzioni di centinaia di micron.

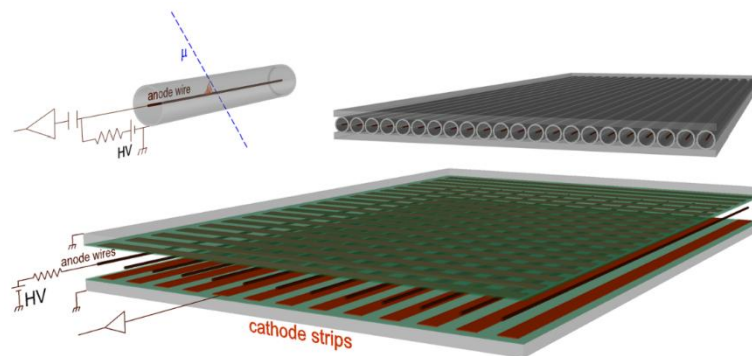


Figura 3.3: Nella parte superiore si ha la configurazione con uno strato di canali elettronici, nella parte inferiore la configurazione multi-filo [11].

Infine, un'ultima possibilità è data dalla cosiddetta configurazione "drift chamber", questa sfrutta il basso flusso muonico e la tecnica di drift. Attraverso la misura del tempo che impiegano gli elettroni a viaggiare attraverso il gas, si riesce a misurare con accuratezza la distanza tra il filo anodico e la traccia del muone, riuscendo a localizzare la posizione di passaggio con risoluzioni fino a $100 \mu m$. Data l'elevata risoluzione spaziale e la conseguente elevata risoluzione angolare, questo tipo di configurazione è stata scelta da diversi gruppi di studio per applicazioni su progetti di sicurezza [22] o per nuclear cask imaging [23], la valutazione di rifiuti nucleari.

Nonostante i diversi aspetti positivi dei rivelatori gassosi a ionizzazione rimane importante considerarne i limiti. In particolare, risulta complessa l'applicazione di questa tecnologia in ambienti che non rispecchiano le condizioni di supervisione che vigono in un laboratorio. Generalmente un rivelatore di questo genere necessita un flusso continuo di gas, ovvero della

necessità di disporre di scorte di gas nel luogo in cui vengono effettuate le misure. Inoltre, se i gas sono gas di quenching, necessari per le ragioni descritte precedentemente, si incontrano problemi relativi alla sicurezza per applicazioni nel sottosuolo, data la natura esplosiva di questi gas. Infine, la velocità di drift, su cui si basa il calcolo della localizzazione del passaggio del muone, dipende dal rapporto che vige tra la pressione del gas e l'intensità del campo elettrico, rendendo necessario un continuo monitoraggio di questi parametri al fine di ottenere una risoluzione desiderata.

3.4 RIVELATORI A SCITILLAZIONE

I rivelatori a scintillazione sono certamente tra le tecnologie di rivelazione più ampiamente e frequentemente utilizzate per la rilevazione di particelle. Queste tecnologie sfruttano il fenomeno secondo cui, alcuni materiali, quando vengono colpiti da una particella subatomica o da una radiazione, emettono un piccolo fascio luminoso, una scintillazione. Accoppiando tale processo a dei dispositivi per amplificarne l'effetto si riesce a convertire queste scintillazioni in veri e propri impulsi elettrici, ottenendo un segnale carico di informazioni riguardo la radiazione incidente che ha scatenato la scintillazione. Le prime tracce storiche dell'utilizzo della scintillazione per l'individuazione di particelle si ebbero nel 1903, per conto di Crookes [6, Cap.7], la tecnologia da lui inventata viene ricordata per il famoso utilizzo che ne fecero Geiger e Marsden nell'esperimento di alpha scattering [24]. Con l'avvento dei rivelatori gassosi a ionizzazione, le tecnologie a scintillazione finirono presto in disuso. È solo nel 1944, con l'introduzione del tubo fotomoltiplicatore, che la tecnologia di scintillazione tornò in uso, dando vita ai primi scintillatori elettrici, i quali attraverso ulteriori ottimizzazioni dominarono il campo della rivelazione delle particelle.

Un rivelatore a scintillazione è costituito di un materiale scintillante otticamente accoppiato ad un fotomoltiplicatore. Al passaggio della radiazione attraverso il materiale si ha un'eccitazione degli atomi e delle molecole che compongono lo scintillatore causando l'emissione di luce. Il fascio luminoso prodotto viene trasmesso al fotomoltiplicatore dove viene convertito in una debole corrente di fotoelettroni che in seguito viene amplificata da un sistema di elettro moltiplicazione. Il segnale risultante viene poi analizzato da un sistema elettronico. Generalmente il segnale finale contiene una varietà di informazioni di interesse, tra le quali risulta importante la sensibilità all'energia. Superata una certa soglia di energia, la maggior parte degli scintillatori ha un comportamento lineare rispetto all'energia

depositata, ovvero l'output luminoso è direttamente proporzionale alla quantità di energia di eccitazione e, poiché il fotomoltiplicatore è anch'esso un dispositivo lineare, anche l'ampiezza del segnale finale sarà proporzionale all'energia depositata dalla radiazione. Inoltre, questi sistemi sono anche caratterizzati da un'elevata velocità di risposta, ovvero da un tempo di risposta e di recupero molto ridotti rispetto alle altre tecnologie di rivelazione, permettendo intervalli di tempo molto piccoli tra due eventi successivi valutati con elevata precisione. Questo aspetto ed il suo veloce recupero permettono agli scintillatori di avere tempi morti molto ridotti, garantendo un'acquisizione dati ad un alto rateo. Infine, per alcune tipologie di scintillatori è possibile riconoscere il tipo di particella incidente in base alla forma che assume l'impulso luminoso emesso.

3.4.1 FUNZIONAMENTO RIVELATORI A SCINTILLAZIONE

Il fenomeno su cui si basa il funzionamento dei rivelatori a scintillazione è chiamato luminescenza. I materiali luminescenti se esposti a determinati tipi di energia, come luce, calore o radiazione, rispondono riemettendo energia sotto forma di luce visibile. Se il fenomeno di riemissione avviene immediatamente dopo l'assorbimento, più precisamente entro 10^{-8} s, allora viene chiamato fluorescenza, altrimenti è detto fosforescenza ed il tempo di riemissione si aggira tra i pochi microsecondi fino ad ore in base al materiale [6, Cap.7].

Di scintillatori ne esistono diverse tipologie e si differenziano in funzione del materiale di cui sono costituiti, generalmente si fa una distinzione tra scintillatori organici ed inorganici. La configurazione più comunemente utilizzata nel campo della fisica delle particelle è rappresentata dagli scintillatori organici in plastica. Queste configurazioni di rivelatori sono caratterizzate da risposte estremamente veloci con costanti di decadimento piccole e segnali luminosi ad alta intensità, ma il loro vantaggio principale è la flessibilità. Sono soluzioni facilmente lavorabili, da cui si è in grado di ottenere le forme che si desiderano in maniera abbastanza accessibile, inoltre variando il tipo di plastica che si utilizza si ottengono parametri variabili per quanto riguarda l'emissione di luce, la velocità del segnale eccetera. Gli scintillatori plastici costituiscono la scelta ideale per applicazioni in cui le risoluzioni spaziali e angolari non risultano di cruciale importanza, per tomografie AM ad esempio. Si tratta di rivelatori robusti, adatti ad ambienti poco accoglienti e per cui lo sviluppo di fotomoltiplicatori a silicio, SiPMs, [25] ad un costo molto ridotto rispetto alle tecnologie precedentemente presenti, ne ha abbassato notevolmente i costi di produzione ($\approx 50k\text{€}/\text{m}^2$)

[11]. Data la facilità di lavorazione, esistono scintillatori in plastica che presentano diverse configurazioni, ne vediamo alcune rappresentazioni in figura 3.5.

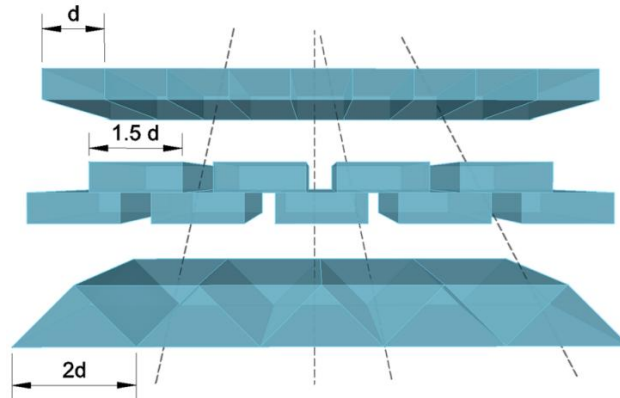


Figura 3.5: Rappresentazione di tre configurazioni distinte di scintillatori [11].

In figura 3.5, partendo dall'alto, è rappresentata la configurazione per uno strato di rilevazione costituito da una fila di lunghi scintillatori di plastica a sezione rettangolare posti uno a fianco all'altro in modo da coprire l'intera superficie di rilevazione. Le sbarre scintillanti sono otticamente schermate, in modo tale che il passaggio di una particella possa al massimo attraversare due sbarre adiacenti, consentendo di ricavare le coordinate di passaggio. Nella configurazione intermedia si sfrutta l'ingegno per ottenere una migliore risoluzione spaziale del rivelatore utilizzando lo stesso numero di canali di readout. Nel caso rappresentato grazie alla parziale sovrapposizione si ottiene una più elevata risoluzione a fronte di un algoritmo di ricostruzione delle coordinate più complesso [26]. Infine, più in basso in figura 3.5 è rappresentata la terza configurazione, costituita da barre adiacenti a sezione triangolare. In questo caso la particella incidente attraversa sempre almeno due barre adiacenti e l'algoritmo di ricostruzione delle coordinate di impatto sfrutta le diverse ampiezze in segnale luminoso che si ottengono nelle sbarre coinvolte per ricavare con precisione la posizione di passaggio. Il segnale luminoso è generalmente proporzionale alla lunghezza di percorso effettuato nello scintillatore. Questa è la configurazione, tra le tre rappresentate, che consente la miglior risoluzione spaziale, d'altro canto però è anche la configurazione che presenta il peggior comportamento dal punto di vista del peso e quindi della portabilità, la seconda e terza configurazione, infatti presentano un peso rispettivamente 1.5 e 2 volte maggiore rispetto alla prima. È importante sottolineare il comportamento fortemente dipendente dalla temperatura che presentano i fotomoltiplicatori

a silicio, che necessitano un costante e accurato controllo sulla temperatura. Esistono però tecnologie in grado di far fronte a questa necessità garantendo un mantenimento della temperatura dei SiPMs costante a fronte di variazioni esterne di $\pm 10^{\circ}\text{C}$ [27].

3.5 RIVELATORI A SEMICONDUTTORI IN SILICIO

I rivelatori a semiconduttori, come si deduce dal nome, basano il proprio funzionamento sull'utilizzo di materiale semiconduttore cristallino, di cui i più comunemente usati sono il silicio ed il germanio. Il primo vero e proprio sviluppo di questo tipo di tecnologie di rilevazione si vide alla fine degli anni '50, nonostante già negli anni '30 si ebbero i primi studi riguardo i rivelatori cristallini, i primi prototipi vennero commercializzati solamente nei primi anni '60. Questi dispositivi si presentavano come i primi rivelatori per misure energetiche ad alta risoluzione e vennero presto utilizzati nel campo della ricerca della fisica nucleare delle particelle cariche. Il funzionamento di questa tipologia di rivelatori è molto simile al funzionamento dei rivelatori a ionizzazione gassosi, anche in questa nuova configurazione si sfrutta il potere ionizzante della radiazione che attraversa il medium, che nei rivelatori a semiconduttori non è più un gas, ma invece un semiconduttore solido. Il passaggio della ionizzazione genera la creazione di coppie elettrone-lacuna che in presenza di un campo elettrico esterno vengono raccolte, generando un impulso di corrente, il segnale di output relativo al passaggio della radiazione nel medium. Rispetto ai rivelatori a ionizzazione, i rivelatori a semiconduttori presentano il vantaggio di generare coppie elettrone-lacuna per valori di energia molto inferiori rispetto a quelli richiesti nel caso di ionizzazione gassosa, basta infatti un decimo dell'energia. Questo garantisce una maggior risoluzione energetica per questo nuovo tipo di rivelatori.

3.5.1 SEMICONDUTTORI

I semiconduttori sono materiali cristallini nei quali i livelli energetici degli elettroni del guscio esterno degli atomi danno origine a una struttura a bande di energia. In figura 3.6 è schematicamente illustrata la struttura composta da banda di valenza, banda di conduzione e dal salto di energia richiesto per passare dall'una all'altra, si mostra inoltre la differenza di

configurazione di questa struttura nel caso di materiali isolanti, semiconduttori e conduttori (metalli) [6, Cap.10].

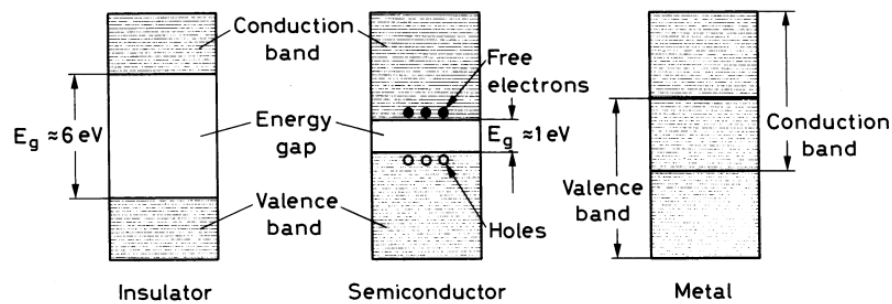


Figura 3.6: Configurazione di bande energetiche per materiali isolanti, semiconduttori e conduttori [6].

Questa struttura definisce la differenza tra banda di conduzione, in cui gli elettroni si staccano dall'atomo a cui sono legati e risultano liberi di muoversi all'interno del cristallo, e banda di valenza, dove invece gli elettroni risultano legati agli atomi. Il salto di energia necessario per passare dalla banda di valenza a quella di conduzione dipende da diversi fattori, anzitutto dal tipo di semiconduttore in questione e dalla tensione applicata a questo, ma anche da condizioni esterne come temperatura e pressione. Nei materiali conduttori, come i metalli, non è presente un intervallo energetico proibito tra banda di valenza e banda di conduzione, oppure le bande risultano sovrapposte. Di conseguenza esistono sempre stati elettronici disponibili che consentono la conduzione elettrica. Nei semiconduttori, invece, la conduzione è possibile solo in presenza di portatori liberi che occupano la banda di conduzione o la banda di valenza sotto forma di lacune. Nei semiconduttori, se si è in condizioni normali, gli elettroni si trovano nella banda di valenza, applicando quindi una corrente elettrica esterna il moto degli elettroni non è consentito, non generando quindi nessuna corrente all'interno del materiale. Se invece il semiconduttore è eccitato, ovvero assume valori energetici tali da passare alla banda di conduzione, allora gli elettroni si liberano, rendendo possibile il passaggio della corrente. L'eccitazione che genera il salto da banda di valenza a banda di conduzione può avere diversa origine, un aumento di temperatura è la forma più comune in cui avviene questo passaggio, ma anche il trasferimento di energia dovuto al passaggio di una radiazione può indurre un incremento di energia tale da effettuare questo salto.

L'energia eccita un elettrone di valenza e lo porta nella banda di conduzione, lasciando una lacuna nella sua posizione iniziale, in queste condizioni è facile che altri elettroni di valenza vadano a riempire la lacuna lasciando vita ad un effetto a catena che produce un

movimento della lacuna che si comporta come una carica positiva. In condizioni normali si ha una costante produzione di coppie elettrone-lacuna dovute ad oscillazioni di energia termica che interessano il materiale, queste però si ricombinano mantenendo una situazione di equilibrio. In figura 3.7 è rappresentato il comportamento degli elettroni all'interno della struttura cristallina del silicio in caso di livelli energetici più bassi, a 0 K, in cui tutti gli elettroni della banda di valenza partecipano ai legami covalenti del reticolo e a temperature più elevate, per le quali l'effetto dell'energia termica può essere tale da causare l'eccitazione di qualche elettrone di valenza alla banda di conduzione, lasciando una lacuna nella sua posizione di origine.

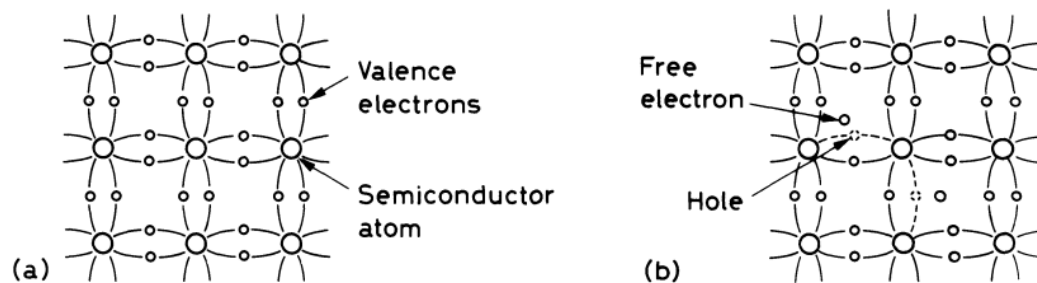


Figura 3.7: Legami covalenti nel silicio: (a) a 0 K, tutti gli elettroni partecipano ai legami, (b) a temperature più elevate alcuni legami sono rotti dall'energia termica lasciando una lacuna nella banda di valenza [6].

I rivelatori a semiconduttori in silicio sfruttano questa proprietà dei semiconduttori per identificare il passaggio di una particella carica. In questo caso l'eccitazione che dà origine al salto da banda di valenza a banda di conduzione è dovuta al passaggio della particella carica. Per via delle perdite di energia a cui è sottoposta la particella quando attraversa il semiconduttore, il materiale attraversato vede un aumento di energia localizzato pari alla quantità di energia che la particella perde. Se la perdita per ionizzazione risentita dalla particella è abbastanza elevata da garantire il salto di banda si ha la creazione delle coppie elettrone-lacuna. È importante notare che nel caso di semiconduttori cristallini classici, il numero di lacune equivale al numero di elettroni di valenza passati alla banda di conduzione ed in condizioni termiche normali questo numero è generalmente ridotto. Per variare questo bilancio si introducono degli atomi di impurità, caratterizzati da un numero di elettroni di valenza in più o in meno nel loro guscio esterno rispetto al semiconduttore. Come già detto, i semiconduttori più comuni per applicazioni di rivelatori di particelle sono silicio e

germanio, elementi tetravalenti, ciò significa che per questo tipo di materiali si effettua l'introduzione di atomi pentavalenti o trivalenti. Le impurità si integrano nel reticolo cristallino dando origine ai cosiddetti semiconduttori dopati.

3.5.2 FUNZIONAMENTO RIVELATORI A SEMICONDUTTORI

Ad oggi, i rivelatori a semiconduttori generalmente utilizzati per la rilevazione di particelle cariche fondano il loro funzionamento sulla creazione delle giunzioni P-N. La giunzione si ottiene effettuando un doppio drogaggio, da una parte con atomi pentavalenti e dall'altra con atomi trivalenti.

Dato che il semiconduttore in silicio è tetravalente, nel suo stato fondamentale sono sufficienti quattro elettroni per riempire la banda di valenza del singolo atomo. Se l'atomo di impurezza ha cinque elettroni di valenza, un elettrone è in eccesso e non può essere accomodato in questa banda, questo elettrone risiederà ad un livello energetico discreto estremamente vicino alla banda di conduzione, nel caso del silicio separato da soli 0.05 eV [6, Cap.10]. Ciò significa che a temperature normali è molto facile che questo elettrone aggiunto venga eccitato alla banda di conduzione, attivando la conduzione del semiconduttore. Inoltre, eventuali elettroni aggiunti contribuiscono a riempire le lacune che si formano all'interno del reticolo cristallino, diminuendone la concentrazione. In questi casi la corrente è principalmente dovuta al moto degli elettroni, le lacune invece risultano portatori minori. Semiconduttori dopati in cui i maggiori portatori di carica sono gli elettroni sono detti semiconduttori N. Se il drogaggio invece avviene con atomi trivalenti, si innesca un processo analogo in cui è la lacuna ad essere in eccesso. L'impurità trivalente perturba la struttura della banda creando uno stato aggiuntivo nel salto energetico che, questa volta, risulta vicino alla banda di valenza. Gli elettroni nella banda di valenza sono perciò facilmente eccitabili a questo stato, lasciando lacune aggiunte che abbassano la normale concentrazione di elettroni liberi, diventando le principali portatrici di carica. Semiconduttori dopati in questa maniera, tale per cui i maggiori portatori di carica siano le lacune, si dicono semiconduttori P. In figura 3.8 è fornita una rappresentazione dell'effetto del drogaggio penta o trivalente sul reticolo cristallino e sulla struttura di banda energetica.

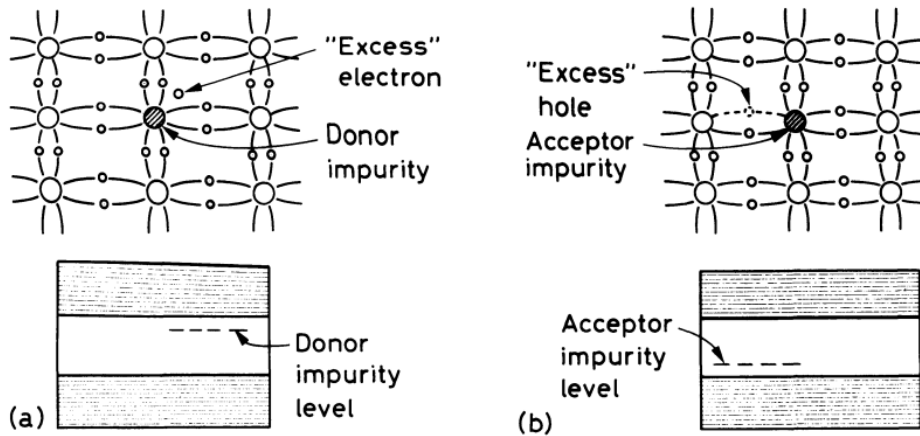


Figura 3.8: (a) Aggiunta di drogaggio pentavalente per formare semiconduttori N. L'impurezza aggiunge elettroni in eccesso nel reticolo cristallino e forma un nuovo livello nel salto energetico. (b) Aggiunta di drogaggio trivalente per formare semiconduttori P. L'impurezza aggiunge lacune in eccesso ed un livello nel salto energetico [6].

Effettuando questo doppio drogaggio, da una parte con atomi pentavalenti e dall'altra con atomi trivalenti si ottengono, da una parte un eccesso di elettroni liberi, e dall'altra un eccesso di lacune. Quando queste due parti entrano in contatto, dato il gradiente di concentrazione che è presente tra le cariche positive e negative, si ha diffusione degli elettroni dal lato N a P e di lacune da P ad N. Quindi lacune ed elettroni liberi si ricombinano, scomparendo come portatori mobili, lasciando però gli atomi droganti ionizzati. Gli atomi donatori hanno perso un elettrone, permangono quindi come carica positiva fissa, e gli atomi accettori che invece hanno perso una lacuna permangono come carica negativa fissa. La separazione spaziale di tali ioni droganti genera un campo elettrico interno che attraversa la giunzione P-N, la regione interessata da questo campo elettrico viene detta zona di svuotamento. La zona di svuotamento è così chiamata poiché al suo interno non sono presenti portatori liberi, il campo elettrico che si innesca fa sì che la creazione di coppie elettrone-lacuna all'interno di questa regione sia immediatamente individuabile. La presenza di un campo elettrico comporta che l'elettrone venga attirato verso la carica positiva e la lacuna verso la carica negativa, generando il segnale in corrente che identifica il passaggio della radiazione. Risulta logico che maggiore sia l'intensità del campo elettrico che definisce la zona di svuotamento, maggiore è la regione effettivamente interessata dallo svuotamento, maggiore è la carica raccolta e migliore è l'effetto di attrazione che comanda la separazione delle coppie elettrone-lacuna generate dal passaggio della particella, traducendosi in un

miglior segnale. Per queste ragioni si utilizza una tensione di bias. Attraverso una polarizzazione inversa applicata alla giunzione P-N, ovvero applicando una tensione esterna che collega il lato N al polo positivo ed il lato P a quello negativo, si amplifica l'effetto della zona di svuotamento con conseguente aumento del volume sensibile e dell'efficienza nella raccolta delle cariche libere che si generano dal passaggio di una particella carica, se ne fornisce una rappresentazione in Figura 3.9.

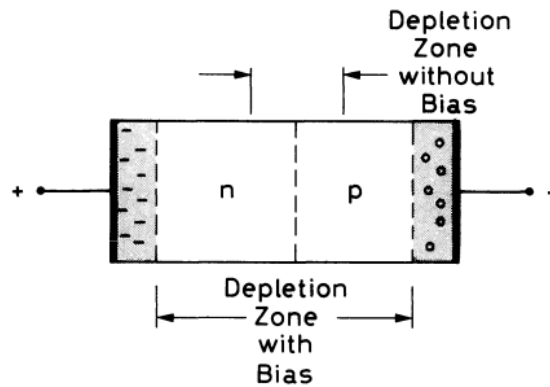


Figura 3.9: Polarizzazione inversa sulla giunzione P-N con conseguente aumento della zona di svuotamento [6].

Il vantaggio principale dei rivelatori a semiconduttori dopati è la bassa energia necessaria alla creazione di coppie elettrone-lacuna, che per il silicio assume valori di circa 3.6 eV a temperature di 20 °C [6, Cap.10]. A parità di energia della radiazione incidente, il numero di portatori di carica che si genera nei rivelatori a semiconduttori è di un ordine di grandezza maggiore rispetto a quelli che si genererebbero in un rivelatore gassoso, e di due ordini di grandezza se paragonato al numero di fotoelettroni generati in uno scintillatore nelle stesse condizioni. Di conseguenza i rivelatori a semiconduttori garantiscono risoluzioni molto maggiori, ciononostante la inevitabile presenza di una piccola corrente fluttuante all'interno delle giunzioni rappresenta il segnale di rumore che definisce il limite sulla risoluzione del rivelatore. Tale corrente di fondo può avere diverse origini, coppie elettrone-lacune generate da variazioni termiche o la presenza di minuscoli difetti all'interno del semiconduttore rappresentano due delle principali. Ad accompagnare l'alta risoluzione energetica vi è anche l'alta risoluzione spaziale, che per le configurazioni più avanzate può raggiungere valori fino a 5 μm [6, Cap. 10.6]. Inoltre, i rivelatori a semiconduttori presentano una marcata linearità tra il segnale prodotto e l'energia depositata dal passaggio della radiazione.

Per quanto riguarda il passaggio di particelle cariche, i rivelatori a semiconduttori presentano un'efficienza di rivelazione approssimabile al 100% in quanto risulta trascurabile il numero

di particelle il cui passaggio non dà ionizzazione nel volume sensibile. Il principale fattore che limita l'efficienza è il rumore dato dalla corrente di fondo nel rivelatore e nell'elettronica associata. Per consentire un segnale distinguibile è necessario uno spessore della zona di svuotamento tale da garantire una ionizzazione a cui corrisponda un segnale maggiore del segnale relativo al rumore medio.

Per la rilevazione di particelle cariche il semiconduttore più comunemente utilizzato è il silicio, il salto energetico per il passaggio alla banda di conduzione è abbastanza basso da creare coppie elettrone-lacuna per piccoli valori di ionizzazione e abbastanza elevato da non generare rumore eccessivo. Inoltre, l'alta conducibilità termica del silicio lo rende perfetto per controllarne la temperatura, aspetto cruciale per mantenere costante il set di proprietà del semiconduttore, infatti minori sono le temperature a cui si lavora, minori sono le correnti di leakage quindi il rumore a cui è soggetto il rivelatore.

Gli aspetti negativi per i rivelatori a semiconduttori sono rappresentati dall'alta dipendenza termica, che si traduce nella necessità di condizioni di funzionamento controllate, e dall'alto costo per unità di area. Per questi motivi, il loro impiego è generalmente limitato ad ambienti di ricerca, nei quali l'elevata precisione richiesta giustifica l'investimento economico. Un esempio paradigmatico è rappresentato dagli esperimenti di fisica delle alte energie condotti presso il CERN, come ATLAS e CMS, nei quali rivelatori al silicio sono ampiamente utilizzati nei sistemi di tracciamento per la ricostruzione accurata delle traiettorie delle particelle cariche prodotte nelle collisioni del Large Hadron Collider [28].

4. STUDIO DI FATTIBILITA' PER MUOGRAFIE IN CAMPO INGEGNERISTICO

Il capitolo che segue presenta lo sviluppo dello studio relativo all'applicazione di tomografie a muoni in campo ingegneristico. In particolare, si valuta la possibilità di utilizzare la muografia per identificare la posizione delle sbarre di rinforzo presenti all'interno di un blocco di cemento armato. Già nel secondo capitolo è stato sottolineato come il campo della diagnosi sullo stato di salute dei componenti interni alle infrastrutture richieda tecnologie non distruttive, e che le tecnologie ad oggi utilizzate presentano limitazioni significative. L'applicazione della tomografia a muoni in questo settore risulterebbe naturale, si parla di una tecnologia non invasiva e senza un costo relativo alla produzione della radiazione. Anche la muografia presenta però limitazioni, dovute principalmente a due ragioni; la prima è rappresentata dalla poca praticità dei sistemi di rivelazione ad oggi disponibili, spesso di grosse dimensioni, pesanti e con la necessità di lavorare in condizioni monitorate, la seconda è invece rappresentata dalla necessità di tempistiche elevate al fine di disporre di dati sufficienti per ottenere risultati precisi. Il lavoro che segue presenta il percorso che ha portato allo sviluppo di software in grado di tradurre le informazioni che i rivelatori di muoni sono in grado di ricavare, in una vera e propria tomografia interna del blocco di cemento in esame.

4.1 SIMULAZIONE E IPOTESI

Lo studio di fattibilità di applicazione della tomografia a muoni in campo ingegneristico si sviluppa nella risoluzione del seguente problema. Si dispone di un blocco di cemento armato, di dimensioni $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$, al cui interno sono posizionati in maniera casuale dei tubi di rinforzo in ferro. Le sbarre di ferro presentano una sezione circolare di diametro pari a 1 cm ed una lunghezza pari a 25 cm , sono posizionate parallelamente agli assi x o z , considerando come asse y l'asse verticale, in figura 4.1 è fornita una rappresentazione del cubo in cemento contenente le sbarre di ferro, è inoltre presente la configurazione del sistema di riferimento utilizzato.

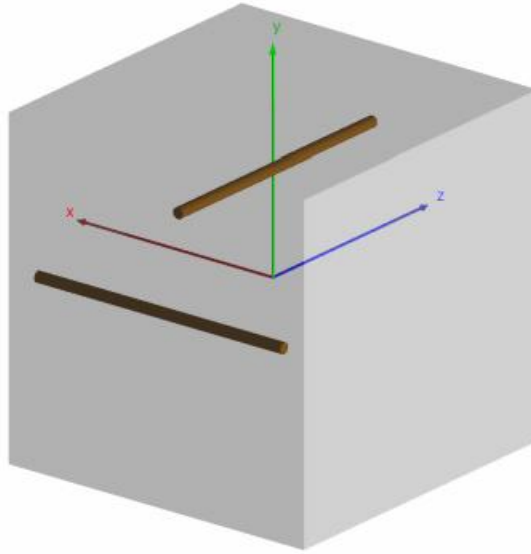


Figura 4.1: Rappresentazione del blocco cubico in cemento al cui interno sono contenute due sbarre in ferro rispettivamente parallele agli assi x e z [20].

Ipotizzando di disporre di un set di quattro rivelatori, due posti superiormente e due inferiormente rispetto alla direzione verticale del blocco in cemento, si ottiene la configurazione di rivelazione richiesta per le tomografie SM. Si posizionano un piano di rivelazione ad una distanza di 1 m ed uno ad una distanza di 1 mm rispetto alla superficie del blocco, sia per la superficie superiore che inferiore, in modo tale da avere una configurazione simmetrica tra i rivelatori, se ne fornisce una rappresentazione in figura 4.2.

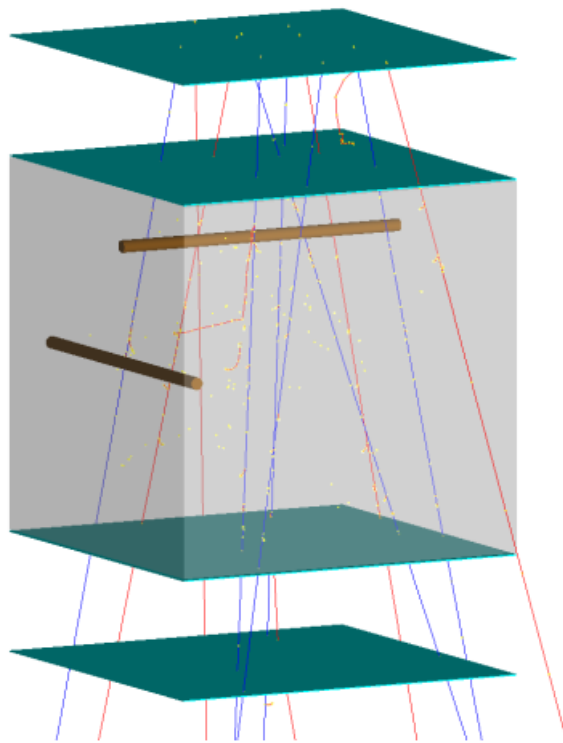


Figura 4.2: Disposizione dei piani di rivelazione superiori e inferiori al blocco di cemento e rappresentazione del passaggio dei raggi muonici attraverso il blocco. Nel caso rappresentato i rivelatori sono posti a 1mm e 10 cm di distanza dalla superficie del blocco [20].

Attraverso i risultati di un'avanzata simulazione, ottenuta dall'utilizzo integrato del toolkit per simulazioni Monte Carlo, Geant4 e di un codice in C++, sviluppata dagli studi nell'ambito delle attività di ricerca svolte presso il CERN [20], si riproduce con fedeltà il comportamento dell'interazione dei muoni cosmici con i materiali attraversati. Di conseguenza, partendo dal set di dati simulati ottenuti¹, si è in grado di lavorare come se si possedessero le informazioni che i rivelatori sono in grado di ottenere. Per lo sviluppo della simulazione si è ipotizzato di lavorare con un cemento con densità di 2.3 g/cm^3 , a cui corrisponde una lunghezza di radiazione $X_0 = 11.55 \text{ cm}$. Il centro del cubo è posizionato in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento, come rappresentato in figura 4.1, e si considera come immerso all'interno dell'atmosfera terrestre, con temperatura, pressione e densità standard. Le sbarre di ferro contenute all'interno del cubo di cemento sono caratterizzate da una densità ed una lunghezza di radiazione comune a tutte, rispettivamente di valori 7.874 g/cm^3 e 1.757 cm . I valori di densità e lunghezza di radiazione sono scelti

¹ Si ringrazia il Dott. Lorenzo Pezzotti per aver prodotto i dati simulati oggetto della discussione in questo capitolo.

in accordo con i valori standard forniti dal Particle Data Group (PDG) [10]. La simulazione effettuata vede il passaggio di 18×10^6 muoni, dotati di energia compresa tra i 3 e 4 GeV, attraverso il cubo in cemento. In accordo con le considerazioni effettuate nel capitolo 2, riguardo la dipendenza della direzione del flusso muonico dall'angolo allo zenith, che risulta in flussi a direzione preponderante verticale, si ipotizza un flusso di muoni reciprocamente paralleli, che viaggiano in direzione perpendicolare rispetto alla superficie dei piani di rivelazione posti in prossimità del blocco di cemento.

4.1.1 DATI DI SIMULAZIONE

Nell'ambito della fisica delle particelle, data l'enorme mole di dati ed eventi che si prendono in considerazione, è comune utilizzare file di tipo ROOT per organizzare grandi quantità di dati strutturati in maniera efficiente. Il framework ROOT è stato creato al CERN a metà degli anni '90 [29], nel periodo in cui gli esperimenti di fisica delle particelle iniziarono a generare quantità di dati senza precedenti. Di conseguenza si presentò la necessità di creare uno spazio di lavoro in grado di strutturare in maniera ordinata ed efficiente l'enorme dataset di cui si dispone. Il funzionamento di ROOT si basa su un'efficace struttura costituita da TTree e TBranch: la prima rappresenta la struttura secondo cui vengono organizzati gli eventi, mentre la seconda descrive le variabili associate a ciascun evento. Si dispone quindi di un insieme di TBranch pari al numero di variabili di interesse; all'interno di ciascuna di esse sono memorizzati i valori ordinati della singola variabile per tutti gli eventi.

In questo modo, si riduce significativamente il carico computazionale nel caso in cui sia necessario accedere al valore di una specifica variabile, poiché è possibile leggere esclusivamente la TBranch corrispondente senza dover caricare le altre. Si tratta di una struttura di tipo colonnare, ideale per l'analisi statistica di grandi moli di dati, in grado di garantire una lettura selettiva delle informazioni, una compressione efficiente e un accesso ottimizzato ai dati.

I dati utilizzati sono memorizzati in un file ROOT, organizzato in una TTree contenente 18 milioni di eventi, ciascuno descritto da sette TBranch, corrispondenti alle variabili fisiche registrate dalla simulazione. Nella seguente tabella vengono illustrate le TBranch fornite da simulazione, ovvero le diverse variabili di cui si dispone per ciascun muone che attraversa il cubo in cemento.

TBranch	Significato
Energy Initial	Energia con cui il muone incontra il piano di rivelazione in ingresso al cubo.
Energy Residual	Energia con cui il muone incontra il piano di rivelazione in uscita al cubo.
L1Pos	Vettore di tre coordinate con che descrive la posizione di passaggio del muone attraverso il primo piano di rivelazione.
L2Pos	Vettore di tre coordinate con che descrive la posizione di passaggio del muone attraverso il secondo piano di rivelazione.
L3Pos	Vettore di tre coordinate con che descrive la posizione di passaggio del muone attraverso il primo terzo di rivelazione.
L4Pos	Vettore di tre coordinate con che descrive la posizione di passaggio del muone attraverso il primo quarto di rivelazione.
PDGID	13

'PDGID' identifica il tipo di particella, secondo la convenzione del Particle Data Group. Essa è stata utilizzata per selezionare esclusivamente eventi associati a muoni ($|PDGID| = 13$), escludendo particelle secondarie prodotte durante le interazioni con il materiale.

Le unità di misura delle coordinate sono in millimetri e per le energie vengono fornite in MeV. È importante sottolineare che nel caso in cui un muone subisca uno scattering Coulombiano di intensità tale da non passare attraverso un piano di rivelazione, le coordinate relative al rivelatore che non ne rileva il passaggio vengono poste uguali a -999, viene perciò identificato come un evento nullo ed è necessario eliminarlo dall'insieme complessivo.

Viene riportata in figura 4.3 la posizione effettiva delle sbarre all'interno del piano x-z, ovvero il risultato obiettivo che si tenta di ottenere attraverso la seguente analisi.

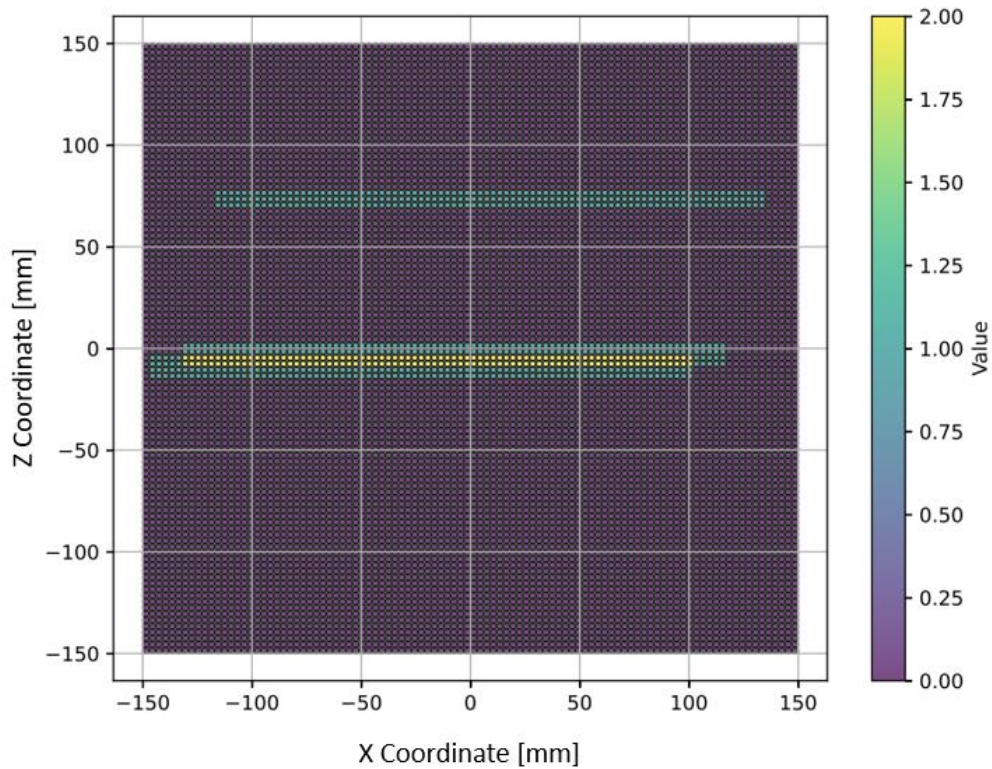


Figura 4.3: Posizione effettiva sul piano x-z delle tre sbarre di ferro contenute nel cubo di cemento armato utilizzato nella simulazione.

4.2 ANALISI DEI PARAMETRI

4.2.1 PERDITE DI ENERGIA

Il primo passo per l'analisi dei dati Monte Carlo forniti è la pulizia di questi dagli eventi suddetti nulli, in modo tale da disporre di un dataset di valori coerenti. In figura 4.4 è rappresentata la perdita di energia, definita come $\Delta E = EI - ER$, dove per EI si fa riferimento al valore di Energy Initial relativo al muone in considerazione e per ER al valore di Energy Residual del medesimo. Da tale raffigurazione si può notare come la presenza dei dati suddetti nulli influisca sulla distribuzione di perdita di energia risentita dai muoni che attraversano il materiale.

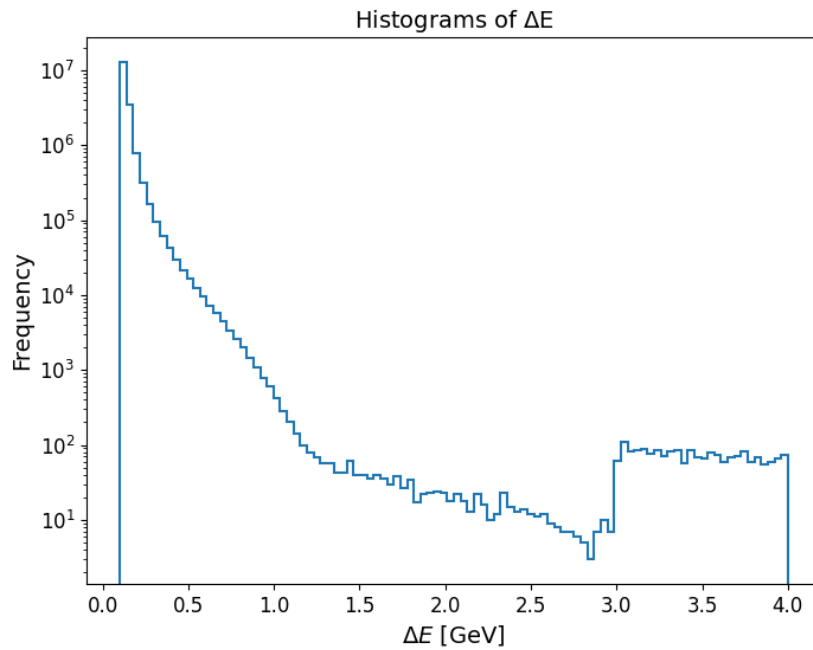


Figura 4.4: Istogramma delle perdite di energia risentite dagli eventi muonici.

Dalla rappresentazione in figura 4.4 si può notare la presenza di una concentrazione anomala di eventi che generano perdite di energia comprese tra i 3 ed i 4 GeV, ovvero pari all'intera quantità di energia posseduta dai muoni in arrivo sul cubo di cemento. Questa zona è proprio rappresentativa dei cosiddetti eventi nulli, in cui il muone non attraversa almeno uno dei rivelatori e di conseguenza quest'ultimo non è in grado di misurarne il valore di energia residuo (ER) e ne assegna un valore nullo. Per questa ragione, in questi casi particolari, la perdita di energia appare pari al valore dell'intera energia posseduta inizialmente dal muone.

Effettuando una pulizia sui dati in ingresso, ovvero eliminando dall'analisi tutti gli eventi in cui almeno uno dei quattro vettori di coordinate misurate dai rivelatori è costituito da valori pari a -999, si ottiene la distribuzione di perdita di energia rappresentata dall'istogramma in figura 4.5.

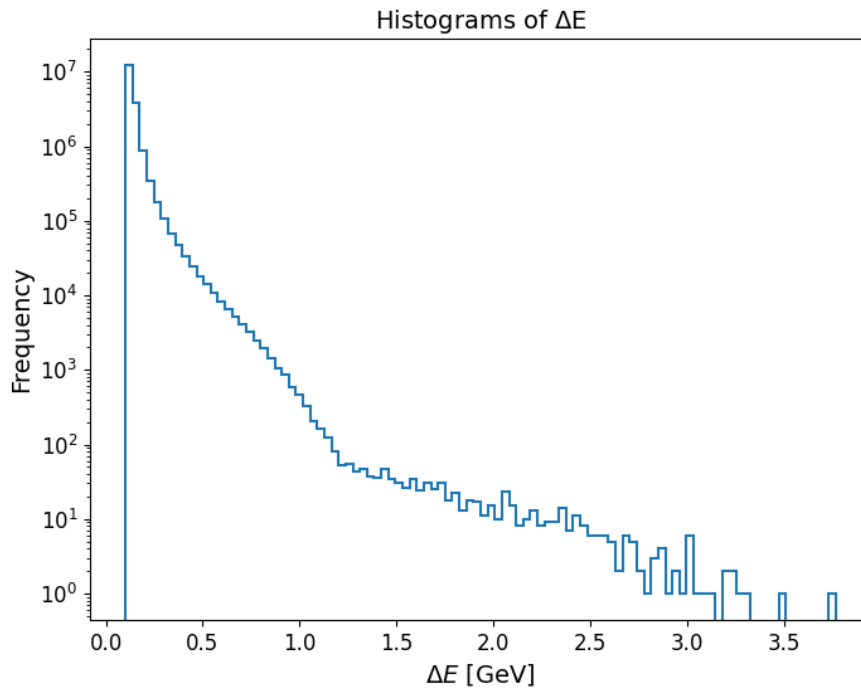


Figura 4.5: Istogramma delle perdite di energia per gli eventi che attraversano tutti e quattro i rivelatori.

In questa maniera si risolve il primo problema, ovvero eliminare quegli eventi che introducono valori non rappresentativi del comportamento reale del sistema. A questo punto, si è in grado di effettuare le prime considerazioni sulla distribuzione di probabilità delle perdite di energia risentite dai muoni che attraversano il cubo in cemento. Si richiama la teoria sulle perdite di energia risentite dalle particelle cariche che attraversano un medium, riportata nel paragrafo 1.2.1 del primo capitolo sull'interazione delle particelle con la materia. Quindi attraverso l'applicazione della formula (1.1) di Bethe-Bloch al caso specifico, si è in grado di ricavare stime dei valori attesi per le perdite di energia risentite dal passaggio di un muone carico attraverso i due materiali presenti all'interno del cubo. Data la complessa forma della (1.1), per effettuare stime volte a comprendere la coerenza con i valori ottenuti nella simulazione, si fa uso della forma semplificata giustificata nel Rif. [9]. In particolare, il termine $\langle dE/dx \rangle$ definito nella formula di Bethe-Bloch è il cosiddetto "mass stopping power", definito in $MeVcm^2g^{-1}$, il "linear stopping power", definito in MeV/cm , risulta ottenibile come il prodotto $\rho \cdot dE/dx$, in cui ρ è il valore della densità del materiale attraversato, definito in g/cm^3 . Quindi, una stima della perdita di energia per unità di lunghezza attraversata da un muone attraverso uno specifico materiale è ottenibile moltiplicando il valore medio del "mass stopping power" per la densità del materiale

attraversato. A questo proposito, il Particle Data Group [8], sottolinea come in casi pratici, ed in particolare per particelle relativistiche come proprio i muoni cosmici, le perdite di energia medie siano approssimabili al valore di energia di minima ionizzazione $\langle \frac{dE}{dx} \rangle_{Min}$, di cui fornisce i valori per diversi tipi di materiali. Ne risulta quindi che la perdita di energia per unità di lunghezza di materiale attraversato può essere ottenuta come segue:

$$\langle \frac{dE}{dx} \rangle = \langle \frac{dE}{dx} \rangle_{Min} \cdot \rho \quad (4.1)$$

Inserendo all'interno di questa formula i valori di minima energia di ionizzazione tabulati in Rif. [30], rispettivamente di $1.451 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ per il ferro e di $1.711 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ per il cemento, ed i valori di densità che caratterizzano i due materiali all'interno della simulazione, pari a 7.874 g/cm^3 per il ferro e di 2.3 g/cm^3 per il cemento, si ottiene la stima delle perdite di energia per unità di lunghezza in ciascun materiale. I risultati che si ottengono sono di perdite pari a 11.42 MeV/cm nel ferro e di 3.93 MeV/cm nel cemento. Facendo riferimento all'andamento rappresentato in figura 4.5 si può notare come la distribuzione di probabilità della perdita di energia presenti il picco di valore più frequente corrispondente a 0.101 GeV . Tenendo conto della bassa sezione sul piano x-z delle sbarre se paragonata alla sezione totale del cubo di cemento, risulta chiaro che gli eventi più frequenti siano quelli in cui il muone incontra solo il cemento. Confrontando il valore che si ottiene ipotizzando un percorso di 30 cm attraverso il cemento, sfruttando il valore di perdita di energia per unità di lunghezza attraversata nel cemento ottenuto, 3.93 MeV , e moltiplicandolo per il percorso ipotizzato, 30 cm , si ottiene una perdita di energia pari a 117.9 MeV , ovvero approssimabile a 0.118 GeV , valore di certo coerente con il valore di perdita di energia più frequente ottenuto dalla simulazione. Considerando invece il caso in cui il muone attraversi anche una sbarra di ferro, la perdita di energia risentita dal solo passaggio attraverso un cm di ferro è pari a 11.42 MeV . Sommando le perdite di energia ottenute per il passaggio attraverso i due materiali, si ottiene una stima della perdita di energia relativa ad un evento di interesse, ovvero di un muone che incontra una sbarra di ferro. Tale valore di perdita di energia risulta approssimativamente pari a 0.13 GeV .

4.2.2 ANGOLO DI SCATTERING

Un altro aspetto interessante, che può essere valutato a valle delle informazioni acquisite dai diversi piani di rivelazione, è l'angolo di scattering risentito da ogni evento muonico. In

particolare, attraverso la conoscenza della posizione di passaggio del singolo muone attraverso i quattro piani di rivelazione, due precedenti al passaggio attraverso il cubo e due successivi, si è in grado di definire i due vettori che descrivono le direzioni di ingresso e di uscita del fascio muonico dal cubo. Se fosse valida l'ipotesi, secondo cui, lo scattering risentito dall'impatto con il ferro risulti sensibilmente maggiore rispetto allo scattering che il muone risente dall'urto con il cemento, allora si potrebbe considerare come se l'intero scattering risentito dal muone fosse dovuto al solo urto con il ferro. Seguendo questa ipotesi, conoscendo le direzioni di ingresso e di uscita della traiettoria del muone, si riesce ad ottenere il punto di intersezione, ovvero le coordinate della posizione in cui la traiettoria subisce una deviazione pari all'intero valore di scattering che risente dal passaggio attraverso il cubo. Se effettivamente l'intero contributo di scattering risentito fosse attribuibile solo all'urto con il ferro, allora il punto di intersezione ottenuto individuerrebbe la posizione in cui si ha urto con il ferro, quindi la posizione di un punto appartenente alla sbarra di armatura. In figura 4.6 è fornita una rappresentazione illustrativa del metodo appena descritto.

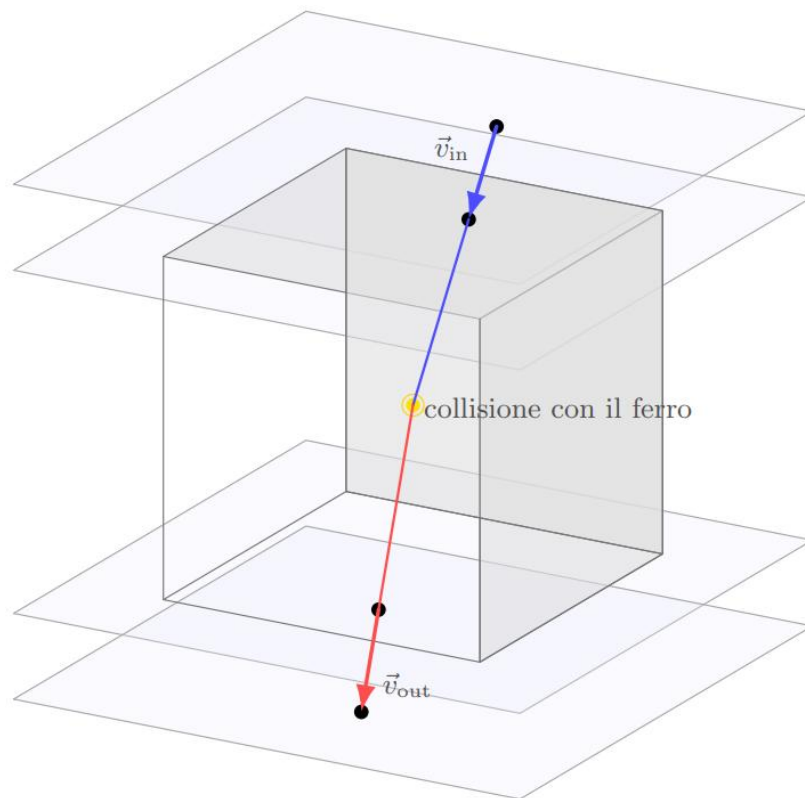


Figura 4.6: Illustrazione del metodo utilizzato per ricavare il punto di collisione con il ferro.

I vettori \vec{v}_{in} e \vec{v}_{out} , sono definiti come la differenza tra le posizioni misurate, rispettivamente, dai rivelatori superiori ed inferiori al cubo. Disponendo delle misure di \vec{v}_{in} e \vec{v}_{out} per ogni

evento simulato, si è in grado, in primis di ottenere il valore di scattering che caratterizza l'evento, ed inoltre, anche di individuare la posizione che, in accordo con l'ipotesi appena descritta, individua il punto in cui si concentra l'intero angolo di scattering a cui è soggetta la traiettoria.

Dai dati ottenuti, considerando l'angolo di scattering come l'angolo che modifica la traiettoria del muone dalla direzione \vec{v}_{in} in ingresso alla direzione \vec{v}_{out} in uscita, calcolati per ognuno dei 18 milioni di eventi simulati, puliti dagli eventi nulli, si ottiene l'andamento rappresentato in figura 4.7.

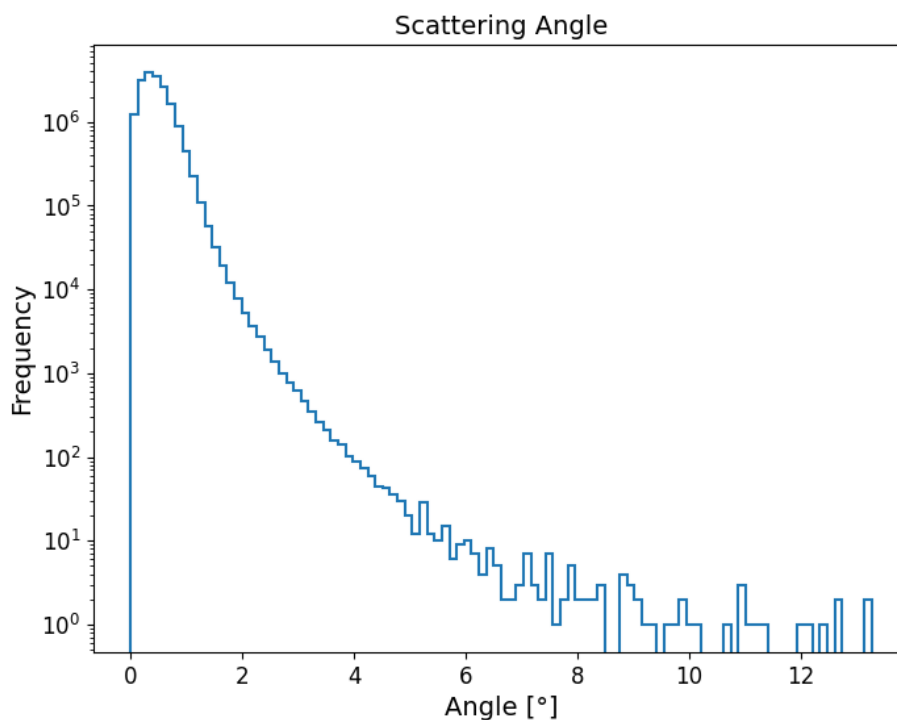


Figura 4.7: Istogramma della distribuzione di probabilità dell'angolo di scattering calcolato per i 18 milioni di eventi simulati.

Dall'andamento della distribuzione di probabilità dell'angolo di scattering che si ottiene, si nota una preponderante maggioranza di valori ottenuti compresa tra gli 0 ed i 2°, con un valore di massima frequenza pari a $\theta_{sc} \cong 0.2656^\circ$.

Applicando il metodo descritto precedentemente, per l'ottenimento della posizione di ipotetica collisione con il ferro per ognuno degli eventi validi della simulazione, ovvero ricavando il punto di intersezione dei vettori \vec{v}_{in} e \vec{v}_{out} , si è in grado di ottenere una mappatura 3D delle singole posizioni di collisione. Di conseguenza, se si riuscisse, anche solo in maniera approssimativa ad effettuare un filtraggio che restituisca solo gli eventi che

urtano il ferro e se le ipotesi fossero coerenti con il comportamento reale dei muoni, si potrebbe ottenere una mappatura tridimensionale delle posizioni delle sbarre. A questo punto risulta necessario identificare un criterio secondo il quale si sia in grado di discriminare, anche in maniera non perfetta, il sotto insieme di eventi in cui è presente l'urto con il ferro. Conoscendo le posizioni effettive delle sbarre in ferro, riportate in figura 4.3, si può effettuare uno studio dei parametri di scattering e perdite di energia che caratterizzano gli eventi che sappiamo entrare nel cubo con coordinate x-z coincidenti a quelle delle sbarre. Poiché il flusso in ingresso è verticale e poiché lo scattering maggiore è dato dall'urto con il ferro, si può ipotizzare che l'insieme degli eventi che entrano con coordinate x-z coincidenti con quelle delle proiezioni delle sbarre approssimi in maniera soddisfacente l'insieme di eventi che effettivamente urta il ferro.

Si studiano le differenze che vigono tra i parametri di scattering e di perdita di energia risentiti dagli eventi che sappiamo, con buona approssimazione, urtare il ferro ed i valori di questi parametri per gli eventi che invece non li urtano. Utilizzando quindi le nozioni rispetto alle posizioni delle sbarre, si è in grado di creare due cluster di eventi, quelli che presentano urto con il ferro e quelli che invece non lo incontrano. Riportiamo nelle figure 4.8 l'andamento dello scattering risentito da eventi che presentano urto con il ferro.

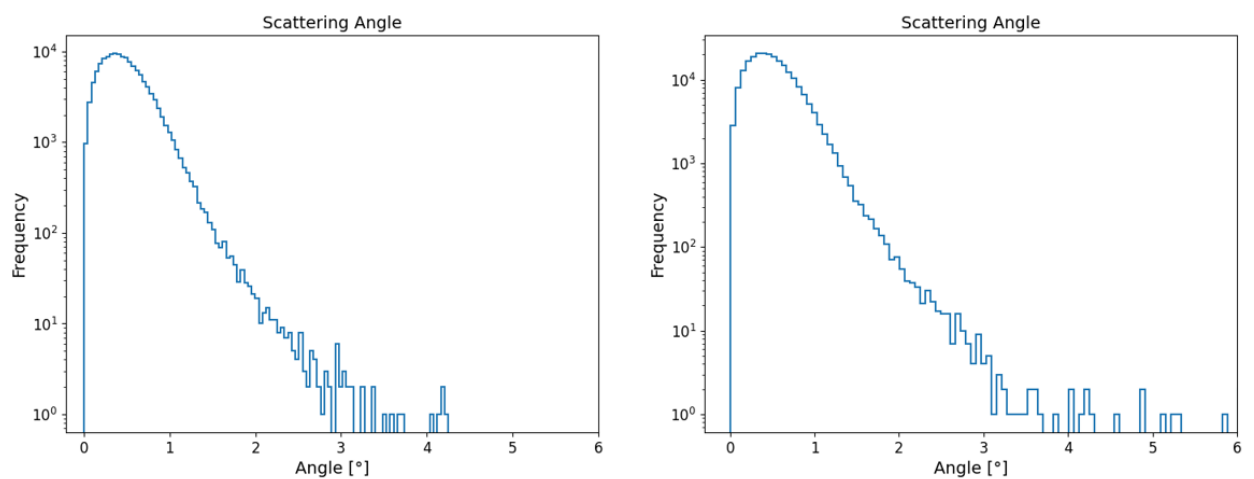


Figura 4.8: Distribuzione di probabilità per eventi che urtano il ferro: per eventi che urtano la sbarra più elevata delle due centrali mostrate in figura 4.3 (a sinistra) e per la sbarra più in basso delle due centrali appena citate (a destra).

Dai risultati rappresentati in figura 4.8, si ottengono valori di massima frequenza dello scattering, per gli andamenti rispettivamente a sinistra e destra, di $\theta_{sc} = 0.342^\circ$ e di $\theta_{sc} =$

0.365° . Effettuando un analogo studio per quanto riguarda le perdite di energia, si ottiene l'andamento rappresentato in figura 4.9.

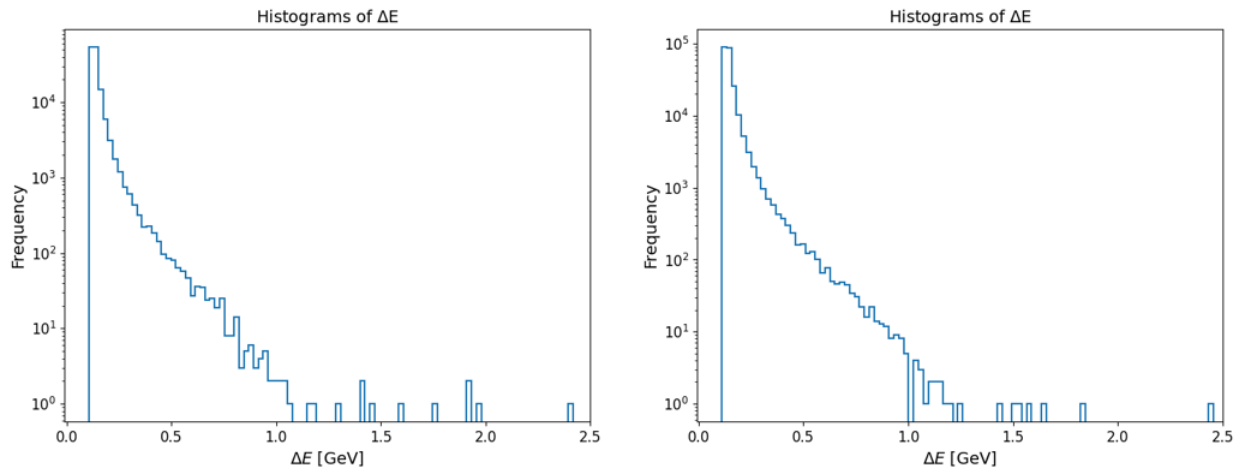


Figura 4.9: Distribuzioni di probabilità delle perdite di energia risentite da eventi che urtano il ferro, le immagini a sinistra e destra rispecchiano casi analoghi a quelli precedentemente rappresentati.

Dallo studio effettuato sulle perdite di energia si ottengono valori di massima frequenza per le perdite di energia dei casi a sinistra e destra, rispettivamente, di $\Delta E = 0.104[GeV]$ e di $\Delta E = 0.111[GeV]$. Notando che i valori di massima frequenza ottenuti, sia per lo scattering che per le perdite di energia, differiscono dai valori che si sono ottenuti considerando tutti gli eventi simulati, si tenta di utilizzare questi per effettuare la discriminazione tra eventi che presentano urto con il ferro ed eventi che invece non lo incontrano. Si decide quindi di considerare come discriminante due intorni di valori; dunque, di filtrare tra gli eventi di simulazione, solo quelli a cui corrisponde contemporaneamente uno scattering con valore compreso $0.34^\circ \leq \theta_0 \leq 0.41^\circ$ ed una perdita di energia di valori compresi in $0.10GeV \leq \Delta E \leq 0.12GeV$. In figura 4.10 è rappresentato il risultato che si ottiene. Il risultato rappresentato è frutto di un algoritmo in grado di ricavare la posizione di intersezione tra i vettori in ingresso ed in uscita per l'insieme di eventi muonici considerato.

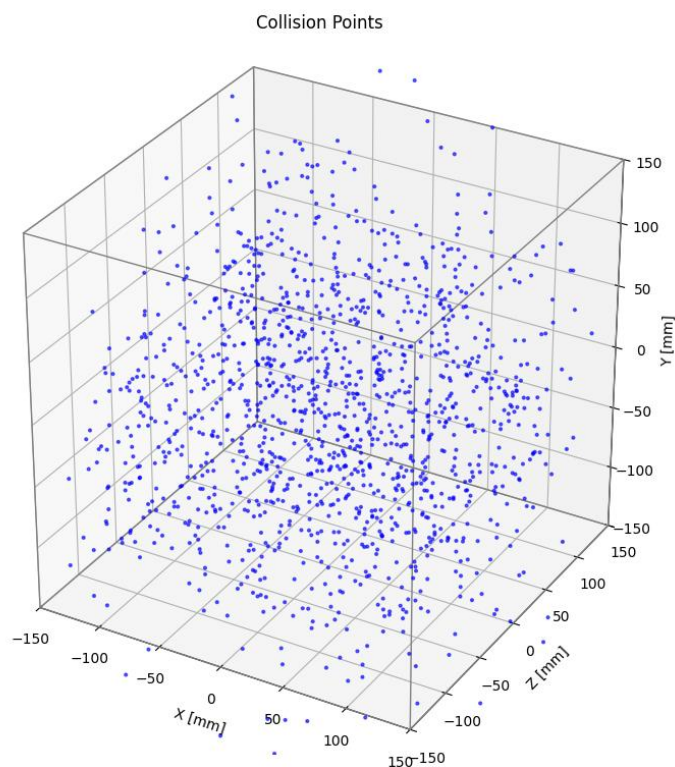


Figura 4.10: Rappresentazione 3D dei punti di collisione ottenuti dall'intersezione dei vettori in ingresso ed in uscita dei soli eventi caratterizzati da valori di scattering e valori di perdite di energia compresi negli intorni sopra riportati.

Come è facile notare, l'ipotesi effettuata non conduce al risultato sperato, i punti rappresentati infatti non descrivono la posizione corretta delle sbarre di ferro all'interno del cubo. Valutiamo quindi la veridicità dell'ipotesi fatta per ottenere i risultati appena descritti, ovvero che lo scattering risentito dall'urto con il ferro sia sensibilmente maggiore rispetto allo scattering risentito dall'urto con il cemento, e soprattutto, che lo sia a punto tale da poter ipotizzare che la deviazione complessiva subita dalla traiettoria avvenga tutta nel punto in cui si ha l'urto con il ferro. Per farlo, facciamo riferimento alle nozioni sullo scattering trattate nel paragrafo 1.2.2 del primo capitolo. Applicando la formula (1.4) che descrive l'angolo di scattering risentito da una particella carica, ed essendo il muone caratterizzato da una carica, in unità di carica dell'elettrone, pari a $z = 1$, una velocità relativistica definita pari a $\beta c \cong 1$ ed una quantità di moto approssimabile a $p \cong 4000 \text{ MeV}$, si riescono a calcolare i contributi di scattering tipici risentiti dalla traiettoria del muone quando attraversa i due materiali. Considerando una lunghezza di radiazione $X_0 = 11.55 \text{ cm}$ ed uno spessore attraversato $x = 30 \text{ cm}$, per il passaggio attraverso il cemento si ottiene un valore del RMS dell'angolo di scattering pari a $\theta_{sc}[\text{Con}] \cong 5.68 \times 10^{-3} \cong 0.32^\circ$, si noti che tale valore risulta in accordo con il valore di massima frequenza ottenuto per lo scattering, pari a $\theta_{sc} \cong$

0.2656°. Per quanto riguarda invece il passaggio attraverso una sbarra di ferro si considerano uno spessore $x = 1 \text{ cm}$ ed una lunghezza di radiazione $X_0 = 1.757 \text{ cm}$, con questi parametri si ottiene un valore pari a $\theta_{sc}[Fe] \cong 2.5 \times 10^{-3} \cong 0.14^\circ$. Si noti che l'ipotesi effettuata precedentemente non è totalmente errata, dai valori ottenuti risulta infatti che lo scattering risentito dal passaggio attraverso 1 cm di ferro equivale a circa un mezzo dello scattering risentito dal passaggio attraverso 30 cm di cemento. A parità di percorso, ipotizzando il passaggio attraverso un solo cm di cemento, si ottiene uno scattering di $\theta_{sc}[Con] \cong 9.07 \times 10^{-4} \cong 0.054^\circ$, pari a circa un terzo dello scattering risentito dal passaggio attraverso un cm di ferro. È corretta perciò l'assunzione che nel ferro si generi uno scattering più elevato che nel cemento, errata è invece l'ipotesi secondo cui tutto lo scattering risentito da un muone che attraversa entrambi, in queste proporzioni 30:1, possa essere approssimato al solo valore di scattering generato dall'urto con il ferro. In realtà dai risultati riportati in figura 4.10 non si è in grado di distinguere se sia errato il criterio scelto per la discriminazione tra eventi che urtano o meno il ferro, se sia errata l'idea di individuare la posizione dell'urto come l'intersezione delle traiettorie di ingresso ed uscita o se siano errati entrambi.

4.2.3 CONFRONTO EVENTI E ANALISI STATISTICA

Nelle figure 4.11 e 4.12 sono raffigurati due istogrammi in cui è rappresentato il confronto tra gli andamenti, rispettivamente dei valori di scattering e di perdite di energia, tra eventi che presentano o meno urto con le sbarre.

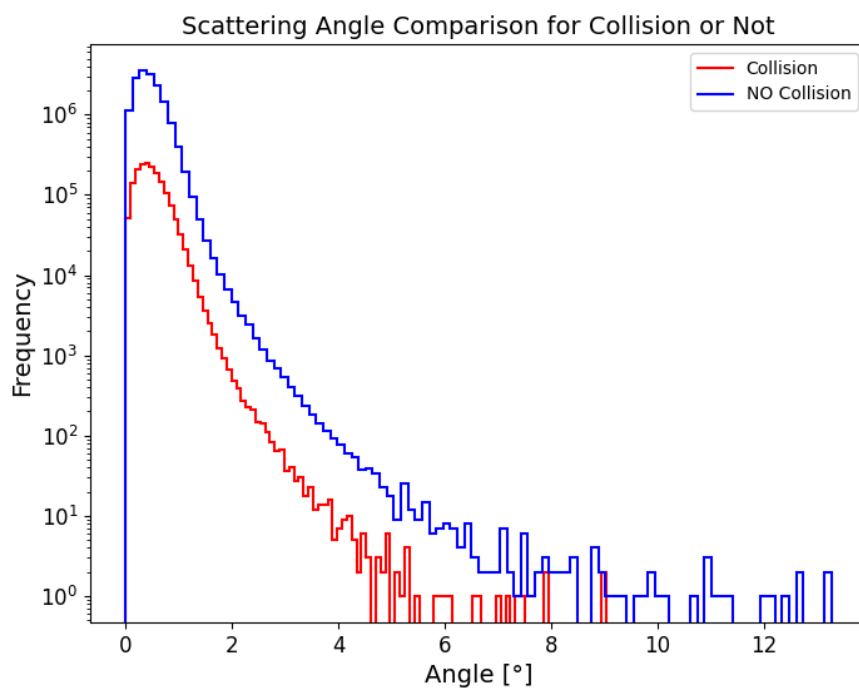


Figura 4.11: Istogramma di confronto tra l'andamento della distribuzione di probabilità del valore dello scattering relativo ad eventi che presentano o meno collisione con il ferro.

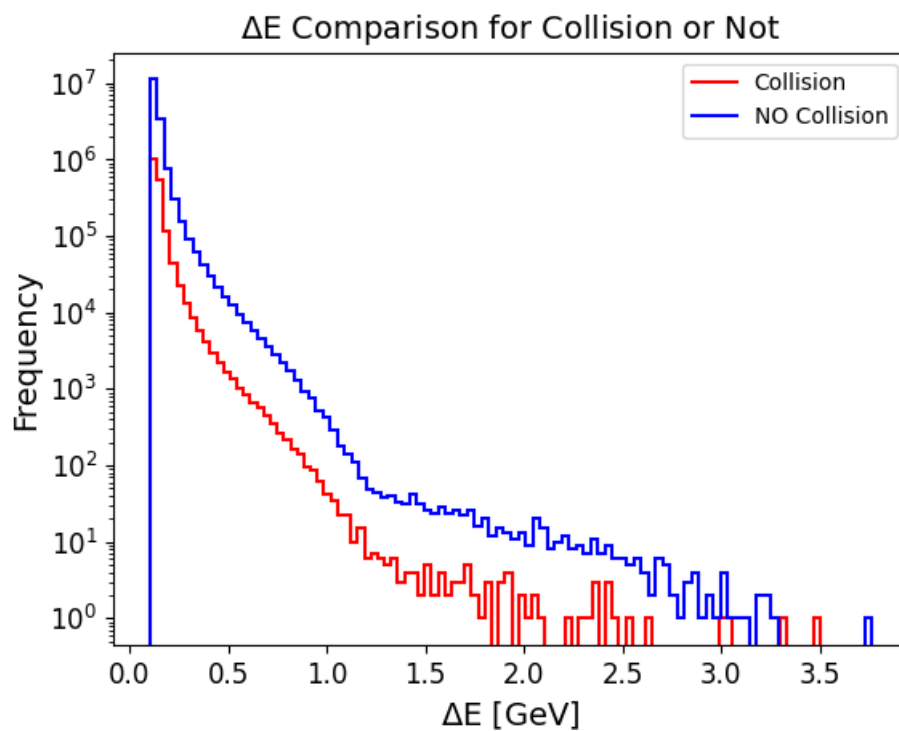


Figura 4.12: Istogramma di confronto tra l'andamento della distribuzione di probabilità del valore della perdita di energia relativo ad eventi che presentano o meno collisione con il ferro.

Dagli andamenti rappresentati nelle figure 4.11 e 4.12 non sembra esserci una differenza sostanziale tra i valori di scattering e perdite di energia ottenuti nei casi di collisione o meno con le sbarre in ferro. Come è normale, nel caso senza collisione il numero di eventi è nettamente superiore al numero di eventi che invece presentano urto con il ferro, per questa ragione in entrambi gli istogrammi si ottengono andamenti dei parametri relativi agli eventi senza collisioni rialzati di circa un ordine di grandezza rispetto agli eventi opposti. Facendo uno studio più accurato degli andamenti ottenuti, quindi andando all'interno degli istogrammi, si scopre che in realtà qualche differenza tra gli andamenti, oltre al numero di eventi, c'è. In particolare, la differenza principale è definita rispetto ai valori più frequenti. Nel caso dello scattering risentito nei due casi di studio, dall'istogramma di figura 4.11, si ottengono valori di massima frequenza per gli eventi con collisione e senza collisione, rispettivamente di $\theta_{sc} = 0.3625^\circ$ e $\theta_{sc} = 0.2656^\circ$. Questo comportamento è perfettamente in accordo con la teoria dell'interazione tra particelle e materia esposta nel primo capitolo. Il ferro è infatti un materiale più denso rispetto al cemento, i muoni che lo attraversano saranno soggetti a perdite di energia e deviazioni da scattering Coulombiano a valori più elevati rispetto ai muoni che invece attraversano solo il cemento. Per quanto riguarda le perdite di energia, le differenze tra i valori di massima frequenza che si ottengono nei due casi sono meno rilevanti, per i casi con e senza collisione, si ottengono rispettivamente $\Delta E = 0.1035[GeV]$ e $\Delta E = 0.1015[GeV]$. Questo è dovuto al fatto che la dipendenza dal numero atomico Z del materiale attraversato è molto più marcata nei valori di scattering che non nelle perdite di energia, anche in questo caso quindi, i risultati appaiono in accordo con la teoria dell'interazione tra particelle cariche e materia. A questo punto, risulta interessante chiedersi se esistano delle soglie sui valori di scattering o di perdite di energia in grado di distinguere, a priori, gli eventi che urtano il ferro rispetto a quelli che non lo incontrano, quindi se sia possibile discriminare questi due insiemi di eventi facendo riferimento ai soli valori di scattering o perdita di energia dei singoli eventi.

Il metodo più comune per effettuare valutazioni sulla capacità di discriminazione relativa a soglie di specifici parametri è rappresentato dallo studio attraverso la costruzione della curva ROC. La curva ROC (Receiver Operating Characteristic) è una rappresentazione grafica per valutare la capacità discriminante di un classificatore binario, tracciando il tasso di veri positivi (TPR) rispetto al tasso di falsi positivi (FPR) al variare della soglia discriminante. Il processo che sta alla base della costruzione della curva ROC è il seguente, si dispone di due insiemi di partenza, l'insieme positivo reale (PR), nel nostro caso composto dagli eventi che urtano le sbarre, e l'insieme negativo reale (NR), costituito dagli eventi che invece

attraversano solo il cemento. A questo punto si decide un classificatore binario, ovvero un parametro relativo ad ogni evento, scattering o perdita di energia nel nostro caso. Per ogni evento si confronta il valore che assume tale parametro con la soglia attualmente imposta, definendo così, per ogni valore di soglia, un insieme di eventi classificati come positivi (P), se superano la soglia, o negativi (N) se invece risultano inferiori a tale valore. Quindi, al variare della soglia, si ricavano i valori di TPR e FPR relativi. Il tasso di veri positivi è definito come il rapporto tra il numero di eventi correttamente classificati positivi (TP) e la somma tra classificati positivi (TP) e falsi negativi (FN), dove per falsi negativi si intendono quegli eventi che erroneamente vengono classificati negativi ma invece sono positivi reali. Il TPR, quindi, rappresenta la percentuale di eventi classificati positivi (TP) rispetto agli eventi positivi reali (PR). Il FPR è invece definito come il rapporto tra il numero di falsi positivi (FP), ovvero eventi erroneamente classificati come positivi, e la somma di falsi positivi e veri negativi. FPR rappresenta quindi la percentuale di eventi negativi classificati erroneamente come positivi tra tutto l'insieme di eventi negativi. Altri parametri di interesse sono la precisione del sistema di classificazione, definita come: $P=TP/(TP+FP)$, e l'area sotto la curva (AUC), che riassume le prestazioni del classificatore su tutte le soglie possibili. La AUC può essere interpretata come la probabilità che il classificatore assegni un punteggio più alto ad un evento positivo rispetto che ad uno negativo, se entrambi sono presi casualmente. È importante notare che un classificatore puramente casuale produce una curva ROC diagonale, che unisce il punto in cui sia TPR che FPR sono entrambi a zero con il punto in cui sono entrambi a uno attraverso una retta. In tal caso quindi l'AUC è pari a 0.5 [31].

Nelle figure 4.13 e 4.14 sono rappresentati gli andamenti delle curve ROC rispettive, la prima, alla scelta dei valori di scattering relativi ad ogni evento come classificatore, la seconda, alle perdite di energia.

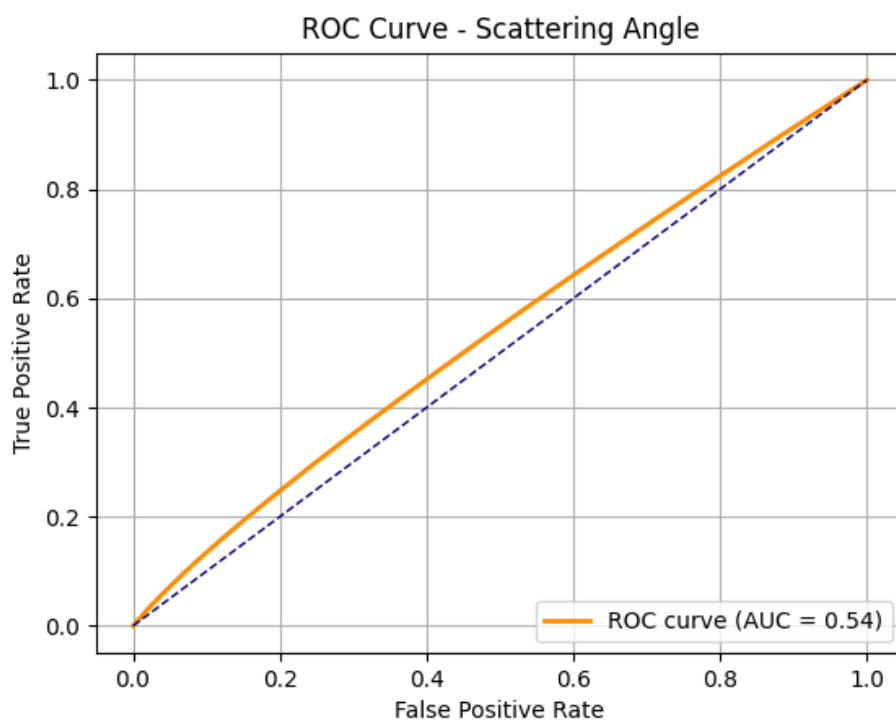


Figura 4.13: Curva ROC che utilizza come classificatore l'angolo di scattering caratteristico di ogni evento.

Dalla rappresentazione 4.13 si nota bene che utilizzare l'angolo di scattering come classificatore è una scelta che non porta a risultati significativi. L'andamento infatti è molto vicino alla retta diagonale e l'AUC assume un valore circa uguale a 0.5, rappresentando che un modello così non fornirebbe informazioni maggiori rispetto a scegliere casualmente l'insieme di eventi che urta il ferro. Quindi l'idea di poter distinguere gli eventi di collisione con il ferro utilizzando solamente un valore di soglia sul valore dello scattering non porta ai risultati sperati, anzi si rivela completamente sbagliata.

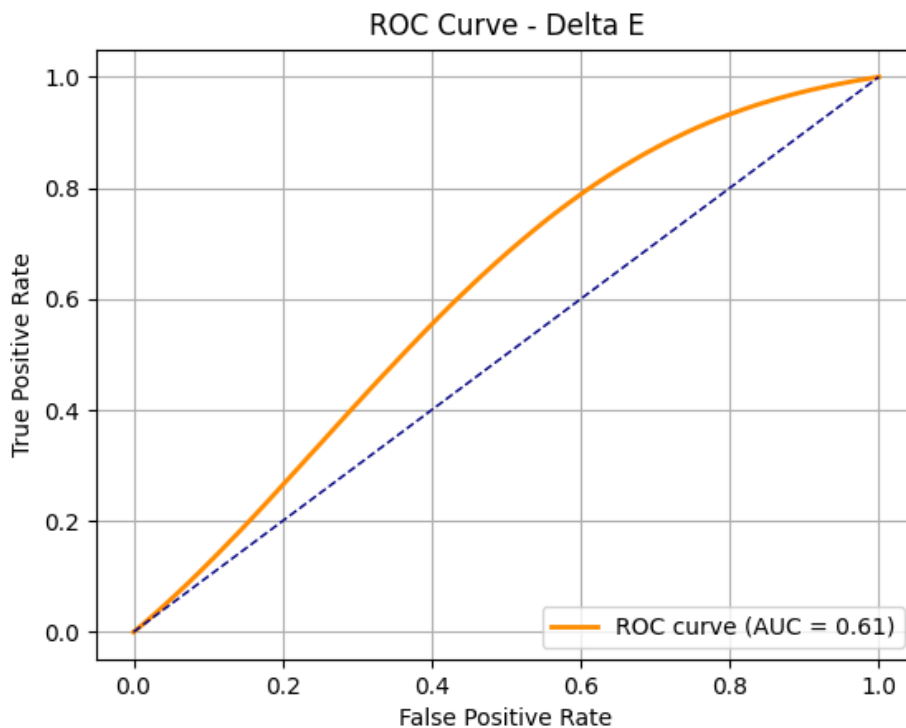


Figura 4.14: Curva ROC che utilizza come classificatore la perdita di energia caratteristica di ogni evento.

Dall'andamento raffigurato nell'immagine 4.14, si denota un comportamento lievemente migliore se confrontato con il caso precedente. L'utilizzo della perdita di energia come parametro classificatore porta a valori di AUC leggermente più elevati rispetto al caso dello scattering. Si nota però che l'andamento è comunque vicino alla diagonale e che il valore di AUC permane vicino al valore di casualità. Risulta però importante sottolineare, che con il setup sperimentale a cui si fa riferimento in questo studio, non esiste un metodo affidabile che garantisca la corretta misura della perdita di energia risentita da ciascun evento. Inoltre, anche in questo caso l'utilizzo del solo parametro di perdita di energia come classificatore binario degli eventi non risulta sufficientemente affidabile a costituire il nostro metodo per l'identificazione degli eventi che urtano il ferro.

4.3 PRIMO METODO DI BINNING SPAZIALE ED ANALISI STATISTICA

4.3.1 IDEA DI BASE

L'idea che porta al cambio di rotta e consente l'ottenimento di risultati soddisfacenti, si basa un'ipotesi che sta alla base della simulazione, ovvero che il fascio di muoni a cui è soggetto il cubo in cemento è composto da particelle con quantità di moto parallele, tutte a direzione verticale. Sfruttando questa nozione, unita alla considerazione che l'urto con il ferro generi un valore di scattering più elevato rispetto all'urto con il cemento, si può sviluppare un metodo per individuare la posizione delle sbarre in ferro. Se si suddivide la superficie dell'ultimo piano di rivelazione superiore, presente subito prima dell'ingresso dei muoni all'interno del cubo, in sezioni quadrate, ovvero in bin a dimensione costante, e ne si valuta la distribuzione statistica dei valori di scattering per gli eventi contenuti in ciascun bin, allora, poiché i fasci muonici hanno direzione verticale, i bin che presentano valori medi di scattering più elevati rispetto agli altri, probabilmente rappresentano le coordinate x-z di una posizione in cui è presente un urto con il ferro, che quindi genera il suddetto aumento di scattering che influisce alzando la media dello scattering del bin in esame. Seguendo questa logica, dovrebbe essere sufficiente una rappresentazione 2D dei valori delle medie di scattering per ogni bin in cui è stato suddiviso il piano di rivelazione, in questo modo si è in grado di individuare i bin a valori medi più elevati e dunque corrispondenti alla proiezione sul piano x-z della posizione delle sbarre.

4.3.2 APPLICAZIONE E RISULTATI

Per applicare questo metodo allo studio dei dati, prima di tutto, si è suddivisa la superficie del secondo piano di rivelazione in bin a sezione costante. Dunque, si è valutato l'insieme dei fasci muonici passanti attraverso ogni specifico bin e se ne è calcolata la media aritmetica dei valori di scattering risentiti da ciascuno di questi fasci, ottenendo quindi un valore di scattering medio che caratterizza ogni bin della suddivisione. Rappresentando quindi i valori di scattering medio come una mappa a colori bidimensionale, si ottengono i risultati raffigurati in figura 4.15.

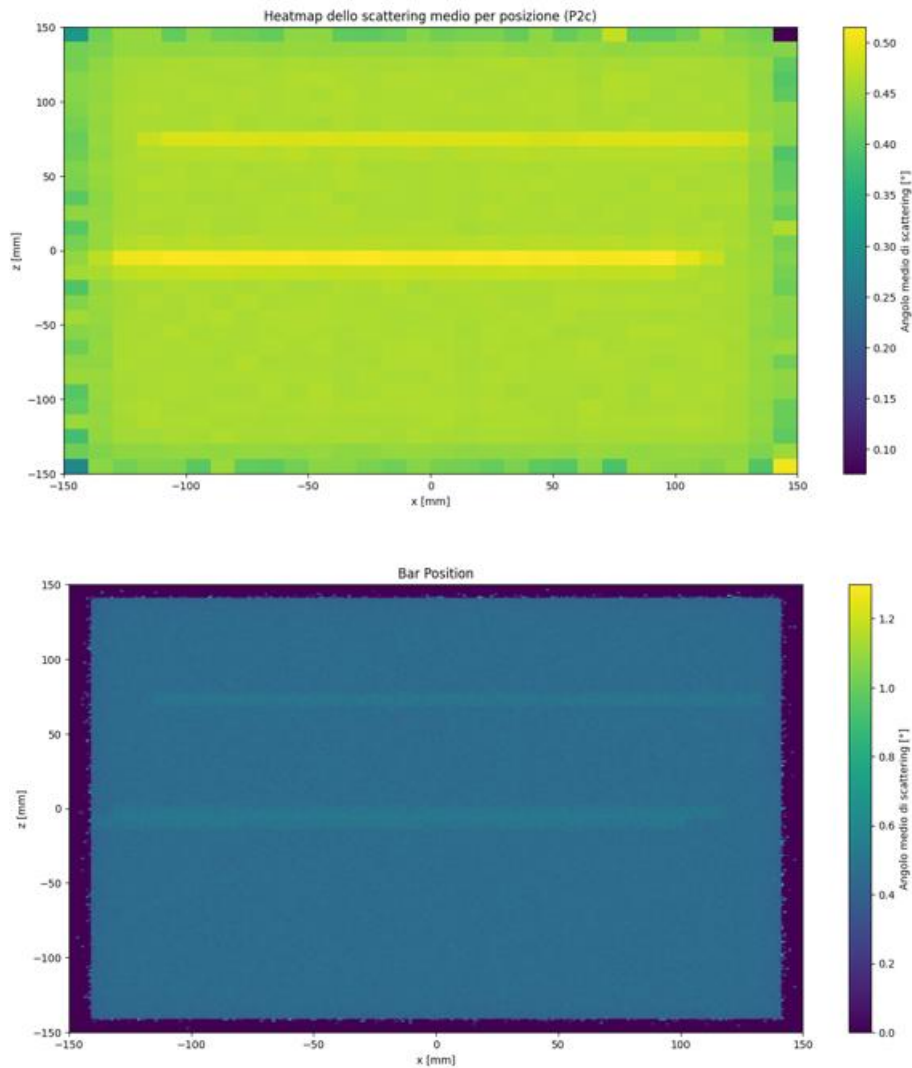


Figura 4.15: Medie dei valori di angolo di scattering in funzione della posizione sul secondo piano di rivelazione. Il piano è stato suddiviso in bin, rispettivamente di dimensioni $1 \times 1 \text{ cm}^2$ sopra e $1 \times 1 \text{ mm}^2$ sotto.

Dalle due rappresentazioni fornite, si può immediatamente notare come il risultato ottenuto porti alla corretta individuazione delle posizioni x-z delle sbarre. Effettuando un confronto con l'immagine 4.3, che fornisce le posizioni effettive delle sbarre, si nota che le zone individuate dai bin caratterizzati da valori di scattering medio più elevati, rispecchiano le posizioni corrette delle sbarre. A questo punto si è cercato di ottenere una mappatura che rendesse più nitida la distinzione tra le zone di interesse e non, garantendo una più facile ed immediata individuazione delle sbarre. Per farlo, si è notato come le zone che identificano la posizione delle sbarre siano composte da cluster di bin a valor medio di scattering generalmente superiore a 0.4° , per questa ragione si è deciso di effettuare un taglio, rappresentando nella heatmap solo i bin caratterizzati da un valore medio di scattering

superiore a tale soglia. In figura 4.16 è rappresentato il risultato che si ottiene a valle di questa modifica.

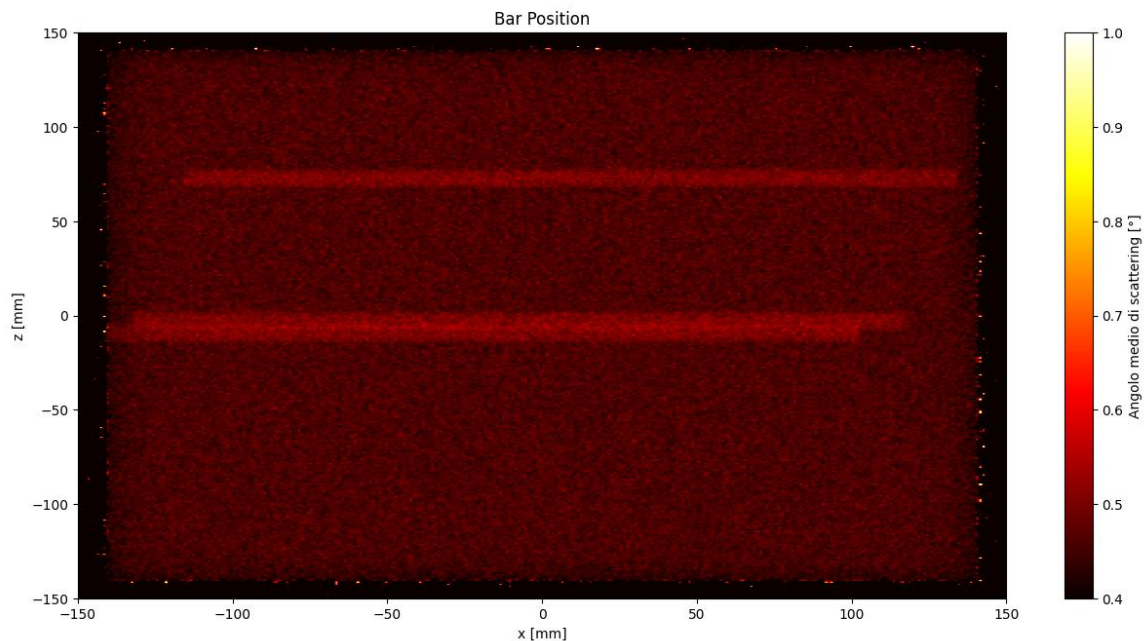


Figura 4.16: Medie dell'angolo di scattering valutate per gli eventi contenuti in ciascun bin, bin di sezione $1 \times 1 \text{ mm}^2$. Rappresentazione dei soli bin a valore medio superiore a 0.4° .

Dalla raffigurazione fornita in Figura 4.16, si nota come il taglio effettuato sui bin a valori medi minimi garantisca una migliore lettura del risultato ottenuto. Attraverso la suddetta modifica si è immediatamente in grado di identificare con accuratezza le posizioni x-z delle sbarre. La diminuzione del rumore di fondo che segue dal taglio effettuato è utile allo scopo desiderato e migliora la lettura della mappa.

4.3.3 DISCRIMINAZIONE CON SCATTERING MEDIO

Analogamente a quanto fatto precedentemente, con riferimento all'analisi statistica effettuata rispetto al comportamento come classificatore, rispettivamente, del valore di scattering relativo al singolo evento o della sua perdita di energia. Risulta interessante vedere in che forma si presenta la curva ROC che si ottiene considerando come classificatore l'angolo medio di scattering. Per farlo, bisogna sottolineare che il valore di scattering medio è un valore attribuito a ciascun bin in cui è stata suddivisa la superficie di rivelazione, e lo

studio effettuato in precedenza faceva riferimento alla capacità di discriminazione sui singoli eventi. In analogia a quanto fatto, quindi, si decide di considerare anche in questo studio la capacità di discriminazione rispetto ai singoli eventi, con riferimento al valore di scattering medio, quindi, ad ogni evento viene assegnato il valore di scattering medio rispettivo al bin a cui appartiene. Così facendo si ottiene l'andamento della curva ROC rappresentato in figura 4.17.

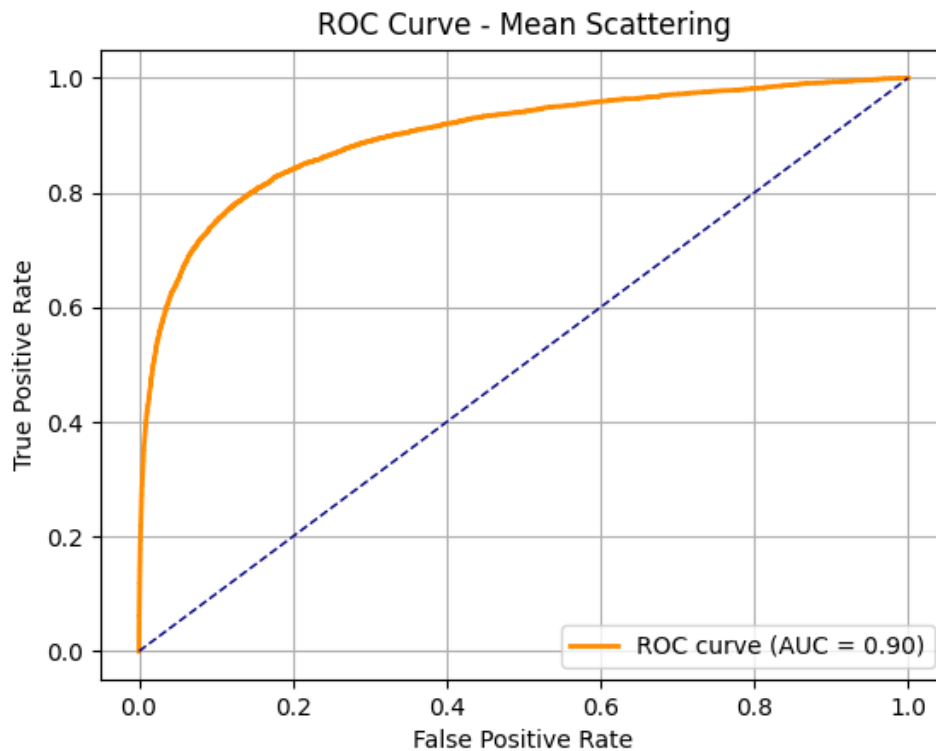


Figura 4.17: Curva ROC ottenuta considerando come classificatore il valore di scattering medio relativo a ciascun bin, attribuito agli eventi contenuti in esso.

Dall'andamento della curva ROC, rappresentata in figura 4.17, si nota una sostanziale differenza rispetto agli andamenti delle curve ROC che si sono ottenute in precedenza, rappresentate nelle figure 4.13 e 4.14. In particolare, il comportamento rappresentato dalla curva ROC dello scattering medio risulta essere nettamente migliore rispetto ai precedenti. L'andamento della curva presenta che la scelta dell'angolo medio di scattering come classificatore è un metodo che fornisce una robusta distinzione tra gli eventi che presentano o meno urto con il ferro. Si può notare come la curva si discosti sensibilmente dalla retta diagonale, che rappresenta il comportamento di un classificatore casuale, sottolineando quindi la capacità discriminante attribuibile al valore di scattering medio. Inoltre, il valore $AUC = 0.90$ quantifica questa capacità del classificatore, indicando che con una probabilità

del 90%, scegliendo due campioni casuali, al campione positivo, ovvero che urta il ferro, è assegnato un valore di scattering medio superiore rispetto al valore assegnato ad un evento negativo, che quindi non presenta urto con il ferro.

Da queste valutazioni si sottolinea come il valore di scattering medio assegnato a ciascun bin, rappresenti un metodo affidabile e robusto per distinguere gli eventi che urtano o meno il ferro, quindi per l'individuazione delle coordinate del posizionamento x-z delle sbarre.

4.3.4 METODO PER LA LOCALIZZAZIONE 3D

A valle dei risultati ottenuti attraverso il metodo di binning spaziale sopra descritto, si è in grado di determinare correttamente le proiezioni x-z delle posizioni delle sbarre di ferro contenute nel cubo in cemento. A questo punto, risulta di interesse valutare se, a valle di un corretto filtraggio degli eventi, riuscendo quindi a considerare solamente i dati rispettivi agli eventi interni ai bin corrispondenti alle posizioni delle sbarre, ovvero eventi che con elevata probabilità urteranno il ferro, si è in grado di ricavare approssimativamente le coordinate y delle posizioni delle sbarre. Quindi ricavare le coordinate delle posizioni dei punti di intersezione delle traiettorie di ingresso e di uscita dal cubo.

4.3.4.1 FILTRAGGIO EVENTI CON URTO

Per applicare la metodologia appena descritta è necessario, prima di tutto, effettuare un filtraggio corretto degli eventi, riuscendo a considerare solamente gli eventi che presentano effettivamente urto con il ferro. I primi metodi che si utilizzano a questo scopo sono metodi di clustering per soglia e connettività spaziale. Quello che si fa, infatti, è prima di tutto imporre una soglia minima sul valore di scattering medio dei bin che si considerano validi, in figura 4.18 è rappresentata la mappatura che si ottiene considerando solo i bin con valori di media maggiori di 0.44° .

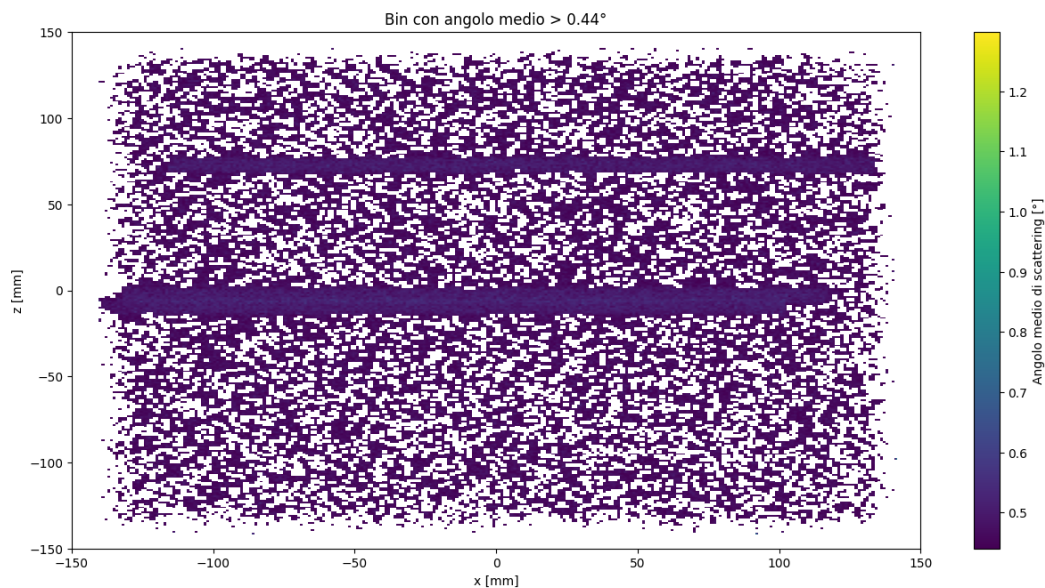


Figura 4.18: Rappresentazione della mappatura dei valori medi di scattering ottenuti per ciascun bin, considerando solamente i bin a valore superiore a 0.44° .

Dalla rappresentazione 4.18 si nota come alle zone in cui sono posizionate le sbarre di ferro corrisponda una maggior concentrazione di bin validi, ovvero che rientrano nel sottoinsieme appena formato. A questo punto quindi, si è introdotto un secondo criterio, che tiene conto della connettività spaziale che vige tra i bin validi. L'algoritmo, tra i bin validi ottenuti, considera come candidati ad essere rappresentativi della posizione delle sbarre, solo quelli che fanno parte di una famiglia di bin validi adiacenti. Nelle figure 4.19 e 4.20 sono rappresentati i risultati ottenuti dall'applicazione di questo metodo, rispettivamente, considerando cluster di quattro bin validi adiacenti e cluster di otto bin validi adiacenti. In questo caso, per bin adiacenti si intende che condividono un lato o un vertice, adiacenza diagonale.

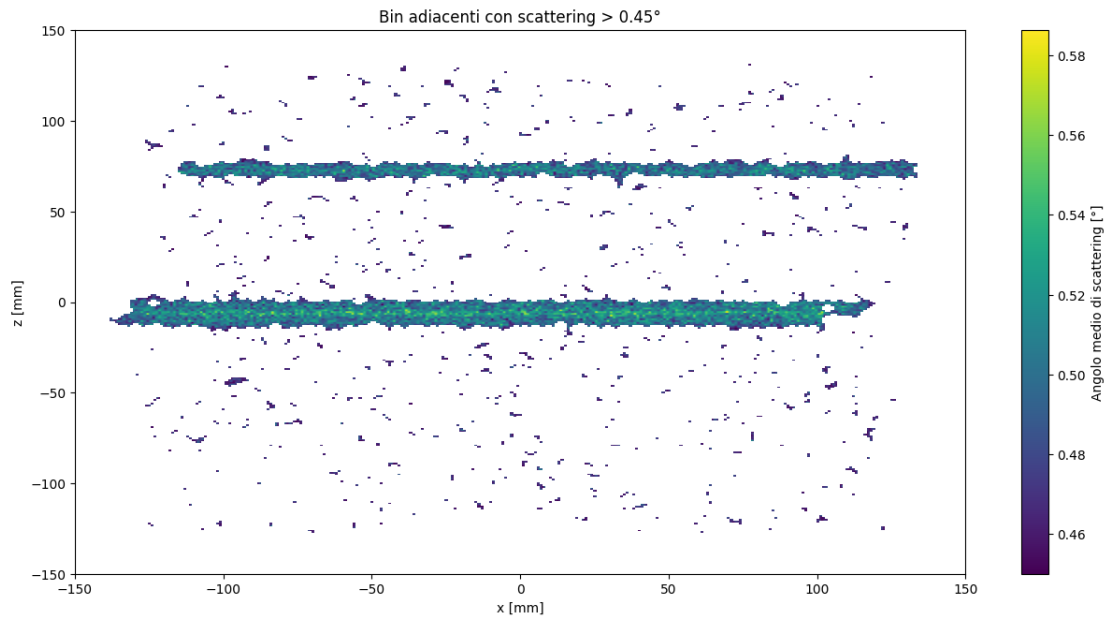


Figura 4.19: Rappresentazione dei bin che, tra i candidati ottenuti considerando solo quelli a valor medio superiore a 0.45 °, fanno parte di cluster di almeno quattro adiacenti.

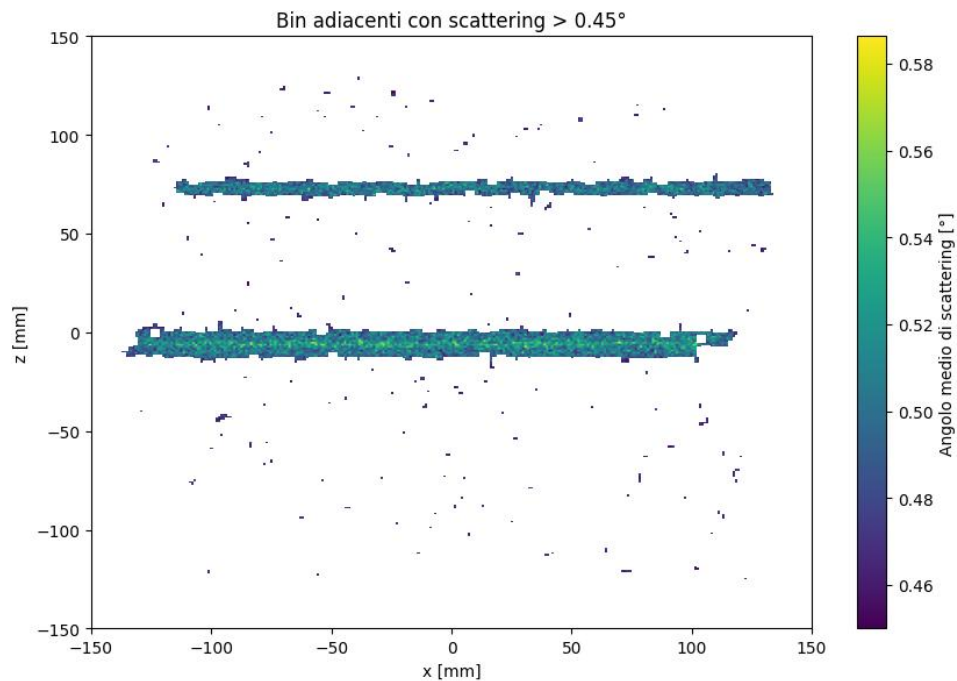


Figura 4.20: Rappresentazione dei bin che, tra i candidati ottenuti considerando solo quelli a valor medio superiore a 0.45 °, fanno parte di cluster di almeno otto adiacenti.

Dalle raffigurazioni rappresentate, si nota come, attraverso l'uso di questa metodologia, si ottengono risultati sempre più puliti dal rumore di fondo inizialmente presente e che si ottiene un sottoinsieme di bin soluzione sempre più conforme a quello desiderato,

corrispondente alle posizioni reali delle sbarre. Come ultimo passo si è deciso di sfruttare il fatto che, in questo caso specifico di simulazione, le sbarre sono tutte disposte parallelamente all'asse x del riferimento spaziale. Quindi, per effettuare un'ulteriore pulizia, si considerano come validi i soli bin, tra quelli rimasti candidati, che fanno parte di una fila continua di almeno 150 validi adiacenti. Con quest'ultimo passaggio si ottiene una pulizia ancora più elevata, apprezzabile nella raffigurazione fornita in figura 4.21.

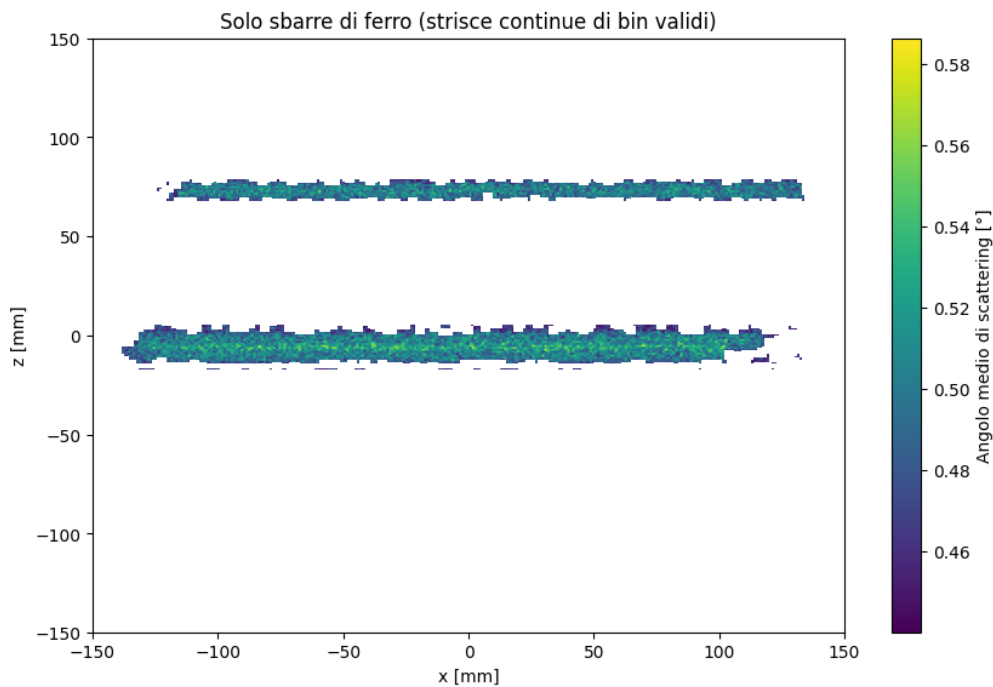


Figura 4.21: Raffigurazione del risultato finale ottenuto a valle della clusterizzazione per soglia e connettività effettuata, ottenuta con la considerazione dei soli bin facenti parte di file di almeno 150 bin validi adiacenti.

Una volta ottenuto il sottoinsieme di bin, corrispondenti alle posizioni x-z delle sbarre, si è in grado di considerare i soli eventi che sono contenuti all'interno di questi. Si dispone quindi dell'insieme degli eventi muonici imputati dell'urto con il ferro.

4.3.5 MAPPATURA 3D DELLE COLLISIONI

Disponendo dell'insieme degli eventi muonici che presentano urto con il ferro, attraverso l'applicazione dell'algoritmo per l'individuazione del punto di intersezione delle traiettorie in ingresso ed in uscita di ciascuno di questi, si è teoricamente in grado di costruire una mappatura 3D delle posizioni d'urto con il ferro. In figura 4.22 sono rappresentate due viste

del risultato ottenuto, in modo da fornire un'idea della distribuzione tridimensionale dei punti ottenuti.

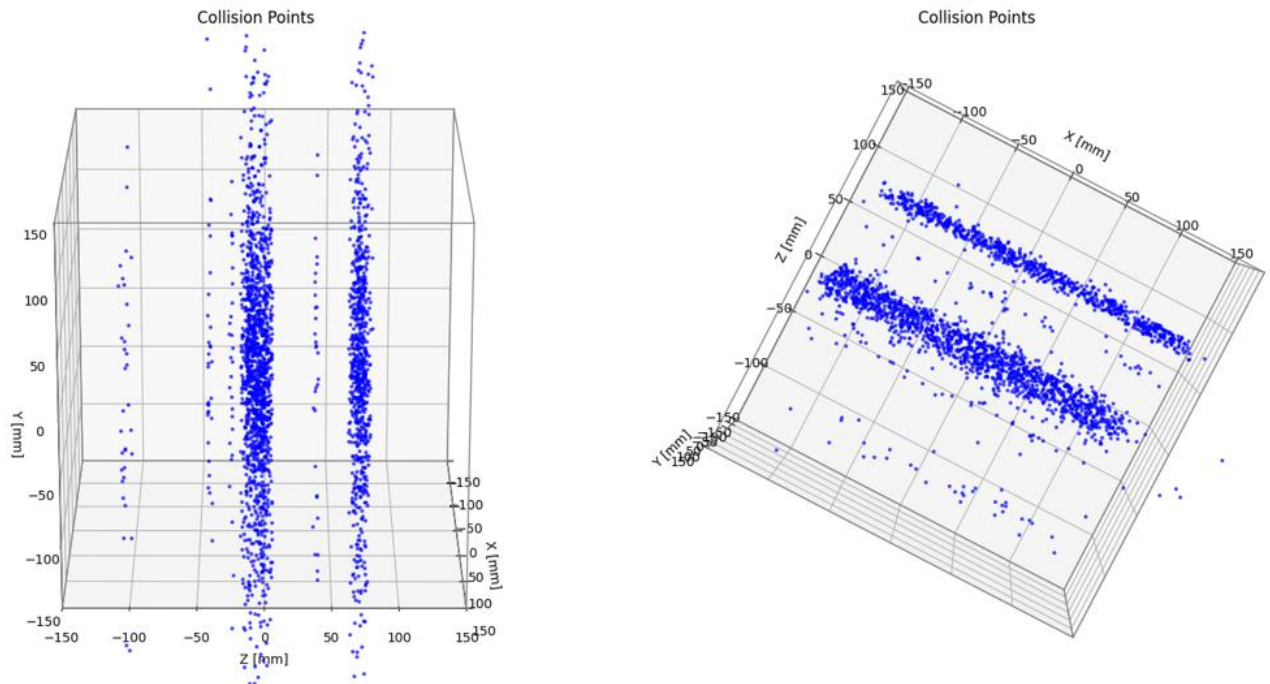


Figura 4.22: Rappresentazione delle viste dall'alto e di lato del cubo al cui interno sono rappresentati i punti di intersezione delle traiettorie in ingresso e in uscita dei fasci muonici appartenenti al sottoinsieme di urto con il ferro ottenuto precedentemente.

Dalla raffigurazione, fornita in figura 4.22, si può notare che i risultati ottenuti non rispecchiano i risultati desiderati. Infatti, non si ottiene una mappatura tridimensionale delle sbarre di ferro contenute all'interno del cubo di cemento. Questo è dovuto al fatto che l'idea di ricavare le coordinate verticali (y) delle sbarre di ferro, dall'intersezione delle traiettorie di ingresso e di uscita dei fasci muonici che incontrano il ferro non tiene conto della presenza delle componenti di scattering multiplo, dovute ai frequentissimi urti con il cemento, che agiscono sulla traiettoria. Nonostante lo scattering dovuto al cemento sia inferiore allo scattering dovuto all'urto con il ferro, il fatto che sia molto più frequente genera una successione di piccoli scattering sulla traiettoria del muone, che quindi ne modificano continuamente la direzione. L'effetto di questo fenomeno è di generare un errore sul valore di scattering a cui è soggetta la traiettoria del muone, discostandosi dal valore di scattering dovuto al solo urto con il ferro. Infatti, se questo errore fosse trascurabile, e quindi fosse valida l'ipotesi, fatta all'inizio del paragrafo 4.3, secondo cui tutto lo scattering risentito dalla traiettoria risulti assimilabile allo scattering dovuto all'urto con il ferro, allora la posizione di intersezione ottenuta sarebbe proprio quella della sbarra di ferro urtata dal singolo fascio

in analisi. Da queste considerazioni si deduce l'erroneità dell'ipotesi appena citata. Ciononostante, i dati ottenuti sulla distribuzione dei punti di intersezione ricavati potrebbero fornire informazioni utili rispetto alle coordinate verticali delle sbarre.

4.3.6 DISTRIBUZIONE COORDINATE VERTICALI

Disponendo dei dati ottenuti come risultati dello studio raffigurato nell'immagine 4.22. Si può pensare di valutare la distribuzione dei valori di coordinata verticale ottenuti per comprendere se, attraverso lo studio di questi, si è in grado di ricavare la posizione y delle sbarre in ferro. Per fare questo procedimento, si è deciso di dividere in due sottoinsiemi i cluster di punti ottenuti, in modo tale da considerare un cluster di punti relativo alla sbarra a coordinata z superiore, sbarra 1, ed un cluster di punti relativo invece alle sbarre posizionate al livello di coordinata z nulla, sbarre 2 e 3. Disponendo ora di questi due cluster di punti, si valuta la distribuzione dei valori della coordinata y corrispondente a ciascun punto, quindi, si confronta l'andamento di queste distribuzioni con la posizione reale delle sbarre, per comprendere se sia possibile ricavare l'una dall'altra. In figura 4.23 è rappresentata la distribuzione di probabilità dei valori delle coordinate y ottenute dall'intersezione delle traiettorie in ingresso e in uscita per i fasci muonici che presentano urto con la sbarra 1.

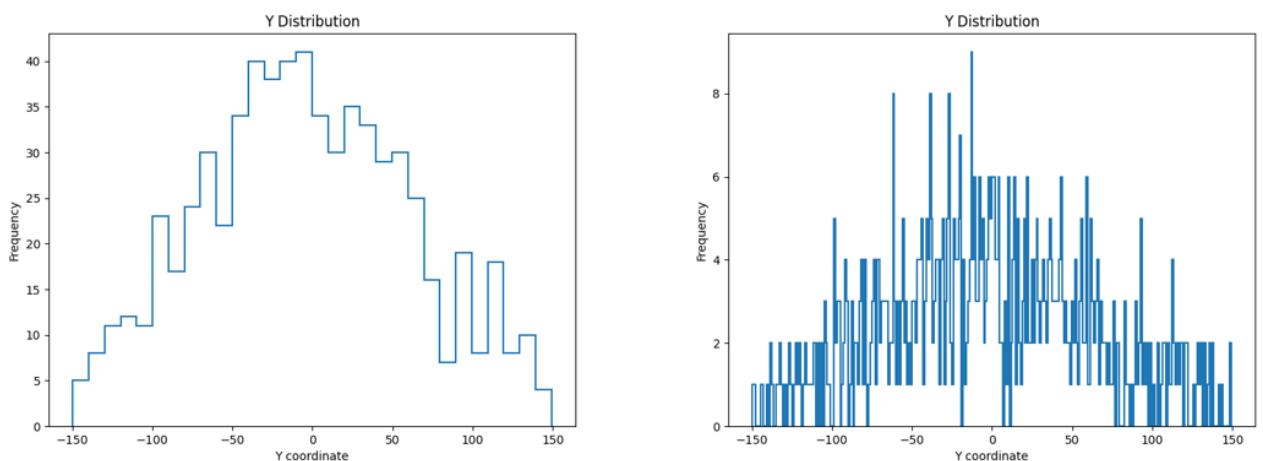


Figura 4.23: Rappresentazione della distribuzione di probabilità dei valori delle coordinate y ottenute dall'intersezione delle traiettorie in ingresso e in uscita per i fasci muonici che presentano urto con la sbarra 1. A sinistra dividendo le coordinate y in intervalli da 10 mm e a destra in intervalli da 1 mm.

In figura 4.24 sono invece riportati i risultati dell'analogo studio effettuato riguardo al cluster di punti relativi alle sbarre 2 e 3.

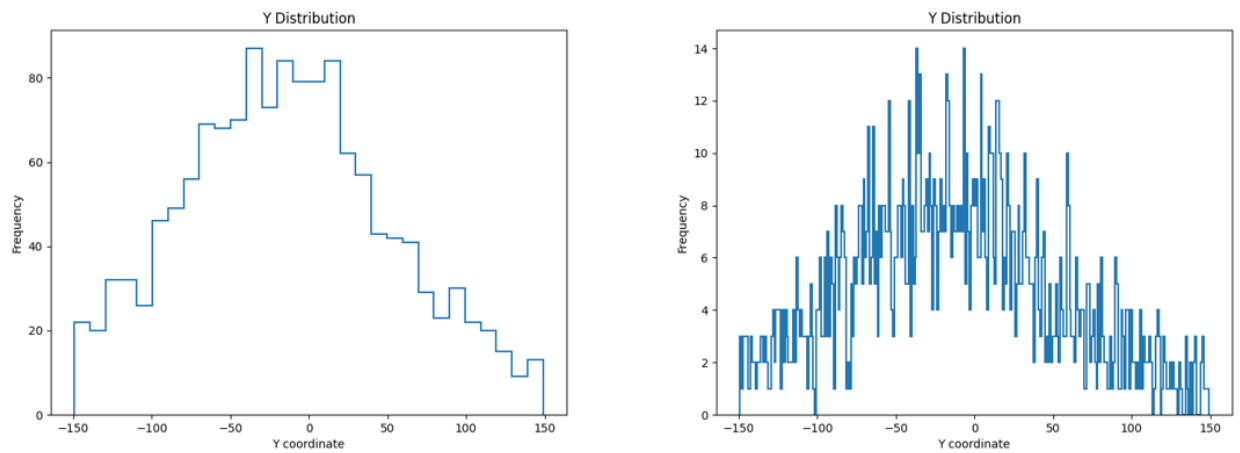


Figura 4.24: Rappresentazione della distribuzione di probabilità dei valori delle coordinate y ottenute dall'intersezione delle traiettorie in ingresso e in uscita per i fasci muonici che presentano urto con le sbarre 2 e 3. A sinistra dividendo le coordinate y in intervalli da 10 mm e a destra in intervalli da 1 mm.

Dai risultati rappresentati nelle figure 4.23 e 4.24, è immediato notare la natura Gaussiana presente in entrambi i casi. Questo rispecchia il fatto che il comportamento della variabile in esame, ovvero la coordinata y dell'intersezione delle traiettorie in ingresso e in uscita, sia il risultato di una somma di numerosi contributi indipendenti, ovvero i valori di scattering multipli dovuti ai frequenti urti con il cemento. Dunque, il rumore presente su questi risultati, dovuto ai numerosi fenomeni di scattering dati dall'interazione con il cemento, ne domina l'andamento, senza consentire la formulazione di ipotesi rispetto alla coordinata y a cui sono collocate le sbarre in ferro, nel nostro caso. Queste considerazioni risultano confermate una volta che si prende coscienza delle coordinate verticali a cui sono effettivamente poste le sbarre di ferro, le quali risultano poste nell'intorno delle coordinate y , rispettivamente, $[-124; -118]$, $[82; 90]$ e $[136; 143]$. In accordo con quanto detto sopra, le coordinate effettive, risultano di certo non deducibili dagli andamenti rappresentati nelle figure 4.23 e 4.24.

4.3.7 TEMPI DI RIVELAZIONE

Ora che è stato identificato un metodo funzionale per l'identificazione della posizione delle sbarre di ferro all'interno del cubo in cemento, che vede l'utilizzo del binning spaziale e la

valutazione del valore medio di scattering, risulta di interesse considerare un aspetto cruciale che caratterizza la tomografia a muoni. Nel secondo capitolo si è infatti sottolineato come la necessità di tempistiche elevate, richieste per acquisire l'elevata mole di dati necessari a garantire risultati soddisfacenti, rappresenti uno dei limiti principali di questa tecnologia. Infatti, seguendo le ipotesi secondo cui è stata costruita la simulazione, il tempo necessario affinché i rivelatori siano in grado di acquisire informazioni su 18 milioni di eventi risulta elevato. Consideriamo il flusso di muoni a direzione verticale con una portata caratteristica pari a 170 Hz/m^2 , corrispondente a circa *1 evento al minuto per cm²*, che investe la superficie superiore del cubo a sezione di $30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$. Con queste condizioni, per ottenere 18 milioni di eventi sono necessari circa *20'000 minuti*, pari approssimativamente a 14 giorni di esposizione. Tempistiche di questa durata, necessarie al solo ottenimento dei dati, risultano molto elevate per applicazioni nel campo dell'ingegneria civile. Non sappiamo però se siano effettivamente necessari tutti i 18 milioni di eventi per identificare correttamente la posizione delle sbarre, si cerca perciò di capire quali siano le tempistiche realmente necessarie alla risoluzione del problema presentato. Per effettuare una prima analisi approssimativa sulle tempistiche necessarie per la corretta individuazione delle sbarre in ferro, si prova ad abbassare gradualmente il numero di eventi considerati, quindi si valutano le heatmap che si ottengono. Procedendo in questa maniera si arriva a considerare un numero di soli due milioni di eventi, corrispondenti a solo $1.5 \text{ gg} \cong 36 \text{ h}$ di esposizione. I risultati ottenuti in questa condizione sono rappresentati in figura 4.25.

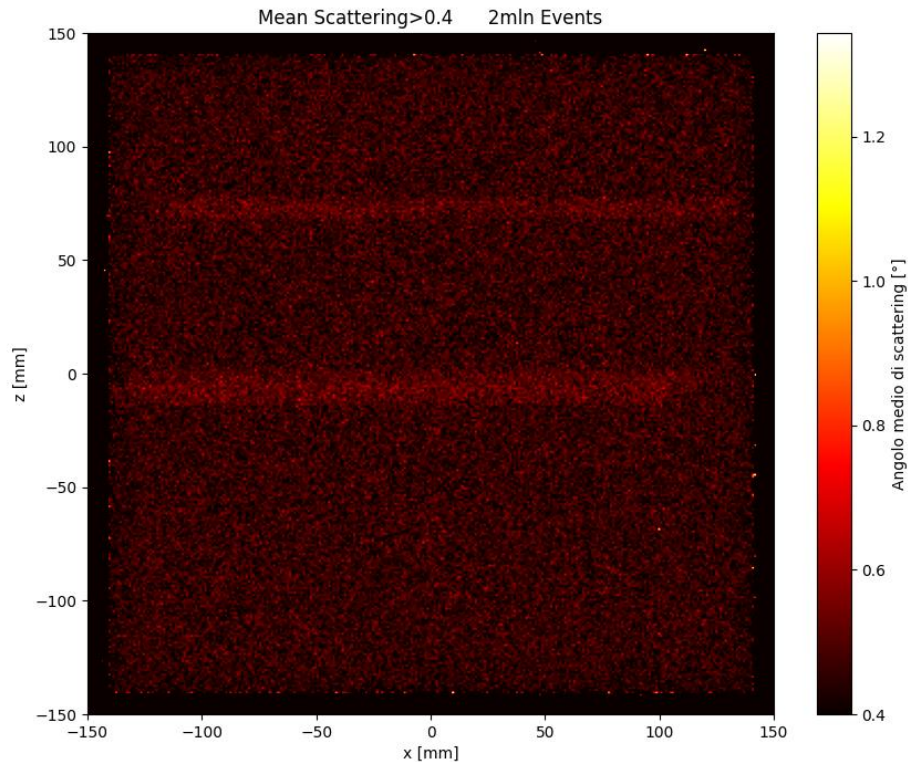


Figura 4.25: Medie dell'angolo di scattering valutate per gli eventi contenuti in ciascun bin, bin di sezione $1 \times 1 \text{ mm}^2$. Sono raffigurati i soli bin a scattering medio maggiore di 0.4° .

Come si nota dalla figura 4.25, anche per soli 2 milioni di eventi, si è in grado di individuare la posizione x-z delle sbarre in ferro.

4.4 OTTIMIZZAZIONE DEL METODO

A seguito delle considerazioni effettuate sul metodo appena descritto, si valuta la presenza di migliorie che possano ottimizzare l'algoritmo, in modo tale da ottenere risultati più accurati, robusti ed in maniera più rapida.

4.4.1 DEFINIZIONE DELLO SCORE

A valle dei risultati ottenuti con il metodo di binning descritto in precedenza, attraverso lo studio dei valori medi di scattering relativi a ciascun bin, si considera di inserire all'interno del metodo per l'identificazione delle sbarre di armatura anche una valutazione relativa ai

valori di deviazione standard dello scattering risentito per ciascun bin. L'idea è la seguente, se ci troviamo a valutare gli eventi contenuti in un bin in cui non è presente urto con il ferro, questo sarà caratterizzato da bassi valori medi di scattering e bassa varianza dei suddetti valori, man mano che ci si avvicina a zone in cui è presente una sbarra di ferro, i valori di varianza iniziano a crescere. Questo vale poiché è più probabile che eventi che inizialmente passano per quel dato bin, a seguito delle deviazioni dovute agli scattering subiti, possano incontrare la sbarra in ferro e quindi presentare uno scattering maggiore che ne innalza la media ed anche la varianza. Questo è certamente vero per eventi che appartengono a bin in cui una parte degli eventi urta il ferro e l'altra passa solamente per il cemento, questi bin di confine sono caratterizzati da valori di varianza elevati. In questo senso, l'aggiunta di considerazioni riguardo il valore di deviazione standard caratteristico a ciascun bin, è utile a identificare in maniera accurata le zone di transizione tra ferro e cemento, quindi anche ad indentificare più velocemente le posizioni effettive delle sbarre.

L'utilizzo della sola media è utile a identificare i cosiddetti valori outlier, ovvero quei valori che si discostano dal valore più frequente, che è proprio quello che ci serve per identificare le sbarre di ferro. La deviazione standard invece cresce dove c'è una maggiore dispersione dei dati, quindi, in quei bin in cui si ha urto sia con ferro che con cemento.

È necessario ora definire un parametro di score da assegnare ai bin, costruito in maniera tale da tener conto sia del valore medio dello scattering, che della sua deviazione standard. Per farlo si nota la necessità di ricavare valori normalizzati di media e deviazione standard relativi ai diversi bin. Questo è dovuto al fatto che i valori di media e deviazione standard relativi allo scattering degli eventi passanti in un dato bin, presentano range di variazione differenti. Il valore medio di scattering presenta infatti un range di variazione dei valori $\Delta\theta_{mean} \cong 0.2 - 0.6^\circ$, non direttamente paragonabile al range di valori che si ottiene per la deviazione standard, pari a $\Delta\theta_{STD} \cong 0.05 - 0.2^\circ$. Al fine di ottenere uno score s che tenga conto di entrambi i parametri è necessario che i valori di questi vengano normalizzati, una normalizzazione standard assume la forma seguente:

$$z_n = \frac{z_i - z_{mean}}{z_{STD}} \quad (4.1)$$

Il valore normalizzato z_n si ottiene come la differenza tra il valore i -esimo ed il valore medio, fratto il valore di deviazione standard relativo all'insieme dei valori considerati. Nel caso della media dello scattering quindi, ogni valore medio verrebbe normalizzato rispetto alla deviazione standard e la media di tutti i valori medi che si ottengono per ciascun bin. Questo

tipo di normalizzazione è adeguata se si ha una distribuzione dei valori Gaussiana, in cui non sono presenti valori outlier di interesse, ma questo non è di certo il caso in esame. Nelle nostre condizioni, infatti, sono proprio i valori outlier a rappresentare eventi che urtano le sbarre. L'urto con le sbarre provoca un innalzamento del valore medio dello scattering che è immediatamente riconoscibile, posizionandosi lontano dal valore mediano delle medie dello scattering. Il valore mediano risulta particolarmente adatto alla situazione che si considera in quanto è direttamente rappresentativo del comportamento più frequente del sistema. La mediana individua il valore che si posiziona al centro dell'insieme dei valori ottenuti, non risente quindi la presenza di valori outlier e rappresenta in maniera fedele un valore centrale, utile ad effettuare una normalizzazione sensata per il caso in esame. Utilizzando invece la media dei valori, questa risulta fortemente dipendente dalla presenza di valori outlier, che ne innalzerebbero il valore ad un livello in cui il valore medio non sarebbe rappresentativo del comportamento più frequente del sistema. Per queste ragioni si decide di non utilizzare una normalizzazione standard, optando invece per una normalizzazione con MAD (Median Absolute Deviation) definita come segue:

$$z_n = \frac{z_i - \text{Median}(z)}{k * MAD} \quad (4.2)$$

La normalizzazione descritta dall'equazione (4.2) vede l'utilizzo del valore mediano come rappresentante del comportamento più frequente del sistema, quindi eventi ad alto scattering restano eventi outlier immediatamente identificabili, come desiderabile. La MAD è definita come la mediana del valore assoluto delle distanze dalla mediana, quindi fornisce una rappresentazione robusta della dispersione, poco sensibile ai valori outlier. Al denominatore è presente il prodotto $k * MAD$, questo nell'ipotesi di una distribuzione Gaussiana, con $k = 1.4826$, equivale ad un'approssimazione della deviazione standard del sistema, quindi ad una stima robusta della dispersione dei valori. Quindi rappresenta la fluttuazione dei valori di fondo relativi al passaggio nel cemento, non influenzato dal passaggio nel ferro. La formulazione dell'equazione (4.2) quindi, segue una forma analoga a quella vista in (4.1), con la differenza di utilizzare come valore centrale il valore mediano e non più medio, rendendosi più robusto rispetto alla presenza di outlier, che quindi rimangono ben distinguibili rispetto al resto dei valori.

Seguendo questo procedimento, quindi applicando la (4.2) ai valori di scattering medio e deviazione standard ottenuti, si normalizzano i rispettivi valori relativi a ciascun bin, ottenendo i valori normalizzati z_{mean} e z_{STD} che caratterizzano ciascun bin. A questo punto si definisce lo score come segue:

$$S = z_{mean} + \alpha \cdot z_{STD} \quad (4.3)$$

A seguito della normalizzazione, i valori z_{mean} e z_{STD} risultano riscaldati rispetto al loro valore mediano e adimensionalizzati, rappresentano quindi la deviazione rispetto al rispettivo valore di fondo. Dalla formula (4.3) le due quantità ora adimensionalizzate vengono sommate, la presenza del fattore di scala α è necessaria a pesare i due contributi, nel caso di studio in esame si è visto come la media da sola sia già in grado di individuare la corretta posizione delle sbarre, si è scelto quindi un coefficiente $\alpha = 0.7$, in modo tale da dare una importanza maggiore ai valori di media normalizzati piuttosto che a quelli di deviazione standard. Dai risultati ottenuti attraverso lo studio della distribuzione dello score relativo ad ogni bin si ottiene la mappatura rappresentata in figura 4.26.

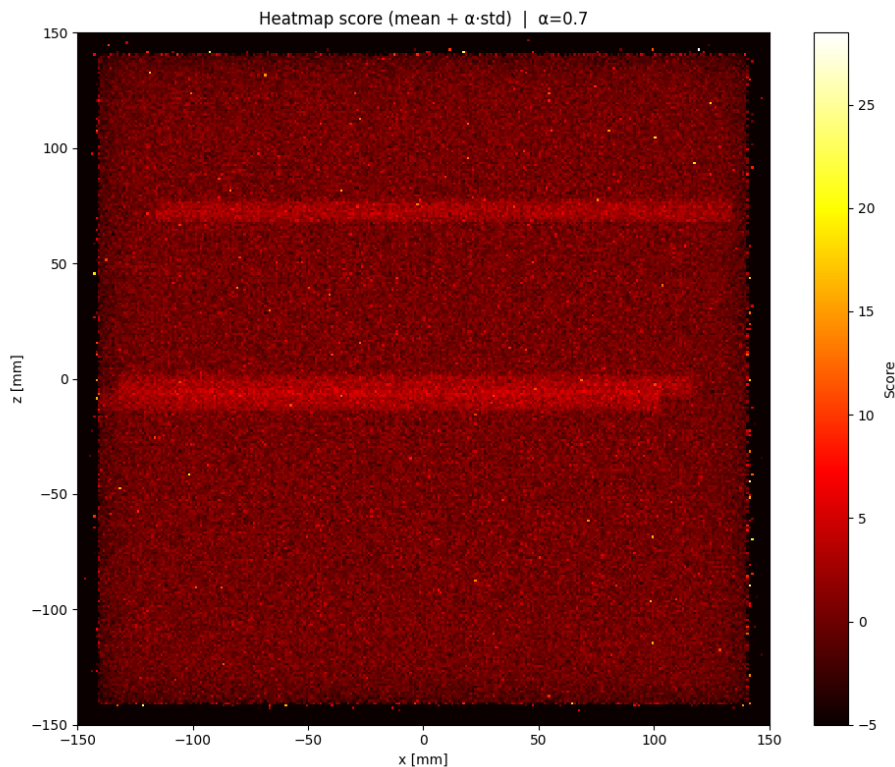


Figura 4.26: Valori di score attribuiti a ciascun bin, bin di sezione $1 \times 1 \text{ mm}^2$.

Dalla rappresentazione fornita in figura 4.26 si nota che la posizione delle sbarre viene identificata correttamente anche in questo caso. Se confrontata con il primo risultato ottenuto, rappresentato in figura 4.16, si nota che con l'uso dello score sembra esserci un segnale di fondo più consistente, quindi una distinzione meno marcata tra le zone di solo cemento e le posizioni delle sbarre. Va sottolineato che la raffigurazione 4.26 è ottenuta dalla simulazione dell'interezza dei 18 milioni di eventi, e di conseguenza il comportamento rappresentato, data l'enorme mole di eventi, potrebbe sembrare non apporti chissà quale

miglioramento rispetto ai risultati ottenuti in precedenza. Ciò che interessa però, è individuare la tecnica che identifica con efficacia maggiore le posizioni delle sbarre, quindi che lo faccia correttamente nei tempi più brevi.

4.4.2 ANALISI STATISTICA DEL CLASSIFICATORE

A questo punto, in maniera analoga a quanto effettuato per il primo metodo di identificazione delle sbarre, è possibile effettuare un'analisi statistica sull'efficienza del classificatore scelto, in questo caso relativamente al valore di score. Quindi si decide di valutare se possa essere conveniente l'utilizzo del solo score come metodo di discriminazione per la posizione delle sbarre. Per prima cosa, quindi, si valuta l'andamento della curva ROC che si ottiene utilizzando lo score come classificatore. Tale curva è rappresentata in figura 4.27.

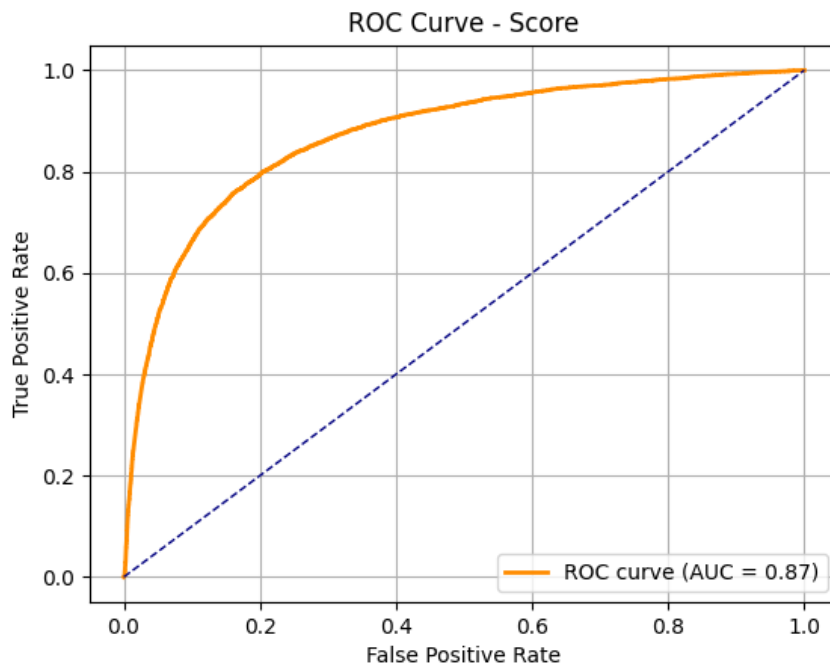


Figura 4.27: Curva ROC ottenuta dall'utilizzo dello score come classificatore per identificare se un evento presenta o meno urto con il ferro.

Dall'andamento della curva ROC, rappresentato in figura 4.27, si nota immediatamente come, anche in questo caso, la curva si discosti notevolmente dalla retta diagonale. Confrontando questo andamento con quelli ottenuti precedentemente, che usano come classificatore il valore dell'angolo di scattering, in figura 4.13, o la perdita di energia risentita dal singolo evento, in figura 4.14, si nota come l'utilizzo dello score come classificatore porti

ad una miglior discriminazione. Confrontandolo invece con l'andamento relativo all'utilizzo dell'angolo medio di scattering come classificatore, rappresentato in figura 4.17, si notano diverse affinità. Prima di tutto l'andamento che segue la curva è molto simile tra i due casi, inoltre anche il valore di AUC risulta paragonabile. Si ottiene infatti un valore di $AUC = 0.87$, nettamente più elevato che nei casi precedenti e leggermente inferiore del caso dello scattering medio. Anche in questo caso, come nell'ultimo, l'andamento della curva risulta molto vicino al punto (1,0), rappresentativo di un classificatore perfetto che genera un $TPR = 1$ ed un $FPR = 0$. A valle dei risultati ottenuti dallo studio della curva ROC, si può asserire che lo score sia un classificatore robusto e affidabile per l'identificazione degli eventi che presentano urto con il ferro, paragonabile al valore medio di scattering, e che i due metodi al momento risultano quasi equiparabili in termini di funzionalità per le finalità di questo studio. L'unico parametro che rimane da valutare è la rapidità che le due metodologie garantiscono per l'individuazione delle sbarre.

È importante sottolineare che nonostante lo score sia un valore assegnato al bin, la curva ROC ottenuta fa riferimento alla classificazione dei singoli eventi. Si considera come valore di score del singolo evento il valore di score assegnato al bin a cui questo appartiene, quindi ogni evento presenta un rispettivo valore di score e, variando la soglia di score che distingue eventi con urto da eventi senza, si ottiene la curva ROC rappresentata in figura 4.27.

Per investigare se possa essere ottimale l'uso del solo valore di score come discriminante per eventi che urtano o meno le sbarre di armatura, si analizza quale sia il valore di soglia sullo score che porta ad una distinzione più chiara delle due classi di eventi. Esistono diversi criteri per identificare quale sia la soglia sullo score in grado di fornire il risultato migliore; in questa analisi se ne presentano i tre principali. Come primo criterio si definisce il punto di lavoro come il punto della curva ROC che minimizza la distanza dal punto ideale corrispondente a valori di $TPR = 1$ e $FPR = 0$. Tale scelta individua una soglia sullo score pari a $s = 1.24$, che rappresenta il punto di lavoro adottato e consente di distinguere gli eventi che interagiscono con il ferro da quelli che non lo fanno. Utilizzando questo valore come discriminante tra eventi che urtano o meno le sbarre, quindi considerando solamente gli eventi a cui è attribuito un valore di score maggiore del valore dato, si ottiene il risultato rappresentato in figura 4.28.

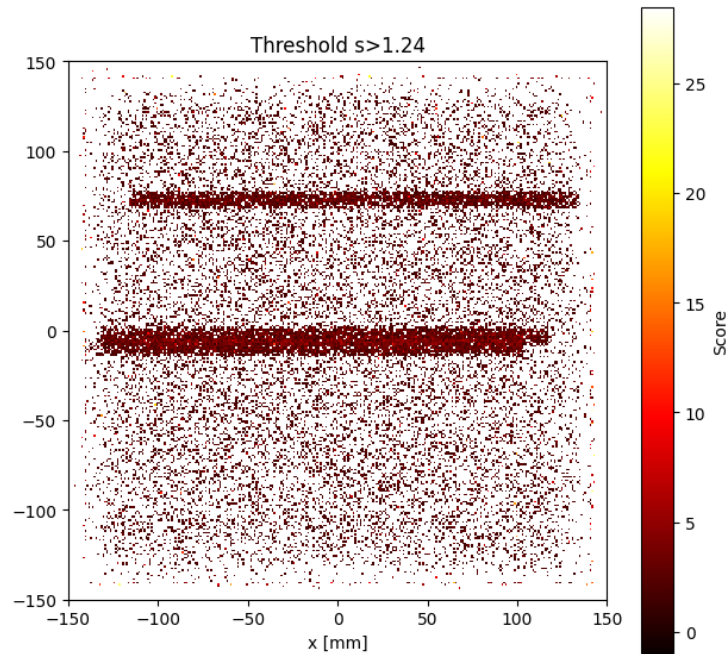


Figura 4.28: Mappatura degli eventi caratterizzati da valori di score maggiore della soglia $s = 1.24$.

Dalla figura 4.28, si nota come l'utilizzo di questa soglia come discriminante per eventi che presentano o meno urto con il ferro, mostri un'elevata presenza di rumore di fondo. Sono infatti presenti un alto numero di eventi che in realtà sappiamo non urtare il ferro, ciononostante, risulta immediatamente nota la proiezione della posizione delle sbarre sul piano x-z, deducibile dalla distribuzione di densità dei punti rappresentati.

Come secondo valore di soglia ottimale si sceglie il valore relativo al punto che sulla curva ROC risulta essere a maggior distanza rispetto alla retta diagonale, rappresentate del comportamento di un classificatore puramente casuale. Utilizzando questo criterio si ottiene un valore di soglia pari a $s = 1.43$, il cui risultato di mappatura è rappresentato in figura 4.29.

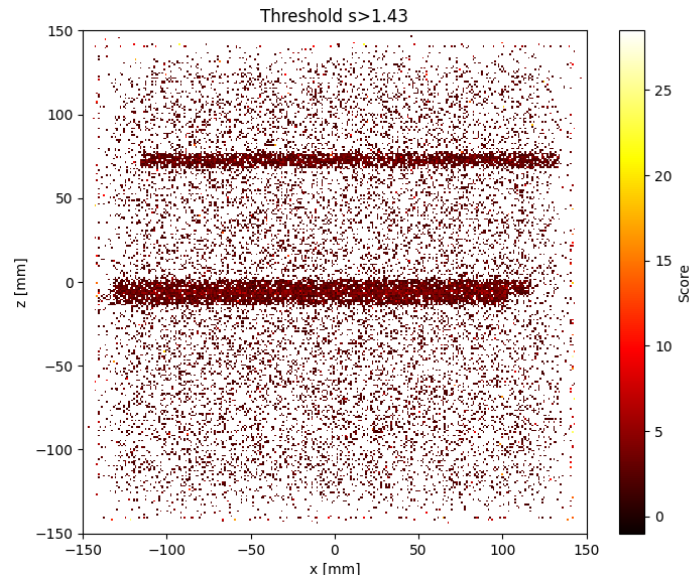


Figura 4.29: Mappatura degli eventi caratterizzati da valori di score maggiore della soglia $s = 1.43$.

Dalla figura 4.29 si nota che, rispetto al caso precedente, il rumore di fondo sembra essere diminuito, ciò è perfettamente coerente con l'innalzamento del valore di soglia che porta ad una conseguente diminuzione degli eventi considerati, mantenendo comunque chiara la zona in cui sono localizzate le sbarre in ferro.

L'ultimo metodo per definire un valore di soglia volto alla distinzione tra eventi che urtano o meno il ferro è considerare il valore di soglia che genera la massima precisione P , definita come $P=TP/(TP+FP)$. Il valore di soglia sullo score corrispondente alla massimizzazione della precisione risulta pari a $s = 0.63$, in figura 4.30 è rappresentato il risultato di mappatura che si ottiene da questo valore.

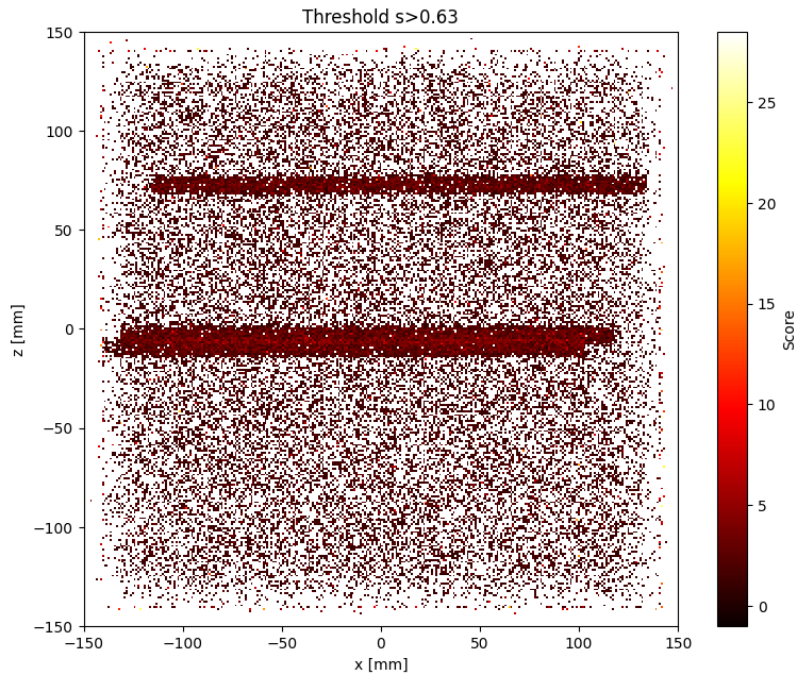


Figura 4.30: Mappatura degli eventi caratterizzati da valori di score maggiore della soglia $s = 0.63$.

Dalla figura 4.30 si denota un comportamento simile a quelli ottenuti per le soglie presentate precedentemente. Dalla mappatura si è perfettamente in grado di distinguere la posizione delle sbarre, caratterizzata da una concentrazione più elevata di eventi validi, rimane però un'elevata presenza di rumore di fondo, ovvero eventi considerati validi che non rappresentano la corretta posizione delle sbarre.

Dall'analisi appena svolta attraverso l'uso delle soglie sui valori di score, si evince che anche dal solo utilizzo di valori di score specifici alla discriminazione si è in grado di distinguere le posizioni delle sbarre nel caso di un numero di eventi sufficientemente elevato, si è infatti sempre fatto riferimento all'interezza dei 18 milioni di eventi simulati.

4.4.3 OTTIMIZZAZIONE DEL SISTEMA DI CLUSTERING

Una volta ottenuti i risultati relativi ai valori di score dei bin è necessario investigare se esistano metodi più precisi e veloci per isolare i soli bin relativi alle posizioni x-z delle sbarre in ferro. Il sistema di clusterizzazione per la risoluzione preliminare dell'analisi, esposto nel paragrafo precedente, era un metodo sviluppato ad hoc, basato su criteri empirici di soglia e contiguità spaziale. Tale approccio, pur consentendo una prima identificazione delle regioni

di interesse, presenta limitazioni in termini di generalità e robustezza. Per questo motivo, il metodo è stato successivamente sostituito e ottimizzato mediante l'impiego dell'algoritmo DBSCAN, che consente una clusterizzazione più sistematica e meno dipendente da parametri scelti manualmente.

DBSCAN (Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise) è un algoritmo per la clusterizzazione sviluppato a metà degli anni '90, il suo funzionamento si basa sull'identificazione di cluster ad alta densità di punti attraverso l'uso di soli tre parametri. Il primo parametro è p_{act} , tale parametro definisce qual è l'insieme di bin candidati di partenza, in particolare definisce la soglia percentuale sui migliori valori di score da considerare. Ad esempio, per un'assegnato valore di $p_{act} = 95\%$, significa che vengono considerati come bin candidati per l'appartenenza al cluster che identifica la posizione delle sbarre solo quelli il cui valore di score appartiene al top 5% dei valori ottenuti. In questo modo si effettua un primo taglio rispetto ai valori di score di fondo. Una volta definito questo insieme di bin candidati di partenza, DBSCAN lavora con altri due parametri, ε ed η , il primo rappresenta il raggio entro il quale due bin candidati vengono considerati vicini, il secondo il numero minimo di bin validi che deve essere contenuto all'interno della circonferenza di raggio ε al fine di costituire un cluster. È necessario quindi definire la posizione del centro di ogni bin, in modo che da quelle coordinate venga costruita la circonferenza di raggio ε , quindi l'algoritmo valuta il numero di bin validi, ovvero a score appartenenti al top percentile che ne sono contenuti all'interno, se tale numero è maggiore di η , allora questi bin costituiscono un cluster. Se tale processo si ripete, considerando come nuovo centro le coordinate dei bin appartenenti al cluster, allora il cluster si allarga, finché non si raggiunge l'ultimo bin, in cui non sono più presenti sufficienti bin a score richiesto interni alla circonferenza per allargare il cluster.

Applicando tale algoritmo ai valori di score calcolati, si ottengono risultati diversi a seconda dei valori dei parametri imposti. In figura 4.31 sono raffigurati i risultati ottenuti, rispettivamente per i valori $p_{act} = 95\%$, $\varepsilon = 10\text{ mm}$ ed $\eta = 30$, o $\varepsilon = 6\text{ mm}$ ed $\eta = 20$. Coerentemente con quanto descritto precedentemente è logico che ad un valore di ε inferiore corrisponda un valore inferiore di η .

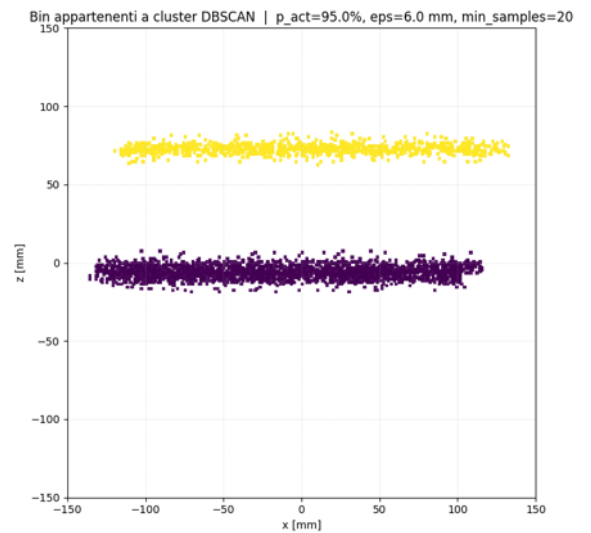
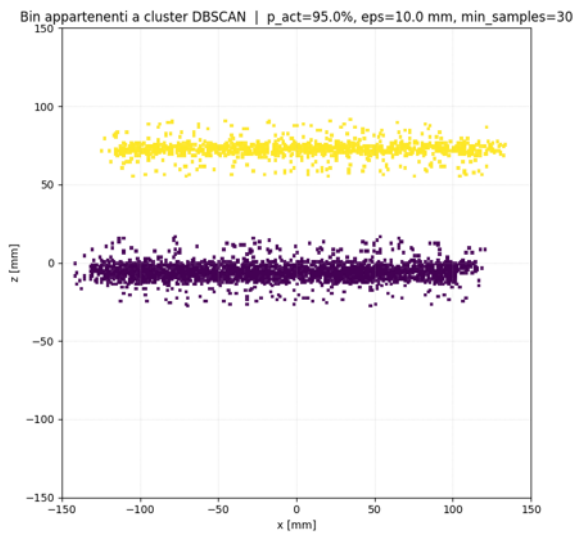


Figura 4.31: Risultati ottenuti dall'applicazione dell'algoritmo DBSCAN, per valori dei parametri a sinistra e destra rispettivamente di, $p_{act} = 95 \%$, $\varepsilon = 10 \text{ mm}$ ed $\eta = 30$ e $p_{act} = 95 \%$, $\varepsilon = 6 \text{ mm}$ ed $\eta = 20$.

Come si può notare dalla rappresentazione in figura 4.31, il metodo DBSCAN fornisce sin da subito risultati soddisfacenti, identificando i due cluster di bin relativi alle proiezioni x-z delle posizioni della sbarra superiore e delle due poste al centro. Si nota dal primo al secondo tentativo, quindi da sinistra a destra in figura 4.31, un leggero miglioramento dei risultati ottenuti, caratterizzato da una diminuzione dei bin di rumore che fanno da contorno alle posizioni delle sbarre. Con un ulteriore miglioramento dei parametri si ottiene il risultato rappresentato in figura 4.32.

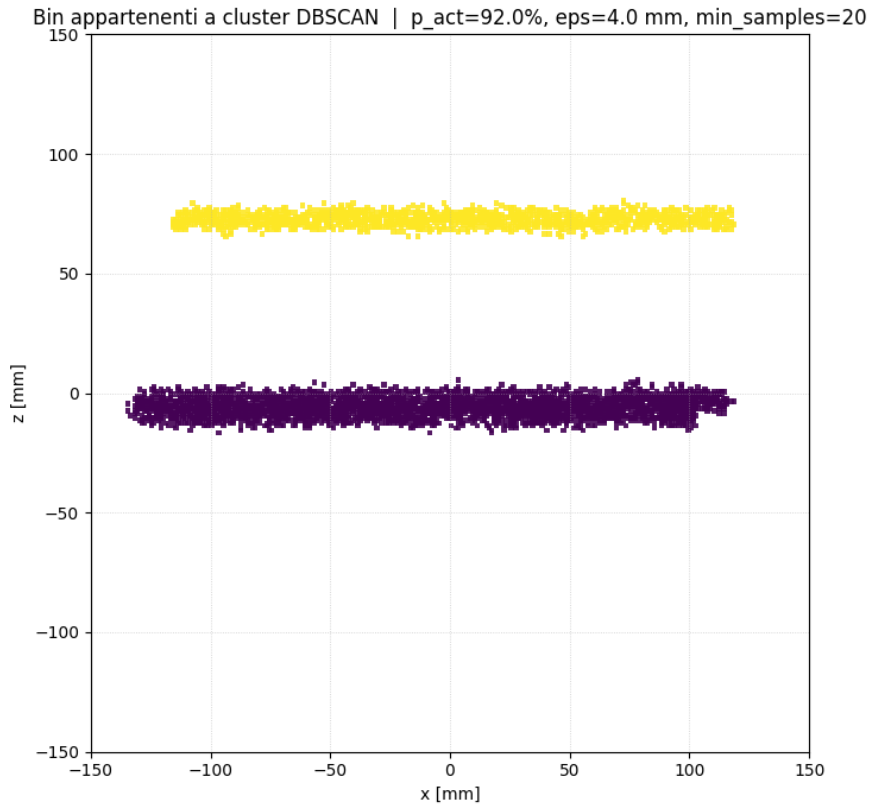


Figura 4.32: Risultati ottenuti dall'applicazione dell'algorithmo DBSCAN, per valori dei parametri $p_{act} = 92\%$, $\epsilon = 4$ mm ed $\eta = 20$.

Dal risultato in figura 4.32, si nota un ulteriore miglioramento dei risultati ottenuti, con una ancora più avanzata pulizia rispetto ai bin di rumore che risultano quasi completamente rimossi. Dal risultato ottenuto si è ora in grado di effettuare considerazioni analoghe a quelle effettuate per il metodo presentato precedentemente; quindi, valutare la distribuzione dei punti di intersezione relativi agli eventi contenuti in questi bin e valutare la capacità di discriminazione dello score attraverso lo studio della rispettiva curva ROC.

4.4.4 DISTRIBUZIONE DEI PUNTI DI INTERSEZIONE

Adesso che si è individuato, in maniera precisa, l'insieme dei bin che identificano la proiezione x-z delle posizioni delle sbarre, si è in grado di ricavare le coordinate dell'intersezione dei vettori \vec{v}_{in} e \vec{v}_{out} rispettivi a tutti gli eventi contenuti nei suddetti bin. Eseguendo questo procedimento si ottiene il risultato rappresentato in figura 4.33.

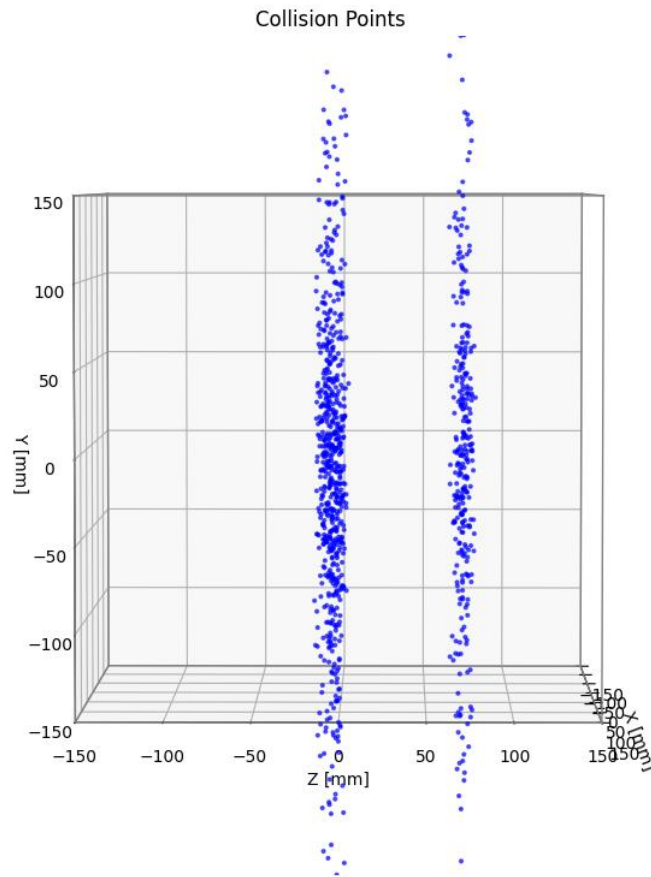


Figura 4.33: Rappresentazione tridimensionale delle coordinate di intersezione ottenute per ogni evento appartenente ai bin identificati da DBSCAN.

A valle del risultato ottenuto, rappresentato in figura 4.33, si può notare come le coordinate x-z dei punti di intersezione rientrino nei valori identificati dai bin, le coordinate y invece assumono una distribuzione che non sembra fornire informazioni utili rispetto al posizionamento delle sbarre lungo questa coordinata. Per investigare ulteriormente questo aspetto si valutano le distribuzioni di probabilità delle coordinate y ottenute, dividendole in due insiemi, con riferimento alla figura 4.32, uno rispettivo al cluster viola ed uno al cluster giallo ottenuti con DBSCAN. Così facendo si ottengono le distribuzioni rappresentate in figura 4.34.

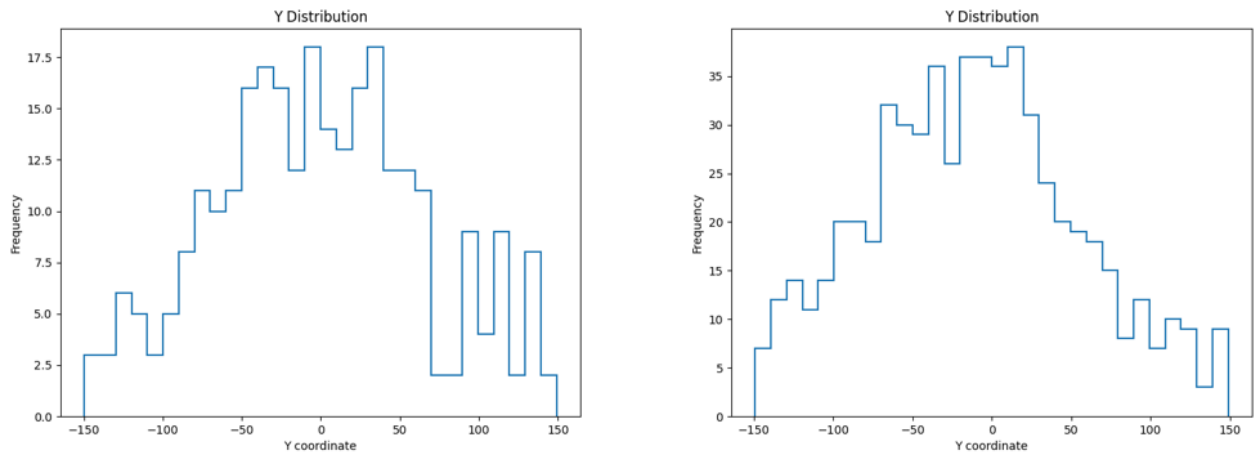


Figura 4.34: Rappresentazione delle distribuzioni relative alla coordinata y ottenuta per le intersezioni dei cluster giallo e viola, rispettivamente a sinistra e destra.

Considerando le distribuzioni rappresentate in figura 4.34, si può effettuare un ragionamento analogo a quello effettuato nel caso del primo metodo di binning. Le distribuzioni infatti presentano un andamento Gaussiano di distribuzione normale, che rende impossibile la stima delle effettive coordinate y a cui sono collocate le sbarre in ferro. La distribuzione che si ottiene è dovuta al fenomeno di scattering multiplo che interessa la traiettoria del muone, che oltre allo scattering più significativo dovuto all'urto con il ferro, è affetto da scattering a valore inferiore, ma molto più frequenti, dovuti agli urti con gli atomi del cemento. Questi valori inferiori ma ad elevata frequenza formano una nube di errore attorno al valore di scattering relativo all'urto con la sbarra di ferro, rendendone impossibile l'individuazione della coordinata verticale, in maniera del tutto analoga al caso riportato precedentemente. Se ne conclude che quindi, attraverso il sistema utilizzato, si è in grado solamente di fornire una mappatura 2D delle proiezioni delle posizioni delle sbarre su un piano parallelo ai piani di rivelazione utilizzati.

4.5 TEMPISTICHE DI RIVELAZIONE

4.5.1 DUE MILIONI DI EVENTI

Analogamente a quanto fatto rispetto al primo metodo di binning, si valuta se, con il metodo che utilizza i valori di score di ciascun bin, si è in grado di individuare la corretta posizione delle sbarre anche per soli due milioni di eventi, corrispondenti a circa 36 ore di esposizione.

In figura 4.35 è rappresentata la mappatura che si ottiene applicando il metodo che valuta lo score per ogni bin nel caso di soli due milioni di eventi.

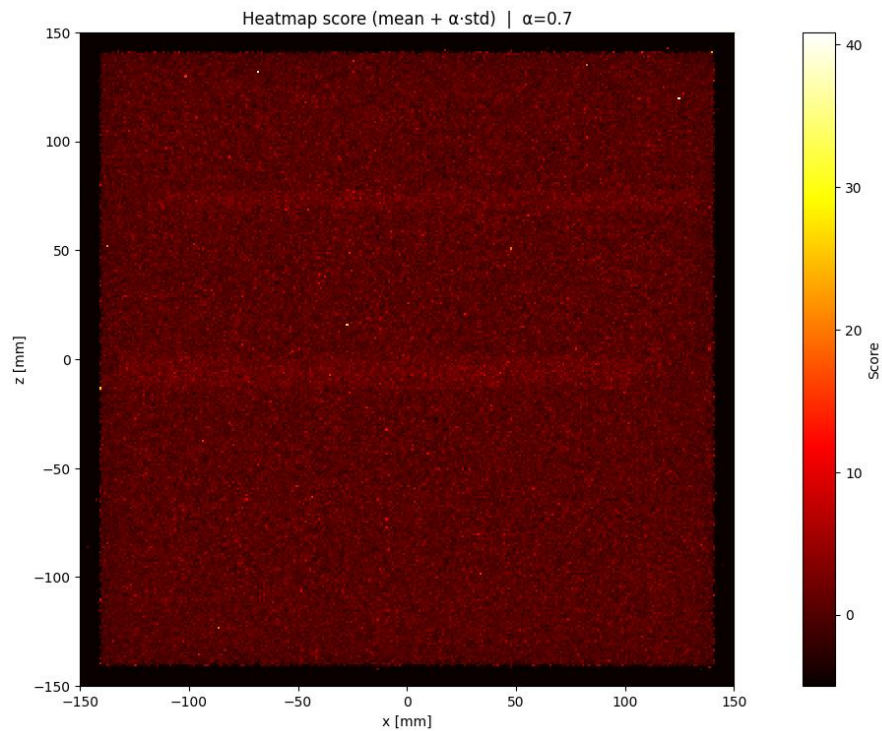


Figura 4.35: Mappatura dei valori di score relativi a ciascun bin nel caso di due milioni di eventi simulati.

Dalla figura 4.35 è possibile notare come anche nel caso di soli due milioni di eventi, seppur con maggior difficoltà rispetto al precedente metodo di binning, si sia in grado di individuare la corretta posizione delle sbarre in ferro. Risulta interessante a questo punto valutare come varia l'andamento della curva ROC relativa a questo metodo se applicata al caso dei soli due milioni di eventi. In figura 4.36 è rappresentata la curva ROC che si ottiene in questo specifico caso.

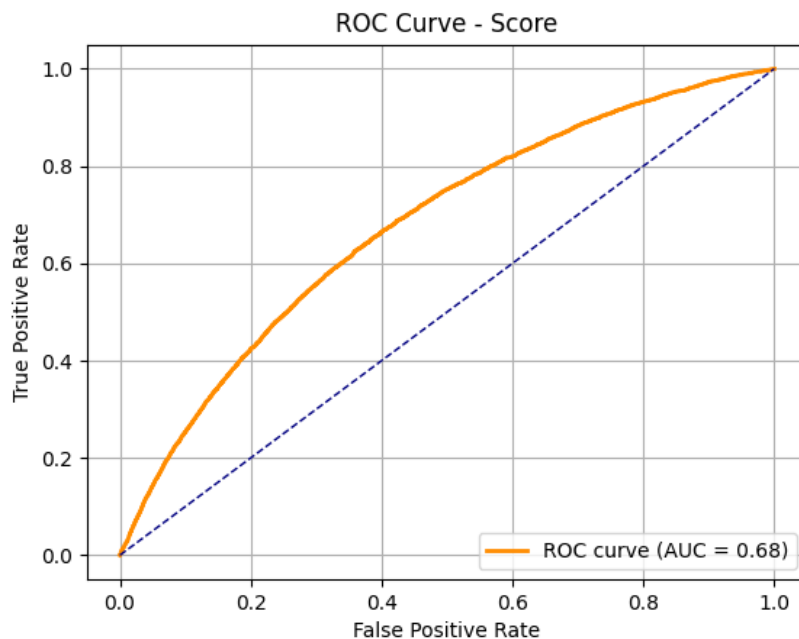


Figura 4.36: Andamento della curva ROC ottenuta rispetto all'utilizzo del valore di score come classificatore per eventi che urtano o meno il ferro, nel caso si considerino solamente due milioni di eventi.

Dal confronto tra la curva ROC appena ottenuta, per due milioni di eventi, rappresentata in figura 4.36, e la curva ROC relativa ai 18 milioni di eventi, rappresentata in figura 4.31, si nota una sostanziale differenza tra le due. Questo cambiamento sottolinea come l'abilità che possiede il valore di score, in quanto classificatore, dipende dal numero di eventi che si osservano. Si nota infatti che l'andamento che si ottiene per due milioni di eventi rappresenta un comportamento dello score come classificatore peggiorato rispetto al caso dei 18 milioni di eventi. Ciò è dovuto al fatto che, al diminuire del numero di eventi considerati, le stime della media e della deviazione standard dello scattering risultano sempre più affette da incertezza statistica. In tali condizioni, i valori di scattering medio e di dispersione calcolati per ciascun bin risentono in maniera più marcata delle fluttuazioni statistiche, risultando maggiormente influenzati da eventi estremi che non sono rappresentativi del materiale attraversato. All'aumentare del numero di eventi, invece, le fluttuazioni casuali tendono a compensarsi, consentendo al valore medio dello scattering di stabilizzarsi su un valore caratteristico del materiale attraversato; un comportamento analogo si osserva per la deviazione standard. Disporre di un numero elevato di eventi migliora quindi l'affidabilità delle stime statistiche ottenute, garantendo che esse rappresentino in modo più coerente e stabile il comportamento del materiale attraversato.

Infine, come ultimo aspetto interessante riguardo il caso di simulazione di due milioni di eventi, si tenta di applicare l' algoritmo DBSCAN anche in questo scenario, per comprendere se con tale metodo si sia ancora in grado di isolare i bin rappresentativi delle proiezioni sul piano x-z delle posizioni delle sbarre in ferro. In figura 4.37 è rappresentato il risultato che si ottiene applicando DBSCAN ai valori di score ottenuti per i due milioni di eventi simulati.

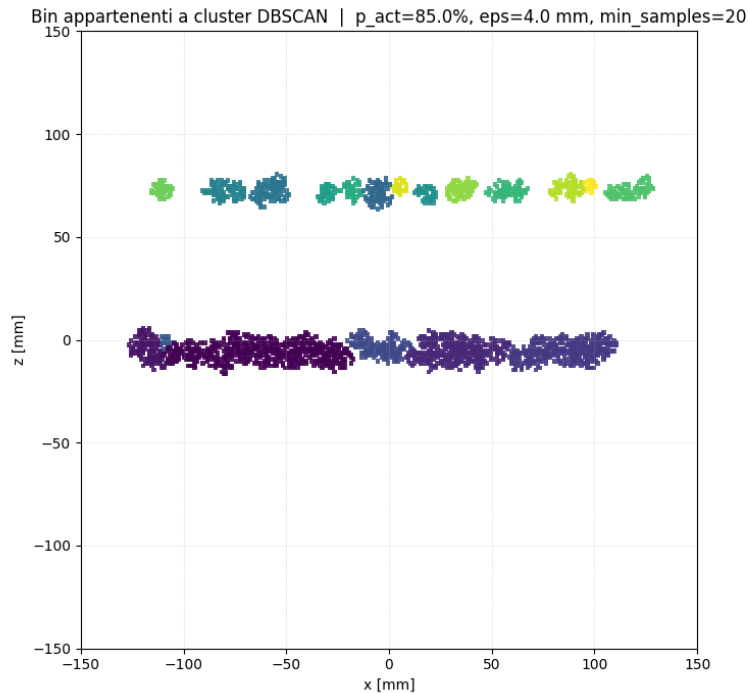


Figura 4.37: Risultati ottenuti dall'applicazione dell'algoritmo DBSCAN, per valori dei parametri $p_{act} = 85 \%$, $\varepsilon = 4 \text{ mm}$ ed $\eta = 20$, nel caso di due milioni di eventi simulati.

Dai risultati rappresentati in figura 4.37 si evince come anche nel caso di soli due milioni di eventi, anche il metodo di binning per score unito alla clusterizzazione con DBSCAN, sia in gradi di individuare correttamente la posizione delle sbarre in ferro.

Provando ad analizzare il caso dei due milioni di eventi attraverso l'ultimo metodo introdotto, ovvero quello che vede l'utilizzo di un solo valore di soglia sul parametro di score per distinguere eventi che presentano o meno urto con l'armatura, prima di tutto si deve definire il valore di soglia da utilizzare come classificatore. Dall'andamento della curva ROC riportato in figura 4.36, si possono dedurre dei valori di soglia analoghi a quelli ricavati nel caso precedentemente studiato, relativo ai 18 milioni di eventi. Nel caso dei soli due milioni di eventi simulati, i valori di soglia ottimale che si ottengono per massimizzare la precisione, e relativi ai punti della curva più distanti dalla diagonale o più vicini al punto (1,0) della

ROC risultano pressoché coincidenti, pari approssimativamente a $s = 0,68$. In figura 4.38 è rappresentata la mappatura dei bin che si ottengono considerando solamente quelli con un valore di score maggiore rispetto alla soglia appena ricavata.

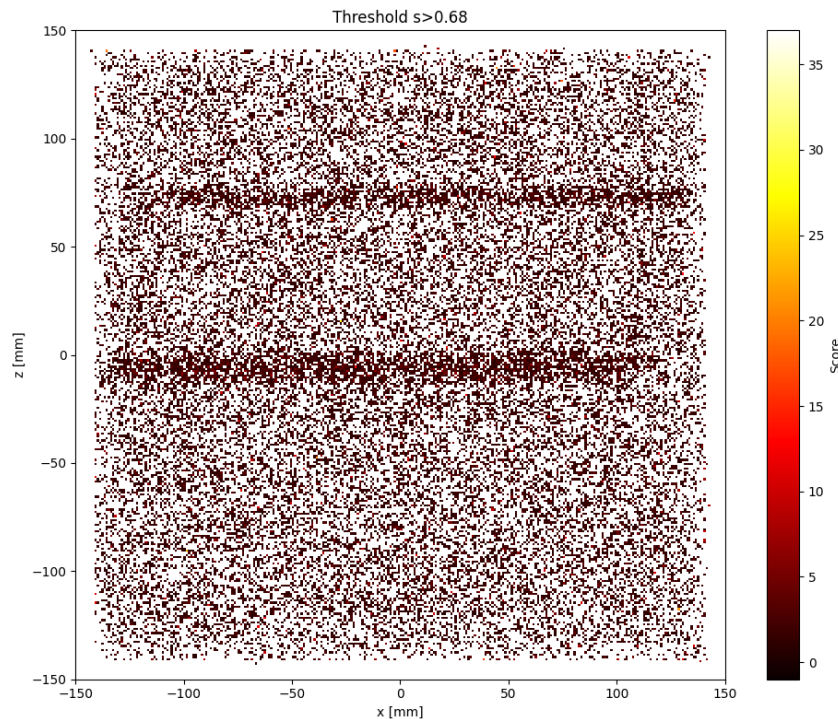


Figura 4.38: Mappatura dei bin a valore di score maggiore della soglia, posta a $s = 0,68$, nel caso di simulazione di due milioni di eventi.

Dalla mappatura riportata in figura 4.38 si può notare come per il caso di due milioni di eventi, il risultato che si ottiene applicando la classificazione attraverso il valore di soglia ricavato non appare del tutto soddisfacente. Si nota infatti un'elevata presenza di rumore di fondo, la classificazione attraverso la soglia imposta non riesce a fornire una mappatura dei soli bin che intersecano il ferro. D'altro canto, però, si riesce comunque a ricavare quale sia la posizione in cui sono localizzate le sbarre di armatura del cemento, in particolare, si nota una maggior concentrazione di bin validi nelle zone in cui è posizionato il ferro. Risulta interessante, a questo punto, definire un metodo che, da una parte, sia in grado di individuare la posizione delle sbarre effettuando uno studio sulla distribuzione di densità dei bin che risultano candidati a valle del metodo di discriminazione scelto e, dall'altra, funga da metodo oggettivo per segnalare quando in un metodo si sia in grado di individuare la posizione delle sbarre.

4.5.2 DISCRIMINAZIONE PER DENSITA'

Dallo studio presentato fino a questo punto, sono stati delineati diversi metodi per l'identificazione delle sbarre, quali: il metodo di binning basato sul solo valore di scattering medio, il metodo di binning basato sul valore dello score e l'utilizzo di soglie specifiche per distinguere i due insiemi di interesse, eventi che danno o meno urto con il ferro. Al fine di valutare quale tra questi metodi sia il più efficiente, inteso come capace di individuare correttamente le posizioni delle sbarre nel minor tempo possibile, quindi per il minor numero di eventi possibile, è necessario anzitutto definire un criterio comune per determinare a che punto dell'analisi si può dire di aver individuato la posizione delle sbarre. Per farlo si definisce il seguente metodo basato sulla densità di punti validi per unità di area considerata.

L'idea alla base del metodo utilizzato per determinare la presenza delle sbarre è la seguente. Dai risultati ottenuti per i diversi casi di studio, si nota che la presenza delle sbarre in una determinata regione può essere individuata attraverso l'identificazione delle regioni che contengono una densità di bin validi, per unità d'area, più elevata rispetto al resto. Unendo a questa condizione anche la nozione che le sbarre sono disposte parallelamente all'asse x del sistema di riferimento rispetto a cui è costruita la simulazione, si è in grado di definire un metodo unico capace di individuare la presenza e la posizione delle sbarre in ferro per ciascuno dei metodi presentati precedentemente. Si definiscono quindi i seguenti parametri: un'area quadrata rispetto a cui calcolare la densità di bin validi al suo interno, una soglia percentuale, calcolata rispetto alla densità massima che si ottiene, in modo da considerare come quadrati che individuano le sbarre solo quelli caratterizzati da valori di densità superiori al valore di soglia che si ottiene rispetto alla densità massima, ed infine il numero minimo di quadrati consecutivi che soddisfano la condizione precedente, disposti lungo la stessa fila. Attraverso questi parametri si è in grado, per ogni metodo presentato, di individuare analiticamente le posizioni delle sbarre.

A questo punto, risulta necessario un algoritmo che sia in grado, per ciascuno dei metodi presentati, di individuare quale sia il minimo numero di eventi necessario ad individuare le sbarre con il metodo di discriminazione per densità.

4.5.3 MINIMO NUMERO DI EVENTI

Si costruisce quindi un algoritmo che, per ognuno dei metodi presentati, analizzi i risultati ottenuti man mano che aumenta il numero di eventi presi in considerazione, quindi che per ciascun metodo, applichi il sistema di discriminazione per densità e restituisca il numero di eventi minimo per cui si è in grado di individuare la corretta posizione x-z delle tre sbarre di armatura. Per farlo, anche in questo caso, si utilizza il parametro p_{act} , con ruolo analogo a quanto visto nel caso di DBSCAN, ovvero di creare un sottoinsieme di bin da considerare, caratterizzati da valori del parametro di studio appartenente al top percentuale definito.

Si inizi considerando il primo metodo di binning, basato sul solo valore di scattering medio relativo a ciascun bin. Applicando a tale metodo l'algoritmo per individuare il minimo numero di eventi necessari a localizzare correttamente le sbarre in ferro, si ottiene il risultato riportato in figura 4.39.

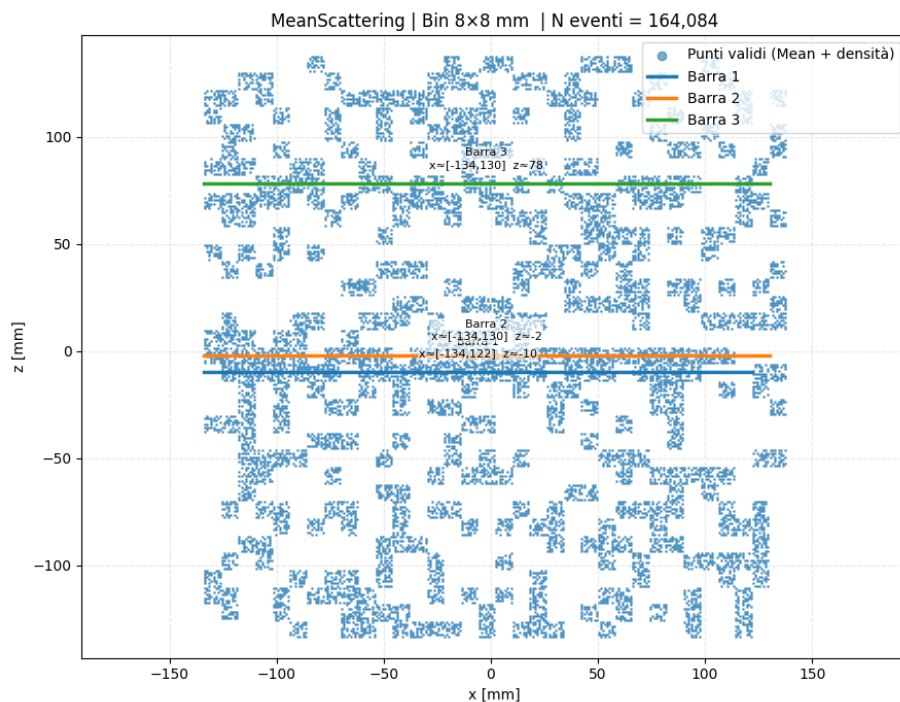


Figura 4.39: Applicazione dell'algoritmo che, attraverso il metodo di discriminazione per densità, individua qual è il minimo numero di eventi necessari al primo metodo di binning per individuare correttamente la posizione delle sbarre.

Dal risultato mostrato in figura 4.39 si nota un risultato interessante, con il metodo di binning basato sul solo valore medio di scattering misurato per ciascun bin, si è in grado, attraverso il metodo di discriminazione per densità, di individuare la corretta posizione delle sbarre per

soli 164 mila eventi. Il risultato è ottenuto per un valore di $p_{act} = 50\%$, si considerano quindi come bin di interesse solo quelli con un valore di scattering medio appartenente al top 50%. Questo risultato mostra che il metodo è in grado di effettuare predizioni corrette sulla posizione dell'armatura nel cemento in tempistiche molto ridotte rispetto ai due milioni di eventi che si erano utilizzati in precedenza. Si dimostra quindi che le tempistiche necessarie per questo tipo di metodo possono essere notevolmente ridotte, ottenendo risultati corretti per tempi di esposizione di circa sole tre.

Procedendo in maniera analoga, quindi applicando il metodo appena descritto per individuare il numero minimo di eventi necessari a localizzare correttamente le sbarre al metodo che sfrutta l'analisi dei valori di score relativi a ciascun bin, si ottiene il risultato riportato in figura 4.40.

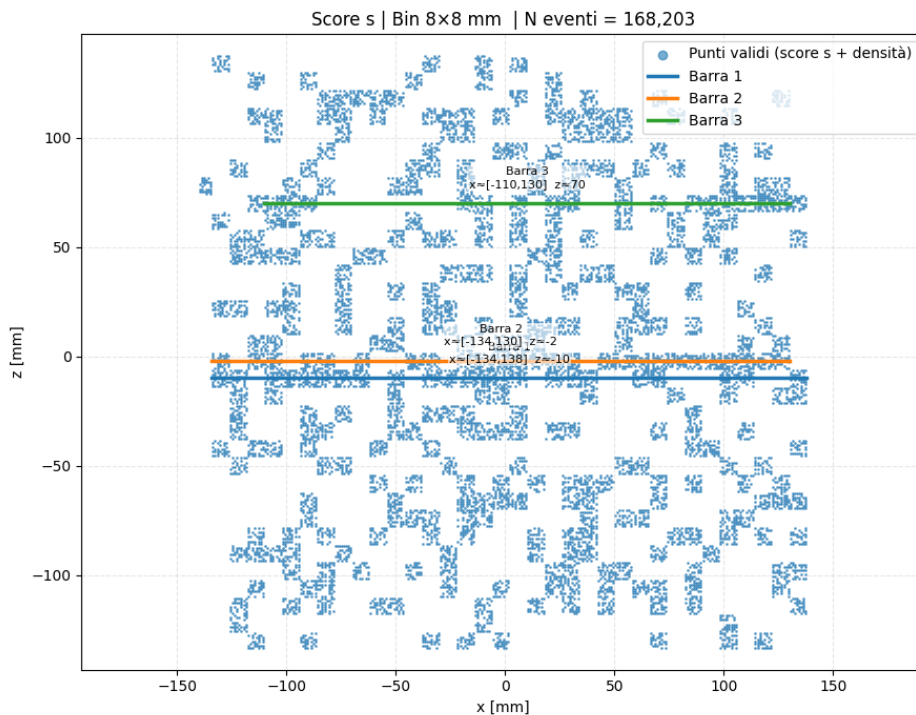


Figura 4.40: Applicazione dell'algorithmo che, attraverso il metodo di discriminazione per densità, individua qual è il minimo numero di eventi necessari al secondo metodo di binning per individuare correttamente la posizione delle sbarre.

Dai risultati illustrati in figura 4.40 si evince che anche attraverso l'utilizzo del valore di score come classificatore per i bin, si è in grado di individuare le corrette posizioni delle sbarre in tempistiche quasi identiche al metodo con scattering medio. Si noti che in questo caso non si è implementato il metodo di clusterizzazione con DBSCAN, questo perché tale metodo risulta obsoleto se combinato al metodo di discriminazione per densità. I due, infatti

si pongono lo stesso obiettivo, ovvero di isolare i bin che descrivono la posizione delle sbarre, è quindi sufficiente applicare la discriminazione per densità ai bin caratterizzati da valori di score, senza utilizzare la clusterizzazione con DBSCAN.

A questo punto si applica la stessa procedura di analisi anche per il metodo di identificazione delle sbarre basato sull'utilizzo di una soglia sul valore di score. È importante notare come il valore ottimale di soglia sullo score sia dipendente dal numero di eventi che si considera. In particolare, in questo studio si considera come valore di soglia ottimale il valore corrispondente al punto, della rispettiva curva ROC, più vicino al punto (1,0). Come detto, al variare del numero di eventi tale soglia ottimale varia, quindi nell'algoritmo creato, si deve riportare sia il numero minimo di eventi necessari alla corretta individuazione delle sbarre, sia il valore di soglia che, nel caso specifico, si utilizza come classificatore. In figura 4.41 è riportato il risultato ottenuto in questo particolare caso.

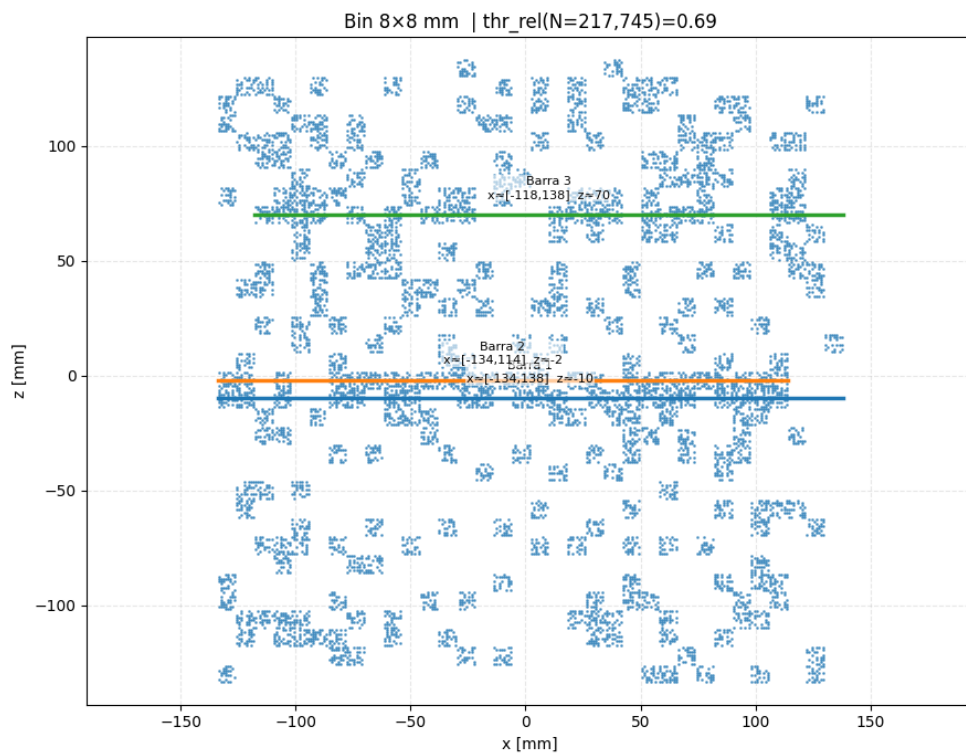


Figura 4.41: Applicazione dell'algoritmo che, attraverso il metodo di discriminazione per densità, individua qual è il minimo numero di eventi necessari al metodo di classificazione con soglia sullo score per individuare correttamente la posizione delle sbarre.

Dal risultato riportato in figura 4.41 si nota come, con quest'ultimo metodo si riescano a ricavare le corrette posizioni delle sbarre per un tempo di esposizione di circa quattro ore.

Di seguito si riporta una tabella che mostra i risultati ottenuti attraverso l'applicazione del metodo di individuazione del numero minimo di eventi necessari ad individuare la corretta posizione delle sbarre.

Metodo	Parametri	Tempo Necessario
Binning con Scattering Medio	Area= $8 \times 8 \text{ mm}^2$ Soglia sulla Densità Massima=64.3% $p_{act} = 50\%$	164 Mila Eventi $\cong 3$ ore
Soglia sul Valore di Score	Area= $8 \times 8 \text{ mm}^2$ Soglia sulla Densità Massima=59.4% Soglia sullo score=0.69	217 Mila Eventi $\cong 4$ ore
Binning con Score	Area= $8 \times 8 \text{ mm}^2$ Soglia sulla Densità Massima=69.1% $p_{act} = 53\%$	168 Mila Eventi $\cong 3$ ore

CONCLUSIONI

A valle dei risultati ottenuti, quindi del confronto effettuato tra le diverse metodologie di individuazione della posizione delle sbarre, si può notare come per tutti i metodi presentati si ottengano risultati soddisfacenti. In particolare, si è in grado di ottenere risultati corretti rispetto alle proiezioni delle posizioni delle sbarre sul piano parallelo ai piani di rivelazione utilizzati per acquisire i dati. Le tempistiche necessarie per ottenere risultati corretti risultano significativamente ridotte rispetto a quelle inizialmente ipotizzate, relative all'acquisizione di 18 milioni di dati, corrispondenti a circa 14 giorni di esposizione per un cubo di superficie di esposizione di $30 \times 30 \text{ cm}^2$. Infatti, dallo studio svolto si evince che attraverso tutti i metodi presentati si è in grado di individuare la corretta posizione delle sbarre in tempistiche di qualche ora di esposizione, risultato che rende questa tecnologia del tutto applicabile al campo dell'ingegneria civile. Va sottolineato però, che tutti i metodi presentati risolvono l'individuazione delle sole coordinate x-z delle sbarre in ferro, ovvero la localizzazione delle proiezioni dell'armatura rispetto al piano parallelo a quelli di rivelazione. Si è infatti dimostrato come, con il metodo presentato in questo studio, non si sia in grado di ricavare informazioni utili rispetto alla coordinata delle sbarre nella direzione perpendicolare ai piani di rivelazione. Questo è un problema comune per studi di tomografia a muoni e viene generalmente risolto attraverso la rotazione dell'oggetto di studio, opzione del tutto inutilizzabile nel caso di applicazioni nel campo dell'ingegneria civile. Un'alternativa è l'utilizzo di ulteriori piani di rivelazione, disposti perpendicolarmente a quelli già presenti, in modo da ottenere, in maniera analoga a quanto presentato in questo lavoro, la proiezione della posizione delle sbarre lungo il piano perpendicolare a quello precedente. Unendo quindi i risultati ottenuti da piani di rivelazione perpendicolari si ricava la mappatura tridimensionale dell'interno del cubo. Si nota però che la metodologia appena descritta necessita di tempistiche di esposizione maggiori rispetto a quelle ottenute a valle dello studio effettuato. Il flusso di muoni in direzione orizzontale è drasticamente ridotto rispetto a quello a direzione verticale, quindi per l'ottenimento della proiezione delle sbarre lungo un piano perpendicolare a quello verticale è necessario un sostanziale incremento dei tempi di esposizione. A questo proposito risulta importante citare i recenti progressi che sono stati fatti in questo campo. In recenti studi si è mostrato come attraverso l'utilizzo di nuove metodologie, si sia capaci di ottenere tomografie completamente tridimensionali attraverso l'uso dei soli piani di rivelazione paralleli al suolo. Attraverso la definizione di voxel cubici, cubi tridimensionali a lato costante rispetto a cui viene suddiviso il volume del cubo, con

assegnato un ruolo analogo a quello dei bin piani utilizzati in questo studio, si è in grado di mappare la struttura tridimensionale interna al cubo, individuando la posizione tridimensionale delle sbarre di armatura [21]. È stato inoltre dimostrato come con l'implementazione di tale metodo con tecniche di machine learning basate su reti neurali, si sia in grado di ottenere i risultati di tali simulazioni 3D per tempistiche notevolmente ridotte, riuscendo a fornire una corretta tomografia tridimensionale di un cubo delle dimensioni di $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$, in soli 1-2 giorni di esposizione, tempistiche del tutto coerenti con applicazioni per il monitoraggio dello stato interno di infrastrutture ingegneristiche.

A valle di queste considerazioni, si può affermare come la tecnologia di tomografia a muoni rappresenti un interessante campo di innovazione per applicazioni nel campo del monitoraggio delle infrastrutture, rappresentando un metodo sicuro e robusto per studi nel campo dell'ingegneria civile. L'implementazione di questa tecnologia rappresenta il passaggio verso un futuro di innovazione, guidato da tecnologie basate su particelle subatomiche ottimizzate da reti neurali appositamente allenate.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Borozdin, K. N., Hogan, G. E., Morris, C. L., Priedhorsky, W. C., Saunders, A., Schultz, L. J., & Teasdale, M. E. (2003). Radiographic imaging with cosmic-ray muons. *Nature*, *422*, 277–277.
- [2] Lo Presti, D., Riggi, F., Ferlito, C., Bonanno, D. L., Bonanno, G., Gallo, G., La Rocca, P., Reito, S., & Romeo, G. (2020). Muographic monitoring of the volcano-tectonic evolution of Mount Etna.
- [3] L. Malmqvist, G. Jönsson, K. Kristiansson, L. Jacobsson, Theoretical studies of in-situ rock density determination using cosmic-ray muon intensity measurements with application in mining geophysics, *Geophys.* 44(9) (1979) 1549.
- [4] Vivarelli, I. (2011). *Collider Physics using ATLAS Open Data*. Advanced Physics Laboratory, Department of Physics and Astronomy, University of Sussex. Version 1.2.
- [5] Guido Altarelli. *Interazioni fondamentali*. Treccani, 2004.
- [6] Leo, W. R. (1994). *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach* (2nd ed.). Berlin: Springer.
- [7] Walkowiak, J., Bielecki, J., Bieroń, J., Jardin, A., Savoye-Peysson, Y., Mazon, D., Król, K., Dworak, D., & Scholz, M. Mean excitation energies of all ionization stages of all atoms with $1 \leq Z \leq 86$.
- [8] Particle Data Group (PDG), 2025. Atomic and nuclear properties of lead (Pb). PDG website: https://pdg.lbl.gov/2025/AtomicNuclearProperties/HTML/lead_Pb.html
- [9] Passage of Particles Through Matter, Revised August 2023 by D.E. Groom (LBNL) and S.R. Klein (NSD LBNL; UC Berkeley).
- [10] Lechmann, A., Mair, D., Ariga, A., Ariga, T., Ereditato, A., Nishiyama, R., Pistillo, C., Scampoli, P., Schlunegger, F., & Vladymyrov, M. *Muon tomography in geoscientific research: A guide to best practice*. *Earth-Science Reviews*, *233* (2022), 104159.
- [11] Bonechi, L., D'Alessandro, R., & Giammanco, A. (2020). *Atmospheric muons as an imaging tool*. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, *958*, 162113.

- [12] Particle Data Group collaboration, Review of Particle Physics, PTEP 2020 (2020) 083C01.
- [13] J.-W. Lin, Y.-F. Chen, R.-J. Sheu, S.-H. Jiang, Measurement of angular distribution of cosmic-ray muon fluence rate, Nucl. Inst. Methods A 619 (2010) 24.
- [14] R. Nishiyama, A. Taketa, S. Miyamoto, K. Kasahara, Monte Carlo simulation for background study of geophysical inspection with cosmic-ray muons, Geophys.
- [15] E.P. George, Cosmic rays measure overburden of tunnel, Commonwealth Eng. July 1 (1955).
- [16] L.W. Alvarez, et al., Search for hidden chambers in the pyramids, Science 167 (1970).
- [17] Tanaka, H. K. M., Nagamine, K., Kawamura, N., Nakamura, S. N., Ishida, K., Shimomura, K., & et al. (2009). Detecting a mass change inside a volcano by cosmic-ray muon radiography (muography): First results from measurements at Asama volcano, Japan. *Geophysical Research Letters*.
- [18] P. Schiessl et al., fib Bulletin 34. Model Code for Service Life Design, fib. The International Federation for Structural Concrete (2006).
- [19] Bungey, J. H., & Grantham, M. G. (2006). *Testing of Concrete in Structures* (4th ed.).
- [20] Maierhofer, C., Reinhardt, H.-W., & Dobmann, G. (Eds.). (2010). *Non-destructive Evaluation of Reinforced Concrete Structures*. Cambridge: Woodhead.
- [21] Pezzotti, L., Antonioli, G., Cifarelli, D., Corradetti, D., Costa, J. P., Galante, L., Gallerati, A., Gallo, M., Gnesi, I., Gabrielli, G., Jouve, A., Marcucci, N., & Marrani, A. (2025). Three-dimensional cosmic muon tomography reconstruction of reinforced concrete using GEANT4 simulations and machine learning event reduction.
- [22] C. Morris, et al., Horizontal cosmic ray muon radiography for imaging nuclear threats, Nucl. Inst. Methods B 330 (2014).
- [23] D. Poulson, et al., Application of muon tomography to fuel cask monitoring, Philos. Trans. R. Soc. A 377 (2018).
- [24] Geiger, Hans. "The Scattering of α -Particles by Matter." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 14 Apr. 1910.

- [25] S. Piatek, *Silicon Photomultiplier. Operation, Performance & Possible Applications*, 2019.
- [26] G. Baccani, et al., The MIMA project. design, construction and performances of a compact hodoscope for muon radiography applications in the context of archaeology and geophysical prospections.
- [27] R. D'Alessandro, et al., Volcanoes in Italy and the role of muon radiography, *Philos. Trans. R. Soc. A* 377 (2018).
- [28] ATLAS Collaboration. "The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider". In: *JINST* 3 (2008).
- [29] Brun, R., Rademakers, F., *ROOT — An Object Oriented Data Analysis Framework*, *Nucl. Instrum. Meth. A* 389 (1997) 81–86.
- [30] D. E. Groom, N. V. Mokhov, S. I. Striganov, *Muon Stopping Power and Range Tables: 10 MeV–100 TeV*, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 5 e 8 (2001)
- [31] Fawcett, T., *Introduction to ROC analysis*, *Pattern Recognition Letters* (2005)