

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Augusto Righi”
Corso di Laurea in Fisica

**Dal Modello Standard al Modello
Left-Right Simmetrico: una panoramica sui
meccanismi seesaw per la generazione della
massa del neutrino**

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Maximiliano Sioli

Presentata da:
Manuel Sinatra

**V Sessione di Laurea
Anno Accademico 2024/2025**

*How do I live without the ones I love?
Time still turns the pages of the book it's burned
Place and time always on my mind
And the light you left remains, but it's so hard to stay
When I have so much to say, and you're so far away*

Indice

Introduzione	1
1 Il Modello Standard	2
1.1 Panoramica sul Modello Standard	2
1.2 Le particelle elementari	3
1.2.1 I fermioni del Modello Standard	3
1.3 Le interazioni fondamentali	6
1.3.1 Gruppi di simmetria	6
1.3.2 Interazione elettromagnetica e teorie di gauge	8
1.3.3 Interazione debole	11
1.3.4 Interazione forte	13
1.3.5 Teoria elettrodebole e meccanismo di Higgs	14
1.4 I limiti del Modello Standard	17
1.4.1 Interazione gravitazionale	17
1.4.2 La massa del neutrino	18
2 I meccanismi seesaw	22
2.1 Il neutrino come particella di Majorana	22
2.2 Le teorie di campo efficace	23
2.3 Panoramica sui meccanismi seesaw	24
2.3.1 Seesaw di tipo I	25
2.3.2 Seesaw di tipo II	27
2.3.3 Seesaw di tipo III	28
2.4 Il modello Left-Right Simmetrico	29

3 Limiti sperimentali sui modelli Left-Right	33
3.1 Metodologia di ricerca sperimentale	33
3.2 Ricerche alla <i>energy frontier</i>	34
3.2.1 Ricerca dei singoletti fermionici scalari	34
3.2.2 Ricerca dei tripletti scalari	35
3.2.3 <i>High Luminosity LHC e Future Circular Collider</i>	37
3.3 Ricerche alla <i>intensity frontier</i>	37
3.3.1 Neutrinoless double beta decay	37
3.3.2 Esperimenti di conversione	39
3.3.3 Futuro nella <i>intensity frontier</i>	40
Conclusioni	43
Bibliografia	44

Introduzione

Il Modello Standard è una teoria che incorpora le maggiori scoperte avvenute durante la seconda metà del XX secolo nell’ambito della fisica delle particelle, fornendo una classificazione delle particelle elementari e una descrizione delle interazioni fondamentali dalle numerosissime conferme sperimentali, quali l’osservazione dei campi mediatori dell’interazione debole nel 1967 e del bosone di Higgs nel 2012. È ormai accettato che il modello debba essere esteso in quanto, ad esempio, non prevede l’esistenza di neutrini massivi e non ingloba al suo interno la gravitazione. La materia oscura, l’asimmetria barionica dell’universo e il problema della naturalezza delle scale energetiche coinvolte sono altre prove a favore della necessità di un’estensione del modello.

In questo lavoro verrà effettuata una disamina degli aspetti principali del Modello Standard, della teoria delle interazioni di gauge su cui si basa e delle sue limitazioni più evidenti. Verranno poi introdotti i meccanismi seesaw come possibili soluzioni al problema della massa del neutrino e correntemente in attesa di conferme sperimentali, e il Modello Left-Right Simmetrico, una particolare estensione del Modello Standard che incorpora meccanismi seesaw di tipo I e II. Infine, si farà una rassegna dei progetti sperimentali attivi nell’ambito del Modello Left-Right Simmetrico e sulle prospettive di ricerca future.

Capitolo 1

Il Modello Standard

1.1 Panoramica sul Modello Standard

Il *Modello Standard*, o MS, si fonda sulle teorie dei campi quantizzati (Quantum Field Theory, QFT), estensioni relativistiche della meccanica quantistica. A differenza della fisica classica, che distingue nettamente tra materia e campo, le QFT postulano l'esistenza di un unico ente fondamentale, il *campo quantizzato*, caratterizzato naturalmente da proprietà come massa, carica e spin. Le eccitazioni di tali campi vengono associate alle particelle. Inoltre, in virtù del principio di indeterminazione, i campi quantizzati subiscono fluttuazioni quantistiche che danno origine a due tipologie di quanti:

- Quant reali, che soddisfano le relazioni energia-impulso della relatività e possono propagarsi liberamente nello spazio-tempo;
- Quant virtuali, che violano temporaneamente tali relazioni e la cui propagazione è vincolata, manifestandosi sotto forma di interazioni piuttosto che come particelle osservabili.

Quant reali e virtuali si manifestano in modi distinti: i primi sono rilevati come vere e proprie particelle, mentre i secondi si osservano come forze.

L'approccio della QFT realizza il dualismo onda-particella della meccanica quantistica e risolve il problema dell'identità delle particelle, poiché i quanti reali di uno stesso campo devono necessariamente apparire come particelle identiche.

1.2 Le particelle elementari

Le particelle elementari vengono classificate sulla base del loro comportamento collettivo. Come conseguenza del principio d'indistinguibilità delle particelle, la funzione d'onda complessiva di un sistema di due particelle identiche deve essere simmetrica o antisimmetrica rispetto al loro scambio. Ciò porta alla definizione di due macrocategorie:

- Particelle di Fermi-Dirac, o fermioni: particelle dalla funzione d'onda collettiva antisimmetrica;
- Particelle di Bose-Einstein, o bosoni: particelle dalla funzione d'onda collettiva simmetrica.

Una delle più importanti conseguenze di questa differenza comportamentale risiede nell'occupazione multipla degli stati quantici, ammessa per i bosoni ma vietata ai fermioni, concetto espresso nel principio di esclusione di Pauli.

Si osserva un'esatta correlazione fra la natura di una particella e il suo spin: le particelle di spin intero sono sempre bosoni e quelle di spin semintero sono sempre fermioni, risultato noto come *teorema Spin-Statistica*.

Il MS prevede l'esistenza di dodici campi materiali fermionici di spin $\frac{1}{2}$, dodici bosoni vettori di spin 1 mediatori delle interazioni fondamentali — uno per l'interazione elettromagnetica, tre per l'interazione debole e otto per l'interazione forte — e di un singolo bosone scalare di spin 0, il *bosone di Higgs*, responsabile del meccanismo che conferisce massa alle particelle elementari.

1.2.1 I fermioni del Modello Standard

I dodici campi fermionici fondamentali, detti anche *sapori*, si suddividono in sei *leptoni* e sei *quark*. La distinzione fondamentale fra queste due famiglie risiede nel fatto che i leptoni non risentono dell'interazione forte. Tutti i fermioni sono soggetti all'interazione debole e sono perciò dotati di carica debole, o *isospin debole*. Soltanto i quark sono invece soggetti all'interazione forte e sono perciò gli unici fermioni ad avere la carica a essa associata, detta *colore*. A ciascun campo fermionario corrisponde inoltre un campo antimateriale, di uguale massa e spin ma con cariche opposte.

Leptoni

I leptoni sono suddivisi in due categorie:

- Leptoni electron-like: elettrone e , muone μ e tauone τ , di carica elettrica $-e$;
- Neutrini: neutrino elettronico ν_e , neutrino muonico ν_μ e neutrino tauonico ν_τ , elettricamente neutri;

Discorso analogo vale per gli antileptoni. Si possono identificare tre coppie, o *generazioni*, di leptoni/antileptoni come da Tabella 1.1.

Leptoni		
e	μ	τ
ν_e	ν_μ	ν_τ

Antileptoni		
\bar{e}	$\bar{\mu}$	$\bar{\tau}$
$\bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\tau$

Tabella 1.1: Generazioni di leptoni (tabella a sinistra) e antileptoni (tabella a destra).

Mentre i leptoni electron-like sono massivi e soggetti anche all’interazione elettromagnetica, i neutrini risentono solo dell’interazione debole e il MS assume siano privi di massa. Tale ipotesi è tuttavia in contraddizione con il fenomeno dell’oscillazione, consistente nella variazione del sapore dei neutrini durante la loro propagazione e osservato per la prima volta presso l’esperimento Super-Kamiokande nel 1998 [1]. Si può inserire formalmente nel MS un meccanismo di miscelamento del sapore nelle interazioni deboli, ma ciò implica che i neutrini siano particelle massive ed evidenza dunque la necessità un’espansione del modello stesso.

I leptoni sono osservabili come particelle libere: già Thomson mostrò come i raggi catodici fossero costituiti da particelle nei suoi studi del 1897 [2]. A seguire, furono osservati il muone (Anderson & Neddermeyer, 1936) [3], il neutrino elettronico (Cowan & Reines, 1956) [4] e gli altri leptoni.

Quark

Anche i quark sono suddivisi in due categorie e tre generazioni:

- Quark up-like: up u , charm c e top t , di carica elettrica $+\frac{2}{3}e$;

- Quark down-like: down d , strange s e bottom b , di carica elettrica $-\frac{1}{3}e$;

Quark		
u	c	t
d	s	b

Antiquark		
\bar{u}	\bar{c}	\bar{t}
\bar{d}	\bar{s}	\bar{b}

Tabella 1.2: Generazioni di quark (tabella a sinistra) e antiquark (tabella a destra).

Ciascun sapore di quark trasporta una carica di colore chiamata convenzionalmente *red*, *green* o *blue*; analogamente ciascun antiquark può assumere anticolore *antired*, *antigreen* o *antiblue* (detti anche *cyan*, *magenta* e *yellow*). Esistono perciò 18 tipi di quark e antiquark distinti per sapore e colore. A differenza dei leptoni i quark non sono osservabili individualmente, ma si manifestano come stati legati dall’interazione forte di colore neutro (o *bianco*) detti adroni, esistenti in tre varietà distinte:

- Coppie quark-antiquark, o *mesoni*;
- Triple di quark, o *barioni*;
- Triple di antiquark, o *antibarioni*;

Tale fenomenologia è accuratamente descritta dal *modello a quark*. Tentando di estrarre un quark da un adrone, l’energia cresce fino al punto da generare coppie $q\bar{q}$ nel vuoto e portando all’emissione di mesoni, proprietà nota come *confinamento di colore*. Protoni e neutroni sono a tutti gli effetti barioni di composizione uud e udd rispettivamente: l’attrazione fra essi nel nucleo non è altro che il residuo dell’interazione forte fra i propri quark costituenti, spiegandone la natura a corto raggio osservata sperimentalmente.

L’esistenza degli adroni esotici, ovvero stati legati di più di tre quark, è tuttora ambito di studio e ricerca. Questi solitamente risultano essere stati molecolari mesone-mesone o mesone-barione, come evidenziato dalle recenti osservazioni degli esperimenti LHCb al CERN e Belle a KEK, in Giappone [5].

1.3 Le interazioni fondamentali

Nel Modello Standard, i bosoni sono i campi mediatori delle interazioni fondamentali. Ciascuna di queste è descritta attraverso teorie di gauge del gruppo $SU(N)$, con $N^2 - 1$ generatori¹ e altrettanti mediatori associati:

- Interazione elettromagnetica: teoria $U(1)_{\text{em}}$ mediata dal fotone γ , privo di massa ed elettricamente neutro;
- Interazione debole: teoria $SU(2)_L$ mediata da tre campi deboli massivi W^+ , W^- e Z^0 , di cui i primi due hanno carica $\pm e$ rispettivamente e il terzo è elettricamente neutro;
- Interazione forte: teoria $SU(3)_C$ mediata da otto campi gluonici non massivi g_i , $i \in \{1, \dots, 8\}$, elettricamente neutri ma dotati di colore.

Queste interazioni sono tutte mediate da bosoni vettori di spin 1, ma è previsto un tredicesimo bosone scalare massivo e di spin 0, il bosone di Higgs H^0 , quanto del campo responsabile del conferimento di massa ai fermioni e ai mediatori dell'interazione debole.

1.3.1 Gruppi di simmetria

In fisica esiste una stretta correlazione fra le leggi di conservazione di un sistema e la struttura matematica delle trasformazioni cui è soggetto. Questa correlazione è espressa dal *teorema di Noether*, che individua una legge di conservazione per ogni simmetria rispetto a trasformazioni che abbiano struttura algebrica di gruppo e viceversa. Consideriamo un insieme G e una legge di composizione $\cdot : G \times G \rightarrow G$. Allora, (G, \cdot) è un gruppo se sono verificate le seguenti proprietà:

Chiusura: $\forall a, b \in G, a \cdot b \in G$.

Associatività: $\forall a, b, c \in G, (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

¹Come evidenziato successivamente, l'interazione elettromagnetica è in realtà descritta da una teoria di gauge $U(1)$. Mentre $SU(N)$ è il gruppo delle matrici unitarie dal determinante pari a 1, il gruppo $U(N)$ richiede soltanto le matrici siano unitarie e l'assenza del vincolo comporta l'esistenza di N^2 generatori.

Elemento neutro: $\exists e \in G \mid \forall a \in G \ e \cdot a = a \cdot e = a$.

Elemento inverso: $\forall a \in G, \exists a^{-1} \in G \mid a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$.

Si definisce inoltre abeliano un gruppo in cui vale anche:

Commutatività: $\forall a, b \in G, a \cdot b = b \cdot a$.

Se l'hamiltoniano di un sistema fisico S commuta con le trasformazioni di un gruppo G , allora S è simmetrico rispetto G e per il teorema di Noether esiste una quantità fisica conservata da S . Alcuni esempi sono:

- Simmetria per traslazioni spaziali \Rightarrow Conservazione della quantità di moto;
- Simmetria per traslazioni temporali \Rightarrow Conservazione dell'energia;
- Simmetria per rotazioni spaziali \Rightarrow Conservazione del momento angolare.

In fisica delle particelle ha particolare rilevanza il gruppo $SU(N)$. Questo è un gruppo di Lie, dipendente in modo continuo e differenziabile da $N^2 - 1$ parametri reali e le cui proprietà sono codificate nelle proprie matrici di base, dette *generatori*, e nelle leggi commutative che vigono fra esse. Una generica trasformazione \hat{T} di un gruppo di Lie può essere espressa come:

$$\hat{T}(\theta) = e^{i \sum_{\alpha} \theta^{\alpha} \hat{L}^{\alpha}} \quad (1.1)$$

dove i θ^{α} sono i parametri che identificano la trasformazione e \hat{L}^{α} indica i generatori del gruppo, fra cui valgono relazioni commutative espresse da:

$$[\hat{L}^{\alpha}, \hat{L}^{\beta}] = i f^{\alpha\beta\gamma} \hat{L}^{\gamma} \quad (1.2)$$

dove le $f^{\alpha\beta\gamma}$ sono dette costanti di struttura del gruppo. Il MS presenta una simmetria del tipo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, ovvero le sue leggi fisiche sono simmetriche rispetto le trasformazioni associate all'interazione forte, all'interazione debole e all'interazione elettromagnetica.

1.3.2 Interazione elettromagnetica e teorie di gauge

L'elettromagnetismo classico è compiutamente descritto attraverso le leggi di Maxwell e la forza di Lorentz:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.3)$$

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}] \quad (1.4)$$

Dove \vec{E} rappresenta il campo elettrico, \vec{B} il campo induzione magnetica, \vec{J} il vettore densità di corrente, ρ la densità di carica, ε_0 e μ_0 rispettivamente la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto, q la carica elettrica di una particella puntiforme e \vec{v} la sua velocità. I campi \vec{E} e \vec{B} sono esprimibili tramite i potenziali \vec{A} e V :

$$\begin{cases} \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.5)$$

Sostituendo le (1.5) nelle (1.3) otteniamo le equazioni elettrodinamiche:

$$\begin{cases} -\nabla^2 V - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ -c^2 \nabla^2 \vec{A} + c^2 \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} V + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \frac{\vec{J}}{\varepsilon_0} \end{cases} \quad (1.6)$$

Si nota che queste sono invarianti rispetto trasformazioni del tipo:

$$\begin{cases} \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t) \\ V' = V - \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, t) \end{cases} \quad (1.7)$$

chiamate *trasformazioni di gauge*, dove $\phi(\vec{r}, t)$ è una generica funzione dello spazio e del tempo detta funzione di gauge. Queste lasciano invariate i campi \vec{E} e \vec{B} : la scelta dei potenziali \vec{A} e V non è univoca. Tale invarianza è una caratteristica dell'interazione

elettromagnetica dalla profonda rilevanza fisica. Applicando infatti una trasformazione di gauge alla funzione d'onda ψ di una particella carica:

$$\psi' = e^{iq\phi(\vec{r}, t)} \psi \quad (1.8)$$

è facile osservare che $\partial_{\vec{\nabla}}\psi' \neq \partial_{\vec{\nabla}}\psi$. Imporre l'invarianza delle equazioni operatoriali rispetto la (1.8) porta alla definizione delle derivate covarianti:

$$\begin{cases} D_{\vec{\nabla}} = \vec{\nabla} - iq\vec{A} \\ D_t = \partial_t + iqV \end{cases} \quad (1.9)$$

nelle quali compaiono naturalmente i potenziali \vec{A} e V . A partire dal commutatore delle (1.9) possiamo definire il tensore campo elettromagnetico $F_{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} [D_\mu, D_\nu] &= -iq[\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu] \\ \frac{i}{q}[D_\mu, D_\nu] &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu =: F_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (1.10)$$

dove $A^\mu = (V, \vec{A})$ è il quadripotenziale. Possiamo infine riscrivere le equazioni di Maxwell in forma covariante:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} D_\nu F_{\rho\sigma} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \Rightarrow D_\mu F^{\mu\nu} = -\mu_0 J^\nu \end{cases} \quad (1.11)$$

dove $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ è il simbolo di Levi-Civita in quattro dimensioni e $J^\mu = (\rho, \vec{J})$ la quadri-corrente. Tutto ciò deriva unicamente dall'imposizione dell'invarianza rispetto la (1.8). Ponendo $\theta = q\phi(\vec{r}, t) \equiv \theta(\vec{r}, t)$ riconosciamo una trasformazione di gauge locale infinitesima associata al gruppo U(1). La forma delle derivate covarianti codifica la struttura dell'interazione:

$$\bar{\psi} D_\mu \psi = \bar{\psi} \partial_\mu \psi - iq\bar{\psi} A_\mu \psi \quad (1.12)$$

Il termine $-iq\bar{\psi} A_\mu \psi$ descrive il vertice d'interazione tra un campo materiale ψ di carica q e spin $s = \frac{1}{2}$ e un campo di forze neutro e non massivo A^μ di spin $s = 1$, il fotone.

Dallo spin unitario derivano i fenomeni di polarizzazione della luce, dalla massa nulla deriva la natura a lungo raggio dell'interazione e dalla carica nulla seguono l'assenza di autointerazioni e la conservazione del sapore del campo materiale.

Quanto osservato finora costituisce il punto di partenza per l'estensione del formalismo a interazioni oltre quella elettromagnetica. Possiamo infatti scrivere una trasformazione di gauge locale infinitesima per il gruppo $SU(N)$ come:

$$\psi' = (1 + iq\phi^k(\vec{r}, t)\hat{L}^k)\psi \quad (1.13)$$

associata alla trasformazione finita:

$$\psi' = e^{iq\phi^k(\vec{r}, t)\hat{L}^k}\psi \quad (1.14)$$

Da questa si costruiscono le trasformazioni di gauge $SU(N)$ dei potenziali e quindi le espressioni generali delle derivate covarianti:

$$\begin{cases} (\vec{A}^k)' = \vec{A}^k + \vec{\nabla}\phi^k - q\phi^p f^{pqk} \\ (V^k)' = V^k + \partial_t\phi^k - qV^p f^{pqk} \end{cases} \quad (1.15)$$

$$\begin{cases} D_{\vec{\nabla}} = I\vec{\nabla} - iq\vec{A}^k\hat{L}^k \\ D_t = I\partial_t + iqV^k\hat{L}^k \end{cases} \quad (1.16)$$

dove I indica la matrice identità $N \times N$. Possiamo così studiare la struttura del vertice di un'interazione di gauge $SU(N)$:

$$\bar{\psi}_p(D_\mu)_{pq}\psi_q = \bar{\psi}_p\delta_{pq}\partial_\mu\psi_q - iqA_\mu^k\bar{\psi}_p\hat{L}_{pq}^k\psi_q \quad (1.17)$$

che descrive N campi materiali con carica di gauge q e spin $s = \frac{1}{2}$ accoppiati a $N^2 - 1$ campi di forze $\vec{A}^k\hat{L}^k$ di spin $s = 1$. All'interno del vertice possiamo interpretare i pedici p, q , intuitivamente riferiti a diversi campi materiali, come diverse cariche di gauge dello stesso campo deducendo così diversi aspetti dell'interazione:

- Il vertice modifica la carica di gauge del campo materiale;
- Il campo materiale assume una carica vettoriale;
- Il campo di forze viene accoppiato a una carica tensoriale $N \otimes \bar{N}$.

Generalizzando quanto visto per il gruppo U(1), dal commutatore delle derivate covarianti si definiscono i tensori dei campi:

$$[D_\mu, D_\nu] = -iq[\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - iq[A_\mu, A_\nu]]$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - iq[A_\mu, A_\nu] \Rightarrow \frac{i}{q}[D_\mu, D_\nu] = F_{\mu\nu}$$

Calcolando il commutatore di A_μ e A_ν possiamo ricavare la forma esplicita del tensore di campo:

$$[A_\mu, A_\nu] = iqA_\mu^\nu A_\nu^\rho f^{\nu\rho\sigma} \Rightarrow F_{\mu\nu}^\sigma = \partial_\mu A_\nu^\sigma - \partial_\nu A_\mu^\sigma + qA_\mu^\nu A_\nu^\rho f^{\nu\rho\sigma} \quad (1.18)$$

$F_{\mu\nu}^\sigma$ è detto *tensore di Yang-Mills* e generalizza il tensore campo elettromagnetico definito nella (1.10). I due si differenziano per la presenza di un termine $qA_\mu^\nu A_\nu^\rho f^{\nu\rho\sigma}$, dovuto alla diversa natura dei due gruppi di simmetria: mentre U(1) è abeliano, ovvero il commutatore dei suoi elementi è nullo, SU(N) non lo è e le costanti di struttura sono in generale non nulle. Da ciò segue che, a differenza del fotone, i mediatori di un'interazione di gauge SU(N) sono essi stessi portatori di carica e possono perciò interagire fra loro. C.N. Yang e R. Mills diedero la prima formulazione delle teorie di gauge nel 1954 [6], estendendo l'invarianza di gauge U(1) dell'elettrodinamica a gruppi non abeliani, in particolare SU(2), per la descrizione dell'interazione forte in termini di isospin. Tale teoria venne poi superata dalla *Quantum Chromodynamics* (QCD), ma diede ugualmente le basi per la formulazione delle teorie di gauge dell'interazione debole e dell'interazione forte.

1.3.3 Interazione debole

L'interazione debole è responsabile del decadimento radioattivo ed è mediata dai tre bosoni massivi W^+ , W^- e Z^0 . La sua descrizione è data dalla *Quantum Flavordynamics* (QFD), una teoria di gauge SU(2)_L non abeliana. I campi materiali, in seguito all'emissione di un quanto del campo W^- o all'assorbimento di un quanto W^+ , modificano il proprio sapore all'interno delle rispettive generazioni secondo uno schema ben preciso:

- Leptone electron-like \rightarrow Neutrino corrispondente (es. $e \rightarrow \nu_e$);
- Quark down-like \rightarrow Quark up-like (es. $s \rightarrow c$);

L'emissione/assorbimento di un quanto Z^0 lascia invece invariato il campo materiale. Le generazioni fermioniche sono interpretabili come doppietti di carica debole che accoppiano i campi materiali ai mediatori dell'interazione. Tali doppietti sono collocati in uno spazio complesso bidimensionale detto di *isospin debole* e sono soggetti a trasformazioni di gauge locali $SU(2)$. Esistono perciò $2^2 - 1 = 3$ generatori del gruppo $\hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3$ che soddisfano le relazioni commutative:

$$[\hat{T}_i, \hat{T}_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}\hat{T}_k \quad (1.19)$$

del tutto analoghe a quelle degli operatori del momento angolare in meccanica quantistica. Si può così costruire una base di autovettori degli operatori d'isospin debole \hat{T}^2, \hat{T}_3 di autovalori rispettivamente $t = \frac{1}{2}, t_3 = \pm\frac{1}{2}$:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \tau_{t=\frac{1}{2}, t_3=+\frac{1}{2}} \equiv \tau_{\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \tau_{t=\frac{1}{2}, t_3=-\frac{1}{2}} \equiv \tau_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$$

Fu però osservato da C.S. Wu nel 1957 che l'interazione debole viola la simmetria di parità [7]: sfruttando il noto decadimento $^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow ^{60}_{28}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma$ e allineati i nuclei di cobalto, venne rilevata una distribuzione asimmetrica nell'emissione di elettroni e antineutrini rispetto allo spin dei nuclei di nichel. Segue che l'interazione debole ha natura chirale e soltanto le cosiddette *componenti levogire* dei fermioni (da cui il pedice di $SU(2)_L$) e destrogire degli antifermioni sono provviste di isospin debole e perciò soggette all'interazione, viceversa fermioni destrogiri e antifermioni levogiri non ne risentono.

Usando la notazione:

$$\begin{bmatrix} \tau_{\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}} \\ \tau_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} t = \frac{1}{2}, t_3 = +\frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{2}, t_3 = -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

possiamo dunque identificare i doppietti levogiri d'isospin debole:

$$\begin{bmatrix} \tau_{\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}} \\ \tau_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}_L, \quad (1.20)$$

1.3.4 Interazione forte

L'interazione forte è responsabile del confinamento dei quark all'interno degli adroni e dell'attrazione tra neutroni e protoni all'interno dei nuclei. Inizialmente descritta in termini di *isospin forte*, oggi la teoria più affermata è la *Quantum Chromodynamics* (QCD), una teoria di gauge $SU(3)_C$ non abeliana la cui interazione è mediata da otto campi gluonici g_1, \dots, g_8 , che si accoppiano con i diversi saperi di quark attraverso una carica di gauge detta *colore*. Si tratta di un'evidente differenza rispetto all'interazione debole: il colore è una carica di gauge propria dei soli quark, mentre l'isospin debole è una carica di gauge di tutti i fermioni. Dalla (1.17) deriva la struttura del vertice d'interazione:

$$\bar{\psi}_{s\beta}(D_\mu)_{\beta\alpha}\psi_{s\alpha} = \bar{\psi}_{s\beta}\delta_{\beta\alpha}\partial_\mu\psi_{s\alpha} - iq\bar{\psi}_{s\beta}A_\mu^k t_{\beta\alpha}^k\psi_{s\alpha} \quad (1.21)$$

dove $\psi_{s\alpha}$ indica l'operatore di campo di un quark di sapore s e colore α , gli A_μ^k sono gli operatori di campo dei gluoni e le t^k sono le *matrici di Gell-Mann*, generatrici del gruppo $SU(3)_C$. Dalla (1.21) deduciamo che:

- L'accoppiamento q è uguale per tutti i saperi di quark;
- L'accoppiamento quark-gluone conserva il sapore dei quark;
- L'accoppiamento quark-gluone modifica il colore dei quark;

Essendo inoltre $SU(3)_C$ non abeliano, i gluoni sono portatori di carica di colore ed è perciò possibile l'autointerazione in vertici trilineari o quadrilineari.

L'interazione forte ha due proprietà uniche:

Confinamento di colore Differentemente da quanto accade in elettrodinamica, tentare di separare un quark da un adrone richiede un'energia crescente con la distanza. Ciò comporta che, oltre una certa soglia energetica, l'energia viene dissipata nella creazione di coppie $q - \bar{q}$, portando alla formazione dei *getti adronici* osservati nelle collisioni ad alta energia [8].

Libertà asintotica Alle alte energie, l'autointerazione fra gluoni riduce l'intensità dell'interazione quark-gluone. Ciò consente di studiare l'interazione forte in regime perturbativo [9].

1.3.5 Teoria elettrodebole e meccanismo di Higgs

Quanto affrontato per l'interazione debole non ne spiega tutte le sue proprietà. In effetti i mediatori W^\pm e Z^0 risulterebbero privi di massa e l'interazione conseguente dovrebbe essere a lungo raggio, come quella elettromagnetica, in evidente contraddizione con le osservazioni sperimentali.

Prendiamo in esame un quark interagente con un gluone o con un quanto di campo debole: nel primo caso il quark cambierà colore lasciando invariati sapore e carica elettrica, nel secondo saranno carica elettrica e sapore a variare lasciando immutato il colore. Consideriamo un doppietto leptonico e un doppietto di quark:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L &= \begin{bmatrix} t = \frac{1}{2}, t_3 = +\frac{1}{2}, q = 0 \\ t = \frac{1}{2}, t_3 = -\frac{1}{2}, q = -1 \end{bmatrix} \Rightarrow q + \frac{1}{2} = t_3 \\ &\quad 2(q - t_3) = -1 \\ \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}_L &= \begin{bmatrix} t = \frac{1}{2}, t_3 = +\frac{1}{2}, q = +\frac{2}{3} \\ t = \frac{1}{2}, t_3 = -\frac{1}{2}, q = -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow q - \frac{1}{6} = t_3 \\ &\quad 2(q - t_3) = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Si osserva che la quantità $2(q - t_3)$, invariante sotto interazioni deboli, vale -1 per tutti i leptoni e $\frac{1}{3}$ per tutti i quark. Si definisce così l'ipercarica Y tramite la *relazione di Gell-Mann-Nishijima*:

$$Y = 2(q - t_3) \quad (1.22)$$

Si osserva inoltre che $Y = 0$ per tutti i bosoni. S. Glashow, A. Salam e S. Weinberg proposero la prima formulazione della *teoria elettrodebole* [10, 11, 12], che unifica le interazioni deboli ed elettromagnetiche. Il modello propone che, al di sopra di una certa scala di energia v (sperimentalmente pari a 246 GeV), si abbia simmetria rispetto a trasformazioni del gruppo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

- L'invarianza dei singoletti d'ipercarica rispetto a trasformazioni locali di gauge $U(1)_Y$ genera un campo di forze B_μ ;
- L'invarianza delle componenti sinistrorse dei doppietti di carica d'isospin debole dei fermioni rispetto a trasformazioni locali di gauge $SU(2)_L$ genera tre campi di forze W_μ^1 , W_μ^2 e W_μ^3 ;

- L'invarianza dei tripletti di carica di colore dei quark rispetto a trasformazioni locali di gauge $SU(3)_C$ genera otto campi di forze g_μ^1, \dots, g_μ^8 .

Allo stato simmetrico, le cariche di gauge dei gruppi $U(1)_Y, SU(2)_L$ e $SU(3)_C$ risultano indipendenti e le masse di fermioni e bosoni sono tutte ugualmente nulle. La rottura della simmetria elettrodebole $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ avviene a causa del campo di Higgs, introdotto come doppietto di $SU(2)_L$:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

il cui potenziale è dato da:

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.24)$$

con $\lambda > 0, \mu^2 < 0$. Quest'ultima condizione causa la rottura della simmetria elettrodebole, spostando il minimo del potenziale dallo zero a una circonferenza di raggio:

$$|\langle \Phi \rangle| = \frac{v}{\sqrt{2}}, \text{ dove } v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \approx 246 \text{ GeV} \quad (1.25)$$

v rappresenta il valore d'aspettazione nel vuoto, o VEV (*Vacuum Expectation Value*), del campo di Higgs. All'interno della lagrangiana è infatti contenuto un termine cinetico di Higgs:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \quad (1.26)$$

dove D_μ rappresenta la derivata covariante di $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.27)$$

e g, g' rappresentano rispettivamente le costanti d'accoppiamento dei gruppi $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. Appena il campo di Higgs acquista il suo VEV, possiamo valutare la (1.26) in $\langle \Phi \rangle$:

$$\mathcal{L}_H|_v = (D_\mu \langle \Phi \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \Phi \rangle) \quad (1.28)$$

Questa espressione contiene termini quadratici nei campi di gauge, interpretabili come termini di massa. A questo punto:

- I campi W_μ^1 e W_μ^2 vengono ricombinati nei campi deboli W^+ , W^- :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

che acquisiscono massa:

$$m_W = \frac{1}{2}gv \quad (1.29)$$

- I campi B_μ e W_μ^3 producono un termine di massa misto. Diagonalizzandone la matrice vengono generati il campo elettromagnetico A_μ e il campo debole neutro Z^0 :

$$\begin{bmatrix} A_\mu \\ Z^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos\theta_W & +\sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & +\cos\theta_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{bmatrix}, \quad \text{con } \tan\theta_W = \frac{g'}{g}$$

dove θ_W è detto angolo di Weinberg. Si ottengono così le masse:

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}, \quad m_A = 0$$

Alla fine del processo, la simmetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ viene ridotta a $SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{em}}$ e il campo di Higgs viene modificato:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ v + H^0 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

lasciando in H^0 l'ultimo grado di libertà residuo, corrispondente a un bosone scalare massivo di spin 0. L'acquisizione di massa da parte dei campi deboli rende l'interazione debole a corto raggio, mentre il fotone e i gluoni rimangono non massivi, mantenendo la loro azione a lungo raggio. Si ha inoltre una relazione che lega la carica elettrica elementare e , l'angolo di Weinberg e le costanti d'accoppiamento g , g' :

$$g \sin\theta_W = g' \cos\theta_W = e \quad (1.31)$$

Questo meccanismo fu introdotto da P. Higgs nel 1964 [13] e, nel 2012, in seguito all'osservazione diretta del bosone di Higgs presso gli esperimenti ATLAS e CMS al LHC del CERN [14], garantì a lui e al collega F. Englert il Nobel per la Fisica [15].

L'acquisizione di massa da parte dei fermioni è anch'essa dovuta alla rottura spontanea della simmetria elettrodebole, ma il meccanismo tramite cui avviene è differente. In

una teoria di campo quantizzato, la massa m di un fermione ψ compare nella lagrangiana attraverso un termine del tipo:

$$\mathcal{L}_{mass} = -m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (1.32)$$

Tuttavia, un simile termine non è inseribile direttamente nella lagrangiana del Modello Standard, non essendo invariante rispetto a trasformazioni del gruppo di gauge elettrodebole $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Questo perché le componenti chirali dei fermioni non si trasformano allo stesso modo: le ψ_L appartengono a doppietti di $SU(2)_L$ mentre le ψ_R sono singoletti, dunque i termini $\bar{\psi}_L\psi_R$ e $\bar{\psi}_R\psi_L$ mescolano oggetti con trasformazioni di gauge differenti, violando l'invarianza di gauge. Questo problema viene risolto tramite il campo di Higgs che viene usato per costruire un termine invariante che accoppia le componenti chirali del fermione:

$$\mathcal{L}_Y = -y_f\bar{\psi}_L\Phi\psi_R + \text{h.c.} \quad (1.33)$$

dove y_f è la *costante di Yukawa* del fermione f . Dopo la rottura della simmetria, il termine di Yukawa si traduce in un termine di massa detto *di Dirac* per f :

$$m_D = \frac{y_f v}{\sqrt{2}} \quad (1.34)$$

I fermioni carichi acquisiscono naturalmente massa tramite l'interazione col campo di Higgs, mentre i neutrini rimangono non massivi poiché il MS non prevede l'esistenza di una componente destruibile ν_R e il relativo accoppiamento di Yukawa y_ν è assunto nullo.

1.4 I limiti del Modello Standard

Il Modello Standard descrive accuratamente una vasta quantità di fenomeni fisici, ma rimangono diverse lacune teoriche che lasciano spazio alla ricerca di sue estensioni nella cosiddetta *fisica oltre il Modello Standard*. Di seguito elencheremo alcune delle più rilevanti.

1.4.1 Interazione gravitazionale

L'interazione gravitazionale non è descritta all'interno del Modello Standard. Nelle teorie di campo quantizzato, i quanti reali dei campi materiali sono interpretabili come

sovraposizione di tutti gli infiniti processi virtuali attivati dalle interazioni con i campi mediatori. La somma delle ampiezze probabilistiche di tali infiniti processi non è necessariamente finita, ma in molti casi è possibile eliminare i termini divergenti introducendo opportuni controtermini, processo detto *rinormalizzazione*. L'interazione gravitazionale, se quantizzata, risulterebbe però mediata da gravitoni a spin 2, rendendone impossibile la rinormalizzazione e di conseguenza una sua descrizione coerente con lo stesso formalismo delle altre interazioni naturali. Tale limite, tuttavia, non è problematico nella maggior parte dei processi elettromagnetici, deboli e forti: le energie accessibili rendono tali interazioni dominanti e quella gravitazionale risulta trascurabile.

1.4.2 La massa del neutrino

È stato già evidenziato che i processi deboli non conservano il sapore dei fermioni. Consideriamo i seguenti decadimenti osservati sperimentalmente:

$$\begin{aligned} K^-(\bar{u}d) &\rightarrow \pi^0(\bar{u}u) + e^- + \bar{\nu}_e \\ B^-(\bar{u}b) &\rightarrow \bar{D}^0(\bar{u}c) + \tau^- + \bar{\nu}_\tau \end{aligned}$$

Questi implicano le trasformazioni $d \rightarrow u$, $b \rightarrow c$. Nel Modello Standard si incorpora un meccanismo di miscelamento del sapore dei quark nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t \\ b' \end{bmatrix}$$

dove la trasformazione fra i quark downlike è realizzata dalla *matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa*:

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

i cui elementi sono stati misurati sperimentalmente attraverso lo studio di un gran numero di processi.

Si osserva un processo di miscelamento di sapore anche per i leptoni, che viene incorporato formalmente in modo analogo a quanto appena visto:

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \nu'_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu'_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu'_\tau \\ \tau \end{bmatrix}$$

In questo caso la trasformazione fra neutrini viene realizzata con la *matrice di Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata*:

$$\begin{bmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Per capire l'origine di questo fenomeno, consideriamo l'evoluzione temporale dello stato di un neutrino. Secondo la meccanica quantistica si ha:

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(t_0)\rangle$$

dove $|\nu_i(t)\rangle$ rappresenta lo stato di un neutrino ν_i al tempo t ed E_i la sua energia. Essendo i neutrini particelle relativistiche, si ha:

$$E_i \simeq p + \frac{m_i^2}{2p} \Rightarrow |\nu_i(t)\rangle \simeq e^{-i\frac{m_i^2}{2E_i} t} |\nu_i(t_0)\rangle$$

e la probabilità di una transizione di stato nel tempo risulta essere proporzionale alla differenza di fase fra le propagazioni dei due stati:

$$P(i \rightarrow j) = |\langle \nu_j | \nu_i(t) \rangle| \propto \Delta\phi_{ij}$$

In accordo con le osservazioni sperimentali, $P(i \rightarrow j)$ deve essere diversa da zero. Segue però che debba necessariamente esserlo anche $\Delta\phi_{ij}$:

$$\Delta\phi_{ij} = (E_i - E_j)t \simeq \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} t \neq 0 \Rightarrow \Delta m_{ij}^2 \neq 0$$

Questo è in contraddizione con la struttura del Modello Standard, che assume tutti i neutrini abbiano massa uguale e nulla. A oggi sono stati misurati con buona precisione gli angoli di mixing della matrice PMNS [16, 17] e le differenze quadrate delle masse dei neutrini [1, 18, 19]:

$$\Delta m_{21}^2 \simeq 7.4 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (1.37)$$

$$|\Delta m_{31}^2| \simeq 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (1.38)$$

La (1.37) implica che $m_2 > m_1$ e dunque almeno due autostati di massa devono essere massivi, mentre la (1.38) rappresenta un limite inferiore sulla massa del neutrino più pesante:

$$m_{max} \gtrsim \sqrt{|\Delta m_{31}^2|} \sim 0.05 \text{ eV}$$

Un limite superiore è stato ricavato invece da osservazioni cosmologiche. Se i neutrini avessero masse abbastanza grandi, contribuirebbero in modo significativo alla densità di materia dell'Universo e, essendo ancora particelle relativistiche all'epoca della formazione delle strutture cosmologiche, tenderebbero a sopprimere la crescita delle fluttuazioni di densità su piccola scala, con la conseguente riduzione dell'ampiezza delle strutture stesse. Poiché tale effetto risulta assente nei dati della radiazione cosmica di fondo e nella distribuzione delle galassie [20] possiamo perciò porre un limite superiore alla somma delle masse:

$$\sum_{i=1}^3 m_i \lesssim 0.12 \text{ eV}$$

Combinando il limite inferiore ricavato dalle oscillazioni e il limite superiore ottenuto da osservazioni cosmologiche, si ottiene un intervallo di circa 50–70 meV per la massa del neutrino più pesante. La scala caratteristica delle masse dei neutrini risulta dunque dell'ordine di 10^{-2} eV, circa tredici ordini di grandezza al di sotto della scala naturale di circa 100 GeV, corrispondente alla massa del quark top.

Si apre dunque il problema della “naturalezza”: assumendo che i neutrini acquisiscono massa come tutti gli altri fermioni, si dovrebbe inserire manualmente una costante di Yukawa $y_\nu \approx 10^{-13}$, circa tredici ordini di grandezza più piccola di quella dell'elettrone. Questo valore è considerato poco naturale, configurandosi come una regolazione eccessivamente fine e ingiustificata all'interno del MS. Nella storia della fisica delle particelle, l'emergere di costanti “non naturali” ha solitamente indicato l'esistenza di meccanismi più profondi ancora ignoti. Ciò porta a due possibilità:

- L'accoppiamento di Yukawa per i neutrini è semplicemente molto più piccolo rispetto agli altri fermioni, senza alcuna implicazione teorica rilevante (ipotesi antropica);
- Esiste un meccanismo oltre il Modello Standard che genera la massa dei neutrini senza ricorrere a un accoppiamento di Yukawa non naturale.

Quest'ultima costituisce uno dei principali motori per lo sviluppo di nuovi modelli fisici portando alla formulazione dei cosiddetti meccanismi *seesaw*, che fanno emergere naturalmente le masse dei neutrini introducendo nuove scale di massa o nuovi gradi di libertà.

Capitolo 2

I meccanismi seesaw

2.1 Il neutrino come particella di Majorana

Come discusso nella Sottosezione 1.4.2, introdurre la massa dei neutrini tramite il meccanismo di Yukawa richiederebbe valori estremamente piccoli della costante d'accoppiamento, considerati “non naturali”. Tuttavia, i neutrini si distinguono dagli altri fermioni del Modello Standard in quanto elettricamente neutri: tale caratteristica suggerisce la possibilità che essi non siano particelle di Dirac, bensì particelle *di Majorana*, ovvero coincidenti con le rispettive antiparticelle [21]. In questo scenario la massa dei neutrini può emergere tramite un meccanismo diverso rispetto a quello degli altri fermioni carichi, evitando la necessità di un fine-tuning sulla costante di Yukawa.

Assumendo che i neutrini siano particelle di Majorana, è possibile introdurre un termine di massa che non richiede l'esistenza di una componente destrogira debole ν_R all'interno del Modello Standard. Le *masse di Majorana* sono generate dall'accoppiamento della componente levogira ν_L con la sua stessa coniugata di carica:

$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L C^\dagger \nu_L + \text{h.c.} \quad (2.1)$$

dove C è l'operatore di coniugazione di carica. Un termine di questo tipo non può essere introdotto per i fermioni carichi poiché identificherebbe una particella con la propria antiparticella, violando la conservazione della carica elettrica [23]. Il neutrino, essendo neutro, non è soggetto a tale vincolo e può quindi ammettere una massa di Majorana

senza rompere la simmetria di carica. Tuttavia, il termine (2.1) *non* può essere inserito direttamente nella lagrangiana del Modello Standard, poiché non è invariante rispetto al gruppo di gauge elettrodebole $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$: la componente ν_L fa infatti parte del doppietto leptonico $L = (\nu_L, e_L)^T$.

Per ottenere una massa di Majorana in maniera gauge-invariante vi sono due possibilità:

- Introduzione di nuovi campi, integrati fuori dalla teoria a bassa energia \Rightarrow Meccanismi seesaw;
- Descrizione fenomenologica a basse energie \Rightarrow Teorie di campo efficace.

È importante notare che queste due possibilità non sono in contraddizione fra loro. Al contrario, sono profondamente collegate: i meccanismi seesaw forniscono realizzazioni concrete dell'operatore che, nel linguaggio delle teorie di campo efficace, genera la massa del neutrino. In altre parole, l'approccio efficace descrive il fenomeno dal punto di vista delle basse energie, mentre i meccanismi seesaw mostrano cosa potrebbe accadere a energie più alte per produrre lo stesso effetto.

2.2 Le teorie di campo efficace

Le teorie di campo efficace (*Effective Field Theories*, o EFT) forniscono un approccio generale per la descrizione di fenomeni fisici senza dover trattare esplicitamente la dinamica alle alte energie. Alla base di queste teorie c'è l'ipotesi di poter incorporare gli effetti di nuova fisica oltre una certa scala energetica Λ nella teoria a basse energie tramite operatori aggiuntivi compatibili con le simmetrie del Modello Standard [24]. In questo contesto, la lagrangiana del MS viene interpretata come il primo termine dell'espansione operatoriale di una lagrangiana più generale:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{MS} + \alpha \mathcal{L}^{(5)} + \alpha^2 \mathcal{L}^{(6)} + \dots \quad (2.2)$$

dove \mathcal{L}_{MS} contiene soltanto operatori rinormalizzabili di dimensione $n \leq 4$, mentre i termini perturbativi $\mathcal{L}^{(n)}$ rappresentano operatori non rinormalizzabili di dimensione $n > 4$. Per sopprimere gli effetti alle basse energie dei termini perturbativi, questi

vengono normalizzati tramite potenze inverse di Λ :

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{MS} + \frac{\alpha}{\Lambda} \mathcal{O}_5 + \frac{\alpha^2}{\Lambda^2} \mathcal{O}_6 + \dots \quad (2.3)$$

Questi fattori garantiscono che per $\Lambda \gg v$ gli effetti della nuova fisica siano soppressi e quindi che \mathcal{L}_{MS} rappresenti una buona approssimazione alle basse energie.

L'operatore di dimensione 5 riveste un ruolo molto particolare. È possibile infatti dimostrare che, senza introdurre esplicitamente nuova fisica, a partire dai campi del MS si può costruire solo uno specifico operatore gauge-invariante di tale dimensione, il cosiddetto *operatore di Weinberg* [22]:

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{L}^c \tilde{\Phi})(\tilde{\Phi}^\dagger L) \quad (2.4)$$

dove $L = (\nu_L, e_L)^T$ è il doppietto leptonico, $L^C = C \bar{L}^T$ è la sua coniugata di carica e $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$ è il coniugato del doppietto di Higgs. L'operatore di Weinberg compare nella lagrangiana efficace assieme al suo coniugato hermitiano, entrambi soppressi da Λ :

$$\mathcal{L}_{eff} \supset \frac{1}{\Lambda} (\bar{L}^c \tilde{\Phi})(\tilde{\Phi}^\dagger L) + \text{h.c.}$$

Dopo la rottura spontanea della simmetria elettrodebole, possiamo inserire $\langle \Phi \rangle$ nell'operatore di Weinberg ottenendo un termine di massa di Majorana per i neutrini:

$$m_\nu = \frac{v^2}{2\Lambda}. \quad (2.5)$$

Ne segue che la piccolezza della massa del neutrino può essere interpretata come conseguenza diretta dell'esistenza di una scala di energia $\Lambda \gg v$ e l'operatore di Weinberg rappresenta la descrizione efficace a basse energie della sua generazione, ma rimane l'interrogativo su quale meccanismo generi tale operatore alle alte energie.

2.3 Panoramica sui meccanismi seesaw

I meccanismi seesaw sono una famiglia di scenari teorici che spiegano la piccolezza delle masse dei neutrini tramite l'introduzione di gradi di libertà estremamente pesanti, caratterizzati da una scala di massa $M \gg v$. I principali meccanismi seesaw sono:

- **Seesaw di tipo I:** introduce neutrini destrogiri pesanti e sterili rispetto le interazioni del MS, con numeri quantici $(1, 1, 0)$, che bilanciano i neutrini levogiri [25, 26, 27];
- **Seesaw di tipo II:** introduce un tripletto scalare “di Higgs” $(1, 3, 1)$ che si accoppia direttamente ai doppietti leptonici, generando una massa di Majorana per i neutrini levogiri [28];
- **Seesaw di tipo III:** introduce un tripletto fermionico pesante $(1, 3, 0)$ che genera le masse di Majorana per i neutrini tramite meccanismo analogo al tipo I [29];

Nonostante le differenze strutturali, tutti i seesaw richiedono il neutrino sia una particella di Majorana e portano a una stessa forma per la sua massa:

$$m_\nu \sim \frac{v^2}{M} \quad (2.6)$$

Questo è esplicativo del nome “seesaw”: il piccolissimo valore di m_ν è dovuto alla proporzionalità inversa con la scala M .

I meccanismi seesaw risultano molto interessanti a causa di alcune coincidenze particolarmente suggestive:

- la scala M che riproduce il range di valori delle masse dei neutrini risulta essere dell’ordine della scala di grande unificazione;
- la scala M dei seesaw coincide naturalmente con la scala energetica Λ introdotta nell’approccio delle teorie di campo efficace;
- i seesaw generano precisamente l’operatore di Weinberg necessario all’interno delle teorie di campo efficace.

Passiamo ora a una rassegna dei tre meccanismi seesaw principali.

2.3.1 Seesaw di tipo I

Il meccanismo seesaw di tipo I è storicamente il primo a essere stato proposto ed è il più semplice dei tre. Esso introduce nel Modello Standard uno o più neutrini destrogiri

pesanti N_R , detti sterili poiché non partecipano a nessuna interazione mediata dai bosoni del MS e che si trasformano come una rappresentazione $(1, 1, 0)$ del gruppo di gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. In altre parole, i neutrini sterili sono singoletti rispetto tutte le cariche di gauge [25, 26, 27]. Questi consentono di scrivere due termini di massa:

- Un termine di Yukawa, che accoppia N_R al doppietto leptonico $L = (\nu_L, e_L)^T$ attraverso il campo di Higgs:

$$\mathcal{L}_Y = -y_\nu \bar{L} \tilde{H} N_R + \text{h.c.} \quad (2.7)$$

- Un termine di Majorana per N_R :

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2} M_R \overline{N_R^C} N_R + \text{h.c.} \quad (2.8)$$

ammesso poiché N_R è elettricamente neutro.

Dopo la rottura spontanea della simmetria elettrodebole, il campo di Higgs acquisisce il suo VEV e il termine di Yukawa genera una massa di Dirac m_D come in (1.34). Nel settore neutrino, nella base (ν_L, N_R^C) la matrice delle masse assume la seguente forma:

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Dove per la massa la massa del neutrino più leggero abbiamo assunto $m_L \sim 0$. Se $M_R \gg m_D$, si può diagonalizzare la (2.9) ottenendo due stati fisici:

- Un neutrino pesante, con massa approssimativamente M_R ;
- Un neutrino leggero, con massa:

$$m_\nu \simeq \frac{m_D^2}{M_R}$$

Sostituendo quindi la (1.34) si ottiene l'espressione caratteristica del meccanismo seesaw:

$$m_\nu \simeq y_\nu^2 \frac{v^2}{M_R} \quad (2.10)$$

2.3.2 Seesaw di tipo II

Il meccanismo seesaw di tipo II introduce nel Modello Standard un tripletto di Higgs scalare Δ con isospin debole $t_3 = 1$ e ipercarica $Y = 1$:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

che si trasforma come una rappresentazione $(1, 3, 1)$ del gruppo di gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [28].

Δ si può accoppiare direttamente al doppietto leptonico L in un termine di Yukawa gauge-invariante:

$$\mathcal{L}_{LL\Delta} = -\frac{1}{2} y_\Delta L^T C \tilde{\Delta} L + \text{h.c.} \quad (2.12)$$

dove y_Δ è la costante di Yukawa del tripletto e $\tilde{\Delta} = i\sigma_2\Delta$ è il suo pseudo-coniugato¹..

Oltre al doppietto di Φ , anche il tripletto Δ può assumere un VEV:

$$\langle \Delta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v_\Delta & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

e il termine di Yukawa (2.12) genera direttamente una massa di Majorana per i neutrini:

$$m_\nu = y_\Delta \frac{v_\Delta}{\sqrt{2}}$$

che, nel limite $M_\Delta^2 \gg v^2$, diventa:

$$m_\nu \simeq y_\Delta \frac{\mu v^2}{\sqrt{2} M_\Delta^2} \quad (2.14)$$

dove μ è un parametro con dimensione di massa che accoppia Φ e Δ all'interno del potenziale.

¹A differenza del caso del doppietto di Higgs, dove $\tilde{H} = i\sigma_2 H^*$, la combinazione $\tilde{\Delta} = i\sigma_2\Delta$ non coinvolge il complesso coniugato. Infatti, pur essendo Δ un campo complesso (avendo ipercarica $Y = 1$), la rappresentazione tripletto di $SU(2)_L$ è reale. Di conseguenza Δ e $\tilde{\Delta}$ si trasformano nello stesso modo sotto $SU(2)_L$ e il termine $L^T C \tilde{\Delta} L$ risulta gauge-invariante.

2.3.3 Seesaw di tipo III

Il meccanismo seesaw di tipo III introduce nel Modello Standard un tripletto fermionico Σ con isospin debole $t = 1$ e ipercarica $Y = 0$:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma^0 \\ \frac{\Sigma^+}{\sqrt{2}} \\ \Sigma^- \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

che si trasforma come una rappresentazione $(1, 3, 0)$ del gruppo di gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [29]. Essendo $Y = 0$, dalla (1.22) si ha $Q = t_3$: le componenti Σ^\pm sono cariche e interagiscono elettromagneticamente, mentre Σ^0 è neutra. In ogni caso, Σ non è sterile (a differenza di N_R nel seesaw di tipo I) poiché partecipa all'interazione debole.

Σ si accoppia al doppietto leptonico L tramite il doppietto di Higgs Φ in un termine di Yukawa gauge-invariante:

$$\mathcal{L}_Y = -y_\Sigma \bar{L} \Sigma \tilde{\Phi} + \text{h.c.} \quad (2.16)$$

dove y_Σ è la costante di Yukawa del tripletto e $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$.

Essendo il tripletto neutro rispetto $U(1)_Y$, si può introdurre un termine di massa di Majorana:

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2} M_\Sigma \text{Tr}(\bar{\Sigma}^C \Sigma) + \text{h.c.} \quad (2.17)$$

dove $\Sigma^C = C(\bar{\Sigma})^T$.

Quando il campo di Higgs acquisisce il suo VEV, il termine di Yukawa (2.16) genera una massa di Dirac $m_D = y_\Sigma v / \sqrt{2}$. Nella base (ν_L, Σ^0) , la matrice delle masse diventa:

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_\Sigma \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

dove abbiamo nuovamente assunto $m_L \sim 0$. In completa analogia al caso di tipo I, diagonalizzando la (2.18) nel limite $M_\Sigma \gg m_D$ otteniamo per l'autovalore leggero:

$$m_\nu \simeq \frac{m_D^2}{M_\Sigma} = y_\Sigma^2 \frac{v^2}{2M_\Sigma} \quad (2.19)$$

Anche qui compare la soppressione tipica dei meccanismi seesaw. L'unicità del tipo III è l'introduzione di fermioni con carica debole, con implicazioni fenomenologiche (come stati carichi Σ^\pm) assenti nel tipo I.

2.4 Il modello Left-Right Simmetrico

Il *modello Left-Right Simmetrico* (LRSM) è un'estensione del Modello Standard che ripristina la simmetria chirale tra i settori levogiro e destrogiro delle particelle fondamentali a energie elevate e che, allo stesso tempo, fornisce una spiegazione naturale per la piccolezza delle masse dei neutrini incorporando naturalmente meccanismi seesaw di tipo I e II come conseguenza della struttura del modello e della rottura spontanea della simmetria left-right [28, 31]. Il modello ipotizza che al di sopra di una certa scala energetica $v_R \gg v$ vi sia simmetria rispetto a trasformazioni di gauge del gruppo $G_{LR} = \text{SU}(3)_C \otimes \text{SU}(2)_R \otimes \text{SU}(2)_L \otimes \text{U}(1)_{B-L}$, dove $\text{SU}(2)_R$ è il gruppo di simmetria destrogira e l'ipercarica elettrodebole Y del gruppo $\text{U}(1)$ viene sostituita da:

$$Y_{LR} = t_{3,R} + \frac{B - L}{2}$$

Le generazioni di leptoni e quark sono organizzate in doppietti levogiri e destrogiri:

$$L_L = \begin{bmatrix} \nu_L \\ e_L \end{bmatrix}, \quad L_R = \begin{bmatrix} \nu_R \\ e_R \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$Q_L = \begin{bmatrix} u_L \\ d_L \end{bmatrix}, \quad Q_R = \begin{bmatrix} u_R \\ d_R \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Il modello assume quindi l'esistenza di neutrini destrogiri ν_R , necessari all'implementazione del meccanismo seesaw di tipo I. Oltre i già noti bosoni W_L^\pm e Z_L^0 di $\text{SU}(2)_L$ vengono introdotti i bosoni W_R^\pm e Z_R^0 di $\text{SU}(2)_R$ e tre campi scalari:

- Un bidoppietto $\Phi(1, 2, 2, 0)$, che sostituisce il doppietto di Higgs del MS:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1^0 & \phi_2^+ \\ \phi_1^- & \phi_2^0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

- Un tripletto levogiro $\Delta_L(1, 3, 1, 2)$:

$$\Delta_L = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} & \Delta_L^{++} \\ \Delta_L^0 & -\frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

- Un tripletto destrogiro $\Delta_R(1, 1, 3, 2)$:

$$\Delta_R = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} & \Delta_R^{++} \\ \Delta_R^0 & -\frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Il potenziale V contenente Φ, Δ_L e Δ_R include termini quadratici, quartici e un termine misto $\beta \text{Tr}(\Phi \Delta_R \Phi^\dagger \Delta_L^\dagger)$ che li accoppia direttamente [28]. La simmetria Left-Right viene rottata quando Δ_R acquista il suo VEV $v_R \gg v$:

$$\langle \Delta_R \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v_R & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

E si ha quindi $G_{LR} \rightarrow \text{SU}(3)_C \otimes \text{SU}(2)_L \otimes \text{U}(1)_Y = G_{SM}$. Se ci fosse esatta simmetria $L \leftrightarrow R$ anche Δ_L dovrebbe ottenere un VEV $v_L \sim v_R$ ma questo non accade, poiché altrimenti si romperebbe troppo presto la simmetria rispetto a $\text{SU}(2)_L$, alterando la massa dei bosoni W_L^\pm e rendendo enorme la massa dei neutrini levogiri. Piuttosto, v_L è indotto dal termine misto $\beta \text{Tr}(\Phi \Delta_R \Phi^\dagger \Delta_L^\dagger)$ [28, 32] e risulta fortemente soppresso:

$$\langle \Delta_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v_L & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{con } v_L \simeq \beta \frac{v^2}{v_R} \ll v \quad (2.26)$$

La rottura della simmetria levogira avviene infine quando Φ acquista il suo VEV:

$$\langle \Phi \rangle = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}, \quad v = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \simeq 246 \text{ GeV} \quad (2.27)$$

Si ha a questo punto la rottura della simmetria elettrodebole $G_{SM} \rightarrow \text{SU}(3)_C \otimes \text{U}(1)_{\text{em}}$ e avviene la generazione delle masse dei leptoni tramite la lagrangiana di Yukawa [28]:

$$\mathcal{L}_Y = - \bar{L}_L (Y_\Phi \Phi + \tilde{Y}_\Phi \tilde{\Phi}) L_R - \frac{1}{2} L_R^T C f_R \tilde{\Delta}_R L_R - \frac{1}{2} L_L^T C f_L \tilde{\Delta}_L L_L + \text{h.c.} \quad (2.28)$$

dove $\tilde{\Phi} = \sigma_2 \Phi^* \sigma_2$ è il coniugato di Φ^2 , $\tilde{\Delta}_{L,R} = i\sigma_2 \Delta_{L,R}$ è lo pseudo-coniugato di $\Delta_{L,R}$ ³, Y_Φ è una matrice 3×3 che genera i termini di massa di Dirac e $f_{L,R}$ sono matrici simmetriche

²Differentemente dal doppietto di Higgs del Modello Standard, il cui coniugato è $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$, il bidoppietto Φ del LRSM appartiene alla rappresentazione $(2, 2)$ di $\text{SU}(2)_L \times \text{SU}(2)_R$, dunque la trasformazione con σ_2 deve essere applicata sia a sinistra che a destra.

³Vale un discorso simile a quello fatto per lo pseudo-coniugato del tripletto Δ durante la discussione del meccanismo seesaw di tipo II.

che controllano i termini di Majorana. La generazione dei termini di massa avviene nel seguente modo:

- Il termine

$$-\bar{L}_L (Y_\Phi \Phi + \tilde{Y}_\Phi \tilde{\Phi}) L_R$$

genera un termine di Dirac:

$$\mathcal{L}_D^\nu = -\bar{\nu}_L m_D \nu_R, \quad \text{con } m_D = Y_\Phi k_1 + \tilde{Y}_\Phi k_2$$

- Il termine di Yukawa destrogiro

$$-\frac{1}{2} L_R^T C f_R \tilde{\Delta}_R L_R$$

genera un termine di Majorana per il neutrino destro come nel meccanismo seesaw tipo I:

$$\mathcal{L}_M^{(R)} = -\frac{1}{2} \nu_R^T C M_R \nu_R + \text{h.c.}, \quad \text{con } M_R = f_R v_R$$

Notiamo che, poiché $v_R \gg v$, si ottengono neutrini destri molto pesanti;

- Il termine di Yukawa levogiro

$$-\frac{1}{2} L_L^T C f_L \tilde{\Delta}_L L_L$$

genera, grazie all'induzione del VEV di Δ_L da parte del termine misto del potenziale e quindi come da meccanismo seesaw tipo II, un termine di Majorana per il neutrino sinistro:

$$\mathcal{L}_M^{(L)} = -\frac{1}{2} \nu_L^T C m_L \nu_L + \text{h.c.}, \quad \text{con } m_L = f_L v_L \simeq \beta f_L \frac{v^2}{v_R}$$

Notiamo che m_L è naturalmente piccolo poiché v_L è soppressa dalla scala v_R .

Nella base $(\nu_L, \nu_R^C)^T$, la matrice delle masse si scrive:

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & M_R \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Diagonalizzando la (2.29) nel limite gerarchico naturale del LRSM $M_R \gg m_D \gg m_L$ e assumendo una generazione singola, otteniamo la massa del neutrino leggero:

$$m_\nu \simeq m_L - \frac{m_D^2}{M_R} \quad (2.30)$$

contenente sia un termine m_D^2/M_R di tipo I⁴, sia un termine $m_L = f_L v_L$ di tipo II. Per il neutrino pesante si ha invece:

$$m_N \simeq M_R + \mathcal{O}\left(\frac{m_D^2}{M_R}\right)$$

Poiché $m_D \ll M_R$, la correzione è molto piccola e si ha:

$$m_N \simeq M_R \quad (2.31)$$

ovvero, la massa del neutrino pesante coincide essenzialmente con il termine di Majorana destrogiro.

Il LRSM offre un quadro particolarmente ricco di implicazioni fenomenologiche. L'esistenza di neutrini pesanti con massa dell'ordine di M_R apre ad esempio la possibilità di generare l'asimmetria barionica dell'universo tramite meccanismi di leptogenesi [33], sia nella forma convenzionale basata sul decadimento di neutrini destrogiro sia in scenari *type-II dominated* in cui il contributo di Δ_L gioca un ruolo significativo. La scala v_R determina la finestra energetica in cui tali processi sono efficienti e stabilisce un collegamento diretto fra bariogenesi e fisica accessibile agli esperimenti di nuova generazione. La presenza di correnti cariche destrogiro, di scalari tripletto con carica doppia e di un settore di gauge ampliato produce stati finali caratteristici nei collisori ad alta energia [34] e negli esperimenti sulla violazione di numero leptonico in decadimenti $0\nu\beta\beta$ [35], offrendo diversi canali sperimentali per verificare la struttura del modello. Poiché fornisce non solo una spiegazione naturale sulla piccolezza delle masse dei neutrini ma anche un insieme coerente di predizioni verificabili, il LRSM risulta uno dei candidati più accreditati tra le estensioni del Modello Standard.

⁴Nel caso a tre generazioni m_D non è uno scalare ma una matrice 3×3 e il termine di tipo I diventa $m_D M_R^{-1} m_D^T$.

Capitolo 3

Limiti sperimentali sui modelli Left-Right

3.1 Metodologia di ricerca sperimentale

L'indagine sperimentale dei modelli Left–Right si scontra con un limite intrinseco: la scala di rottura della simmetria associata al gruppo $SU(2)_R$, così come le masse dei neutrini pesanti e degli scalari appartenenti ai tripletti $\Delta_{L,R}$, può risultare di diversi ordini di grandezza superiore alle energie raggiungibili negli attuali acceleratori di particelle. In gran parte dello spazio dei parametri il settore destrogiro del modello rimane dunque fuori dalla portata dell'LHC, rendendo estremamente difficile l'osservazione diretta dei nuovi stati. Questo limite può tuttavia essere almeno in parte superato tramite una ricerca indiretta della nuova fisica: i contributi virtuali dei mediatori di alta scala possono infatti manifestarsi in processi rari e in violazioni di simmetrie proibite o fortemente soppresse nel Modello Standard, permettendo di sondare scale effettive molto più elevate di quelle accessibili tramite produzione diretta. Segue una distinzione naturale tra due approcci complementari:

- *Energy frontier*: i collider ad alta energia mirano alla produzione diretta degli stati caratteristici del LRSM, qualora la scala di rottura destrogiro sia sufficientemente bassa da rientrare nella loro portata;

- *Intensity frontier*: esperimenti a bassa energia ma altissima intensità ricercano effetti virtuali della nuova fisica tramite misure di precisione, in particolare attraverso fenomeni che violano il numero leptonico o il sapore leptonico.

In questo capitolo verrà presentata una rassegna delle principali ricerche nell'ambito del LRSM organizzate secondo questa classificazione, mettendo in evidenza il ruolo complementare dei due approcci nello studio la fenomenologia del modello anche quando le nuove scale risultano inaccessibili ai collider contemporanei.

3.2 Ricerche alla *energy frontier*

Alla *energy frontier*, il LRSM consente la produzione sia di neutrini destrogiri sia di tripletti scalari. Nelle sezioni che seguono verrà presentata una rassegna dei processi sperimentali di maggiore rilevanza associati a questi stati.

3.2.1 Ricerca dei singoletti fermionici scalari

Il LRSM ammette il processo:

$$q\bar{q} \rightarrow W_R \rightarrow \ell^\pm N_R \rightarrow \ell^\pm \ell^\pm W_R^* \rightarrow \ell^\pm \ell^\pm q\bar{q}' \quad (3.1)$$

in cui l'annichilazione della coppia $q\bar{q}$ produce un bosone W_R del gruppo $SU(2)_R$, il quale decade in un leptone ℓ e in un neutrino pesante N_R . Quest'ultimo decade a sua volta in un secondo leptone ℓ e in un secondo bosone W_R^* , che produce infine una coppia $q\bar{q}'$, come mostrato in Fig. 3.1.

Questo processo, detto di *Keung–Senjanović* (KS) [36], costituisce una violazione della conservazione del numero leptonico di due unità ed è perciò proibito nel Modello Standard. La produzione di una coppia $\ell\ell$ di pari carica rappresenta una “firma” caratteristica di questo meccanismo e la sua osservazione costituirebbe un’evidenza a favore del LRSM. In Fig. 3.2 sono riportati i limiti sperimentali sulle masse di W_R e N_R prodotti dall’esperimento ATLAS a LHC.

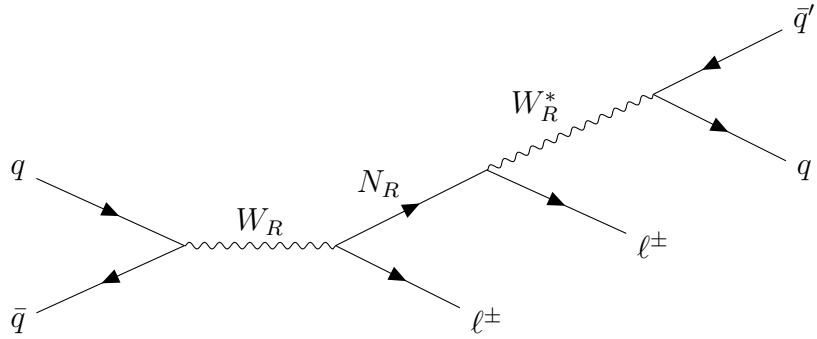


Figura 3.1: Processo di Keung-Senjanović: è evidente la produzione di due leptoni ℓ^\pm e la conseguente violazione di numero leptonico (LNV).

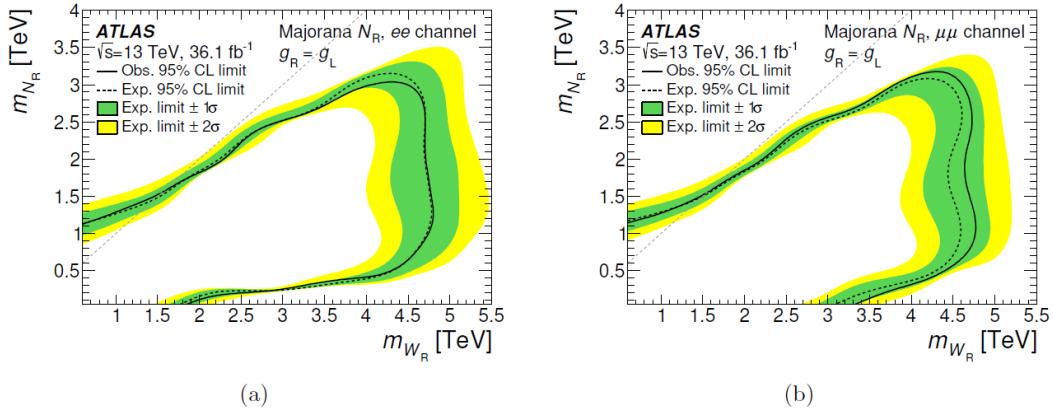


Figura 3.2: Limiti sperimentali nello spazio dei parametri (m_{W_R}, m_{N_R}) del canale elettronico (tabella a sinistra) e muonico (tabella a destra). Le regioni verde e gialla rappresentano rispettivamente l'intervallo di sensibilità attesa $\pm 1\sigma$ e $\pm 2\sigma$, mentre la curva nera indica il limite osservato al 95% CL [37].

3.2.2 Ricerca dei tripletti scalari

Un altro processo realizzabile attraverso il LRSM è:

$$q\bar{q} \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow \Delta^{++}\Delta^{--} \rightarrow (\ell^+\ell'^+)(\ell''^-\ell'''^-) \quad (3.2)$$

dove l'annichilazione della coppia $q\bar{q}$ produce un bosone neutro virtuale Z^* o un fotone virtuale γ^* , dai quali viene generata la coppia $\Delta^{++}\Delta^{--}$, corrispondente alle componenti scalari doppiamente cariche dei tripletti di Higgs introdotti nel modello. Lo scalare

positivo produce una coppia di leptoni carichi $\ell^+ \ell'^+$, mentre quello negativo produce una coppia $\ell''^- \ell'''^-$ [38], come mostrato in Fig. 3.3.

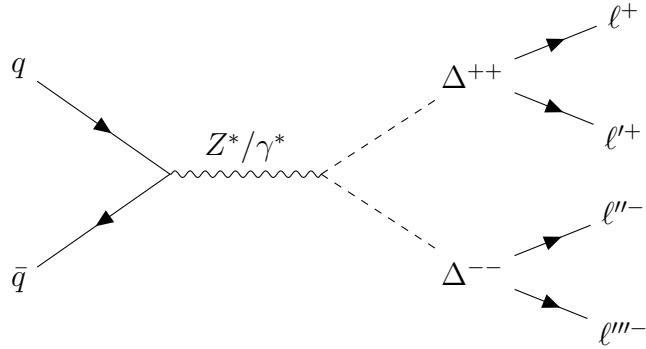


Figura 3.3: Produzione di scalari di Higgs doppiamente carichi. Il decadimento di questi scalari può portare a violazioni del numero leptonico.

Dai limiti sperimentali sulla sezione d’urto per la produzione di questi scalari, riportati in Fig. 3.4, è possibile escludere la loro esistenza fino a masse di circa 1 TeV.

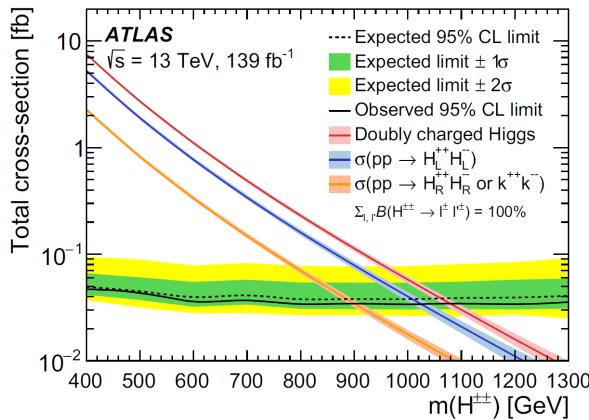


Figura 3.4: Limiti sulla sezione d’urto di produzione elettrodebole di scalari doppiamente carichi $\Delta_{L,R}^{\pm\pm}$ (indicati nel grafico come $H_{L,R}^{\pm\pm}$) nel canale leptonico. Le curve superiori indicano le predizioni teoriche della sezione d’urto totale per la produzione di $\Delta_L^{\pm\pm}$ e $\Delta_R^{\pm\pm}$, le regioni verde e gialla rappresentano la sensibilità attesa, mentre la curva nera mostra il limite sperimentale osservato. Dall’intersezione fra le sezioni d’urto teoriche e i dati sperimentali possiamo escludere masse fino a circa $m_{\Delta^{\pm\pm}} \sim 900\text{--}1000 \text{ GeV}$ [39].

3.2.3 *High Luminosity LHC* e *Future Circular Collider*

Gli acceleratori di prossima generazione giocheranno un ruolo cruciale nello studio sperimentale dei modelli Left-Right Simmetrici alla *energy frontier*:

- *High Luminosity LHC* (HL-LHC): previsto per operare a una luminosità integrata totale fino a 3 ab^{-1} , consentirà di estendere significativamente la sensibilità alle masse dei bosoni destrogiri, con proiezioni che raggiungono $M_{W_R} \sim 7\text{--}8 \text{ TeV}$ a seconda dello scenario di accoppiamenti considerato [40, 41]. L'aumento di luminosità migliorerà inoltre la ricerca degli scalari doppiamente carichi, la cui produzione elettrodebole risente fortemente della statistica disponibile.
- *Future Circular Collider* (FCC): proposto nella versione adronica (FCC-hh) con energia di collisione di 100 TeV , estenderebbe ulteriormente la portata esplorabile del LRSM. Le proiezioni indicano una sensibilità a masse dei bosoni W_R fino a $M_{W_R} \sim 20\text{--}30 \text{ TeV}$, e alla produzione di N_R fino a diverse decine di TeV. Sebbene tali energie non permettano di raggiungere direttamente la scala di rottura di $\text{SU}(2)_R$, che è attesa in prossimità della scala GUT, il FCC-hh esplorerebbe comunque in modo significativo la regione accessibile dello spazio dei parametri del modello [42, 43].

3.3 Ricerche alla *intensity frontier*

All'*intensity frontier*, l'indagine di processi rari e violazioni di numero leptonico o di sapore fornisce un canale complementare all'esplorazione diretta.

3.3.1 Neutrinoless double beta decay

Nel Modello Standard esteso a neutrini massivi esiste la possibilità in cui un decadimento beta singolo per alcuni isotopi nucleari sia energeticamente proibito, mentre la trasformazione simultanea di due neutroni in due protoni sia permessa. In questo scenario, estremamente raro ma fisicamente ammesso, si verifica il decadimento beta doppio

ordinario con emissione di due elettroni e due antineutrini elettronici:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (3.3)$$

Esiste una variante di questo fenomeno, il decadimento beta doppio senza neutrini (*neutrinoless double beta decay*, o $0\nu\beta\beta$), in cui la trasformazione di due neutroni in protoni è accompagnata dall'emissione di soli due elettroni [44, 45, ?]:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- \quad (3.4)$$

che viola di due unità la conservazione di numero leptonico. Nel LRSM questo processo può avvenire in modo naturale grazie alla presenza dei neutrini pesanti N_R , dei bosoni destrogiro W_R e degli scalari doppiamente carichi Δ^{--} , tutti capaci di contribuire al processo con ampiezze aggiuntive [35, 45, ?]. L'osservazione di $0\nu\beta\beta$ costituirebbe un'indicazione dell'esistenza di stati e interazioni caratteristiche del settore destrogiro, fornendo un forte suggerimento della validità del LRSM anche in regioni energetiche irraggiungibili agli attuali collider. Una rappresentazione dei contributi principali al processo è mostrata in Fig. 3.5.

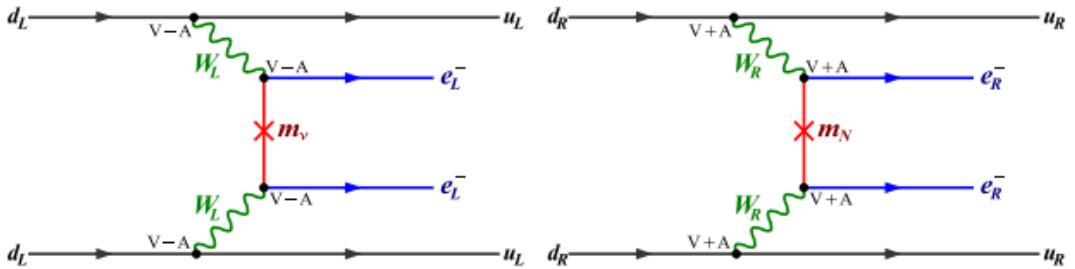


Figura 3.5: Confronto fra i contributi principali a $0\nu\beta\beta$: a sinistra il diagramma mediato da W_L e neutrini di Majorana leggeri, a destra il contributo puramente destrogiro con due bosoni W_R e neutrini pesanti N_R . Quest'ultimo può dominare in ampie regioni dello spazio dei parametri, fornendo un canale altamente sensibile alla scala di rottura di $SU(2)_R$.[45]

3.3.2 Esperimenti di conversione

La presenza di neutrini pesanti e correnti destrogire induce fenomeni di violazione del sapore leptonico molto più significativi rispetto al Modello Standard arricchito con solo neutrini massivi. Gli esperimenti principali includono:

- **MEG / MEG II**: ricerca del decadimento $\mu \rightarrow e\gamma$ [47, 48];
- **Mu3e**: ricerca del decadimento $\mu \rightarrow eee$ [49];
- **Mu2e / COMET/ PRISM-PRIME**: conversione coerente $\mu \rightarrow e$ nel campo di un nucleo [50, 51, 52].

I diagrammi interessati nel LRSM coinvolgono lo scambio di bosoni W_R e neutrini pesanti N_R , contributi scalari legati a Δ^{++} e mescolamento fra correnti levogire e destrogire [54, 55]. Il diagramma del decadimento $\mu \rightarrow e\gamma$ è illustrato in Fig. 3.6, mentre il confronto fra previsioni teoriche e dati sperimentali è illustrato in Fig. 3.7. I limiti di MEG II e della conversione $\mu \rightarrow e$ permettono di sondare scale effettive nell'intervallo $10^3 - 10^4$ TeV, ben oltre la capacità dei collider.

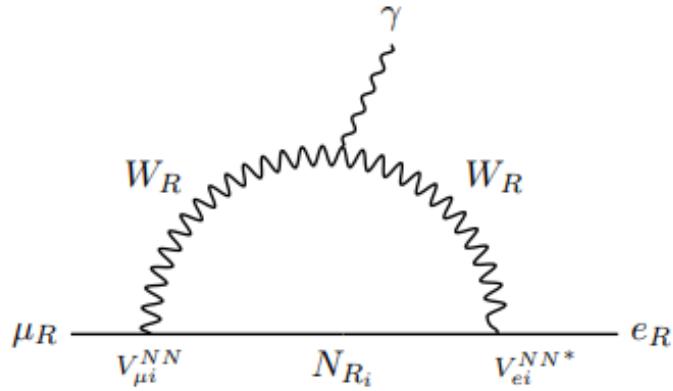


Figura 3.6: Diagramma ad anello del decadimento $\mu \rightarrow e\gamma$ nel LRSM, mediato da un neutrino pesante N_R e da due bosoni destrogiri W_R [53].

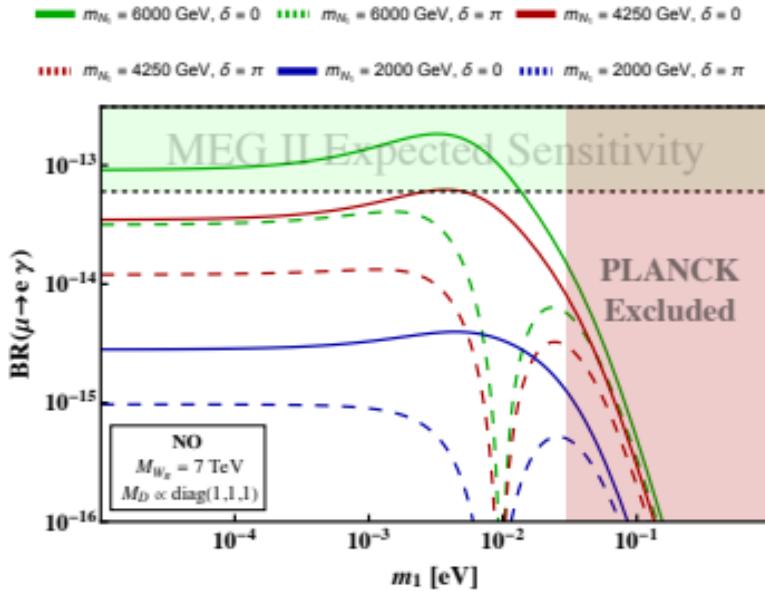


Figura 3.7: Predizioni per il branching ratio di $\mu \rightarrow e\gamma$ in funzione della massa del neutrino leggero m_1 , per diversi valori delle masse dei neutrini pesanti e delle fasi di mescolamento. Si assumono la massa del bosone pesante W_R pari a 7 TeV e la matrice delle masse M_D in forma diagonale. La regione verde indica la sensibilità attesa da MEG II, mentre la rossa rappresenta parametri esclusi da PLANCK [53].

3.3.3 Futuro nella *intensity frontier*

Il futuro della *intensity frontier* è particolarmente promettente per lo studio LRSM: l'intensità degli esperimenti di prossima generazione consentirà di sondare scale di energia superiori a quelle accessibili ai collider. Nuovi rilevatori per $0\nu\beta\beta$ quali LEGEND, nEXO e CUPID mirano a migliorare di uno o due ordini di grandezza i limiti sul tempo di decadimento, esplorando regioni dello spazio dei parametri direttamente collegate alle masse dei neutrini pesanti, ai bosoni W_R e agli scalari doppiamente carichi del settore destrorigo [56, 57, 58]. Queste iniziative estenderanno la capacità di verificare la violazione del numero leptonico, fornendo prove più stringenti sulla validità del LRSM.

Oltre ai processi che violano il numero leptonico, un ruolo sempre più centrale sarà svolto dalle ricerche dedicate ai neutrini pesanti con masse nell'intervallo $M_I \sim 0.1\text{--}100\text{ GeV}$, debolmente accoppiati ai neutrini attivi. Tale regione di massa, particolarmente

rilevante per scenari LRSM a bassa scala, è stata oggetto di numerosi esperimenti beam-dump, dove è possibile sondare in modo complementare lunghe vite medie e decadimenti dislocati rispetto al punto di produzione. I limiti attuali sul mixing attivo-pesante $|U_{\mu I}|^2$ sono riportati in Fig. 3.8, dove sono mostrati i vincoli provenienti da esperimenti quali PS191, CHARM, NuTeV, NA62, E949, DELPHI, L3, ATLAS e CMS, oltre ai vincoli cosmologici. Sebbene questi limiti non esplorino direttamente le interazioni mediate da W_R , essi risultano comunque significativi per il LRSM, poiché restringono la possibile struttura del mixing fra stati attivi e destrugiri in scenari in cui esso non sia fortemente soppresso rispetto al seesaw standard.

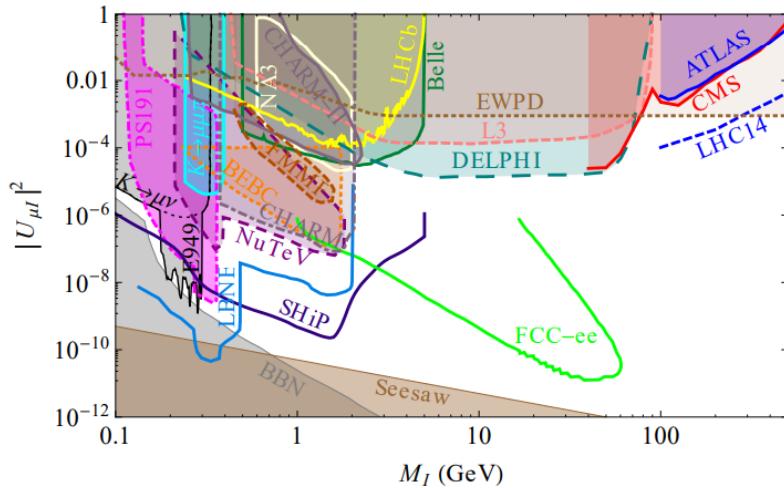


Figura 3.8: Limiti sperimentali sul mixing attivo–pesante $|U_{\mu I}|^2$ in funzione della massa del neutrino pesante M_I . Le regioni colorate rappresentano i limiti ottenuti da esperimenti beam–dump (PS191, CHARM, NuTeV, SHiP), da esperimenti di decadimenti rari e produzione mesonica (NA62, E949), da ricerche ai collider (DELPHI, L3, ATLAS, CMS) e da vincoli cosmologici (BBN). La banda etichettata “Seesaw” indica le previsioni teoriche del mixing nel seesaw canonico, mentre le curve tratteggiate mostrano la sensibilità attesa di futuri esperimenti come SHiP e FCC–ee [59].

Un contributo ancora più significativo potrebbe essere fornito da SHiP, un esperimento beam-dump di nuova generazione progettato per esplorare in profondità la regione dei neutrini pesanti con masse nell’intervallo dei GeV e con mixing estremamente piccoli.

Grazie alla sua configurazione ad altissima intensità e al volume di decadimento dedicato alle particelle a lunga vita media, SHiP estenderà la sensibilità a valori di $|U_{\mu I}|^2$ diversi ordini di grandezza al di sotto dei limiti attuali, colmando la regione intermedia fra gli esperimenti su decadimenti di mesoni e le ricerche ai collider. In questo modo, SHiP risulterà uno degli strumenti più importanti per verificare la struttura del settore destruggiro in scenari LRSM, anche qualora i bosoni W_R risultino troppo pesanti per essere prodotti direttamente.

Conclusioni

L'oscillazione dei neutrini, e la conseguente necessità di attribuire loro una massa, rappresenta tuttora l'unica evidenza diretta e inequivocabile di fisica oltre il Modello Standard. Nonostante ciò, le masse dei neutrini sono diversi ordini di grandezza inferiori a quelle degli altri leptoni e i meccanismi seesaw si configurano come gli strumenti più potenti ed eleganti per spiegare naturalmente l'origine delle loro masse. Il Modello Left-Right Simmetrico consente di implementare coerentemente due tipi di meccanismo seesaw grazie all'introduzione di singoletti destrorsi e di tripletti scalari, producendo una fenomenologia ricca e potenzialmente verificabile nei moderni apparati sperimentali.

Sebbene le ricerche attuali abbiano prodotto soltanto limiti sui parametri del modello, i futuri programmi sperimentali alla *energy frontier* e alla *intensity frontier* promettono di ampliare significativamente la sensibilità per la scoperta degli stati previsti dal LRSM. L'evoluzione combinata di collider ad alta energia e di esperimenti di altissima precisione lascia dunque intravedere la possibilità concreta di testare in modo decisivo la struttura Left–Right e la sua capacità di spiegare l'origine della massa dei neutrini.

Bibliografia

- [1] Y. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, *Physical Review Letters* **81** (1998), 1562, doi:10.1103/PhysRevLett.81.1562.
- [2] J. J. Thomson, *Cathode Rays*, *Philosophical Magazine* **44** (1897), 293–316, doi:10.1080/14786449708621070.
- [3] C. D. Anderson and S. H. Neddermeyer, *Note on the nature of cosmic-ray particles*, *Physical Review* **51** (1937), 884–886, doi:10.1103/PhysRev.51.884.
- [4] C. L. Cowan *et al.*, *Detection of the free neutrino: A confirmation*, *Science* **124** (1956), 103–104, doi:10.1126/science.124.3212.103.
- [5] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), *Observation of $J/\psi p$ resonances consistent with pentaquark states in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ decays*, *Physical Review Letters* **115** (2015), 072001, doi:10.1103/PhysRevLett.115.072001.
- [6] C. N. Yang, R. L. Mills, *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*, *Physical Review* **96** (1954), 191–195, doi:10.1103/PhysRev.96.191.
- [7] C. S. Wu *et al.* , *Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay*, *Physical Review* **105** (1957), 1413–1415, doi:10.1103/PhysRev.105.1413.
- [8] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration), *Measurement of inclusive jet and dijet cross-sections in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, *JHEP* **05** (2018), 195, doi:10.1007/JHEP05(2018)195.

- [9] D. J. Gross, F. Wilczek, *Asymptotically Free Gauge Theories. I*, *Physical Review D* **8** (1973), 3633, doi:10.1103/PhysRevD.8.3633.
- [10] S. L. Glashow, *Partial Symmetries of Weak Interactions*, *Nuclear Physics* **22** (1961), 579, doi:10.1016/0029-5582(61)90469-2.
- [11] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, *Physical Review Letters* **19** (1967), 1264, doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264.
- [12] A. Salam, *Weak and Electromagnetic Interactions*, in *Elementary Particle Theory*, N. Svartholm, ed., Almqvist and Wiksell, Stockholm (1969), 367–377, <https://www.osti.gov/biblio/4767615>.
- [13] P. W. Higgs, *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, *Physical Review Letters* **13** (1964), 508–509, doi:10.1103/PhysRevLett.13.508.
- [14] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, *Physics Letters B* **716** (2012), 1–29, doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020.
- [15] *The Nobel Prize in Physics 2013 – Press Release*, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2013/press-release/>.
- [16] I. Esteban *et al.*, *The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations*, *Journal of High Energy Physics* **09** (2020), 178, doi:10.1007/JHEP09(2020)178.
- [17] P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *Review of Particle Physics*, *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2020** (2020), 083C01, doi:10.1093/ptep/ptaa104.
- [18] Q. R. Ahmad *et al.* (SNO Collaboration), *Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, *Physical Review Letters* **89** (2002), 011301, doi:10.1103/PhysRevLett.89.011301.

- [19] T. Araki *et al.* (KamLAND Collaboration), *Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion*, *Physical Review Letters* **94** (2005), 081801, doi:10.1103/PhysRevLett.94.081801.
- [20] N. Aghanim *et al.* (Planck Collaboration), *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, *Astronomy & Astrophysics* **641** (2020), A6, doi:10.1051/0004-6361/201833910.
- [21] E. Majorana, *Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone*, *Il Nuovo Cimento* **14** (1937), 171–184, doi:10.1007/BF02961314.
- [22] S. Weinberg, *Baryon and lepton nonconserving processes*, *Physical Review Letters* **43** (1979), 1566–1570, doi:10.1103/PhysRevLett.43.1566.
- [23] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrino masses in $SU(2) \otimes U(1)$ theories*, *Physical Review D* **22** (1980), 2227–2235, doi:10.1103/PhysRevD.22.2227.
- [24] C.P.Burgess, *Introduction to Effective Field Theory*, Cambridge University Press (2020), ISBN: 978-0521195478.
- [25] P. Minkowski, $\mu \rightarrow e\gamma$ at a rate of one out of 10^9 muon decays?, *Physics Letters B* **67** (1977), 421–428, doi:10.1016/0370-2693(77)90435-X.
- [26] T. Yanagida, *Horizontal Symmetry and Masses of Neutrinos*, in *Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number of the Universe*, KEK, Tsukuba, Japan (1979), p. 95, KEK-79-18.
- [27] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *Complex spinors and unified theories*, in *Supergravity*, eds. P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, North-Holland (1979), pp. 315–321, doi:10.48550/arXiv.1306.4669.
- [28] R. N. Mohapatra and G. Senjanović, *Neutrino Mass and Spontaneous Parity Violation*, *Physical Review Letters* **44** (1980), 912–915, doi:10.1103/PhysRevLett.44.912.
- [29] R. Foot *et al.*, *Seesaw neutrino masses induced by a triplet of leptons*, *Zeitschrift für Physik C* **44** (1989), 441–444, doi:10.1007/BF01415558.

- [30] R. N. Mohapatra and A. Y. Smirnov, *Neutrino Mass and New Physics*, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **56** (2006), 569–628, doi:10.1146/annurev.nucl.56.080805.140534.
- [31] J. C. Pati and A. Salam, *Lepton Number as the Fourth “Color”*, *Physical Review D* **10** (1974), 275–289, doi:10.1103/PhysRevD.10.275.
- [32] G. Senjanović, *Spontaneous breakdown of parity in a class of gauge theories*, *Nuclear Physics B* **153** (1979), 334–364, doi:10.1016/0550-3213(79)90604-7.
- [33] E. Ma and U. Sarkar, “*Neutrino Masses and Leptogenesis with Heavy Higgs Triplets*”, *Physical Review Letters* **80** (1998), 5716–5719, doi:10.1103/PhysRevLett.80.5716.
- [34] G. Beall, M. Bander and A. Soni, “*Constraint on the Mass Scale of a Left-Right-Symmetric Electroweak Theory from the $K_L - K_S$ Mass Difference*”, *Physical Review Letters* **48** (1982), 848–851, doi:10.1103/PhysRevLett.48.848.
- [35] V. Tello *et al.*, “*Left-Right Symmetry: From LHC to Neutrinoless Double Beta Decay*”, *Physical Review Letters* **106** (2011), 151801, doi:10.1103/PhysRevLett.106.151801.
- [36] W.-Y. Keung and G. Senjanović, *Majorana Neutrinos and the Production of the Right-Handed Charged Gauge Boson*, *Physical Review Letters* **50** (1983), 1427, doi:10.1103/PhysRevLett.50.1427.
- [37] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration), *Search for heavy Majorana or Dirac neutrinos and right-handed W gauge bosons in final states with two charged leptons and two jets at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, *Journal of High Energy Physics* **01** (2019), 016, doi:10.1007/JHEP01(2019)016.
- [38] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration), *Search for doubly charged Higgs bosons in same-charge lepton final states with the ATLAS detector using proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, *European Physical Journal C* **78** (2018), 199, doi:10.1140/epjc/s10052-018-5661-z.

- [39] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), *Search for doubly charged Higgs boson production in multi-lepton final states using 139 fb^{-1} of proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 13\text{ TeV}$ with the ATLAS detector*, *European Physical Journal C* **83** (2023), 605, doi:10.1140/epjc/s10052-023-11578-9.
- [40] G. Apollinari *et al.*, *High-Luminosity Large Hadron Collider (HL-LHC): Technical Design Report*, *CERN Yellow Reports* **4** (2017), doi:10.23731/CYRM-2017-004.
- [41] P. Azzi *et al.*, *Standard Model Physics at the HL-LHC and HE-LHC*, *CERN Yellow Report Monographs* **7** (2019), doi:10.23731/CYRM-2019-007.1.
- [42] A. Abada *et al.* (FCC Collaboration), *FCC-hh: The Hadron Collider*, *European Physical Journal Special Topics* **228** (2019), 755–1107, doi:10.1140/epjst/e2019-900087-0.
- [43] A. Abada *et al.* (FCC Collaboration), *FCC Physics Opportunities: Future Circular Collider Conceptual Design Report*, *European Physical Journal C* **79** (2019), 474, doi:10.1140/epjc/s10052-019-6904-3.
- [44] J. D. Vergados, H. Ejiri and F. Šimkovic, *Theory of neutrinoless double-beta decay*, *Reports on Progress in Physics* **75** (2012), 106301, doi:10.1088/0034-4885/75/10/106301.
- [45] F. F. Deppisch, M. Hirsch and H. Päs, *Neutrinoless Double Beta Decay and Physics Beyond the Standard Model*, *Journal of Physics G* **39** (2012), 124007, doi:10.1088/0954-3899/39/12/124007.
- [46] M. Nemevšek *et al.*, *Neutrinoless Double Beta Decay: Low Left–Right Symmetry Scale?*, arXiv:1112.3061 [hep-ph] (2011).
- [47] A. M. Baldini *et al.* (MEG Collaboration), *Search for the lepton flavour violating decay $\mu \rightarrow e\gamma$ with the full MEG dataset*, *European Physical Journal C* **76** (2016), 434, doi:10.1140/epjc/s10052-016-4271-x.
- [48] A. M. Baldini *et al.* (MEG II Collaboration), *The design of the MEG II experiment*, *European Physical Journal C* **78** (2018), 380, doi:10.1140/epjc/s10052-018-5845-6.

- [49] A. Blondel *et al.* (Mu3e Collaboration), *Research Proposal for an Experiment to Search for the Decay $\mu \rightarrow eee$* , arXiv:1301.6113 [physics.ins-det] (2013).
- [50] L. Bartoszek *et al.* (Mu2e Collaboration), *Mu2e Technical Design Report*, arXiv:1501.05241 [physics.ins-det] (2015).
- [51] Y. Kuno (COMET Collaboration), *A search for muon-to-electron conversion at J-PARC: the COMET experiment*, *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2013** (2013), 022C01, doi:10.1093/ptep/pts089.
- [52] R. J. Barlow *et al.*, *The PRISM/PRIME project*, *Nuclear Physics B – Proceedings Supplements* **218** (2011), 44–49, doi:10.1016/j.nuclphysbps.2011.06.009.
- [53] P. Adarsh *et al.*, *Probing $0\nu\beta\beta$ and $\mu \rightarrow e\gamma$ via Fully Determined Dirac Mass Terms in LRSM with Double Seesaw*, arXiv:2508.15893 [hep-ph] (2025).
- [54] F. F. Deppisch *et al.*, *Double Beta Decay, Lepton Flavour Violation and Collider Signatures of Left–Right Symmetric Models with Spontaneous D-Parity Breaking*, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 015018, doi:10.1103/PhysRevD.91.015018,
- [55] J. Barry and W. Rodejohann, *Lepton number and flavour violation in TeV-scale left-right symmetric theories with large left-right mixing*, *JHEP* **09** (2013), 153, doi:10.1007/JHEP09(2013)153,
- [56] B. J. Mount *et al.* (LEGEND Collaboration), *The Large Enriched Germanium Experiment for Neutrinoless Double-Beta Decay (LEGEND)*, arXiv:1709.01980 [physics.ins-det] (2017).
- [57] J. B. Albert *et al.* (nEXO Collaboration), *Sensitivity and Discovery Potential of the nEXO Experiment*, *Physical Review C* **97** (2018), 065503, doi:10.1103/PhysRevC.97.065503.
- [58] G. Wang *et al.* (CUPID Collaboration), *CUPID Pre-CDR*, arXiv:1504.03599 [physics.ins-det] (2015).
- [59] M. Anelli *et al.* (SHiP Collaboration), *A facility to Search for Hidden Particles at the CERN SPS*, arXiv:1504.04956 [physics.ins-det] (2015).

Ringraziamenti

Chiusa una porta, si apre un portone. Questo lavoro segna la conclusione di un capitolo piccolo solo nel nome, non certo nella durata, e di cui comunque vado fiero. E poiché non posso prendermene tutti i meriti, voglio dedicare le prossime righe a chi mi ha accompagnato in questi anni.

Ringrazio in primo luogo il Professor Maximiliano Sioli, che fin dalla sua prima lezione di Termodinamica, anni fa, mi aveva colpito. Senza la sua ispirazione e la sua guida non avrei mai pensato di cimentarmi in questo mondo che ho scoperto essere estremamente affascinante.

Ringrazio la mia famiglia per avermi sempre sostenuto: non solo avendo provveduto alla vile pecunia necessaria al mio sostentamento materiale, ma soprattutto per aver rappresentato un porto sicuro che, anno dopo anno, non fa altro che mancarmi di più. Ringrazio mia madre per aver creduto in me anche quando ero il primo a non farlo; ringrazio mio fratello Christian, che mi ha insegnato a stringere i denti e andare avanti anche di fronte ai più crudeli scherzi della vita; e ringrazio Danilo, che pur non dovendomi nulla è stato in questi ultimi anni il padre che mi ero ormai rassegnato a non poter avere.

Non posso parlare della mia famiglia senza salutare chi avrei voluto qui con me e la cui assenza fa male oggi come allora: ciao nonni, questo lavoro è dedicato a voi. Spero possiate esserne fieri, ovunque siate.

Un paio di menzioni singole a Giorgio, mio fedele compagno da più di vent'anni e fratello in tutto fuorché nel sangue; a Costanza, mia fidata consigliera e custode delle mille e uno *scemenze* che mi ha convinto a non fare; a Sara, che anno per anno mi offre asilo politico in terre neutrali per fuggire da stress e ansie; a Elisa, la cui pazienza nei miei confronti è seconda soltanto alla bellezza del tempo passato assieme.

RINGRAZIAMENTI

Un enorme ringraziamento verde e nero alla mia famiglia allargata: Giuseppe, Roberto, Barbara, Eleonora, Bruno, Denise, Lorenzo e tutti coloro a cui ho dedicato anni di una meravigliosa sindrome di Stoccolma.

Ringrazio anche il circolino dei poteri forti: Roberto, Sveva, Alessandro, Antonella e Giacomo, grazie ai quali ho imparato il potere degli excel, a scrivere mail formali e a non perdere **mai** la pazienza.

Un ringraziamento complessivo ai Parish, che sono stati e saranno ancora a lungo la valvola di sfogo per i miei deliri musicali e le mie manie di grandezza. In particolare grazie a Marco, che non mi permette di adagiarmi sugli allori e mi sprona sempre a dare di più: mai sfigurare col proprio bassista!

Infine, un grazie a tutti coloro con cui, fra un bicchiere di vino e una sigaretta, ci siamo fatti proprio quelle risate senza le quali questi anni sarebbero stati infinitamente meno preziosi.