



ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Ingegneria industriale

Corso di Laurea in  
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

# Analisi della geometria di costellazioni satellitari attorno a Marte e Luna

Tesi di Laurea in  
ING-IND/05: Fondamenti di Meccanica Orbitale

**Relatore**

Prof. Marco Zannoni

**Presentata da**

Gino Pasquini

**Correlatore**

Dr. Giacomo Paialunga

---

Sessione III-Dicembre 2025  
Anno Accademico 2024/2025



Ad Arthur C. Clarke, fonte di ispirazione  
tanto nei suoi romanzi quanto nella sua  
vita



# Sommario

L'elaborato analizza le prestazioni di diverse costellazioni satellitari per la radiocalizzazione attorno a Marte e alla Luna, con l'obiettivo di valutarne l'efficacia in termini di visibilità, accuratezza di localizzazione e qualità del collegamento radio. Le costellazioni considerate sono costellazioni Walker Delta e sono studiate con simulazioni numeriche nel linguaggio di programmazione Python. Lo studio delle costellazioni è inizialmente condotto sulla visibilità, valutando il numero di satelliti visibili dalla superficie e il loro tempo di visibilità. Successivamente viene analizzata la metrica PDOP, per stimare l'accuratezza di localizzazione delle costellazioni. Infine è analizzato il margine di collegamento radio, basandosi su dati realistici, tra i quali anche quelli della costellazione MARCONI dell'ESA. La combinazione dei risultati delle tre analisi svolte permette di identificare le configurazioni orbitali migliori per la navigazione lunare e marziana.



# **Ringraziamenti**

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine al Professor Marco Zannoni, il mio relatore, per avermi trasmesso la passione per la meccanica orbitale e per avermi guidato durante la fase più importante del mio percorso accademico. Poter concludere questi studi con una tesi sulle costellazioni satellitari rappresenta per me il coronamento di un sogno coltivato da anni. Voglio ringraziare mio padre, mia madre, mio fratello e tutta la mia famiglia per avermi sempre sostenuto ed incoraggiato durante questi anni impegnativi e Matteo Lucchini, il mio migliore amico, per tutti i bei momenti trascorsi insieme e per essermi sempre stato vicino e che ormai è come se fosse parte della mia famiglia. Inoltre desidero ringraziare gli amici di ingegneria per tutte le serate passate insieme e per la compagnia: senza di voi questi tre anni sarebbero stati molto meno felici; e i nuovi amici dello studentato, la cui compagnia e affetto hanno riportato la felicità in un periodo difficile. Infine ringrazio anche tutti gli altri amici e conoscenti che con una chiacchiera o con un gesto hanno reso migliori le mie giornate.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Visibilità dei satelliti</b>	<b>7</b>
	Procedimento . . . . .	7
	Applicazione numerica . . . . .	7
	Risultati . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Accuratezza di localizzazione</b>	<b>15</b>
	Definizione . . . . .	15
	Applicazione numerica e risultati . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Link budget</b>	<b>27</b>
	Applicazione numerica e risultati . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Confronto</b>	<b>31</b>
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>35</b>
	Conclusioni	35
<b>A</b>	<b>Sezioni dei codici</b>	<b>37</b>
A.1	Inizializzazione delle variabili . . . . .	37
	A.1.1 Determinazione dei landmark . . . . .	37
	A.1.2 Calcolo della posizione dei satelliti . . . . .	37
A.2	Calcolo del numero di satelliti visibili . . . . .	38
A.3	Elaborazione dei dati . . . . .	38
	A.3.1 Creazione dei grafici . . . . .	39
A.4	Calcolo delle metriche ed analisi dei dati . . . . .	40
	A.4.1 Calcolo delle metriche . . . . .	40
	A.4.2 Analisi delle metriche . . . . .	41
A.5	Calcolo del link budget ed analisi dei dati . . . . .	41

A.5.1	Calcolo del link budget . . . . .	41
A.5.2	Analisi del margine . . . . .	42





# Elenco delle figure

1.1	Costellazione W 55:16/4/1 . . . . .	4
1.2	Costellazione W 57:15/5/1 . . . . .	4
1.3	Costellazione W 61:18/6/1 . . . . .	5
1.4	Costellazione per i poli lunari . . . . .	5
2.1	Costellazione W 61:18/6/1 per Marte . . . . .	9
2.2	Costellazione W 57:15/5/1 per Marte . . . . .	9
2.3	Costellazione W 55:16/4/1 per Marte . . . . .	10
2.4	Costellazione W 61:15/5/1 per la Luna . . . . .	10
2.5	Costellazione non Walker Delta per la Luna . . . . .	10
2.6	Costellazione W 55:16/4/1 per la Luna . . . . .	11
2.7	Costellazione W 61:18/6/1 per la Luna . . . . .	11
2.8	Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte . . . . .	12
2.9	Costellazione W 57:21/3/1 per Marte . . . . .	12
2.10	Costellazione W 61,5:20/4/1 per la Luna . . . . .	12
2.11	Costellazione W 57:21/3/1 per la Luna . . . . .	13
3.1	Costellazione W 61:18/6/1 per Marte . . . . .	19
3.2	Costellazione W 57:15/5/1 per Marte . . . . .	19
3.3	Costellazione W 55:16/4/1 per Marte . . . . .	20
3.4	Costellazione W 61:15/5/1 per la Luna . . . . .	20
3.5	Costellazione non Walker Delta per la Luna . . . . .	20
3.6	Costellazione W 55:16/4/1 per la Luna . . . . .	21
3.7	Costellazione W 61:18/6/1 per la Luna . . . . .	21
3.8	Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 15/5/1 in funzione dell'inclinazione . . . . .	22
3.9	Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 15/5/1 in funzione del semiasse maggiore . . . . .	22

3.10 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 16/4/1 in funzione dell'inclinazione . . . . .	22
3.11 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 16/4/1 in funzione del semiasse maggiore . . . . .	22
3.12 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 18/6/1 in funzione dell'inclinazione . . . . .	22
3.13 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 18/6/1 in funzione del semiasse maggiore . . . . .	22
3.14 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 20/4/1 in funzione dell'inclinazione . . . . .	23
3.15 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 20/4/1 in funzione del semiasse maggiore . . . . .	23
3.16 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 21/3/1 in funzione dell'inclinazione . . . . .	23
3.17 Percentuale di landmark con PDOP<6 per la costellazione 21/3/1 in funzione del semiasse maggiore . . . . .	23
3.18 Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte . . . . .	24
3.19 Costellazione W 57:21/3/1 per Marte . . . . .	24
3.20 Costellazione W 61,5:20/4/1 per la Luna . . . . .	25
3.21 Costellazione W 57:21/3/1 per la Luna . . . . .	25
4.1 Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte . . . . .	30
4.2 Costellazione W 57:21/3/1 per Marte . . . . .	30
5.1 Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	31
5.2 Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	31
5.3 Numero medio di satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	32
5.4 Numero medio di satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	32
5.5 Percentuale di landmark con PDOP<6 costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	32
5.6 Percentuale di landmark con PDOP<6 costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	32
5.7 PDOP medio costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	32
5.8 PDOP medio costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	32
5.9 Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	33
5.10 Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	33

5.11	Numero medio di satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	33
5.12	Numero medio di satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	33
5.13	Percentuale di landmark con PDOP<6 costellazione W 61,5:20/4/1 .	34
5.14	Percentuale di landmark con PDOP<6 costellazione W 57:21/3/1 . .	34
5.15	PDOP medio costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	34
5.16	PDOP medio costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	34
6.1	Costellazione W 57:21/3/1 . . . . .	36
6.2	Costellazione W 61,5:20/4/1 . . . . .	36



# **Elenco delle tabelle**

4.1	Dati del collegamento radio . . . . .	28
5.1	Confronto tra le costellazioni . . . . .	33
5.2	Confronto tra le costellazioni . . . . .	34



# Acronimi

<b>ASI</b>	Italian Space Agency
<b>ESA</b>	European Space Agency
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>NASA</b>	National Aeronautics and Space Administration
<b>SLIM</b>	Smart Lander for Investigating Moon
<b>JAXA</b>	Japan Aerospace eXploration Agency
<b>UERE</b>	User Equivalent Range Error
<b>URE</b>	User Range Error
<b>UEE</b>	User Equipment Error
<b>GDOP</b>	Geometric Diluition of Precision
<b>PDOP</b>	Position Diluition of Precision
<b>HDOP</b>	Horizontal Diluition of Precision
<b>VDOP</b>	Vertical Diluition of Precision
<b>TDOP</b>	Time Diluition of Precision
<b>SCAWG</b>	Space Communication Architecture Working Group



# Capitolo 1

## Introduzione

Negli ultimi anni l'interesse nell'esplorazione spaziale da parte delle nazioni del mondo è aumentato notevolmente; in particolare l'attività si concentra sull'esplorazione della Luna e di Marte [1]. L'esplorazione è stata condotta sinora tramite sonde automatiche, come il modulo d'atterraggio lunare SLIM della JAXA o il rover marziano Perseverance della NASA, ma nel futuro sarà anche condotta dalle missioni con equipaggio del programma Artemis, che con la missione Artemis III riporterà l'uomo sulla Luna nel 2027. L'esplorazione della Luna si concentrerà soprattutto al suo polo Sud per la possibile presenza di ghiaccio d'acqua. Tale risorsa faciliterebbe la costruzione di un insediamento, previsto con la missione Artemis X a metà degli anni 2030. L'esplorazione di Marte sarà concentrata nella zona equatoriale per il suo interesse geologico anche se non sono ancora state programmate missioni con equipaggio umano.

La determinazione della posizione delle sonde sulla Luna e su Marte è effettuata dalla Terra ma, soprattutto per Marte, non è sempre garantita una precisione e frequenza di misura sufficienti. Esistono due soluzioni a questo problema: la prima è applicabile soltanto alla Luna per la sua vicinanza ed è l'utilizzo delle costellazioni GNSS presenti in orbita terrestre per la determinazione della posizione delle sonde, la cui fattibilità è stata dimostrata dall'esperimento LUGRE; la seconda soluzione consiste nella creazione di costellazioni satellitari per la navigazione direttamente attorno alla Luna e a Marte. Per quest'ultima soluzione l'ESA sta sviluppando la costellazione Moonlight per la Luna e la costellazione MARCONI per Marte mentre lo Space Communication Architecture Working Group (SCAWG) della NASA ha condotto delle analisi a riguardo. La costellazione Moonlight sarà composta da 5 satelliti, dei quali 4 dedicati alla navigazione ed uno alle telecomunicazioni. I satelliti saranno disposti su orbite ellittiche di tipo ELFO, che garantiscono una lunga visibilità del satellite, con eccentricità di 0.7 ed inclinazioni tra  $i \approx 48^\circ$  ed  $i \approx 70^\circ$ .

Moonlight fornirà i servizi di navigazione principalmente al polo sud lunare, con la possibilità di ottenere un'errore nella localizzazione minore di 10 metri a 3-sigma combinando le misure satellitari con una mappa topografica [3]. Sarà costruita a partire dal 2028 e sarà completamente funzionale nel 2030. La costellazione MARCONI dell'ESA sarà composta da sei satelliti disposti su due piani orbitali: uno con quattro satelliti e l'altro con due. I piani orbitali avranno un semiasse maggiore di circa 9100 km e un'inclinazione di 20°. Essa fornirà una copertura di quattro satelliti nella zona equatoriale, che è la zona di maggiore interesse, e dovrebbe garantire un'accuratezza di localizzazione di 10 metri [4]. Le proposte dello SCAWG sono delle costellazioni polari di 6 ed 8 satelliti, sia per la Luna sia per Marte, disposti su due piani orbitali. Queste costellazioni dovrebbero fornire una comunicazione bidirezionale che permette una stima più precisa della posizione dell'utente [5]. Dato che questo tipo di costellazioni saranno degli equivalenti delle costellazioni GNSS per la Luna e per Marte, di seguito si è inserita una panoramica delle costellazioni GNSS presenti ad oggi attorno alla Terra.

I sistemi GNSS sono delle costellazioni di satelliti per la radiolocalizzazione globale. Ogni satellite della costellazione emette un segnale radio contenente i dati orbitali e l'orario di trasmissione del segnale; la posizione dell'utente è determinata valutando il tempo che ogni segnale ha impiegato a raggiungere il ricevitore. I dati orbitali trasmessi includono la posizione approssimativa di tutti i satelliti e le effemeridi precise del satellite che trasmette, sovrapposte ad un segnale digitale pseudocasuale che dà il riferimento temporale del momento di trasmissione. I satelliti sono equipaggiati con orologi atomici per poter fornire il segnale orario più preciso possibile e sono mantenuti sincronizzati dalle stazioni di terra. Come già accennato la stima della posizione è possibile con la ricezione del segnale di almeno quattro satelliti ma è possibile aumentarne la precisione utilizzando il segnale di più satelliti. L'errore nella stima della posizione è causato da molti fattori, tra i quali ci sono gli errori nelle effemeridi, il rallentamento ionosferico del segnale e gli errori degli orologi; per ridurlo, oltre ad utilizzare il segnale di più satelliti, si applicano dei filtri ricorsivi come il filtro Kalman. Al momento sono quattro le costellazioni GNSS operative:

- la costellazione americana GPS, composta da 24 satelliti operativi disposti su 6 piani orbitali MEO con un'inclinazione di 55°, che ne ottimizza la copertura per le medie latitudini;
- la costellazione GLONASS, realizzata dall'Unione Sovietica e ora appartenente alla Russia, composta da 24 satelliti disposti su tre piani orbitali MEO con un'inclinazione di 64,8°, che ne ottimizza la copertura alle alte latitudini;

- la costellazione europea Galileo, composta da 24 satelliti disposti su tre piani orbitali MEO con un'inclinazione di 56°;
- la costellazione cinese BeiDou, composta da 24 satelliti disposti su tre piani orbitali MEO, tre satelliti geostazionari e tre satelliti geosincroni.

Le costellazioni Galileo e GPS sono compatibili ed è possibile usare i satelliti di entrambe le costellazioni contemporaneamente per determinare la posizione dell'utente.

L'obiettivo di questo lavoro è l'analisi delle costellazioni marziane e lunari sviluppate durante il tirocinio per identificare la costellazione che abbia le migliori prestazioni di localizzazione tra quelle proposte. Oltre all'analisi delle metriche di diluizione della precisione, che permettono di valutare la precisione di localizzazione delle costellazioni, sarà valutata la visibilità dei satelliti dalla superficie, utilizzando gli strumenti numerici sviluppati durante il tirocinio, e verrà svolta un'analisi preliminare del link budget. Per una valutazione più realistica del link budget si utilizzeranno le specifiche della costellazione MARCONI dell'ESA e le specifiche delle costellazioni presenti in [1]. Infine i risultati di tutte le analisi serviranno per un confronto diretto tra le varie costellazioni prese in considerazione per valutare i punti di forza e le criticità di ognuna. L'analisi della visibilità, delle metriche e del link budget sarà svolta con simulazioni numeriche utilizzando il linguaggio di programmazione Python.

Le costellazioni identificate nel tirocinio appartengono alla tipologia delle Walker Delta, un modello molto utilizzato nella progettazione delle costellazioni in quanto permette di creare architetture satellitari regolari e simmetriche. Le Walker Delta prevedono la distribuzione dei satelliti su più piani orbitali, uniformemente distribuiti sulla longitudine del nodo ascendente, con orbite circolari; nello stesso piano orbitale i satelliti sono distanziati equamente utilizzando l'anomalia media iniziale, che serve anche a sfasare i satelliti tra un piano orbitale e l'altro. Il semiasse maggiore, l'eccentricità, l'argomento del pericentro e l'inclinazione sono comuni a tutti i piani orbitali. Questo approccio consente di distribuire uniformemente i satelliti attorno al pianeta riducendo la complessità della configurazione, con il vantaggio che le perturbazioni orbitali si applicano in modo simile a tutti i satelliti riducendo così il dispendio di carburante. Questo tipo di costellazioni permette di ottimizzare la frequenza di rivista e la continuità della copertura minimizzando il numero di satelliti necessario; questo è il motivo per cui sono utilizzate per l'osservazione della Terra, le telecomunicazioni e la radiolocalizzazione. Queste costellazioni sono definite tramite i parametri  $inc: t/y/f$  con  $inc$  l'inclinazione delle orbite,  $t$  il numero totale di satelliti,  $y$  il numero di piani orbitali e  $f$  lo sfasamento dell'anomalia media tra

piani orbitali adiacenti, dove  $f \in (0, \dots, y - 1)$ . Dai parametri si possono ricavare l'anomalia media e la longitudine del nodo ascendente di ogni satellite:

$$\Delta\Omega_{ij} = 2\pi \frac{i}{y}$$

$$\Delta M_{ij} = 2\pi \frac{y}{t} j + 2\pi \frac{f}{t} i \quad (1.1)$$

con  $i \in (0, \dots, y - 1)$  e  $j \in (0, \dots, t - 1)$  che indicano rispettivamente il piano orbitale e il numero del satellite [6]. Le costellazioni individuate durante il tirocinio per Marte sono:

- W 57:15/5/1 con semiasse maggiore di 20427,6 km,
- W 55:16/4/1 con semiasse maggiore di 20427,6 km,
- W 61:18/6/1 con semiasse maggiore di 12868,6 km,

mentre quelle individuate per la Luna sono:

- W 57:15/5/1 con semiasse maggiore di 10450,2 km,
- W 55:16/4/1 con semiasse maggiore di 10450,2 km,
- W 61:18/6/1 con semiasse maggiore di 6583,2 km,
- W 90:12/2/1 con semiasse maggiore di 6991,4 km e 4 satelliti equatoriali a 10354,5 km; la costellazione completa non è una Walker Delta.

Tali costellazioni sono mostrate nelle Figure dalla 1.1 alla 1.4.

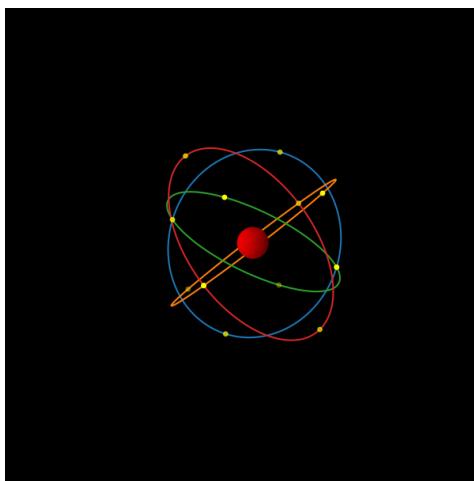


Figura 1.1: Costellazione W 55:16/4/1

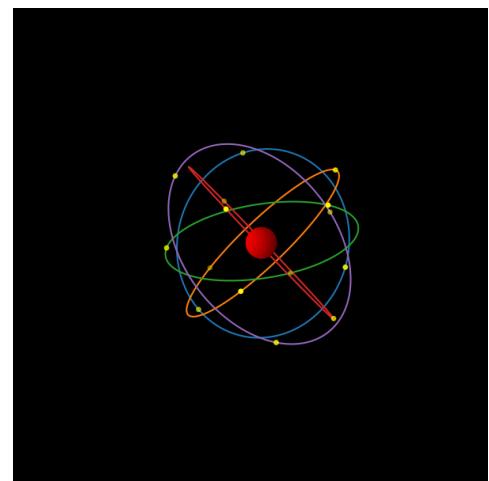


Figura 1.2: Costellazione W 57:15/5/1

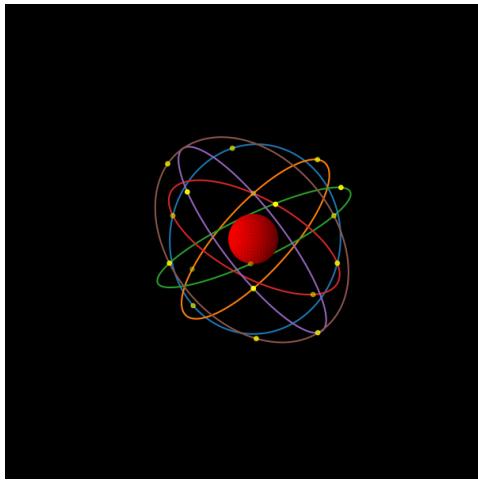


Figura 1.3: Costellazione W 61:18/6/1

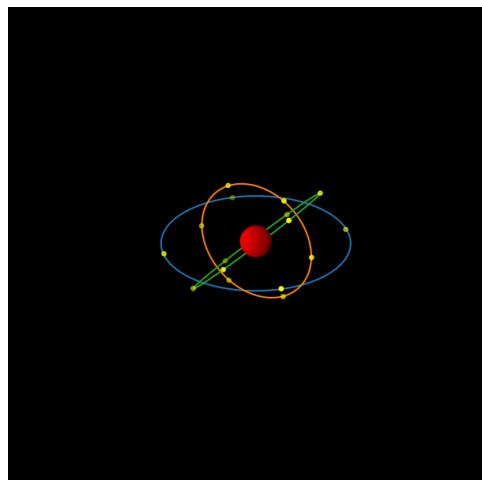


Figura 1.4: Costellazione per i poli lunari



## Capitolo 2

# Visibilità dei satelliti

### Procedimento

La visibilità dei satelliti è valutata con simulazioni numeriche. Nella scrittura del codice si è deciso di discretizzare sia la superficie dei pianeti sia il tempo di simulazione. Per la superficie si crea una griglia di punti, che verranno chiamati *landmark*, uniformemente distribuita rispetto ai meridiani ed ai paralleli mentre per il tempo viene suddiviso il periodo orbitale in istanti di tempo. Il tempo di simulazione è la ripetizione della traccia a terra: per Marte varia col semiasse maggiore tra uno e quattro giorni siderali marziani, mentre per la Luna è il giorno lunare siderale. Per ogni landmark viene calcolato il numero di satelliti visibili ad ogni istante di tempo, tenendo conto dell'elevazione minima. Successivamente i dati grezzi vengono elaborati per produrre alcune mappe che mostrano la visibilità al decimo, cinquantesimo e novantesimo percentile e la percentuale di tempo di visibilità dei satelliti, dal numero minimo al numero massimo.

### Applicazione numerica

Il codice è composto da tre parti principali: l'inizializzazione delle variabili; la creazione dei dati grezzi, in questo caso i dati sulla visibilità, e l'analisi dei dati.

Per come è strutturato il codice, il calcolo della visibilità, delle metriche e del link budget è legato ad una sola funzione, quindi l'inizializzazione delle variabili è comune. Le formule 1.1 sono utilizzate per calcolare i parametri orbitali di ogni satellite. In seguito si calcolano i vettori posizione  $\vec{r}_l$  rispetto al centro del pianeta di ognuno dei landmark, usando la loro latitudine e longitudine e approssimando il pianeta ad una sfera perfetta. Si specifica che i landmarks sono disposti su una griglia uniforme composta da 74x150 landmarks, per un totale di 11100. Il vettore

posizione  $\vec{r}_s$  del satellite è calcolato rispetto al centro del pianeta per tutti gli istanti di computazione, equamente distribuiti lungo il periodo orbitale del satellite. Nelle simulazioni si sono considerati 75 istanti di computazione. La rotazione del pianeta è inclusa nel calcolo della posizione dei satelliti in quanto ha un costo computazionale minore rispetto all'applicarla ad ogni landmark. Il codice relativo all'inizializzazione delle variabili è contenuto nell'Appendice A.1.

I satelliti sono ritenuti visibili soltanto se hanno un'elevazione sull'orizzonte di almeno  $10^\circ$  per tenere conto delle asperità del terreno e non fare una stima troppo ottimistica. Il calcolo dei satelliti visibili è effettuato con l'angolo azimutale  $\mu$ , il cui calcolo è più diretto di quello dell'angolo di elevazione. Inizialmente, si calcola la differenza tra il vettore posizione del satellite e il vettore posizione del landmark:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_s - \vec{r}_l \quad (2.1)$$

Per poi ricavare l'angolo  $\mu$  dal prodotto scalare tra  $\vec{\Delta r}$  e  $\vec{r}_l$ :

$$\mu = \arccos \frac{\vec{\Delta r} \cdot \vec{r}_l}{\|\vec{r}_l\| \|\vec{\Delta r}\|} \quad (2.2)$$

Il satellite è ritenuto visibile se il suo zenith è minore di quello dell'orizzonte, pari a  $90^\circ$ , meno l'elevazione minima di  $10^\circ$ , dunque  $\mu$  deve essere minore di  $80^\circ$ . I dati ottenuti sono tante mappe di visibilità quanti sono gli istanti di tempo computazionale. Per maggiori dettagli sull'implementazione si faccia riferimento all'Appendice A.2.

L'analisi dei dati consiste nel calcolo dei percentili e nel calcolo della percentuale di tempo di visibilità di un certo numero di satelliti, tra il minimo e il massimo visibili. Poiché i dati grezzi sono una serie di mappe di visibilità, per ogni landmark esiste un vettore che rappresenta la visibilità lungo tutto il tempo di simulazione, su cui viene svolta l'analisi. I dati processati sono forniti come una serie di mappe con curve di livello che rappresentano il numero di satelliti visibili, nel caso dei percentili, o la percentuale di tempo, nel caso della visibilità dei satelliti. La parte di codice relativa è nell'Appendice A.3.

## Risultati

Una costellazione GNSS deve garantire la visibilità continua di almeno quattro satelliti su tutta la superficie del pianeta per poter fornire una stima della posizione dell'utente al suolo. Le costellazioni individuate durante il tirocinio garantiscono tutte la visibilità minima ma, come si vedrà nel capitolo riguardante le metriche, non riescono a garantire una diluizione della precisione sufficientemente bassa. Per questo

sono state individuate altre costellazioni, con più satelliti e ad un'altezza maggiore, che potessero garantire una visibilità sufficiente a ridurre le metriche. Le figure 2.1, 2.2 e 2.3 sono le mappe di visibilità di quattro satelliti per le costellazioni marziane analizzate durante il tirocinio. Si può vedere che tutte le costellazioni garantiscono una copertura di quattro satelliti per una percentuale di tempo superiore al 92,3%. In particolare la costellazione migliore si vede in Figura 2.1, con una copertura maggiore del 99%. Nelle figure 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7 sono mostrate le mappe di visibilità di quattro satelliti per le costellazioni lunari analizzate durante il tirocinio. Le costellazioni Walker Delta sono state progettate per mantenere la geometria relativa rispetto a quelle marziane, hanno una copertura di quattro satelliti maggiore del 96%; la costellazione non Walker Delta presente ha una copertura decisamente peggiore, la minima è del 78,72%. In particolare la costellazione migliore è quella mostrata in Figura 2.7, che garantisce una copertura maggiore del 99,9%

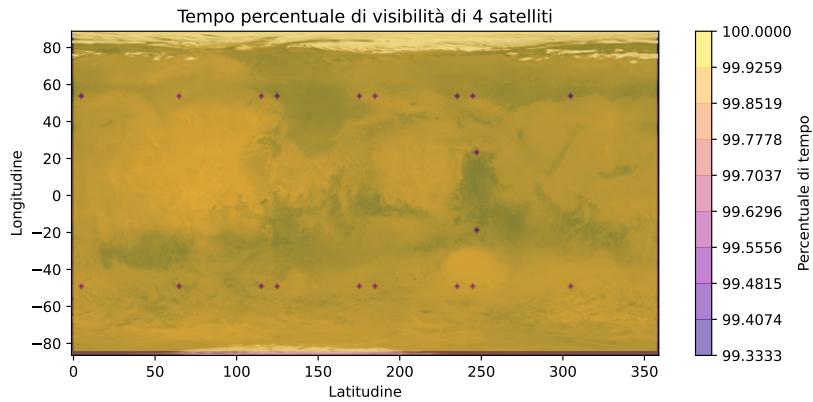


Figura 2.1: Costellazione W 61:18/6/1 per Marte

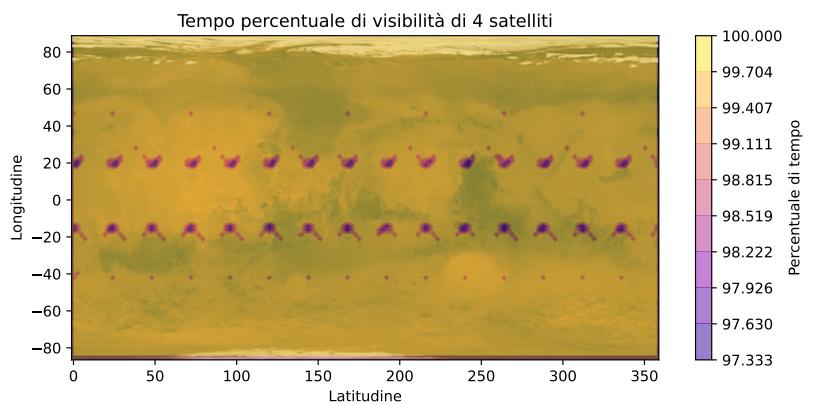


Figura 2.2: Costellazione W 57:15/5/1 per Marte

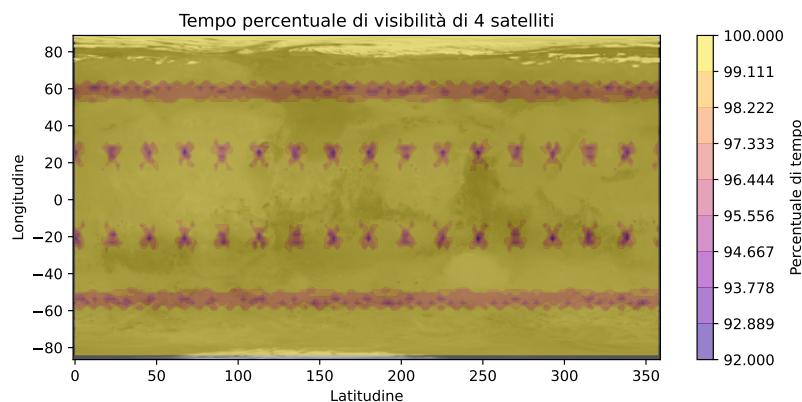


Figura 2.3: Costellazione W 55:16/4/1 per Marte

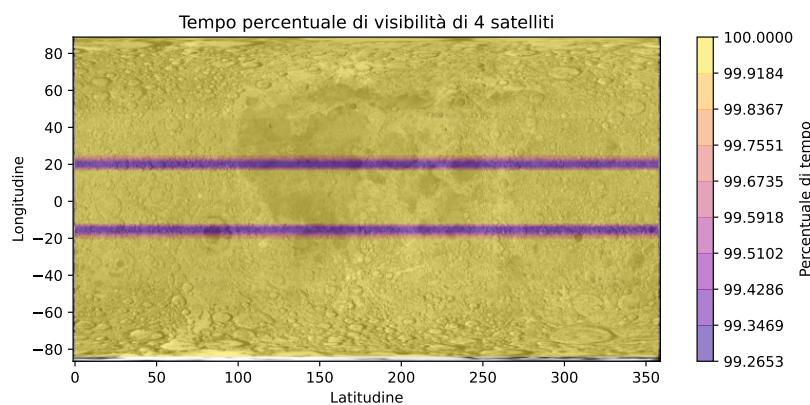


Figura 2.4: Costellazione W 61:15/5/1 per la Luna

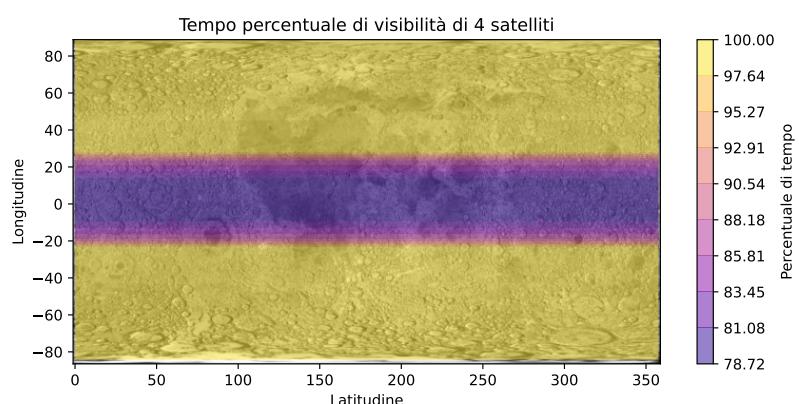


Figura 2.5: Costellazione non Walker Delta per la Luna

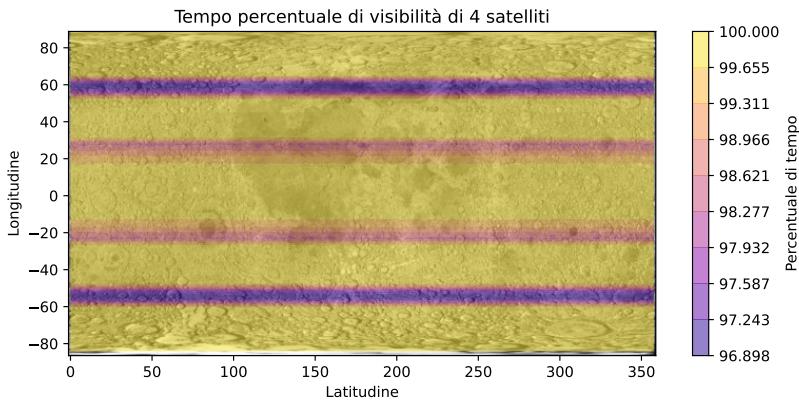


Figura 2.6: Costellazione W 55:16/4/1 per la Luna

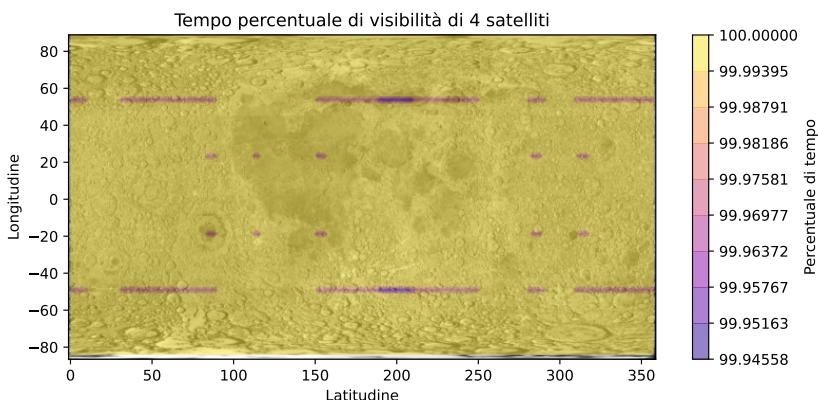


Figura 2.7: Costellazione W 61:18/6/1 per la Luna

Le figure 2.8 e 2.9 sono le mappe di visibilità, rispettivamente di sei e cinque satelliti, delle costellazioni marziane che garantiscono un valore sufficientemente ridotto delle metriche di localizzazione. Si può vedere che queste costellazioni hanno una maggiore ridondanza della copertura, condizione necessaria per avere delle metriche ridotte. Le figure 2.10 e 2.11 sono le mappe di visibilità delle stesse costellazioni ma lunari. La visibilità è molto simile a quelle marziane perché sono state progettate per mantenere la stessa geometria relativa.

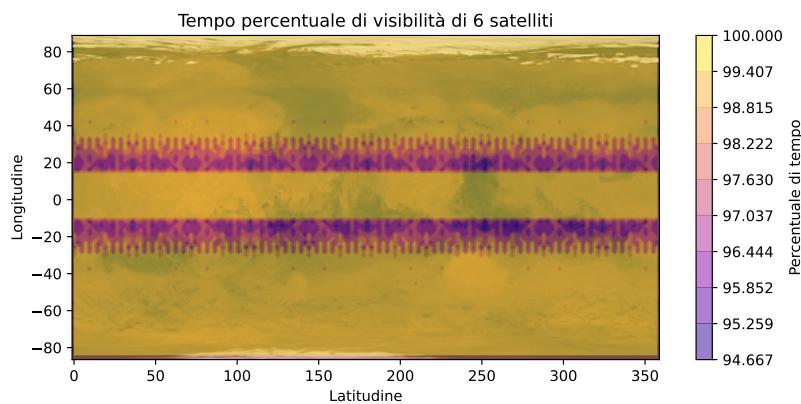


Figura 2.8: Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte

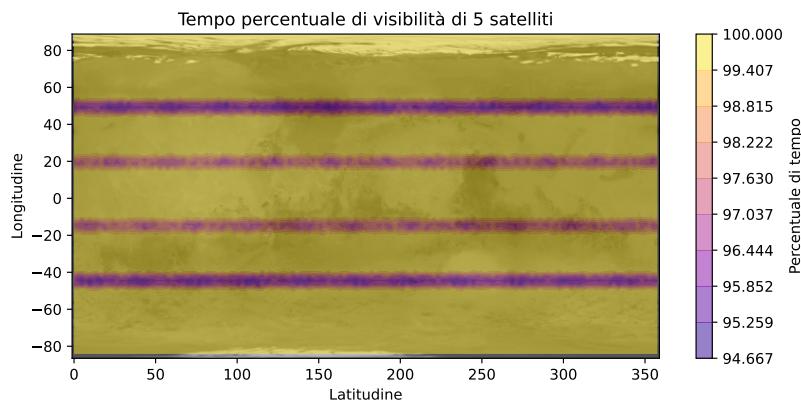


Figura 2.9: Costellazione W 57:21/3/1 per Marte

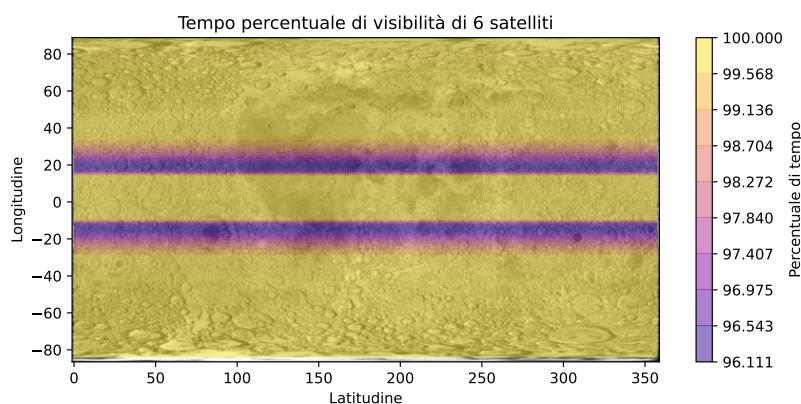


Figura 2.10: Costellazione W 61,5:20/4/1 per la Luna

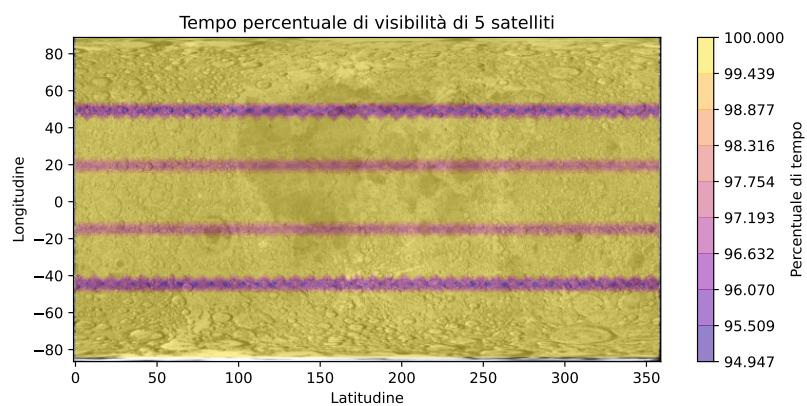


Figura 2.11: Costellazione W 57:21/3/1 per la Luna



## Capitolo 3

# Accuratezza di localizzazione

### Definizione

L'accuratezza della stima della posizione dell'utente finale fornita da una costellazione di radiolocalizzazione dipende da due fattori: l'errore nella stima dello pseudorange, chiamato User Equivalent Range Error (UERE), e la diluizione della precisione (DOP), che dipende soltanto dalla posizione relativa dei satelliti. L'UERE è composto da due contributi principali. Il primo è lo User Range Error (URE), che raccoglie gli errori legati al control segment e allo space segment come la stabilità del clock dei satelliti, le perturbazioni orbitali, gli effetti termici, gli errori nelle effemeridi e altri fattori analoghi. Il secondo è lo User Equipment Error (UEE), che riguarda invece lo user segment e include i ritardi atmosferici, le interferenze lungo il percorso del segnale, il rumore del ricevitore e ulteriori contributi simili. La diluizione della precisione dipende esclusivamente dalla geometria dei satelliti e indica come l'UERE si trasferisca, amplificato, nell'errore di posizione. Si può caratterizzare ulteriormente la diluizione della precisione: geometrica, chiamata GDOP; della posizione, chiamata PDOP; verticale, chiamata VDOP; orizzontale, chiamata HDOP; e temporale, chiamata TDOP. Ai fini del lavoro svolto si è deciso di analizzare soltanto le metriche GDOP e PDOP. La stima della posizione è effettuata sui landmarks, che è la posizione di potenziali utenti sulla superficie di Marte e della Luna.

Il calcolo delle metriche, che segue il procedimento di [7], inizia con il calcolo degli pseudorange  $\rho$ , i quali sono ricavati dalla misura del ritardo tra la trasmissione del messaggio di navigazione del satellite e il suo arrivo al landmark ( $l$ ) e sono equivalenti alla norma del vettore  $\vec{\Delta}r$  sommata al contributo  $t_l$ , che rappresenta lo scostamento dell'orologio del ricevitore rispetto al riferimento temporale del sistema di satelliti. Essendo un sistema con tre incognite spaziali ed una temporale, per un totale di quattro, è necessario che siano visibili almeno quattro satelliti contemporaneamente

per poter avere una stima della posizione del landmark. Nelle formule seguenti  $n$  si riferisce ai satelliti visibili.

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x_1 - x_l)^2 + (y_1 - y_l)^2 + (z_1 - z_l)^2} + ct_l = \|\vec{\Delta r}_1\| + ct_l \\ \rho_2 = \sqrt{(x_2 - x_l)^2 + (y_2 - y_l)^2 + (z_2 - z_l)^2} + ct_l = \|\vec{\Delta r}_2\| + ct_l \\ \vdots \\ \rho_n = \sqrt{(x_n - x_l)^2 + (y_n - y_l)^2 + (z_n - z_l)^2} + ct_l = \|\vec{\Delta r}_n\| + ct_l \end{cases} \quad (3.1)$$

Il sistema ha sempre soluzione per  $n \geq 4$  ma non è lineare; dunque, per ottenere una soluzione si attua un'approssimazione al primo ordine della serie di Taylor partendo da una posizione approssimata del landmark  $\hat{\vec{r}}_l = [\hat{x}_l, \hat{y}_l, \hat{z}_l]^T$  e da una stima dello scostamento dell'orologio  $\hat{t}_l$ :

$$\vec{r}_l = \hat{\vec{r}}_l + \vec{\Delta r}_l \quad (3.2)$$

$$t_l = \hat{t}_l + \Delta t_l \quad (3.3)$$

Linearizzando un'equazione del sistema (3.1) si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho_j &= \sqrt{(x_j - \hat{x}_l)^2 + (y_j - \hat{y}_l)^2 + (z_j - \hat{z}_l)^2} + \left[ \frac{\partial \Delta r_j}{\partial x_l} \Big|_{x_l=\hat{x}_l} \quad \frac{\partial \Delta r_j}{\partial y_l} \Big|_{y_l=\hat{y}_l} \quad \frac{\partial \Delta r_j}{\partial z_l} \Big|_{z_l=\hat{z}_l} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_l \\ \Delta y_l \\ \Delta z_l \end{bmatrix} \\ &\quad + c\hat{t}_l + c\Delta t_l \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{\partial \Delta r_j}{\partial x_l} \Big|_{x_l=\hat{x}_l} \quad \frac{\partial \Delta r_j}{\partial y_l} \Big|_{y_l=\hat{y}_l} \quad \frac{\partial \Delta r_j}{\partial z_l} \Big|_{z_l=\hat{z}_l} \quad 1 \right] \begin{bmatrix} \Delta x_l \\ \Delta y_l \\ \Delta z_l \\ -c\Delta t_l \end{bmatrix} = \rho_j - c\hat{t}_l - \|\vec{\Delta r}_j\| = \Delta \rho_j \quad (3.4)$$

Le derivate parziali del vettore  $\vec{\Delta r}$  rappresentano i coseni direttori del vettore stesso rispetto alla posizione approssimata del landmark:

$$\frac{\partial \Delta r_j}{\partial x_l} \Big|_{x_l=\hat{x}_l} = \frac{\partial}{\partial x_l} \sqrt{(x_j - x_l)^2 + (y_j - y_l)^2 + (z_j - z_l)^2} \Big|_{x_l=\hat{x}_l} \quad (3.5)$$

$$= -\frac{2(x_j - \hat{x}_l)}{2\sqrt{(x_j - \hat{x}_l)^2 + (y_j - \hat{y}_l)^2 + (z_j - \hat{z}_l)^2}} = -\frac{(x_j - \hat{x}_l)}{\|\vec{\Delta r}\|} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \Delta r_j}{\partial x_l} \Big|_{x_l=\hat{x}_l} = -\frac{(x_j - \hat{x}_l)}{\|\vec{\Delta r}\|} = -a_{xj} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \Delta r_j}{\partial y_l} \Big|_{y_l=\hat{y}_l} = -\frac{(y_j - \hat{y}_l)}{\|\vec{\Delta r}\|} = -a_{yj} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \Delta r_j}{\partial z_l} \Big|_{z_l=\hat{z}_l} = -\frac{(z_j - \hat{z}_l)}{\|\vec{\Delta r}\|} = -a_{zj} \quad (3.9)$$

Il sistema approssimato può essere riscritto in forma matriciale:

$$\vec{\Delta \rho} = \begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \vdots \\ \Delta \rho_n \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} & 1 \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} & 1 \\ \vdots & & & \\ a_{xn} & a_{yn} & a_{zn} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_l \\ \Delta y_l \\ \Delta z_l \\ -c \Delta t_l \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\vec{\Delta \rho} \approx \bar{\bar{H}} \vec{\Delta r}_l \quad (3.11)$$

Nel caso in cui il numero di satelliti visibili sia uguale a quattro, la matrice  $\bar{\bar{H}}$  è quadrata ed invertibile mentre se  $n > 4$  la matrice non è più quadrata. Per renderla nuovamente quadrata e invertibile si premoltiplicano entrambe le parti dell'equazione con  $\bar{\bar{H}}^T$ :

$$\bar{\bar{H}}^T \vec{\Delta \rho} = \bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}} \vec{\Delta r}_l \quad (3.12)$$

$$\vec{\Delta r}_l = (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T \vec{\Delta \rho} \quad (3.13)$$

la matrice  $(\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T$  è la pseudoinversa della matrice  $\bar{\bar{H}}$ . Nel caso ci sia un errore nella stima degli pseudorange esso si riflette nella stima della posizione del landmark:

$$(\vec{\Delta r}_l + \vec{\delta r}_l) = (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T (\vec{\Delta \rho} + \vec{\delta \rho}) \quad (3.14)$$

$$\vec{\delta r}_l = (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T \vec{\delta \rho} \quad (3.15)$$

Per minimizzare l'errore si fa un'approssimazione ai minimi quadrati, dato che la distribuzione dell'errore vicino alla superficie del pianeta è approssimabile ad una distribuzione gaussiana. Il calcolo dei minimi quadrati si fa sulla covarianza dell'errore nella stima della posizione:

$$cov(\vec{\delta r}_l) = E[\vec{\delta r}_l \vec{\delta r}_l^T] = E[(\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T (\vec{\delta \rho} \vec{\delta \rho}^T) \bar{\bar{H}} (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1}] \quad (3.16)$$

$$cov(\vec{\delta r}_l) = (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \bar{\bar{H}}^T E[\vec{\delta \rho} \vec{\delta \rho}^T] \bar{\bar{H}} (\bar{\bar{H}}^T \bar{\bar{H}})^{-1} \quad (3.17)$$

La covarianza dell'errore di misura degli pseudorange è pari a:

$$\text{cov}(\delta\rho) = \bar{K}_n \sigma_{URE}^2 \quad (3.18)$$

dove  $\bar{K}_n$  è un matrice simmetrica definita positiva. Assumendo un errore indipendente e identicamente distribuito sugli pseudorange la matrice  $\bar{K}_n$  diventa la matrice identità. Da questo si può ricavare la covarianza dell'errore sul vettore posizione dei landmark:

$$\text{cov}(\vec{\delta r}_l) = (\bar{H}^T \bar{H})^{-1} \sigma_{URE}^2 \quad (3.19)$$

Dalla matrice di covarianza dell'errore della posizione si possono ricavare le metriche di diluizione della precisione:

$$GDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}} \quad (3.20)$$

$$PDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33}} \quad (3.21)$$

$$HDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22}} \quad (3.22)$$

$$VDOP = \sqrt{D_{33}} \quad (3.23)$$

$$TDOP = \frac{\sqrt{D_{44}}}{c} \quad (3.24)$$

dove  $D_{ij}$  è un'elemento generico della matrice  $(\bar{H}^T \bar{H})^{-1}$ . Ai fini del calcolo delle metriche DOP gli elementi fuori dalla diagonale non sono influenti.

## Applicazione numerica e risultati

Nell'applicazione numerica l'inizializzazione delle variabili è la stessa del codice sulla visibilità, si può far riferimento all'Appendice A.1. Il calcolo delle metriche viene eseguito applicando i risultati spiegati nella sezione precedente: per ogni landmark si valutano i satelliti con un'elevazione sufficiente e si crea la matrice  $\bar{H}$  come nella formula (3.10), con tante righe quanti sono i satelliti visibili, per poi calcolare la matrice  $(\bar{H}^T \bar{H})^{-1}$  con (3.19) e le metriche con (3.20) e (3.21). Nel caso in cui non ci siano satelliti visibili o la matrice  $(\bar{H}^T \bar{H})$  risulti singolare, quindi non invertibile, non è possibile procedere al calcolo delle metriche e viene assegnato un valore arbitrario di 10000. Le eccezioni nelle costellazioni analizzate nel tirocinio sono quasi del tutto assenti. L'analisi dei dati è condotta in modo molto simile a quella della visibilità: per il PDOP si creano delle mappe al 10°, 50° e 90° percentile e si valuta la percentuale di tempo per cui il suo valore è minore di 6; inoltre vengono fornite delle mappe che rappresentano il valore medio nel tempo delle metriche. Per maggiori informazioni sull'applicazione numerica si faccia riferimento all'Appendice A.4.

Per avere una stima della posizione sufficientemente precisa è necessario che il PDOP sia basso. Come soglia massima si è scelto 6, tipicamente usata per la costellazione GPS [11]. Applicando il codice alle costellazioni sviluppate durante il tirocinio si è scoperto che le loro metriche sono molto elevate, quindi il PDOP è minore di 6 per una percentuale di tempo decisamente insufficiente; invece del 90% richiesto, la percentuale è tra il 20% ed il 40%. Le Figure 3.1, 3.2 e 3.3 riguardano il PDOP delle costellazioni del tirocinio per Marte. Dalle figure si può vedere che le costellazioni forniscono un PDOP sufficientemente basso soltanto nelle basse latitudini. Le Figure 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 riguardano il PDOP delle costellazioni del tirocinio per la Luna. Anche da queste figure si può vedere che le costellazioni forniscono un PDOP sufficientemente basso solo alle basse latitudini, con l'eccezione della costellazione non Walker Delta in Figura 3.5 che lo fornisce solo alle medie latitudini.

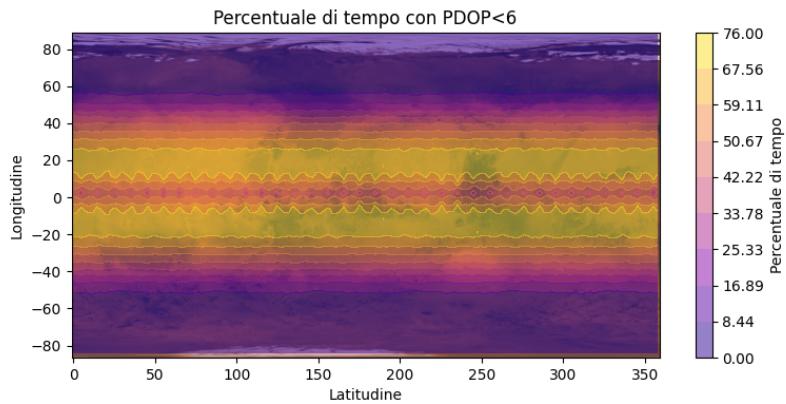


Figura 3.1: Costellazione W 61:18/6/1 per Marte

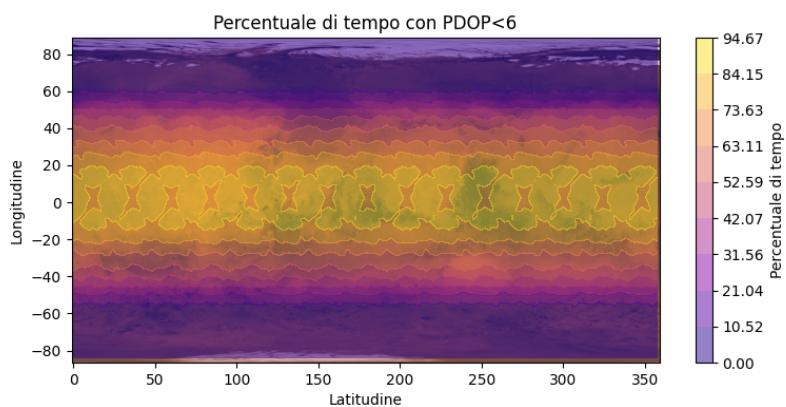


Figura 3.2: Costellazione W 57:15/5/1 per Marte

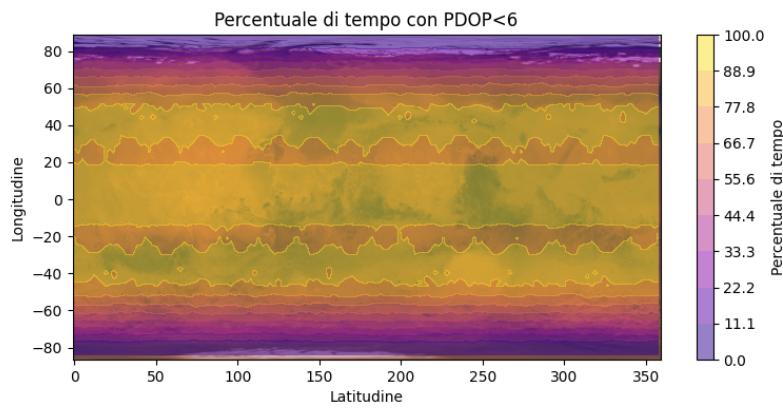


Figura 3.3: Costellazione W 55:16/4/1 per Marte

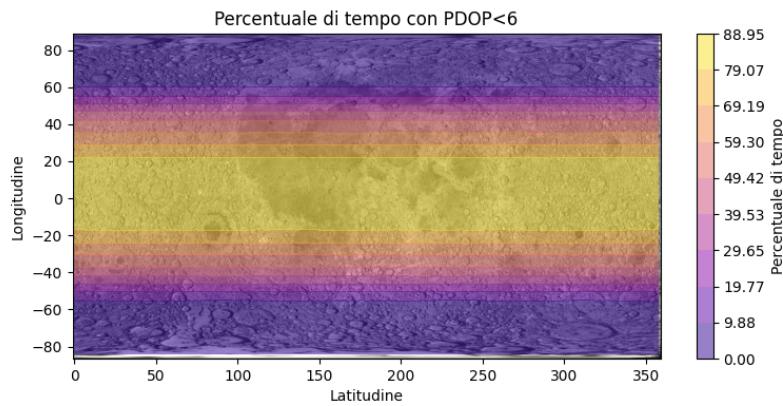


Figura 3.4: Costellazione W 61:15/5/1 per la Luna

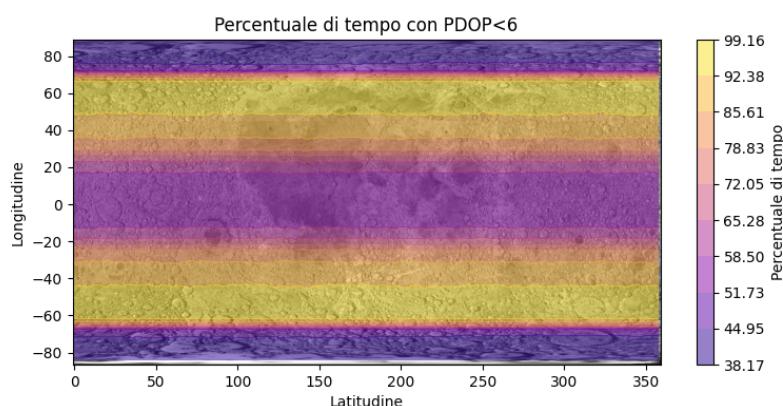


Figura 3.5: Costellazione non Walker Delta per la Luna

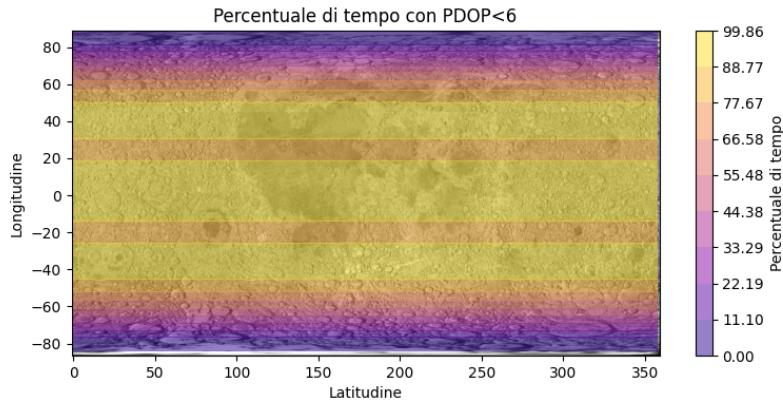


Figura 3.6: Costellazione W 55:16/4/1 per la Luna

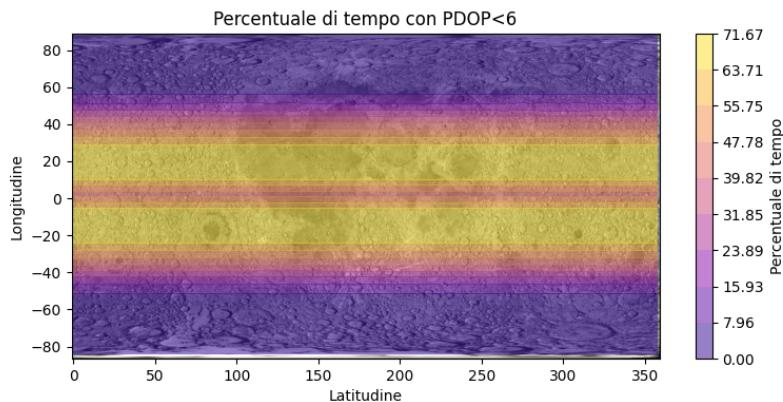


Figura 3.7: Costellazione W 61:18/6/1 per la Luna

Per individuare delle costellazioni che garantiscono un PDOP minore di sei nel 90% del tempo si è fatta un’analisi della copertura in funzione dell’inclinazione e del semiasse maggiore, valutando l’inclinazione tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$  e il semiasse maggiore tra 4,4 e 13,3 raggi planetari, che per Marte è tra i 15000 km e i 45000 km. Da quest’analisi è risultato che le costellazioni con 15, 16 e 18 satelliti non possono garantire un PDOP sufficientemente basso. Le Figure dalla 3.8 alla 3.13 mostrano la percentuale di landmark con un PDOP minore di 6 per il 90% del tempo in funzione sia dell’inclinazione sia del semiasse maggiore delle costellazioni analizzate durante il tirocinio.

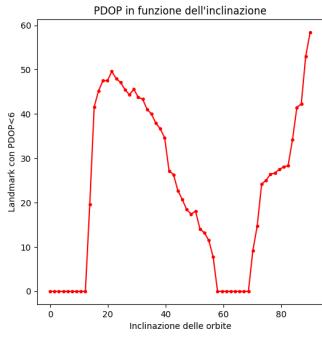


Figura 3.8: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 15/5/1 in funzione dell'inclinazione

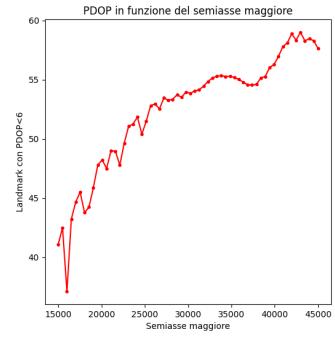


Figura 3.9: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 15/5/1 in funzione del semiasse maggiore

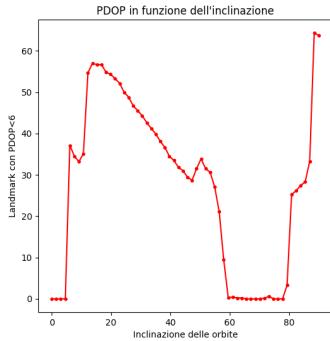


Figura 3.10: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 16/4/1 in funzione dell'inclinazione

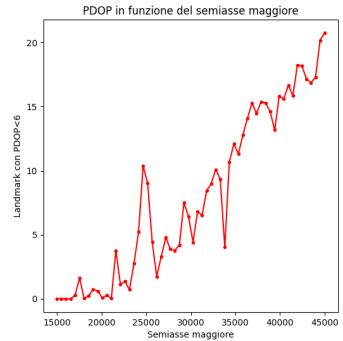


Figura 3.11: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 16/4/1 in funzione del semiasse maggiore

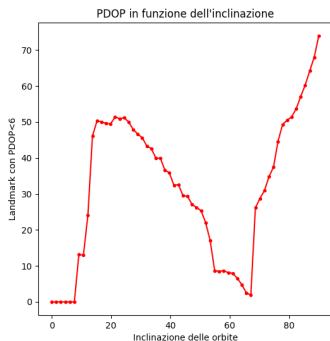


Figura 3.12: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 18/6/1 in funzione dell'inclinazione

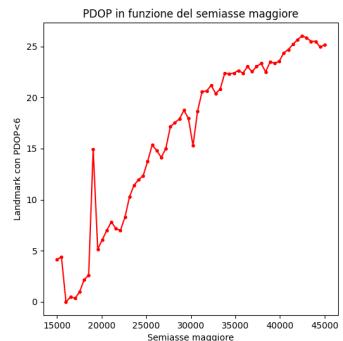


Figura 3.13: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 18/6/1 in funzione del semiasse maggiore

La causa più probabile per una copertura così scarsa è la mancanza di ridondanza nella copertura satellitare. Per risolvere questo problema, sono state considerate costellazioni con 20 e 21 satelliti. Sono state valutate le configurazioni 20/5/1, 20/4/1, 21/7/1 e 21/3/1 ed è risultato che le configurazioni 20/4/1 e 21/3/1 garantiscono

le prestazioni migliori. Le Figure 3.14 e 3.16 sono relative rispettivamente alla costellazione 20/4/1 e alla costellazione 21/3/1 e mostrano la percentuale di landmark con PDOP minore di 6 nel 90% del tempo in funzione dell'inclinazione dei piani orbitali. Si può vedere che la copertura massima si ha per inclinazioni tra i 40° ed i 60°. Le Figure 3.15 e 3.17 sono relative rispettivamente alla costellazione 20/4/1 e alla costellazione 21/3/1 e mostrano la percentuale di landmark con PDOP minore di 6 nel 90% del tempo in funzione del semiasse maggiore. Si può vedere che nel caso marziano per la costellazione 20/4/1 è necessario un semiasse maggiore di almeno 30000km mentre per la costellazione 21/3/1 è sufficiente un semiasse maggiore di 22000km.

I grafici delle costellazioni 20/5/1 e 21/7/1 sono stati omessi per aumentare la chiarezza dell'elaborato.

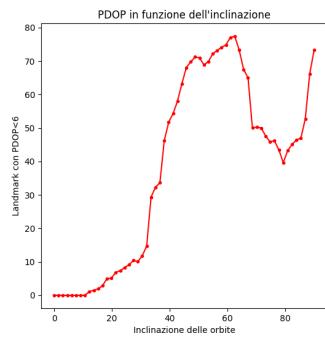


Figura 3.14: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 20/4/1 in funzione dell'inclinazione

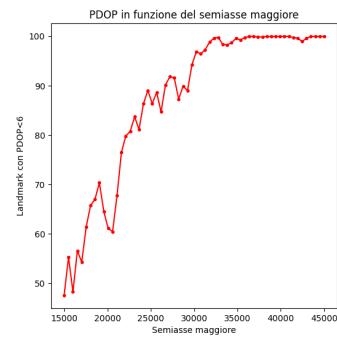


Figura 3.15: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 20/4/1 in funzione del semiasse maggiore

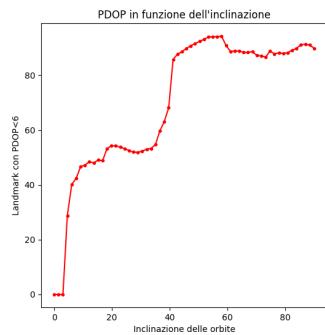


Figura 3.16: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 21/3/1 in funzione dell'inclinazione

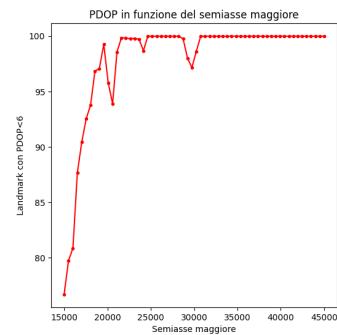


Figura 3.17: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  per la costellazione 21/3/1 in funzione del semiasse maggiore

Dall'analisi parametrica è risultato che le costellazioni migliori per Marte sono: W 61,5: 20/4/1 con un semiasse maggiore di 32459.1 km e W 57: 21/3/1 con un semiasse maggiore di 23704.1 km, le quali sono mostrate nelle Figure 3.18 e 3.19. Le Figure confermano che le costellazioni forniscono un PDOP minore di 6 per più del 90% del tempo su tutta la superficie. Per la Luna si è scelto di rispettare la geometria relativa, quindi le costellazioni migliori sono: W 61.5:20/4/1 con un semiasse maggiore di 16875.4 km e W 57:21/3/1 con un semiasse maggiore di 12422.4 km che sono mostrate nelle Figure 3.20 e 3.21. Anche in questo caso le figure confermano che le costellazioni forniscono un PDOP minore di 6 per più del 90% del tempo su tutta la superficie.

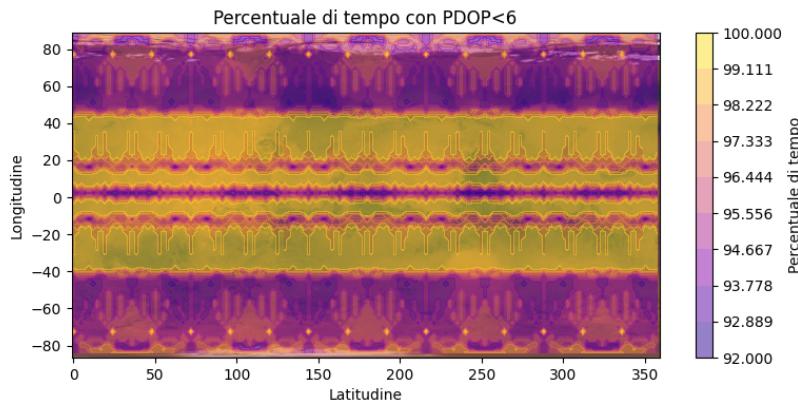


Figura 3.18: Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte

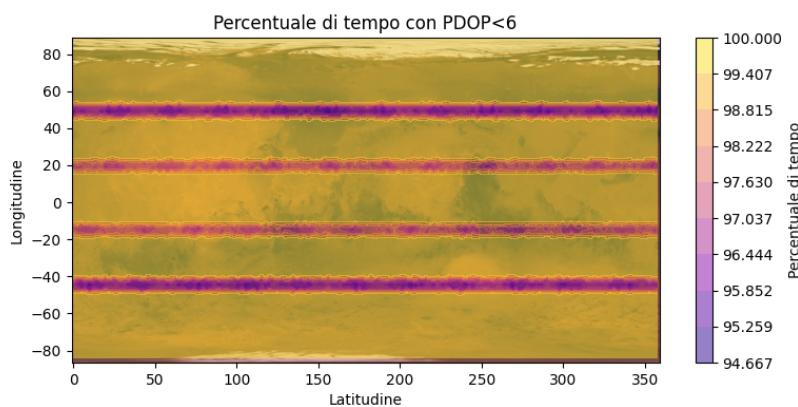


Figura 3.19: Costellazione W 57:21/3/1 per Marte

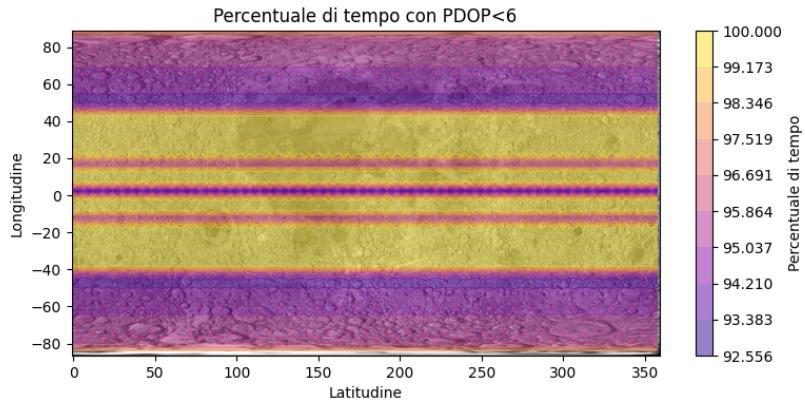


Figura 3.20: Costellazione W 61,5:20/4/1 per la Luna

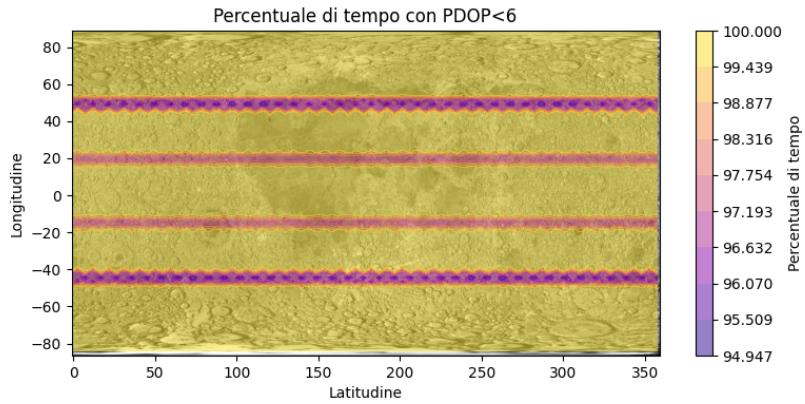


Figura 3.21: Costellazione W 57:21/3/1 per la Luna



## Capitolo 4

# Link budget

L'analisi del link budget rappresenta l'ultimo parametro di confronto tra le costellazioni. Per questa analisi sono necessarie ipotesi più forti rispetto a quelle formulate nei capitoli precedenti in quanto è necessario valutare tutte le componenti del link, basando l'analisi esclusivamente sulla letteratura.

Lo studio del link budget consiste nell'analisi del collegamento radio tra il trasmettitore, in questo caso il satellite, e il ricevitore, ossia il landmark. In particolare, serve a determinare se il collegamento radio, con le componenti scelte, sia possibile e, nel caso lo sia, valutarne la robustezza col margine di collegamento. I componenti principali sono gli equipaggiamenti di ricezione e trasmissione e le antenne. Altre informazioni importanti riguardano le perdite, che possono essere: di spazio libero, atmosferiche e di linea. L'unità di misura utilizzata è il decibel, una scala logaritmica che trasforma le moltiplicazioni e le divisioni in somme e sottrazioni, poiché permette di semplificare il calcolo del link budget. La formula utilizzata in questa analisi è la seguente:

$$E_b/N_0 = EIRP + G/T + 228,6 - 10 \log_{10}(R) - L \quad (4.1)$$

dove:

- $E_b/N_0$  rappresenta il rapporto tra l'energia del singolo bit trasmesso e la densità di rumore ed è espresso in decibel;
- l' $EIRP$  rappresenta la potenza complessiva in uscita dal nodo trasmittente del link, composta dalla potenza del trasmettitore in dBW sommata al guadagno dell'antenna in decibel;
- la  $G/T$  rappresenta la qualità delle componenti di ricezione, composta dal guadagno dell'antenna ricevente meno la temperatura di rumore del sistema

ricevente ed è misurato in dB/K;

- il datarate  $R$  è un contributo negativo in quanto la potenza del segnale è distribuita sui bit: maggiore è il datarate, minore è la potenza del singolo bit;
- le perdite totali  $L$  composte da perdite atmosferiche  $L_a$ , perdite di spazio libero  $L_s$ , perdite di trasmissione  $L_t$  e perdite di ricezione  $L_r$
- il contributo positivo della costante di Boltzmann, pari a  $10\log_{10}(1/K) = 228,6dBW/(KHz)$ .

Per valutare i vari contributi del link budget sono stati considerati articoli riguardanti la modellazione delle perdite atmosferiche e il link radio per costellazioni simili. I riferimenti per il link radio sono gli articoli [1] e [10], che hanno permesso di utilizzare i seguenti dati in modo realistico:

Tabella 4.1: Dati del collegamento radio

Frequenza	2,2 GHz
$E_b/N_0$ minimo	3 dB
Guadagno dell'antenna di trasmissione	9 dB
Potenza di trasmissione	10 W
<i>EIRP</i>	19 dB
Perdite di trasmissione $L_t$	3 dB
Guadagno dell'antenna di ricezione	4 dB
Temperatura di rumore	570 K
$G/T$	-24 dB
Perdite di ricezione $L_r$	3 dB
$R$	100 bit/s

Per le perdite atmosferiche si è fatto riferimento all'articolo [8] per le perdite causate dalla ionizzazione dell'atmosfera e all'articolo [9] per le perdite troposferiche. In entrambi gli articoli le perdite atmosferiche totali sono risultate trascurabili per la frequenza scelta di 2,2 GHz.

## Applicazione numerica e risultati

Nell'applicazione numerica si è deciso di calcolare il margine di collegamento. Si considera di utilizzare la stessa tipologia di satelliti per tutte le costellazioni; gli unici cambiamenti tra una costellazione e l'altra sono nel semiasse maggiore dei satelliti, quindi nelle perdite di spazio libero. La formula utilizzata per calcolare il

margine è la seguente:

$$\begin{aligned} \text{Margine} = & EIRP + G/T - (L_s + L_t + L_a + Lr) - 10 \log_{10}(R) + \\ & -(E_b/N_0)_{\minimo} + 228,6 \text{dBW}/(\text{kHz}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

inserendo i valori numerici l'equazione diventa:

$$\begin{aligned} \text{Margine} = & 19 \text{dB} - 24 \text{dB} - (L_s + 3 \text{dB} + 0 \text{dB} + 3 \text{dB}) - 20 \text{dB} - 3 \text{dB} + \\ & + 228,6 \text{dBW}/(\text{kHz}) = 194,6 \text{dB} - L_s \end{aligned} \quad (4.3)$$

Le perdite di spazio libero sono calcolate soltanto per i satelliti visibili, utilizzando la formula:

$$L_s = 20 \log_{10}\left(\frac{4\pi\vec{\Delta r}}{\lambda}\right) \quad (4.4)$$

Per ogni istante di tempo di computazione e per ogni landmark vengono calcolate le perdite medie, minime e massime tra quelle dei satelliti visibili. L'analisi dei dati consiste nel prendere il vettore delle perdite del singolo landmark e trovarne il valore massimo, medio e minimo, che sono poi rappresentati sulle mappe. Per maggiori dettagli sul codice si faccia riferimento all'Appendice A.5. Il programma è stato applicato esclusivamente alle costellazioni individuate nel capitolo 3. Nelle Figure 4.1 e 4.2 sono mostrate le mappe del margine di collegamento radio minimo per le costellazioni marziane; si può notare che il margine è molto uniforme sulla superficie e che la costellazione W 61,5:20/4/1 risulta penalizzata dall'altezza maggiore. Il margine minimo è di 5,4dB per la costellazione W 61,5:20/4/1 e di 8,5dB per la costellazione W 57:21/3/1. Per la Luna non è necessario mostrare le mappe poiché il margine minimo della costellazione W 61,5:20/4/1 è di 10,3 dB, con una variazione minore dello 0,1%, mentre per la costellazione W 57:21/3/1 è di 13,1 dB, con una variazione minore dello 0,2%.

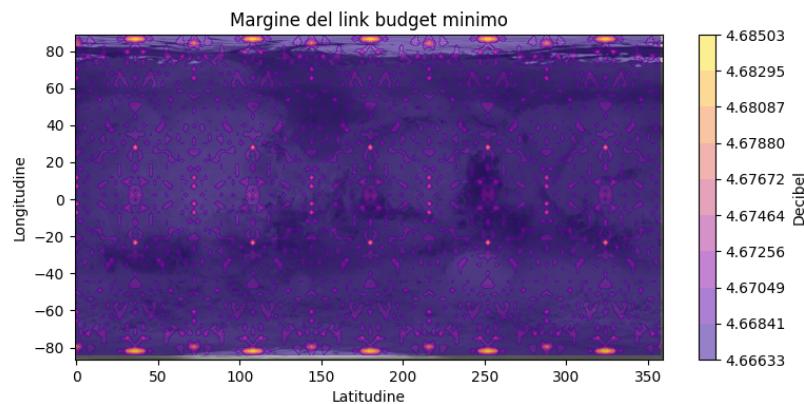


Figura 4.1: Costellazione W 61,5:20/4/1 per Marte

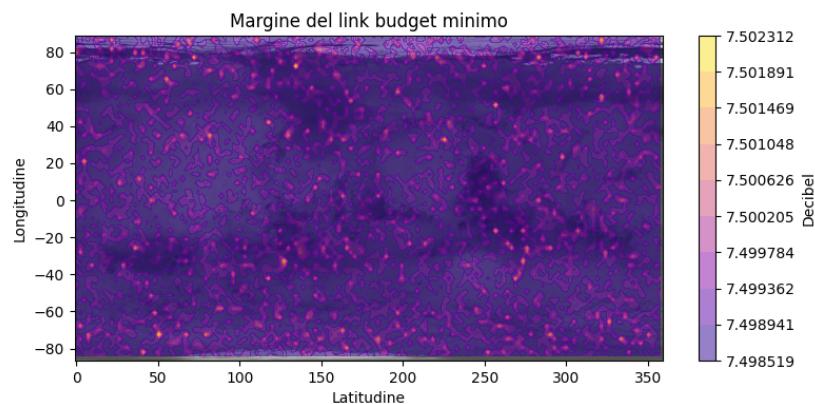


Figura 4.2: Costellazione W 57,21/3/1 per Marte

# Capitolo 5

## Confronto

Il confronto tra le costellazioni 21/3/1 e 20/4/1 è basato sull’analisi della visibilità, delle metriche di localizzazione e del link budget ed è svolto indipendentemente per Marte e per la Luna. I parametri presi in considerazione sono: la percentuale di superficie coperta dal numero minimo di satelliti, il numero di satelliti visibili medio sulla superficie, la percentuale di superficie con un PDOP minore di 6 e il valore medio del PDOP sulla superficie, tutti valutati in funzione del tempo sotto forma di grafici. La linea tratteggiata blu rappresenta il valore medio sul tempo. Inoltre, sono confrontati in una tabella il numero medio di satelliti visibili globale, la percentuale media di landmark coperta da quattro satelliti, il PDOP medio globale, la percentuale di superficie con PDOP minore di 6 per il 90% del tempo e il valore del margine di collegamento minimo. Per Marte nelle Figure dalla 5.1 alla 5.8 sono mostrati i grafici dei parametri presi in considerazione, affiancando le diverse configurazioni per un raffronto più immediato. Di seguito la Tabella 5.1 riassume i risultati del confronto tra le due configurazioni.

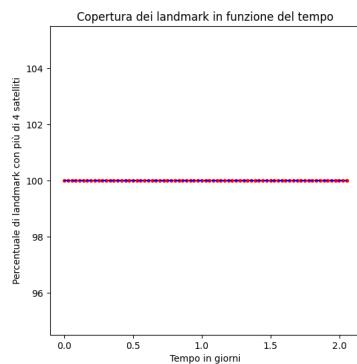


Figura 5.1: Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1

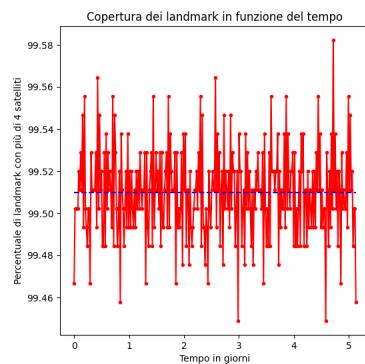


Figura 5.2: Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 57,21:3/1

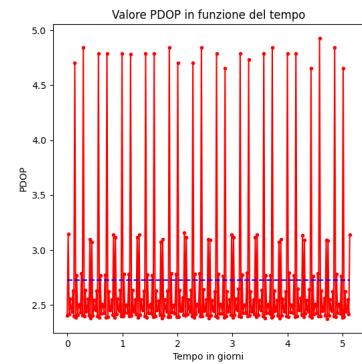
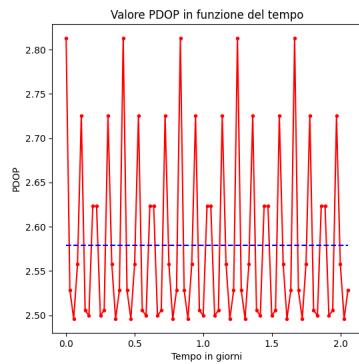
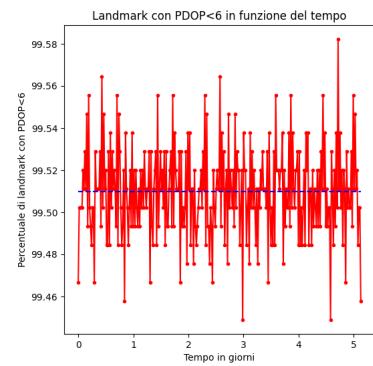
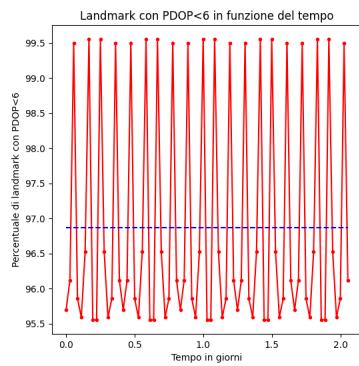
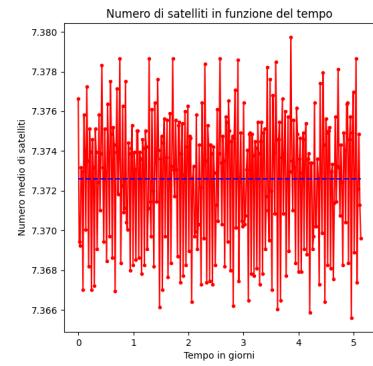
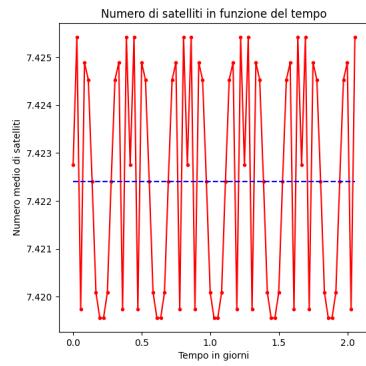


Tabella 5.1: Confronto tra le costellazioni

Parametri	W 57:21/3/1	W 61.5:20/4/1
Numero medio di satelliti visibili	7,37	7,4
Percentuale di landmark con più di 4 satelliti	99,5%	100%
PDOP medio	2,61	2,43
Percentuale di landmark con PDOP<6	99,5%	96,9%
Margine di collegamento medio	8,5 dB	5,4 dB

Si può vedere che le due costellazioni hanno caratteristiche molto simili per la visibilità e per il PDOP, con la costellazione W 61,5:20/4/1 leggermente migliore dell'altra. La differenza più marcata è nel margine di collegamento, dove la costellazione W 57:21/3/1 ha un collegamento radio molto più robusto. Ugualmente per la Luna dalla Figura 5.9 alla figura 5.16 sono mostrati i grafici, che affiancano le due diverse configurazioni per un raffronto più immediato. Nella Tabella 5.2 si riassumono i risultati del confronto tra le configurazioni.

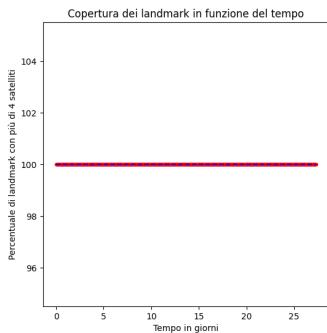


Figura 5.9: Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1

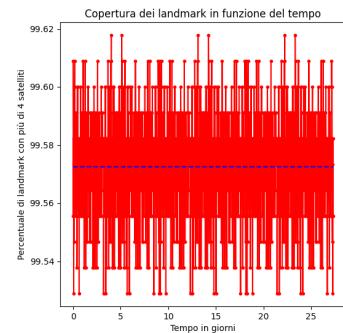


Figura 5.10: Percentuale di landmark con più di 4 satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1

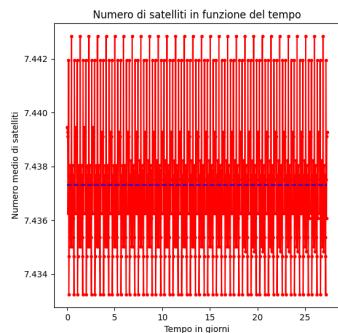


Figura 5.11: Numero medio di satelliti visibili costellazione W 61,5:20/4/1

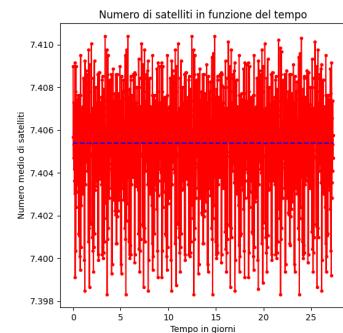


Figura 5.12: Numero medio di satelliti visibili costellazione W 57:21/3/1

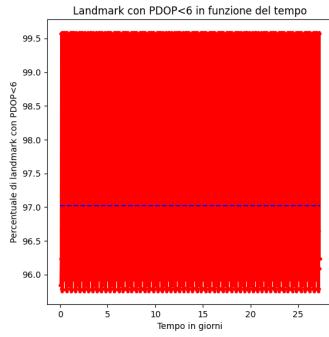


Figura 5.13: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  costellazione W 61,5:20/4/1

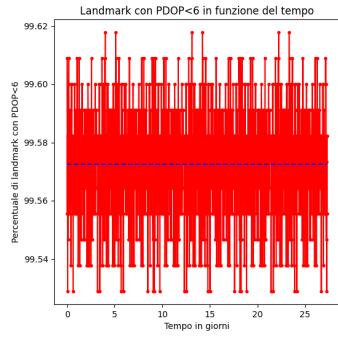


Figura 5.14: Percentuale di landmark con  $\text{PDOP} < 6$  costellazione W 57:21/3/1

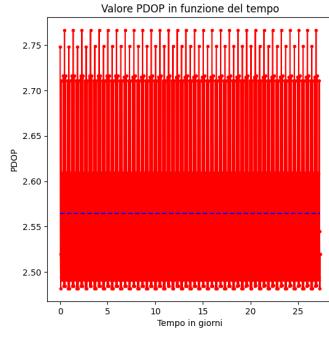


Figura 5.15: PDOP medio costellazione W 61,5:20/4/1

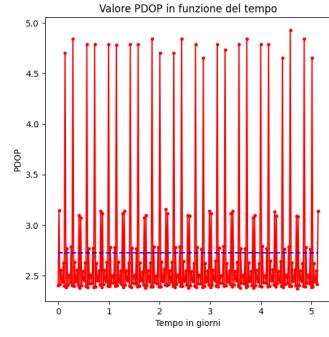


Figura 5.16: PDOP medio costellazione W 57:21/3/1

Tabella 5.2: Confronto tra le costellazioni

Parametri	W 57:21/3/1	W 61,5:20/4/1
Numero di satelliti visibili medio	7,40	7,44
Percentuale di landmark con più di 4 satelliti	99,6%	100%
PDOP medio	2,68	2,56
Percentuale di landmark con $\text{PDOP} < 6$	99,6%	97,0%
Margine di collegamento medio	13,1 dB	10,3 dB

Per la Luna il confronto è molto simile perché le costellazioni lunari sono state scelte per mantenere la stessa geometria relativa delle costellazioni marziane. La visibilità dei satelliti e il PDOP sono molto simili, con la costellazione W 61,5:20/4/1 leggermente migliore. Per queste costellazioni il margine di collegamento è maggiore perché i satelliti sono più vicini alla superficie, in particolare la costellazione W 57:21/3/1 ha un collegamento più robusto.

# Capitolo 6

## Conclusioni

Questo lavoro ha avuto come obiettivo l'analisi delle costellazioni di satelliti per servizi di navigazione attorno alla Luna e Marte, partendo dall'attività svolta durante il tirocinio. Le caratteristiche delle costellazioni analizzate sono state: la copertura satellitare, le metriche di diluizione della precisione e il link budget.

Per lo svolgimento delle analisi si è discretizzata la superficie del pianeta con una griglia di landmark uniformemente distribuiti sui meridiani ed i paralleli, approssimando il pianeta ad una sfera perfetta, ed anche il tempo di simulazione, che per Marte è tra uno e quattro giorni siderali mentre per la Luna è il giorno siderale. Nel primo capitolo si è svolta l'analisi della copertura satellitare usando gli stessi strumenti numerici sviluppati durante il tirocinio e considerando visibile un satellite solo se ha un'elevazione maggiore di  $10^\circ$ . L'analisi è stata condotta sia sulle costellazioni analizzate nel tirocinio, rilevando una copertura per ogni punto della superficie di 4 satelliti maggiore del 92% del tempo nel caso delle costellazioni Walker Delta lunari e marziane e una copertura maggiore del 78% del tempo per la costellazione lunare non Walker Delta, e sulle costellazioni analizzate nel secondo capitolo, rilevando una copertura di 4 satelliti sempre garantita. Il secondo capitolo ha affrontato le metriche di diluizione della precisione: dall'analisi è risultato che le costellazioni proposte nel tirocinio presentano una geometria che non consente di ottenere dei valori di PDOP tali da garantire un'accuratezza di localizzazione ottimale. E' stato necessaria la modellazione di costellazioni con prestazioni migliori: si è condotta un'analisi sia in funzione dell'inclinazione sia in funzione del semiasse maggiore per le costellazioni con 20 e 21 satelliti. Si sono analizzate tutte e quattro le configurazioni possibili, ottenendo che le costellazioni con le prestazioni migliori sono: per Marte W 61,5:20/4/1 con semiasse maggiore di 32459,1 km e W 57:21/3/1 con semiasse maggiore di 23704,1 km e per la Luna W 61,5:20/4/1 con semiasse maggiore di 16875,4 km e W 57:21/3/1 con semiasse maggiore di 12422,4 km, mostrate nelle

Figure 6.1 e 6.2. Queste costellazioni forniscono un PDOP minore di sei per almeno il 92% del tempo sia per la Luna sia per Marte. Nel terzo capitolo si è fatta l’analisi del link budget, ricavando i dati realistici dalla letteratura. Il parametro analizzato è il margine di collegamento e dall’analisi è risultato che il margine minimo è di 5,4 dB per Marte e 10,3 dB per la Luna. Infine nell’ultimo capitolo si è fatto un confronto tra le costellazioni, rilevando che la visibilità media e il PDOP medio sono molto simili tra le due costellazioni sia nel caso lunare sia marziano. L’unica differenza rilevante è nel margine di collegamento, che risulta migliore per le costellazioni W 57:21/3/1 perché hanno un’altezza orbitale minore.

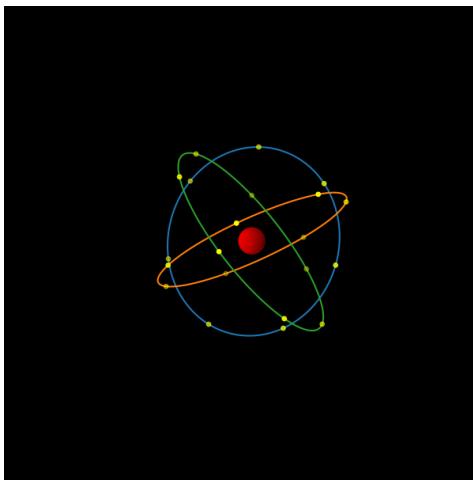


Figura 6.1: Costellazione W 57:21/3/1

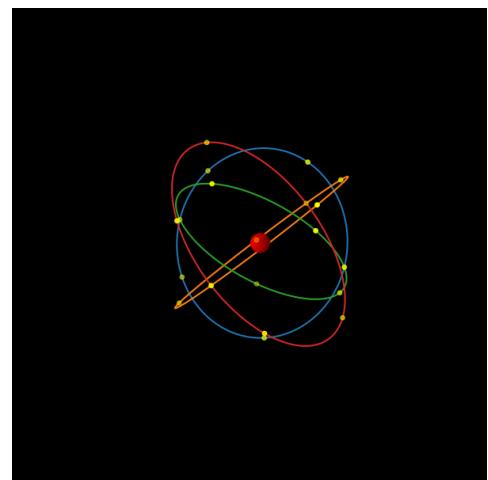


Figura 6.2: Costellazione W 61,5:20/4/1

Complessivamente, l’integrazione dei risultati derivanti da visibilità, metriche DOP e margine di collegamento permette di identificare le costellazioni W 57:21/3/1 e W 61,5:20/4/1 come le migliori. Il lavoro svolto fornisce quindi una base quantitativa utile per la selezione preliminare di costellazioni dedicate alla navigazione e al supporto alle missioni robotiche e future missioni umane su Marte e sulla Luna.

# Appendice A

## Sezioni dei codici

### A.1 Inizializzazione delle variabili

#### A.1.1 Determinazione dei landmark

```
1 K=75 ##numero di suddivisioni angolari della superficie
2 P=zeros([K,2*K,3])
3 for j in range(1,K+1): ##iterazione sulla superficie di
    Marte
4     for h in range(2*K):
5         P[j-1,h]=[Rm*cos(h*pi/K)*sin(j*pi/(K+1)),Rm*sin(h
            *pi/K)*sin(j*pi/(K+1)),Rm*cos(j*pi/(K+1))]
```

#### A.1.2 Calcolo della posizione dei satelliti

```
1 def Posizione_Circonferenza(dA,d0,I,dAlfa,Rs,R,dRot):
2 D=shape(R)
3 B=[0,0,0]
4 for i in range(D[0]):
5     for j in range(D[1]):
6         ##calcolo del vettore posizione dei singoli
           satelliti
7         B=[Rs*(cos(d0[i])*cos(dAlfa+dA[i][j])+cos(I)*sin(
           d0[i])*sin(dAlfa+dA[i][j])),,
8             Rs*(cos(I)*sin(dAlfa+dA[i][j])*cos(d0[i])-cos(
               dAlfa+dA[i][j])*sin(d0[i])),,
9               Rs*sin(I)*sin(dAlfa+dA[i][j])]
```

```

10     ##rotazione del vettore posizione dei singoli
11     #satelliti per la rotazione del pianeta
12     R[i,j]=[cos(-dRot)*B[0]-sin(-dRot)*B[1],cos(-dRot
13         )*B[1]+sin(-dRot)*B[0],B[2]]
14
15     return R

```

## A.2 Calcolo del numero di satelliti visibili

```

1 def NumSatElevazione(R,P,dR,Rm,Rs):
2 Mu=0
3 Beta=0
4 D=shape(R)
5 for i in range(D[0]):
6     for j in range (D[1]):
7         dR[i][j]=R[i][j]-P
8         Mu=acos(dot(dR[i][j],P,out=None)/(linalg.norm(dR[
9             i,j])*linalg.norm(P)))
10        if degrees(Mu)<80:
11            Beta=Beta+1
12
13 return Beta

```

## A.3 Elaborazione dei dati

```

1 Min=int(min(SatVis))
2 Max=int(max(SatVis))
3 n=Max-Min
4 ##calcolo percentili
5 Percentile=zeros([K,2*K,3])
6 PercTempNumSat=zeros([K,2*K,n])
7 for j in range(1,K+1):
8     for h in range(2*K):
9         Percentile[j-1,h,:]=percentile(SatVis[:,j-1,h
10             ],[10,50,90],axis=None,out=None)
11         for i in range(n):
12             PercTempNumSat[j-1,h,i]=sum(SatVis[:,j-1,h]>i
13                 +Min)/(Ripetizione*N)*100

```

### A.3.1 Creazione dei grafici

```

1 livelli=linspace(Min,Max,n+1)
2 ##Creazione e salvataggio dei grafci dei percentili
3 y=-linspace(0,K-1,num=K)*(180/(K+2))+(+90-90/(K+2))
4 x=linspace(0,2*K-1,num=2*K)*(180/K)
5 X,Y=meshgrid(x,y)
6 a=[10,50,90]
7 for i in range(3):
8     Figura=Graficatore.figure(figsize=[7,4])
9     Graficatore.imshow(Mappa, aspect="auto", extent
10         =(-0.5*180/K,(2*K-0.5)*180/K,(-K/2+0.5)*(180/(K+2)
11             ),(+K/2+0.5)*(180/(K+2))),origin="upper" )
12     grafico=Graficatore.contourf(X,Y,Percentile[:, :, i],
13         alpha=0.5,levels=livelli,cmap="plasma")
14     Graficatore.title("Satelliti visibili al "+str(a[i])+
15         " percentile")
16     Graficatore.xlabel("Latitudine")
17     Graficatore.ylabel("Longitudine")
18     Graficatore.colorbar(grafico, label="Numero satelliti"
19         ")
20     Figura.savefig(nome+"/"+str(a[i])+"esimo percentile.
21         pdf")
22
23 Mappa=Immagini.imread("Mappa di Marte Colorata.avif")
24 ##Creazione e salvataggio dei grafci delle percentuali di
25     visibilit
26 for i in range(n):
27     M=max(PercTempNumSat[:, :, i])
28     m=min(PercTempNumSat[:, :, i])
29     livelli=linspace(m,M,10)
30     Figura=Graficatore.figure(figsize=[7,4])
31     Graficatore.imshow(Mappa, aspect="auto", extent
32         =(-0.5*180/K,(2*K-0.5)*180/K,(-K/2+0.5)*(180/(K+2)
33             ),(+K/2+0.5)*(180/(K+2))),origin="upper" )
34     grafico=Graficatore.contourf(X,Y,PercTempNumSat[:, :, i
35         ],alpha=0.5,levels=livelli,cmap="plasma")

```

```

26     Graficatore.title("Tempo percentuale di visibilit
27         di "+str(i+1+Min)+" satelliti")
28     Graficatore.xlabel("Latitudine")
29     Graficatore.ylabel("Longitudine")
30     Graficatore.colorbar(grafico, label="Percentuale di
31         tempo")
32     Figura.savefig(nome+"/Percentuale visibilit di "+
33         str(i+Min+1)+" satelliti.pdf")

```

## A.4 Calcolo delle metriche ed analisi dei dati

### A.4.1 Calcolo delle metriche

```

1 def MetricheDOP(R,P,dR):
2     A=0
3     H=[]
4     Beta=0
5     D=shape(R)
6     for i in range(D[0]):
7         for j in range(D[1]):
8             dR[i][j]=R[i][j]-P
9             A=acos(dot(dR[i][j],P,out=None)/(linalg.norm(dR[i]
10                 ,j])*linalg.norm(P)))
11             if degrees(A)<80:
12                 #Creazione della matrice H
13                 H.append([-(dR[i][j][0])/linalg.norm(dR[i][j]
14                     ),-(dR[i][j][1])/linalg.norm(dR[i][j]),-(dR[i][j][2])/linalg.norm(dR[i][j]),1])
15     if H!=[]:
16         H=array(H)
17         A=H.T@H
18         if linalg.matrix_rank(A)==A.shape[0]:
19             Cov=linalg.inv(A)
20             GDOP=sqrt(trace(Cov))
21             PDOP=sqrt(Cov[0,0]+Cov[1,1]+Cov[2,2])
22         else:
23             GDOP=10000

```

```

22         PDOP=10000
23 else:
24     GDOP=10000
25     PDOP=10000
26 return [GDOP ,PDOP]

```

#### A.4.2 Analisi delle metriche

```

1 PercentileDOP=zeros([K,2*K,4,3])
2 TempDOP=zeros([K,2*K])
3 entualiDOP=zeros([K,2*K,5,3])
4 ,10,20,50]
5 j in range(1,K+1):
6 for h in range(2*K):
7     PercentileDOP[j-1,h,0:3,0]=percentile(SatVis[:,j-1,h
        ,0],[10,50,90],axis=None,out=None)
8     PercentileDOP[j-1,h,0:3,1]=percentile(SatVis[:,j-1,h
        ,1],[10,50,90],axis=None,out=None)
9     PercentileDOP[j-1,h,3,0]=sum(SatVis[:,j-1,h,0])/(N*
        Ripetizione)
10    PercentileDOP[j-1,h,3,1]=sum(SatVis[:,j-1,h,1])/(N*
        Ripetizione)
11    for i in range(4):
12        PercentualiDOP[j-1,h,i,0]=sum(SatVis[:,j-1,h,0]<p
            [i])/(Ripetizione*N)*100
13        PercentualiDOP[j-1,h,i,1]=sum(SatVis[:,j-1,h,1]<p
            [i])/(Ripetizione*N)*100

```

## A.5 Calcolo del link budget ed analisi dei dati

### A.5.1 Calcolo del link budget

```

1 def PerditeSpazioLibero(R,P,dR):
2     A=0
3     Beta=0
4     LS=zeros(3)
5     D=shape(R)

```

```

6     Ls=[]
7     for i in range(D[0]):
8         for j in range(D[1]):
9             dR[i][j]=R[i][j]-P
10            A=acos(dot(dR[i][j],P,out=None)/(linalg.norm(
11                dR[i,j])*linalg.norm(P)))
12            if degrees(A)<80:
13                #frequenza L1 per GNSS, lambda=0.136m
14                Ls.append(20*log10(4*pi*linalg.norm(dR[i,
15                    j])*1000/0.136))
16            LS[0]=mean(Ls)
17            LS[1]=max(Ls)
18            LS[2]=min(Ls)
19            return LS

```

### A.5.2 Analisi del margine

```

1 M=194
2 Margine=zeros([K,2*K,3])
3 for j in range(1,K+1):
4     for h in range(2*K):
5         Margine[j-1,h,0]=-mean(SatVis[:,j-1,h,0])+M
6         Margine[j-1,h,1]=-max(SatVis[:,j-1,h,1])+M
7         Margine[j-1,h,2]=-min(SatVis[:,j-1,h,2])+M

```

# Bibliografia

- [1] Ariele Zurria, Daniele Durante, Luciano Iess, Preliminary design and performance assessment of a semi-autonomous global navigation satellite system on Mars, 2016.
- [2] Patrick Kelly, Riccardo Bevilacqua, Constellation Design for Mars Navigation using Small Satellites, 2018.
- [3] Thomas Melman, Paolo Zoccarato, Csilla Orgel, Richard Swinden, Pietro Giordano, Javier Ventura-Traveset, LCNS Positioning of a Lunar Surface Rover Using a DEM-Based Altitude Constraint Floor, 2022.
- [4] Floor Thomas Melmana, Yoann Audetb, Serena Mollic, Richard Swindenb, Claire Parfittd, David Brandāoe, Alex Rosenbaume, Javier Ventura-Travesetf, Alvaro Martinez Barriog, Vicente Lucas Sabolaa, Martian Navigation Exploiting the MARCONI Navigation Services, 2024.
- [5] L. Trotta, "From Earth To Moon: Satellite Constellations For Future Lunar Exploration", Tesi di laurea magistrale, Politecnico di Torino, Torino, 2023
- [6] David Arnas, Richard Linares, On the Theory of Uniform Satellite Constellation Reconfiguration, 2021.
- [7] Yarlagadda, Ali,Al-Dahir, Hershey, GPS GDOP Metric, 2000.
- [8] Withers, Attenuation of radio signals by the ionosphere of Mars: Theoretical development and application to MARSIS observations, 2011.
- [9] Christian Ho Nasser, Golshan Arvydas Kliore, Radio Wave Propagation Handbook for Communication on and Around Mars, 2002.
- [10] Marguerite Arvis, Andrea Modenini, Stefano Petri, A First Concept of TTC for MARCONI, a Martian relay satellite constellation, 2022.
- [11] Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard, Office of the Department of Defense, Washington, DC, 2001.