

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**PRINCIPALI REAZIONI
TERMONUCLEARI NELLE STELLE**

Tesi di laurea

Presentata da:
Jacopo Valbonesi

Relatore:
**Chiar.ma Prof.
Marcella Brusa**

Appello **III**
Anno Accademico **2024-2025**

Abstract

Il lavoro esamina le principali caratteristiche delle reazioni termonucleari che avvengono negli interni stellari. Nella prima parte viene introdotto il tema dell'evoluzione stellare, delineando i vari tempi di scala. Successivamente vengono presentati i concetti fondamentali di fisica nucleare e subnucleare, indispensabili per descrivere le reazioni nucleari. Infine, l'ultima sezione è dedicata alle reazioni termonucleari che alimentano le stelle, descrivendo i principali processi di fusione, inclusi quelli successivi alla 3α , e analizzando i relativi tassi di produzione.

Indice

1	Tempi di scala dell'evoluzione stellare	1
1.1	Da tempi di scala dinamici a tempi di scala nucleari	1
2	Tipologia e nomenclatura dei principali processi nucleari	3
2.1	Energia di legame nucleare	3
2.2	Fissione e fusione nucleare	4
2.3	I decadimenti beta	5
2.4	Processi di cattura	6
3	Reazioni termonucleari negli interni stellari	7
3.1	Tasso di produzione di energia	7
3.2	Reazioni di Pre-Sequenza	8
3.3	Catene protone-protone	8
3.3.1	Catena PPI	9
3.3.2	Catena PP II	9
3.3.3	Catena PP III	10
3.4	Ciclo CNO	11
3.5	Processo 3α	12
3.6	Reazioni termonucleari successive alla 3α	13
3.7	Riformulazione del calcolo del tasso di produzione di energia	14

Capitolo 1

Tempi di scala dell'evoluzione stellare

La storia evolutiva di una struttura stellare è caratterizzata da una progressiva contrazione di una sfera di gas autogravitante, accompagnata da un corrispondente aumento della temperatura. E' possibile individuare tre regimi di *tempi di scala* che ne descrivono l'evoluzione:

Tempi di scala dinamici

Tempi di scala termodinamici

Tempi di scala nucleari

1.1 Da tempi di scala dinamici a tempi di scala nucleari

Il primo processo di contrazione, regolato da tempi di scala dinamici (molto veloci), interessa nubi con massa dell'ordine della massa di Jeans M_J . In questa fase evolutiva, la stella non può essere considerata un sistema statico, in quanto la forza di gravità non è completamente bilanciata dalla pressione del gas. Il teorema del Viriale assume la seguente forma:

$$2T + \Omega = \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} \quad (1.1)$$

T è l'energia cinetica, Ω è l'energia potenziale ed I momento d'inerzia.

Al progredire della contrazione, la struttura gassosa aumenta la propria densità e la temperatura, attivando così il processo di ionizzazione della materia e l'aumento dell'opacità. L'aumento della pressione, causata dall'aumento della temperatura, genera il primo cambiamento nei tempi di contrazione della stella; avviene il passaggio da *tempi di scala dinamici* a *tempi di scala termodinamici*. Durante questa fase, la contrazione è rallentata dall'aumento della pressione interna del gas; la struttura stellare diventa quasi-statica e il teorema del Viriale assume la seguente forma:

$$2T + \Omega = 0 \Rightarrow dT = -\frac{d\Omega}{2} \quad (1.2)$$

La quasi-staticità viene garantita se metà dell'energia prodotta dalla contrazione provvede a colmare la perdita di energia per irraggiamento, mentre l'altra metà aumenta l'energia cinetica interna e, di conseguenza la temperatura. L'aumento di quest'ultima e la continua, ma lenta, contrazione della stella, definiscono l'innesco delle reazioni termonucleari. Di seguito, avviene il passaggio dai *tempi di scala termodinamici* ai *tempi di scala nucleari*.

La contrazione viene ulteriormente rallentata, in quanto alla pressione del gas viene aggiunto il contributo della pressione di radiazione, generata dall'innesco delle reazioni termonucleari. Tali reazioni costituiscono una sorgente di energia autonoma e, anche se la contrazione viene rallentata, le reazioni termonucleari diminuiscono il numero di particelle libere nel nucleo; di conseguenza, provocano una diminuzione della pressione e un continuo contrarsi della struttura. Quando la combustione di un dato elemento, come ad esempio l' H , termina, la contrazione ritorna ad avere caratteristiche su tempi di scala termodinamici finché non viene raggiunta la temperatura caratteristica per l'innesco della successiva reazione termonucleare, ovvero quella dell' He . In particolari circostanze, il fenomeno della degenerazione, il quale impedisce al gas di contrarsi ulteriormente, determina una dilatazione dei tempi che intercorrono tra la combustione di un elemento e quello successivo, oppure può impedirne del tutto l'innesco.

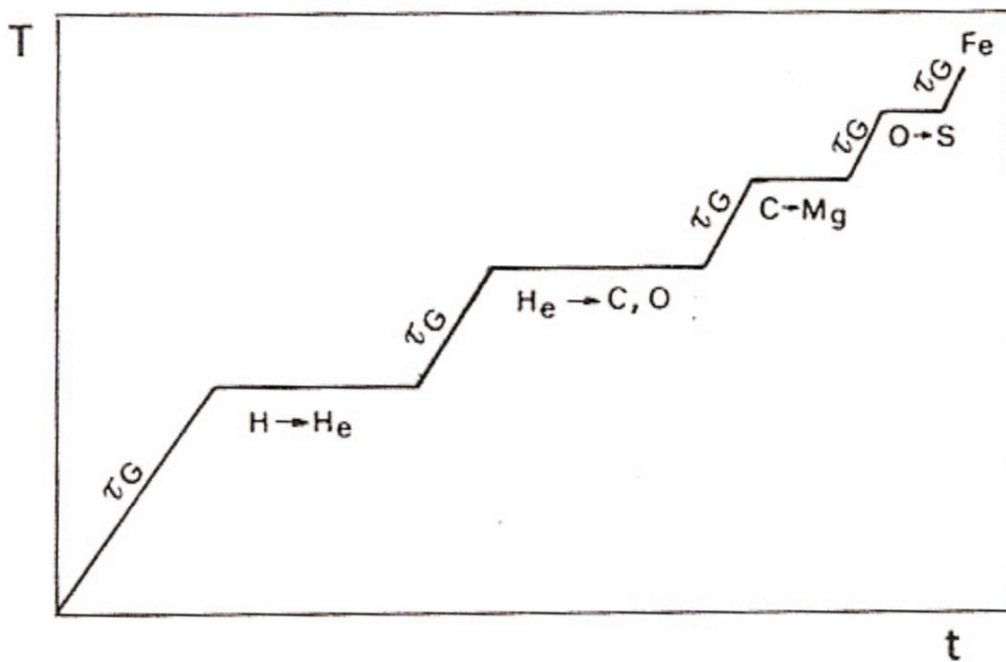


Figura 1.1: Rappresentazione dell'evoluzione interna di una struttura stellare sufficientemente massiccia. τ_G è il tempo di scala per le varie fasi di contrazione gravitazionali le quali portano l'interno della struttura a bruciare successivamente H , He , C , O e S in Fe .

Capitolo 2

Tipologia e nomenclatura dei principali processi nucleari

2.1 Energia di legame nucleare

Il nucleo atomico è formato da un numero A di nucleoni, particelle barioniche legate tramite l'interazione forte. Il nucleone può presentarsi in due stati differenti a seconda della terza componente dell'isospin I_z . Se $I_z = \frac{1}{2}$ allora sarà nello stato di protone, mentre con $I_z = -\frac{1}{2}$ si troverà nello stato di neutrone.

L'energia di legame (*Binding Energy*, BE) di un dato nucleo è definita come la differenza tra la somma delle masse dei nucleoni costituenti e la massa del nucleo:

$$E(Z, N) = [Zm_p + Nm_n - m_{tot}(Z, n)] \cdot c^2 \quad (2.1)$$

nella quale $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-24}g$ e $m_n = 1.6749 \cdot 10^{-24}g$.

Questa energia può essere sia *negativa* che *positiva*. Se $E(Z, N) > 0$, la differenza di massa rappresenta l'energia liberata durante la formazione di un nucleo stabile. Questa energia corrisponde anche a quella necessaria per separare il nucleo nei singoli nucleoni che lo compongono. Al contrario, se $E(Z, N) < 0$, significa che la formazione di quell'atomo richiede energia, rendendo più favorevole il processo inverso, ovvero la fissione. Una grandezza che quantifica la stabilità di un nucleo è:

$$\frac{E}{A} = \frac{E(Z, N)}{A} \quad (2.2)$$

ovvero l'energia di legame per nucleone. Dal grafico 2.1 si nota che la funzione per A piccoli non è regolare, ma per $A > 12$ è con buona approssimazione proporzionale al numero di nucleoni con:

$$\frac{BE}{A} \sim 8MeV/nucleone \quad (2.3)$$

Osservando sempre il grafico, si nota un massimo intorno alla famiglia del Fe ($A \sim 60$); quando si formano per fusione nucleare, danno la massima perdita di massa frazionaria, ovvero rilasciano la massima energia. Al contrario, nuclei più pesanti ($A > 60$) sono via via sempre meno legati; per essere formati tramite processi di fusione, è necessario fornire energia al sistema.

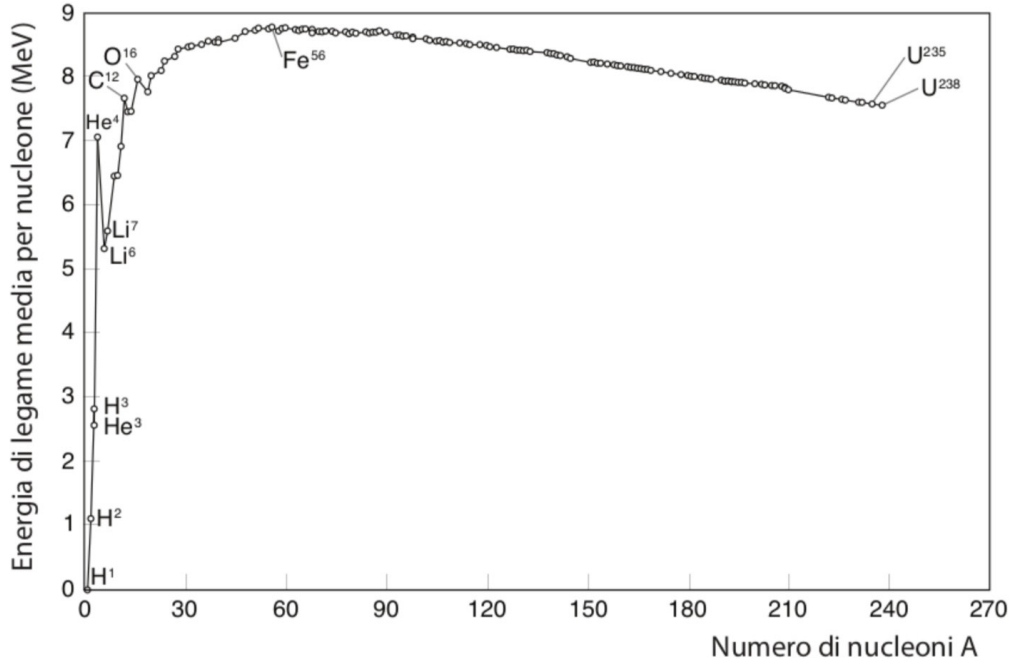


Figura 2.1: Energia di legame (BE) per nucleone misurata dei nuclei stabili in funzione di A . Si notano dei picchi corrispondenti a nuclei particolarmente legati: ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$. La curva presenta un picco per $A \sim 60$.

2.2 Fissione e fusione nucleare

In una reazione nucleare due particelle o due nuclei cambiano stato per effetto della loro interazione:

$$a + b \rightarrow c + d + Q \quad (2.4)$$

Q indica la differenza di massa tra lo stato iniziale e quello finale:

$$Q = (m_a + m_b - m_c - m_d)c^2 \quad (2.5)$$

Le reazioni con $Q > 0$ sono chiamate esotermiche: parte della massa viene convertita in energia cinetica dello stato finale. Le reazioni con $Q < 0$ sono endotermiche: l'energia cinetica viene convertita in massa. Due fondamentali processi nucleari attraverso i quali viene prodotta energia sono: la *fissione* e la *fusione* nucleare.

La *fissione* nucleare è il processo mediante il quale un nucleo viene diviso in due o più frammenti. Tale fenomeno può avvenire spontaneamente (molto raro):

$${}^A_Z\text{N} \rightarrow {}^{A-a}_{Z-z}\text{X} + {}^a_z\text{Y} + Q \quad (2.6)$$

Oppure può essere indotto tramite la collisione con una particella proiettile. Un esempio è l'assorbimento di un neutrone termico da parte del nucleo di ${}^{235}_{92}\text{U}$; a seguito della reazione si rende disponibile un'energia sufficiente per la disintegrazione del nucleo:

$$n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + n + n \quad (2.7)$$

La *fusione* nucleare, principale processo per la produzione di energia negli interni stellari, consiste nell'unione di due nuclei leggeri per la formazione di un nucleo più pesante:



Dal punto di vista classico, la fusione può avvenire solamente se i due nuclei riescono ad avvicinarsi ad una distanza tale per la quale l'interazione forte riesca a sovrastare la repulsione columbiana. In termini di energia, significa che i due reagenti devono avere un'energia superiore alla barriera di potenziale elettrostatica.

Procedendo con un calcolo qualitativo, consideriamo nell'interno stellare una temperatura $T \sim 10^7 K$, perciò l'energia media di una particella è:

$$E_T = \frac{3}{2}kT = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1.6 \cdot 10^{-12}} \sim 1000 eV \quad (2.9)$$

Per quanto riguarda la barriera di potenziale (utilizziamo $Z_1 = Z_2 = 1$) abbiamo:

$$E_c = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{r} = \frac{25 \cdot 10^{-20}}{10^{-13}} = 1.25 \cdot 10^6 eV \quad (2.10)$$

Confrontando 2.9 con 2.10, l'energia media di una particella è 1000 volte più piccola della barriera di potenziale. Questo significa, dal punto di vista classico, che è molto improbabile che la reazione possa avvenire. Nonostante ciò, la meccanica quantistica offre una visione più probabilistica grazie all'effetto tunnel; ovvero esiste la probabilità che la reazione possa avvenire anche se le particelle hanno energia minore di quella che servirebbe per superare la barriera di potenziale.

2.3 I decadimenti beta

I decadimenti beta sono trasformazioni nucleari che conservano il numero di nucleoni, guidando i nuclei verso configurazioni sempre più stabili.

Decadimento β^- :

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.11)$$

A causa dell'interazione debole vengono prodotti: un protone p , un elettrone e^- ed un neutrino elettronico ν_e . Il neutrone, se libero in natura, decade spontaneamente dopo un tempo di vita medio $\tau_e \sim 800s$ e con una produzione di soli $\sim 8 \cdot 10^{-4} GeV$ di energia.

Decadimento β^+ :

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (2.12)$$

A causa dell'interazione debole vengono prodotti: un neutrone n , un positrone e^+ ed un antineutrino elettronico $\bar{\nu}_e$. Il protone, se libero in natura, non può decadere spontaneamente a causa della conservazione dell'energia. Al contrario, la reazione è energeticamente permessa se il protone si trova legato ad un nucleo atomico.

2.4 Processi di cattura

Esistono diversi tipi di catture.

Cattura elettronica (decadimento β^- inverso):

$$p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (2.13)$$

Questo processo non è permesso dal punto di vista energetico. Infatti, la somma delle masse a riposo dei reagenti è minore di quella dei prodotti. Tuttavia, se l'elettrone acquisisce abbastanza energia da compensare tale differenza, allora la cattura elettronica potrà avvenire. La reazione ha particolare rilevanza nel processo URCA, durante le fasi di pre-esplosione SNII, nel quale la sottrazione di e^- degeneri, a causa del decadimento beta inverso, porta al collasso del nucleo stellare.

Cattura protonica, (p, γ) :

$$Z^A + p^+ \rightarrow (Z^A + 1)^{A+1} + \gamma \quad (2.14)$$

In questa reazione, un protone interagisce con un nucleo di numero atomico Z e numero di massa A , con la successiva generazione di un nuovo elemento e di un fotone γ .

Cattura α , (α, γ) :

$$Z^A + \alpha \rightarrow (Z + 2)^{A+4} + \gamma \quad (2.15)$$

In questo processo, un nucleo atomico cattura un nucleo di He^4 . La cattura α , consente la formazione di elementi più pesanti del C^{12} negli interni stellari.

Cattura neutronica, (n, γ) :

$$Z^A + n \rightarrow Z^{A+1} \quad (2.16)$$

Questo processo porta generalmente alla formazione di un nucleo instabile, è quindi seguito da un *decadimento β^-* :

$$Z^{A+1} \rightarrow (Z + 1)^{A+1} + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.17)$$

Il processo (n, γ) richiede la presenza di neutroni liberi; tuttavia, a causa del loro tempo di decadimento relativamente breve ($\tau_e \sim 800$ s), la probabilità che tale cattura avvenga è piuttosto bassa. La reazione può comunque verificarsi in presenza di sorgenti di neutroni, come la fotodisintegrazione (γ, n) del Fe^{56} :

$$Fe^{56} + \gamma \rightarrow 13He^4 + 4n \quad (2.18)$$

Il confronto tra il tempo di cattura neutronica (t_n) e il tempo di decadimento β^- dell'isotopo instabile generato (t_β), determina la distinzione tra processi *s* (slow) e processi *r* (rapid). Nei processi slow il nucleo instabile decade prima di catturare altri neutroni ($t_\beta < t_n$); mentre nei processi rapid il nucleo instabile riesce a catturare molti neutroni prima di decadere ($t_n < t_\beta$).

Capitolo 3

Reazioni termonucleari negli interni stellari

Le reazioni termonucleari che avvengono nel nucleo stellare costituiscono il principale motore energetico della stella, rendendola una fonte autonoma di energia. Tuttavia, non tutte sono in grado di raggiungere la sintetizzazione del Fe^{56} , ultimo elemento la cui formazione è ancora esotermica. Questo limite dipende dalla massa; parametro che determina l'intero percorso evolutivo del corpo celeste. Per masse inferiori a otto masse solari, la stella non raggiunge le condizioni fisiche necessarie per l'innesco della fusione di elementi pesanti e potrà evolvere, ad esempio, in una nana bianca; tipo di stella sostenuta dalla pressione del gas degenere. Stelle più massicce invece, evolvono fino alla formazione di un nucleo composto da Fe^{56} ; quest'ultime, non potendo più produrre energia tramite la fusione nucleare, collassano gravitazionalmente, portando alla formazione di una stella di neutroni o di un buco nero.

3.1 Tasso di produzione di energia

Il calcolo del tasso di produzione di energia ϵ associato a un determinato ciclo di reazioni risulta particolarmente complesso, in quanto dipende da numerosi fattori, tra cui le sezioni d'urto, le quali possono variare sensibilmente in funzione del tipo di reazione considerata. Inoltre, all'interno di ciascuna catena sarebbe necessario includere il contributo di ogni processo coinvolto; tuttavia, nella pratica, si tende a focalizzarsi sull'elemento che maggiormente influenza l'evoluzione del ciclo, ossia quello caratterizzato dalla maggiore durata temporale.

Definiamo ϵ come la somma delle energie prodotte dai processi che intervengono in un dato ciclo:

$$\epsilon = \sum \frac{\text{energia prodotta}}{\text{reazione}} \cdot \frac{N \text{ reazioni}}{cm^3 \cdot sec} \cdot \frac{cm^3}{g} \Rightarrow \epsilon = \left[\frac{erg}{g \cdot sec} \right] \quad (3.1)$$

Il primo termine è stimato sulla base del bilancio energetico associato a ciascuna reazione nucleare. A tal fine, è necessario considerare sia il difetto di massa, che rappresenta la principale fonte di energia liberata, sia l'eventuale produzione di neutrini, i quali sottraggono una frazione dell'energia generata dalla reazione. Il secondo termine è definito come il numero di reazioni per unità di volume e per

unità di tempo. Data una catena di n reazioni, si ottiene:

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n E_i x_1 x_2 c_i \rho T^{-\frac{2}{3}} \exp \left[-1.89 \left(\frac{E_0}{kT} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.2)$$

L'equazione mostra una dipendenza dai nuclei atomici coinvolti e dall'ambiente nel quale sta avvenendo la reazione. Per i nuclei atomici:

$$E_i x_1 x_2 c_i \quad (3.3)$$

- E_i = bilancio energetico di ciascuna reazione della catena;
- x_1, x_2 = concentrazione dei due elementi coinvolti;
- c_i = dipende dalle proprietà dei nuclei che si fondono e dal nucleo sintetizzato.

Per l'ambiente:

$$\rho T^{-\frac{2}{3}} \exp \left[-1.89 \left(\frac{E_0}{kT} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.4)$$

- ρ = densità dell'ambiente;
- T = temperatura dell'ambiente;
- E_0 = dipende dal numero di massa e dal numero atomico dei due elementi coinvolti;
- k = costante di Boltzmann.

3.2 Reazioni di Pre-Sequenza

Negli istanti iniziali della vita di una stella si verificano le reazioni di pre-sequenza, che precedono i cicli di produzione dell'elio. Questi processi avvengono a temperature comprese tra $0.5 \cdot 10^6 K$ e $4.7 \cdot 10^6 K$, coinvolgono elementi leggeri e portano alla formazione di diversi isotopi dell'elio:

Reazione	Tempo
$D^2 + H^1 \rightarrow He^3$	$0.5 \cdot 10^6 K$
$Li^6 + H^1 \rightarrow He^3 + He^4$	$2.0 \cdot 10^6 K$
$Li^7 + H^1 \rightarrow 2He^4$	$2.4 \cdot 10^6 K$
$Be^9 + 2H^1 \rightarrow He^3 + 2He^4$	$3.2 \cdot 10^6 K$
$B^{10} + 2H^1 \rightarrow 3He^4$	$4.9 \cdot 10^6 K$
$B^{11} + H^1 \rightarrow 3He^4$	$4.7 \cdot 10^6 K$

Tabella 3.1: Reazioni di Pre-Sequenza

Queste reazioni hanno una produzione minima di energia e sono trascurabili una volta raggiunto l'innesco della prima catena di bruciamento dell'idrogeno.

3.3 Catene protone-protone

Nel periodo iniziale della nucleosintesi stellare, le catene principali sono: *catena PPI*, *catena PPII* e *catena PPIII*; le quali descrivono il processo di fusione dell'idrogeno in elio. Inizialmente, data la minore abbondanza di He nell'interno stellare, la

catena dominante è la *PPI*. Man mano che l'idrogeno ionizzato viene trasformato in He^4 , aumenta la probabilità della reazione:



la quale apre i canali per la produzione di energia tramite le catene *PPII* e *PPIII* (vedi immagine 3.1).

3.3.1 Catena PPI

La catena *PPI* è composta da due rami speculari per la produzione di He^3 tramite la formazione di H^2 , per poi arrivare alla formazione di He^4 .

Reazione	Energia(MeV)	Tempo
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu_e$	+1.44 - 0.26	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	+5.49	6 sec
$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + H^1 + H^1$	+12.85	$10^6 yr$

Tabella 3.2: Catena PPI

La reazione che maggiormente influenza la catena è:



Tale processo avviene per interazione debole in $\sim 10^9 yr$; infatti, la sezione d'urto è estremamente piccola $\sigma \sim 10^{-55} cm^2$; questo è il principale motivo per cui le stelle bruciano molto lentamente. La produzione del neutrino elettronico ν_e comporta una immediata perdita di energia $\sim 0.26 MeV$, poiché il neutrino non interagisce con la materia circostante. Il positrone generato, invece, si annichila rapidamente con un elettrone, abbondante nell'ambiente per la ionizzazione dell'idrogeno. L'energia rilasciata dall'annichilazione è già inclusa nei $1.44 MeV$ complessivi della prima reazione. Il deutone H^2 , in tempi molto brevi $t \sim 6 sec$, si fonde per interazione forte con un atomo di H^1 , dando origine a He^3 e a un fotone. Quando la densità di He^3 diventa sufficientemente elevata, si verifica l'ultima reazione della catena: la formazione di He^4 accompagnata dalla liberazione di $2H^1$. Si avrà:



L'energia totale prodotta dalla catena *PPI*, tenendo conto della perdita di $\sim 0.5 MeV$ dovuta ai neutrini, è circa $+26.2 MeV$. L'intero ciclo va a regime per $T = 10^7 K$.

3.3.2 Catena PPII

La seconda catena di fusione dell'idrogeno è la *PPII*.

Come nella *PPI*, la reazione che maggiormente influenza la catena è quella relativa alla produzione di H^2 . Tuttavia, *PPI* e *PPII* si differenziano per il processo di fusione del He^3 : nella seconda catena, esso si combina con He^4 per generare Be^7 e un fotone. Si osserva che il tempo caratteristico di questa reazione è dell'ordine di 10^6

Reazione	Energia(MeV)	Tempo
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu_e$	$+1.44 - 0.26$	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	$+5.49$	$6 sec$
$He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$	$+1.59$	$10^6 yr$
$Be^7 + e^- \rightarrow Li^7 + \nu_e$	$+0.86 - 0.80$	$0.4 yr$
$Li^7 + H^1 \rightarrow 2He^4 + \gamma$	$+17.35$	$6 min$

Tabella 3.3: Catena PP II

anni, valore attribuibile alla particolare stabilità del nucleo di He^4 . La produzione di Li^7 avviene per cattura elettronica con la relativa produzione di ν_e , il quale sottrae $0.80 MeV$. Infine, il Li^7 si lega con H^1 per la produzione di $2He^4$ e un fotone. Perciò:



L'energia prodotta dalla *PP II*, considerando la perdita di $\sim 1 MeV$ a causa dei neutrini, è $+25.67 MeV$. L'intero ciclo va a regime per $T = 10^7 K$.

3.3.3 Catena PP III

La terza catena di fusione dell'idrogeno è la *PP III*.

Reazione	Energia(MeV)	Tempo
$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu_e$	$+1.44 - 0.26$	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	$+5.49$	$6 sec$
$He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$	$+1.59$	$10^6 yr$
$Be^7 + H^1 \rightarrow B^8 + \gamma$	$+0.135$	$66 yr$
$B^8 \rightarrow Be^8 + e^+ + \nu_e$	$+18.07$	$1 sec$
$Be^8 \rightarrow 2He^4 + \gamma$	-7.20	

Tabella 3.4: Catena PP III

La reazione che maggiormente influenza la catena è quella relativa alla produzione di H^2 . Tuttavia, *PP II* e *PP III* si differenziano per il processo di fusione del Be^7 : nella terza catena, esso si combina con H^1 per generare B^8 e un fotone γ . Il B^8 è un elemento altamente instabile e decade producendo il Be^8 , anch'esso altamente instabile:



Il processo avviene molto rapidamente $\sim 1 sec$, e il neutrino ν_e prodotto dal *decadimento* β^+ causa una perdita di energia di $\sim 7.20 MeV$, il quale sommato alla perdita di energia dovuta al ν_e per la formazione di H^2 , danno una perdita complessiva di $\sim 7.5 MeV$. In questa catena abbiamo:



L'energia prodotta dalla *PP III*, considerando le perdite di energia dovute ai due neutrini, è $+19.3 MeV$. L'intero ciclo va a regime per $T = 10^7 K$.

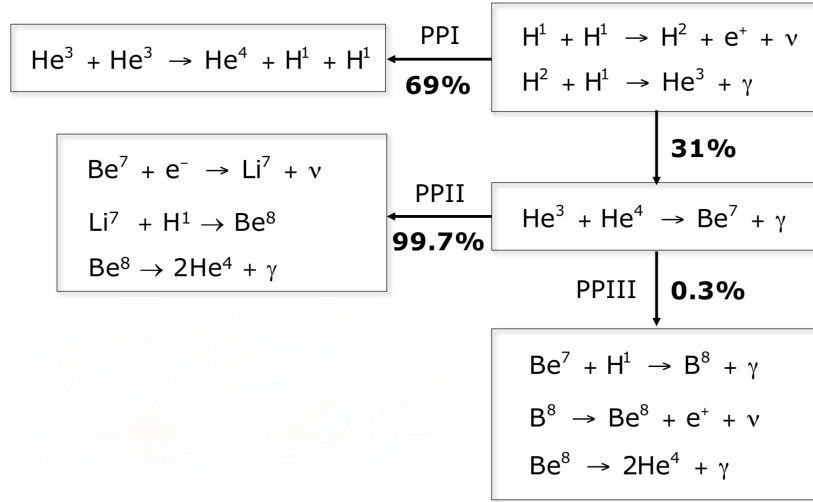


Figura 3.1: Probabilità di attivazioni delle catene per il bruciamento dell'idrogeno.

3.4 Ciclo CNO

La produzione di He^4 negli interni stellari, non è esclusivamente associata alle *catene protone-protone*, ma avviene anche tramite il *ciclo CNO*. Quest'ultimo è caratterizzato da catture protoniche, *decadimenti* β^+ i quali coinvolgono nuclei di carbonio, azoto e ossigeno. Tali elementi devono essere già presenti nel gas stellare; la loro sintetizzazione è riconducibile a generazioni precedenti di stelle. Al *ciclo principale della CNO*, man mano che le temperature aumentano, si può affiancare un *ciclo secondario*, il quale coinvolge elementi più pesanti.

Il *ciclo principale* è definito dalle seguenti reazioni:

Reazione	Energia(MeV)	Tempo
$C^{12} + H^1 \rightarrow N^{13} + \gamma$	+1.94	$1.3 \cdot 10^7 yr$
$N^{13} \rightarrow C^{13} + e^+ + \nu_e$	+2.2 – 0.7	7min
$C^{13} + H^1 \rightarrow N^{14} + \gamma$	+7.55	$2.7 \cdot 10^6 yr$
$N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15} + \gamma$	+7.29	$3.2 \cdot 10^8 yr$
$O^{15} \rightarrow N^{15} + e^+ + \nu_e$	+2.7 – 1.0	82 sec
$N^{15} + H^1 \rightarrow C^{12} + He^4$	4.96	$1.1 \cdot 10^5 yr$

Tabella 3.5: CNO, ciclo principale

Possiamo distinguere due rami nella catena: *ramo veloce* e *ramo lento*. Il *ramo veloce* inizia con la formazione di N^{13} e termina con la produzione di N^{14} , mentre il *ramo lento* parte dalla formazione di O^{15} e si conclude con la produzione di C^{12} e He^4 . La reazione che porta alla formazione di O^{15} rappresenta il collo di bottiglia dell'intero ciclo:

$$N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15} + \gamma \quad (3.12)$$

Questo processo ha un tempo di reazione $t = 3.2 \cdot 10^8 yr$ causato dall'alta stabilità del N^{14} . Di conseguenza, si verifica un accumulo temporaneo di N^{14} e una riduzione della concentrazione di carbonio, fino a quando non si attiva il *ramo veloce*. Con l'avvio di quest'ultimo, O^{15} viene prodotto, ma essendo altamente instabile, la sua

concentrazione diminuisce rapidamente, e si avrà un aumento delle concentrazioni di N^{15} il quale, tramite cattura protonica, produrrà C^{12} e He^4 .

Nel *ciclo principale* abbiamo:



L'energia prodotta, considerando le perdite di energia dovute ai due neutrini, è di $+25MeV$. La catena va a regime per $T = 1.7 \cdot 10^7 K$.

La cattura protonica del *ciclo primario*:



potrebbe produrre ossigeno:



In questo modo si apre il *ciclo secondario*, che prosegue attraverso processi di cattura protonica e decadimenti beta. A differenza del *ciclo principale*, qui sono coinvolti elementi più pesanti come O^{16} , F^{17} e O^{17} . Le reazioni portano alla formazione di $1He^4$ con un bilancio energetico pari a $+24.9MeV$. Questo *ciclo secondario* va a regime per $T = 2 \cdot 10^7 K$.

Con l'aumentare della temperatura, è inoltre possibile l'attivazione di altri cicli secondari; il *ciclo Ne-Na* per temperature di $\sim 4 \cdot 10^7$ oppure il *ciclo Mg-Al* per temperature di $\sim 7 \cdot 10^7 K$ (ovviamente gli elementi devono essere già presenti all'interno della stella). Questi cicli sono sempre caratterizzati da catture protoniche e decadimenti β^+ , con la produzione finale di $1He^4$.

3.5 Processo 3α

Quando l'idrogeno si esaurisce, il nucleo ricomincia a contrarsi, provocando un aumento della temperatura fino a circa $1.5 \cdot 10^8 K$. In queste condizioni si innesca la fusione dell'elio, nota come *processo 3α* , che rallenta nuovamente la contrazione del nucleo.

Reazione	Energia(MeV)
$He^4 + He^4 \rightleftharpoons Be^8$	-0.1
$Be^8 + He^4 \rightarrow C^{12} + \gamma$	+7.4

Tabella 3.6: *Processo 3α*

La prima reazione è endotermica ($-0.1MeV$) e porta alla formazione del Be^8 . Questo isotopo è altamente instabile e tende a decadere in un tempo caratteristico di $\tau_{Be} = 7 \cdot 10^{-17}s$ in due nuclei di He^4 . Per questo motivo, la reazione è detta risonante. Solo in ambienti estremamente ricchi di elio, dove la concentrazione soddisfa:

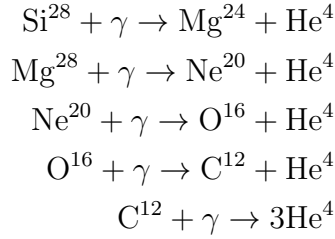
$$\frac{Be^8}{He^4} = \frac{1}{10^{10}} \quad (3.16)$$

il Be^8 riesce ad interagire con un altro He^4 e a formare il C^{12} . Il bilancio energetico del ciclo è pari a $+7.3MeV$.

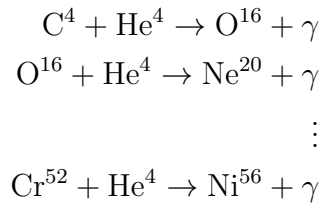
3.6 Reazioni termonucleari successive alla 3α

Quando la combustione dell'elio giunge al termine, la stella riprende a contrarsi, provocando un ulteriore aumento della temperatura interna. Tuttavia, questo processo può proseguire solo se il nucleo non entra in uno stato di degenerazione.

La temperatura può raggiungere valori dell'ordine di $10^9 K$, provocando l'innesco delle reazioni successive: carbonio, neon, ossigeno, silicio. In particolare, la combustione del silicio, la quale avviene a temperature di $\sim 2.3 \cdot 10^9 K$ in un nucleo non degenero, segue la seguente sequenza di reazioni:



Questa catena di reazioni è composta esclusivamente da processi di *fotodisintegrazione*, che producono particelle α . Queste particelle, attraverso successivi processi di cattura α :



aumentano il peso atomico medio del materiale nucleare, fino al raggiungimento di un nucleo stellare composto principalmente da nuclei di Fe^{56} .

Una stella che ha raggiunto questa fase non è più in grado di produrre energia, poiché le reazioni di fusione per elementi più pesanti del ferro sono *endotermiche*. Di conseguenza, il nucleo non può che contrarsi e riscaldarsi, fino a quando gli elettroni non diventano degeneri.

L'aumento della temperatura innesca la *fotodisintegrazione del ferro*:



Seguita dalla *fotodisintegrazione dell'elio*:



In queste condizioni, gli elettroni degeneri possiedono energia sufficiente per permettere il processo di *cattura elettronica*:



Quest'ultimo rimuove gli elettroni degeneri dal nucleo e disperde una grande quantità di energia a causa della produzione di neutrini, causando il raffreddamento e accelerando la contrazione della regione centrale della stella; tale meccanismo è noto

come *processo URCA*.

Quando la densità della regione centrale raggiunge valori prossimi a quella nucleare, il nucleo in collasso subisce un rimbalzo che genera un'onda d'urto. Quest'ultima si propaga verso gli strati esterni della stella, ancora in fase di contrazione verso il centro, espellendoli nello spazio e lasciando come residuo una stella di neutroni o un buco nero; tale evento è noto come *Supernova di tipo core collapse*. La grande quantità di neutroni e particelle alpha prodotte, rendono possibile l'innescio di catture neutroniche rapide, ovvero *processi r*. Di conseguenza, in seguito a una *Supernova di tipo core collapse*, verranno prodotti grandi quantità di elementi α (come neon, silicio, zolfo e carbonio) e di elementi r , arricchendo il mezzo interstellare con nuclei pesanti.

3.7 Riformulazione del calcolo del tasso di produzione di energia

Calcolati i coefficienti E_i , c_i , E_0 nella 3.2, aggiungendo un termine $\Phi(T)$ che tiene conto dell'effetto di *screening* degli elettroni e considerando le concertazioni degli elementi coinvolti, la 3.2 può essere riscritta attraverso una legge di potenza per ciascuna delle tre catene principali:

$$\epsilon_{pp} = \epsilon_1 \rho X^2 T_6^{\nu_{pp}} \quad \text{con } \nu_{pp} = [3.5 - 6] \quad (3.20)$$

$$\epsilon_{CN} = \epsilon_2 \rho X X_{CN} T_6^{\nu_{CN}} \quad \text{con } \nu_{CN} = [13 - 20] \quad (3.21)$$

$$\epsilon_{3\alpha} = \epsilon_3 \rho^2 Y^3 T_8^{\nu_{3\alpha}} \quad \text{con } \nu_{3\alpha} = [20 - 30] \quad (3.22)$$

L'esponente ν che descrive la dipendenza di ϵ rispetto alla temperatura non è costante, ma varia anch'esso con la stessa. Considerando ν_{pp} e ν_{CN} e tabulando i dati in funzione di T per i due cicli otteniamo:

$$\nu_{pp} = 11.25 \cdot T_6^{-\frac{1}{3}} - 0.67 \quad \nu_{CN} = 50.67 \cdot T_6^{-\frac{1}{3}} - 0.67 \quad (3.23)$$

PP		CN	
T_6	ν	T_6	ν
4–6	6	14–16	20
6–10	5	16–24	18
3–13	4.5	21–31	16
11–17	4	24–36	15
16–24	3.5	36–50	13

Tabella 3.7: Valori T_6 e ν per ciclo p - p e CNO

L'analisi delle equazioni 3.20, 3.21 e della tabella 3.7 evidenzia che, a parità di temperatura, si verifica $\epsilon_{pp} < \epsilon_{CN}$. Infatti, considerando la 3.7 per un intervallo di temperature $T_6 \in [16, 24]$, si ottiene un esponente $\nu_{pp} = 3.5$, mentre per il ciclo CNO $\nu_{CN} \in [18, 20]$. Questa differenza ha conseguenze significative sulla dinamica

interna: l'aumento del tasso di produzione energetica dovuto al ciclo *CNO* comporta un incremento della luminosità nella regione centrale e, di conseguenza, un aumento del gradiente radiativo:

$$\frac{dL(r)}{dr} \propto \epsilon \quad \left(\frac{dT}{dr}\right)_{RAD} \propto L(r) \quad (3.24)$$

Tale condizione favorisce l'instaurarsi di moti convettivi, qualora venga soddisfatto il criterio di *Schwarzschild*, secondo il quale la convezione si verifica quando il gradiente radiativo risulta maggiore di quello adiabatico.

Le equazioni 3.20, 3.21 e 3.22 possono essere rielaborate in modo da ottenere tre funzioni che dipendono esclusivamente dalla temperatura:

$$\epsilon'_{pp} = \frac{\epsilon_{pp}}{\rho X^2} \quad \epsilon'_{CN} = \frac{\epsilon_{CN}}{\rho X Z_{CN}} \quad \epsilon'_{3\alpha} = \frac{\epsilon_{pp}}{\rho^3 Y^3} \quad (3.25)$$

Le 3.25 possono essere rappresentate attraverso il grafico 3.2. Si osserva che, fino ad una temperatura $T \sim 1.7 \cdot 10^7 K$, la produzione energetica è dominata dalle catene *protone-protone*. Superata questa soglia, il contributo principale proviene dalla catena *CNO*. Una volta esaurito l'idrogeno nel nucleo, inizierà il processo 3α , attivo a temperature dell'ordine di $T \sim 1.5 \cdot 10^8 K$.

Il grafico 3.2 può essere valutato anche per il Sole (figura 3.3). Nel nucleo solare, dove la temperatura è di circa $1.5 \cdot 10^7 K$, la produzione di energia associata alla catena *protone-protone* risulta essere circa cento volte più efficiente al ciclo *CNO*:

$$\frac{\epsilon_{pp}}{\epsilon_{CNO}} \sim 100 \quad (3.26)$$

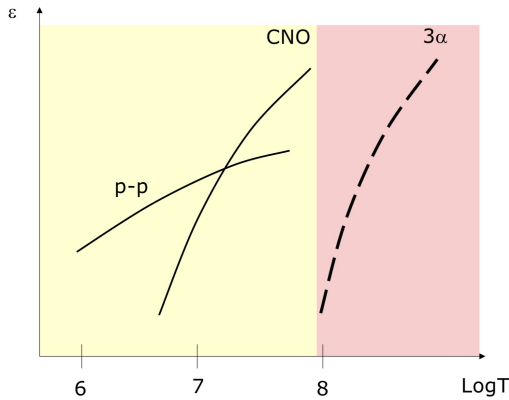


Figura 3.2: Grafici delle tre principali catene.

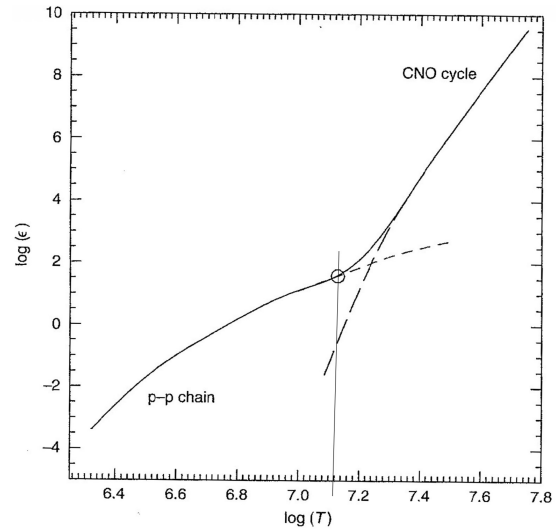


Figura 3.3: Confronto *p-p* e *CNO* nel Sole.

Bibliografia

Braibant S., Giacomelli G., Spurio M., 2012, *Particelle e interazioni fondamentali*, 2a edn

Ferraro Rosario F., 2024, *Slide del corso di Astrofisica Stellare*

Karttunen H., Kroger P., Oja H., Poutanen M., Donner J. K., 2016, *Fundamental astronomy*

Spurio M., Cuffiani M., 2024, *Slide del corso di Fisica nucleare e Subnucleare*