



ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

# **DALLA MODELLAZIONE ANALITICA ALLA SIMULAZIONE NUMERICA: APPROCCI INTEGRATI PER LA RICOSTRUZIONE DEI SINISTRI STRADALI**

Tesi di Laurea Magistrale in Ricostruzione degli Incidenti Stradali

**Relatore:**

**Prof. Alfonso Micucci**

**Presentata da:**

**Giovanni Lolli**

**Correlatori:**

**Prof.ssa Caterina Malandri**

**Prof. Luca Mantecchini**

---

**Sessione I**

**Anno Accademico 2025/2026**



# SOMMARIO

INTRODUZIONE .....	4
1. LE BASI FISICO MATEMATICHE DEL SOFTWARE.....	5
1.1 GENERALITÀ .....	5
1.2 LE MODALITÀ PER IL CALCOLO DELLA VELOCITÀ DI ARRIVO ALL'URTO .....	5
1.3 LE TIPOLOGIE DI FORZE IN ATTO .....	6
1.4 LE EQUAZIONI DEL MOVIMENTO .....	7
1.5 LA FORZA D'URTO .....	8
1.6 L'ENERGIA DI DEFORMAZIONE.....	8
1.7 DALLE COSTANTI A e B ALLE COSTANTI Kc e Kr .....	11
1.8 LE FORZE D'ATTRITO RUOTE-STRADA .....	13
1.9 CALCOLO DELL'ANGOLO DI DERIVA .....	16
1.10 TRASFERIMENTO DI CARICO.....	18
1.11 FORZE DI GRAVITÀ SUL PIANO STRADALE CON PENDENZA LONGITUDINALE E/O TRASVERSALE ..	19
2. IL MODELLO DI CALCOLO BACKWARD .....	21
2.1 I DIVERSI APPROCCI POSSIBILI PER LA RICOSTRUZIONE DI UN SINISTRO STRADALE: METODO BACKWARD E FORWARD .....	21
2.2 IL METODO BACKWARD .....	22
2.3 IL METODO EES .....	25
3. VALIDAZIONE SPERIMENTALE .....	26
3.1 INTRODUZIONE .....	26
3.2 SINISTRO FRONTALE AUTO-AUTO.....	26
3.3 SINISTRO AUTOVETTURA-MOTOCICLO.....	36
3.4 SINISTRO LATERALE AUTO-AUTO .....	45
4. CONCLUSIONI .....	53
BIBLIOGRAFIA.....	55

# INTRODUZIONE

All'interno del vasto ambito dell'ingegneria forense, il ruolo dell'ingegnere ricostruttore cinematico è diventato sempre più rilevante e fondamentale nel corso degli ultimi decenni. Questa figura professionale è nata con il presupposto e l'obiettivo di mettere a disposizione le conoscenze ingegneristiche di natura fisico-matematica all'attività d'indagine in ambito stradale, laddove si verificano sinistri che vedono coinvolti una qualsiasi tipologia di veicolo su ruote nel ruolo di utente della strada. Gli strumenti a disposizione della figura professionale in questione sono andati evolvendosi con il passare degli anni: si è partiti infatti da un'attività investigativa svolta prettamente sul campo tramite l'ausilio di semplici relazioni fisiche sviluppate con il supporto di comuni calcolatori, fino ad arrivare all'utilizzo di software moderni e di sistemi di simulazione avanzati, che permettono di svolgere una vastissima quantità di calcoli in un tempo ridotto e con un dispendio di risorse più contenuto. Entrando nello specifico, la grandezza fisica che assume maggiore importanza nell'analisi di un sinistro stradale è sicuramente la velocità di arrivo alla collisione da parte dei veicoli coinvolti. Quest'ultima viene ricavata solitamente avendo a disposizione chiari e precisi elementi, quali: planimetrie in scala del luogo del sinistro, tracce di frenatura o scarrocciamento gommoso impresse sull'asfalto, posizioni di stasi finali raggiunte dai veicoli ed il rapporto delle autorità giudiziarie intervenute sul posto per i rilievi con annesso il fascicolo fotografico per la valutazione sia dei danni subiti dai mezzi che delle condizioni contingenti. Una volta ricavati tutti i dati necessari dagli elementi sopra citati è possibile procedere con la simulazione cinematica dell'evento, inserendoli in appositi software che godono ormai di una comprovata veridicità da parte degli esperti del settore e della SAE (society of automotive engineers).

Alla luce di queste considerazioni, lo scopo finale di questo elaborato non è altro che quello di validare un nuovo software di simulazione cinematica, denominato CAD-CRUSH, tramite metodo di comparazione dei risultati con il metodo ricostruttivo manuale backward, il quale si serve dei principi fisici fondamentali della dinamica per determinare le grandezze rilevanti nell'indagine di un sinistro stradale. A tal fine, verranno presi in esame tre sinistri quanto più possibile diversi fra loro sia per quanto riguarda la dinamica che la tipologia di mezzi coinvolti.

Si procederà dunque dapprima illustrando, nel capitolo seguente, le basi fisico matematiche dell'applicativo oggetto di validazione, per poi procedere nei capitoli successivi con l'illustrazione della metodologia di ricostruzione manuale backward e delle prove sperimentali di comparazione vere e proprie, prendendo in considerazione sinistri stradali reali già indagati nella loro intera dinamica.

# 1. LE BASI FISICO MATEMATICHE DEL SOFTWARE

## 1.1 GENERALITÀ

Grazie ad un processo iterativo di calcolo delle forze all'istante della collisione ed in quelli subito successivi, Il software CAD-CRUSH permette di ricostruire e visualizzare le traiettorie post urto seguite da due veicoli negli istanti subito successivi un sinistro stradale. In tal senso, si procede prima fornendo al software la tipologia dei veicoli con annesse da database le loro caratteristiche di resistenza ed elasticità; poi, quest'ultimo, darà via al processo simulativo calcolando nel dominio del tempo (con cadenza un millesimo di secondo) le forze sprigionate in fase d'urto, dalle quali originano i rispettivi profili di deformazione, le accelerazioni, le velocità e quindi gli spostamenti sia in termini di traslazioni che di rotazioni dei veicoli, fino a raggiungere le posizioni di stasi finale rilevate a fine evento e riportate in planimetria.

Il software necessita quindi di un iniziale settaggio con precisi dati di input, quali: velocità di arrivo all'urto, masse, dimensioni, passo, coefficienti di elasticità e rigidità, coefficienti di attrito pneumatici-strada e così via, per poi dare il via alla simulazione che sarà considerata attendibile nel momento in cui traiettorie post urto e orientamento dei veicoli in posizione di quiete risulteranno coerenti e del tutto sovrapponibili con le rilevazioni planimetriche del sinistro reale ricavate sul campo dalle autorità giudiziarie intervenute.

## 1.2 LE MODALITÀ PER IL CALCOLO DELLA VELOCITÀ DI ARRIVO ALL'URTO

Il software CAD-CRUSH, utilizzando i dati in possesso, permette di arrivare alla determinazione della "velocità di arrivo all'urto" attraverso due modalità: **ricostruzione** e **simulazione**.

Nella prima modalità, chiamata "**ricostruzione**", viene eseguito il calcolo delle velocità di arrivo alla collisione servendosi del principio fisico della **conservazione della quantità di moto** [6]. Per far sì che ciò avvenga, ovvero che la quantità di moto del sistema formato dai due veicoli si conservi, è necessario che le forze agenti dall'esterno sul sistema siano nulle o almeno trascurabili. Ciò può verificarsi solo in particolari circostanze, ovvero di urto assiale fra i veicoli, in assenza di frenate, oppure nel caso in cui essi traslino con attrito nullo (come su una lastra di ghiaccio). Giova inoltre precisare che, in caso di scontro tra due veicoli, le forze che concorrono alla deformazione delle rispettive lamiere e quelle d'attrito che si sviluppano fra le stesse sono da considerare come **interne** al sistema, ed essendo uguali ma opposte si annullano a vicenda.

Nell'applicabilità di questo principio, però, occorre fare attenzione a cosa si considera trascurabile nei confronti delle forze interne al sistema: Infatti, nel momento in cui si ritengono trascurabili o addirittura nulle le forze d'attrito che si sviluppano al contatto pneumatico-asfalto, si rischia di commettere un grave errore, soprattutto in urti a basse velocità. Man mano che la velocità di collisione fra i mezzi aumenta, tale approssimazione diventa via via più accettabile a causa del divario di modulo via via crescente tra forze interne ed esterne.

In linea generale, osservazioni del tutto analoghe possono essere fatte anche nei confronti del principio fisico di **conservazione del momento della quantità di moto**, il quale tiene conto anche delle rotazioni subite dai veicoli a seguito dell'urto.

Nonostante ciò, tali procedimenti, pur non rappresentando una soluzione ottimale al problema, possono costituirne un valido primo approccio.

La seconda modalità, chiamata "**simulazione**", si basa invece sulle leggi fisiche della dinamica [1] [2] [3] [5] [11]. Per calcolare la velocità di arrivo all'urto il software considera la totalità delle forze in gioco e, dopo aver inserito in input un primo valore di prova sulla base sia delle deduzioni personali che delle deformazioni subite dai veicoli (ricavate dal fascicolo fotografico), ha inizio un processo iterativo per tentativi. Infatti, dopo aver inserito un primo valore di prova per entrambi i veicoli, si osserva l'evoluzione della dinamica fino alla posizione finale di stasi finale raggiunta, confrontandola poi con quella ottenuta nella restituzione in scala dei rilievi sul luogo del sinistro. Durante la simulazione, quindi, è necessario prestare attenzione alle traiettorie, rotazioni, posizioni finali di quiete raggiunte e deformazioni totali subite dai veicoli.

Indice di esito positivo nella ricerca delle velocità è infatti la coerenza della simulazione con ciò che è stato possibile dedurre dalle rilevazioni sul campo, anche basandosi su eventuali apporti testimoniali di individui che hanno assistito all'evento o su rilievi fotografici riguardo le deformazioni subite dai mezzi e le tracce eventualmente lasciate sul manto stradale. Una volta appurato ciò, allora il sinistro è stato ricostruito e le velocità di arrivo all'urto impostate sono corrette; se così non fosse sarebbe allora necessario modificare i due valori di velocità in input o agire su altri parametri come, ad esempio, i coefficienti di attrito post urto, gli angoli di sterzata post urto, e/o modificare il reciproco orientamento dei veicoli nel punto d'urto.

È da sottolineare inoltre come il software CAD-CRUSH sia in grado di restituire un valore attendibile per le velocità di arrivo all'urto anche nei casi in cui non si disponga di alcun dato planimetrico riguardante le posizioni di quiete raggiunte dai mezzi al termine dell'evento, o nei casi in cui queste non siano certe. Infatti, è possibile comparare i danni reali riportati dai veicoli sia in termini di ampiezza che di freccia massima con quelli calcolati dal software nell'eventualità di un urto con velocità assegnata fra gli stessi veicoli coinvolti nel sinistro reale, per poi comparare il risultato a ciò che è stato osservato in sede di rilievi. Nel momento in cui le deformazioni calcolate dal software ricalcheranno in maniera fedele quelle reali, allora il valore delle velocità inserito in input sarà quello corretto.

### 1.3 LE TIPOLOGIE DI FORZE IN ATTO

La modalità "**simulazione**", nel computo dell'interazione fra due o più veicoli, fa uso di un modello matematico il cui procedimento di calcolo richiede la conoscenza dei valori di tutte le forze che agiscono sul sistema. Il software considera come intervallo di tempo  $\Delta t = 1 \text{ ms}$  (millesimo di secondo), ciò significa che ad ogni millesimo di secondo è necessario conoscere il valore di tutte le forze interne ed esterne agenti su ogni veicolo, unitamente a direzione e verso di applicazione di ognuna. È proprio questa conoscenza completa delle forze che permette di ricavare per ogni  $\Delta t$  le velocità di traslazione e rotazione del centro di massa di ogni veicolo, rispetto al sistema di riferimento assoluto strada. CAD-CRUSH utilizza come sommatoria delle forze la seguente formula:

$$\sum F = F_{\text{impatto}} + F_{\text{snag}} + F_{R1} + F_{R2} + F_{R3} + F_{R4} + F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} + F_{G4} =$$

Dove:

$\sum F \rightarrow$  Sommatoria di tutte le forze che agiscono su un veicolo;

$F_{\text{impatto}} \rightarrow$  Forza d'urto dovuta alla deformazione delle lamiere;

$F_{\text{snag}} \rightarrow$  Forza di aggancio (eventualmente impostata dall'utente);

$F_{Ri} \rightarrow$  Forze di attrito tra ruota  $i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) e strada scomposte sui due assi X e Y;

$F_{Gi} \rightarrow$  Forze di gravità sulla ruota  $i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) scomposte sui due assi X e Y nel caso in cui un veicolo stia attraversando un piano stradale con pendenza Longitudinale e/o trasversale;

## 1.4 LE EQUAZIONI DEL MOVIMENTO

Una volta ricavato il valore della sommatoria di cui sopra, conoscendo tutte le forze interne ed esterne al sistema formato dai due veicoli, è possibile scrivere le equazioni di moto in due dimensioni e con tre gradi di libertà. Quest'ultime si ottengono applicando le seguenti equazioni differenziali:

$$\ddot{x}_a = \frac{\sum F_x}{m}, \ddot{y}_a = \frac{\sum F_y}{m}, \dot{\omega}_z = \frac{\sum M_z}{MI}$$

Per la loro risoluzione è stato scelto il metodo di Eulero, con passo di integrazione  $\Delta t = 1 \text{ ms}$ . La soluzione di queste equazioni permette quindi di ricavare i dati riguardo velocità e posizioni dei baricentri in ogni istante, per ogni veicolo. Detto ciò, risulterà facile constatare come velocità di traslazione e rotazione dei baricentri negli istanti subito successivi sarà data da:

$$\dot{x}_a(t + \Delta t) = \dot{x}_a(t) + \ddot{x}_a(t) \cdot \Delta t$$

$$\dot{y}_a(t + \Delta t) = \dot{y}_a(t) + \ddot{y}_a(t) \cdot \Delta t$$

$$\omega_z(t + \Delta t) = \omega_z(t) + \dot{\omega}_z(t) \cdot \Delta t$$

La posizione del baricentro in traslazione e rotazione negli istanti successivi è calcolata tramite le relazioni:

$$x_a(t + \Delta t) = x_a(t) + \dot{x}_a(t) \cdot \Delta t + \ddot{x}_a(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

$$y_a(t + \Delta t) = y_a(t) + \dot{y}_a(t) \cdot \Delta t + \ddot{y}_a(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

$$\phi_a(t + \Delta t) = \phi_a(t) + \omega_z(t) \cdot \Delta t + \dot{\omega}_z(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

Dove, rispettivamente:

$\ddot{x}_a, \ddot{y}_a, \dot{x}_a, \dot{y}_a, x_a, y_a \rightarrow$  rappresentano, rispettivamente: accelerazione, velocità e coordinate del baricentro nel sistema di riferimento assoluto;

$\phi_a \rightarrow$  è l'angolo che l'asse longitudinale del veicolo forma nel sistema di riferimento assoluto (asse stradale principale);

$F_x, F_y \rightarrow$  forze agenti lungo i rispettivi assi  $x$  e  $y$  nel sistema di riferimento assoluto;

$M_z \rightarrow$  Momento delle forze lungo asse  $z$  calcolate rispetto al baricentro del veicolo;

$\dot{\omega}_z, \omega_z \rightarrow$  accelerazione e velocità angolare lungo asse  $z$  con origine nel baricentro;

$m \rightarrow$  massa del veicolo  $[kg]$ ;

$MI \rightarrow$  momento d'inerzia del veicolo  $[\frac{kg}{m^2}]$ .

## 1.5 LA FORZA D'URTO

I valori delle forze d'urto che si sviluppano alla collisione fra due veicoli sono calcolati da CAD-CRUSH ogni millesimo di secondo,  $\Delta t = 1 \text{ ms}$ . Da questo calcolo, il software deriva l'energia di deformazione ed i profili di danno causati dalle deformazioni alle lamiere dei due veicoli entrati in collisione. Il software, in sostanza, legge le differenze tra il profilo intatto e quello deformato post urto del modello di veicolo fornito, trovando così la "profondità di danno", che altro non è che la freccia massima del danneggiamento. Quest'ultima è calcolata mediante **l'equilibrio di pressione** tra le porzioni di profilo che entrano in contatto fra i due veicoli, considerando sia la fase di compressione che di rilascio, ovvero quella in uscita dall'urto. Per modellare queste fasi, CAD-CRUSH considera ogni veicolo come un oggetto isotropico (ovvero con proprietà fisiche identiche in tutte le direzioni) formato da una serie di molle, ognuna con il proprio valore di costante elastica. Questi valori di costante elastica, definiti sia per la fase di compressione che per quella di restituzione, vengono assegnati attraverso le costanti strutturali "A" e "B" tipiche di ogni categoria di veicolo e sono assegnate in automatico al momento della scelta di un modello nel database.

## 1.6 L'ENERGIA DI DEFORMAZIONE

L'energia dissipata in deformazioni durante la fase di collisione fra i due veicoli viene calcolata utilizzando l'approssimazione del diagramma forza-deformazione, come mostrato nella figura seguente:



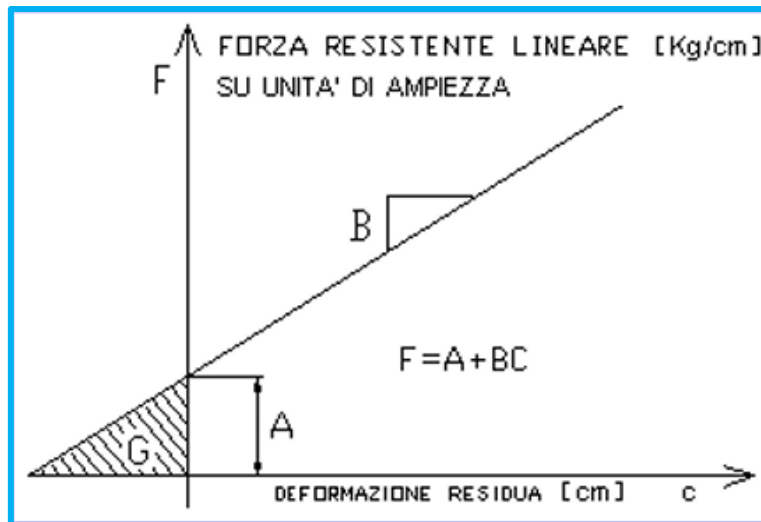


Figura 1: diagramma forza-deformazione.

Dove, rispettivamente:

A → rappresenta la forza resistente massima su unità di lunghezza che non comporta deformazione permanente;  $[Kg/cm]$

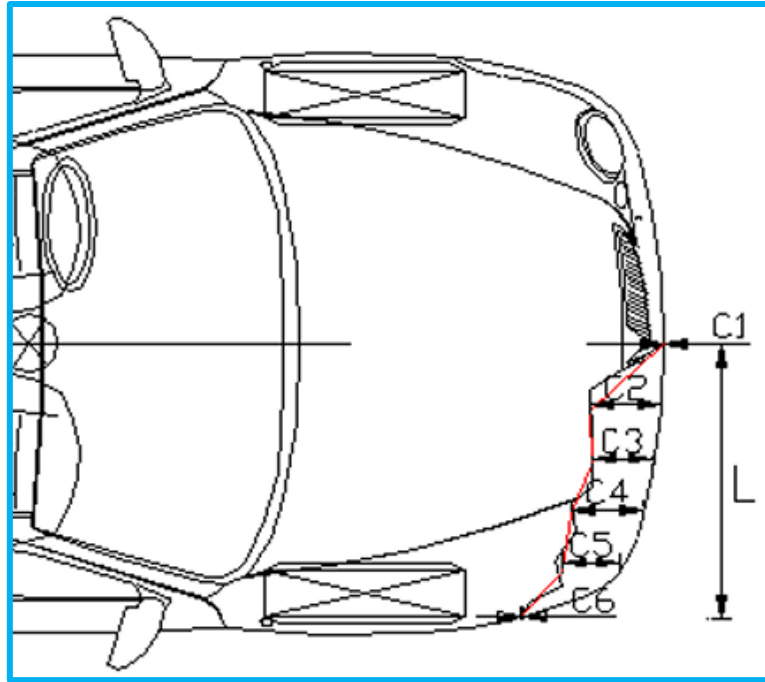
B → è il coefficiente angolare della retta, il quale, nel pratico, indica il coefficiente di rigidità della lamiera;  $[Kg/cm^2]$

C → deformazione residua;  $[cm]$

$G = \frac{A^2}{2B}$  → è l'energia elastica assorbita da un veicolo tale da non causare deformazioni permanenti.  $[Kg]$

Questo diagramma esprime il comportamento delle deformazioni prendendo in considerazione un veicolo ideale ed isotropico, il quale presenta un'energia di deformazione uguale a quella che si avrebbe in un veicolo reale, a pari profondità di deformazione delle lamiere; validità di tale modello è frutto della proporzionalità che vi è tra l'energia di deformazione e l'ampiezza della zona d'impatto del veicolo considerato. Diverse sperimentazioni hanno permesso di classificare i coefficienti A e B in relazione alle dimensioni dell'interasse dei vari veicoli [9] [10].

L'energia totale dissipata nell'urto è quindi stimabile attraverso il calcolo della doppia integrazione della funzione lineare della forza resistente, illustrata nella figura sottostante:

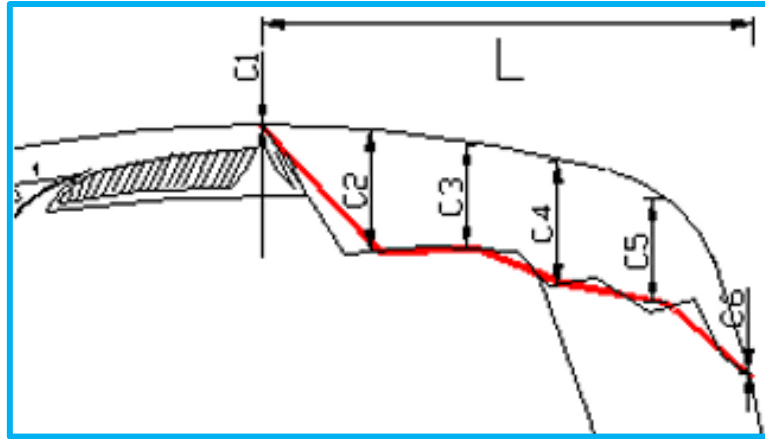


*Figura 2: linearità della forza resistente.*

$$E_{deformazione} = \int_0^L \left[ G + \int_0^C (A + BC) dc \right] dl = \int_0^L \left( AC + \frac{BC^2}{2} + G \right) dl =$$

Dove:  $L \rightarrow$  ampiezza della zona d'urto. [cm]

Per il calcolo di questo integrale si procede linearizzando ulteriormente il percorso di integrazione trasversale, com'è possibile osservare dall'immagine sottostante. L'ampiezza della zona soggetta a deformazione viene suddivisa in 'n' intervalli equi distanziati (in questo caso 6), supponendo che l'andamento della superficie deformata, all'interno di tali intervalli, sia lineare, come indicato dalla poligonale di colore rosso (cfr. Figura 3). Quindi l'equazione di partenza viene calcolata non più seguendo il vero profilo di deformazione, bensì uno nuovo, ricavato tramite approssimazione rettificando l'andamento delle lamiere deformate all'interno degli 'n' punti equidistanti nel rilevamento della freccia massima di deformazione (cfr. Figura 3).



*Figura 3: rettificazione del profilo reale di deformazione e misura della freccia massima.*

Di seguito viene mostrata la formula applicata nel caso di sei misure di profondità di danno equidistanziate:

$$E_{deformazione} = \frac{L}{5} \cdot \left[ 5G + \frac{A}{2} (c_1 + 2c_2 + 2c_3 + 2c_4 + 2c_5 + c_6) + \frac{B}{6} (c_1^2 + 2c_2^2 + 2c_3^2 + 2c_4^2 + 2c_5^2 + c_6^2 + c_1c_2 + c_2c_3 + c_3c_4 + c_4c_5 + c_5c_6) \right] \cdot Obliq$$

Dove, rispettivamente:

A, B → costanti proprie del veicolo;

L → larghezza area danneggiata [cm];

$c_i$  → profondità del danno  $i = 1 \dots 6$  [cm];

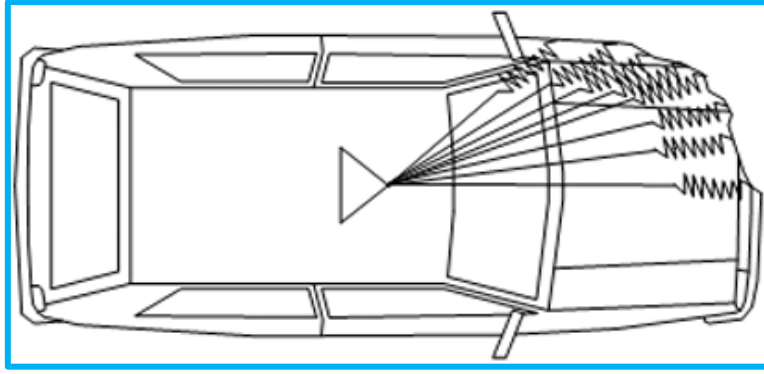
$Obliq = 1 + coefAL \cdot \tan(angSUP)$  → è un fattore che permette di adeguare il calcolo dell'energia di deformazione nel caso di urti obliqui [adimensionale];

$coefAL$  → coefficiente  $\mu$  d'attrito tra lamiere (vedere [4]) [adimensionale];

$angSUP$  → è l'angolo tra la superficie originale e danneggiata, chiamata PDOF (principal direction of force) [rad].

## 1.7 DALLE COSTANTI A e B ALLE COSTANTI Kc e Kr

Come già accennato nei paragrafi precedenti, il modello matematico di CAD-CRUSH che risolve il sistema di forze agenti durante la collisione considera i veicoli come corpi isotropici: ovvero con proprietà fisiche e caratteristiche strutturali uguali in ogni regione considerata, vale a dire: frontale, laterale e posteriore. Per simulare tale comportamento viene costruito un particolare modello di veicolo, dal cui centro geometrico partono 360 raggi terminanti sulla sagoma esterna, quest'ultimi simulano altrettante molle, le cui costanti in compressione e rilascio sono approssimate dai valori di Kc e Kr.



*Figura 4: modello di veicolo per il calcolo di  $K_c$  e  $K_r$*

I rispettivi valori delle costanti elastiche (in compressione e rilascio) sono dunque calcolati a partire dalla conoscenza, su base sperimentale da varie prove di crash test, delle due costanti “A” e “B” (illustrate precedentemente nel paragrafo 1.6). I valori forniti per “A” e “B” vengono suddivisi sia in relazione alla misura dell’interasse del veicolo, che in base alla tipologia d’urto: frontale, posteriore o laterale. Quest’ultime vengono automaticamente importate all’interno del software nel momento in cui il veicolo viene scelto, selezionandolo all’interno del database.

In particolare, riportando quanto già scritto sopra per A e B, ricordiamo che esse sono definite come:

A → forza resistente massima su unità di lunghezza che non comporta deformazione permanente;  $[Kg/cm]$

B → indica il coefficiente di rigidità della lamiera, ovvero la forza necessaria per comprimere una determinata area all’interno della regione danneggiata.  $[Kg/cm^2]$

Ora, per trasformare le costanti A e B in  $K_c$  e  $K_r$ , propri della fase di compressione e rilascio ed applicati alle 360 molle in relazione alla tipologia dell’urto, serve applicare una serie di passaggi matematici (illustrati in [5]) che restituiscono la seguente equazione differenziale finale:

$$c_m \frac{\partial^2 k}{\partial c_m^2} + 2 \frac{\partial k}{\partial c_m} = 0$$

Dove:

$c_m$  → profondità di danno massima;  $[cm]$

$k$  → coefficiente di restituzione. [adimensionale]

La cui soluzione è:  $k = \frac{\Gamma}{c_m} + \rho$  dove  $\Gamma$  e  $\rho$  sono costanti di integrazione che possono essere ricavate come illustrato in [11].

Al termine della risoluzione si ottiene:

$$\Gamma = K_{max} \frac{A}{B}, \quad \beta = 1.0, \quad K_c = \beta^2 B, \quad \rho = (1 - \beta) K_{max}, \quad K_r = K_{max}^2 K_c$$

Dove:

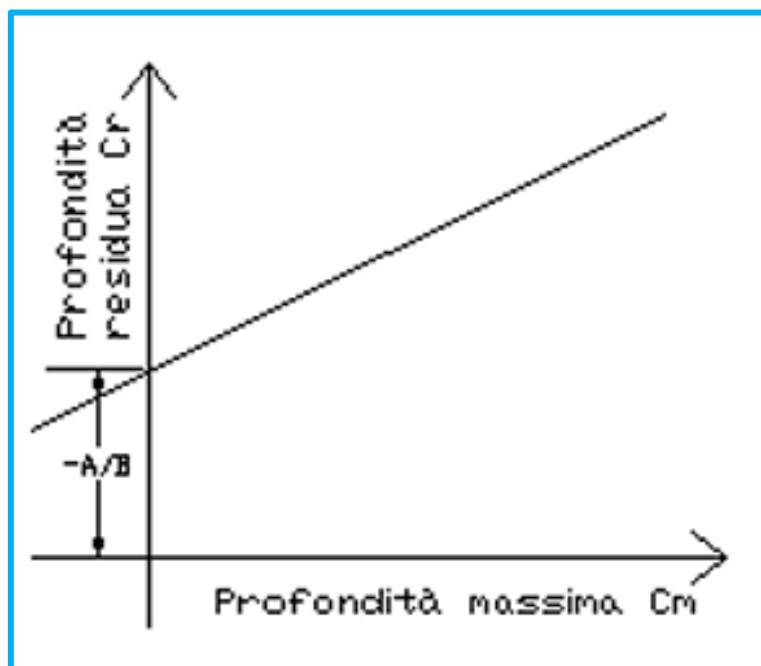
$A, B \rightarrow$  costanti proprie del veicolo, diverse per parte Frontale, Posteriore e Laterale, già precedentemente illustrate;

$K_c \rightarrow$  resistenza alla deformazione per unità di ampiezza in compressione [ $Kg/cm$ ];

$K_r \rightarrow$  resistenza alla deformazione per unità di ampiezza in rilascio [ $Kg/cm$ ];

$K_{max} \rightarrow$  valore massimo del coefficiente di restituzione [adimensionale];

$\beta \rightarrow$  coefficiente angolare della retta che esprime il rapporto tra la profondità del danno residuo rispetto al massimo raggiunto in compressione (cfr. Figura 5).



*Figura 5: retta che esprime il rapporto tra la profondità del danno residuo rispetto al massimo raggiunto in compressione.*

La retta in figura sopra ha come equazione:

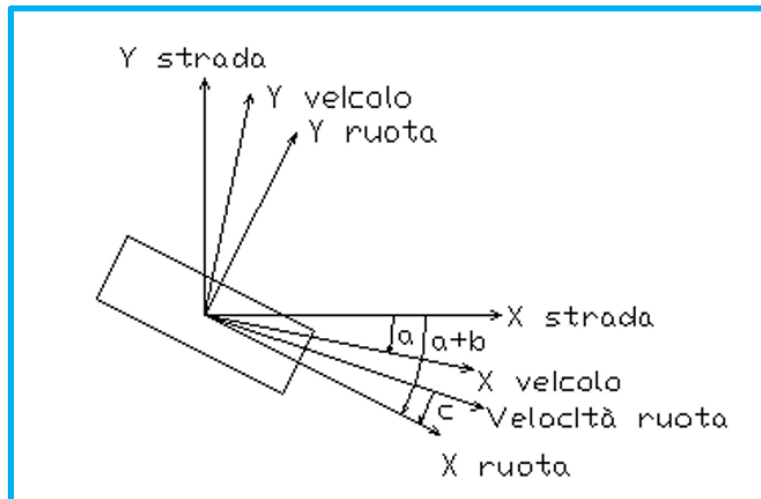
$$C_r = \sqrt{\frac{K_1}{B}} C_m - \frac{A}{B} \quad \text{con} \quad \beta = \sqrt{\frac{K_1}{B}}$$

Nel caso in esame, come indicato in [11], il software imposta il valore di  $\beta = 1,0$ .

## 1.8 LE FORZE D'ATTRITO RUOTE-STRADA

Il modello matematico del software CAD-CRUSH permette di ricavare sia la forza d'attrito risultante ( $F_{Ri}$ ) fra pneumatico e strada durante una manovra di frenatura o sbandata, sia le varie componenti della stessa, dividendola in contributo normale  $N$ , longitudinale  $F_{Lo}$  e laterale  $F_{La}$  [3] [7] [8]. Tuttavia, per riuscire a calcolare tali componenti, è necessario introdurre un nuovo sistema

di riferimento con origine il centro della ruota oggetto di studio. In questo nuovo sistema, l'asse  $y$  coinciderà con l'asse di rotazione della ruota, mentre l'asse  $x$  sarà ortogonale a quest'ultimo. Nella figura sottostante si possono osservare tutti e tre i sistemi di riferimento di cui si serve il software.



*Figura 6: sistemi di riferimento in CAD-CRUSH.*

In particolare, questi tre sistemi di riferimento sono:

- Assoluto solidale con la strada;
- Relativo, fissato agli assi longitudinale e laterale del veicolo;
- Relativo, fissato alla ruota.

Mentre i valori  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , presenti in figura indicano:

$a \rightarrow$  angolo dell'asse longitudinale del veicolo rispetto all'asse  $x$  del sistema strada;

$b \rightarrow$  angolo di sterzata per le ruote anteriori;

$c \rightarrow$  angolo di deriva.

Fatte queste precisazioni, si può affermare che la forza d'attrito risultante che agisce su ogni singola ruota ( $F_{Ri}$ ) dipenda da:

$N \rightarrow$  forza peso dinamica che grava sulla singola ruota (in direzione normale);

$F_{FRE} \rightarrow$  forza di frenata applicata alla ruota;

$F_{FRE,max} \rightarrow$  forza massima di frenata applicabile alla ruota, in funzione del coefficiente d'attrito massimo disponibile;

$\mu \rightarrow$  coefficiente d'attrito ruota-strada;

$\vec{V}_R =$  vettore velocità risultante di una ruota;

$\alpha \rightarrow$  angolo di deriva: cioè l'angolo formato dal vettore  $\vec{V}_R$  di velocità della ruota (direzione di moto del veicolo) rispetto all'angolo di sterzata della ruota (angolo di sterzo).

Altri parametri propri di uno pneumatico non presenti nell'elenco soprastante, quali ad esempio: angolo di camber, pressione di gonfiaggio e momento d'inerzia non vengono tenuti in considerazione dal modello per il calcolo della forza d'attrito.

Precisato ciò, le forze d'attrito longitudinali  $F_{Lo}$  e laterali  $F_{La}$  tra pneumatico e strada, le quali agiscono durante le fasi di frenata e/o la sbandata, sono definite per tre distinte aree, in funzione dal valore dell'angolo di deriva  $\alpha$ :

$$\text{Area 1:} \quad 0 < \alpha < \alpha_{max}$$

In quest'area si agisce secondo i passaggi seguenti:

- si definisce un valore teorico massimo per  $\alpha_{max}$ , raggiunto il quale, la forza d'attrito laterale fra pneumatico e strada raggiunge il suo valore massimo. Sperimentalmente è stato impostato  $\alpha_{max} = 10^\circ$ , tuttavia tale valore è modificabile. La forza d'attrito laterale aumenta man mano partendo da 0 quando  $\alpha = 0$ , fino ad arrivare al suo valore massimo, espresso dalla formula:

$$F_{La} = \mu N \sqrt{1 - \left(\frac{F_{FRE}}{\mu N}\right)^2} \quad \text{quando } \alpha = \alpha_{max}$$

- per valori intermedi di tale intervallo, ovvero  $0 < \alpha < \alpha_{max}$ , si assume che  $F_{La}$  possa aumentare linearmente al variare di  $\alpha$ , mentre  $F_{Lo}$  rimane costante. Le formule in questo caso diventano:

$$F_{La} = \mu N \sqrt{1 - \left(\frac{F_{FRE}}{\mu N}\right)^2} \cdot \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \quad F_{Lo} = F_{FRE}$$

$$\text{Area 2:} \quad \alpha_{max} < \alpha < \cos^{-1}\left(\frac{F_{FRE}}{\mu N}\right)$$

In quest'area:

- l'angolo di deriva varia tra il suo il suo massimo teorico ed il valore oltre il quale le ruote si considerano bloccate;
- l'ampiezza dell'intervallo si riduce all'aumentare di  $\alpha_{max}$  e di  $F_{FRE}$ ;
- le forze d'attrito longitudinale e laterale rimangono costanti (per valori costanti di  $F_{FRE}$ ,  $\mu$  ed  $N$ )

Le componenti della forza d'attrito risultante avranno quindi la seguente formulazione:

$$F_{La} = \mu N \sqrt{1 - \left(\frac{F_{FRE}}{\mu N}\right)^2} \quad F_{Lo} = F_{FRE}$$

$$\text{Area 3:} \quad \alpha \geq \cos^{-1} \left( \frac{F_{FRE}}{\mu N} \right)$$

In quest'area:

- L'angolo di deriva raggiunge o supera l'angolo oltre il quale le ruote sono considerate bloccate;
- La forza d'attrito risultante  $F_{Ri}$  è orientata con verso opposto a  $\vec{V}_R$  ed è scomposta lungo gli assi di riferimento longitudinale e laterale rispetto al sistema di riferimento solidale alla ruota.

Quindi le componenti della forza risultante saranno espresse dalle seguenti formule:

$$F_{La} = \mu N \cdot \sin \alpha \quad F_{Lo} = \mu N \cdot \cos \alpha$$

## 1.9 CALCOLO DELL'ANGOLO DI DERIVA

Per determinare gli angoli di deriva propri di tutte le ruote di un veicolo, è necessario prima definire alcuni parametri [3]:

$X_{S,i}, Y_{S,i} \rightarrow$  sono le coordinate del punto di contatto della ruota  $i$  ( $i = 1..4$ ) con il terreno;

$\dot{X}_{S,i}, \dot{Y}_{S,i} \rightarrow$  velocità della ruota  $i$ -esima nel sistema assoluto strada;

$\dot{X}_{V,i}, \dot{Y}_{V,i} \rightarrow$  velocità della ruota nel sistema di riferimento solidale al veicolo;

$X_B, Y_B \rightarrow$  coordinate del baricentro nel sistema di riferimento assoluto strada;

$F_{S,x}, F_{S,y} \rightarrow$  forza totale esercitata sul veicolo nel sistema assoluto strada;

$F_{V,x}, F_{V,y} \rightarrow$  forza totale esercitata sul veicolo nel sistema relativo veicolo;

$F_{NS,i} \rightarrow$  forza normale esercitata sulla ruota  $i$  esima ( $i = 1..4$ ) in condizioni statiche (senza trasferimento di carico);

$F_{ND,i} \rightarrow$  forza normale esercitata sulla ruota  $i$  esima ( $i = 1..4$ ) in condizioni dinamiche (con trasferimento di carico);

$TC_x, TC_y \rightarrow$  trasferimento di carico lungo  $X$  (beccheggio) ed  $Y$  (rollio) nel sistema relativo del veicolo;

$h_B \rightarrow$  altezza del baricentro;

$IA \rightarrow$  interasse del veicolo;

$k_{R,A}, k_{R,P} \rightarrow$  rigidità relativa dell'ammortizzatore per le sospensioni anteriori e posteriori;

$distBR_i \rightarrow \sqrt{L_{X,A/P}^2 + L_Y^2}$  rappresenta la distanza tra baricentro ed il centro ruota  $i$  esima ( $i = 1 \dots 4$ );



$\theta_i \rightarrow$  angolo che il centro ruota  $i$  esima ( $i = 1 \dots 4$ ) forma con l'asse x nel sistema di riferimento assoluto strada;

$\vartheta \rightarrow$  angolo dell'asse longitudinale del veicolo rispetto all'asse x del sistema assoluto strada;

$L_{X,A}, L_{X,P} \rightarrow$  distanza degli assi anteriore e posteriore dal baricentro nel sistema di riferimento del veicolo;

$L_Y \rightarrow$  distanza del centro della ruota dal centro di uno dei due assi, anteriore o posteriore. Attenzione, si presuppone che gli assi anteriore e posteriore delle ruote di un veicolo abbiano la stessa lunghezza. Quindi si può affermare che  $2 \cdot L_Y$  rappresenti la lunghezza di un asse ruote;

Definiti questi parametri, si può dunque procedere con il calcolo del punto di contatto fra ruota e terreno, per ogni ruota, nel sistema di riferimento assoluto:

$$X_{S,i} = X_B + distBR_i \cdot \cos(\theta_i);$$

$$Y_{S,i} = Y_B + distBR_i \cdot \sin(\theta_i).$$

Dove gli angoli  $\theta_i$  per le quattro ruote sono definiti dalle seguenti formule:

$$\theta_1 = \vartheta + \tan^{-1} \left( \frac{L_Y}{L_{X,A}} \right);$$

$$\theta_2 = \vartheta - \tan^{-1} \left( \frac{L_Y}{L_{X,A}} \right);$$

$$\theta_3 = \vartheta + \pi + \tan^{-1} \left( \frac{L_Y}{L_{X,P}} \right);$$

$$\theta_4 = \vartheta + \pi - \tan^{-1} \left( \frac{L_Y}{L_{X,P}} \right).$$

Per quanto riguarda il vettore velocità del punto di contatto di ogni ruota  $i = 1 \dots 4$ , le sue componenti nel sistema di riferimento assoluto strada sono:

$$\dot{X}_{S,i} = \dot{X}_B \pm distBR_i \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin(\theta_i);$$

$$\dot{Y}_{S,i} = \dot{Y}_B \pm distBR_i \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos(\theta_i).$$

Invece prendendo in considerazione il sistema di riferimento relativo al veicolo:

$$\dot{X}_{V,i} = \dot{X}_{S,i} \cdot \cos(\vartheta) + \dot{Y}_{S,i} \cdot \sin(\vartheta);$$

$$\dot{Y}_{V,i} = -\dot{X}_{S,i} \cdot \sin(\vartheta) + \dot{Y}_{S,i} \cdot \cos(\vartheta).$$

Gli angoli di deriva  $\alpha_i$  relativi alla ruota  $i$  esima ( $i = 1 \dots 4$ ) nel sistema di riferimento relativo al veicolo saranno dunque forniti dalla relazione:

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{Y}_{V,i}}{\dot{X}_{V,i}} \right).$$

## 1.10 TRASFERIMENTO DI CARICO

Nel paragrafo precedente sono state illustrate le grandezze che è necessario conoscere e le relative relazioni matematiche per il calcolo delle forze d'attrito fra ruote e strada, considerando tre differenti intervalli di variazione dell'angolo di deriva  $\alpha$ . Fra queste, vi è il valore della forza normale  $F_{ND,i}$  applicata sulla ruota  $i$  esima ( $i = 1 \dots 4$ ) in condizioni dinamiche, ovvero di trasferimento di carico. Durante una collisione, il "peso" agente su ciascuna ruota varia d'intensità nel tempo durante tutto l'urto e ciò è dovuto essenzialmente all'esistenza di una forza che ne è la causa. Perciò, al fine di riuscire a calcolare il trasferimento di carico è necessario conoscere l'entità delle forze totali  $F_{S,X}, F_{S,Y}$  agenti sul veicolo che danno origine al fenomeno e portarle dal sistema di riferimento assoluto (ovvero la strada) a quello relativo, fissato al veicolo.

$$F_{V,X} = F_{S,X} \cdot \cos(\vartheta) + F_{S,Y} \cdot \sin(\vartheta);$$

$$F_{V,Y} = -F_{S,X} \cdot \sin(\vartheta) + F_{S,Y} \cdot \cos(\vartheta).$$

L'aumento o la diminuzione del peso gravante su ciascuna ruota è rappresentato dai fattori  $TC_X$  e  $TC_Y$ , indicanti rispettivamente il trasferimento di carico lungo  $X$  (beccheggio) e lungo  $Y$  (rollio) nel sistema di riferimento relativo:

$$TC_X = \frac{h_B}{2IA} \cdot F_{V,X};$$

$$TC_Y = \frac{h_B \cdot F_{V,Y}}{2 \cdot (2 \cdot L_Y)} \cdot \left( \frac{k_{R,\frac{A}{P}}}{k_{R,A} + k_{R,P}} \right).$$

Per il secondo termine dell'ultima equazione vale:

$$0 < \left( \frac{k_{R,A}}{k_{R,A} + k_{R,P}} \right) < 1$$

All'interno del software CAD-CRUSH, infatti, i valori di  $k_{R,A}$  e di  $k_{R,P}$  sono arbitrariamente impostati rispettivamente con i seguenti valori:

$$k_{R,A} = 15;$$

$$k_{R,P} = 13.$$

Quando  $TC_Y$  è applicato alle ruote anteriori, il numeratore della frazione sopra illustrata coincide con  $k_{R,A}$ , mentre coincide con  $k_{R,P}$  se applicato alle ruote posteriori.

Inoltre, un modello matematico che approssima il comportamento di ogni ruota durante il trasferimento di carico in condizioni dinamiche, dovuto sia al beccheggio che al rollio, è espresso dalla seguente formula nella quale i segni  $\pm$  cambiano in relazione alla ruota  $i$ esima ( $i = 1 \dots 4$ ) considerata:

$$F_{ND,i} = F_{NS,i} \pm TC_X \pm TC_Y.$$

## 1.11 FORZE DI GRAVITÀ SUL PIANO STRADALE CON PENDENZA LONGITUDINALE E/O TRASVERSALE

Per quanto riguarda la forza di gravità  $F_{Gi}$ , agente sulla ruota  $i$ esima ( $i = 1 \dots 4$ ), essa viene scomposta nelle sue componenti rispetto agli assi  $X$  ed  $Y$  a seconda della casistica presa in esame. In primo luogo, supponiamo di essere nel caso in cui un veicolo sta percorrendo un piano stradale con pendenza longitudinale e/o trasversale: i carichi statici e dinamici su ogni ruota verranno opportunamente modificati e le componenti dovute al peso del veicolo, lungo gli assi  $X$  e  $Y$  del sistema di riferimento assoluto, sono considerate come forze esterne nelle equazioni del movimento. In generale, tutte le forze che risentono della pendenza del piano stradale vengono scomposte lungo gli assi  $X$  ed  $Y$  a loro volta. Gli effetti del cambiamento della pendenza del terreno, dovuti alla presenza di un piano stradale con pendenza e alla definizione dei rispettivi angoli di rotazione  $X$  e/o  $Y$ , sono presi in considerazione nel seguente modo:

- all'interno di un piano stradale con pendenza, i valori degli angoli di rotazione impostati restano costanti;
- la ruota di un veicolo si suppone che entri o esca da un piano di pendenza stradale rispettivamente quando il centro di tale ruota è contenuto o no entro le dimensioni del rettangolo di un piano di pendenza stradale.

Siano definiti:

$\alpha \rightarrow$  angolo rotazione intorno asse  $X$ ;

$\beta \rightarrow$  angolo rotazione intorno asse  $Y$ ;

$X', Y', Z' \rightarrow$  coordinate ruotate nel sistema di riferimento piano di pendenza stradale;

$X, Y, Z \rightarrow$  coordinate nel sistema di riferimento assoluto (fissato alla strada).

Allora, le formule matematiche che consentono la scomposizione del vettore forza di gravità lungo i tre assi del piano di pendenza stradale sono le seguenti:

$$X' = X \cdot \cos \beta - Z \cdot \sin \beta ;$$

$$Y' = X \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + Y \cdot \cos \alpha + Z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta ;$$

$$Z' = X \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta - Y \cdot \sin \alpha + Z \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta .$$

## **2. IL MODELLO DI CALCOLO BACKWARD**

### **2.1 I DIVERSI APPROCCI POSSIBILI PER LA RICOSTRUZIONE DI UN SINISTRO STRADALE: METODO BACKWARD E FORWARD**

Come suggerisce il nome stesso del metodo di calcolo backward, che significa “all’indietro”, questo approccio prevede la ricostruzione della cinematica e della dinamica a partire dagli elementi noti al tecnico ricostruttore, quali: le posizioni di stasi post urto dei mezzi e/o delle persone coinvolte in un sinistro, tracce di vario tipo impresse sull’asfalto, eventuali detriti presenti al suolo, il profilo e la severità dei danneggiamenti subiti dai veicoli ed infine, se presente, il fascicolo fotografico a colori redatto dalle autorità intervenute sul luogo del sinistro nelle immediatezza del fatto. Procedendo a ritroso nel tempo si possono calcolare le grandezze fisiche sviluppatesi rispettivamente durante la fase d’urto e durante i momenti immediatamente precedenti allo scontro tramite l’applicazione di basilari relazioni e principi fisici della dinamica. Una volta note tutte le quantità d’interesse si può procedere all’analisi dei comportamenti e delle manovre messe in atto dai protagonisti al fine di identificare le cause che hanno portato al verificarsi del sinistro e le eventuali colpe da parte degli utenti della strada. Come si può facilmente dedurre si tratta di un’attività dall’elevata difficoltà dovuta al fatto che diversi dati a disposizione del tecnico ricostruttore risultano stimati con un certo grado di incertezza o addirittura del tutto incogniti. Basti pensare, ad esempio, ad un sinistro in cui siano stati spostati i veicoli prima dell’arrivo delle autorità per facilitare i soccorsi per i quali però risulterà impossibile identificare le posizioni di quiete assunte dai mezzi, generando, quindi, un’incertezza nell’intera ricostruzione globale dell’evento, poiché il risultato di ogni fase e le relative approssimazioni assunte, influenza fortemente quello della successiva. Tuttavia, in questo elaborato di tesi, verranno considerati casi di sinistri che non presentano particolari criticità o difficoltà sotto questi punti di vista, rendendo pertanto questo metodo di calcolo efficace ed affidabile.

D’altro canto, vi è un’ulteriore strada che è possibile seguire per la ricostruzione di un sinistro, chiamata metodo forward, che significa “in avanti”. Questo metodo, rispetto al precedente, mira a ricostruire la successione degli eventi in ordine cronologico di avvenimento, quindi dall’urto fino alle posizioni di stasi finali dei veicoli, che diventano quindi un output del modello e non più usati come input. Tuttavia, questo metodo, sebbene più preciso del precedente, risulta di complessità decisamente maggiore e non certamente applicabile manualmente mediante l’uso di comuni calcolatrici. Infatti, per la ricostruzione con metodo forward di un sinistro, è necessaria la risoluzione di equazioni differenziali piuttosto complesse e l’implementazione di diversi modelli matematici per simulare i comportamenti dinamici di pneumatici, sospensioni, inerzie e contatti multibody. Pertanto, il suo impiego, come facilmente intuibile, è riservato solamente a specifici software supportati da moderni computer con notevoli capacità di calcolo.

Nei paragrafi successivi si procederà quindi ad un’illustrazione dei principi fisici usati nel metodo backward per la determinazione delle grandezze fondamentali nella ricostruzione di un sinistro stradale.

## 2.2 IL METODO BACKWARD

In questo paragrafo verranno descritte le principali fasi caratterizzanti il metodo di ricostruzione backward per la ricostruzione di un sinistro stradale. Infatti, come già precisato, verrà usata proprio questa metodologia come parametro di confronto con i risultati forniti dal software CAD-CRUSH, al fine di valutarne la precisione e l'affidabilità. Questo metodo, come suggerisce la traduzione del nome inglese backward, ovvero "all'indietro", permette la ricostruzione di un sinistro partendo dagli elementi rilevabili sul sito d'urto, ad evento concluso. Si tratta dunque di un processo d'indagine che in un certo senso "riavvolge" il flusso temporale a ritroso, arrivando a determinare le velocità di arrivo alla collisione possedute dai veicoli coinvolti. Un'importante e peculiare caratteristica del metodo backward è sicuramente la sua semplicità: infatti, quest'ultimo si serve di relazioni e principi fisici basilari per la determinazione delle varie grandezze, i quali si prestano ad essere applicati manualmente attraverso l'uso di comuni calcolatrici, senza presentare particolari oneri dal punto di vista del calcolo e delle conoscenze matematiche necessarie.

Il tutto, come già anticipato, parte dalle rilevazioni post-urto sul luogo del sinistro: in questa fase particolare rilevanza ha l'identificazione del punto d'urto fra i veicoli o presunto tale (PPU) tramite tracce di scarrocciamento gommoso o nuvole di detriti presenti sull'asfalto. Una volta identificato il PPU, si procede con la misurazione della distanza percorsa dai veicoli in uscita dall'urto, fino al raggiungimento della posizione di quiete finale. Inoltre, posizionando idealmente i veicoli nel PPU, è anche possibile determinarne gli angoli di arrivo e d'uscita all'urto e l'eventuale rotazione subita dei veicoli in seguito allo stesso. Terminata questa prima fase, i dati rimanenti da determinare sono le masse dei veicoli, il passo, ed il coefficiente d'attrito fra gli pneumatici ed il fondo stradale (ricavato da apposite tabelle di raccolta dati in base alla tipologia di fondo stradale ed alle condizioni meteorologiche).

A raccolta dati ultimata, è possibile procedere applicando al moto dei veicoli post urto il **principio di conservazione dell'energia**, il quale afferma che la variazione di energia cinetica in un corpo è uguale al lavoro compiuto dalle forze agenti su di esso. Nello specifico caso in esame, ogni veicolo possiederà una determinata energia cinetica iniziale post-urto, la quale verrà man mano dissipata e trasformata dal lavoro effettuato dalle principali forze resistenti, costituite per lo più dalla forza d'attrito presente fra pneumatici e fondo stradale, durante il moto roto-traslatorio in uscita dalla collisione.

Il bilancio energetico iniziale risulterà essere:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl + mgl(p \cdot \theta) + \frac{1}{2}mu^2$$

Dove i vari termini rappresentano:

$mgl \rightarrow$  lavoro compiuto dall'attrito durante il moto traslazionale;

$mgl(p \cdot \theta) \rightarrow$  lavoro compiuto dall'attrito durante il moto rotazionale;

$\frac{1}{2}mu^2 \rightarrow$  energia cinetica residua finale.

Dividendo l'espressione sopra riportata per  $\frac{1}{2}m$  ed esplicitando  $v$  si ottiene dunque la formulazione per il calcolo delle velocità possedute dai due veicoli in uscita dalla collisione:

$$v = \sqrt{2 \cdot f \cdot g \cdot (L + p \cdot \theta) + u^2}$$

Dove:

$v \rightarrow$  velocità in uscita dall'urto del veicolo [ $km/h$ ];

$f \rightarrow$  coefficiente d'attrito fra gli pneumatici ed il fondo stradale [adimensionale];

$g \rightarrow$  accelerazione di gravità [ $\frac{m}{s^2}$ ];

$L \rightarrow$  distanza post urto percorsa dal veicolo, ovvero dal PPU fino alla posizione di quiete finale [ $m$ ];

$p \rightarrow$  passo del veicolo [ $m$ ];

$\theta \rightarrow$  rotazione subita dal veicolo in seguito alla collisione [ $rad$ ];

$u \rightarrow$  velocità urto finale contro eventuale ostacolo (da stimare solo se presente) [ $m/s$ ].

Dopo aver ricavato i valori della velocità in uscita dall'urto per ogni veicolo, è possibile procedere alla ricostruzione del sinistro applicando il **principio di conservazione della quantità di moto**. Questo principio fisico si basa sul fatto che l'energia si conservi durante l'intera interazione fra i veicoli, permettendo quindi di calcolare, conoscendo tutti i dati pregressi e le velocità in uscita dall'urto, le velocità di arrivo alla collisione per ciascun mezzo coinvolto. La formulazione matematica di questo principio, considerando un sinistro con due veicoli coinvolti, è:

$$v_a m_a \sin \beta_a + v_b m_b \sin \beta_b = w_a m_a \sin \alpha_a + w_b m_b \sin \alpha_b$$

e

$$v_a m_a \cos \beta_a + v_b m_b \cos \beta_b = w_a m_a \cos \alpha_a + w_b m_b \cos \alpha_b$$

Dove:

$v_{a,b} \rightarrow$  Sono le velocità dei veicoli in uscita dall'urto, calcolate mediante la formula illustrata precedentemente  $[km/h]$ ;

$m_{a,b} \rightarrow$  Masse dei due veicoli  $[kg]$ ;

$\alpha_{a,b} \rightarrow$  Angoli di arrivo all'urto dei due veicoli  $[deg]$ ;

$\beta_{a,b} \rightarrow$  Angoli di uscita dall'urto dei due veicoli  $[deg]$ ;

Avendo a disposizione tutti i dati e le grandezze sopra elencate, l'espressione diventa un sistema di due equazioni in due incognite,  $w_a$  e  $w_b$ , facilmente risolvibile. Una volta trovati questi due valori, si è a conoscenza anche delle velocità d'arrivo all'urto possedute dai veicoli.

Conoscendo tutti i dati di cui sopra e posizionando i veicoli su una planimetria in scala del luogo del sinistro, è quindi possibile restituire un'idea generale dell'intera dinamica in cui i vari mezzi sono venuti a collidere fra loro e come essi abbiano proseguito, nel loro moto modificato dal sinistro, fino a raggiungere le posizioni di stasi finali rilevate dalle autorità intervenute.

Con una stima abbastanza precisa ed oculata di ogni parametro da inserire nelle formule appena illustrate, questo semplice modello fisico fornisce risultati di precisione davvero notevole. Esistono inoltre diversi parametri detti di "controllo" che permettono di verificare la bontà dei risultati ottenuti, come per esempio il coefficiente di restituzione o la quantità d'energia dissipata in deformazioni permanenti, i quali, però, non verranno approfonditi all'interno di questo elaborato di tesi.

Tuttavia, vi è una limitazione pratica all'applicabilità del principio di conservazione della quantità di moto: i veicoli analizzati devono possedere una massa simile o quantomeno dello stesso ordine di grandezza. A valle di ciò, appare chiaro come questo metodo si sposi bene per sinistri in cui i mezzi venuti a collisione fra loro sono appartenenti alla stessa tipologia, come ad esempio un sinistro fra due autovetture. Se invece ci si trova di fronte ad un sinistro autovettura-motociclo o autovettura-velocipede, a causa dell'elevata differenza di massa, il principio di conservazione della quantità di moto perde di applicabilità, in quanto diverrebbe assai difficile misurare i parametri caratteristici



del mezzo più pesante (differenza di velocità e spostamenti in seguito all'urto) e andando così a inficiare l'affidabilità dei risultati forniti. Per i sinistri che vedono coinvolti veicoli con elevata differenza di massa fra loro, una buona alternativa per il calcolo delle velocità di arrivo all'urto è rappresentata dall' EES.

## 2.3 IL METODO EES

Il metodo denominato EES, acronimo dall'inglese di Energy Equivalent Speed, è un modello molto utilizzato per la stima dell'energia dissipata in deformazioni permanenti. Quest'ultimo può esser visto come un valore di velocità virtuale per il quale l'energia associata al veicolo in moto a suddetta velocità sia uguale all'intera energia dissipata dal veicolo attraverso le deformazioni reali. Dunque, questo metodo prevede che a ciascun veicolo si associ un determinato valore di EES a seconda delle deformazioni riportate.

Tale valore di EES è ricavato mediante confronto delle deformazioni reali riportate dal mezzo con quelle ottenute tramite crash test di veicoli simili a quello in esame, nelle medesime configurazioni d'impatto al fine di avere la stessa corrispondenza fra le energie dissipate e le deformazioni riscontrate. Nel caso non si avessero a disposizione dati di crash test effettuati su uno specifico mezzo, è possibile utilizzare prove svolte su veicoli della medesima classe.

Un ulteriore aspetto, non di minore importanza, è che la valutazione dei profili di deformazione dei veicoli è di tipo qualitativo, quindi sottoposto alle valutazioni personali ed all'esperienza del tecnico ricostruttore. Tuttavia, in epoche più recenti, a questa fase di valutazione dei profili di deformazione è stato implementato un supporto derivante dall'uso dell'intelligenza artificiale: infatti, fornendo un'immagine quanto più completa e rappresentativa dei danneggiamenti riportati da un mezzo ad un software I.A., quest'ultimo è in grado di condurre un processo di ricerca in autonomia all'interno dei vastissimi database contenenti i risultati dei crash test condotti sulle varie tipologie di vetture con numerose differenti dinamiche. Il software di I.A. confronterà quindi l'immagine dei profili di danno da fornita dal tecnico ricostruttore con quelle disponibili nei database, restituendo in uscita i valori di EES per ciascun veicolo coinvolto nel sinistro.

I software di analisi mediante I.A., al termine della ricerca comparativa all'interno dei vasti database, per ogni intervallo di velocità (intervallo generalmente di ampiezza  $5\text{ km/h}$ ) fornisce una percentuale in base corrispondenze trovate sul totale delle analisi effettuate. Da questo punto in poi sta al perito valutare il risultato finale e quale range di velocità scegliere come EES, anche tenendo conto della quantità di riscontri trovati rispetto agli altri intervalli.

Una volta noti i valori di EES per ciascun mezzo, questi costituiranno i valori delle velocità di arrivo all'urto, dai quali il perito cinematico potrà trarre le proprie conclusioni in sede investigativa.

## **3. VALIDAZIONE SPERIMENTALE**

### **3.1 INTRODUZIONE**

Dopo aver già illustrato, nel corso del primo capitolo, l'architettura fisico matematica del software CAD-CRUSH, nel corso di quest'ultimo capitolo verranno presi in esame tre sinistri reali con lo scopo di validare i risultati ottenuti dalle simulazioni. In particolare, per verificare l'ampiezza del campo di applicazione e coprire una casistica quanto più vasta possibile, si è cercato di selezionare sinistri quanto più diversi fra loro, sia in termini di dinamica che di veicoli coinvolti.

A tal proposito, si ritiene doveroso precisare che ciascuno dei sinistri scelti ha già subito un processo di revisione e ricostruzione cinematica da parte del sottoscritto durante il periodo di tirocinio in preparazione alla prova finale presso l'azienda specializzata Kinematica s.r.l.s, supervisionato dal direttore tecnico Prof. Ing. Alfonso Micucci.

Nei paragrafi successivi si procederà dunque dapprima con la descrizione delle circostanze e degli elementi essenziali nel comprendere la natura di ciascun sinistro, per poi illustrare i risultati ai quali si è giunti mediante applicazione del modello di calcolo manuale backward, per una prima stima del valore delle velocità di arrivo alla collisione. Seguirà poi, mediante impiego del software CAD-CRUSH, la ricostruzione cinematica degli stessi, confrontando i risultati finali ottenuti con le planimetrie in scala del luogo del sinistro e con quelli calcolati precedentemente mediante l'applicazione manuale del metodo backward. Infatti, all'interno di questo elaborato di tesi, le planimetrie in scala ed i risultati ottenibili dall'applicazione del metodo di calcolo backward verranno assunti come indicatori di bontà e qualità nei confronti delle conclusioni alle quali si può giungere mediante l'utilizzo del software CAD-CRUSH oggetto di validazione.

### **3.2 SINISTRO FRONTALE AUTO-AUTO**

Il primo sinistro considerato per la validazione sperimentale del software CAD-CRUSH vede coinvolte due autovetture, arrivate a collisione a causa di una mancata precedenza.

Tale sinistro ha avuto luogo in una vallata della provincia di Bologna nel mese di marzo 2025, alle ore 15:55 circa e quindi con piena luce diurna, in un tratto della SP610 'via Montanara Ponente' soggetto ad un limite di velocità di  $70 \text{ km/h}$ . Lungo questa via avanzava, con direzione di marcia Imola (BO) → Castel del Rio (BO), un'autovettura Toyota RAV4 che, dopo esser uscita da una curva sinistrorsa a medio raggio e con visuale occlusa sul fronte interno, intraprendeva a piena velocità di marcia una manovra di svolta a sinistra, in direzione via Torre, mancando di cedere la dovuta precedenza ad un'autovettura Fiat 500, la quale proveniva dalla direzione di marcia contraria. Si verificava quindi una collisione, di rilevante entità, che aveva luogo nella corsia di pertinenza della Fiat 500, tra il frontale di quest'ultima ed il settore anteriore destro della Toyota RAV4. Per effetto dell'eccentricità della forza d'urto, in entrambi i veicoli insorgeva un moto di imbardata, che portava la Toyota RAV4 ad arrestarsi nel fossato di scolo acque piovane corrente lungo il lato sinistro via Torre, mentre la Fiat 500 subiva molteplici rotazioni testa-coda, oltre che una lieve retrocessione, arrestandosi all'interno della propria corsia in prossimità del sito d'urto.

Di seguito verranno riportate immagini utili alla comprensione della morfologia del luogo e dell'intera dinamica dell'evento, nonché la planimetria in scala, redatta in sede di ricostruzione, riportante le vetture ubicate nelle rispettive posizioni di stasi finali.



*Figura 7: dettaglio del presunto punto d'urto e delle tracce gommose di scarrocciamento e frenata prodotte dalla Fiat 500, giusto la direzione di marcia della Toyota RAV4.*



*Figura 8: dettaglio delle posizioni di stasi assunte dalla Toyota RAV4 e dalla Fiat 500 dopo l'urto, secondo la direzione di marcia di quest'ultima.*

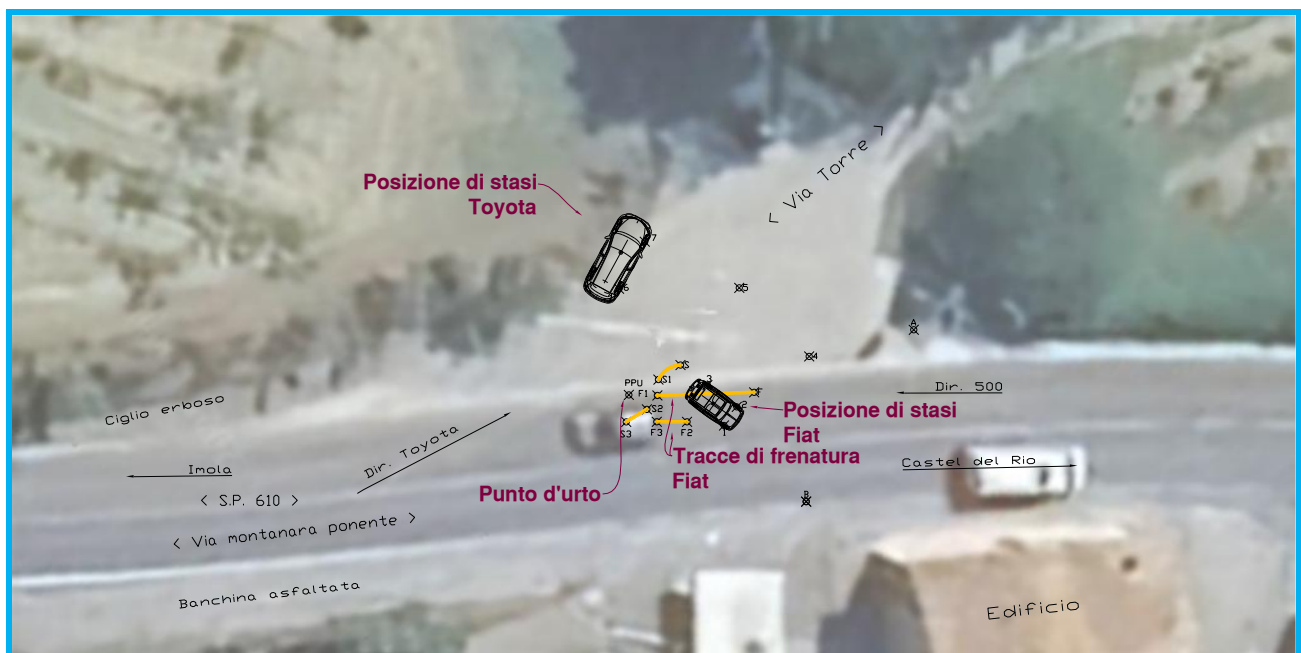


*Figura 9: dettaglio dei danneggiamenti riportati dalla Toyota RAV4.*





**Figura 10: dettaglio dei danneggiamenti riportati dalla Fiat 500.**



**Figura 11: planimetria in scala del luogo del sinistro.**

Da quest'ultima ricostruzione planimetrica in scala del luogo del sinistro, è possibile ricavare le varie grandezze, fino ad ora incognite, necessarie alla ricostruzione del sinistro tramite metodo backward. In questo caso specifico, si è proceduto, come illustrato per esteso nel capitolo 2, prima calcolando le velocità in uscita dall'urto per le due autovetture, per poi applicare il principio di conservazione della quantità di moto per ottenere le rispettive velocità d'arrivo alla collisione, le quali risultano:

$$w_a = 73 \frac{km}{h} \quad \text{per la Toyota RAV4;}$$

$$w_b = 46 \frac{km}{h} \quad \text{per la Fiat 500.}$$

Tuttavia, come illustrato nel corso del secondo capitolo, per il calcolo del valore delle velocità post urto e di arrivo all'urto mediante le leggi fisiche del moto uniformemente decelerato ed il principio di conservazione della quantità di moto, è necessario stimare alcuni parametri non direttamente ricavabili o misurabili dalla planimetria in scala del luogo del sinistro, come ad esempio gli angoli di arrivo e d'uscita dalla collisione, la rotazione subita dai veicoli in seguito all'urto ed i coefficienti d'attrito pneumatici-asfalto.

Per le prime due variabili citate, la stima è soltanto di tipo qualitativo, basandosi sulle traiettorie che possono aver seguito i veicoli osservando l'andamento della carreggiata nel sito d'urto e le tracce impresse dalle lamiere e/o dagli pneumatici dei veicoli sul manto stradale, le quali possono segnalare: frenature a fondo effettuate dai conducenti prima della collisione oppure moti d'imbardata o scarrocciamento subiti dal mezzo in uscita dal sinistro, prima di raggiungere la posizione di quiete finale.

Per quanto riguarda invece il coefficiente d'attrito pneumatico-fondo stradale, la stima viene effettuata mediante l'impiego di apposite tabelle che tengono conto delle varie combinazioni fra: tipologie di fondo stradale, condizione metereologica e stato d'usura/tipologia dello pneumatico.

Appare chiaro quindi che, seppur queste stime possano godere comunque di un buon grado di precisione grazie ai materiali d'ausilio ed ai vari supporti tecnologici, esse sono comunque stime, non valori misurati direttamente e quindi inconfutabili. Da questo fatto nasce perciò la necessità di esprimere i risultati ottenuti, ovvero il valore delle velocità, con un adeguato intervallo di incertezza, al fine di compensare eventuali, seppur piccole, imprecisioni nella stima delle grandezze non direttamente misurabili. Perciò, per il valore delle velocità d'arrivo alla collisione, si scriverà:

$$w_a = 70 - 75 \frac{km}{h} \quad \text{per la Toyota RAV4;}$$

$$w_b = 43 - 48 \frac{km}{h} \quad \text{per la Fiat 500.}$$

Ottenuti i valori delle rispettive velocità d'arrivo alla collisione con il relativo intervallo di incertezza, si può dunque procedere alla ricostruzione della dinamica mediante il software CAD-CRUSH, verificandone così la validità dei risultati forniti.

Il software in questione, come già specificato nel corso del secondo capitolo, una volta inseriti i vari dati di input, procederà alla simulazione della dinamica del sinistro tramite metodo forward, arrivando quindi a determinare le posizioni di stasi finali delle due autovetture senza conoscerle a priori. Infatti, all'interno del metodo di calcolo forward, il moto post urto dei due mezzi viene calcolato sia in base alle varie forze scambiate nel corso della collisione sia in base alla

determinazione di altri parametri, quali: coefficienti d'attrito, energie di deformazione, costanti di rigidità delle carrozzerie dei due veicoli e diversi altri illustrati nel corso del primo capitolo. Da ciò si può ben intuire la complessità di calcolo di tale metodo, che, come già precisato in precedenza, ben si adatta al solo utilizzo all'interno di software che fanno affidamento sugli hardware dei moderni pc. Tuttavia, i risultati finali ottenuti godranno di un grado di precisione sicuramente maggiore rispetto a quelli ottenibili mediante metodo backward, con un intervallo di incertezza decisamente ridotto ai minimi termini.

Dunque, una volta trovati all'interno del database del software i due modelli di veicoli venuti a collisione, conoscendo: il numero di persone occupanti ciascun veicolo, i coefficienti d'attrito fra pneumatici e fondo stradale (in base a condizioni meteo e tipologia di fondo) e le direzioni di provenienza di ciascuno, è possibile iniziare a inserire valori di tentativo per le velocità di arrivo all'urto dei due veicoli (chiamati dal software "urtante" ed "urtato") scegliendoli all'interno dell'intervallo di valori ricavato con metodo backward, per poi osservare, una volta avviata la simulazione dinamica, quale risulterà la posizione di stasi finale delle due autovetture. Infatti, indice di corrette velocità di arrivo alla collisione in input saranno le posizioni di stasi finali dei due veicoli, le quali dovranno risultare uguali a quelle rilevate in fase di rilievi dalle autorità intervenute sul luogo del sinistro. Per verificare tale concordanza durante la ricostruzione con CAD-CRUSH, si terrà fissa a schermo la planimetria in scala del luogo del sinistro con raffigurate le autovetture nelle loro posizioni di quiete finali, che dovranno essere ricalcate quanto più fedelmente possibile dagli stessi due mezzi in movimento a fine simulazione.

Nel caso del sinistro in esame, dopo vari tentativi, è stata trovata come soluzione ottimale la seguente tabella di dati in input:

Dati tecnici relativi ai veicoli		URTANTE	URTATO
(1)	Marca e Modello ...	TOYOTA RAV4 2.5 5P	FIAT 500
(2)	Peso veicolo [ a vuoto ] ..... (Kg)	1910	600
(3)	Peso persone + carico a bordo del veicolo ..... (Kg)	75	75
(4)	Momento di Inerzia (asse z) ..... (Kg·m²)	3116.97	469.99
Mom. Inerzia X, Y, Z			
Coefficiente di attrito massimo 'disponibile'			
(5)	Coeff. attrito Max. strada-pneumatico ..... (adim.)	0.8	0.8
Attrito strada-pneumatico Ante e durante Urto			
(6)	Superf. di coeff. attrito impegnato ..... (adim.)		
(7)	1° frenata distanza percorsa ..... (mt.)		
(8)	Superf. di coeff. attrito impegnato ..... (adim.)		0.7999
(9)	2° frenata distanza percorsa ..... (mt.)		3
(10)	Costanti K massimo , Beta	Istante tempo 0	?
Velocità			
(11)	Velocità a inizio impatto 'impostata' ..... (Km/h)	73	43.59
Attrito strada-pneumatico Post Urto			
(12)	Coef. attrito impegnato (valore medio) ..... (adim.)	0.4	0.7
(13)	Angolo sterzata ruota esterna (+)=Sx (-)=Dx (±40°)	20	0

Buttons: Prove prec., Annulla, Aiuto, Dinamica

Buttons: Solo fase Ante Urto (Comportamenti, Menù Forze, Menù Snag), Solo fase Post Urto (Differenziati 2-3 ruote, Anteriore Angoli, Imposta Sterzo Sterzo, Assi e Ruote, Ribaltamento, Altre Frenate)

Figura 12: dati in inserimento CAD-CRUSH.

Dove si può notare che si è assunto un peso medio di 75 *kg* per le persone occupanti i veicoli, un coefficiente d'attrito dinamico pneumatici-fondo stradale di 0,8 per entrambi i veicoli, in accordo con le condizioni di fondo stradale asciutto che vi erano, un angolo di sterzata di 20° per la Toyota RAV4, la quale si trovava in una manovra di conversione a sinistra, ed un valore di velocità d'arrivo alla collisione, per i quali sono stati ottenuti i risultati di simulazione migliori, pari a:

$$w_a = 73 \frac{km}{h} \quad \text{per la Toyota RAV4;}$$

$$w_b = 43,6 \frac{km}{h} \quad \text{per la Fiat 500.}$$

I quali rientrano perfettamente all'interno dell'intervallo di valori ricavato precedentemente mediante l'applicazione manuale del principio di conservazione della quantità di moto. Da tale constatazione si può quindi verificare l'accuratezza del software CAD-CRUSH nel calcolare dinamicamente, tramite metodo forward, le traiettorie post urto seguite da entrambi i veicoli

Di seguito, viene riportata la tabella contenente i dati completi in inserimento:

Dati di Inserimento		
Dati di INSERIMENTO	URTANTE	URTATO
Veicolo	TOYOTA RAV4 2.5 5P	FIAT 500
Lunghezza (m)	4,6	2,982
Larghezza (m)	1,86	1,386
Numero assi	2	2
Interasse (m)	2,69	1,84
Sbalzo Anteriore (m)	0,92	0,503
Percentuale Peso su Asse Anter. (%)	55	42
Distanza Baricentro Asse Anter. (m)	1,211	1,067
Larghezza traccia Asse Anter. (m)	1,606	1,197
Larghezza traccia Asse Poster. (m)	1,606	1,197
Peso a vuoto (Kg)	1910,0	600,0
Peso occupanti (Kg)	75,0	75,0
Peso Totale (Kg)	1985,0	675,0
Altezza Baricentro (m)	0,56	0,56
Momento di Inerzia asse X (Kg x m²)	899,76	125,33
Momento di Inerzia asse Y (Kg x m²)	3116,97	469,99
Momento di Inerzia asse Z (Kg x m²)	3116,97	469,99
Elasticità 1° asse Ruot. Sin. (N / m)	35700,0	9270,0
Elasticità 1° asse Ruot. Des. (N / m)	35700,0	9270,0
Elasticità 2° asse Ruot. Sin. (N / m)	29209,0	12802,0
Elasticità 2° asse Ruot. Des. (N / m)	29209,0	12802,0
Smorzam. 1° asse Ruot. Sin. (N s / m)	4016,0	1042,0
Smorzam. 1° asse Ruot. Des. (N s / m)	4016,0	1042,0
Smorzam. 2° asse Ruot. Sin. (N s / m)	3286,0	1440,0
Smorzam. 2° asse Ruot. Des. (N s / m)	3286,0	1440,0
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Coef. attrito Max. strada disponibile (adim)	0,8	0,8
Superf. 2 ante: Coef. attr. impegnato (adim)	0,0	0,8
Superf. 2 ante: distanza in frenata (m)	0,0	3,0
Coef. K max di restituzione (adim)	0,8	0,8
Velocità a inizio impatto 'impostata' (Km/h)	73,0	43,59
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Sin. (adim)	0,4	0,2
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Des. (adim)	0,4	0,1
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Sin. (adim)	0,4	0,1
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Des. (adim)	0,4	0,1
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Sin. (°)	24,94	0,0
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Des. (°)	20,0	0,0
Sceita dati da visualizzare		
<input checked="" type="checkbox"/> Visualizza	<input type="checkbox"/> Inserimento	<input type="checkbox"/> Collisione 1
<input type="checkbox"/> Fine	<input type="checkbox"/> Collisione 2	<input type="checkbox"/> Descriz. Bibliogr.
	<input type="checkbox"/> Visualizza Descrizioni	<input checked="" type="checkbox"/> Deselezione dati = zero
	<input type="button" value="Esporta"/>	<input type="button" value="A.M."/>

Figura 13: dati completi di input.



Seguita poi dalle due riportanti i dati completi di collisione:

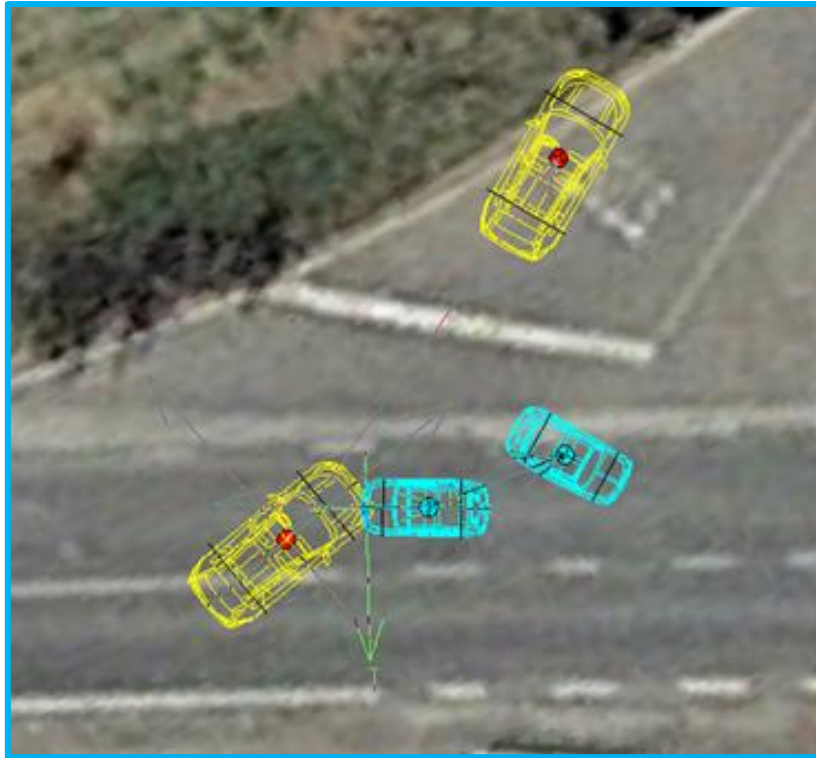
Dati di Collisione (pagina 1)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	TOYOTA RAV4 2.5 5P	FIAT 500
Durata frenata Ante-urto (milli sec.)	0	224
Durata Impatto = Compres. + Rilascio (milli sec.)	72 = 60 + 12	
Durata traiettoria Post-urto (milli sec.)	1149	2286
Spazio percorso in frenata Ante urto dal Baric. (m)	0	3.0
Spazio percorso durante urto dal Baric. (m)	1.3	0.48
Spazio percorso Post urto dal Baric. (m)	10.61	4.15
Velocità a Inizio frenata Ante urto (Km/h)	73.0	50.1
Velocità a inizio impatto 'calcolata' (Km/h)	73.0	43.79
Velocità a Fine impatto Longitudinale (Km/h)	37.58	9.56
Velocità a Fine impatto Laterale (Km/h)	42.43	9.07
Velocità a Fine impatto Risultante (Km/h)	56.68	13.18
DELTA-V componente Asse-Longitud. (Km/h)	-17.14	-52.94
DELTA-V componente Asse-Laterale (Km/h)	7.96	-10.52
DELTA-V risultante (Km/h)	18.9	53.98
DELTA-V direzione, sistema riferim. assoluto (°)	155.09	191.24
k Coefficiente di restituzione (adim)		0.15
μ Coefficiente di attrito tra lamiere (adim)		0.45
Acceleraz. rispetto al (Baricentro, Accelerom.)	Baricentro	Baricentro
Acceleraz. di Picco Asse-Longitudinale (g)	-11.48	36.71
Acceleraz. di Picco Asse-Laterale (g)	5.91	6.68
Acceleraz. di Picco Risultante (g)	12.85	37.27
Acceleraz. MEDIA al di sopra di 1 g (g)	9.59	25.34
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Inizio urto (°)	40.0	179.0
Angolo (direz. Velocità) Baric. Max compressione (°)	148.6	45.0
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Fine urto (°)	48.49	43.57
Rotaz. asse Long. da Inizio collis. a Fine dinam. (°)	20.01	-208.29
Velocità Angolare a Inizio urto (°/sec)	0.0	0.0
Velocità Angolare a Fine urto (°/sec)	38.76	-447.25
A max forza non causante danno (Kg/cm)	36.9	32.19
B forza per comprimere un area di danno (Kg/cm²)	4.92	5.07
K1 resistenza alla deformaz. in compres. (Kg/cm²)	5.9532	6.1347
K2 resistenza alla deformaz. in rilascio (Kg/cm²)	3.81005	3.92621
Rio costante n° 1 di restituzione (adim)	-0.08	-0.08
Gamma costante n° 2 di restituzione (adim)	6.0	5.07929
Beta=Coef. angolare retta Cr su Cm (adim)	1.1	1.1
Cm Max profondità di danno tra le Massime (cm)	62.0	62.4
Cr Max profondità di danno tra le Residue (cm)	56.5	62.3
Energia di Deformazione Assorbita (J)	408464.7	167202.8
Energia di Deformazione Restituita (J)	261417.4	107009.8
Energia di Deformazione Residua (J)	147047.3	60193.0
EBS Velocità equivalente contro barriera (Km/h)	43.82	48.08
EES Velocità equivalente all'energia (Km/h)	43.32	47.54
Impulso (N*s)		10101.89
<input type="button" value="Visualizza"/> <input type="button" value="Fine"/> <input type="button" value="Inserimento"/> <input checked="" type="button" value="Collisione 1"/> <input type="button" value="Collisione 2"/> <input type="button" value="Descriz. Bibliogr."/> <input type="button" value="Visualizza Descrizioni"/> <input type="button" value="Deseleziona dati a zero"/> <input type="button" value="Esporta"/> <input type="button" value="A.M."/>		

Dati di Collisione (pagina 2)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	TOYOTA RAV4 2.5 5P	FIAT 500
Energia Cinetica a Inizio impatto (J)	408104.4	49931.4
Energia Rotazione a Inizio impatto (J)	0.0	0.0
Energia durante urto: Attrito ruote-strada (J)	10742.1	2314.6
Energia Cinetica a Fine impatto (J)	246005.8	4521.5
Energia Rotazione a Fine impatto (J)	713.1	14319.2
Somma Energie Post: Residua + Durante + Fine (J)		485856.6
Bilancio Energetico sui totali: Inizio - Post (J)		-27820.8
Errore Percentuale nel Bilancio Energetico (%)		-6.1
<input type="button" value="Visualizza"/> <input type="button" value="Fine"/> <input type="button" value="Inserimento"/> <input checked="" type="button" value="Collisione 1"/> <input type="button" value="Collisione 2"/> <input type="button" value="Descriz. Bibliogr."/> <input type="button" value="Visualizza Descrizioni"/> <input type="button" value="Deseleziona dati a zero"/> <input type="button" value="Esporta"/> <input type="button" value="A.M."/>		

Figura 14: dati completi di collisione.

Al termine dell'impostazione della simulazione con i dati appena illustrati, si riporta una rappresentazione grafica dei due veicoli posizionati nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali (Toyota RAV4 in giallo e Fiat 500 in azzurro):



*Figura 15: veicoli nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali.*

Quest'ultime, come già specificato, sono fondamentali nel proseguo della simulazione per verificare la correttezza dei valori impostati di velocità d'arrivo alla collisione.

Viene poi riportata un'ulteriore figura costituita da più fotogrammi sovrapposti catturati durante l'esecuzione della simulazione al fine di illustrare il risultato finale raggiunto e l'intera dinamica del sinistro, con le traiettorie ante e post urto seguite della due autovetture:

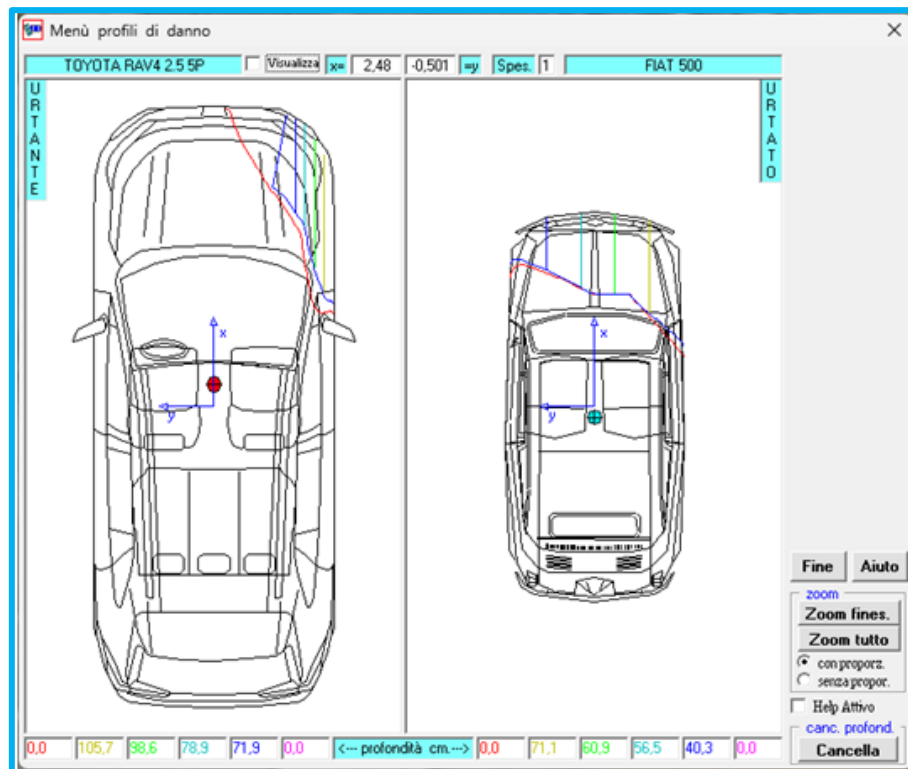


*Figura 16: traiettorie ante e post urto seguite dai due veicoli.*

Come si può vedere, le posizioni di quiete finali calcolate al termine della simulazione ricalcano con ottima precisione quelle rilevate in sede di rilievi (vedi Figura 11), a riprova del fatto che, inserendo

in input valori di velocità di arrivo alla collisione all'interno del range calcolato tramite applicazione del metodo manuale backward, il software è in grado di calcolare, con grado di precisione piuttosto elevato, le reali traiettorie post urto seguite dai due veicoli.

Una verifica aggiuntiva per quanto riguarda la bontà dei risultati può essere effettuata mediante l'analisi dei profili di danno riportati dai due mezzi al termine del sinistro:



*Figura 17: deformazioni subite dai due veicoli durante il sinistro.*

Come si può vedere dall'immagine, i danni subiti dai mezzi calcolati dal software sono del tutto pertinenti con quelli reali visibili dal fascicolo fotografico redatto dalle autorità e riportati all'interno di questo elaborato (vedi Figura 9 e Figura 10).

### 3.3 SINISTRO AUTOVETTURA-MOTOCICLO

Il secondo sinistro considerato per la validazione vede coinvolti un'autovettura ed un motociclo e, anche in questo caso, esso è avvenuto a causa di una mancata precedenza.

Il sinistro in esame ha avuto luogo nella provincia di Viterbo nel giugno del 2025, alle ore 10:00 circa e quindi con piena luce diurna, in un tratto della SS2 'via Cassia' ubicato fuori da centri abitati. Lungo questa avanzava, con direzione di marcia Roma → Viterbo, l'autovettura Fiat 500X. Il conducente di quest'ultima, giunto in corrispondenza dell'intersezione stradale a raso regolata da apposito impianto semaforico con la trasversale sinistra SP147, intraprendeva una manovra di conversione verso la stessa, mancando di cedere la dovuta precedenza al conducente del motociclo Triumph Trident 660. Verosimilmente, il motociclista si avvedeva dell'incipiente pericolo ed attuava una frenatura d'emergenza a fondo, che tuttavia non risultava sufficiente per arrestarsi in tempo ed evitare l'urto. Si verificava quindi una collisione, che aveva luogo nella semicarreggiata di pertinenza del motociclo, tra il settore anteriore destro di questo ed il settore anteriore/laterale destro dell'autovettura. Dopo l'urto la Fiat 500X si arrestava in pochi metri, mentre il motociclo Triumph Trident 660 scivolava in direzione obliqua a sinistra giusta la propria direzione di marcia, trovando quiete alcuni metri dietro l'autovettura, al centro della carreggiata.

Di seguito verranno riportate immagini utili alla comprensione della morfologia del luogo e dell'intera dinamica dell'evento, nonché la planimetria in scala, redatta in sede di ricostruzione, riportante le vetture ubicate nelle rispettive posizioni di stasi finali.



*Figura 18: dettaglio dei detriti e delle posizioni di stasi assunte dalla Fiat 500X e dalla Triumph Trident 660 dopo l'urto, nella direzione di marcia di quest'ultima.*





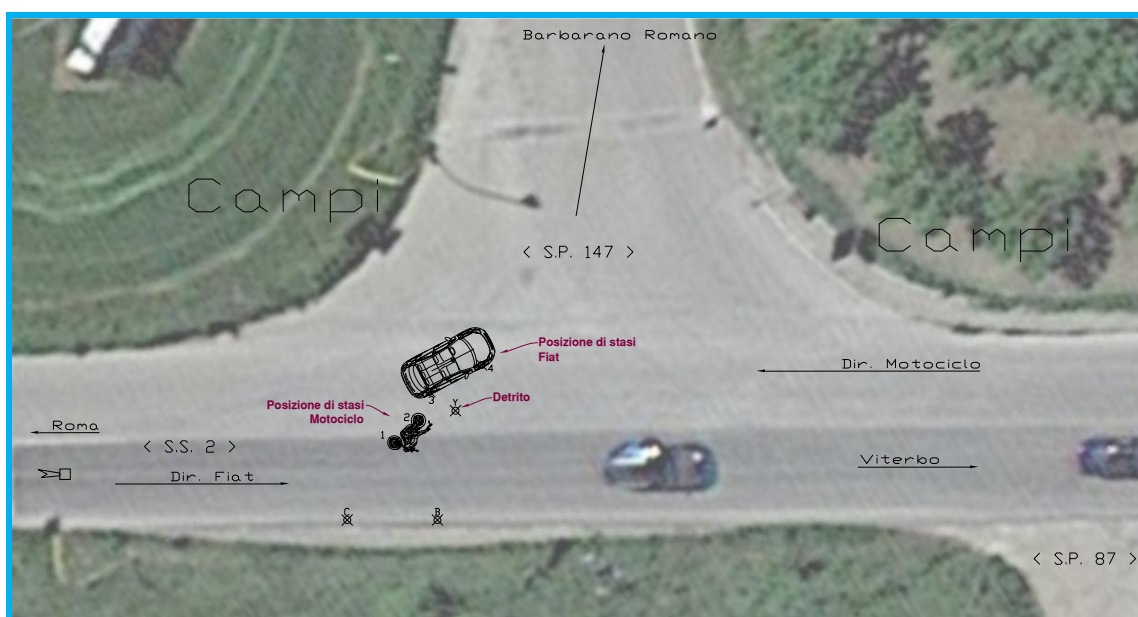
*Figura 19: dettaglio delle posizioni di stasi assunte dalla Fiat 500X e dalla Triumph Trident 660 dopo l'urto, nella direzione di marcia della Fiat 500X.*



*Figura 20: dettaglio dei danneggiamenti alla Fiat 500X.*



**Figura 21: dettaglio dei danneggiamenti alla Triumph Trident 660.**



**Figura 22: planimetria in scala del luogo del sinistro.**

In questo sinistro, per il calcolo delle velocità di arrivo all'urto dei due veicoli, data la grande differenza di massa che vi è fra i due, l'applicabilità del principio di conservazione della quantità di moto viene meno, in quanto sarebbe molto difficile quantificare (anche se effettivamente presenti) gli spostamenti e la variazione subita dall'autovettura in seguito ad un urto con un corpo di massa

così inferiore. Si è proceduto dunque al calcolo usando un altro metodo, ovvero quello dell'EES, illustrato anch'esso nel corso del secondo capitolo di questo elaborato.

Per quanto concerne la velocità di arrivo alla collisione dell'autovettura, sono state fornite le immagini relative ai danneggiamenti subiti dalla Fiat 500X nell'impatto a software di I.A., i quali in autonomia conducono una ricerca di tipo comparativo all'interno dei database contenenti immagini delle varie tipologie crash test eseguiti su veicoli con le medesime caratteristiche in termini di massa e rigidità strutturale. Ne è quindi conseguito un valore di:

$$EES_a \cong 15 - 20 \frac{km}{h}$$

Il quale è un valore del tutto normale e verosimile se attribuito ad un'autovettura che si trova nel pieno di una manovra di svolta a sinistra in una laterale, con una deviazione della propria direzione di moto di circa 90°, come facilmente osservabile dalla planimetria del luogo del sinistro sopra riportata.

Per quanto riguarda il motociclo invece, si è proceduto allo stesso modo tramite l'analisi dei danneggiamenti riportati con software I.A., dai quali è risultato un valore di:

$$EES_b \cong 25 - 30 \frac{km}{h}$$

Tale valore si trova sicuramente d'accordo con il fatto che, verosimilmente, il motociclista, avvedendosi del pericolo imminente, abbia attuato una manovra d'emergenza di frenatura a fondo, non riuscendo tuttavia a fermarsi ma riducendo considerevolmente la propria velocità.

Fissati dunque i valori delle velocità di arrivo alla collisione con i rispettivi intervalli di incertezza mediante l'applicazione del principio dell'EES, si può ora procedere con la ricostruzione del sinistro tramite il software CAD-CRUSH. Come già fatto per il primo sinistro, si riportano di seguito i dati in ingresso inseriti nel software:



Calcolo Dinamica con Forze : urto tra '2' Veicoli

URTANTE    URTATO

**Dati tecnici relativi ai veicoli**

(1)	Marca e Modello ...	HARLEY DAVIDSON XL883N	FIAT 500XL 2015
(2)	Peso veicolo (a vuoto) ..... (Kg)	270	1320
(3)	Peso persone + carico a bordo del veicolo ..... (Kg)	75	75
(4)	Momento di Inerzia (asse z) ..... (Kgxm²)	164.23	1933.56

Mom. Inerzia X, Y, Z

**Coefficiente di attrito massimo 'disponibile'**

(5)	Coeff. attrito Max. strada-pneumatico ..... (adm.)	0.8	0.8
-----	----------------------------------------------------	-----	-----

**Attrito strada-pneumatico Ante e durante Urto**

(6)	Superf. di	coeff. attrito impegnato ..... (adm.)		
(7)	1° frenata	distanza percorsa ..... (mt.)		
(8)	Superf. di	coeff. attrito impegnato ..... (adm.)	0.7	
(9)	2° frenata	distanza percorsa ..... (mt.)	25	

**Costanti K massimo , Beta** [Istante tempo] 0 ?

**Velocità**

(11)	Velocità a inizio impatto 'impostata' ..... (Km/h)	26	15
------	----------------------------------------------------	----	----

**Attrito strada-pneumatico Post Urto**

(12)	Coeff. attrito impegnato (valore medio) ..... (adm.)	0.4	0.4
(13)	Angolo sterzata ruota esterna (+)=Sx (-)=Dx (±40°)	0	20

Prove prec.    Annulla    Aiuto    Dinamica

**Solo fase Ante Urto**

Comportamenti

Menù Forze

Menù Snag

**Solo fase Post Urto**

Differenziali    2-3 ruote

Anteriore    Angoli

Imposta Sterzo    Sterzo

Assi e Ruote

Ribaltamento    Ang Rot

Altre Frenate

Figura 23: dati in inserimento CAD-CRUSH.

Come già illustrato per il primo caso analizzato, si può notare l'aggiunta del peso di 75 kg che tiene conto del peso dei due conducenti, l'inserimento dei coefficienti d'attrito pneumatici-fondo stradale, la lunghezza del tratto percorso dal motociclo in fase di frenata (presunta) ed il valore dell'angolo di sterzata dell'autovettura, la quale si trovava in una manovra di conversione a sinistra. Come si può notare, per il motociclo, stante l'assenza del modello Triumph Trident 660 all'interno del database del software, si è optato per il modello Harley Davidson XL 883N, avendo cura di verificare che avesse le stesse caratteristiche strutturali e di massa della Triumph Trident 660, in modo tale da non compromettere il risultato finale della simulazione.

Dopo vari tentativi, i risultati migliori sono stati ottenuti per valori delle velocità d'arrivo all'urto di:

$$w_a = 15 \frac{km}{h} \quad \text{per la Fiat 500X;}$$

$$w_b = 26 \frac{km}{h} \quad \text{per la Triumph Trident 660.}$$

I quali rientrano perfettamente all'interno dell'intervallo di valori ricavato precedentemente mediante l'applicazione del metodo dell'EES con software di analisi I.A.

Per il motociclo, visto il ridotto valore di velocità, trovandosi lungo una strada extraurbana, si è presunta l'attuazione di una manovra di frenata d'emergenza al fine di evitare l'impatto, della lunghezza di 25 m, con coefficiente d'attrito utile impostato a 0,7. Tale manovra non è riuscita nell'intento di evitare il sinistro, ma ha sicuramente scongiurato esiti ben più gravi per il motociclista,



considerando che, senza frenata, la velocità d'arrivo alla collisione del motociclo sarebbe stata ben più elevata, pari a  $71,6 \text{ km/h}$ , come si può leggere dalle tabelle sotto riportate contenenti i dati completi in inserimento e di collisione:

Dati di Inserimento		
Dati di INSERIMENTO	URTANTE	URTATO
Veicolo	HARLEY DAVIDSON XL883N	FIAT 500 XL 2015
Lunghezza (m)	2,245	4,25
Larghezza (m)	0,82	1,77
Numero assi	2	2
Interasse (m)	1,51	2,57
Sbalzo Anteriore (m)	0,25	0,87
Percentuale Peso su Asse Anter. (%)	50	61
Distanza Baricentro Asse Anter. (m)	0,755	1,002
Larghezza traccia Asse Anter. (m)	0,05	1,528
Larghezza traccia Asse Poster. (m)	0,05	1,528
Peso a vuoto (Kg)	270,0	1320,0
Peso occupanti (Kg)	75,0	75,0
Peso Totale (Kg)	345,0	1395,0
Altezza Baricentro (m)	0,55	0,55
Momento di Inerzia asse X ( $\text{Kg} \times \text{m}^2$ )	30,26	548,88
Momento di Inerzia asse Y ( $\text{Kg} \times \text{m}^2$ )	164,23	1933,56
Momento di Inerzia asse Z ( $\text{Kg} \times \text{m}^2$ )	164,23	1933,56
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Coef. attrito Max. strada disponibile (adim)	0,8	0,8
Superf. 2 ante: Coef. attr. impegnato (adim)	0,7	0,0
Superf. 2 ante: distanza in frenata (m)	25,0	0,0
Coef. K max di restituzione (adim)	0,58	0,58
Velocità a inizio impatto 'impostata' (Km/h)	26,0	15,0
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Sin. (adim)	0,4	0,4
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Des. (adim)	0,4	0,4
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Sin. (adim)	0,4	0,4
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Des. (adim)	0,4	0,4
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Sin. (°)	0,0	24,92
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Des. (°)	0,0	20,0

Scelta dati da visualizzare

☒ Inserimento
 ☐ Collisione 1
 ☐ Descriz.
 ☐ Visualizza Descrizioni
 ☒ Deseleziona dati = zero

Figura 24: dati completi di input.

I dati di collisione:

Dati di Collisione (pagina 1)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	HARLEY DAVIDSON XL883N	FIAT 500 XL 2015
Durata frenata Ante-urto (milli sec.)	1813	0
Durata Impatto = Compres. + Rilascio (milli sec.)	112 = 47 + 65	
Durata traiettoria Post-urto (milli sec.)	1267	847
Spazio percorso in frenata Ante urto dal Baric. (m)	25,0	0
Spazio percorso durante urto dal Baric. (m)	0,65	0,42
Spazio percorso Post urto dal Baric. (m)	3,18	1,41
Velocità a Inizio frenata Ante urto (Km/h)	71,59	14,95
Velocità a inizio impatto 'calcolata' (Km/h)	26,79	14,95
Velocità a Fine impatto Longitudinale (Km/h)	-17,58	11,02
Velocità a Fine impatto Laterale (Km/h)	-3,94	5,6
Velocità a Fine impatto Risultante (Km/h)	18,01	12,36
DELTA-V componente Asse-Longitud. (Km/h)	0,01	0,29
DELTA-V componente Asse-Laterale (Km/h)	-10,11	-2,73
DELTA-V risultante (Km/h)	10,11	2,75
DELTA-V direzione, sistema riferim. assoluto (°)	270,08	276,16
k Coefficiente di restituzione (adim)		0,51
μ Coefficiente di attrito tra lamiere (adim)		0,60
Acceleraz. rispetto al (Baricentro, Accelerom.)	Baricentro	Baricentro
Acceleraz. di Picco Asse-Longitudinale (g)	-6,9	-1,86
Acceleraz. di Picco Asse-Laterale (g)	4,39	0,7
Acceleraz. di Picco Risultante (g)	8,18	1,98
Acceleraz. MEDIA al di sopra di 1 g (g)	4,14	1,69
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Inizio urto (°)	179,55	23,0
Angolo (direz. Velocità) Baric. Max compressione (°)	191,19	28,78
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Fine urto (°)	192,66	26,89
Rotaz. asse Long. da Inizio collis. a Fine dinam. (°)	17,41	10,61
Velocità Angolare a Inizio urto (°/sec)	0,0	0,0
Velocità Angolare a Fine urto (°/sec)	79,68	3,95
A max forza non causante danno (Kg/cm)	70,0	40,0
B forza per comprimere un area di danno (Kg/cm²)	15,0	20,0
K1 resistenza alla deformaz. in compres. (Kg/cm²)	18,15	24,2
K2 resistenza alla deformaz. in rilascio (Kg/cm²)	6,10566	8,14088
Rio costante n° 1 di restituzione (adim)	-0,058	-0,058
Gamma costante n° 2 di restituzione (adim)	2,70667	1,16
Beta=Coef. angolare retta Cr su Cm (adim)	1,1	1,1
Cm Max profondità di danno tra le Massime (cm)	9,8	8,7
Cr Max profondità di danno tra le Residue (cm)	6,0	7,6
Energia di Deformazione Assorbita (J)	56,2	1838,8
Energia di Deformazione Restituita (J)	18,9	618,6
Energia di Deformazione Residua (J)	37,3	1220,2
EBS Velocità equivalente contro barriera (Km/h)	1,67	4,76
EES Velocità equivalente all'energia (Km/h)	1,44	4,09
Impulso (N*s)		803,42

Visualizza	Fine	Scelta dati da visualizzare	Descriz. Bibliogr.	Visualizza Descrizioni	Deseleziona dati = zero	Esporta	A.M.
		Inserimento	Collisione 1				
			Collisione 2				

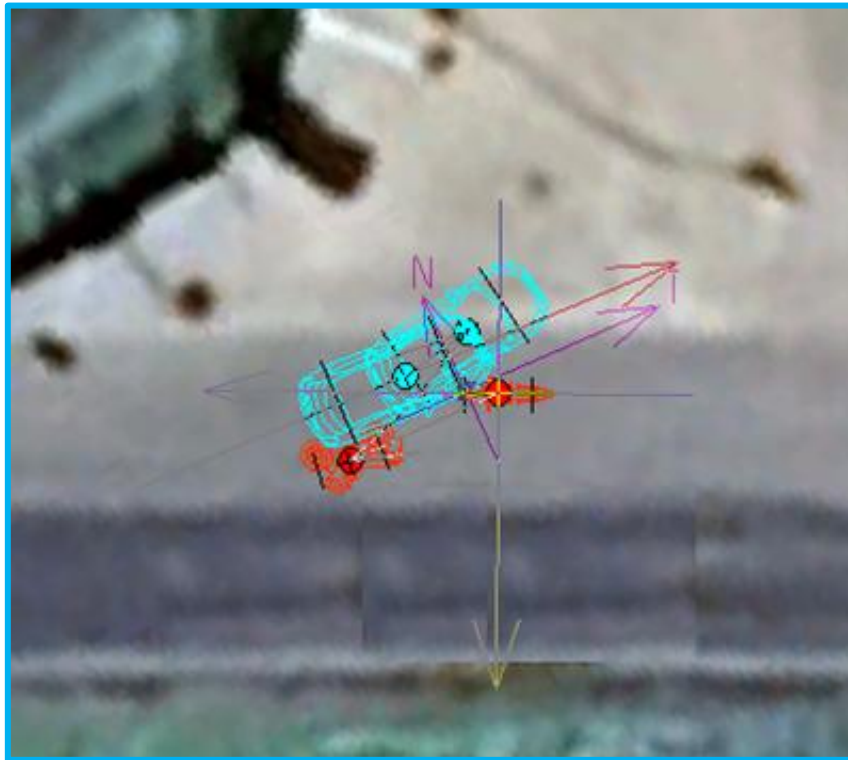
Dati di Collisione (pagina 2)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	HARLEY DAVIDSON XL883N	FIAT 500 XL 2015
Energia Cinetica a Inizio impatto (J)	9553,5	12030,1
Energia Rotazione a Inizio impatto (J)	0,0	0,0
Energia durante urto: Attrito ruote-strada (J)	1064,2	2379,2
Energia Cinetica a Fine impatto (J)	4318,9	8226,7
Energia Rotazione a Fine impatto (J)	158,8	4,6
Somma Energie Post: Residua + Durante + Fine (J)		17410,0
Bilancio Energetico sui totali: Inizio - Post (J)		4173,6
Errore Percentuale nel Bilancio Energetico (%)		19,3

Visualizza	Fine	Scelta dati da visualizzare	Descriz. Bibliogr.	Visualizza Descrizioni	Deseleziona dati = zero	Esporta	A.M.
		Inserimento	Collisione 1				
			Collisione 2				

Figura 25: dati completi di collisione.

Al termine dell'impostazione della simulazione con i dati appena illustrati, si riporta una rappresentazione grafica dei due veicoli posizionati nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali (Fiat 500X in azzurro e Triumph Trident 660 in rosso) utili per la verifica qualitativa dei risultati ottenuti:



*Figura 26: veicoli nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali.*

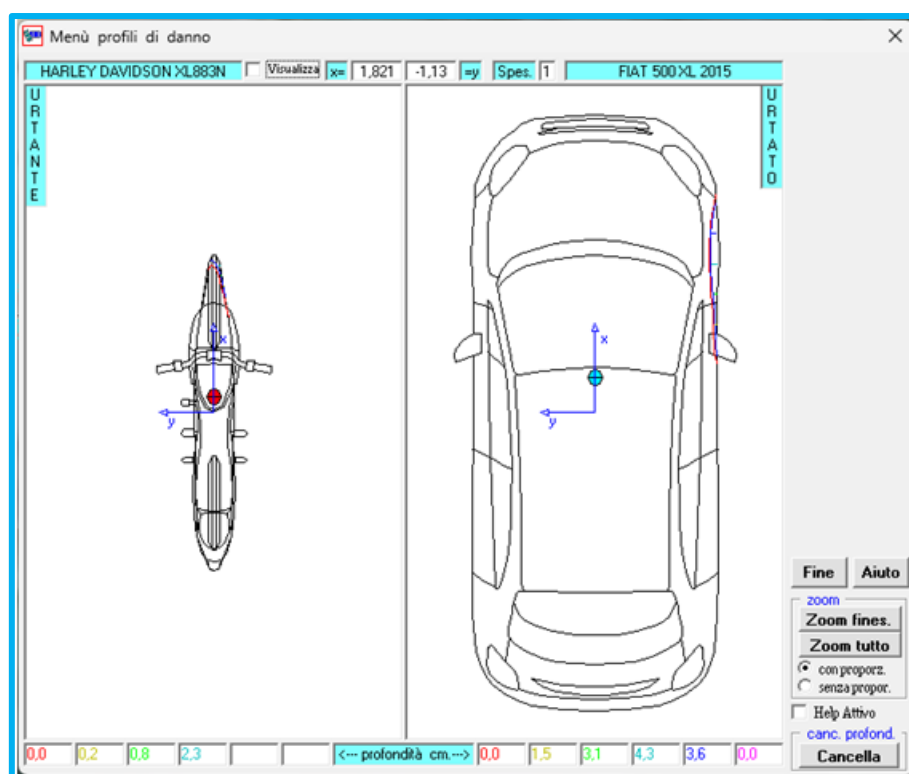
Viene poi riportata un'ulteriore figura costituita da più fotogrammi sovrapposti catturati durante l'esecuzione della simulazione al fine di illustrare il risultato finale raggiunto e l'intera dinamica del sinistro, con le traiettorie ante e post urto seguite dai mezzi:



*Figura 27: traiettorie ante e post urto seguite dai due veicoli.*

Come si può vedere, anche in questo caso le posizioni di quiete finali calcolate al termine della simulazione ricalcano con ottima precisione quelle rilevate in sede di rilievi (vedi Figura 22).

Viene poi svolta la verifica aggiuntiva andando a confrontare i profili di danno calcolati dal software con quelli reali:



*Figura 28: deformazioni subite dai due veicoli durante il sinistro.*

Anche in questo secondo caso, dove si analizza un sinistro fra un'autovettura ed un motociclo, essi risultano del tutto pertinenti con quelli reali visibili dal fascicolo fotografico redatto dalle autorità e riportati all'interno di questo elaborato (vedi Figura 20 e Figura 21).

### 3.4 SINISTRO LATERALE AUTO-AUTO

Il terzo ed ultimo sinistro preso in esame per la validazione è di tipologia frontale-laterale, avvenuto fra due autovetture sempre a causa di una mancata precedenza. Infatti, come ultimo caso di analisi, si è cercato di prendere in esame una dinamica molto comune all'interno degli scenari cittadini e dei grandi centri abitati, dovute nella maggior parte dei casi al mancato rispetto della segnaletica orizzontale o delle indicazioni semaforiche.

Il sinistro in questione ha avuto luogo all'interno del centro cittadino della città di Padova, nel mese di giugno 2024, in orario notturno e quindi in assenza di luce solare, su via Romana Aponense. Lungo questa avanzava, con direzione di marcia Padova → Abano Terme (PD), un'autovettura Lancia Ypsilon, la quale, avvicinandosi all'intersezione stradale a raso regolata a precedenza formata con la laterale destra via Castelfranco, si avvedeva che da questa si immetteva in carreggiata l'autovettura Kia Picanto con manovra di conversione a sinistra, in direzione Padova centro. Realizzato l'incipiente pericolo di collisione, il conducente della Lancia Ypsilon reagiva scartando a sinistra e verosimilmente frenando a fondo. Tuttavia, la manovra risultava inefficace e si verificava dunque una collisione, alquanto violenta, che aveva luogo nella corsia di sinistra, ad opera del frontale della Lancia Ypsilon contro il fianco sinistro della Kia Picanto.

Di seguito verranno riportate immagini utili alla comprensione della morfologia del luogo e dell'intera dinamica dell'evento, nonché la planimetria in scala, redatta in sede di ricostruzione, riportante le vetture ubicate nelle rispettive posizioni stasi finali.



*Figura 29: particolare delle posizioni di stasi, delle incisioni e della traccia liquida lasciate sul manto stradale a seguito dell'urto, secondo la direzione di marcia della Lancia Ypsilon.*

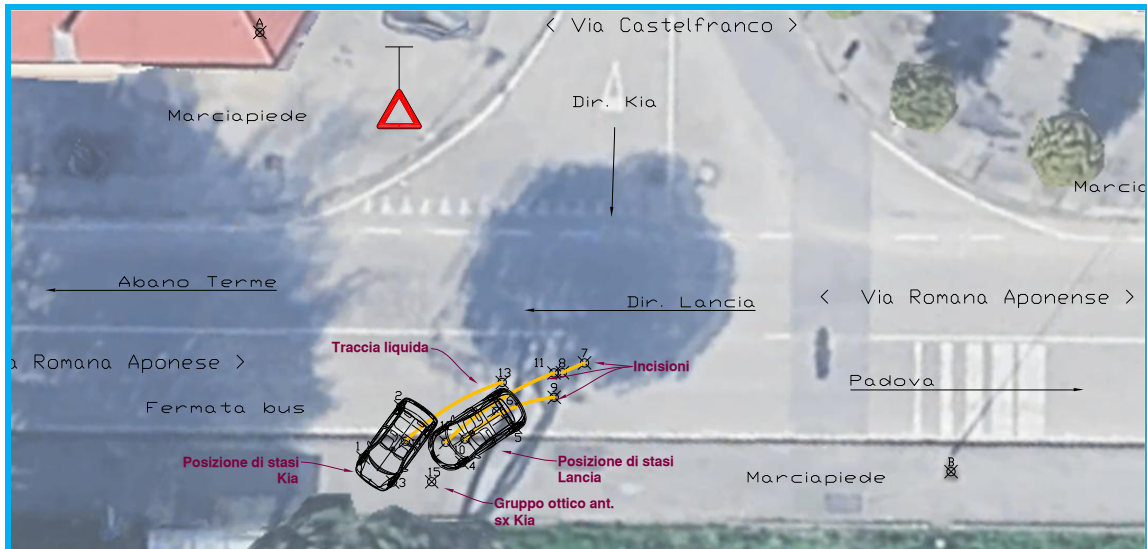




*Figura 30: particolare delle posizioni di stasi assunte dalla Lancia Ypsilon e della Kia Picanto dopo l'urto, secondo la direzione di marcia di quest'ultima.*



*Figura 31: particolare frontale delle posizioni di stasi e dei danneggiamenti subiti dalle due autovetture.*



**Figura 32: planimetria in scala del luogo del sinistro.**

Per il calcolo delle velocità d'arrivo alla collisione questo sinistro si presta bene all'applicazione del principio di conservazione della quantità di moto. In questo specifico caso in esame, tale principio, a causa dell'ortogonalità dell'urto, risulterà semplificato per via delle direzioni d'arrivo alla collisione formanti tra loro un angolo pressoché retto. Dunque, anche in questo caso, come nel primo sinistro analizzato, si è proceduto prima calcolando le velocità in uscita dall'urto per le due autovetture, per poi applicare il principio di conservazione della quantità di moto ed ottenere le rispettive velocità di arrivo alla collisione, le quali risultano:

$$w_a = 55 - 60 \frac{km}{h} \quad \text{per la Lancia Ypsilon};$$

$$w_b = 10 - 15 \frac{km}{h} \quad \text{per la Kia Picanto}.$$

Tenendo anche conto dell'intervallo di incertezza sul valore finale. Tali valori risultano verosimilmente corretti se prende in considerazione il contesto nel quale è avvenuto il sinistro; infatti, la Kia Picanto si trovava nel pieno di una manovra di conversione a sinistra proveniente da una via laterale, mentre la Lancia Ypsilon si trovava in marcia rettilinea lungo una via verso la periferia della città di Padova.

Trovati i valori delle velocità di arrivo alla collisione con i rispettivi intervalli di incertezza mediante l'applicazione del principio di conservazione della quantità di moto, si può ora procedere con la ricostruzione del sinistro tramite il software CAD-CRUSH. Come già fatto per i precedenti due casi analizzati, si riportano di seguito i dati in ingresso inseriti nel software:

Calcolo Dinamica con Forze : urto tra '2' Veicoli

URTANTE URTATO

**Dati tecnici relativi ai veicoli**

(1) Marca e Modello ...	LANCIA Y > 2013	KIA PICANTO
(2) Peso veicolo (a vuoto) ..... (Kg)	1040	930
(3) Peso persone + carico a bordo del veicolo ..... (Kg)	70	140
(4) Momento di Inerzia (asse z) ..... (Kg·m²)	1292.75	1166.65
Mom. Inerzia X, Y, Z		

**Coefficiente di attrito massimo 'disponibile'**

(5) Coeff. attrito Max. strada-pneumatico ..... (adm.)	0.8	0.8
--------------------------------------------------------	-----	-----

**Attrito strada-pneumatico Ante e durante Urto**

(6) Superf. di 1° frenata	coeff. attrito impegnato ..... (adm.)		
(7)	distanza percorsa ..... (mt.)		
(8) Superf. di 2° frenata	coeff. attrito impegnato ..... (adm.)	0.7	
(9)	distanza percorsa ..... (mt.)	5	

(10) Costanti K massimo , Beta | Istante tempo | 0 ?

**Velocità**

(11) Velocità a inizio impatto 'impostata' ..... (Km/h)	59	10
---------------------------------------------------------	----	----

**Attrito strada-pneumatico Post Urto**

(12) Coeff. attrito impegnato (valore medio) ..... (adm.)	0.22	0.35
(13) Angolo sterzata ruota esterna (+)=Sx (-)=Dx (±40°)	6	5

Prove prec. Annulla Aiuto Dinamica

**Solo fase Ante Urto**

Comportamenti

Menù Forze

Menù Snag

**Solo fase Post Urto**

Differenziali 2-3 ruote

Anteriore Angoli

Imposta Sterzo Sterzo

Assi e Ruote

Ribaltamento

Altre Frenate

Figura 33: dati in inserimento CAD-CRUSH.

In questo caso, a differenza dei precedenti, si può notare come alla Kia Picanto sia stato aggiunto il peso contando entrambi gli occupanti il veicolo, mentre sulla Lancia Ypsilon vi era presente solo il conducente. È stata inoltre aggiunta una verosimile manovra di frenata attuata dal conducente della Lancia Ypsilon, il quale si avvede della Kia Picanto in assetto orizzontale occupante la propria corsia di marcia, in piena manovra di conversione a sinistra proveniente dalla laterale di destra.

Infatti, dalla dinamica del sinistro e, più precisamente, dalla localizzazione delle prime incisioni presenti sul manto stradale prendendo in considerazione la direzione della Lancia Ypsilon, appare evidente come il punto d'urto fra le due autovetture sia da localizzare all'interno della corsia di sinistra della via principale, in prossimità della linea di mezzzeria. Tale fatto induce a pensare che, in un primo momento, il conducente della Lancia Ypsilon abbia tentato di evitare l'urto scartando a sinistra e solamente dopo, senza di fatto esser riuscito nel suo intento, abbia tentato di frenare per arrestare la propria marcia. Dalla tabella sopra riportata si possono vedere anche i valori degli angoli di sterzata impostati alle ruote anteriori dei due veicoli, dove il segno positivo indica una manovra di svolta a sinistra.

Per quanto riguarda i valori impostati per la velocità di arrivo alla collisione, si è proceduto con lo stesso metodo già illustrato nel corso dei due casi precedenti. In questo terzo sinistro, i risultati di simulazione migliori sono stati ottenuti per valori delle velocità d'arrivo all'urto uguali a:

$$w_a = 59 \frac{km}{h} \text{ per la Lancia Ypsilon;}$$

$$w_b = 10 \frac{km}{h} \text{ per la Kia Picanto.}$$



I quali rientrano perfettamente all'interno dell'intervallo di valori ricavato precedentemente mediante l'applicazione manuale del principio di conservazione della quantità di moto.

Dalle tabelle riportate di seguito, contenenti i dati completi in input e di collisione, si può apprezzare la lieve riduzione di velocità derivante dalla manovra di frenatura protratta per 5 m della Lancia Ypsilon, alla quale è stata attribuito un coefficiente di attrito utile pari a 0,7:

Dati di Inserimento		
Dati di INSERIMENTO	URTANTE	URTATO
Veicolo	LANCIA Y > 2013	KIA PICANTO
Lunghezza (m)	3,84	3,535
Larghezza (m)	1,68	1,602
Numero assi	2	2
Interasse (m)	2,39	2,39
Sbalzo Anteriore (m)	0,81	0,7
Percentuale Peso su Asse Anter. (%)	62	61
Distanza Baricentro Asse Anter. (m)	0,908	0,932
Larghezza traccia Asse Anter. (m)	1,451	1,383
Larghezza traccia Asse Poster. (m)	1,451	1,383
Peso a vuoto (Kg)	1040,0	930,0
Peso occupanti (Kg)	70,0	140,0
Peso Totale (Kg)	1110,0	1070,0
Altezza Baricentro (m)	0,52	0,52
Momento di Inerzia asse X (Kg x m <sup>2</sup> )	363,37	304,2
Momento di Inerzia asse Y (Kg x m <sup>2</sup> )	1292,75	1166,65
Momento di Inerzia asse Z (Kg x m <sup>2</sup> )	1292,75	1166,65
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 1° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Sin. (°)	10,0	10,0
Max Ang. deriva 2° asse Ruot. Des. (°)	10,0	10,0
Coef. attrito Max. strada disponibile (adim)	0,8	0,8
Superf. 2 ante: Coef. attr. impegnato (adim)	0,7	0,0
Superf. 2 ante: distanza in frenata (m)	5,0	0,0
Coef. K max di restituzione (adim)	0,3	0,3
Velocità a inizio impatto 'impostata' (Km/h)	59,0	10,0
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Sin. (adim)	0,22	0,8
Coef. attrito Post 1° asse Ruot. Des. (adim)	0,22	0,25
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Sin. (adim)	0,22	0,25
Coef. attrito Post 2° asse Ruot. Des. (adim)	0,22	0,25
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Sin. (°)	6,41	5,27
Angolo sterzata 1° asse Ruot. Des. (°)	6,0	5,0

Scelta dati da visualizzare

☒ Inserimento
 ☐ Collisione 1
 ☐ Descriz. Bibliogr.

☐ Visualizza Descrizioni
 ☒ Deseleziona dati = zero

Figura 34: dati completi di input.

I dati di collisione:

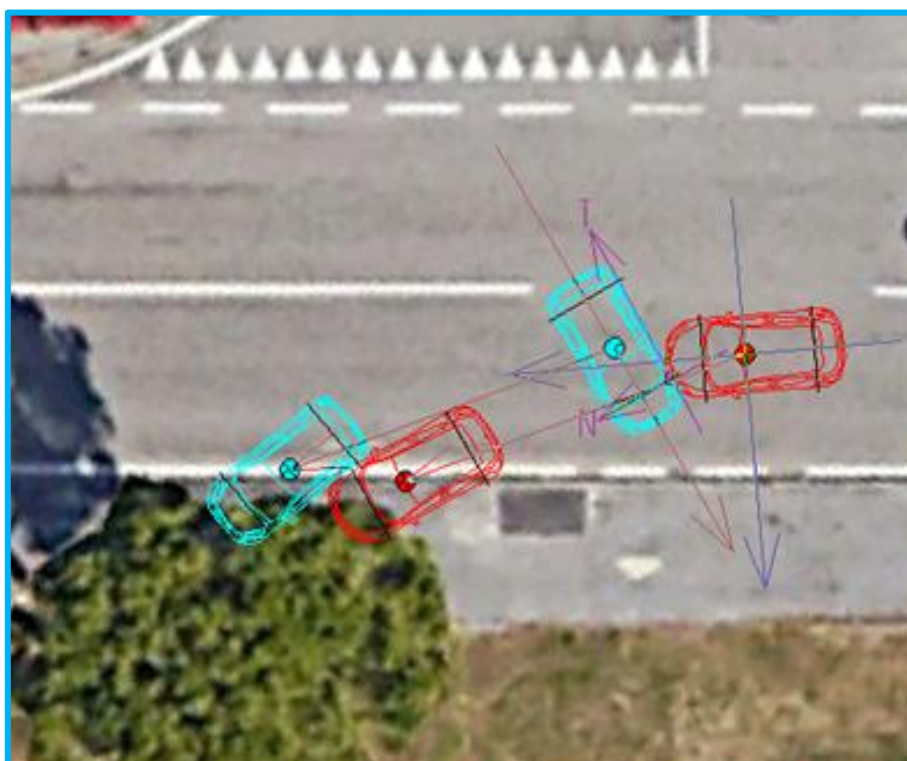
Dati di Collisione (pagina 1)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	LANCIA Y >2013	KIA PICANTO
Durata frenata Ante-urto (mili sec.)	283	0
Durata Impatto = Compres. + Rilascio (mili sec.)	126 = 60 + 66	
Durata traiettoria Post-urto (mili sec.)	2470	1766
Spazio percorso in frenata Ante urto dal Baric. (m)	5,0	0
Spazio percorso durante urto dal Baric. (m)	1,27	0,74
Spazio percorso Post urto dal Baric. (m)	6,64	6,83
Velocità a Inizio frenata Ante urto (Km/h)	66,11	10,0
Velocità a inizio impatto 'calcolata' (Km/h)	59,12	10,0
Velocità a Fine impatto Longitudinale (Km/h)	-22,24	-29,52
Velocità a Fine impatto Laterale (Km/h)	-3,57	-7,59
Velocità a Fine impatto Risultante (Km/h)	22,53	30,48
DELTA-V componente Asse-Longitud. (Km/h)	32,88	1,77
DELTA-V componente Asse-Laterale (Km/h)	16,26	34,49
DELTA-V risultante (Km/h)	36,68	34,54
DELTA-V direzione, sistema riferim. assoluto (°)	26,32	87,06
k Coefficiente di restituzione (adim)		0,13
μ Coefficiente di attrito tra lamiere (adim)		0,24
Acceleraz. rispetto al (Baricentro, Accelerom.)	Baricentro	Baricentro
Acceleraz. di Picco Asse-Longitudinale (g)	-27,56	-27,76
Acceleraz. di Picco Asse-Laterale (g)	2,93	-5,28
Acceleraz. di Picco Risultante (g)	27,63	27,76
Acceleraz. MEDIA al di sopra di 1 g (g)	16,68	16,45
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Inizio urto (°)	185,0	300,0
Angolo (direz. Velocità) Baric. Max compressione (°)	190,79	194,71
Angolo (direz. Velocità) Baricentro a Fine urto (°)	189,12	194,41
Rotaz. asse Long. da Inizio collis. a Fine dinam. (°)	17,42	-69,28
Velocità Angolare a Inizio urto (°/sec)	0,0	0,0
Velocità Angolare a Fine urto (°/sec)	39,46	-73,52
A max forza non causante danno (Kg/cm)	32,19	30,0
B forza per comprimere un area di danno (Kg/cm²)	5,07	10,0
K1 resistenza alla deformaz. in compres. (Kg/cm²)	6,1347	12,1
K2 resistenza alla deformaz. in rilascio (Kg/cm²)	0,55212	1,089
Ro costante n° 1 di restituzione (adim)	-0,03	-0,03
Gamma costante n° 2 di restituzione (adim)	1,90473	0,9
Beta=Coefic. angolare retta Cr su Cm (adim)	1,1	1,1
Cm Max profondità di danno tra le Massime (cm)	35,2	46,1
Cr Max profondità di danno tra le Residue (cm)	32,3	46,1
Energia di Deformazione Assorbita (J)	43308,7	27886,1
Energia di Deformazione Restituita (J)	3897,8	2509,7
Energia di Deformazione Residua (J)	39410,9	25376,3
EBS Velocità equivalente contro barriera (Km/h)	30,34	24,79
EES Velocità equivalente all'energia (Km/h)	30,08	24,58
Impulso (N*s)		11032,76
Visualizza Fine <input type="radio"/> Inserimento <input checked="" type="radio"/> Collisione 1 <input type="radio"/> Collisione 2 <input type="radio"/> Descriz. <input type="radio"/> Bibliogr. <input type="checkbox"/> Visualizza Descrizioni <input type="checkbox"/> Deseleziona dati = zero <input type="button" value="Esporta"/> <input type="button" value="A.M."/>		

Dati di Collisione (pagina 2)		
Dati di COLLISIONE	URTANTE	URTATO
Veicolo	LANCIA Y >2013	KIA PICANTO
Energia Cinetica a Inizio impatto (J)	149695,9	4128,1
Energia Rotazione a Inizio impatto (J)	0,0	0,0
Energia durante urto: Attrito ruote-strada (J)	3669,5	5856,8
Energia Cinetica a Fine impatto (J)	21734,7	38361,0
Energia Rotazione a Fine impatto (J)	306,6	960,5
Somma Energie Post: Residua + Durante + Fine (J)		135676,4
Bilancio Energetico sui totali: Inizio - Post (J)		18147,6
Errore Percentuale nel Bilancio Energetico (%)		11,8
Visualizza Fine <input type="radio"/> Inserimento <input checked="" type="radio"/> Collisione 1 <input type="radio"/> Collisione 2 <input type="radio"/> Descriz. <input type="radio"/> Bibliogr. <input type="checkbox"/> Visualizza Descrizioni <input type="checkbox"/> Deseleziona dati = zero <input type="button" value="Esporta"/> <input type="button" value="A.M."/>		

Figura 35: dati completi di collisione.

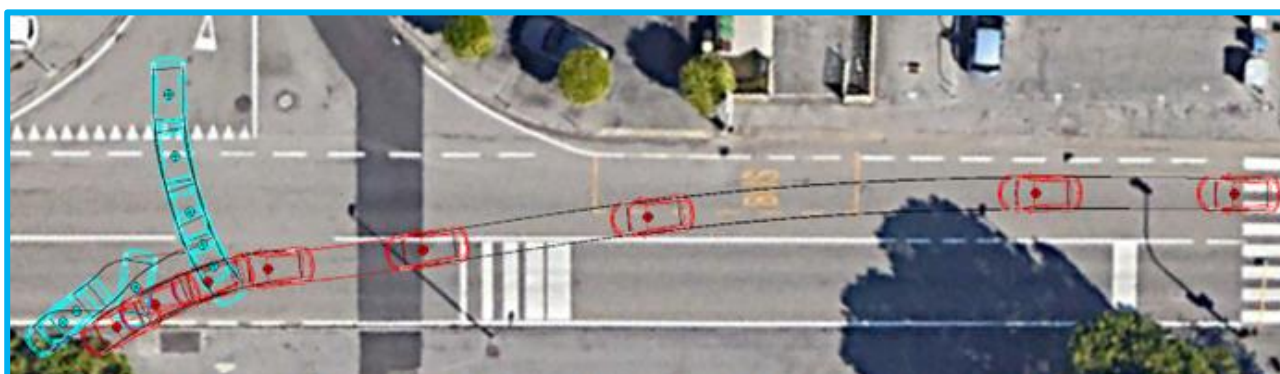
Al termine dell'impostazione della simulazione con i dati appena illustrati, si riporta una rappresentazione grafica dei due veicoli posizionati nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali (Lancia Ypsilon in rosso e Kia Picanto in azzurro) utili per la verifica qualitativa dei risultati ottenuti:



*Figura 36: veicoli nel punto d'urto e nelle rispettive posizioni di stasi finali.*

Da un rapido confronto con la planimetria in scala del luogo del sinistro (vedi Figura 32) e con le foto scattate dalle autorità intervenute (vedi Figura 29) è possibile localizzare il punto d'urto lì dove hanno inizio le incisioni del manto stradale, all'interno della corsia di sinistra della via principale, in prossimità dalla linea centrale di mezz'aria.

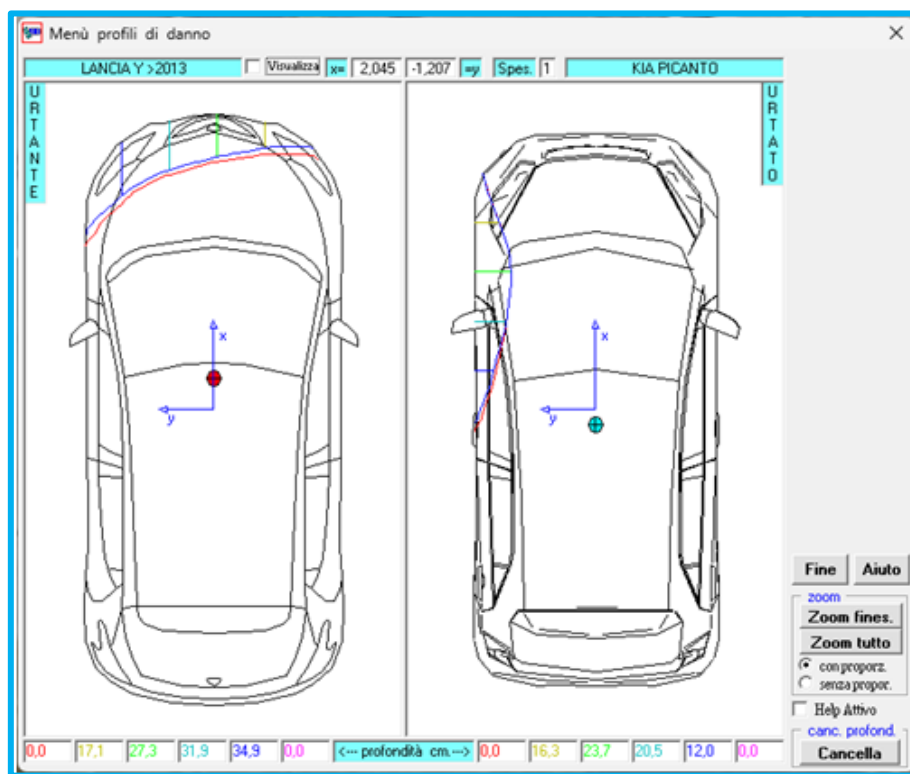
Viene poi riportata un'ulteriore figura costituita da più fotogrammi sovrapposti catturati durante l'esecuzione della simulazione al fine di illustrare il risultato finale raggiunto e l'intera dinamica del sinistro, con le traiettorie ante e post urto seguite dai mezzi:



*Figura 37: traiettorie ante e post urto seguite dai due veicoli.*

Come si può notare, anche in quest'ultimo caso le posizioni di quiete finali calcolate al termine della simulazione ricalcano con ottima precisione quelle rilevate in sede di rilievi (vedi Figura 32).

Viene poi svolta la verifica aggiuntiva andando a confrontare i profili di danno calcolati dal software con quelli reali:



*Figura 38: deformazioni subite dai due veicoli durante il sinistro.*

Anche in quest'ultimo caso si può notare un'ottima congruenza con quelli effettivi visibili dal fascicolo fotografico redatto dalle autorità e riportati all'interno di questo elaborato (vedi Figura 31). Tale sinistro, infatti, grazie alla dinamica di scontro frontale-laterale fra due autovetture con masse molto simili fra loro, ben si presta al calcolo delle deformazioni tramite il software CAD-CRUSH. Quest'ultime, come si vede dall'immagine sopra riportata, sono ben evidenti in entrambe le autovetture: nella Lancia Ypsilon si concentrano esclusivamente nella zona anteriore, mentre nella Kia Picanto sono localizzate esclusivamente lungo il fianco sinistro, com'era lecito aspettarsi.

## 4. CONCLUSIONI

Terminato il capitolo riguardo le prove sperimentali per la validazione del software CAD-CRUSH si può quindi affermare, osservando i risultati forniti dalle simulazioni, che quest'ultimo costituisce una valida alternativa rispetto agli applicativi già in commercio da molti anni e largamente utilizzati per la ricostruzione di sinistri stradali tramite metodologia di calcolo forward. Infatti, in ognuno dei tre casi analizzati, piuttosto differenti fra loro per dinamica e mezzi coinvolti, si ottengono ottimi risultati dalla simulazione dinamica inserendo in input valori di velocità di arrivo alla collisione calcolati precedente mediante l'applicazione del metodo di calcolo backward, il quale si fonda sull'applicazione di principi fisici dall'indiscutibile e comprovata validità.

Entrando maggiormente nel merito delle finalità di questo elaborato di tesi, è da precisare che la scelta dei tre sinistri presi in esame per la validazione si è basata in primo luogo sull'applicabilità del metodo backward per una stima preliminare delle grandezze caratterizzanti. Infatti, tale metodo di indagine, se da un lato presenta indiscutibili vantaggi grazie alla sua semplicità teorica e di calcolo, dall'altra necessita di dati di partenza che devono essere quanto più definiti e facilmente misurabili. Sono necessari, quindi, scrupolosi rilievi effettuati sul luogo del sinistro da parte delle autorità competenti ed una altrettanto precisa ricostruzione in scala per poter avere un intervallo d'incertezza ed un grado di precisione accettabile sul risultato finale, tenendo anche conto del fatto che alcuni parametri contenuti nelle formule utilizzate non sono direttamente misurabili (vedi a titolo esemplificativo il coefficiente d'attrito pneumatici-fondo stradale), ma richiedono una stima che, seppur guidata dall'uso di precise documentazioni scientifiche, rimane pur sempre una stima. Inoltre, sono stati considerati sinistri dove si è potuta escludere l'alterazione degli elementi utili alla ricostruzione backward, con le autovetture non rimosse dalla posizione di quiete finale raggiunta a fine evento e dinamiche non troppo complesse nel loro svolgimento; quindi, casi che presentano urti multipli, ribaltamenti di veicoli ed in generale cinematiche troppo complesse sono da escludere a priori.

Fatta queste dovute precisazioni, nel momento in cui si prendono in considerazione sinistri "ideali" e con la dovuta attenzione nella scelta del valore da attribuire alle variabili non misurabili, con il metodo backward si ottengono risultati finali di più che buona qualità. Quest'ultimi, come messo in pratica all'interno di questo elaborato di tesi, possono dunque prestarsi per la verifica e la validazione di software, come CAD-CRUSH, che ricostruiscono i sinistri stradali mediante metodologia forward. Questa metodologia ricostruttiva attua una ricostruzione degli eventi in rigoroso ordine temporale di avvenimento, secondo dati di partenza in input forniti dall'utente. Per la ricerca delle corrette velocità di arrivo alla collisione, si procede per tentativi, simulando la dinamica del sinistro finché le posizioni di stasi finali di ciascun mezzo calcolate non coincidono con quelle reali. Tale metodologia ricostruttiva porta a risultati finali sicuramente molto più precisi rispetto al metodo backward, permettendo l'analisi e la simulazione di sinistri più complessi, come ad esempio casi in cui si ha la presenza di urti multipli fra più veicoli od ostacoli, ribaltamenti e manovre particolari in arrivo alla collisione. Inoltre, è possibile effettuare anche una valutazione di scenari alternativi ipotetici. Tuttavia, il metodo forward, come già illustrato nel corso del primo capitolo di questo elaborato, fa affidamento su equazioni differenziali e modelli matematici di ben più complessa risoluzione rispetto al metodo backward, i quali vengono interamente ricalcolati con una cadenza temporale ben precisa (in CAD-CRUSH ogni millesimo di secondo) durante

l'avanzamento della simulazione. Da ciò appare subito chiaro come la loro implementazione necessiti della capacità di calcolo dei moderni hardware.

Come già anticipato precedentemente, dalle prove sperimentali condotte nel corso del terzo capitolo, si vede come con il software CAD-CRUSH riesca ad ottenere, in tutti e tre i casi, una simulazione dinamica del sinistro del tutto verosimile e coerente con le posizioni di stasi finali reali rilevante sul campo del sinistro, inserendo in input valori di velocità di arrivo alla collisione all'interno dell'intervallo di valori calcolati con metodo backward. Tale constatazione fornisce quindi una verifica riguardo l'esattezza e la precisione delle equazioni e dei modelli di calcolo inseriti all'interno del software, i quali sono in grado di rappresentare fedelmente l'andamento reale dell'interazione fra due o più mezzi venuti a collisione con velocità preimpostate dall'utente.

Da ciò si evince come questi strumenti costituiscano un prezioso aiuto per il tecnico ricostruttore nel momento in cui è chiamato ad indagare un sinistro stradale: basterà infatti scegliere da database il modello dei veicoli coinvolti, impostare la traiettoria che ciascuno deve seguire, ed inserire in input al software i dati di primo tentativo, come illustrato nelle immagini del terzo capitolo, per poi osservare lo svolgimento della dinamica: se quest'ultima termina con ciascun mezzo nella posizione finale di quiete calcolata corrispondente a quella finale rilevata, allora i dati in inserimento saranno quelli corretti. Se così non fosse, si torna alla schermata contenente i dati in inserimento modificando i valori dei parametri su cui si ritiene opportuno intervenire per migliorare il risultato finale della simulazione, avvicinandosi gradualmente alla soluzione ottimale.

Detto ciò, analizzando nello specifico il software CAD-CRUSH durante l'utilizzo, si può affermare che quest'ultimo ha sicuramente i propri punti di forza nella vastità del database di veicoli disponibili con all'interno dati di difficile reperibilità, è in grado di analizzare e simulare correttamente dinamiche molto complesse con ribaltamenti ed urti multipli fra due o più mezzi, sono presenti i modelli pronti all'uso per i cosiddetti utenti "deboli" della strada (pedoni e ciclisti) ed inoltre risulta essere piuttosto leggero dal punto di vista computazionale, non necessitando di macchine particolarmente performanti per un corretto e fluido funzionamento. Vi è anche da menzionare la notevole quantità di parametri modificabili per quanto riguarda i veicoli e la possibilità di ricostruire il luogo del sinistro tramite la creazione di strade ed incroci all'interno del software nel momento in cui non siano disponibili immagini satellitari o planimetriche in scala. A corredo della funzione appena citata, sono disponibili i modelli per riprodurre la segnaletica verticale ed orizzontale presente sul luogo, nonché quelli per simulare la presenza di eventuali ostacoli come alberi e barriere di contenimento aventi precise caratteristiche meccaniche ricavate dall'apposita normativa. I principali limiti invece risiedono nel processo di installazione piuttosto complesso e laborioso e nel processo di apprendimento piuttosto lento ed impegnativo a causa dei numerosi procedimenti poco intuitivi da effettuare per l'inizializzazione di una simulazione. Per quanto riguarda invece i possibili futuri sviluppi, possono essere sicuramente migliorati l'aspetto grafico del software e la funzione di generazione automatica del report alla fine del processo simulativo, migliorandone la forma ed il grado di dettaglio. Inoltre, può esserne sicuramente migliorata l'interfaccia utente rendendola più intuitiva e di facile utilizzo.

# BIBLIOGRAFIA

- [1] R. R. McHenry, "Computer Program for Reconstruction of Highway Accidents" SAE 730980.
- [2] Kenneth L. Campbell, "Energy Basis for Collision Severity" SAE 740565.
- [3] J. Ed. Martinez, "Computer Aided Automobile Accident Reconstruction" SAE 850250.
- [4] Ishikawa Hirotooshi, "Computer Simulation of Automobile Collision – Reconstruction of Accidents" SAE 851729.
- [5] Raymond. R. McHenry, Brian. G. McHenry "A Revised Damage Analysis Procedure for the CRASH Computer Program" SAE 861894.
- [6] R. Limpert, D. Andrews, "Linear and Rotational Momentum for Computing Impact Speed in Two Car Collision (LARM)" SAE 910123.
- [7] William E. Cliff, Darcy T. Montgomery, "Validation of PC-CRASH - A Momentum-Based Accident Reconstruction Program" SAE 960885.
- [8] Hermann Steffan, Andreas Moser, "The Collision and Trajectory Models of PC-CRASH, Refinement of the Trajectory Solution Procedure" SAE 960886.
- [9] D. Siddall, T. Day, "Updating the Vehicle Class Categories" SAE 960897.
- [10] MacInnis, Cliff and Ising, "A Comparison of Moment of Inertia Estimation Techniques for Vehicle Dynamics Simulation" SAE 970951.
- [11] James A. Neptune, "Crush Stiffness Coefficients, Restitution Constants, and a Revision of CRASH3 & SMAC" SAE 980029.
- [12] Micucci, Alfonso; Mantecchini, Luca; Bettazzi, Giacomo; Scattolin, Federico, [\*A Kinematic Analysis of Vehicle Acceleration from Standstill at Signalized Intersections: Implications for Road Safety, Traffic Engineering, and Autonomous Driving\*](#), «SUSTAINABILITY», 2025, 17, Article number: 9332, pp. 1 - 26
- [13] Micucci, Alfonso; Mantecchini, Luca; Sangermano, Maurizio, [\*Analysis of the Relationship between Turning Signal Detection and Motorcycle Driver's Characteristics on Urban Roads; A Case Study\*](#), «SENSORS», 2019, 19, Article number: 1802, pp. 1 - 15