

Alma Mater Studiorum · Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Cenni al modello del Big Bang, Inflazione e Materia Oscura

Tesi di Laurea

Presentata da:

Lorenzo Todisco

Relatore:

**Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa**

Anno Accademico 2024-2025

*Ai miei genitori, radici salde e cielo sicuro,
per avermi insegnato a guardare in alto senza timore.*

*A mia sorella,
costellazione della famiglia che guida il mio cammino.*

*A Thimea, compagna di viaggio tra le stelle,
per avermi supportato e condiviso con me
la fatica e la meraviglia della scoperta.*

*A Momo, la mia Vega a Oriente.
Per avermi insegnato che l'amore non si misura in giorni passati insieme,
ma nella forza con cui ci si sceglie ogni mattina.
Sei la mia costante in un universo che cambia.*

*E a me stesso,
per non aver mai smesso di cercare l'infinito,
anche quando la notte sembrava più buia.*

Abstract

La cosmologia moderna si pone l’ambizioso obiettivo di descrivere l’origine, l’evoluzione e la struttura dell’Universo nella sua totalità. L’attuale paradigma di riferimento, il Modello del Big Bang Caldo, rappresenta una delle più grandi conquiste intellettuali del XX secolo, offrendo un quadro coerente supportato da solide evidenze osservative. Questo elaborato si propone di analizzare i pilastri fondamentali della cosmologia moderna. Partendo dalle evidenze osservative del modello del Big Bang Caldo, quali l’espansione di Hubble e la Radiazione Cosmica di Fondo (CMB), verranno discusse le limitazioni teoriche che hanno reso necessaria l’introduzione dell’Inflazione Cosmologica e il ruolo della Materia Oscura nella formazione delle strutture. Tappe fondamentali, teoriche e sperimentali, che hanno portato alla definizione dell’odierno Modello Cosmologico Standard Λ CDM.

Indice

1 Il Modello del Big Bang	1
1.1 Redshift e Legge di Hubble-Lemaître	1
1.2 Cronologia dell'Universo Primordiale	3
1.3 La Nucleosintesi Primordiale (BBN)	3
1.4 La Radiazione Cosmica di Fondo (CMB)	4
2 L'Inflazione Cosmologica	5
2.1 Dinamica dell'Universo e Modello Standard	5
2.1.1 La Metrica di Robertson-Walker	5
2.1.2 Le Equazioni di Friedmann	6
2.1.3 Parametri di Densità	6
2.2 I Problemi del Modello Standard	7
2.2.1 Il Problema dell'Orizzonte	7
2.2.2 Il Problema della Piattezza	8
2.2.3 Il Problema dei Monopoli Magnetici	8
2.3 La Soluzione Inflazionaria	8
2.4 Cenni ai Modelli di Inflazione	9
3 Materia Oscura e Modello ΛCDM	10
3.1 Evidenze Osservative della Materia Oscura	10
3.1.1 Curve di Rotazione delle Galassie a Spirale	10
3.1.2 Dinamica degli Ammassi di Galassie	11
3.1.3 Lensing Gravitazionale	12
3.2 Natura della Materia Oscura e Struttura Cosmica	13
3.3 Il Modello Cosmologico Standard (Λ CDM)	14
Conclusioni	15
Bibliografia	16

Capitolo 1

Il Modello del Big Bang

Il Modello del Big Bang è l'attuale paradigma cosmologico standard per la descrizione dell'evoluzione dell'Universo. Tale modello postula che l'Universo abbia avuto origine da uno stato iniziale di altissima densità e temperatura, evolvendosi successivamente attraverso un processo di espansione e raffreddamento. La validità della teoria del "Big Bang Caldo" risiede nella convergenza di diverse evidenze indipendenti[12]: l'espansione dell'Universo descritta dalla legge di Hubble-Lemaître, la Nucleosintesi Primordiale (BBN) e la Radiazione Cosmica di Fondo (CMB).

1.1 Redshift e Legge di Hubble-Lemaître

La prima fondamentale evidenza di un universo dinamico deriva dall'analisi spettrale delle galassie lontane, dove si nota sistematicamente uno spostamento delle righe verso lunghezze d'onda maggiori rispetto a quelle misurate in laboratorio. Questo fenomeno è quantificato dal parametro adimensionale *redshift* (z), definito come:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} \quad (1.1)$$

dove λ_{obs} è la lunghezza d'onda osservata e λ_{em} quella emessa dalla sorgente. Sebbene per basse velocità ($v \ll c$) esso possa essere interpretato come un effetto Doppler classico dovuto alla velocità di recessione della sorgente, in un contesto cosmologico il redshift è causato dall'espansione stessa dello spazio-tempo: la lunghezza d'onda della luce si "stira" seguendo l'espansione dell'Universo durante il suo tragitto dalla sorgente all'osservatore. La relazione che lega il redshift al fattore di scala $a(t)$, che descrive l'espansione dell'Universo, è data da [2]:

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_{em})} \quad (1.2)$$

dove $a(t_0)$ è il fattore di scala all'epoca attuale e $a(t_{em})$ è il fattore di scala al momento dell'emissione.

Nel 1929, Edwin Hubble, utilizzando le Cefeidi come candele standard per misurare le distanze, determinò empiricamente una relazione lineare tra la velocità di recessione v delle galassie e la loro distanza D [5]. Tale relazione, oggi nota come Legge di Hubble-Lemaître, è espressa dalla formula:

$$v = H_0 D \approx cz \approx H_0 D \quad (\text{per } z \ll 1) \quad (1.3)$$

dove c è la velocità della luce e H_0 è la costante di Hubble. Il valore di H_0 rappresenta il tasso di espansione attuale dell'Universo; le stime più recenti e accettate convergono verso un valore di $H_0 \approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [12]. L'osservazione di una recessione sistematica delle galassie implica che l'Universo non è statico, ma in espansione, suggerendo che nel passato la materia fosse concentrata in uno stato di densità enormemente superiore.

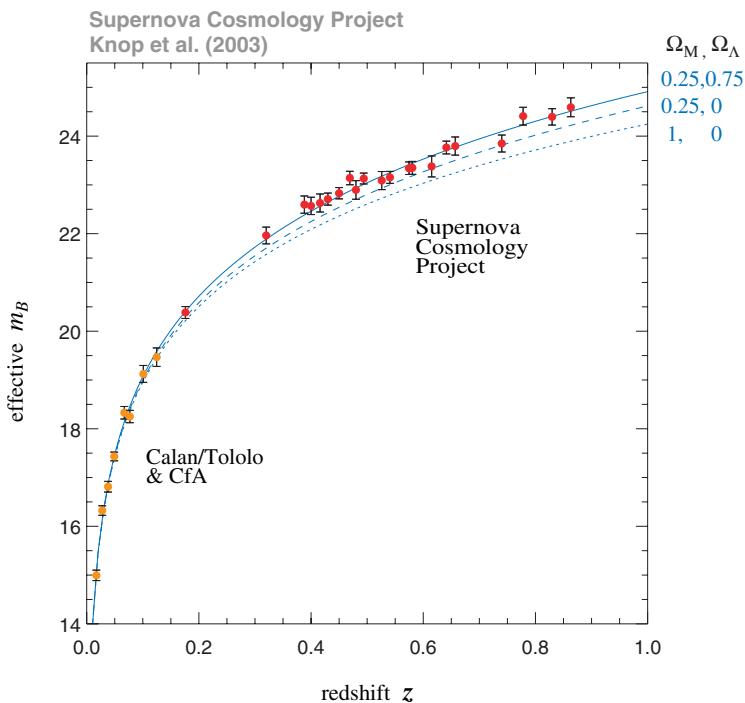


Figura 1.1: Diagramma di Hubble per galassie vicine. La relazione lineare tra velocità di recessione e distanza è l'evidenza empirica dell'espansione omogenea dell'Universo. La pendenza corrisponde a H_0 [12].

1.2 Cronologia dell'Universo Primordiale

Estendendo la legge di Hubble a ritroso nel tempo, si giunge a un istante $t = 0$ in cui la densità e la temperatura tendono all'infinito. Sebbene la fisica nota non sia in grado di descrivere l'istante esatto della singolarità, il modello del Big Bang delinea con precisione le fasi successive di raffreddamento ed espansione. Possiamo distinguere le seguenti ere principali:

Era	Tempo (t)	Temp. (T)	Eventi Principali
Planck	$< 10^{-43}$ s	$> 10^{32}$ K	Gravità quantistica dominante. Forze unificate. Fisica ignota.
GUT	$10^{-43} - 10^{-36}$ s	$\sim 10^{29}$ K	Separazione della gravità. Possibile inflazione al termine.
Elettrodebole	$10^{-36} - 10^{-12}$ s	$\sim 10^{15}$ K	Plasma di quark e leptoni. Separazione forza forte ed elettrodebole.
Adronica	$10^{-6} - 1$ s	$\sim 10^{13}$ K	Confinamento dei quark in adroni (p, n). Annichilazione materia-antimateria.

Tabella 1.1: Cronologia sintetica dell'Universo primordiale.

Dopo il primo secondo, l'Universo è dominato dalla radiazione, ma sufficientemente freddo da permettere i primi processi di sintesi nucleare.

1.3 La Nucleosintesi Primordiale (BBN)

La seconda colonna portante del modello standard è la Nucleosintesi Primordiale (Big Bang Nucleosynthesis, BBN). Le osservazioni astronomiche indicano che l'Universo è composto per circa il 75% da Idrogeno e per il 25% da Elio-4 (4He) in massa, con tracce di Deuterio (2H), Elio-3 (3He) e Litio-7 (7Li). La nucleosintesi stellare non è sufficiente a spiegare un'abbondanza di Elio così elevata; se l'Elio fosse prodotto solo dalle stelle, la sua abbondanza sarebbe molto inferiore, attorno all'1-2% [6].

Il modello del Big Bang prevede che, nell'intervallo di tempo tra circa 1 secondo e 3 minuti dopo l'inizio, la temperatura fosse sufficientemente alta ($T \sim 10^9$ K) per permettere la fusione nucleare. Al calare della temperatura ($T \approx 10^{10}$ K, $t \approx 1$ s), il rapporto tra neutroni e protoni si è "congelato" (*freeze-out*) a un valore di circa $n_n/n_p \approx 1/6 - 1/7$, con successiva formazione di Deuterio attraverso la reazione $p + n \rightarrow D + \gamma$ che, a causa dell'alto rapporto fotoni/barioni, è stato immediatamente fotodissociato (il cosiddetto "collo di bottiglia del Deuterio").[14]. Superata questa fase, quasi tutti i neutroni disponibili sono stati incorporati in nuclei di 4He , portando a una predizione teorica dell'abbondanza di massa primordiale $Y_P \approx 0.25$, in eccellente accordo con le osservazioni attuali.

1.4 La Radiazione Cosmica di Fondo (CMB)

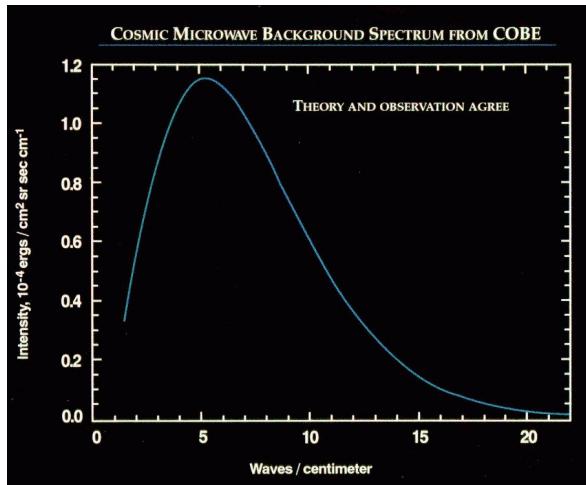
Una delle conferme più solide del modello del Big Bang caldo è la scoperta della Radiazione Cosmica di Fondo (CMB). Se l'Universo primordiale era estremamente caldo e denso, la materia e la radiazione dovevano trovarsi in equilibrio termico. A temperature superiori a $T_{rec} \approx 3000$ K, l'idrogeno era completamente ionizzato e l'Universo era opaco alla radiazione a causa dello scattering Thomson tra fotoni ed elettroni liberi [9].

Con l'espansione e il conseguente raffreddamento ($T \propto a^{-1}$), l'Universo ha raggiunto un'epoca, detta della *ricombinazione* ($z \approx 1100$), in cui protoni ed elettroni si sono legati formando atomi neutri. In questo momento, il libero cammino medio dei fotoni è divenuto praticamente infinito, permettendo alla radiazione di disaccoppiarsi dalla materia e viaggiare liberamente nello spazio. Questa radiazione fossile è stata scoperta accidentalmente nel 1965 da Penzias e Wilson come un segnale isotropo corrispondente a una temperatura di circa 3 K [10].

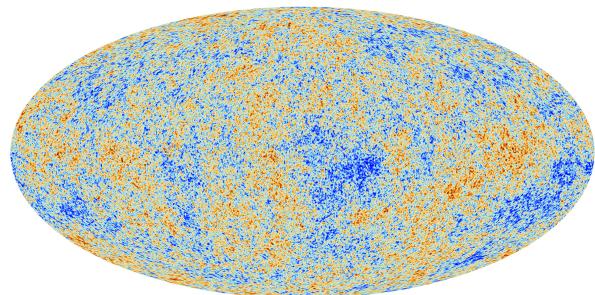
Successive misurazioni, in particolare quelle del satellite COBE, hanno confermato con straordinaria precisione che la CMB possiede uno spettro di corpo nero quasi perfetto, descritto dalla legge di Planck, con una temperatura attuale di [3]:

$$T_{CMB} = 2.725 \pm 0.002 \text{ K} \quad (1.4)$$

L'esistenza di un corpo nero così perfetto è una prova diretta che l'Universo ha attraversato una fase di equilibrio termico ad alta temperatura, scenario non previsto dal modello dello Stato Stazionario.



(a) Spettro di corpo nero (COBE)



(b) Anisotropie di temperatura (Planck)

Figura 1.2: (a) Lo spettro della CMB misurato da COBE è il corpo nero più perfetto mai osservato in natura. (Credit: NASA/COBE) (b) Mappa delle anisotropie: le fluttuazioni (10^{-5}) sono i semi delle strutture cosmiche.(Credit: ESA/Planck Collaboration)

Capitolo 2

L’Inflazione Cosmologica

Sebbene il Modello del Big Bang caldo descriva con successo l’evoluzione dell’Universo a partire da un secondo dopo l’istante iniziale, esso presenta delle criticità teoriche se estrapolato a tempi antecedenti, prossimi alla singolarità iniziale ($t \rightarrow 0$) [12]. Queste problematiche, che derivano dalle condizioni iniziali estremamente specifiche richieste per ottenere l’Universo che osserviamo oggi, sono note come il Problema dell’Orizzonte, il Problema della Piattezza e il Problema dei Monopoli Magnetici [2]. Per risolverle, all’inizio degli anni ’80, è stata introdotta una fase di espansione accelerata primordiale chiamata **Inflazione** [4].

2.1 Dinamica dell’Universo e Modello Standard

Prima di analizzare le problematiche che hanno portato all’introduzione dell’Inflazione, è necessario definire il quadro matematico che descrive l’evoluzione dinamica dell’Universo, basato sulla Relatività Generale di Einstein.

2.1.1 La Metrica di Robertson-Walker

Il fondamento geometrico della cosmologia moderna è il Principio Cosmologico, che assume l’omogeneità e l’isotropia dell’Universo su grande scala (> 100 Mpc). In questo contesto, la geometria dello spazio-tempo è descritta dalla metrica di Robertson-Walker (RW) [12]:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (2.1)$$

dove $a(t)$ è il *fattore di scala*, una funzione adimensionale del tempo cosmico t che parametrizza l’espansione relativa dell’Universo, e k è la costante di curvatura.[2].

2.1.2 Le Equazioni di Friedmann

L’evoluzione del fattore di scala $a(t)$ è governata dal contenuto di materia ed energia dell’Universo, secondo le equazioni di campo di Einstein $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$. Risolvendo queste equazioni per la metrica RW e assumendo che la materia si comporti come un fluido perfetto con densità ρ e pressione P , si ottengono le due Equazioni di Friedmann [8, 12]:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad , \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) \quad (2.2)$$

La prima equazione lega il tasso di espansione, definito dal parametro di Hubble $H(t) \equiv \dot{a}/a$, alla densità totale e alla curvatura. La seconda, nota come equazione dell’accelerazione, mostra che sia la densità di massa che la pressione contribuiscono a decelerare l’espansione ($\ddot{a} < 0$), a meno che il termine di pressione non sia fortemente negativo (condizione essenziale per l’Inflazione e l’Energia Oscura) [7].

Combinando le due equazioni con il principio di conservazione dell’energia ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$), si ottiene l’equazione del fluido, che descrive come la densità evolve con l’espansione:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) = 0 \quad (2.3)$$

2.1.3 Parametri di Densità

Un concetto cruciale derivabile dall’equazione (2.2) è quello di *densità critica* $\rho_c(t)$, definita come la densità necessaria affinché l’Universo sia spazialmente piatto ($k = 0$). Ponendo $k = 0$, si ottiene [12]:

$$\rho_c(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G} \quad (2.4)$$

È utile esprimere la densità delle varie componenti dell’Universo (materia, radiazione, energia oscura) in termini adimensionali tramite il parametro di densità Ω :

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)} \quad (2.5)$$

La prima equazione di Friedmann può quindi essere riscritta in una forma compatta che lega il destino e la forma dell’Universo alla sua densità:

$$1 - \Omega(t) = -\frac{kc^2}{H(t)^2 a(t)^2} \quad (2.6)$$

- $\Omega > 1 \implies k = +1$: Universo Chiuso (geometria sferica).
- $\Omega = 1 \implies k = 0$: Universo Piatto (geometria euclidea).
- $\Omega < 1 \implies k = -1$: Universo Aperto (geometria iperbolica).

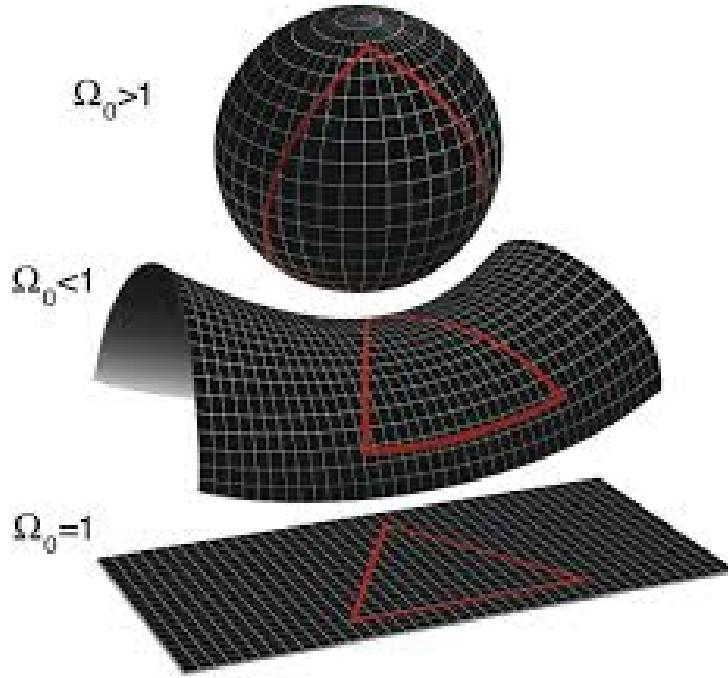


Figura 2.1: Le tre possibili geometrie dell’Universo in base alla curvatura k e alla densità.

2.2 I Problemi del Modello Standard

Il modello cosmologico standard basato sulle equazioni di Friedmann, se non corretto, porta a tre paradossi principali che richiedono una spiegazione fisica [2].

2.2.1 Il Problema dell’Orizzonte

Il Principio Cosmologico assume che l’Universo sia omogeneo e isotropo su grande scala, un fatto confermato dall’estrema uniformità della temperatura della Radiazione Cosmica di Fondo (CMB), che è isotropa con una precisione di una parte su 10^5 . Tuttavia, nel modello standard, l’orizzonte cosmologico (la massima distanza percorribile dalla luce dall’inizio dell’Universo) cresce linearmente con il tempo, $R_H \propto t$. Calcolando il raggio dell’orizzonte cosmologico al momento dell’ultimo scattering ($t_{ls} \approx 380.000$ anni), si scopre che questo sottende una regione di cielo molto più piccola rispetto a quella che osserviamo oggi nella CMB. Nello specifico, si trova che il raggio dell’orizzonte all’epoca era solo un decimo del raggio della superficie di ultimo scattering [12]:

$$R_H(t_{ls}) \approx 10^{-1} R_{ls} \quad (2.7)$$

Ciò implica che regioni di cielo oggi osservate come distanti non avrebbero mai potuto essere in contatto causale (e quindi termodinamico) prima dell’emissione della CMB. Risulta quindi inspiegabile come possano avere quasi esattamente la stessa temperatura.

2.2.2 Il Problema della Piattezza

Le osservazioni attuali indicano che la densità totale dell’Universo è molto vicina alla densità critica, ovvero $\Omega_{tot} \approx 1$. L’equazione di Friedmann per l’evoluzione del parametro di densità mostra che $\Omega = 1$ è un punto di equilibrio instabile: ogni piccola deviazione dall’unità nel passato verrebbe amplificata enormemente dall’espansione cosmica. Per osservare oggi un valore $\Omega_0 \approx 1$, è necessario che nei primi istanti di vita dell’Universo, ad esempio al tempo di Planck (t_P), il parametro di densità fosse incredibilmente vicino a 1, con una precisione dell’ordine di [2]:

$$|\Omega(t_P)^{-1} - 1| \approx 10^{-60} \quad (2.8)$$

Questa richiesta di ”fine-tuning” (sintonizzazione fine) delle condizioni iniziali appare altamente innaturale senza un meccanismo fisico che la giustifichi.

2.2.3 Il Problema dei Monopoli Magnetici

Le Teorie di Grande Unificazione (GUT), che descrivono la fisica delle particelle ad altissime energie ($E \approx 10^{15}$ GeV), prevedono la produzione di difetti topologici noti come Monopoli Magnetici durante le transizioni di fase primordiali [6]. Secondo i calcoli standard, la densità di questi monopoli prodotti al tempo t_{GUT} dovrebbe essere oggi paragonabile a quella dei barioni, portando a un parametro di densità $\Omega_{MM} \geq 10^{14}$. Un valore così elevato è in palese contraddizione con le osservazioni, poiché avrebbe causato il ricollasco dell’Universo quasi istantaneamente; inoltre, non è mai stato osservato alcun monopolio magnetico.

2.3 La Soluzione Inflazionaria

Per risolvere questi paradossi, nel 1981 il fisico Alan Guth propose l’idea dell’Inflazione: una fase di espansione estremamente rapida ed esponenziale avvenuta nell’Universo primordiale, approssimativamente tra 10^{-36} e 10^{-32} secondi dopo il Big Bang [4]. Affinché avvenga l’inflazione, l’Universo deve essere dominato da una forma di energia con pressione negativa, che genera una gravità repulsiva. Dalle equazioni di Friedmann, la condizione per l’accelerazione ($\ddot{a} > 0$) richiede un’equazione di stato $P < -\frac{1}{3}\rho c^2$. Se la densità di energia rimane approssimativamente costante durante questa fase, il fattore di scala cresce esponenzialmente:

$$a(t) \propto e^{Ht} \quad (2.9)$$

dove H è il parametro di Hubble durante l'inflazione. In una frazione di secondo, le dimensioni dell'Universo aumentano di un fattore enorme (almeno e^{60} , o circa 10^{26} volte). Questa espansione risolve i problemi sopra citati:

- **Soluzione all'Orizzonte:** Prima dell'inflazione, l'universo osservabile era concentrato in una regione microscopica, molto più piccola dell'orizzonte causale dell'epoca. Questo ha permesso alla regione di termalizzare e diventare omogenea. La successiva espansione esponenziale ha poi "gonfiato" questa piccola regione omogenea fino a renderla più grande dell'intero universo osservabile oggi [7].
- **Soluzione alla Piattezza:** L'espansione inflazionaria "stira" la curvatura dello spazio-tempo. Analogamente a come la superficie di un palloncino che si gonfia a dismisura appare sempre più piatta a un osservatore locale, l'inflazione riduce drasticamente qualsiasi curvatura iniziale, spingendo il valore di Ω verso 1 con altissima precisione.
- **Soluzione ai Monopoli:** Se l'inflazione avviene dopo o durante la produzione dei monopoli, l'enorme aumento di volume diluisce la loro densità numerica di un fattore esponenziale. La probabilità di trovare un monopolio nel nostro universo osservabile diventa quindi praticamente nulla [6].

2.4 Cenni ai Modelli di Inflazione

Esistono diversi modelli teorici che descrivono come l'inflazione possa essere avvenuta.

Modello di Guth (Old Inflation): Guth ipotizzò che l'inflazione fosse causata da una transizione di fase del primo ordine associata alla rottura spontanea di simmetria della forza GUT. Il sistema si trova in un "falso vuoto" metastabile, e il passaggio al vero vuoto libera energia che guida l'espansione. Tuttavia, questo modello presentava problemi nel terminare correttamente l'inflazione ("problema dell'uscita graziosa").

Inflazione Caotica (Linde): Proposta da Andrei Linde, non richiede transizioni di fase termiche ma si basa sull'evoluzione di un campo scalare ϕ (l'inflatone) che rotola lentamente ("slow-roll") verso il minimo del suo potenziale $V(\phi)$ [7]. Durante questo lento rotolamento, la densità di energia del campo rimane quasi costante, guidando l'espansione esponenziale.

L'inflazione termina con una fase detta di *Re-heating*, in cui l'energia del campo scalare decade in particelle standard, riscaldando l'Universo e dando inizio alla fase di Big Bang caldo standard descritta nel capitolo precedente.

Capitolo 3

Materia Oscura e Modello Λ CDM

Le osservazioni astronomiche condotte nell'ultimo secolo hanno rivelato che la materia ordinaria (barionica), che compone stelle, gas e polveri, costituisce solo una piccola frazione della massa totale dell'Universo. La discrepanza tra la massa luminosa osservata e la massa dinamica necessaria per spiegare i moti gravitazionali delle strutture cosmiche ha portato all'ipotesi dell'esistenza della Materia Oscura (Dark Matter, DM), una forma di materia non barionica che non interagisce elettromagneticamente ma che manifesta i suoi effetti attraverso la gravità. Insieme all'Energia Oscura, essa costituisce il fondamento dell'attuale Modello Cosmologico Standard, noto come Λ CDM.

3.1 Evidenze Osservative della Materia Oscura

L'esistenza della materia oscura è supportata da diverse evidenze indipendenti che spaziano dalla scala galattica a quella degli ammassi di galassie, fino alle scale cosmologiche.

3.1.1 Curve di Rotazione delle Galassie a Spirale

Una delle prove più solide dell'esistenza della DM deriva dallo studio delle curve di rotazione delle galassie a spirale, ovvero l'andamento della velocità orbitale delle stelle e del gas in funzione della distanza dal centro galattico R . Secondo la dinamica newtoniana, se la massa fosse concentrata principalmente nel *bulge* e nel disco visibile, ci si aspetterebbe che, nelle regioni esterne della galassia (oltre il raggio ottico), la velocità di rotazione $v(R)$ diminuisca con la distanza seguendo un andamento kepleriano:

$$v(R) \propto \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \propto R^{-1/2} \quad (3.1)$$

Tuttavia, le osservazioni, come quelle pionieristiche di Vera Rubin negli anni '70 sulla galassia di Andromeda (M31) [11], mostrano che la velocità di rotazione rimane approssimativamente costante ($v(R) \approx \text{cost}$) anche a grandi distanze dal centro, ben oltre la

distribuzione della materia luminosa. Questa discrepanza implica l'esistenza di un alone di materia oscura massiccio ed esteso (*Halo*) che circonda la componente visibile e domina il potenziale gravitazionale nelle regioni esterne, fornendo la forza centripeta necessaria a mantenere le stelle su orbite veloci [12].

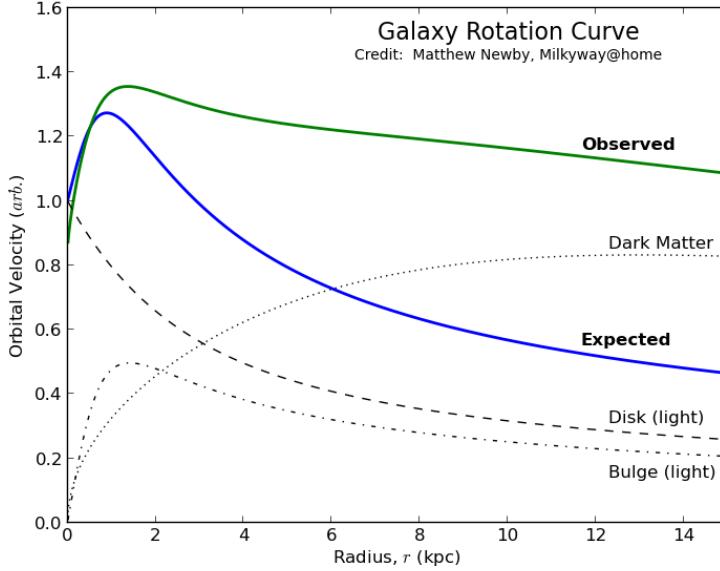


Figura 3.1: Confronto tra la curva di rotazione osservata (verde) e quella prevista dalla sola materia visibile (blu). L'appiattimento della curva indica la presenza di un alone di materia oscura [12].

3.1.2 Dinamica degli Ammassi di Galassie

La prima indicazione storica della presenza di "materia mancante" risale al 1933, grazie al lavoro di Fritz Zwicky sull'Ammasso della Chioma (Coma Cluster) [15]. Applicando il Teorema del Viriale al moto delle galassie all'interno dell'ammasso, Zwicky stimò la massa dinamica totale del sistema:

$$M \approx \frac{\langle v^2 \rangle R_h}{\alpha G} \quad (3.2)$$

dove $\langle v^2 \rangle$ è la dispersione di velocità delle galassie e R_h il raggio idrodinamico. Confrontando questa massa dinamica con la massa luminosa (stimata dalla luminosità totale delle galassie), Zwicky trovò che la massa gravitazionale era superiore di un fattore compreso tra 10 e 100 rispetto a quella visibile. Anche considerando il contributo del gas caldo intergalattico (*ICM*), che emette nei raggi X e costituisce la maggior parte della materia barionica negli ammassi, la massa totale osservabile non è sufficiente a giustificare la sta-

bilità gravitazionale del sistema senza ipotizzare una componente dominante di materia oscura [2].

3.1.3 Lensing Gravitazionale

Un’ulteriore conferma indipendente, che non si basa sulla dinamica newtoniana ma sulla Relatività Generale, è fornita dal *Lensing Gravitazionale*. La massa curva lo spazio-tempo, deflettendo la traiettoria della luce proveniente da sorgenti di fondo. L’angolo di deflessione α causato da una massa M a parametro d’impatto b è dato da:

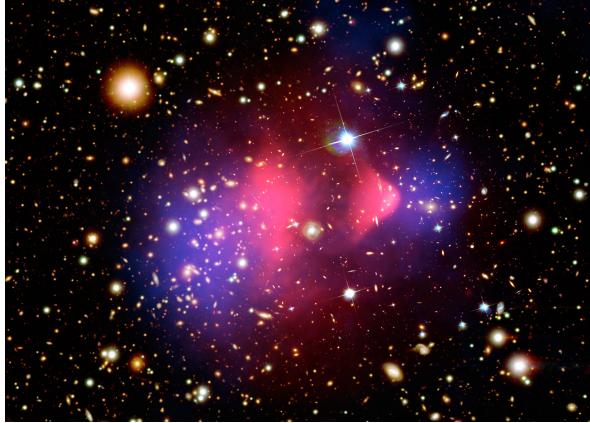
$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (3.3)$$

Osservando la distorsione delle immagini di galassie lontane (archi gravitazionali) o fenomeni di microlensing causati da oggetti compatti (MACHOs), è possibile ricostruire la distribuzione di massa della ”lente” interposta.

Una prova diretta è fornita dal *Bullet Cluster*, un sistema nato dalla collisione di due ammassi. Le osservazioni mostrano che il gas caldo (visibile ai raggi X) è stato rallentato dall’urto, mentre la massa gravitazionale (rilevata tramite lensing) ha attraversato la collisione senza interagire, dimostrando la natura non collisionale della materia oscura.



(a) Abell 2218 Galaxy Cluster



(b) Bullet Cluster

Figura 3.2: (a) Archi dovuti al lensing gravitazionale. (Credit: ESA/HUBBLE) (b) il gas (rosa, raggi X) è separato dalla materia oscura (blu, ricostruzione lensing), prova diretta dell’esistenza della DM[1]. (Credit: ESA/HUBBLE)

3.2 Natura della Materia Oscura e Struttura Cosmica

Stabilità l'esistenza della DM, resta aperta la questione sulla sua natura. Le particelle candidate si dividono in due categorie principali[6]:

- **Hot Dark Matter (HDM):** Costituita da particelle leggere che rimangono ultra-relativistiche fino a tempi recenti (come i neutrini). Questo scenario prevede una formazione delle strutture di tipo "Top-Down" (frammentazione di grandi strutture in strutture più piccole). Tuttavia, l'HDM tende a cancellare le fluttuazioni di densità su piccola scala (free-streaming), impedendo la formazione delle galassie come le osserviamo oggi. Per questo motivo, l'HDM è esclusa come componente dominante.
- **Cold Dark Matter (CDM):** Costituita da particelle massive che diventano non-relativistiche (" fredde") molto presto nella storia dell'Universo (es. WIMPs - Weakly Interacting Massive Particles). Questo scenario favorisce una formazione delle strutture "Bottom-Up" (gerarchica): le piccole strutture collassano per prime e si fondono per formare oggetti più grandi (galassie e ammassi), in perfetto accordo con le osservazioni cosmologiche e le simulazioni numeriche [8].

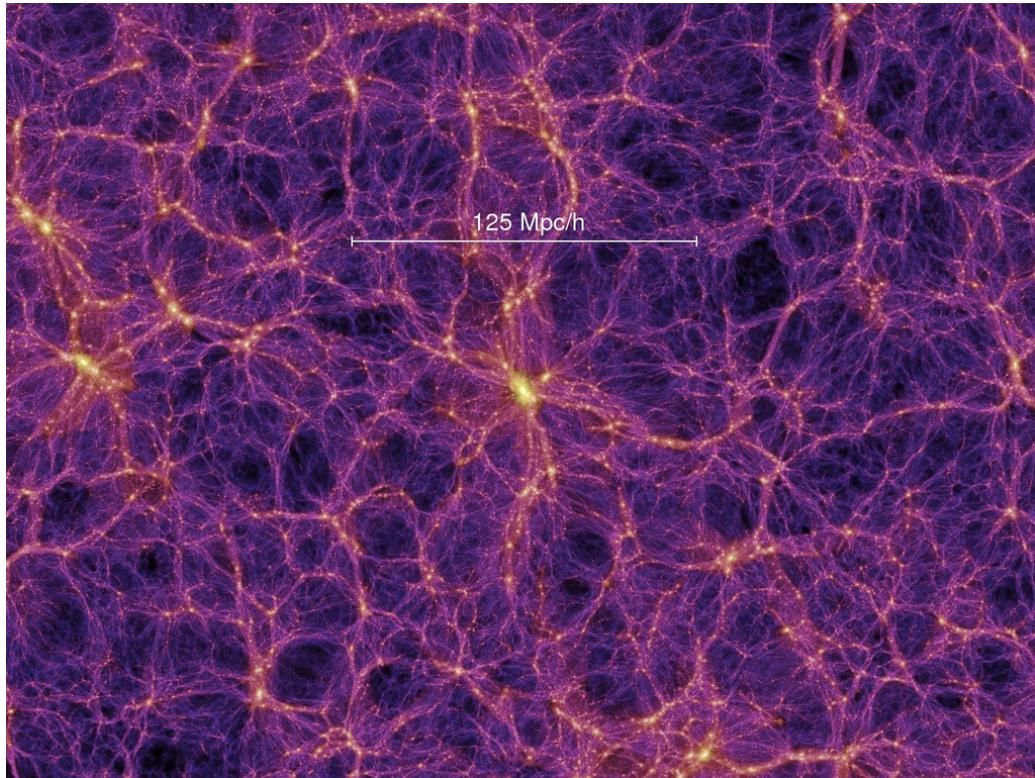


Figura 3.3: Simulazione della distribuzione di materia oscura su grande scala (Cosmic Web). La struttura filamentosa è una previsione specifica del modello Cold Dark Matter: le zone luminose rappresentano le più alte densità di DM dove si formano le galassie [13].

Le simulazioni numeriche (come la Millennium Simulation) mostrano che la materia oscura si distribuisce su grande scala in una gigantesca struttura filamentosa nota come **Ragnatela Cosmica** (Cosmic Web), dove le galassie e gli ammassi si formano all’intersezione dei filamenti, lasciando grandi vuoti (voids) tra di essi [13].

3.3 Il Modello Cosmologico Standard (Λ CDM)

La sintesi delle evidenze osservative confluisce nel modello Λ CDM. Questo modello assume la validità della Relatività Generale su grandi scale e il Principio Cosmologico, esso descrive un Universo piatto ($\Omega_{tot} \approx 1$) dominato da due componenti oscure. La composizione energetica dell’Universo a $z = 0$ è descritta dai parametri di densità $\Omega_i = \rho_i / \rho_{crit}$ [8]:

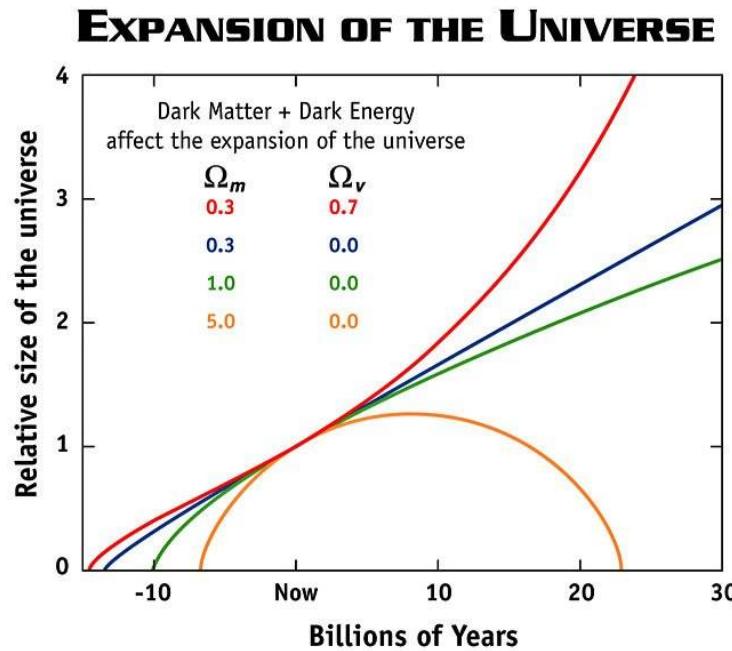


Figura 3.4: Evoluzione di $a(t)$.

La curva rossa

($\Omega_v = 0.7, \Omega_m = 0.3$)

rappresenta il modello Λ CDM, mostrando la transizione da decelerazione ad accelerazione.

- **Energia Oscura** ($\Omega_\Lambda \approx 0.68$): Una forma di energia con pressione negativa associata alla Costante Cosmologica Λ ($w \approx -1$), responsabile dell’attuale espansione accelerata dell’Universo.
- **Materia Oscura Fredda** ($\Omega_{DM} \approx 0.27$): Costituita da particelle non relativistiche (“freddo”) al momento del disaccoppiamento, essenziali per la formazione delle strutture cosmiche secondo lo scenario *bottom-up* (gerarchico).
- **Materia Barionica** ($\Omega_b \approx 0.05$): La materia ordinaria di cui sono fatte stelle, gas e noi stessi.

Il modello Λ CDM è un modello di universo spazialmente piatto ($\Omega_{tot} \approx 1, K = 0$) che spiega con successo la formazione delle strutture, l’abbondanza degli elementi leggeri e lo spettro di potenza delle fluttuazioni della CMB.

Conclusioni

In questo elaborato abbiamo ripercorso le tappe fondamentali che hanno portato alla definizione dell'attuale modello cosmologico standard. Partendo dalle prime evidenze osservative, abbiamo analizzato come il redshift delle galassie e la Legge di Hubble-Lemaître abbiano scardinato l'idea di un universo statico, introducendo il concetto di espansione metrica descritto dalla relatività generale. La scoperta della Radiazione Cosmica di Fondo (CMB) e la concordanza tra le abbondanze degli elementi leggeri e le previsioni della Nucleosintesi Primordiale hanno fornito prove inconfutabili a favore di un passato caldo e denso (Big Bang).

Abbiamo successivamente discusso le limitazioni teoriche di questo scenario classico. I problemi dell'orizzonte e della piattezza, emersi dall'analisi delle condizioni iniziali necessarie per ottenere l'Universo attuale, hanno reso necessaria l'introduzione dell'Inflazione Cosmologica. Attraverso la dinamica di un campo scalare in regime di *slow-roll*, l'inflazione non solo risolve i paradossi classici espandendo l'orizzonte causale e appiattendo la geometria spaziale, ma fornisce anche il meccanismo di generazione delle perturbazioni primordiali che hanno dato origine alle strutture cosmiche.

Infine, l'analisi della dinamica su scale galattiche e di ammasso (curve di rotazione, teorema del viriale, lensing gravitazionale) ha evidenziato l'insufficienza della materia barianica nel spiegare i fenomeni gravitazionali osservati, imponendo l'esistenza della Materia Oscura. Il quadro di sintesi, il modello Λ CDM, descrive un Universo spazialmente piatto dominato per il 95% da componenti oscure (Λ e CDM). Sebbene questo modello rappresenti un trionfo della cosmologia di precisione, capace di riprodurre le osservazioni con straordinaria accuratezza, la natura fisica delle sue componenti principali rimane ignota, rappresentando la sfida aperta per la prossima generazione di fisici e astronomi.

Bibliografia

- [1] Douglas Clowe et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *The Astrophysical Journal Letters*, 648(2):L109, 2006.
- [2] Peter Coles and Francesco Lucchin. *Cosmology: The Origin and Evolution of Cosmic Structure*. John Wiley & Sons, 2 edition, 2002.
- [3] D. J. Fixsen et al. The cosmic microwave background spectrum from the full cobe firas data set. *The Astrophysical Journal*, 473:576, 1996.
- [4] Alan H. Guth. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, 23(2):347, 1981.
- [5] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3):168–173, 1929.
- [6] Edward W. Kolb and Michael S. Turner. *The Early Universe*. Addison-Wesley, 1990.
- [7] Viatcheslav Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press, 2005.
- [8] John A. Peacock. *Cosmological Physics*. Cambridge University Press, 2010.
- [9] P. J. E. Peebles. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton University Press, 1993.
- [10] Arno A. Penzias and Robert W. Wilson. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142:419–421, 1965.
- [11] Vera C. Rubin and W. Kent Ford Jr. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. *The Astrophysical Journal*, 159:379, 1970.
- [12] Barbara Ryden. *Introduction to Cosmology*. Cambridge University Press, 2 edition, 2016.
- [13] Volker Springel et al. Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 435(7042):629–636, 2005.
- [14] Nicola Vittorio. *Cosmology*. CRC Press, 2018.

- [15] Fritz Zwicky. Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127, 1933.