

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Augusto Righi”  
Corso di Laurea in Fisica

# Raffreddamento laser di atomi di rubidio a temperature inferiori al limite Doppler

Relatore:  
Prof. Francesco Minardi

Presentata da:  
Ludovica Di Pietro

Anno Accademico 2024/2025



## Sommario

Nel presente elaborato si analizza una fase intermedia di un esperimento di intrappolamento e raffreddamento di atomi di rubidio-87 che ha l'obiettivo finale di trasportare e studiare il gas di atomi freddi all'interno di una fibra ottica a nucleo cavo. La fase considerata è detta "melassa ottica" e consiste nel raffreddamento laser di atomi a temperature inferiori al limite Doppler in assenza di campi magnetici. Si sono determinati i valori dei campi magnetici compensatori necessari per annullare i campi magnetici esterni. Questi valori sono in modulo superiori, in tutte e tre le direzioni ortogonali analizzate, alle corrispondenti componenti del campo magnetico terrestre. Si è poi determinato che, per una potenza dei fasci laser di  $(15.0 \pm 0.8)$  mW, un detuning pari a  $\delta/2\pi \simeq -24.4$  MHz è quello che permette al gas di atomi di raggiungere la temperatura inferiore che è risultata essere vicina ai  $50 \mu\text{K}$ . Quando il detuning dei fasci laser è  $\delta/2\pi \simeq 127.0$  MHz, la potenza a cui corrisponde il raffreddamento maggiore è  $P = (34.3 \pm 1.7)$  mW. Si è infine osservato che l'andamento della temperatura raggiunta dalla melassa ottica in funzione dell'intensità  $I$  dei fasci laser è coerente con quanto previsto dalla teoria e in particolare che le temperature misurate quando i fasci hanno una potenza  $P = (15.0 \pm 0.8)$  mW e  $P = (34.3 \pm 1.7)$  mW sono consistenti con l'andamento atteso, proporzionale a  $I/\delta$ .



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Raffreddamento laser</b>	<b>3</b>
1.1 Interazione radiazione - materia . . . . .	3
1.1.1 Modello di Rabi . . . . .	3
1.1.2 Emissione spontanea ed equazioni di Bloch ottiche . . . . .	5
1.1.3 Forze su atomi a due livelli . . . . .	8
1.2 Raffreddamento laser e melasse ottiche . . . . .	9
1.2.1 Trasferimento di quantità di moto . . . . .	9
1.2.2 Raffreddamento Doppler e melasse ottiche . . . . .	10
1.2.3 Limite Doppler . . . . .	12
1.2.4 Raffreddamento sub-Doppler . . . . .	13
<b>2 Apparato sperimentale e metodi</b>	<b>19</b>
2.1 Descrizione Generale . . . . .	19
2.2 Camera da vuoto . . . . .	20
2.3 Laser system . . . . .	20
2.4 Fotorivelatore . . . . .	22
2.5 Imaging System . . . . .	23
2.5.1 Determinazione del fattore di ingrandimento . . . . .	23
2.6 Procedure sperimentali . . . . .	24
2.6.1 Campi magnetici compensatori con misure di fluorescenza . . . . .	24
2.6.2 Frequenza del laser Cooler per la fase di melassa . . . . .	24
2.6.3 Misure di temperatura della melassa ottica . . . . .	24
2.6.4 Campi magnetici compensatori con misure di temperatura . . . . .	25
2.6.5 Temperatura in funzione della potenza dei fasci . . . . .	26
<b>3 Risultati e discussione</b>	<b>27</b>
3.1 Fattore di ingrandimento . . . . .	27
3.2 Campi magnetici compensatori con misure di fluorescenza . . . . .	28
3.3 Frequenza del laser Cooler per la fase di melassa . . . . .	29
3.4 Misure di temperatura . . . . .	30
3.5 Campi magnetici compensatori con misure di temperatura . . . . .	33
3.6 Temperatura in funzione della potenza dei fasci . . . . .	34

<b>Conclusioni</b>	<b>36</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>37</b>

# Introduzione

Il meccanismo sul quale si sono basate le prime proposte di raffreddamento laser di atomi liberi, avanzate a partire dal 1975 [1], è l'effetto Doppler. Si consideri un atomo libero che si muove nel campo generato da due laser contropropaganti che hanno frequenza spostata verso il rosso rispetto alla frequenza corrispondente a una linea di assorbimento dell'atomo. A causa dell'effetto Doppler, l'onda contropropagante rispetto all'atomo risulta più vicina alla risonanza ed esercita sull'atomo una pressione di radiazione maggiore. La conseguenza è che la velocità atomica risulta smorzata, come se l'atomo si muovesse in un mezzo viscoso. Studiando, per un atomo a due livelli, la competizione tra il raffreddamento e il processo di riscaldamento dovuto al carattere aleatorio dei processi di assorbimento ed emissione dei fotoni, si trova che c'è un limite alla temperatura raggiungibile con questo metodo. Tale temperatura è detta limite Doppler. Inizialmente le dimostrazioni sperimentali del raffreddamento laser sembravano concordare con tale limite ma nel 1988 P.D. Lett *et al.* raggiunsero, per una gas di atomi di sodio, una temperatura sei volte inferiore rispetto al limite Doppler [2]. Questa possibilità è spiegabile andando oltre il modello dell'atomo come sistema a due livelli e tenendo conto del ruolo che la struttura a più livelli degli atomi e la polarizzazione della luce svolgono nel raffreddamento laser. Le tecniche che permettono di raggiungere temperature inferiori al limite Doppler vanno sotto il nome di “raffreddamento sub-Doppler”.

Il presente lavoro di tesi fa riferimento all'esperimento condotto nel laboratorio di atomi freddi dei Prof. Francesco Minardi e Marco Prevedelli del Dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università di Bologna. Il setup sperimentale permette di intrappolare e raffreddare atomi di rubidio e ha l'obiettivo finale di trasportare e studiare il gas ultrafreddo all'interno di una fibra ottica a nucleo cavo. L'obiettivo di questa tesi è caratterizzare una fase intermedia dell'esperimento chiamata “melassa ottica” durante la quale gli atomi vengono raffreddati in assenza di campi magnetici e si raggiungono temperature sub-Doppler. In particolare si determinano i valori dei campi magnetici necessari per compensare la presenza di campi magnetici esterni così come i valori ottimali per la frequenza e la potenza dei laser utilizzati per il raffreddamento con il fine di ottenere un raffreddamento più efficiente.

Nel primo capitolo vengono trattati i concetti fondamentali dell'interazione tra atomi e radiazione elettromagnetica considerando in particolare il modello di Rabi dell'atomo a due livelli di modo da avere le basi per affrontare i principi del raffreddamento Doppler.

A ciò segue una breve trattazione del raffreddamento sub-Doppler. Nel secondo capitolo vengono descritti l'apparato sperimentale e le procedure sperimentali utilizzate per caratterizzare la fase della melassa ottica. I risultati ottenuti sono infine riportati ed analizzati nel terzo capitolo.



# Capitolo 1

## Raffreddamento laser

In questo capitolo si introducono i concetti fondamentali dell'interazione tra atomi e radiazione elettromagnetica partendo dal modello di Rabi dell'atomo a due livelli e introducendo successivamente gli effetti dell'emissione spontanea per giungere alle equazioni ottiche di Bloch. Poste le basi, si passa alla descrizione del raffreddamento Doppler e si deriva la temperatura limite raggiungibile con questo meccanismo. Infine si propone una breve trattazione del raffreddamento sub-Doppler nel caso unidimensionale considerando due particolari configurazioni per le polarizzazioni dei laser contropropaganti utilizzati per il raffreddamento: lineari perpendicolari ( $\text{lin} \perp \text{lin}$ ) e circolari opposte ( $\sigma^+ - \sigma^-$ ).

### 1.1 Interazione radiazione - materia

#### 1.1.1 Modello di Rabi

I primi elementi ad essere utilizzati, e che sono ancora i più diffusi, negli esperimenti di raffreddamento e intrappolamento di atomi sono i metalli alcalini. I motivi di questa scelta sono molteplici, ma il più importante è che le frequenze corrispondenti all'eccitazione dallo stato fondamentale al primo stato eccitato per questi atomi appartengono allo spettro visibile ed è dunque relativamente semplice generare radiazione per ottenere tali transizioni [3]. Gli atomi alcalini hanno un solo elettrone di valenza e la loro trattazione quantistica è praticamente quella di un atomo con un singolo elettrone di carica  $-e$  soggetto ad un potenziale elettrostatico centrale non Coulombiano. L'elettrone infatti, a causa della schermatura del nucleo da parte degli elettroni più interni, sente il campo elettrico generato da una distribuzione di carica sferica, di carica netta  $e$  e raggio vicino al raggio di Bohr  $a_0$  [4].

Se  $H$  è l'Hamiltoniana totale di un atomo in un campo di radiazione e indico con  $\vec{r}$  la posizione dell'elettrone di valenza, l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo è

$$H\Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (1.1)$$

Indico con  $H_0$  l'Hamiltoniana dell'atomo in assenza del campo e con  $E_n \equiv \hbar\omega_n$  e  $\phi_n(\vec{r})$  i suoi autovalori e le sue autofunzioni. Descrivendo classicamente la radiazione, come

è possibile fare nell'ambito del raffreddamento laser, l'Hamiltoniana totale è data da  $H(t) = H_0 + H'(t)$  dove il termine  $H'(t)$  descrive l'interazione tra l'atomo e il campo elettromagnetico. Dato che le autofunzioni  $\phi_n(\vec{r})$  formano un set completo, la soluzione di (1.1) si può espandere così:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n c_n(t) \phi_n(\vec{r}) e^{-i\omega_n t}. \quad (1.2)$$

È possibile ottenere per i coefficienti  $c_n(t)$ , che generalmente dipendono dal tempo, delle equazioni esattamente equivalenti alla (1.1) [3]:

$$i\hbar \frac{dc_m(t)}{dt} = \sum_n c_n(t) H'_{mn}(t) e^{i\omega_{mn}t} \quad (1.3)$$

dove  $H'_{mn}(t) \equiv \langle \phi_m | H | \phi_n \rangle$  e  $\omega_{mn} \equiv (\omega_m - \omega_n)$ . Per un atomo in un campo di radiazione, (1.3) non è risolvibile senza ricorrere ad approssimazioni. Un modo comune di affrontare il problema è fare ricorso alla teoria perturbativa prendendo come approssimazione perturbativa la condizione

$$|c_n(t)| \ll 1 \quad (1.4)$$

per tutti gli  $n \neq 1$  (per un atomo che a  $t = 0$  si trova nello stato fondamentale  $n = 1$ ). Tuttavia, nel caso di eccitazione laser a banda stretta di atomi sono possibili grandi popolazioni per gli stati eccitati e la condizione (1.4) viene meno. Un'approssimazione adeguata, in questo caso, consiste nel considerare solo due termini nell'espansione (1.2), lo stato fondamentale e lo stato eccitato collegato al fondamentale dalla frequenza del laser, per poi risolvere direttamente le equazioni differenziali accoppiate risultanti. Il primo a svolgere questo calcolo per un sistema a due livelli fu Rabi, in relazione alla risonanza magnetica.

Il primo passo nella soluzione del problema a due livelli di Rabi consiste nell'assorbire i termini diagonali di  $H'(t)$  in  $H_0$  di modo che nella somma in (1.3) resti solo un termine ( $H'_{ge}(t) = H'_{eg}^*(t)$ ). Si ottiene:

$$i\hbar \frac{dc_g(t)}{dt} = c_e(t) H'_{ge}(t) e^{-i\omega_a t} \quad (1.5a)$$

$$i\hbar \frac{dc_e(t)}{dt} = c_g(t) H'_{eg}(t) e^{i\omega_a t} \quad (1.5b)$$

dove si è indicato con  $\omega_a \equiv \omega_{eg}$  la frequenza di risonanza atomica. L'Hamiltoniana che descrive l'accoppiamento tra la radiazione e l'atomo (in particolare il suo elettrone di valenza) è [3]

$$H'(t) = -e\vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{r}, \quad (1.6)$$

in cui  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  è il vettore campo elettrico. Considero come radiazione un'onda piana che si propaga lungo la direzione positiva dell'asse  $z$ :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \hat{e} \cos(kz - \omega_l t) \quad (1.7)$$

dove  $E_0$  è l'ampiezza del campo elettrico e  $\hat{\epsilon}$  è il vettore unitario di polarizzazione. Per risolvere le (1.5) usando (1.6) sono necessarie altre due approssimazioni. La prima è l'approssimazione di dipolo e consiste nel trascurare la dipendenza spaziale di  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  sul volume occupato dall'atomo dato che tipicamente  $a_0 \ll \lambda$ , con  $\lambda$  lunghezza d'onda della radiazione. In questo caso l'elemento di accoppiamento diventa  $H'_{eg}(t) = \hbar\Omega \cos(\omega_l t)$ , dove  $\Omega$  è la “frequenza di Rabi”, definita da

$$\Omega \equiv -\frac{eE_0}{\hbar} \langle e | \hat{\epsilon} \cdot \vec{r} | g \rangle \quad (1.8)$$

in cui  $e\vec{r}$  è il momento di dipolo dell'atomo. Scrivendo il coseno che compare nell'espressione (1.7) del campo nella forma esponenziale, si ottiene che nelle (1.5) la dipendenza temporale è in termini del tipo  $\exp(\pm i\delta t)$  oppure  $\exp(\pm i(\omega_l + \omega_a)t)$ , dove  $\delta \equiv \omega_l - \omega_a$  è il detuning del laser rispetto alla frequenza di risonanza atomica. La seconda approssimazione consiste nel trascurare i termini che oscillano più rapidamente tenendo solo i termini oscillanti a frequenza  $\delta$ . Tale approssimazione è chiamata “approssimazione di onda rotante” o RWA [5].

Grazie a queste approssimazioni si giunge a [3]:

$$\frac{d^2 c_g(t)}{dt^2} - i\delta \frac{dc_g(t)}{dt} + \frac{\Omega^2}{4} c_g(t) = 0 \quad (1.9a)$$

$$\frac{d^2 c_e(t)}{dt^2} + i\delta \frac{dc_e(t)}{dt} + \frac{\Omega^2}{4} c_e(t) = 0. \quad (1.9b)$$

Le soluzioni di (1.9), con le condizioni iniziali  $c_g(0) = 1$  e  $c_e(0) = 0$ , sono:

$$c_g(t) = \left( \cos \frac{\Omega' t}{2} - i \frac{\delta}{\Omega'} \sin \frac{\Omega' t}{2} \right) e^{+i\delta t/2} \quad (1.10a)$$

$$c_e(t) = -i \frac{\Omega}{\Omega'} \sin \frac{\Omega' t}{2} e^{-i\delta t/2}, \quad (1.10b)$$

dove  $\Omega' \equiv \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ . Le probabilità di trovare l'atomo nello stato fondamentale o nello stato eccitato, ovvero  $|c_g(t)|^2$  e  $|c_e(t)|^2$ , oscillano a frequenza  $\Omega'$ . Aumentando il detuning  $|\delta|$  aumenta la frequenza dell'oscillazione mentre diminuisce la sua ampiezza come si vede in Figura 1.1.

### 1.1.2 Emissione spontanea ed equazioni di Bloch ottiche

Fino ad ora l'emissione spontanea non è stata tenuta in considerazione dato che non può essere trattata correttamente nell'ambito di una descrizione semiclassica del campo elettromagnetico perché è indotta dalle fluttuazioni quantistiche del vuoto. Spesso, per tener conto di tale fenomeno, in meccanica quantistica si introduce la matrice densità e si tratta l'eccitazione degli atomi in termini di popolazioni e di coerenze invece che di ampiezze. La dipendenza temporale della matrice densità  $\rho$  dell'atomo è data da:

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] \quad (1.11)$$

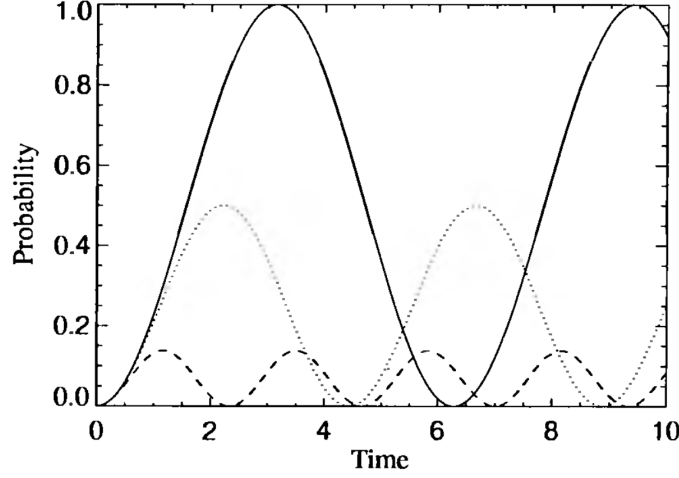


Figura 1.1: Probabilità  $|c_e(t)|^2$  che l'atomo si trovi nello stato eccitato in funzione del tempo per  $\Omega = \delta$  e  $\delta = 0$  (linea continua),  $\delta = \alpha$  (linea punteggiata) e  $\delta = 2.5\alpha$  (linea tratteggiata). Il tempo è in unità di  $1/\alpha$ . Immagine tratta da [3].

in cui  $H$  è, come in Sez. 1.1.1, l'Hamiltoniana totale di un atomo in un campo di radiazione. La matrice densità per un sistema a due livelli in uno stato puro è della forma:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_e c_e^* & c_e c_g^* \\ c_g c_e^* & c_g c_g^* \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

È possibile aggiungere indipendentemente gli effetti dell'interazione con il campo e dell'emissione spontanea [3].

L'evoluzione temporale degli elementi  $\rho_{ij}$  dovuta all'interazione con un laser si può ottenere a partire dall'evoluzione temporale delle ampiezze data da (1.9). L'emissione spontanea può essere descritta tramite un decadimento esponenziale a un rate costante. Assumendo che il decadimento delle coerenze e dello stato eccitato siano descritti tramite lo stesso parametro  $\gamma$  si ha [3, 6]:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\rho_{eg}}{dt} \right)_{\text{spon}} &= -\frac{\gamma}{2} \rho_{eg} \\ \left( \frac{d\rho_{ge}}{dt} \right)_{\text{spon}} &= -\frac{\gamma}{2} \rho_{ge} \\ \left( \frac{d\rho_{ee}}{dt} \right)_{\text{spon}} &= -\gamma \rho_{ee} \\ \left( \frac{d\rho_{gg}}{dt} \right)_{\text{spon}} &= +\gamma \rho_{ee}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

In assenza di radiazione, la vita media dello stato eccitato è  $\tau = 1/\gamma$ . Nonostante lo stato fondamentale sia stabile rispetto all'emissione spontanea, la sua popolazione cambia per

via del decadimento dello stato eccitato. Tenendo in considerazione entrambi i contributi si ottengono le seguenti equazioni [3]:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho_{gg}}{dt} &= +\gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega^*\tilde{\rho}_{eg} - \Omega\tilde{\rho}_{ge}) \\
 \frac{d\rho_{ee}}{dt} &= -\gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega\tilde{\rho}_{ge} - \Omega^*\tilde{\rho}_{eg}) \\
 \frac{d\tilde{\rho}_{ge}}{dt} &= -\left(\frac{\gamma}{2} + i\delta\right)\tilde{\rho}_{ge} + \frac{i}{2}\Omega^*(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \\
 \frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} &= -\left(\frac{\gamma}{2} - i\delta\right)\tilde{\rho}_{eg} + \frac{i}{2}\Omega(\rho_{gg} - \rho_{ee})
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

dove  $\tilde{\rho}_{ge} \equiv \rho_{ge}e^{-i\delta t}$ . Tali equazioni sono dette equazioni ottiche di Bloch (OBE), in analogia con le equazioni di Bloch per la risonanza magnetica nucleare. Si può notare che  $\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\frac{d\rho_{gg}}{dt}$  come deve essere per un sistema a due livelli chiuso in cui la popolazione totale  $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$  si conserva.

Dalle OBE si ottiene che la soluzione stazionaria per la differenza di popolazione  $w \equiv \rho_{gg} - \rho_{ee}$  è

$$w = \frac{1}{1 + s}, \tag{1.15}$$

dove il parametro di saturazione  $s$  è così definito:

$$s \equiv \frac{|\Omega|^2}{2|(\gamma/2 - i\delta)|^2} = \frac{|\Omega|^2/2}{\delta^2 + \gamma^2/4} \equiv \frac{s_0}{1 + (2\delta/\gamma)^2}; \tag{1.16}$$

qui l'ultimo passaggio definisce il parametro di saturazione in risonanza

$$s_0 \equiv \frac{2|\Omega|^2}{\gamma^2} = \frac{I}{I_s}, \tag{1.17}$$

con l'intensità di saturazione data da

$$I_s \equiv \frac{\pi\hbar c}{3\lambda^3\tau} \tag{1.18}$$

con  $\lambda$  lunghezza d'onda della luce del laser.

La soluzione stazionaria per la popolazione dello stato eccitato  $\rho_{ee}$  è data:

$$\rho_{ee} = \frac{1}{2}(1 - w) = \frac{s}{2(1 + s)} = \frac{s_0/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2}. \tag{1.19}$$

Nel caso di un parametro di saturazione basso,  $s \ll 1$ ,  $w \approx 1$  e la popolazione si trova per la maggior parte nello stato fondamentale mentre se  $s \gg 1$  la popolazione è equamente distribuita tra i due stati ( $w \approx 0$  e  $\rho_{ee}$  si avvicina a  $1/2$ ).

Dato che la popolazione nello stato eccitato decade a un tasso  $\gamma$  e nello stato stazionario il tasso di decadimento e il tasso di eccitazione sono uguali, il tasso di scattering totale della luce del laser  $\gamma_p$  è dato da:

$$\gamma_p = \gamma\rho_{ee} = \frac{s_0\gamma/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2} = \left(\frac{s_0}{1 + s_0}\right) \left(\frac{\gamma/2}{1 + (2\delta/\gamma)^2}\right), \tag{1.20}$$

definendo la larghezza di linea con *power broadening*  $\gamma' \equiv \gamma\sqrt{1+s_0}$ : a causa dell'intensità del laser, la larghezza della transizione aumenta dal valore della larghezza naturale  $\gamma$  a  $\gamma'$ . Come si vede in Figura 1.2, ad alte intensità ( $s_0 \gg 1$ ) e  $\delta = 0$ ,  $\gamma_p$  satura al valore  $\gamma/2$  mentre al crescere dell'intensità l'assorbimento nelle ali continua a crescere. Si deve sottolineare che esistono altri meccanismi che hanno come conseguenza l'allargamento della linea spettrale, come l'effetto Doppler, di cui qui non si è tenuto conto ma che in certe condizioni possono giocare un ruolo importante.

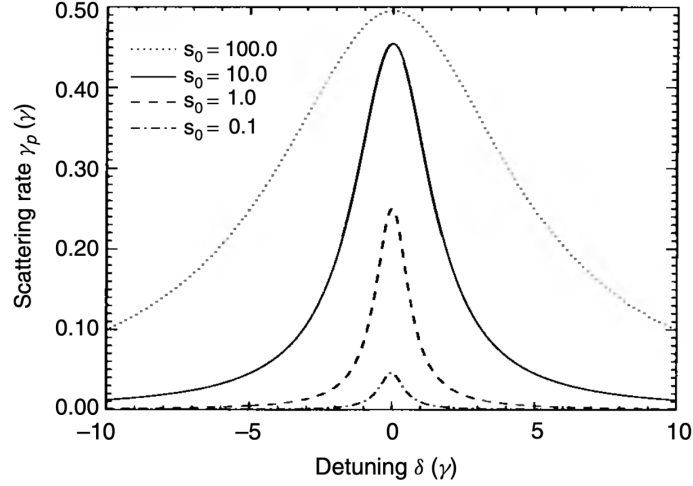


Figura 1.2: Tasso di eccitazione  $\gamma_p$  come funzione del detuning  $\delta$  per diversi valori del parametro di saturazione  $s_0$ . Immagine tratta da [3].

### 1.1.3 Forze su atomi a due livelli

Per determinare quali forze agiscono sugli atomi in un campo di radiazione, considero la situazione più semplice, ovvero della radiazione monocromatica che interagisce con un atomo a due livelli. Nonostante la semplicità di tale schema, questo mostra molte delle caratteristiche presenti anche in situazioni più complesse.

#### Pressione di radiazione

L'assorbimento di luce causa un trasferimento di quantità di moto dal campo agli atomi. Se gli atomi decadono per emissione spontanea, la relativa variazione di quantità di moto avviene in direzione casuale e, di conseguenza, l'effetto sulla quantità di moto degli atomi è nullo in media. La forza media dovuta all'assorbimento di luce da un fascio laser di vettore d'onda  $\vec{k}$  seguito da emissione spontanea può dunque essere scritta come [3]:

$$\vec{F}_{sp} = \hbar \vec{k} \gamma \rho_{ee}, \quad (1.21)$$

ovvero è data dal prodotto tra l'impulso trasferito da ciascuno fotone  $\hbar \vec{k}$ , il tasso del processo  $\gamma$  e la probabilità per gli atomi di trovarsi nello stato eccitato  $\rho_{ee}$ . La forza

non aumenta indefinitamente aumentando l'intensità del fascio laser ma satura al valore massimo  $\hbar\vec{k}\gamma/2$  dato che  $\rho_{ee}$  ha valore massimo  $1/2$  (come si vede da (1.19)).

Tale forza è detta pressione di radiazione ma anche forza di scattering, dato che dipende dallo scattering di fotoni fuori dal fascio, o forza dissipativa poiché, non essendo possibile l'inverso dell'emissione spontanea, l'azione di tale forza non può essere invertita. Essendo una forza dissipativa, può essere utilizzata per il raffreddamento di atomi.

### Forza di dipolo

Quando un atomo è investito da un fascio laser, il campo elettrico  $\vec{E}$  induce un momento di dipolo atomico  $\vec{d}$  che oscilla alla stessa frequenza  $\omega_l$  del campo. Il potenziale di interazione di  $\vec{d}$  in  $\vec{E}$  è [7]

$$U_{dip} = -\frac{1}{2}\langle\vec{d} \cdot \vec{E}\rangle = -\frac{1}{2\varepsilon_0 c}\text{Re}(\alpha)I(\vec{r}), \quad (1.22)$$

dove le parentesi angolate indicano una media temporale,  $I$  è l'intensità del campo e  $\alpha$  è la polarizzabilità che dipende da  $\omega_l$ . La forza di dipolo è dunque

$$\vec{F}_{dip}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}U_{dip}(\vec{r}) = \frac{1}{2\varepsilon_0 c}\text{Re}(\alpha)\vec{\nabla}I(\vec{r}). \quad (1.23)$$

È una forza conservativa proporzionale al gradiente dell'intensità del campo. Nel caso in cui  $|\delta| \ll \omega_a$ , si ha un'espressione semplificata per il potenziale di interazione

$$U_{dip}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_a^3} \frac{\gamma}{\delta} I(\vec{r}) \quad (1.24)$$

che mostra come nel caso di “*red detuning*”, ovvero  $\delta < 0$ , i minimi del potenziale corrispondono ai punti di massima intensità mentre nel caso di “*blu detuning*”, ovvero  $\delta > 0$ , i minimi corrispondono ai punti di minima intensità. La forza di dipolo può essere usata per intrappolare gli atomi e sebbene sia una forza conservativa e dunque non possa essere usata per raffreddarli, può essere combinata con la forza di scattering per migliorare le tecniche di raffreddamento. A differenza della forza di scattering, tale forza non satura ma continua a crescere all'aumentare dell'intensità del laser.

## 1.2 Raffreddamento laser e melasse ottiche

### 1.2.1 Trasferimento di quantità di moto

Ciascun fotone trasporta con sé un'energia pari a  $\hbar\omega$  ma anche una quantità di moto  $\hbar\vec{k}$ . Quando un atomo assorbe un fotone, immagazzina l'energia andando ad uno stato eccitato mentre immagazzina l'impulso allontanandosi dalla sorgente luminosa con una quantità di moto  $\hbar\vec{k}$ .

Per il raffreddamento laser è di interesse la variazione di velocità conseguente alla variazione di quantità di moto pari a  $\Delta\vec{v} = \hbar\vec{k}/m \approx 1 \text{ cm/s}$  (indicando con  $m$  la massa di un

atomo). Sebbene tale velocità sia piccola rispetto alla velocità termica (velocità tipiche per atomi a temperatura ambiente sono dell'ordine di 100 m/s), assorbimenti multipli possono essere usati per produrre un grande cambiamento della velocità degli atomi. Anche l'emissione spontanea che segue l'assorbimento comporta una variazione dell'impulso ma, essendo tale processo isotropo, non comporta in media una variazione di quantità di moto. La forza che agisce sull'atomo è dunque diretta lungo la direzione del laser (come discusso in Sez. 1.1.3). Il valore di tale forza cresce al crescere dell'intensità del laser finché non inizia a svolgere un ruolo importante l'emissione stimolata. Intensità più elevate causano un assorbimento più elevato ma anche una ugualmente veloce emissione stimolata. Il fotone emesso durante l'emissione stimolata si muove nella stessa direzione del fotone stimolante e, di conseguenza, la variazione dell'impulso a seguito di tale processo è opposta a quella che si ha durante l'assorbimento e quindi il cambiamento totale dell'impulso dell'atomo conseguente a questi due processi risulta nullo. La decelerazione satura all'aumentare dell'intensità al valore  $\vec{a}_{max} = \hbar \vec{k} \gamma / 2m$  dove il fattore 2 è legato al fatto che gli atomi spendono metà del loro tempo in ciascuno dei due stati.

### 1.2.2 Raffreddamento Doppler e melasse ottiche

L'assorbimento di luce vicino alla risonanza dipende fortemente dalla frequenza del laser e di conseguenza dipende dalla velocità a cui gli atomi si muovono. Infatti, nel sistema di riferimento degli atomi che si muovono rispetto al laser, è necessario tener conto dell'effetto Doppler. La conseguenza di ciò è una forza dissipativa dipendente dalla velocità che è il presupposto per il raffreddamento laser.

Se  $\vec{k}$  è il vettore d'onda del laser, lo spostamento Doppler visto da un atomo che si muove a velocità  $\vec{v}$  è  $\omega_D = -\vec{k} \cdot \vec{v}$ . Se la frequenza del laser è di poco inferiore alla frequenza di risonanza ( $\omega_l < \omega_0$ ) e l'atomo si muove in direzione opposta al fascio, la frequenza vista dall'atomo, ovvero  $\omega = \omega_l - \vec{k} \cdot \vec{v}$ , sarà maggiore di  $\omega_l$  e dunque più vicina alla frequenza di risonanza. Se invece l'atomo si muove nella stessa direzione del fascio, la frequenza  $\omega$  sarà più lontana dalla frequenza di risonanza e si riduce la probabilità dell'assorbimento. Se  $\omega_l > \omega_0$  succede l'opposto. L'influenza del fascio sull'atomo dipende dunque dal modulo e dalla direzione della velocità. Nel sistema di riferimento solidale con l'atomo, la forza esercitata da un singolo fascio laser ha, in base a (1.21), l'espressione:

$$\vec{F} = \frac{\hbar \vec{k} \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2(\delta + \omega_D)/\gamma)^2}. \quad (1.25)$$

Considero adesso due laser contropropaganti e alla stessa frequenza e intensità. La forza risultante dall'interazione con i due laser, che hanno  $\vec{k}$  opposto, è nulla per un atomo a riposo. Tuttavia atomi che si muovono lungo la direzione dei fasci sentono una forza che dipende dalla loro velocità e il cui verso dipende dal segno del *detuning*  $\delta$  dei laser. Se la loro frequenza è al di sotto della frequenza di risonanza, gli atomi interagiscono maggiormente con il fascio laser opposto alla loro velocità e dunque rallentano.

Suppongo che l'intensità dei laser sia abbastanza bassa di modo da poter trascurare l'emissione stimolata. In questa situazione la forza totale su un atomo si ottiene



semplicemente sommando le forze dovute ai due laser [3],  $\vec{F}_{OM} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-$  con:

$$\vec{F}_{\pm} = \pm \frac{\hbar \vec{k} \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2(\delta \pm \omega_D)/\gamma)^2}. \quad (1.26)$$

La somma delle due forze, trascurando termini di ordine  $(kv/\gamma)^4$  e superiore, è [3]:

$$\vec{F}_{OM} \simeq \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 \vec{v}}{\gamma (1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2)^2} \equiv -\beta \vec{v}. \quad (1.27)$$

Tale approssimazione è valida per basse velocità ( $|\omega_D| = |\vec{k} \cdot \vec{v}| \ll \gamma$ ) [8]. Se  $\delta < 0$  la  $\vec{F}_{OM}$  è proporzionale e si oppone alla velocità e dunque somiglia allo smorzamento viscoso ( $\beta$  è detto coefficiente di smorzamento). Per questo motivo tale tecnica è chiamata “melassa ottica” (OM). In Figura 1.3 è mostrato l’andamento di  $\vec{F}_{OM}$  in funzione della velocità.

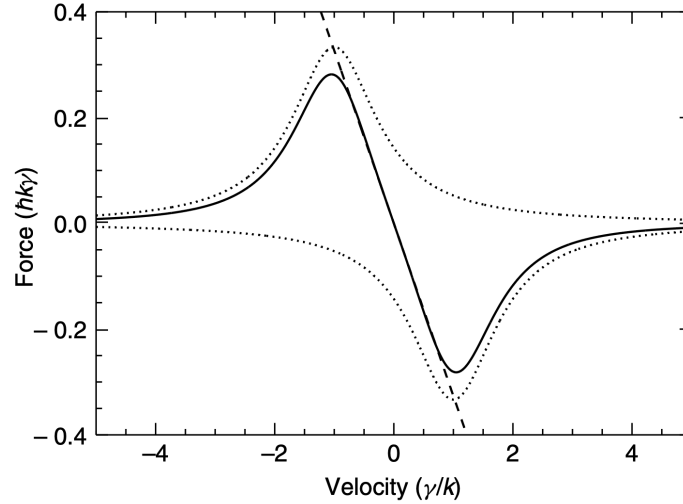


Figura 1.3: Dipendenza della forza di smorzamento ottico dalla velocità in una melassa ottica unidimensionale per  $s_0 = 2$  e  $\delta = -\gamma$ . Le due linee punteggiate rappresentano la forza dovuta a ciascun fascio mentre la linea continua la loro somma. Immagine tratta da [3].

Fin qui si sono considerati due laser contropropaganti e dunque melasse ottiche unidimensionali ma è possibile creare melasse ottiche tridimensionali utilizzando tre coppie ortogonali di laser contropropaganti grazie a cui è possibile limitare il movimento degli atomi in tutte e tre le direzioni. In questo modo possono essere raffreddati e confinati in un piccolo volume. In 3D e per basse velocità continua a valere la (1.27).

Si deve sottolineare che l’OM non è una trappola per atomi neutri dato che non c’è nessuna forza di richiamo per gli atomi che si allontanano dal centro. Nonostante questo, i tempi di confinamento di atomi in OM di diversi millimetri di diametro possono essere notevolmente lunghi [3].

### 1.2.3 Limite Doppler

Per quanto detto fin qui, sembrerebbe che la velocità degli atomi possa arrivare ad annullarsi e che dunque il campione possa raggiungere una temperatura  $T = 0$  K, un risultato chiaramente non fisico. Questa conclusione è conseguenza del fatto che si è considerata solo la forza di raffreddamento media, ma in realtà ci sono delle fluttuazioni in tale forza la cui conseguenza è l'esistenza di una temperatura limite per il raffreddamento Doppler.

Per valutare la temperatura limite  $T_D$ , si parte considerando la variazione nel tempo della velocità quadratica media:

$$\frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} = 2\langle \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \rangle = \frac{2}{m}\langle \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} \rangle = \frac{2}{m}\langle \vec{v} \cdot \vec{F}_{OM} \rangle \quad (1.28)$$

dove  $m$  è la massa di un atomo e le parentesi angolate indicano una media sull'insieme degli atomi. Considerando l'espressione della forza per piccole velocità (1.27), si ottiene:

$$\left. \frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} \right|_{cooling} = \frac{16\hbar k^2 \delta s_0}{m\gamma (1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2)^2} \langle v^2 \rangle. \quad (1.29)$$

Le fluttuazioni della forza sono di origine quantomeccanica ma è possibile considerarle procedendo in modo euristico. Il processo di scattering di un fotone fuori da uno dei fasci laser consiste in un assorbimento e in un'emissione di un fotone da parte di un atomo. Ogni assorbimento provoca una variazione dell'impulso di modulo  $\hbar k$  lungo una delle sei direzioni corrispondenti ai fasci laser. Anche l'emissione spontanea provoca una variazione dell'impulso di modulo  $\hbar k$  ma stavolta in una direzione casuale. Di conseguenza un evento di scattering è equivalente a due passi in una *random walk* nello spazio delle velocità in cui i passi hanno dimensione  $\hbar k/m$ . Dato che i fasci sono sei, gli eventi di scattering, sulla base di (1.20), avvengono a un tasso dato da:

$$\gamma_{3D} = 6\gamma_p = \frac{6s_0\gamma/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2}. \quad (1.30)$$

In un random walk,  $\langle v^2 \rangle$  aumenta ad ogni passo di una quantità fissa pari alla varianza del singolo passo  $\sigma^2 = \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2$  [9]. Di conseguenza:

$$\left. \frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} \right|_{heating} = 2\gamma_{3D}\sigma^2 = \frac{6s_0\gamma}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2} \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2. \quad (1.31)$$

Unendo (1.29) e (1.31) si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} &= \left. \frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} \right|_{cooling} + \left. \frac{d\langle v^2 \rangle}{dt} \right|_{heating} \\ &= \frac{16\hbar k^2 \delta s_0}{m\gamma (1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2)^2} \langle v^2 \rangle + \frac{6s_0\gamma}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2} \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Nello stato stazionario la derivata temporale di  $\langle v^2 \rangle$  si annulla e si può risolvere l'equazione risultante ottenendo, nel limite di basse intensità  $s \ll 1$ :

$$\langle v^2 \rangle = -\frac{3}{8}\gamma^2 \frac{\hbar}{m\delta} \left( 1 + \left( \frac{2\delta}{\gamma} \right)^2 \right) \quad (1.33)$$

che si può convertire in una temperatura tramite

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}k_B T \quad (1.34)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann. La temperatura minima, detta temperatura Doppler  $T_D$ , si ottiene con un *detuning*  $\delta = -\gamma/2$ :

$$T_D = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}. \quad (1.35)$$

La  $T_D$  è il limite inferiore per la temperatura raggiungibile tramite raffreddamento Doppler ed è il risultato dell'equilibrio tra il raffreddamento laser e il carattere aleatorio dei processi di assorbimento ed emissione dei fotoni [10]. Per il  $^{87}\text{Rb}$ , considerando la transizione che avviene per  $\lambda = 780 \text{ nm}$ , vale  $T_D = 146 \text{ } \mu\text{K}$ .

In realtà è possibile scendere al di sotto del limite Doppler. Il modello dell'atomo come sistema a due livelli è una semplificazione della situazione reale. Per avere una descrizione più accurata è necessario tener conto del ruolo che la struttura a più livelli degli atomi e la polarizzazione della luce svolgono nel raffreddamento laser. Le tecniche che tengono conto di questi aspetti e permettono di raggiungere e spiegare temperature inferiori a  $T_D$  vanno sotto il nome di “raffreddamento sub-Doppler” [8].

### 1.2.4 Raffreddamento sub-Doppler

I meccanismi di raffreddamento sub-Doppler presentati in questa sezione si basano sulla presenza di gradienti di polarizzazione nella luce dei laser e sono efficaci a basse intensità, quando i tempi di pompaggio ottico tra differenti sottolivelli Zeeman dello stato fondamentale diventano sufficientemente lunghi. In questo modo, tra la risposta interna degli atomi e il loro moto, c'è un ritardo temporale che risulta in una grande forza di raffreddamento. In particolare si considera il caso unidimensionale e si analizzano due configurazioni: laser contropropaganti con polarizzazioni lineari perpendicolari ( $\text{lin} \perp \text{lin}$ ) e laser contropropaganti con polarizzazioni circolari opposte ( $\sigma^+ - \sigma^-$ ).

#### Configurazione $\text{lin} \perp \text{lin}$

Considero due fasci laser contropropaganti lungo l'asse  $z$ , con la stessa frequenza  $\omega_l$  e con polarizzazioni lineari e perpendicolari, ad esempio  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ . Il campo totale risultante dato dalla loro somma è:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \hat{x} \cos(\omega_l t - kz) + E_0 \hat{y} \cos(\omega_l t + kz) \\ &= E_0 ((\hat{x} + \hat{y}) \cos(\omega_l t) \cos(kz) + (\hat{x} - \hat{y}) \sin(\omega_l t) \sin(kz)). \end{aligned} \quad (1.36)$$

In  $z = 0$  e in  $z = \lambda/4$  ( $kz = \pi/2$ ) la luce ha una polarizzazione lineare rispettivamente di  $\pi/4$  e  $-\pi/4$  rispetto all'asse  $x$ . Invece a  $z = \lambda/8$  ( $kz = \pi/4$ ) il campo ha l'espressione

$$\vec{E} = E_0 (\hat{x} \sin(\omega t + \pi/4) + \hat{y} \cos(\omega t + \pi/4)), \quad (1.37)$$

che corrisponde a una polarizzazione circolare  $\sigma^-$  intorno all'asse  $z$  in verso negativo. Similmente in  $z = 3\lambda/8$  la polarizzazione è circolare ma nel senso opposto  $\sigma^+$ . Dunque in questa configurazione la polarizzazione passa da lineare a circolare  $\sigma^-$  a lineare perpendicolare alla prima a circolare  $\sigma^+$  su una distanza pari a mezza lunghezza d'onda, come si vede in Figura 1.4, per poi ricominciare il ciclo.

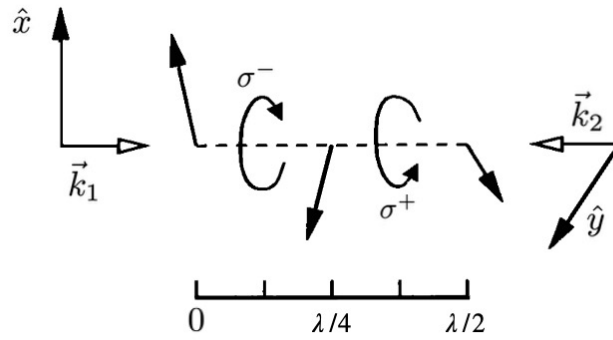


Figura 1.4: *Gradiente di polarizzazione del campo elettrico per la configurazione lin  $\perp$  lin. Figura adattata da [3].*

In seguito si indicherà con  $J$  il numero quantico del momento angolare totale elettronico dell'atomo e con  $M$  la sua proiezione lungo l'asse di quantizzazione. Considero una transizione da  $J_g = 1/2$  a  $J_e = 3/2$ , per cui si devono considerare due sottolivelli Zeeman corrispondenti a  $M_g = 1/2$  e  $-1/2$  nello stato fondamentale e quattro sottolivelli Zeeman,  $M_e = -3/2, -1/2, 1/2$  e  $3/2$ , nello stato eccitato. Le regole di selezione per transizioni dovute all'assorbimento di luce con polarizzazione  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  sono rispettivamente  $\Delta M = 1$  e  $\Delta M = -1$ , mentre per l'emissione spontanea sono  $\Delta M = \pm 1, 0$ . Di conseguenza, nei punti in cui la polarizzazione è  $\sigma^+$ , il processo di pompaggio ottico porta la popolazione dello stato fondamentale nel sottolivello  $M_g = 1/2$ . Nei punti in cui la polarizzazione è  $\sigma^-$  la popolazione è portata nel sottolivello  $M_g = -1/2$ . Nei punti in cui la polarizzazione è lineare i sottolivelli sono ugualmente popolati. Dunque, a causa del gradiente di polarizzazione, delle regole di selezione e considerando le probabilità con cui avvengono le diverse transizioni, la popolazione dei sottolivelli dello stato fondamentale varia lungo l'asse  $z$ .

L'interazione degli atomi con radiazione vicina alla risonanza provoca, oltre a transizioni tra i diversi stati atomici, anche variazioni nelle loro energie. Nel limite di basse intensità, per due fasci laser ciascuno con intensità  $s_0 I_s$ , lo spostamento energetico dei

sottolivelli dello stato fondamentale è [3]

$$\Delta E_{M_g} = \frac{\hbar \delta s_0 C_{ge}^2}{1 + (2\delta/\gamma)^2}, \quad (1.38)$$

dove  $C_{ge}$  è il coefficiente di Clebsch-Gordan che descrive l'accoppiamento tra l'atomo e la radiazione.  $C_{ge}$  dipende dai numeri quantici magnetici  $M$  e dalla polarizzazione della radiazione e fa sì che lo spostamento energetico per sottolivelli diversi sia diverso. Nel caso di *red-detuning* ( $\delta < 0$ ), la variazione di energia per lo stato fondamentale è negativa. Nella situazione che si sta considerando, cioè polarizzazioni lineari ortogonali e transizione  $J = 1/2 \rightarrow 3/2$ , quando la polarizzazione del campo è  $\sigma^+$ , la variazione di energia del sottolivello  $M_g = 1/2$  è tre volte maggiore di quella del sottolivello  $M_g = -1/2$  mentre succede l'opposto nel caso in cui la polarizzazione sia  $\sigma^-$ . Nei punti di polarizzazione lineare invece, la variazione di energia per i due sottolivelli dello stato fondamentale è la stessa. Il pompaggio ottico discusso prima fa sì che ci sia una popolazione maggiore nel sottolivello la cui variazione energetica è maggiore.

Per comprendere l'origine della forza di raffreddamento si consideri un atomo che si muove a velocità  $v$  e che si trova inizialmente in una posizione in cui la polarizzazione è  $\sigma^+$  (si faccia riferimento alla Figura 1.5). Il pompaggio ottico porta l'atomo nel livello a energia più bassa  $M_g = 1/2$ . Procedendo attraverso il campo, l'atomo deve “scalare una collina”, ovvero aumentare la sua energia potenziale perché la polarizzazione del campo sta cambiando e il livello in cui l'atomo si trova diventa sempre meno fortemente accoppiato con la radiazione ( $\Delta E_{M_g=1/2}$  diminuisce in valore assoluto). Dopo una distanza  $\lambda/4$ , la polarizzazione è  $\sigma^-$  e l'atomo viene portato nel livello  $M_g = -1/2$  che in questo punto ha energia minore di  $M_g = 1/2$ . Si trova di nuovo ai piedi di una “collina” e ricomincia a salire. Salendo converte la sua energia cinetica in energia potenziale che viene poi dissipata, durante il pompaggio ottico, tramite l'emissione spontanea che ha una frequenza maggiore rispetto all'assorbimento. Dunque gli atomi “scalano” continuamente colline di potenziale e perdono energia nel processo. Tale meccanismo ricorda il mito greco di Sisifo ed è per questo noto come “Raffreddamento Sisifo”. La tecnica di raffreddamento descritta è, tuttavia, efficace su un intervallo limitato di velocità. Se gli atomi subiscono un solo processo di pompaggio ottico su una distanza di  $\lambda/4$ , l'effetto di smorzamento è massimo. Se hanno una velocità inferiore, il processo di pompaggio ottico avviene prima che possano raggiungere la vetta della collina di potenziale, mentre, se hanno una velocità maggiore, iniziano a scendere la collina prima che giungano nell'altro sottolivello e in entrambi i casi la perdita di energia risulta inferiore.

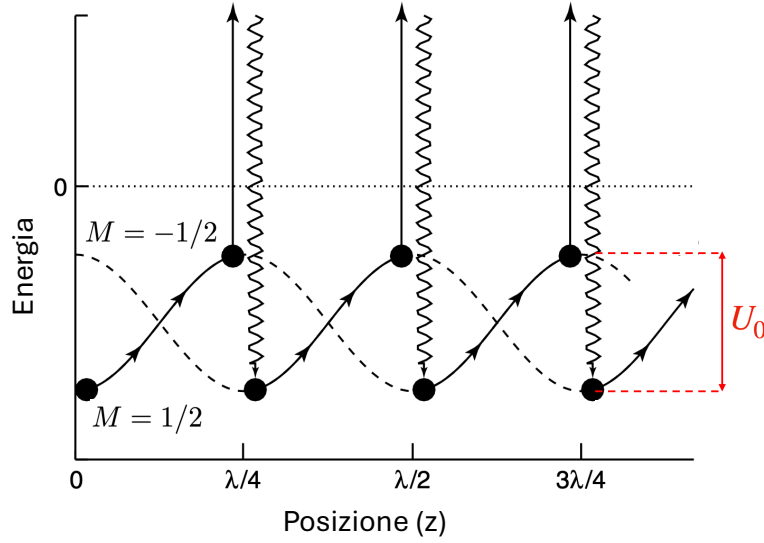


Figura 1.5: *Dipendenza spaziale degli spostamenti energetici dei sottolivelli dello stato fondamentale per la transizione  $J = 1/2 \rightarrow 3/2$  nella configurazione  $\text{lin} \perp \text{lin}$ . Le frecce mostrano il percorso seguito dagli atomi soggetti a raffreddamento Sisifo. Figura adattata da [3].*

A ogni ciclo di raffreddamento l'energia dell'atomo diminuisce di una quantità  $U_0$ , mostrata in Figura 1.5, che corrisponde alla profondità delle buche di potenziale, ovvero alla differenza energetica massima tra i due sottolivelli dello stato fondamentale. Ciò accade finché l'energia dell'atomo non diventa inferiore a  $U_0$  e l'atomo, non avendo energia sufficiente per scalare la collina, resta intrappolato nella buca. Dunque il raffreddamento Sisifo permette di raggiungere una temperatura  $T_S$  stimabile da [11]:

$$k_B T_S \simeq U_0 \propto \frac{\hbar \Omega^2}{\delta}, \quad (1.39)$$

quando  $4|\delta| > \gamma$ . Dunque la temperatura limite scala come  $I/\delta$  [5]. Non può tuttavia essere diminuita arbitrariamente diminuendo  $I$ . Infatti si deve tener conto del rinculo dovuto all'emissione spontanea che aumenta l'energia cinetica dell'atomo di  $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ . Le temperature che si possono raggiungere con questo tipo di raffreddamento sono dunque limitate inferiormente da  $E_R/k_B$ .

### Configurazione $\sigma^+ - \sigma^-$

Considero due fasci laser contropropaganti con la stessa frequenza  $\omega_l$  e con polarizzazioni circolari opposte. Il campo elettrico totale è

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 (\hat{x} \cos(\omega_l t - kz) + \hat{y} \sin(\omega_l t - kz)) + E_0 (\hat{x} \cos(\omega_l t + kz) - \hat{y} \sin(\omega_l t + kz)) \\ &= 2E_0 \cos \omega_l t (\hat{x} \cos kz - \hat{y} \sin kz). \end{aligned} \quad (1.40)$$

Il campo  $\vec{E}$  è polarizzato linearmente in ogni punto dell'asse  $z$  e il vettore polarizzazione ruota uniformemente intorno all'asse  $z$  compiendo un giro completo su una distanza pari a  $\lambda$  come si vede in Figura 1.6.

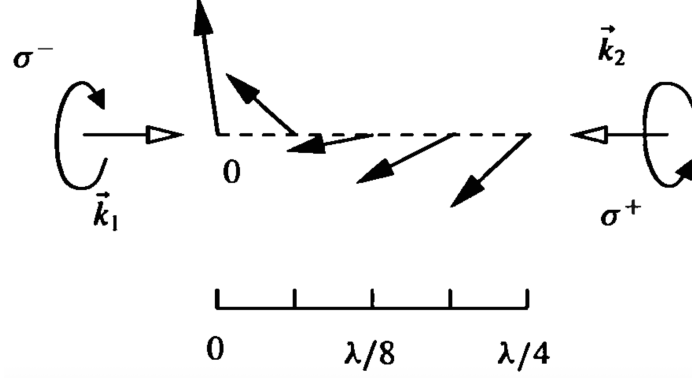


Figura 1.6: *Gradiente di polarizzazione del campo elettrico per la configurazione  $\sigma^+ - \sigma^-$ . Figura tratta da [3].*

Il caso più semplice in cui si manifesta questo tipo di raffreddamento sub-Doppler è  $J_g = 1$  e  $J_e = 2$ . Dato che la polarizzazione resta sempre lineare, la variazione energetica dei diversi sottolivelli Zeeman dello stato fondamentale non varia con  $z$  e non è dunque possibile che si verifichi un analogo del raffreddamento Sisifo dato che non ci sono “colline” e “valli” di potenziale. Considero un asse di quantizzazione che ruota nello spazio di modo da essere sempre nella stessa direzione del campo elettrico. Per un atomo in quiete, il pompaggio ottico ridistribuisce la popolazione dei sottolivelli magnetici secondo la polarizzazione che il campo ha in quel punto dello spazio e fa sì che il sottolivello  $M_g = 0$  sia maggiormente popolato rispetto a  $M_g = 1$  e  $M_g = -1$ . Se un atomo si muove sente una rotazione dell'asse di quantizzazione ed è necessario un processo di pompaggio ottico per seguirla. Quindi la popolazione dei sottolivelli magnetici è sempre “in ritardo” rispetto alla distribuzione dello stato stazionario appropriata per il campo locale. In [12] si mostra che questo “ritardo” fa sì che  $M_g = 1$  sia più popolato di  $M_g = -1$  per gli atomi che viaggiano verso il fascio laser con polarizzazione  $\sigma^+$  e viceversa per gli atomi che viaggiano in direzione opposta. A causa dei differenti coefficienti di Clebsch-Gordan, il sottolivello  $M_g = 1$  interagisce con il fascio  $\sigma^+$  sei volte più efficacemente che con il fascio  $\sigma^-$ . Inoltre gli atomi restano nel livello  $M_g = 1$  dopo l'assorbimento di radiazione  $\sigma^+$  e la successiva emissione spontanea. Dunque atomi che si muovono verso il fascio  $\sigma^+$  assorbono molto più da questo che dal fascio  $\sigma^-$  e sono soggetti a una grande variazione di quantità di moto in direzione opposta a quella della loro velocità. Per questo motivo, anche un piccolo squilibrio nella popolazione dei due livelli può dare origine a una grande forza di smorzamento. Naturalmente la situazione è analoga per atomi che viaggiano verso il fascio con polarizzazione  $\sigma^-$ .

In questa configurazione, il meccanismo di raffreddamento si basa su un differente tasso di scattering della luce dei due laser come nel raffreddamento Doppler. Tuttavia,

in questo caso, la differenza nell'interazione con i due fasci non emerge dal differente spostamento Doppler della frequenza dei fasci nel sistema di riferimento dell'atomo ma dal diverso popolamento dei sottolivelli energetici per atomi che viaggiano in direzioni diverse. Le temperature di equilibrio raggiungibili in questa configurazione sono dello stesso ordine delle temperature raggiungibili nella configurazione  $\text{lin} \perp \text{lin}$  [12].



# Capitolo 2

## Apparato sperimentale e metodi

In questo capitolo è descritto l'apparato sperimentale che ha l'obiettivo di trasportare atomi di Rubidio 87 all'interno di una HCPCF (Hollow-Core Photonic-Crystal Fibre) con l'attenzione rivolta agli elementi e ai metodi utilizzati per la realizzazione e lo studio della fase di melassa ottica durante la quale si raggiungono temperature inferiori al limite Doppler. L'apparato sperimentale comprende anche gli elementi necessari per la realizzazione della fase precedente alla melassa ottica ovvero la creazione di una trappola magneto-ottica (MOT). In essa gli atomi non vengono solo raffreddati tramite fasci laser ma anche intrappolati tramite gradienti di campo magnetico.

### 2.1 Descrizione Generale

L'elemento principale, nel quale ha effettivamente luogo l'esperimento, è una camera da vuoto in condizioni di *Ultra-High Vacuum* (UHV). Dell'apparato fanno parte anche un sistema di pompaggio, necessario per una pressione stabile, una sorgente di atomi di Rb, un sistema di *imaging*, due bobine magnetiche per generare il campo magnetico di quadrupolo essenziale per la creazione della MOT e un sistema di generazione e controllo dei laser necessari in tutte le fasi dell'esperimento. In particolare un laser, detto *Master* laser, fornisce un riferimento in frequenza per i laser utilizzati per la MOT e per il raffreddamento sub-Doppler chiamati *Cooler* e *Repumper*. Il *Master* laser è a sua volta agganciato a una transizione iperfine del rubidio (vedi Sez. 2.3). Nell'apparato vengono utilizzate fibre ottiche e ciò comporta una maggiore stabilità rispetto alle fluttuazioni della temperatura ed elimina la necessità di riallineamenti periodici rendendo l'esperimento più *user-friendly* rispetto ai sistemi tradizionali. Solo nel setup del *Master* laser vengono utilizzati componenti ottici in spazio libero. Infine tutte le fibre ottiche usate nell'esperimento preservano la polarizzazione.

## 2.2 Camera da vuoto

La camera da vuoto è posizionata al centro di un tavolo ottico ed è supportata da un sistema di bloccaggio che fornisce stabilità e riduce al minimo le vibrazioni meccaniche. Alla camera sono attaccate varie componenti utili a diversi scopi.

Per la realizzazione della MOT e per le fasi successive dell'esperimento sono necessarie tre coppie ortogonali di laser contropropaganti. Per semplicità e per un uso ottimale della potenza si utilizzano solo tre fasci, invece di sei, che vengono riflessi da specchi per creare i fasci contropropaganti. Sul percorso di ciascun laser sono presenti dei collimatori per ottenere fasci non divergenti e della larghezza desiderata. Le *viewport* sulla camera per questi fasci sono dotate di rivestimenti antiriflesso rispetto alla lunghezza d'onda di 780 nm per ridurre la riflessione di luce alla lunghezza d'onda della trappola ed aumentarne l'efficienza. Gli specchi invece sono rivestiti da uno strato dielettrico che massimizza la riflessione per frequenze vicino all'infrarosso e sono preceduti da una lamina a un quarto d'onda che serve a garantire la corretta polarizzazione dopo la riflessione (i due fasci contropropaganti devono avere polarizzazione  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ ).

Alla camera sono fissate anche le due bobine che servono a generare il gradiente di campo magnetico necessario per realizzare la MOT. Le due bobine sono collegate in una configurazione anti-Helmholtz in modo da avere un punto con campo magnetico nullo al centro della camera e un gradiente non nullo in ogni direzione.

Un altro elemento importante sono le tre coppie di bobine compensatrici, essenziali per neutralizzare l'inevitabile presenza di campi magnetici esterni (come, ad esempio, il campo magnetico terrestre). Le coppie sono connesse in una configurazione Helmholtz e ciascuna è orientata lungo una diversa direzione (N-S, E-W, *Top-Bottom*). Le bobine possono operare nel range di corrente  $\pm 1$  A e ciò permette a ciascuna coppia di fornire un campo massimo di  $\approx \pm 1$  G al centro della camera principale.

Le condizioni di UHV nella camera si raggiungono tramite un doppio sistema di pompaggio. Inizialmente si utilizza un sistema di pompaggio esterno fino ad arrivare ad una pressione  $\sim 10^{-7}$  mbar, poi si utilizza un sistema di pompaggio interno con cui si raggiunge una pressione di  $\sim 10^{-10}$  mbar. Quando si apre la sorgente di rubidio la pressione aumenta fino a  $\sim 10^{-8}$  mbar.

Gli elementi descritti sono visibili in Figura 2.1.

## 2.3 Laser system

Per il raffreddamento degli atomi di rubidio si è scelta la transizione dal livello fondamentale  $5^2S_{1/2}$  al livello  $5^2P_{3/2}$  (corrispondente alla linea spettrale  $D_2$ ). È necessario considerare anche la struttura iperfine, dovuta all'interazione tra il momento angolare totale elettronico  $\vec{J}$  e lo spin del nucleo  $\vec{I}$ . Si definisce il momento angolare totale  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ . Secondo le regole di somma per i momenti angolari, il numero quantico  $F$  può assumere i valori nell'intervallo

$$|J - I| \leq F \leq J + I. \quad (2.1)$$

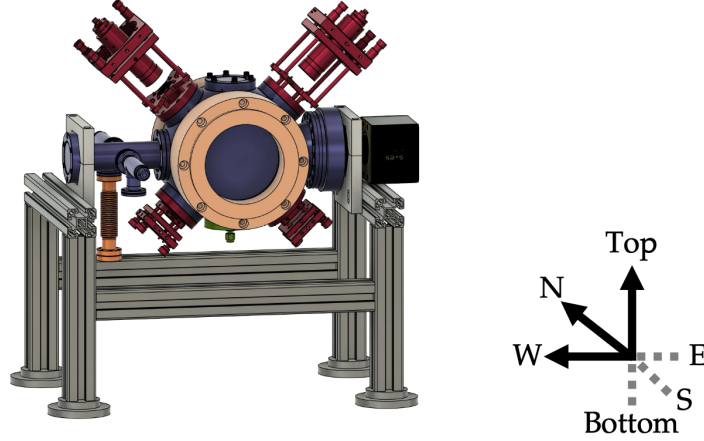


Figura 2.1: *Setup della camera da vuoto con tutte le sue componenti. La camera è colorata in viola, il sistema ottico per due dei tre fasci laser in rosso, le bobine per il campo magnetico di MOT in arancione, il sistema di pompaggio interno in nero, la sorgente di Rb in arancione scuro e la porta della HCPCF in verde. Immagine tratta da [13].*

Per il  $^{87}\text{Rb}$   $I = 3/2$ , dunque il livello fondamentale, che ha  $J_g = 1/2$ , è suddiviso in due livelli di struttura iperfine con  $F_g = 1$  e  $2$  mentre il livello eccitato  $5^2P_{3/2}$ , per cui  $J_e = 3/2$ , è suddiviso in 4 livelli con  $F_e = 0, 1, 2$  e  $3$ .

La transizione scelta è tra i livelli iperfini  $F_g = 2$  e  $F_e = 3$ . I laser che hanno la frequenza corrispondente a tale transizione sono detti *Cooler*. La maggior parte degli atomi decade nel proprio stato iniziale e ciò fa sì che gli atomi possano interagire con i fasci per molti cicli consecutivi. C'è tuttavia una piccola ma non nulla probabilità che gli atomi vengano eccitati nel livello  $F_e = 2$  per poi decadere nello stato  $F_g = 1$  che non è però indirizzato dal *Cooler*. Questi atomi non sentono alcuna forza di intrappolamento o raffreddamento e si allontanano dal centro della camera. Per prevenire la perdita di atomi si introduce un secondo campo detto campo di “ripompaggio” (*repumping*) il cui ruolo è quello di eccitare gli atomi dallo stato  $F_g = 1$  allo stato  $F_e = 2$  di modo che possano decadere di nuovo nello stato  $F_g = 2$ . Le frequenze del *Cooler* e del *Repumper* sono fissate sulla base della frequenza di un altro laser, detto *Master laser*, la cui frequenza è fissata alla risonanza di *crossover* per il  $^{85}\text{Rb}$  tra le transizioni  $|5^2S_{1/2}, F_g = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F_e = 3\rangle$  e  $|5^2S_{1/2}, F_g = 3\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F_e = 4\rangle$ . Tale scelta è conveniente perché in questo modo il *Master laser* ha una frequenza intermedia rispetto a quelle del *Cooler* e del *Repumper*.

Le sorgenti laser per il *Cooler* e il *Repumper* sono due diodi laser a  $\approx 1560$  nm e  $\approx 5$  mW. Le uscite delle due sorgenti sono combinate in una singola fibra ottica diretta ad un *Erbium-Doped Fiber Amplifier* (EDFA). L'uscita dell'EDFA è inviata ad un cristallo non lineare per la generazione di seconda armonica (SHG) che converte la lunghezza d'onda da  $\approx 1560$  nm a  $\approx 780$  nm. Un *beam splitter* invia il 10% del fascio laser al sistema di *locking* e il restante 90% al sistema ottico della camera da vuoto passando attraverso un AOM (modulatore acusto-ottico) che permette di accendere o spegnere i

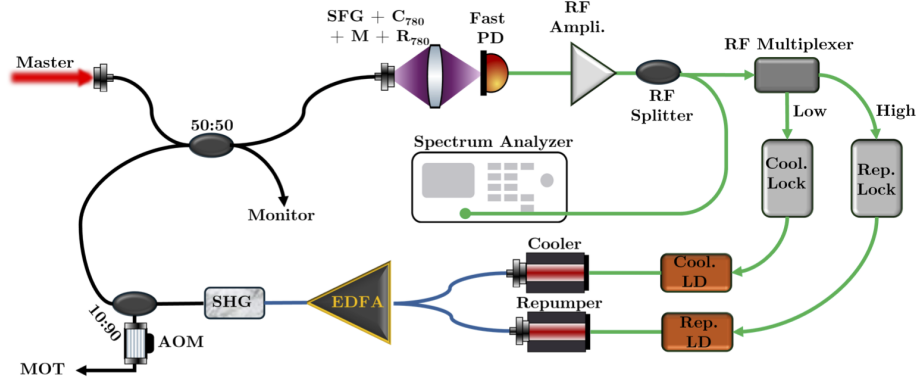


Figura 2.2: Schema del laser system per il Cooler e il Repumper. Immagine tratta da [14].

fasci rapidamente. L'AOM impiegato nell'esperimento ha una frequenza di pilotaggio di 100 MHz e un controllo DDS (*Direct Digital Synthesizer*). La frequenza e l'ampiezza sono modulate in tempo reale da un FPGA.

La tecnica utilizzata per controllare le frequenze del *Cooler* e del *Repumper* è la “*beat note locking*”. La frequenza del *Master* laser è utilizzata come riferimento, essendo molto precisa e stabile, e le note di battimento generate dalle differenze di frequenza sono utilizzate come *feedback* per stabilizzare le frequenze degli altri due laser. Le note di battimento corrispondono ai picchi nello spettro di potenza del segnale generato dal fotodiodo a risposta veloce. Un DDS controllato dal FPGA genera un segnale di riferimento  $R_F$  (diverso per il *Cooler* e per il *Repumper*). Per fissare correttamente la frequenza dei laser, si considera la relazione

$$R_F m = f_{beat}, \quad (2.2)$$

con  $f_{beat}$  frequenza di battimento e  $m$  che vale  $m = 114$  per il *Cooler* e  $m = 544$  per il *Repumper*. Un RF multiplexer separa le note di battimento del *Cooler* e del *Repumper*. Per entrambe si considera la (2.2) e si applicano le correzioni necessarie ai diodi laser affinché tale relazione risulti verificata. È infatti possibile modificare leggermente la lunghezza d'onda dei diodi laser tramite piccoli cambiamenti nella temperatura e nella corrente fornita che vengono ottenuti tramite *board* elettroniche dedicate come i *Temperature Controllers* e i *Laser Diode Drivers*. In questo modo, variando  $R_F$ , è possibile ottenere cambiamenti rapidi delle frequenze dei laser.

Uno schema del *laser system* è riportato in Figura 2.2.

## 2.4 Fotorivelatore

Il fotorivelatore è disposto sul lato nord della camera da vuoto a  $\approx 430$  mm dagli atomi insieme a una lente convergente, con lunghezza focale  $f = 100$  mm e diametro  $d = 4$  cm, che ha lo scopo di dirigere più fotoni sul sensore. In particolare il fotorivelatore è un fotodiodo PIN polarizzato inversamente che converte la luce incidente in fotocorrente e

---

che rileva segnali luminosi nell'intervallo tra 340 nm e 1100 nm. La sua responsività dipende dalla lunghezza d'onda della luce incidente ed è così definita:

$$\eta = \frac{I}{P_{light}}, \quad (2.3)$$

dove  $I$  è la fotocorrente generata e  $P_{light}$  è la potenza della luce incidente. Per  $\lambda = 780$  nm la responsività è  $\eta = 0.52 \pm 0.2$  A/W. Un amplificatore a transimpedenza (TIA) converte la fotocorrente in una tensione. Il voltaggio in uscita è misurato da un oscilloscopio digitale ed è legato alla potenza in ingresso da

$$V_{out} = \eta G P_{light}, \quad (2.4)$$

dove  $G$  è il gain del TIA che per questo esperimento è  $G = 4.75 \times 10^6$  V/A  $\pm$  5%.

## 2.5 Imaging System

Per osservare gli atomi nella camera da vuoto si utilizza una telecamera CMOS, posizionata sul lato ovest della camera. La telecamera, che è la Blackfly S BFS-U3-04S2M della Teledyne FLIR, è dotata di un sensore con una risoluzione di 720 x 540 pixel e con una dimensione dei pixel di 6.9  $\mu$ m.

### 2.5.1 Determinazione del fattore di ingrandimento

Per analizzare le immagini acquisite con la camera è necessario conoscerne il fattore di ingrandimento  $M_C$ , ovvero il rapporto tra la dimensione di un'immagine proiettata sul sensore e la sua dimensione reale. Per misurarlo si è considerato il moto di caduta della nube di atomi di rubidio in assenza dei campi magnetici della MOT e dei fasci laser. In tale situazione l'accelerazione a cui è soggetta la nube è l'accelerazione di gravità  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>.

In particolare si è considerato la posizione del centro di massa della nube lungo l'asse  $y$  (ovvero la direzione *Top-Bottom*),  $\mu_y$ , determinata come illustrato in Sez. 2.6.3, espressa in pixel, in funzione del tempo di volo. Si è poi eseguito un fit considerando la funzione:

$$\mu_y = at^2 + bt + c, \quad (2.5)$$

esprimendo le posizioni in pixel e il tempo in ms, di modo da ricavare il valore dell'accelerazione a cui risulta soggetta la nube, espressa in pixel/s<sup>2</sup>. Imponendo l'uguaglianza con l'accelerazione di gravità  $g$  e considerando che la relazione tra pixel e metri nello spazio reale è

$$1 \text{ pixel} = \frac{6.9 \cdot 10^{-6}}{M_C} \text{ m}, \quad (2.6)$$

si ottiene una stima di  $M_C$ .

## 2.6 Procedure sperimentali

### 2.6.1 Campi magnetici compensatori con misure di fluorescenza

Per determinare i valori ottimali per le correnti delle tre coppie di bobine compensatrici, ovvero quelli che permettono di neutralizzare la presenza di campi magnetici esterni, si è guardato il tempo in cui decade il valore del segnale di fluorescenza della nube di atomi rilevato dal fotorivelatore per differenti valori dei campi magnetici compensatori. I parametri caratteristici per le tre coppie di bobine sono i seguenti [13]:

$$\begin{aligned} B_{N-S} &\equiv B_x \simeq 1.4 \text{ mG/mA} \\ B_{Top-Bot} &\equiv B_y \simeq 1.5 \text{ mG/mA} \\ B_{W-E} &\equiv B_z \simeq 1.3 \text{ mG/mA}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Dopo aver caricato la MOT, si spengono i campi magnetici di MOT lasciando attivi il *Cooler* ed il *Repumper* e si attivano le bobine compensatrici. Si utilizza una funzione dell'oscilloscopio che misura il *fall-time* 90 % - 10 % del segnale di fluorescenza. Si confronta tale valore per diversi valori di corrente per una coppia di bobine compensatrici lasciando invariate le correnti nelle altre due coppie. Ci si aspetta infatti che la cancellazione dei campi magnetici all'interno della camera comporti un raffreddamento più efficace e dunque *fall-time* più lunghi.

### 2.6.2 Frequenza del laser Cooler per la fase di melassa

Per determinare la frequenza a cui impostare il laser *Cooler* nella fase di melassa ottica per ottenere il raffreddamento più efficace, si è guardato il segnale di fluorescenza rilevato dal fotorivelatore.

Dopo aver caricato la MOT, si spengono i campi magnetici di MOT e si accendono i campi compensatori. Poi si porta la frequenza di riferimento  $R_F$  del laser *Cooler* a un certo  $\langle \text{VAL} \rangle_1$  in 5 ms con una rampa di 10 step. Si mantiene tale frequenza per 5 ms poi si spegne l'AOM. La nube viene fatta espandere liberamente (ovvero tenendo accesi solo i campi compensatori) per un tempo di volo  $\text{TOF} = 30$  ms, poi si aumenta l'ampiezza dell'AOM per permettere il passaggio del laser dopo aver portato la frequenza del laser *Cooler* alla risonanza (che corrisponde a  $R_F = 9.886$  MHz). Si legge dunque sull'oscilloscopio il valore massimo della fluorescenza e si confrontano i valori ottenuti per diversi  $\langle \text{VAL} \rangle_1$ . Un segnale maggiore corrisponde a un maggior numero di atomi rimasti nell'intersezione dei fasci laser e dunque una temperatura inferiore della nube. Individuato il valore di frequenza migliore si aggiunge, dopo la prima rampa, una seconda rampa analoga che porta il laser *Cooler* a una frequenza  $\langle \text{VAL} \rangle_2$  per poi ripetere i passaggi e le considerazioni precedenti.

### 2.6.3 Misure di temperatura della melassa ottica

É possibile determinare la temperatura  $T$  della nube atomica considerando la relazione (1.34) che la lega alla velocità quadratica media  $\langle v^2 \rangle$  degli atomi che può a sua volta

---

essere determinata analizzando l'espansione della nube di atomi in assenza di forze esterne. In questo caso l'obiettivo era determinare la temperatura raggiunta dalla nube atomica dopo la fase di MOT della durata di 5 s, accendendo i campi compensatori, portando la frequenza del *Cooler* al valore determinato con la misura precedente in 5 ms con una rampa di 10 step e poi tenendo a tale frequenza il *Cooler* per 15 ms (poi anche 20 e 25 ms).

Per determinare  $T$ , dopo questi passaggi la nube viene fatta espandere liberamente per un tempo TOF, si aumenta l'ampiezza dell'AOM per permettere il passaggio del laser dopo aver portato la frequenza del laser *Cooler* alla risonanza e si acquisisce un'immagine con la camera. Si ripete la sequenza per differenti TOF. Con un programma in Python si analizzano le immagini fornite dalla CMOS. Si definiscono i profili di intensità 1D dell'immagine. Un punto  $x_j$  del profilo 1D lungo l'asse  $x$  sarà caratterizzato da una certa intensità (ovvero un certo numero di conteggi)  $n_j$ , che è dato dalla somma delle intensità dei pixel corrispondenti alla colonna che ha come ascissa  $x_j$ .

Definisco la varianza della nube atomica lungo l'asse  $x$  come:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_j n_j x_j^2}{N} - x_c^2, \quad (2.8)$$

con  $N$  numero totale di conteggi e  $x_c$  centro di massa lungo  $x$ .

La relazione che lega nel tempo il profilo 1D con la distribuzione delle velocità lungo l'asse  $x$  è

$$\sigma_x^2(t) = \sigma_x^2(0) + \langle v_x^2 \rangle t^2. \quad (2.9)$$

Con un fit si estrae il valore del parametro  $\langle v_x^2 \rangle$  e si può ottenere

$$T_x = \frac{M \langle v_x^2 \rangle}{k_B}, \quad (2.10)$$

con  $M$  massa del  $^{87}\text{Rb}$ . Lo stesso si applica al profilo 1D lungo l'asse  $y$ . Per ottenere le deviazioni standard  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  dei profili unidimensionali, tenendo conto della presenza del rumore di fondo, si realizza un fit con la somma di due gaussiane. Le deviazioni standard cercate sono quelle corrispondenti alle gaussiane più strette. Dai fit è possibile anche ricavare le coordinate  $(x, y)$  del centro di massa della nube che corrispondono alle medie  $\mu_x$  e  $\mu_y$  delle stesse gaussiane per ciascuno dei due profili.

## 2.6.4 Campi magnetici compensatori con misure di temperatura

Un'altra modalità per determinare i valori ottimali dei campi magnetici compensatori consiste nel misurare la temperatura raggiunta dalla nube atomica individuando i valori che permettono di avere la temperatura più bassa.

Dopo la fase di MOT della durata di 5 s, si attivano le bobine compensatrici e si porta la  $R_F$  del *Cooler* al valore ottimale per il raffreddamento, determinato in precedenza, con 20 step in 5 ms e si tiene il laser a tale frequenza per altri 5 ms. Dopo un'espansione libera, in cui i fasci laser sono spenti, di un tempo TOF, si imposta di nuovo  $R_F$  a 10 MHz

(ovvero il *Cooler* alla frequenza in cui è impostato nella fase di MOT) e si riaccendono i fasci laser per 0.3 ms per acquisire un'immagine. Per determinare la temperatura si è utilizzata una modalità simile a quella illustrata nella sezione precedente ma più rapida. Per questa misura si prendono solo due immagini, ai tempi  $\text{TOF} = 2 \text{ ms}$  e  $\text{TOF} = 20 \text{ ms}$ , per ciascun valore di corrente e si esegue il fit del profilo unidimensionale lungo l'asse  $x$  con una sola gaussiana. Avendo considerato solo due punti,  $\sigma_x(2 \text{ ms})$  e  $\sigma_x(20 \text{ ms})$ , sulla base di (2.9),  $\langle v_x^2 \rangle$  corrisponde alla pendenza della retta passante per essi. Si calcola  $T_x$  per diversi valori di corrente per una coppia di bobine compensatrici lasciando invariate le correnti nelle altre due coppie e si individuano i valori delle correnti per ciascun asse per cui tale temperatura risulta essere la più bassa.

### 2.6.5 Temperatura in funzione della potenza dei fasci

Si è indagato anche il cambiamento della temperatura raggiunta dalla nube in funzione della potenza dei fasci cambiata variando l'ampiezza dell'AOM, ovvero la potenza della radiofrequenza che è proporzionale all'efficienza di trasmissione della radiazione laser incidente sul cristallo.

Anche in questo caso, a seguito della fase di MOT della durata di 5 s, si accendono i campi compensatori e si porta la  $R_F$  del *Cooler* al valore ottimale per il raffreddamento determinato in precedenza con 20 step in 5 ms. Segue poi una rampa con cui si porta l'ampiezza dell'AOM a un certo valore  $X$ , con  $X$  che va da 100 a 700, in 5 ms e con 20 steps. Dopo 5 ms si pone uguale a zero l'ampiezza dell'AOM e si ripetono i passaggi illustrati in Sez. 2.6.4 per determinare la temperatura della nube corrispondente ad un certo valore  $X$  dell'ampiezza. Un'ampiezza  $X = 700$  corrisponde ad una potenza dei fasci quando giungono alla camera di  $P = (60 \pm 3) \text{ mW}$  (quando la potenza dell'EDFA è impostata a 27 dBm). Le altre ampiezze sono legate alla potenza da una proporzione diretta.

Per un fascio laser gaussiano, l'intensità in un punto  $(x_b, y_b)$  della sezione del fascio è data da:

$$I(x_b, y_b) = I_0 \exp\left(\frac{-2(x_b^2 + y_b^2)}{w^2}\right), \quad (2.11)$$

con  $w$  che in questo caso vale  $w = 12 \text{ mm}$  ed ha incertezza trascurabile rispetto alla potenza del fascio  $P_{beam}$  che è legata all'intensità massima  $I_0$ , cioè l'intensità al centro del fascio, da:

$$I_0 = \frac{2P_{beam}}{\pi w^2}. \quad (2.12)$$

Dunque alla potenza totale di  $P = (60 \pm 3) \text{ mW}$ , corrisponde un'intensità massima per ciascuno dei fasci, per cui  $P_{beam} = P/3$ , pari a  $I_0 = (8.8 \pm 0.4) \text{ mW/cm}^2$ . Invece il parametro di saturazione  $s_0$ , considerando per  $I_s$  il valore che ha nell'approssimazione del rubidio come atomo a due livelli ovvero  $I_s = 1.6 \text{ mW/cm}^2$ , vale  $s_0 = 5.5 \pm 0.3$ . In modo analogo sono calcolati i valori di  $I_0$  e  $s_0$  riportati nelle sezioni successive.



# Capitolo 3

## Risultati e discussione

In questo capitolo sono presentati ed analizzati i risultati delle misure e dei fit esposti nel capitolo precedente.

### 3.1 Fattore di ingrandimento

Il risultato del fit della posizione del centro di massa lungo  $y$  in funzione del tempo di volo con la funzione (2.5) è mostrato in Figura 3.1. Da questo si è ricavato per l'accelerazione di gravità il valore  $g = (390 \pm 2) \cdot 10^3 \text{ pixel/s}^2$ . Considerando la relazione (2.6) e imponendo l'uguaglianza con  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  si ottiene:

$$M_C = 0.2746 \pm 0.0014. \quad (3.1)$$

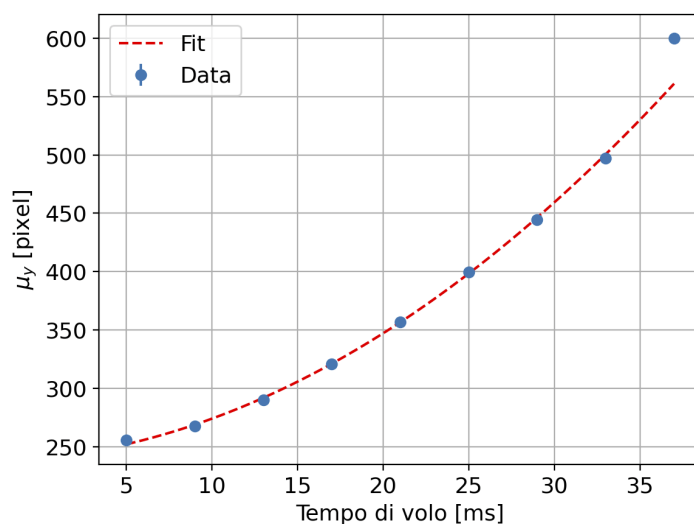


Figura 3.1: *Fit parabolico della posizione del centro di massa lungo  $y$  in funzione del tempo di volo.*

## 3.2 Campi magnetici compensatori con misure di fluorescenza

I *fall-time* 90 % - 10 % del segnale di fluorescenza della MOT corrispondenti ai diversi valori di corrente nelle coppie di bobine lungo i tre assi sono riportati in Figura 3.2. I valori ottimali per le correnti e i corrispondenti campi magnetici lungo ciascun asse, calcolati sulla base di (2.7), sono riportati in Tabella 3.1.

Ci si aspettava delle componenti dei campi magnetici compensatori che rispecchiassero le componenti del campo magnetico terrestre nel luogo dell'esperimento. Effettivamente l'asse lungo il quale è necessario applicare il campo magnetico compensatore maggiore è l'asse  $y$ , nel verso *Bottom-Top* e la componente maggiore del campo magnetico terrestre è lungo questo asse, diretta verso il basso, anche se ha intensità minore del valore trovato, ovvero  $B_y^T \simeq 0.4$  G. La seconda componente per intensità del campo magnetico terrestre è, come nel caso dei campi compensatori trovati, lungo l'asse  $x$ . Anche in questo caso il valore trovato è in modulo superiore rispetto alla componente del campo terrestre che invece vale  $B_x^T \simeq 0.25$  G.

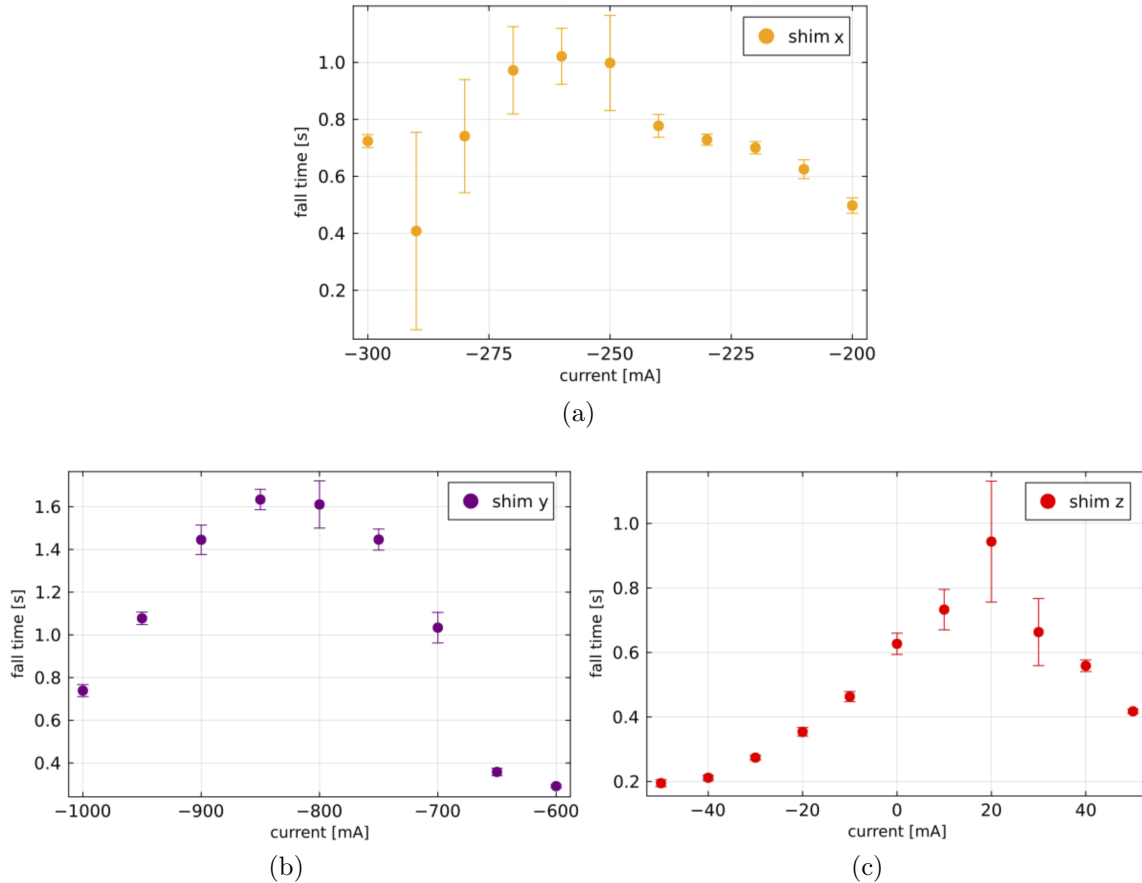


Figura 3.2: *Fall time* 90 % - 10 % del segnale di fluorescenza della MOT corrispondenti ai diversi valori di corrente nelle coppie di bobine lungo l'asse  $x$  (a),  $y$  (b) e  $z$  (c).

---

Direzione	Corrente [mA]	Campo magnetico [G]
$x$	$(-260 \pm 5)$	$(-0.364 \pm 0.007)$
$y$	$(-850 \pm 30)$	$(-1.28 \pm 0.04)$
$z$	$(20 \pm 5)$	$(0.026 \pm 0.007)$

---

Tabella 3.1: Valori delle correnti nelle coppie di bobine lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  per le quali si registra il fall-time maggiore e corrispondenti campi magnetici.

### 3.3 Frequenza del laser Cooler per la fase di melassa

In Figura 3.3 sono riportati i valori del massimo del segnale di fluorescenza misurato dall'oscilloscopio all'accensione dei fasci alla frequenza di risonanza per i diversi valori del detuning del laser *Cooler* durante la fase di melassa, espressi in termini della frequenza  $\gamma$  che nel caso del  $^{87}\text{Rb}$  vale  $\simeq 2\pi \cdot 6 \cdot 10^6$  rad/s [15]. Si vede che, in entrambi i casi, cioè sia con una sola rampa che con due, il detuning a cui corrisponde il segnale maggiore e dunque una maggiore efficienza del processo di raffreddamento è  $\delta \simeq -4.1 \gamma$  (che corrisponde a  $R_F = 10.1$  MHz) che è diverso dal detuning che si utilizza nella fase di MOT che vale invece  $\delta \simeq -2.2 \gamma$ .

La presenza di un detuning ottimale è una conseguenza del bilanciamento tra la variazione con  $\delta$  del range di cattura della velocità e del coefficiente di smorzamento per il raffreddamento sub-Doppler dato che il primo diminuisce all'aumentare di  $\delta$  mentre il secondo aumenta [3].

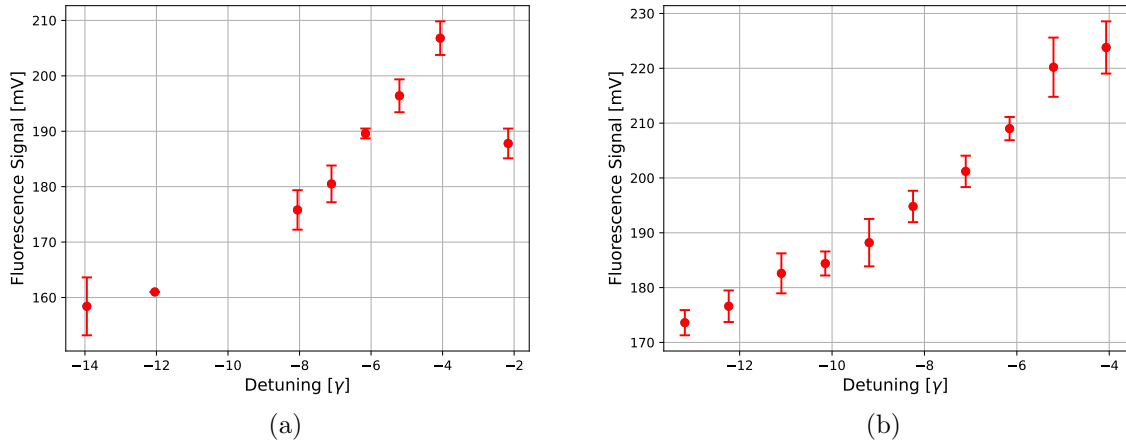


Figura 3.3: Valore massimo del segnale di fluorescenza in funzione del detuning del laser *Cooler* espresso in unità di  $\gamma$  per la prima rampa (a) e per la seconda rampa (b).

### 3.4 Misure di temperatura

Si sono eseguite misure della temperatura raggiunta nella fase di melassa ottica con la procedura illustrata nel capitolo precedente utilizzando come detuning del laser *Cooler*  $\delta \simeq -4.1 \gamma$ , dato che questo è il risultato ottenuto dalle misure di fluorescenza.

Si è innanzitutto misurata la temperatura raggiunta dalla nube atomica nella fase di MOT della durata di 5 s. In questo caso si sono prese quattro immagini con la camera CMOS ai tempi di volo di 7, 11, 15 e 19 ms. In Figura 3.4 sono riportati i valori delle varianze dei profili di intensità 1D lungo gli assi  $x$  e  $y$  e le coordinate  $\mu_x$  e  $\mu_y$  del centro di massa della nube, ottenuti dall'analisi delle immagini, in funzione del tempo di volo. Sono riportate anche le rette dei fit realizzati sulla base di (2.9) grazie ai quali si sono ottenute le temperature  $T_x = (128 \pm 6) \mu\text{K}$  e  $T_y = (87 \pm 10) \mu\text{K}$ .

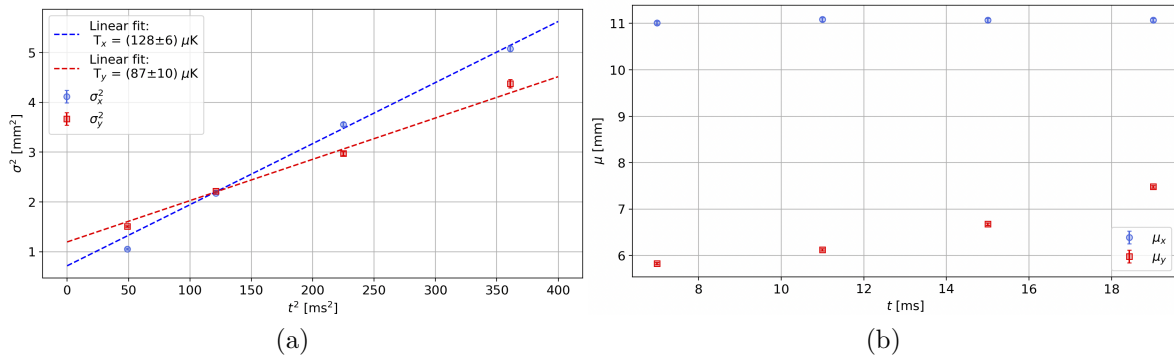


Figura 3.4: Valori delle varianze dei profili di intensità 1D lungo gli assi  $x$  e  $y$  in funzione del quadrato del tempo di volo e relativo fit (a) e coordinate del centro di massa della nube di atomi di rubidio in funzione del tempo di volo (b). I dati sono ottenuti dall'analisi delle immagini della nube in espansione libera a seguito della fase di MOT.

Per determinare la temperatura raggiunta a seguito della fase di melassa dalla durata di 15 ms che segue alla rampa di 5 ms per portare il detuning del *Cooler* a  $\delta \simeq -4.1 \gamma$ , si sono prese immagini della nube di atomi di rubidio dopo tempi di volo TOF di 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19 e 21 ms. Queste immagini sono riportate in Figura 3.6 e in esse si può notare l'espansione della nube all'aumentare del tempo di volo.

Dato che, come mostrato in Sez. 3.3, la frequenza ottimale del *Cooler* alla fine della seconda rampa è invariata, si è ripetuta la misura precedente tenendo il detuning sempre pari a  $\delta \simeq -4.1 \gamma$  ma per 20 ms. In questo caso le immagini con la camera CMOS sono state prese ai tempi di volo, TOF, di 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33 e 37 ms.

Infine si sono aggiunti ulteriori 5 ms al tempo in cui il laser *Cooler* è tenuto al detuning  $\delta \simeq -4.1 \gamma$  per un totale di 25 ms. Le immagini con la camera CMOS sono state prese ai tempi di volo 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33 e 37 ms.

I risultati delle analisi delle immagini acquisite sono in riportati in Figura 3.5 .

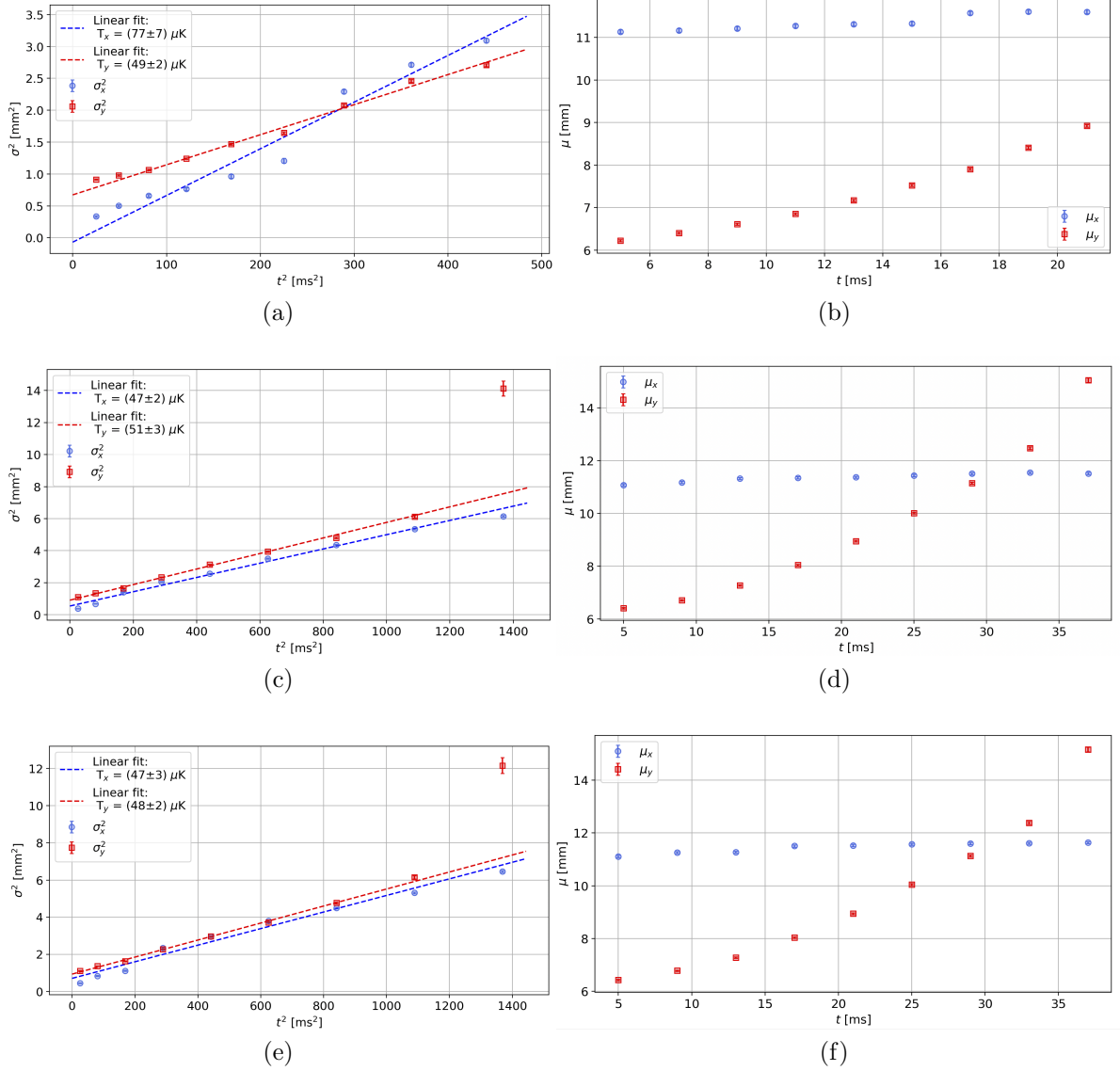


Figura 3.5: Valori delle varianze dei profili di intensità 1D lungo gli assi  $x$  e  $y$  in funzione del quadrato del tempo di volo e relativo fit [(a), (c) e (e)] e coordinate del centro di massa della nube di atomi di rubidio in funzione del tempo di volo [(b), (d) e (f)]. I dati sono ottenuti dall'analisi delle immagini della nube in espansione libera a seguito della fase di melassa della durata di 15 ms [(a) e (b)], 20 ms [(c) e (d)] e 25 ms [(e) e (f)].

In Tabella 3.2 sono riportate le temperature e le velocità quadratiche medie ottenute in tutte e tre le situazioni analizzate.

Nelle immagini (c) ed (e) di Figura 3.5 si può notare che l'ultimo punto per  $\sigma_y^2$ , corrispondente a un TOF di 37 ms, risulta essere problematico. Il motivo è che la nube di atomi si trova per metà al di fuori dell'immagine acquisita dalla camera e il fit non riesce a determinare correttamente l'ampiezza della gaussiana più stretta per il profilo

unidimensionale di intensità lungo l'asse  $y$ . Rifacendo i fit senza considerare i punti corrispondenti a un TOF di 37 ms, si ottengono le temperature  $T_x = (49 \pm 3) \mu\text{K}$  e  $T_y = (50 \pm 2) \mu\text{K}$  per la melassa della durata di 20 s e  $T_x = (49 \pm 4) \mu\text{K}$  e  $T_y = (47.4 \pm 1.3) \mu\text{K}$  per la melassa della durata di 25 ms.

Si vede come la temperatura raggiunta in assenza dei campi magnetici di MOT sia non solo inferiore al limite Doppler ma anche inferiore alla temperatura raggiunta solamente con la fase di MOT. Senza campi magnetici infatti i meccanismi di raffreddamento sub-Doppler risultano più efficaci.

Durata melassa [ms]	$\langle v_x^2 \rangle [(\text{cm/s})^2]$	$T_x [\mu\text{K}]$	$\langle v_y^2 \rangle [(\text{cm/s})^2]$	$T_y [\mu\text{K}]$
15	$(73 \pm 7)$	$(77 \pm 7)$	$(47 \pm 2)$	$(49 \pm 2)$
20	$(45 \pm 2)$	$(47 \pm 2)$	$(49 \pm 3)$	$(51 \pm 3)$
25	$(45 \pm 3)$	$(47 \pm 3)$	$(46 \pm 2)$	$(48 \pm 2)$

Tabella 3.2: Valori della velocità quadratica media lungo gli assi  $x$  e  $y$  e corrispondenti temperature per ciascuna delle situazioni analizzate.

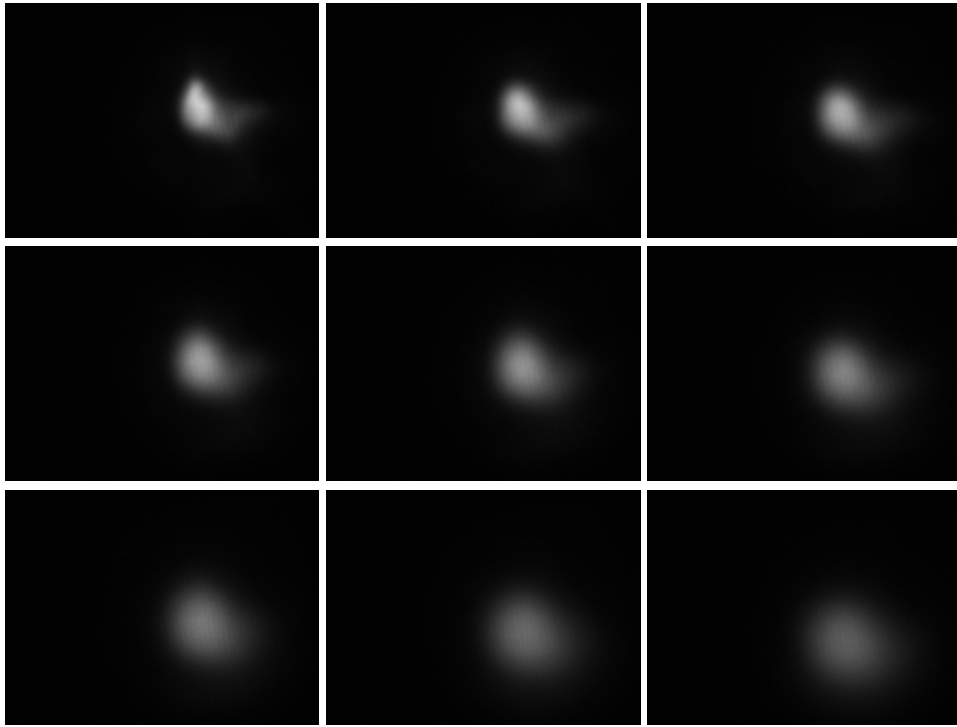


Figura 3.6: Immagini ottenute tramite la camera CMOS corrispondenti a tempi di volo, partendo da in alto a sinistra, di 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19 e 21 ms, a seguito di una fase di melassa in cui si è tenuto il laser Cooler al detuning  $\delta \simeq -4.1 \gamma$  per 15 ms.

### 3.5 Campi magnetici compensatori con misure di temperatura

In Figura 3.7 sono riportate le temperature della nube di atomi di rubidio corrispondenti a diversi valori di corrente nelle bobine compensatrici relative ai tre assi calcolate come spiegato in Sez. 2.6.4. Tuttavia il detuning a cui viene portato il Cooler con la rampa di 5 ms che segue la fase di MOT non è lo stesso della misura precedente. Infatti, questa misura è stata eseguita dopo aver cambiato la potenza dell'EDFA da 23.1 dBm (204 mW), a cui corrisponde una potenza dei fasci di MOT di  $(15.0 \pm 0.8)$  mW ( $I_0 = (2.21 \pm 0.11)$  mW/cm<sup>2</sup>,  $s_0 = 1.38 \pm 0.07$ ), a 26.8 dBm (479 mW), a cui invece corrisponde una potenza dei fasci di  $(66 \pm 3)$  mW ( $I_0 = (9.7 \pm 0.5)$  mW/cm<sup>2</sup>,  $s_0 = 6.1 \pm 0.3$ ). In questa situazione la frequenza ottimale del laser *Cooler* per la fase di melassa corrisponde al detuning  $\delta \simeq -21.2\gamma$  (ovvero  $R_F = 11$  MHz).

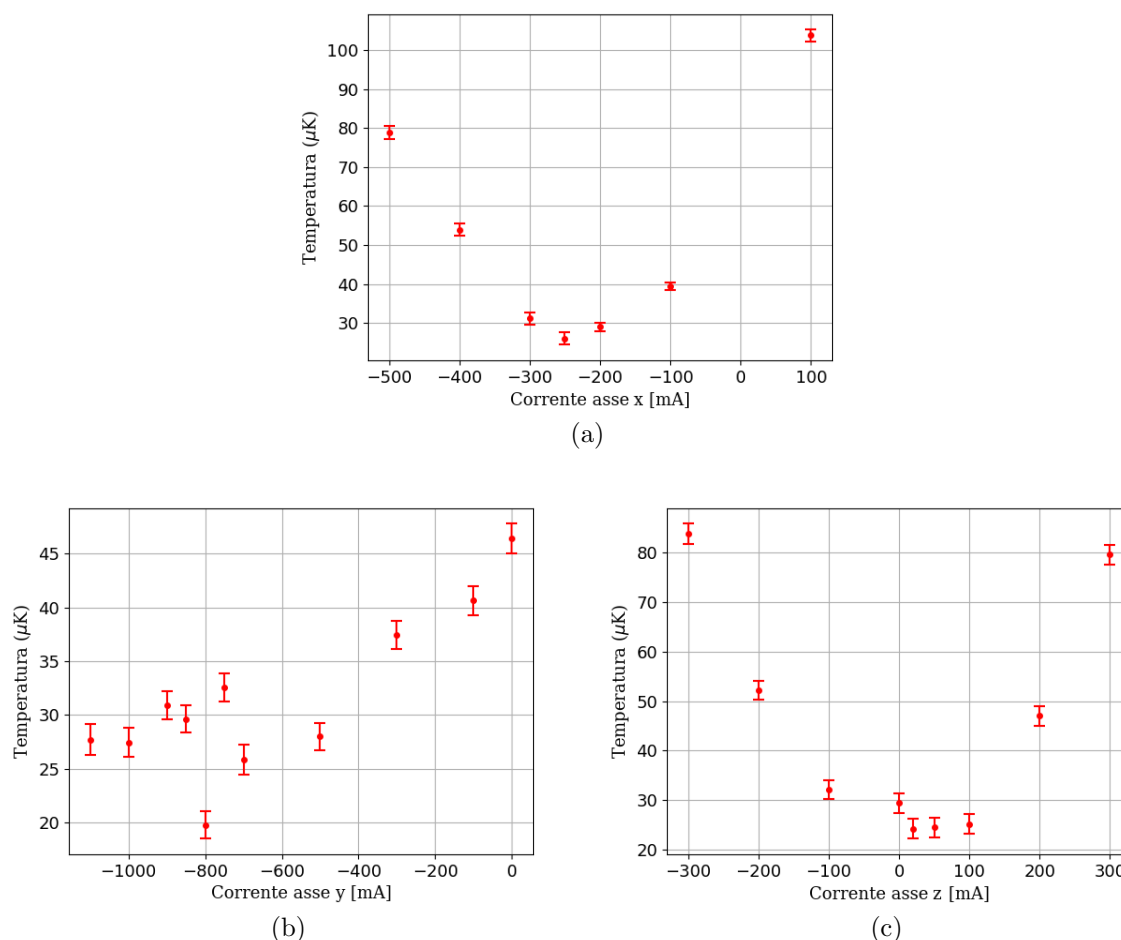


Figura 3.7: *Temperature della nube di atomi di rubidio corrispondenti a diversi valori di corrente nelle coppie di bobine lungo l'asse x (a), y (b) e z (c).*

In Tabella 3.3 sono riportate le correnti e i corrispondenti campi magnetici per cui si registra la temperatura inferiore. I risultati ottenuti sono compatibili con quelli trovati in Sez. 3.2. Si deve evidenziare che il valore ottimale riportato per l'asse  $y$  corrisponde al punto isolato di Figura 3.7 (b) e sarebbe dunque ragionevole ripetere la misura.

Direzione	Corrente [mA]	Campo magnetico [G]	Temperatura $T_x$ [ $\mu$ K]
$x$	$(-250 \pm 30)$	$(-0.35 \pm 0.04)$	$(26 \pm 2)$
$y$	$(-800 \pm 30)$	$(-1.20 \pm 0.04)$	$(19.8 \pm 1.3)$
$z$	$(20^{+15}_{-10})$	$(0.026^{+0.020}_{-0.013})$	$(24 \pm 2)$

Tabella 3.3: Valori delle correnti nelle coppie di bobine lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  per le quali si registra la temperatura inferiore e corrispondenti campi magnetici.

### 3.6 Temperatura in funzione della potenza dei fasci

Per questa misura la potenza dell'EDFA è impostata a 27 dBm (501 mW). Anche in questo caso il Cooler è portato al detuning  $\delta \simeq -21.2\gamma$  per la fase di melassa. Come si vede in Figura 3.8, l'ampiezza dell'AOM a cui corrisponde la temperatura minore, pari a  $T_x = (23.3 \pm 1.1) \mu$ K, è  $X = 400$ , ovvero una potenza dei fasci di  $(34.3 \pm 1.7) \text{ mW}$  ( $I_0 = (5.1 \pm 0.3) \text{ mW/cm}^2$ ,  $s_0 = 3.16 \pm 0.16$ ). Nelle altre misure discusse l'ampiezza dell'AOM, quando acceso, era sempre impostata a  $X = 700$ .

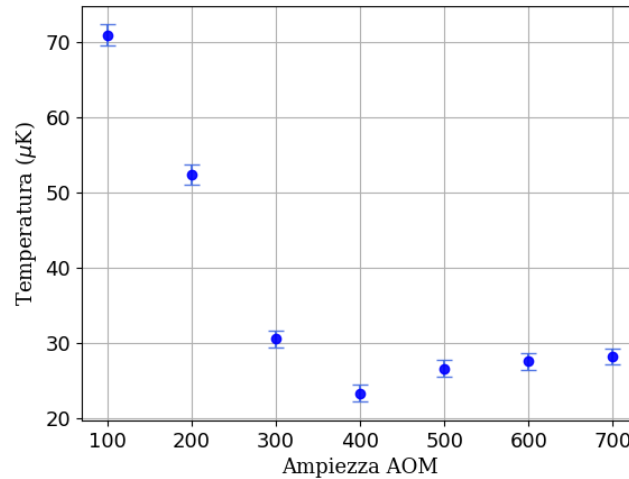


Figura 3.8: Temperatura raggiunta dalla nube di atomi a diversi valori dell'ampiezza dell'AOM.

Ad ampiezze maggiori la temperatura  $T_x$  diminuisce al diminuire della potenza dei fasci. Tale andamento è spiegabile sulla base di (1.39), che mostra come la temperatu-



---

ra limite nel raffreddamento sub-Doppler sia direttamente proporzionale all'intensità dei laser. Tuttavia, da  $X = 300$ , la temperatura ricomincia a salire. Ciò è dovuto al fatto che, con l'intensità, diminuiscono anche il range di cattura della velocità per il raffreddamento sub-Doppler e l'intensità della forza di smorzamento e di conseguenza diminuisce l'efficacia del raffreddamento e la temperatura torna a salire. In particolare confrontando la temperatura ottenuta per una potenza  $P_2 = (34.3 \pm 1.7)$  mW con un detuning di  $\delta_2 \simeq -21.2\gamma$  con quella ottenuta per una potenza  $P_1 = (15 \pm 0.8)$  mW con un detuning di  $\delta_1 \simeq -4.1\gamma$  (ovvero  $T_x^1 = (47 \pm 2)$   $\mu$ K, dai dati in Sez. 3.4) si vede piuttosto bene come la temperatura della melassa scali come  $I/\delta$ . Infatti la temperatura attesa per  $P_2$  e  $\delta_2$  è:

$$T_x^{2, \text{ atteso}} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{\delta_1}{\delta_2} \cdot T_x^1 \simeq 0.44 \cdot T_x^1 \simeq 21 \mu\text{K}, \quad (3.2)$$

in buon accordo con quanto misurato.

# Conclusioni

Nel presente lavoro si sono cercati i parametri ottimali per la fase di “melassa ottica” di un esperimento di intrappolamento e raffreddamento di atomi di  $^{87}\text{Rb}$  che ha l’obiettivo finale di trasportare e studiare il gas ultrafreddo all’interno di una HCPCF.

Dato che nella fase di raffreddamento considerata è essenziale azzerare i campi magnetici esterni, si sono determinati i valori dei campi magnetici compensatori necessari a tale scopo utilizzando due metodi differenti che hanno portato a risultati compatibili. Il campo compensatore maggiore si deve applicare lungo la direzione *Top-Bottom*, ovvero la direzione in cui il campo magnetico terrestre ha componente maggiore. In tutte e tre le direzioni ortogonali i campi magnetici compensatori ottimali risultano in modulo superiori rispetto alle corrispondenti componenti del campo magnetico terrestre.

Il detuning ottimale per il laser *Cooler* per la fase di melassa è quello che permette di mantenere il maggior numero di atomi all’intersezione dei fasci laser, ovvero di portare la nube di atomi a una temperatura inferiore. Si è trovato che, quando la potenza dei fasci è di  $(15.0 \pm 0.8)$  mW, il detuning ottimale è  $\delta \simeq -4.1\gamma$ . Si sono eseguite misure della temperatura della nube di atomi dopo fasi di melassa della durata di 15, 20 e 25 ms con la frequenza del *Cooler* impostata al detuning sopra riportato. Analizzando le immagini della nube acquisite a vari tempi di volo si sono calcolate le velocità quadratiche medie lungo le direzioni  $x$  e  $y$  e da queste le corrispondenti temperature  $T_x$  e  $T_y$  che si sono trovate essere, per tutti e tre i casi, vicine ai  $50 \mu\text{K}$ .

Infine si è osservato come varia la temperatura della nube dopo la fase di melassa in cui il *Cooler* è impostato, in questo caso, a un detuning di  $\delta \simeq -21.2\gamma$  al variare della potenza dei fasci e si è visto che diminuendo la potenza, a partire da  $P = (60 \pm 3)$  mW, inizialmente la temperatura diminuisce, arrivando a un minimo per una potenza di  $P = (34.3 \pm 1.7)$  mW, ma poi ricomincia a salire. Questo andamento è coerente con il fatto che la temperatura limite del raffreddamento sub-Doppler è direttamente proporzionale all’intensità dei laser ma anche con il fatto che il range di cattura della velocità per il raffreddamento sub-Doppler diminuisce con l’intensità. Le temperature misurate quando i fasci hanno una potenza di  $P = (15.0 \pm 0.8)$  mW e  $P = (34.3 \pm 1.7)$  mW sono consistenti con l’andamento atteso della temperatura raggiunta dalla melassa ottica, proporzionale a  $I/\delta$ .

# Bibliografia

- [1] T. Hänsch e A. Schawlow, “Cooling of gases by laser radiation”, *Optics Communications*, vol. 13, n. 1, pp. 68–69, 1975, ISSN: 0030-4018. DOI: [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(75\)90159-5](https://doi.org/10.1016/0030-4018(75)90159-5).
- [2] P. D. Lett et al., “Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 61, pp. 169–172, 2 lug. 1988. DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.169.
- [3] H. J. Metcalf e P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999.
- [4] R. Zucchini, *Quantum Mechanics: Lecture Notes*. 2025.
- [5] M. Prevedelli, *Note del corso di Elementi di Ottica Quantistica*. 2023.
- [6] C. Cohen-Tannoudji, *Atomic Motion in Laser Light*. Elsevier Science Publishers B.V., 1992.
- [7] R. Grimm e M. Weidemüller, “Optical dipole traps for neutral atoms”, *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 42, pp. 95–170, 2000. DOI: 10.1016/S1049-250X(08)60186-X.
- [8] K. Krzystof et al., “Magneto-optical Trap: Fundamentals and Realization”, *Computational Methods in Science and Technology Special Issue (2)*, pp. 115–129, 2010. DOI: 10.12921/cmst.2010.SI.02.115-129.
- [9] D. A. Steck, *Quantum and Atom Optics*. 2007. indirizzo: <http://steck.us/teaching>.
- [10] W. D. Phillips, “Laser cooling and trapping of neutral atoms”, *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, pp. 721–741, 1998. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.721.
- [11] C. N. Cohen-Tannoudji, “Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, pp. 707–719, 3 1998. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.707.
- [12] J. Dalibard e C. Cohen-Tannoudji, “Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models”, *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 6, n. 11, pp. 2023–2045, 1989. DOI: 10.1364/JOSAB.6.002023.
- [13] M. Marchesini, *A new magneto-optical trap for cold rubidium atoms in hollow-core fibres*. Tesi di Dottorato, Università di Bologna, 2025.
- [14] L. Loparco, *Characterization of a magneto-optical trap of  $^{87}\text{Rb}$  atoms*. Università di Bologna, 2025.

## BIBLIOGRAFIA

---

- [15] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*. 2001. indirizzo: <http://steck.us/alkalidata>.