

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

**Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia**

**EMISSIONE DI BREMSSTRAHLUNG E
APPLICAZIONI ASTROFISICHE**

Tesi di laurea

Presentata da:
Giulia Brera

Relatore:
**Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa**

Anno accademico 2024–2025

Abstract

Bremsstrahlung è un processo di emissione di radiazione tipico dei plasmi astrofisici. In questo elaborato si analizzerà inizialmente il processo singolo, in cui un elettrone viene accelerato nel campo coulombiano di uno ione ed emette radiazione, per poi generalizzare al caso di un plasma. Per un plasma all'equilibrio termico si ricaveranno l'emissività totale e il tempo di raffreddamento. Considerando inoltre il fenomeno di autoassorbimento, si determinerà il profilo di brillantezza risultante. Verrà poi accennato il caso in cui gli elettroni del plasma possiedono velocità relativistiche. Infine, si discuteranno due contesti astrofisici in cui la Bremsstrahlung riveste un ruolo fondamentale: gli ammassi di galassie e il gas intracluster, e i brillamenti solari e stellari.

Indice

1	Emissione di Bremsstrahlung	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Radiazione dal singolo evento	1
1.2.1	Distribuzione spettrale della radiazione	3
1.3	Radiazione da un plasma	4
1.4	Bremsstrahlung termica	5
1.4.1	Tempo di raffreddamento	6
1.4.2	Autoassorbimento	6
1.4.3	Brillanza di Bremsstrahlung	7
1.5	Bremsstrahlung relativistica	8
2	Applicazioni astrofisiche	9
2.1	Ammassi di galassie e ICM	9
2.1.1	Stima della massa	10
2.1.2	Flussi di raffreddamento	11
2.1.3	Luminosità	12
2.2	Brillamenti solari	12
2.2.1	Stelle a brillamento	15

Capitolo 1

Emissione di Bremsstrahlung

1.1 Introduzione

Bremsstrahlung, o radiazione da frenamento, è la radiazione elettromagnetica emessa in seguito all'accelerazione di una particella carica nel campo coulombiano generato da un'altra carica. È anche nota con il nome di radiazione *free-free* (libero-libero) in quanto la carica si trova in uno stato non legato sia prima che dopo l'interazione. È un processo di emissione di radiazione tipico dei plasmi astrofisici e si osserva per esempio nelle regioni HII, e nel gas intergalattico degli ammassi di galassie.

In principio si possono avere interazioni elettrone-elettrone o ione-ione, ma, poiché il dipolo elettrico risultante è nullo, il loro contributo alla radiazione è trascurabile. Inoltre, si considera solo la radiazione emessa dagli elettroni in quanto il contributo degli ioni alla potenza emessa risulta trascurabile secondo l'equazione 1.5. Per questi motivi verrà considerata la radiazione prodotta da un elettrone che, decelerando nell'interazione con uno ione, perde parte della sua energia cinetica sotto forma di radiazione.

Una trattazione rigorosa richiederebbe l'uso della meccanica e dell'elettrodinamica quantistiche, tuttavia l'approssimazione classica rimane valida in quanto la lunghezza d'onda di De Broglie dell'elettrone:

$$\lambda_{dB} = \frac{h\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}{m_e v_e} \quad (1.1)$$

è più piccola della scala caratteristica dell'interazione elettrone-ione e si può trascurare il principio di indeterminazione di Heisenberg.

In base alle caratteristiche del plasma la Bremsstrahlung può presentarsi in forma termica o non termica. La Bremsstrahlung termica si origina nei plasmi in equilibrio termodinamico e la radiazione emessa dipende dalla temperatura e dalla densità di questi. La Bremsstrahlung non termica è invece prodotta da una popolazione di elettroni la cui distribuzione di energie non segue la legge di Maxwell-Boltzmann. Se gli elettroni raggiungono velocità relativistiche allora si parla di Bremsstrahlung relativistica.

1.2 Radiazione dal singolo evento

Si consideri un plasma di ioni e elettroni. Si studia il problema nel sistema di riferimento in cui lo ione è in quiete, come illustrato in [Figura 1.1](#).

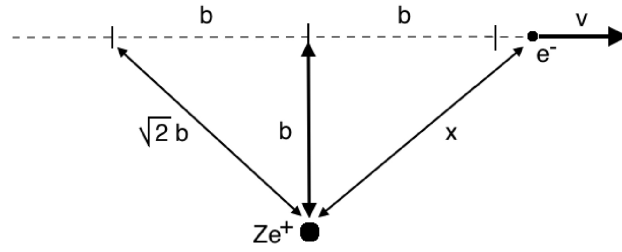


Figura 1.1: Rappresentazione dell'interazione tra un elettrone e uno ione nel sistema di riferimento dello ione in quiete.

L'elettrone si trova ad una distanza $x(t)$ dallo ione ed ha una velocità v rispetto a questo. La potenza irradiata da una singola carica puntiforme accelerata è data dalla formula di Larmor, che per l'elettrone assume la forma:

$$P(t) = \frac{2e^2}{3c^3} a^2(t) \quad (1.2)$$

Quando l'elettrone transita nel campo coulombiano del protone è soggetto alla forza elettrostatica:

$$F(t) \approx -\frac{Ze^2}{x(t)^2} \quad (1.3)$$

dove Ze è la carica dello ione. L'elettrone è quindi soggetto ad un'accelerazione pari a:

$$a(t) = \frac{Ze^2}{m_e x(t)^2} \quad (1.4)$$

con m_e massa dell'elettrone. Infine, inserendo (1.4) nella formula di Larmor si ottiene la potenza irradiata per Bremsstrahlung:

$$P(t) = \frac{2Z^2 e^6}{3c^3} \frac{1}{m_e^2 x(t)^4} \quad (1.5)$$

E' immediato notare che più la particella è massiva meno potenza emette. Anche lo ione viene accelerato nell'interazione e quindi emette radiazione, ma la potenza irradiata è trascurabile rispetto a quella dell'elettrone. Inoltre, la potenza dipende sensibilmente dalla distanza tra le particelle interagenti: quanto minore la distanza, tanto maggiore la potenza. Per questo motivo l'interazione di Bremsstrahlung è a corto raggio.

Definiamo il parametro d'impatto b come la distanza minima tra lo ione e l'elettrone. Possiamo assumere che l'interazione abbia una durata $\Delta t \sim \frac{2b}{v}$. L'energia emessa dall'elettrone nell'interazione, considerando una distanza $x \sim b$, è quindi:

$$P\Delta t \propto \frac{1}{b^3 v m_e^2} \quad (1.6)$$

Si osserva che, a parità di parametro d'impatto b , gli elettroni con velocità maggiore, ovvero quelli più energetici, emettono di meno, in quanto la durata dell'interazione è minore. A parità di velocità, elettroni con un parametro di impatto più piccolo emettono di più. Va inoltre sottolineato che il parametro d'impatto non può assumere valori arbitrariamente piccoli: deve esistere un valore minimo tale per cui l'energia irradiata non superi l'energia cinetica dell'elettrone $K = \frac{1}{2} m_e v^2$.

1.2.1 Distribuzione spettrale della radiazione

L'interazione è di tipo impulsivo e la potenza $P(t)$ emessa nel singolo evento in un impulso di durata Δt segue il grafico mostrato in [Figura 1.2](#).

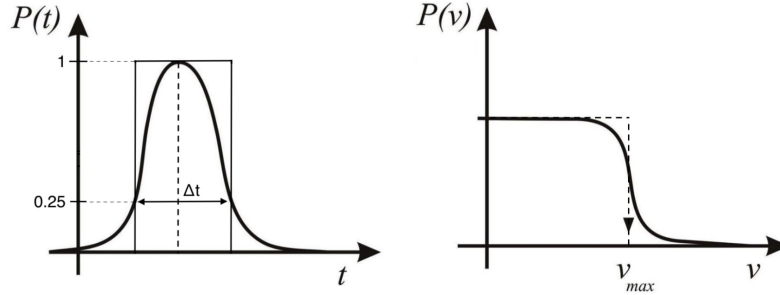


Figura 1.2: A sinistra è mostrata la potenza emessa nell'intervallo di tempo, $P(t)$, a destra la distribuzione spettrale della radiazione emessa, $P(v)$.

A grande distanza tra elettrone e ione la radiazione emessa è trascurabile. Con l'avvicinarsi dell'elettrone, la potenza irradiata aumenta fino a raggiungere il valore massimo alla minima distanza tra le due particelle. La curva risultante è in realtà leggermente asimmetrica in quanto, durante l'interazione, l'elettrone perde energia cinetica e di conseguenza diminuisce la sua velocità.

Dall'analisi di Fourier dell'impulso si ricava la distribuzione spettrale della radiazione $P(v)$. L'intervallo di frequenze nel quale avviene l'emissione è approssimabile con $\Delta(v) = \frac{1}{2\Delta(t)}$. L'energia emessa in funzione della frequenza risulta quindi:

$$P(v) = \frac{P\Delta(t)}{\Delta(v)} \approx \frac{16}{3} \frac{z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v^2} \quad (1.7)$$

Come si vede in [Figura 1.2](#), lo spettro rimane circa piatto fino ad una frequenza critica v_{max} , determinata dall'energia cinetica dell'elettrone. Infatti

$$h v_{max} \leq \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (1.8)$$

Oltre tale frequenza l'elettrone non può emettere radiazione poiché non può liberare più energia di quella che possiede e lo spettro quindi decresce esponenzialmente. Si può stimare il valore della frequenza massima come:

$$v_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta(t)} \simeq \frac{v}{4b} \quad (1.9)$$

L'energia irradiata

$$P\Delta T = h v \propto \frac{1}{b^3 v} \quad (1.10)$$

mostra che la frequenza della radiazione emessa varia durante l'interazione con il variare della distanza tra elettrone e ione. A grandi distanze dallo ione la frequenza è minima, aumenta fino a raggiungere il valore massimo v_{max} in corrispondenza della distanza minima b_{min} per poi diminuire nuovamente con l'allontanamento.

1.3 Radiazione da un plasma

Si consideri, come mostrato in [Figura 1.3](#), una nube di elettroni liberi di densità numerica n_e in moto con velocità v verso una nube di ioni di densità numerica n_i che si assume ferma nel sistema di riferimento scelto.

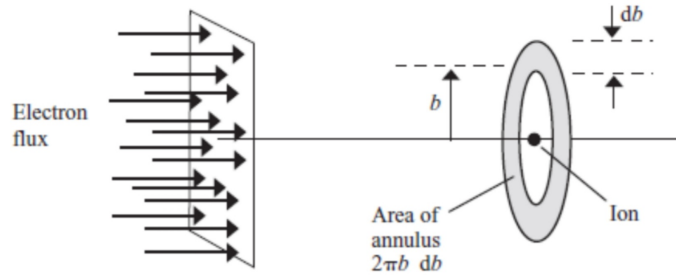


Figura 1.3: Rappresentazione di una nube di elettroni in moto verso uno ione in quiete nel sistema di riferimento scelto.

In un unità di tempo il singolo elettrone con velocità v va incontro a un numero di collisioni pari a $2\pi n_i v b db$, dove $2\pi b db$ è l'area della corona circolare con parametri di impatto compresi tra b e $b + db$. Considerando l'intera nube elettronica, il numero di collisioni totali per unità di volume è $2\pi n_e n_i v b db$. Moltiplicando il numero di collisioni per l'energia emessa per unità di frequenza nel singolo evento e integrando sul parametro d'impatto si ottiene l'emissività specifica della nube che emette per Bremsstrahlung:

$$J_{br}(\nu, \nu) = \frac{dE}{d\nu dV dt} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{dE}{d\nu} 2\pi n_e n_i v b db = \frac{32}{3} \frac{\pi Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{v} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b} \quad (1.11)$$

Da cui:

$$J_{br}(\nu, \nu) \propto \frac{1}{v} n_e n_i Z^2 \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.12)$$

Si osserva che questa aumenta con le densità delle nubi e diminuisce con la velocità degli elettroni. Inoltre dipende dalla frequenza attraverso b_{max} .

Il valore di b_{max} è determinato dal fatto che, data una frequenza ν , contribuiscono solo gli elettroni con energia cinetica $\frac{1}{2} m_e v^2 \geq h\nu$, da cui $b_{max} \leq \frac{v}{4\nu}$. Il valore di b_{max} è quindi legato alla frequenza, e diminuisce con l'aumentare di quest'ultima.

Il valore di b_{min} è invece dovuto al fatto che l'elettrone non può emettere più energia della sua energia cinetica. Per la fisica classica si deve avere $\Delta v \leq v$, ovvero la variazione di velocità dell'elettrone può essere al massimo pari alla sua velocità. Essendo $\Delta v = a\Delta t$ e sostituendo l'equazione 1.4 per l'accelerazione si ottiene $b_{min-c} \geq \frac{2ze^2}{m_e v^2}$. Il suo valore classico dipende quindi dall'energia cinetica dell'elettrone. In fisica quantistica si tiene conto del principio di indeterminazione di Heisenberg $\Delta p \Delta x \geq \hbar$, ed essendo $\Delta p \approx m_e v \geq \frac{h}{2\pi \Delta x} \approx \frac{h}{2\pi b_{min}}$ si ha $b_{min-q} \geq \frac{h}{2\pi m_e v}$. Dal rapporto tra le due quantità:

$$\frac{b_{min-q}}{b_{min-c}} \approx \frac{137}{Z} \frac{v}{c} \quad (1.13)$$

si può vedere che il termine quantistico domina quando gli elettroni hanno velocità $v \geq 0.01c$. Per un plasma all'equilibrio termico questo equivale ad avere una temperatura $T \sim 10^6 K$. Per esempio, nelle regioni HII, dove la temperatura è dell'ordine di $10^4 K$, prevale il termine classico, mentre nel gas intergalattico negli ammassi di galassie, dove la temperatura è dell'ordine di $10^8 K$, domina il termine quantistico.

1.4 Bremsstrahlung termica

Se elettroni e ioni si trovano in equilibrio termodinamico a una temperatura T si parla di Bremsstrahlung termica. In questo caso le velocità degli elettroni seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann:

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_e v^2}{2k_B T}} v^2 dv \quad (1.14)$$

La densità numerica di elettroni nella nube con velocità comprese tra v e $v + dv$ è $n_e(v) = n_e f(v)dv$. Sostituendo $n_e(v)$ in 1.11 e integrando su tutte le velocità si ottiene l'emissività della nube ad una temperatura T :

$$J_{br}(\nu, T) = \int_{\nu_{min}}^{\infty} J_{br}(\nu, \nu) f(\nu) d\nu = 6,8 \times 10^{-38} T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} n_e n_z z^2 g_{ff}(\nu, T) [\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}] \quad (1.15)$$

L'estremo inferiore dell'integrale segue dal fatto che, data una frequenza ν , contribuiscono all'emissione solo gli elettroni con energia cinetica $\frac{1}{2}m_e v^2 \geq h\nu$, da cui $\nu_{min} \geq \sqrt{\frac{2h\nu}{m_e}}$. L'emissività totale è legata alla temperatura della nube, ovvero all'energia delle particelle, e alla densità numerica di elettroni e ioni.

Lo spettro rimane approssimativamente piatto fino ad un cut-off esponenziale alle alte energie, dato dal fattore $e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$. Questo poiché, per il cut-off esponenziale nella distribuzione delle velocità di Maxwell-Boltzmann, il numero di particelle con energia cinetica sufficiente per emettere radiazione a frequenze più alte diminuisce fino ad annullarsi per una frequenza critica della radiazione $\nu_{cut-off} = \frac{k_B}{h} T$, detta frequenza di cut-off, oltre la quale non c'è emissione. Per una regione in cui l'emissione è dominata dalla Bremsstrahlung, è possibile stimare la temperatura del plasma misurando la frequenza critica $\nu_{cut-off}$, utilizzando la relazione:

$$T = \frac{\nu_{cut-off}}{2.08 \times 10^{10}} \text{ K} \quad (1.16)$$

Per esempio, nelle regioni HII, dove $T \sim 10^4$ K, la frequenza oltre la quale non viene più emessa radiazione è $\nu_{cut-off} \sim 10^{14}$ Hz, corrispondente alla banda dell'infrarosso. Negli IGM negli ammassi di galassie, dove $T \sim 10^8$ K, si ha il cut off alla frequenza $\nu_{cut-off} \sim 10^{18}$ Hz, e l'emissione si estende quindi fino ai raggi X. Il termine $g_{ff}(\nu, T)$ è detto fattore di gaunt ed è definito come segue:

$$g_{ff}(\nu, T) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.17)$$

E' un fattore di correzione che tiene conto delle deviazioni dalla teoria classica dovute alla meccanica quantistica. Dipende dalla frequenza ν tramite b_{max} . In banda radio $g_{ff}(\nu, T) \sim 1 - 10$.

Integrando su tutto lo spettro si ottiene l'emissività di Bremsstrahlung:

$$J_{br}(T) = \frac{dE}{dV dt} \approx 1,4 \times 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} n_e n_z z^2 \bar{g}_{ff}(T) [\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}] \quad (1.18)$$

dove $\bar{g}_{ff}(T)$ è il fattore di Gaunt medio e dipende solo dalla temperatura. Come si vede in Figura 1.4 assume valori dell'unità se si considera $h\nu \sim kT$.

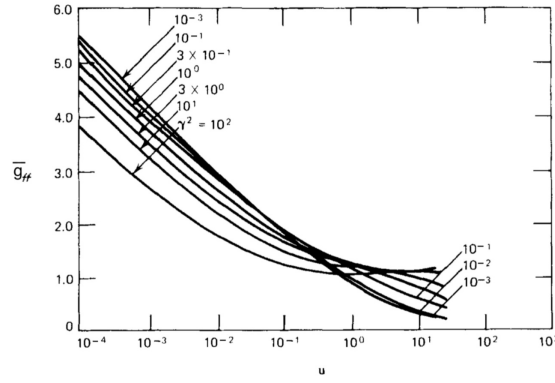


Figura 1.4: Valori del fattore di Gaunt medio $\bar{g}_{ff}(T)$ in funzione di $u = h\nu/kT$.

1.4.1 Tempo di raffreddamento

Il tempo di raffreddamento per Bremsstrahlung è il tempo caratteristico in cui il plasma emette tutta l'energia termica E_{th} sotto forma di emissione di Bremsstrahlung, ed è quindi definito dal rapporto:

$$t_{br} = \frac{E_{th}}{J_{br}(T)} = \frac{\frac{3}{2}(n_e + n_z)k_B T}{2,4 \times 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} n_e n_z z^2 \bar{g}_{ff}(T)} \quad (1.19)$$

Assumendo che il plasma sia composto da solo idrogeno, quindi $n_e = n_z$ e $z = 1$, dall'equazione sopra si ricava:

$$t_{br} \approx 6 \times 10^3 \frac{T^{\frac{1}{2}}}{n_e \bar{g}_{ff}(T)} \text{ anni} \quad (1.20)$$

All'aumentare della temperatura il tempo di raffreddamento per Bremsstrahlung aumenta. Ciò implica che, a parità di densità, plasmi più freddi emettono radiazione, e quindi si raffreddano, più velocemente di plasmi più caldi. Nelle regioni HII, dove le densità tipiche sono $n_e \sim 10^2 - 10^3$ e le temperature dell'ordine di $T \sim 10^4 K$, si ottiene un tempo di raffreddamento $t_{br} \sim 2000$ anni. Oltre questo tempo, se il plasma non viene riscaldato da una qualche sorgente, il gas si raffredda e il processo di Bremsstrahlung cessa. Negli ammassi di galassie invece, dove le densità sono molto minori $n_e \sim 10^{-3}$ e le temperature elevate $T \sim 10^7 - 10^8$, il tempo di raffreddamento è dell'ordine di $t_{br} \sim 2 \times 10^{10}$ anni, confrontabile con il tempo di Hubble. Questo implica che tutti gli ammassi di galassie mostrano emissione di Bremsstrahlung.

1.4.2 Autoassorbimento

In un plasma, gli stessi elettroni che producono radiazione per Bremsstrahlung possono assorbire la radiazione prodotta dando vita al fenomeno di autoassorbimento. Per un plasma all'equilibrio termico vale la legge termodinamica di Kirchhoff:

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T) B(\nu, T) \quad (1.21)$$

dove $j(\nu, T)$ è il coefficiente di emissione, ovvero l'emissività specifica del plasma per unità di angolo solido, $\mu(\nu, T)$ è il coefficiente di assorbimento e $B(\nu, T)$ è la funzione di Planck che descrive l'emissione di corpo nero:

$$B(\nu, T) = 2 \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.22)$$

Per un plasma che emette isotropicamente per bremsstrahlung $j(\nu, T) = \frac{J(\nu, T)}{4\pi}$ e il coefficiente di assorbimento risulta:

$$\mu_{br}(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi B(\nu, T)} \quad (1.23)$$

Sostituendo 1.15 e 1.22 nell'equazione sopra e tralasciando le costanti numeriche si ottiene:

$$\mu_{br}(\nu, T) \approx T^{-\frac{1}{2}} n_e n_i n_u^{-3} (1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}) \quad (1.24)$$

Il coefficiente $\mu(\nu, T)$ dipende sensibilmente dalla frequenza. L'autoassorbimento è molto efficace alle basse frequenze, mentre è trascurabile alle alte frequenze. Nel limite $h\nu \ll k_B T$, ovvero nel regime di Rayleigh-Jeans, si può espandere l'esponenziale $(1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}) \approx (1 - 1 + \frac{h\nu}{k_B T})$ e quindi il coefficiente di assorbimento diventa:

$$\mu_{br}(\nu, T) \approx 0,2 \times T^{-\frac{3}{2}} \nu^{-2} n_e n_i Z^2 \quad (1.25)$$

Si può notare che l'autoassorbimento cresce all'aumentare delle densità delle particelle nel plasma, mentre diminuisce all'aumentare della sua temperatura.

1.4.3 Brillanza di Bremsstrahlung

Dall'equazione del trasporto radiativo, la brillanza di una nube che emette per Bremsstrahlung, considerando emissione e assorbimento, è data da:

$$B_{br}(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi\mu_{br}(\nu, T)} (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) = B(\nu, T) (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) \quad (1.26)$$

Dove $\tau(\nu, T) = \mu(\nu, T)l$, con l libero cammino medio, definisce l'opacità ottica, che dipende a sua volta dalla frequenza della radiazione e dalla temperatura della nube. A basse frequenze, ovvero nel caso $h\nu \ll kT$, quando l'autoassorbimento diventa un effetto importante, la brillanza diventa:

$$B_{br}(\nu, T) \approx \frac{T^{-\frac{1}{2}} n_e n_z z^2 \bar{g}_{ff}(T)}{T^{-\frac{3}{2}} \nu^{-2} n_e n_z z^2 \bar{g}_{ff}(T)} (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) \approx T\nu^2 (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) \quad (1.27)$$

Nel regime otticamente spesso, ovvero per $\tau \gg 1$, la brillanza risulta $B(\nu, T) \propto T\nu^2$ e lo spettro si irripidisce, crescendo come il quadrato della frequenza. Nel regime otticamente sottile, $\tau \ll 1$, la brillanza risulta $B(\nu, T) \propto T\nu^0$ e lo spettro risulta quindi piatto fino alla frequenza di cut-off. Oltre questa si ha il crollo esponenziale.

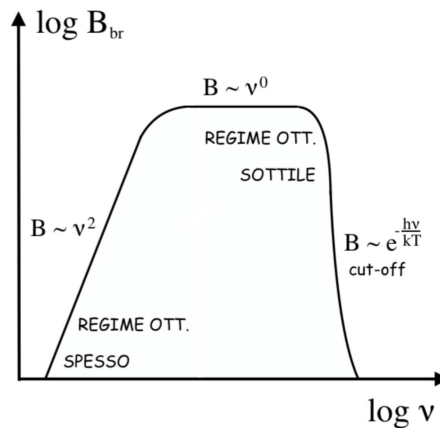


Figura 1.5: Spettro di bremsstrahlung con fenomeno di autoassorbimento.

1.5 Bremsstrahlung relativistica

Nel caso in cui gli elettroni abbiano velocità relativistiche ($v_e \approx c$) si parla di bremsstrahlung relativistica. Questo processo è generalmente meno rilevante in molti contesti astrofisici, poiché gli elettroni relativistici tendono a perdere energia principalmente tramite altri meccanismi, come la radiazione di sincrotrone o l'inverse Compton. L'emissività di Bremsstrahlung relativistica di una nube di elettroni con velocità v in funzione della frequenza ν è data da:

$$J_{br,rel}(\nu, \nu) = \frac{32\pi e^6}{3m_e^2 c^3 \nu} n_e n_z Z(Z + 1.3) \ln\left(\frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}}\right) \quad (1.28)$$

Gli elettroni relativistici seguono una distribuzione in energia a legge di potenza:

$$n_e(E) \approx n_{e,0} E^{-\delta} \quad (1.29)$$

Integrando la 1.28 sulla distribuzione in energia, si ottiene:

$$J_{br,rel}(\nu) \approx \int_{h\nu}^{\infty} n_e(E) n_z Z^2 dE \approx \int_{h\nu}^{\infty} E^{-\delta} dE \approx \nu^{-\delta+1} \quad (1.30)$$

Si osserva quindi che lo spettro della bremsstrahlung relativistica segue a sua volta una legge di potenza. Di conseguenza, determinando sperimentalmente l'indice spettrale δ , è possibile risalire alla distribuzione energetica degli elettroni.

Capitolo 2

Applicazioni astrofisiche

2.1 Ammassi di galassie e ICM

Lo studio sistematico degli ammassi di galassie si deve ad Abell che, nel 1958, utilizzando le lastre del Palomar Observatory Sky Survey, compilò il primo catalogo astronomico di ammassi di galassie. Abell definì gli ammassi come “addensamenti di galassie entro un raggio fissato attorno ad un centro” e li classificò in base alla magnitudine apparente delle galassie contenute, legata quindi alla loro distanza, e al parametro di *richness*, che quantifica la densità numerica di galassie. Questi contengono solitamente da qualche centinaio fino a qualche migliaio di galassie legate tra loro gravitazionalmente.

Le prime osservazioni del cielo in banda X, realizzate dal satellite UHURU, hanno rivelato che gli ammassi di galassie sono forti emettitori, raggiungendo luminosità dell'ordine di $L_X \approx 10^{-42} - 10^{-45} \text{ erg s}^{-1}$. La maggior parte di questa emissione deriva dal gas intracluster, o *intracluster medium* (ICM), un gas caldo e diffuso che permea lo spazio tra le galassie dell'ammasso. Per il principio di equipartizione dell'energia, considerando il gas composto principalmente da idrogeno, si ricava $k_B T \approx m_p v^2$, dove T è la temperatura del gas, v la velocità del gas e m_p la massa del protone. Assumendo che la velocità del gas coincida con le velocità tipiche delle galassie all'interno dell'ammasso, si ricava una temperatura dell'ICM di circa $10^7 - 10^8 \text{ K}$. A queste temperature il gas è ionizzato e emette radiazione in banda X principalmente per Bremsstrahlung termica, come visto in [sezione 1.4](#).

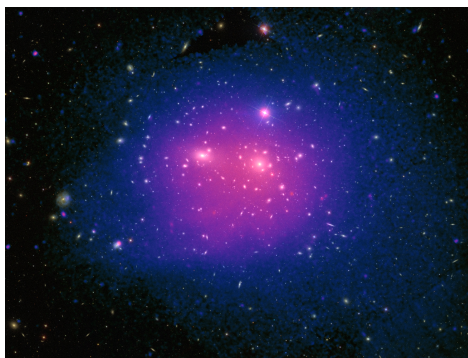


Figura 2.1: L'immagine mostra l'ammasso di galassie Abell 1656, conosciuto come Ammasso della Chioma, osservato in banda ottica e nei raggi X. Questo permette di evidenziare sia le galassie che il gas intracluster.

Nel 1975 fu osservata nello spettro dell'ammasso di Perseo la riga in emissione del ferro,

confermando l'emissione termica dell'ICM a temperature di circa 10^8 K. Questa scoperta ha anche fatto luce sull'origine del gas intracluster: la presenza di ferro indica che non si tratta semplicemente di gas primordiale, ma che è stato arricchito di metalli da eventi astrofisici come supernove e venti stellari.

2.1.1 Stima della massa

Per sistemi autogravitanti, come gli ammassi di galassie, la massa totale può essere stimata applicando il teorema del viriale. Questo afferma che $2T + U = 0$ dove T e U sono rispettivamente energia cinetica e potenziale del sistema. L'energia cinetica dell'ammasso è data da:

$$T = \frac{1}{2} M_{tot} \langle v^2 \rangle \quad (2.1)$$

dove M_{tot} è la massa totale dell'ammasso e v la velocità tipica delle galassie. L'energia potenziale dell'ammasso è:

$$U = -\frac{GM_{tot}^2}{R_G} \quad (2.2)$$

Da ciò si ricava la massa viriale dell'ammasso:

$$M_{tot} \simeq \frac{R_G \langle v^2 \rangle}{G} \quad (2.3)$$

dove R_G è la distanza tipica tra galassie dell'ammasso e il suo centro. Assumendo che la dispersione di velocità sia isotropa risulta $\langle v^2 \rangle = 3\sigma_r^2$, dove σ_r è la dispersione di velocità radiale, che è circa 1000 km/s per ammassi di galassie molto popolati. Si ricava quindi:

$$M_{tot} \simeq 7 \times 10^{14} M_\odot \left(\frac{\sigma_r^2}{1000 \text{ km/s}} \right) \left(\frac{R}{Mpc} \right) \quad (2.4)$$

La massa dell'ammasso stimata tramite il teorema del viriale risultava molto maggiore della somma delle masse delle singole galassie osservate in banda ottica. Per questo, nel 1933, Fritz Zwicky propose l'esistenza di una materia aggiuntiva oltre a quella visibile delle galassie, la materia oscura.

Un metodo più accurato per stimare la massa di un ammasso di galassie usa le osservazioni in banda X del gas intracluster. L'equazione dell'equilibrio idrostatico:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \quad (2.5)$$

$P(r)$ è la pressione del gas, $\rho(r)$ la densità del gas entro il raggio r e $M(r)$ la massa totale entro il raggio r . Assumendo che il gas sia ideale e costituito principalmente da idrogeno:

$$P = nkT = \rho kT / \mu m_H \quad (2.6)$$

dove m_H è la massa dell'atomo di idrogeno e μ è il peso molecolare medio dell'atomo di idrogeno. Combinando le due equazioni si ottiene la relazione:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{k}{\mu m_H} \left(\rho \frac{\partial T}{\partial r} + T \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) = -\frac{GM(r)\rho}{r^2} \quad (2.7)$$

Dalla frequenza di cut-off dell'emissione di Bremsstrahlung dell'ICM si può ottenere la temperatura T e dall'emissività totale di Bremsstrahlung la densità del gas ρ e quindi la

massa del gas. Inserendo queste due quantità nell'equazione sopra, si stima la massa totale dell'ammasso. In conclusione, la massa dell'ICM supera la somma delle masse delle singole galassie, ma questa non è comunque sufficiente a giustificare le elevate velocità delle galassie e la stabilità dell'ammasso. Infatti, mentre le galassie costituiscono circa il 5% della massa totale dell'ammasso, l'ICM ne rappresenta il 10-15%. Il restante 80-85% è costituito da materia oscura.

Queste stime, ricavate dalle osservazioni in banda X degli ammassi, sono particolarmente importanti per determinare il rapporto tra materia barionica e materia oscura nell'Universo. Infatti, poiché gli ammassi di galassie presentano una buca di potenziale gravitazionale molto profonda che trattiene la materia, essi possono essere considerati rappresentativi dell'Universo. Tali misure, insieme ad altre, consentono di porre limiti sui valori delle costanti cosmologiche, tra cui Ω_m , la densità di massa totale dell'Universo, come mostrato in [Figura 2.2](#).

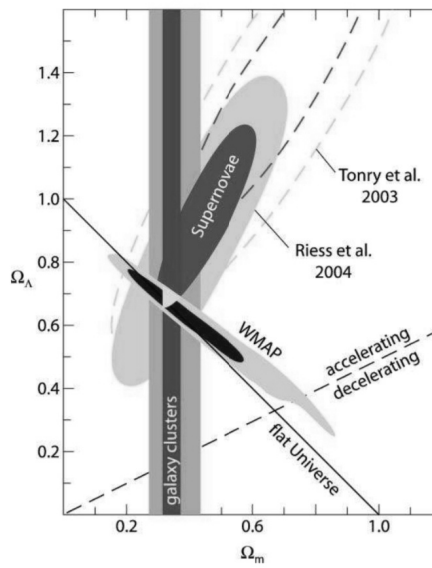


Figura 2.2: Limiti sui valori delle costanti cosmologiche Ω_m e Ω_Λ . Combinando le osservazioni in banda X degli ammassi di galassie con misure su supernove e sullo spettro della CMB si ottiene $\Omega_m \approx 0.3$.

2.1.2 Flussi di raffreddamento

Dall'equazione del tempo di raffreddamento per Bremsstrahlung:

$$t_{br} = \frac{E_{th}}{j_{br}(T)} \propto \frac{T^{\frac{1}{2}}}{n_e} \quad (2.8)$$

si conclude che nelle regioni centrali dell'ammasso, dove le densità sono maggiori, il tempo di raffreddamento è minore rispetto alle zone periferiche. Infatti, il nucleo dell'ammasso emette maggiore radiazione, le particelle del gas perdono quindi energia cinetica e di conseguenza questo si raffredda più velocemente. Il calo di temperatura comporta una diminuzione di pressione nel centro dell'ammasso, e per mantenere l'equilibrio idrostatico la materia più esterna fluisce verso il nucleo. Questo origina i cosiddetti flussi di raffreddamento, o *cooling flows*, che aumentano ulteriormente la densità centrale dell'ammasso, alimentando nuovamente il processo. Come mostrato in [Figura 2.3](#), negli ammassi in cui sono presenti flussi di raffreddamento il profilo di brillantezza superficiale ha un picco molto pronunciato nel

centro dell'ammasso, in quanto l'emissività di Bremsstrahlung dipende dal quadrato della densità.

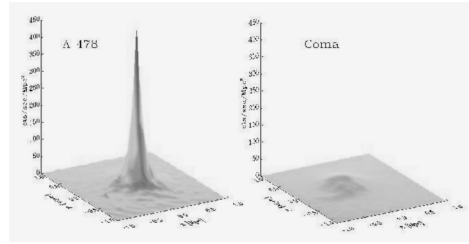


Figura 2.3: A sinistra è mostrato il profilo di brillantezza superficiale dell'ammasso Abell 478, che presenta un picco centrale pronunciato e flussi di raffreddamento. A destra è riportato il profilo dell'Ammasso della Chioma, che non presenta flussi di raffreddamento.

2.1.3 Luminosità

La radiazione di Bremsstrahlung emessa per unità di volume è proporzionale a $n_e^2 T^{\frac{1}{2}}$, per cui la luminosità di un ammasso di galassie in banda X risulta:

$$L_X \propto n^2 T^{\frac{1}{2}} R^3 \quad (2.9)$$

da cui:

$$L_X \propto \frac{M_{gas}^2}{R^6} T^{\frac{1}{2}} R^3 \quad (2.10)$$

e poiché la massa del gas scala come la massa totale dell'ammasso:

$$L_X \propto \frac{M^2}{R^6} T^{\frac{1}{2}} R^3 \quad (2.11)$$

Dal teorema del viriale ricaviamo $\sigma_r^2 \propto \frac{M}{T}$, e dal principio di equipartizione dell'energia $\sigma_r^2 \propto T$, per cui, combinandole, si ricava:

$$L_X \propto \frac{T^{\frac{5}{2}}}{R} \quad (2.12)$$

2.2 Brillamenti solari

I brillamenti solari, o *solar flares*, sono esplosioni che avvengono sull'atmosfera del Sole quando l'energia immagazzinata nei campi magnetici viene rilasciata improvvisamente a causa di instabilità magnetiche, causando un improvviso aumento della luminosità. Questi eventi sono associati alle macchie solari, zone della fotosfera in cui i campi magnetici sono più intensi.

A causa della rotazione differenziale del Sole, le linee di campo magnetico nella corona possono intrecciarsi e riconnettersi assumendo configurazioni diverse. Durante questo processo, noto come riconnessione magnetica, viene liberata una grande quantità di energia magnetica, che provoca il riscaldamento del plasma, l'accelerazione di elettroni e ioni e l'espulsione di flussi di plasma ad alte velocità.

I più grandi flares solari possono liberare energie dell'ordine di 10^{32} erg in un intervallo di tempo che va da pochi minuti a qualche decina di minuti. La potenza emessa durante il

processo raggiunge quindi circa 10^{29} erg/s, lo 0,01% della luminosità totale del Sole. Per questo motivo, i flares non provocano un aumento apprezzabile della luminosità della fotosfera e si osservano principalmente nella cromosfera e nella corona.

Nello sviluppo e evoluzione di un brillamento si possono identificare tre fasi principali. Nella fase iniziale, detta di preriscaldamento, si accumula energia magnetica. La fase seguente è detta esplosiva, durante la quale il plasma viene espulso a velocità anche maggiori di 1000 km/s e elettroni e ioni vengono accelerati fino ad alte energie. Durante questa fase viene emessa radiazione altamente energetica, in particolare raggi X e raggi gamma. Infine, nella fase principale, viene liberata la maggior parte dell'energia sotto forma di flusso di calore.

La radiazione emessa nel processo copre un ampio intervallo di frequenze, dalle onde radio fino ai raggi X e gamma. Nei soft X-rays (o raggi X soffici, con energie dell'ordine di 0,1 – 10 keV), il principale meccanismo di emissione energetica è la Bremsstrahlung termica degli elettroni accelerati in un plasma a temperature dell'ordine dei milioni di gradi kelvin, con emissione concentrata soprattutto negli anelli coronali. Nello spettro di Bremsstrahlung termica si osservano anche righe spettrali dovute agli elementi presenti nel plasma. Negli hard X-rays (o raggi X duri, con energie oltre i 10 keV), invece, la radiazione è prodotta dalla Bremsstrahlung non termica di elettroni accelerati con energie $E \geq 20$ keV, che precipitano dalla corona verso la cromosfera, dove le densità di particelle sono maggiori. L'emissione si concentra principalmente alla base degli anelli coronali, ovvero ai *footpoints*. Questa caduta degli elettroni verso i *footpoints* genera una pressione che spinge flussi di plasma riscaldato a risalire lungo le strutture ad anello.

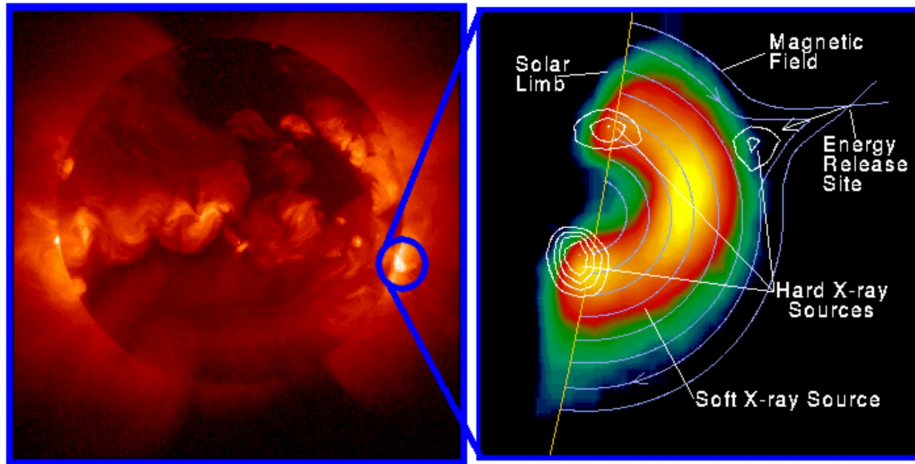


Figura 2.4: A sinistra è mostrato il disco solare osservato nei raggi X soffici dal telescopio Yohkoh SXT. A destra l'ingrandimento del flare mostra l'emissione di raggi X soffici concentrata sulla struttura ad anello. A questa è stata poi sovrapposta l'emissione osservata nei raggi X duri, concentrata nei due footpoints.

Dall'emissività di un plasma all'equilibrio termico che emette per Bremsstrahlung, indicata qui con ϵ_v , si può ricavare il flusso che si osserva dalla terra in funzione dell'energia dei fotoni $h\nu$. Essendo:

$$dF = \frac{d\epsilon}{dt dA d(h\nu)} = \frac{1}{R^2 h} \frac{d\epsilon}{dt d\Omega d\nu} = \frac{\epsilon_v}{R^2 h} dV \quad (2.13)$$

dove $R = 1.5 \times 10^{13}$ cm è la distanza tra la terra e il sole e $h = 6.63 \times 10^{-27}$ erg/s, e assumendo che nella corona solare le densità di elettroni e ioni siano uguali $n_i = n_e$ e che

$Z = 1$, si ricava:

$$F \approx 8.1 \times 10^{-39} \int_V \frac{e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}}{T^{\frac{1}{2}}} n^2 dV \quad [\text{cm}^{-2} \text{keV}^{-1} \text{s}^{-1}] \quad (2.14)$$

È evidente che lo spettro di un plasma termico che emette per Bremsstrahlung decresce esponenzialmente all'aumentare dell'energia dei fotoni. Ciò permette di distinguere l'origine termica da quella non termica della radiazione, in quanto il flusso originato dalla Bremsstrahlung non termica segue tipicamente una legge di potenza.

Come esempio, in [Figura 2.5](#) è riportato lo spettro del brillamento solare del 27 giugno 1980, ottenuto tramite rivelatori a raggi X su palloni aerostatici ad alta quota.

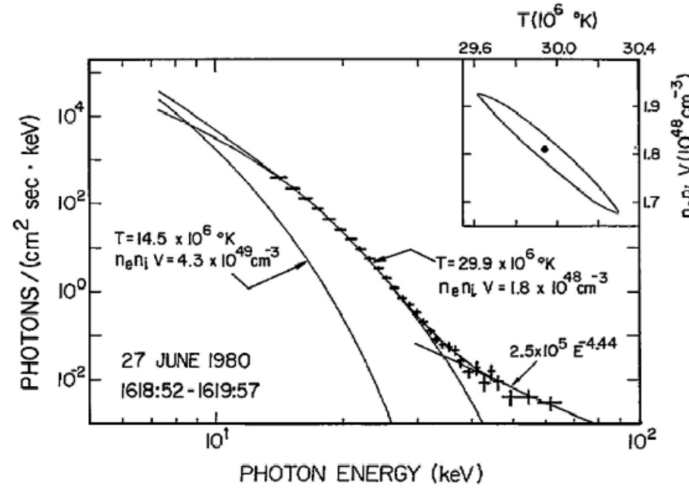


Figura 2.5: Spettro del brillamento solare del 27 giugno 1980.

Lo spettro mostra un andamento esponenziale caratteristico del processo di Bremsstrahlung termica fino ad energie $\leq 35 \text{ keV}$. Dallo spettro si ricava una temperatura del plasma di $T = 29.9 \times 10^6 \text{ K}$.

La radiazione del flare viene emessa anche in altri intervalli di frequenze, per esempio elettroni accelerati con energie nell'intervallo $20 \text{ keV} - 1 \text{ GeV}$ collidono con ioni della cromosfera emettendo per Bremsstrahlung non termica nella banda dei raggi gamma. In [Figura 2.6](#) è mostrato lo spettro di un flare di grandi dimensioni, che copre un ampio intervallo di frequenze, dai raggi X soffici fino ai raggi gamma.

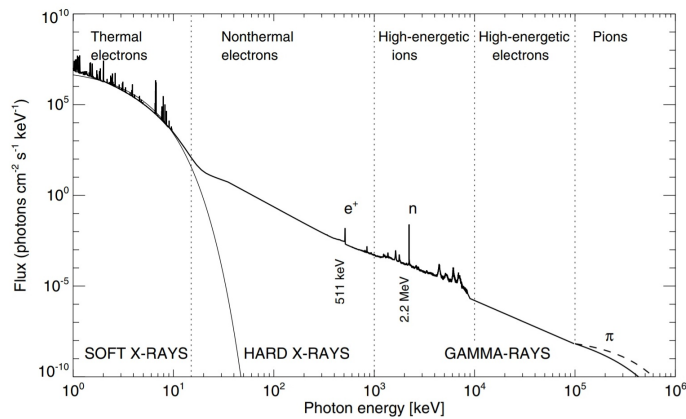


Figura 2.6: Spettro di un flare di grandi dimensioni.

Nei soft X-rays l'emissione è dominata dalla Bremsstrahlung termica, da cui deriva l'andamento esponenziale dello spettro. Negli hard X-rays, invece, prevale la Bremsstrahlung non termica, prodotta da elettroni accelerati ad alte energie. Nei raggi gamma, oltre alla bremsstrahlung non termica di elettroni altamente energetici, intervengono altri processi di emissione, tra cui linee di emissione nucleari e il decadimento dei pioni prodotti nelle interazioni di particelle ad alta energia con il plasma.

2.2.1 Stelle a brillamento

Le stelle a brillamento, o *flare stars*, sono stelle variabili che presentano improvvisi aumenti di luminosità analoghi ai brillamenti solari. Si pensa che anch'essi siano causati dal fenomeno di riconnessione magnetica. Requisiti affinché una stella mostri brillamenti sono una rotazione rapida, una zona convettiva esterna, e campi magnetici disorganizzati sulla superficie. Tra i tipi di stelle che generalmente producono flare si hanno:

- RS CVn, sistemi binari stretti e in rotazione sincrona costituiti da una stella nella sequenza principale e una stella massiccia e più evoluta di classe G/K. Quest'ultima presenta una grande zona convettiva e una rotazione rapida che provocano brillamenti altamente energetici dell'ordine di $10^{36} - 10^{37}$ erg con una frequenza di un flare al giorno. Un esempio di sistema RS CVn è HR 1099 (V711 Tau), composto da una subgigante di classe K e una stella in sequenza principale di classe G. La separazione orbitale è di $\approx 3R_{\odot}$ e il periodo orbitale e di rotazione sincroni di 2,8 giorni.
- Stelle pre-sequenza principale, come per esempio gli oggetti stellari giovani (*young stellar object*, YSO) e le T Tauri. I flare nelle T Tauri tendono ad essere molto energetici nell'ottico e nell'ultravioletto, raggiungendo energie $E \geq 10^{35}$ erg. Gli YSO presentano invece flares di grandi dimensioni nei raggi X, che indicano temperature coronali $T > 10^8$ K.
- Stelle nane di classe spettrale M. Un esempio è Proxima Centauri, una stella di classe spettrale M5.5Ve con una massa $M \approx 0.12M_{\odot}$. Ha un'età di $\approx 5 - 6$ Gyr ma è ancora molto attiva magneticamente, generando flare comparabili o anche più energetici dei tipici flare solari.
- *Very low mass stars* (VLM) e nane brune, stelle di classe spettrale compresa tra M7 e L, possono produrre brillamenti molto intensi anche in banda ottica. Alcune nane di tipo L mostrano anche forti brillamenti nei raggi X.
- Stelle di tipo solare. I brillamenti osservati in ottico, raggi X e FUV spesso superano energie dell'ordine di 10^{33} erg, risultando quindi più intensi dei tipici brillamenti solari.

Bibliografia

- [1] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, Università degli studi di Bologna, dispense e appunti, 2024.
- [2] C. Fanti e R. Fanti, *Una finestra sull'universo "Invisibile"* - Lezioni di radioastronomia, 2012.
- [3] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics* - Cambridge University Press, 2008.
- [4] E. Ceccotti, *Appunti di Processi di Radiazione e MHD*, appunti, 2017.
- [5] P. Best, *Bremsstrahlung and galaxy clusters*, University of Edinburgh, 2011-12.
- [6] W. C. Seitter, *Cosmological Aspects of X-Ray Clusters of Galaxies*, 1993.
- [7] P. A. Charles e F. D. Seward, *Exploring the X-ray Universe*, 1995.
- [8] B. V. Somov, *Physical processes in solar flares*, 1992.
- [9] M. J. Aschwanden, *Physics of the solar corona*.
- [10] M. J. Aschwanden, *Particle acceleration and kinematics in solar flares*.
- [11] A. F. Kowalski, *Stellar flares*, 2024.
- [12] nasa.gov
- [13] esa.int
- [14] wikipedia.org